



Universidade Federal de Mato Grosso
Instituto de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática



Ana Paula Silva de Souza

**Matemática e Previdência Social: modelagem, cálculos
e os impactos da reforma de 2019**

Cuiabá/MT
2025

Ana Paula Silva de Souza

**Matemática e Previdência Social: modelagem, cálculos
e os impactos da reforma de 2019**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática - Profmat, da Universidade Federal de Mato Grosso, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de concentração: Ciências e Humanidades para Educação Básica. Linha de pesquisa: Formação de Professores de Matemática da Educação Básica.

Prof. Dr. Aldi Nestor de Souza
Orientador

Cuiabá - MT
2025

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

S729m Souza, Ana Paula Silva de.
Matemática e Previdência Social: modelagem, cálculos e os impactos da reforma de 2019 [recurso eletrônico] / Ana Paula Silva de Souza. -- Dados eletrônicos (1 arquivo : 46 f., pdf). -- 2025.

Orientador: Aldi Nestor de Souza.
Dissertação (mestrado profissional) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática, Cuiabá, 2025.

Modo de acesso: World Wide Web: <https://ri.ufmt.br>.
Inclui bibliografia.

1. Matemática Financeira. 2. Reforma Previdenciária. 3. Modelagem Matemática. 4. Educação Previdenciária. I. Souza, Aldi Nestor de, *orientador*. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Permitida a reprodução parcial ou total, desde que citada a fonte.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM [NOME DO PPG]

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: MATEMÁTICA E PREVIDÊNCIA SOCIAL: MODELAGEM, CÁLCULOS E OS IMPACTOS DA REFORMA DE 2019

AUTOR: ANA PAULA SILVA DE SOUZA

Dissertação defendida e aprovada em 17 de março de 2025.

COMPOSIÇÃO DA BANCA EXAMINADORA

- 1. Prof. Dr. Aldi Nestor de Souza** (Presidente Banca/orientador)
Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso
- 2. Prof. Dr. Pedro Manuel Sanchez Aguilar** (Membro Interno)
Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso
- 3. Prof Dr. Junior César Alves Soares** (Membro externo)
Instituição: Universidade Estadual de Mato Grosso - campus Barra do Bugres

Cuiabá, 17/03/2025.



Documento assinado eletronicamente por **Junior Cesar Alves Soares, Usuário Externo**, em 17/03/2025, às 20:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **ALDI NESTOR DE SOUZA, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 18/03/2025, às 10:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **PEDRO MANUEL SANCHEZ AGUILAR, Coordenador(a) do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede - PROFMAT / ICET - UFMT**, em 18/03/2025, às 14:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

Dedico esta dissertação em memória de minha mãe, Maria dos Santos, que sempre me incentivou a estudar e me dedicar com carinho e determinação. Sua força, amor e apoio incondicional foram fundamentais para a realização deste trabalho. A você, mãe, minha eterna gratidão.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço a Deus, por me permitir chegar até aqui e concluir mais essa etapa da minha vida, com Sua orientação e bênçãos.

Agradeço aos meus colegas de turma, que sempre estiveram ao meu lado, incentivando e apoiando durante toda a jornada. A convivência e troca de experiências com vocês foram fundamentais para o meu crescimento.

Sou imensamente grata aos professores, que desempenharam um papel essencial na minha formação, compartilhando seus conhecimentos e dedicando tempo e esforço para o nosso desenvolvimento.

Agradeço também à minha família, que sempre me motivou a seguir em frente e continuar a estudar, não importa os obstáculos. Agradeço especialmente a Tia Beth, Tio Dorival, Talita, Fernanda, Afonso, Omar, Gabriela, Maria Carolina, Rafael, Andreve, Andryene, Alexandre, Allan e Allana, pelo apoio incondicional e pelo amor que sempre me deram.

E, por fim, agradeço ao meu Adam Miguel, que está a caminho e já me dá força e coragem para seguir em frente. Sua presença, mesmo antes de nascer, tem sido uma fonte inesgotável de motivação e amor, mostrando-me o quanto sou capaz.

Aos que aqui chegaram,
vale lembrar que o esforço é contínuo:

*Quem não luta pelo que quer,
não merece o que deseja.*

Ditado popular.

Resumo

A previdência social é um dos pilares da seguridade social, garantindo proteção financeira a trabalhadores aposentados e seus dependentes. No Brasil, o sistema previdenciário passou por diversas reformas ao longo da história, sendo a mais recente a de 2019, que alterou requisitos, alíquotas e cálculos dos benefícios. Esta dissertação analisa a evolução da previdência no mundo e no Brasil, destacando as principais mudanças introduzidas pela reforma de 2019. Além disso, apresenta um modelo matemático para o cálculo da aposentadoria, utilizando conceitos de progressão aritmética, progressão geométrica e juros compostos, contextualizando a matemática financeira no ensino básico. A modelagem matemática da previdência permite simular diferentes cenários de aposentadoria e demonstrar o impacto das regras vigentes sobre o valor dos benefícios. Por fim, um estudo de caso sobre um servidor da Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso (SEDUC-MT) é apresentado, possibilitando uma análise prática do planejamento previdenciário no serviço público.

Palavras chave: Previdência Social; Matemática Financeira; Reforma Previdenciária; Modelagem Matemática; Educação Previdenciária.

Abstract

Pension Plans are one of the pillars of Social Security, ensuring financial protection for retired workers and their dependents. In Brazil, the pension system has undergone several reforms throughout history, with the most recent one being in 2019, which altered requirements, contribution rates, and benefit calculations. This dissertation analyzes the evolution of social security worldwide and in Brazil, highlighting the main changes introduced by the 2019 reform. Besides, it presents a mathematical model for retirement calculation, using concepts of arithmetic progression, geometric progression, and compound interest, contextualizing financial mathematics in basic education. The mathematical modeling of social security allows the simulation of different retirement scenarios and demonstrates the impact of current rules on the value of benefits. Finally, a case study of an employee from the Mato Grosso State Department of Education (SEDUC-MT) is presented, enabling a practical analysis of pension planning in the public sector.

Keywords: Social Security; Financial Mathematics; Pension Reform; Mathematical Modeling; Pension Education.

Lista de Tabelas

3.1	Faixas salariais e suas respectivas alíquotas aplicadas	19
3.2	Exemplo de Cálculo da Contribuição Previdenciária	19

Lista de siglas

A seguir, segue-se as siglas utilizadas nesta dissertação.

Profmat Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional;

UFMT Universidade Federal de Mato Grosso;

ICET Instituto de Ciências Exatas e da Terra;

DMAT Departamento de Matemática.

Sumário

Introdução	1
1 A História da Previdência no Mundo	3
2 A História da Previdência no Brasil	9
3 A Reforma da Previdência de 2019	16
4 Um plano de Previdência	23
5 Considerações finais	29
Referências Bibliográficas	31
Apêndice - Soluções dos Exercícios	33

Introdução

A previdência social tem um papel essencial na garantia de segurança financeira para os trabalhadores ao longo da vida e após a aposentadoria. No Brasil, esse sistema evoluiu ao longo dos séculos, com marcos importantes como a Lei Eloy Chaves (1923), a Constituição de 1988 e as diversas reformas previdenciárias, incluindo a mais recente, em 2019. A sustentabilidade desse sistema está diretamente ligada a fatores demográficos, econômicos e políticos, exigindo, quando necessário, ajustes para garantir sua viabilidade no longo prazo.

O interesse por essa temática surgiu a partir de uma aula da disciplina de Matemática e Atualidades, ministrada no PROFMAT, que nos levou a refletir sobre os salários atuais e o tempo necessário de contribuição para se obter um benefício compatível com nossas expectativas. A discussão abordou os impactos dos juros e da correção monetária no planejamento previdenciário, evidenciando a importância de compreender os cálculos envolvidos na previdência para uma tomada de decisão mais consciente.

A Reforma da Previdência de 2019 introduziu mudanças significativas nas regras para concessão de aposentadorias, alterando as idades mínimas, tempos de contribuição e alíquotas de recolhimento. Além disso, a forma de cálculo dos benefícios foi modificada, impactando diretamente os valores recebidos pelos aposentados. Esses ajustes tornaram o planejamento previdenciário ainda mais crucial, tanto para trabalhadores do setor privado quanto para servidores públicos.

Nesse contexto, a matemática desempenha um papel fundamental na compreensão da previdência social. Conceitos como progressões aritméticas e geométricas, juros compostos e estatísticas atuariais são utilizados na modelagem previdenciária para prever a evolução das contribuições e o valor dos benefícios futuros. A aplicação desses conceitos possibilita a simulação de diferentes cenários, auxiliando os trabalhadores a entender melhor suas contribuições, tempo de aposentadoria e valores dos benefícios, promovendo um planejamento mais eficiente. Além disso, a difusão desse conhecimento

na educação básica pode contribuir para uma maior conscientização sobre a importância do planejamento previdenciário desde cedo.

