

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

LUIZ HENRIQUE DE MORAES

**O DESENHO EM PERSPECTIVA COMO AUXÍLIO NA COMPREENSÃO DE
OBJETOS TRIDIMENSIONAIS REPRESENTADOS NO PLANO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

PATO BRANCO

2026

LUIZ HENRIQUE DE MORAES

**O DESENHO EM PERSPECTIVA COMO AUXÍLIO NA COMPREENSÃO DE
OBJETOS TRIDIMENSIONAIS REPRESENTADOS NO PLANO**

**Perspective Drawing as an Aid to the Understanding of Three-Dimensional
Objects Represented on the Plane**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Rômelo da Rosa da Silva.

Coorientador(a): Carlos Alexandre Ribeiro Martins

PATO BRANCO - PR

2026



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



LUIZ HENRIQUE DE MORAES

**O DESENHO EM PERSPECTIVA COMO AUXÍLIO NA COMPREENSÃO DE OBJETOS
TRIDIMENSIONAIS REPRESENTADOS NO PLANO**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Matemática.

Data de aprovação: 25 de Fevereiro de 2026

Dr. Romel Da Rosa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Marciano Pereira, Doutorado - Universidade Estadual de Ponta Grossa (Uepg)

Dr. Waldir Silva Soares Junior, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 25/02/2026.

Dedico este trabalho à minha esposa, Letícia, e à
minha filha, Gabriela.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Romel da Rosa da Silva, pelas contribuições teóricas e metodológicas e pelo incentivo ao longo do desenvolvimento desta pesquisa.

Aos professores do Programa, pelas discussões, reflexões e contribuições que enriqueceram minha formação acadêmica e profissional.

À instituição coparticipante, Instituto Federal do Paraná – Campus Coronel Vivida, bem como aos participantes do minicurso, integrantes da turma Parker, que se dispuseram a colaborar com o estudo e tornaram possível a realização desta investigação.

Aos colegas do mestrado, pelas trocas, diálogos e pelo apoio mútuo durante essa caminhada.

À minha mãe, Ivanete de Moraes, por, no início da minha trajetória, ter me dado as condições necessárias para seguir na vida acadêmica.

À Edite Schio Possato, pelo apoio e pela disponibilidade, que tornaram possível a dedicação necessária para a realização deste trabalho.

À minha esposa, Letícia Possato, pelo apoio constante, pela paciência e pela compreensão ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, a todos os que de alguma forma contribuíram para a realização desta pesquisa.

“Não é suficiente que a representação
seja bem desenhada. É preciso somar à
ela códigos, convenções, regras”.
(Flores, 2003).

RESUMO

Moraes, Luiz Henrique. **O desenho em perspectiva como auxílio na compreensão de objetos tridimensionais representados no plano.** 2026. 121 f. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2026.

Esta pesquisa aborda a utilização do desenho em perspectiva como recurso para compreensão de objetos tridimensionais representados no plano. No ensino de Geometria Espacial, a representação plana de objetos tridimensionais configura-se como um desafio recorrente aos estudantes, especialmente quando não há familiaridade com as técnicas de representação. A ausência do ensino sistematizado dessas técnicas pode comprometer a compreensão das representações planas de objetos geométricos. Diante desse contexto, esta pesquisa teve como objetivo analisar se o ensino das técnicas de desenho em perspectiva impacta na compreensão de objetos tridimensionais representados no plano. A pesquisa caracteriza-se como aplicada, de abordagem qualitativa, e foi desenvolvida a partir de uma intervenção didática realizada por meio de um minicurso de desenho em perspectiva. A coleta de dados ocorreu por meio de questionários, avaliações diagnósticas aplicadas antes e após a intervenção. Os resultados indicam maior domínio das técnicas de representação e melhora na capacidade de mobilização das relações geométricas envolvidas nas representações planas de objetos tridimensionais. Observou-se ainda, que tais avanços não ocorreram de forma homogênea entre os participantes, indicando o grau de complexidade dos processos de visualização e representação. Conclui-se que o ensino sistematizado das técnicas de representação em perspectiva pode assumir papel relevante no processo de aprendizagem da Geometria Espacial, atuando como mediador entre objeto geométrico e o raciocínio do estudante. Os resultados evidenciam a importância de considerar o desenho em perspectiva como conteúdo a ser explicitamente ensinado no contexto escolar.

Palavras-chave: Geometria Espacial. Visualização. Representação. Desenho em Perspectiva.

ABSTRACT

Moraes, Luiz Henrique. **Perspective Drawing as an Aid to the Understanding of Three-Dimensional Objects Represented on the Plane**. 2026. 121 p. Dissertation (Professional máster's thesis in mathematics) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2026.

This research addresses the use of perspective drawing as a resource for the understanding of three-dimensional objects represented on the plane. In the teaching of Spatial Geometry, planar representations of three-dimensional objects constitute a recurring challenge for students, especially when they are not familiar with representation techniques. The absence of systematic instruction in these techniques may compromise the comprehension of planar representations of geometric objects. In this context, this study aimed to analyze whether teaching perspective drawing techniques impacts students' understanding of three-dimensional objects represented on the plane. The research is characterized as applied, with a qualitative approach, and was developed through a didactic intervention carried out in the form of a perspective drawing mini-course. Data collection was conducted through questionnaires and diagnostic assessments applied before and after the intervention. The results indicate greater mastery of representation techniques and improvements in the ability to mobilize geometric relationships involved in planar representations of three-dimensional objects. It was also observed that these advances did not occur homogeneously among participants, indicating the complexity of the visualization and representation processes involved. It is concluded that the systematic teaching of perspective drawing techniques can play a relevant role in the learning process of Spatial Geometry, acting as a mediator between the geometric object and students' reasoning. The results highlight the importance of considering perspective drawing as content to be explicitly taught in the school context.

Keywords: Spatial Geometry. Visualization. Representation. Perspective Drawing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Quantidade de teses produzidas em Geometria entre 1991 – 2011 ..	26
Figura 2 - Eixos isométricos a, b e c	31
Figura 3 - Cubo em perspectiva isométrica 1	32
Figura 4 - Cubo em perspectiva isométrica 2	32
Figura 5 - Cubo em perspectiva cavaleira.....	33
Figura 6 - Coeficiente de redução na perspectiva cavaleira.....	34
Figura 7 - Variação na inclinação dos eixos projetantes	34
Figura 8 - Prisma quadrangular regular em acrílico.....	54
Figura 9 - Comparativo AD1: tentativa 1 e tentativa 2.....	57
Figura 10 - Pirâmide quadrangular regular em acrílico	58
Figura 11 - Comparativo AD2: tentativa 1 e tentativa 2.....	60
Figura 12 - Prisma quadrangular regular AD3 item (a)	62
Figura 13 - AD3 – Questão 1: acertos por tipo de perpendicularidade	63
Figura 14 - Pirâmide quadrangular regular AD3 item (b)	63
Figura 15 - AD3 – Questão 2 – item (a): acertos de segmentos perpendiculares	64
Figura 16 - AD3 – Questão 2 – item (b): identificação de triângulos retângulos	65
Figura 17 - Representações dos paralelepípedos utilizados na AD4	66
Figura 18 - Evolução percentual de acertos na AD4	67
Figura 19 - Representações das pirâmides utilizados na AD5.....	68
Figura 20 - Evolução percentual de acertos na AD5	69
Figura 21 - Representações do participante P9 em AD1 e AD6	72
Figura 22 - Comparação das categorias de representação em AD1, AD2 e AD7	75
Figura 23 - Migração das representações entre as categorias de classificação em AD2 e AD7.....	76
Figura 24 - Imagem da atividade AD8.....	77
Figura 25 - Identificação de triângulos retângulos.....	78
Figura 26 - AD9 - Questão 1: desempenho segundo os três aspectos de análise	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Nível de familiaridade e percepção de desempenho em Matemática	48
Tabela 2 - Percepção de domínio de conteúdos de geométricos	49
Tabela 3 - Nível de habilidade em representar objetos 3D no plano	49
Tabela 4 - Motivações para participação no minicurso	51
Tabela 5 - Expectativas em relação a participação no minicurso	52
Tabela 6 - Percepção dos participantes sobre o papel da representação em Geometria Espacial antes da realização do minicurso	53
Tabela 7 - Categorização das representações tridimensionais do prisma quadrangular regular na Avaliação Diagnóstica 1 – tentativa 1	56
Tabela 8 - Categorização das representações tridimensionais do prisma quadrangular regular na Avaliação Diagnóstica 1 – tentativa 2	56
Tabela 9 - Categorização das representações tridimensionais da pirâmide quadrangular regular na Avaliação Diagnóstica 2 – tentativa 1	59
Tabela 10 - Categorização das representações tridimensionais da pirâmide quadrangular regular na Avaliação Diagnóstica 2 – tentativa 2	60
Tabela 11 - Percepção dos participantes sobre o papel da representação em Geometria Espacial após da realização do minicurso	83
Tabela 12 - Pontos positivos destacados pelos participantes sobre o minicurso	85
Tabela 13 - Pontos negativos destacados pelos participantes sobre o minicurso	87

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Organização dos encontros no minicurso de desenho em perspectiva	40
--	-----------

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AD1	Avaliação Diagnóstica 1
AD2	Avaliação Diagnóstica 2
AD3	Avaliação Diagnóstica 3
AD4	Avaliação Diagnóstica 4
AD5	Avaliação Diagnóstica 5
AD6	Avaliação Diagnóstica 6
AD7	Avaliação Diagnóstica 7
AD8	Avaliação Diagnóstica 8
AD9	Avaliação Diagnóstica 9
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAAE	Certificado de Apresentação de Apreciação Ética
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
GEPREM	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
IFPR	Instituto Federal do Paraná
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Q1	Questionário 1
Q2	Questionário 2
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Problema de Pesquisa	14
1.2	Objetivos	14
1.2.1	Objetivo geral	14
1.2.2	Objetivos Específicos	14
1.3	Motivação e Justificativa	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	18
2.1	Considerações sobre o ensino de Geometria no Brasil	18
2.1.1	Brasil Colônia (1500 – 1822)	18
2.1.2	Brasil Império (1822 – 1889)	21
2.1.3	Brasil República (a partir de 1889)	23
2.2	O papel da visualização e representação no ensino de Geometria	28
2.3	Desenho em perspectiva como forma de representação na Geometria	30
2.3.1	Perspectiva Isométrica	31
2.3.2	Perspectiva Cavaleira.....	33
3	METODOLOGIA	36
3.1	Classificação da Pesquisa.....	36
3.2	Aspectos Éticos.....	37
3.3	Participantes da Pesquisa	38
3.4	Minicurso de Desenho em Perspectiva	39
3.5	Instrumentos de Coleta de Dados.....	41
3.5.1	Questionário 1 (Q1)	41
3.5.2	Avaliação Diagnóstica 1 (AD1)	42
3.5.3	Avaliação Diagnóstica 2 (AD2)	42
3.5.4	Avaliação Diagnóstica 3 (AD3)	43
3.5.5	Avaliação Diagnóstica 4 (AD4)	43
3.5.6	Avaliação Diagnóstica 5 (AD5)	44
3.5.7	Avaliação Diagnóstica 6 (AD6)	44
3.5.8	Avaliação Diagnóstica 7 (AD7)	44
3.5.9	Avaliação Diagnóstica 8 (AD8)	45
3.5.10	Avaliação Diagnóstica 9 (AD9)	45

3.5.11	Questionário 2 (Q2).....	45
3.5.12	Diário de Campo (DC).....	46
4	ANÁLISE DE DADOS.....	47
4.1	Questionário 1 (Q1).....	47
4.2	Avaliação Diagnóstica 1 (AD1).....	54
4.3	Avaliação Diagnóstica 2 (AD2).....	58
4.4	Avaliação Diagnóstica 3 (AD3).....	61
4.5	Avaliação Diagnóstica 4 (AD4).....	66
4.6	Avaliação Diagnóstica 5 (AD5).....	68
4.7	Síntese das Avaliações Diagnósticas pré-intervenção (Q1, AD1–AD5)	70
4.8	Avaliação Diagnóstica 6 (AD6).....	71
4.9	Avaliação Diagnóstica 7 (AD7).....	74
4.10	Avaliação Diagnóstica 8 (AD8).....	77
4.11	Avaliação Diagnóstica 9 (AD9).....	79
4.12	Questionário 2 (Q2).....	81
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	90
	REFERÊNCIAS.....	92
	APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO 1.....	96
	APÊNDICE B - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1.....	98
	APÊNDICE C - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 1 – 2º TENTATIVA.....	99
	APÊNDICE D - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2.....	100
	APÊNDICE E - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 2 – 2º TENTATIVA.....	101
	APÊNDICE F - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 3.....	102
	APÊNDICE G - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 4.....	104
	APÊNDICE H - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 4 – 2º TENTATIVA.....	105
	APÊNDICE I - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 4 – 3º TENTATIVA.....	106
	APÊNDICE J - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 4 – 4º TENTATIVA.....	107
	APÊNDICE K - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 5.....	108
	APÊNDICE L - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 5 – 2º TENTATIVA.....	109
	APÊNDICE M - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 5 – 3º TENTATIVA.....	110
	APÊNDICE N - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 6.....	111
	APÊNDICE O - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 7.....	112
	APÊNDICE P - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 8.....	113
	APÊNDICE Q - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 9.....	114

APÊNDICE R - QUESTIONÁRIO 2	116
APÊNDICE S - DIÁRIO DE CAMPO	119

1 INTRODUÇÃO

A visualização tem papel importantíssimo quando se pretende ensinar e aprender conceitos geométricos planos e espaciais.

Quando falamos de Geometria Espacial, os materiais manipuláveis são objetos frequentes para corroborar com o entendimento dos conceitos por meio da visualização dos sólidos estudados. Com o advento da tecnologia há várias opções de softwares matemáticos que se pode fazer uso como facilitador dessa visualização. Porém, outro aspecto importante que será evidenciado nesse trabalho é a importância da visualização de objetos tridimensionais representados no plano e como o domínio de técnicas de representação podem facilitar a compreensão da Geometria Espacial.

A representação de objetos tridimensionais no plano está nos livros didáticos (recurso didático mais usado para o ensino de Matemática e em algumas realidades o único), nos testes nacionais e internacionais que avaliam a qualidade da educação, nos concursos vestibulares e Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. Além da enumeração acima, a solução de problemas reais é facilitada quando sabemos fazer uma representação da realidade tridimensional no plano bidimensional. Assim, a maneira como se dá tal visualização e representação torna-se essencial para o ensino da Geometria, em específico, a Espacial. Flores aponta que:

A ligação entre a aprendizagem da geometria e o saber ver as representações das figuras geométricas tem aguçado a busca de variados procedimentos que possam ser colocados em prática na sala de aula a fim de aprimorar a desenvoltura do olhar as imagens, no ensino de geometria. (Flores, 2003, p.22).

Assim, o desenho em perspectiva como técnica de representação do espaço tridimensional no bidimensional pode ser visto como um intermediador que pode levar o aluno a uma compreensão mais eficiente entre as relações geométricas de um objeto, como ressalta Flores:

(...) esta associação entre a leitura do desenho em perspectiva com o objeto real constitui-se num dos principais enfoques para muitas das pesquisas interessadas no aspecto do visual no ensino da geometria. Elas mencionam, relatam, debatem e procuram métodos a fim de obter a superação das dificuldades ou sanar a falta de conhecimentos por parte dos alunos. A hipótese é, normalmente, de que tal empreendimento levará à aprendizagem por parte do aluno, quer dizer, o aluno será então capaz de ver as imagens tridimensionais e resolver com êxito os exercícios trabalhados em geometria do espaço. (Flores, 2003, p.27).

1.1 Problema de Pesquisa

Ciente do potencial do desenvolvimento da técnica do desenho em perspectiva no estudo dos conceitos matemáticos, principalmente geométricos, busca-se, com esse trabalho, responder ao seguinte questionamento: “O domínio das técnicas do desenho em perspectiva pode ajudar a compreensão dos estudantes em relação a objetos tridimensionais representados no plano? ”

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Investigar o impacto do ensino das técnicas de desenho em perspectiva na compreensão dos alunos em relação a objetos tridimensionais representados no plano, visando contribuir para uma melhor compreensão do processo de aprendizagem em geometria e promover estratégias eficazes de ensino nesta área.

1.2.2 Objetivos Específicos

- a) Investigar aspectos históricos do ensino de Geometria no Brasil ao longo do tempo, a fim de contextualizar o desenvolvimento do ensino de representação em perspectiva;
- b) Explorar conceitos de representação em perspectiva, incluindo diferentes técnicas de desenho, com o objetivo de compreender os princípios subjacentes e suas implicações no ensino-aprendizagem;
- c) Desenvolver um minicurso sobre desenho em perspectiva, elaborando materiais didáticos adequados e definindo estratégias de ensino que incorporem abordagens ativas e participativas, visando engajar os alunos no processo de aprendizagem;
- d) Aplicar o minicurso em um contexto educacional específico, selecionando uma amostra representativa de alunos e conduzindo as atividades propostas, com o intuito de avaliar a eficácia do ensino das técnicas de desenho em perspectiva na compreensão dos objetos tridimensionais representados no plano;
- e) Analisar os resultados obtidos a partir da aplicação do minicurso, utilizando métodos qualitativos e quantitativos para avaliar o impacto do ensino das

técnicas de desenho em perspectiva na compreensão dos alunos, identificando possíveis desafios e áreas de melhoria;

- f) Propor recomendações para aprimorar o ensino de Geometria, destacando a importância da inclusão das técnicas de desenho em perspectiva no currículo escolar e fornecendo orientações práticas para os educadores interessados em implementar abordagens inovadoras neste campo.

1.3 Motivação e Justificativa

A realização desse trabalho surgiu das experiências vividas como docente e aluno. Como discente do PROFMAT, por diversas vezes no estudo da disciplina MA 13 – Geometria, o pesquisador se deparou com a tarefa de visualizar objetos tridimensionais representados no plano ou mesmo descritos através de uma narrativa, onde o objeto que está sendo narrado deve ser compreendido dos diversos ângulos de visualização.

Uma das situações mais marcantes em relação a esse tema foi no exame de qualificação, em que o pesquisador teve que resolver uma questão de geometria espacial, e o mesmo optou por representar o objeto narrado no plano para melhor compreensão e posterior solução da questão. Apesar de bem-sucedido na resolução da mesma, encontrou enorme dificuldade para representá-lo no plano de uma forma que fosse mais conveniente para encontrar a resposta.

Refletindo sobre essa complexidade encontrada, pensou sua prática como docente, já que nesse mesmo período estava lecionando geometria espacial, especificamente poliedros, no Instituto Federal do Paraná (IFPR), onde é Professor de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico.

Durante a prática docente, o pesquisador passou a perceber que os alunos apresentavam enorme dificuldade em representar, no plano, poliedros mencionados nos exercícios, como cubo, paralelepípedos, prismas e pirâmides, bem como em identificar perpendicularidades nas representações desses sólidos geométricos, o que frequentemente comprometia a compreensão do objetivo da atividade e os caminhos a serem seguidos para sua resolução. O que mais chamou atenção foi a dificuldade dos estudantes em enxergar as relações pitagóricas existentes nas pirâmides regulares, sugerindo uma certa fragilidade na visualização e interpretação das figuras espaciais.

Ainda refletindo sobre experiências anteriores, como docente desde 2009, em nenhum momento trabalhou a geometria partindo do princípio da representação de objetos tridimensionais no plano. Em um caso específico, em 2017, quando lecionava em um colégio privado, que usava apostilas com uma organização bimestral, uma delas, trazia um capítulo que apresentava as técnicas de representação de figuras tridimensionais no plano, e por opção, não trabalhou o capítulo mencionado, decisão tomada levando-se em conta que aqueles conceitos não eram importantes para o momento.

Será que essa decisão não trará reflexos posteriores em relação ao estudo de geometria? Será que as dificuldades encontradas pelos alunos dos 3º anos em representar e visualizar objetos tridimensionais no plano não vêm de uma negação que lhes foi dada anteriormente no estudo de geometria?

Como aponta Flores:

(...) pensar numa educação de um modo de olhar e de representar imagens, modo este que é ainda hoje predominante em nosso ensino. Compreender, enfim, como é nosso modo de olhar e de representar as imagens pode ajudar a entender as dificuldades visuais que encontram os alunos, a elaborar atividades para a aprendizagem da geometria, na relação que tem o professor com o saber em questão. (Flores, 2004, p.4).

Na busca em solucionar essa questão, visando a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de geometria, e apoiado em uma das habilidades a ser desenvolvidas nos educandos no ensino de geometria: “Identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade”. (Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, p.105), está justificada a realização dessa pesquisa, com o intuito de verificar como a abstração dos conceitos de desenho em perspectiva pode ajudar a melhorar o olhar dos estudantes em relação a objetos tridimensionais representados no plano.

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos principais: o capítulo 1, da introdução; capítulo 2, da fundamentação teórica, em que farar-se-á um estudo sobre como se desenvolveu o ensino da Geometria no Brasil, sobre a importância da visualização e representação de um modo geral e sobre as técnicas do desenho em perspectiva; o capítulo 3, da metodologia e procedimentos destinado à classificação e descrição das etapas da pesquisa, referindo-se ao minicurso desenvolvido e suas nuances; e o capítulo 4, da análise dos dados coletados e discussões em que serão

expostos os resultados da pesquisa. E por fim, apresenta-se as considerações finais do estudo no capítulo 5.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico desta pesquisa organiza-se em três eixos. No primeiro, apresenta-se um histórico do ensino de Geometria no Brasil, aborda-se como esse campo do conhecimento foi sendo inserido e, em determinados momentos, marginalizado no currículo escolar brasileiro. Em seguida, são abordadas contribuições teóricas que destacam o papel da visualização e da representação para o ensino de Geometria. Por fim, apresentam-se técnicas de representação em perspectiva, com destaque para perspectiva isométrica e cavaleira, compreendidas como recursos relevantes para favorecer a compreensão e a interpretação de representações de objetos tridimensionais no plano.

2.1 Considerações sobre o ensino de Geometria no Brasil

Para situar o leitor em relação ao ensino de Geometria no Brasil, faz-se necessário um breve relato de como se deu o desenvolvimento da Matemática e da Geometria e seu ensino, desde o período colonial até os dias atuais, considerando a origem das primeiras instituições escolares, e os marcos políticos e educacionais que tiveram relevância e deram direcionamento, principalmente, ao ensino de Geometria.

A fim de estabelecer uma organização cronológica dos fatos, e considerando que muitos deles estão diretamente relacionados aos contextos sociopolíticos de cada época, essas considerações serão divididas em três etapas: Brasil Colônia (1500 – 1822), Brasil Império (1822 – 1889) e Brasil República (a partir de 1889).

2.1.1 Brasil Colônia (1500 – 1822)

Pero Vaz de Caminha foi o responsável por redigir as primeiras impressões que os portugueses tiveram ao chegar no Brasil. Neste documento, conforme ressalta D'Ambrósio (2001) não há referências à ciência Matemática, embora estudos no campo da etnomatemática indiquem que os nativos possuíam seus próprios processos de contagens e medições. Como salienta Florestan Fernandes (2007, apud Neves, 2009) a educação nas tribos indígenas ocorria predominantemente pela oralidade, com ênfase em tarefas práticas necessárias ao cotidiano da aldeia.

Conforme aponta Gomes (2012), data de 1549 a chegada do primeiro grupo de padres que criaram a primeira escola elementar em território brasileiro, situada em Salvador. Posteriormente, outras foram surgindo. Nessas escolas o ensino se

direcionava a popularização da fé religiosa; e o currículo de Matemática era restrito a escrita dos números no sistema decimal e as quatro operações básicas com números naturais.

Neste primeiro momento, D'Ambrósio (1999) expõe que o conhecimento matemático difundido no território brasileiro estava alinhado ao currículo dos colonizadores, nesse sentido, além da língua portuguesa e do catecismo, a matemática ensinada era formada apenas por aritmética, não havendo um ensino sistemático de Geometria.

Com a expansão das escolas Jesuítas em diferentes regiões do mundo, surgiu a necessidade de padronizar seus procedimentos de ensino. Como consequência, em 1599, foi elaborado o documento oficial denominado Ratio Studiorum, que se tornou o documento norteador da educação Jesuíta, e pode ser considerado um dos primeiros documentos a estruturar formalmente a educação no Brasil. (Mondini, 2013).

Neste documento, conforme estudos de Mondini (2013), a Geometria era contemplada de forma secundária, funcionando como um apêndice, cujo objetivo era fornecer subsídios as disciplinas consideradas principais, como Física e Geografia. Embora a Geometria constasse no Ratio Studiorum, sua presença trouxe poucas mudanças efetivas, uma vez que havia considerável flexibilidade em relação a sua aplicação. Além disso, fatores como o contexto local, a disponibilidade e qualificação dos professores limitavam seu desenvolvimento, contribuindo para manutenção de um ensino predominantemente aritmético.

Os apontamentos de Mondini (2013) vão ao encontro do que afirmam Caldato e Pavanello (2015), que acrescentam ainda como fatores da precariedade do ensino da Matemática, e da quase inexistência da Geometria, a visão dos jesuítas em relação a Matemática, classificada como uma ciência vã.

Nesse mesmo contexto, Valente citando Danville, afirma que o pensamento dos Jesuítas era de que

(...) o estudo das ciências especulativas como a geometria, a astronomia e a física é um divertimento vão. Todos esses conhecimentos estéreis e infrutuosos são inúteis por eles mesmos. Os homens não nascem para medir linhas, para examinar a relação entre ângulos e para empregar todo seu tempo em considerar os diversos movimentos da matéria. Seu espírito é muito grande, a vida muito curta, seu tempo muito precioso para se ocupar de tão pequenas coisas; [...] (Danville, 1978, p. 332 apud Valente 2020, p.29).

Observa-se, portanto, que no período em que a educação no Brasil esteve sob responsabilidade dos Jesuítas, o ensino de Matemática pouco se desenvolveu, tampouco a Geometria teve uma forma sistematizada de ensino. A carência de professores especializados aliada a visão dos jesuítas que desvalorizava essa área do conhecimento impossibilitaram sua consolidação neste período. Nos raros momentos que a Geometria era abordada, seu ensino estava associado a necessidades práticas de outros componentes curriculares.

Paralelamente ao modelo educacional dos jesuítas, desenvolveu-se no Brasil outro espaço formativo: o ensino militar. Valente (2020), aponta que a origem do ensino de Geometria no Brasil está diretamente relacionada a sua utilização com fins militares. Com o fim do domínio espanhol sobre Portugal, em 1640, este buscou uma reestruturação e modernização militar. Soldados com pouco domínio de conhecimentos matemáticos e geométricos enfrentavam dificuldades na execução de tarefas inerentes a sua função militar, como o tiro ao alvo, por exemplo. Nesse contexto, a Geometria passou a ser considerada como necessária, e começa a fazer parte dos conteúdos abordados nas academias militares.

Essa valorização culminou na década de 1740 com a publicação do que pode ser considerado o primeiro livro de Geometria utilizado no Brasil: Exames de Artilheiros e Exames de Bombeiros, de autoria do engenheiro militar José Fernandes Pinto Alpoim. Conforme destaca Valente (2020), as obras de Alpoim primava pela Geometria, de modo a suprir os militares de conhecimentos inerentes a sua necessidade prática, sem preocupação com o rigor matemático.

Posteriormente, buscando se modernizar e alinhar-se às práticas adotadas na Europa, conforme Cadatto e Pavanello (2015), a partir de 1767, as escolas militares passaram a adotar as obras de Douto Bélidor e pouco depois, em 1788, as obras de Étienne Bézout.

Fora do círculo militar, observava-se o declínio dos Jesuítas, que veio quando Marquês de Pombal assumiu o poder em Portugal, por volta de 1759. A Reforma Pombalina acabou com as Escolas Jesuítas e implementou as Aulas Régias. Essas consistiam em aulas avulsas, sem relação entre elas. Do ponto de vista organizacional e pedagógico as mudanças não trouxeram melhorias relevantes, esse modelo pode ser considerado o embrião de uma institucionalização do ensino de Matemática no Brasil. A partir desse momento novos conteúdos surgiram, dentre eles, a Geometria,

que passou a ser reconhecida como disciplina independente e não mais como apêndice de outros componentes curriculares (Miorim, 1998).

Caldatto e Pavanello (2015) sintetizam bem o período que antecede a chegada da família real portuguesa ao Brasil, no que tange ao ensino de Geometria:

(...) embora se constate a existência efetiva de atividades a ela relacionadas (...), estas, porém, ficam em geral restritas a quem frequentava o ensino militar, um grupo muito pequeno da população do país. Ao resto da população restavam somente as aulas régias, cuja oferta era reduzida e com qualidade questionável dada a falta de formação dos professores, tanto em termos dos conhecimentos matemáticos quanto de formação profissional. (Caldatto, Pavanello, 2015, p. 109)

Em 1808, com a chegada da Família Real Portuguesa ao Brasil, as atenções de Portugal voltaram-se para colônia. No âmbito militar, surge novas instituições, com a instalação no Brasil da Academia Real dos Guardas-Marinha e a criação da Academia Real Militar. Estas foram fundamentais para o estabelecimento dos conteúdos matemáticos a serem ensinados, uma vez que a curricularização desses conteúdos era praticamente inexistente no Brasil até então. A academia Real dos Guardas-Marinha vai se estabelecendo como um curso de nível secundário, enquanto a Academia Real Militar dedica-se às matemáticas superiores (Valente, 2020).

2.1.2 Brasil Império (1822 – 1889)

Em 1822 o Brasil emancipa-se politicamente de Portugal. Dois anos depois, com a outorga da Constituição do Império do Brasil, em 1824, estabelece-se em seu artigo 179, inciso XXXII, a instrução primária e gratuita a todos os cidadãos.

Em 1827, a lei de 15 de outubro, determina a criação de “escolas de primeiras letras em todas as cidades, villas e logares mais populosos do Imperio” (BRASIL, 1827, ementa). Essa legislação institui os conteúdos a serem ensinados nas escolas de primeiras letras e, entre eles, o artigo 6º inclui “as noções mais geraes de geometria pratica”.

Como ressalta Valente (2020), a inclusão da Geometria nesse nível de ensino foi resultado de intensas discussões no âmbito legislativo. Se por um lado houve manifestações que defendiam uma maior contemplação dos conhecimentos geométricos, por outro, existiram posicionamentos que sugeriam a não inclusão da Geometria na escolarização primária. Cabe destacar, ainda, que as noções de geometria previstas na legislação se destinavam exclusivamente ao currículo dos rapazes, sendo completamente excluído do currículo oferecido às moças.

No âmbito da escolarização secundária, com o objetivo de servir de referência para as demais instituições deste nível de ensino, foi criado o Imperial Colégio de Dom Pedro II. Os requisitos de ingresso nessa instituição definem de maneira sólida os conteúdos matemáticos exigidos na escolarização primária: as quatro operações fundamentais da aritmética.

