Programa de Mestrado Profissional em Matemática
em Rede Nacional
Coordenação do PROFMAT

GABRIEL DE SOUZA SARDINHA DA SILVA

XADREZ, MATEMÁTICA E TDAH: DE OPERAÇÕES BÁSICAS AO CONCEITO DE MATRIZ

Orientador: Prof. Dr. Mitchael Alfonso Plaza Martelo

NITERÓI
MAIO/2025

GABRIEL DE SOUZA SARDINHA DA SILVA

XADREZ, MATEMÁTICA E TDAH: DE OPERAÇÕES BÁSICAS AO CONCEITO DE MATRIZ

Dissertação apresentada por **Gabriel de Souza Sardinha da Silva** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Mitchael Alfonso Plaza Martelo

Niterói
2025

Ficha catalográfica automática - SDC/BIME
Gerada com informações fornecidas pelo autor

S586x Silva, Gabriel de Souza Sardinha da
Xadrez, Matemática e TDAH: : de operações básicas ao conceito de matriz / Gabriel de Souza Sardinha da Silva. - 2025.
113 f.: il.

Orientador: Mitchael Alfonso Plaza Martelo.
Dissertação (mestrado profissional)-Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2025.

1. Xadrez. 2. Matemática. 3. TDAH. 4. Educação Inclusiva. 5. Produção intelectual. I. Martelo, Mitchael Alfonso Plaza, orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDD - XXX

Bibliotecário responsável: Debora do Nascimento - CRB7/6368

GABRIEL DE SOUZA SARDINHA DA SILVA

XADREZ, MATEMÁTICA E TDAH: DE OPERAÇÕES BÁSICAS AO CONCEITO DE MATRIZ

Dissertação apresentada por **Gabriel de Souza Sardinha da Silva** ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre.

Aprovada em: 09/05/2025

Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
gov.br
MITCHAEL ALFONSO PLAZA MARTELO
Data: 28/05/2025 06:40:34-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Mitchael Alfonso Plaza Martelo - Orientador
Doutor - Universidade Federal Fluminense

Documento assinado digitalmente
gov.br
RAPHAEL ANTUNES DOS SANTOS
Data: 30/05/2025 13:50:07-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Raphael Antunes dos Santos - Membro
Doutor - Universidade Federal do Rio de Janeiro

Documento assinado digitalmente
gov.br
WANDERLEY MOURA REZENDE
Data: 28/05/2025 17:19:47-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Wanderley Moura Rezende - Membro
Doutor - Universidade Federal Fluminense

Documento assinado digitalmente
gov.br
YURI KI
Data: 30/05/2025 14:15:19-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Yuri Ki - Membro
Doutor - Universidade Federal Fluminense

NITERÓI
2025

Dedicatórias

Aos meus atuais e futuros alunos, que serão beneficiados com o estudo.

Aos professores que lerão, pois terão mais uma maneira de lidar com seus alunos.

Agradecimentos

À Ariel, minha companheira, que me apoiou e incentivou durante todo o curso.

À minha filha, pois se não fosse pelo sorriso dela, eu não teria motivos suficientes para terminar.

Aos professores que tive o prazer de conhecer durante o curso, pela paciência e compreensão.

À Oplonísia Nonato, pelo apoio e incentivo. Não passaram despercebidos.

Ao meu aluno Lucas Gabriel, que me inspirou a pesquisar meios para facilitar seu aprendizado.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

RESUMO

Esta dissertação investiga o uso do xadrez como ferramenta pedagógica no ensino de matemática de alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental II, com uma análise separada para alunos com Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH). A pesquisa parte da hipótese de que o xadrez pode ser integrado de forma estratégica às práticas pedagógicas ao estimular o raciocínio lógico e a concentração, contribuindo para uma aprendizagem significativa dos alunos. Essa pesquisa culmina numa sequência didática que utiliza o xadrez como ferramenta pedagógica envolvendo conjuntos numéricos, operações básicas, plano cartesiano, par ordenado, vetores, matrizes e tabelas. Além disso, esse texto traz outros assuntos como problemas de contagem e curiosidades como o problema das N-rainhas. Assim, o professor tem à disposição uma proposta pedagógica lúdica e contextualizada para ensinar matemática de forma a estimular o interesse do aluno através do xadrez.

Palavras-chave: xadrez escolar, ensino de matemática, sequência didática, educação inclusiva.

ABSTRACT

This dissertation investigates the use of chess as a pedagogical tool in teaching mathematics to students from 6th to 9th grade of lower secondary education, with a separate analysis for students with Attention Deficit Hyperactivity Disorder (ADHD). The research is based on the hypothesis that chess can be strategically integrated into pedagogical practices by stimulating logical reasoning and concentration, thereby contributing to meaningful student learning. This study culminates in a didactic sequence that uses chess as a teaching tool involving number sets, basic operations, the Cartesian plane, ordered pairs, vectors, matrices, and tables. Additionally, the text explores topics such as combinatorial problems and curiosities like the N-Queens problem. Thus, teachers are provided with a playful and contextualized pedagogical proposal for teaching mathematics, which fosters student interest through the game of chess.

Keywords: school chess, mathematics education, didactic sequence, inclusive education.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A busca por uma educação inclusiva tem sido uma das prioridades nas agendas educacionais em todo o mundo. A inclusão de alunos com necessidades especiais, como aqueles com Transtorno do Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH), tornou-se uma preocupação central para garantir que todos os estudantes tenham acesso equitativo às oportunidades de aprendizado significativas e adequadas às suas necessidades individuais.

Este trabalho de dissertação visa explorar a interseção entre a educação inclusiva e os desafios enfrentados pelos alunos com TDAH, particularmente no contexto do aprendizado da matemática. Os sintomas do TDAH podem impactar significativamente o desempenho acadêmico dos alunos, especialmente em áreas que exigem foco, concentração e habilidades de resolução de problemas, como a matemática.

O xadrez é uma prática milenar que, além de ser um jogo, é amplamente reconhecido como uma ferramenta capaz de estimular habilidades cognitivas, como raciocínio lógico, memória e concentração, além de competências socioemocionais, como paciência e resiliência. No contexto escolar, o ensino do xadrez tem sido integrado a projetos pedagógicos em diferentes países, demonstrando potencial para complementar o desenvolvimento acadêmico e pessoal dos alunos.

Neste contexto, examina-se os prejuízos que os sintomas do TDAH podem causar no aprendizado da matemática e como o ensino do xadrez pode desempenhar um papel importante no desenvolvimento de habilidades cognitivas e socioemocionais relevantes para a melhoria do desempenho acadêmico nessa disciplina.

Além disso, este trabalho apresentará um estudo de caso detalhado, destacando o acompanhamento e os avanços alcançados por alunos com TDAH que participaram de um programa de ensino de xadrez como uma estratégia de intervenção na melhoria de suas habilidades matemáticas.

O ponto de partida dessa pesquisa é uma interação dos estudos feitos por Hong e Bart (2007), Scholz et al. (2008), ElDaou e El-Shamieh (2015) e Blasco-Fontecilla et al. (2016). Esses autores dedicaram seu tempo a ensinar xadrez e avaliar com testes cognitivos, psicológicos e matemáticos os alunos com defasagem escolar, com deficiência ou transtornos.

Por meio deste trabalho, busca-se contribuir para uma compreensão mais profunda dos desafios enfrentados pelos alunos, em especial aqueles com TDAH, na aprendizagem da matemática, bem como explorar o potencial do xadrez como uma ferramenta educacional eficaz para promover a inclusão e o desenvolvimento acadêmico desses alunos.

Dessa forma, apresenta-se uma proposta pedagógica que alia o jogo de xadrez ao ensino da matemática de maneira intencional e estruturada, buscando atender diferentes realidades escolares. Nas turmas que demandavam o resgate de conteúdos fundamentais, o foco recaiu sobre as operações básicas. Já nas turmas regulares, os temas são plano cartesiano, par ordenado, vetores, matrizes e tabelas. Além disso, o texto incorpora desafios de contagem e curiosidades matemáticas — como o clássico problema das N-rainhas — como forma de estimular o raciocínio lógico e o gosto pela resolução de problemas. A culminância deste trabalho é a apresentação de uma sequência didática, exposto no apêndice 3, que integra esses conteúdos por meio do xadrez, oferecendo ao professor-leitor uma proposta prática, lúdica e contextualizada para o ensino da matemática, capaz de despertar o interesse e o gosto pela aprendizagem.

CAPÍTULO 1. EDUCAÇÃO INCLUSIVA

1.1 O QUE É A EDUCAÇÃO INCLUSIVA E PARA QUE ELA SERVE?

Assegurada na LDB(Brasil, 1996) e LBI(Brasil, 2015), a educação inclusiva é um modelo ou sistema educacional que garante, por lei, a equidade em todo o processo e ambiente de aprendizagem, independentemente dos fatores etários, físicos, sociais, de gênero, intelectuais, étnicos, emocionais etc.

Neste modelo educacional é essencial reconhecer e atender às diferentes necessidades dos alunos. Estas demandas são identificadas por meio de uma maior participação dos colaboradores da escola nas práticas pedagógicas e através do engajamento com as tradições e grupos sociais da região.

1.2 LINHA DO TEMPO DA INCLUSÃO NO BRASIL

O primeiro registro encontrado de algo parecido com a educação inclusiva é a criação do Imperial Instituto dos Meninos Cegos no Rio de Janeiro pelo decreto 1428 de 12 de setembro de 1854 e inaugurado em 17 de dezembro de 1854. Em 21 de novembro de 1890, o decreto n° 9 removeu do nome o termo "imperial". Em 30 de janeiro de 1890, pelo decreto n° 193, passou a se chamar Instituto Nacional dos Cegos. Em 24 de janeiro de 1891, pelo decreto 1320, pela morte do professor de ciências naturais e matemática e diretor, recebeu o nome como se conhece hoje Instituto Benjamin Constant.

Em 1856, foi criado o Instituto dos Surdos-Mudos, também no Rio de Janeiro, inaugurado em 1° de janeiro. Hoje, conhece-se como Instituto Nacional de Educação de Surdos. Esse instituto surgiu com a contratação do professor francês surdo Ernest Huet por D. Pedro II.

Décadas depois, em 1918, Thiago Matheus Würt, sob influência do pedagogo suíço Johann Heinrich Pestalozzi[1] (1746-1827), fundou o Instituto Pestalozzi. O instituto se localizava em Canoas-RS e tinha o objetivo de amparar estudantes retidos, detidos ou com progressão educacional perturbada. Com a

[1] Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), filósofo, educador e reformador social suíço, é reconhecido por sua influência significativa no desenvolvimento da pedagogia moderna. Sua abordagem centrada no aluno e sua ênfase na educação moral e prática moldaram as bases do ensino contemporâneo. Suas ideias continuam a inspirar educadores em todo o mundo, destacando a importância do respeito individual, da experiência prática e da conexão emocional no processo educativo.

mesma influência, 3 anos depois do convite do então Secretário do Interior de Minas Gerais, professor Francisco Campos, Helena Wladimirna Antipoff[2] fundou a Sociedade Pestalozzi do Brasil, em Belo Horizonte-MG. A Sociedade Pestalozzi começou a oferecer aulas a alunos portadores de deficiência em 1933.

Em 1954, Beatrice e George Bemis, casal de diplomatas estadunidense, não encontraram nenhuma entidade de acolhimento para o filho com síndrome de Down. A negligência do governo incentivou pais, amigos e médicos das pessoas com deficiência a se juntarem ao casal na luta por um sistema que abrangesse o atendimento às pessoas com deficiência. Na sede da Sociedade Pestalozzi do Brasil, aconteceu uma reunião em março de 1955 para definir o Conselho Deliberativo da Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais (APAE).

A próxima mudança significativa na educação especializada aconteceu em 1961 com a lei n° 4.024. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) em seu Art.88° diz "A educação de excepcionais deve, no que for possível, enquadrar-se no sistema geral de educação, a fim de integrá-los na comunidade" (Brasil, 1961).

A lei n° 5692 de 1971 vem substituir a lei n° 4.024 de 1961 como uma segunda lei de diretrizes e bases e com seu Art 9° que diz:

> Os alunos que apresentem deficiências físicas ou mentais, os que se encontrem em atraso considerável quanto à idade regular de matrícula e os superdotados deverão receber tratamento especial, de acordo com as normas fixadas pelos competentes Conselhos de Educação.

Em 1973, o então presidente da república, Emílio Garrastazu Médici, publica o decreto n° 72425 que cria o Centro Nacional de Educação Especial (CENESP) que promove e expande a melhoria do atendimento aos excepcionais. E que "[...] sob a égide integracionista, impulsionou ações educacionais voltadas às pessoas com deficiência e às pessoas com superdotação, mas ainda configuradas por campanhas assistenciais e iniciativas isoladas do Estado" (BRASIL, 2008). O CENESP é transformado na Secretaria de Educação Especial (SESPE) pelo art. 3° do decreto nº 93.613 de 21 de novembro de 1986.

[2] Helena Wladmirna Antipoff (1892-1974), educadora e psicóloga russa naturalizada brasileira, desempenhou um papel crucial no avanço da educação especial e na promoção dos direitos das pessoas com deficiência no Brasil. Sua dedicação à inclusão e sua abordagem humanista da educação deixaram um legado duradouro, influenciando políticas educacionais e práticas pedagógicas em todo o país. Antipoff é lembrada não apenas por suas contribuições acadêmicas, mas também por sua compaixão e compromisso com a justiça social, destacando a importância da educação como um meio de transformação social.

Em 5 de outubro de 1988, foi promulgada a constituição federal, que trás para a inclusão 3 artigos importantes: 3, 206 e 208. Suas importâncias são "promover o bem de todos, sem preconceitos de origem, raça, sexo, cor, idade e quaisquer outras formas de discriminação" (Brasil, 1988, cap. I, art. 3, inc. IV), "igualdade de condições para o acesso e permanência na escola" (Brasil, 1988, cap. III, art. 206, inc. I) e "atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino" (Brasil, 1988, cap. III, art. 208, inc. III).

Pela lei 7.853 de 24 de outubro de 1989, "ficam estabelecidas normas gerais que asseguram o pleno exercício dos direitos individuais e sociais das pessoas portadoras de deficiências, e sua efetiva integração [...]"(Brasil, 1989) e "a matrícula compulsória em cursos regulares de estabelecimentos públicos e particulares de pessoas portadoras de deficiência capazes de se integrarem no sistema regular de ensino" (Brasil, 1989).

Até que na década de 90, é publicado o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), sob a lei nº 8.069 de 13 de julho de 1990, tal qual garantia atendimento especializado à criança e ao adolescente portadores de deficiência. E ainda garante, em seu artigo 54, atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência preferencialmente na rede regular de ensino.

A Lei de Diretrizes e Bases da educação nacional (LDB) define o que é educação especial com o antigo art. 58: "entende-se por educação especial, para os efeitos desta Lei, a modalidade de educação escolar, oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades especiais" (Brasil, 1996). Nos parágrafos 1° e 2° do mesmo artigo, a lei diz que: "haverá, quando necessário, serviços de apoio especializado, na escola regular, para atender às peculiaridades da clientela de educação especial" e "O atendimento educacional será feito em classes, escolas ou serviços especializados, sempre que, em função das condições específicas dos alunos, não for possível a sua integração nas classes comuns de ensino regular" (Brasil, 1996).

O decreto 3.298 de 20 de dezembro de 1999 torna transversal a inclusão da educação especial como modalidade escolar em todos os níveis e demais modalidades de ensino.

Em 2001, é aprovado o Plano Nacional de Educação (PNE), que juntamente com o decreto 3.298 de 1999, reforça a necessidade de promover sistematicamente a educação especial como modalidade de educação escolar. “A garantia de vagas no ensino regular para os diversos graus e tipos de deficiência é uma medida importante” (Brasil, 2001).

A Resolução CNE/CEB n° 2 de 11 de setembro de 2001, em seu art. 2 resolve que “os sistemas de ensino devem matricular todos os alunos, cabendo às escolas organizar-se para o atendimento aos educandos com necessidades educacionais especiais, assegurando as condições necessárias para uma educação de qualidade para todos”(Brasil, 2001).

A Resolução CNE/CP n° 1 de 18 de fevereiro de 2002 resolve que na construção do projeto pedagógico dos cursos de formação de docentes, será considerada que a definição dos conhecimentos exigidos para a constituição de competências deverá, além da formação específica relacionada à diferentes etapas da educação básica, propiciar a inserção no debate contemporâneo mais amplo, envolvendo questões culturais, sociais, econômicas e o conhecimento sobre o desenvolvimento humano e a própria docência, contemplando conhecimento sobre crianças, adolescentes, jovens e adultos, aí incluídas as especificidades dos alunos com necessidades educacionais especiais e as das comunidades indígenas (Brasil, 2002).

Finalmente, a comunidade surda brasileira é contemplada com a publicação da Lei n° 10.436 de 24 de abril de 2002 que reconhece Libras como meio legal de comunicação e expressão, garante o apoio do uso e difusão de forma institucionalizada da Libras como meio de comunicação e o atendimento e tratamento adequado por instituições públicas. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs, o sistema educacional federal, estadual, municipal e do Distrito Federal deve garantir a inclusão do ensino de Libras nos cursos de formação de Educação Especial, Fonoaudiologia e Magistério, em seus níveis médio e superior.

O decreto n° 5.626 de 22 de dezembro de 2005 regulamenta a Lei n° 10.436 de 24 de abril de 2002 e dá detalhes sobre o que considera ser deficiência auditiva, inclusão de Libras como disciplina curricular.

A Secretaria Especial dos Direitos Humanos, a Presidência da República, o Ministério da Educação, o Ministério da Justiça e a UNESCO elaboraram o Plano Nacional de Educação em Direitos Humanos em 2006. Alguns dos objetivos desse plano são incentivar formas de acesso às ações de educação em direitos humanos a pessoas com deficiência; promover a produção e disseminação de dados e informações sobre educação em direitos humanos por diversos meios, de modo a sensibilizar a sociedade e garantir a acessibilidade às pessoas com deficiência; promover e apoiar a produção de recursos pedagógicos especializados e a aquisição de materiais e equipamentos para a educação em direitos humanos, em todos os níveis e modalidades da educação, acessíveis para pessoas com deficiência; disponibilizar materiais de educação em direitos humanos em condições de acessibilidade e formatos adequados para as pessoas com deficiência , bem como promover o uso da Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) em eventos ou divulgação em mídia; fomentar a inclusão, no currículo escolar, das temáticas relativas a gênero, identidade de gênero, raça e etnia, religião, orientação sexual, pessoas com deficiências, entre outros, bem como todas as formas de discriminação e violações de direitos, assegurando a formação continuada dos(as) trabalhadores(as) da educação para lidar criticamente com esses temas; desenvolver políticas estratégicas de ação afirmativa nas Instituições de Ensino Superior (IES) que possibilitem a inclusão, o acesso e a permanência de pessoas com deficiência e aquelas alvo de discriminação por motivo de gênero, de orientação sexual e religiosa, entre outros e seguimentos geracionais e étnico-raciais; fomentar ações educativas que estimulem e incentivem o envolvimento de profissionais dos sistemas com questões de diversidade e exclusão social, tais como: luta antimanicomial, combate ao trabalho escravo e ao trabalho infantil, defesa de direitos de grupo sociais discriminados, como mulheres, povos indígenas, gays, lésbicas, transgêneros, transexuais e bissexuais (GLTTB), negros(as), pessoas com deficiência, idosos(as), adolescentes em conflito com a lei, ciganos, refugiados, asilados, entre outros(Brasil, 2007).

O Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE) de 2007 aborda a formação de professores, sala de recursos, acessibilidade e infraestrutura de escolas. Ainda em 2007, é publicado o decreto n° 6.094 que dispõe sobre a implementação do Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação. Esse plano reforça o compromisso de “garantir o acesso e permanência das pessoas com necessidades educacionais especiais nas classes comuns do ensino regular, fortalecendo a inclusão educacional nas escolas públicas" (Brasil, 2007).

Em 2008, um grupo de trabalho, nomeado pelo Ministro de Estado da Educação, elaborou um documento chamado Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva. A relevância desse documento se dá por nortear quem serão os alunos tratados na Educação Especial. Ele reconhece a necessidade de incluir alunos com Transtornos Globais do Desenvolvimento (TGD), deficiência e altas habilidades/superdotação no sistema regular de ensino, define que as escolas devem oferecer serviços de apoio, como mediadores escolares e adaptações curriculares, para garantir o acesso e a permanência dos alunos, estabelece a criação de salas de recursos multifuncionais e a disponibilização de serviços de Atendimento Educacional Especializado (AEE).

Hoje revogado, o Decreto N° 6.571 de 17 de setembro de 2008 caracterizava o AEE e listava seus objetivos: prover condições de acesso, participação e aprendizagem no ensino regular aos alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação (Brasil, 2008).

A Resolução N° 4 CNE/CEB de 2008 orienta os sistemas de ensino a cumprirem o decreto citado acima. O art. 5 diz "o AEE é realizado, prioritariamente, na sala de recursos multifuncionais da própria escola ou em outra escola de ensino regular, no turno inverso da escolarização, não sendo substitutivo às classes comuns, podendo ser realizado, também, em centro de Atendimento Educacional Especializado da rede pública ou de instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos, conveniadas com a Secretaria de Educação ou órgão equivalente dos Estados, Distrito Federal ou dos Municípios"(Brasil, 2009).