Esta dissertação tem como objetivo principal apresentar um estudo sobre a evolução da previdência, as mudanças trazidas pela Reforma de 2019 e a construção de um modelo matemático aplicado ao cálculo da aposentadoria. O trabalho está estruturado em quatro capítulos. O primeiro capítulo aborda a história da previdência no mundo, desde suas primeiras formas de proteção social na Antiguidade até a criação dos modernos sistemas previdenciários. O segundo capítulo trata da evolução da previdência no Brasil, destacando os principais marcos legislativos e as reformas que moldaram o atual sistema. No terceiro capítulo, são apresentados os diferentes regimes previdenciários existentes no país, bem como as alterações promovidas pela Reforma da Previdência de 2019. O quarto e último capítulo desenvolve um modelo matemático para o cálculo da aposentadoria, explorando conceitos matemáticos e propondo exercícios para aplicação no ensino básico.

Por meio dessa abordagem, espera-se contribuir para a disseminação do conhecimento previdenciário e demonstrar como a matemática pode ser utilizada para compreender e planejar a aposentadoria. A educação financeira e previdenciária é fundamental para que trabalhadores possam tomar decisões mais informadas sobre seu futuro, garantindo maior segurança econômica ao longo da vida.

A História da Previdência no Mundo

Neste capítulo, abordaremos a evolução histórica da previdência social, desde suas origens na Antiguidade até a consolidação dos sistemas modernos de seguridade social. Compreender a trajetória da previdência é fundamental para contextualizar os desafios e as perspectivas dos sistemas atuais, que, cada vez mais, demandam análises matemáticas e estatísticas para sua sustentabilidade. Iniciaremos com os primeiros exemplos de proteção social no Império Romano, como as reservas para os militares, e nas associações de trabalhadores autônomos. Seguiremos com a análise da Lei de Amparo aos Pobres de 1601, na Inglaterra, considerada a primeira legislação assistencial da história, e a consagração da assistência social nas constituições pós-Revolução Francesa. Essa lei "consolidou a responsabilidade do Estado na assistência aos necessitados, estabelecendo um sistema de tributos locais para financiar o amparo aos pobres, órfãos e inválidos" (BASTOS, 2018, p. 140), representando um marco na institucionalização da seguridade social. Também discutiremos o surgimento do sistema Bismarkiano, a fundação da Organização Internacional do Trabalho (OIT) e os impactos das grandes guerras mundiais no desenvolvimento da previdência. Este capítulo visa traçar um panorama dos marcos históricos que influenciaram o desenho dos sistemas de previdência ao redor do mundo.

A origem da seguridade social remonta à Antiguidade, quando surgiram as primeiras tentativas de oferecer proteção contra adversidades da vida, proporcionando algum tipo de amparo aos indivíduos. No contexto do Direito Romano, foi desenvolvida uma forma rudimentar de aposentadoria destinada aos militares, que reconhecia a necessidade de garantir um período de descanso após anos de serviço dedicado à sociedade.

Em Roma, os soldados, ao final de sua carreira, recebiam o direito de usufruir de uma reserva financeira acumulada durante os anos de serviço. Esse fundo era formado

a partir do próprio soldo, ou seja, o salário militar da época, e tinha como objetivo assegurar o sustento durante a inatividade. Essa prática não apenas oferecia segurança aos veteranos, mas também reforçava a lealdade dos militares ao Estado romano, que dependia de seu exército para manter a estabilidade e a expansão do Império. Como destacado por Duncan-Jones (1994, p. 157), "o *aerarium militare* representava não apenas um mecanismo de compensação financeira, mas um instrumento político essencial para manter a coesão e a fidelidade das legiões ao imperador".

Essa primeira estrutura previdenciária foi limitada em sua abrangência, sendo destinada exclusivamente aos militares, mas marcou um passo importante na construção de sistemas de proteção social, ao reconhecer a necessidade de amparo financeiro para períodos de inatividade.

A seguridade social, desde suas origens, esteve intrinsecamente ligada à proteção contra adversidades e à garantia de dignidade em momentos críticos da vida. Além das iniciativas romanas de aposentadoria militar, outro exemplo notável da Antiguidade foi a criação de associações entre trabalhadores autônomos, que organizavam fundos para custear funerais. Naquela época, influenciados por concepções religiosas que consideravam o funeral um rito sagrado, esses trabalhadores destinavam uma parcela de sua remuneração para assegurar que, após a morte, tivessem condições de bancar um enterro adequado. Esse ato preventivo reflete um princípio central da previdência: contribuir no presente para garantir segurança no futuro.

Na Idade Média, a ideia de proteção social ganhou novos contornos com as corporações de ofício. Esses grupos reuniam indivíduos que exerciam uma profissão específica, liderados por um mestre que transmitia seu conhecimento a discípulos. Esses aprendizes, por sua vez, poderiam mais tarde formar suas próprias corporações. Com o passar do tempo, essas associações começaram a desenvolver mecanismos para cuidar de seus membros em situações de vulnerabilidade, como doenças, pobreza ou velhice. Para isso, era comum criar reservas financeiras, que atuavam como uma forma primitiva de previdência. Como destaca Thompson (1991, p. 215), "as corporações medievais não apenas regulavam o aprendizado e a prática profissional, mas também estabeleciam fundos de auxílio mútuo para garantir a subsistência de seus membros em tempos de dificuldade". A busca por proteção social não se restringiu ao âmbito das corporações de ofício, estendendo-se também às atividades marítimas.

Outro marco relevante no desenvolvimento da seguridade social foi a celebração do primeiro contrato de seguro marítimo em 1344. Durante esse período, a navegação era uma atividade extremamente arriscada, devido à presença de piratas e à precariedade das embarcações. Muitos trabalhadores marítimos hesitavam em assumir tais riscos,

temendo não apenas por suas vidas, mas também pelo destino de suas famílias. Os contratos de seguro marítimo surgiram, então, como uma forma de oferecer segurança a esses profissionais. Caso morressem em serviço, suas famílias teriam direito a uma compensação financeira, garantindo-lhes sustento em tempos de adversidade.

É importante destacar como vai se constituindo a ideia de previdência social no mundo. De soldados romanos a integrantes das corporações de ofício, a ideia de previdência está associada aos grupos de pessoas, em geral que não estão mais ligadas à terra para a produção da subsistência, e que passaram a ter uma profissão específica, em geral nas vilas e cidades. Com isso, ao chegar à velhice, não tem como se manter e não conseguem mais trabalhar, daí a necessidade de um fundo que os ampare. Note que a ideia de aposentadoria não tem sua origem nos grupos de trabalhadores, que viviam com suas famílias no campo, com acesso à terra e que eles próprios produziam o necessário da subsistência.

A importância desses contratos é destacada por doutrinadores como Sérgio Pinto Martins, que os considera o embrião da seguridade social moderna (MARTINS, 2025). Eles representam o início de uma organização mais formal da proteção contra riscos, estabelecendo princípios que mais tarde fundamentariam os sistemas previdenciários contemporâneos. Assim, seja pela proteção aos militares na Roma Antiga, pelas iniciativas das corporações medievais ou pelos seguros marítimos, a história da previdência social demonstra uma busca contínua por segurança e amparo diante das incertezas da vida.

A promulgação da Lei de Amparo aos Pobres (Poor Relief Act) em 1601, sob a égide da Rainha Elizabeth I, constitui um marco seminal na história da assistência social. A referida legislação, também designada como Lei Elizabetana, emergiu como resposta ao acentuado êxodo rural que, à época, impelia um contingente populacional significativo para os centros urbanos. Tal influxo, por sua vez, acarretou a exacerbação de condições de miséria e desordem nas cidades, carentes de infraestrutura para absorver a nova demanda. Nesse contexto, a Lei Elizabetana visava instituir um sistema de suporte básico, conjugado a mecanismos de reinserção social por meio do trabalho, com o fito de mitigar a dependência prolongada dos beneficiários em relação à assistência estatal.

O caso da Lei dos Pobres é exemplar no que diz respeito a ideia de aposentadoria. O Êxodo rural acima descrito tem como uma de suas causas o cercamento das terras nas quais os trabalhadores viviam e trabalhavam ver (Huberman, 2010, p. 80) para a criação de ovelhas, pois a lã dava mais dinheiro e exigia pouca gente para o pastoreio Os trabalhadores, então, sem acesso à terra, perdem a fonte de subsistência e migram pra cidade. A previdência nasce, fundamentalmente, desse episódio.

Avançando para o final do século XVIII, a Constituição Francesa de 1793 marcou

outro momento crucial para o desenvolvimento da seguridade social. Essa Constituição, elaborada após a Revolução Francesa, foi pioneira ao declarar a assistência social como um dever sagrado do Estado. Em uma França fortemente influenciada pelo catolicismo, essa proposta encontrou apoio significativo, uma vez que a solidariedade era vista como uma obrigação moral e religiosa. Tal reconhecimento consolidou a assistência social como um componente fundamental da cidadania e representou um avanço significativo no movimento por direitos sociais.

Outro marco importante ocorreu na Inglaterra no final do século XIX, com a implementação do *Workmen's Compensation Act*, em 1897. Antes dessa legislação, acidentes de trabalho eram tratados de maneira judicial, e cabia ao trabalhador o ônus de provar que o acidente havia ocorrido por culpa do empregador. Isso tornava o processo de indenização longo e difícil. A *Workmen's Compensation Act* reformou essa dinâmica, introduzindo o seguro obrigatório contra acidentes de trabalho. A partir dessa lei, bastava o trabalhador comprovar que o acidente havia ocorrido no ambiente laboral para que tivesse direito ao seguro, eliminando a necessidade de provar a culpa do empregador.

