Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática
Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Evaldo Gonçalves de Araujo

Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot

Orientador:
Prof. Dr. Ronaldo César Duarte

Natal - RN
julho de 2025

Evaldo Gonçalves de Araujo

Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFRN como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Ronaldo César Duarte.

Natal - RN
julho de 2025

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Sistema de Bibliotecas - SISBI
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Setorial Prof. Ronaldo Xavier de Arruda - CCET

Araujo, Evaldo Gonçalves de.
Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot / Evaldo Gonçalves de Araujo. - 2025.
170 f.: il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional. Natal, RN, 2025.
Orientação: Prof. Dr. Ronaldo César Duarte.

1. Matemática - Dissertação. 2. Geogebra - Dissertação. 3. Metodologia - Dissertação. 4. Kahoot - Dissertação. 5. Tecnologia - Dissertação. I. Duarte, Ronaldo César. II. Título.

RN/UF/CCET CDU 51(043.3)

Elaborado por Joseneide Ferreira Dantas - CRB-15/324

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Centro de Ciências Exatas e da Terra
Departamento de Matemática
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Evaldo Gonçalves de Araujo

Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Ronaldo César Duarte (UFRN - Orientador)
Profa. Dra. Viviane Simioli Medeiros Campos (UFRN - Membro interno)
Profa. Dra. Márcia Maria Alves de Assis (UERN - Membro externo)

Natal - RN
julho de 2025

Agradecimentos

A todos os que me ajudaram neste trabalho. Em especial, a minha esposa Patricia Taveira de Brito Araujo, pela paciência e pelo apoio nos momentos mais difíceis desta trajetória; e a meus filhos, Matheus Taveira de Brito Araujo e Amanda Taveira de Brito Araujo, por me ajudarem a atualizar-me na comunicação com os alunos da geração Z.

Um agradecimento muito especial ao Prof. Dr. Ronaldo César Duarte, pelas orientações, correções e disponibilidade ao longo de todo o trabalho.

Agradeço também aos demais professores do PROFMAT e aos colegas de turma, que muito contribuíram para a conclusão deste meu mestrado.

Agradeço imensamente à gestão do Centro Estadual de Educação Profissional Dr. Ruy Pereira dos Santos, representada pelas Profas. Sheila Pricila Marques Cabral de Souza e Camila Alves Duarte, respetivamente diretora e vice-diretora, pela disponibilidade da escola para a aplicação da sequência didática deste trabalho, bem como aos Profs. Alesson Silva de Lima, Edson Caio Silva e Lisieux Feitosa Gondim Pipolo, que gentilmente me cederam suas turmas e seu espaço para que as aulas acontecessem.

Também quero agradecer à minha família, em especial, a meus pais, já falecidos, que, apesar das limitações, sempre tiveram a educação de seus filhos como prioridade absoluta, e a minha irmã Profa. Edileusa Gonçalves de Araujo, pelas correções textuais.

Agradeço também aos alunos do Centro Estadual de Educação Profissional - Dr. Ruy Pereira dos Santos que contribuíram para esta pesquisa, participando das aulas, e a todos os que, de uma forma ou de outra, ajudaram na conclusão deste trabalho.

Resumo

Atendendo ao objetivo do Mestrado Profissional de Matemática - PROFMAT -, este trabalho tem o objetivo de mostrar a importância do uso, pelo professor, das tecnologias digitais no processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, apresenta uma sequência didática para turmas do Ensino Médio, na qual o Geogebra é a ferramenta utilizada, no estudo do comportamento do gráfico da função do segundo grau, e os conhecimentos adquiridos são avaliados, de forma bastante lúdica, pelo Kahoot. Com a aplicação desse roteiro em duas turmas do primeiro ano do Centro Estadual de Educação Profissional - Dr. Ruy Pereira dos Santos, na cidade de São Gonçalo do Amarante, estado do Rio Grande do Norte, o resultado confirmou a expectativa do pesquisador, quando quase 96% dos alunos participantes concordaram que os recursos de tecncologia digital, em especial o Geogebra, ajudam no estudo de matemática, e até pediram que os professores usassem mais essa metodologia para tornar as aulas mais interessantes. Na mesma pesquisa, metade dos alunos participantes declararam que somente às vezes, raramente ou nunca têm motivação para estudar matemática e, na justificativa, a palavra que mais apareceu em relação à essa questão aberta foi "difícil". Está comprovado que precisamos realizar urgentemente alguma ação visando mudar esse quadro. As aulas, de acordo com os alunos entrevistados, deveriam ser mais dinâmicas, experimentais, com participação ativa dos alunos.
Palavras-chave: Geogebra, Matemática, metodologia, Kahoot, tecnologia.

Abstract

In line with the objectives of the Professional Master's Program in Mathematics – PROFMAT, this study aimed to highlight the importance of teachers using digital technologies in the teaching-learning process. So, it presents a didactic sequence designed for high school students, introducing GeoGebra as a digital tool to explore the behavior of the graph of quadratic functions. The sequence also includes a playful assessment of students' knowledge using Kahoot. This teaching approach was implemented in two first-year classes at the State Center for Professional Education - Dr. Ruy Pereira dos Santos, in the city of São Gonçalo do Amarante, in the state of Rio Grande do Norte. The results confirmed the researcher's expectations: nearly 96% of participating students agreed that digital technologies—particularly GeoGebra—support learning in mathematics and even requested that teachers adopt this methodology more frequently to make lessons more engaging. The same study also revealed that half of the students surveyed are sometimes, rarely, or never motivated to study mathematics, with the word "difficult"being the most frequent response in the open-ended question regarding their lack of motivation. This clearly demonstrates the urgent need for action. According students, lessons must become more dynamic, hands-on, and inclusive of active student participation.
Keywords: GeoGebra, Mathematics, methodology, Kahoot, technology.