Nesse contexto, apesar da legislação educacional:

O ensino de noções de Geometria não se tornou matemática escolar nas primeiras letras. De início, por não haver professores primários habilitados e depois, em razão de não ser um conhecimento escolar solicitado para ingresso em nenhuma instituição de ensino secundário (Valente, 2020, p.86).

Estabelecidos os conteúdos a serem abordados no ensino primário, conforme Valente (2020), a criação dos cursos superiores no Brasil, inicialmente médico, advogado e engenheiro, fez com que se definisse quais seriam os pré-requisitos necessários para o acesso desses cursos. Para os aspirantes à médico exigia-se apenas a ler e escrever; ao futuro engenheiro o acesso estava fortemente vinculado aos conhecimentos matemáticos, incluindo a Geometria; já para o aspirante a advogado, exigia-se aprovação em língua francesa, gramática latina, retórica, filosofia racional e moral, além de Geometria.

Valente (2020), discorre que é natural, nesse contexto, que surja o questionamento acerca do motivo pelo qual a Geometria figurava como requisito para um curso de natureza jurídica. Durante as discussões na Câmara e no Senado, a inclusão desse conteúdo foi defendida com base em seu valor formativo relacionado ao aperfeiçoamento do raciocínio. Odorico Mendes argumentou que a Geometria deveria integrar a formação geral por constituir-se “a lógica prática, e a que habilita a raciocinar com rigor” (Valente, 2020, p.88), Compartilhando a mesma posição, Clemente Pereira ressaltava que “sem ela, como se podem adquirir ideias exatas em Economia Política?” (Valente, 2020, p. 89). Cruz Ferreira completa, afirmando ser a Geometria “muito conducente a aperfeiçoar o entendimento e a fazer raciocinar com exatidão e método” (Valente, 2020 p. 89).

Na definição do programa de ensino do Imperial Colégio de Dom Pedro II, que passou a servir de referência para os liceus provinciais ao reunir as aulas avulsas espalhadas pela província, a Matemática foi contemplada ao longo dos oito anos do curso, sendo em dois deles destinados ao estudo da Geometria. Neste período, o ensino secundário caracterizava-se essencialmente como preparatório para o ingresso no ensino superior. Assim, a Matemática vai deixando de se caracterizar

como um saber técnico, típico das Academias Militares, passando a se constituir, gradualmente, como parte da cultura geral escolar (Valente, 2020).

2.1.3 Brasil República (a partir de 1889)

Em 1889, um movimento militar destituiu o imperador Dom Pedro II, dando início ao período republicano no Brasil. D'Ambrósio (1999) ressalta que, com a Proclamação da República, do ponto de vista do ensino das matemáticas, inicia-se um período de estagnação.

Pavanello (1989) descreve o cenário educacional desse período, destacando que, na educação primária, a ênfase estava sobre o ensino das técnicas operatórias, entendidas como instrumentos voltados à vida prática e às atividades comerciais. Já o ensino secundário tinha como principal finalidade preparar as elites para o ingresso nos cursos superiores. Nesse contexto, o ensino das matemáticas (aritmética, álgebra, geometria) ocorria de forma fragmentada, sendo, inclusive seus livros, organizados por meio de compêndios.

Em 1928, com o propósito de modernizar o ensino secundário, o então Colégio Pedro II, por meio de Euclides Roxo, apresentou sugestões de mudanças relacionadas a seriação e aos programas de Matemática. Essas ideias refletiram-se na legislação nacional em 1931, por meio da Reforma Francisco Campos, que, dentre outras alterações, unificou o ensino de aritmética, álgebra e geometria em uma única disciplina denominada Matemática, passando esta a ser responsabilidade de um único professor. (Miorim, 1998; Pavanello, 1989).

Em portaria posterior ao Decreto 19890 de 18/04/31, que estabeleceu as mudanças e organização da educação secundária, foram definidas as instruções pedagógicas referente à disciplina Matemática. Quanto ao ensino de Geometria, tais instruções recomendavam, conforme destaca Pavanello (1989), que se inicie com explorações intuitivas como exercitar percepções, imaginação espacial, desenvolver abstração e despertar o interesse pelo uso de régua, compasso, esquadros, avançando progressivamente para uma sistematização dos conhecimentos.

Porém, Pavanello (1989) salienta que não se pode afirmar que essas instruções tenham, de fato, reverberado em sala de aula. Conforme complementam Caldato e Pavanello (2015) a proposta enfrentou resistência por parte dos professores da época, os quais, em sua maioria, não possuíam formação

sistematizada, sendo geralmente autodidatas ou recrutados como profissionais liberais.

O problema da formação dos professores da escolarização secundária começa a se modificar a partir de 1934 e 1935, anos em que são criadas, respectivamente, Universidade de São Paulo e do Rio de Janeiro. Nesse cenário, em 1934, tem início, em São Paulo, o curso de Matemática. (Pavanello, 1989).

Na década de 1960, conforme aponta Pavanello (1989), ocorre o lançamento dos primeiros livros didáticos sob influência do Movimento da Matemática Moderna, cuja proposta central era trabalhar a Matemática sob a ótica das estruturas. No que se refere a Geometria, implicava no uso da mesma simbologia utilizada para os conjuntos. Assim, Caldato e Pavanello (2015) afirmam que a Geometria deixa de se ocupar da descrição dos atributos ou propriedades dos entes geométricos para, a partir deles, deduzir suas implicações, passando a enfatizar um trabalho feito por planos vetoriais ou transformações geométricas.

Na década de 1970, Pavanello (1989), elenca uma sequência de fatores que contribuíram para o esvaziamento do ensino da Geometria, inicialmente adotados em São Paulo, mas que posteriormente repercutiram em todo país. A autora destaca que:

“A orientação de trabalhar a geometria sob o enfoque das transformações, assunto não dominado pela grande maioria dos professores secundários, acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominantemente a álgebra — mesmo porque, como a Matemática Moderna fora introduzida através desse conteúdo, enfatizara sua importância. A Lei 5692/71, por sua vez, facilita esse procedimento ao permitir que cada professor adote seu próprio programa de acordo com as necessidades da clientela. A maioria dos alunos do 1º grau deixa, assim, de aprender geometria, pois, em geral, os professores das quatro séries iniciais limitam-se a trabalhar somente a aritmética — e as noções de conjunto. O estudo de geometria passa a ser feito, quando o é, apenas no 2º grau. A substituição do Desenho Geométrico pela Educação Artística nos dois graus de ensino vem, no entanto, tornar ainda maior a dificuldade dos alunos em trabalhar com as figuras geométricas e sua representação. (Pavanello, 1989, p.164-165).

Dessa forma, a Geometria passou a ser progressivamente desprezada no ensino público. Essa constatação é retratada em diversas pesquisas como o período de abandono do ensino de Geometria.

Na década de 1990, pesquisas realizadas por Peres (1991), Pavanello (1993) e Lorenzato (1995) alertavam para essa preterição e concluíram que a Geometria não fazia parte da maioria das salas de aula de Matemática. Quando presente, era tratada de forma superficial e descontextualizada.

Pereira (2001) realizou uma pesquisa bibliográfica na qual analisou estudos sobre o abandono do ensino de Geometria. Nessa investigação, a autora destacou três categorias que emergiram dos estudos analisados para explicar essa situação: formação dos professores, omissão da Geometria nos livros didáticos e lacunas deixada pelo Movimento da Matemática Moderna.

Diante desse cenário, “ocorre, então, por parte dos educadores matemáticos, um esforço no sentido de recuperar o ensino da Geometria” (Miorim, Miguel e Fiorentini, 1993, p.21). Esse movimento de retomada também se reflete nas legislações educacionais. Os autores destacam a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (1988), que “procura colocar a geometria no mesmo nível de destaque e de importância que a álgebra” (Miorim, Miguel e Fiorentini, 1993, p.22).

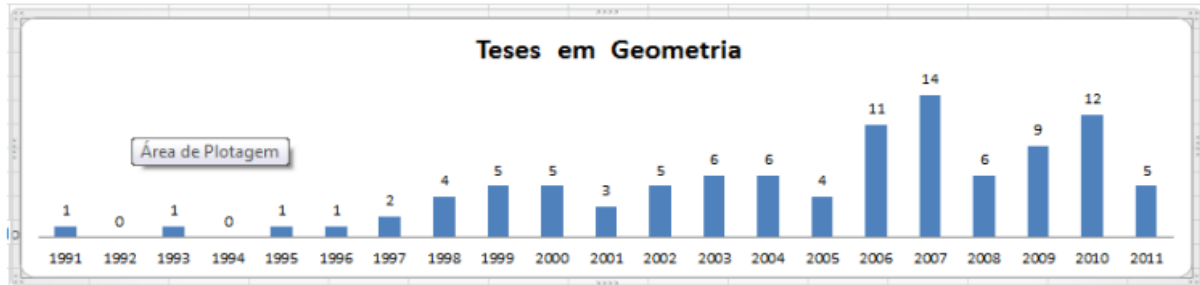
Um pouco mais tarde, em 1992, Caldatto e Pavanello (2015) destacam, nesse mesmo sentido de retomada, o Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná, que propunha uma abordagem da Geometria mais concreta e palpável, na qual a intuição, a observação, a manipulação de objetos e a experimentação assumiam papel norteador no ensino desse conteúdo.

Com vistas a compreender e enfrentar os problemas historicamente associados ao ensino da Geometria, esse ramo da Matemática passou a despertar um interesse crescente no campo das pesquisas educacionais. Até então, eram relativamente escassos os estudos dedicados especificamente ao ensino da Geometria.

Esse crescimento é evidenciado em uma pesquisa sobre teses defendidas com a temática de Geometria, realizada no banco de dados da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) por Sena e Dorneles (2013). O levantamento foi conduzido a partir dos descritores “Educação Matemática e Geometria” e “Ensino de Geometria” e contabilizou 101 trabalhos defendidos no período de 1991 a 2011.

Observa-se, no gráfico da Figura 1, que o número de teses com a temática da Geometria quadruplica no período de 2001 a 2011 em relação à década anterior. Os autores destacam que as temáticas em evidência nesse conjunto de pesquisas concentram-se, sobretudo, no uso de informática e de tecnologias no ensino bem como na formação de professores. Esta última temática dialoga diretamente com o problema anteriormente mencionado neste trabalho, apontado por Pereira (2001), referente ao abandono do ensino de Geometria.

Figura 1 - Quantidade de teses produzidas em Geometria entre 1991 – 2011



Fonte: Sena e Dorneles (2013).

Clemente et al (2015) por meio do GEPREM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade de Juiz de Fora, realizaram uma pesquisa documental sobre o ensino de Geometria, com foco em artigos publicados em alguns dos periódicos mais antigos da área de Educação Matemática: Bolema, Gepem e Zetetiké. O levantamento concentrou-se em publicações do período de 2000 a 2014, e indicou, assim como no estudo de Sena e Dorneles (2013), um crescimento das pesquisas relacionadas a essa temática no intervalo considerado.

A investigação evidenciou que:

Os trabalhos discutem diferentes aspectos relacionados à geometria, como a resolução de problemas, os livros didáticos, as dificuldades dos estudantes, os conteúdos geométricos e diversas geometrias não-euclidianas. De certa forma, esse leque de abordagens evidencia a preocupação com o ensino e a aprendizagem desses conceitos e conteúdos. (Clemente, et al, 2015, p.11).

Além dos reflexos observados nas legislações estaduais de São Paulo e do Paraná que sinalizam uma retomada do ensino de Geometria, bem como o aumento das pesquisas sobre essa temática anteriormente evidenciado, emergem em âmbito nacional, a partir da década de 1990, legislações que provocam consideráveis mudanças na educação brasileira. Destaca-se nesse contexto, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

A LDB institui e organiza a Educação Básica, composta pelo ensino fundamental (8 anos) e ensino médio (3 anos). Nesse contexto, o ensino fundamental, passa a ser obrigatório e gratuito.

Os PCN consistem em diretrizes propostas pelo Ministério da Educação, publicadas entre 1997 a 2000, em conformidade com a LDB, com o objetivo de orientar

professores e escolas em suas atividades, embora não possuíssem caráter obrigatório. Nesses documentos, o ensino de Geometria é proposto de modo a privilegiar uma abordagem mais prática, conforme expresso no seguinte trecho:

(...) as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 2000, p.44).

Em 2017, é homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para a educação infantil e o ensino fundamental e, em 2018, para o ensino médio. Nesse contexto, a LDB já havia passado por alterações, passando a organizar a Educação Básica em três etapas: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio, todas de caráter obrigatório.

A BNCC, de natureza normativa e obrigatória, consiste em um conjunto de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo de sua trajetória escolar. No ensino fundamental, o documento organiza os conteúdos em cinco unidades temáticas, uma das quais, a Geometria. Já no ensino médio, a BNCC orienta o desenvolvimento de competências por meio do aprimoramento de habilidades específicas, nas quais a Geometria se faz presente sob diversas perspectivas e articulando-se a vários contextos.

Com o advento da BNCC, a Geometria passa a ocupar lugar de destaque no currículo de Matemática, sendo explicitamente reconhecida como uma das unidades temáticas da área. Essa organização evidencia a relevância da Geometria no desenvolvimento do pensamento matemático. Para que esse desenvolvimento se efetive, o documento explicita a importância das representações geométricas ao incluir, entre as habilidades a serem desenvolvidas, a leitura e a produção de representações planas de objetos tridimensionais por meio do desenho em perspectiva.

A análise histórica do ensino de Geometria no Brasil aponta uma trajetória marcada por inconstância, desde a sua presença restrita ao ensino militar no período colonial, passando pela inserção na legislação educacional do Império sem efetiva consolidação nas práticas escolares, até o esvaziamento do ensino da Geometria em parte do período republicano. A partir do movimento de retomada do ensino desse campo do conhecimento matemático, evidenciado tanto nas pesquisas em Educação Matemática quanto em documentos oficiais mais recentes como LDB e BNCC,

propostas didáticas que favoreçam à compreensão e à representação de objetos espaciais passam a ganhar maior destaque, contexto no qual se insere a presente pesquisa.

2.2 O papel da visualização e representação no ensino de Geometria

Após o período comumente caracterizado como de abandono do ensino da Geometria, observa-se no contexto de sua retomada o fortalecimento de investigações que passam a enfatizar o papel da visualização e da representação no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial.

Nesse contexto, Carvalho e Ferreira (2015) realizaram um levantamento das pesquisas em Geometria com foco na visualização, desenvolvidas em programas de pós-graduação *strictu sensu* de Ensino de Ciências e Matemática ou Educação Matemática reconhecidos pela CAPES. Os autores evidenciam que a maior parte dessas produções se direciona à práticas voltadas para o desenvolvimento das capacidades de visualização, com predomínio de ambientes informatizados ou envolvimento de materiais manipuláveis.

No âmbito internacional, Flores (2003) já pontava para esse crescimento ao destacar que

(...) a atividade do olhar tem recebido um lugar de destaque nas referidas pesquisas. A ligação entre a aprendizagem da geometria e o saber ver as representações das figuras geométricas tem aguçado a busca de variados procedimentos que possam ser colocados em prática na sala de aula a fim de aprimorar a desenvoltura do olhar as imagens, no ensino de geometria. (Flores, 2003, p. 22).

A capacidade de visualização e representação, portanto, assumem papel importante no ensino de Geometria, em especial, na Geometria Espacial. Valente e Pereira (2015), chamam a atenção para carência no desenvolvimento dessas habilidades entre estudantes egressos do ensino médio, o que reforça a necessidade de práticas que abordem de forma explícita e sistemática a visualização e representação de objetos tridimensionais.

Esse papel de destaque das representações e da capacidade de visualização não se restringe ao campo acadêmico, encontrando respaldo também em documentos oficiais. A BNCC reconhece que as competências que estão diretamente associadas a representar pressupõem

(...) a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Apesar de essa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, é em especial nessa área que podemos verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, de ideias e de conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas. Nesse sentido, na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, resolução e comunicação de resultados de uma atividade. Por sua vez, o trânsito entre os diversos registros de representação pode favorecer que os estudantes tenham maior flexibilidade e fluidez na área e, ainda, promover o desenvolvimento do raciocínio. (BNCC, p. 519)

Essa orientação vai ao encontro do que defende Duval (2012), ao argumentar que as diversas representações semióticas de um objeto matemático são necessárias, uma vez que os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis ao sujeito, sendo necessário recorrer a seus representantes. O autor complementa ainda que a compreensão de um conceito matemático só ocorre quando o sujeito é capaz de coordenar e transitar entre dois ou mais registros de representação relativos a um mesmo objeto.

Entende-se por representação semiótica:

(...) produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. (Duval, 2012, p.269).

Assim, as representações semióticas não se configuram apenas como meio de exteriorização ou comunicação, tampouco se resume a imagens. Conforme argumenta Duval (2012), elas são indispensáveis à atividade cognitiva, pois permitem tratar informações, produzir transformações e acessar objetos matemáticos.

Nesse contexto, o desenho em perspectiva pode ser compreendido, no âmbito da Geometria Espacial, como um dos registros de representação a ser mobilizado e articulado com outros registros, possibilitando ao estudante o acesso e a compreensão de entes matemáticos tridimensionais.

Conseqüentemente, a visualização não se limita ao simples fato de ver um objeto, uma vez que exige um tratamento cognitivo sobre representações mobilizadas. Nesse sentido, compreender uma figura ou uma representação geométrica pressupõe a ativação de processos que vão além da percepção imediata. Assim, a visualização constitui-se em uma habilidade passível de desenvolvimento e aprimoramento, sobretudo por meio de atividades que possibilitem ao estudante transitar entre diferentes registros de representação (Duval, 2012).

Considerando que a visualização e a compreensão geométrica requerem a mobilização de diferentes formas de representação pelo estudante, este trabalho se direciona para o desenho em perspectiva, compreendido como uma forma de representação semiótica utilizada para representar objetos tridimensionais no plano.

2.3 Desenho em perspectiva como forma de representação na Geometria

Diversas formas de representação são utilizadas com o objetivo de tornar acessíveis objetos geométricos de natureza tridimensional. Dentre essas formas de representação, destaca-se o desenho em perspectiva, amplamente utilizado em livros didáticos de Matemática no tratamento da Geometria Espacial.

De modo geral, Sanzi e Quadros (2014) argumentam que a perspectiva consiste em um desenho construído no plano a partir de suas regras de execução, cuja finalidade é organizar visualmente as relações espaciais entre os elementos do objeto representado, produzindo uma ilusão de profundidade.

Parzysz (1989) e Gutiérrez (1998) defendem a necessidade do ensino explícito de técnicas de representação em perspectiva aos estudantes, ressaltando que a representação não substitui o objeto geométrico que se busca representar, pois as representações causam perda de informações referentes às partes ocultas do objeto. Para Parzysz (1989), o domínio dessas técnicas contribui para que o estudante desenvolva a capacidade de realizar a transferência de propriedades entre o objeto e sua representação (objeto → desenho ou desenho → objeto) fazendo uso das representações de forma mais consciente e produtiva. Nesse sentido, não basta utilizar representações prontas, uma vez que o processo de construção das representações envolve interações cognitivas relevantes.

Dessa forma, o desenho em perspectiva pode ser compreendido como um dos registros de representação semiótica mobilizados na Geometria Espacial, e ao se articular com outros registros, pode tornar explícitas relações que não são imediatamente perceptíveis.

No âmbito do uso dessas representações no ensino de Geometria Espacial, Parzysz (1991), destaca que as perspectivas paralelas são as mais adequadas por diversos motivos:

(...) é mais fácil de colocar em prática, em razão das propriedades que são preservadas no desenho: paralelismo, ponto médio, de modo mais geral, a razão entre dois comprimentos em uma direção dada, o “tamanho real” em

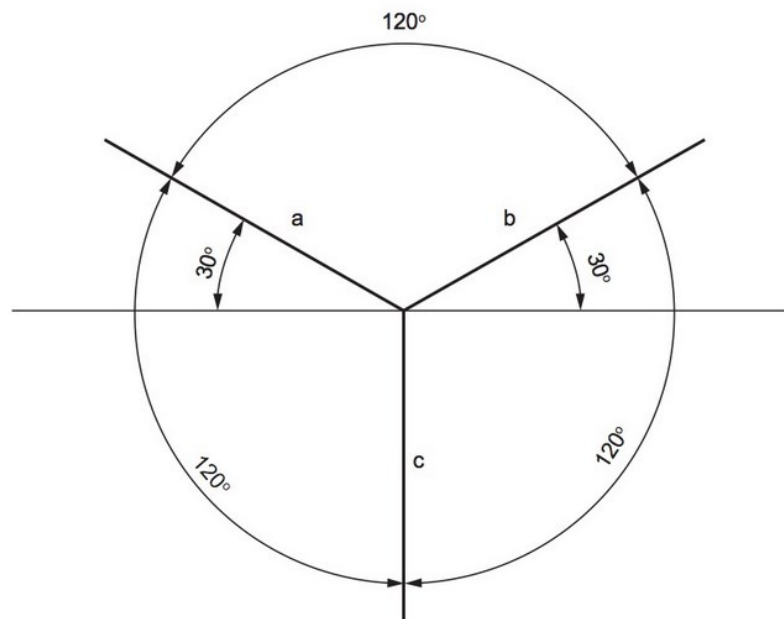
qualquer plano paralelo ao plano de projeção. Além de ser mais fácil de manipular (...) (Parzysz, 1991, p. 589).

Dentre as perspectivas paralelas, destacam-se a perspectiva isométrica e a cavaleira, amplamente presentes, respectivamente, no desenho técnico arquitetônico e em livros didáticos de Matemática, as quais serão abordadas na sequência.

2.3.1 Perspectiva Isométrica

A perspectiva isométrica, conforme afirma Ching (2017), caracteriza-se pela preservação das relações proporcionais entre os segmentos que representam o comprimento, a largura e a altura do objeto. Essa técnica baseia-se em um sistema de três semirretas com a mesma origem, dispostas de forma que formam entre si ângulos de 120° , definindo os chamados eixos isométricos, como ilustrado na Figura 2.

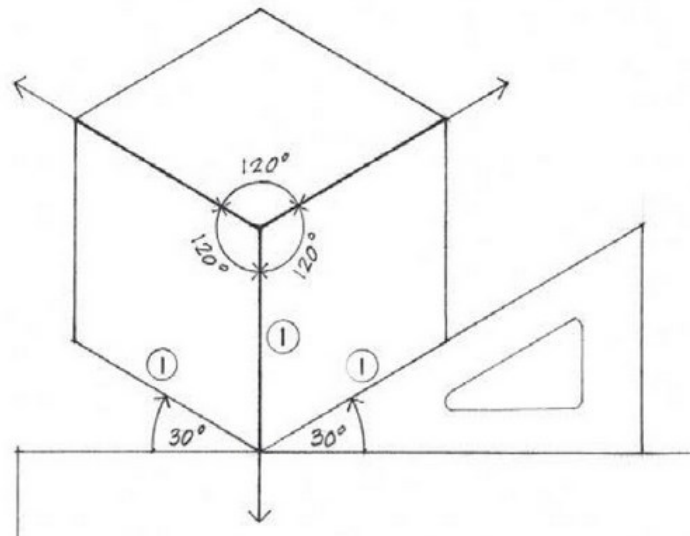
Figura 2 - Eixos isométricos a, b e c



Fonte: Ching (2017).

Na perspectiva isométrica, o eixo vertical (eixo c) é representado verticalmente no plano, enquanto os eixos a e b são oblíquos e formam um ângulo de 30° em relação a uma linha horizontal. A Figura 3, ilustra um cubo representado em perspectiva isométrica, evidenciando a disposição dos eixos e a equivalência proporcional entre as três dimensões do sólido.

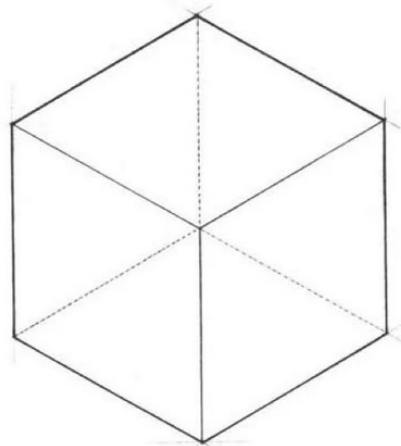
Figura 3 - Cubo em perspectiva isométrica 1



Fonte: Ching e Juroszek (2012).

Um aspecto relevante a ser destacado em relação a perspectiva isométrica, observável na Figura 4, refere-se ao fato de que formas baseadas em quadrados “podem criar uma ilusão ótica e estar sujeitas a múltiplas interpretações. Esta ambiguidade resulta do alinhamento das linhas do primeiro plano com aquelas do plano de fundo” (Ching e Juroszek, 2012, p.198).

Figura 4 - Cubo em perspectiva isométrica 2



Fonte: Ching (2017).

Ao observar a Figura 4, por exemplo, pode-se ter a ilusão de se tratar de um hexágono regular. No entanto, no contexto do uso do desenho em perspectiva no ensino de Geometria, tal ambiguidade pode conduzir a interpretações equivocadas da

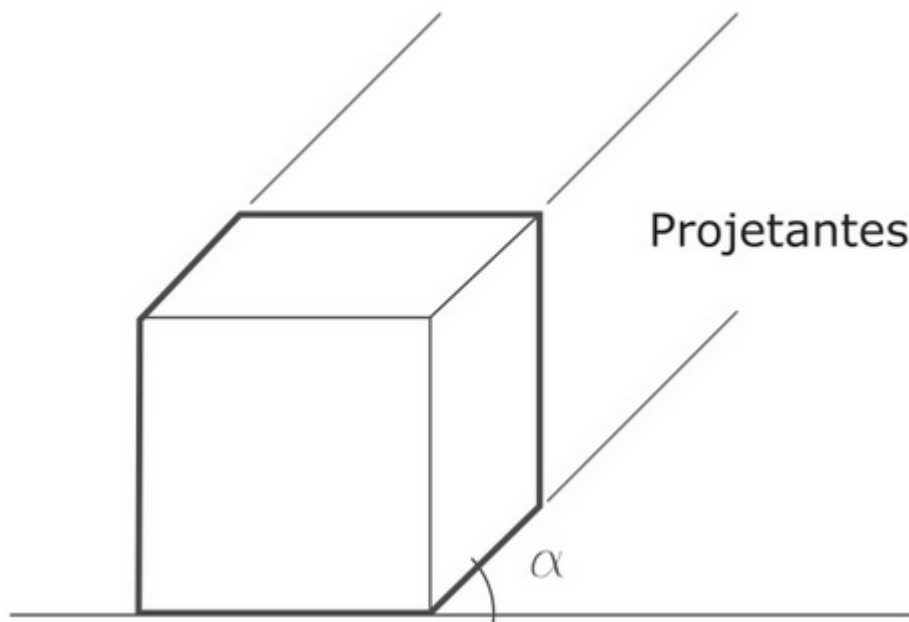
forma representada. Nesses casos, Ching e Juroszek (2012), sugerem a adoção de outra técnica de representação em perspectiva, aqui destaca-se a perspectiva cavaleira, que reduz esse tipo de ambiguidade.

2.3.2 Perspectiva Cavaleira

Na técnica da perspectiva cavaleira, conforme aponta Lellis (2009), tem-se a impressão de que o objeto representado é observado à certa distância, uma vez que apresenta uma face paralela ao plano de projeção enquanto as demais sofrem algum tipo de deformação decorrentes do processo de representação.

Nesse sentido, conforme Cruz (2014), a perspectiva cavaleira, caracteriza-se pela presença de uma face frontal plana, representada em verdadeira grandeza e proporção, e paralela ao plano de projeção. Já os segmentos que representam profundidade do objeto, denominados por Sanzi e Quadros (2014) de linhas projetantes, são projetadas em posição oblíqua em relação ao plano da figura, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 - Cubo em perspectiva cavaleira

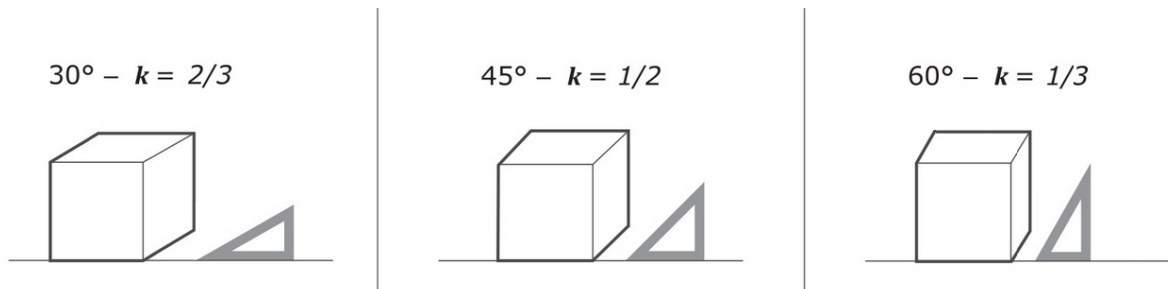


Fonte: Sanzi e Quadros (2014).

Mesmo em sólidos como o cubo, cujas arestas são todas congruentes, observa-se que as arestas representadas ao longo das linhas projetantes apresentam comprimento menor do que aquelas pertencentes a face frontal quando medidas no

desenho. Segundo Sanzi e Quadros (2014), esse efeito decorre do fato de que a visão humana impõe uma redução para criar a sensação de tridimensionalidade aos objetos representados. Embora os coeficientes de redução possam ser determinados por meio de cálculos matemáticos, convencionou-se a adoção de três ângulos de inclinação para as linhas projetantes, cada um associado a um coeficiente específico, conforme ilustrado na Figura 6.

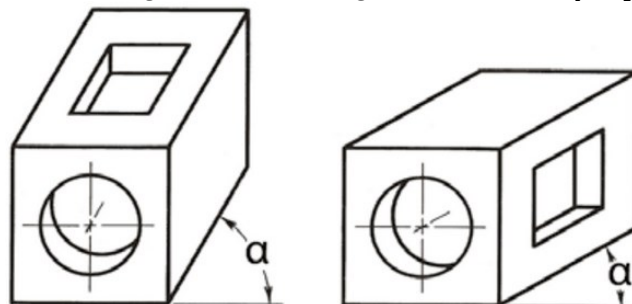
Figura 6 - Coeficiente de redução na perspectiva cavaleira



Fonte: Adaptado de Sanzi e Quadros (2014).

Na escolha do ângulo de inclinação na perspectiva cavaleira, segundo Lixandrão, et al. (2018), pode-se considerar qual aspecto do objeto se pretende enfatizar na representação. Ângulos de inclinação maiores tendem a evidenciar a parte superior do objeto, com menor distorção, enquanto ângulos menores favorecem a visualização do plano lateral, também com menor distorção. Essas diferenças podem ser observadas na figura 7.

Figura 7 - Variação na inclinação dos eixos projetantes



Fonte: Giesecke, et al. (2002).