Note que, nesse estágio da história, o trabalho assalariado já se encontra difundido, em plena expansão e os trabalhadores cada vez mais sem acesso à terra e produzindo coisas que não são suas e apenas em troca do salário com o qual sobrevive. Ao chegar à velhice, portanto, não há como esses trabalhadores sobreviverem. A previdência vai se constituindo, portanto, como uma imposição da situação na qual passaram a viver os trabalhadores.

No início do século XX, a Inglaterra também inovou com a criação do *Old Age Pensions Act*, em 1908. Essa legislação introduziu pensões não contributivas para indivíduos com 70 anos ou mais, financiadas pelas gerações mais jovens. Esse modelo refletia a ideia de solidariedade intergeracional, na qual o trabalho atual sustenta aqueles que já haviam concluído sua vida produtiva. Conforme Gilbert (1966), "o ato de 1908 introduziu um novo princípio na legislação social britânica: o direito à assistência em dinheiro na velhice, independentemente de qualquer contribuição prévia". No entanto, a idade mínima de 70 anos foi uma barreira significativa, considerando a expectativa de vida da época, que era bem inferior a essa marca. Assim, embora representasse um avanço, o impacto dessa lei era limitado, pois apenas uma pequena parcela da população atingia a idade necessária para usufruir do benefício.

Esses marcos históricos, cada um em seu contexto, refletem os esforços das sociedades em criar mecanismos para garantir segurança e dignidade em momentos de vulnerabilidade. Da assistência aos pobres no início do século XVII à proteção social mais ampla no final do século XIX e início do século XX, a evolução da previdência social

demonstra uma crescente preocupação com o bem-estar coletivo.

Um marco fundamental no desenvolvimento dos sistemas previdenciários modernos foi o sistema Bismarkiano, implementado na Alemanha a partir de 1883 e ampliado até 1911. Criado pelo chanceler Otto Von Bismarck, esse foi o primeiro modelo previdenciário formalmente estruturado e serve até hoje como referência para muitos países. O sistema Bismarkiano estabeleceu uma série de seguros para proteger os cidadãos em situações de vulnerabilidade, incluindo: seguro contra velhice e invalidez, seguro contra acidentes de trabalho e seguro contra doenças.

O principal objetivo desse sistema era, além de garantir a proteção social aos trabalhadores, evitar os movimentos socialistas e comunistas que ganhavam força na época, proporcionando uma rede de segurança para a população, especialmente para os mais pobres. Com isso, o governo buscava manter a estabilidade social e política. O financiamento do sistema era tripartite, ou seja, as contribuições vinham do Estado, dos empregadores e dos empregados, criando um modelo cooperativo de sustentação do seguro social.

O Constitucionalismo Social impulsionou a incorporação dos direitos sociais nas constituições de diversos países. Esse movimento representou a positivação dos direitos sociais nas constituições, ou seja, a sua incorporação formal como direitos que deveriam ser respeitados por todas as legislações subsequentes. O Constitucionalismo Social teve grande importância, pois garantiu que legislações de hierarquia inferior não pudessem violar esses direitos fundamentais. As primeiras constituições a incorporar esse conceito foram: a Constituição do México, em 1917, a Constituição da URSS, em 1918, e a Constituição de Weimar, na Alemanha, em 1919.

Um dos marcos institucionais desse período foi a criação da Organização Internacional do Trabalho (OIT), fundada em 1919 com o objetivo de promover a justiça social e garantir condições de trabalho decentes e produtivos. A OIT se tornou uma entidade crucial na implementação de programas de seguridade social ao redor do mundo, principalmente voltados à proteção dos trabalhadores. Seu trabalho se focava não apenas na melhoria das condições de trabalho, mas também na redução das desigualdades sociais e na erradicação da pobreza.

Após os impactos devastadores da Primeira Guerra Mundial, a OIT desempenhou um papel essencial na reconstrução das sociedades europeias. Contudo, os efeitos da Segunda Guerra Mundial foram ainda mais destrutivos, não apenas no campo social, mas também nas economias de vários países europeus. A devastação causada pelo conflito levou à necessidade de uma reforma mais ampla dos sistemas de seguridade social e bem-estar social, e foi nesse contexto que surgiu o Plano Beveridge, na Inglaterra, em 1942.

O Plano Beveridge é considerado o primeiro grande plano de seguridade social, saúde e assistência social, consolidando a ideia do Estado de Bem-Estar Social, característica dos sistemas de welfare das democracias modernas. O relatório do Plano Beveridge delineou as responsabilidades do governo britânico nas áreas de seguridade social, saúde e assistência social, considerando esses aspectos como fundamentais para a reconstrução da sociedade após a guerra. O plano apresentava caráter contributivo e compulsório, com triplice fonte de custeio, ou seja, o Estado, os empregadores e os trabalhadores contribuíam para a manutenção do sistema. Também incentivava a permanência dos trabalhadores no mercado de trabalho, ao mesmo tempo em que assegurava a proteção social em situações de necessidade. O Plano Beveridge consolidou-se como referência internacional na construção de políticas públicas de bem-estar social e previdência social.

Assim, ao longo do século XX, o desenvolvimento das políticas de seguridade social passou a incorporar uma rede cada vez mais abrangente de proteções, refletindo uma crescente preocupação com o bem-estar social e a justiça econômica em tempos de crescente industrialização, mobilidade social e instabilidade política.

A História da Previdência no Brasil

A seguridade social no Brasil, que hoje compreende os campos da saúde, da assistência social e da previdência social, tem suas raízes em iniciativas esparsas e ações localizadas antes de se tornar um sistema integrado e normatizado. Este capítulo aborda os marcos históricos e as principais evoluções legislativas que moldaram o sistema de previdência social brasileiro, destacando os avanços, desafios e reformas enfrentados ao longo do tempo.

A primeira ideia de seguridade social no Brasil surgiu em 1543, com a construção da Santa Casa de Misericórdia em Santos, que atendia a população carente em questões de saúde. No entanto, essa iniciativa não tinha caráter normativo, sendo mantida exclusivamente por donativos.

Já em 1795, foi criado o plano de benefícios dos órfãos e viúvas dos oficiais da Marinha, considerado por muitos doutrinadores como a experiência previdenciária mais antiga no país. Em 1808, Dom João VI estruturou o Montepio, que oferecia subsídios em casos de doença ou morte mediante o pagamento de cotas pelos membros. Em 1835, foi criado o Montepio Geral dos Servidores do Estado.

A primeira menção à seguridade social em uma Constituição brasileira ocorreu em 1824, no artigo 179, inciso 31, que assegurava os “socorros públicos”. Em 1891, a Constituição da República determinou, no artigo 75, que aposentadorias só seriam concedidas a funcionários públicos em caso de invalidez.

Entre os marcos normativos do início do século XX, destacam-se o Decreto 284 de 1911, que criou a Caixa de Pensões dos Operários da Casa da Moeda, e o Decreto 3274 de 1919, que regulou os acidentes de trabalho, responsabilizando o empregador.

Em 1923, o Decreto 4682 instituiu a Lei Eloy Chaves, que criou as Caixas de Aposentadoria e Pensões (CAPs) para os ferroviários. Apesar de não ser a primeira lei

sobre previdência, ela é considerada o marco inicial da previdência no Brasil devido à sua abrangência e organização. As CAPs eram organizadas por empresas, tinham natureza privada e ofereciam benefícios como:

- Assistência médica;
- Medicamentos a preços reduzidos;
- Aposentadoria por invalidez ou ordinária;
- Pensão por morte.

As CAPs também estabeleciam regras para a extinção de benefícios, como o fim da pensão para viúvos(as) que se casassem novamente ou filhos(as) ao atingir a maioridade.

A Lei Eloy Chaves inspirou a criação de outras CAPs para diferentes categorias:

- 1926: Portuários e marítimos;
- 1928: Telegráficos e radiotelegráficos;
- 1930: Empregados de serviços de força, luz e bondes;
- 1931: Demais empregados de serviços públicos;
- 1932: Mineradores.

Com o crescimento do número de CAPs, surgiram dificuldades, especialmente relacionadas à portabilidade de contribuições entre empresas. Em 1933, os Institutos de Aposentadoria e Pensões (IAPs) foram criados para centralizar as CAPs por categoria profissional. Essa estrutura foi consolidada ao longo da década de 1930 com a criação de vários IAPs para categorias como marítimos, comerciários, bancários e industriários.

Em 1960, a Lei Orgânica da Previdência Social (Lei 3807) uniformizou os sistemas e benefícios previdenciários. Em 1967, o Instituto Nacional de Previdência Social (INPS) unificou os IAPs em uma única autarquia federal.

A partir da década de 1960, a ditadura militar promoveu a ampliação de direitos sociais, como forma de garantir a estabilidade política. Em 1963, a Lei 4.214 criou o Fundo de Assistência ao Trabalhador Rural (FUNRURAL), e, em 1971, o Programa de Assistência ao Trabalhador Rural (PRORURAL) foi instituído, garantindo aos trabalhadores rurais direitos como:

- Aposentadoria por velhice;
- Aposentadoria por invalidez;

- Pensão;
- Auxílio-funeral.