Sumário

INTRODUÇÃO **14**

1 Tecnologias digitais e educação matemática **19**

1.1 A educação e as tecnologias digitais 19

1.2 O uso de tecnologias no ensino de matemática 27

1.2.1 *Softwares* de matemática 33

1.2.2 Geogebra 34

1.2.3 Gamificação 40

1.2.4 Kahoot 47

2 A Parábola **49**

2.1 Introdução 49

2.1.1 Par ordenado 49

2.1.2 Produto cartesiano 50

2.1.3 Relação 50

2.1.4 Função 50

2.1.5 Distância entre dois pontos 52

2.2 Conhecendo a curva chamada parábola 54

2.2.1 Construção da parábola 54

2.3 Função que tem como gráfico a parábola 57

2.4 Toda função quadrática tem como gráfico essa curva conhecida como parábola? 61

2.5 Considerando um sistema de coordenadas ortogonais XOY, qualquer parábola é o gráfico de uma função do segundo grau $y = f(x)$? 64

3 A Sequência didática como produto educacional **67**

3.1 Sequência Didática 67

3.1.1 Preparação da sala 68

3.1.2 Desenvolvimento das atividades 68

4 Experiência do produto educacional **79**

4.1 Aplicação da sequência didática 79

4.2 Avaliação da pesquisa 80
4.3 Conclusões da pesquisa 82

CONSIDERAÇÕES FINAIS **87**

APÊNDICES **91**

A Sequência Didática **92**

B Roteiro das aulas da Sequêncida Didática **156**

C Instrumento de Pesquisa **161**

Lista de Figuras

1.1 Evolução do número de escolas sem internet 21
1.2 Laboratório de Informática do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos 22
1.3 Recursos disponíveis na suíte Geogebra 35
1.4 Tela de abertura do Geogebra Classic 5 38
1.5 Opções do *menu* "Exibir" no Geogebra Classic 5 38
1.6 Janelas CAS e de visualização 3D abertas e totalmente interligadas 39
1.7 Vinculação entre as janelas de visualização 2D e 3D 39
1.8 Botão de controle deslizante 40

2.1 Gráfico da Relação R_2 51
2.2 Gráfico da função $f(x) = x^2$ 52
2.3 Distância entre dois pontos 53
2.4 Elementos de uma parábola 54
2.5 Construção da parábola pelo Geogebra (geometricamente) 55
2.6 Construção da parábola pelo Geogebra (automaticamente) 57
2.7 Parábola com vértice na origem: $V = (0, 0)$ 58
2.8 Foco e diretriz da parábola com vértice na origem: $V = (0, 0)$ 60
2.9 Parábola com vértice transladada da origem: $V = (x_0, y_0)$ 62
2.10 Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$ 63
2.11 Equações da parábola 64
2.12 Parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo OX 65
2.13 Relação $x = y^2$ 66

3.1 Ícone do Geogebra Classic 5 69
3.2 Tela inicial do Geogebra Classic 5 70
3.3 *Menu*: Arquivo 70
3.4 *Menu*: Editar 71
3.5 *Menu*: Exibir 71
3.6 *Menu*: Opções 71
3.7 *Menu*: Ferramentas 72
3.8 *Menu*: Janela 72
3.9 *Menu*: Ajuda 72

3.10 Ferramenta: Mover 72
3.11 Ferramenta: Ponto 73
3.12 Ferramenta: Reta 73
3.13 Ferramenta: Reta perpendicular 74
3.14 Ferramenta: Polígono 74
3.15 Ferramenta: Círculo 75
3.16 Ferramenta: Elipse 75
3.17 Ferramenta: Ângulo 76
3.18 Ferramenta: Reflexão 76
3.19 Ferramenta: Controle deslizante 76
3.20 Ferramenta: Mover janela de visualização 77
3.21 Janelas de Álgebra, Visualização 2D e Campo de entrada 77

4.1 Disponibilidade dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B no CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos de uso de computador ou *smartphone* (particular) fora da escola (em maio/2025) 81
4.2 Disponibilidade dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B no CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos para realizar atividade que exija conexão com internet fora da escola (maio/2025) 82
4.3 Nível de motivação dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos, nas aulas de Matemática para aprender Matemática (maio/2025) 83
4.4 Experiências anteriores dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos, com outras aulas de Matemática apoiadas com tecnologias digitais (maio/2025) 84
4.5 Percepção dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos, sobre como o *software* Geogebra ajuda na aprendizagem de matemática (maio/2025) 85

Lista de Tabelas

4.1 Faixa etária dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B no CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos, em maio/2025 81
4.2 Avaliação dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos sobre se os aplicativos tornam as aulas de matemática mais interessantes (maio/2025) 86

Lista de Quadros

1.1 Aspectos e elementos característicos de cada uma das fases das Tecnologias Digitais na Educação Matemática 30
1.2 Aplicativos mais conhecidos e utilizados por nós 31
1.3 Aplicativos de matemática mais conhecidos e utilizados por nós 33
1.4 Atividade gamificada versus jogo qualquer 42
1.5 Tipos de perfil de jogadores 44
1.6 Ferramentas para criação de gamificações 45

Lista de Símbolos

$\in$ pertence a

$\notin$ não pertence a

$\mathbb{R}$ Conjunto dos números reais

$\mathbb{R}^2$ plano cartesiano XOY

$\iff$ se, e somente se,

$\subset$ contido em

$|$ tal que

$=$ igual a

$\neq$ diferente de

$<$ menor que

$\leq$ menor ou igual que

$>$ maior que

$\geq$ maior ou igual que

$\forall$ para todo ou qualquer que seja

$\exists$ existe pelo menos um

$\exists!$ existe um único

$f : A \longrightarrow B$ função do conjunto domínio A no conjunto contradomínio B

$x \longmapsto f(x)$ elemento x no domínio que leva, pela função f, a sua imagem $f(x)$ no contradomínio

$|x|$ módulo, norma ou comprimento de x

$\sqrt{x}$ raiz quadrada de x

$\triangle ABC$ triângulo formado pelos vértices A, B e C

INTRODUÇÃO

Pela classificação sociológica que caracteriza grupos de pessoas nascidas em períodos específicos, com base em tendências culturais, tecnológicas e econômicas que influenciaram suas vidas, existem as gerações "X", nascidos entre 1965 e 1980, aproximadamente, as quais conseguiram adaptar-se relativamente bem a mudanças tecnológicas significativas (de analógico para digital); "Y", nascidos entre 1981 e 1996, aproximadamente, já fortemente conectados à tecnologia e a mídias digitais; "Z", nascidos entre 1997 e 2010, aproximadamente, altamente conectados e dependentes de tecnologia; e, por último, a "Alfa", nascidos a partir de 2011, aproximadamente, os nativos digitais extremos, desde muito cedo, interagem com *tablets*, *smartphones* e assistentes de voz, como Alexa ou Siri, tornando-se ainda mais integrados à tecnologia do que a Geração "Z".

