

Decifrando os Códigos do Mundo Digital: Aritmética nas Bases Binária e Hexadecimal

Autores:

Fidélío Augustus Souki Gontijo
Marcus Augusto Bronzi

18 de julho de 2025

Produto Educacional vinculado à Dissertação de Mestrado Profissional

1. Identificação do Minicurso

Título:	Decifrando os Códigos do Mundo Digital: Aritmética nas Bases Binária e Hexadecimal
Autor:	Fidélío Augustus Souki Gontijo
Programa:	PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Instituição:	Universidade Federal de Uberlândia
Orientador:	Marcus Augusto Bronzi
Data de realização:	23 e 24 de abril de 2025
Local:	Universidade Federal de Uberlândia – Campus Santa Mônica

2. Público-alvo

Professores da Educação Básica, licenciandos em Matemática, alunos do Ensino Médio e graduandos de áreas tecnológicas interessados em compreender o funcionamento da aritmética digital.

3. Carga Horária

4 horas/aula

4. Objetivos do Minicurso

- Explicar o funcionamento dos sistemas numéricos binário e hexadecimal;
- Explorar conversões entre diferentes bases numéricas;
- Apresentar as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) nas bases binária e hexadecimal;
- Relacionar os conteúdos com aplicações práticas em computação, eletrônica e linguagens de programação;

5. Descrição Geral

O minicurso apresentou aos participantes os fundamentos teóricos e operacionais das bases numéricas binária e hexadecimal, com ênfase no desenvolvimento das quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Por meio de exposições didáticas e atividades práticas, os participantes exploraram como essas operações se estruturam em sistemas posicionais distintos do decimal, compreendendo suas regras e algoritmos próprios. Foram também discutidas aplicações diretas em computação e eletrônica, como a representação de cores, endereçamento de memória e leitura de códigos binários e hexadecimais em linguagens de programação. A metodologia combinou explicações conceituais com resolução de exercícios e desafios interativos, promovendo a compreensão sólida dos procedimentos operacionais em diferentes bases numéricas.

6. Conteúdo Programático

- Introdução aos sistemas de numeração e contexto histórico: egípcio, romano, maia, grego, babilônico;
- Diferença entre sistemas posicionais e não posicionais;
- Conversões entre bases numéricas:
 - Decimal para binário;
 - Decimal para hexadecimal;
- Operações aritméticas nas bases 2 e 16:
 - Adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Aplicações tecnológicas:
 - Armazenamento e transmissão de dados em binário;
 - Representação compacta de dados em hexadecimal;
 - Endereçamento de memória;
 - Cores em HTML/CSS;
 - Linguagem de montagem e códigos de máquina.

7. Materiais Didáticos Utilizados

- Slides em PDF com ilustrações, tabelas e exemplos;
- Tabelas de conversão entre bases numéricas;

- Atividades práticas com operações e conversões;
- Demonstrações visuais:
 - Displays numéricos;
 - Codificações em binário e hexadecimal.

8. Resultados e Avaliação

O minicurso voltado para as quatro operações básicas nas bases binária e hexadecimal, contextualiza historicamente as bases posicionais e não posicionais, e proporciona a experiência de revisitar conteúdos da educação infantil sob uma nova perspectiva, mais madura e atenta aos métodos de resolução em cada operação, destacando os detalhes específicos de cada base.

9. Evidências de Aplicação

- Slides utilizados no minicurso (anexos);
- Cópia do material didático entregue aos participantes;
- Exercícios resolvidos durante o curso;
- Imagens e registros das atividades

10. Referências

- RODRIGUES, Renato. **“Aplicações da Teoria dos Números na Educação Básica com Enfoque em Divisibilidade e na Aritmética dos Restos”**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, 2024.
- *Sistemas de Numeração em Eletrônica Digital*. CEFET-SC. 2024.