De forma resumida, na perspectiva cavaleira,

(...) uma das faces principais do objeto está paralela ao plano do quadro e as linhas verticais se mantêm verticais, em verdadeira grandeza e paralelas entre si; as linhas horizontais se mantêm horizontais, em verdadeira grandeza e paralelas entre si; as linhas de profundidade tornam-se inclinadas, sofrem redução e continuam paralelas entre si. (Sanzi e Quadros, 2014, p.27)

As perspectivas isométrica e cavaleira constituem formas de representação que apresentam, cada uma, potencialidades e limitações próprias. Enquanto a perspectiva isométrica favorece uma visualização mais equilibrada das três dimensões visíveis do objeto, essa característica pode gerar ambiguidades visuais que dificultam sua interpretação. Já a perspectiva cavaleira, por sua vez, ao preservar uma face em verdadeira grandeza, tende a reduzir esse tipo de ambiguidade, embora introduza deformações associadas à profundidade do objeto. Além disso, conforme destacam Sanzi e Quadros (2014), ambas apresentam relativa facilidade de execução quando comparadas a outras técnicas de representação em perspectiva. Soma-se a isso o fato de que, ao conservarem determinadas relações geométricas, essas perspectivas são apontadas por Parzysz (1989) como particularmente adequadas ao ensino de Geometria.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo apresenta-se o delineamento da pesquisa. São abordados aspectos referentes a sua classificação, os participantes envolvidos, o desenvolvimento do minicurso de desenho em perspectiva, os instrumentos de coleta de dados utilizados e os aspectos éticos que orientaram a investigação.

3.1 Classificação da Pesquisa

A classificação da pesquisa fundamenta-se na proposta apresentada por Prodanov e Freitas (2013), segundo a qual as pesquisas podem ser classificadas quanto à sua natureza, aos seus objetivos, à abordagem do problema e aos procedimentos técnicos.

Quanto à natureza, a pesquisa caracteriza-se como aplicada, uma vez que apresenta interesse na aplicação prática do conhecimento produzido. Prodanov e Freitas (2013) e Gil (2008) concordam que esse tipo de pesquisa visa a solução de problemas específicos, estando voltada à utilização e às consequências práticas dos resultados obtidos. Nesse sentido, o presente estudo busca investigar se o domínio das técnicas de desenho em perspectiva contribui para a compreensão dos estudantes quanto a objetos tridimensionais representados no plano.

Em relação aos objetivos, apoiados em Gil (2008), classifica-se como uma pesquisa descritiva, com elementos de pesquisa explicativa, que tem como uma de suas características principais o estabelecimento de relações entre variáveis. Nesse sentido, pretende-se avaliar a relação entre o saber as técnicas de desenho em perspectiva e a compreensão dos alunos em relação a objetos tridimensionais representados no plano.

No que se refere a abordagem do problema, trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa. De acordo com Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados, sendo o pesquisador o instrumento chave. Nessa abordagem, não há centralidade no tratamento de dados estatísticos no processo de análise de um problema. Nesse contexto, busca-se analisar, de forma subjetiva, se o domínio das técnicas de desenho em perspectiva por parte dos estudantes impacta na compreensão de objetos tridimensionais representados no plano.

No que diz respeito aos procedimentos técnicos, a pesquisa caracteriza-se como pesquisa-ação. Segundo Thiollent (2011), esse tipo de pesquisa envolve a intervenção consciente do pesquisador em uma situação real, com participação ativa dos sujeitos envolvidos.

(...) trata-se de uma forma de experimentação na qual os indivíduos ou grupos mudam alguns aspectos da situação pelas ações que decidiram aplicar. Da observação e da avaliação dessas ações, e também pela evidencição dos obstáculos encontrados no caminho, há um ganho de informação a ser captado e restituído como elemento de conhecimento. (Thiollent, 2011, p.21-22)

A classificação enquanto pesquisa-ação justifica-se pelo fato do estudo envolver a realização de um minicurso de desenho em perspectiva, no qual o pesquisador atuou diretamente no planejamento, na condução das atividades e na análise das ações desenvolvidas.

3.2 Aspectos Éticos

A coleta de dados da pesquisa, realizada por meio de um minicurso, ocorreu após aprovação do projeto intitulado “O desenho em perspectiva como auxílio na compreensão de objetos tridimensionais representados no plano” pelo Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR), sob identificação CAAE 22847419.2.0000.5547, e pelo Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos do Instituto Federal do Paraná (CEP/IFPR), instituição coparticipante, sob identificação CAAE 22847419.2.3001.8156. Os respectivos pareceres encontram-se nos anexos I e II.

Afim de assegurar o anonimato dos participantes e a confidencialidade dos dados coletados, o pesquisador assinou um termo de compromisso e confidencialidade, por meio do qual se comprometeu com a preservação das informações obtidas e com o envio do relatório final junto aos Comitês de Ética em pesquisa para devida finalização do processo.

Cabe ressaltar que o projeto em questão foi aprovado no ano de 2019, com previsão de execução em 2020. Entretanto, em virtude da pandemia da Covid-19, as atividades presenciais foram suspensas e o projeto somente pôde ser retomado em 2024, após o reingresso do pesquisador no programa de pós-graduação. Ainda assim, a pesquisa foi conduzida nos mesmos moldes do protocolo submetido e aprovado pelos Comitês de Ética em Pesquisa, não havendo alterações quanto aos objetivos,

procedimentos, instrumentos de coleta de dados ou perfil dos participantes, tendo ocorrido apenas a mudança em relação ao turno de realização das atividades.

3.3 Participantes da Pesquisa

Com o objetivo de investigar o impacto do ensino das técnicas de desenho em perspectiva na compreensão dos alunos sobre objetos tridimensionais representados no plano, o pesquisador convidou a instituição na qual possui vínculo como docente a participar da pesquisa na condição de instituição coparticipante. Essa participação envolveu a autorização para realização do minicurso de técnicas de desenho em perspectiva em suas dependências, bem como a autorização para o convite aos estudantes interessados em participar do estudo.

Cabe ressaltar, que embora o pesquisador possuísse vínculo empregatício com a instituição coparticipante, destaca-se que, durante a realização da pesquisa, encontrava-se afastado das atividades de ensino, não atuando como professor em exercício das turmas da instituição.

No momento de realização da pesquisa, haviam duas turmas disponíveis para a realização do minicurso: o terceiro ano do curso técnico em cooperativismo e o terceiro ano do curso técnico em administração. A escolha da turma do terceiro ano do curso técnico em Administração fundamentou-se em critérios de ordem pedagógica e curricular. O minicurso foi planejado de modo que um ou dois encontros iniciais, conforme a necessidade, fosse realizada uma revisão de conceitos básicos e necessários de Geometria plana e espacial. O terceiro ano do curso técnico em administração havia acabado de encerrar esse conteúdo em sala de aula, tornando desnecessária a revisão.

Após a definição da turma, foi realizado o convite formal aos estudantes para participarem da pesquisa. Ocasão em que foram apresentados os objetivos da pesquisa, os procedimentos previstos e a forma de participação esperada. Ressaltou-se que a adesão era voluntária, não havendo obrigatoriedade, bem como a possibilidade de desistência a qualquer momento, sem que houvesse qualquer prejuízo acadêmico. Foi esclarecido ainda, que aqueles que optassem por não participar, teriam atividades em sala de aula com o professor da turma. Também foram apresentados e esclarecidos o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), garantindo o cumprimento dos

aspectos éticos de pesquisa. Por fim, apresentou-se o planejamento geral do minicurso, destacando suas principais etapas e características.

3.4 Minicurso de Desenho em Perspectiva

O minicurso de desenho em perspectiva foi planejado como procedimento metodológico principal da pesquisa, com o objetivo de possibilitar o ensino de técnicas de representação em perspectiva.

Inicialmente previa-se que o minicurso fosse realizado no contra turno escolar. Entretanto, devido a ajustes no calendário escolar da instituição coparticipante, que passou a incluir aulas regulares também no período vespertino, optou-se, em conjunto com o professor titular da turma e coordenadores da instituição, pela realização do minicurso no período regular de aula, ocupando os períodos destinados a disciplina de Matemática.

O minicurso foi realizado no laboratório de Física do IFPR-Coronel Vivida. O espaço dispõe de bancadas amplas, banquetas, quadro branco e projetor multimídia, o que favoreceu o desenvolvimento das atividades propostas. A instituição coparticipante também disponibilizou os materiais utilizados durante o minicurso, incluindo pranchetas equipadas com régua paralela, esquadros (30° , 60° , 90°), esquadros (45° , 45° , 90°), régua de 30 centímetros, folhas sulfites em branco, impressões, canetas, lápis, borrachas e sólidos geométricos confeccionados em acrílico, utilizados como apoio visual.

O minicurso foi inicialmente planejado para ser desenvolvido em oito encontros. Contudo, ao longo de sua execução, foram realizados treze encontros, em decorrência de ajustes necessários realizados durante o processo. Tais mudanças não implicaram alterações nos objetivos, conteúdos ou instrumentos de coleta de dados previstos.

Cada encontro tinha a duração de 1h 40 minutos (duas horas/aula). A organização dos encontros e os conteúdos abordados em cada um estão sintetizados no Quadro 1.

Quadro 1 - Organização dos encontros no minicurso de desenho em perspectiva

Encontro	Conteúdo
1° Encontro	Apresentação do minicurso, Questionário 1, Avaliação Diagnóstica 1.
2° Encontro	Avaliação Diagnóstica 2 e Avaliação Diagnóstica 3
3° Encontro	Avaliação Diagnóstica 4 e Avaliação Diagnóstica 5
4° Encontro	Técnicas de desenho em perspectiva
5° Encontro	Técnicas de desenho em perspectiva
6° Encontro	Técnicas de desenho em perspectiva
7° Encontro	Técnicas de desenho em perspectiva
8° Encontro	Técnicas de desenho em perspectiva
9° Encontro	Técnicas de desenho em perspectiva
10° Encontro	Técnicas de desenho em perspectiva
11° Encontro	Avaliação Diagnóstica 6 e Avaliação Diagnóstica 7
12° Encontro	Avaliação Diagnóstica 8 e Avaliação Diagnóstica 9
13° Encontro	Questionário 2 e encerramento.

Fonte: Autoria própria (2025).

No primeiro encontro foram apresentados aos participantes da pesquisa o contexto do minicurso, seus objetivos e organização, bem como o que se espera dele. Foram retomados o caráter voluntário da participação e da possibilidade de desistência a qualquer momento. Na sequência, aplicaram-se o Questionário 1 e a Avaliação Diagnóstica 1.

Nos segundo e terceiro encontros foram realizadas apenas avaliações diagnósticas. Avaliações Diagnósticas 2 e 3 no segundo encontro, e avaliações diagnósticas 4 e 5 no terceiro encontro. Essa organização teve como finalidade assegurar tempo adequado para a realização das atividades propostas, sem comprometer o desempenho dos participantes por falta de tempo.

Do quarto ao décimo encontro, desenvolveram-se as atividades de ensino das técnicas de representação em perspectiva isométrica e cavaleira. Nesse período, os participantes foram progressivamente introduzidos aos instrumentos e procedimentos necessários à construção das representações, de modo a favorecer a compreensão das convenções envolvidas em cada processo.

O minicurso foi conduzido de modo a articular o uso de objetos tridimensionais concretos e suas representações planas, conforme defendido por Parzysz (1989) acerca do ensino de Geometria Espacial. Nos encontros finais, foram aplicadas as avaliações diagnósticas posteriores à intervenção (Avaliações Diagnósticas 6 a 9), bem como o Questionário 2, encerrando-se as atividades do minicurso.

3.5 Instrumentos de Coleta de Dados

A coleta de dados ocorreu no contexto de um minicurso de desenho em perspectiva desenvolvido no Instituto Federal do Paraná campus Coronel Vivida, no período de 1º de outubro a 13 de novembro de 2024, totalizando 13 encontros.

Os dados foram obtidos por meio de diferentes instrumentos de coleta: um questionário inicial (Q1); cinco avaliações diagnósticas (AD1, AD2, AD3, AD4 e AD5), aplicadas antes do estudo das técnicas de desenho em perspectiva; quatro avaliações diagnósticas (AD6, AD7, AD8 e AD9), aplicadas após esse estudo; e um questionário final (Q2). Para complementar, foi utilizado o diário de campo do pesquisador com os registros das observações realizadas durante o desenvolvimento das atividades.

Os questionários e as avaliações diagnósticas encontram-se disponíveis nos apêndices deste trabalho. A seguir, cada um dos instrumentos de coleta de dados é descrito de forma individualizada.

3.5.1 Questionário 1 (Q1)

O Questionário 1 teve como objetivo levantar informações acerca do perfil dos participantes, de sua familiaridade com a Matemática e seus conhecimentos prévios em Geometria, bem como identificar percepções relacionadas à habilidade de representar objetos tridimensionais no plano e ao uso de representações planas na resolução de exercícios de Geometria Espacial.

O instrumento também contemplou questões voltadas a compreender os motivos que levaram os estudantes a participar do minicurso, assim como suas

expectativas em relação às atividades. Enfatizou-se aos participantes o caráter diagnóstico do questionário, não havendo respostas corretas ou incorretas, devendo cada um responder conforme suas expectativas, percepções e experiências prévias.

3.5.2 Avaliação Diagnóstica 1 (AD1)

A avaliação Diagnóstica 1 (AD1) teve como objetivo investigar a capacidade dos participantes de representar objetos tridimensionais no plano antes do estudo das técnicas de desenho em perspectiva. A atividade foi organizada em duas tentativas, com a finalidade de observar se a utilização da malha isométrica traria alguma facilidade no processo de representação.

Na primeira tentativa, solicitou-se aos participantes que representassem um prisma quadrangular regular em uma folha em branco. Como material de apoio, foi disponibilizado um prisma quadrangular regular confeccionado em acrílico, que poderia ser manuseado livremente durante a realização da atividade. Os participantes também tiveram acesso aos instrumentos de desenho, como prancheta, esquadros e régua. Contudo, sem orientações prévias sobre sua utilização, ficando a critério de cada participante utilizá-los da maneira que julgassem conveniente. Essa escolha metodológica teve como finalidade observar se os participantes tinham familiaridade com os instrumentos.

Na segunda tentativa, mantendo-se as mesmas condições de realização, os participantes foram convidados a representar o mesmo prisma quadrangular regular utilizando uma malha isométrica. Após as conclusões de cada tentativa, as produções foram recolhidas para posterior análise.

3.5.3 Avaliação Diagnóstica 2 (AD2)

A Avaliação Diagnóstica 2 (AD2) seguiu a mesma organização metodológica da AD1, inclusive com mesmo objetivo, diferindo-se apenas quanto ao objeto geométrico a ser representado. Nessa atividade, solicitou-se aos participantes a representação de uma pirâmide quadrangular regular. Assim como na AD1, a tarefa foi desenvolvida em duas tentativas: inicialmente em folha em branco e, em seguida, em malha isométrica, mantendo-se as mesmas condições de realização, materiais de apoio e orientações fornecidas.

3.5.4 Avaliação Diagnóstica 3 (AD3)

A Avaliação Diagnóstica 3 (AD3) teve como objetivo investigar a habilidade de visualização dos participantes diante de representações planas de objetos tridimensionais, especialmente no que se refere a identificação de relações de perpendicularidade e à interpretação de elementos geométricos destacados em figuras.

A atividade foi composta por dois exercícios. No primeiro, apresentou-se a representação de um prisma quadrangular regular, contendo, além de suas arestas, segmentos internos previamente destacados. Solicitou-se aos participantes a identificação de pares de segmentos perpendiculares, sem a introdução de novos elementos geométricos. No segundo exercício, utilizou-se a representação de uma pirâmide quadrangular regular, também com elementos auxiliares destacados. No primeiro item solicitou-se a identificação de segmentos perpendiculares e, em um segundo item, a identificação de pontos que configurassem vértices de um triângulo retângulo.

Em ambos os exercícios, as orientações foram fornecidas de forma verbal, reforçando a necessidade de trabalhar apenas com os elementos apresentados nas figuras. Ao término da atividade, os registros produzidos pelos participantes foram recolhidos para posterior análise.

3.5.5 Avaliação Diagnóstica 4 (AD4)

A Avaliação Diagnóstica 4 (AD4) teve por finalidade investigar como diferentes níveis de explicitação da representação de um objeto tridimensional influenciam a compreensão e resolução de um problema de Geometria Espacial.

O exercício consistiu no cálculo da diagonal de um paralelepípedo reto e foi organizado em quatro tentativas sucessivas. Na primeira, apresentou-se apenas o enunciado escrito do problema proposto. Na segunda, além do enunciado, disponibilizou-se a figura do paralelepípedo com suas respectivas dimensões. Na terceira tentativa, destacou-se na figura a diagonal do paralelepípedo. Por fim, na quarta e última tentativa, a figura evidenciava um triângulo retângulo que possibilitava a obtenção da medida solicitada. Ao final de cada tentativa os registros produzidos pelos participantes foram recolhidos para posterior análise.

3.5.6 Avaliação Diagnóstica 5 (AD5)

A Avaliação Diagnóstica 5 (AD5) manteve os mesmos objetivos e mesma organização da AD4, diferindo-se em relação ao objeto geométrico explorado, uma pirâmide quadrangular regular, e pelo número de tentativas realizadas. O exercício tinha por finalidade calcular a altura da pirâmide e foi organizada em três tentativas sucessivas. Na primeira tentativa, apresentou-se apenas o enunciado do problema. Na segunda, o enunciado foi acompanhado pela representação gráfica da pirâmide quadrangular regular. E por fim, na terceira tentativa, a figura da pirâmide evidenciava uma configuração geométrica que permitia identificar um triângulo retângulo associado à resolução do problema. Ao término de cada tentativa, os registros produzidos foram recolhidos para posterior análise.

3.5.7 Avaliação Diagnóstica 6 (AD6)

A Avaliação Diagnóstica 6 (AD6) foi aplicada após apresentação das técnicas de desenho em perspectiva aos participantes, e teve como objetivo investigar a forma como os participantes representavam os objetos tridimensionais no plano e mobilizavam essas representações na resolução de um problema de Geometria Espacial.

A atividade consistiu em um exercício que envolvia a determinação da medida da maior diagonal de um prisma hexagonal regular. Salientou-se ainda, a não obrigatoriedade da construção da representação do objeto, nem do uso dos instrumentos de desenho disponibilizados, ficando a critério de cada participante decidir sobre sua utilização. Os registros produzidos pelos participantes foram recolhidos ao término da atividade para posterior análise.

3.5.8 Avaliação Diagnóstica 7 (AD7)

A Avaliação Diagnóstica 7 (AD7) teve como objetivo investigar a forma como os participantes representavam objetos tridimensionais no plano nesse momento da pesquisa. Solicitou-se a representação de um octaedro regular. Para realização da tarefa, foi disponibilizado um modelo em acrílico do sólido, que poderia ser manuseado livremente pelos participantes. O uso dos instrumentos de desenho, bem como a orientação da representação no plano, ficou a critério de cada participante.

3.5.9 Avaliação Diagnóstica 8 (AD8)

A Avaliação Diagnóstica 8 (AD8) teve como objetivo investigar a habilidade de visualização dos participantes diante de uma representação em perspectiva envolvendo a sobreposição de sólidos geométricos.

A atividade apresentou a representação, em perspectiva, de um prisma hexagonal regular associado a uma pirâmide hexagonal regular, contento, além das arestas dos sólidos, segmentos auxiliares previamente destacados. Solicitou-se aos participantes a identificação de conjuntos de segmentos que configurassem triângulos retângulos na figura apresentada, sem a introdução de novos elementos geométricos. Ao término da atividade, os registros produzidos pelos participantes foram recolhidos para posterior análise.

3.5.10 Avaliação Diagnóstica 9 (AD9)

A Avaliação Diagnóstica 9 (AD9) foi composta por dois exercícios envolvendo o cálculo da área lateral e volume de uma pirâmide quadrangular regular, desenvolvidos sem o fornecimento de representações visuais explícitas. O objetivo de AD9 era investigar como os participantes mobilizavam a resolução do problema na ausência de representação do objeto. Ao término da atividade, os registros produzidos pelos participantes foram recolhidos para posterior análise.

3.5.11 Questionário 2 (Q2)

O Questionário 2 (Q2) foi aplicado no último encontro do minicurso e teve como objetivo investigar as percepções dos participantes após a realização da atividade. O instrumento buscou captar as impressões dos estudantes acerca das contribuições do minicurso para a compreensão de objetos tridimensionais representados no plano, bem como para o uso de representações planas na resolução de problemas de Geometria Espacial.

Composto por sete questões, o questionário abordou aspectos como a existência de experiências prévias com o ensino de técnicas de desenho em perspectiva; a utilidade das representações planas de objetos tridimensionais na resolução de problemas geométricos; e possíveis avanços percebidos na habilidade de representar objetos tridimensionais no plano.

O questionário também contemplou questões relacionadas ao atendimento das expectativas iniciais em relação ao minicurso, além da indicação de pontos positivos e negativos da experiência vivenciada. O instrumento também contemplou questões onde buscou-se investigar a pertinência da inclusão do desenho em perspectiva como conteúdo formal no currículo. Além disso, foi disponibilizado um espaço adicional para comentários livres.

Ressaltou-se aos participantes que o questionário tinha caráter investigativo, não havendo respostas corretas ou incorretas, devendo as respostas refletir percepções pessoais acerca da proposta desenvolvida.

3.5.12 Diário de Campo (DC)

O Diário de Campo (DC) constitui-se como um instrumento complementar de coleta de dados, elaborado pelo pesquisador durante os encontros do minicurso de desenho em perspectiva. Nesse registro, foram anotadas observações referente ao andamento das atividades, dificuldades manifestadas pelos participantes, estratégias adotadas nas atividades propostas, interações consideradas relevantes para o processo investigativo.

4 ANÁLISE DE DADOS

A etapa de análise e interpretação dos dados constitui uma fase fundamental de qualquer pesquisa, pois é por meio dela que se procura compreender, validar ou refutar as questões e hipóteses da pesquisa. Em pesquisas de abordagem qualitativa, essa etapa assume importância ainda maior, uma vez que exige do pesquisador apreciação crítica e reflexiva diante dos dados produzidos.

Os instrumentos de coleta de dados foram divididos em pré-testes (Q1, AD1, AD2, AD3, AD4 e AD5), aplicados antes do estudo das técnicas de desenho em perspectiva, e pós-testes (AD6, AD7, AD8, AD9, Q2), aplicados após o estudo das técnicas. Essa organização permite analisar possíveis mudanças na compreensão, visualização e capacidade de representação dos participantes ao longo da intervenção.

A análise de dados será apresentada, inicialmente, de forma individual, considerando cada instrumento. Em um segundo momento, quando da análise dos pós-testes, será realizado o cruzamento entre os diferentes instrumentos de coleta, com objetivo de identificar relações e evidências relevantes em relação ao ensino das técnicas de desenho em perspectiva e à compreensão de objetos tridimensionais representados no plano.

4.1 Questionário 1 (Q1)

Iniciamos a análise dos dados pelo Questionário 1, cujo objetivo foi traçar o perfil dos participantes antes da realização do minicurso de desenho em perspectiva, bem como compreender suas expectativas em relação ao minicurso e identificar suas habilidades quanto ao tema abordado nesta pesquisa. As três primeiras questões do instrumento, de natureza fechada, possibilitaram uma análise quantitativa dos dados, realizada através da tabulação das respostas por meio de frequência e percentual de ocorrência.

A primeira questão do Q1 investigou o nível de familiaridade dos participantes com a Matemática, considerando simultaneamente o nível de afinidade com o componente e a percepção de desempenho. Os resultados, apresentados na Tabela 1, evidenciam um grupo heterogêneo quanto a essas percepções.

Tabela 1 - Nível de familiaridade e percepção de desempenho em Matemática

Conteúdo Geométrico	Frequência	Percentual(%)
Gosto e tenho um bom desempenho	8	34,8%
Gosto, mas não tenho um bom desempenho	6	26,1%
Não gosto, mas tenho um bom desempenho	3	13,0%
Não gosto e não tenho um bom desempenho	6	26,1%

Fonte: Autoria própria (2025).

Embora a maioria (60,9%) dos participantes declare gostar do componente curricular, apenas 26,1% associam esse gosto a um bom desempenho. Esse dado evidencia que a afinidade com a Matemática não traduz, necessariamente, em percepção positiva de desempenho. Percebe-se, ainda, uma parcela significativa de participantes que relata ter mau desempenho além de não ter afinidade com o componente, evidenciando a necessidade de metodologias que torne o conteúdo mais acessível.

A segunda questão do Q1, teve como objetivo identificar quais conteúdos de Geometria os participantes declaravam dominar, com o intuito de verificar a necessidade de retomada de algum conceito para realização das atividades propostas no minicurso. Ressalta-se que a pretensão não foi avaliar o conhecimento geométrico dos participantes, mas sim, levantar conhecimentos que pudessem interferir no desenvolvimento das atividades por dificuldades não relacionadas ao foco da pesquisa. Como já mencionado anteriormente, com as mudanças no cronograma da pesquisa o minicurso foi realizado em um momento em que os participantes já haviam concluído o estudo de Geometria plana e espacial, o que pode ter influenciado as respostas da questão. Os resultados obtidos encontram-se sintetizados na Tabela 2.

Percebe-se que os participantes indicam dominar amplamente os conceitos de áreas de regiões planas. Todos responderam ter conhecimentos prévios de área de quadrado, área de retângulo, área de um triângulo qualquer, área do triângulo equilátero e teorema de Pitágoras. Nota-se uma redução para 82,6% no percentual de participantes que declararam domínio do conceito de área do hexágono regular. A maior lacuna identificada entre os conhecimentos prévios refere-se a trigonometria no triângulo retângulo, indicada por apenas 52,2% dos participantes.

Tabela 2 - Percepção de domínio de conteúdos de geométricos

Conteúdo Geométrico	Frequência	Percentual(%)
Área do quadrado	23	100,0%
Área do retângulo	23	100,0%
Área de um triângulo qualquer	23	100,0%
Área do triângulo equilátero	23	100,0%
Área do hexágono regular	19	82,6%
Teorema de Pitágoras	23	100,0%
Trigonometria no triângulo retângulo	12	52,2%

Fonte: Autoria própria (2025).

Considerando que esse conceito seria necessário apenas em uma das avaliações diagnósticas aplicadas após o estudo das técnicas de desenho em perspectiva, optou-se por rever esse conteúdo antes da avaliação diagnóstica 6, o que efetivamente foi realizado.

A terceira questão do Q1 investigou a percepção dos participantes em relação a sua própria habilidade em representar objetos tridimensionais no plano. Os resultados estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 - Nível de habilidade em representar objetos 3D no plano

Classificação da habilidade	Frequência	Percentual(%)
Ruim	7	30,4%
Regular	8	34,8%
Boa	8	34,8%
Muito Boa	0	0,0%

Fonte: Autoria própria (2025).

Os dados apontam que 30,4% dos participantes classificaram como “ruim” sua própria habilidade em representar no plano. Outros 34,8% se julgaram regular, além de

nenhum deles declarar sua habilidade “muito boa”. Nesse sentido, temos um quantitativo relevante de participantes (65,2%) que se auto avaliam como “ruim” ou “regular” quanto à sua habilidade de representar objetos tridimensionais no plano, reforçando a importância da temática, pois, esse resultado pode estar ligado a uma limitada experiência em relação às técnicas de representação espacial. Tal interpretação encontra respaldo nos dados da primeira questão do questionário 2, onde os 19 participantes que responderam o questionário afirmaram não possuir experiências anteriores no que se refere às técnicas de representação em perspectiva.

Em uma análise mais profunda, cruzando os resultados da questão 1 com as respostas obtidas na questão 3, os dados mostraram que daqueles que julgam sua habilidade em representar como “boa”, 75% deles afirmaram gostar do componente curricular Matemática. De outro lado, dos participantes que marcaram a opção “ruim” em relação à sua própria habilidade de representação, 85,7% deles, afirmaram não gostar do componente curricular. Esses dados sugerem uma associação entre a auto percepção da habilidade em representação tridimensional e a percepção de desempenho em Matemática.

A quarta questão do Q1 teve como objetivo caracterizar as motivações que levaram os participantes a se inscreverem no minicurso, a partir de uma pergunta aberta. Com base nas respostas obtidas, foram definidas quatro categorias temáticas:

- I. Aprender ou aprimorar técnicas de representação espacial;
- II. Buscar melhor desempenho acadêmico;
- III. Colaboração com o professor ou a pesquisa; e
- IV. Buscar novos conhecimentos ou relação com interesses profissionais futuros.

Ressalta-se que, de acordo com as respostas, cada participante pôde ser enquadrado em mais de uma categoria, sendo que todos se enquadraram em pelo menos uma delas. A Tabela 4 apresenta a distribuição quantitativa das respostas.

Os dados apresentados indicam que a motivação mais recorrente entre os participantes está relacionada à busca por melhor desempenho acadêmico (60,8%), seja no componente curricular de Matemática, seja em avaliações externas, como ENEM e vestibulares. Outra razão representativa que a questão levantou foi o interesse em aprender ou aprimorar técnicas de representação espacial, apontada por 52,2% dos participantes.

Tabela 4 - Motivações para participação no minicurso

Motivação	Frequência	Percentual (%)
Aprender ou aprimorar técnicas de representação espacial	12	52,2%
Buscar melhor desempenho acadêmico	14	60,8%
Colaboração com o professor ou a pesquisa	7	30,4%
Busca de novos conhecimentos ou relação com interesses profissionais	3	13,0%

Fonte: Autoria própria (2025).

Observou-se ainda que oito participantes (34,8%), indicaram simultaneamente motivações associadas às categorias I e II, ou seja, o que sugere uma percepção de que o aprimoramento das técnicas de representação espacial pode contribuir com um melhor desempenho escolar. Esse dado dialoga com a hipótese central desta pesquisa, segundo a qual o domínio das técnicas de desenho em perspectiva pode favorecer a compreensão dos estudantes em relação a objetos tridimensionais representados no plano.

As duas últimas categorias, embora com quantitativos relevantes e pertinentes para a compreensão do contexto de participação dos estudantes, possuem relação indireta com os objetivos centrais da investigação.

A quinta questão do Q1, buscou identificar as expectativas dos participantes em relação à sua participação no minicurso. A partir das respostas obtidas na questão aberta, foram definidas quatro categorias temáticas:

- I. Em aprender ou aprimorar técnicas de representação espacial;
- II. Melhorar a compreensão de figuras espaciais representadas no plano;
- III. Melhorar o desempenho em Geometria Espacial e em avaliações; e
- IV. Retomar conceitos geométricos já estudados.

Ressalta-se que as categorias não são excludentes, uma vez que cada participante pôde ser enquadrado em mais de uma delas. Todas as respostas se enquadraram em pelo menos uma das categorias. A Tabela 5 apresenta a distribuição quantitativa das expectativas identificadas.

