UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

PROFMAT-MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Scharley Schimith de Novaes

O Ensino de Geometria e a Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas: Uma experiência prática

Juiz de Fora

2025

Scharley Schimith de Novaes

O Ensino de Geometria e a Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas: Uma experiência prática

Dissertação apresentada ao PROFMAT-Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Orientadora: Profa. Dra Ana Tércia Monteiro Oliveira

Juiz de Fora

2025

Ficha catalográfica elaborada através do Modelo Latex do CDC da UFJF
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Schimith de Novaes, Scharley.
O Ensino de Geometria e a Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas: Uma experiência prática / Scharley Schimith de Novaes. – 2025.
74 f. : il.

Orientadora: Ana Tércia Monteiro Oliveira
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. PROFMAT-Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional, 2025.

1.Aprendizagem Baseada em Problemas. 2. Ensino de Geometria. 3. Recurso Educacional Inclusivo. I. Monteiro Oliveira, Ana Tércia. Profa. Dra.

Scharley Schimith de Novaes

O Ensino de Geometria e a Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas: Uma experiência prática

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal de Juiz de Fora como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática. Área de concentração: Matemática na Educação Básica

Aprovada em 04 de agosto de 2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Ana Tércia Monteiro Oliveira - Orientadora

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Silas Fantin

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Reginaldo Braz Batista

Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof^a. Dr^a. Sara Cristina Campos Borges

Universidade Federal de Juiz de Fora

Juiz de Fora, 10/07/2025.

Documento assinado eletronicamente por **Ana Tercia Monteiro Oliveira**, **Professor(a)**, em 05/08/2025, às 13:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Reginaldo Braz Batista**, **Vice-Chefe de Departamento**, em 06/08/2025, às 07:30, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Sara Cristina Campos Borges**, **Professor(a)**, em 07/08/2025, às 09:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

Documento assinado eletronicamente por **Silas Fantin**, **Usuário Externo**, em 07/08/2025, às 17:20, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no Portal do SEI-Ufjf (www2.ufjf.br/SEI) através do ícone Conferência de Documentos, informando o código verificador **2493685** e o código CRC **3A9FC06A**.

Dedico este trabalho aos meus pais, Sérgio e Luzia, à minha esposa, Mirelly, e aos meus filhos, Úrsula, Jhenypher e Scharley Jr, que juntos formam o alicerce da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois a Ele tudo pertence.

À CAPES, manifesto minha sincera gratidão pela concessão da bolsa de estudos, essencial para a viabilização deste trabalho. O apoio financeiro proporcionado foi determinante para minha dedicação integral ao curso e ao desenvolvimento desta pesquisa, constituindo-se como um marco importante em minha trajetória acadêmica.

À minha orientadora, Prof.ª Ana Tércia Monteiro Oliveira, expresso minha mais profunda gratidão pela orientação zelosa e apoio constante ao longo desta caminhada. Desde o primeiro semestre do curso, tive o privilégio de tê-la como docente, e sua paixão pelo ensino, aliada ao compromisso com a formação de professores, sempre me inspirou. Tê-la como orientadora nesta etapa final foi uma honra e um privilégio. Sua orientação criteriosa, incentivo permanente e vasto conhecimento foram fundamentais para a realização deste trabalho. Agradeço, de forma especial, por sua paciência, disponibilidade e pelos ensinamentos que levarei para toda a vida.

Aos meus pais, registro minha mais sincera gratidão por todo o amor, dedicação e apoio incondicional ao longo da vida. Desde cedo, ensinaram-me os valores da honestidade, do esforço e da perseverança, os quais foram decisivos para que eu alcançasse esta conquista. Cada realização nesta trajetória é, sobretudo, reflexo do exemplo e incentivo constantes que sempre recebi. Obrigado por acreditarem em mim, mesmo nos momentos de dificuldade, e por nunca medirem esforços para que eu pudesse seguir adiante.

À minha esposa, minha eterna gratidão por sua compreensão, paciência e apoio inabalável ao longo de toda esta jornada. Reconheço que, por diversas vezes, precisei me ausentar para me dedicar a este trabalho, e sua presença firme, apoio constante e incentivo diário foram fundamentais para que eu seguisse em frente. Obrigado por estar ao meu lado nos momentos mais desafiadores, por celebrar comigo cada conquista e por tornar este percurso mais leve com seu amor e parceria.

Aos professores do PROFMAT, expresso minha mais sincera gratidão pelo compromisso, dedicação e excelência no ensino. Cada disciplina cursada, cada orientação recebida e cada momento de troca de saberes foram determinantes para minha formação, contribuindo significativamente tanto para a elaboração deste trabalho quanto para meu crescimento acadêmico e profissional. Sou especialmente grato pelo empenho coletivo em tornar o ensino da Matemática mais acessível e significativo, pelo compartilhamento generoso de conhecimentos e pelo estímulo constante à pesquisa e à prática docente. Levo comigo não apenas o conhecimento adquirido, mas também o exemplo inspirador de cada um de vocês.

Expresso meu sincero agradecimento ao senhor Ailton de Almeida Corrêa, por suas preciosas contribuições na transcrição da "Régua Trigonométrica Tátil", que será um instrumento acessível a estudantes cegos.

Aos colegas do PROFMAT, agradeço pela parceria, apoio mútuo e espírito colaborativo ao longo de toda a jornada. Compartilhamos desafios, aprendizados e conquistas que tornaram essa caminhada mais significativa. As trocas de experiências e o companheirismo construído ao longo do curso foram fundamentais para que essa etapa fosse também enriquecedora no aspecto humano.

Aos meus colegas de trabalho, minha sincera gratidão pelo apoio, compreensão e incentivo durante este processo. O ambiente de respeito e colaboração foi fundamental para que eu pudesse conciliar as demandas profissionais com os estudos. Agradeço por cada palavra de encorajamento e pela paciência nos momentos mais exigentes.

Ao coordenador do curso, agradeço pelas orientações, suporte e apoio em todas as fases do mestrado, contribuindo para que este percurso fosse conduzido com segurança e organização.

Aos demais familiares, minha gratidão pelo carinho, incentivo e apoio constantes, que sempre me fortaleceram nos momentos mais desafiadores.

“Se ensinarmos os alunos de hoje como ensinamos os de ontem, roubamos deles o amanhã.”

John Dewey

RESUMO

Esta pesquisa investiga a aplicação do método de Aprendizagem Baseada em Problemas (Problem Based Learning – PBL) no ensino de Geometria para turmas do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual. O objetivo principal foi analisar a eficácia dessa abordagem na promoção de uma aprendizagem mais significativa, ativa e duradoura. A metodologia foi dividida em quatro etapas: Avaliação Investigativa, Avaliação Diagnóstica, Implementação do método PBL e Avaliação Formativa. Os estudantes participaram de forma ativa na criação do layout de um parque de exposições, aplicando conteúdos da Geometria por meio de materiais concretos e recursos digitais como o GeoGebra. Um dos destaques deste trabalho foi a criação da Régua Trigonométrica Tátil, desenvolvida durante a pesquisa, para atender tanto pessoas com deficiência visual quanto estudantes com dificuldades de aprendizagem em contextos tradicionais de ensino. Os resultados obtidos na Avaliação Formativa indicaram avanços significativos na compreensão de quadriláteros, transformações geométricas, perímetro e área entre os estudantes que participaram do projeto. Em contrapartida, os estudantes que não participaram apresentaram dificuldades nesses mesmos tópicos. O estudo evidencia que o método PBL é uma estratégia pedagógica eficaz no ensino de Geometria, que promove a autonomia, o trabalho em equipe e a habilidade na resolução de problemas em contextos reais e significativos para os estudantes.

Palavras-chave: aprendizagem baseada em problemas; ensino de geometria; recurso educacional inclusivo.

ABSTRACT

This research investigates the application of the Problem-Based Learning (PBL) method in the teaching of Geometry to 8th and 9th grade classes in a public state school. The main objective was to analyze the effectiveness of this approach in promoting more meaningful, active, and lasting learning. The methodology was divided into four stages: Investigative Assessment, Diagnostic Assessment, Implementation of the PBL method, and Formative Assessment. The students actively participated in the creation of the layout of an exhibition park, applying Geometry content through concrete materials and digital resources such as GeoGebra. One of the highlights of this work was the creation of the Tactile Trigonometric Ruler, developed during the research to support both visually impaired individuals and students with learning difficulties in traditional teaching contexts. The results obtained in the Formative Assessment indicated significant progress in the understanding of quadrilaterals, geometric transformations, perimeter, and area among the students who participated in the project. In contrast, the students who did not participate showed difficulties in these same topics. The study highlights that the PBL method is an effective pedagogical strategy in the teaching of Geometry, promoting autonomy, teamwork, and problem-solving skills in real and meaningful contexts for students.

Keywords: problem-based learning; geometry teaching; inclusive educational resource.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PBL	"Problem-Based Learning"(Aprendizagem Baseada em Problemas)
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
PISM	Programa de Ingresso Seletivo Misto
MDF	"Medium Density Fiberboard"(Painel de Fibra de Densidade Média)
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
AIO	Aprendizagem Individualizada Online

SUMÁRIO

1 ÁUDIO DISSERTAÇÃO

Com o objetivo de ampliar a acessibilidade e facilitar a compreensão do conteúdo desta dissertação, foram produzidos 31 vídeos que retratam a dissertação em áudio. Esses vídeos estão hospedados na plataforma YouTube e podem ser acessados por meio dos *QR Codes* ou links disponibilizados neste capítulo.

Cada vídeo corresponde a um capítulo ou subcapítulo do trabalho, possibilitando que pessoas com deficiência visual, bem como demais interessados, tenham acesso integral ao material em formato sonoro e interativo.

Capítulo	**Link do Vídeo**	**QR Code**
Apresentação da Áudio Dissertação	https://youtu.be/tRPEv2Hbiak	
Resumo	https://youtu.be/4f4AI_afFaA	
Abstract	https://youtu.be/hA-eD74MUm8	
Introdução	https://youtu.be/EA1Ucct4U_Y	

Capítulo	Link do Vídeo	QR Code
Metodologia da Pesquisa	https://youtu.be/Q_6ID47K2VQ	
Público Alvo	https://youtu.be/mluFHQ2QsUU	
Avaliação Investigativa	https://youtu.be/I4ZoRYUW52g	
Avaliação Diagnóstica	https://youtu.be/oAgY_YUZWhI	

Capítulo	**Link do Vídeo**	**QR Code**
A Geometria nos Exames de Admissão ao Ensino Superior	`https://youtu.be/ay2zgW-Hqks`	
O Método PBL	`https://youtu.be/OhYg3QCc_jc`	
Implementação do Método PBL	`https://youtu.be/wagWzZrpUps`	
Reuniões	`https://youtu.be/-61hZAPclKI`	

Capítulo	**Link do Vídeo**	**QR Code**
Proposta de um Problema Real	https://youtu.be/KcLWDbUbgnE	
Relato da Atividade e Feedback dos Estudantes	https://youtu.be/KmeP0CptZRI	
Avaliação dos Croquis	https://youtu.be/kG-wP78yHRs	
Da Eficiência dos Trabalhos Apresentados	https://youtu.be/VIwfwKNlcro	

Capítulo	**Link do Vídeo**	**QR Code**
Autoavaliação e Avaliação dos Pares	`https://youtu.be/lwH7pFAp7lY`	
Avaliação Formativa	`https://youtu.be/BCoEMcI_vwI`	
Da Avaliação	`https://youtu.be/GPCjkaZprBE`	
Dos Resultados dos Participantes do projeto PBL	`https://youtu.be/AXO2Wv_PSHM`	

Capítulo	**Link do Vídeo**	**QR Code**
Dos Resultados dos não Participantes do projeto PBL	`https://youtu.be/w52-zDmxvKo`	
RÉGUA TRIGONOMÉTRICA TÁTIL: UM RECURSO AUXILIAR E INCLUSIVO	`https://youtu.be/i63PtXRplUE`	
A fundamentação da Régua Trigonométrica Tátil	`https://youtu.be/YR3pZdNrTlE`	
A construção da Régua Trigonométrica Tátil	`https://youtu.be/y6yspCfDsEM`	

Capítulo	**Link do Vídeo**	**QR Code**
O teste com Régua com a Trigonométrica Tátil	https://youtu.be/-okdzVQgHLo	
Conclusão	https://youtu.be/2NrWSw38CgI	
Referências	https://youtu.be/i59XwMEH988	
Anexo A– Trabalho dos Estudantes	https://youtu.be/3efAsQ8XPOO	

Capítulo	Link do Vídeo	QR Code
Anexo B– Avaliação Formativa	https://youtu.be/W_DohObUotU	
Vídeo completo	https://youtu.be/8nv4VLbV4Hg	
Anexos A e B	https://youtu.be/Zq2_ZRvK4pM	

2 INTRODUÇÃO

A Geometria é uma área da Matemática com ampla aplicação, que trabalha o raciocínio lógico e a percepção viso-espacial dos estudantes. No entanto, mesmo com sua importância teórica e prática, existe um desinteresse dos alunos em relação a essa área do conhecimento, reflexo de uma abordagem tradicional centrada na memorização mecânica de fórmulas e procedimentos descontextualizados. Essa lacuna foi evidenciada nesta pesquisa a partir de uma avaliação diagnóstica aplicada a 140 estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, na qual mais de 60% dos discentes afirmaram desconhecer a utilidade prática da Matemática e da Geometria.

Tais dados são preocupantes quando analisados em conjunto com os conteúdos cobrados nos exames de admissão ao ensino superior, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Programa de Ingresso Seletivo Misto (PISM), da Universidade Federal de Juiz de Fora. Levantamentos realizados nesta pesquisa apontam que, em média, 35% das questões de Matemática do ENEM entre 2011 e 2024 envolviam diretamente conteúdos de Geometria. No caso do PISM, esse índice foi ainda mais expressivo: aproximadamente 38% das questões discursivas entre 2016 e 2024 exigiram competências relacionadas à Geometria. Tais números evidenciam a relevância da Geometria para o desenvolvimento acadêmico e reforçam a necessidade de práticas pedagógicas que promovam seu ensino de maneira efetiva.