O Decreto N° 7.611 de 17 de novembro de 2011 revoga em seu art. 11 o Decreto N° 6.571 de 17 de setembro de 2008. Ele também traz um combo ajustes para a inclusão: é dever do estado efetivar o aprendizado do público-alvo da educação especial ao longo de toda a vida; a não exclusão do sistema geral sob alegação de deficiência; ensino fundamental gratuito e compulsório, asseguradas adaptações razoáveis(Brasil, 2011).

As Leis 12.764 de 27 de dezembro de 2012 institui a Política Nacional de Proteção dos Direitos da Pessoa com Transtorno do Espectro Autista e define em seu art. 1 § 2° que a pessoa com transtorno do espectro autista é considerada pessoa com deficiência (PCD), para todos os efeitos legais (Brasil, 2012).

O Plano Nacional de Educação, aprovado pela Lei N° 13.005 de 25 de junho de 2014, estabelece 20 metas para a educação no Brasil. Entre essas metas está a meta 4:

> Universalizar, para a população de 4(quatro) a 17(dezessete) anos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação, o acesso à educação básica e ao atendimento educacional especializado, preferencialmente na rede regular de ensino, com a garantia de sistema educacional inclusivo, de salas de recursos multifuncionais, classes, escolas ou serviços especializados, públicos ou conveniados.

A Lei N° 13.146 de 6 de julho de 2015 é baseada na Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência. Ainda em vigor, essa Lei institui a Lei Brasileira de Inclusão (LBI) que define o que se considera uma pessoa com deficiência: "[...] aquela que tem impedimento de longo prazo de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, o qual, em interação com uma ou mais barreiras, pode obstruir sua participação plena e efetiva na sociedade em igualdade de condições com as demais pessoas"(Brasil, 2015).

A LDB foi modificada pela Lei 13.632 de 2018, modificando o § 3º do art. 58 que agora diz sobre a educação especial "[...] tem início na educação infantil e estende-se ao longo da vida, observados o inciso III do art. 4° e o parágrafo único do art. 60 desta Lei"(Brasil, 2018). Em resumo, a educação especial tem início na educação infantil e estende-se ao longo da vida sendo garantido o atendimento especializado gratuito e transversal a todos os níveis, etapas e modalidades preferencialmente na rede regular de ensino.

Existem algumas outras Leis e Decretos pertinentes à educação inclusiva, mas tratam mais da parte política e institucional, e não são tão relevantes para o propósito desta dissertação.

Uma última, para nichar o público-alvo deste trabalho, é a Lei n° 14.254 de 30 de novembro de 2021, que dispõe sobre o acompanhamento integral para quem tem dislexia, TDAH ou outro transtorno de aprendizagem. Apesar de receber o nome "transtorno", não caracteriza uma deficiência de modo que, a pessoa que tem ainda não é considerada pessoa com deficiência.

1.3 DECLARAÇÕES E CONVENÇÕES INTERNACIONAIS

A Declaração Mundial sobre Educação para Todos - documento da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) - proclama, entre seus objetivos, universalizar o acesso à educação e promover a equidade. De acordo com a Declaração Mundial sobre Educação para Todos (1990, p. 4):

> As necessidades básicas de aprendizagem das pessoas portadoras de deficiência requerem atenção especial. É preciso tomar medidas que garantam a igualdade de acesso à educação aos portadores de todo e qualquer tipo de deficiência, como parte integrante do sistema educativo.

A Declaração de Salamanca é um documento elaborado pela Organização das Nações Unidas (ONU) e divulgado na Conferência Mundial de Educação Especial que ocorreu em Salamanca, em 1994, na Espanha. Acerca da educação especial, o documento disserta sobre as orientações para a ação em nível nacional, regional e internacional quanto à política e organização, fatores relativos à escola, recrutamento e treinamento de educadores, serviços externos de apoio etc.

A Convenção Interamericana para a Eliminação de Todas as Formas de Discriminação contra as Pessoas Portadoras de Deficiência, mais conhecida como Convenção da Guatemala, aconteceu em 1999 e vigorou no Brasil através do Decreto N° 3.956 de 8 de outubro de 2001. Conforme escrito no documento da Convenção Interamericana para a Eliminação de Todas as Formas de Discriminação contra as pessoas com deficiência (1999, p. 2):

> Reafirmando que as pessoas portadoras de deficiência têm os mesmos direitos humanos e liberdades fundamentais que outras pessoas e que estes direitos, inclusive o direito de não ser submetidas a discriminação com base na deficiência, emanam da dignidade e da igualdade que são inerentes a todo ser humano.

Adotada pela Assembleia Geral da ONU em 2006, a Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência, que entrou em vigor somente em 2008, afirma que os países signatários devem garantir a Educação Inclusiva nas etapas e níveis do ensino. No Brasil, os artigos da convenção se fizeram valer pelo Decreto N° 6.949 de 25 de agosto de 2009, em especial o artigo 24 que trata da educação:

> Os Estados Partes reconhecem o direito das pessoas com deficiência à Educação. Para efetivar esse direito sem discriminação e com base na igualdade de oportunidades, os Estados Partes assegurarão sistema educacional inclusivo em todos os níveis, bem como o aprendizado ao longo de toda a vida[...].

A Declaração de Incheon de 2015 visa um plano de educação para 2030 garantindo acesso, inclusão e equidade, igualdade de gênero, qualidade, oportunidades de educação ao longo da vida e muito mais. De acordo com o documento(2015, p. 25):

> Para alcançar uma educação inclusiva, as políticas deveriam visar a transformar os sistemas educacionais para que possam responder melhor à diversidade e às necessidades dos alunos. Isso é fundamental para a realização do direito à educação com igualdade e está relacionado não apenas ao acesso, mas também à participação e ao sucesso de todos os alunos, com atenção especial para os que são excluídos, vulneráveis ou sob risco de marginalização[...].

Existe também um documento, Objetivos de Desenvolvimento Sustentável, da UNESCO, baseado na Declaração de Incheon, que aborda 17 objetivos até 2030. Para a educação inclusiva, esse documento traz mais do mesmo trazido pela Declaração de Incheon: educação inclusiva equitativa de qualidade e ao longo da vida para todos.

CAPÍTULO 2. TDAH

2.1 O QUE É TDAH?

O Transtorno de Déficit de Atenção com Hiperatividade, também conhecido como TDAH, é um transtorno neurodesenvolvimental (Brasil, 2022) ou neurobiológico genético (ABDA, [s.d]) que pode acompanhar quem sofre por toda a vida.

De acordo com a Associação Brasileira de Déficit de Atenção (ABDA), o TDAH é o transtorno mais comum entre as crianças e adolescentes encaminhados para investigação e mais da metade mantém o diagnóstico na vida adulta.

A alteração no funcionamento de neurotransmissores no lobo frontal faz com que o planejamento, organização, autocontrole, memória e a capacidade de prestar atenção sejam comprometidos.

Atualmente, no Brasil, ainda é utilizado o CID[3] 10 F90.0 como código do TDAH. Apesar de o CID 11 ter entrado globalmente em vigor em 2022, espera-se que o Brasil comece a adotar a 11ª revisão da classificação em 1º de janeiro de 2025 (Brasil, 2022). Então, desde 2022, o CID 11 classifica o TDAH em seis subdivisões (Belão; Paiva, [2023 ou 2024]):

- 6A05 - Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade;
- 6A05.0 - Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade predominantemente desatento;
- 6A05.1 - Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade predominantemente hiperativo-impulsivo;
- 6A05.2 - Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade, apresentação combinada;
- 6A05.Y - Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade, outra forma de apresentação;
- 6A05.Z - Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade, apresentação não especificada.

[3] CID 10 - Classificação Internacional de Doenças, versão 10. Essa classificação é padronizada pela Organização Mundial da Saúde (OMS).

A Lei N° 14.254 não define TDAH como deficiência, como a Lei N° 12.764 faz com o TEA: ”A pessoa com transtorno do espectro autista é considerada pessoa com deficiência, para todos os efeitos legais”(Brasil, 2012, art. 1°).

2.2 SINTOMAS

Segundo a ABDA, os sintomas do TDAH em crianças e adolescentes são a desatenção e hiperatividade-impulsividade. As crianças e adolescentes com TDAH são conhecidos por se perderem nos próprios pensamentos, se distraírem com qualquer coisa no ambiente, terem dificuldade de focar em atividades longas ou repetitivas, serem agitados e inquietos.

Nos adultos, os relatos mais comuns são sobre desatenção, perda de memória, impulsividade e dificuldade em relaxar. Essa dificuldade acaba levando muita gente a procurar meios alternativos de “fugir do mundo real” e buscam drogas lícitas e ilícitas para tal.

2.3 CAUSAS

Ainda de acordo com a ABDA, diversos fatores podem ser responsáveis pelos comportamentos característicos do TDAH. Houve uma época em que se acreditava ser um comportamento cultural ou regional, corante amarelo, luz artificial, aspartame, deficiência vitamínica ou hormonal.

Atualmente, estudos mostram que o fator genético predispõe ou influencia no desenvolvimento do TDAH. As causas ainda são incertas. O que se tem de estudo hoje mostra apenas relações do transtorno com outros fatores: consumo de álcool e nicotina durante a gravidez, exposição ao chumbo, sofrimento fetal, problemas familiares etc.

2.4 TDAH NO CONTEXTO ESCOLAR

O pilar do êxito do aluno com TDAH na escola é o professor. É a partir do olhar de um professor capacitado que é feito o encaminhamento para investigação e tratamento dos distúrbios de aprendizagem. É o professor que implementa as estratégias articuladas durante o acompanhamento e dá o suporte necessário no dia a dia.

Os professores precisam de atenção, energia e flexibilidade para conseguir alcançar e acompanhar os alunos com TDAH até que se faça valer a Lei N° 14.254 que assegura o acompanhamento específico e direcionado à dificuldade dos alunos com dislexia, TDAH ou outro transtorno de aprendizagem.

De acordo com os CIDs expostos em 2.1, o TDAH é dividido em 4 classes: forma hiperativa(predominantemente hiperativo e impulsivo), desatenta(desatenção predominante), mista(combinado) ou não especificada. Cada uma com um CID diferente. Existem critérios para diagnosticar a forma hiperativa e a forma desatenta. Como o nome diz, a mista se refere ao diagnóstico de ambas as formas, hiperativa e desatenta. A forma não especificada é referente à pessoa que não atinge critérios suficientes para nenhuma das formas.

Profissionais mal preparados tendem a não dar importância aos sinais que a criança com TDAH dá com seu comportamento em sala de aula. Num mundo onde todos querem ter opiniões, os achismos atrapalham o acompanhamento e o diagnóstico do TDAH.

A Lei N° 14.254 de 30 de novembro de 2021 dispõe sobre o acompanhamento integral para educandos com transtornos de aprendizagem. Apesar de professores acharem que o educando com TDAH se beneficiaria de um mediador - algumas escolas aproveitam a mediação de outro aluno de mesma classe para dar alguma atenção para educandos com TDAH - a lei não prevê acompanhamento por mediação para educandos com TDAH pois se enquadra em transtornos de aprendizagem, junto com dislexia, disgrafia, discalculia…

CAPÍTULO 3. PREJUÍZOS DOS SINTOMAS DO TDAH NO APRENDIZADO DE MATEMÁTICA E ESTRATÉGIAS DE APOIO

3.1 PREJUÍZOS

O Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade definitivamente atrapalha o aprendizado de matemática de diversas maneiras, a depender do grau, forma e indivíduo. Apesar de se saber mais ou menos como é o comportamento de um educando com TDAH, nos interessa mais identificar e contornar os prejuízos causados por esse transtorno.

Alunos com TDAH têm dificuldade de manter a concentração por períodos longos. É sabido que matemática depende de concentração para resolver problemas complexos, noções de sequência e entender conceitos. A capacidade de manipular informações temporariamente também é prejudicada pela forma a memória é afetada, atrapalhando a resolução de problemas mais urgentes ou aplicação de fórmulas. Organizar tarefas e pensamentos é crucial para saber como começar e como terminar de resolver um problema, matemático ou não. Ser uma pessoa com comportamento impulsivo pode causar erros de cálculo com muita frequência. Seja por a mente pensar em mil coisas ao mesmo tempo ou por falta de atenção, o resultado final demora mais para chegar.

Em resumo, os prejuízos são a dificuldade de concentração, perda de memória a curto prazo, falta de organização e planejamento, impulsividade e capacidade de processamento.

3.2 ESTRATÉGIAS

É imprescindível que o aluno com TDAH tenha o suporte necessário para que seja garantida a qualidade do ensino. Esse suporte é prestado pela equipe pedagógica e profissionais da saúde, como manda a Lei N° 14.254 de 2021. Pensando nos prejuízos citados anteriormente, as estratégias a seguir visam suprir as necessidades do aluno.

Para contornar a dificuldade de concentração, é possível adaptar as instruções com tutoria, recursos visuais e modelagem. Criar um ambiente livre de distrações e bem-organizado também é uma forma de driblar a dificuldade de concentração e de manter o foco. A perda de memória recente e falta de organização e planejamento pode parecer sufocante e, para isso, a divisão de tarefas ajuda bastante. Ferramentas como calculadoras, softwares interativos e tempo extra podem resolver o problema da capacidade de processamento e a impulsividade.

CAPÍTULO 4. PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O processo ensino-aprendizagem em educação matemática é complicado e utiliza uma variedade de estratégias e práticas pedagógicas para ajudar os alunos a entender, usar e apreciar a matemática. Este processo é dinâmico e envolve o professor e os alunos em um ambiente de aprendizagem e colaborativo.

4.1 PLANEJAMENTO

O planejamento é importante para o ensino de qualidade da matemática. A escolha do currículo, do conteúdo, a coerência dos objetivos e a escolha das metodologias de ensino fazem parte do planejamento. O currículo e o conteúdo são escolhidos com base na Base Nacional Comum Curricular atual e nas necessidades dos alunos. Isso garante que as aulas e atividades sejam pertinentes e adequadas ao contexto de aprendizagem. É fundamental estabelecer objetivos de aprendizagem claros. Tais objetivos devem incluir tanto as informações de conteúdo quanto as habilidades esperadas dos alunos.

4.2 METODOLOGIA

As metodologias de ensino desempenham um papel fundamental na facilitação do aprendizado matemático. Elas devem ser variadas e adaptadas às diferentes realidades de cada aluno.

A metodologia tradicional ou bancária (Freire, 2005) é mais usada para transmitir novos conceitos e abordar novas técnicas com aulas expositivas e resolução de problemas no quadro. A metodologia ativa dá a possibilidade de um aprendizado menos raso, com resolução de problemas em grupo e participação ativa dos alunos. A metodologia diferenciada adapta as estratégias de acordo com as necessidades e realidades individuais de cada aluno, considerando os diferentes ritmos de aprendizagem. Essa metodologia é imprescindível para a educação inclusiva.

4.3 AVALIAÇÃO

A avaliação faz parte do processo de ensino-aprendizagem, exercendo um papel fundamental ao medir o progresso dos alunos, monitorar as dificuldades de cada um e servir como ferramenta para elaborar estratégias pedagógicas.

É através das avaliações que se monitora o progresso dos alunos e com elas se mede a necessidade de ajustar o ensino, as aulas, os métodos, o currículo… No Ensino Fundamental, em matemática, é mais comum utilizar as avaliações formativas e somativas, mas com caráter diagnóstico. Isso permite que o docente avalie o próprio trabalho, e permite que tome algumas decisões para alcançar seu objetivo.

4.4 HUMANITARIALIZAÇÃO DO SISTEMA

Embora a humanitarialização seja essencial para uma educação de qualidade, sua implementação gera desafios. A estrutura do sistema educacional, que muitas vezes prioriza resultados quantitativos e testes padronizados, pode dificultar a aplicação de abordagens mais personalizadas e afetivas. Além disso, a formação dos professores, a falta de recursos pedagógicos e a resistência a mudanças podem ser barreiras para a humanização do processo ensino-aprendizagem.

A aprendizagem humanizada também envolve a busca por uma aprendizagem significativa, ou seja, uma aprendizagem que se conecta com o cotidiano e os interesses dos alunos. Isso pode ser alcançado por meio de metodologias ativas, como o ensino através de projetos, a resolução de problemas, o trabalho colaborativo e a pesquisa. Nesses ambientes, os alunos são incentivados a participar ativamente do processo educativo, contribuindo com suas ideias, experiências e soluções criativas.

4.5 XADREZ E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O uso do xadrez no processo ensino-aprendizagem em educação matemática tem ganhado destaque nas últimas décadas, sendo considerado uma ferramenta pedagógica eficaz para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais dos alunos. O xadrez, um jogo que exige raciocínio lógico, planejamento, concentração e tomada de decisões, oferece um ambiente propício para estimular competências fundamentais na matemática: desenvolvimento do raciocínio lógico e estratégico, capacidade de concentração e atenção, tomada de decisão, resolução de problemas. Além dessas competências fundamentais na matemática, há outras formas de contribuir, como integração interdisciplinar, inclusão e aprendizagem significativa.

CAPÍTULO 5. HABILIDADES DESENVOLVIDAS PELO XADREZ

Atualmente chamado apenas de xadrez, é um jogo de tabuleiro composto por 32 peças, sendo 16 para cada jogador. Os rumores sobre o surgimento do xadrez citam jogos parecidos jogados na Pérsia, Índia, China, Tailândia, Coreia e Japão. O rumor mais aceito entre os enxadristas é que surgiu na Índia, no século VI, com o nome de Chaturanga, que remetia ao exército indiano da época. Suas peças eram compostas por bigas, cavalaria, elefantes, infantaria, general e rei (Oleskovicz, 2023).

Por questões religiosas, o xadrez sofreu mudanças em suas peças e só foi "popularizado" no século XV. Bigas viraram torres, elefantes viraram bispos (ganharam mais poder dentro do jogo. Antes, o elefante podia apenas se mover por 2 casas na diagonal, podendo saltar sobre outras peças), general virou a dama e a infantaria virou peão.

5.1 CONHECENDO AS PEÇAS ATUAIS E SEUS MOVIMENTOS

Atualmente, o xadrez é composto por 6 peças diferentes: peão, torre, cavalo, bispo, dama e rei. Cada jogador começa com 8 peões, 2 cavalos, 2 bispos, 2 torres, 1 dama e 1 rei.

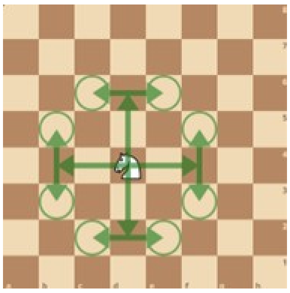
Os peões se movem apenas para frente e uma casa por vez. Com exceção do primeiro movimento de cada peão: cada peão pode ser movido por até duas casas.

Figura 1 - Movimento de peão

FONTE: https://lichess.org/editor

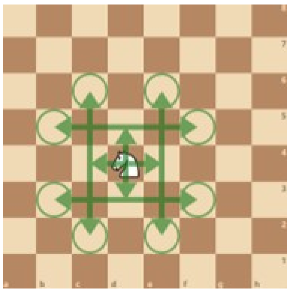
Os cavalos se movem em um formato de letra L, sendo uma casa numa direção e duas casas na direção perpendicular à anterior, ou duas casas numa direção e uma casa na direção perpendicular à anterior. É a única peça que não é bloqueada por outras peças. Um cavalo se move apenas para uma das 8 casas possíveis, e essas casas têm cor oposta à atual. Abaixo, alguns exemplos de um cavalo numa casa escura e todas as possibilidades sendo casas claras. Nota-se também que nas imagens, as casas de destino são as mesmas.

Figura 2 - Movimento de cavalo 1



FONTE: https://lichess.org/editor

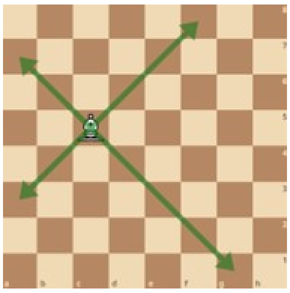
Figura 3 - Movimento de cavalo 2



FONTE: https://lichess.org/editor

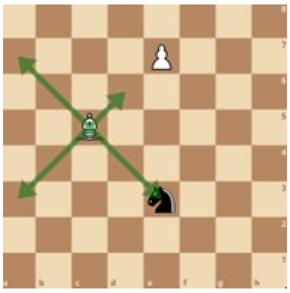
Os bispos se movem na diagonal, limitando-se apenas caso haja uma peça no caminho. Cada jogador tem um bispo de casas claras e outro de casas escuras. Dessa forma, o bispo de casas escuras nunca transita nas casas claras e vice-versa.