Tabela 5 - Expectativas em relação a participação no minicurso

Expectativa	Frequência	Percentual(%)
Em aprender ou aprimorar técnicas de representação espacial	16	69,5%
Melhorar a compreensão de figuras espaciais representadas no plano	8	34,7%
Melhorar o desempenho em Geometria Espacial e em avaliações	8	34,7%
Retomar conceitos geométricos já estudados	2	8,6%

Fonte: Autoria própria (2025).

Observa-se que as expectativas se concentram majoritariamente na aprendizagem ou aprimoramento de representação espacial, mencionadas por 69,5% dos participantes. Em seguida, destacam-se as expectativas relacionadas a melhoria da compreensão de figuras espaciais representadas no plano (34,7%) e melhoria do desempenho acadêmico em Geometria Espacial (34,7%), categorias diretamente ligadas ao foco desta pesquisa.

Ressalta-se também, que os oito participantes que compõem a terceira categoria, melhor desempenho acadêmico, acreditam que o domínio de técnicas de representações em perspectiva pode impactar positivamente seu desempenho acadêmico.

Nota-se ainda um alinhamento entre as respostas da questão 4, referente aos motivos para participação no minicurso, e questão 5, relacionadas às expectativas dos participantes. Entre aqueles que indicaram a motivação “Aprender ou aprimorar técnicas de representação espacial”, 75% reforçaram essa mesma expectativa em suas respostas, evidenciando coerência entre motivos que levaram à inscrição e os objetivos esperados com a participação.

A sexta e última questão do Q1 buscou compreender, antes da realização do minicurso, a percepção dos participantes acerca do papel da representação no plano de objetos tridimensionais na resolução de exercícios de Geometria Espacial. Os participantes indicaram unanimidade quanto ao reconhecimento da importância da representação. Ainda assim, conforme as justificativas observadas, foi possível

identificar diferentes argumentos, o que levou a classificação das respostas em quatro categorias temáticas:

- I. Representação como facilitadora da compreensão do problema;
- II. Representação como apoio ao raciocínio ligado à resolução;
- III. Visualização como recurso compensatório à dificuldade de imaginar; e
- IV. Concordância genérica sem justificativa explícita.

Ressalta-se que as categorias não são excludentes, podendo cada resposta ser enquadrada em mais de uma delas, sendo que todas se enquadraram em pelo menos uma categoria. A Tabela 6 apresenta a quantificação dos dados.

Tabela 6 - Percepção dos participantes sobre o papel da representação em Geometria Espacial antes da realização do minicurso

Expectativa	Frequência	Percentual(%)
Representação como facilitadora da compreensão do problema	11	47,8%
Representação como apoio ao raciocínio ligado à resolução	9	39,1%
Visualização como recurso compensatório à dificuldade de imaginar	3	13,0%
Concordância genérica sem justificativa explícita	4	17,4%

Fonte: Autoria própria (2025).

Observa-se que 69,6% dos participantes relacionam a importância da representação de objetos tridimensionais em exercícios de Geometria Espacial à compreensão do problema e/ou ligado ao raciocínio necessário para sua resolução. Esse resultado indica que os estudantes reconhecem, ainda que intuitivamente, o papel da representação como mediadora do pensamento geométrico.

Outros 13,0% dos participantes associam a representação à superação de dificuldades em imaginar mentalmente figuras tridimensionais, destacando a visualização como recurso compensatório. Por fim, 17,4% dos respondentes reconhecem a importância da representação, porém sem apresentar argumentação explícita.

De modo geral, os dados apontam para uma percepção inicial favorável ao uso de representações no ensino de Geometria Espacial, o que reforça a pertinência da proposta investigativa e indica um contexto propício para o desenvolvimento da intervenção planejada.

4.2 Avaliação Diagnóstica 1 (AD1)

A primeira avaliação diagnóstica (AD1) teve por finalidade analisar a capacidade dos participantes em representar objetos tridimensionais no plano, servindo posteriormente como referência para comparações com as produções confeccionadas realizadas após o ensino das técnicas de desenho em perspectiva. A AD1 foi realizada em duas tentativas. Na primeira, os participantes realizaram a representação em uma folha em branco; na segunda, utilizaram uma malha isométrica. Essa organização teve o objetivo de verificar se o uso da malha, por si só, se caracterizaria como um elemento facilitador na produção da representação solicitada.

Figura 8 - Prisma quadrangular regular em acrílico



Fonte: Autoria própria (2024).

Na primeira tentativa, os participantes foram convidados a representar um prisma quadrangular regular, tendo como referência visual um prisma quadrangular

regular de acrílico exposto a vista de todos (Figura 8), o qual poderia ser observado, tocado e manuseado livremente. O propósito de expor o objeto a ser representado está diretamente relacionado ao objetivo da avaliação diagnóstica, minimizando dificuldades relacionadas ao reconhecimento conceitual do sólido, permitindo que o foco da atividade se concentrasse na sua capacidade de representação no plano.

A análise das produções da AD1 – tentativa 1, revelou que nenhuma representação se restringiu ao plano bidimensional, todos os participantes, de alguma forma, elaboraram ilustrações com indícios de profundidade, o que demonstra que o grupo apresentava, ainda que de modo intuitivo, uma noção inicial de tridimensionalidade.

Todos os participantes elaboraram representações que se assemelham a um sólido de duas bases quadrangulares. No conjunto das figuras produzidas, foi possível identificar distorções de paralelismo, proporcionalidade e distorções de face, algumas em maior e outras em menor grau. Diante das produções realizadas, definimos três categorias temáticas para caracterização desse conjunto de dados:

- I. Representações tridimensionais com distorções: aquelas que geram dúvida se representam ou não um prisma quadrangular regular, pois apresentaram erros de paralelismo, inconsistências de proporções e/ou distorções nas faces;
- II. Representações parcialmente coerentes: aquelas reconhecíveis como prisma quadrangular, porém com pequenas distorções referente ao paralelismo e à congruências; e
- III. Representações coerentes: aquelas que respeitam paralelismo, congruências e proporções entre dimensões.

De acordo com as produções da AD1 – tentativa 1, cada participante se enquadrou em apenas uma categorização. A Tabela 7 apresenta os dados quantificados.

A distribuição das produções nas três categorias revela uma maior incidência de representações com distorções (47,8%), seguidas das representações coerentes (34,8%) e das parcialmente coerentes (17,4%).

Tabela 7 - Categorização das representações tridimensionais do prisma quadrangular regular na Avaliação Diagnóstica 1 – tentativa 1

Categorias temáticas	Frequência	Percentual(%)
Representações tridimensionais com distorções	11	47,8%
Representações parcialmente coerentes	4	17,4%
Representações coerentes	8	34,8%

Fonte: Autoria própria (2025).

Embora todos os participantes tenham demonstrado noção de tridimensionalidade, observa-se que 65,2% apresentaram algum nível de dificuldade em representar relações de paralelismo e/ou proporção. Esse cenário reforça a necessidade da intervenção planejada, visto que promove o ensino explícito de técnicas e convenções de representação que poderia mitigar parte dessas imprecisões.

Na segunda tentativa da AD1, manteve-se o mesmo enunciado e as mesmas orientações, alterando-se apenas o suporte para malha isométrica. Os dados quantificados encontram-se na Tabela 8.

Tabela 8 - Categorização das representações tridimensionais do prisma quadrangular regular na Avaliação Diagnóstica 1 – tentativa 2

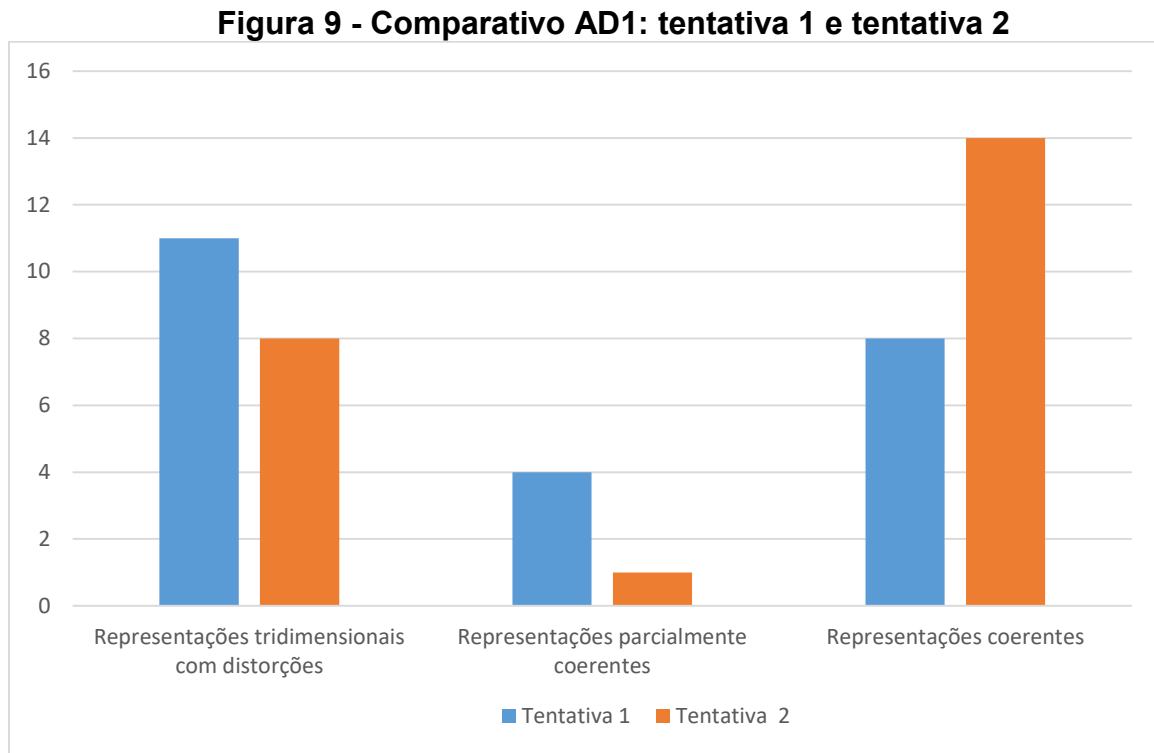
Categorias temáticas	Frequência	Percentual(%)
Representações tridimensionais com distorções	8	34,8%
Representações parcialmente coerentes	1	4,3%
Representações coerentes	14	60,9%

Fonte: Autoria própria (2025).

A segunda tentativa de AD1 sugere avanços em relação às representações geométricas confeccionadas na primeira tentativa. A utilização da malha isométrica mostrou-se um elemento facilitador na construção da figura solicitada, permitindo que alguns participantes superassem as distorções encontradas na AD1 – tentativa 1. Observa-se um aumento de 34,8% para 60,9% nas representações coerentes. Ao

passo que, as representações parcialmente coerentes e com distorções diminuíram, respectivamente, de 17,4% para 4,3%, e de 47,8% para 34,8%.

A Figura 9 apresenta o comparativo entre as duas tentativas conforme as categorias temáticas definidas:



Fonte: Autoria própria (2025).

Esses dados indicam um aprimoramento geral nas representações, com redução das inconsistências encontradas em AD1 – primeira tentativa. Esse avanço pode estar relacionado com o fato da malha isométrica permitir a manutenção de ângulo e relações de paralelismo, facilitando a organização geométrica da figura.

Por outro lado, analisando as transições individuais entre as categorias, verificaram-se movimentos distintos entre os participantes. Enquanto alguns apresentaram evolução, outros obtiveram desempenho inferior em relação a primeira tentativa.

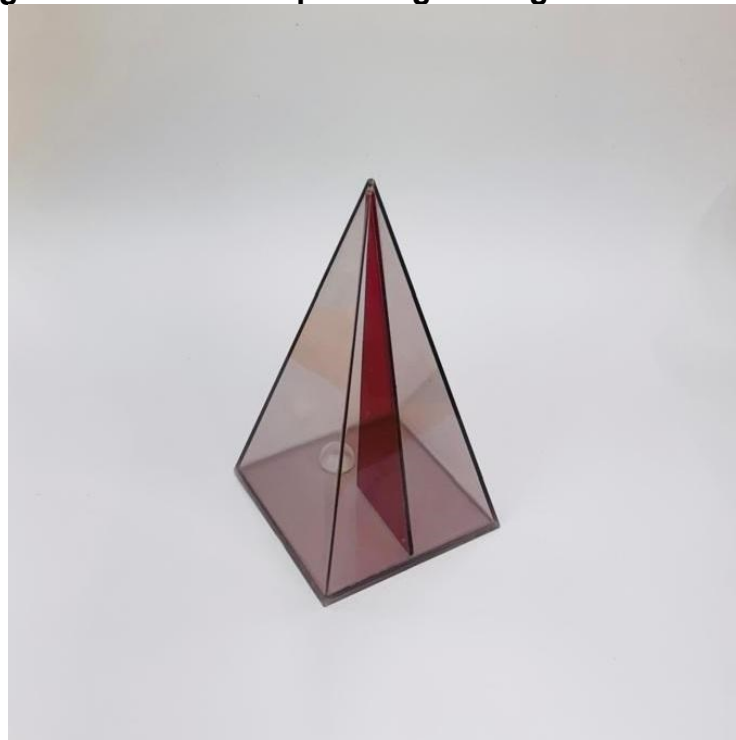
Os participantes P2, P6, P10, P11, P13, P17, P20 apresentaram evolução significativa, evoluindo de uma representação com distorções para representação coerente, indicando que a malha isométrica atuou como suporte facilitador na construção de representações espaciais mais precisas. Em contrapartida, os participantes P1, P3, P4 e P21 regrediram de representações parcialmente coerentes

para representações com distorções, sugerindo que a malha isométrica, por si só, sem uma mediação didática adequada pode não ser suficiente para promover a compreensão das relações espaciais envolvidas na representação de sólidos tridimensionais.

4.3 Avaliação Diagnóstica 2 (AD2)

A Avaliação Diagnóstica 2 (AD2) teve a mesma finalidade e condições de aplicação da AD1, visando analisar a capacidade de representação de objetos tridimensionais por parte dos estudantes. A diferença em relação à AD1 está no objeto a ser representado, nesta etapa, uma pirâmide quadrangular regular, como ilustrado na Figura 10. Assim como em AD1, a atividade foi desenvolvida em duas tentativas, diferenciadas apenas pelo suporte utilizado: folha em branco e malha isométrica.

Figura 10 - Pirâmide quadrangular regular em acrílico



Fonte: Autoria própria (2024).

Na análise das produções de AD2 foram adotadas as mesmas categorias temáticas de AD1:

- I. Representações tridimensionais com distorções: aquelas que geram dúvida se representam ou não uma pirâmide quadrangular regular, pois

apresentaram erros de paralelismo na base, inconsistências de proporções e/ou distorções nas faces;

- II. Representações parcialmente coerentes: aquelas reconhecíveis como pirâmide quadrangular, porém com pequenas distorções referente ao paralelismo na base, congruências e/ou em relação à projeção do vértice na base; e
- III. Representações coerentes: aquelas que respeitam paralelismo na base, congruências e projeção do vértice na base.

No conjunto de produções, uma delas foi classificada como indecifrável, pertencente ao participante P7, por não ser possível reconhecê-la como pirâmide quadrangular. As demais produções foram enquadradas em apenas uma categoria de classificação, conforme apresentado na Tabela 9.

Tabela 9 - Categorização das representações tridimensionais da pirâmide quadrangular regular na Avaliação Diagnóstica 2 – tentativa 1

Categorias temáticas	Frequência	Percentual(%)
Representações tridimensionais com distorções	12	52,2%
Representações parcialmente coerentes	4	17,4%
Representações coerentes	6	26,1%

Fonte: Autoria própria (2025).

Os resultados da primeira tentativa de AD2 mostram-se semelhantes aos obtidos em AD1 – tentativa 1. Nesta etapa, 69,6% dos participantes apresentaram algum nível de dificuldade na representação da pirâmide quadrangular regular, sendo classificados nas categorias representações com distorções ou parcialmente coerentes, percentual ligeiramente superior ao observado na primeira tentativa da AD1 (65,2%). Observa-se também que 43,5% dos participantes tiveram suas representações classificadas como com distorções ou parcialmente coerentes em ambas as avaliações diagnósticas na primeira tentativa, indicando uma persistência de dificuldade mesmo com a mudança do sólido a ser representado.

Ao analisar as produções da segunda tentativa de AD2, os resultados revelam avanços semelhantes aos observados na segunda tentativa de AD1. Houve uma

representação plana, que não pôde ser reconhecida como um objeto tridimensional, as demais produções foram classificadas conforme apresentado na Tabela 10.

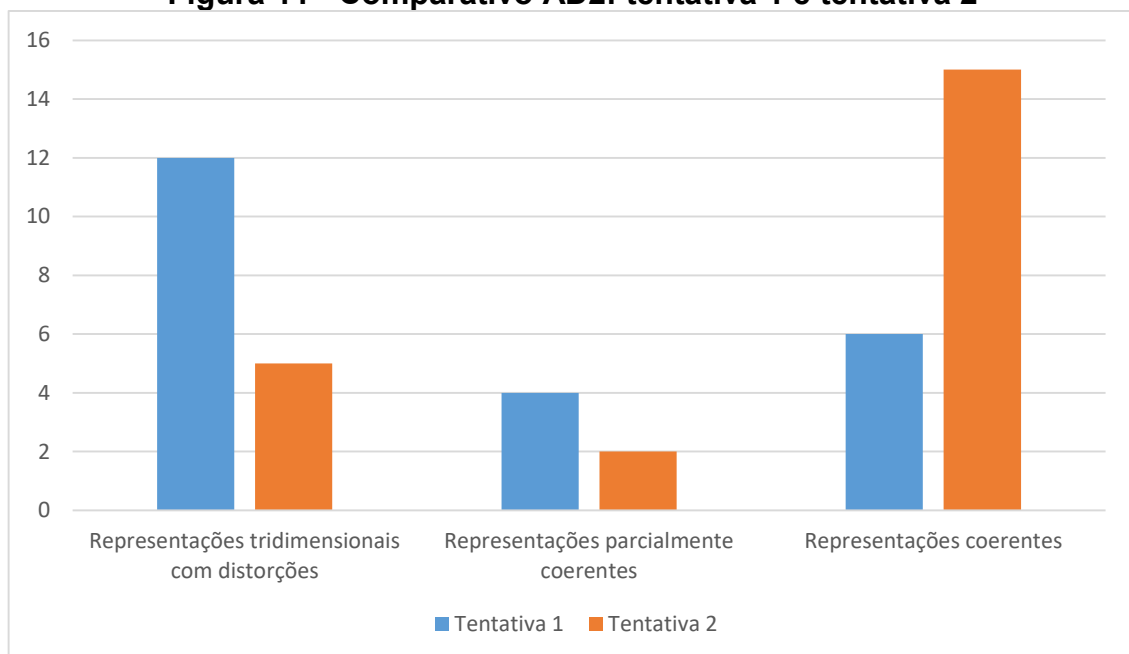
Tabela 10 - Categorização das representações tridimensionais da pirâmide quadrangular regular na Avaliação Diagnóstica 2 – tentativa 2

Categorias temáticas	Frequência	Percentual(%)
Representações tridimensionais com distorções	5	21,8%
Representações parcialmente coerentes	2	8,7%
Representações coerentes	15	65,2%

Fonte: Autoria própria (2025).

Houve redução significativa das representações com distorções, que passaram de 52,2% para 21,8%, acompanhada de um aumento expressivo das representações coerentes, de 26,1% para 65,2%. A Figura 10 apresenta de forma mais clara a relação entre as tentativas 1 e 2 da AD2.

Figura 11 - Comparativo AD2: tentativa 1 e tentativa 2



Fonte: Autoria própria (2025).

A análise comparativa sugere que a malha isométrica atua como um suporte facilitador na organização geométrica das representações, auxiliando na manutenção

do paralelismo da base, da proporcionalidade entre dimensões e do controle de projeções, aspectos fundamentais na representação em perspectiva.

Ainda assim, a análise das transições individuais evidencia comportamentos distintos entre os participantes, observou-se que 52,2% dos participantes migraram positivamente de categoria, enquanto 13,0% apresentaram regressão. Destaca-se o caso do participante P7, que passou de uma representação indecifrável para uma coerente. Também se evidenciam avanços nos participantes P5, P8, P11, P13, P15 e P23 que evoluíram de representações com distorções para representações coerentes.

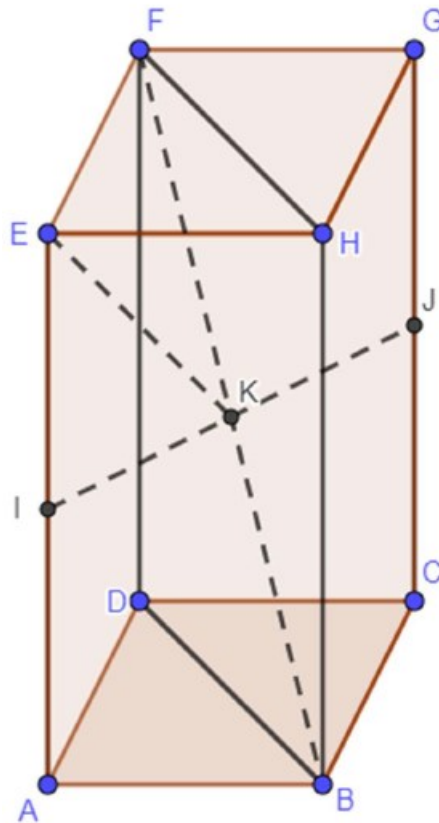
Tais movimentos reforçam que uma intervenção pontual, ainda que sem mediação didática explícita, pode promover avanços na representação espacial dos estudantes. Contudo, a permanência de dificuldades em alguns casos reforça que tais avanços não se consolidam de forma homogênea, evidenciando a importância de uma intervenção didática sistematizada, como a proposta no minicurso, para promover a compreensão das convenções e relações envolvidas na representação de objetos tridimensionais no plano.

4.4 Avaliação Diagnóstica 3 (AD3)

A Avaliação Diagnóstica 3 (AD3), teve como objetivo investigar a habilidade de visualização dos participantes, por meio do reconhecimento de perpendicularidades e triângulos retângulos em figuras representadas em perspectiva. A atividade foi composta por dois exercícios, envolvendo um prisma e uma pirâmide quadrangulares regulares, ambos apresentados em perspectiva, com destaque para segmentos adicionais além das arestas.

Na primeira questão, os participantes analisaram um prisma quadrangular regular, conforme ilustrado na Figura 12, devendo identificar os pares de segmentos perpendiculares presentes na figura. Ressaltou-se que os participantes não poderiam criar novos segmentos, devendo utilizar apenas aqueles já representados. Para fins de análise de dados, os segmentos perpendiculares foram classificados em duas categorias: aqueles formados pelas próprias arestas do prisma e aqueles formados por, pelo menos, um dos outros segmentos destacados na figura.

Figura 12 - Prisma quadrangular regular AD3 item (a)



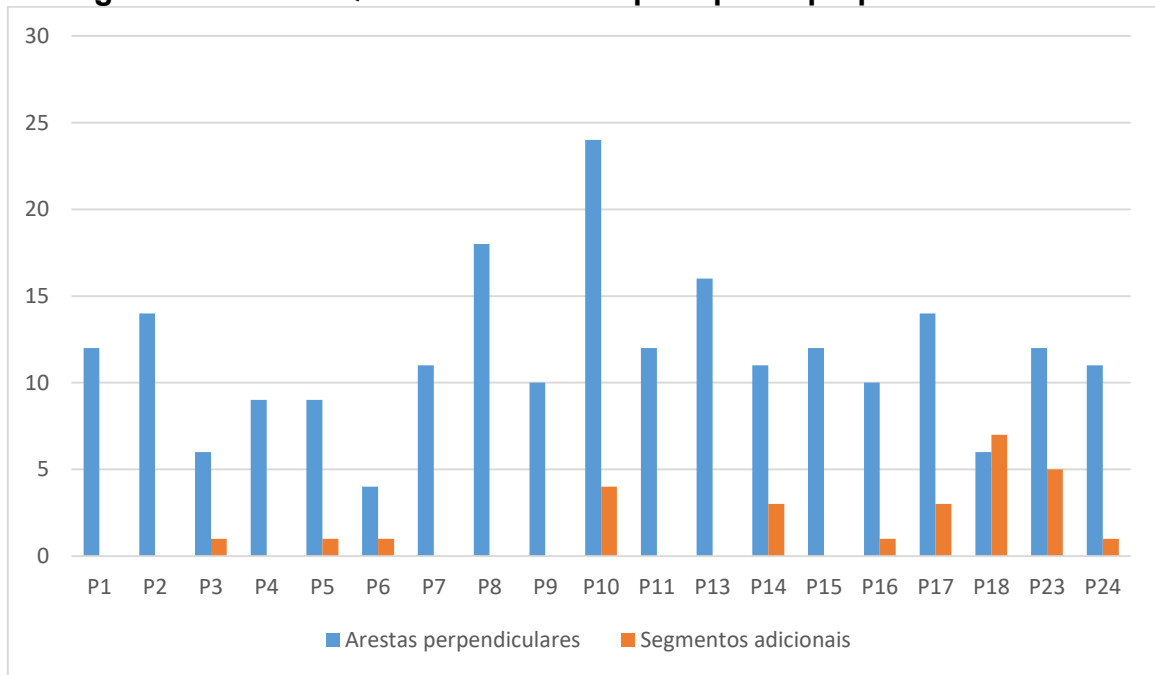
Fonte: Autoria própria (2024).

Ao analisar os dados da primeira questão da AD3, é possível notar que o maior número de acertos ocorreu nas perpendicularidades formadas pelas arestas do prisma. Do total de 24 pares de segmentos perpendiculares entre arestas, verificou-se que nove participantes (47,4%) identificaram 50% ou mais desses pares. Em contrapartida, apenas 3 respondentes alcançaram o mesmo desempenho quando se tratava de ângulos retos não formados exclusivamente por arestas.

Considerando o total de segmentos perpendiculares presentes na figura, os participantes identificaram, em média, 13 dos 31 possíveis, o que representa 42,1% de efetividade. A Figura 13 apresenta o quantitativo de pares de segmentos perpendiculares corretamente identificado por cada participante na questão 1 da AD3.

Esses resultados indicam que, de modo geral, os participantes demonstram maior domínio em situações em que a perpendicularidade é mais explícita e visível, por se tratar de arestas. Já quando o ângulo reto não está explicitamente desenhado, ou depende de relações espaciais implícitas, os estudantes encontram maior dificuldade em reconhecê-lo.

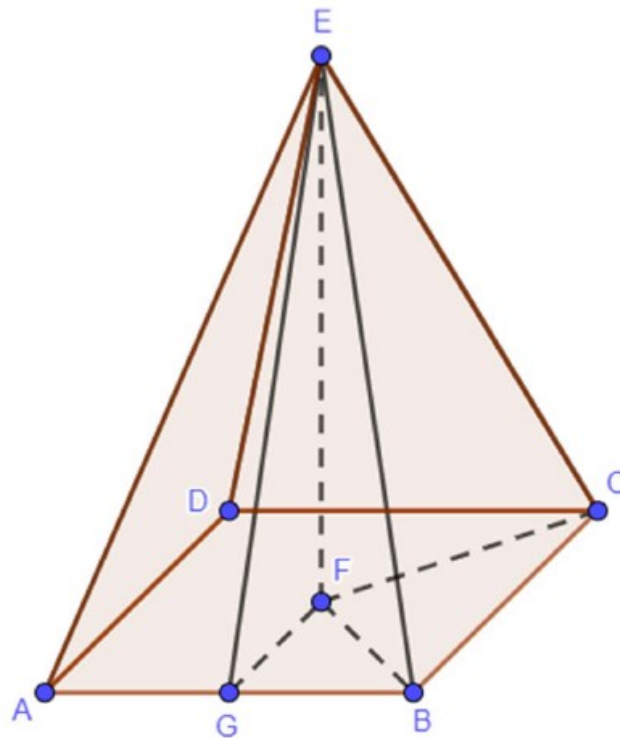
Figura 13 - AD3 – Questão 1: acertos por tipo de perpendicularidade



Fonte: Autoria própria (2025).

O item (a) da segunda questão da AD3 propôs uma nova situação, mantendo o mesmo objetivo de identificar os pares de segmentos perpendiculares.

Figura 14 - Pirâmide quadrangular regular AD3 item (b)

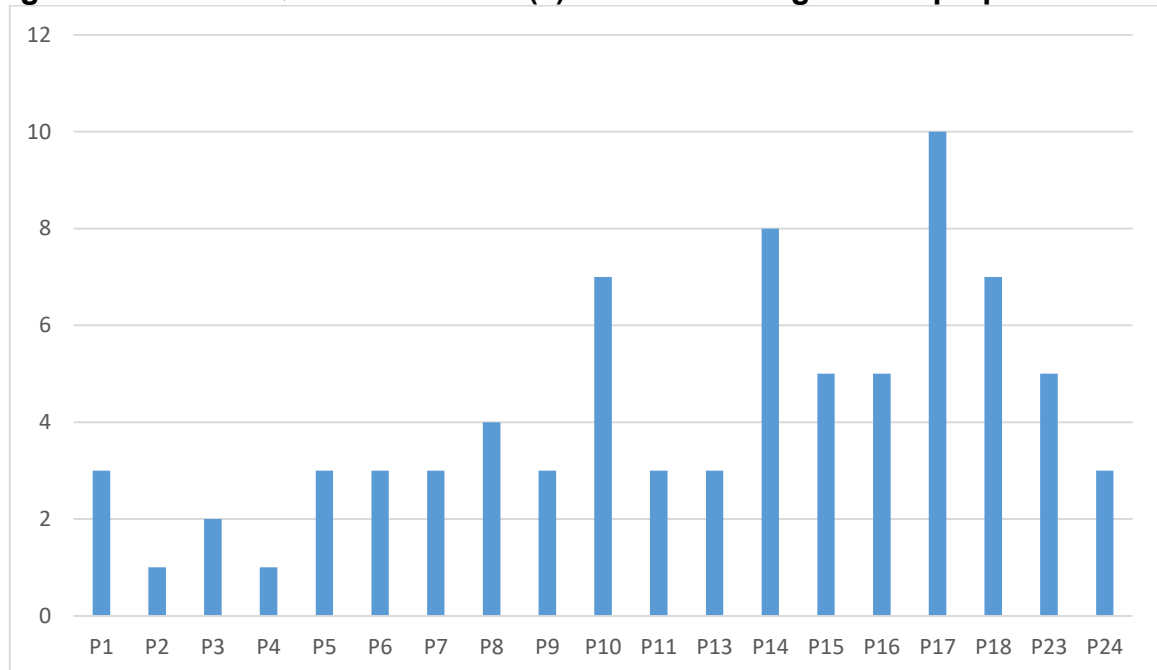


Fonte: Autoria própria (2025).

Para isso, os participantes tiveram à sua disposição uma pirâmide quadrangular regular representada em perspectiva (Figura 14), na qual também foram destacados segmentos adicionais além das arestas.