Nesse contexto, este trabalho propõe a implementação da metodologia ativa conhecida como Problem-Based Learning (PBL) no ensino da Geometria. O PBL é uma abordagem centrada na resolução de problemas reais e contextualizados, que promove o protagonismo estudantil, o desenvolvimento de habilidades cognitivas e a aprendizagem significativa. Quando fala-se no método PBL é natural questionar sobre o tempo gasto na prática dessa metodologia, levando em consideração a etapa inicial composta por avaliações para traçar o perfil da classe e estruturar uma situação problema adequada que esteja em consonância com a realidade da turma e contemple os conceitos a serem trabalhados na proposta. Contudo, vale refletir se esse tempo será um gasto ou um investimento. Segundo (Shahrill, M., 2017) (3), numa avaliação sobre sua prática de ensino com método PBL,

[1] Ao aprender usando PBL, os estudantes ficaram mais engajados e

[1] "learning using PBL, students were more engaged in learning and had positive attitude towards their learning [22]. With these PBL strengths, it has been used in multiple domains that include mathematics education [23]. Schettino [4] conducted a study based on her strong belief in PBL curriculum and observed higher learning enthusiasm as students were not restricted to create their own solutions to a problem, and also through collaborative works, they get to exchange ideas and feedback which further improves the quality of learning. Furthermore, the use of PBL could be more effective with lower ability students [24]. (S N S H Ahamad et al 2017 J. Phys.: Conf. Ser. 943 012008 pag 2) "

> tiveram resultados positivos em relação à sua aprendizagem. Com esses pontos fortes do PBL, ele tem sido usado em vários domínios que incluem a educação Matemática. Schettino conduziu um estudo baseado em sua forte crença no currículo PBL e observou maior entusiasmo pelo aprendizado, pois os estudantes não ficam restritos a criar suas próprias soluções para um problema, e através de trabalhos colaborativos, conseguem trocar ideias e *feedback* que melhora ainda mais a qualidade da aprendizagem. Além disso, o uso do PBL pode ser mais eficaz com estudantes com poucas habilidades. (SHAHRILL, 2017, p 2, (tradução nossa))

Estudos como o de (Farias, et al, 2018) demonstram que o PBL estimula a autonomia, a colaboração e a criatividade dos estudantes, além de favorecer a retenção do conhecimento por meio da conexão entre teoria e prática.

De acordo com a perspectiva de Farias sobre PBL.

> Trata-se de uma metodologia centrada no aluno, usada em praticamente todos os níveis educacionais, em que o ensinamento é baseado na solução de problemas efetivamente ou supostamente reais em que são empregados os conceitos a serem aprendidos pelos estudantes, fazendo com que os mesmos desenvolvam as competências necessárias ao aprendizado. O processo de aprendizado é realizado em pequenos grupos de estudantes, que realizam as atividades necessárias para solução de um problema dado pelo professor. Isso implica em, numa primeira sessão, analisarem o problema para obter seu entendimento, identificarem e buscarem os conhecimentos e competências necessárias para a solução do mesmo. Partem então para um trabalho externo à sala de aula, com papéis bem definidos de trabalho individual e/ou em equipe. Em uma segunda sessão, reúnem-se novamente com o professor para propor e/ou executar a solução encontrada, discutindo com a propriedade da solução e ocasionalmente tendo complementação do tutor.(FARIAS et al, 2018, p 171)(2)

Neste trabalho, documentamos os resultados da aplicação dessa metodologia com 47 estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, em um projeto que os desafiou a elaborar um croqui geométrico para o planejamento de um parque de exposições. A atividade exigiu o uso de conceitos geométricos como área, perímetro, escalas e ângulos, integrando conteúdos e desenvolvendo competências previstas na Base Nacional Comum Curricular.

> No Ensino Fundamental - Anos Finais, a expectativa é a de que os estudantes reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medidas padronizadas mais usuais. (Base Nacional Comum Curricular, 2023, p. 273)(1)

Para o Ensino Médio,

> A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. Para tanto, propõe colocar em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade. (Base Nacional Comum Curricular, 2023, p. 527)(1)

O projeto contou ainda com o suporte de ferramentas digitais, como o GeoGebra e o Ginifab, bem como materiais concretos e instrumentos de desenho técnico.

Comprometido com a inclusão educacional, o projeto incorporou o uso de recursos acessíveis, entre eles a Régua Trigonométrica Tátil, desenvolvida no âmbito desta pesquisa. Inspirada no círculo trigonométrico e construída por peças móveis em MDF com baixo relevo e marcações em Braille, essa régua permite a manipulação e viabiliza compreensão concreta das funções seno, cosseno, tangente e cotangente, sendo acessível tanto para estudantes com visão normal quanto para aqueles com deficiência visual. Conforme (Perovano e Melo, 2020) (5), materiais táteis acionam diferentes sentidos e regiões cerebrais, contribuindo para a fixação de conceitos mesmo entre alunos videntes, além de promover a equidade no processo de ensino-aprendizagem.

A régua foi testada em sala de aula com um estudante cego do 1º ano do Ensino Médio, revelando-se um recurso eficaz na construção dos conceitos trigonométricos. Posteriormente, o instrumento foi apresentado no IV Simpósio Internacional de Inclusão e Acessibilidade no Ensino: Práticas Inclusivas, realizado na Universidade Federal de Juiz de Fora, o que reforça seu caráter inovador e sua aplicabilidade em diferentes contextos escolares.

Além da fundamentação teórica e das práticas realizadas, este trabalho reúne evidências concretas da aprendizagem dos estudantes. No Anexo A, encontram-se os relatórios elaborados pelos grupos durante a participação no projeto, demonstrando o domínio dos conceitos geométricos e a capacidade de aplicá-los em situações reais. O Anexo B apresenta uma cópia da Avaliação Formativa aplicada no final do projeto.

O Capítulo 3 deste trabalho descreve a metodologia da pesquisa, com destaque para a aplicação do método PBL, as avaliações realizadas (investigativa, diagnóstica e formativa) e os impactos observados nos processos de ensino e aprendizagem.

Já no capítulo seguinte serão relatadas a construção, fundamentação matemática e aplicação pedagógica da Régua Trigonométrica Tátil, evidenciando-a como recurso acessível e inclusivo no ensino da Trigonometria.

Por fim, o Capítulo 5 apresenta a conclusão deste trabalho, sintetizando os resultados obtidos, os desafios enfrentados e as contribuições desta pesquisa para a prática docente em Matemática.

Dessa forma, este trabalho busca contribuir para a ressignificação do ensino da Geometria, aliando inovação metodológica e acessibilidade, e reafirmando o compromisso com uma educação mais democrática, significativa e transformadora.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Este trabalho tem como proposta explorar a aplicação do método PBL (Problem-Based Learning) no ensino de Geometria para estudantes do 8° e 9° anos do ensino fundamental. Para tal foi planejado o que chamamos de Projeto PBL, que foi executado com estudantes do 8° e 9° anos de uma escola estadual. Levando em consideração que os estudantes chegam ao ensino médio, em geral, com um conhecimento geométrico pouco esmerado, o foco da prática de ensino deste trabalho esteve na construção do conhecimento geométrico sólido e significativo. Neste sentido, a pesquisa foi estruturada com as seguintes etapas:

1. Avaliação Investigativa
2. Avaliação Diagnóstica
3. Implementação do Método PBL
4. Avaliação Formativa

3.1 PÚBLICO-ALVO

O processo inicial incluiu uma avaliação investigativa e uma avaliação diagnóstica. A avaliação investigativa, foi direcionada a identificar afinidades, dificuldades e motivações relacionadas ao aprendizado de Matemática e Geometria. Nesta avaliação, os estudantes revelaram uma baixa motivação em relação à disciplina. A partir daí, constatou-se que, de 140 estudantes avaliados, apenas 21 autodeclararam ter algum entendimento sobre a Matemática e a Geometria e apenas 47 demonstraram interesse em participar do Projeto PBL, indicando uma baixa afinidade geral.

Assim, o público-alvo para a aplicação do método PBL consistiu em quarenta e sete estudantes do 8° e 9° anos do ensino fundamental, distribuídos em sete grupos. Além destes, durante o processo, oito estudantes do 1° ano do ensino médio atuaram como monitores.

Para complementar a análise do público-alvo, foi aplicado um questionário de avaliação diagnóstica que abordou as percepções dos estudantes sobre seus conhecimentos em Matemática e Geometria. Os resultados serão apresentados no seguimento do texto.

3.2 AVALIAÇÃO INVESTIGATIVA

A avaliação investigativa teve o objetivo de investigar as percepções e sentimentos dos estudantes em relação à Matemática e à Geometria, buscando compreender como estes estudantes enxergam a Matemática e sua utilidade no dia a dia. Para isso, foi elaborado um questionário objetivo e de fácil aplicação, contendo quatro questões que abordam o gosto pela Matemática, o domínio dos conteúdos e as memórias das aulas.

Questionário da Avaliação Investigativa

1. Sobre a Matemática:
   - A. Gosto e domino a discplina.
   - B. Gosto e não domino a disciplina.
   - C. Não gosto.
   - D. Sou indiferente.
2. Sobre a Geometria:
   - A. Gosto e domino a discplina.
   - B. Gosto e não domino a disciplina.
   - C. Não gosto.
   - D. Sou indiferente.
3. Explique com poucas palavras suas respostas.
4. Avalie suas lembranças sobre as aulas de matemática e geometria numa escala de 1 a 5.
   - A. 1 (Lembro muito pouco).
   - B. 2.
   - C. 3.
   - D. 4.
   - E. 5 (Lembro de tudo).

Fonte: Próprio autor (2025).

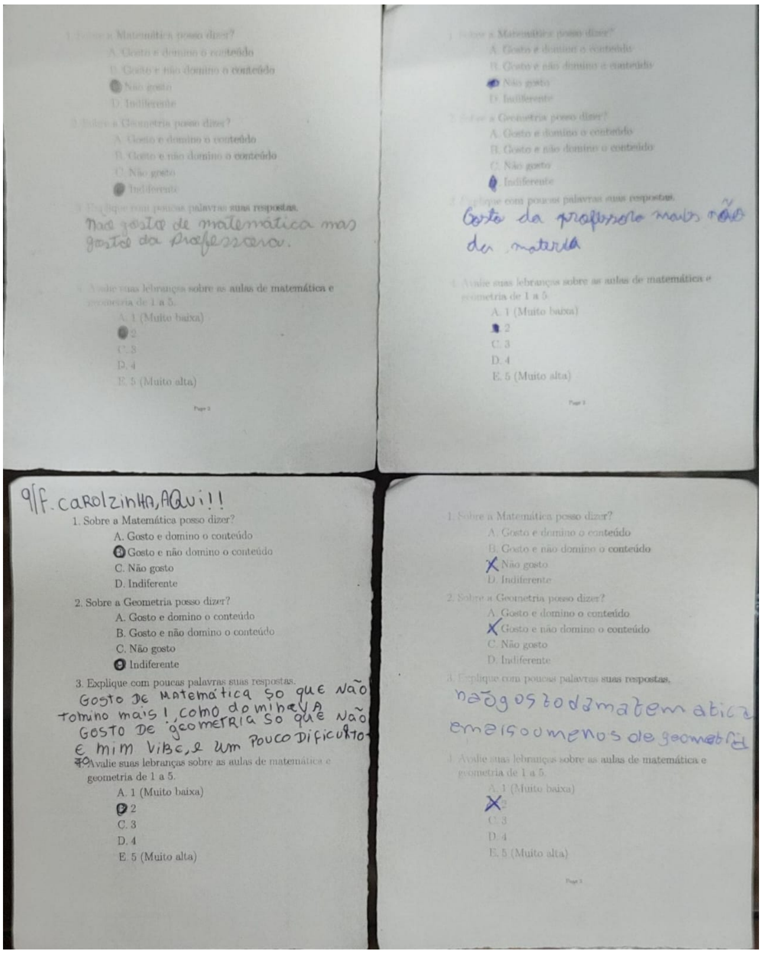
Antes da aplicação, o questionário foi revisado por professores da área e pela orientadora do projeto para garantir clareza nas perguntas e alinhamento com os objetivos da pesquisa.

As perguntas 1 e 2 tiveram o propósito de diagnosticar a afinidade ou não dos estudantes pela Matemática e pela Geometria. A pergunta 3 foi elaborada com a intenção de justificar e compreender as respostas dadas às perguntas 1 e 2. Finalmente, a pergunta 4 foi aplicada para o estudante quantificar o seu próprio conhecimento matemático adquirido em sala de aula.

A aplicação do questionário foi realizada com 140 estudantes do 8° e 9° anos, de forma anônima e voluntária. O questionário foi distribuído em formato físico durante as aulas, com tempo adequado para os estudantes responderem sem pressa ou distrações.

Os dados coletados foram organizados em gráficos para facilitar a análise. As respostas às perguntas objetivas foram categorizadas e representadas em porcentagens, enquanto as respostas dissertativas foram agrupadas em temas principais para identificar padrões e percepções comuns. A análise quantitativa da pergunta 4 nos permitiu traçar uma visão geral sobre a memória matemática de longo prazo do grupo de estudantes avaliados.

Figura 2.2 - Avaliação preenchida por quatro estudantes



Fonte: Próprio autor (2025).

Os resultados foram interpretados considerando a literatura Matemática adotada na escola, e a metodologia tradicional de ensino que poderia estar influenciando as percepções dos estudantes. Em particular, na pergunta 1 e 2, as respostas que indicaram gostar da disciplina sem dominar os conteúdos sugerem a necessidade de reforço didático. Já sobre a pergunta 3, os estudantes, em sua maioria, trouxeram as seguintes colocações:

1. *"Gosto do(a) professor(a), mas não gosto da Matemática."*
2. *"Não consigo compreender nada, por isso não gosto."*
3. *"Não gosto do professor(a), mas gostava da matéria."*
4. *"Gosto de Matemática, mas não gosto de Geometria."*

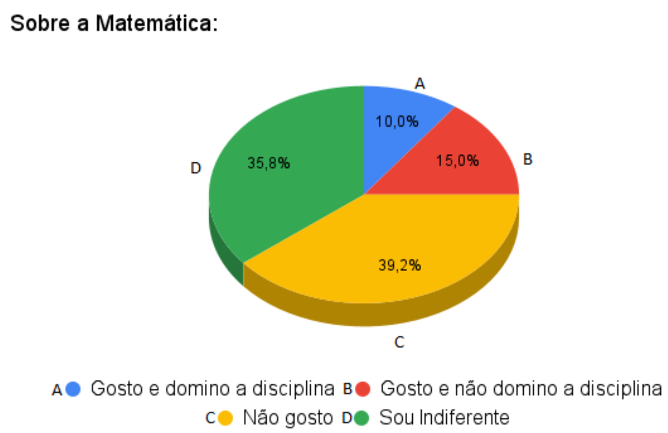
5. *"Eu tento aprender, mas não consigo."*

6. *"Gosto muito das duas matérias."*

Assim, as avaliações negativas de estudantes que não gostam da disciplina ou do professor, apontam para possíveis lacunas na motivação dos estudantes e no engajamento dos professores.

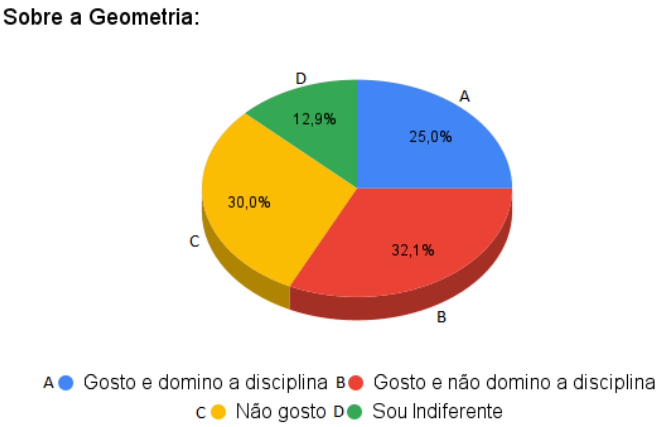
A avaliação serviu para repensar a forma de ensino e repensar em novas intervenções que melhorariam a experiência dos estudantes com a Matemática e a Geometria. Para ilustrar os resultados obtidos na pesquisa, finalizamos com os gráficos a seguir, das questões 1, 2 e 4, que representam as principais informações coletadas.