Essas últimas gerações, compostas por quem nasceu nessa mudança de século, primeira década do XXI, é caracterizada por sua íntima relação com a tecnologia e com o meio digital, pois cresceu no período de maior expansão tecnológica proporcionada pela popularização da internet. A atual comunidade de estudantes digitais está sempre com seus *smartphones* em mãos. Se devidamente orientada, pode aprender naturalmente com mais qualidade, facilidade e participando muito mais ativamente.

As tecnologias digitais podem, portanto, contribuir bastante para a educação. Podemos aproveitar toda a facilidade que esses recursos e ferramentas podem propiciar para a melhoria do processo ensino-aprendizagem. A Equipe Melhor Escola em [1] relaciona os benefícios e vantagens que a tecnologia digital pode promover à educação:

> Autonomia: a tecnologia oferece ferramentas que permitem aos alunos terem maior flexibilidade em seus horários e assuntos a serem estudados;
> Engajamento e Motivação: jogos educativos e plataformas interativas tornam o aprendizado mais envolvente e o aluno mais motivado;
> Variedade de formatos de conteúdo: a tecnologia permite apresentar informações de maneiras variadas, dependendo do interesse do aluno, podem ser usados vídeos, animações, simulações, entre outros;
> Apoio: facilitação da comunicação entre alunos e professores;
> Colaboração global: Através da conectividade, os alunos podem compartilhar seus conhecimentos e dúvidas com outros, ampliando seu universo de discussão;
> Acessibilidade: tecnologias assistivas na educação permitem estudantes com necessidades especiais participarem ativamente de seu processo de aprendizagem. (EQUIPE MELHOR ESCOLA, 2023)

Curiosamente, em janeiro do ano corrente, foi sancionada a Lei nº 15.100 (BRASIL, 2025) em [2], que dispõe sobre a utilização, por estudantes, de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais nos estabelecimentos públicos e privados de ensino da Educação Básica, que gerou bastante discussão no meio acadêmico. Entendemos que essa discussão é desnecessária. Não há dúvida de que o mau uso ou o uso exagerado desses equipamentos eletrônicos prejudica o amadurecimento da criança e do adolescente, seu desenvolvimento acadêmico e social. Isso é consenso. Por isso, há um professor em sala de aula. Só ele sabe qual a tecnologia adequada, o momento e a dosagem certa para a utilização das facilidades dela nas aulas. A discussão deveria versar sobre a democratização dos meios das tecnologias da informação e comunicação nas escolas: todos deveriam ter acesso a bons equipamentos de informática e à internet em suas escolas. Não há como prescindir dos recursos tecnológicos atuais na educação.

Justificamos, portanto, este trabalho pela importância de mostrar como as tecnologias digitais podem aumentar o interesse dos nossos alunos em relação à matemática e, por consequência, melhorar nossos indicadores na educação.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, no seu volume parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias em [10], relativo ao Ensino Médio,

> A tecnologia no aprendizado escolar deve constituir-se também em instrumento da cidadania, para a vida social e para o trabalho. No Ensino Médio, a familiarização com as modernas técnicas de edição, de uso democratizado pelos computadores pessoais, é só um exemplo das vivências reais que é preciso garantir, ultrapassando-se assim o "discurso sobre as tecnologias de utilidade questionável". É preciso identificar na Matemática, nas Ciências Naturais, Ciências Humanas, Comunicações e nas Artes, os elementos de tecnologia que lhes são essenciais e desenvolvê-los como conteúdos vivos, como objetivos da educação e, ao mesmo tempo, como meios para tanto. (BRASIL,1999)

Os índices de repetência e de abandono escolar no Brasil só aumentam, conforme se verifica nos indicadores do Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB -, e a matemática tem sido um grande ofensor nessa tragédia. Todos os documentos normativos e orientadores da educação nacional vão no sentido da formação de alunos críticos, capazes de emitir opinião e aptos a exercer sua cidadania por completo. Não há como atender a essas recomendações sem uma boa capacitação em matemática e em comunicação e expressão. Tais disciplinas estão presentes em toda a vida acadêmica dos alunos, desde a alfabetização até os primeiros anos em qualquer curso superior. É importante, portanto, que o aluno tenha interesse, paciência e satisfação em estudá-las.

Nesse sentido, entendemos que as tecnologias digitais aplicadas à educação podem contribuir muito para atrair a atenção dos alunos, em especial com a utilização de bons *softwares* em sala de aula.

Neste trabalho, desenvolvemos uma sequência didática para ser aplicada em sala de aula, explorando-se os recursos do *software* de geometria dinâmica Geogebra, e uma avaliação por meio de uma atividade gamificada utilizando o aplicativo Kahoot, que nos permitiu, via pesquisa pelo Google Forms, avaliar o quanto essas tecnologias contribuíram para o processo de aprendizagem.

Pesquisando em 29/03/2025, na plataforma do PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -, coordenado pela SBM - Sociedade Brasileira de Matemática -, o banco de dissertações de mestrado que têm em seu título a palavra "geogebra", encontramos 463 trabalhos. Repetindo o processo com o termo "kahoot", localizamos apenas 5 registros. Extrapolando para a palavra "gamificação", já encontramos 23 sugestões de dissertações. Entretanto, poucos trabalhos tiveram o objetivo principal de avaliar quanto o Geogebra e o Kahoot contribuíram para a aprendizagem. Encontramos duas dissertações quando pesquisamos a palavra "gamificação" e apenas uma com "kahoot". Assim, entendemos que este trabalho pode contribuir para confirmar nossa expectativa de que, de fato, as tecnologias digitais com fins educacionais podem contribuir muito para o aprendizado dos alunos.