Observa-se pelos dados representados na Figura 15, que os participantes apresentaram desempenho inferior quando comparado ao desempenho obtido no prisma da questão 1. Apenas quatro respondentes (21,0%) identificaram mais de 50% dos segmentos perpendiculares presentes na pirâmide, mesmo considerando que quatro desses ângulos eram formados por arestas da base. Em média, os participantes reconheceram 4,15 dos 12 pares possíveis, o que corresponde a 34,6% de acertos. Esse resultado indica que, quando a figura exige imaginar planos inclinados, segmentos diferentes das arestas e/ou não coplanares, a percepção dos ângulos retos torna-se menos evidente.

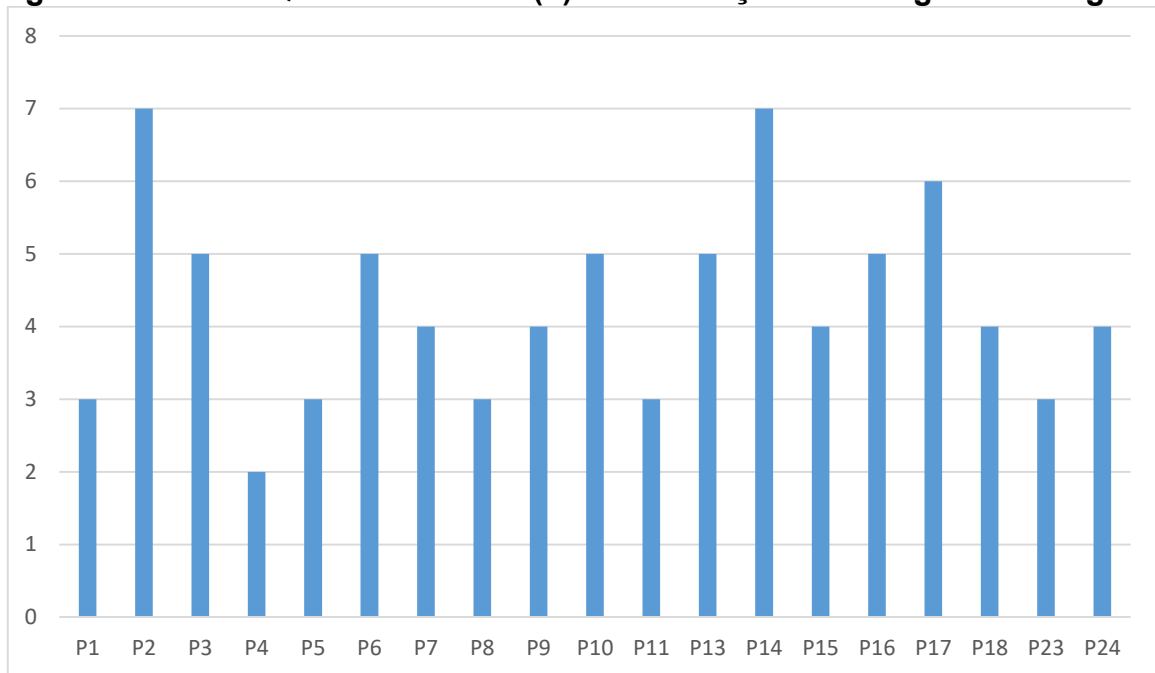
Figura 15 - AD3 – Questão 2 – item (a): acertos de segmentos perpendiculares



Fonte: Autoria própria (2025).

No item (b) da segunda questão aos participantes foram solicitados a identificar os vértices que formam triângulos retângulos na figura da pirâmide. Os dados referentes a essa questão estão representados na Figura 16.

Figura 16 - AD3 – Questão 2 – item (b): identificação de triângulos retângulos



Fonte: Autoria própria (2025).

Ao analisar os dados do item (b), observa-se uma melhora no desempenho geral dos participantes em comparação com o item (a) da mesma questão e também em relação à questão 1. A figura permitia a identificação de sete triângulos retângulos distintos e, em média foram identificados 4,3 deles, o que corresponde a 61,4% de efetividade média. Cabe mencionar ainda, que treze dos respondentes (68,4%) identificaram mais de 50% dos triângulos retângulos possíveis, enquanto apenas dois participantes foram capazes de identificar todos os sete triângulos.

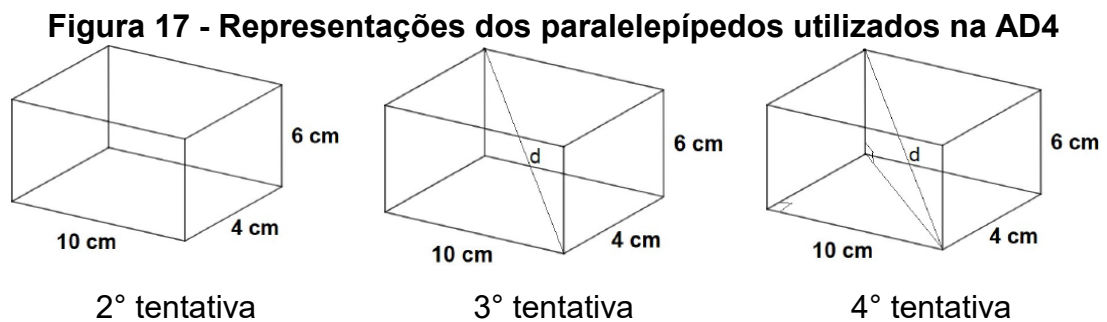
Um aspecto relevante é que oito participantes identificaram mais triângulos retângulos no item (b) do que segmentos perpendiculares no item (a), o que sugere que, ao buscar triângulos, conseguiram perceber perpendicularidades que haviam sido ignoradas anteriormente.

Ainda que o item (b) da questão 2 indique um desempenho superior em relação aos demais testes da AD3, os resultados gerais desta avaliação diagnóstica, com 42,1% de efetividade na questão 1, 34,6% na questão 2(a) e 61,4% na questão 2(b), indicam que muitos participantes apresentam dificuldades persistentes na identificação de perpendicularidades e triângulos retângulos em figuras espaciais representadas em perspectiva. Esses dados dialogam com as observações recorrentes na prática do pesquisador que motivaram o desenvolvimento desta

pesquisa, e reforça a necessidade de intervenções didáticas que promovam o desenvolvimento da visualização geométrica e da leitura de representações espaciais.

4.5 Avaliação Diagnóstica 4 (AD4)

A Avaliação Diagnóstica 4 (AD4) teve como objetivo analisar o impacto da representação gráfica na compreensão e na resolução de um problema de Geometria Espacial, que consistia em determinar a diagonal de um paralelepípedo reto com dimensões conhecidas. A atividade foi organizada em quatro tentativas, diferenciadas pelo nível de estruturação da representação fornecida aos participantes, conforme ilustrado na figura 17.



Fonte: Autoria própria (2025).

Na primeira tentativa, os participantes tiveram acesso apenas ao enunciado do problema. Nas tentativas seguintes, a representação do paralelepípedo foi sendo progressivamente enriquecida: inicialmente com a inclusão do sólido e suas dimensões, depois com o destaque da diagonal a ser determinada e, por fim, com a explicitação de um triângulo retângulo que possibilitava a aplicação do Teorema de Pitágoras.

O objetivo dessa atividade foi verificar se o grau de estruturação da representação do objeto explorado no exercício, impacta a compreensão e resolução do problema. Outro propósito dessa avaliação diagnóstica foi comparar o desempenho dos participantes na primeira tentativa com o obtido na Avaliação Diagnóstica 6, a ser realizada após o minicurso de desenho em perspectiva.

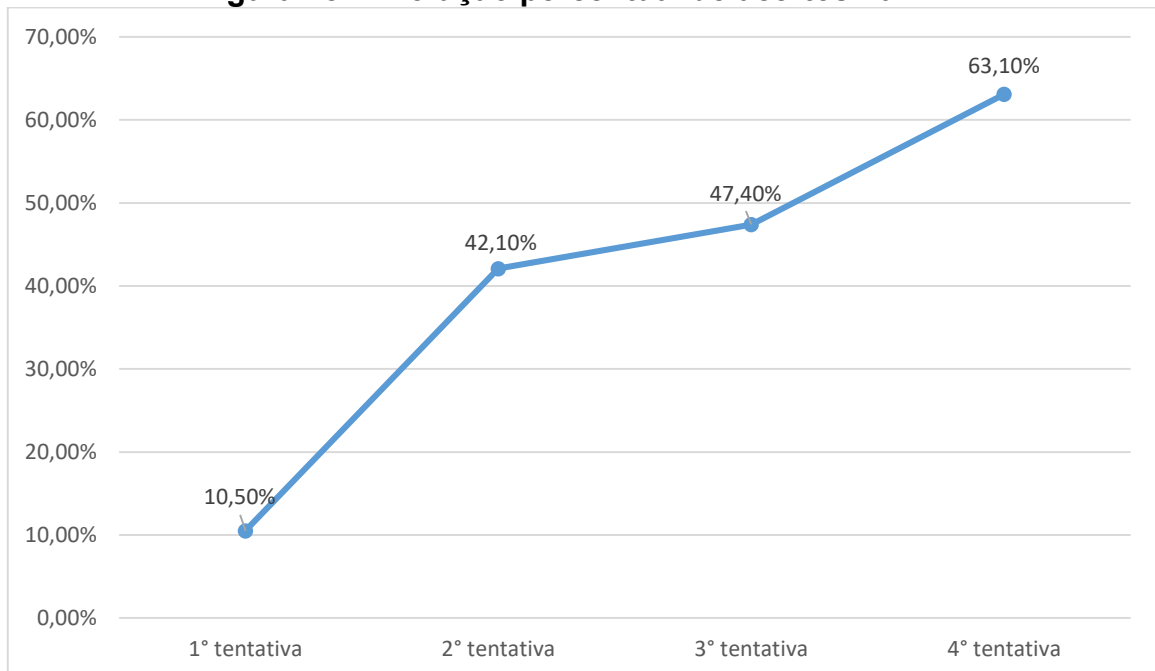
Na análise das resoluções, consideram-se corretas aquelas em que os participantes identificaram adequadamente os triângulos retângulos necessários e aplicaram, de forma coerente, o Teorema de Pitágoras em duas etapas.

Dessa forma, erros de cálculos ou simplificações incorretas de radicais não foram computados como erros na análise, pois o foco da atividade estava no raciocínio empregado na resolução e não no domínio algébrico do participante. Da mesma forma, resoluções baseadas exclusivamente na aplicação direta de fórmulas prontas não foram consideradas acertos, uma vez que nesse procedimento não há esforço de identificar os triângulos retângulos necessários à resolução.

Durante a aplicação da AD4, observou-se que alguns participantes apresentavam dúvida quanto ao conceito de diagonal, o que motivou uma breve intervenção explicativa, restrita ao entendimento e identificação do segmento correspondente à diagonal do paralelepípedo.

A Figura 18 apresenta a evolução percentual de acertos na AD4 de acordo com cada tentativa. Os dados indicam que quanto mais estruturada é a representação gráfica, maiores são as chances de o participante compreender a situação e adotar o raciocínio correto para resolução do problema. Essa evolução sugere que, quanto mais desenvolvida for a capacidade do aluno em produzir essas representações espaciais e incluir nelas segmentos que se relacionam por meio de expressões matemáticas, maiores são as possibilidades de sucesso na resolução.

Figura 18 - Evolução percentual de acertos na AD4



Fonte: Autoria própria (2025).

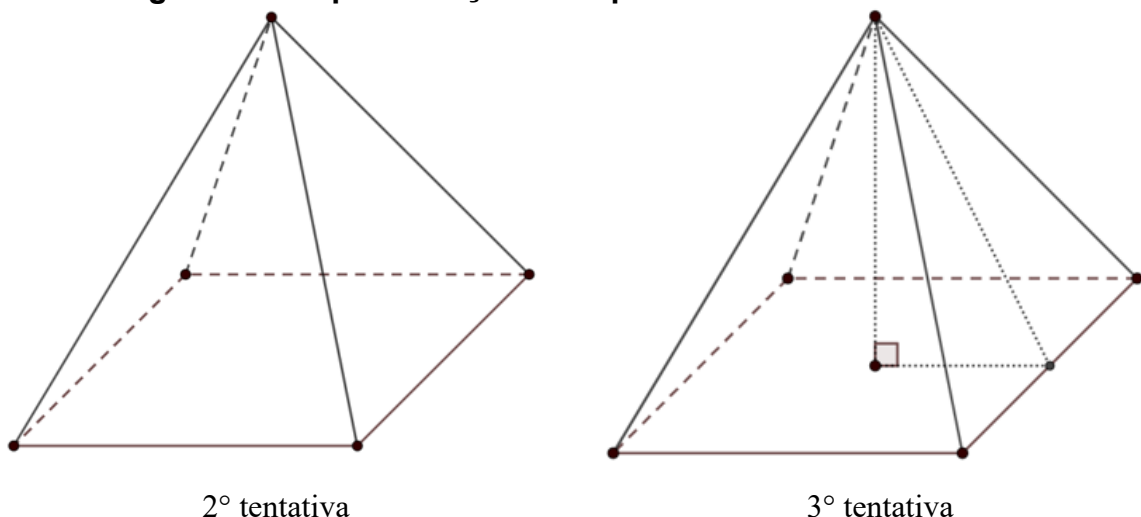
Assim, AD4 reforça a pertinência de intervenções didáticas que promovam o ensino explícito de técnicas de representação, possibilitando oferecer aos estudantes subsídios técnicos para confeccionar representações espaciais que favoreçam a visualização e a compreensão das relações espaciais envolvidas.

4.6 Avaliação Diagnóstica 5 (AD5)

A avaliação diagnóstica 5 (AD5) teve o mesmo objetivo da AD4, porém aplicada a outro sólido geométrico: uma pirâmide quadrangular regular. Nessa atividade solicitava-se que os participantes calculassem a altura da pirâmide, conhecendo-se as medidas do apótema da pirâmide (13 cm) e do apótema da base (5 cm). A AD5 foi organizada em tentativas sucessivas, assim como em AD4, diferenciadas pelo nível de estruturação da representação fornecida.

Na primeira, os participantes tiveram acesso apenas o enunciado do problema. Na segunda, além do enunciado, foi apresentada a representação da pirâmide. Por fim, na terceira tentativa, a figura passou a destacar um triângulo retângulo formado pelos apótemas e pela altura da pirâmide, pelo qual seria possível calcular a altura solicitada aplicando o Teorema de Pitágoras, conforme ilustrado na Figura 19.

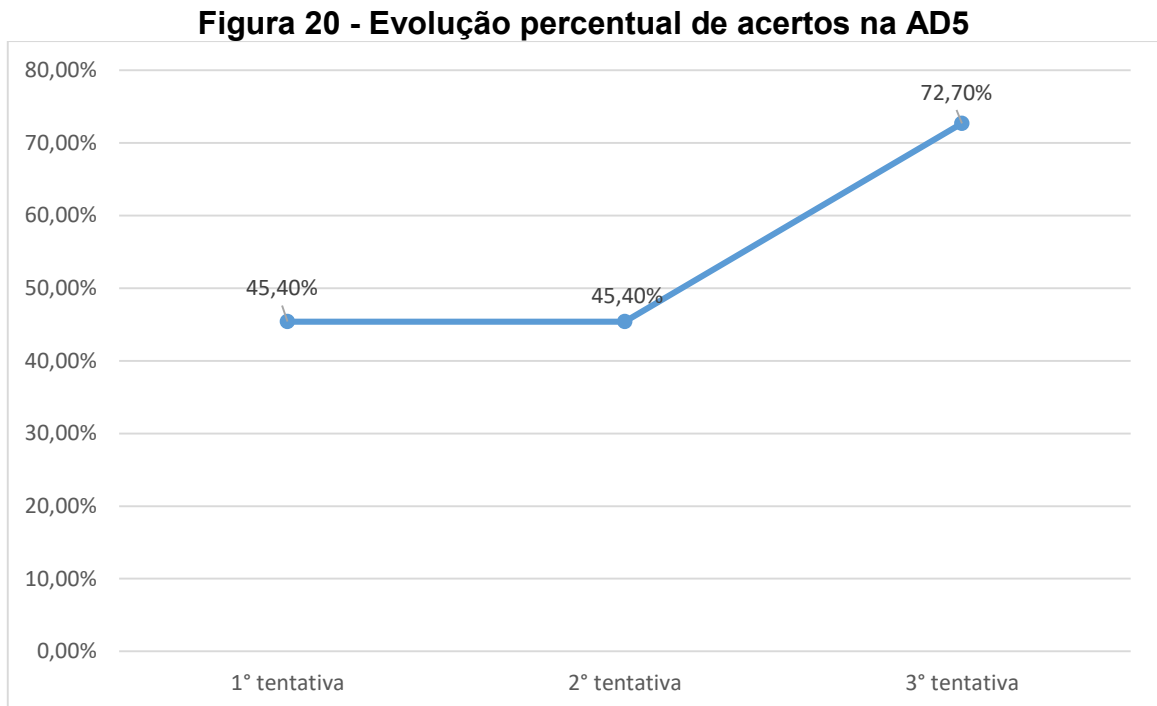
Figura 19 - Representações das pirâmides utilizados na AD5



Fonte: Autoria própria (2025).

No dia de aplicação dessa atividade, houve uma redução significativa no número de participantes, apenas 11 dos 24 inicialmente inscritos estavam presentes,

o que pode ter influenciado a baixa variabilidade do número de acertos entre as tentativas. Ainda assim, conforme dados apresentados na Figura 20, esta avaliação diagnóstica aponta, de forma mais discreta, para um comportamento de evolução à medida que a representação da figura espacial se torna mais estruturada, assim como evidenciado na AD4.



Fonte: Autoria própria (2025).

Ao analisarmos a tentativa 1 da AD5, um aspecto relevante observado, refere-se ao fato de que 54,5% dos respondentes produziram, a mão livre e sem o uso dos instrumentos disponibilizados, uma representação geométrica do sólido abordado no exercício. Entretanto, apenas 9,0% desse grupo apresentou produções que demonstram características de perspectiva coerente, enquanto as demais representações continham inconsistências que comprometem sua configuração espacial, sendo classificadas como representações com distorções.

Esse fato indica que, diante da ausência de técnicas de representação que auxiliem a mediação visual, os participantes demonstram baixa autonomia para elaborar representações espaciais mais coerentes.

4.7 Síntese das Avaliações Diagnósticas pré-intervenção (Q1, AD1–AD5)

A análise conjunta do Q1 e das Avaliações Diagnósticas pré-intervenção (AD1 – AD5) permite evidenciar um grupo de participantes heterogêneo. O Q1 revelou diversidade tanto em relação à afinidade com componente curricular Matemática quanto à percepção de desempenho, cenário que se repete no que se refere à autopercepção da capacidade de representação de objetos tridimensionais no plano. Ainda assim, os participantes manifestaram reconhecer a relevância do estudo de representações em perspectiva associadas à Geometria Espacial.

As Avaliações Diagnósticas, de modo geral, indicam que os participantes enfrentam dificuldades na leitura, interpretação e produção de representações planas de objetos tridimensionais. Observa-se, nas produções analisadas, distorções recorrentes, principalmente, de paralelismo e proporcionalidade, o que compromete a identificação de relações geométricas no objeto em estudo. Suportes gráficos, como a malha isométrica, revelaram avanços pontuais na qualidade das representações, mas não garante a superação das dificuldades de forma homogênea, uma vez que alguns participantes apresentaram regressão em suas representações com o uso da malha, evidenciando construções sem o uso consciente das convenções de representações em perspectiva.

No que se refere à visualização, os resultados das Avaliações Diagnósticas mostram que os participantes têm maior facilidade em identificar relações mais explícitas, como perpendicularidades entre arestas. Por outro lado, aquelas que exigem maior esforço cognitivo, por não estarem evidentes no plano de representação, acabam sendo identificadas com menor frequência.

As AD4 e AD5 apontam que a capacidade de identificação das relações geométricas está diretamente relacionada com o nível de estruturação da representação. Tal fato indica a importância das representações como elemento de mediação entre o objeto e a aplicação dos conceitos matemáticos na resolução de problemas.

Considerados em conjunto, esses resultados refletem uma autonomia limitada dos participantes para criar representações funcionais. Torna-se, portanto, necessário que se entenda as convenções de representação em perspectiva por meio do estudo explícito dessas regras, de modo que o desenho deixe de assumir um papel meramente ilustrativo e passe a desempenhar um papel cognitivo no processo de

ensino e aprendizagem da Geometria Espacial, justificando a proposta do minicurso desenvolvido nesta pesquisa.

A seguir, são analisadas as Avaliações Diagnósticas pós-intervenção (AD6 – AD9), que permitirá a comparação entre desempenhos dos participantes antes e após a intervenção didática.

4.8 Avaliação Diagnóstica 6 (AD6)

A Avaliação Diagnóstica 6 (AD6), realizada por 16 dos 24 inscritos, consistiu na resolução de um exercício de Geometria Espacial que solicitava o cálculo da medida da maior diagonal de um prisma hexagonal regular.

A AD6 foi elaborada com o objetivo principal de comparar o desempenho dos participantes com aquele observado na AD4, uma vez que ambas envolvem o cálculo de diagonais espaciais, diferenciando-se apenas pelo sólido geométrico abordado. De modo complementar, buscou-se também avaliar as representações do prisma confeccionadas pelos participantes em AD6 e compará-las às produzidas em AD1, referente a um prisma quadrangular regular.

Durante a realização da AD6, não foi exigido aos participantes confeccionar a representação em perspectiva do sólido, ficando a decisão de desenhar ou não a cargo de cada um. Ainda assim, a maioria dos respondentes optaram por elaborar algum tipo de representação gráfica.

A análise dos resultados da AD6 revela um desempenho significativamente superior em comparação à primeira tentativa da AD4. Em AD6, 14 dos 16 respondentes acertaram a medida solicitada, enquanto, na AD4, apenas 2 dos 19 respondentes haviam obtido êxito. Ao considerar apenas os participantes que realizaram ambas as avaliações diagnósticas, observa-se um aumento expressivo no percentual de acertos, de 6,6% na AD4 para 86,6% na AD6. Esse contraste indica avanços relevantes na mobilização das relações métricas envolvidas no cálculo de diagonais espaciais após a intervenção didática.

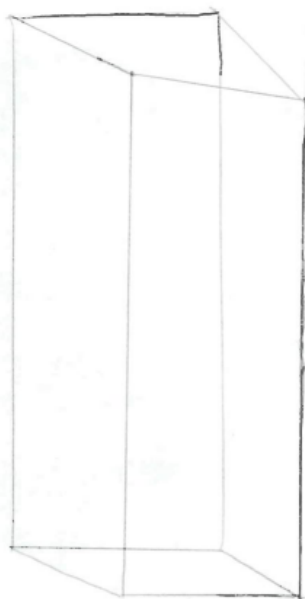
No âmbito das representações, mesmo sem a obrigatoriedade, 14 dos 16 respondentes produziram algum tipo de representação gráfica na resolução. Destas, 9 foram classificadas como coerentes, 4 como parcialmente coerentes e uma não identificável como prisma, um vez que o participante representou apenas a base inferior e as arestas laterais, sem finalizar a base superior. Ainda assim, esse

participante obteve o resultado correto, visto que em sua representação mobilizou elementos suficientes para identificação adequada das relações métricas necessárias para a resolução.

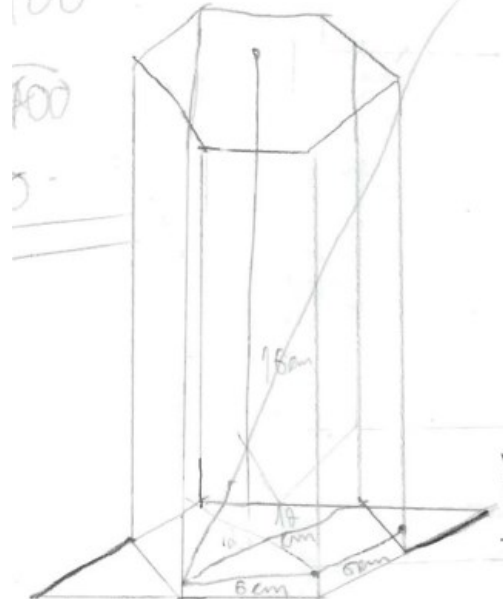
Cabe ressaltar, que a representação em perspectiva de um prisma hexagonal regular apresenta complexidade consideravelmente maior que a de um prisma regular de base quadrada. Nesse sentido, o resultado obtido em relação à habilidade de representação geométrica torna-se ainda mais relevante, sugerindo que a familiaridade adquirida com as técnicas de representação durante o minicurso contribuiu para o desenvolvimento de competências espaciais gráficas mais sofisticadas.

Quando consideramos as representações com distorções da AD1, observamos nelas, por exemplo, erros de paralelismo, ou seja, segmentos que são paralelos no sólido geométrico foram representados como concorrentes na figura confeccionada. Com o uso das técnicas de desenho em perspectiva estudadas no minicurso e o apoio dos instrumentos disponibilizados, a frequência desse tipo de erro diminuiu drasticamente. Esse fato colabora de forma significativa para evitar também o erro de proporcionalidade e, conseqüentemente, distorções de faces, pois um erro tende a gerar outro. Observe as representações do participante P9 na figura 21.

Figura 21 - Representações do participante P9 em AD1 e AD6



Realizada em AD1



Realizada em AD6

Fonte: Autoria própria (2025).

A Figura 21 apresenta duas representações realizadas pelo participante P9, uma na AD1 e outra na AD9. Na figura realizada na AD1, são perceptíveis as distorções de paralelismo e proporcionalidade, principalmente na base superior. Naquele momento, apesar da disponibilidade dos instrumentos, os participantes ainda não haviam tido contato com as técnicas de representação espacial apresentadas no minicurso.

Na figura confeccionada em AD6, após o minicurso, percebem-se duas situações distintas: parte da figura foi realizada com uso de instrumentos e técnicas adequadas, e parte aparentemente foi desenhada a mão livre. A base inferior do prisma está coerente, mantendo paralelismo e proporcionalidade, o que indica o uso consciente das técnicas de representação trabalhada no minicurso. Já a base superior, aparentemente realizada sem o uso dos instrumentos, não se encontra no mesmo plano de perspectiva da base inferior. Ainda assim, o participante buscou preservar a noção de paralelismo, o que não ocorreu no prisma quadrangular de AD1, quando não havia domínio das técnicas, o que pode estar relacionado a aprendizagem das técnicas estudadas no minicurso.

Em relação a representação de AD6, mesmo com a tentativa de manter o paralelismo, o não uso rigoroso das técnicas acarretou pequenas distorções de proporcionalidade e no surgimento de arestas concorrentes em segmentos que deveriam ser paralelos. Numa mesma representação, é possível verificar com clareza, as consequências do uso ou ausência das técnicas de representação.

É importante ressaltar que uma boa representação não garante, por si só, o sucesso na resolução do problema. No caso analisado, por exemplo, o participante P9, apesar da distorção na base superior, obteve êxito no cálculo solicitado, isso sugere que ele compreendeu corretamente o raciocínio necessário à resolução e, por esse motivo, pode ter optado por não finalizar o desenho. Ainda assim, a relação entre clareza da representação e raciocínio adequado à resolução se mostra coerente, indicando que uma figura bem estruturada tende a facilitar a análise das relações métricas e espaciais mais complexas.

Os resultados obtidos em AD6 evidenciam um avanço expressivo no desempenho dos participantes comparados à primeira tentativa de AD4. O salto de 6,6% para 86,6% de acertos entre aqueles que realizaram ambas as avaliações sugere uma evolução significativa na compreensão das relações métricas envolvidas no cálculo de diagonais espaciais.

No plano das representações, mesmo sem a obrigatoriedade de desenhar, os participantes produziram figuras mais regulares, com paralelismo e proporcionalidade mais preservados. Esse comportamento pode ser interpretado como um reflexo do domínio das técnicas de representação estudadas ao longo do minicurso, indicando que as atividades realizadas contribuíram para aprimorar a precisão gráfica das construções espaciais.

4.9 Avaliação Diagnóstica 7 (AD7)

A avaliação diagnóstica 7 (AD7) teve como finalidade avaliar exclusivamente a habilidade de representação espacial dos participantes após a aprendizagem das técnicas de desenho em perspectiva trabalhadas no minicurso. Assim como nas atividades anteriores, os participantes tiveram à disposição a prancheta, régua e dois esquadros, já dominando o uso e a manipulação de cada instrumento.

Nesta atividade, solicitou-se aos alunos que representassem um octaedro regular. Assim como nas avaliações diagnósticas anteriores, foi disponibilizado aos participantes um octaedro regular em acrílico para observação, toque e manipulação livre, a fim de garantir que todos tivessem clareza sobre o sólido a ser representado. A referida estratégia buscou assegurar que a atividade avaliasse especificamente as habilidades de representação espacial dos participantes, e não o reconhecimento geométrico do sólido.

Entre as representações obtidas, uma delas caracterizou-se como uma figura plana, desprovida de tridimensionalidade. As demais apresentaram características tridimensionais. Para fins de análise e comparação com a AD1 e AD2, as quais solicitavam representação de um prisma quadrangular regular e de uma pirâmide quadrangular regular, respectivamente, foram mantidas as mesmas categorias de classificação:

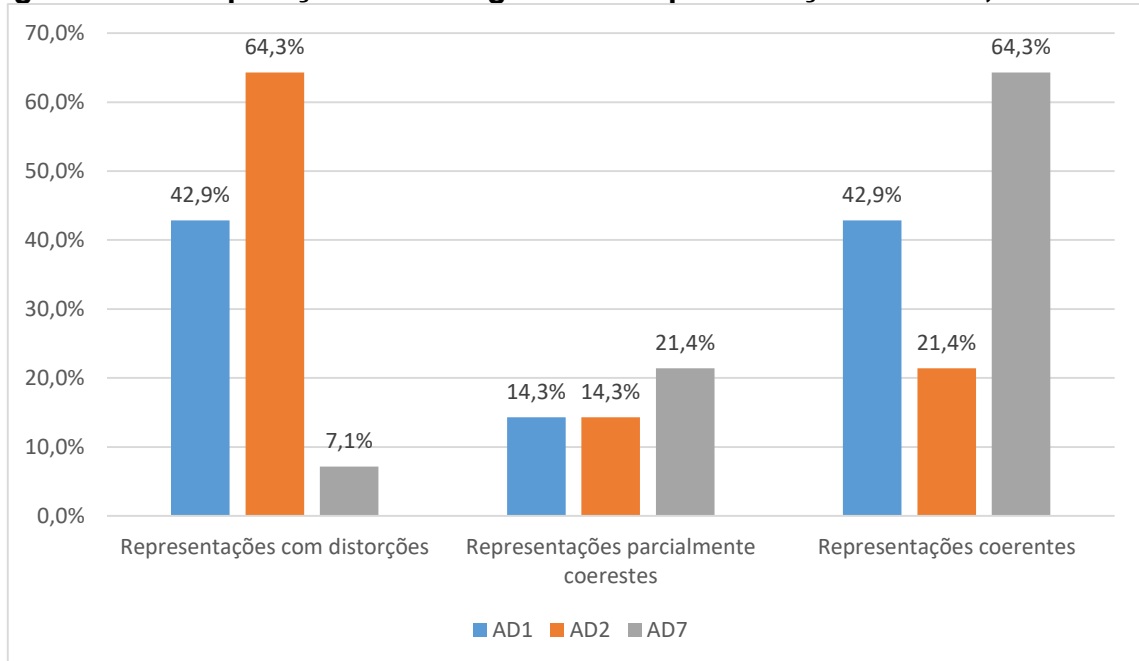
- I. Representações tridimensionais com distorções: aquelas que geram dúvida se representam ou não um octaedro regular, por apresentarem erros expressivos de paralelismo, inconsistências de proporções, e/ou distorções nas faces;
- II. Representações parcialmente coerentes: aquelas reconhecíveis como octaedro regular, porém com pequenas distorções referentes ao paralelismo, congruências e/ou projeções; e

III. Representações coerentes: aquelas que respeitam paralelismo, congruências e projeções.

A análise das representações da AD7 revelou 11 representações coerentes, 3 parcialmente coerentes, e 1 com distorção. Em termos percentuais, as figuras coerentes representam 68,7%, comparativamente superiores às verificadas em AD1 (34,8%) e AD2 (21,1%).