Figura 4 - Movimento de bispo 1



FONTE: https://lichess.org/editor

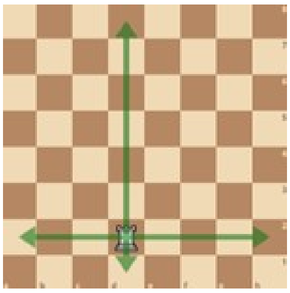
Figura 5 - Movimento de bispo 2



FONTE: https://lichess.org/editor

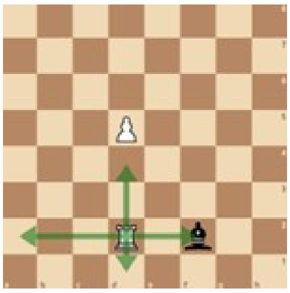
As torres se movem em linhas horizontais e verticais, uma direção por vez e se limitando assim como os bispos.

Figura 6 - Movimento de torre 1



FONTE: https://lichess.org/editor

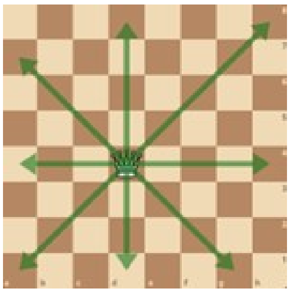
Figura 7 - Movimento de torre 2



FONTE: https://lichess.org/editor

A dama tem os movimentos de um bispo e uma torre juntos. Também com a limitação de não poder saltar sobre outras peças.

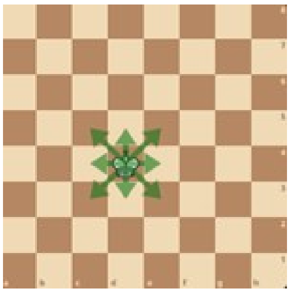
Figura 8 - Movimento de dama



FONTE: https://lichess.org/editor

O rei também se move em todas as direções, assim como a dama, mas apenas uma casa por vez.

Figura 9 - Movimento de rei



FONTE: https://lichess.org/editor

5.2 TEMPO, TURNO, ATAQUE, DEFESA, CONTRAJOGO, TÁTICA E ESTRATÉGIA

Umas das primeiras atividades para aprender xadrez é atingir um objetivo com a menor quantidade de turnos possíveis. Principalmente no ataque, manter a agressividade no jogo é importantíssimo, para não dar tempo do adversário se defender.

Existem algumas modalidades de xadrez baseadas no tempo: bullet, blitz, rápidas e clássicas. Nas partidas clássicas, os jogadores têm pelo menos 30 minutos cada. Nos campeonatos desse tipo de partida, é mais comum ver 100 minutos. Nas partidas rápidas, os jogadores têm pelo menos 10 minutos. Nas partidas de blitz, eles têm pelo menos 3 minutos. E nas partidas de bullet, 1 minuto. Dependendo da organização do evento, seja online ou presencial, ou da plataforma em que se jogue, pode haver acréscimos por lance jogado de 1, 2, 3, 5, 10, 20 ou 30 segundos. Ou ainda, os jogadores podem personalizar os minutos e acréscimos da partida. Em todas essas modalidades, vence quem der xeque-mate ou perde quem ficar sem tempo no relógio.

Atacar e defender são metas temporárias ou permanentes a depender do andamento do jogo. Tomar decisões para administrar o tempo e os turnos pode levar a vitória, evitar a derrota ou até mesmo criar oportunidades para virar o jogo.

Muitos jogadores confundem tática e estratégia. Estratégia é a habilidade de criar planos para uma determinada posição. Por outro lado, tática se refere a capacidade de achar combinações de movimentos para obter alguma vantagem.

5.3 CARACTERÍSTICAS E IMPLICAÇÕES

Como qualquer outra atividade, o jogo de xadrez requer algumas habilidades treináveis de seus jogadores: concentração, disciplina, raciocínio rápido e bom julgamento. Normalmente, em nível de competições, aos jogadores já é apresentado o xadrez quando demonstram essas habilidades nos primeiros anos de vida. Mas, o xadrez como ferramenta educacional pode ser usado para objetivos mais específicos. A seguir está uma pequena tabela relacionando algumas características do xadrez e em que essas características podem ajudar no desenvolvimento cognitivo e comportamental.

Tabela 1: Características e implicações do xadrez

Características do Xadrez	**Implicações nos aspectos educacionais e de formação de caráter**
Concentração enquanto imóvel na cadeira.	Desenvolvimento do autocontrole psicofísico.
Fornecer um número de movimentos num determinado tempo.	Avaliação da hierarquia do problema e locação do tempo disponível.
Movimentar peças após exaustiva análise de lances seguintes	Desenvolvimento da capacidade para pensamento abrangente e profundo.
De uma posição a princípio igual, direcionar a uma combinação brilhante (combinação).	Criatividade e imaginação.
Entre várias possibilidades, escolher uma única, sem ajuda externa.	Capacidade para o processo de tomar decisões com autonomia.
Um movimento deve ser consequência lógica do anterior devendo apresentar o seguinte.	Capacidade para o pensamento e execução lógicos, autoconsistência e fluidez de raciocínio.

Fonte: https://ctpm.pm.ro.gov.br/images/JOSEMAR2017/xadrex/PROJETO_XADREZ_ESCOLAR_2017.pdf

Na tentativa de atingir o máximo de alunos com um conteúdo, professores recorrem a diferentes métodos, materiais, exemplos, fontes, etc. Existem alguns temas dentro da matemática que podem utilizar o xadrez como um bom exemplo com inúmeras analogias e relações.

6.1 CONJUNTOS NUMÉRICOS E OPERAÇÕES BÁSICAS NO XADREZ

A matemática é comumente descrita como a "ciência das quantidades e das formas". Nela, encontram-se as operações básicas fundamentais para conceitos mais elaborados. Este capítulo explora as operações aritméticas fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão nos conjuntos dos números naturais ($\mathbb{N}$), inteiros ($\mathbb{Z}$) e racionais ($\mathbb{Q}$) e as propriedades destes.

O xadrez, assim como a matemática, exige raciocínio lógico, estratégia e análise cuidadosa das possibilidades. Cada jogada depende da compreensão das peças, de suas movimentações e das consequências de cada decisão. Da mesma forma, a matemática tem estrutura baseada em regras bem definidas que orientam a resolução de problemas e construção de novas ideias.

No contexto das operações básicas e dos conjuntos numéricos, o pensamento matemático ajuda a compreender padrões e estratégias, tanto no tabuleiro quanto nos cálculos do dia a dia. Antes de explorar as operações básicas, é essencial entender os conjuntos numéricos e suas propriedades.

6.1.1 CONJUNTOS

Estima-se que os números naturais surgiram com a necessidade do homem de contar as coisas. Para estruturar esse conjunto, Giuseppe Peano (1858-1932) listou alguns axiomas:

1. Todo número natural n tem um único sucessor $n + 1$;
2. Cada número natural diferente tem um sucessor diferente. Se $n+1 = m+1$, então $n = m$;

3. Há apenas um único número natural que não é sucessor de nenhum outro número natural. Esse número é designado por 0[4];

4. Seja X um conjunto de números naturais ($X \subset \mathbb{N}$). Se 0 e o sucessor de cada elemento de X pertence a X, então $X = \mathbb{N}$.

O conjunto dos números inteiros é composto pelos números positivos, os negativos e o zero. Representados por $\mathbb{Z}$, os números inteiros são utilizados em situações que envolvem a subtração de números naturais que resultam num valor menor que zero, como dívida, falta, perda, e outros sinônimos. Pode também ser visto como a união entre o conjunto dos números naturais e seus opostos. Dito isso, pode-se afirmar que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Por último, o conjunto dos números racionais, sob o símbolo $\mathbb{Q}$, é formado pelos números que podem ser representados na forma de uma fração de numerador e denominador inteiros, mas o denominador deve ser diferente de 0. Uma maneira mais formal de representar isso é:

$$\mathbb{Q} = \{\tfrac{p}{q} | p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}^*\}$$

Além disso, podemos mostrar que $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ (LIMA, 2013, p.51).

A apresentação dos conjuntos nessa seção e das propriedades das operações definidas nos conjuntos na seção seguinte é dedicada ao professor que a lê. Para o aluno, o excesso de símbolos e notações é desinteressante e a exposição é cansativa. Esse desinteresse se deve à falta de utilidade para o aluno. Por exemplo: que uso o aluno pode dar à informação “a união dos números naturais e os números inteiros não positivos são chamados de números inteiros”. Ainda que a informação esteja apresentada de maneira informal, ela não tem uso. Esse tipo de informação torna o aprendizado cansativo e desestimulante. O objetivo aqui é mostrar ao professor que esse assunto pode ser trabalhado com alunos que tenham tal objetivo.

[4]Alguns autores utilizam o número 1 como “início” da sequência estruturada que representa os números naturais. Aqui, a preferência pelo 0 se dá pela utilidade do zero no elemento neutro da adição.

6.1.2 PROPRIEDADES DAS OPERAÇÕES BÁSICAS APLICADAS AOS CONJUNTOS NUMÉRICOS

"Entre os números naturais estão definidas duas operações fundamentais: a adição, que aos números $n, p \in \mathbb{N}$ faz corresponder a soma $n + p$; e a multiplicação, que lhes associa o produto np."(LIMA, 2013, p. 25).

Atualmente, o primeiro contato com as propriedades dos conjuntos numéricos acontece no 4º ano do Ensino Fundamental. A habilidade EF04MA05 da BNCC determina que "as propriedades que devem ser enfatizadas são: comutativa na adição e multiplicação; a associativa na adição e multiplicação; o elemento neutro da adição e da multiplicação e a distributiva da multiplicação em relação à adição." (BRASIL, 2018)

Antes de abordar as propriedades das operações nos conjuntos numéricos, é preciso estabelecer o fechamento de cada operação em cada conjunto. Diz-se que um conjunto é fechado para uma determinada operação se tal operação resultar em um elemento do mesmo conjunto. Em outras palavras: um conjunto A é fechado para uma operação se, aplicada tal operação em quaisquer dois elementos que pertencem ao conjunto A resultar em qualquer outro elemento que pertence ao A.

Os três conjuntos trabalhados aqui (naturais, inteiros e racionais) são fechados para a adição: a soma de dois números naturais é um número natural; a soma de dois números inteiros é um número inteiro; a soma de dois números racionais é um número racional. Essa propriedade não é válida para a subtração no conjunto dos naturais. A subtração é fechada nos inteiros e racionais. A multiplicação é fechada nos três conjuntos. A divisão não é fechada em nenhum dos três conjuntos abordados aqui.

A adição e a multiplicação são associativas e comutativas nos três conjuntos trabalhados aqui. A multiplicação também obedece a propriedade distributiva. Com isso, valem as seguintes proposições:

$$m + (n + p) = (m + n) + p$$
$$m + n = n + m$$
$$m.(n + p) = m.n + m.p$$

$$m.n = n.m$$
$$m(n.p) = (m.n).p$$

Como o 0 foi estabelecido aqui como número natural, pode-se afirmar que o conjunto dos naturais tem elemento neutro para adição e multiplicação. Esses elementos são o número 0 e o 1.

$$n + 0 = n$$
$$n.1 = n$$

Com a definição de números opostos ou simétricos vem o conjunto dos números inteiros. A subtração pode ser interpretada como a adição do oposto de um número. Dessa forma, a subtração não é comutativa e nem associativa nos números inteiros. Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

$$b - a \neq a - b$$
e
$$(a - b) - c \neq a - (b - c)$$

Como a subtração não é comutativa, tem elemento neutro apenas à direita.

$$a - 0 = a \text{ mas } 0 - a = -a$$

Ainda que os racionais admitam elemento inverso, a divisão também só admite elemento neutro à direita.

$$\frac{a}{1} = a \text{ mas } \frac{1}{a} \neq a$$

Ainda, os exemplos abaixo mostram que a divisão não tem propriedade associativa nem comutativa em $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$.

Em $\mathbb{N}$,

$$6 \div 2 = 3 \text{ mas } 2 \div 6 \notin \mathbb{N}$$
$$\text{e } (8 \div 4) \div 2 = 2 \div 2 = 1 \text{ mas } 8 \div (4 \div 2) = 8 \div 2 = 4$$

Em $\mathbb{Z}$,

$$-6 \div 3 = -2 \text{ mas } 3 \div (-6) \notin \mathbb{Z}$$
$$\text{e } ((-12) \div (-3)) \div 2 = 4 \div 2 = 2 \text{ mas}$$
$$(-12) \div ((-3) \div 2) = (-12) \times -\frac{2}{3} = -\frac{(-12 \times 2)}{3} = -\frac{-24}{3} = -(-8) = 8$$

Em $\mathbb{Q}$,

$$6 \div 3 = 2 \text{ mas } 3 \div 6 = \frac{1}{2} = 0.5$$
$$\text{e } (\tfrac{1}{8} \div \tfrac{1}{4}) \div \tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2} \div \tfrac{1}{2} = 1 \text{ mas } \tfrac{1}{8} \div (\tfrac{1}{4} \div \tfrac{1}{2}) = \tfrac{1}{8} \div \tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{4}$$
.

Para organizar melhor as informações, foi elaborado um quadro que relaciona as operações e suas propriedades nos conjuntos.

Tabela 2: Operações e Conjuntos

Operação	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
Adição	Fechada	Fechada	Fechada
	Associativa	Associativa	Associativa
	Comutativa	Comutativa	Comutativa
	Elemento Neutro $= 0$	Elemento Neutro $= 0$	Elemento Neutro $= 0$
Subtração	Não Fechada	Fechada	Fechada
	Não Associativa	Não Associativa	Não Associativa
	Não Comutativa	Não Comutativa	Não Comutativa
	Elemento Neutro à direita $= 0$	Elemento Neutro à direita $= 0$	Elemento Neutro à direita $= 0$
Multiplicação	Fechada	Fechada	Fechada
	Associativa	Associativa	Associativa
	Comutativa	Comutativa	Comutativa
	Distributiva	Distributiva	Distributiva
	Elemento Neutro $= 1$	Elemento Neutro $= 1$	Elemento Neutro $= 1$
Divisão	Não Fechada	Não Fechada	Fechada para $\mathbb{Q}^*$
	Não Associativa	Não Associativa	Não Associativa
	Não Comutativa	Não Comutativa	Não Comutativa
	Elemento Neutro à direita $= 1$	Elemento Neutro à direita $= 1$	Elemento Neutro à direita $= 1$

Fonte: Elaborado pelo autor

O estudo das propriedades dos conjuntos numéricos é essencial para a compreensão da matemática, mas apresenta desafios para muitos alunos. Dentre as principais dificuldades, destaca-se a compreensão da propriedade do fechamento, que define se o resultado de uma operação entre os elementos de um conjunto permanece dentro desse conjunto. Muitos alunos, por exemplo, acreditam que a subtração e a divisão são sempre possíveis nos números naturais, sem perceber que $5-7$ não pertence a $\mathbb{N}$ ou que $3 \div 2$ não é um número inteiro. Isso acontece porque ao aprender as operações básicas no Ensino Fundamental 1 (1° ao 5° ano), é ensinado na subtração que o maior número deve vir primeiro; e na divisão que existe resto (nesse exemplo, é previsível que um aluno respondesse que $3 \div 2$ é 1 e sobra 1).

6.1.3 XADREZ NAS OPERAÇÕES E CONJUNTOS NUMÉRICOS

6.1.3.1 XADREZ E CONJUNTOS

No xadrez, cada casa pode ser representada por coordenadas numéricas, os movimentos das peças seguem regras bem definidas e a contagem dos lances é essencial para a estratégia do jogo, associando os números naturais a um contexto lúdico e desafiador.

O xadrez pode ser uma ferramenta eficaz para ensinar os números naturais de maneira prática e envolvente. Um dos primeiros conceitos explorados por meio do jogo é a contagem e sequência, uma vez que o tabuleiro é organizado em linhas de 1 a 8. Essa estrutura permite que os alunos percebam a ordem dos números naturais e sua aplicação na localização das peças.

Além disso, o xadrez ajuda na ordenação de valores numéricos, já que cada peça tem um valor específico. O peão, por exemplo, vale 1 ponto, enquanto bispos e cavalos valem 3, torres 5 e a dama 9. Esse sistema de pontuação permite que os jogadores comparem valores, desenvolvendo a noção de grandeza e hierarquia entre os números naturais. Outro aspecto relevante é a movimentação e estratégia, que envolvem a contagem de lances e a previsão de jogadas. O jogador precisa calcular quantos movimentos uma peça precisa para atingir determinado objetivo, o que reforça o uso dos números naturais na resolução de problemas e no planejamento estratégico.

O xadrez também fornece o registro e a representação numérica, pois as partidas são anotadas com coordenadas numéricas e simbólicas. Esse processo estimula a leitura e a escrita de números naturais num contexto significativo, incentivando a organização e a análise das jogadas.

A pontuação de uma partida de xadrez é dada por um software de código aberto conhecido como engine. O mais famoso hoje é o stockfish. Ao jogar xadrez online, existe uma barra ao lado do tabuleiro que mostra, em números, a vantagem de um jogador ou de outro. Se a barra mostrar um número positivo, significa que as brancas têm vantagem na partida. Se a barra mostrar um número negativo, significa que as pretas têm vantagem na partida.

Figura 10 - Barra lateral

FONTE: https://lichess.org/editor

Na imagem acima, a barra à direita do tabuleiro é uma representação visual do número $-1,5$. O número zero dessa barra é na marcação laranja entre as linhas 4 e 5 do tabuleiro.

Dessa forma, o sentido dos números negativos tem caráter quantitativo[5]. Uma forma de abordar os números negativos com caráter posicional é traçar uma espécie de plano cartesiano no meio do tabuleiro, dividindo-o em 4 quadrantes.

Para utilizar o tabuleiro de xadrez para ensinar frações aos alunos, deve-se começar pelo que provavelmente já sabem: dobro e metade. Apesar de não saberem a linguagem matemática desses termos, a ideia de metade já está introduzida quando escutam “meio campo” ou “metade da laranja” ou “corte a folha de papel ao meio”. E alunos de 13 a 15 anos também já começaram a entender como o dinheiro funciona, então já devem saber que 20 é o dobro de 10, por

[5]Vale lembrar que o número apresentado pelo software não é baseado apenas no valor atribuído a cada peça. O software também avalia a posição atual: segurança do rei, mobilidade das peças, controle do centro, estrutura de peões, desenvolvimento das peças, ameaças imediatas, controle de colunas e fileiras, movimentos futuros e mais dezenas de fatores.

exemplo.

Com isso estabelecido, as abordagens são diversas: comparar tamanho de tabuleiro, comparar pontuações, comprar quantidade de peões. Em oportunidade futura com os alunos, pode-se até verificar porque o software usa números decimais para avaliar uma posição.

Introduzir a linguagem matemática junto com a ideia utilizando o xadrez não é uma tarefa difícil, se os alunos tiverem algum conhecimento prévio, como mencionado anteriormente. Mostrar que cada linha e cada coluna representa $\frac{1}{8}$ do tabuleiro, que cada casa representa $\frac{1}{64}$ e que cada cor representa $\frac{1}{2}$ do tabuleiro é uma tarefa bem simples para o professor e dá ao aluno uma parte visual do que está sendo trabalhado.

6.1.3.2 XADREZ E OPERAÇÕES BÁSICAS COM NÚMEROS NATURAIS

Ao associar o xadrez ao ensino de matemática, é possível tornar o aprendizado mais dinâmico e interativo. O tabuleiro pode representar um sistema numérico organizado, enquanto a movimentação das peças pode representar somas, subtrações, multiplicações e divisões de forma visual e prática. Dessa maneira, os alunos conseguem ver sentido diferente do usual para as operações matemáticas ao aplicá-las em um contexto lúdico e desafiador, despertando o interesse pelo assunto.

Assumindo que, minimamente, os alunos de 7º e 8º ano saibam contar, é ensinado que, ainda que não seja uma regra escrita, os jogadores profissionais de xadrez utilizam um sistema de pontos atribuídos a cada peça. Isso serve como fator decisivo em algumas situações[6]. Aos alunos, apresenta-se a seguinte tabela:

Ignorando as situações adversas, é pedido ao aluno para comparar qual de dois jogadores tem mais pontuação com base nas peças que sobraram no tabuleiro, ou para que responda o que acontece com a pontuação. Por exemplo: levando em consideração que cada jogador começa a partida com 39 pontos, quem você

[6] Vale a pena trocar um bispo de casas escuras por uma torre? Na maioria das vezes sim. Mas pode ser o caso de estar jogando uma defesa siciliana com as negras. Daí, o bispo de casas escuras é uma peça importante demais para essa troca. Normalmente, o jogador com mais valor material tem vantagem, mas essa informação não influencia o resultado do jogo.

Tabela 3: Pontuação das peças

PEÃO	1 PONTO
CAVALO	3 PONTOS
BISPO	3 PONTOS
TORRE	5 PONTOS
DAMA	9 PONTOS
REI	SEM PONTUAÇÃO[7]

Fonte: Elaborado pelo autor

diria que está com vantagem material na partida, sabendo que é a vez das brancas?

Figura 11 - Mate de Legal

FONTE: https://lichess.org/editor

O legal desse exemplo é que as brancas têm xeque-mate em 2 lances[8], e isso costuma surpreender os alunos. De qualquer forma, espera-se que os alunos respondam que as brancas têm 30 pontos e as pretas têm 38. A resposta deve surgir naturalmente, já que os alunos dessa idade estão acostumados a contar gols e pontuações em diversos esportes.