11. Anexos

- Registros fotográficos das atividades;
- Slides do minicurso;

Fotografias de atividades realizadas:

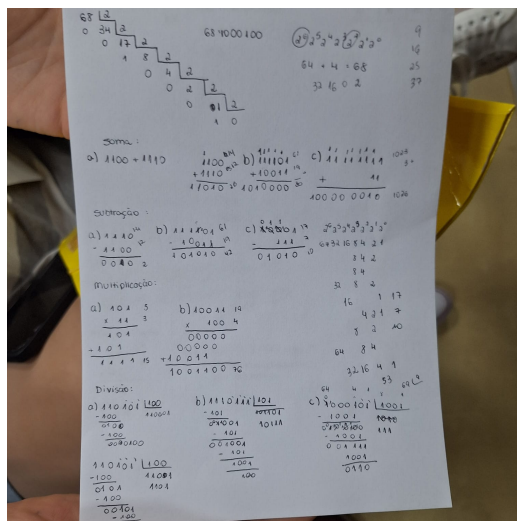


Figura 1: Registro de atividades em caderno de participante 1

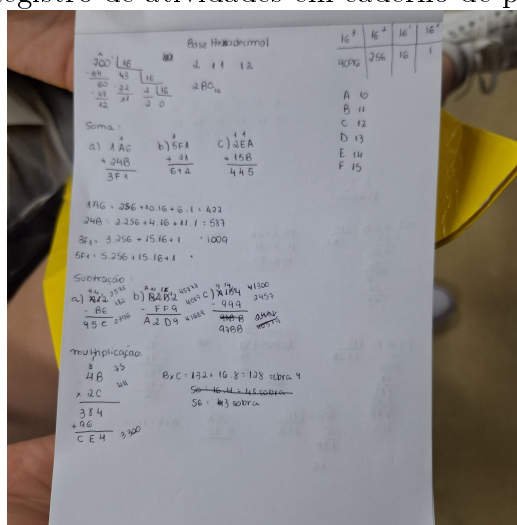


Figura 2: Registro de atividades em caderno de participante 2

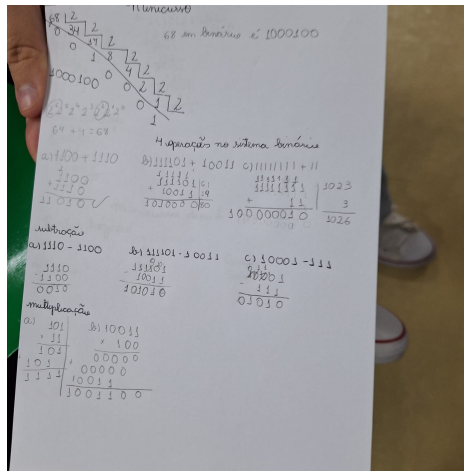


Figura 3: Registro de atividades em caderno de participante 3

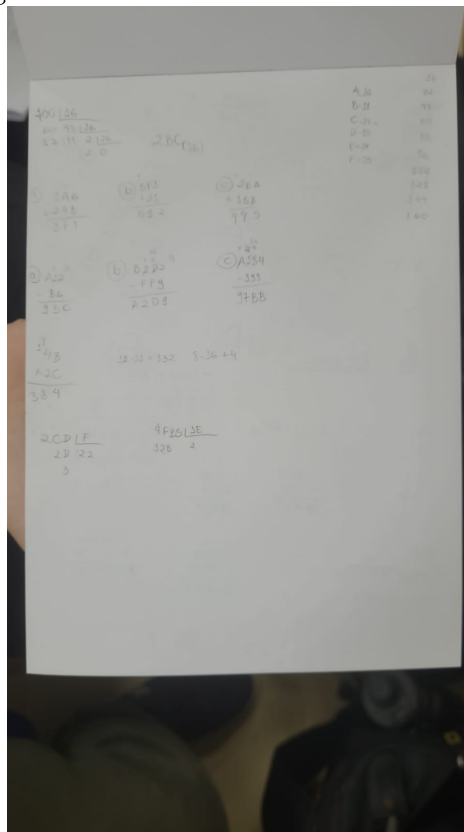


Figura 4: Registro de atividades em caderno de participante 4

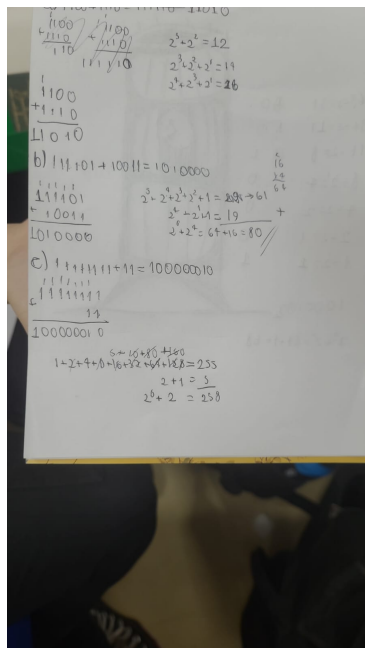


Figura 5: Registro de atividades em caderno de participante 5

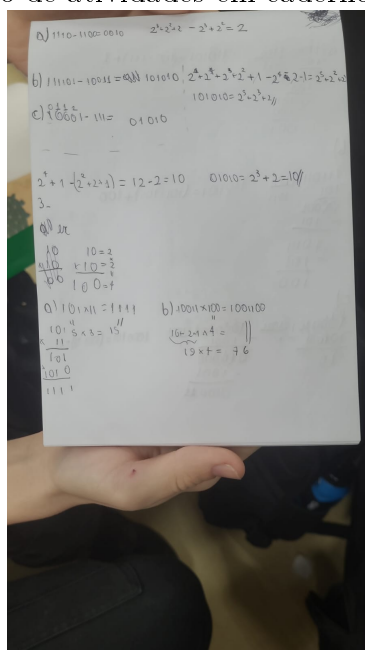


Figura 6: Registro de atividades em caderno de participante 6

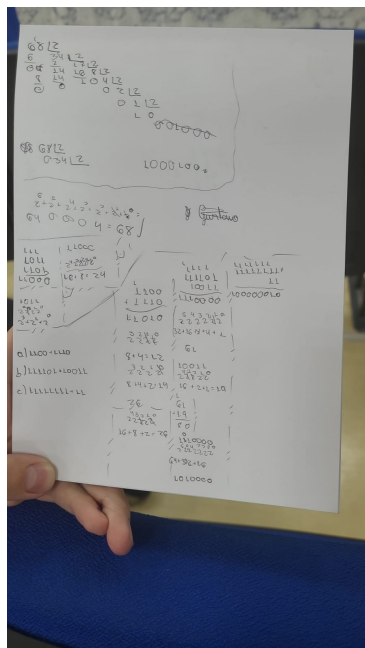


Figura 7: Registro de atividades em caderno de participante 7