Os benefícios eram limitados ao valor máximo de um salário mínimo. É importante ressaltar que o PRORURAL era um programa de caráter assistencial, já que não exigia contribuição prévia dos beneficiários.

Em 1977, a Lei 6.439 criou o Sistema Nacional de Previdência e Assistência Social (SINPAS), que integrou entidades como o INPS, IAPAS, INAMPS, LBA, FUNABEM, DATAPREV e CEME, visando à modernização e centralização da gestão.

A Constituição de 1988 representou um marco para a seguridade social no Brasil, consolidando os direitos sociais e organizando a previdência como um sistema de repartição solidária. Esse modelo prevê que os benefícios pagos aos segurados sejam custeados pelas contribuições dos trabalhadores, empregadores e do Estado, além de outras fontes de financiamento, como as contribuições sociais incidentes sobre o faturamento das empresas (Cofins), sobre o lucro líquido (CSLL) e sobre a folha de salários (PIS/Pasep), conforme estabelecido nos artigos 195 e 239 da Constituição Federal. Dessa forma, a seguridade social brasileira busca garantir sustentabilidade ao sistema previdenciário por meio de um financiamento amplo e diversificado (GIAMBIAGI; AFONSO, 2009).

Note como os recursos financeiros da seguridade social são oriundos de diversas fontes, não apenas da contribuição dos trabalhadores. Uma reforma da previdência, que ignora o pacto da seguridade social e que recai apenas sobre os trabalhadores, como veremos nas Reformas da Previdência mais adiante, julgamos como carente de debate e de explicações.

A primeira reforma significativa ocorreu em 1991, no governo Collor, com a correção monetária dos benefícios previdenciários. Em 1998, no governo Fernando Henrique Cardoso, a reforma substituiu o tempo de serviço pelo tempo de contribuição (35 anos para homens e 30 para mulheres) e criou o fator previdenciário, um mecanismo que ajustava o valor do benefício conforme a idade, o tempo de contribuição e a expectativa de sobrevida do segurado.

O fator previdenciário foi introduzido pela Lei nº 9.876/1999 e sua fórmula era dada por:

$$F = Tc \times a \times \frac{Id + Tc}{Es} \quad (2.1)$$

Onde:

- F = fator previdenciário
- Tc = tempo de contribuição do segurado
- a = alíquota fixa de 0,31

- Id = idade do segurado no momento da aposentadoria
- Es = expectativa de sobrevida conforme tabela do IBGE

Por exemplo, considere um homem que deseja se aposentar com 35 anos de contribuição e 60 anos de idade, com uma expectativa de sobrevida estimada pelo IBGE de 22 anos:

$$F = 35 \times 0,31 \times \frac{60 + 35}{22} = 35 \times 0,31 \times \frac{95}{22} = 35 \times 0,31 \times 4,32 \quad (2.2)$$

$$F \approx 46,87 \quad (2.3)$$

O valor da aposentadoria seria calculado multiplicando a média salarial do segurado pelo fator previdenciário, o que poderia reduzir significativamente o benefício caso a aposentadoria ocorresse muito cedo. Esse mecanismo incentivava o trabalhador a prolongar o tempo de contribuição para obter um benefício maior.

Com a Reforma da Previdência de 2019, o fator previdenciário deixou de ser obrigatório na maioria dos casos, sendo substituído por novas regras de transição, como a regra de pontos e a idade mínima progressiva.

No governo Lula, em 2003, a Reforma da Previdência (Emenda Constitucional nº 41/2003) trouxe mudanças significativas para o funcionalismo público. Entre as principais alterações, destacam-se a instituição de um teto para as aposentadorias dos servidores, a contribuição previdenciária para pensionistas e inativos e a mudança na forma de cálculo dos benefícios (BRASIL, 2003).

Além disso, essa reforma extinguiu os regimes de paridade e integralidade para novos servidores que ingressaram a partir de sua promulgação. A paridade significava que os aposentados e pensionistas do serviço público tinham direito aos mesmos reajustes salariais concedidos aos servidores ativos. Já a integralidade garantia que o servidor se aposentasse recebendo o equivalente à última remuneração do cargo que ocupava na ativa. Com o fim desses regimes, os novos servidores passaram a ter seus benefícios calculados com base na média dos salários de contribuição, impactando diretamente o valor das aposentadorias (GIAMBIAGI et al., 2011).

Note que, nesse caso, apenas os trabalhadores foram convidados a arcarem com os déficits alegados sobre a previdência. Nenhuma palavra é dita sobre os demais atores, sobre o leque de fontes de recursos da seguridade social.

Posteriormente, em 2015, no governo Dilma Rousseff, foi instituída a regra 85/95 progressiva por meio da Lei nº 13.183/2015. Essa nova regra permitia que trabalhadores se aposentassem sem a incidência do fator previdenciário, desde que a soma da idade e do tempo de contribuição atingisse 85 pontos para mulheres e 95 pontos para homens. Esse

modelo visava minimizar os efeitos negativos do fator previdenciário e incentivar uma aposentadoria mais tardia (BRASIL, 2015).

Em 2019, no governo Jair Bolsonaro, a Reforma da Previdência (Emenda Constitucional nº 103/2019) trouxe mudanças profundas no sistema previdenciário brasileiro, impactando diretamente as regras de aposentadoria.

No Regime Geral de Previdência Social (RGPS), as principais mudanças foram:

- Idade mínima: 62 anos para mulheres e 65 anos para homens.
- Tempo de contribuição: 15 anos para mulheres e para homens filiados antes da reforma; 20 anos para novos filiados.
- Cálculo do benefício: A aposentadoria passou a ser calculada com 60% da média dos salários de contribuição e um acréscimo de 2% para cada ano adicional de contribuição após o tempo mínimo exigido.

Matematicamente, esse cálculo segue uma progressão aritmética de primeiro termo 60% e razão 2%. Assim, o valor do benefício pode ser expresso por:

$$P_n = 60\% + (n - t_m) \times 2\% \quad (2.4)$$

Onde:

- P_n é o percentual da média salarial recebido na aposentadoria;
- n é o tempo total de contribuição;
- t_m é o tempo mínimo exigido de contribuição (15 anos para mulheres e homens antigos, 20 anos para novos filiados).

Exemplos Práticos:

1. Mulher com 25 anos de contribuição:

$$P_{25} = 60\% + (25 - 15) \times 2\% = 60\% + 10 \times 2\% = 60\% + 20\% = 80\% \quad (2.5)$$

Ou seja, essa segurada receberia 80% da média dos salários de contribuição.

2. Homem com 35 anos de contribuição:

$$P_{35} = 60\% + (35 - 20) \times 2\% = 60\% + 15 \times 2\% = 60\% + 30\% = 90\% \quad (2.6)$$

Este segurado teria 90% da média salarial como benefício.

Com essa regra, a aposentadoria integral (100% da média) exige:

- 35 anos de contribuição para mulheres -> P35=100%;
- 40 anos de contribuição para homens -> P40=100%.

Esses aspectos mostram como a reforma alterou a forma de cálculo da aposentadoria, tornando necessário um tempo maior de contribuição para alcançar valores mais próximos do salário da ativa. No capítulo final, exploraremos mais exemplos e sua aplicabilidade em um produto educacional para o ensino da matemática financeira na previdência.

No Regime Próprio de Previdência Social (RPPS), destinado aos servidores públicos, as novas regras estabelecidas pela Reforma da Previdência de 2019 foram:

- Idade mínima: 62 anos para mulheres e 65 anos para homens.
- Tempo mínimo de contribuição: 25 anos.
- Exigências adicionais:
 - 10 anos de serviço público;
 - 5 anos no cargo em que se aposenta.

Assim como no RGPS, o cálculo do benefício no RPPS é progressivo, seguindo a fórmula:

$$P_n = 60\% + (n - 20) \times 2\% \quad (2.7)$$

Onde:

- P_n representa o percentual da média dos salários recebidos como aposentadoria;
- n é o tempo total de contribuição do servidor;
- 20 anos é o tempo mínimo exigido para progressão no cálculo.

Exemplo Prático:

1. Servidor público com 30 anos de contribuição:

$$P_{30} = 60\% + (30 - 20) \times 2\% = 60\% + 10 \times 2\% = 60\% + 20\% = 80\% \quad (2.8)$$

Esse servidor teria direito a 80% da média dos salários de contribuição como aposentadoria.

2. Servidor público com 40 anos de contribuição:

$$P_{40} = 60\% + (40 - 20) \times 2\% = 60\% + 20 \times 2\% = 60\% + 40\% = 100\% \quad (2.9)$$

Esse servidor atingiria 100% da média salarial, ou seja, aposentadoria integral.

Além das regras gerais, algumas categorias possuem critérios diferenciados:

- Professores da educação básica pública:
 - Tempo mínimo de contribuição: 25 anos.
 - Idade mínima: 57 anos para mulheres e 60 anos para homens.
 - Cálculo da aposentadoria: segue a mesma fórmula do RPPS.
- Policiais civis, federais e agentes penitenciários:
 - Tempo mínimo de contribuição: 30 anos.
 - Idade mínima: 55 anos.
 - Exigência adicional: 25 anos de exercício na atividade policial.
 - Cálculo da aposentadoria: proporcional à média dos salários, seguindo a progressão do RPPS.