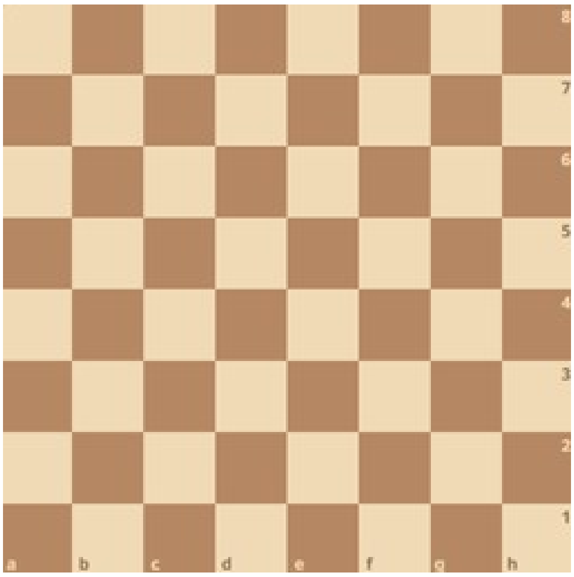
[7] O rei não possui pontuação, pois não faz sentido pontuar uma peça que não pode ser capturada.

[8] Conhecida como Mate de Legal, essa partida é famosa pelo sacrifício da dama culminando em xeque-mate, caso o adversário seja ganancioso. Jogada por François Antoine de Kemur Sire de Legal (Monsieur de Legalle) contra um amigo.

A mesma justificativa para com tal natureza vem a resposta na subtração. Se na adição, o professor espera que os alunos contem todas as peças; na subtração, o professor divulga o total de 39 pontos e espera que o aluno seja capaz de dizer quantos pontos um jogador tem numa partida em que já perdeu a dama e uma torre, por exemplo.

Foi cogitado utilizar o tabuleiro de John Napier[9], mas dificulta o entendimento da operação já que o objetivo é deixar a aula o mais elementar possível. Antes de começar de fato a sair multiplicando números por aí, é importante explicar que a multiplicação é a soma repetitiva do mesmo número. Isso fica evidente quando é dado um exemplo visual. Então, foi resolvido utilizar a multiplicação retangular, relacionando o número de linhas e colunas utilizado na operação. O professor mostra o tabuleiro 8x8 para os alunos e diz que tem 64 casas pois se multiplica o número 8 das colunas com o número 8 das linhas.

Figura 12 - Tabuleiro Vazio



FONTE: https://lichess.org/editor

A partir disso, é só definir os tamanhos dos retângulos e exercitar com os alunos.

Para trabalhar a divisão utilizando xadrez há algumas abordagens possíveis. Uma forma é trabalhar o caminho inverso da multiplicação e introduzir a ideia de operação inversa - já pensando lá na frente na aula de equação polinomial de 1º e 2º grau. Por exemplo: pegando uma multiplicação feita através do retângulo definido da casa $a1$ até $e3$. O total de casas desse retângulo é $5 \times 3 = 15$. Para a divisão, pergunta-se: um

[9] O Tabuleiro de Napier, criado pelo matemático escocês John Napier no século XVII, é um instrumento mecânico utilizado para facilitar cálculos aritméticos, especialmente multiplicações e divisões. Também conhecido como “ossos de Napier”, o dispositivo consiste em uma série de barras numeradas que exploram os princípios da multiplicação por adição de números diagonais, tornando os cálculos mais acessíveis e eficientes antes da popularização das calculadoras.

retângulo com 15 casas, formado por 5 colunas, tem quantas linhas? Essa pergunta pode ser feita trocando os números 3 e 5, e as palavras colunas e linhas quando quiser. Se for o objetivo do professor, utilizar a frase “o que um número faz de um lado, passa pro outro lado fazendo o inverso” pode ser apresentado dessa forma:

$$5 \times 3 = 15$$

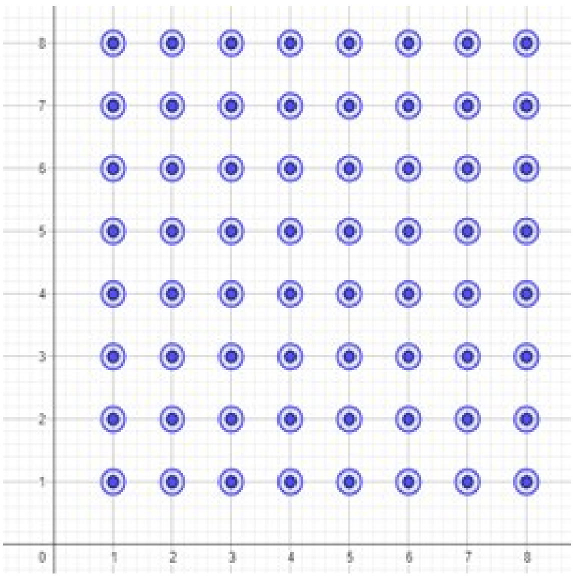
$$5 = 15 \div 3 \text{ e } 3 = 15 \div 5$$

Outra forma é abordar o conceito da divisão com as peças e as linhas do tabuleiro. Por exemplo: se eu tenho 16 peças para distribuir igualmente nas 8 linhas do tabuleiro, quantas peças ficariam em cada linha? Sobraria alguma? E se eu fosse distribuir em 5 linhas? Sobraria alguma?

6.2 PAR ORDENADO E VETOR NO XADREZ

O tabuleiro 8x8 também pode ter suas casas comparadas com pontos no plano cartesiano com coordenadas inteiras. A casa a1 (coluna a, linha 1) tem coordenadas representadas por $(1, 1)$, mas a casa inicial da dama d1 (coluna d, linha 1) tem coordenadas $(4, 1)$.

Figura 13 - Plano cartesiano



FONTE: https://www.geogebra.org/classic

Os movimentos de cada peça podem ser representados como vetores. Como os peões se movem para frente 1 ou 2 casas, ou na diagonal ao capturar, os vetores que representam seus movimentos são $(0, 1)$, $(0, 2)$, $(0, 2)$, $(1, 1)$ ou $(-1, 1)$. As demais peças têm movimentos mais livres. Os 8 movimentos do cavalo são uma combinação das coordenadas $(\pm 1, \pm 2)$ e $(\pm 2, \pm 1)$. Bom ter atenção aos limites do tabuleiro. Não há como aplicar o vetor $(-1, -2)$ num cavalo na posição inicial das brancas em $(2, 1)$. Os bispos têm os movimentos representados por $(\pm a, \pm a)$, já que se movem na diagonal. As torres têm os seus representados por $(0, \pm t)$ ou $(\pm t, 0)$. A dama pode utilizar os vetores do bispo ou da torre para se mover. O rei pode utilizar os mesmos vetores que a dama utiliza, mas limitando os movimentos com $a = 1$ e $t = 1$.

É possível também utilizar os movimentos das peças para falar sobre a soma de vetores. Suponha-se que uma torre se mova da casa de $(1, 1)$ para $(1, 5)$, depois para $(5, 5)$, depois para $(5, 8)$ e finalmente para $(8, 8)$. Bom, o vetor que representa o movimento da casa inicial até a final é $(7, 7)$. Mas a trajetória dessa torre foi dada pelos vetores $(0, 4)$, $(4, 0)$, $(0, 3)$ e $(3, 0)$. E a soma desses vetores é justamente o vetor $(7, 7)$. Se o objetivo for determinar o vetor que determina a direção ou deslocamento da peça em questão, pode-se utilizar o vetor $\vec{v} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$, em que x_1 é a coluna da casa inicial, x_2 é a coluna da casa final, y_1 é a coluna da casa inicial e y_2 é a linha da casa final. Dessa forma, a torre que está em $(1, 1)$ e chega em $(8, 8)$ tem o vetor direção $\vec{v} = (8 - 1, 8 - 1) = (7, 7)$.

A aplicação dessa abordagem faz mais sentido em alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, uma vez que estão se preparando para utilizar vetores com mais frequência em física.

Fugindo da limitação dos números inteiros, pode-se calcular a distância percorrida por uma peça utilizando o módulo do vetor (x, y), considerando apenas a casa inicial e a final, representado pela expressão $\sqrt{(x^2 + y^2)}$. Para a distância percorridas pela peça considerando n movimentos, é necessário um vetor $\vec{v_n} = (x_n, y_n)$, tal que n indica se é o 1º, 2º,..., n-ésimo movimento. Dessa forma, a distância é dada por

$$\sum_{k=1}^{n} \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$$

em que $\sum$ indica a soma das distâncias percorridas em cada movimento.

Por fim, as transformações geométricas (simetria, translação, reflexão e rotação) também podem ser abordadas utilizando vetores e um tabuleiro de xadrez. Uma proposta seria resgatar esses conteúdos do 6º ano no 9º ano, focando apenas em translação[10]: se um ponto qualquer do plano, seja (x, y) por exemplo, for transladado pelo vetor $\vec{v} = (a, b)$,

[10]Simetrias, rotações e reflexões envolvem cálculos avançados para alunos regulares de 9º ano, envolvendo trigonometria e multiplicação de matrizes, perdendo o foco do aprendizado dos vetores.

o ponto de destino (x', y') se dá por (x', y')= $(x + a, y + b)$.

6.3 MATRIZ E TABELAS NO XADREZ

6.3.1 MATRIZ

As casas do tabuleiro de xadrez têm como endereço a letra da sua coluna e o número da sua linha. Num tabuleiro 8x8, essas casas variam de $a1$ a $h8$. Se se utilizasse outra nomenclatura para essas casas, como por exemplo a_{ij} (casa da linha i e coluna j), pode-se mapear o tabuleiro com a matriz

$$\begin{pmatrix} a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & a_{87} & a_{88} \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & a_{78} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & a_{58} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} \end{pmatrix}$$

Por conveniência, a matriz aborda a perspectiva do jogador de brancas. Dessa forma, num tabuleiro 8x8, tem-se as casas sendo nomeadas de a_{11} a a_{88} . Ou ainda, essas casas podem ter suas coordenadas em forma de uma matriz 1x2. Por exemplo, a casa a_{ij} pode ser representada por $\begin{pmatrix} i & j \end{pmatrix}$.

Existe ainda a possibilidade de criar matrizes para movimentar as peças através da soma ou multiplicação de matrizes. Uma torre tem sua posição inicial dada pela matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$ e para movê-la para a casa $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$, basta realizar a operação $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Essas matrizes 2×2 não existem por acaso. Como o movimento da torre é uma reta, pode se escrever esse movimento da seguinte forma, seja $A = \begin{pmatrix} a_i & a_j \end{pmatrix}$, a casa em que a torre se encontra e $B = \begin{pmatrix} b_i & b_j \end{pmatrix}$ a casa até onde desejamos deslocar a torre, a matriz de movimento da torre é dada por $\begin{pmatrix} b_i - a_i & b_j - a_j \end{pmatrix}$. Temos que:

$$\begin{pmatrix} b_i & b_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i + b_i - a_i & a_j + b_j - a_j \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a_i.1 + \frac{a_j}{a_j}.(b_i - a_i) & \frac{a_i}{a_i}.(b_j - a_j) + a_j.1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a_i & a_j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{(b_j - a_j)}{a_i} \\ \frac{(b_i - a_i)}{a_j} & 1 \end{pmatrix}$$

No exemplo anterior, $a_i = 1, a_j = 1, b_i = 1, b_j = 2$. Por isso, o movimento é escrito como

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Vale notar que a matriz 2×2 tem padrões. Partindo da matriz identidade, que faria com que a torre permanecesse no mesmo lugar, essa multiplicação move a torre verticalmente 1 casa. Para mover a torre por mais casas, por exemplo 5 casas, é necessário que $b_j - b_i = 5$, gerando a matriz $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. E para mover a torre 5 casas horizontalmente, a matriz seria $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$.

Considere uma peça que se move de A para B, gerando a matriz M_1, e depois de B para C gerando a matriz M_2. Será que $M_1 \times M_2$ gera o movimento de A para C? Se essa peça se movesse se A diretamente para C, geraria a matriz $M_3 = M_1 \times M_2$?

Por exemplo, mover um bispo em $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$ para $\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix}$ e achar a matriz M_1 desse movimento, e depois para $\begin{pmatrix} 4 & 5 \end{pmatrix}$ e achar a matriz M_2 desse segundo movimento, e depois realizar a operação $M_1 \times M_2 = M_3$, com a esperança de M_3 ser a matriz que representa o movimento de $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$ diretamente para $\begin{pmatrix} 4 & 5 \end{pmatrix}$ não funciona. Veja:
De $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$ para $\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix}$, temos

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \times M_1 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} \implies M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

e

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} \times M_2 = \begin{pmatrix} 4 & 5 \end{pmatrix} \implies M_2 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_1 \times M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{7}{3} \\ \frac{5}{4} & \frac{4}{3} \end{pmatrix} = M_3$$

Agora, mover o bispo de $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$ diretamente para $\begin{pmatrix} 4 & 5 \end{pmatrix}$ gera

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \times M_4 = \begin{pmatrix} 4 & 5 \end{pmatrix} \implies M_4 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ \frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

Note que as matrizes as matrizes não são iguais. $M_3 \neq M_4$, mas tanto M_3 como M_4 levam o bispo de $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$ para $\begin{pmatrix} 4 & 5 \end{pmatrix}$, conclui-se que as matrizes 2×2 que caracterizam os movimentos não são únicas. Os questionamentos são proveitosos pois permitem introduzir o tema produto de matrizes, além de permitir encontrar a matriz de movimento de forma diferente.

Para mover um cavalo, como outro exemplo, há 8 matrizes possíveis:

- $\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} -2 & -1 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Desta forma, para mover um cavalo de sua casa inicial $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$ para a casa $\begin{pmatrix} 2 & 4 \end{pmatrix}$ e depois para $\begin{pmatrix} 4 & 5 \end{pmatrix}$, basta realizar a sequência de somas de matrizes dos respectivos movimentos:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \end{pmatrix}$$

e, depois

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \end{pmatrix}$$

6.3.2 TABELAS

Ensinar tabelas é fundamental porque são uma das formas mais comuns para organizar dados e apresentar informações no dia a dia. Saber ler e interpretar tabelas ajuda a desenvolver habilidades de análise, tomada de decisão e raciocínio lógico, além de ser uma competência essencial para diversas situações cotidianas e profissionais. As tabelas são ferramentas comuns no dia a dia, como boletins escolares, tabelas de preço, resultados esportivos, planejar um orçamento, extratos bancários, cardápios de restaurante, relatórios, cronogramas e dados estatísticos, entre outros vários exemplos. Não se trata apenas de um conteúdo matemático, mas de uma habilidade essencial para a vida.

As tabelas são representações bidimensionais divididas por linhas e colunas, assim como o tabuleiro de xadrez. Especificamente, o tabuleiro pode ser visto como uma tabela de 8 linhas e 8 colunas. Cada célula da tabela representa uma casa do tabuleiro. Por exemplo, a célula da 4ª linha e da 3ª coluna representa a casa de $c5$.

A tabela também pode ter a função de expor informações, como as casas iniciais das peças. Abaixo há uma tabela com as casas iniciais das peças brancas.

Tabela 4: Casas iniciais

Peças	**Coluna**	**Linha**
Peões	TODAS	2
1ª Torre	A	1
1º Cavalo	B	1
1ºª Bispo	C	1
Dama	D	1
Rei	E	1
2º Bispo	F	1
2º Cavalo	G	1
2ª Torre	H	1

Fonte: Elaborado pelo autor

É possível também registrar o histórico de movimentos de uma partida. Seja de uma forma mais simples ou com as notações específicas do jogo. Abaixo há uma tabela que mostra o registro dos lances do mate do louco.

Tabela 5: Mate do louco

Movimento	**Peça**	**Origem**	**Destino**
1	Peão	$f2$	$f3$
2	Peão	$e7$	$e5$
3	Peão	$g2$	$g4$
4	Dama	$d8$	$h4$

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 6: Mate do louco 2

Turno	**Brancas**	**Pretas**
1	$f3$	$e5$
2	$g4$	$Dh4$#

Fonte: Elaborado pelo autor

6.4 CONTAGEM NO XADREZ

O xadrez é um dos jogos de estratégia mais complexos e estudados da história, com uma quantidade impressionante de possibilidades e variações. Com críticas às memorizações de lances de aberturas, o enxadrista ex-campeão mundial Bobby Fischer idealizou o chess960 para reduzir a dependência da memorização de aberturas e estimular a criatividade dos jogadores. Esse nome vem das 960 possibilidades quase aleatórias das posições iniciais das torres, cavalos, bispos, dama e rei nas fileiras 1 e 8, dependendo da cor das peças. As peças, independentemente da organização inicial, devem ser espelhadas: se houver um bispo em $c1$, deve haver um bispo em $c8$, por exemplo. Além disso, não pode haver 2 bispos de casas claras ou escuras. E o rei deve sempre vir posicionado entre as 2 torres. Isso implica que o rei não pode ocupar inicialmente a casa das colunas a e h, e as duas torres não podem começar a partida juntas.

As restrições para essa modalidade são: um bispo deve estar nas casas claras e o outro nas casas escuras e o rei deve estar entre as torres. Dessa forma, o bispo tem 4 possibilidades cada. E como são dois bispos, há 16 possibilidades. Colocados os bispos, o rei tem 4 possibilidades, visto que deve estar entre as torres. Para os extremos, as torres têm 4 possibilidades, e quando o rei se posiciona em alguma das duas casas centrais, as torres têm 6 possibilidades, totalizando 20. Como a dama e os cavalos somam 3 peças e não tem restrição e os cavalos permutam, $3! \div 2 = 3$. Daí, multiplicando as 16 possibilidades de alocar os bispos com as 20 possibilidades de alocar o rei e as torres e também com as 3 possibilidades restantes de alocar a dama e os cavalos, $16 \times 20 \times 3 = 960$.

Numa partida convencional, cada jogador conta com 20 jogadas possíveis no primeiro lance: duas jogadas para cada um dos oito peões, totalizando 16 possibilidades; e duas jogadas para cada um dos dois cavalos, totalizando 4 possibilidades. Ignorando os movimentos das pretas, são 349 possibilidades para o segundo lance. Levando em consideração que as pretas têm 20 jogadas possíveis no primeiro lance, o xadrez tem $349^{20} \approx 7,19 \times 10^{50}$ possibilidades para o lance 3. Para tentar ter uma ideia do quão grande é esse número, seguem algumas comparações: a distância entre o planeta Terra e o Sol é de $1,496 \times 10^{8}$; segundo o INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais), estima-se que no universo exista cerca de 10^{22} estrelas.

Segundo o Grande Mestre Rafael Leitão, existem 315 bilhões de maneiras possíveis de realizar os quatro primeiros movimentos do jogo. Depois de 10 jogadas, o número de combinações possíveis a serem realizadas chega a exatamente incríveis 169.518.829.100.544.

WEISSTEIN, Eric W. (s.d. tradução nossa) afirma:

> Hardy (1999, p.17) estimou o número de jogos de xadrez possíveis em $10^{10^{50}}$. O número de jogos possíveis com 40 lances ou menos **P(40)** é aproximadamente 10^{40}(Beeler et al. 1972), um número encontrado ao estimar o número de posições de peões (em situações não capturáveis, que é 15^{8}), multiplicado pelas posições possíveis de todas as peças,

> então dividindo por 2 por cada par intercambiável (torre e cavalo), e dividindo por 2 para cada de bispos (já que metade das posições tem os bispos de casas de mesma cor).[...] Shannon(1950) deu a estimativa P(40)≈ $\frac{64!}{32!\times(8!)^2\times(2!)^6} \approx 10^{43}$.

Claude Shannon[11] estimou um número para a complexidade do xadrez. Visto que cada partida dura em média 40 lances e que cada jogador tem cerca de 30 possibilidades de lance a cada rodada, Shannon calculou $30^{80} \approx 10^{120}$.

É possível abordar esse tema da contagem de diversas formas, levando em consideração as permutações, arranjos e combinações. Com perguntas e cálculos mais simples, pode-se levar as perguntas aos alunos:

1. De quantas maneiras diferentes podemos organizar as 8 peças da primeira linha do tabuleiro no início do jogo?
   Ignorando as regras de posição das peças, temos 8 casas possíveis para 8 peças. Dessas 8 peças, as torres, cavalos e bispos se repetem, tendo 2 unidades. Assim, calcula-se:

$$\frac{8!}{2!\times2!\times2!} = 5040$$

2. Se um jogador já perdeu 3 peças, de quantas formas diferentes essas peças podem ter sido escolhidas entre as 16 peças que ele tinha inicialmente?
   Bom, considerando peças distintas, temos a combinação de 16 peças tomadas em grupos de 3.

$$C_3^{16} = \frac{16!}{3!\times(16-3)!} = \frac{16!}{3!\times13!} = \frac{16\times15\times14}{3\times2} = 560$$

   Mas se considerarmos as peças repetidas como idênticas, utilizamos a fórmula de combinação de repetição, com uns detalhes adicionais. Não contamos mais 16 peças, mas 6 categorias: peões, cavalos, bispos, torres, damas e reis. E essas categorias podem se repetir até 3 vezes. Assim:

$$C_3^{6+3-1} = \frac{(6+3-1)!}{3!\times(6-1)!} = \frac{8!}{3!\times5!} = \frac{8\times7\times6}{3\times2} = 8\times7 = 56$$

[11] Claude Elwood Shannon (1916-2001) foi um matemático, engenheiro elétrico e criptógrafo americano, amplamente reconhecido como o pai da teoria da informação. Seu artigo seminal de 1948, "A Mathematical Theory of Communication,"fundou o campo da teoria da informação, introduzindo conceitos como entropia, capacidade de canal e codificação de fonte, que são fundamentais para as telecomunicações e a ciência da computação moderna. Shannon também fez contribuições significativas para a criptografia durante a Segunda Guerra Mundial e foi pioneiro no uso de álgebra booleana em circuitos de comutação.