Gráfico 1 - Afinidade dos Estudantes pela Matemática



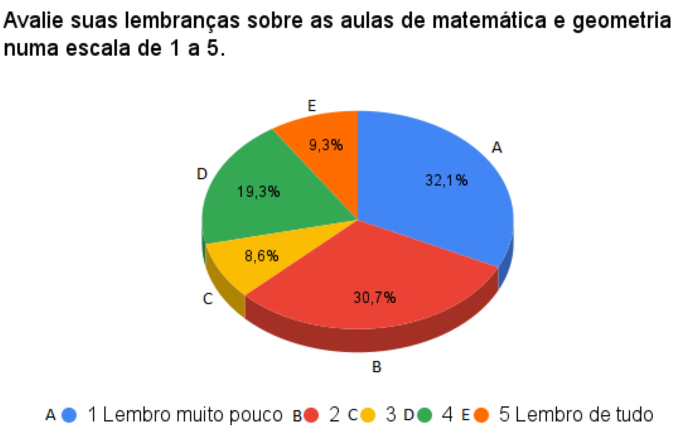
Fonte: Próprio autor (2025).

Gráfico 2 - Afinidade dos Estudantes pela Geometria



Fonte: Próprio autor (2025).

Gráfico 3 - Auto-avaliação - Conteúdo Consolidado



Fonte: Próprio autor (2025).

3.3 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

O objetivo principal deste questionário foi avaliar o conhecimento prévio dos estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental em relação à Matemática e à Geometria, com ênfase na identificação de lacunas no aprendizado e nas dificuldades enfrentadas por eles. Além disso, buscou-se compreender a familiaridade dos estudantes com conceitos geométricos básicos, sua aplicação prática e o uso de ferramentas tecnológicas no aprendizado. O questionário procurou investigar a relevância percebida pelos estudantes dos conhecimentos geométricos no cotidiano e suas aplicações em outras áreas.

A análise das respostas foi crucial para fornecer a base das estratégias pedagógicas para a prática de ensino pelo método PBL alinhadas às necessidades da turma, contribuindo para um ensino mais contextualizado e significativo. A seguir trazemos o questionário da avaliação.

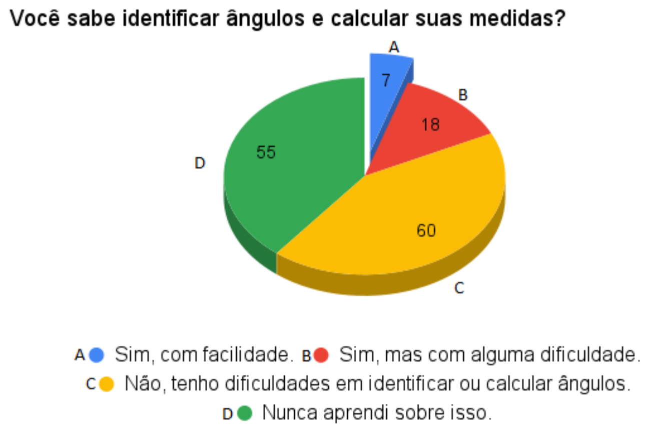
Questionário da Avaliação Diagnóstica

1. Você sabe identificar ângulos e calcular suas medidas?
   - A. Sim, com facilidade.
   - B. Sim, mas com alguma dificuldade.
   - C. Não, tenho dificuldades em identificar ou calcular ângulos.
   - D. Nunca aprendi sobre isso.
2. Você consegue calcular a área e o perímetro de figuras geométricas básicas como triângulo, quadrado e círculo?
   - A. Sim, sei calcular ambos.
   - B. Sei calcular apenas a área ou apenas o perímetro.
   - C. Tenho dificuldades com ambos.
   - D. Nunca aprendi sobre isso.
3. Você já utilizou ferramentas tecnológicas como o GeoGebra para aprender Geometria?
   - A. Sim, uso frequentemente.
   - B. Sim, algumas vezes.
   - C. Não, mas gostaria de aprender.
   - D. Não, e não vejo necessidade.
4. Você consegue identificar formas geométricas em objetos do seu dia a dia?
   - A. Sim, com facilidade.
   - B. Sim, mas nem sempre.
   - C. Não, tenho dificuldades em fazer essa associação.
   - D. Nunca pensei sobre isso.
5. O quanto você acredita que seus conhecimentos geométricos podem ajudar em situações práticas?
   - A. Acredito muito.
   - B. Acho que nem sempre irei utilizar.
   - C. Não faço ideia.
   - D. Não compreendi a pergunta.

Fonte: Próprio autor (2025).

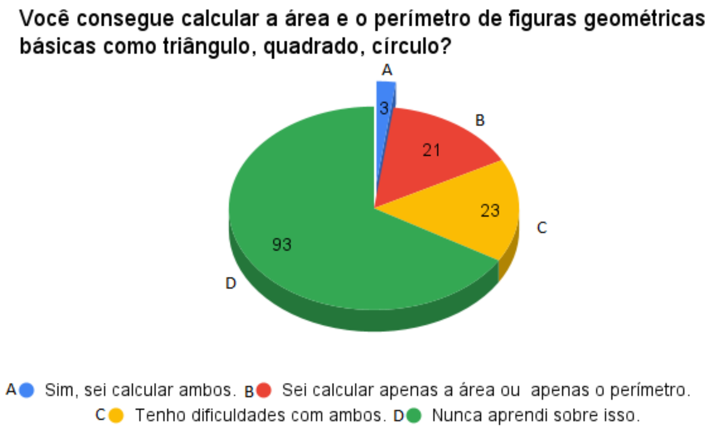
Para ilustrar os resultados obtidos na Avaliação Diagnóstica, trazemos os gráficos a seguir que identificam uma problemática no ensino e aprendizado de Geometria na escola onde realizamos nossa pesquisa.

Gráfico 4 - Ângulos



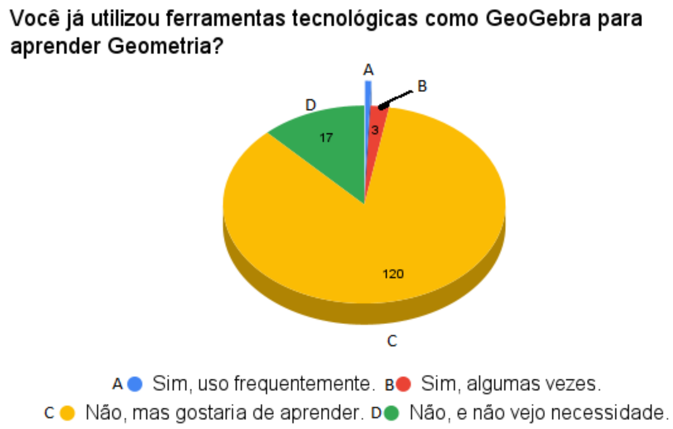
Fonte: Próprio autor (2025).

Gráfico 5 - Área e Perímetro



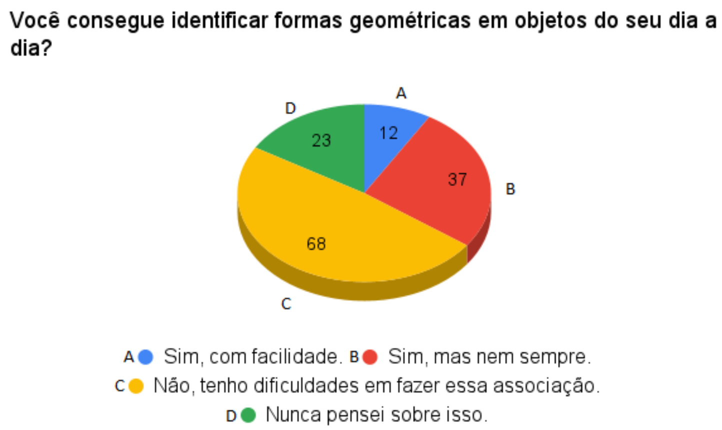
Fonte: Próprio autor (2025).

Gráfico 6 - Uso de Tecnologias



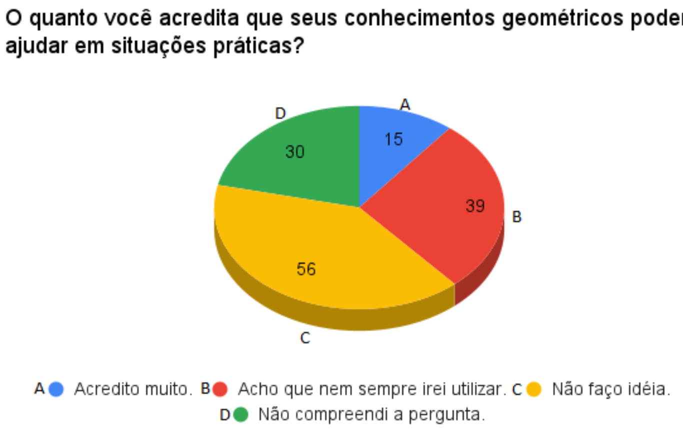
Fonte: Próprio autor (2025).

Gráfico 7 - Reconhecimento de Formas Geométricas



Fonte: Próprio autor (2025).

Gráfico 8 - Conhecimento Geométrico Contextualizado



Fonte: Próprio autor (2025).

Analisando os gráficos temos o ensino de Matemática e Geometria num cenário preocupante, evidenciado pela avaliação diagnóstica realizada com os 140 estudantes, na qual mais de 60% declararam não saber a utilidade dessas disciplinas.

Esse resultado reflete o despreparo ou descaso histórico com a abordagem prática e contextualizada desses conteúdos, frequentemente tratados de forma abstrata e desconectada da realidade dos estudantes. A falta de estratégias pedagógicas que integrem conceitos geométricos e matemáticos ao cotidiano dos estudantes contribui para o desinteresse e a percepção de inutilidade, agravando lacunas de aprendizagem que comprometem o desenvolvimento de habilidades essenciais. Uma mudança na prática de ensino que priorize metodologias ativas, como o método PBL, e o uso de tecnologias podem reverter essa situação e ressignificar a importância dessas áreas no ensino básico.

3.3.1 A Geometria nos Exames de Admissão ao Ensino Superior

Para fundamentar a escolha do tema deste trabalho foi realizada uma pesquisa detalhada para identificar quais conteúdos de Matemática estavam mais presentes nos exames de admissão ao ensino superior. Para isso, tomamos como referência dois exames de grande relevância: o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e o Programa de Ingresso Seletivo Misto (PISM). A escolha pelo PISM vem do fato de estar cursando o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), sendo relevante analisar os conteúdos exigidos para ingresso nesta instituição. Já o ENEM foi escolhido pela sua abrangência em nível nacional e por ser amplamente utilizado como critério de seleção por diversas universidades e instituições de ensino superior.

A pesquisa abrangeu os últimos 14 anos, compreendendo o período de 2011 a 2024. Durante esta análise minuciosa, foi constatado que cerca de 35% das questões de Matemática do ENEM abordavam conteúdo geométrico ou poderiam ser resolvidas utilizando conhecimentos relacionados à Geometria. Este dado chamou atenção e reforçou a importância da Geometria no contexto da Educação Matemática e na preparação para exames de seleção.

Com base nesta constatação, a pesquisa foi ampliada por meio da plataforma AIO (https://www.aio.com.br),(4), utilizando o número de registro do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Para tal, selecionamos aleatoriamente quatro escolas alocadas na Superintendência Regional de Ensino de Muriaé: três públicas e uma privada. Os resultados apontaram que os índices de erros nas questões de Geometria eram mais evidentes entre os estudantes das escolas públicas, em comparação com os resultados da escola privada. Muitas das questões em que os estudantes das escolas públicas apresentavam dificuldades estavam relacionadas às habilidades de Geometria da BNCC, que devem ser consolidadas até o final do Ensino Fundamental.

O levantamento das questões do ENEM foi realizado a partir dos cadernos de Matemática, do ano de 2011 ao ano de 2024, classificando-as por conteúdo. A classificação foi a seguinte:

- **Geometria**: aproximadamente 25% do total de questões;
- **Funções**: cerca de 17% do total de questões;
- **Aritmética**: em torno de 15% do total de questões;
- **Álgebra**: aproximadamente 14% do total de questões;
- **Estatística e Contagem**: cerca de 12% do total de questões;
- **Trigonometria**: em torno de 8% do total de questões;

- **Outros conteúdos**: aproximadamente de 9% do total de questões.

Cabe ressaltar que algumas questões de Trigonometria que não estavam diretamente relacionadas às funções trigonométricas, poderiam ser resolvidas com o uso de conhecimentos geométricos. Da mesma forma, algumas questões de Álgebra necessitavam de um entendimento geométrico para solucioná-las reforçando a importância da Geometria.

No caso do PISM, a presença de questões que exigem habilidades específicas em Geometria é ainda mais significativa. O acesso a essas questões foi atravéz do site https://www2.ufjf.br/copese. No período de 2016 a 2024, 32 das 81 questões discursivas, aproximadamente 38,3%, exigiam habilidades de Geometria. Quanto às questões objetivas, 46 das 135 analisadas, cerca de 34%, também envolviam conteúdo geométrico. Este percentual é referente ao total de questões dos cadernos Módulo I, Módulo II e Módulo III-Exatas.

Estes dados apontam que a Geometria tem um papel central na avaliação de Matemática do PISM. Sua presença constante indica a necessidade de um preparo sólido por parte dos candidatos.

Com base no exposto, é recomendável que os estudantes invistam tempo no estudo da Geometria, revisando provas anteriores e aprofundando-se nos conceitos fundamentais. O domínio desse campo pode aumentar significativamente as chances de um bom desempenho, garantindo um melhor aproveitamento da prova.

A relevância da Geometria não se limita apenas ao ENEM e ao PISM. É amplamente cobrada em vestibulares agendados de faculdades privadas. No entanto, essa análise não foi aprofundada, pois não era o foco deste estudo.

Os dados levantados nesta etapa do trabalho reforçam a importância de um ensino de Geometria que seja efetivo e acessível a todos os estudantes, independente da rede de ensino em que estejam inseridos. A deficiência no aprendizado desse conteúdo pode comprometer não apenas o desempenho dos estudantes em exames de seleção, mas também a formação de habilidades essenciais para o raciocínio lógico e a resolução de problemas.

Diante dessa problemática, a implementação do método PBL foi o próximo passo da pesquisa para resgatar o interesse pela Geometria e concretizar o aprendizado dos 47 estudantes que decidiram participar do projeto.