A pesquisa desenvolvida neste trabalho teve o objetivo principal de avaliar a aprendizagem dos alunos no estudo das funções quadráticas com o uso de tecnologias digitais, em turmas do Ensino Médio, além de:

- elaborar uma sequência didática que possa apoiar professores do Ensino Médio que se interessem pela metodologia;
- apresentar o Geogebra como uma ferramenta que pode facilitar muito o ensino de matemática;
- avaliar os conhecimentos adquiridos, através de uma atividade gamificada com a utilização do Kahoot.

O trabalho está dividido em quatro capítulos, além da Introdução e das Considerações finais. No primeiro, aprensentamos a relação da educação com as tecnologias digitais. Baseado em trabalhos de professores e escritores consagrados sobre o assunto, em especial o do professor Marcelo de Carvalho Borba, em seu livro intitulado *Informática e Educação Básica,* escrito em parceria com a professora Miriam Godoy Penteado, confirmamos que, cada vez mais, as tecncologias digitais se tornam imprescindíveis para a educação. Destacamos aqui as usadas na pesquisa: o Geogebra, como aplicativo para ensino de matemática; e o Kahoot, como um bom exemplo de utilização da gamificação em sala de aula.

No segundo capítulo, comparamos o estudo algébrico do gráfico da função quadrática com sua apresentação via Geogebra. Identificamos por que esse aplicativo é considerado um *software* de geometria dinâmica. E, por fim, apresentamos a relação entre os coeficientes a, b e $c \in \mathbb{R}$, e $a \neq 0$ da expressão da função do segundo grau $f(x) = ax^2 + bx + c$, com as coordenadas do vértice (ou foco) da parábola e sua diretriz.

No terceiro capítulo, apresentamos nosso produto educacional, a sequência didática "Uso das tecnologias digitais Geogebra e Kahoot no estudo das funções quadráticas", a qual está detalhada no apêndice A e poderá ser utilizada por qualquer professor interessado no assunto e/ou na metodologia utilizada. Esperamos que essa contribuição sirva como uma atividade diferenciada da rotina normal de um professor de matemática, ou, pelo menos, de ponto de partida para uma oportunidade de melhoria.

No quarto capítulo, está descrita a experiência que vivenciamos na aplicação da sequência didática em uma escola de tempo integral, Centro Estadual de Educação Profissional Dr. Ruy Pereira dos Santos, da rede pública estadual, na cidade de São Gonçalo do Amarante, estado do Rio Grande do Norte, onde recebemos total apoio do professor especialista Alesson Silva de Lima e da gestão da escola. Aqui, apresentamos alguns exemplos de como os momentos e as experiências vivenciadas pelos alunos, ao longo das aulas, foram interessantes e engajadores. Houve participação efetiva das duas turmas.

Houve uma demora na conclusão deste trabalho, em razão da necessidade da aprovação da pesquisa junto ao Comitê de Ética e Pesquisa - CEP - da Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN. Esse aceite do CEP é necessário para se iniciar qualquer experiência envolvendo alunos, pois é condição básica para creditação da pesquisa acadêmica na universidade. A primeira revisão do projeto de pesquisa foi submetida à aprovação pelo CEP na Plataforma Brasil em 14/11/2024. Após uma primeira avaliação e uma revisão, o projeto de pesquisa "Avaliação da aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot", CAAE 84725924.9.0000.5537, foi aprovado, em 30/04/2025, sob parecer número 7.538.467. Houve essa demorada para aprovação em razão do processo em si da apreciação ética do projeto, da emissão de parecer e demais processos internos do CEP, mas também devido ao recesso e às férias na UFRN. Com a ratificação pelo Comitê de Ética e Pesquisa da UFRN, cumprimos todas as exigências feitas no parecer e nos compromissos assumidos naquele conjunto de documentos.

Antes de iniciarmos qualquer atividade da sequência de atividades proposta em sala de aula, nos reunimos com os alunos e apresentamos o trabalho de pesquisa, explicando a necessidade de que todos os interessados em participar voluntariamente precisariam formalizar esse consentimento através dos documentos Termo de Assentimento Livre e Esclarecido - TALE - e Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE -, com suas assinaturas e as de seus pais ou responsáveis respectivamente.

Nas considerações finais do trabalho, mostramos o grau de envolvimento e a relação dos alunos pesquisados com as tecnologias digitais. Avaliamos, através de um formulário preenchido pelos alunos, o quanto as ferramentas apresentadas na sequência didática, o Geogebra e o Kahoot contribuíram para aumentar o interesse deles em relação ao estudo de matemática.

Esperamos, dessa forma, que este trabalho enseje mais oportunidades de exploração de outras ferramentas e que novas tecnologias digitais com objetivos educacionais sejam disponbilizadas para uso em sala de aula de modo a melhorar, cada vez mais, o ensino de matemática. E no que diz respeito aos alunos que têm, ou pensam que têm, dificuldade específica em matemática, esperamos que seus professores possam usar essa metodologia para reduzir ou eliminar esse sentimento.

CAPÍTULO 1

Tecnologias digitais e educação matemática

1.1 A educação e as tecnologias digitais

O professor e escritor Paulo Freire, que muito contribuiu com projetos para a educação no Brasil e em vários países em que viveu, já destacava a importância do uso da tecnologia na educação e também já chamava a atenção para o objetivo de sua utilização. De acordo com o patrono da educação brasileira, conforme citação feita por CAMPOS, em [3]:

> "Penso que a educação não é redutível a técnica, mas não se faz a educação sem ela. Não é possível, a meu ver, começar um novo século sem terminar este. Acho que o uso de computadores no processo de ensino-aprendizagem, em lugar de reduzir, pode expandir a capacidade crítica e criativa de nossos meninos e meninas. Depende de quem usa, a favor de quê e de quem e para quê." (FREIRE, 2001, apud CAMPOS, 2008, p. 55)

CAMPOS (2008), em [3], mostrando as experiências do professor Paulo Freire na educação, escreveu que, para o grande mestre, a tecnologia ajudaria no processo de formação completa do educando:

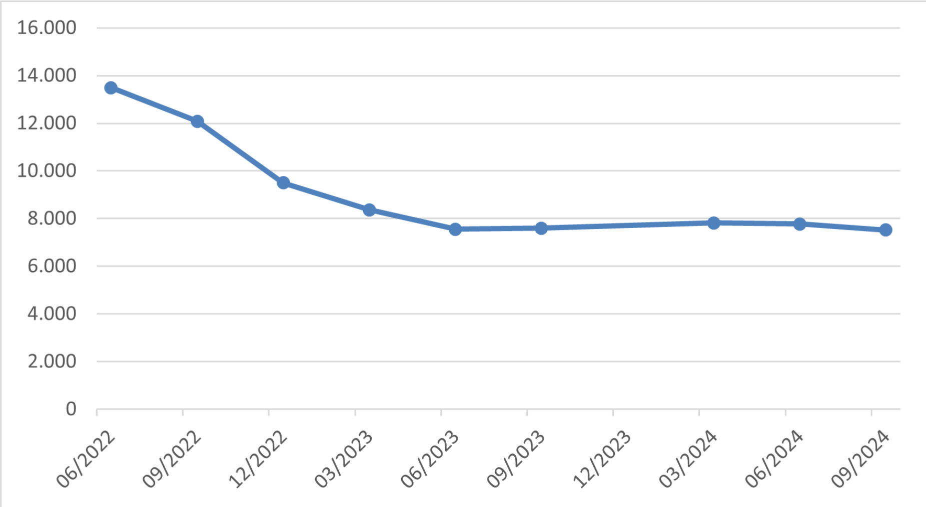
> "[...] a educação precisava atender às necessidades de emancipação da consciência do educando, possibilitando a sua inserção na cultura e dando-lhe o direito de se apropriar das tecnologias, para que pudesse utilizá-la também como um instrumento de sua emancipação enquanto ser humano crítico." (CAMPOS, 2008, p. 56)

Seria inevitável o aproveitamento das tecnologias digitais para apoio à educação. A atividade de ensino, nas gerações anteriores, era muito desgastante para o professor e para os alunos. Havia uma enorme perda de tempo ao se copiar em conteúdos e exercícios no quadro. As fontes de pesquisa e de estudo eram bastante limitadas e, em geral, não disponíveis para todos. Era necessário que a escola dispusesse de uma boa biblioteca em suas instalações ou, em última hipótese, de uma acessível para estudo. Apropriar-se das facilidades das tecnologias digitais para prática de novas metodologias de ensino foi, então, uma necessidade para o professor. Esse processo já vinha sendo desenvolvido em experiências junto à comunidade acadêmica e se acelerou nos últimos anos. Se houve algum ganho no processo da pandemia da covid-19, sem dúvida pode ser citada a disseminação mundial do ensino remoto, que, tal como ocorreu com a própria pandemia, atingiu todo o nosso planeta.

Apesar de ter recebido críticas justificadas por alguns, pela falta de infraestrutura de Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC) nas escolas e da capacidade dos professores no uso da metodologia, pela redução significativa da experimentação prática das atividades em laboratório, e pela necessidade de equipamentos e acessos a internet pelos alunos - que, na rede pública, foi, sem dúvida, o principal obstáculo a ser vencido -, o ensino remoto foi a única solução encontrada pelos gestores da educação para que não houvesse uma paralisação total e mais demorada das atividades escolares. Sem o apoio das TICs, que disponibilizaram sistemas com *hardware* e *software*, permitindo aulas *on-line* ou gravadas aos estudantes, independentemente de onde estivessem, "apenas" com acesso à internet, teríamos perdido o ano letivo de 2020. O "apenas" (entre aspas) está simplificando um grave e enorme problema que teve de ser administrado.

De fato, essa foi, e continua sendo, uma limitação ainda na maioria das escolas públicas, pelo menos. De acordo com o painel Conectividade nas escolas BRASIL, em [4], até março de 2024, com todos os investimentos realizados pelos governos para redução do apagão (de internet) nas escolas públicas em atividade, de dependências municipais, estaduais e federais, segundo o Censo Escolar, ainda havia, no Brasil, 7.812 escolas (5,7% do total) sem internet; 97.003 (70,3% do total) sem laboratórios de informática; e 2.572 (1,9% do total) sem energia elétrica. O problema ainda é grave e tem de ser encarado, de fato, como prioridade por nossos governantes, apesar de sua redução gradativa nos últimos anos, como se vê na figura 1.1, a seguir:

Figura 1.1: Evolução do número de escolas sem internet

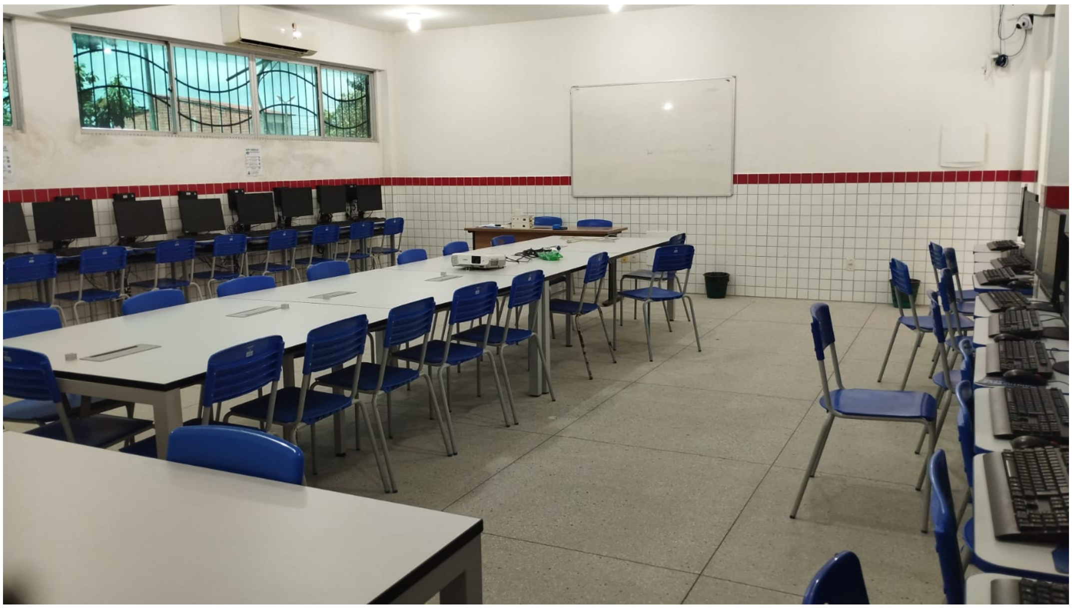


Fonte: BRASIL (2024), adaptado pelo autor.