Agora, falta tirar os casos impossíveis, como 3 damas por exemplo. A lista de casos impossíveis é:

1. 3 damas
2. 3 reis
3. 3 bispos
4. 3 cavalos
5. 3 torres
6. 2 damas e 1 rei
7. 2 damas e 1 bispo
8. 2 damas e 1 cavalo
9. 2 damas e 1 torre
10. 2 damas e 1 peão
11. 2 reis e 1 dama
12. 2 reis e 1 bispo
13. 2 reis e 1 cavalo
14. 2 reis e 1 torre
15. 2 reis e 1 peão

$$56 - 15 = 41$$

Dessa forma, temos 41 formas de escolher 3 das 16 peças, considerando as peças repetidas como idênticas.

3. De quantas maneiras diferentes podemos escolher 3 peças de um jogador e organizá-las em uma linha para estudo de jogadas futuras?

   Assim como a pergunta 2, devemos separar em casos de peças repetidas idênticas ou não. Para o caso negativo, essa questão trata o problema como arranjo simples.

$$A_3^{16} = \frac{16!}{(16-3)!} = 16 \times 15 \times 14 = 3360$$

   Para o caso positivo, devemos fazer algumas considerações. A fila com 3 peças pode ser formada por 3 peças diferentes, 2 peças iguais e 1 diferente ou 3 peças iguais. Além disso, devemos separar as peças em categorias nas quais ela se repetem, assim como fizemos na pergunta 2.
   No primeiro caso (peças diferentes), temos que escolher 3 peças distintas entre os tipos diferentes.

$$C_3^6 = \frac{6!}{3! \times (6-3)!} = \frac{6!}{3! \times 3!} = 5 \times 4 = 20$$

   Como as peças são organizadas em fila, o trio (peão, cavalo, bispo) é diferentes do trio (bispo, peão, cavalo), então devemos calcular as permutações dos trios possíveis.

$$20 \times 3! = 120$$

No segundo caso, escolhemos a peça duplicada entre as possíveis: peão, cavalo, bispo ou torre (4 opções). Depois, escolhemos a peça diferente (5 opções). Além disso, permutamos as 3 peças, considerando que 2 se repetem. Dessa forma, temos:

$$4 \times 5 \times \frac{3!}{2!} = 20 \times 3 = 60$$

No terceiro caso, há apenas 1 possibilidade: (peão, peão, peão). Concluímos, então, que existem $120 + 60 + 1 = 181$ maneiras diferentes de organizar 3 peças em um fila, considerando peças repetidas como idênticas.

6.4.1 PROBLEMA DAS N-RAINHAS[12]

Esse problema consiste em determinar de quantas formas distintas se pode organizar um tabuleiro de tamanho $N \times N$ com N rainhas sem que uma esteja atacando qualquer outra, ou seja, sem que haja outra rainha na mesma linha, coluna ou diagonal. Isso é uma generalização do problema das 8 rainhas, proposto pelo enxadrista Max Bezzel na revista alemã Deutsche Schachzeitung em 1848. A primeira solução foi divulgada por Franz Nauck em 1850 (ZENI, 2007). Nessa publicação, Nauck generaliza o problema das N-rainhas.

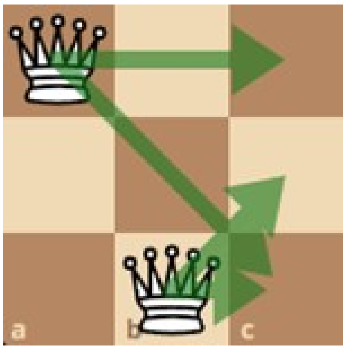
Embora o problema seja mais explorado na programação, ele pode ser trazido ao professor como uma curiosidade instigante. Os alunos podem testar diferentes arranjos para $N = 3$ ou $N = 4$ e perceber a complexidade crescente do problema conforme o número de rainhas aumenta. Esse tipo de atividade não apenas reforça conceitos de lógica e combinatória, mas também pode motivá-los a pesquisar soluções algorítmicas e explorar conexões com inteligência artificial e otimização. Assim, ao introduzir o problema das N-rainhas de maneira acessível, o professor pode abrir portas para o pensamento investigativo e interdisciplinar em sala de aula.

Emil Pauls, enxadrista alemão, publicou em 1874 algumas soluções para o problema das N-rainhas para $3 < N \leq 8$. Mas a pergunta ficou um pouco mais complicada de ser respondida quando se quer saber de quantas maneiras distintas N-rainhas podem se dispor no tabuleiro $N \times N$ sem que ataquem nenhuma outra rainha.

[12] Apesar de a peça ser conhecida como Dama no Brasil, adotaremos o termo Rainha desta vez. Isso porque o problema já é conhecido por este nome.

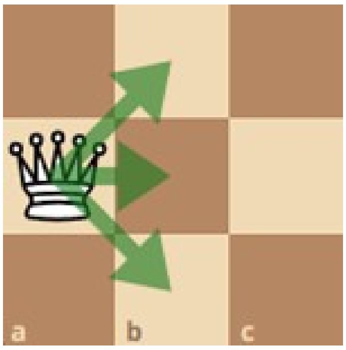
Não há solução para $N = 3$, como mostram as imagens abaixo. Na coluna c, não há casas livres para a 3ª rainha. E para $N = 4$ existem 2 soluções.

Figura 14 - N-Rainhas 1



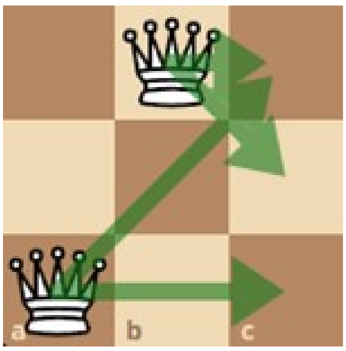
FONTE: https://lichess.org/editor

Figura 15 - N-Rainhas 2



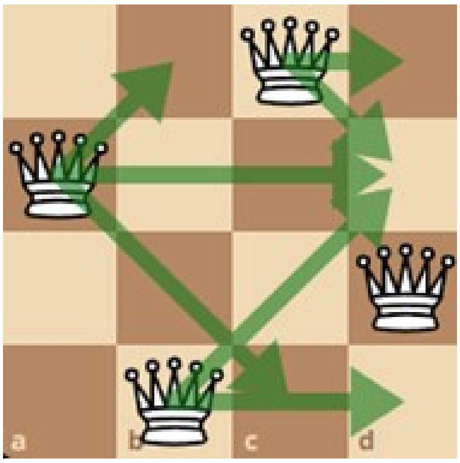
FONTE: https://lichess.org/editor

Figura 16 - N-Rainhas 3



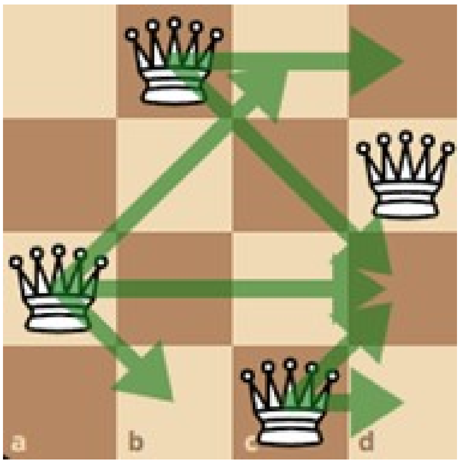
FONTE: https://lichess.org/editor

Figura 17 - N-Rainhas 4



FONTE: https://lichess.org/editor

Figura 18 - N-Rainhas 5



FONTE: https://lichess.org/editor

Em específico, o problema para $N = 8$ há

$$C_8^{64} = \frac{64!}{8!\times(64-38!} = \frac{64!}{8!\times 56!} = \frac{64\times63\times62\times61\times0\times9\times58\times57}{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2} = \frac{178462987637760}{40320} = 4426165368$$

possibilidades de alocar 8 rainhas em posições quaisquer. Ao restringir as posições das rainhas a 1 por linha e por coluna, há $8! = 40.320$ possibilidades.

Umas das possibilidades de organizar as rainhas nas diagonais é com funções. Por exemplo: uma rainha na casa $c7$ pode ser representada por $f(3) = 7$, pois a coluna c é a 3ª coluna.

Por convenção, o tabuleiro será analisado da esquerda para a direita. As diagonais são divididas em dois grupos: ascendentes e descendentes. As diagonais ascendentes são da forma $f(i) = f(j) + (i - j)$ e as diagonais descendentes são da forma

$f(i) = f(j) - (i - j)$, $1 \leq i \leq 7$ e $1 \leq j \leq i + 1$. Assim, é possível verificar se duas rainhas estão se atacando.

Pelo exemplo, se colocada outra dama em $e5$ — lembrando que já há uma dama em $c7$ e que $f(3) = 7$ — temos $f(5) = 5$. Como $f(7) = 3 < f(5) = 5$, a possibilidade é que seja uma diagonal descendente, pois o número da coluna é decrescente. Então, para verificar se as rainhas estão na mesma diagonal, utilizamos a primeira rainha ($c7$) como $f(i) = f(3)$, e a nova rainha ($e5$) como $f(j) = f(5)$. Dessa forma:

$$\begin{gathered} f(3) = f(5) - (3 - 5) \Longrightarrow \\ 7 = 5 - 2(-2) \Longrightarrow \\ 7 = 7 \end{gathered}$$

No caso de igualdade, a tentativa não é a solução do problema. Cada rainha nova colocada no tabuleiro deve ser verificada com todas as colunas anteriores.

A forma mais fácil de fazer esse trabalho árduo é com programação, visando automatizar e agilizar o cálculo. De qualquer forma, Nauck disponibilizou as 92 soluções para esse caso.

CAPÍTULO 7. OPERAÇÕES BÁSICAS E INFLUÊNCIA DO XADREZ

Este estudo, que é com aulas de xadrez voltadas à matemática, tem o objetivo de verificar se é eficaz o uso do xadrez como ferramenta para ensinar matemática e se o impacto é ainda mais significativo em crianças com TDAH.

O objetivo geral é obter informações, comparar dados e definir aplicabilidades de atividades de xadrez voltados à matemática e/ou utilizar o xadrez como ferramenta pedagógica com alunos com TDAH. Além disso, expor qual a relevância do xadrez no aprendizado de matemática para alunos com TDAH.

Nessa parte da pesquisa, alunos de uma escola de tempo integral da rede municipal de ensino de Maricá, localizada no centro da cidade, tiveram aulas de matemática utilizando o xadrez como ferramenta pedagógica. As aulas são de reforço para alunos de 7º e 8º ano que foram negligenciados de alguma forma e não conseguiram aprender as 4 operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) ensinadas desde o Ensino Fundamental 1. Como o recurso educacional foi elaborado para o Ensino Fundamental 2, o público-alvo está devidamente de acordo com o proposto.

Inicialmente, essas aulas envolvem apenas números naturais. Ao dominarem essas 4 operações com os números naturais, haverá a tentativa de introduzir o conceito de números negativos utilizando o xadrez. E, logo após isso, as frações.

Após finalizadas as aulas de operações básicas com números naturais, foi aplicada uma avaliação de caráter diagnóstico. Essa avaliação serve para medir se o aprendizado foi significativo, se o algoritmo foi aprendido e se o xadrez serviu seu papel nas aulas. Outra avaliação foi feita antes das aulas sobre frações para avaliar o tema ‘números negativos’.

Vale ressaltar que os dados obtidos através dos alunos com TDAH foram avaliados com outro objetivo: verificar se a dificuldade em aprender matemática causada pela falta de atenção desses alunos foi mitigada com as aulas de xadrez.

Também ressaltamos a necessidade de uma avaliação diagnóstica, mas em nosso caso não foi preciso devido a que o professor regente já havia apontado a necessidade de algum tipo de “reforço escolar” para os alunos, as aulas tiveram início com o tema Sistema de Numeração Decimal. Apenas um aluno (sem TDAH) desconhecia o assunto.

Antes de começar a falar sobre soma de números naturais (armar a conta), foi ministrada uma aula sobre a ideia de somar os números utilizando o xadrez. Claramente, não foi preciso ensinar que o símbolo 1 representa uma unidade de alguma coisa, pois os alunos já estão no Fundamental 2. A ideia é montar uma sequência de aulas sem começar pelo meio do caminho. As primeiras aulas começaram na primeira quinzena de agosto, contando com apenas 11 alunos de 7º ano e 5 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental.

Foi utilizado o sistema de pontuação das peças de xadrez, como citado em 6.1.3.2 desta dissertação. A princípio, houve alguma resistência por parte dos alunos porque a maioria não gostava de xadrez e boa parte não queria estar ali. Levou algumas aulas para que os problemas de autoestima e consciência do próprio aprendizado fossem resolvidos.

Com os problemas sanados, vários exemplos com o editor de tabuleiro do site `lichess.org` foram usados para que os alunos calculassem mentalmente quem estava com quantos pontos a menos. Um dos exemplos foi: olhem para a imagem do tabuleiro e diga qual jogador tem vantagem na pontuação: o jogador de pretas ou o de brancas?

Figura 19 - Exemplo de sala 1


[13]

FONTE: https://lichess.org/editor

Alguns ficaram em silêncio, mas os que se propuseram a responder, acertaram. Vale notar que todos os 6 alunos com TDAH que estavam presentes na sala responderam. Aparentemente, predominantemente hiperativos. Foi verificado o aprendizado da

[13]Resposta: Brancas atrás em 5 pontos ou Pretas na frente por 5 pontos. O bispo de casa clara das Brancas, que vale 3 pontos, equivale aos 3 peões perdidos das Pretas. Além disso, a torre de A1 das brancas vale 5 pontos.

operação soma com a lista de atividades sucintas e práticas disposta no anexo 1 do recurso educacional.

Aproveitando o exemplo acima em sala de aula, foi questionado aos alunos: essa torre que as Brancas perderam, significa que a pontuação é -5 pontos para as Brancas ou $+5$ pontos para as Pretas? A pergunta dividiu opiniões em sala, por mais que significassem a mesma coisa. Os que responderam que a pontuação é -5 pontos para as Brancas justificaram dizendo que as Brancas PERDERAM peças. Já os que justificaram que a pontuação é $+5$ pontos para as pretas justificaram que as pretas CAPTURARAM as peças das brancas. Um detalhe curioso é que os alunos falharam em perceber que a partida ainda não havia começado.

Um dos alunos com TDAH percebeu que o total de pontos de cada jogador é 39, inicialmente. A partir daí, as subtrações aconteceram sem necessidade de muita explicação, devido a familiaridade com pontuações de outros esportes. Para exercitar e verificar em sala de aula tal aprendizado, foram utilizados diversos exemplos de posições iniciais com peças faltando, além de questionar o cálculo de um jogo assim que um jogador perde alguma peça. Um desses exemplos foi:

Figura 20 - Exemplo de sala 2

FONTE: https://lichess.org/editor

Figura 21 - Exemplo de sala 3

FONTE: https://lichess.org/editor

Figura 22 - Exemplo de sala 4

FONTE: https://lichess.org/editor

seguido da pergunta: após a troca de peças, como está a pontuação da partida e como você calculou a resposta? Todos os que se propuseram a fazer, responderam corretamente e disseram ser fácil. Essa etapa teve como avaliação a atividade no anexo 2 do recurso educacional.

O próximo desafio foi introduzir a multiplicação. Com um tabuleiro físico, pedi para que os alunos contassem quantas casas o tabuleiro tinha. Após contarem as 64 casas do tabuleiro, cedi a informação de que uma das formas de se contar as 64 casas era multiplicando o número de linhas pelo número de colunas e expliquei o porquê na prática. Então, selecionamos a coluna A e contamos 8 casas. Depois, selecionamos a coluna B e contamos 8 casas. Um dos alunos perguntou se somaríamos de 8 em 8 até o final do tabuleiro. Outro aluno, esse com TDAH, disse: “então é a tabuada de 8”. Dadas as observações deles, disse que a tabuada era montada de acordo com a quantidade de vezes que se somava o número em questão, e nesse caso era o 8. A partir daí, pedi para que montassem tabuleiros de diversos tamanhos. Com os tabuleiros montados, foi pedido que contassem quantas casas cada tabuleiro tinha, sem que fosse contado de 1 em 1, como exposto na seção 6.1.3.

Na aula seguinte, após verificado que os interessados realizaram as atividades corretamente, foi pedido para construir uma tabuada utilizando o tabuleiro de xadrez. A ideia era que fossem numeradas as casas de forma que as respostas da tabuada aparecessem nas casas, assim:

Tabela 7: Tabuada no tabuleiro

8	16	24	32	40	48	56	64
7	14	21	28	35	42	49	56
6	12	18	24	30	36	42	48
5	10	15	20	25	30	35	40
4	8	12	16	20	24	28	32
3	6	9	12	15	18	21	24
2	4	6	8	10	12	14	16
1	2	3	4	5	6	7	8

Fonte: Elaborado pelo autor

Dessa forma, foi possível mostrar o total de casas de qualquer tabuleiro montado por eles com o limite de 8 linhas e 8 colunas. Para avaliar o aprendizado, foi utilizado a lista de exercícios do anexo 3 do recurso educacional.

Como os alunos não conseguem montar tabuleiros consideravelmente grandes, eles tiveram uma ajuda para realizar as multiplicações com números de 2 ou mais algarismos. Apesar de terem entendido o que é uma multiplicação, ainda faltava aprender o algoritmo. Dessa forma, a primeira multiplicação foi realizada pelo professor junto com os alunos. Apesar de o número ser grande, cada multiplicação que envolve o primeiro exercício é pequena. Com isso, eles não utilizaram a tabuada com ferramenta de apoio. O maior erro encontrado pelos alunos foi obedecer a “regra da escadinha”: ao multiplicar a dezena, começar o resultado pela casa das dezenas; ao multiplicar a centena, começar o resultado pela casa das centenas. Eis um exemplo visual da regra da escadinha:

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times\ \ 45 \\ \hline 615 \\ +492 \\ \hline \mathbf{5535} \end{array}$$

Para finalizar a primeira etapa, chegou a vez da divisão. Como os alunos estavam desenvolvendo bem as operações até agora, houve a tentativa de forma direta, como citado em 6.6.3: distribuir peças igualmente pelo tabuleiro. Com a ajuda do processo de construção do tabuleiro da tabuada da atividade anterior, os alunos foram capazes de traçar o caminho contrário e calcular com facilidade divisões simples. Ao aumentar os números, os alunos foram mostrando certa demora para realizar as contas mentalmente. Então, num tabuleiro físico, foram dados 40 peças para serem distribuídas igualmente entre as linhas do tabuleiro. Assim eles verificaram que havia 5 peças em cada linha. E mais, notaram o processo da atividade anterior ao somar de 5 em 5 e obter o resultado 40.

Para aumentar a dificuldade, foi montado um tabuleiro 20x20 e pedido que distribuíssem quantidades aleatórias em tabuleiros de tamanhos aleatórios, de forma que pudessem reparar que peças sobrariam a depender dos números da vez. A avaliação diagnóstica da vez é o anexo 4 do recurso educacional. Assim como a diagnóstica do anexo 3 do mesmo recurso para a multiplicação, o primeiro exercício deste anexo 4 foi feito pelo professor junto com os alunos. Mas, não é possível “desmembrar” os divisores em 2 números para efetuar a divisão, essa facilidade se limita à multiplicação. Por esse motivo, os alunos ficaram presos a montar a tabuada do divisor para efetuar a operação. O resultado da avaliação diagnóstica foi alarmante. Houve erros em todos os aspectos da operação. Os alunos mostraram que entenderam o que significa uma divisão durante as atividades em sala, mas na diagnóstica o resultado não foi satisfatório.

Com o ano letivo de 2024 da rede de Maricá ter sido dividido por bimestres, os alunos tiveram muito mais avaliações durante o ano. Por essa razão e por a escola ser de tempo integral, os alunos eram liberados mais cedo ou preferiram ir embora e não participar das atividades após o horário normal. As aulas eram ministradas de 15:30 a 17:10, após a saída do horário normal, que era 15:10.

Os alunos faltaram a maior parte das aulas no final do 4º bimestre, e por isso, ficou inviável continuar o trabalho de ensinar a introdução aos números negativos e aos números racionais utilizando xadrez e os outros tópicos.

Apesar de não ter dado tempo de terminar o planejado, é compreensível dizer que o xadrez foi útil como ferramenta pedagógica. No que foi possível utilizar o xadrez, os alunos tiveram um ótimo aproveitamento, compreenderam bem, anteciparam informações e, além de tudo, se divertiram.