3.4 O MÉTODO PBL

O Método PBL (*Problem-Based Learning* ou Aprendizagem Baseada em Problemas) é uma abordagem pedagógica inovadora que tem ganhado destaque no ensino de diversas disciplinas, incluindo a Matemática de acordo com (Shahrill, M., 2017). Diferente do ensino tradicional, que muitas vezes prioriza a memorização de conteúdos e a resolução de exercícios mecânicos, o PBL incentiva os estudantes a resolverem problemas reais, promovendo o desenvolvimento de habilidades práticas e o aprendizado significativo.

No PBL, os estudantes são desafiados a trabalhar em projetos que envolvem questões complexas e interdisciplinares, relacionando o seu contexto de vida e os desafios do mundo moderno. Essa abordagem estimula a autonomia, a criatividade e o trabalho colaborativo, uma vez que eles precisam pesquisar, discutir e construir soluções em grupo.

Já no campo da Matemática, o PBL pode ser particularmente eficaz para abordar conteúdos abstratos da Geometria e da Trigonometria, conectando-os aos problemas do dia a dia. Por exemplo, em um projeto sobre sustentabilidade, os estudantes poderiam utilizar conceitos geométricos para calcular áreas e volumes de construções sustentáveis, ou aplicar conhecimentos de estatística para interpretar dados sobre consumo de energia.

Uma das grandes vantagens do PBL segundo (Farias, et al, 2018) é o foco no desenvolvimento de competências, que vai além do conteúdo matemático, como o pensamento crítico, a comunicação e a gestão de projetos.

Neste método o professor deixa de ser um mero transmissor de conhecimento para atuar como mediador e orientador, auxiliando os estudantes a explorarem suas próprias ideias e encontrarem soluções para os desafios propostos. Estudos feitos por (Shahrill, M., 2017) e (Farias, et al, 2018) mostraram que o PBL é capaz de aumentar o engajamento dos estudantes e melhorar sua aquisição de conhecimento, especialmente em temas considerados difíceis. Isso ocorre porque o aprendizado passa a fazer sentido ao ser aplicado em contextos reais e relevantes. Além disso, a abordagem contribui para uma maior integração entre as disciplinas, rompendo as barreiras artificiais que muitas vezes isolam os conteúdos escolares.

Outro aspecto relevante do PBL é sua capacidade de promover a inclusão. Por meio de projetos colaborativos, os estudantes com diferentes níveis de habilidades e experiências podem contribuir com perspectivas únicas, enriquecendo o aprendizado de todo o grupo. Além disso, o método oferece oportunidades para que os estudantes desenvolvam suas habilidades no próprio ritmo, ao mesmo tempo em que recebem suporte personalizado dos colegas e do professor.

Apesar de suas inúmeras vantagens, o PBL também apresenta desafios. Implementá-lo requer planejamento cuidadoso por parte dos professores, bem como suporte institucional, já que o desenvolvimento de projetos demanda tempo e recursos. Outro ponto importante é a necessidade de formação docente, para que os educadores se sintam confiantes em adotar metodologias mais dinâmicas e interativas.

Em resumo, o método PBL é uma ferramenta potencialmente transformadora para o ensino da Matemática, tornando-o mais conectado com a realidade dos estudantes e mais eficaz na promoção de habilidades essenciais para o século XXI. Sua aplicação na Geometria, em particular, pode ajudar a superar as dificuldades de aprendizado frequentemente observadas, ao tornar o conteúdo mais acessível e relevante para os estudantes.

3.5 IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO PBL

O método PBL foi iniciado com a proposta de um problema prático: os estudantes deveriam criar um croqui de uma planta baixa para um parque de exposições que ocorrem anualmente na cidade. A escolha desta atividade buscou aproximar o conteúdo geométrico da realidade dos estudantes, despertando o interesse por meio de uma aplicação prática e contextualizada.

Os recursos utilizados na prática do método PBL foram divididos em três categorias:

- **Recursos Digitais Gratuitos**: GeoGebra para auxiliar na confecção dos croquis e o Ginifab Scale Converter para conversão de escalas.
- **Material Concreto**: Figuras geométricas planas produzidas em MDF e a Régua Trigonométrica Tátil que foi criada e produzida no âmbito desta pesquisa com intuito de contemplar o processo de aprendizagem dos estudantes com ou sem deficiência visual.
- **Material de Desenho Geométrico**: Régua, esquadros, transferidor e compasso.

Os tópicos avaliados foram a organização dos grupos, os cálculos efetuados, a qualidade do croqui produzido e a apresentação oral do trabalho.

Os estudantes foram organizados em sete grupos, formados aleatoriamente, sendo seis grupos com sete estudantes e um grupo com cinco estudantes, cada qual orientado por um estudante monitor do ensino médio. Estes monitores foram responsáveis por mediar as discussões, auxiliar na elaboração dos projetos e apoiar nas pesquisas. O acompanhamento ocorreu em reuniões semanais realizadas na escola durante o contraturno para alinhamento das etapas, validação das pesquisas realizadas e esclarecimento de dúvidas.

3.5.1 Reuniões

As reuniões presenciais totalizaram quatro encontros e foram fundamentais para o progresso do projeto. Durante essas sessões, os grupos discutiram o processo de trabalho, selecionaram os representantes que fariam as apresentações e receberam suporte metodológico e assistência no uso do GeoGebra e do *Ginifab Scale Converter*. Além disso, os estudantes foram incentivados a explorar os aplicativos para auxiliar na criação dos croquis.

O método PBL foi estruturado com as seguintes etapas detalhadas nas próximas sessões: Proposta de um problema real, Relato da Atividade e *Feedback* dos Estudantes, Avaliação dos Croquis, Eficiência dos Trabalhos Apresentados e Autoavaliação e Avaliação por Pares. Esse modelo promoveu a integração entre teoria e prática, fomentando a autonomia dos estudantes.

3.5.2 Proposta de um problema real

Problema Proposto

A secretaria de cultura da cidade decidiu que a exposição anual da EXPOAGRO Mirai-MG 2024 seria em um terreno retangular. Eles precisam da sua ajuda para planejar a disposição e montagem das estruturas e dos elementos durante a exposição, como áreas comuns ao público, área do rodeio, local dos shows e a área na qual será montado o parque de diversões.

Descrição do Problema

Você e seu grupo foram contratados como arquitetos para projetar o *layout* do parque em um terreno retangular de 600 metros de comprimento por 400 metros de largura. O projeto precisa incluir.

1. Um palco para o show em forma de trapézio ao longo de um dos lados do terreno;
2. Uma área em formato de triângulo para montagem do parque de dirversões em uma das extremidades (vértice) do terreno;
3. Uma área comum para montagem das barracas e passagem do público no formato de um retângulo considerando o perímetro com exatamente 412 metros;
4. Uma área onde será montado o rodeio no centro do parque, em formato de círculo.

Desafios

1. **Calcular as áreas** Vocês devem calcular as áreas de cada uma dessas figuras geométricas e garantir que o total de áreas não ultrapasse 75% da área total do terreno;

2. **Distribuição inteligente** A disposição dos elementos deve ser feita de forma inteligente, respeitando os limites do terreno e criando um espaço agradável para os visitantes;

3. **Justificar as escolhas geométricas** Explique por qual motivo escolheram a localização das formas geométricas para cada parte do parque;

4. **Escala do desenho** Vocês devem representar o projeto do parque em uma escala de 1:1000.

Tarefas

1. **Desenho do projeto** Crie um desenho detalhado do parque, mostrando todas as figuras geométricas (trapézio, triângulo, retângulo, círculo) no *layout* do terreno;

2. **Cálculo das áreas** Use as fórmulas adequadas para calcular as áreas das diferentes partes (trapézio, triângulo, retângulo, círculo);

3. **Relatório** Elabore um relatório explicando os cálculos feitos e a lógica usada na distribuição dos espaços;

4. **Apresentação** Prepare uma apresentação para a classe, mostrando como o projeto foi elaborado e explicando os conceitos geométricos aplicados.

Fórmulas que podem ser usadas

- **Área do trapézio:** $A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$
- **Área do triângulo:** $A = \frac{b\cdot h}{2}$
- **Área do retângulo:** $A = b \cdot h$
- **Área do círculo:** $A = \pi \cdot r^2$

Onde B = base maior; b = base menor; h = altura; π é aproximadamente 3,14 ; r = raio do círculo.

3.5.3 Relato da Atividade e Feedback dos Estudantes

Após a apresentação das atividades do projeto, os estudantes demonstraram engajamento surpreendente. Divididos em sete grupos, se dedicaram a criar croquis detalhados, respeitando proporções reais e aplicando relações geométricas aprendidas em aula. A experiência trouxe à tona criatividade, colaboração e uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos envolvidos.

Um momento interessante foi quando um estudante, ao revisar a escala sugerida para o trabalho de 1:10.000, apontou

"Professor, essa escala não dá certo para o tamanho da cartolina. A gente deveria usar 1:1.000 para aproveitar melhor o papel e conseguir mostrar os detalhes!"

A argumentação do estudante foi coerente e a mudança foi aceita. Essa iniciativa não apenas demonstrou o olhar crítico do estudante, mas também envolveu toda a turma em um diálogo produtivo sobre escalas e proporções.

Durante o desenvolvimento do projeto, os estudantes utilizaram ferramentas digitais. Alguns grupos usaram o GeoGebra para trabalhar com diagonais do retângulo, ângulos, perímetros e a áreas e assim verificar as medidas. Segundo uma estudante

"O GeoGebra ajudou muito! A gente conseguiu ajustar as figuras para que os ângulos e as proporções ficassem certinhos."

Outros usaram o Ginifab Scale Converter para conferir as conversões de escala. Nas palavras de outro estudante

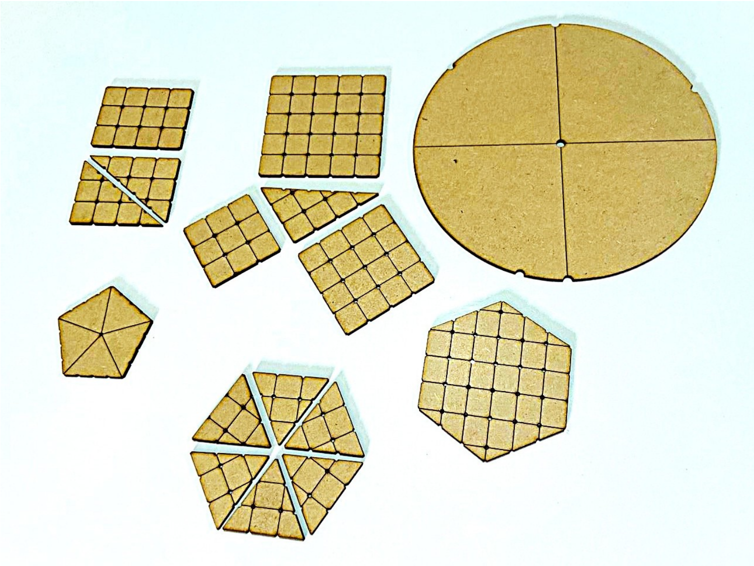
"Com o site, ficou fácil converter as medidas do parque real para a cartolina. Isso agilizou muito nosso trabalho!"

Durante a prática foi notável a colaboração mútua. Diante da dificuldade de um grupo o outro se prontificava a ajudar e compartilhar o conhecimento que foi adquirido.

Além disso, trazemos na Figura 2.4, um registro dos materiais concretos confeccionados especificamente para serem utilizados no projeto. Os estudantes destacaram como estes recursos facilitaram a visualização dos conceitos.

> “O tato, por exemplo, é muito importante e frequentemente trabalhado em materiais didáticos destinados a estudantes cegos, proporcionando acesso a informações que normalmente são percebidas visualmente. No entanto, também são eficientes no ensino daqueles que enxergam, pois, ao tocarem o material, as pessoas irão percebê-los com outros sentidos e acionar outras regiões do cérebro, que deixarão lembranças.”(Perovano e Melo, 2020 2ªed, pag 29) (5)

Figura 2.4 - Material em MDF utilizado no projeto



Fonte: Próprio autor (2025).

A elaboração do projeto geométrico do parque para a EXPOAGRO Mirai-MG 2024 proporcionou aos estudantes uma oportunidade significativa de aplicar, de forma prática e contextualizada, diversos conceitos da Geometria Plana. A proposta, inserida na abordagem do Projeto PBL, desafiou os alunos a atuarem como arquitetos responsáveis pela organização de um espaço real, exigindo não apenas criatividade, mas também rigor matemático na distribuição das áreas dentro de um terreno retangular de 600 metros de comprimento por 400 metros de largura.

Durante a construção do croqui do parque, os estudantes mobilizaram conceitos fundamentais como porcentagem, perímetro e área, essenciais para dimensionar e limitar adequadamente os espaços destinados a cada setor da exposição. O cálculo do perímetro foi particularmente explorado na delimitação da área comum destinada à circulação do público e montagem das barracas, que deveria respeitar a condição de possuir exatamente 412 metros de perímetro. Já a noção de área foi amplamente utilizada no dimensionamento das diferentes regiões do parque, como o palco em forma de trapézio, o parque de diversões em formato triangular e a arena do rodeio disposta centralmente como um círculo. A limitação imposta pelo problema, de que a soma dessas áreas ocupadas não ultrapassasse 75% da área total do terreno, reforçou a necessidade de precisão nos cálculos e na tomada de decisões espaciais.

Além disso, os estudantes exploraram propriedades dos ângulos internos e externos de um polígono ao organizar as formas no espaço, refletiram sobre as relações entre ângulos e proporcionalidade, especialmente ao trabalhar com figuras semelhantes e ajustar as dimensões segundo a escala de 1:1000. Essa conversão entre o modelo reduzido e a dimensão real exigiu a compreensão e aplicação de proporções corretas, promovendo um vínculo direto entre o conhecimento geométrico e sua utilidade no mundo físico. Nesse contexto, além de explorar a proporção proposta pela semelhança de triângulos o estudante pode rever a aplicação do teorema de Talles quando redimensionou proporcionalmente os lados do triângulo no terreno com os lados do triângulo no croqui.

Também foram evidenciadas noções de simetria, tanto axial quanto rotacional, aplicadas com o intuito de equilibrar estética e funcionalidade na distribuição dos espaços. Elementos como o palco e as áreas de lazer foram organizados levando em conta eixos de simetria ou pontos centrais de rotação, o que contribuiu para a harmonia visual e a fluidez do ambiente projetado. A disposição do círculo que representa o rodeio no centro do terreno permitiu ao estudante compreender a rotação da figura com efeito de dispor a entrada do rodeio de acordo com o local que facilitaria melhor a passagem e acesso dos visitantes.

Dessa forma, a atividade proporcionou uma rica vivência interdisciplinar, em que os estudantes não apenas revisaram conceitos matemáticos, mas os colocaram em ação para resolver um problema real e significativo. A construção do croqui do parque, mais do que um exercício técnico, transformou-se em uma experiência de planejamento, argumentação e tomada de decisão, consolidando a Geometria Plana como ferramenta essencial para o entendimento e transformação do espaço.

Essa abordagem está alinhada com a BNCC, que defende o uso de situações-problema para desenvolver o raciocínio geométrico dos estudantes, incentivando a aplicação prática do conhecimento matemático.