Nesse painel, são consideradas escolas com internet aquelas com acesso declarado no Censo Escolar ou por outra fonte governamental, o que nos leva a imaginar que nessas escolas supostamente atendidas, o serviço de internet pode não estar à disposição da comunidade acadêmica, o que piorará os resultados oficiais. Sobre essa necessidade, (BORBA; PENTEADO, 2019, p. 17), em [5], afirmam que "o acesso à informática na educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte de um projeto coletivo que prevê a democratização de acessos a tecnologias desenvolvidas por essa mesma sociedade".

Mostrando um pouco da realidade que encontramos, podemos apresentar as experiências desenvolvidas em duas escolas públicas estaduais: a primeira, na Escola Estadual Castro Alves, na cidade de Natal, Rio Grande do Norte, onde desenvolvi meu estágio supervisionado em turmas do sétimo ao nono ano, no Ensino Fundamental, no período de outubro de 2021 a março de 2022, por ocasião da graduação em licenciatura em Matemática pela UFRN; e a segunda no Centro Estadual de Educação Profissional Dr. Ruy Pereira dos Santos, na cidade de São Gonçalo do Amarante, Rio Grande do Norte, onde atuei como professor no período de janeiro de 2022 a dezembro de 2023, nas turmas das três séries do Ensino Médio. Na primeira, a escola não tinha acesso à internet para professores nem para os alunos; as salas apenas com ventilador e o laboratório de informática dispunha de poucos equipamentos, e estes danificados. Na segunda, havia acesso à internet para toda a comunidade, salas climatizadas com projetor de *slides* e laboratório de informática com equipamentos para uma turma completa, conforme figura 1.2, a seguir. A escola ainda contava com quarenta Chromebooks (*notebooks* com o sistema operacional ChromeOS, mais leves, com configurações mais básicas, porém eficientes para se trabalhar no dia a dia, especialmente no ambiente escolar), para apoio em sala de aula.

Figura 1.2: Laboratório de Informática do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

Pelas condições de infraestrutura apresentadas e relacionamento desenvolvido com os professores de matemática do Ensino Médio na escola, definimos que a sequência didática seria desenvolvida no CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos.

É fácil concluir, pelos exemplos acima, como ainda é desigual a disponibilidade de infraestrutura para acesso às tecnologias digitais nas escolas públicas em nosso estado, apesar de pertencerem à mesma esfera administrativa.

Sobre esse aspecto, é importante esclarecer que, conforme a Lei nº 9.394, de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, de 20 de dezembro de 1996, (BRASIL, 1996, p.1), em [6], "as escolas têm o dever de ensinar todas as crianças e adolescentes, sem discriminação, com igualdade de condições de acesso".

Para se utilizarem as tecnologias digitais na educação, há, portanto, necessidade de, pelo menos, uma infraestrutura com equipamentos de informática e outros, *softwares* aplicados à área, além de uma rede de energia elétrica em condição segura de atender à demanda desses equipamentos e, principalmente, professores habilitados e interessados em praticar essas novas metodologias. Aqui está o segundo grande problema que tem de ser enfrentado para que as tecnologias digitais contribuam de fato com o processo de ensino-aprendizagem com qualidade, conforme alertado por REIS (2022, p. 179), em [7]:

> "[...] alternativas metodológicas atravessam o saber-fazer do professor e figuram como elementos importantes na transição do convencional (preponderância da lousa e do pincel) para o domínio digital (recursos de interação e comunicação envolvendo mídias: lousas digitais, *e-mails, chats, blogs, wikis,* fóruns, dentre outros). Vale ressaltar que o professor deve ser capaz de utilizar crítica e eficazmente as tecnologias e, neste caso, elas devem se converter em pontes para didáticas mais contextualizadas e significativas, tanto para o professor, porque as usa com intenção pedagógica, [...] quanto para os alunos, visto que podem desenvolver competências digitais indispensáveis para pensar/estar/intervir no mundo fortemente assentado na informação e no conhecimento." (REIS, 2022, p. 179)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça a importância das tecnologias digitais e da gamificação no ensino de Matemática, destacando o desenvolvimento de competências essenciais para o século XXI. Aqui estão algumas das principais habilidades e competências que justificam o uso dessas metodologias:

1. Competência Geral 2 – Pensamento Científico, Crítico e Criativo: exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências para investigar causas, elaborar e testar hipóteses e criar soluções.

2. Competência Geral 5 – Cultura Digital: compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais.

3. Competência Específica de Matemática 3 – Resolver Problemas: resolver e elaborar problemas com criatividade, recorrendo a diferentes estratégias e formas de registro.

4. Competência Específica de Matemática 5 – Modelagem Matemática: utilizar processos de investigação matemática para analisar e modelar situações reais em diferentes contextos, incluindo a experimentação e o uso de tecnologias digitais.

5. Competência Específica de Matemática 6 – Raciocínio Lógico e Algébrico: desenvolver o pensamento algébrico, geométrico e estatístico para interpretar e modelar fenômenos naturais e sociais.

Aqui estão algumas habilidades específicas da BNCC para o Ensino Fundamental e o Médio que reforçam o uso de ferramentas digitais:

- EF06MA24 – Resolver e elaborar problemas que envolvam padrões numéricos, por meio de tecnologias digitais.

- EF07MA28 – Utilizar *softwares* de geometria dinâmica para explorar propriedades das figuras geométricas.

- EF09MA11 – Criar e interpretar gráficos por meio de planilhas eletrônicas e *softwares* específicos.