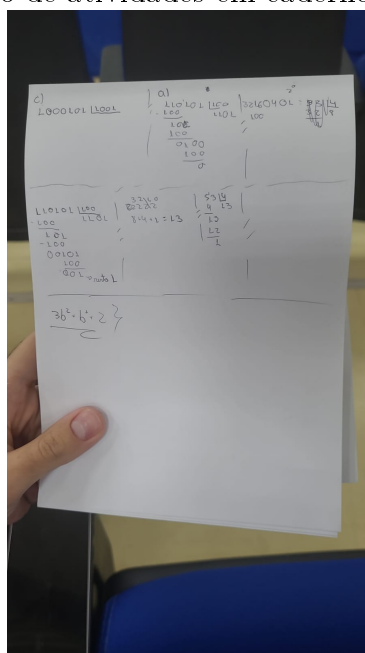


Figura 8: Registro de atividades em caderno de participante 8

DECIFRANDO OS CÓDIGOS DO MUNDO DIGITAL: ARITMÉTICA NAS BASES BINÁRIA E HEXADECIMAL

**Professor de Matemática
Fidélío Augustus Souki Gontijo**



SISTEMA POSICIONAL X SISTEMA NÃO POSICIONAL

- Sistemas posicionais são aqueles em que o valor de um símbolo depende da posição em que ele está (como nas casas decimais).

352

$$(3 \times 100) + 5 \times 10 + 2 \times 1$$

- Sistemas não posicionais atribuem o mesmo valor ao símbolo, independentemente da posição.

CCCLII

$$(100 + 100 + 100) + 50 + 2$$



SISTEMA NUMÉRICO EGÍPCIO

- Ele surgiu por volta de 3000 a.C.;
- Sistema Não Posicional;
- Foi essencial para o funcionamento da sociedade egípcia, especialmente para registros administrativos, tributários e religiosos;
- Não era prático para operações matemáticas mais complexas.