> O conhecimento matemático é necessário para todos os estudantes da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos.(Base Nacional Comum Curricular, 2023, p. 265)

A atividade aplicou conceitos abstratos em práticas concretas. No início, muitos estudantes relataram dificuldades na compreensão de ângulos, proporções e escalas por exemplo. Contudo, a proposta pedagógica, baseada na construção de croquis e na resolução de desafios concretos, permitiu uma ressignificação desses conteúdos. Essa vivência proporcionou aprendizagem significativa, pois os alunos se apropriaram do conhecimento ao aplicá-lo em contextos reais e colaborativos. Segundo um estudante

"Antes parecia impossível entender por que os ângulos eram tão importantes. Agora eu vejo que eles são tudo para deixar o parque organizado e bonito."

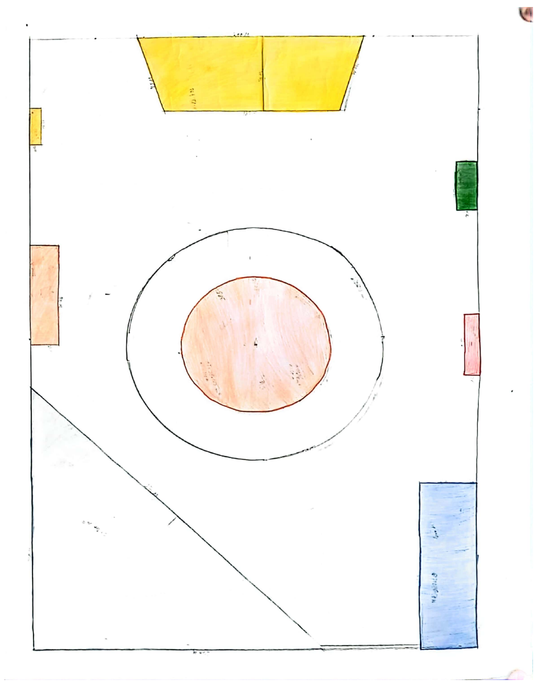
O uso de material concreto ressignificou o ensino para estes estudantes.

No fim, os trabalhos superaram as expectativas. Os croquis foram apresentados com entusiasmo, e cada grupo justificou as escolhas feitas, evidenciando domínio do conteúdo e sua aplicação. A metodologia PBL revelou-se uma estratégia poderosa, conectando teoria e realidade, proporcionando uma experiência rica e envolvente para os estudantes.

3.5.4 Avaliação dos Croquis

De um modo geral, os croquis revelaram um esforço inicial bastante promissor, considerando que esta foi a primeira experiência de muitos com este tipo de atividade. O croqui tinha como objetivo principal introduzir os conceitos de espaço, forma, perímetro e área de figuras geométricas planas e contribuir com a compreensão sobre as construções geométricas com régua, esquadros, transferidor e compasso. Nesse sentido, grande parte dos grupos conseguiu captar a essência da tarefa e apresentar representações satisfatórias.

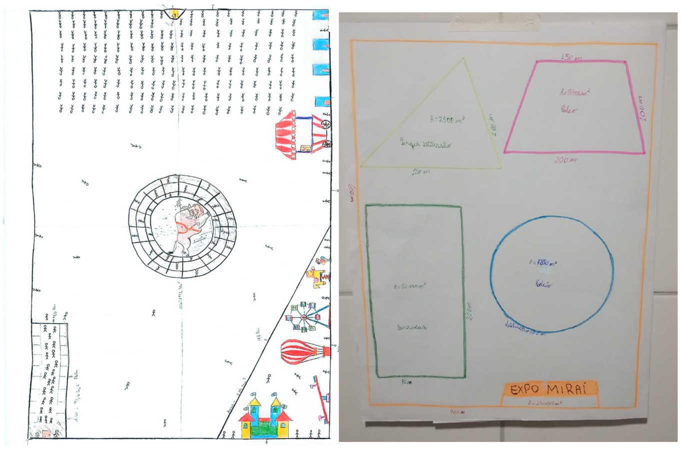
Figura 2.5 - Croqui do Grupo 1



Fonte: Próprio autor (2025).

Entretanto, foi possível observar que alguns grupos não utilizaram adequadamente a régua, os esquadros, o transferidor e o compasso na construção das figuras geométricas. Essa circunstância resultou em linhas menos precisas, ângulos que não correspondem às medidas esperadas e, em alguns casos, na dificuldade de reconhecer as propriedades fundamentais dos quadriláteros e triângulos, por exemplo.

Figura 2.6 - Croqui do Grupo 2 e 3



Fonte: Próprio autor (2025).

É importante ressaltar que a intenção desta avaliação não é desvalorizar o trabalho apresentado, mas oferecer direcionamentos para que os estudantes possam aprimorar suas habilidades. Como se tratava de um primeiro contato, a cobrança em relação à exatidão e à perfeição dos traços não teve tanto peso. Afinal, o objetivo central foi alcançado: fomentar o interesse pelos conceitos geométricos e instigar os estudantes a pensar sobre as formas geométricas e suas características.

Portanto, foi fundamental estimular o uso adequado do material de desenho geométrico, uma vez que essa prática em desenho contribui fortemente para o entendimento das propriedades geométricas. Além disso, o uso desse material é uma oportunidade para que os estudantes desenvolvam certas habilidades sobre desenho geométrico, o que é essencial na transição entre a representação artística e a aplicação técnica de conceitos.

3.5.5 Da Eficiência dos Trabalhos Apresentados

Os trabalhos foram apresentados tanto em formato escrito quanto em formato audiovisual. Os formatos escritos, encontrados no Anexo A, revelaram importantes aspectos relacionados ao processo de aprendizagem. Os trabalhos foram avaliados sob duas perspectivas a aplicação dos conceitos matemáticos e geométricos e a clareza na comunicação das ideias.

No trabalho escrito, os estudantes demonstraram um domínio consistente das fórmulas para os cálculos de áreas e perímetros, como observado nos casos das áreas e perímetros do trapézio, triângulo, retângulo e círculo. A apresentação dos cálculos seguiu uma estrutura lógica, com as fórmulas devidamente justificadas antes de serem aplicadas.

Em particular, o relatório do grupo 1 destacou desafios enfrentados pela equipe, como a necessidade de ajustar a escala inicial para melhor adequar o desenho ao espaço disponível na cartolina. A decisão de adotar uma nova escala, 1:1.000, demonstra a capacidade de resolver problemas, mas também evidencia a importância de planejar a compatibilidade entre as orientações teóricas e os recursos disponíveis.

A proposta foi que os trabalhos no formato audiovisual complementariam os trabalhos escritos, permitindo aos estudantes apresentarem o embasamento para as decisões dos grupos e seus cálculos. Este formato destacou habilidades comunicativas importantes, como a explicação sobre a mudança de escala e a justificativa para incluir elementos adicionais no projeto, como arquibancadas e banheiros. Apesar de não estarem explicitamente requeridos na proposta, esses acréscimos mostram a capacidade dos estudantes de interpretar as instruções de forma criativa, pensando em soluções que melhorariam o projeto.

Ainda assim, alguns pontos poderiam ser aprimorados. As apresentações em vídeo careceram de maior detalhamento em certos cálculos. Além disso, a conexão entre os dois formatos (escrito e audiovisual) poderia ser mais harmônica, de modo que as informações fossem complementares e não apenas repetitivas.

É importante destacar que, o empenho em aplicar os conceitos teóricos na prática e em apresentar soluções criativas merece reconhecimento. A evolução observada ao longo do processo evidencia o potencial de aprendizado e a capacidade de adaptação dos estudantes.

Em síntese, os trabalhos apresentados evidenciaram tanto pontos fortes quanto habilidades a serem desenvolvidas. O uso consistente de fórmulas e a justificativa clara das escolhas geométricas são aspectos positivos que demonstram a compreensão do uso da matemática na prática contextualizada. Para atividades futuras, cabe pensar em diferentes formatos de apresentação e soluções mais detalhadas. Assim, será possível alcançar um nível de eficiência ainda mais elevado, aliando técnica e criatividade.

3.5.6 Autoavaliação e Avaliação dos Pares

A autoavaliação e a avaliação dos pares permitiram aos estudantes refletirem sobre seu desempenho individual e o desempenho coletivo, promovendo um olhar crítico acerca do processo de aprendizagem e das habilidades desenvolvidas durante a atividade.

Na autoavaliação, cada estudante foi incentivado a refletir sobre sua contribuição para o grupo, seu engajamento nas tarefas, sua habilidade de resolver problemas e sua postura diante dos desafios encontrados. Esta etapa revelou como os estudantes se perceberam no processo, destacando suas habilidades e identificando pontos a serem melhorados. Muitos estudantes relataram que, no início, tiveram dificuldades na aplicação das fórmulas de perímetro e área e na organização do croqui. Porém reconheceram que, com o tempo, conseguiram aprender graças ao trabalho colaborativo e ao apoio mútuo no grupo. A autoavaliação também destacou o desenvolvimento de competências transversais, como a comunicação, a liderança e a capacidade de adaptação frente a mudanças, como a necessidade de ajustar a escala inicial para uma escala mais adequada.

Já a avaliação dos pares possibilitou que os estudantes observassem e analisassem o desempenho dos colegas no grupo, promovendo um senso de responsabilidade compartilhada. Durante essa avaliação, critérios como participação ativa, cumprimento de prazos, qualidade das contribuições e habilidade de trabalhar em equipe foram levados em consideração. Um aspecto notável foi como os estudantes demonstraram respeito e empatia ao avaliar os colegas, reconhecendo esforços e sugerindo melhorias de maneira construtiva. Comentários positivos sobre o empenho de alguns membros em liderar atividades, propor soluções criativas e apoiar colegas que enfrentavam dificuldades foram recorrentes, destacando o impacto da colaboração no êxito do projeto.

Um ponto especialmente enriquecedor foi o diálogo gerado a partir da avaliação dos pares. Por exemplo, durante as discussões sobre a divisão de tarefas e o uso das ferramentas digitais, alguns estudantes apontaram a necessidade de maior organização e divisão de responsabilidades no grupo. Este *feedback* foi essencial para melhorar o trabalho em equipe e otimizar o tempo, já que, em grupos onde a comunicação inicial foi mais limitada, observou-se um impacto na qualidade do croqui e no cumprimento dos prazos.

A autoavaliação e a avaliação dos pares também ajudaram os estudantes a compreender o valor da interdependência no trabalho em grupo. Muitos destacaram que, mesmo que tivessem habilidades individuais, o trabalho coletivo proporcionou soluções mais completas e criativas para o problema proposto. Essa percepção foi evidente na análise dos croquis finais, onde as ideias combinadas resultaram em *layouts* bem estruturados e inovadores.

Outro aspecto relevante foi o aprendizado decorrente do *feedback* recebido. Estudantes que inicialmente se sentiam inseguros com cálculos que envolvem conceitos geométricos ou com apresentações orais relataram que as avaliações dos colegas os encorajaram a se desafiar mais e a participar ativamente. A avaliação dos pares também destacou como o trabalho dos tutores do ensino médio influenciou positivamente o desempenho dos grupos, sendo reconhecidos pela capacidade de mediar conflitos e oferecer orientações claras.

Em geral, a autoavaliação e a avaliação dos pares foram ferramentas importantes para o sucesso do projeto, não apenas proporcionando uma visão mais ampla do aprendizado, mas também fortalecendo habilidades socioemocionais, como empatia, autoconfiança e trabalho em equipe.

3.6 AVALIAÇÃO FORMATIVA

Após a conclusão do trabalho, foi realizada uma avaliação com o objetivo de verificar o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao ensino de Geometria no Ensino Fundamental, conforme proposto pela (BNCC). Esta avaliação contou com a participação de 67 estudantes, dentre os quais 41 estudantes participaram do projeto PBL e 26 não participaram. A participação foi voluntária, sendo assegurada a autorização do professor regente de cada turma para a realização do teste.

Os 67 estudantes que realizaram a avaliação pertenciam às turmas do oitavo e nono anos do Ensino Fundamental, os participantes foram incentivados com um prêmio destinado àqueles que realizassem a avaliação da melhor maneira possível, buscando engajá-los e motivá-los a demonstrar suas habilidades e conhecimentos em Geometria.

A avaliação teve uma duração total de 2 horas e foi planejada para abranger diferentes habilidades relacionadas à Geometria.

A elaboração da avaliação seguiu critérios rigorosos para garantir a imparcialidade e a relevância dos resultados. O grupo de estudantes que participou do projeto PBL pôde demonstrar o impacto direto da metodologia na construção do conhecimento geométrico, enquanto o grupo que não participou permitiu estabelecer um parâmetro comparativo. Esta análise comparativa teve como propósito avaliar a efetividade do uso do PBL no ensino de Geometria e identificar possíveis lacunas ou avanços no aprendizado dos estudantes.

Os resultados obtidos servirão como base para futuras intervenções pedagógicas, contribuindo para o aprimoramento de práticas de ensino e a promoção de metodologias ativas em sala de aula. Dessa forma, o processo avaliativo não apenas mensurou o desempenho dos estudantes, mas também proporcionou um panorama sobre o impacto do uso de método PBL no ensino de Geometria, reafirmando a importância de estratégias que envolvam os estudantes de maneira prática e significativa.

3.6.1 Da Avaliação

A avaliação formativa foi baseada nos livros de Matemática do 8º e 9º ano do ensino fundamental A Conquista da Matemática (6) e Superação Matemática (7) adotados pela instituição de ensino na qual foi aplicado o projeto PBL. A escolha das atividades relacionadas com o livro foi para manter uma avaliação imparcial permitindo que nenhum estudante, participante ou não do projeto, fosse benificiado influenciando os resultados. Dois docentes da instituição auxiliaram na elaboração das questões e na aplicação que ocorreu no mesmo dia para todos os discentes.

Seção 1: Propriedades de Quadriláteros e Triângulos Congruentes

1. (EF08MA14) Apresente um paralelogramo dividido em dois triângulos por uma diagonal. **Questão:** Identifique duas propriedades do paralelogramo que podem ser verificadas pela congruência desses triângulos. Justifique sua resposta utilizando os critérios de congruência.

Seção 2: Construções Geométricas

1. (EF08MA15) **Atividade Prática:** Utilize régua, compasso para construir:
   - Um ângulo de 90°.
   - Um quadrado.
2. (EF08MA16) **Questão:** Descreva, com suas palavras, o passo a passo para construir um quadrado de qualquer área usando régua e compasso.

Seção 3: Mediatriz e Bissetriz

1. (EF08MA17) **Problema:** Um arquiteto deseja posicionar uma estátua de forma equidistante de dois pontos, que representam lagos em um mapa. Utilize o conceito de mediatriz para determinar onde a estátua deve ser colocada.

Seção 4: Transformações Geométricas

1. (EF08MA18) **Atividade Prática:**
   - Construa uma figura geométrica simples (um triângulo, por exemplo).
   - Realize as seguintes transformações e represente cada etapa: translação, rotação de 90°.