- EM13MAT301 – Utilizar representações algébricas, geométricas e tecnológicas para interpretar e resolver problemas.

- EM13MAT402 – Analisar e modelar problemas matemáticos usando representações algébricas e tecnológicas.

- EM13MAT403 – Analisar, modelar e resolver problemas por meio de representações matemáticas e *softwares* computacionais.

- EM13MAT604 – Utilizar recursos digitais e simulações para investigar conceitos matemáticos e suas aplicações no mundo real.

A BNCC indica o uso de tecnologias digitais e metodologias inovadoras, como a gamificação, no Ensino Médio, que facilita a compreensão de conceitos abstratos, como funções e estatística, torna a aprendizagem mais prática e interativa, estimula o raciocínio lógico e a resolução de problemas e prepara os alunos para um mundo digital e conectado à realidade do século XXI.

Outro ponto que se deve atentar é a forma como a informática educativa é coordenada nas escolas. BORBA e PENTEADO (2019, p. 23), em [5], exemplificam:

> “Embora em muitas o trabalho com informática tenha recebido apoio incessante da coordenação e direção, isso não é regra geral e podemos encontrar escolas onde a sala de informática é subutilizada. Existem casos em que os diretores colocam tantas normas para o uso dos equipamentos que inviabilizam qualquer iniciativa do professor no sentido de utilizá-los.” (BORBA; PENTEADO, 2019, p. 23).

Conclui-se, portanto, que, para a educação contar com o apoio das tecnologias digitais de modo a haver um ganho de qualidade no processo de ensino-aprendizagem, é necessária toda uma estrutura: além dos “simples” computadores, são imprescindíveis os equipamentos de informática e de redes de computadores; *softwares* tipo aplicativos com aplicação na educação; aperfeiçoamento de professores interessados no uso da metodologia; e, principalmente, apoio incondicional da gestão da escola.

Por ocasião da pandemia do coronavírus, os professores e gestores receberam algum tipo de formação, nos últimos anos, para conhecer e aprender essas novas metodologias de modo a obter melhor aproveitamento delas. Alguns de forma meio acelerada, às pressas, outros tiveram a oportunidade de receber cursos específicos. O fato é que não havia outra alternativa: ou seria aula virtual ou não haveria aula.

Os benefícios e vantagens que a tecnologia digital promove à educação são evidentes. É importante, porém, haver alguns cuidados com o uso excessivo ou em horários ou locais impróprios. Ela promove distração. Dependendo da caracterização socioeconômica da turma, pode causar desigualdade no acesso fora da sala de aula.

Outro grave problema que deve ser controlado é a dependência excessiva de tecnologia, em detrimento das habilidades analíticas e de raciocínio. A ferramenta deve ser usada para facilitar ou agilizar a solução dos problemas; não pode substituir a capacidade de pensamento do aluno. Como educadores, temos portanto, de usar a tecnologia a nosso favor. Nesse sentido, alertam BORBA, SILVA e GADANIDIS (2023, p. 49) em [8]:

> "O aluno está plugado na internet, mas na escola ela é proibida. Os alunos só se sentem solidários enviando mensagens, mas elas são proibidas na escola. Isso não significa que não haja regras para tecnologias digitais na escola, mas vivemos uma crise, em que o aluno universitário sabe que a solução da maioria dos problemas dados está no WolframAlpha,[1] ao qual a consulta é "proibida", porém é pedido que ele saiba essa solução para que produza conhecimento de ponta." (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2023, p. 49)

O mais recente problema de que os estudiosos da educação têm tratado é o uso correto das ferramentas de inteligência artificial. O historiador, professor e escritor Leandro Karnal, um dos maiores e mais respeitados pensadores brasileiros contemporâneos, em seu canal oficial do YouTube, no vídeo (KARNAL, 2023), em [9], analisa o conteúdo entregue pelas tecnologias revolucionárias e discute o impacto delas na construção do conhecimento. Na ocasião, responde a dúvidas naturais que estão pairando sobre toda a comunidade acadêmica: deve-se ter medo da evolução tecnológica? ela vai acabar com o pensamento e a produção de conteúdo humano? ela vai substituir os professores? vai limitar nosso raciocínio? Segundo KARNAL, a ideia é exatamente o contrário. Na contramão da grande maioria, ele nos convida a pensar como a tecnologia, por ora um tanto assustadora, pode contribuir para direcionar a humanidade a ampliar a inteligência e a capacidade criativa, comprovando que ela é um meio do processo de educação; não pode ser um fim.

Da mesma forma, CAMPOS, (2008, p.77), em [3], reforça a importância da "reflexão constante sobre o uso das tecnologias digitais de informação e comunicação, sempre em favor do homem, de sua ação reflexiva em relação ao mundo que o cerca."

Outra grande facilidade que a tecnologia está promovendo para a educação é a modalidade de ensino a distância - EAD. Superadas as dificuldades que a metodologia apresentou no início de sua implantação - de infraestrutura, capacitação de professores, disponibilidade de equipamentos e acesso à internet, dentre outras -, essa tecnologia, quando utilizada devidamente, tem permitido educação de qualidade, em grande quantidade, simultaneamente nos mais distantes lugares do planeta, com custos bem abaixo

[1]WolframAlpha é uma plataforma de computação e conhecimento que responde a perguntas e realiza cálculos complexos em uma ampla gama de disciplinas, incluindo matemática, ciência, engenharia, economia e linguagem natural. Processa dados e realiza análises elaboradas com base em um vasto banco de conhecimento estruturado. Pode ser acessada em: https://www.wolframalpha.com/.

daqueles do modelo presencial. Através de momentos síncronos e momentos assíncronos, essa modalidade possibilita muita flexibilidade para os alunos tanto no ritmo quanto no tempo disponível para estudo. BORBA, SILVA e GADANIDIS (2023, p. 106), em [8], prevê “a tendência para o *blended-learning*, ou *b-learning*, que pode ser traduzido como ensino misturado, ensino de modalidades combinadas, sugerindo uma articulação entre o presencial e o virtual”. De fato, os alunos presenciais usam a internet para se comunicar enquanto estudam cada vez mais, e há alunos de cursos a distância que usam mais encontros presenciais dentro de sua turma particular.