A reforma também alterou as alíquotas de contribuição, introduzindo um modelo progressivo e modificou regras para cálculo de benefícios e pensões.

Atualmente, o INSS é responsável por:

- Analisar e conceder benefícios do Regime Geral de Previdência Social (RGPS);
- Gerir benefícios assistenciais da LOAS;
- Administrar o seguro-desemprego para pescadores artesanais;
- Gerir aposentadorias e pensões do Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) da União, conforme o Decreto 10.620 de 2021.

A Reforma da Previdência de 2019

Neste capítulo abordaremos os regimes previdenciários no Brasil, suas características específicas, bem como as mudanças significativas introduzidas pela Reforma da Previdência de 2019.

Os regimes previdenciários brasileiros são compostos por diferentes categorias que buscam atender segmentos específicos da população trabalhadora, garantindo-lhes proteção social na aposentadoria e em situações de vulnerabilidade, como invalidez, doença ou morte. Esses regimes são: Regime Geral de Previdência Social (RGPS), Regime Próprio de Previdência Social (RPPS), Regime de Previdência Complementar (RPC) e Regime de Previdência dos Militares (RPM).

Essa multiplicidade de sistemas, no que se refere aos RGPS, consiste: no regime da União, nos regimes de cada estado da federação, de cada município e do distrito federal, que são independentes entre si, cada um tem suas próprias regras e seus próprios problemas. Portanto, um problema que eventualmente esteja ocorrendo na previdência, é salutar destacar, não necessariamente diz respeito a todo o sistema da previdência. A Reforma de 2019, apesar dessa multiplicidade, determinou uma alteração que atingiu todo o sistema.

3.1 Regime Geral de Previdência Social (RGPS)

O RGPS atende aos trabalhadores da iniciativa privada regidos pela Consolidação das Leis do Trabalho (CLT) e também aos contribuintes individuais e facultativos. Esse regime é administrado pelo Instituto Nacional do Seguro Social (INSS), sendo a contribuição obrigatória, de caráter solidário e baseada em alíquotas progressivas que variam de 7,5% a 14%, conforme a faixa salarial. O benefício máximo é limitado ao teto do INSS, atualmente determinado por valores estipulados anualmente.

A reforma previdenciária de 2019 trouxe alterações substanciais no RGPS, incluindo a introdução de idades mínimas para a aposentadoria: 62 anos para mulheres e 65 anos para homens. O tempo de contribuição mínimo permaneceu em 15 anos para mulheres e homens que já estavam filiados ao RGPS antes da reforma. Para os novos trabalhadores, no entanto, o tempo mínimo de contribuição para os homens passou a ser de 20 anos.

A reforma também modificou o cálculo dos benefícios, que passou a considerar 100% das contribuições realizadas desde julho de 1994, em substituição à média das 80% maiores contribuições. O percentual inicial do benefício é de 60% da média salarial, com acréscimo de 2% por ano de contribuição que exceda 15 anos para mulheres e 20 anos para homens, até o limite de 100%.

Cabe aqui um exemplo: Com essa forma de se calcular, para um homem conseguir o benefício de 100%, é necessário 40 anos de contribuição: os 20 iniciais que lhe dão direito a 60%, mais 2% vezes 20, que completará os 100%. Para uma mulher conseguir um benefício de 100% são necessários 35 anos de contribuição: os 15 iniciais, mais 2% vezes 20, que completará os 100%.

3.2 Regime Próprio de Previdência Social (RPPS)

O RPPS é destinado aos servidores públicos efetivos das três esferas de governo: União, estados e municípios. Cada ente federativo pode estabelecer seu próprio regime, desde que respeite as diretrizes gerais. Após a Reforma de 2019, os servidores que ingressaram no serviço público até 2003 têm direito à aposentadoria com proventos integrais, enquanto os admitidos após essa data têm os benefícios calculados pela média das remunerações, com um percentual inicial de 60%, que aumenta conforme o tempo de contribuição. Desde 2013, os benefícios estão limitados ao teto do RGPS, a menos que o servidor opte por aderir à previdência complementar.

É importante destacar o fato que benefícios e aposentadorias, a partir de 2013, segundo a Lei 12618 de 2012, que cria o fundo de previdência complementar, FUNPRESP, ficam limitados ao teto do RGPS. Pois isso significa que os funcionários públicos federais, que entrarem no serviço público após essa lei, e que ganhem acima do teto do INSS, que hoje está em 8.157,41, terão, obrigatoriamente, que aderir a um plano de previdência complementar, caso queiram se aposentar ganhando acima do teto do INSS.

Exemplificando, se uma pessoa entra no serviço público federal ganhando 15.000,00 reais por mês, contribuirá com uma alíquota que a permitirá se aposentar ganhando 8.157,41 (teto do INSS). Note que é basicamente ter um salário durante a vida laboral e se aposentar ganhando a metade. Para ganhar acima disso, isto é, acima desse teto, na aposentadoria, a pessoa terá, por obrigação, que aderir a uma previdência complementar.

Os funcionários públicos estaduais e municipais, cujos estados e municípios vierem

a “reformular” suas previdências e criar planos de previdência complementar, precisarão verificar as condições de funcionamento de suas aposentadorias. Acrescentamos que a Reforma da Previdência, EC 103, de 2019, já estabelece o seguinte, em seu artigo 40, parágrafo 14: “A União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios instituirão, por lei de iniciativa do respectivo Poder Executivo, regime de previdência complementar para servidores públicos ocupantes de cargo efetivo, observado o limite máximo dos benefícios do Regime Geral de Previdência Social para o valor das aposentadorias e das pensões em regime próprio de previdência social.”

Assim, toda e qualquer pessoa, que entrar no serviço público brasileiro, de qualquer órgão, da União, dos estados e dos Municípios, a partir da vigência da EC 103, de 2019, terá sua aposentadoria limitada pelo teto do INSS, isto é, pelo teto do RGPS. E, como consequência, se entrarem no serviço público ganhando acima do teto e quiserem ter uma aposentadoria maior que o teto serão obrigados a aderirem a um plano de previdência complementar. Nesse sentido a aposentadoria complementar não é uma opção, mas uma obrigação.

Para os servidores que entraram no serviço público antes da vigência da EC 103, de 2019, regras de transição são aplicadas, ver (EC, 103, 2019).

O que dissemos acima, obviamente, vale para os trabalhadores da iniciativa privada, pois toda e qualquer aposentadoria gerida pelo INSS, após a vigência da EC 103, de 2019, é limitada pelo teto do INSS. O que, da mesma forma, obriga os trabalhadores de toda e qualquer natureza, a aderirem a uma previdência complementar.

Ainda de acordo com a EC 103, de 2019, os servidores federais passaram a ter idades mínimas de aposentadoria fixadas em 62 anos para mulheres e 65 anos para homens, com pelo menos 25 anos de contribuição, 10 anos no serviço público e 5 anos no cargo efetivo. O cálculo dos benefícios segue as mesmas regras do RGPS para aqueles que ingressaram no serviço público após 2004, ou seja, com base na média de todas as contribuições.

A Reforma da Previdência de 2019 também introduziu alíquotas progressivas para as contribuições ao Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) da União, variando de 7,5% a 22%, conforme a faixa salarial do servidor. Essa progressividade, de acordo com os defensores da reforma, busca garantir maior equidade e sustentabilidade financeira ao sistema, pois servidores com salários mais altos contribuem com uma parcela proporcionalmente maior.

A tabela a seguir apresenta as faixas salariais e as respectivas alíquotas aplicadas:

Faixa Salarial (R\$)	Alíquota Aplicável
Até 1.518,00	7,5%
De 1.518,00 até 2.793,88	9,0%
De 2.793,89 até 4.190,83	12,0%
De 4.190,84 até 8.157,41	14,0%
De 8.157,42 até 15.772,05	14,5%
De 15.772,06 até 23.658,08	16,5%
De 23.658,09 até 47.316,16	19,0%
Acima de 47.316,16	22,0%

Tabela 3.1: Faixas salariais e suas respectivas alíquotas aplicadas

Exemplo de Cálculo da Contribuição Previdenciária

Para ilustrar como as alíquotas progressivas funcionam, consideremos um servidor com salário bruto de R\$ 10.000,00. O cálculo é feito por faixa, aplicando-se a alíquota correspondente a cada parte do salário. Importante destacar que, para um funcionário que entrou no serviço público após a vigência da EC 103, de 2019, tal tabela não se aplica, pois sua contribuição previdenciária fica limitada ao teto do RGPS.

Faixa Salarial (R\$)	Alíquota (%)	Valor da Contribuição (R\$)
Até 1.518,00	7,5%	R\$ 113,85
De 1.518,00 até 2.793,88	9,0%	R\$ 114,83
De 2.793,89 até 4.190,83	12,0%	R\$ 167,63
De 4.190,84 até 8.157,41	14,0%	R\$ 555,32
De 8.157,42 até 10.000,00	14,5%	R\$ 267,17
Total	—	R\$ 1.218,80

Tabela 3.2: Exemplo de Cálculo da Contribuição Previdenciária

Assim, um servidor da União que recebe R\$ 10.000,00 de salário bruto contribuiria com R\$ 1.218,80 ao mês para o RPPS. Esse modelo de cálculo difere do sistema anterior, que aplicava uma única alíquota sobre o valor total do salário, tornando a nova metodologia mais onerosa para os servidores com remuneração elevada.