Os alunos com TDAH foram os mais participativos e os que mais mostraram interesse em aprender matemática fora da lousa. Entusiasmados como esperado, fizeram perguntas, tentaram comparações e reconheceram padrões com facilidade. Do ponto de vista comportamental, devido ao ambiente propício e o interesse despertado, foi possível observar que se mantiveram adequadamente comportados e, se comparados com os demais colegas, bastante quietos.

Dito isso, é seguro afirmar que, segundo a pesquisa feita, o xadrez traz muitos pontos positivos para a sala de aula: comportamento mais adequado, ruídos menores, alunos mais concentrados nas tarefas, mais facilidade em entender matemática, mais uma ferramenta pedagógica para analogias…

A aplicação da avaliação diagnóstica após as atividades com o xadrez permitiu identificar avanços significativos no aprendizado das operações básicas, bem como dificuldades específicas que ainda persistem. De modo geral, os alunos demonstraram bom desempenho em adição, subtração e multiplicação, indicando que conseguiram assimilar os conceitos fundamentais dessas operações ao longo das aulas. No entanto, em relação à divisão, foi observada uma lacuna importante: embora tenham compreendido o conceito da operação, não conseguiram aplicar o algoritmo da divisão quando o divisor possuía dois ou mais algarismos.

Durante as atividades, os alunos apresentaram resistência inicial e desinteresse, características que também se refletiram na avaliação. Poucos questionavam ou pediam esclarecimentos, o que pode ter dificultado uma aprendizagem mais aprofundada. Comentários como “Eu entendi a ideia, mas não sei como fazer essa conta” ou “Se o número for pequeno, eu consigo dividir” sugerem que a principal barreira encontrada foi a falta de familiaridade com o algoritmo tradicional da divisão.

A apatia inicial dos alunos e sua aparente insegurança em questionar o professor podem ter influenciado a dificuldade em avançar no domínio completo da divisão. A ausência de participação ativa nas aulas pode ter limitado a consolidação do processo operacional da divisão com números maiores. Dessa forma, para fortalecer a aprendizagem, será necessário adotar estratégias mais interativas e didáticas que incentivem os alunos a praticarem o algoritmo da divisão utilizando materiais concretos, jogos ou desafios progressivos que os estimulem a aplicar o conceito de forma estruturada e confiante.

CAPÍTULO 8. XADREZ COMO ESPORTE E A INFLUÊNCIA NA MATEMÁTICA

Essa etapa da pesquisa é baseada na autoavaliação dos alunos de uma outra unidade escolar da mesma rede, dessa vez de horário parcial, também no centro de Maricá, que praticam xadrez pelo esporte, sem ligação específica com a matemática. Além disso, o histórico é comparado com as notas atuais dos praticantes de xadrez para verificar, na prática, o efeito que o xadrez tem no desempenho em matemática na escola; e ainda verificar se os alunos com TDAH tiveram alguma melhora nos resultados das avaliações de matemática.

Os alunos dessa unidade escolar têm aulas de xadrez com um outro professor, que não é de matemática. Dessa forma, é possível avaliar a influência isolada do xadrez no desempenho escolar dos alunos, relevante ou não. Esses alunos estão cursando o Ensino Fundamental 2, que vai do 6º ano até o 9º ano.

Os alunos que praticam xadrez foram submetidos ao questionário (apêndice 1) para informar se acham que o xadrez tem alguma influência fora das próprias aulas de xadrez, se matemática ficou um pouco mais fácil de entender após o início das aulas de xadrez etc. Eles também tiveram o histórico analisado, com as devidas permissões, para que seja reforçada as informações coletadas no questionário.

O questionário foi composto por 3 perguntas identitárias e 6 perguntas sobre a experiência do aluno com o xadrez. Ao todo, 34 alunos responderam o questionário. Desses 34, 4 alunos têm TDAH. Desses 4, 2 têm outros transtornos ou deficiências, o que posteriormente levou à dificuldade de analisar boletins, já que alguns alunos com transtornos ou deficiências são avaliados por relatórios descritivos, e não por notas e avaliações padronizadas. O questionário foi disponibilizado e respondido na primeira quinzena de dezembro de 2024, no final do ano letivo, quando as aulas e treinos de xadrez estavam perto de se encerrar.

Para expor os resultados de forma separada, a seção começa com as respostas dos alunos com TDAH. Todos os 4 alunos com TDAH praticam xadrez há menos de 1 ano. Os 2 alunos que têm apenas TDAH responderam que a concentração nas aulas melhorou e 1 deles respondeu que se sente mais paciente. Já os outros 2, que têm outros transtornos, responderam que não sentem diferença dentro ou fora do ambiente escolar. Acerca do entendimento da matemática e rendimento escolar, as respostas variaram: os que têm apenas TDAH deram respostas positivas, e os outros 2 alunos não souberam responder[14]. À última pergunta, os 4 alunos responderam que viram o xadrez ser usado para ensinar geometria e autocontrole.

Quanto às respostas dos demais alunos, foi feito um levantamento estatístico:

- $36,7\%(11)$ começaram a jogar xadrez em 2024. $63,3\%(19)$ jogam há mais de um ano;
- $86,7\%(26)$ relataram que o xadrez influenciou positivamente o comportamento dentro da escola: $50\%(13)$ tiveram melhor concentração nas aulas, $30,8\%(8)$ relataram ser mais pacientes e ter mais controle emocional e $19,2\%(5)$ disseram conseguir se organizar melhor para estudar;
- $80\%(24)$ tiveram o comportamento fora da escola influenciado positivamente: $41,7\%(10)$ se organizam melhor no dia a dia, $37,5\%(9)$ decidem as coisas com mais calma e $20,8\%(5)$ resolvem problemas com mais facilidade;
- Numa escala de 0 a 10, $63,3\%(19)$ dos alunos avaliaram superior a 7 o quanto o xadrez facilitou o entendimento de matemática;
- $76,7\%(23)$ melhoraram o rendimento escolar após começar a praticar xadrez;
- $73,3\%(22)$ dos alunos viram o xadrez ser utilizado para ensinar outros assuntos: $68,2\%(15)$ citaram matemática, $36,4\%(8)$ citaram geometria, $9,1\%(2)$ citaram geografia, ninguém citou autocontrole.

Com isso, pode-se afirmar que os alunos entendem que o xadrez é algo muito positivo dentro e fora da escola, facilita a matemática e tem um certo efeito no treino do comportamento. Quanto aos alunos com TDAH, eles percebem que o xadrez é uma ferramenta poderosa para treinar o comportamento e a concentração.

Após o preenchimento do calendário, foi solicitado à secretaria da escola o boletim dos alunos que participam dos treinos de xadrez. Os boletins solicitados são os bimestrais de 2024 e a média final de 2023 para que fossem comparados. Vale ressaltar que na rede de Maricá, matemática e geometria são avaliados separadamente.

Ao analisar os boletins de 2024, apenas 1 aluno teve uma nota abaixo da média no 2º bimestre em matemática durante todo o ano letivo. Além disso, não houve nenhuma média final de 2024 menor que 2023. E ainda, nenhum aluno que pratica xadrez

[14] Alguns alunos são avaliados por relatório e não têm notas nas avaliações. A equipe da orientação pedagógica verifica se os métodos avaliativos estão de acordo com cada aluno e adequam esses métodos avaliativos. Normalmente, os alunos quem têm o método de avaliação alterado são laudados com transtornos, síndromes ou deficiências.

nessa escola ficou com média final abaixo do necessário para progredir à série seguinte.

Interessante analisar como os alunos adolescentes enxergam suas trajetórias e seus comportamentos em relação ao xadrez. Mesmo praticando apenas pelo esporte, eles conseguem falar sobre e avaliar seus comportamentos, atividades pedagógicas e notas se forem as perguntas certas.

Ainda que estivessem praticando o xadrez há pouquíssimo tempo, eles foram capazes de perceber que o xadrez os tornou mais pacientes e críticos, fez com que pensassem mais antes de agir, e em alguns casos, até melhorou as notas e rendimentos na escola. Importante notar que nessa pesquisa, os alunos com TDAH tiveram suas respostas um pouco mais próximas das respostas comuns, mas ainda positivas.

CAPÍTULO 9. SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A matemática é uma ciência cumulativa, e seu ensino deve seguir uma progressão lógica que respeite as conexões entre os conceitos. Introduzir um novo tema sem garantir a compreensão do anterior pode gerar lacunas no aprendizado e comprometer o desenvolvimento do raciocínio matemático. Assim, cabe ao professor garantir que cada conceito seja consolidado antes de avançar para o próximo, permitindo que os alunos construam seu conhecimento de forma estruturada, coerente e significativa.

Pensando nisso, foi elaborada uma proposta de sequência didática que gostaria de ter aplicado em turmas de 9° ano, mas por limitações de lotação e ética com colegas de rede, tempo disponível e gestão de professores, não foi possível. A ideia dessa proposta é elaborar uma sequência de aulas e atividades para alunos que estão ingressando no Ensino Médio e precisam estar familiarizados com conceitos básicos necessários em matemática e física, como operações básicas, plano cartesiano, par ordenado, vetores etc. Até que se finalize as atividades de operações básicas de números naturais, fica sugerido o exposto no capítulo 6 e 7 desta dissertação.

O primeiro contato dos alunos com os números no xadrez pode ocorrer por meio da contagem das casas do tabuleiro, da numeração das colunas e linhas e da contagem das peças. Os números naturais surgem naturalmente no jogo, permitindo atividades como contar movimentos e peças. Ao introduzir os números inteiros, pode-se relacioná-los a ganhos e perdas durante a partida. Um sistema de pontuação pode ser estabelecido em que cada peça tem um valor positivo e, ao ser capturada, subtrai-se esse valor do total de pontos do jogador. Essa abordagem ajuda os alunos a entenderam a existência de números negativos. Os números racionais podem ser abordados por meio da fração do tabuleiro ocupada por determinadas peças ou pelo cálculo da razão entre o número de peças capturadas e o total inicial. Assim descrito, finaliza-se a seção de conjuntos.

Os alunos podem praticar as operações básicas contando movimentos ou pontuações ao longo do jogo. A soma e a diferença entre valores das peças capturadas reforçam esses conceitos. A multiplicação pode ser explorada ao analisar quantas casas uma peça percorre em múltiplos movimentos, ao calcular combinações de possíveis jogadas, ou — a forma mais efetiva, por vivência — pela multiplicação retangular utilizando vários tamanhos de tabuleiros. Para ilustrar a divisão, recomenda-se dividir o tabuleiro em regiões menores e discutir a distribuição equitativa das peças. Lembrando que essas operações têm seus algoritmos a serem aprendidos para que os conceitos aprendidos possam ser utilizados fora do contexto do xadrez. Como exposto anteriormente, o algoritmo da divisão não foi assimilado utilizando apenas o xadrez como ferramenta pedagógica. Aqui, sugere-se outra abordagem, ainda que a tradicional. Ainda assim, cabe a mesma avaliação diagnóstica do anexo 4 do recurso educacional.

Agora que os alunos estão nivelados com as operações básicas, pode-se seguir para conteúdos mais avançados, como plano cartesiano, par ordenado, vetor, matriz e tabela. A partir de agora, as atividades e orientações seguem o exposto no recurso educacional, no apêndice 3.

O tabuleiro de xadrez pode ser diretamente associado ao plano cartesiano, pois consiste em um sistema de coordenadas com linhas horizontais e colunas verticais (ver figura 13, p. 50). Tradicionalmente, no xadrez, colunas são nomeadas de a a h, e as linhas numeradas de 1 a 8. No entanto, para fins dessa atividade, podemos reinterpretar o tabuleiro como um sistema de coordenadas puramente numéricas (x, y), em que a casa de $a1$ é o ponto $(1, 1)$. Para praticar o aprendizado, os alunos podem localizar peças no tabuleiro, movimentar com deslocamentos no plano cartesiano ou praticar outros jogos de localização. Cada peça do xadrez tem padrões de movimentos fixos, que podem ser representados por vetores. Isso permite que os alunos compreendam deslocamentos em duas direções simultaneamente e a importância da orientação no plano. Os pares ordenados referentes aos movimentos das peças listados na página 50, servem como referência para os vetores que movimentam as peças. Por exemplo: o vetor que movimenta o cavalo é o $\vec{c} = (\pm 1, \pm 2)$ ou $\vec{c} = (\pm 2, \pm 1)$. Dessa forma, é possível transladar o cavalo de uma casa (x, y) para a casa $(x \pm 1, y \pm 2)$ ou $(x \pm 2, y \pm 1)$, respeitando os limites do tabuleiro. Para exercitar o tema vetores, os alunos podem prever movimentos de determinada peça dado um vetor de deslocamento, explorar movimentos com vetores de sinais trocados, ou analisar um conjunto de vetores que representem uma sequência de movimentos. Como avaliação diagnóstica, sugere-se as atividades propostas no anexo 5 do recurso educacional, no apêndice 3.

O tabuleiro de xadrez também pode ser representado por uma matriz 8x8 (vide 6.3.1), em que cada posição contém um valor que indica se há ou não uma peça, e qual tipo de peça está ali presente.

$$\begin{bmatrix} T & C & B & D & R & B & C & T \\ P & P & P & P & P & P & P & P \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P & P & P & P & P & P & P & P \\ T & C & B & D & R & B & C & T \end{bmatrix}$$

Ainda em 6.3.1, é mostrado que é possível identificar matrizes que correspondem aos movimentos das peças, seja por soma (matrizes 1x2) ou por produto (matrizes 2×2) de matrizes. Como proposta de atividades deste tema, sugere-se preencher matrizes 8x8 de uma posição de um jogo em andamento, movimentar peças para identificar matrizes utilizando o método exposto no capítulo 5 do recurso educacional. Como avaliação diagnóstica, utilize o anexo 6 do recurso educacional do apêndice 3.

Finalmente, o ensino do uso de tabelas. Aqui, como análise e registro de dados de uma partida. O xadrez segue um sistema padronizado de notação para registrar os movimentos, permitindo que os alunos compreendam a importância da organização de informações. Recomenda-se ler atentamente o objetivo do capítulo 6 do recurso educacional e as tabelas da seção 6.3.2 desta dissertação. Para treinar a organização de dados e interpretação de tabelas, recomenda-se registrar partidas de xadrez anotando os movimentos em tabelas, analisar quantas peças foram capturadas, e explorar frequência de certos movimentos em diferentes partidas. Como avaliação diagnóstica, recomenda-se o anexo 7 do recurso educacional do apêndice 3.

CAPÍTULO 10. CONCLUSÃO

Independentemente de ser utilizado como esporte ou ferramenta pedagógica, o xadrez é de extremo valor para ensinar matemática, seja para alunos com TDAH ou regulares. Nessa pesquisa, o número de alunos em ambos os estudos é pequeno. Então é seguro dizer que os resultados encontrados são relativos às turmas específicas, e pode ou não funcionar da mesma forma em outras turmas. Cabe ao professor leitor ponderar o uso das ferramentas e métodos aqui expostos.

Seja como esporte, para autoconhecimento, pensar antes de agir, ter mais paciência, ter mais calma, melhorar o trabalho em equipe; ou ainda como ferramenta pedagógica para deixar o aluno mais concentrado, com comportamento mais adequado, para facilitar o entendimento de matemática com analogias mais palpáveis; o xadrez é um forte aliado do docente numa tentativa de alcançar os alunos no ensino de matemática.

Junto com um bom trabalho docente, como planejamento, método adequado, e conhecimento das necessidades dos discentes, o xadrez pode ser uma ferramenta que falta para que seus alunos possam entender algum conteúdo ou até mesmo se comportar melhor, a depender do seu objetivo como professor.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Léo Pasqualini de; SILVA, Vander Pereira da. **Xadrez terapêutico**. Revista Mundi Engenharia, Tecnologia e Gestão, Paranaguá, v. 5, n. 1, p. 209-1,209-16, fev. 2021. Disponível em: https://revistas.ifpr.edu.br/index.php/mundietg/article/view/1050/915. Acesso em: 06 set. 2024.

APAE DE VILA VELHA. **A história das Apaes**. Vila Velha: APAE-ES, s.d. Disponível em: https://www.apaees.org.br/files/meta/b9f4a423-b282-43c3-889a-07d394a6cb3d/49fd7137-a301-4206-b69d-1ee5e2b89d16/276.pdf. Acesso em: 13 maio 2025.

BARKLEY, Russel A. et al. **Transtorno de déficit de atenção/hiperatividade: manual para diagnóstico e tratamento**. 3. ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 2008. 782 p. ISBN 978-85-363-1466-2.

BATISTA DOS SANTOS, Jorge. **A Matemática: dificuldade no processo de ensino-aprendizagem no Ensino Médio do Colégio Estadual Dr. Jessé Fontes**. Monografias Brasil Escola, 2024. Disponível em: https://monografias.brasilescola.uol.com.br/matematica/a-matematica-dificuldades-no-processo-ensino-aprendizagem.htm. Acesso em: 07 maio 2024.

BELÃO, Beatriz Dias; PAIVA, Edilaine Teixeira. **A propensão do TDAH para vícios em estímulos dopaminérgicos de rápido retorno**. Itapeva: Faculdade de Ciências Sociais e Agrárias de Itapeva – FAIT, [2023 ou 2024]. Revista Científica Eletrônica de Ciências Aplicadas da FAIT. Disponível em: https://revista.fait.edu.br/cloud/artigos/2024/05/20240504110248-01100.pdf. Acesso em: 09 out. 2024.

Biblioteca Virtual em Saúde. **TRANSTORNO DO DÉFICIT DE ATENÇÃO COM HIPERATIVIDADE**. 2014. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/transtorno-do-deficit-de-atencao-com-hiperatividade-tdah/. Acesso em: 11 maio 2024.

BRASIL. Comitê Nacional de Educação em Direitos Humanos. **Plano Nacional de Educação em Direitos Humanos**. Brasília: Secretaria Especial dos Direitos Humanos, 2007.

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica**. Resolução n° 2, de 11 de setembro de 2001. Institui Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica. Brasília: MEC, 2001.

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica**. Resolução n° 4, de 2 de outubro de 2009. Institui Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial. Brasília: MEC, 2009.

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno**. Resolução n° 1, de 18 de fevereiro de 2002. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. **Constituição (1988)**. Constituição da República Federativa do Brasil. Brasília, DF: Senado Federal, 1988.

BRASIL. **Decreto n° 3.298, de 20 de dezembro de 1999**. Regulamenta a Lei n° 7.853, de 24 de outubro de 1989, dispõe sobre a Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, consolida as normas de proteção, e dá outras providências. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, 21 dez. 1999.

BRASIL. **Decreto n° 3.956, de 8 de outubro de 2001**. Promulga a Convenção Interamericana para a Eliminação de Todas as Formas de Discriminação contra as Pessoas Portadoras de Deficiência. *Diário Oficial da União*, 9 out. 2001.

BRASIL. **Decreto n° 5.626, de 22 de dezembro de 2005**. Regulamenta a Lei n° 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras, e o art. 18 da Lei n° 10.098, de 19 de dezembro de 2000. *Diário Oficial da União*, 23 dez. 2005.

BRASIL. **Decreto n° 6.094, de 24 de abril de 2007**. Dispõe sobre a implementação do Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação, pela União Federal, em regime de colaboração com Municípios, Distrito Federal e Estados, e a participação das famílias e da comunidade, mediante programas e ações de assistência técnica e financeira, visando a mobilização social pela melhoria da qualidade da educação básica. *Diário Oficial da União*, 25 abr. 2007.

BRASIL. **Decreto n° 6.571, de 17 de setembro de 2008**. Dispõe sobre o atendimento educacional especializado, regulamenta o parágrafo único do art. 60 da Lei n° 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e acrescenta dispositivo ao Decreto n° 6.253, de 13 de novembro de 2007. *Diário Oficial da União*, 18 set. 2008.

BRASIL. **Decreto n° 6.949, de 25 de agosto de 2009**. Promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência e seu Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007. *Diário Oficial da União*, 26 ago. 2009.

BRASIL. **Decreto n° 72.425, de 3 de julho de 1973**. Cria o Centro Nacional de Educação Especial (CENESP). *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, 4 jul. 1973.

BRASIL. **Decreto n° 7.611, de 17 de novembro de 2011**. Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências. *Diário Oficial da União*, 18 nov. 2011.

BRASIL. **Decreto n° 93.613, de 21 de novembro de 1986**. Extingue órgãos do Ministério da Educação, e dá outras providências. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, 24 nov. 1986.

BRASIL. **Lei n° 10.172, de 9 de janeiro de 2001**. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências. *Diário Oficial da União*, Brasília, 10 jan. 2001.

BRASIL. **Lei n° 10.436, de 24 de abril de 2002**. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras e dá outras providências. *Diário Oficial da União*, Brasília, 25 abr. 2002.

BRASIL. **Lei n° 12.764, de 27 de dezembro de 2012**. Institui a Política Nacional de Proteção dos Direitos das Pessoas com Transtorno do Espectro Autista; e altera o § 3° do art. 98 da Lei n° 8.112, de 11 de dezembro de 1990. *Diário Oficial da União*, 28 dez. 2012.