A Figura 22 apresenta o comparativo das classificações em AD1, AD2 e AD7, considerando apenas os 14 participantes que realizaram as três avaliações diagnósticas.

Figura 22 - Comparação das categorias de representação em AD1, AD2 e AD7



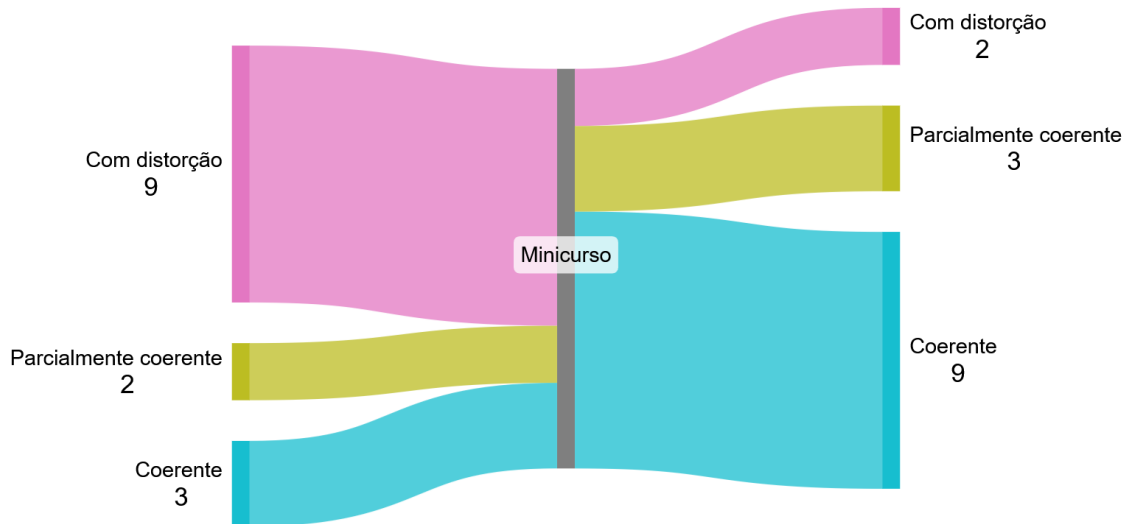
Fonte: Autoria própria (2025).

A partir do gráfico, observa-se que o percentual de representações com distorções que era 42,9% em AD1 e 64,3% em AD2 reduziu significativamente para 7,1% em AD7. Por outro lado, as representações coerentes, aumentaram de 42,9% em AD1 e 21,4% em AD2 para 64,3% em AD7. As representações parcialmente coerentes apresentaram um discreto crescimento de 14,3% em AD1 e AD2 para 21,4% em AD7.

Como as avaliações AD2 e AD7, tratam de sólidos com características semelhantes, uma pirâmide quadrangular regular e um octaedro regular, foi possível analisar as migrações individuais entre as categorias de classificação desses mesmos

14 participantes. A Figura 23 apresenta, de forma visual, as migrações entre as categorias.

Figura 23 - Migração das representações entre as categorias de classificação em AD2 e AD7

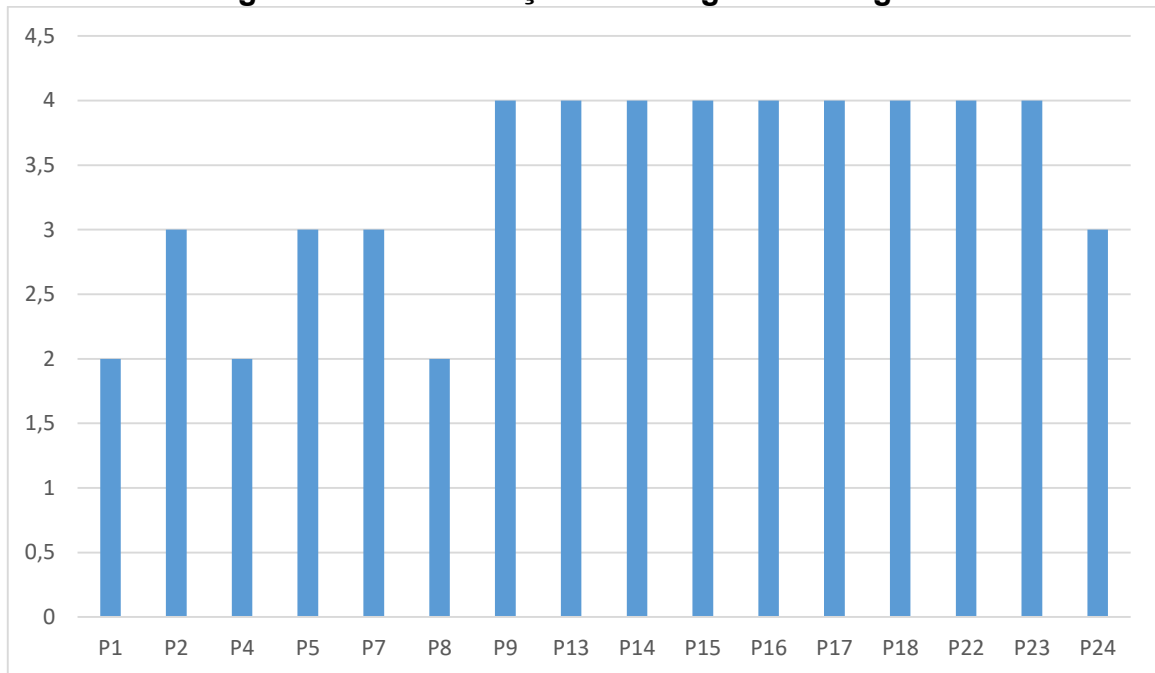


Fonte: Autoria própria (2025).

Com base no diagrama, observou-se que 64,2% dos participantes migraram de uma categoria inferior para outra superior. Além disso, 14,2% permaneceram na categoria “representação com distorção” e 21,4% realizaram representações coerentes em ambas as oportunidades.

Por fim, ressalta-se que, entre as representações classificadas como coerentes na AD7, dois participantes (P13 e P14) optaram por confeccionar suas figuras à mão livre, sem utilizar os instrumentos disponíveis, e, ainda assim, produziram representações coerentes. Desses participantes, destaca-se a evolução de P13, que apresentou representações com distorções em AD1 e AD2, mas realizou uma representação coerente em AD7. Tal fato sugere um aumento na confiança quanto à aplicação das técnicas de representação trabalhadas no minicurso.

Convém ressaltar ainda, que não foram observadas regressões de classificações entre as categorias. Esses resultados sugerem impacto positivo para parcela expressiva do grupo analisado em relação à intervenção realizada, no que se refere à capacidade de representação.

Figura 25 - Identificação de triângulos retângulos

Fonte: Autoria própria (2025).

A Figura 25 evidencia um desempenho consideravelmente superior na AD8 quando comparado à AD3 – 2(b). Em média, os participantes identificaram 3,3 triângulos, o que percentualmente corresponde a 84,3% de eficácia média, enquanto na AD3 – 2(b) essa média havia sido de 61,4%. Destaca-se, ainda, que 100% dos participantes que realizaram a AD8 identificaram pelo menos 50% dos triângulos retângulos presentes na figura, desempenho que, na AD3, havia sido registrado por 68,4% dos respondentes. Outro dado expressivo é que 56,3% dos respondentes identificaram corretamente todos os triângulos retângulos da figura, percentual significativamente maior que os 10,5% obtidos em AD3 – 2(b).

Ao analisarmos exclusivamente o grupo de participantes que realizou tanto AD3 quanto AD8, verifica-se uma tendência de evolução, ainda que com intensidade moderada, sugerindo que as atividades de visualização e representação desenvolvidas ao longo do minicurso aponta para indícios de desenvolvimento na habilidade de identificação de elementos geométricos em representações tridimensionais projetadas no plano.

A evolução observada quanto à habilidade de representação na AD7, somada aos avanços na capacidade de visualização identificados na AD8, parece compor um quadro de desenvolvimento das competências espaciais dos participantes. Essa

convergência pode, inclusive, estar associada ao desempenho significativamente superior em AD6 em relação à AD4, na comparação entre o cálculo da diagonal de um sólido geométrico antes e após o minicurso.

4.11 Avaliação Diagnóstica 9 (AD9)

A Avaliação Diagnóstica 9 (AD9), realizada por 16 participantes, constitui-se de dois exercícios sobre pirâmides, sem o apoio de representações visuais. O primeiro solicitava o cálculo da área lateral e do volume de uma pirâmide quadrangular regular, enquanto o segundo, envolvia o cálculo do volume de uma pirâmide hexagonal regular.

Considerando as avaliações diagnósticas que solicitaram algum tipo de cálculo, vale ressaltar que a AD9, especialmente a questão 2, possui um grau de dificuldade mais elevado quando comparada às AD4 e AD5, pois essas tinham como propósito verificar elementos pontuais dos sólidos abordados; em AD4, o cálculo da diagonal do paralelepípedo, e em AD5, o cálculo da altura da pirâmide. Por outro lado, a AD9 requer que o participante reconheça determinadas relações pitagóricas não solicitadas de forma explícita no enunciado, mas que constituem etapas essenciais para que se atinja o objetivo final do problema. Diante disso, não se espera um desempenho plenamente elevado, mas sim indícios de autonomia nas representações e na identificação e articulação de relações geométricas.

Ao analisar as respostas da AD9, estabeleceram-se três aspectos a serem observados, os quais se constituem em elementos relevantes ou necessários à resolução dos exercícios:

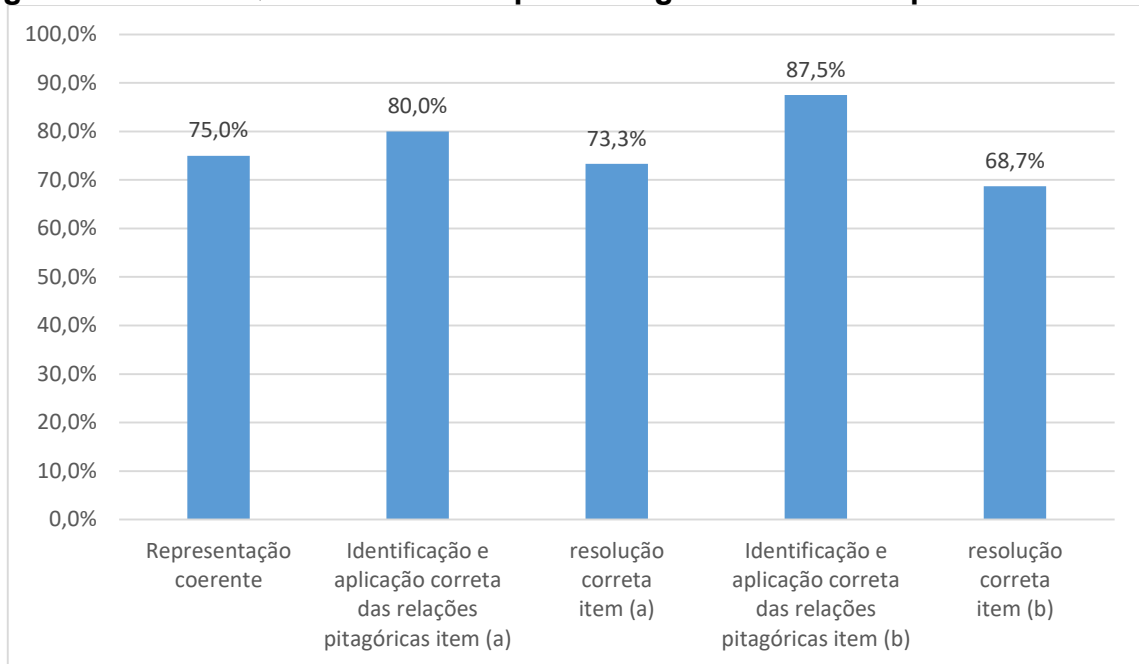
- I. Representação coerente da pirâmide;
- II. Identificação e aplicação correta das relações pitagóricas; e
- III. Resolução correta.

Dessa forma, o propósito dessa última atividade foi verificar se os participantes fazem uso de representações do sólido abordado e se identificam adequadamente as relações pitagóricas necessárias à resolução do problema. Assim, a análise da AD9 concentra-se na capacidade de representação e visualização dos respondentes, desconsiderando eventuais erros de cálculos, desde que o participante tenha seguido adequadamente um procedimento que o leva a resposta.

A figura 26 apresenta os dados da questão 1, itens (a) e (b), organizados conforme os aspectos definidos para esta análise.

O fato de 86,6% dos respondentes de AD9 terem desenvolvido uma representação em perspectiva do sólido abordado no problema e 75,0% do grupo terem produzido representações coerentes reforçam a melhora na capacidade de representação observadas em AD6 e AD7. Esse quantitativo sugere uma maior confiança nas habilidades de representação após a realização do minicurso. Ao compararmos esses percentuais com os de AD5 – tentativa 1, que também explorava uma pirâmide quadrangular regular, o avanço se mostra ainda mais evidente, visto que, naquela ocasião, 54,5% dos respondentes realizaram a representação da pirâmide, tendo apenas 9,0% do grupo produzido representações classificadas como coerentes.

Figura 26 - AD9 - Questão 1: desempenho segundo os três aspectos de análise



Fonte: Autoria própria (2025).

Quando observamos os percentuais de identificação e aplicação correta do Teorema de Pitágoras, de 80,0% no item (a) e 87,5% no item (b), e de resolução correta do problema, de 73,3% no item (a) e 68,7% no item (b), percebe-se uma capacidade aprimorada em relação a AD5, visto que, naquela oportunidade 45,4% dos respondentes solucionaram corretamente o problema quando este foi aplicado sem a disponibilidade da representação.

Os dados evidenciados da questão 1 da AD9, quando comparados aos da AD5, revelam progressos expressivos no que tange à habilidade de representação e

à resolução de problemas envolvendo pirâmides, indicando que a intervenção por meio do minicurso gerou impactos positivos nesse âmbito.

Diferentemente da questão 1, a questão 2 da AD9 revela um cenário distinto do que observamos anteriormente. Envolvendo uma pirâmide hexagonal regular, essa questão exige a identificação de mais de uma relação pitagórica implícita, apresentando maior complexidade cognitiva, o que se refletiu no desempenho dos participantes.

Ao analisar as respostas da questão 2 da AD9, constatou-se que 43,7% dos respondentes realizaram uma representação coerente da pirâmide hexagonal regular, percentual inferior ao observado na questão 1 da mesma avaliação diagnóstica. Essa diferença pode estar relacionada à maior complexidade envolvida na representação de um sólido com base hexagonal. Quanto à resolução do problema proposto, apenas 6,2% do grupo, que corresponde a um participante, identificou as relações pitagóricas necessárias e calculou adequadamente o que foi solicitado na atividade.

Esse resultado reforça uma constatação já mencionada nesta análise: uma representação visual coerente do objeto explorado, por si só, não é suficiente para evidenciar o pensamento geométrico necessário à resolução do problema.

4.12 Questionário 2 (Q2)

O último instrumento de coleta de dados aplicado foi o Questionário 2 (Q2), respondido por 19 participantes. Esse instrumento teve o intuito de verificar como os participantes perceberam os efeitos da intervenção realizada, identificar sua percepção sobre a relevância e pertinência das representações em perspectiva no ensino de Geometria Espacial e, ainda, compreender como avaliaram sua própria trajetória ao longo do minicurso, elencando pontos positivos e negativos da intervenção realizada.

A questão inicial do Q2 indagou os participantes sobre suas experiências anteriores com representações em perspectiva. De maneira unânime entre os participantes, nenhum deles havia tido contato com técnicas de representação em perspectiva antes da realização do minicurso. Esse dado se alinha às reflexões do pesquisador, apresentadas na justificativa desta pesquisa, a partir de sua prática docente, na qual observou que muitos estudantes demonstram dificuldade em produzir representações em perspectiva quando o problema proposto não apresenta a figura do objeto explorado.

Além disso, esse dado, confere à intervenção realizada um caráter formativo, visto que lhes apresentou um conteúdo até então ausente em sua trajetória escolar.

Dando continuidade à análise do Q2, a segunda questão teve como finalidade identificar a opinião dos participantes em relação à contribuição das representações em perspectiva em exercícios de Geometria Espacial após a realização do minicurso.

Esse questionamento já havia sido realizado no Q1, quando os participantes ainda não conheciam as técnicas de representação em perspectiva. Naquela oportunidade, de forma unânime, os estudantes já haviam manifestado percepções favoráveis ao papel das representações gráficas nas atividades de Geometria Espacial. No Q2 as respostas apresentaram um padrão semelhante, embora, desta vez, sustentadas pela experiência adquirida no minicurso.

Para análise, mantiveram-se as mesmas categorias utilizadas em Q1:

- I. Representação como facilitadora da compreensão do problema;
- II. Representação como apoio ao raciocínio ligado à resolução;
- III. Visualização como recurso compensatório à dificuldade de imaginar; e
- IV. Concordância genérica sem justificativa explícita.

Assim como na análise anterior, cada resposta pôde ser enquadrada em mais de uma categoria, visto que as justificativas podem apresentar mais de um aspecto. A Tabela 11 sintetiza as respostas dos 19 respondentes do Q2.

Para efeitos de comparação entre as percepções iniciais e finais sobre o papel da representação tridimensional em exercícios de Geometria Espacial, e considerando apenas o grupo de 18 participantes que respondeu a ambos os questionários, nota-se um aumento de 55,5% (Q1) para 72,2% (Q2) entre aqueles que associam a representação como facilitador da compreensão do problema. Esse aumento sugere que o minicurso possa ter ampliado a compreensão dos estudantes sobre o papel da representação na interpretação dos problemas.

Tabela 11 - Percepção dos participantes sobre o papel da representação em Geometria Espacial após da realização do minicurso

Expectativa	Frequência	Percentual (%)
Representação como facilitadora da compreensão do problema	14	73,6%
Representação como apoio ao raciocínio, ligado à resolução	8	42,1%
Visualização como recurso compensatório à dificuldade de imaginar	2	10,5%
Concordância genérica sem justificativa explícita	2	10,5%

Fonte: Autoria própria (2025).

Por outro lado, o percentual daqueles que associam a representação ao raciocínio ligado à resolução do problema sofreu uma leve redução, passando de 44,4% para 38,8%. Esse dado sugere que a vivência dos participantes com as técnicas de representação em perspectiva no minicurso, os levou a diferenciar de maneira mais clara as possibilidades e limitações que a representação oferece. Afinal, mesmo uma representação coerente, por si só, não garante êxito na resolução, como se observou de forma mais explícita na questão 2 de AD9, em que 43,7% dos respondentes produziram uma representação coerente da pirâmide hexagonal regular, mas apenas 6,2% calcularam adequadamente o que foi solicitado.

Prosseguindo nossa análise, a terceira questão busca examinar como os participantes avaliam sua própria evolução nas habilidades de representar objetos tridimensionais em perspectiva.

Ao analisar as repostas, observa-se que todos os respondentes relataram evolução em suas capacidades de representação. Entre as justificativas, destacam-se menções como “antes possuíam pouca habilidade”, “antes meu desenho era feio”, e “não davam noção dos sólidos reais”. Após o minicurso, afirmaram que “agora representar objetos tridimensionais se tornou mais fácil”, “foi perceptível uma melhora para representar”, e “apresentei melhora ao desenhar e compreender as perspectivas”.

Essa percepção de melhora dos participantes dialoga diretamente com o que observamos nas avaliações diagnósticas. Nas primeiras tentativas das AD1 e AD2 as representações com distorções predominavam, revelando dificuldades sobretudo na manutenção de paralelismo e proporcionalidades. Esse cenário começa a se modificar a partir da avaliação diagnóstica AD6, realizada após minicurso, quando se verifica uma melhora na qualidade das representações.

Após identificar como os participantes avaliaram sua própria evolução em relação às suas habilidades de representação, passamos a análise para a questão seguinte. A questão 4 do Q2 questionou os participantes sobre o atendimento de suas expectativas

Ao analisar as respostas, observa-se um predomínio de expectativas atendidas e, em alguns casos, até superadas. A maior parte dos respondentes apresenta afirmações indicando que o minicurso correspondeu ao que esperavam. Parte do grupo, porém, detalhou suas justificativas mencionando melhoras em suas capacidades de representação, como nas afirmações: “minhas expectativas eram melhorar a representação de objetos tridimensionais e eu consegui esse objetivo”, e “eu que não tenho habilidade de desenhar consigo agora”. Em conjunto com a percepção de evolução apresentada na questão anterior, essas declarações reforçam que, para parte do grupo, o minicurso foi percebido como uma experiência formativa positiva.

Outro conjunto de respostas evidenciou a utilidade das técnicas de representação na resolução de exercícios. Participantes afirmaram, por exemplo que “não imaginava o quão valioso seria utilizar técnicas de desenho em perspectiva em cálculos”, e que o uso das representações “agiliza o processo de resolução”. Tais menções estão de acordo com as melhoras registradas nas avaliações diagnósticas após minicurso, indicando que, para parte do grupo, as técnicas aprendidas exercem função de auxílio ao raciocínio.

Uma resposta destoante foi a do participante P5: “em relação aos desenhos tridimensionais, sim, mas não facilitou as resoluções de exercícios para mim”. Essa consideração evidencia que, embora para alguns estudantes a representação contribua para compreensão e, por vezes, para a resolução dos problemas, ela não substitui os conhecimentos algébricos e geométricos necessários ao desenvolvimento da resolução. Essa distinção torna-se ainda mais clara quando recorremos, novamente, à segunda questão da AD9, na qual alguns participantes conseguiram

produzir representações da pirâmide hexagonal regular, mas não obtiveram êxito na solução do problema proposto.

Seguindo nossa análise do Q2, a Questão 5 procurou identificar pontos positivos e negativos relacionados à intervenção realizada, solicitando aos participantes a citação de pontos positivos e negativos em relação a sua participação no minicurso.

Esse item buscou destacar aspectos valorizados pelos participantes ao longo do minicurso, bem como as dificuldades encontradas durante o processo.

No que se refere aos pontos positivos, as declarações dos participantes foram organizadas em cinco categorias:

- I. Aprendizagem técnica em relação aos instrumentos de desenho;
- II. Melhora na habilidade de representação;
- III. Melhora na compreensão e visualização dos objetos tridimensionais;
- IV. Percepção de melhora no raciocínio ligado à resolução de exercícios;
- V. Aprendizagem de novos conceitos.

A tabela 12 apresenta as repostas dos participantes considerando as categorias definidas. Ressalta-se que cada resposta pôde ser enquadrada em mais de uma categoria e que todos foram enquadrados em pelo menos uma delas.

Tabela 12 - Pontos positivos destacados pelos participantes sobre o minicurso

Expectativa	Frequência	Percentual (%)
Aprendizagem técnica em relação aos instrumentos de desenho	7	36,8%
Melhora na habilidade de representação	13	68,4%
Melhora na compreensão e visualização dos objetos tridimensionais	11	57,8%
Percepção de melhora no raciocínio ligado à resolução de exercícios	4	21,0%
Aprendizagem de novos conceitos	4	21,0%

Fonte: Autoria própria (2025).

Um quantitativo de 73,6% dos respondentes mencionou aspectos ligados à aprendizagem técnica no uso dos instrumentos de desenho e/ou à melhora na habilidade de representação. Declarações como “agora sei como utilizar equipamentos para desenhos” e “se tornou mais fácil desenhar objetos tridimensionais” reforçam que o minicurso promoveu o aprimoramento das habilidades de representação gráfica, melhora que também pode ser verificada nas avaliações diagnósticas após minicurso.

Outro dado expressivo foi que 57,8% dos respondentes apontaram avanço em sua capacidade de visualização e compreensão de objetos tridimensionais. Relatos como “ver desenhos com maior profundidade”, e a afirmação de que aprender as técnicas de representação “melhora a visualização dos objetos 3D, facilita a observação do que é pedido no exercício” evidenciam esse movimento. Essas declarações apontam para o fortalecimento cognitivo de aspectos ligados a interpretação de situações que envolve Geometria Espacial.

Embora em menor número, também houve declarações de que o minicurso facilitou a resolução dos exercícios. Comentários como “consigo resolver melhor os exercícios”, “facilitou a resolução” e “me ajudou a interpretar bem o plano, fazendo com que o exercício seja resolvido da melhor maneira” sugerem que para parte dos estudantes as técnicas de representação em perspectiva desempenham função de apoio ao raciocínio envolvido na resolução do problema.

Em relação aos pontos negativos mencionados pelos participantes, sintetizamos as declarações também em cinco categorias:

- I. Dificuldades iniciais no uso dos instrumentos;
- II. Questões ligadas a assiduidade;
- III. Minicurso longo;
- IV. Dificuldades matemáticas; e
- V. Nenhum ponto negativo.

A Tabela 13 apresenta as repostas dos participantes conforme as cinco categorias definidas. Cabe ressaltar que cada resposta pôde ser enquadrada em mais de uma categoria e que as repostas de todos os participantes foram enquadradas em pelo menos uma categoria.

O maior percentual observado entre os pontos negativos está associado às dificuldades iniciais no domínio das técnicas de representação e no manuseio dos instrumentos disponibilizados. Entre os 47,3% que apontaram aspectos ligados a essa

categoria surgiram comentários como “foi complicado aprender como mexer com os esquadros”, “o início foi difícil para mim” e “tive dificuldades para desenhar no começo”. Tais declarações indicam que a fase inicial da intervenção demandou maior esforço por parte dos estudantes. Esses relatos concordam com o que foi observado nas primeiras avaliações diagnósticas (AD1 e AD2), nas quais predominavam representações com distorções decorrentes, provavelmente, da falta de familiaridade com os instrumentos e procedimentos de desenho, ausência já evidenciada na primeira questão deste questionário.

Tabela 13 - Pontos negativos destacados pelos participantes sobre o minicurso

Expectativa	Frequência	Percentual(%)
Dificuldades iniciais com o uso das técnicas e instrumentos de desenho	9	47,3%
Questões ligadas a assiduidade	4	21,0%
Minicurso longo;	2	10,5%
Dificuldades matemáticas	3	15,7%
Nenhum ponto negativo	3	15,7%

Fonte: Autoria própria (2025).

Outro apontamento levantado por 10,5% dos respondentes diz respeito à percepção de que o minicurso “foi longo” ou “demorou mais que o necessário”. Essa percepção converge com a avaliação do próprio pesquisador durante o desenvolvimento da intervenção. Tal convergência sugere ajustes na organização da atividade. A decisão de apresentar duas técnicas de representação no minicurso acarretou um prolongamento não previsto no planejamento inicial, indicando que uma intervenção mais focada poderia favorecer a relação entre carga horária e objetivos formativos.

Alguns participantes (21,0%) reconhecem que a assiduidade foi um ponto negativo em sua participação, o que pode ter acarretado uma evolução menos consistente ao longo do minicurso e, conseqüentemente, maiores dificuldades nas avaliações diagnósticas pós minicurso.

Os relatos de dificuldades matemáticas mencionados por 15,7% dos respondentes retomam a ideia de que, embora a representação favoreça a compreensão dos problemas, ela não substitui o domínio de procedimento algébricos e geométricos necessários à sua resolução.

Por fim, um grupo formado por 15,7% dos respondentes afirmou não identificar pontos negativos, o que sugere uma boa aceitação da intervenção por parte desses participantes.

Dando continuidade na análise do Q2, a questão 6 investigou quanto a pertinência de inserir o desenho em perspectiva como conteúdo na grade curricular na visão dos participantes.

As respostas foram predominantemente favoráveis à inclusão do desenho em perspectiva na grade curricular. Além das concordâncias sem justificativas explícitas, observaram-se algumas justificativas como “melhora a compreensão de perspectivas tridimensionais”, “deve ser mais explorado e estudado, pois ajuda a compreensão de objetos em perspectiva, facilitando a resolução de problemas”, “ajuda a compreensão de objetos em perspectiva, facilitando a resolução de problemas” e “podem chegar ao resultado correto com mais facilidade”.

Aqueles que apresentaram justificativas destacaram, principalmente, o papel do desenho em perspectiva como recurso de apoio à compreensão dos objetos e à resolução dos exercícios, indicando que percebem a representação como recurso de apoio na resolução dos problemas.

Destaca-se, ainda, uma resposta que indaga se o conteúdo seria igualmente útil para todos os estudantes, embora não descarte sua importância. Essa manifestação, mesmo que única, é relevante por evidenciar que as representações em perspectiva não devem ser vistas como solução única para as dificuldades em Geometria Espacial, mas como um recurso complementar, que deve articular-se a outras estratégias de ensino.

Por fim, a questão 7 encerra a análise do Q2, ao oferecer aos participantes um espaço para que pudessem mencionar aspectos que não foram abordados nas questões anteriores.

Observou-se uma predominância de respostas negativas, com apenas duas manifestações adicionais. Essas respostas reforçam aspectos já discutidos ao longo da análise: a utilidade da representação em perspectiva no apoio à compreensão e ao raciocínio envolvidos na resolução de problemas de Geometria Espacial.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como foco central investigar se o ensino das técnicas de desenho em perspectiva pode favorecer a compreensão de objetos tridimensionais representados no plano no âmbito do ensino de Geometria Espacial. As análises realizadas indicam evidências de que o uso dessas representações favorece uma articulação mais consistente entre a visualização dos objetos e as relações geométricas espaciais envolvidas na resolução dos problemas propostos.

O ensino sistematizado das técnicas de representação mostrou-se relevante para a organização das relações espaciais envolvidas na Geometria Espacial, favorecendo uma interpretação mais efetiva das representações planas de objetos tridimensionais. Esse processo se refletiu em maior clareza na mobilização das relações geométricas necessárias à resolução dos problemas propostos.