Símbolo egípcio	descrição	nosso número
	bastão	1
∩	calcanhar	10
9	rolo de corda	100
⌵	flor de lótus	1000
☞	dedo apontando	10000
🐟	peixe	100000
👤	homem	1000000

Número 243 no sistema egípcio:





SISTEMA NUMÉRICO ROMANO

- Sistema Não Posicional;
- Sua estrutura simples e visualmente distinta ajudava na leitura e escrita de números em monumentos, moedas e documentos oficiais.
- Continuam presentes em relógios, capítulos de livros, nomes de papas e monarcas, e em representação de séculos;
- Não era eficiente para cálculos matemáticos.

Símbolo Romano	Valor
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Número 369 no sistema romano:

CCCLXIX



SISTEMA NUMÉRICO GREGO

- Sistema Não Posicional;
- Conhecido como sistema jônico ou sistema ático (dependendo do período e da forma de escrita).
- No sistema jônico, cada número era representado por uma letra do alfabeto grego e as letras eram associadas a valores fixos. Por isso, os gregos usavam letras e expressões algébricas ao lado dos numerais em seus teoremas.

UNIDADES				DEZENAS				CENTENAS			
A	α	alfa	1	I	ι	iota	10	P	ρ	rô	100
B	β	beta	2	K	κ	kapa	20	Σ	σ	sigma	200
Γ	γ	gama	3	Λ	λ	lambda	30	T	τ	tau	300
Δ	δ	delta	4	M	μ	mu	40	Υ	υ	upsilon	400
E	ε	epsilon	5	N	ν	nu	50	Φ	φ	phi	500
Ϛ	ϛ	digama	6	Ξ	ξ	ksi	60	X	χ	khi	600
Z	ζ	zeta	7	O	ο	ômicron	70	Ψ	ψ	psi	700
H	η	eta	8	Π	π	pi	80	Ω	ω	ômega	800
Θ	θ	teta	9	Ϛ	ϛ	kopa	90	Ϟ	ϟ	san	900

Número 531 no sistema jônico:

φλα



SISTEMA NUMÉRICO MAIA

- Sistema Posicional;
- Era baseado em múltiplos de 20;
- O símbolo da concha, usado para indicar o zero, é um dos grandes marcos do sistema maia;
- Em certos contextos, a segunda posição não representa 20^1 , mas sim $18 \times 20 = 360$, para melhor ajustar o sistema ao ano solar.

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
	•	••	•••	••••
10	11	12	13	14
	•	••	•••	••••
15	16	17	18	19
	•	••	•••	••••

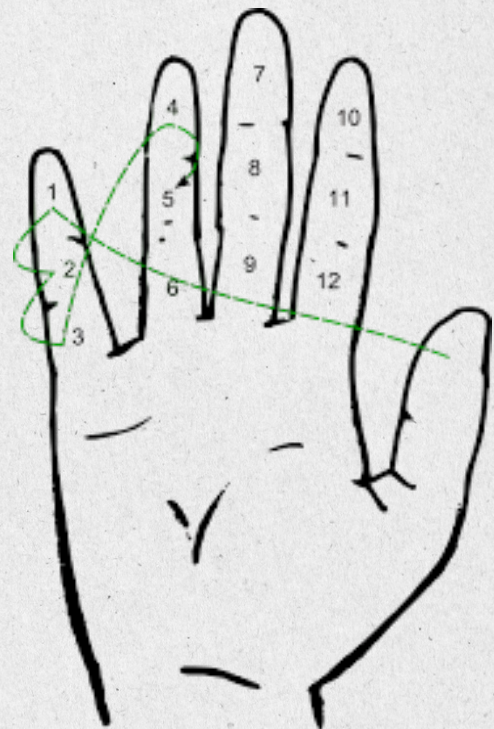
Número 407 no sistema maia:

20^2	20^1	20^0
●		●●
1	0	7



SISTEMA NUMÉRICO BABILÔNICO (DUODECIMAL-SEXAGESIMAL)

- Sistema Posicional;
- Utilizava dois sistemas em conjunto: duodecimal, base 12 e sexagesimal, base 60;
- Acredita-se que seu uso esteja relacionado à contagem com os dedos, já que é possível contar até 12 nas falanges dos dedos de uma única mão, usando o polegar como indicador;



SISTEMA NUMÉRICO BABILÔNICO (DUODECIMAL-SEXAGESIMAL)