BRASIL. **Lei n° 13.005, de 25 de junho de 2014**. Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE e dá outras providências. *Diário Oficial da União*, 26 jun. 2014.

BRASIL. **Lei n° 13.146, de 6 de julho de 2015**. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). *Diário Oficial da União*, 7 jul. 2015.

BRASIL. **Lei n° 13.632, de 6 de março de 2018**. Altera a Lei n° 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), para dispor sobre educação e aprendizagem ao longo da vida. *Diário Oficial da União*, 7 mar. 2018.

BRASIL. **Lei n° 14.254, de 30 de novembro de 2021**. Dispõe sobre o acompanhamento integral para educandos com dislexia ou Transtorno do Déficit de Atenção com Hiperatividade (TDAH) ou outro transtorno de aprendizagem. *Diário Oficial da União*, 1 dez. 2021.

BRASIL. **Lei n° 4.024, de 20 de dezembro de 1961**. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, 20 dez. 1961.

BRASIL. **Lei n° 5.692, de 11 de agosto de 1971**. Fixa as Diretrizes e Bases para o ensino do 1° e 2° graus, e dá outras providências. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, 11 ago. 1971.

BRASIL. **Lei n° 7.583, de 24 de outubro de 1989**. Dispõe sobre o apoio às pessoas portadoras de deficiência, sua integração social, sobre a Coordenadoria Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, 24 out. 1989.

BRASIL. **Lei n° 8.069, de 13 de julho de 1990**. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. *Diário Oficial da União*, Brasília, 16 jul. 1990.

BRASIL. **Lei n° 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União Brasília, 23 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 09 abr. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano de Desenvolvimento da Educação: razões, princípios e programas**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2007.

BRASIL. **Ministério da Educação**. *Plano Nacional de Educação: PNE 2014-2024*. Brasília, DF: MEC, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação: PNE 2014-2024**. Brasília, DF: MEC, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília: MEC/SEESP, 2008. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/politica.pdf. Acesso em: 22 maio 2024.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Entre 5% e 8% da população mundial apresenta Transtorno de Déficit de Atenção com Hiperatividade**. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 03 nov. 2022. Disponível em: https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2022/setembro/entre-5-e-8-da-populacao-mundial-apresenta-transtorno-de-deficit-de-atencao-com-hiperatividade. Acesso em: 03 out. 2024.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Ministério da Saúde coordena tradução do novo Código Internacional de Doenças para a língua portuguesa**. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 03 nov. 2022. Disponível em: https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2022/julho/ministerio-da-saude-coordena-traducao-do-novo-codigo-internacional-de-doencas-para-a-lingua-portuguesa. Acesso em: 09 out. 2024.

CABRAL, Dilma. **Instituto dos Meninos Cegos (1889-1930)**. Arquivo Nacional MAPA Memória da Administração Pública Brasileira, 2024. Disponível em: https://mapa.arquivonacional.gov.br/index.php/dicionario-primeira-republica/815-instituto-dos-meninos-cegos. Acesso em: 12 maio 2024.

CÉSAR MORGADO, Augusto; CEZAR PINTO CARVALHO, Paulo. **Matemática Discreta**. 3. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2022. 308 p. ISBN 978-85-8337-178-6.

LEITÃO, Rafael. **CONHEÇA ALGUNS DOS TERMOS-CHAVE DO XADREZ**. 2024. Disponível em: https://rafaelleitao.com/termos-chave-do-xadrez/. Acesso em: 22 maio 2024.

DE OLIVEIRA GUERREIRO, Ariel. **Ensino de História: Metodologia e recursos para o atendimento de alunos com TEA**. 2023. 30 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em História) - UFF, Niterói, 2023.

Declaração de Salamanca: Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais. Salamanca, Espanha, 1994.

Declaração Mundial sobre Educação para todos: satisfação das necessidades básicas de aprendizagem. Jomtien, Tailândia, 1990.

ELDAOU, B. M. N.; EL-SHAMIEH, S. I. **The effect of playing chess on the concentration of ADHD students in the 2nd cycle. Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 192, p. 638-643, 2015. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187704281503582X. Acesso em: 05 jul. 2024.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. 54. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.

HEFEZ, Abramo. **Aritmética**. 3. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2022. 285 p. ISBN 978-85-8337-181-6.

Associação Pestalozzi de Goiânia-GO. **HISTÓRIA DA ASSOCIAÇÃO PESTALOZZI**. 2024. Disponível em: https://pestalozzigoiania.org/historia-da-pestalozzi/. Acesso em: 13 maio 2024.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais**. 1. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013. 249 p. ISBN 897-85-85818-81-4.

MARCHESAN, A.; CAPENEDO, R. F. **Capacitismo: entre a designação e a significação da pessoa com deficiência**. Revista Trama, v. 17, n. 40, p. 45-55, 2021.

NAPIER, John. **Rabdology**. Tradução de William F. Richardson. Introdução de Robin Rider. Cambridge, Mass.: MIT Press; Los Angeles: Tomash Publishers, 1990.

Associação Brasileira de Déficit de Atenção. **O QUE É TDAH**.[s.d.]. Disponível em: https://tdah.org.br/sobre-tdah/o-que-e-tdah/. Acesso em: 11 maio 2024.

OLESKOVICZ, Caio. **Xadrez através dos séculos #1**. Chess.com, 2023. Disponível em: https://www.chess.com/pt-BR/article/view/xadrez-origem-primeiros-jogadores-destaque. Acesso em: 3 ago. 2024.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS. **Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência**. Nova Iorque, 2006.

ORGANIZAÇÃO DOS ESTADOS AMERICANOS. **Convenção Interamericana para a Eliminação de Todas as formas de Discriminação contra as Pessoas com Deficiência**. Guatemala, 1999.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. **CID-10: Classificação Estatística Internacional de Doenças com disquete Vol. 1**. São Paulo: Edusp, 1994.

PAULS, Emil. Das Maximalproblem der Damen auf dem Schachbrete. **Deutsche Schachzeitung**, Leipzig, v. 29, n. 9, p. 257-267, set. 1874.

MENDES, Rafael Pereira da Silva. **Educação Inclusiva**. 2024. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/educacao/educacao-inclusiva.htm. Acesso em: 07 maio 2024.

SHANNON, Claude Elwood. **Programming a Computer for Playing Chess**. Philosophical Magazine, Murray Hill, v. 41, n. 314, p. 256-275, mar. 1950.

TIAGO WÜRTH. **Centro Histórico do Movimento Pestalozziano Profª Sarah Couto Cesar**, 2024. Disponível em: https://centrohistoricosarahcesar.org.br/tiago-wurth/. Acesso em: 13 maio 2024.

UNESCO. **Educação 2030: Declaração de Incheon e Marco de Ação para a implementação do Objetivo e Desenvolvimento Sustentável 4**. Incheon, 2015.

WALKER, George. **GAMES AT CHESS: played by Phillidor and his contemporaries**. 1. ed. Londres: Sherwood, Gilbert & Piper, 1835. 112 p.

WEISSTEIN, Eric W. **Chess. MathWorld – A Wolfram Web Resource**. Disponível em: https://mathworld.wolfram.com/Chess.html. Acesso em: 22 maio 2024.

ZENI, J. R. R. **Um Software para o Problema das 8 Rainhas**. Rio de Janeiro: 2007.

APÊNDICE 1[15]

1. E-mail.
2. Qual seu nome?
3. Qual sua turma?
4. Pratica xadrez há quanto tempo?
5. Acha que o xadrez influenciou seu comportamento dentro do ambiente escolar? Como?

    - Melhorou muito
    - Melhorou
    - Nada mudou
    - Piorou
    - Piorou muito

    Outro? R:

6. Acha que o xadrez influenciou seu comportamento fora da escola?

    - Melhorou muito
    - Melhorou
    - Nada mudou
    - Piorou
    - Piorou muito
    - Concentração
    - Paciência
    - Controle emocional
    - Organização

    Outro? R:

7. Acha que passou a entender matemática com mais facilidade depois que começou a praticar xadrez? De 0 a 10, avalie o quanto o xadrez facilitou a matemática para você.

[15] Após a defesa da dissertação, o questionário foi alterado seguindo sugestões, de forma que algumas perguntam passam a ter opções de resposta para evitar respostas em branco.

8. Seu rendimento, desempenho ou nota melhorou se comparado com a época em que não praticava xadrez?

9. Já viu o xadrez ser utilizado para ensinar ou aprender outro assunto, como matemática, geometria, geografia ou autocontrole? Se sim, qual?

APÊNDICE 2 - QUESTIONÁRIO ANTIGO

1. E-mail.
2. Qual seu nome?
3. Qual sua turma?
4. Pratica xadrez há quanto tempo?
5. Acha que o xadrez influenciou seu comportamento dentro do ambiente escolar? Se sim, diga como.
6. Acha que o xadrez influenciou seu comportamento fora da escola? Se sim, diga como.
7. Acha que passou a entender matemática com mais facilidade depois que começou a praticar xadrez? De 0 a 10, avalie o quanto o xadrez facilitou a matemática para você.
8. Seu rendimento, desempenho ou nota melhorou se comparado com a época em que não praticava xadrez?
9. Já viu o xadrez ser utilizado para ensinar ou aprender outro assunto, como matemática, geometria, geografia ou autocontrole? Se sim, qual?

APÊNDICE 3

RECURSO EDUCACIONAL

XADREZ COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA

GABRIEL DE SOUZA SARDINHA DA SILVA
MITCHAEL ALFONSO PLAZA MARTELO

Niterói - 2025

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Este recurso educacional é um produto da dissertação de mestrado intitulada "*XADREZ, MATEMÁTICA E TDAH: DE OPERAÇÕES BÁSICAS AO CONCEITO DE MATRIZ*" que foi inspirado na experiência individual como docente na rede pública de ensino básico (SILVA, 2025).

Este recurso educacional propõe o uso do xadrez como suporte para o ensino de operações matemáticas e conceitos como tabelas, matrizes, par ordenado e vetores. O recurso foi desenvolvido para ser aplicado tanto em turmas do Ensino Fundamental 2 (6º ao 9º) que necessitam de resgate de currículo, priorizando o aprendizado de operações básicas; quanto em turmas regulares, também do Ensino Fundamental 2, em que os conteúdos abordados são um pouco mais avançados. O objetivo é oferecer uma metodologia diferenciada e inclusiva, permitindo que todos os alunos, incluindo aqueles com TDAH, desenvolvam suas habilidades matemáticas de forma mais dinâmica e significativa.

Para a aplicação do recurso, recomenda-se a realização de uma avaliação diagnóstica nas turmas regulares. A avaliação diagnóstica é dispensada nas turmas em que se tem intenção de ensinar as operações básicas, uma vez que a criação dessa turma pressupõe uma análise prévia das dificuldades dos alunos. Já para as turmas regulares, é fundamental que os estudantes tenham tido um contato inicial com os conteúdos abordados para melhor aproveitamento das atividades.

Essa proposta pedagógica foi aplicada majoritariamente com sucesso no contexto da dissertação, demonstrando seu potencial para aprimorar o ensino de matemática e estimular o engajamento dos alunos, especialmente aqueles com TDAH, como exposto no capítulo 7 da dissertação

2. PROPOSTA

A presente proposta visa utilizar o xadrez como ferramenta pedagógica para ensinar operações básicas a alunos do 7° e 8º ano, com foco especial naqueles que apresentam Transtorno do Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH). O jogo de xadrez, por sua natureza estratégica e dinâmica, possibilita um ambiente lúdico e estimulante, favorecendo o raciocínio lógico, a concentração e o desenvolvimento da autonomia no aprendizado.

A proposta está organizada em duas frentes. A primeira é mais elementar, na qual os alunos trabalham as operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) de maneira contextualizada com os elementos do xadrez. O recurso está estruturado em atividades progressivas para garantir que os alunos compreendam os conceitos das operações antes de começar a praticar os algoritmos de cada operação, elencadas no capítulo 3 deste recurso. A segunda frente um pouco mais avançada, onde são exploradas atividades relacionadas a conceitos matemáticos como tabelas, matrizes, pares ordenados e vetores, também vinculados ao jogo, dispostas no capítulo 4.

Com essa abordagem, espera-se que os alunos desenvolvam uma relação menos repulsiva com a matemática, superando dificuldades por meio de um aprendizado mais concreto. O uso do xadrez como suporte didático busca fazer com que os alunos se concentrem com mais facilidade, tomem decisões mais assertivas e se planejem melhor. Estas são competências essenciais para seu desenvolvimento acadêmico e pessoal.

3. OPERAÇÕES BÁSICAS COM NÚMEROS NATURAIS

3.1 ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Não deixe de verificar o público-alvo das aulas e atividades. Adapte sempre que necessário. Lembre-se que as atividades deste capítulo são voltadas para alunos do Ensino Fundamental 2. Então são alunos com defasagem nos conteúdos e já com certa bagagem.

Caso necessário, utilize variações dos exercícios para suprir possíveis demandas em sala de aula. O xadrez é rico em variações, então não se sinta preso(a) ao que está sendo apresentado aqui.

Verifique também o quanto seus alunos estão interessados em aprender as operações, se eles sabem a importância da escola na vida deles, e o quão chato eles acham o xadrez. É importante mostrar que o xadrez não vai complicar ainda mais as coisas. Antes de começar qualquer atividade a seguir, lembre-se que os alunos devem ter algum nível de familiaridade com o xadrez, como conhecer o nome das peças e seus movimentos. Caso seja notado que ainda não possuem algum conhecimento do xadrez, é adequado que o professor introduza o esporte antes de tratar os assuntos matemáticos.

3.2 ADIÇÃO

Objetivo

O objetivo principal é que o aluno aprenda o significado da adição e juntar quantidades. Com isso, é possível introduzir o algoritmo da soma[1] posteriormente.

Habilidade BNCC: EF01MA08

Resolver e elaborar problemas de adição e subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

Material Necessário

Tabuleiro de xadrez físico ou plataforma online com ferramenta de edição de tabuleiro. Para a plataforma online é necessário acesso à internet. Quadro negro/branco é opcional.

Desenvolvimento

Levando em consideração que os alunos já tiveram algum contato com o xadrez anteriormente, apresenta-se a tabela com informações sobre a pontuação de cada peça do xadrez.

[1] Por não se tratar de uma turma regular, talvez seja interessante falar sobre o sistema de numeração decimal junto com o algoritmo da adição.

Tabela 1: Pontuação das peças

PEÃO	1 PONTO
CAVALO	3 PONTOS
BISPO	3 PONTOS
TORRE	5 PONTOS
DAMA	9 PONTOS
REI	SEM PONTUAÇÃO[2]

Fonte: Elaborado pelo autor

Ignorando situações adversas, é pedido aos alunos para comparar qual de dois jogadores tem mais pontuação com base nas peças que sobraram no tabuleiro. Por exemplo:

Figura 1 - Adição

FONTE: https://lichess.org/editor

Observe a diferença na velocidade e entusiasmo da resposta dos alunos com TDAH. Isso pode se dar pela competitividade, para chamar atenção, ou pelo foco (em casos de respostas rápidas) ou pela falta de foco (em casos dos desatentos).

Outra forma de trabalhar a adição utilizando o xadrez é pedir para que os alunos organizem as peças brancas com uma pontuação de 0 a 39, e depois as pretas. Por exemplo: organize as peças brancas com 22 pontos e as pretas com 24. Fique à vontade para alterar as pontuações.

[2] O rei não possui pontuação, pois não faz sentido pontuar uma peça que não pode ser capturada (para o objetivo destas atividades, pelo menos).

Figura 2 - Adição 2

Fonte: https://lichess.org/editor

Caso a turma seja muito defasada e as respostas sejam erradas, recomenda-se utilizar a tabela como consulta e utilizar mais exemplos de tabuleiros modificados. Caso as respostas sejam corretas, pela maioria ou unânime, significa que é seguro avaliar o algoritmo da adição. Aproveite essa avaliação também como diagnóstica, e verifique se é necessário trabalhar o sistema decimal ou o próprio algoritmo antes da atividade. A atividade utilizada em sala de aula foi o anexo 1.

3.3 SUBTRAÇÃO

Objetivo

O objetivo principal é que o aluno aprenda o significado da subtração e retirar quantidades. Com isso, é possível introduzir o algoritmo da subtração posteriormente.

Habilidade BNCC: EF01MA08

Resolver e elaborar problemas de adição e subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

Material Necessário

Tabuleiro de xadrez físico ou plataforma online com ferramenta de edição de tabuleiro. Para a plataforma online é necessário acesso à internet. Quadro negro/branco é opcional.

Desenvolvimento

Para colocar os alunos para refletir um pouco sobre o que acontece com a pontuação das peças, apresenta-se um tabuleiro com uma peça a menos.

Figura 3 - Subtração

Fonte: https://lichess.org/editor

Pergunte se, nesse caso, as brancas têm uma torre a menos ou as pretas têm uma torre a mais. Da mesma forma, as brancas têm 5 pontos a menos ou as pretas têm 5 pontos a mais? Dessa forma, os alunos começam a perceber a possibilidade de retirada de pontos e peças, dando início à formação da ideia de subtração.

Na subtração, o xadrez apenas não é o suficiente para que alunos do Ensino Fundamental 2 sejam capazes de executar o algoritmo da subtração. O esquema de transformar 1 centena em 10 dezenas ou 1 dezena em 10 unidades (pedir emprestado) ainda pode ser um obstáculo a ser superado. Cabe ao docente verificar se os alunos são capazes de resolver esses cálculos. Isso pode ser feito utilizando o anexo 2.

3.4 MULTIPLICAÇÃO

Objetivo

O objetivo principal é que o aluno aprenda o significado da multiplicação, associar a multiplicação à soma de parcelas iguais e organizar as multiplicações em retângulos. Com isso, é possível introduzir o algoritmo da multiplicação posteriormente.

Habilidade BNCC: EF04MA06

Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Material Necessário

Tabuleiro de xadrez físico ou plataforma online com ferramenta de edição de tabuleiro.

Para a plataforma online é necessário acesso à internet. Quadro negro/branco é opcional.

Desenvolvimento

Utilizando um tabuleiro sem peças, peça[3] para os alunos contarem quantas casas o tabuleiro tem e observe como eles contarão. Use a didática para mostrar que existe uma forma mais fácil de contar as casas do tabuleiro (e outras coisas) utilizando a matemática.

Uma das formas de se contar as casas de um tabuleiro qualquer é multiplicar o número de linhas pelo número de colunas. Especificamente, esse método funciona no tabuleiro de xadrez por ser um retângulo[4]. Assim, peça para que eles criem tabuleiros de tamanhos diferentes, com quantidades de linhas e colunas diferentes e que contem as casas. Mostre que, dos diversos tabuleiros, a quantidade de casas está disposta na tabela a seguir.

Tabela 2: Tabuada no tabuleiro

8	16	24	32	40	48	56	64
7	14	21	28	35	42	49	56
6	12	18	24	30	36	42	48
5	10	15	20	25	30	35	40
4	8	12	16	20	24	28	32
3	6	9	12	15	18	21	24
2	4	6	8	10	12	14	16
1	2	3	4	5	6	7	8

Fonte: Elaborado pelo autor

Dessa forma, é possível mostrar o total de casas de qualquer tabuleiro montado por eles com o limite de 8 linhas e 8 colunas. Aponte também, se eles mesmos ainda não o fizeram, que a tabela a seguir é a tabuada de 1 a 8, e a tabuada é feita por multiplicações. Agora que eles treinaram a contagem de casas por somas repetitivas das quantidades de linhas e colunas, é hora de avaliar o aprendizado com o anexo 3.

[3] Retire as peças do tabuleiro físico ou utilize a ferramenta ‘limpar tabuleiro’ em um editor de tabuleiros numa plataforma online de xadrez.

[4] Alguns questionarão que é um quadrado. Para o propósito da atividade, a informação é irrelevante. Mas não perca a oportunidade da curiosidade de um aluno!

3.5 DIVISÃO

Objetivo

O objetivo principal é que o aluno aprenda o significado da divisão, separar em grupos de quantidades iguais, com sobras ou sem. Com isso, é possível introduzir o algoritmo da divisão posteriormente.

Habilidade BNCC: EF03MA08

Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais.

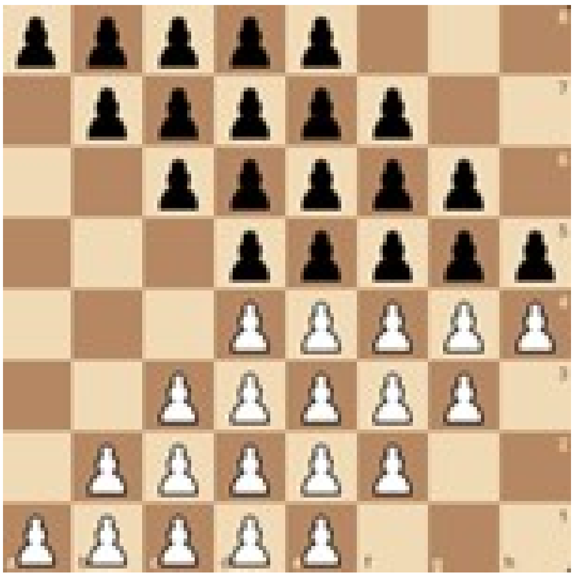
Material Necessário

Tabuleiro de xadrez físico ou plataforma online com ferramenta de edição de tabuleiro. Para a plataforma online é necessário acesso à internet. Quadro negro/branco é opcional.