As representações elaboradas ao longo do minicurso não se configuram como meros recursos ilustrativos, mas como registros de representação semiótica. Sob a perspectiva da teoria de Duval (2012), a articulação entre diferentes formas de representação, como o desenho e a descrição textual, possibilita ao estudante acessar o objeto geométrico, uma vez que a representação assume o papel de mediadora entre o objeto e o raciocínio geométrico.

Os avanços evidenciados na análise dos dados resultam de um processo de apropriação das técnicas de desenho em perspectiva, viabilizado pelo ensino explícito das convenções de representação ao longo do minicurso.

Apesar dos avanços observados, estes não se manifestaram de forma homogênea entre os participantes. A complexidade dos processos de visualização e representação geométrica indica que tais aprendizagens demandam continuidade e aprofundamento, não se esgotando no tempo de duração da intervenção realizada.

Nesse sentido, a pesquisa evidencia que o desenvolvimento da habilidade de representação em perspectiva, quando ensinado de forma sistematizada, pode assumir papel relevante no processo de aprendizagem da Geometria Espacial. O estudo reforça a necessidade de compreender o desenho em perspectiva não apenas como recurso ilustrativo, mas com dimensão formativa.

Por fim, compreender o ensino de Geometria Espacial implica reconhecer o papel da visualização e representação neste processo. Os resultados desta pesquisa reforçam que o desenho em perspectiva se constitui como mediador entre o objeto

matemático e o raciocínio do estudante, favorecendo a mobilização das relações espaciais e contribuindo para uma compreensão mais consistente dos objetos tridimensionais representados no plano.

REFERÊNCIAS

Amorim, S.S., Silva, G. **Apontamentos sobre a educação no Brasil Colonial (1549-1759)**. Interações (Campo Grande), Cidade, v. 18, n. 4, p. 185-196, out-dez/2017. Disponível em: [URL]. Acesso em: <https://doi.org/10.20435/inter.v18i4.1469>. Acesso em 18 fev 2025.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. Edições 70. São Paulo - SP, 2016. Disponível em: <<https://madmunifacs.files.wordpress.com/2016/08/anc3a1lise-de-contec3bado-laurence-bardin.pdf>>. Acesso em: 09 jun. 2024.

BRASIL. **Lei de 15 de outubro de 1827**. Manda crear escolas de primeiras letras em todas as cidades, villas e logares mais populosos do Imperio. Rio de Janeiro, RJ: Secretaria de Estado dos Negocios do Imperio, 127. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lim/LIM..-15-10-1827.1.htm. Acesso em: 11 mar. 2025

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Casa Civil, 1996. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm>. Acesso em: 05 mar. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular Brasília: MEC, 2018**.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC, 2000. (Parte III, ciências da natureza, matemática e suas tecnologias).

CALDATTO, M.; PAVANELLO, R. **Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais**. Quadrante, v. 24, n. 1, p. 103-128, 2015. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22913>. Acesso em 12 fev 2025.

CARVALHO, H. A. F.; FERREIRA, A. C. **Visualização espacial e pensamento geométrico: um panorama da produção brasileira em programas de Pós-Graduação nos últimos anos**. In: Encontro Mineiro De Educação Matemática, 7, 2015, São João Del Rei/MG. Anais EMEM, 2015.

CHING, F.D.K. **Representação gráfica em arquitetura**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2017.

CHING, F.D.K. JUROSZEK, E.P. **Desenho para arquitetos**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

CLEMENTE, João Carlos et al. **Ensino e aprendizagem da geometria**: um estudo a partir dos periódicos em educação matemática. In: VII Encontro Mineiro de Educação Matemática, 2015. Disponível em http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSI NAR_20GEOMETRIA.pdf. Acesso em 20 fev 2025.

COSTA, E. A. S.; ROSA, M. (2015). **Fragmentos históricos do Desenho Geométrico no Currículo Matemático Brasileiro**. In *Anais do VII Encontro Mineiro de Educação Matemática*, São João Del-Rei, MG.

CRUZ, M.D. **Projeções e perspectivas para desenhos técnicos**. 1. ed. São Paulo: Érica, 2014.

D'AMBRÓSIO, U. (1999). **História da Matemática no Brasil**: uma visão panorâmica até 1950. *Saber y Tiempo: Revista de Historia de la Ciencia*, 2(8), 7-37.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Tradução de Mércles Thadeu Moretti. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, dez. 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em 17 fev 2025.

DUVAL, R. **Simiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. 2. ed. Cali: Programa Editorial Universidad del Valle, 2017.

FLORES, C.R.; **Olhar, Saber, Representar**: ensaios sobre representação em perspectiva. 2003. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

FLORES, C.R.; MORETTI, M.T. Olhar em perspectiva: análise da representação do espaço e suas implicações na visualização de figuras tridimensionais no ensino da geometria. *Contrapontos – Revista de Educação da UNIVALI*, ano 1, n. 3, p. 119–127, 2001. Disponível em: <https://periodicos.univali.br/index.php/rc/article/view/80>. Acesso em 15 fev 2025.

FLORES, C.R.; **A história da perspectiva e a visualização no ensino de matemática**: laços entre técnica, arte e olhar. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 8., 2004, Recife. Anais [...] Recife: UFPE, 2004. Disponível em <https://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/05/2CC88890589949.pdf>. Acesso em 18 fev 2025.

GIESECKE, F.E. **Comunicação gráfica moderna**. Porto Alegre: Bookman, 2002.

GIL, A. C.. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, M. L. M. **História do Ensino da Matemática**: uma introdução. Belo Horizonte: CAED UFMG, 2012

GUTIÉRREZ, A. **Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial**. *Revista EMA*, v. 3, n. 3, p. 193–220, 1998.

LELLIS, M. **Desenho em perspectiva no ensino fundamental**: considerações sobre uma experiência. In: Seminários De Ensino De Matemática, 2, 2009, São Paulo: Faculdade de Educação/USP, 2009. p.9.

LIXANDRÃO, P.H.F. **Desenho de perspectiva**. Porto Alegre: SAGAH, 2018.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar Geometria?** Educação Matemática em Revista. v. 3, n. 4, p. 3-13, 1995.

MARCONI, M. d. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, S.A., 2003.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MIORIM, M. A; MIGUEL, A; FIORENTINI, D. **Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro**. Zetetiké, São Paulo, ano 1, n. 1, p. 19 – 39, 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646823/13725>. Acesso em 23 fev 2025.

MOACYR, P. **A instrução e o Império**: subsídios para a história da educação no Brasil. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1936. Disponível em: <https://bdor.sibi.ufrj.br/bitstream/doc/148/1/66%20T1%20PDF%20-%20OCR%20-%20RED.pdf> . Acesso em 11 abr. 2025.

MONDINI, F. **A Matemática presente nas Escolas Jesuítas Brasileiras (1549-1759)**. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*. Canoas, v. 15, n. 3, p. 524-534, 2013. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/issue/view/37>. Acesso em 1 abr. 2025.

NEVES, J. G. **Cultura escrita em contextos indígenas**. 2009. Tese (Doutorado em Educação Escolar) - Programa de Pós-Graduação Doutorado em Educação Escolar, Universidade Estadual Paulista, Araraquara, 2009.

Paraná. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo Básico para a Escola Pública do Estado do Paraná**. Curitiba: SEED, 1990. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/224567/Curr%C3%ADculo%20B%C3%A1sico%20-%20PR.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em 15 fev 2025.

PARZYSZ, B. **Une ingénierie didactique en géométrie de l'espace au lycée**. Publications Mathématiques et Informatiques de Rennes, 1990-1991, fascicule 5, exp. no 7, p. 1–13. Disponível em https://www.numdam.org/item/PSMIR_1990-1991_5_A7_0.pdf. Acesso em 7 jun 2025.

PARZYSZ, B. **Plane representations and teaching space geometry at high school level**: A contribution to the study of the knowing/seeing relation. Tese de Doutorado. Université Paris VII, 1989. Disponível em: <https://theses.hal.science/tel-01251157v1>. Acesso em 7 jun 2025.

PARZYSZ, B. **Representation of space and students' conceptions at high school level.** Educ Stud Math 22, 575–593 (1991). Disponível em: <https://doi.org/10.1007/BF00312716>. Acesso em 25 jun 2025.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria:** uma visão histórica. 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil:** causas e consequências. Zetetiké, v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEREIRA, M.R.O. **A geometria escolar:** uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia da Universidade Católica de São Paulo, São paulo, 2001.

PEREZ, G. **Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa Participante no Ensino de Geometria para as Camadas Populares.** 1991. Tese (Doutorado em ducação). UNICAMP, Campinas, 1991.

VALENTE, V. C. P. N.; PEREIRA, T. T. **Aprimoramento da capacidade de visualização espacial com a utilização de hologramas.** 2015. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/135773>. Acesso em: 20 fev 2025.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do Trabalho Científico:** Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico. 2 ed. Novo Hamburgo, RS. 2013.

RUSPINI, E. **Longitudinal Research in the Social Sciences.** Social Research Update, Issue 28 (Guildford: University of Surrey), 2000. Disponível em: <https://sru.soc.surrey.ac.uk/>. Acesso em 10 dez. 2024.

SANZI, G; QUADROS, E.S. **Desenho de Perspectiva.** São paulo: Érica, 2014.

SENA, R.M; DORNELES, B.V. **Ensino de Geometria:** Rumos da Pesquisa (1991-2011). REVMAT, Florianópolis v. 8, n. 1, p. 138-155, 2009.

REVMAT. eISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013.

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-ação.** São Paulo: Cortez, 2011.

VALENTE, W. J. **Uma história da matemática escolar no Brasil:** 1730 – 1930. 2 ed. São Paulo: Editora livraria da Física, 2020.

VICENZI, L. J. B. **A fundação da Universidade do Distrito Federal e seu significado para a educação no Brasil.** Forum Educacional. Rio de Janeiro, v.10, n.3, jul./set. 1986.

APÊNDICE A - Questionário 1

1. Qual o seu nível de familiaridade com a Matemática?

- Gosto e tenho um bom desempenho;
- Gosto, mas não tenho um bom desempenho;
- Não gosto, mas tenho um bom desempenho;
- Não gosto e não tenho um bom desempenho.

2. Quais são seus pré conhecimentos sobre geometria? Assinale com X.

- Área do quadrado
- Área do retângulo
- Área de um triângulo qualquer
- Área do triângulo equilátero
- Área do hexágono regular
- Teorema de Pitágoras
- Trigonometria no triângulo retângulo

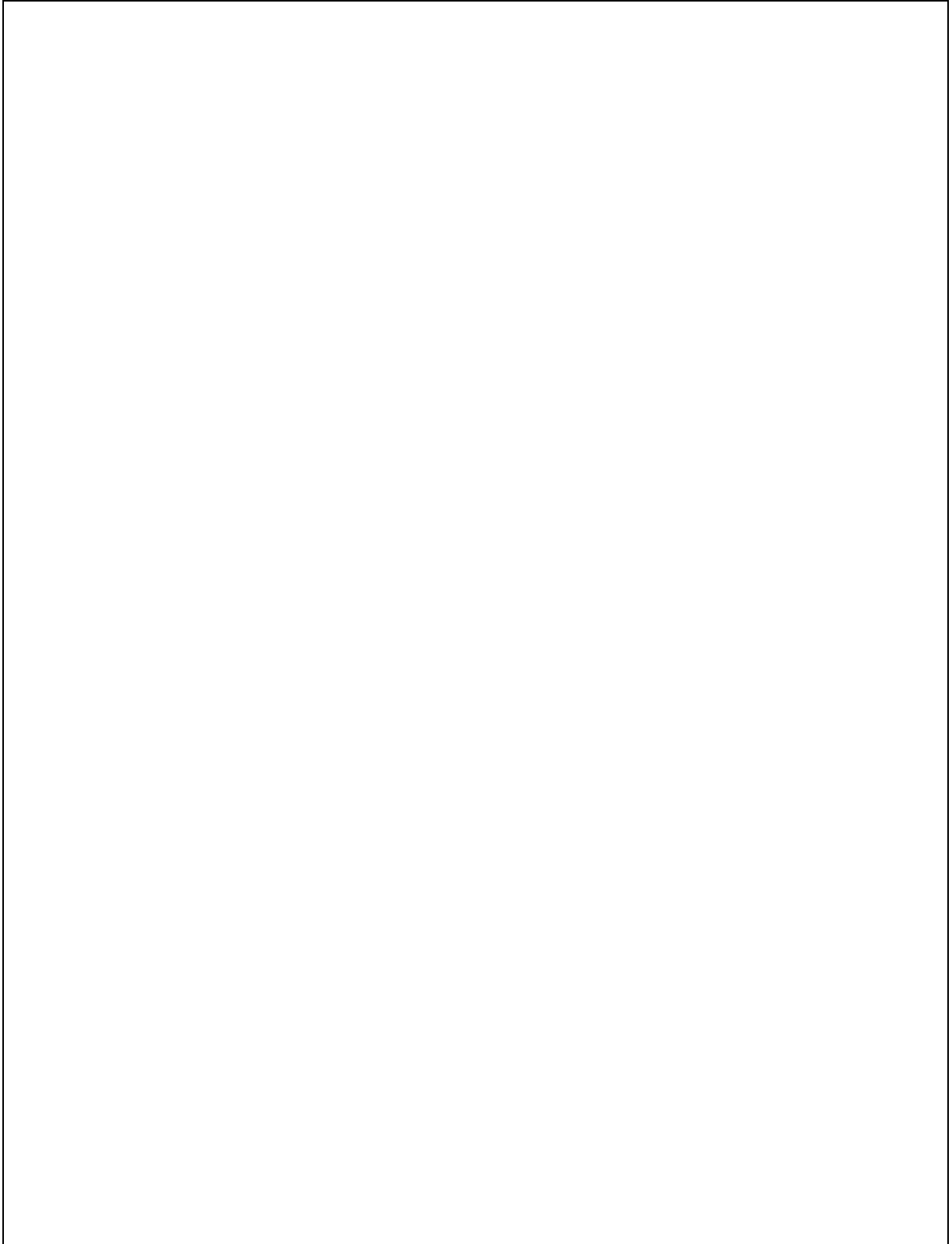
3. Como julga sua habilidade em representar objetos tridimensionais no plano?

- Ruim
- Regular
- Boa
- Muito Boa

4. Por que você decidiu participar do minicurso?

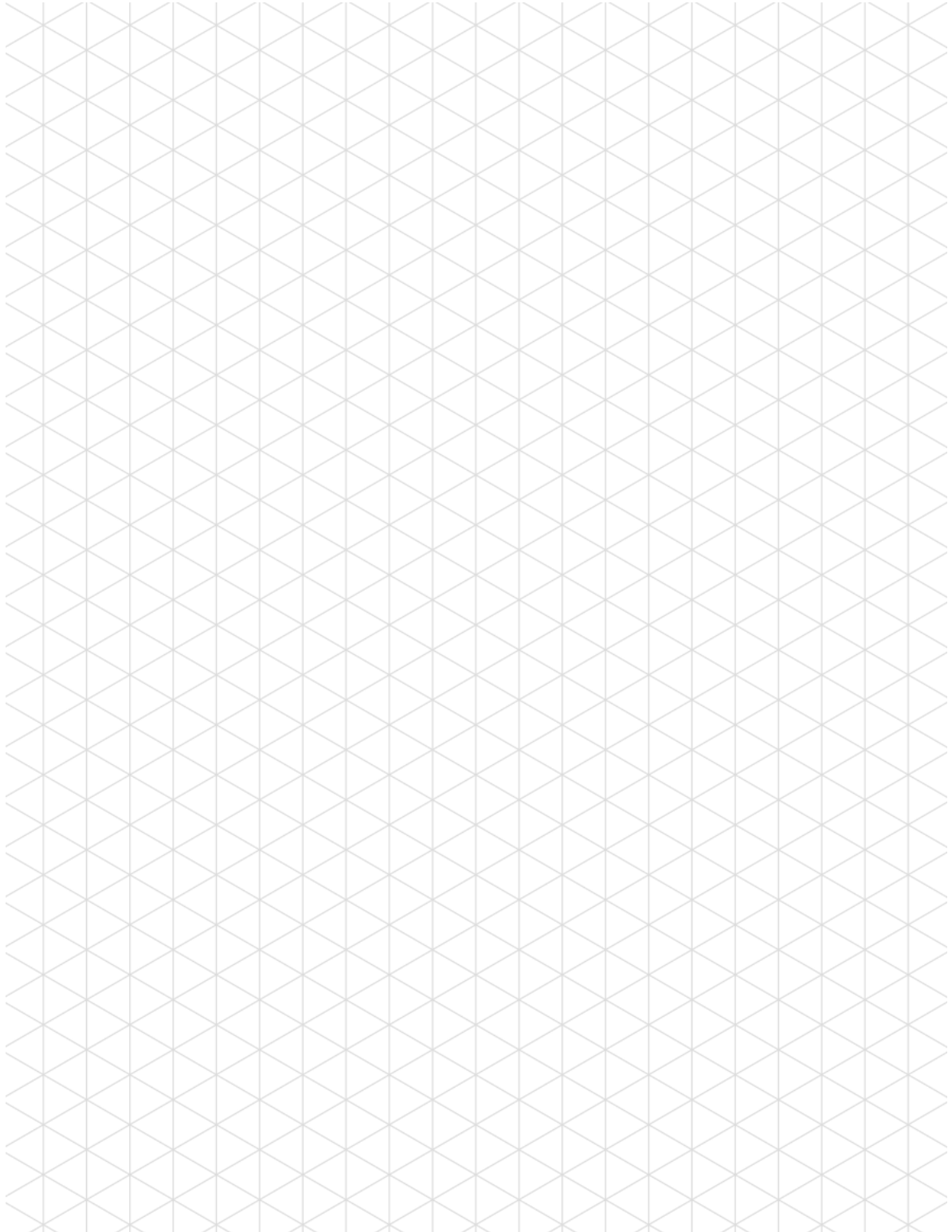
APÊNDICE B - Avaliação Diagnóstica 1

1. Observe o prisma quadrangular regular de acrílico à sua frente. Você pode tocá-lo e manuseá-lo como desejar. Faça um desenho desse prisma da maneira que achar mais conveniente. Use o espaço limitado pelo quadrilátero abaixo.



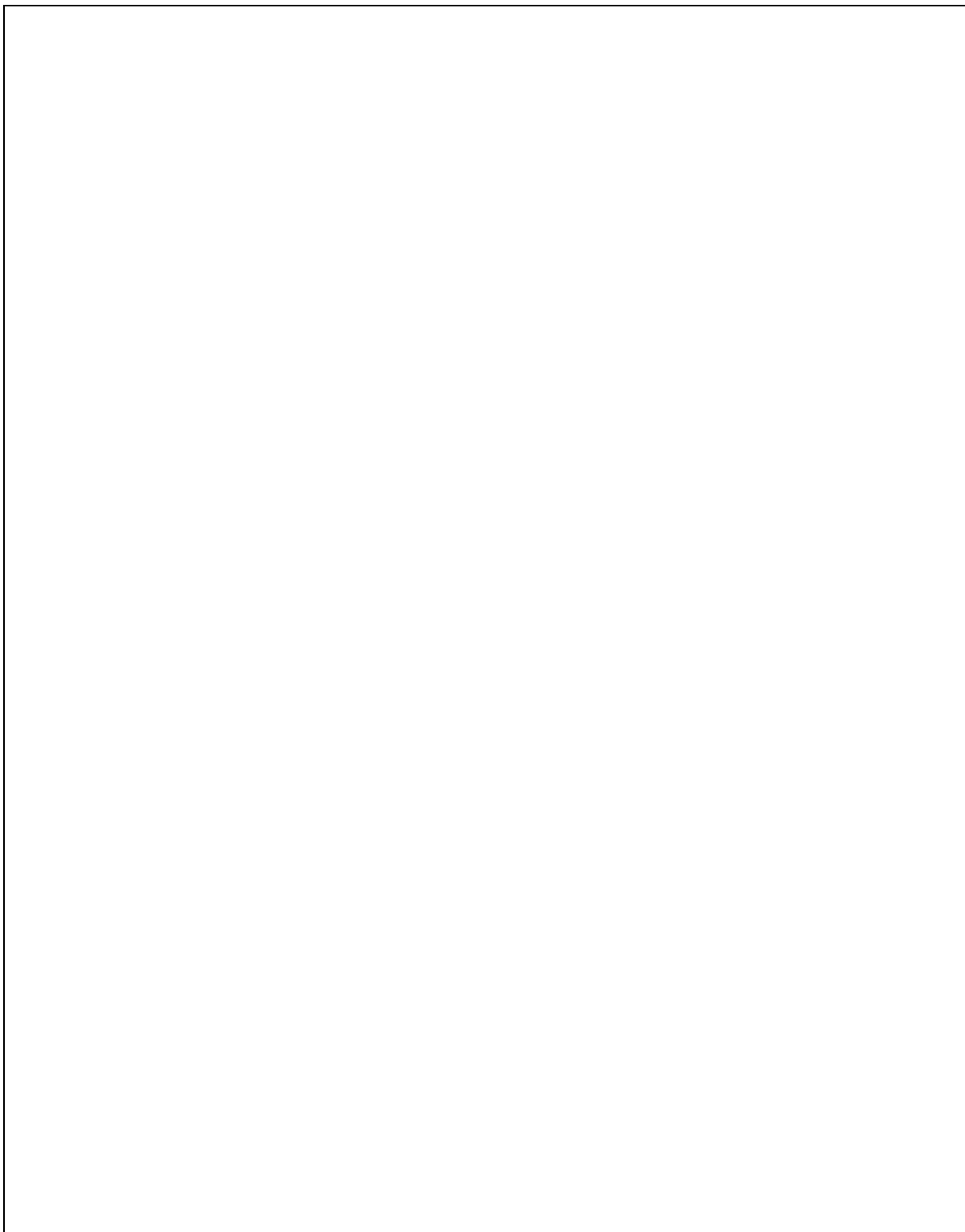
APÊNDICE C - Avaliação Diagnóstica 1 – 2º tentativa

1. Observe o prisma quadrangular regular de acrílico à sua frente. Você pode tocá-lo e manuseá-lo como desejar. Faça um desenho desse prisma da maneira que achar mais conveniente. Use a malha isométrica abaixo. Você pode posicionar a folha para confeccionar seu desenho tanto na horizontal como na vertical.



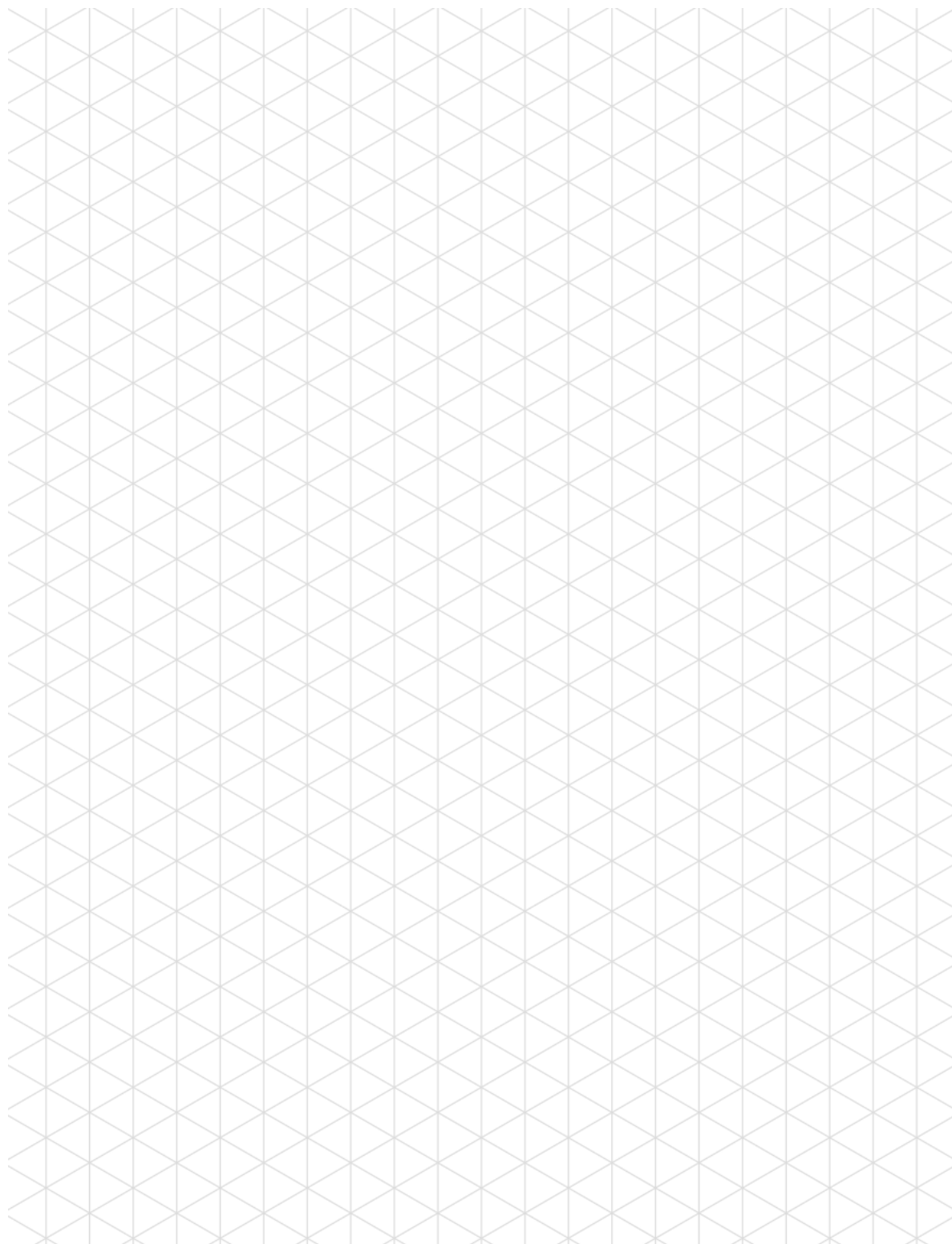
APÊNDICE D - Avaliação Diagnóstica 2

1. Observe a pirâmide quadrangular regular de acrílico à sua frente. Você pode tocá-la e manuseá-la como desejar. Faça um desenho dessa pirâmide da maneira que achar mais conveniente. Use o espaço limitado pelo quadrilátero abaixo.



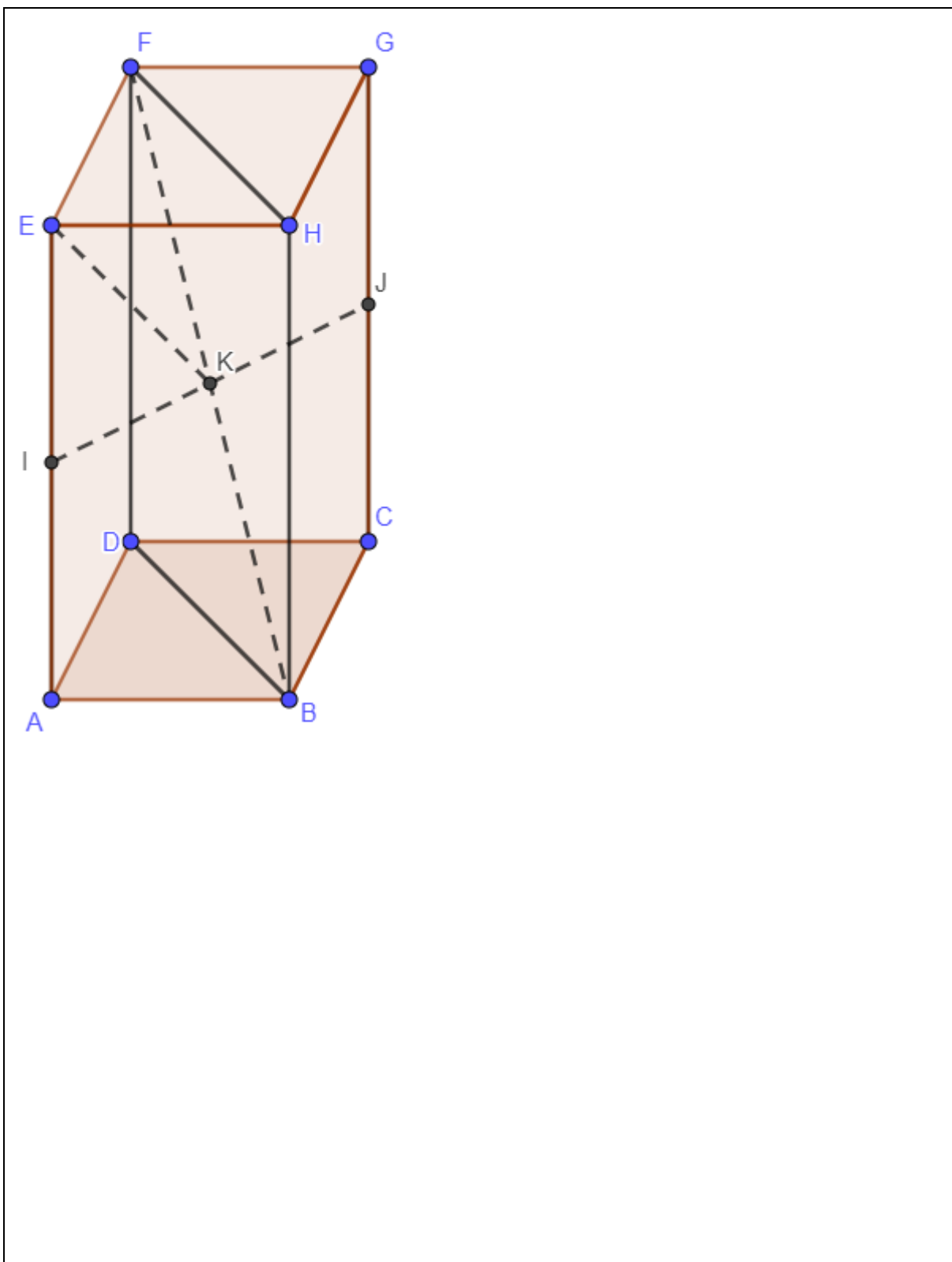
APÊNDICE E - Avaliação Diagnóstica 2 – 2º tentativa

1. Observe a pirâmide quadrangular regular de acrílico à sua frente. Você pode tocá-la e manuseá-la como desejar. Faça um desenho dessa pirâmide da maneira que achar mais conveniente. Use a malha isométrica abaixo. Você pode posicionar a folha para confeccionar seu desenho tanto na horizontal como na vertical.