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50		60	

Número 839 no sistema babilônico:

$$\begin{array}{cc}
 60^1 & 60^0 \\
 \begin{array}{c} \triangleleft \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} & \begin{array}{c} \triangleleft \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \\
 13 & 59
 \end{array}$$

$$780 + 59 = 839$$



SISTEMA HINDU-ARÁBICO

- Sistema Posicional;
- A introdução do zero (0) como número foi uma inovação fundamental;
- A combinação de posição e base 10 torna esse sistema extremamente versátil, eficiente e adequado para o ensino, a ciência e o comércio;

Indiano séc. III a.C.	1 2 3 4 5 6 7 8 9
Indiano séc. IV-VI	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Árabe Oriental séc. IX	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Árabe Ocidental séc. XI	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Europeu séc. XVI	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
Atual	1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Hoje, é o sistema universalmente utilizado em todos os campos: educação, ciência, engenharia, economia e vida cotidiana

SISTEMAS NÃO POSICIONAIS



Único objetivo é a representação
simbólica dos números

SISTEMAS POSICIONAIS



Facilidade ao realizar operações
matemáticas

Surge o conceito de BASE numérica

SISTEMA NUMÉRICOS COMPUTACIONAIS

BASE BINÁRIO

Base 2



BASE HEXADECIMAL

Base 16



NA BASE 10

Escrevemos números como produtos de potências de **10**.
Usamos os algarismos de **0 a 9**.
Exemplo:

$$\begin{array}{c} 357 \\ \downarrow \\ (300) + (50) + (7) \\ \downarrow \\ (3 \times 100) + (5 \times 10) + (7 \times 1) \\ \downarrow \\ (3 \times 10^2) + (5 \times 10^1) + (7 \times 10^0) \end{array}$$

NA BASE 2

Escrevemos números como produtos de potências de **2**.
Usamos os algarismos de **0 e 1**.
Exemplo:

$$\begin{array}{c} 5 \\ \downarrow \\ (4) + (0) + (1) \\ \downarrow \\ (1 \times 4) + (0 \times 2) + (1 \times 1) \\ \downarrow \\ (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0) \\ 101_2 \end{array}$$

CONVERTER PARA A BASE BINÁRIA

Fazemos divisões sucessivas por 2. Por exemplo, vamos converter o número 45 para a base binária.

$$45 \div 2 = 22 \text{ resto: } 1,$$

$$22 \div 2 = 11 \text{ resto: } 0,$$

$$11 \div 2 = 5 \text{ resto: } 1,$$

$$5 \div 2 = 2 \text{ resto: } 1,$$

$$2 \div 2 = 1 \text{ resto: } 0,$$

$$1 \div 2 = 0 \text{ resto: } 1.$$

Os restos obtidos, de baixo para cima, foram 1, 0, 1, 1, 0, 1. Então:

$$45_{(10)} = 101101_{(2)}$$

Agora é a vez de vocês!

Convertam o número 68 para a base binária.

TABELA DE NÚMEROS DE 0 A 63 EM DECIMAL E BINÁRIO

Decimal	Binário	Decimal	Binário	Decimal	Binário	Decimal	Binário
0	000000	16	010000	32	100000	48	110000
1	000001	17	010001	33	100001	49	110001
2	000010	18	010010	34	100010	50	110010
3	000011	19	010011	35	100011	51	110011
4	000100	20	010100	36	100100	52	110100
5	000101	21	010101	37	100101	53	110101
6	000110	22	010110	38	100110	54	110110
7	000111	23	010111	39	100111	55	110111
8	001000	24	011000	40	101000	56	111000
9	001001	25	011001	41	101001	57	111001
10	001010	26	011010	42	101010	58	111010
11	001011	27	011011	43	101011	59	111011
12	001100	28	011100	44	101100	60	111100
13	001101	29	011101	45	101101	61	111101
14	001110	30	011110	46	101110	62	111110
15	001111	31	011111	47	101111	63	111111

AS 4 OPERAÇÕES NO SISTEMA BINÁRIO

ADIÇÃO

Vamos somar, como exemplo, 11 e 13..... MAS NA BASE BINÁRIA.