3.3 Regime de Previdência Complementar (RPC)

O RPC é uma modalidade facultativa que visa oferecer um benefício adicional na aposentadoria. Pontuamos que é facultativa, mas com caráter praticamente obrigatório para quem começou a contribuir com a previdência após a vigência da EC 103, de 2019. Pode ser administrado por entidades públicas ou privadas. Para os servidores públicos federais, a Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público (FUNPRESP) foi instituída pela Lei nº 12.618/2012. Já a modalidade privada subdivide-se em:

- **Entidades Abertas de Previdência Complementar (EAPC):** Voltadas para qualquer trabalhador da iniciativa privada, operadas por bancos ou seguradoras.
- **Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC):** Restritas a grupos específicos de empresas ou categorias profissionais, sem fins lucrativos.

As modalidades de contribuição incluem:

- **Benefício Definido (BD):** O valor do benefício futuro é previamente estabelecido, e a contribuição é ajustada conforme necessário.
- **Contribuição Definida (CD):** O valor da contribuição mensal é fixado, enquanto o benefício é calculado com base no montante acumulado.

Com a reforma de 2019, houve um incentivo à ampliação do RPC, sobretudo para os servidores públicos. A União, os estados e os municípios, como dissemos acima, passaram a ser obrigados a instituir regimes complementares para os servidores que recebam salários superiores ao teto do RGPS.

Ilustramos com um exemplo, simulado pelo próprio fundo de previdência complementar, FUNPRESP em sua página na internet, ver (<https://perfis.funpresp.com.br/#/simulador/publico>) O exemplo é o de um trabalhador que nasceu em 1990 e começou a trabalhar no serviço público em 2020, portanto depois da vigência da EC 103, de 2020. Adotamos para esse exemplo um salário de R\$ 15.000,00 reais. Nesse caso, como o teto do INSS atualmente é de R\$ 8.157,41, a base de cálculo do FUNPREP é sobre a diferença, isto é, sobre R\$ 6.842,59. Adotamos a alíquota máxima, que é de 8,5% , e com a qual o governo também contribui com o mesmo valor para o FUNPRESP. Nesse caso, o valor da contribuição mensal tanto do trabalhador, quanto do governo, para o FUNPRESP é de R\$ 581,62, cada um. O valor da aposentadoria pelo FUNPRESP, nesse caso, após 35 anos de contribuição, será de R\$ 3.642,00. Observe que somando esse valor ao teto, isto é, somando R\$ 3642,00 com R\$ 8.157,41, obtém-se R\$ 11.799,41 de aposentadoria, que é um valor muito abaixo de seu salário. E ainda há um agravante. Como o FUNPRESP é um fundo do tipo Contribuição Definida, os valores da aposentadoria exibidos pelo FUNPRESP são meramente ilustrativos, não há nenhuma garantia de que os mesmos serão realizados no futuro, pois o dinheiro depositado todos os meses pelos trabalhadores serão geridos pelo FUNPRESP, que usará o mercado financeiro para assegurar rentabilidade. E uma possibilidade, absolutamente não descartável, é de o fundo quebrar.

Sobre a alíquota de contribuição ao FUNPRESP, destacamos o seguinte: conforme a Lei 12618, de 2012, os trabalhadores tem a opção de contribuir com 7,5% ou com 8% ou

com 8,5% sobre o que exceder do salário em relação ao teto do INSS. Para cada uma dessas opções, o governo contribui com igual valor. Se o trabalhador decidir contribuir com uma alíquota acima de 8,5% , o governo só contribui até o limite de 8,5%. Essa decisão, obviamente, limita o valor da aposentadoria, pois limita o valor do fundo constituído pelo trabalhador, que deixa de ter a contrapartida do governo para alíquotas que excederem 8,5%.

Nosso entendimento sobre essas mudanças indica que o que está acontecendo é que o estado está “lavando as mãos” com relação a sua responsabilidade para com a previdência social e está jogando essa responsabilidade para os indivíduos. Essas mudanças, claramente, indicam uma ruptura com o pacto da seguridade social, estabelecido na Constituição Federal de 1988 e a criação de um novo tipo de previdência, de caráter individualista. Uma outra coisa que é possível concluir dessas mudanças é que o mercado financeiro se beneficiará com o uso dos recursos dos trabalhadores, pois a gerência dos fundos complementares, por óbvio, terão que depositar tais recursos em fundos de investimento, na bolsa de valores, etc, com vistas a assegurar rentabilidade. E sem garantia nenhuma de que os trabalhadores conseguirão a merecida aposentadoria no futuro, pois tudo vai depender do “sucesso” dos fundos complementares no mercado.

3.4 Regime de Previdência dos Militares (RPM)

Os militares foram desvinculados do RPPS em 1980 pela Lei nº 6.880, passando a ter um regime próprio com regras específicas. Após a Reforma de 2019, os militares conquistaram vantagens significativas, reforçando a separação entre este grupo e os demais servidores públicos.

3.5 Plano de Seguridade Social dos Congressistas (PSSC)

Parlamentares da União contam com um regime específico, o PSSC, cuja adesão é facultativa.

3.6 Impactos Gerais da Reforma

O argumento apresentado para a necessidade de uma reforma da previdência, especialmente veiculado pela imprensa, foi o seguinte: A reforma da previdência de 2019 foi uma resposta às dificuldades de sustentabilidade financeira dos regimes previdenciários brasileiros, motivadas pelo envelhecimento populacional e pelo desequilíbrio entre contribuintes ativos e beneficiários. Além das alterações nos requisitos de acesso e cálculo dos benefícios, destacam-se medidas voltadas à maior equidade, como a progressividade das alíquotas e o reforço ao RPC. Sobre esses argumentos, que julgamos da maior relevância, e entendemos que os cálculos que mostram esses alegados déficits e desequilíbrios da previdência devem ser amplamente conhecidos e debatidos pela população, apresentamos os seguintes dois elementos: o primeiro é que, segundo página

do Senado Federal na Internet, de 30 de outubro de 2017,(ver,...) “A Previdência Social é superavitária e os problemas existentes são consequência da má gestão”. O segundo elemento é que, segundo Nota Pública, publicada pela Frente Parlamentar Mista em Defesa da Previdência Social, ver (Nota Pública, 2019), o governo decretou sigilo sobre os estudos e pareceres técnicos que embasam a Reforma da Previdência.

Esses elementos mostram a relevância de se estudar e debater o tema da previdência social e o quanto os trabalhadores devem se apropriar dessa discussão para orientar suas práticas no futuro.

Por outro lado, a reforma também trouxe desafios, como o aumento do período de contribuição para os trabalhadores e a necessidade de adaptações por parte dos entes federativos que gerem RPPS. Esses aspectos tornam evidente a complexidade do sistema previdenciário brasileiro e a importância de medidas, desde que feitas após amplo debate e com a seriedade e transparência que o tema exige, que combinem sustentabilidade e garantia de direitos sociais.

Um plano de Previdência

O planejamento previdenciário é um tema de grande relevância para os trabalhadores brasileiros, especialmente diante das constantes mudanças nas regras de aposentadoria. A Reforma da Previdência de 2019 trouxe alterações significativas nos regimes previdenciários, impactando diretamente o tempo de contribuição, as alíquotas e os valores dos benefícios. Compreender os cálculos envolvidos na previdência torna-se, portanto, fundamental para que os cidadãos possam tomar decisões mais informadas sobre seu futuro financeiro.

A matemática desempenha um papel central nesse contexto, pois os cálculos previdenciários envolvem conceitos como progressões geométricas, juros compostos e estatísticas atuariais. Assim, explorar esses conteúdos no ensino básico, por meio de problemas contextualizados, pode contribuir tanto para a educação financeira dos estudantes quanto para o desenvolvimento de suas habilidades matemáticas.

Dessa forma, este capítulo apresenta um modelo matemático para o cálculo previdenciário, explorando os principais elementos envolvidos na determinação dos benefícios da aposentadoria. Além disso, serão propostas atividades voltadas para estudantes do ensino fundamental II e médio, utilizando conceitos matemáticos aplicados à previdência. Por fim, um estudo de caso será analisado, demonstrando os cálculos necessários para a aposentadoria de um servidor público da Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso (SEDUC-MT) que ingressou no serviço público em 2018.

Para compreender o funcionamento da previdência e simular diferentes cenários de aposentadoria, é essencial o desenvolvimento de um modelo matemático baseado em progressão geométrica e juros compostos. A previdência funciona, essencialmente, como um sistema de capitalização ou repartição, em que a contribuição mensal de um

trabalhador pode ser vista como uma série de depósitos sucessivos ao longo do tempo. O saldo acumulado dessas contribuições depende de variáveis como taxa de rendimento, tempo de contribuição e percentual da alíquota aplicada sobre o salário.

Matematicamente, esse saldo pode ser modelado por meio da fórmula do montante de uma progressão geométrica finita, considerando que cada depósito mensal sofre a incidência de juros compostos até o momento da aposentadoria. Assim, se um trabalhador contribui mensalmente com um valor fixo P , com uma taxa de rendimento i ao mês, durante um período n meses, o saldo acumulado S_n pode ser expresso pela equação:

$$S_n = P \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (4.1)$$

onde:

- P é a contribuição mensal ao longo da vida ativa;
- i é a taxa de rendimento da previdência;
- n é o número total de meses de contribuição.