Desenvolvimento

A divisão trabalha o tabuleiro do xadrez como uma malha quadriculada qualquer, ou a distribuição de peças por fileira ou coluna. É pedido aos alunos que distribuam, num tabuleiro 8x8, 40 peões de forma que as linhas tenham a mesma quantidade de colunas. Dessa forma, eles vão observar que ficam 5 peões em cada linha. Daí, é dito que a divisão de 40 peças por 8 linhas é 5.

Figura 4 - Divisão



Fonte: https://lichess.org/editor

Ao utilizar o tabuleiro como uma malha quadriculada 8x8, nota-se que cada casa representa 1 parte de 64, que cada linha tem 8 casas e cada coluna também tem

8 casas. Assim, pergunta-se aos alunos: em quantas linhas iguais o tabuleiro está dividido? E em quantas colunas? Isso significa que 64 casas distribuídas de 8 em 8 casas formam 8 grupos. Assim, 64 dividido por 8 é 8.

Instrui-se aos alunos criar tabuleiros de tamanhos diferentes e que distribuam quantidades diferentes de peças nesses tabuleiros. Dessa forma, os alunos perceberão que grupos de quantidades iguais se formarão. E em alguns casos, sobrarão peças, que servem para introduzir a ideia de resto. Agora que os alunos sabem que dividir é separar em grupos iguais, avalie-os com o anexo 4.

4. PAR ORDENADO E VETOR

Embora o ensino de vetores não seja mais obrigatório na educação básica, o conceito de direção e sentido, que são conceitos relacionados a vetores, podem aparecer em temas de geometria e em algumas representações de transformações geométricas. Em uma abordagem inicial, os vetores podem ser apresentados como uma maneira de representar um deslocamento, utilizando coordenadas (x, y).

Objetivo

Utilizar o tabuleiro de xadrez como ferramenta para mapear as posições das peças no plano cartesiano, representando-as por pares ordenados (x, y). Os alunos serão desafiados a realizar operações com vetores e matrizes para calcular os novos posicionamentos das peças após um movimento.

Habilidade BNCC: EF05MA15

Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.

A BNCC não fornece um código de habilidade específico para vetores.

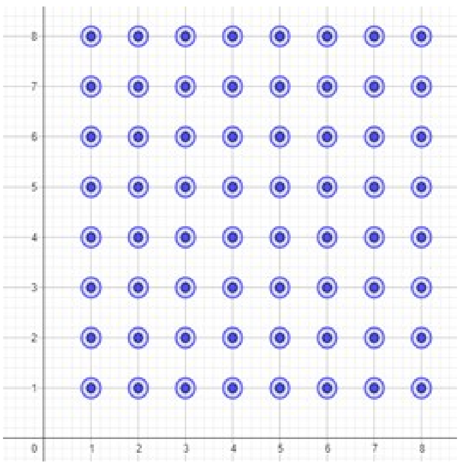
Material Necessário

Tabuleiro de xadrez físico ou plataforma online com ferramenta de edição de tabuleiro. Para a plataforma online é necessário acesso à internet. Quadro negro/branco é opcional.

Desenvolvimento

O tabuleiro 8x8 pode ter suas casas comparadas com pontos no plano cartesiano com coordenadas inteiras. A casa $a1$ tem coordenadas $(1, 1)$, a casa inicial da dama $d1$ tem coordenadas $(4, 1)$

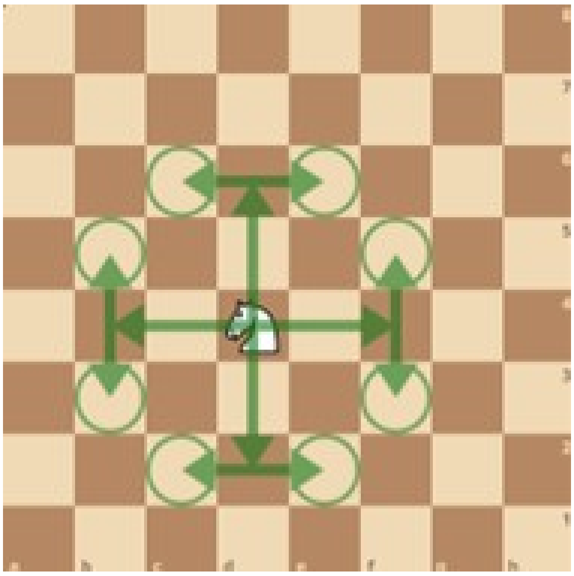
Figura 5 - Plano cartesiano



FONTE: https://www.geogebra.org/classic

Os movimentos de cada peça podem ser representados por vetores. Essa operação é feita pela adição das coordenadas da casa atual (x , y) e do vetor referente ao movimento (a , b). Mostre aos alunos a imagem dos possíveis movimentos do cavalo.

Figura 6 - Movimentos do cavalo



Fonte: https://lichess.org/editor

Dessa forma, o cavalo de $(4,4)$ tem os vetores $(\pm1,\pm2)$ e $(\pm2,\pm1)$ para se movimentar. A casa resultante do movimento é dada pela soma dos 2 pares ordenados, $(4,4)$ e o do movimento. Note que o sinal positivo ou negativo da primeira ou segunda coordenada diz respeito à direção na qual a peça se movimenta. A primeira coordenada são os movimentos horizontais, a segunda são os movimentos verticais. Essa informação deve ficar clara para os alunos.

Os vetores podem ser utilizados para descrever vários movimentos seguidos. Peça aos alunos que movimentem uma torre de $(1,1)$ para $(1,5)$, depois para $(5,5)$, depois para $(5,8)$ e por fim para $(8,8)$. Essa sequência apresenta a soma do par ordenado $(1,1)$ com os vetores $(0,4)$, $(4,0)$, $(0,3)$ e $(3,0)$. Pergunte aos alunos o que eles observam no vetor que move um bispo de $(1,1)$ a $(8,8)$, e o que acontece com o vetor se o bispo voltar a casa de $(1,1)$. Utilize os exercícios do anexo 5 para avaliar o aprendizado até aqui.

5. MATRIZ

Objetivo

Utilizar o tabuleiro de xadrez como ferramenta pedagógica para introduzir o conceito de matriz, explorando sua representação como um conjunto de números organizados em linhas e colunas. Os alunos associarão as casas do tabuleiro a elementos de uma matriz, realizar adição e multiplicação de matrizes para determinar movimentos das peças no tabuleiro.

Habilidade BNCC

A BNCC não dispõe de um código para referenciar a habilidade de trabalhar com matrizes atualmente.

Material Necessário

Tabuleiro de xadrez físico ou plataforma online com ferramenta de edição de tabuleiro. Para a plataforma online é necessário acesso à internet. Quadro negro/branco é opcional.

Desenvolvimento

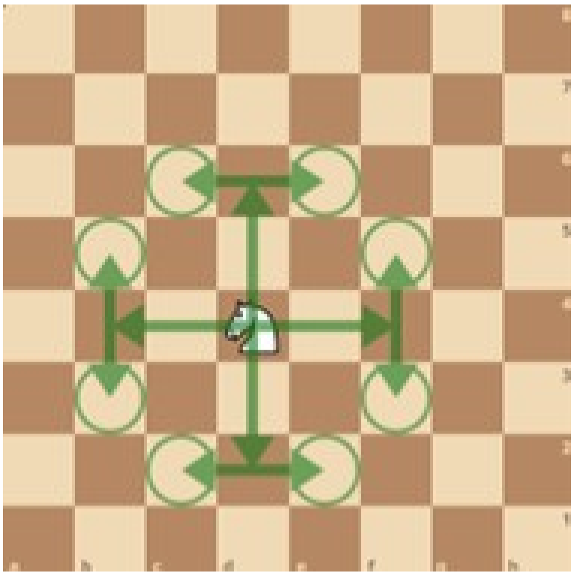
O tabuleiro tem suas casas no formato a_{ij} em que i se refere à linha e j se refere à coluna (invertido se comparado ao par ordenado). Por conveniência, a matriz aborda a perspectiva do jogador de brancas. Dessa forma, o tabuleiro se distribui na matriz 8x8:

$$\begin{pmatrix}
a_{81} & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & a_{87} & a_{88} \\
a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & a_{78} \\
a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} \\
a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} & a_{58} \\
a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} & a_{48} \\
a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} \\
a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} \\
a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18}
\end{pmatrix}$$

Dando como exemplo que a dama das brancas tem a casa inicial em a_{14}, peça para que os alunos organizem duas tabelas: uma para as peças pretas e outra para as peças brancas. Em cada tabela, deve contar a peça e sua casa inicial escrita como o elemento da matriz a_{ij}.

Agora que o tabuleiro está mapeado, é possível introduzir os movimentos das peças por matrizes. Para isso, a posição deve ser escrita em uma matriz 1x2. Como exemplo, tem-se a casa inicial do rei das brancas $\begin{pmatrix}1 & 5\end{pmatrix}$. Para introduzir a soma de matrizes, pode ser utilizado o movimento do cavalo.

Figura 7 - Movimentos do cavalo 2



Fonte: https://lichess.org/editor

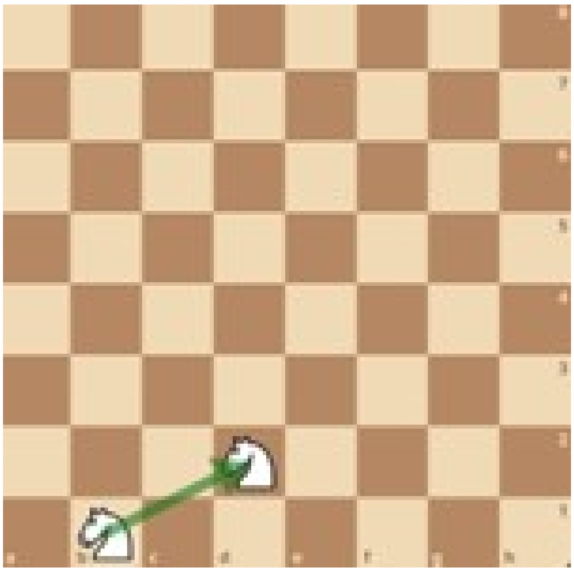
Note que esses possíveis movimentos podem ser escritos em forma de matrizes:

- $\begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} -2 & -1 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}$;
- $\begin{pmatrix} -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Dessa forma, pega-se a matriz referente à posição atual do cavalo (nesse exemplo, a casa inicial) e adicione a matriz referente ao movimento. Cuidado para o cavalo não sair do tabuleiro!

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Figura 8 - Movimentos do cavalo 3



Fonte: `https://lichess.org/editor`

Outra forma de descrever o movimento de peças é através da multiplicação de matrizes. Para isso, é preciso mostrar que a casa inicial e a casa final do movimento realizado podem ser entendidos como pontos. Esse movimento, então, é mostrado pelo professor como uma reta. Tome como um exemplo, o movimento da torre da casa a_{11}. Para mover a torre para a casa a_{12}, basta realizar a multiplicação:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Essas matrizes 2×2 não existem por acaso. Como o movimento da torre é uma reta, pode se escrever esse movimento da seguinte forma, seja $A = \begin{pmatrix} a_i & a_j \end{pmatrix}$, a casa em que a torre se encontra e $B = \begin{pmatrix} b_i & b_j \end{pmatrix}$ a casa até onde desejamos deslocar a torre, a matriz de movimento da torre é dada por $\begin{pmatrix} b_i - a_i & b_j - a_j \end{pmatrix}$. Temos que:

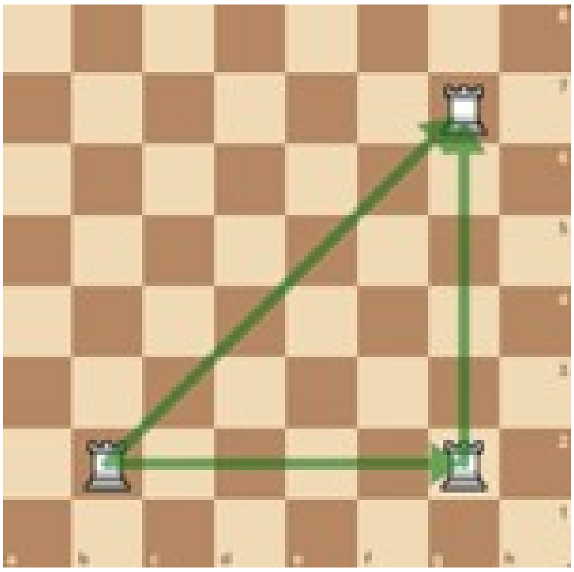
$$\begin{pmatrix} b_i & b_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i + b_i - a_i & a_j + b_j - a_j \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a_i.1 + \frac{a_j}{a_j}.(b_i - a_i) & \frac{a_i}{a_i}.(b_j - a_j) + a_j.1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a_i & a_j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{(b_j - a_j)}{a_i} \\ \frac{(b_i - a_i)}{a_j} & 1 \end{pmatrix}$$

Peça aos alunos para que testem essa multiplicação de matrizes a cada movimento. Outro exemplo pode ser dado a dois movimentos de torre: de $\begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix}$ para $\begin{pmatrix} 2 & 7 \end{pmatrix}$ e depois para $\begin{pmatrix} 7 & 7 \end{pmatrix}$.

Figura 9 - Movimentos de torre



Fonte: https://lichess.org/editor

Para esse caso, temos a multiplicação

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \frac{(7-2)}{2} \\ \frac{(7-2)}{2} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 7 \end{pmatrix}$$

Assim, então, avalie os alunos com os exercícios do anexo 6.

Um questionamento válido para a multiplicação de matrizes é: será que movimentar uma peça de A para B, gerando a matriz M_1; e depois, movimentar a peça de B para C, gerando a matriz M_2; multiplicar as matrizes $M_1 \times M_2 = M_3$ gera a mesma matriz que movimenta a peça diretamente a peça de A para C? Bom, movimentar uma peça de A até B e depois de B até C gera uma matriz diferente em relação a movimentar uma peça diretamente de A até C. Mas ambas as matrizes levam a peça de A até C. Conclui-se então que as matrizes de movimento não são únicas. A dissertação traz um exemplo detalhado na página 51. Esse é um bom exercício e questionamento para levar à sala de aula, a critério do professor.

6. TABELA

Objetivo

Utilizar o tabuleiro de xadrez como ferramenta pedagógica para introduzir o conceito de tabelas, analisando sua estrutura e organização de dados. Os alunos analisarão o histórico de movimentos de uma partida de xadrez, registrando os lances em tabelas para compreender como informações podem ser organizadas de forma sistemática. Além disso, trabalharão com tabelas contendo dados sobre as peças de xadrez e suas posições iniciais, identificando linhas, colunas e a relação entre os elementos, desenvolvendo habilidades interpretação e construção de tabelas para representar e organizar informações.

Habilidade BNCC: EF03MA26

Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas.

Material Necessário

Tabuleiro de xadrez físico ou plataforma online com ferramenta de edição de tabuleiro. Para a plataforma online é necessário acesso à internet. Quadro negro/branco é opcional.

Desenvolvimento

Uma tabela pode ter a função de expor informações, como as casas iniciais das peças de xadrez, como abaixo:

Tabela 3: Casas iniciais

Peças	**Coluna**	**Linha**
Peões	TODAS	2
1ª Torre	A	1
1º Cavalo	B	1
1ºª Bispo	C	1
Dama	D	1
Rei	E	1
2º Bispo	F	1
2º Cavalo	G	1
2ª Torre	H	1

Fonte: Elaborado pelo autor

Mostre aos alunos como as informações da 1ª coluna estão relacionadas com as demais colunas. É possível também elaborar uma tabela em que as informações seguem uma ordem, como o exemplo de um histórico de uma partida de xadrez. Abaixo está uma tabela do xeque-mate mais rápido possível, conhecido como mate do louco.

Tabela 4: Mate do louco

Movimento	**Peça**	**Origem**	**Destino**
1	Peão	$f2$	$f3$
2	Peão	$e7$	$e5$
3	Peão	$g2$	$g4$
4	Dama	$d8$	$h4$

Fonte: Elaborado pelo autor

Ou ainda, por turno:

Tabela 5: Mate do louco 2

Turno	**Brancas**	**Pretas**
1	$f3$	$e5$
2	$g4$	$Dh4$#

Fonte: Elaborado pelo autor

Agora que os alunos sabem relacionar informações entre linhas e colunas, é hora de avaliá-los com o anexo 7.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: planilha de habilidades**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 09 mar. 2025.

SILVA, Gabriel de Souza Sardinha da. **Xadrez, Matemática e TDAH: de operações básicas ao conceito de matriz**. 2025. 113 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2025.

APÊNDICE A

1. Coloque o cavalo em $(5, 6)$. Determine os vetores referentes aos movimentos que fazem o cavalo chegar à casa $(2, 3)$.

2. Determine a casa do tabuleiro de xadrez em que uma dama chega, se ela estiver em $(2, 5)$ e for aplicado o vetor $(3, 3)$ e depois $(-5, -5)$.

3. Considere os vetores $\vec{v_1} = (3, 2)$ e $\vec{v_2} = (-1, 4)$. Realize a operação $\vec{v_1} + \vec{v_2}$. Interprete geometricamente: qual é o ponto no plano cartesiano correspondente à soma desses vetores?

4. No plano cartesiano, o ponto $A = (2, 3)$ e o vetor $\vec{v} = (4, -1)$ são dados. Determine o ponto B que resulta da translação do ponto A pelo vetor $\vec{v}$. Desenhe o vetor $\vec{v}$ partindo de A e localize o ponto B.

APÊNDICE B

1. Que matriz 1x2 deve ser somada à matriz referente à casa $\begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$, para que o bispo nela localizado chegue à casa de $\begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}$.?

2. Que matriz 2×2 leva uma torre em $\begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$ à casa $\begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix}$?

3. Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$. Calcule a matriz C resultante da soma $A + B$.

4. Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Calcule a matriz Z resultante do produto $A \times B$.

APÊNDICE C

1. Disponha em uma tabela as peças pretas e suas casas inicias.

2. A tabela abaixo mostra o número de livros vendidos por um autor em 4 meses do ano.

Mês	**Janeiro**	**Fevereiro**	**Março**	**Abril**
Livros	120	150	180	200

   a) O autor vai lançar um novo livro em Maio e espera vender 250 livros. Atualize a tabela para incluir esse valor em Maio.

   b) Qual foi o total de livros vendidos nos primeiros quatro meses do ano?

3. A tabela abaixo mostra a quantidade de produtos vendidos por uma loja em uma semana.

Produto	**Segunda**	**Terça**	**Quarta**	**Quinta**	**Sexta**	**Sábado**	**Domingo**
Camisetas	30	25	40	35	50	45	30
Calças	15	20	18	22	30	28	25
Sapatos	10	12	14	18	20	22	18

   a) Qual foi o total de camisetas vendidas durante a semana?

   b) Em qual dia a loja vendeu mais calças?

ANEXO 1

1) Resolva as adições a seguir.

4 4 3	1 7 9	8 5 8	9 2 2
4 6 6	3 4 7	4 7 7	3 3 8
+ 7 6 6	+ 9 7 3	+ 2 9 9	+ 8 6 8
6 9 4	8 5 6	5 8 6	2 3 4
2 2 6	5 2 3	1 2 1	2 7 6
+ 6 5 9	+ 2 5 8	+ 2 3 6	+ 8 9 2
8 3 5	6 2 7	1 7 6	4 3 7
1 9 7	5 5 8	2 9 4	5 1 2
+ 7 4 2	+ 7 1 2	+ 9 5 2	+ 9 6 1
7 6 4	9 3 4	9 7 7	9 6 7
1 4 3	4 6 2	9 9 9	3 7 1
+ 3 5 3	+ 1 7 8	+ 8 4 2	+ 9 1 8
8 6 8	4 3 7	3 9 6	3 1 9
1 8 9	4 4 1	6 8 2	5 4 5
+ 7 6 3	+ 8 6 2	+ 8 5 4	+ 5 4 8

ANEXO 2

1) Resolva as subtrações a seguir.

$488 - 154$	$707 - 56$	$966 - 349$	$710 - 543$
$261 - 63$	$409 - 108$	$638 - 151$	$410 - 302$
$840 - 451$	$523 - 217$	$291 - 164$	$964 - 553$
$516 - 208$	$187 - 69$	$615 - 504$	$219 - 49$
$848 - 159$	$605 - 46$	$590 - 308$	$369 - 210$

ANEXO 3

1) Resolva as multiplicações a seguir.

234 X12	123 X25	546 X15	345 X22	768 X11
110 X12	326 X27	655 X14	111 X17	277 X21
899 X13	104 X19	423 X17	670 X35	547 X14
215 X26	432 X11	567 X13	149 X32	1.456 X16

ANEXO 4

1) Resolva as divisões a seguir.

137 | 15	384 | 18	623 | 15	751 | 17
632 | 12	851 | 16	827 | 19	162 | 13
756 | 12	238 | 16	479 | 17	163 | 18
969 | 18	919 | 13	744 | 14	528 | 18