Seção 5: Medidas de Áreas e Volumes

1. (EF08MA19) **Problema:** Uma praça retangular mede 30m por 20m. No centro da praça, há um círculo que indica uma fonte com 10m de raio. Qual é a área restante para paisagismo?
2. (EF08MA21) **Problema:** Um tanque de água tem formato de bloco retangular, com 2m de comprimento, 1,5m de largura e 1,2m de altura. Qual é o volume de água que o tanque comporta?

Seção 6: Ângulos e Circunferências

1. (EF09MA10) **Questão:** Identifique os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal e determine quais são congruentes.

2. (EF09MA11) **Atividade Prática:** Usando um compasso, desenhe uma circunferência, marque um ângulo central e um ângulo inscrito no mesmo arco. Relacione suas medidas.

Seção 7: Semelhança e Relações Métricas

1. (EF09MA12) **Questão:** Liste as condições necessárias para que dois triângulos sejam semelhantes. Dê um exemplo prático.

2. (EF09MA13) **Problema:** Mostre, por meio da semelhança de triângulos, a validade do teorema de Pitágoras.

Seção 8: Coordenadas e Distâncias

1. (EF09MA16) **Questão:** Dadas as coordenadas dos pontos A(1,2) e B(4,6):

   - Determine o ponto médio do segmento AB.
   - Estime a distância entre os dois pontos sem usar fórmulas prontas.

Seção 9: Medidas e Escalas

1. (EF09MA18) **Questão:** Explique a diferença entre medidas expressas em quilômetros e em metros. Dê exemplos de situações em que cada unidade é mais apropriada.

2. (EF09MA19) **Problema:** Um cilindro reto tem altura de 10cm e raio da base de 5cm. Qual é o seu volume?

3.6.2 Dos Resultados dos Participantes do projeto PBL

A participação dos estudantes envolvidos no projeto PBL foi notável em diversas seções.

1. **Seção 1** Propriedades de Quadriláteros e Triângulos Congruentes.

   37 estudantes demonstraram domínio do conteúdo.

2. **Seção 2** Construções Geométricas.

   29 estudantes realizaram as tarefas corretamente.

3. **Seção 3** Mediatriz e Bissetriz.

   Aproveitamento total, todos os 41 estudantes mostraram excelente desempenho.

4. **Seção 4** Transformações Geométricas.

   Houve bom aproveitamento de 19 estudantes, sugerindo que este é um tema a ser reforçado.

5. **Seção 5** Medidas de Áreas e Volumes.

   Contou com 28 estudantes com bom desempenho.

6. **Seção 6** Ângulos e Circunferências.

   38 estudantes realizaram as tarefas corretamente.

7. **Seção 7** Semelhança e Relações Métricas.

   32 estudantes demonstraram compreensão satisfatória.

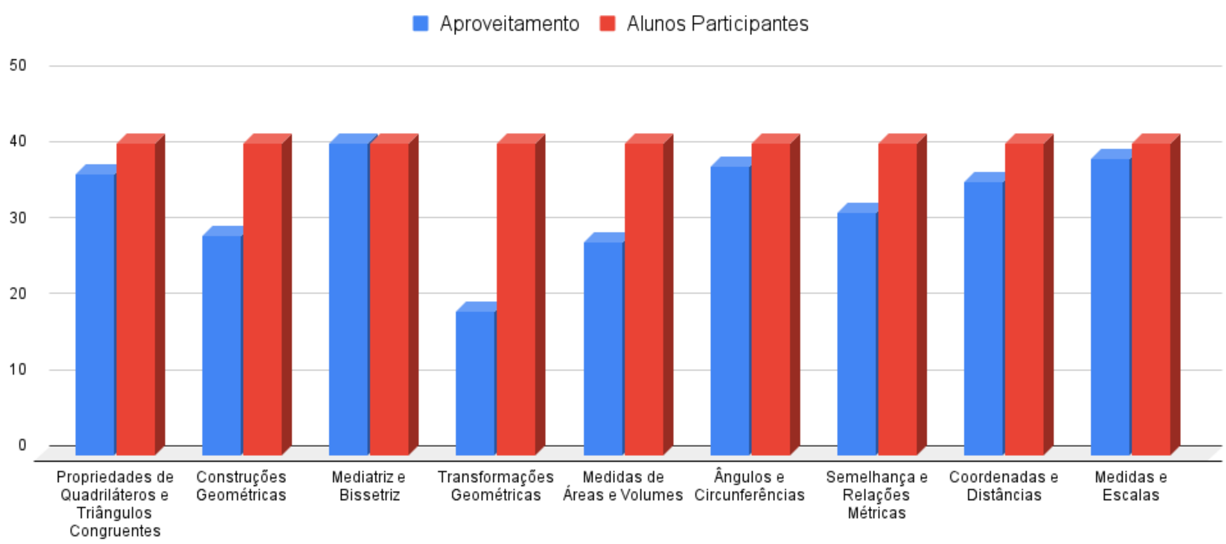
8. **Seção 8** Coordenadas e Distâncias.

   Contou 36 estudantes com bom desempenho.

9. **Seção 9** Medidas e Escalas.

   Teve 39 estudantes que resolveram os problemas com competência.

Gráfico 9 - Participantes do Projeto PBL



Fonte: Próprio autor (2025).

3.6.3 Dos Resultados dos não Participantes do projeto PBL

O desempenho dos 26 estudantes do 9º ano, que não participaram do Projeto PBL, revela desafios significativos no ensino da Geometria. Apesar de apresentarem melhores resultados em algumas seções, a maioria ficou com rendimento abaixo do esperado, destacando fragilidades no conhecimento geométrico.

1. **Seção 1** Propriedades de Quadriláteros e Triângulos Congruentes.

   Apenas 8 estudantes demonstraram domínio do conteúdo, indicando que muitos não conseguem identificar ou aplicar propriedades de quadriláteros e casos de congruência. Entre as falhas recorrentes destacou-se a correspondência entre os lados congruentes e a verificação da congruência.

2. **Seção 2** Construções Geométricas.

   Somente 4 estudantes realizaram as tarefas propostas. A maior dificuldade esteve na construção de figuras básicas com régua e compasso.

3. **Seção 3** Mediatriz e Bissetriz.

   Com apenas 7 estudantes atingindo os objetivos, foi evidente e recorrente a dificuldade em entender a definição e aplicação prática de mediatriz e bissetriz, especialmente na localização de pontos notáveis em triângulos.

4. **Seção 4** Transformações Geométricas.

   Somente 1 estudante demonstrou domínio. Muitos apresentaram falhas na compreensão de rotações e translações.

5. **Seção 5** Medidas de Áreas e Volumes.

   Apesar de 9 estudantes apresentarem bom desempenho, os demais mostraram dificuldade em aplicar fórmulas de áreas e volumes, especialmente em situações que exigem conversão de unidades.

6. **Seção 6** Ângulos e Circunferências.

   Apenas 2 estudantes fizeram o exercício adequadamente. Foi predominante a dificuldade em identificar ângulos inscritos e centrais, além de dificuldades na relação entre arco e ângulo.

7. **Seção 7** Semelhança e Relações Métricas.

   Muitos falharam em identificar figuras semelhantes e aplicar teoremas como o de Tales e Pitágoras de forma prática. Somente 4 estudantes tiveram resultado satisfatório.

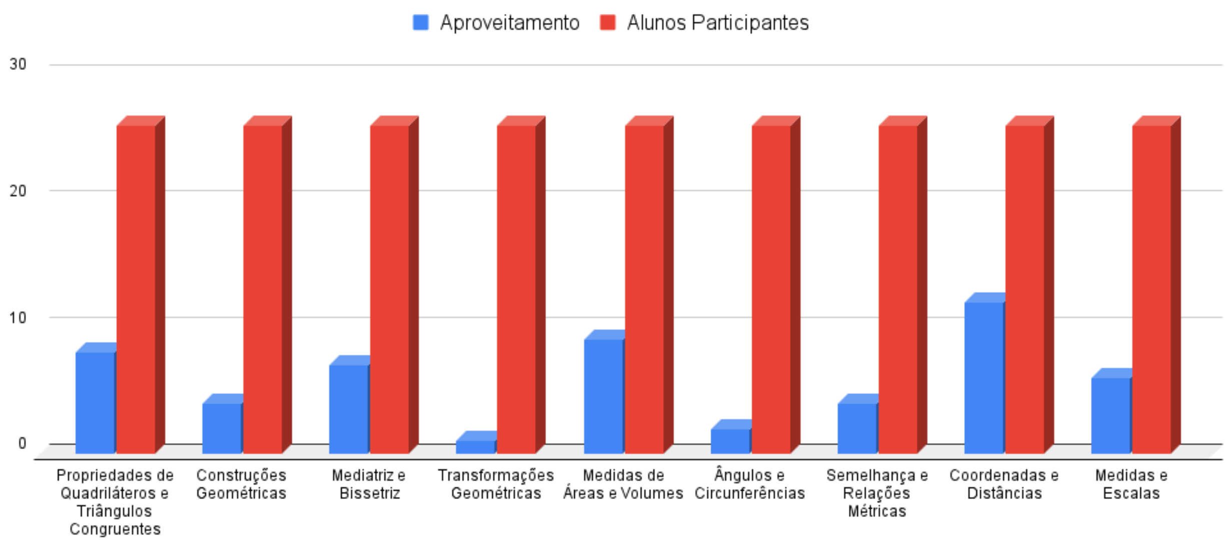
8. **Seção 8** Coordenadas e Distâncias.

   O melhor desempenho foi nesta seção, com 12 estudantes demonstrando domínio. Contudo, os demais apresentaram dificuldades em calcular distâncias no plano cartesiano e trabalhar com pares ordenados.

9. **Seção 9** Medidas e Escalas.

   Seis estudantes resolveram os problemas com competência. Os demais mostraram falhas em aplicar proporcionalidade e converter escalas em problemas reais e de aplicar fórmulas de áreas e volumes.

Gráfico 10 - Não Participantes do Projeto PBL



Fonte: Próprio autor (2025).

Por fim, outra professora de matemática da escola destacou o entusiasmo dos estudantes durante a realização das tarefas e lamentou profundamente o fato de mais estudantes não terem participado do projeto, que teve um impacto positivo na relação dos estudantes com a Geometria.

O uso do PBL no ensino de Geometria se mostrou uma estratégia eficaz para engajar os estudantes, promover a compreensão prática dos conceitos e desenvolver habilidades essenciais para o século XXI. Este projeto, ao integrar teoria, prática e criatividade em um desafio significativo, exemplifica como a educação pode ser transformadora quando coloca os estudantes no centro do processo de aprendizado.

4 CONCLUSÃO

A implementação do método PBL (Problem-Based Learning) no ensino da Geometria, revelou-se um processo desafiador, porém altamente eficaz. Ao longo do desenvolvimento deste projeto, ficou evidente que, embora a abordagem demande um tempo considerável para planejamento, execução e avaliação, os resultados obtidos comprovam que o investimento de tempo é justificado pelos benefícios no aprendizado dos estudantes.

Trabalhar com as turmas de 8º e 9º anos representou não apenas uma nova etapa na minha trajetória profissional, mas também a oportunidade de colocar em prática os conhecimentos adquiridos durante o período em que cursei o PROFMAT. A parceria com a supervisão da escola foi fundamental para o sucesso na implementação do PBL, possibilitando uma abordagem colaborativa e alinhada às diretrizes da BNCC.

Desde o início, o projeto foi pautado na ideia de que a Matemática, quando contextualizada e relacionada a problemas do cotidiano, se torna mais atrativa e significativa para os estudantes. Os dados obtidos na avaliação diagnóstica reforçaram a necessidade de uma intervenção pedagógica que rompesse com o ensino tradicional, caracterizado pela memorização mecânica de fórmulas e procedimentos. A proposta de utilizar o PBL como metodologia ativa partiu da constatação de que a aprendizagem significativa ocorre quando o estudante se torna protagonista na construção do próprio conhecimento.

Durante o processo, a organização em grupos e a escolha de problemas que envolvessem o planejamento de um parque de exposições permitiram que os estudantes aplicassem conceitos geométricos em situações práticas, como o cálculo de áreas e perímetros. A utilização de ferramentas tecnológicas, como o GeoGebra, e de materiais concretos, como a Régua Trigonométrica Tátil desenvolvida no âmbito deste trabalho, contribuiu para a visualização e compreensão dos conceitos abordados.

A avaliação formativa revelou um impacto significativo no desenvolvimento das habilidades matemáticas dos estudantes que participaram do projeto, em comparação com aqueles que não participaram. O engajamento, a criatividade e a capacidade de trabalhar em equipe foram aspectos destacados por todos os envolvidos, evidenciando que o método PBL vai além da simples aquisição de conteúdos, promovendo também o desenvolvimento de competências socioemocionais essenciais para o século XXI.

Apesar dos desafios enfrentados, como a necessidade de maior planejamento e a resistência inicial de alguns estudantes, a experiência mostrou que o método PBL é uma estratégia capaz de transformar a relação dos estudantes com a Matemática. O processo, embora mais demorado, permite a consolidação do conhecimento, estimulando a autonomia, o pensamento crítico e a colaboração.

A implementação do método PBL também trouxe reflexões importantes sobre a prática docente. Assumir o papel de mediador e orientador, em vez de mero transmissor de conhecimento, exigiu uma mudança na postura pedagógica e na forma de interagir com os estudantes. Esse desafio se mostrou extremamente enriquecedor, pois proporcionou um aprendizado mútuo e fortaleceu o vínculo entre professor e estudantes.

Ao final deste percurso, concluo que a utilização do método PBL representa um caminho promissor para a ressignificação do ensino da Matemática, especialmente no contexto da Geometria. A parceria com a supervisão da escola, o apoio da comunidade escolar e o comprometimento dos estudantes foram fatores determinantes para o sucesso do projeto. Os resultados obtidos reforçam a importância de investir em metodologias ativas que colocam o estudante como protagonista do próprio aprendizado.

A experiência adquirida durante o mestrado no PROFMAT foi essencial para a implementação do projeto, permitindo que os conhecimentos teóricos fossem aplicados na prática, com impacto direto na formação dos estudantes. As habilidades desenvolvidas ao longo do curso, como a elaboração de recursos didáticos e a utilização de ferramentas tecnológicas, contribuíram para a construção de uma prática pedagógica mais dinâmica e inovadora.

Dessa forma, este trabalho não apenas apresenta uma proposta metodológica para o ensino da Geometria, mas também evidencia o potencial transformador da educação quando pautada em princípios de autonomia, colaboração e aprendizagem significativa. O processo de implementação do método PBL mostrou que é possível promover uma aprendizagem que prepara os estudantes não apenas para os desafios acadêmicos, mas também para a vida em sociedade.

Ao encerrar esta etapa, reafirmo meu compromisso em continuar aprimorando minha prática docente, sempre em busca de metodologias que tornem o ensino da Matemática mais acessível, atrativo e significativo para todos os estudantes. A jornada iniciada com este projeto é apenas o começo de um caminho que vislumbra uma educação mais humanizada, inclusiva e transformadora.