Com base nesse modelo, é possível analisar diferentes cenários de aposentadoria, considerando variações nas alíquotas, no tempo de contribuição e na taxa de juros aplicada. Além disso, o impacto dessas variáveis no valor final do benefício previdenciário pode ser explorado comparando regimes de previdência pública e complementar.

Logo abaixo, serão apresentados exemplos práticos e uma série de exercícios que permitirão a aplicação direta desse modelo, promovendo um aprendizado contextualizado e acessível para alunos do ensino fundamental II e médio.

4.1 Exercícios sobre Progressão Geométrica (PG), Juros Composto e Cálculo Previdenciário

Exercício 1: Um trabalhador decide contribuir para um plano de previdência complementar, depositando R\$ 100,00 no primeiro mês e aumentando essa contribuição em 5% a cada mês.

- a) A sequência de contribuições forma uma PG? Justifique.
- b) Determine a contribuição no 10^o mês.
- c) Qual será o total acumulado após 12 meses de contribuição?

Exercício 2: Considere um fundo de previdência privada onde as contribuições mensais seguem uma PG de razão 1,02. Se a primeira contribuição for de R\$ 500,00, qual será o valor da 24^a contribuição?

Exercício 3: Um professor decide investir mensalmente em um plano de previdência complementar, aumentando a contribuição em 2% a cada mês. Se ele começa contribuindo

com R\$ 200,00, quanto terá depositado ao final de um ano?

Exercício 4: Uma pessoa investe R\$ 5.000,00 em um fundo de previdência que rende 0,8% ao mês. Qual será o saldo acumulado após 10 anos sem novos depósitos? Use a fórmula dos juros compostos:

$$M = P \times (1 + i)^n \quad (4.2)$$

onde:

- M é o montante final,
- P é o capital inicial,
- i é a taxa de juros mensal,
- n é o número de meses.

Exercício 5: Um trabalhador faz um depósito único de R\$ 2.000,00 em um fundo de previdência que rende 1% ao mês. Qual será o valor do saldo após 5 anos?

Exercício 6: Se um servidor público decide investir mensalmente R\$ 300,00 em um plano de previdência com rendimento de 0,75% ao mês, qual será o saldo acumulado após 20 anos de contribuição?

Exercício 7: Um trabalhador contribui para o Regime Geral de Previdência Social (RGPS) com uma alíquota de 9% sobre seu salário mensal de R\$ 3.000,00. Considerando que ele contribua por 35 anos, qual será o total acumulado em contribuições?

Exercício 8: Após 30 anos de contribuição, um professor tem direito a um benefício calculado com base na média de seus salários de contribuição, que foram corrigidos ao longo do tempo. Se a média corrigida de seus salários for de R\$ 5.000,00 e a regra de cálculo estabelece um percentual inicial de 60%, acrescido de 2% para cada ano de contribuição além de 20 anos, qual será o valor da aposentadoria desse professor?

Exercício 9: Considere um servidor da SEDUC-MT que ingressou no serviço público em 2018. Ele contribui com 14% sobre seu salário de R\$ 6.500,00. Se ele pretende se aposentar com 35 anos de contribuição e a regra estabelece que seu benefício será de 60% da média dos salários, aumentando 2% por ano adicional de contribuição, qual será sua aposentadoria caso contribua por 40 anos?

4.2 Exemplos Práticos do Cálculo da Aposentadoria com Diferentes Alíquotas, Tempos de Contribuição e Regras Pós-2019

Para ilustrar o impacto das novas regras previdenciárias introduzidas pela Reforma da Previdência de 2019, analisaremos diferentes cenários de aposentadoria, considerando

alíquotas de contribuição, tempo de serviço e o cálculo do benefício final. Os exemplos serão aplicados ao Regime Geral de Previdência Social (RGPS) e ao Regime Próprio de Previdência Social (RPPS), contemplando tanto trabalhadores do setor privado quanto servidores públicos.

Exemplo 1: Trabalhador do Setor Privado no RGPS João trabalha com carteira assinada e contribui para o INSS há 35 anos. Seu salário de contribuição médio corrigido ao longo da carreira foi de R\$ 4.500,00. Após a Reforma de 2019, a regra de cálculo do benefício é:

- O valor da aposentadoria corresponde a 60% da média salarial + 2% para cada ano de contribuição acima de 20 anos.

Cálculo:

- João contribuiu por 35 anos, ou seja, 15 anos acima do mínimo de 20 anos.
- O percentual base é $60\% + (15 \times 2\%) = 90\%$.
- Assim, seu benefício será:

$$- \text{Aposentadoria: } 90\% \times 4500 = \text{R\$ } 4050,00$$

Ou seja, João se aposentará recebendo R\$ 4.050,00 mensais.

Exemplo 2: Servidor Público no RPPS (Pós-2019) Maria é professora da rede estadual e ingressou no serviço público em 2015, portanto, após 2003 e antes da Reforma de 2019. Seu salário médio de contribuição foi R\$ 6.000,00, e ela contribuirá por 40 anos antes da aposentadoria.

De acordo com as novas regras, seu benefício será calculado da seguinte forma:

- O valor inicial da aposentadoria é 60% da média salarial, acrescido de 2% para cada ano trabalhado além de 20 anos.

Cálculo:

- Tempo de contribuição: 40 anos (20 anos além do mínimo).
- Percentual: $60\% + (20 \times 2\%) = 100\%$.
- Assim, seu benefício será 100% da média salarial:

$$- \text{Aposentadoria: } 100\% \times 6000 = \text{R\$ } 6000,00$$

Maria se aposentará com o salário integral de R\$ 6.000,00, pois atingiu os 100% do cálculo previdenciário.

Para ilustrar as regras previdenciárias aplicadas a servidores estaduais de Mato Grosso, apresentamos três cenários:

- Servidor da SEDUC-MT (masculino) – Regras do RPPS estadual.
- Servidora da SEDUC-MT (feminino) – Regras do RPPS estadual.
- Servidor Militar Estadual de MT – Regras do Regime Próprio dos Militares (RPM).

1. Servidor da SEDUC-MT (Masculino) - Dados do servidor: Cargo: Professor da Educação Básica Regime: RPPS (Regime Próprio de Previdência Social – MTPrev) Ingresso: 2018 Salário médio de contribuição: R\$ 6.500,00 Tempo mínimo de contribuição: 35 anos Idade mínima para aposentadoria: 60 anos Alíquota de contribuição: 14% sobre o salário Cálculo do benefício: De acordo com a Reforma de 2019, o servidor terá direito a 60% da média salarial, acrescido de 2% por ano acima de 20 anos de contribuição. Tempo total de contribuição: 35 anos Percentual aplicado: $60\% + (15 \times 2\%) = 90\%$ Cálculo da aposentadoria: $90\% \times 6500 = R\$ 5850,00$ Se o servidor continuar contribuindo até 40 anos de serviço, o percentual atinge 100%, garantindo o benefício integral de R\$ 6.500,00.

2. Servidora da SEDUC-MT (Feminino) - Dados da servidora: Cargo: Professora da Educação Básica Regime: RPPS (Regime Próprio de Previdência Social – MTPrev) Ingresso: 2018 Salário médio de contribuição: R\$ 6.500,00 Tempo mínimo de contribuição: 30 anos Idade mínima para aposentadoria: 57 anos Alíquota de contribuição: 14% sobre o salário Cálculo do benefício: Assim como no caso masculino, a regra de cálculo prevê 60% da média salarial + 2% por ano acima de 20 anos de contribuição. Tempo total de contribuição: 30 anos Percentual aplicado: $60\% + (10 \times 2\%) = 80\%$ Cálculo da aposentadoria: $80\% \times 6500 = R\$ 5200,00$ Se a professora trabalhar mais 5 anos, atingindo 35 anos de contribuição, receberá 90% do salário médio, ou seja, R\$ 5.850,00.

3. Servidor Militar Estadual de MT - Os militares possuem regras diferenciadas de previdência. Eles foram excluídos do RPPS na década de 1980, passando a ter um sistema próprio com regras mais vantajosas após a Reforma de 2019. Dados do militar estadual: Cargo: Policial Militar (Cabo) Regime: RPM (Regime de Previdência dos Militares) Ingresso: 2011 Salário médio de contribuição: R\$ 10.000,00 Tempo mínimo de serviço: 35 anos (homens e mulheres) Idade mínima: Não há idade mínima fixa Alíquota de contribuição: 10,5% sobre o salário Cálculo do benefício: Os militares têm direito à paridade e integralidade, ou seja, ao se aposentar, recebem o último salário da ativa. Tempo total de serviço: 35 anos Percentual aplicado: 100% do último salário Cálculo

da aposentadoria: $100\% \times 10000 = \text{R\$ } 10000,00$ Enquanto os professores estaduais se aposentam com um percentual reduzido do salário médio, os militares garantem 100% da última remuneração, evidenciando uma diferença significativa entre os regimes previdenciários.