1 1 1
1 0 1 1

$$+ 1101$$

11000

$$11000_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 16 + 8 = 24$$

AS 4 OPERAÇÕES NO SISTEMA BINÁRIO

SUBTRAÇÃO

Vamos subtrair, como exemplo, 22 de 29..... MAS NA BASE BINÁRIA.

$$\begin{array}{r} 10110_{(2)} \quad 11101_{(2)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \overset{0}{\cancel{1}} \quad \overset{10}{\cancel{1}} \quad \overset{10}{\cancel{0}} \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ \hline \end{array}$$

$$0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

$$111_{(2)} = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 4 + 2 + 1 = 7$$

AS 4 OPERAÇÕES NO SISTEMA BINÁRIO

MULTIPLICAÇÃO

Vamos multiplicar, como exemplo, 21 e 5..... MAS NA BASE BINÁRIA.

$$\begin{array}{r}
 10101 \quad 10101_{(2)} \quad 101_{(2)} \\
 \times \quad 101 \\
 \hline
 \overset{1}{1}0101 \\
 \overset{1}{0}0000 \\
 +10101 \\
 \hline
 1101001
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 1101001 &= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\
 &= 64 + 32 + 8 + 1 = 105
 \end{aligned}$$

AS 4 OPERAÇÕES NO SISTEMA BINÁRIO

DIVISÃO

Vamos dividir, como exemplo, 58 por 5..... MAS NA BASE BINÁRIA.

$$\begin{array}{r|l} 111010 & 101 \\ -101 & 1011 \\ \hline 1001 & \\ -101 & \\ \hline 1000 & \\ -101 & \\ \hline 11 & \end{array}$$

$$58 \div 5 = 11 \text{ resto } 3$$

ALGUMAS APLICAÇÕES NA TECNOLOGIA

1. ARMAZENAMENTO DE DADOS EM COMPUTADORES

Tudo que você vê em um computador (texto, imagem, vídeo, música) é convertido para binário. Cada bit é 0 ou 1, e 8 bits juntos formam um byte.



2. TRANSMISSÃO DE DADOS PELA INTERNET

Quando você manda uma mensagem ou assiste a um vídeo online, esses dados são divididos em pacotes binários e enviados por cabos ou redes sem fio.



ALGUMAS APLICAÇÕES NA TECNOLOGIA

3. JOGOS E PROGRAMAS

Todo jogo ou aplicativo roda instruções em binário. O processador só entende zero e 1, então mesmo algo visualmente complexo, como um jogo 3D, está sendo executado por meio de milhões de instruções binárias super rápidas.



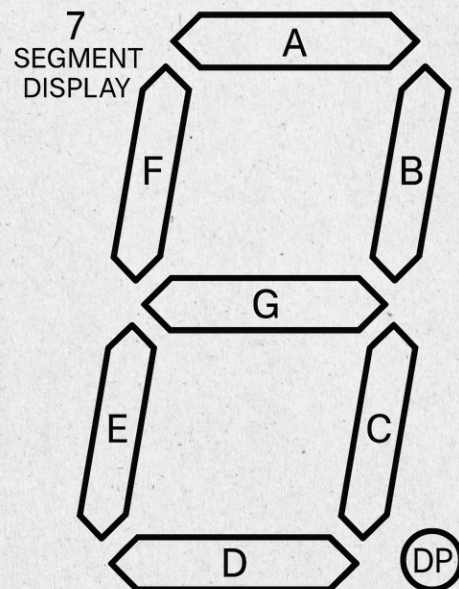
4. MÚSICAS E SONS DIGITAIS

Um arquivo de áudio como .mp3 é uma sequência de números binários que representam o som. O computador lê isso e transforma de volta em som para você ouvir.



FUNCIONAMENTO DE UM DISPLAY

Decimal	Binário
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001



NA BASE 10

Escrevemos números como produtos de potências de **10**.

Usamos os algarismos de **0 a 9**.

Exemplo:

$$\begin{array}{c} 357 \\ \downarrow \\ (300) + (50) + (7) \\ \downarrow \\ (3 \times 100) + (5 \times 10) + (7 \times 1) \\ \downarrow \\ (3 \times 10^2) + (5 \times 10^1) + (7 \times 10^0) \end{array}$$

NA BASE 16

Escrevemos números como produtos de potências de **16**.

Usamos os algarismos de **0 a 15**.

Usamos A para 10, B para 11,... e, por fim, F para 15.

$$\begin{array}{c} 175_{(10)} \\ \downarrow \\ 160 + 15 \\ \downarrow \\ 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 \\ \downarrow \\ AF_{(16)} \end{array}$$

CONVERTER PARA A BASE HEXADECIMAL

Fazemos divisões sucessivas por 16. Por exemplo, vamos converter o número 450 para a base hexadecimal.