REFERÊNCIAS

1 BRASIL (BNCC). Base Nacional Comum Curricular. Versão final Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br Acesso: 24 outubro. 2024.

2 FARIAS, Geovanni Ferreira de; et al. **Moodle como ferramenta de suporte a PBL em rede**: Uma revisão sistemática. In: TEIXEIRA, Clarissa Stefani; SOUZA, Márcio Vieira. Educação fora da caixa: Tendências Internacionais e Perspectivas sobre a Inovação na Educação. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2018, v.4, P. 171-186.

3 SHAHRILL, Dra. Masitah. Implementation of problem-based learning in geometry lessons. **SNSH Ahamad et al 2017 J. Phys.: Conf. Ser. 943 012008 DOI 10.1088/1742-6596/943/1/012008**, Yogyakarta, Indonésia, 2017.

4 PRADO, Matheus; VASCONCELOS, Murilo; VIVAS, Paulo. "Análise da Evolução e Disparidades nas Notas do ENEM". **www.aio.com.br/enemporescola**, Consultado em novembro de 2024.

5 PEROVANO, L. P.; MELO, D. C. F. *Práticas Inclusivas: Saberes, estratégias e recursos didáticos.* 2ª ed. Encontrografia, 2020.

6 CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI, Jose Ruy; GIOVANNI JR., José Ruy. A Conquista da Matemática. 3.ed.São Paulo: FTD, 2015 (6º ao 9º ano)

7 TEIXEIRA, Lilian Aparecida; Et.Al. Superação Matemática: 8º e 9º ano – Ensino Fundamental. 1ª. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

8 TEIXEIRA, Lilian Aparecida; Et.Al. Superação Matemática – 9º ano: Ensino Fundamental: anos finais. São Paulo: Editora Moderna, 2020.

ANEXO A – TRABALHOS DOS ESTUDANTES

A transcrição dos trabalhos dos estudantes apresentados a seguir foi realizada de forma fiel à produção original, sem qualquer intervenção ortográfica ou correção de cálculos, a fim de preservar a autenticidade do processo de aprendizagem.

Grupo - 1

- Walter, Lara, Eduarda - Turma: 9.2
- João Henrique - Turma: 9.5

Introdução

Durante os cálculos, identificamos que a escala (1:10.000) indicada na folha de orientação não era adequada para as dimensões da cartolina, uma vez que o desenho correspondente a essa escala media apenas 6 cm por 4 cm. Em decorrência disso, optamos por desenvolver nossa própria escala (1:1.000), resultando em um desenho com dimensões de 60 cm por 40 cm.

Os espaços (arquibancada, concurso leiteiro, baias e banheiros) não foram mencionados no guia de montagem. Durante nossa discussão, surgiu a ideia de incluí-los na exposição, sendo que os banheiros são imprescindíveis, enquanto os outros espaços visam proporcionar um ambiente mais agradável.

Detalhes do Projeto

Palco

Posicionamos a parte maior do trapézio, que corresponde ao palco, em direção ao vértice do terreno, uma vez que os músicos requerem espaço para acomodar seus instrumentos.

Arquibancada

Embora o guia de montagem não tenha solicitado a inclusão da arquibancada, decidimos incorporá-la ao nosso projeto.

Barracas

Considerando o limite de perímetro estabelecido em 412 m, definimos as barracas com dimensões de 150 m de comprimento por 56 m de largura.

Parque de Diversão

Este espaço não tinha um limite definido pelo guia de montagem. Portanto, escolhemos as dimensões de 370 m por 260 m, formando um triângulo isósceles.

Arena do Rodeio

Após realizar uma pesquisa na internet, decidimos que o diâmetro da arena seria de 120 metros.

Chegada

Na chegada contará com seguranças equipados.

Medidas e Áreas

Tabela 1 – Dimensões e Áreas dos Espaços

Espaço	**Base Maior (B)**	**Base Menor (b)**	**Área Total (AT)**
Palco	200 m	157 m	12.495 m²
Parque de Diversão	370 m	260 m	24.700 m²
Arena do Rodeio	$r = 60$ m	—	11.340 m²
Arquibancada	$r = 50$ m	—	26.775 m²
Barracas	150 m	56 m	8.400 m²
Concurso Leiteiro	100 m	25 m	2.500 m²
Banheiro 1	60 m	15 m	900 m²
Banheiro 2	13 m	10 m	130 m²
Baias	50 m	20 m	1.000 m²

Grupo - 2

- Breno, Caio, João Henrique - Turma: 9.1
- João Víctor, Andressa - Turma: 8.2

1. Cálculo das Áreas

Dados Iniciais

O terreno é retangular, com 600 metros de comprimento e 400 metros de largura, resultando em uma área total de 240.000 metros quadrados. Precisamos garantir que a área ocupada pelas figuras geométricas não ultrapasse 75% da área total do terreno, ou seja, 180.000 metros quadrados.

(1) Área do Palco em Forma de Trapézio

A fórmula da área do trapézio é:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Dados:

- Base maior (B): 400 metros
- Base menor (b): 200 metros
- Altura (h): 100 metros

Substituindo os valores:

$$A = \frac{(400 + 200) \cdot 100}{2} = \frac{600 \cdot 100}{2} = 30.000m^2$$

(2) Área da Montagem do Parque (Triângulo)

A fórmula da área do triângulo é:

$$A = \frac{base \cdot altura}{2}$$

Dados:

- Base: 200 metros
- Altura: 100 metros

Substituindo os valores:

$$A = \frac{200 \cdot 100}{2} = 10.000m^2$$

(3) Área Comum (Retângulo com Perímetro de 412 metros)

A fórmula do perímetro do retângulo é:

$$P = 2 \cdot (comprimento + largura)$$

Sabemos que o perímetro é 412 metros. Dividindo por dois, obtemos:

$$Comprimento + Largura = \frac{412}{2} = 206m$$

Supondo que o comprimento seja 150 metros, a largura será:

$$Largura = 206 - 150 = 56\,m$$

A área é:

$$A = comprimento \cdot largura = 150 \cdot 56 = 8.400m^2$$

(4) Área de Rodeio (Círculo)

A fórmula da área do círculo é:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Dados:

- Diâmetro: 80 metros ($r = 40$ metros)

Substituindo os valores:

$$A = \pi \cdot 40^2 = 3,14 \cdot 1.600 \approx 5.024m^2$$

2. Verificação da Área Total

Somando as áreas das figuras geométricas:

$$30.000 + 10.000 + 8.400 + 5.024 = 53.424m^2$$

Essa área é bem inferior ao limite de 180.000 metros quadrados, portanto, está dentro do esperado.

3. Justificativa das Formas Geométricas

- O trapézio foi escolhido para o palco, pois permite um melhor aproveitamento ao longo de um dos lados do terreno, além de criar uma visão mais ampla para o público.
- O triângulo foi escolhido para a área de montagem do parque, ocupando bem um canto do terreno e facilitando o fluxo de pessoas.
- O retângulo para a área comum é ideal para barracas e público, sendo uma forma fácil de dividir em seções.
- O círculo foi utilizado para o rodeio, seguindo o formato tradicional de arenas, proporcionando uma visão uniforme para os espectadores.

4. Escala do Desenho (1:1000)

Nesta escala, cada metro no desenho representará 1.000 metros reais. A proporção das formas geométricas permanece a mesma, porém as dimensões no desenho serão menores comparadas à escala anterior.

O terreno total (600 metros por 400 metros reais) será representado por um desenho de 0,6 metros por 0,4 metros (60 centímetros por 40 centímetros).

Grupo - 3

- Maria Clara, Lara, Marcos Paulo - Turma: 9.3
- Daniela, Lavínia, Bruna - Turma: 8.3

Introdução

Fui contratada para planejar o layout do parque em um terreno retangular de 600m x 400m para a exposição anual da cidade.

Cálculo das Áreas

1. Área do Terreno

$$A = 600 \times 400 = 240.000m^2$$

2. Área do Palco (Trapézio)

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$
$$A = \frac{(200+150)\cdot 100}{2}$$
$$A = \frac{350\cdot 100}{2} = \frac{35.000}{2} = 17.500m^2$$

3. Área do Parque (Triângulo)

$$A = \frac{b\cdot h}{2}$$
$$A = \frac{150\cdot 100}{2} = \frac{15.000}{2} = 7.500m^2$$

4. Área Comum (Retângulo)

$$A = b\cdot h$$

$$A = 200\cdot 50 = 10.000\,m^2$$

5. Área do Rodeio (Círculo)

$$A = \pi\cdot r^2$$

$$A = 3,14\cdot 50^2 = 3,14\cdot 2.500 = 7.850m^2$$

Total de Áreas

$$A_{total} = 17.500 + 7.500 + 10.000 + 7.850 = 42.850m^2$$

Isso corresponde a 18% da área total do terreno.

Distribuição Inteligente

- **Palco**: Posicionado ao longo de um dos lados do terreno.
- **Parque**: Localizado em uma das extremidades.
- **Área Comum**: Centralizada para facilitar o acesso.
- **Rodeio**: Situado no centro do parque.

Justificativa das Escolhas Geométricas

- **Trapézio para o palco**: Permite uma área maior para o palco e para a plateia.
- **Triângulo para o parque**: Cria um espaço único e atraente.
- **Retângulo para a área comum**: Facilita a organização das barracas.
- **Círculo para o rodeio**: Representa a arena tradicional.

Relatório

Projetei um layout eficiente e atraente para a exposição anual da cidade, respeitando os limites do terreno e criando um espaço agradável para os visitantes.

Conclusão

O projeto atende aos requisitos, garantindo uma área total de 42.850m² (18% da área total do terreno), distribuída de forma inteligente e respeitando os limites do terreno.

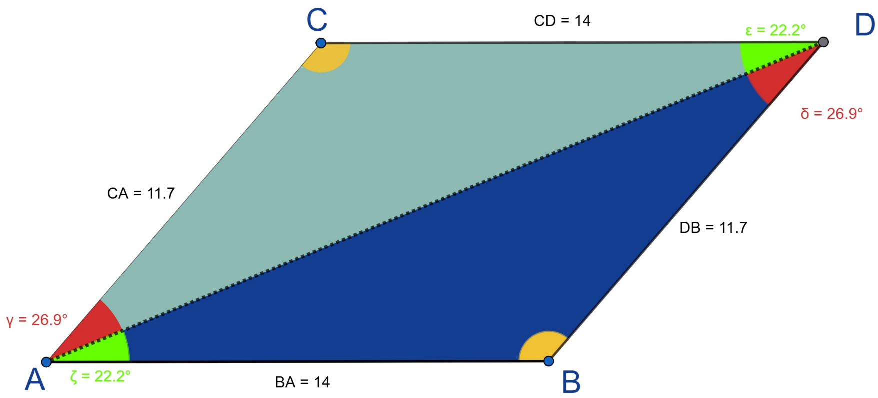
..

ANEXO B – AVALIAÇÃO FORMATIVA

QUESTÃO 1

- **Questão:** Desenhe um paralelogramo e trace uma de suas diagonais, dividindo-o em dois triângulos.
  Explique duas propriedades do paralelogramo que podem ser comprovadas por meio da congruência de triângulos. Justifique sua resposta utilizando os critérios de congruência.

Figura 1 - Paralelogramo ABCD



Fonte: Próprio autor (2025).

Solução

Desenhe um paralelogramo $ABCD$ com diagonal AD. Assim, temos os triângulos $\triangle ACD$ e $\triangle ABD$. Note que, pelo paralelismo, $\angle CAD = \angle ADB$ e $\angle CDA = \angle DAB$

Propriedade 1: Os lados opostos são iguais, isto é, $AB = CD$ e $AC = BD$.

De fato, segue da congruência entre os triângulos $\triangle ACD$ e $\triangle ABD$ dada pelo critério Ângulo Lado Ângulo.

Propriedade 2: Os ângulos opostos são iguais, isto é, $\angle A = \angle D$ e $\angle B = \angle C$.

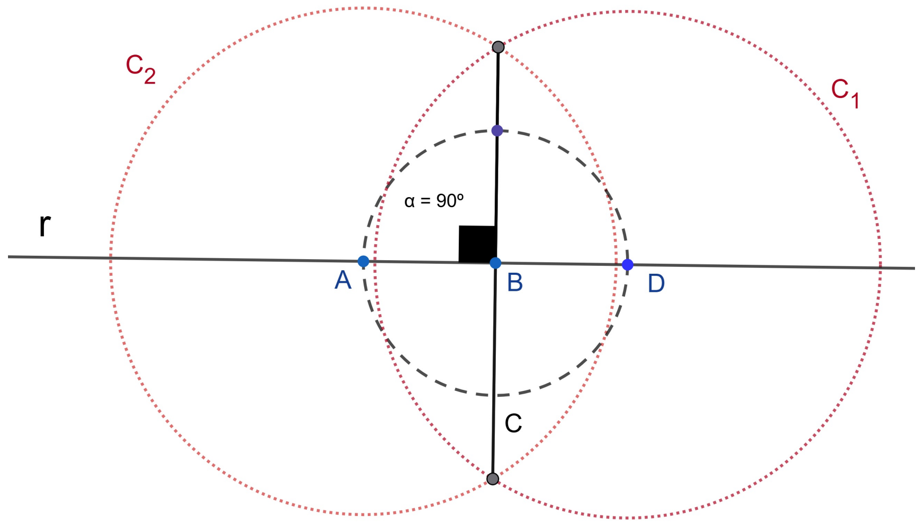
Com efeito, $\angle B = \angle C$ também segue do caso de congruência Ângulo Lado Ângulo supracitado. Finalmente, a igualdade entre os ângulos A e D também segue do paralelismo acima mencionado.

QUESTÃO 2

- **Atividade prática:** Com régua e compasso, construa:
  a) Um ângulo de 90°.
  b) Um quadrado.

Solução

Figura 2 - Construção do ângulo de 90º



Fonte: Próprio autor (2025).

a) Construção do ângulo de 90°

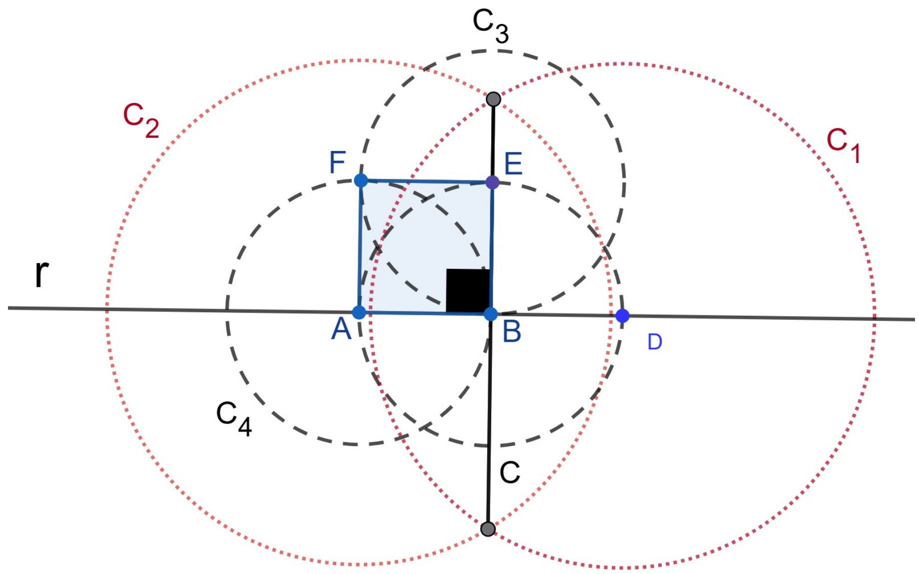
1. Trace uma reta r e marque um ponto B.