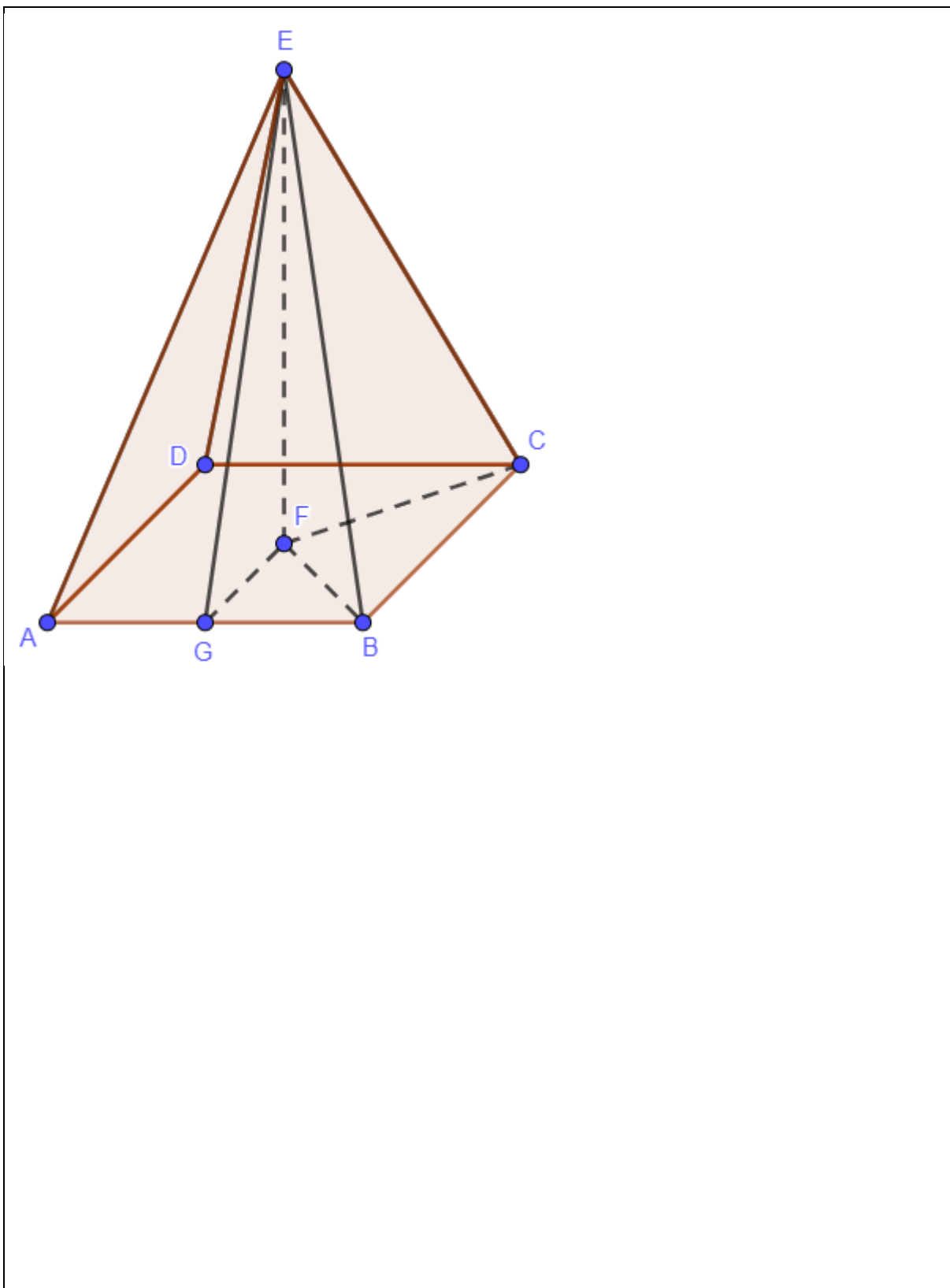
APÊNDICE F - Avaliação Diagnóstica 3

1. Observe a figura abaixo, um prisma quadrangular regular, onde o ponto I é ponto médio de AE e J é ponto médio de CG, e escreva os pares de segmentos que são perpendiculares.



2. Observe a pirâmide quadrangular regular abaixo. Nela o ponto F é o centro da base, e o ponto G é o ponto médio de AB. Responda:

- Escreva todos os pares de segmentos que são perpendiculares.
- Identifique todos os pontos que são vértices de um triângulo retângulo.

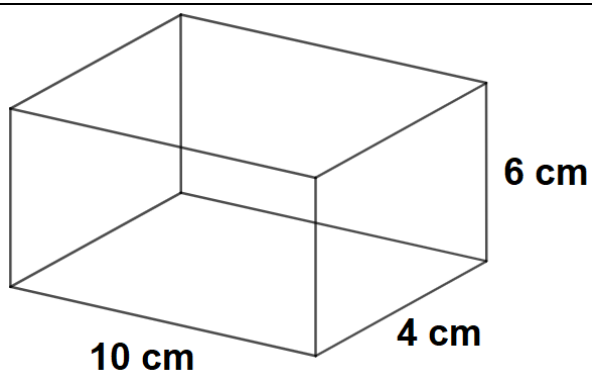


APÊNDICE G - Avaliação Diagnóstica 4

1. Seja um paralelepípedo reto com 6 cm de altura e dimensões da base 10 cm e 4 cm. Calcule a medida da diagonal desse paralelepípedo.

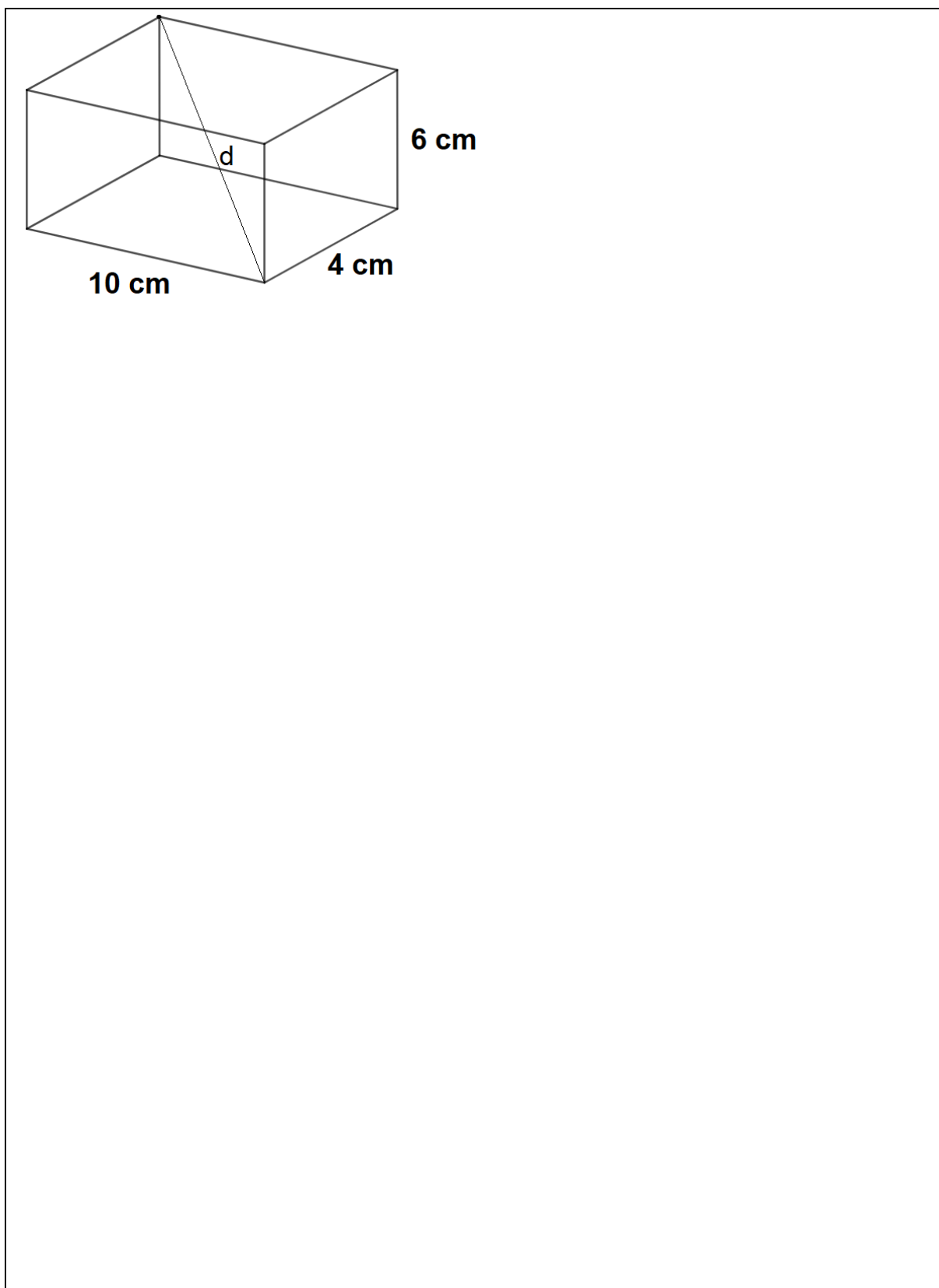
APÊNDICE H - Avaliação Diagnóstica 4 – 2º tentativa

1. Seja o paralelepípedo reto representado abaixo, com 6 cm de altura e dimensões da base 10 cm e 4 cm. Calcule a medida da diagonal desse paralelepípedo.



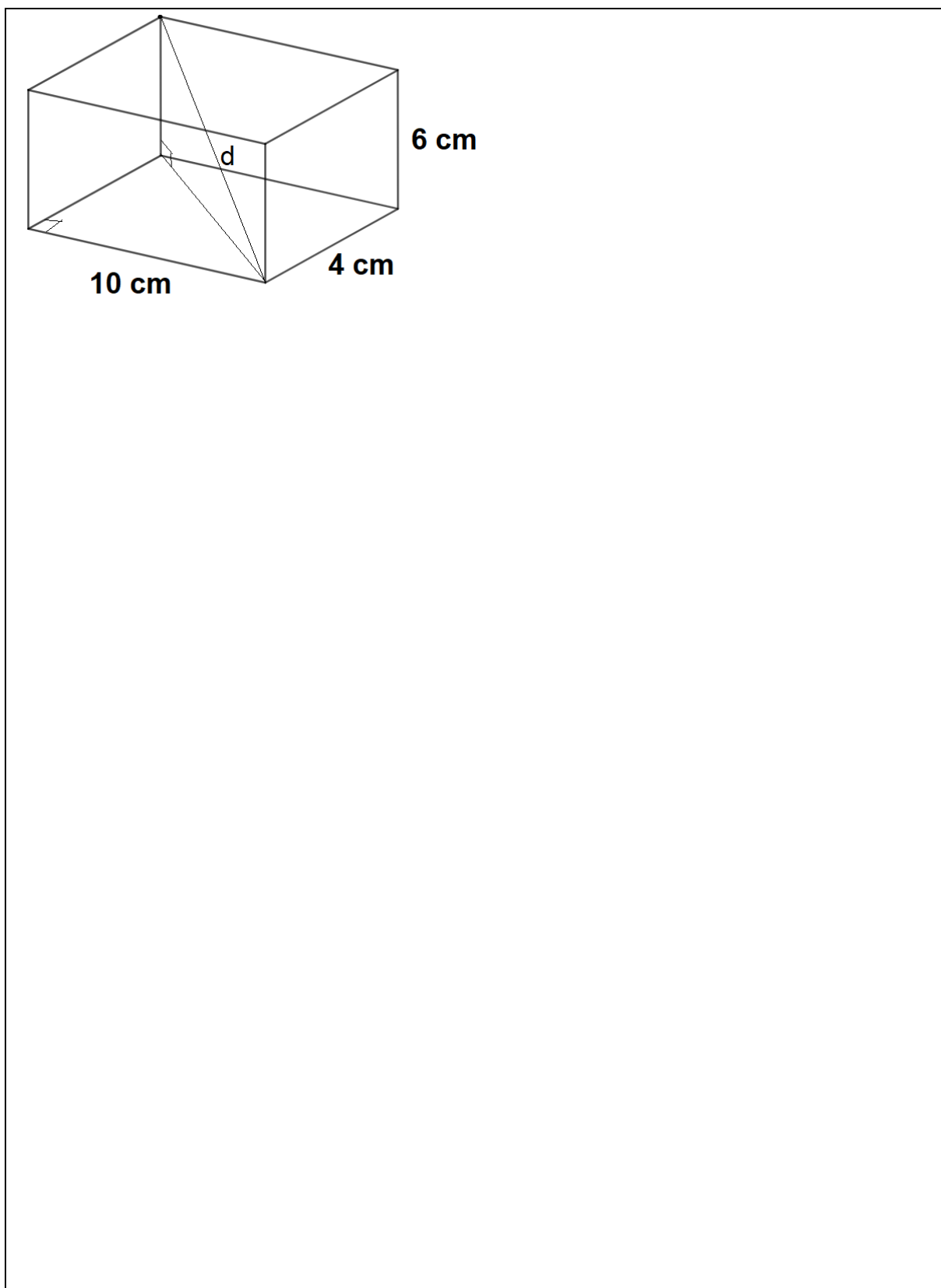
APÊNDICE I - Avaliação Diagnóstica 4 – 3° tentativa

1. Seja o paralelepípedo reto representado abaixo, com 6 cm de altura e dimensões da base 10 cm e 4 cm. Calcule a medida da diagonal d , destacada na figura.



APÊNDICE J - Avaliação Diagnóstica 4 – 4° tentativa

1. Seja o paralelepípedo reto representado abaixo, com 6 cm de altura e dimensões da base 10 cm e 4 cm. Calcule a medida da diagonal desse paralelepípedo.

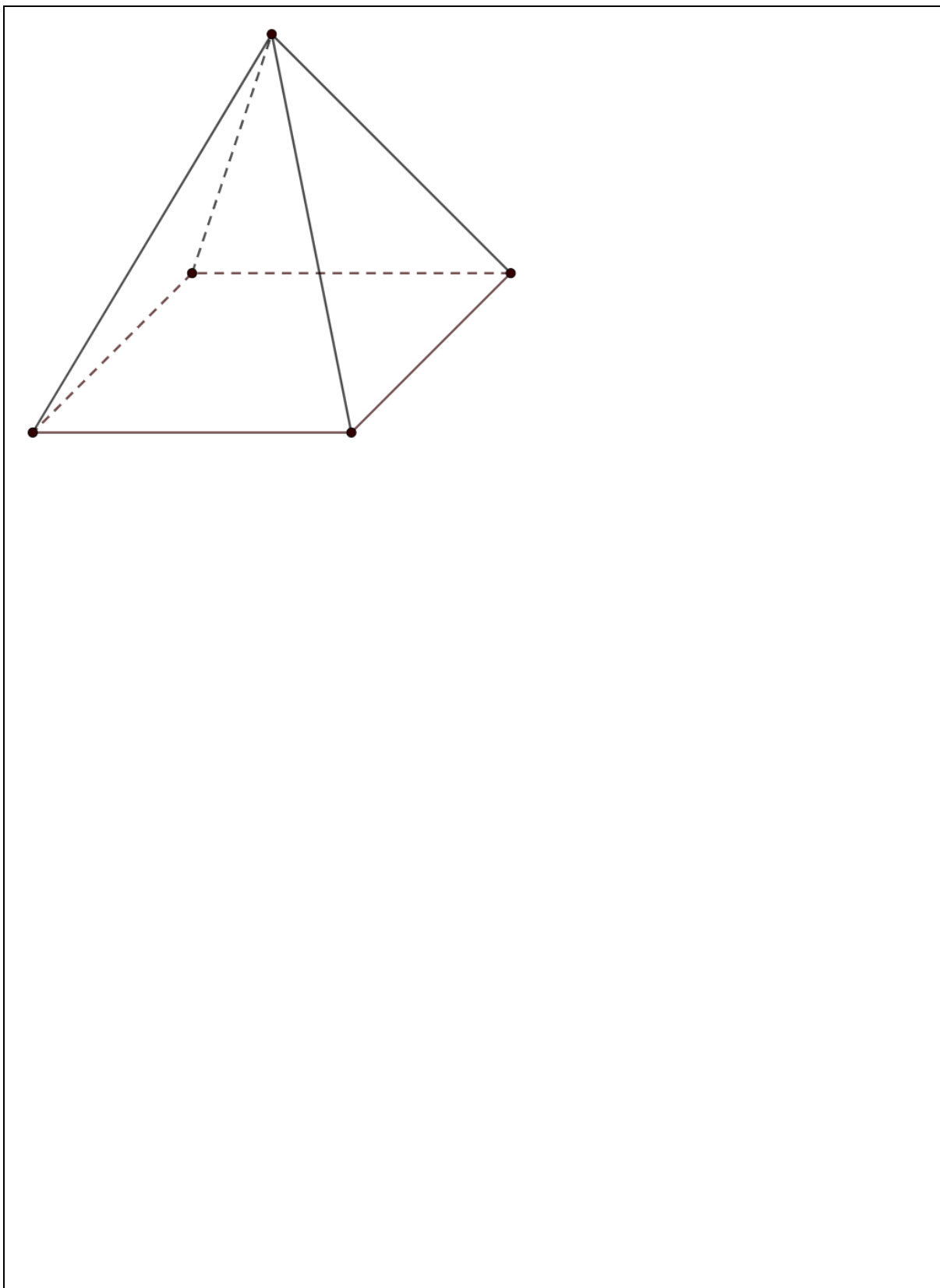


APÊNDICE K - Avaliação Diagnóstica 5

1. Seja uma pirâmide quadrangular regular com 5 cm de apótema da base e apótema da pirâmide medindo 13 cm. Calcule a altura dessa pirâmide.

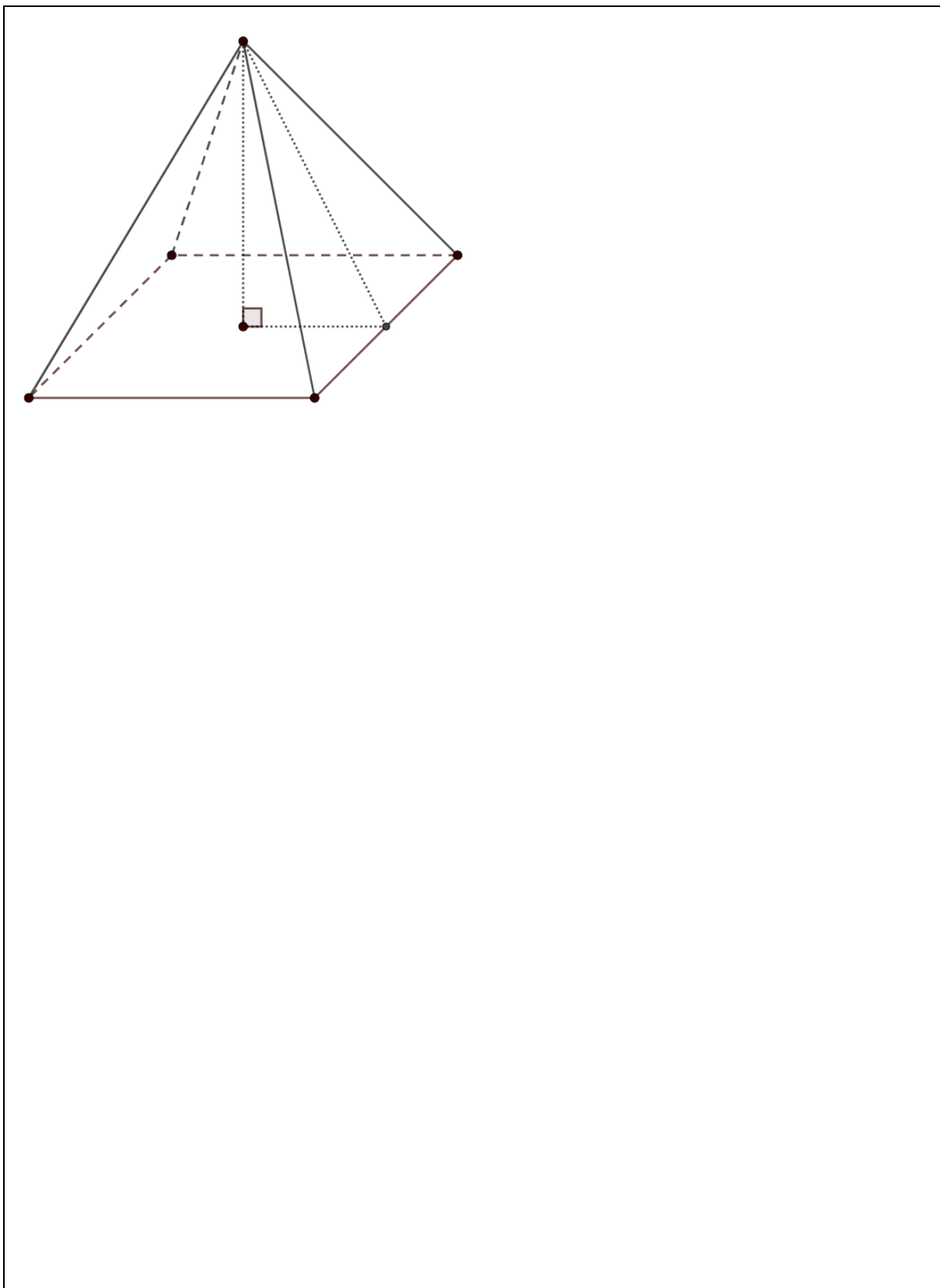
APÊNDICE L - Avaliação Diagnóstica 5 – 2º tentativa

1. Seja uma pirâmide quadrangular regular com 5 cm de apótema da base e apótema da pirâmide medindo 13 cm. Calcule a altura dessa pirâmide.



APÊNDICE M - Avaliação Diagnóstica 5 – 3º tentativa

1. Seja uma pirâmide quadrangular regular com 5 cm de apótema da base e apótema da pirâmide medindo 13 cm. Calcule a altura dessa pirâmide.

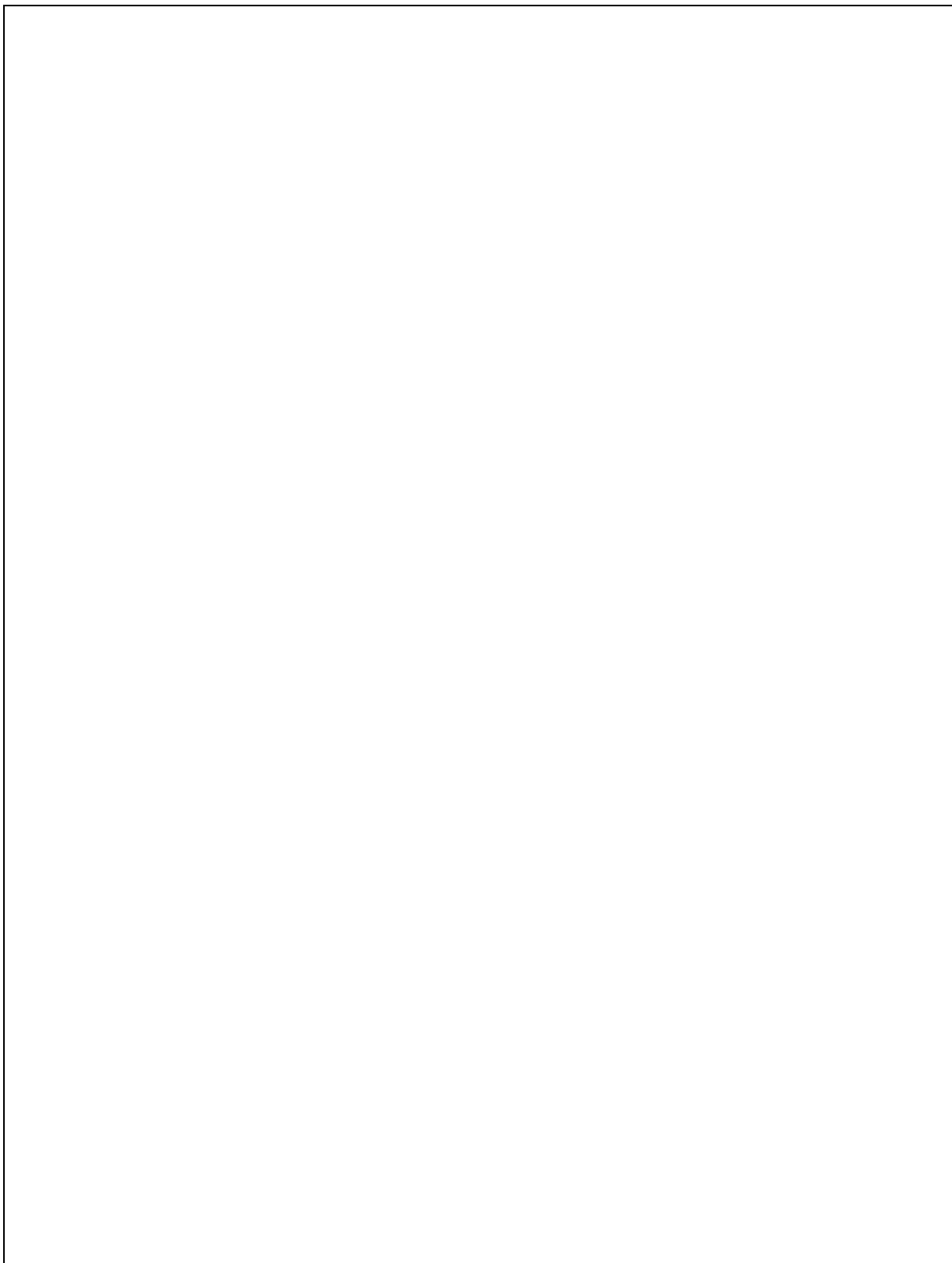


APÊNDICE N - Avaliação Diagnóstica 6

1. Seja um prisma hexagonal regular com 6 cm de aresta da base e 16 cm de altura. Calcule a medida da maior diagonal desse prisma.

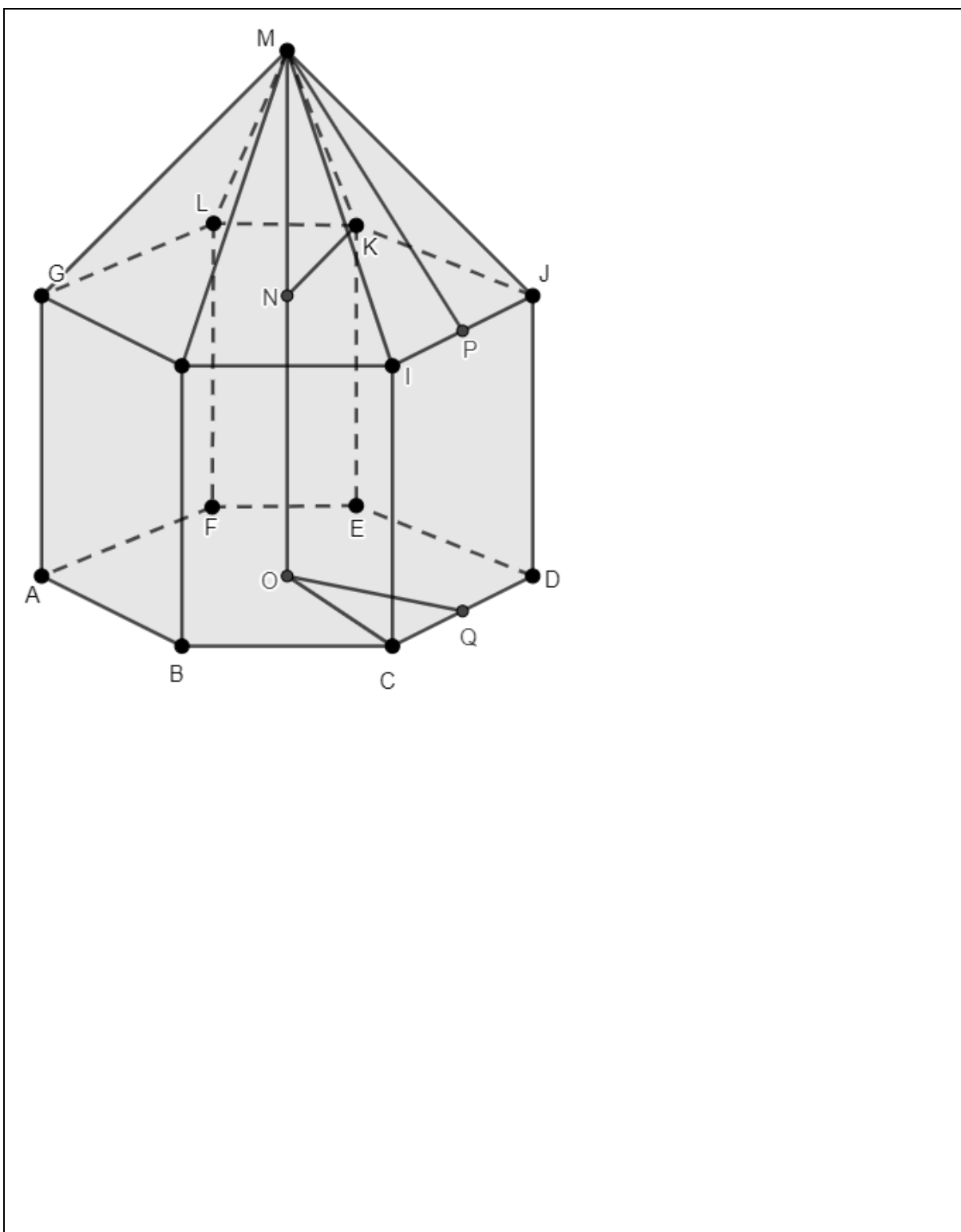
APÊNDICE O - Avaliação Diagnóstica 7

1. Observe o octaedro regular a sua frente. Você pode toca-lo e manuseá-lo como desejar. Faça uma representação desse octaedro da maneira que achar mais conveniente. Use o espaço limitado pelo quadrilátero abaixo.



APÊNDICE P - Avaliação Diagnóstica 8

1. Observe a figura abaixo onde temos uma pirâmide hexagonal regular sobreposta a um prisma hexagonal regular, ambos com bases de mesmas dimensões. Nela o ponto O é o centro da base, P e Q são pontos médios, respectivamente, de IJ e CD . Determine todos os trios de segmento que formam um triângulo retângulo.



APÊNDICE Q - Avaliação Diagnóstica 9

1. Uma pirâmide quadrangular regular tem aresta da base medindo 8 cm e aresta lateral medindo 12 cm. Determine:

a) a área lateral dessa pirâmide.

b) o volume dessa pirâmide.

2. Uma pirâmide hexagonal regular tem apótema da base medindo $\sqrt{27}$ cm e aresta lateral de 10 cm. Calcule o volume dessa pirâmide.

APÊNDICE R - Questionário 2

1. Antes da participação no minicurso você já havia tido alguma aula ou feito algum curso que ensinasse técnicas de desenho em perspectiva?

() Sim. Onde: _____ () Não

2. Você acha que a representação no plano de objetos tridimensionais ajuda no raciocínio quando se quer resolver algum exercício de Geometria Espacial?

3. Houve melhora em sua habilidade em representar objetos tridimensionais no plano após o minicurso?