450 dividido por 16 tem quociente 28 e resto 2,

28 dividido por 16 tem quociente 1 e resto 12,

1 dividido por 16 tem quociente 0 e resto 1.

Os restos obtidos, de baixo para cima, foram 1, 12 e 2. Então:

$$450_{(10)} = 1C2_{(16)}$$

Agora é a vez de vocês!

Convertam o número 700 para a base hexadecimal.

NÚMEROS DE 0 A 63 EM DECIMAL E HEXADECIMAL

Base 10	Base 16	Base 10	Base 16	Base 10	Base 16	Base 10	Base 16
0	0	16	10	32	20	48	30
1	1	17	11	33	21	49	31
2	2	18	12	34	22	50	32
3	3	19	13	35	23	51	33
4	4	20	14	36	24	52	34
5	5	21	15	37	25	53	35
6	6	22	16	38	26	54	36
7	7	23	17	39	27	55	37
8	8	24	18	40	28	56	38
9	9	25	19	41	29	57	39
10	A	26	1A	42	2A	58	3A
11	B	27	1B	43	2B	59	3B
12	C	28	1C	44	2C	60	3C
13	D	29	1D	45	2D	61	3D
14	E	30	1E	46	2E	62	3E
15	F	31	1F	47	2F	63	3F

AS 4 OPERAÇÕES NO SISTEMA HEXADECIMAL

ADIÇÃO

Vamos somar 3898 e 2972..... MAS NA BASE HEXADECIMAL.

$$F3A_{(16)} \quad B9C_{(16)}$$

$$\overset{1}{F}3A$$

$$+ B9C$$

$$\begin{array}{r} 1AD6 \\ \hline \end{array} = 1 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 13 \cdot 16^1 + 6 \cdot 16^0$$
$$= 4096 + 2560 + 208 + 6 = 6870_{(10)}$$

AS 4 OPERAÇÕES NO SISTEMA HEXADECIMAL

SUBTRAÇÃO

Vamos subtrair 2844 de 3418..... MAS NA BASE HEXADECIMAL.

$$\begin{array}{r} \swarrow \quad \searrow \\ B1C_{(16)} \quad D5A_{(16)} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{4 1A} \\ \nearrow \quad \nearrow \\ D5A \end{array}$$

$$\begin{array}{r} D5A \\ -B1C \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} 23E &= 2 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 \\ &= 512 + 48 + 14 = 574_{(10)} \end{aligned}$$

AS 4 OPERAÇÕES NO SISTEMA HEXADECIMAL

MULTIPLICAÇÃO

Vamos multiplicar 47 e 26..... MAS NA BASE HEXADECIMAL.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \xleftarrow{\quad} 47 \quad \xrightarrow{\quad} 26 \\ 2F_{(16)} \quad 1A_{(16)} \\ \textcolor{red}{9} \\ 2F \\ \times 1A \\ \hline \textcolor{red}{1} \\ 1D6 \\ + 2F \\ \hline 4C6 \end{array} \\
 \begin{array}{l} \nearrow F \cdot A = 15 \cdot 10 = 150 = \textcolor{red}{9} \cdot 16 + \textcolor{red}{6} \\ \nearrow 2 \cdot A + 9 = 2 \cdot 10 + 9 = 29 = \textcolor{red}{1} \cdot 16 + \textcolor{red}{13} = 1D \\ \nearrow D + F = 13 + 15 = 28 = 16 + 12 = 16 \cdot \textcolor{red}{1} + \textcolor{red}{C} \end{array} \\
 4C6 = 1.222
 \end{array}$$

AS 4 OPERAÇÕES NO SISTEMA HEXADECIMAL

DIVISÃO

Vamos dividir 2002 por 30..... MAS NA BASE HEXADECIMAL.

	7D2		1E	
(4 × 16 + 4 × 14)	<u>−78</u>		42	(4 × 16 + 2)
	52			
(2 × 16 + 2 × 14)	<u>−46</u>			
	16			

2002 ÷ 30 = 66
com resto 22

ALGUMAS APLICAÇÕES NA TECNOLOGIA

1. REPRESENTAÇÃO MAIS COMPACTA DE DADOS

O hexadecimal é mais curto e fácil de ler, especialmente para humanos. Cada dígito hexadecimal representa exatamente 4 bits (um nibble), então é ideal para representar números binários grandes de forma compacta.