2. Com a ponta seca do compasso no ponto B, trace uma circunferência C com centro em B, que intersectará a reta nos pontos A e D.

3. Com a ponta seca do compasso nos pontos A e D, trace duas circunferências, C_1 e C_2, de mesmo raio R, com R maior que o raio de C.

4. A reta perpendicular a r é a reta que passa pelos dois pontos de intersecção entre C_1 e C_2.

Figura 3 - Construção do Quadrado



Fonte: Próprio autor (2025).

b) Construção do Quadrado

1. Prosseguiremos a partir da construção do ângulo do 90º do item (a).

2. Marque um ponto E na intersecção da reta perpendicular a r com a circunferência C.

3. Construa duas circunferências C_3 e C_4 com raio igual ao da circunferência C e centro em E e A respectivamente.

4. Marque o ponto F da intersecção entre C_3 e C_4, $F \neq B$.

5. Temos $ABEF$ o Quadrado construido.

- **Questão:** Explique, com suas palavras, como construir um quadrado de qualquer área usando apenas régua e compasso.

Solução

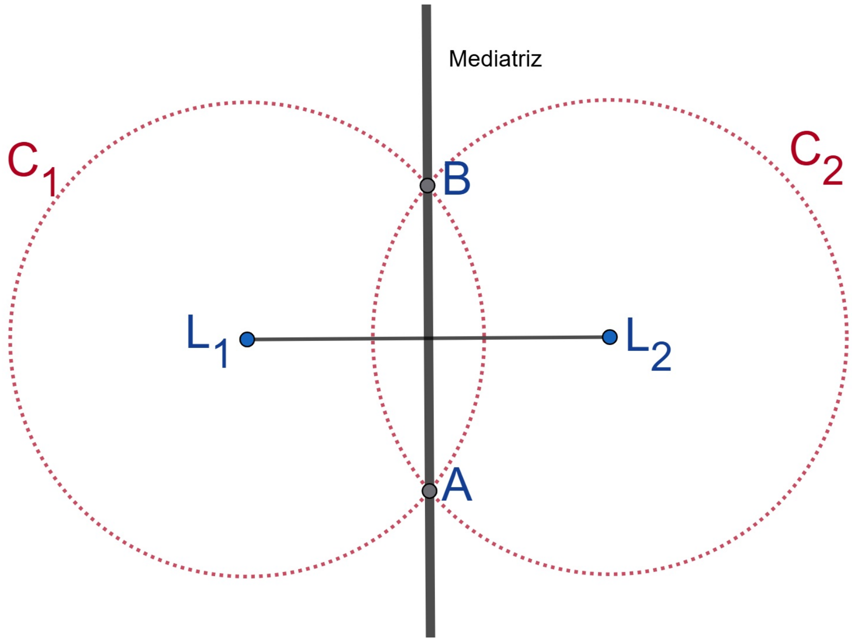
Para construir uma quadrado de área A basta tomar na construção acima o raio da circunferência C igual a $\sqrt{A}$.

QUESTÃO 3

- **Questão:** Um arquiteto deseja posicionar uma estátua equidistante de dois lagos representados por pontos no mapa.
  Descreva como usar a mediatriz para determinar onde a estátua deve ser colocada. Faça um desenho para ilustrar sua explicação.

  Solução

Figura 4 - Construção da Mediatriz



Fonte: Próprio autor (2025).

Para colocar a estátua equidistante dos lagos L_1 e L_2

1. Trace o segmento de reta com extremidades em L_1 e L_2.

2. Com centro em L_1 e L_2 e raio maior que a metade da distância entre L_1 e L_2, trace as circunferências C_1 e C_2 respectivamente.

3. Marque os pontos A e B da intersecção entre C_1 e C_2.

4. A mediatriz é a reta que passa por A e B. Qualquer ponto da mediatriz é equidistante de L_1 e L_2.

QUESTÃO 4

- **Atividade prática:**

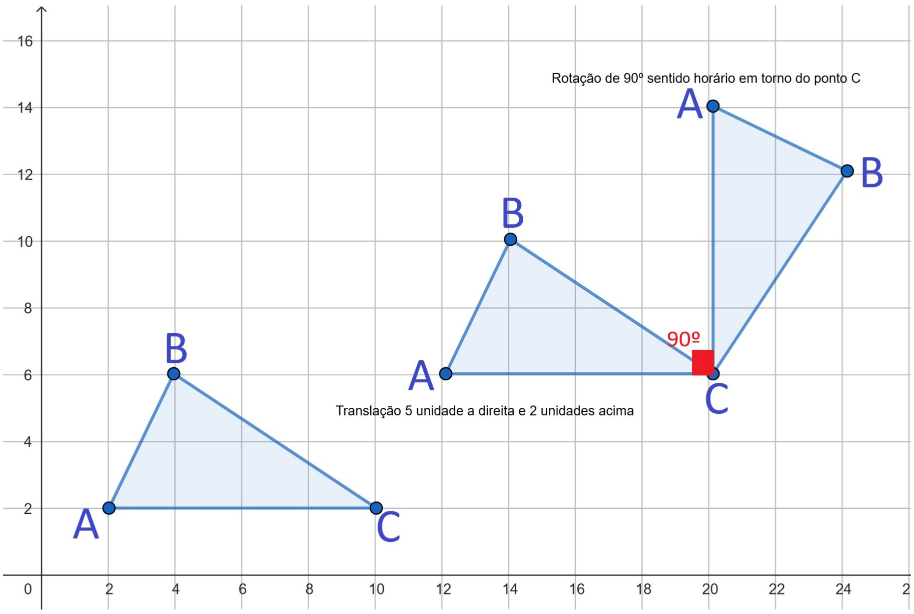
  a) Desenhe um triângulo simples.

  b) Represente uma translação.

  c) Represente uma rotação de 90°.

  Explique as mudanças em cada etapa.

Figura 5 - Translação e Rotação do Triângulo



Fonte: Próprio autor (2025).

Translação: É uma transformação que desloca a figura e preserva medidas (comprimentos e áreas).

Rotação de 90°: É uma transformação que desloca a figura em torno de um centro e preserva as medidas (comprimentos e áreas).

QUESTÃO 5

- **Questão:** Uma praça retangular mede 30 m por 20 m. No centro da praça há uma fonte circular com raio de 10 m.
  Qual é a área restante para paisagismo? Mostre os cálculos.

  Solução

  Área para paisagismo = A

$$Área \;\; retangular = 30 \times 20 = 600 \ m^2$$

$$Área \;\; Circular = 100\pi \approx 314,16 \ m^2$$

$$A \approx 600 - 314,16 = 285,84 \ m^2$$

- **Questão:** Um tanque de água tem formato retangular com 2 m de comprimento, 1,5 m de largura e 1,2 m de altura.

  Qual é o volume de água que o tanque pode armazenar?

  Solução

$$V = 2 \times 1,5 \times 1,2 = 3,6 \ m^3 = 3600 \ litros$$

QUESTÃO 6

- **Questão:** Duas retas paralelas são cortadas por uma transversal.
  Quais ângulos são formados? Quais são congruentes? Justifique.

  Solução

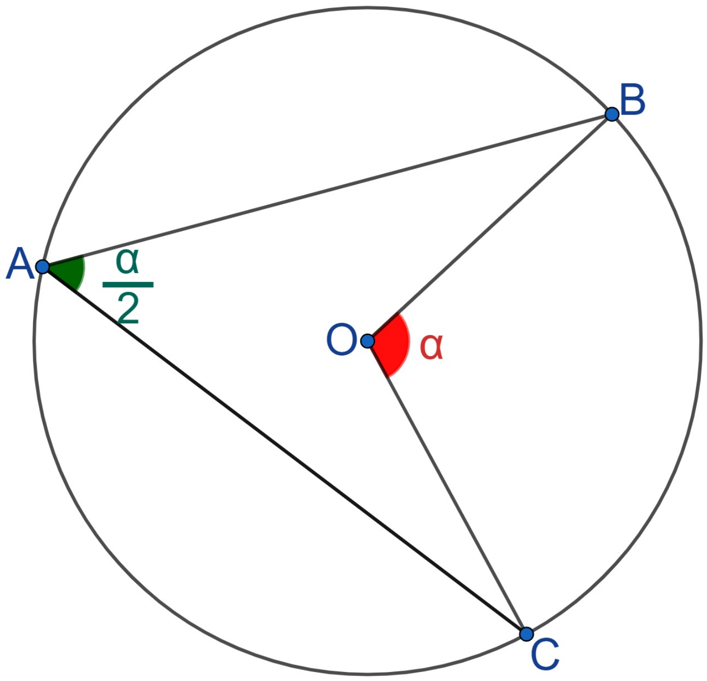
  - Ângulos correspondentes, alternos internos, alternos externos, colaterais internos e colaterais externos.

  - Os ângulos correspondentes, alternos internos e alternos externos são congruentes, enquanto ângulos colaterais internos e colaterais externos são suplementares.

- **Atividade prática:** Usando compasso, desenhe uma circunferência, marque um ângulo central e um ângulo inscrito sobre o mesmo arco. Relacione suas medidas.

  Solução

Figura 6 - Ângulo Inscrito



Fonte: Próprio autor (2025).

Relação entre o ângulo central e o ângulo inscrito: O ângulo inscrito mede metade do ângulo central sobre o mesmo arco.

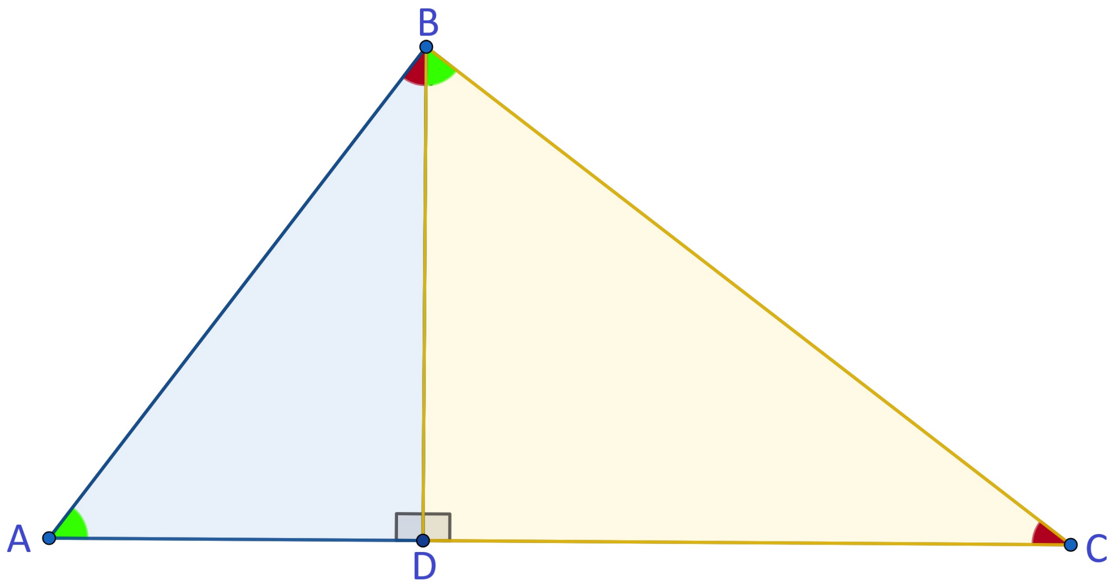
QUESTÃO 7

- **Questão:** Quais são as condições para que dois triângulos sejam semelhantes? Dê um exemplo prático.
  Solução

  Os critérios de semelhança entre triângulos são: Ângulo-Ângulo (AA), Lado-Ângulo-Lado (LAL) e Lado-Lado-Lado (LLL).

- **Problema:** Mostre como a semelhança de triângulos pode ser usada para demonstrar o Teorema de Pitágoras.
  Solução

Figura 7 - Triângulo Retângulo



Fonte: Próprio autor (2025).

O Teorema de Pitágoras pode ser demonstrado utilizando a semelhança de triângulos formados pela altura relativa à hipotenusa.

1. Desenhe um triângulo retângulo ABC, com ângulo reto em B.

2. Trace a altura BD, relativa à hipotenusa AC.

3. Os triângulos ADB e ABC são semelhantes pelo critério AA. Da mesma forma, os triângulos BDC e ABC são semelhantes.

4. Como os triângulos são semelhantes, as razões entre seus lados correspondentes são iguais. Por exemplo, nos triângulos ADB e ABC temos $AB/AC = AD/AB$. E nos triângulos BDC e ABC temos $AC/BC = BC/DC$.

5. Desenvolvendo temos

$$AB^2 = AC \cdot AD \text{ e } BC^2 = AC \cdot DC$$

$$\Rightarrow \ \mathrm{AB}^2 + BC^2 = AC \cdot AD + AC \cdot DC$$

$$\Rightarrow \ \mathrm{AB}^2 + BC^2 = AC \cdot (AD + DC).$$

Note que AD + DC = AC. Portanto, $AB^2 + BC^2 = AC \cdot AC = AC^2$.

QUESTÃO 8

- **Questão:** Dadas as coordenadas dos pontos $A = (1, 2)$ e $B = (4, 6)$:

  a) Determine o ponto médio do segmento AB.

  Solução

  Considere M o ponto médio do segmento AB. Então,

$$M = \left(\frac{1+4}{2}, \frac{2+6}{2}\right) = (\frac{5}{2},\ 4)$$

  b) Estime a distância entre os pontos A e B sem usar fórmula. Explique seu raciocínio.

  Solução

  A diferença entre as primeiras coordenadas dos pontos é 3, enquanto a diferença entre as segundas coordenadas é 4. Assim, os pontos, A, B e P= (4,2) formam um triângulo Pitagórico de catetos 3 e 4 cuja a hipotenusa determina a distância entre os pontos A e B. Essa distância é 5.

QUESTÃO 9

- **Questão:** Explique a diferença entre medidas em quilômetros e metros. Dê exemplos de situações apropriadas para cada unidade.

  Solução

  A relação entre quilômetros e metros é a seguinte: 1 km = 1000 m. A distância entre cidades, por exemplo, é dada em quilomêtros, e o comprimento de um quarto é dado em metros.

- **Questão:** Um cilindro reto tem altura de 10 cm e raio da base de 5 cm.
  Qual é o volume desse cilindro? Apresente os passos do cálculo.

  Solução

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 25 \cdot 10 = 250\pi \approx 785,40\ cm^3.$$