Esses exemplos mostram como as regras pós-Reforma de 2019 impactam diretamente o valor da aposentadoria, destacando a importância do planejamento previdenciário para todos os públicos. Neste caso:

- Professores estaduais precisam contribuir por mais tempo e não possuem integralidade.
- Militares mantêm paridade e integralidade, recebendo 100% do último salário.

Esses cálculos reforçam a necessidade de educação previdenciária e planejamento financeiro ao longo da vida profissional.

Considerações finais

A previdência social desempenha um papel fundamental na proteção financeira dos trabalhadores, garantindo que, ao final de sua vida laboral, possam usufruir de uma renda que assegure sua dignidade e qualidade de vida. No Brasil, a previdência passou por diversas transformações ao longo da história, culminando na Reforma de 2019, que trouxe mudanças significativas, como o aumento da idade mínima, a modificação no cálculo dos benefícios e a adoção de novas regras para os diferentes regimes previdenciários. Essas alterações impactaram diretamente milhões de trabalhadores e trouxeram desafios adicionais para o planejamento da aposentadoria.

Neste contexto, a matemática se torna uma ferramenta essencial para compreender os cálculos previdenciários e auxiliar os trabalhadores a tomarem decisões mais informadas sobre seu futuro financeiro. Conceitos como progressão aritmética, progressão geométrica e juros compostos permitem modelar e simular diferentes cenários de aposentadoria, possibilitando um planejamento mais eficiente e consciente.

Além disso, a educação previdenciária deve ser incentivada no ensino básico, pois preparar os estudantes desde cedo para compreender a previdência social é essencial para que possam planejar seu futuro de forma mais estruturada. Incorporar discussões sobre aposentadoria e planejamento financeiro nas aulas de matemática pode proporcionar um aprendizado mais significativo, aproximando os conteúdos escolares da realidade dos alunos e contribuindo para sua formação cidadã. A abordagem de cálculos previdenciários no ambiente escolar pode ser uma ferramenta poderosa para conscientizar os jovens sobre a importância da previdência e do planejamento de longo prazo.

A necessidade de acompanhamento contínuo das mudanças previdenciárias é evidente. O impacto da Reforma de 2019 ainda está em processo de consolidação, e novos ajustes

podem ser necessários para garantir a sustentabilidade do sistema e a proteção dos trabalhadores. O presente estudo pode ser ampliado em pesquisas futuras, analisando os efeitos práticos dessas mudanças e investigando novas propostas de reforma que possam equilibrar a responsabilidade fiscal com a garantia de direitos dos segurados.

Por fim, espera-se que este trabalho contribua para a disseminação do conhecimento sobre a previdência social e sua relação com a matemática, auxiliando tanto trabalhadores quanto estudantes a compreenderem melhor o sistema previdenciário brasileiro. Com uma abordagem mais acessível e baseada em cálculos e simulações, é possível promover um debate mais informado e contribuir para a construção de um sistema previdenciário mais justo e sustentável para as futuras gerações.

Referências Bibliográficas

- [1] <https://trilhante.com.br/curso/origens-historicas-da-seguridad-social/aula/origens-historicas-da-seguridad-social-no-mundo> - Acessado em 15/11/2024
- [2] <https://blog.grupogen.com.br/juridico/areas-de-interesse/previdenciario/fases-historicas-previdencia-social/> - Acessado em 15/11/2024
- [3] <https://economiamainstream.com.br/artigo/a-matematica-financeira-da-aposentadoria/> - Acessado em 15/11/2024
- [4] <https://blog.grupogen.com.br/juridico/areas-de-interesse/previdenciario/fases-historicas-previdencia-social/> - Acessado em 17/11/2024
- [5] <https://trilhante.com.br/curso/origens-historicas-da-seguridad-social/aula/origens-da-seguridad-social-no-brasil-parte-vi-1> - Acessado em 17/11/2024
- [6] <https://www.politize.com.br/historia-da-previdencia-no-brasil/> - Acessado em 17/11/2024
- [7] <https://www.youtube.com/watch?v=eL8qVyAu8ek> - Acessado em 17/11/2024
- [8] <https://www.youtube.com/watch?v=u0TVm1VjaFA> - Acessado em 17/11/2024
- [9] BASTOS, Daniel Schneider. "O direito à subsistência em xeque: um olhar sobre a lei dos pobres e o ato de emenda de 1834." *História Econômica & História de Empresas*, vol. 21, n. 1, 2018, pp. 135-173.
- [10] MARTINS, Sérgio Pinto. *Direito da Seguridade Social*. 43. ed. São Paulo: Saraiva Jur, 2025.

- [11] DUNCAN-JONES, Richard. Money and Government in the Roman Empire. Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
- [12] THOMPSON, Edward P. Costumes in Common: Studies in Traditional Popular Culture. London: Merlin Press, 1991.
- [13] GILBERT, Bentley B.. The Evolution of National Insurance in Great Britain: The Origins of the Welfare State. Londres: Michael Joseph, 1966.
- [14] GIAMBIAGI, F.; AFONSO, J. R. R. Finanças Públicas: Teoria e Prática no Brasil. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.
- [15] BRASIL. Emenda Constitucional nº 41, de 19 de dezembro de 2003. Altera os artigos 37, 40, 42, 48, 149, 195 e 201 da Constituição Federal, entre outros dispositivos. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br>.
- [16] BRASIL. Lei nº 13.183, de 4 de novembro de 2015. Altera a Lei nº 8.213/1991 para dispor sobre a aposentadoria e outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br>.
- [17] GIAMBIAGI, F. et al. Reforma da Previdência: A Visão do Governo. Elsevier, 2011.
- [18] BRASIL. Emenda Constitucional nº 103, de 12 de novembro de 2019. Modifica o sistema de previdência social e estabelece regras de transição. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br>.
- [19] PEREIRA, M. A.; SILVA, J. R. Matemática Financeira Aplicada à Previdência. São Paulo: Atlas, 2021.
- [20] MINISTÉRIO DA ECONOMIA. Cartilha da Reforma da Previdência - RPPS da União. Brasília, 2020.

Apêndice - Soluções dos Exercícios

Exercício 1:

a) Sim, a sequência de contribuições forma uma Progressão Geométrica (PG), pois há um crescimento constante de 5% a cada mês, ou seja, cada termo é obtido multiplicando o anterior por uma razão fixa.

b) A contribuição no 10^o mês pode ser calculada pela fórmula da PG:

$$a_n = a_1 \times q^{(n-1)} \rightarrow a_{10} = 100 \times 1,05^{(10-1)} = 100 \times 1,5513 \quad (5.1)$$

$$a_{10} \approx 155,13 \quad (5.2)$$

c) O total acumulado após 12 meses é dado pela soma dos termos da PG:

$$S_n = \frac{a_1 \times (q^n - 1)}{q - 1} \rightarrow S_{12} = \frac{100 \times (1,05^{12} - 1)}{1,05 - 1} = \frac{100 \times (1,7959 - 1)}{0,05} \quad (5.3)$$

$$S_{12} \approx 1.591,80 \quad (5.4)$$

Exercício 2: A fórmula da PG é usada:

$$a_n = a_1 \times q^{(n-1)} \rightarrow a_{24} = 500 \times 1,02^{(24-1)} = 500 \times 1,6084 \quad (5.5)$$

$$a_{10} \approx 804,20 \quad (5.6)$$

Exercício 3: Usamos a soma dos termos da PG:

$$S_n = \frac{a_1 \times (q^n - 1)}{q - 1} \rightarrow S_{12} = \frac{200 \times (1,02^{12} - 1)}{1,02 - 1} = \frac{200 \times (1,2682 - 1)}{0,02} \quad (5.7)$$

$$S_{12} \approx 3.364,00 \quad (5.8)$$

Exercício 4: Usamos a fórmula dos juros compostos:

$$M = P \times (1 + i)^n = 5000 \times (1 + 0,008)^{120} = 5000 \times 2,718 \quad (5.9)$$

$$S_{12} \approx 13.590,00 \quad (5.10)$$

Exercício 5: Usamos a fórmula dos juros compostos:

$$M = P \times (1 + i)^n = 2000 \times (1 + 0,01)^{60} = 2000 \times 1,8194 \quad (5.11)$$

$$S_{12} \approx 3.638,80 \quad (5.12)$$

Exercício 6: Usamos a soma da PG:

$$S_n = P \times \frac{((1 + i)^n - 1)}{i} \rightarrow S_{240} = 300 \times \frac{4,4645 - 1}{0,0075} = 300 \times 461,93 \quad (5.13)$$

$$S_{12} \approx 138.579,00 \quad (5.14)$$

Exercício 7: Total acumulado:

$$0,09 \times 3000 \times 12 \text{ times} = 0,09 \times 1.260.000 = 113.400,00 \quad (5.15)$$

Exercício 8: Benefício com 30 anos:

$$B = 60\% + (30 - 20) \times 2\% = 60\% + 10 \times 2\% = 60\% + 20\% = 80\% \quad (5.16)$$

$$B = 80\% \times 5000 = 4.000,00 \quad (5.17)$$

Exercício 9: Benefício com 40 anos:

$$B = 60\% + (40 - 20) \times 2\% = 60\% + 20 \times 2\% = 60\% + 40\% = 100\% \quad (5.18)$$

$$B = 100\% \times 6500 = 6.500,00 \quad (5.19)$$