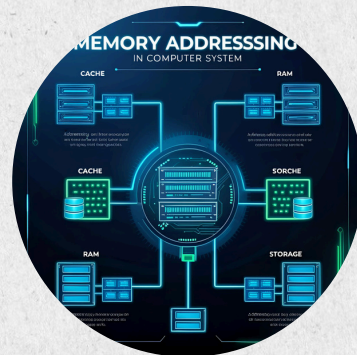


2. ENDEREÇAMENTO DE MEMÓRIA

Programadores usam hexadecimal para:

- Depurar programas
- Analisar código de máquina
- Trabalhar com registradores

Binário também é usado, mas apenas quando se quer observar cada bit individualmente.



ALGUMAS APLICAÇÕES NA TECNOLOGIA

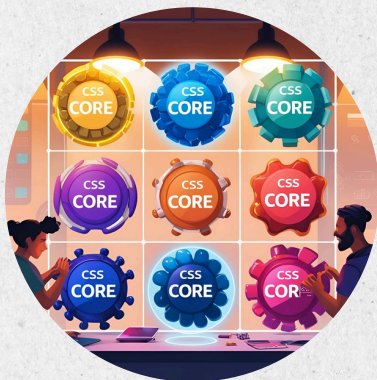
3. CORES EM HTML/CSS

O sistema hexadecimal é usado para definir cores em páginas da web:

#FF0000 (vermelho),

#00FF00 (verde),

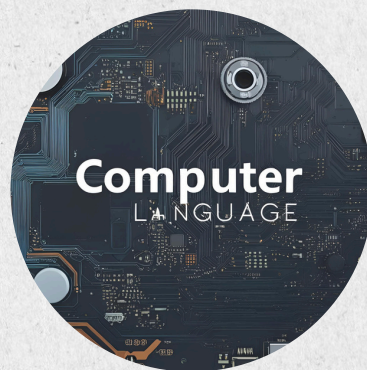
#0000FF (azul)



4. MONTAGEM E LINGUAGEM

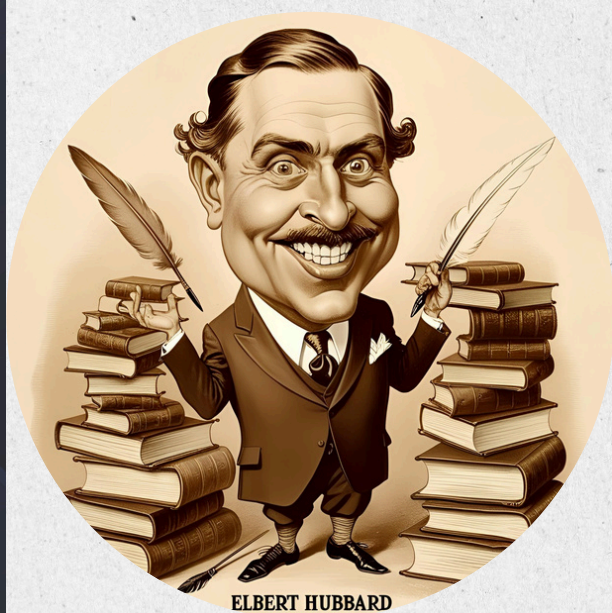
Embora a CPU trabalhe em binário, o hexadecimal é usado para escrever instruções de máquina de forma mais legível:

- Binário: 1011 0001
- Hexadecimal: B1



ALGUMAS APLICAÇÕES NA TECNOLOGIA

Uso Prático	Binário	Hexadecimal
Leitura humana	👎 DIFÍCIL	✅ MAIS FÁCIL
Visualização detalhada de bits	✅ SIM	👎 NÃO TÃO BOA
Endereços e depuração	👎 CONFUSO	✅ MUITO USADO
Representação de cores	👎 NÃO USADO	✅ MUITO COMUM
Comunicação com máquinas	✅ ESSENCIAL	✅ ÚTIL TAMBÉM



“UMA MÁQUINA CONSEGUE FAZER O TRABALHO
DE 50 HOMENS ORDINÁRIOS. NENHUMA
MÁQUINA CONSEGUE FAZER O TRABALHO DE
UM HOMEM EXTRAORDINÁRIO.”

ELBERT HUBBARD, ESCRITOR