Os cursos abertos de massas *online* - MOOC (*Massive Open Online Course*) - são um bom exemplo da aplicação de sucesso dos cursos EAD. Eles permitem que os alunos tenham a oportunidade de ampliar seus conhecimentos num processo de coprodução, no qual a cooperação entre os participantes assistidos por um professor e/ou monitor podem compartilhar o aprendizado. Apoiados por uma plataforma de ensino tipo o Moodle,[2] têm se revelado como uma boa alternativa para cursos com grande audiência, sem a exigência da presença física dos participantes em uma sala de aula ou auditório. As salas de bate-papo e os fóruns atendem nos momentos assíncronos, e as videoconferências nos síncronos, de modo que a comunicação entre todos é garantida a qualquer momento.

Nesse segmento do ensino a distância, pode ser citada como um bom exemplo a Universidade Aberta do Brasil (UAB), que busca ampliar e interiorizar a oferta de cursos e programas de educação superior. Oferece formação inicial e continuada a professores que atuam na educação básica pública; oferta cursos a dirigentes, gestores e outros profissionais da educação básica da rede pública; e tem como principal objetivo reduzir as desigualdades na oferta de ensino superior e desenvolver um amplo sistema nacional de educação superior a distância.

É oportuno registrar que este trabalho, como vários outros ao longo do Brasil nestes últimos anos foi possível graças ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, um programa de mestrado na área de Matemática, através das principais universidades do país, no contexto da Universidade Aberta do Brasil / Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Atualmente, não há limite para uma boa educação, desde que haja interesse dos gestores, professores qualificados, alunos interessados e infraestrutura de TICs suportando todo o processo. É certo, portanto, que não há, como prescindir dos recursos da tecnologia digital. Espera-se, porém, que ela seja disponibilizada de forma universal, para todos os alunos sem qualquer distinção, especialmente, de ordem sócioeconômica.

Reconhecemos a facilidade de se utilizarem os recursos de informática na educação atualmente. As preocupações que se tinha no passado, em relação à performance do equipamento utilizado, sua capacidade de armazenamento e de processamento, já não

[2]O Moodle - *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment* - é uma plataforma de gestão de aprendizagem (LMS - *Learning Management System*) amplamente utilizada em ambientes educacionais. Trata-se de um *software* livre e de código aberto que oferece ferramentas para criar e gerenciar cursos *online*, permitindo uma experiência educacional colaborativa e interativa.

fazem mais sentido, uma vez que esses aspectos não são mais proibitivos: qualquer aluno, hoje, pode ter acesso aos principais sistemas de informação grátis, ou a um baixo custo, se precisar de um pouco mais de recursos, junto aos principais operadores mundiais. Tanto a Google quanto a Microsoft, por exemplo, permitem facilmente um pacote em que o usuário tem direito a uma conta de *email* e alguns *megabytes* de armazenamento em nuvem para estar acessível mundialmente, o que lhe abrirá inúmeras possibilidades.

1.2 O uso de tecnologias no ensino de matemática

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), (BRASIL, 1999, p.87), em [10], recomendam a aproximação entre a Matemática e a Tecnologia, com base nas necessidades de renovação de saberes. Considerando-se que o avanço tecnológico está cada vez mais presente e rápido nas áreas sociais, é imprescindível que a escola não fique à margem das tecnologias, pois, sendo estas bem aplicadas, podem proporcionar resultados significativos na aprendizagem do aluno.

Trazendo o tema para o âmbito do ensino de matemática, atualmente vemos que não há realmente como dissociar-se do uso das tecnologias digitais. Uma boa escola convém disponibilizar um laboratório de informática para seus alunos, não necessariamente específico de matemática, no qual a matemática possa ser manuseada e praticada de forma mais aplicada, com equipamentos e aplicativos suficientes para todos os alunos. Nesse espaço, BORBA e PENTEADO (2019, p. 40), em [5], justificam que “a experimentação se torna algo fundamental, invertendo a ordem da exposição oral da teoria, exemplos e exercícios bastante comuns no ensino tradicional, e permitindo uma nova ordem: investigação e, então, a teorização.”

BORBA e PENTEADO (2019, p. 43) em [5], afirmam ainda que “as atividades com modelagem ganham outra dimensão (novos contornos) com os recursos computacionais. Avaliação gráfica de fenômenos aliada com conhecimentos em Estatística facilitam muito o desenvolvimento de modelos de qualquer natureza.”

Por exemplo: quando estudamos funções e queremos conhecer seus diferentes gráficos, na forma tradicional, "gastamos" um enorme tempo encontrando algebricamente as raízes, os valores de máximo e de mínimo, estudando seu comportamento para tentar rascunhar o gráfico. Mas, quando digitamos sua lei de formação em algum aplicativo de matemática e visualizamos essas mesmas informações, além de outras, de forma imediata, com todos os recursos de detalhamento, precisão e qualidade da imagem, com cor, estilo, etc, concluímos que os recursos computacionais disponíveis para nossos alunos facilitariam seu aprendizado.

Novamente, aqui, vem a preocupação bastante comum que os defensores da metodologia tradicional apresentam: o aluno tem de saber resolver o problema indepentemente dos recursos computacionais, ou seja, o *software* não pode substituir a capacidae crítica dele, limitando seu pensamento, o que é, de fato, imprescindível. A orientação do uso da tecnologia não é para substituir o raciocínio do aluno, mas para permitir-lhe tirar suas próprias conclusões, interpretando aquele gráfico e tudo que está por trás daquela imagem que foi apresentada pelo recurso tecnológico de melhor qualidade o que facilita o entendimento. O importante é a avaliação crítica do problema pelo aluno. Caso aquele recurso não esteja disponível na ocasião, ele pode elaborar o mesmo gráfico em condições de obter as mesmas conclusões anteriores.

Também não podemos abrir mão do aprendizado de construir gráficos com tabelas, calculando suas raízes, etc, pois todo esse processo permite amadurecimento e experiência para o aluno no estudo de funções. A comparação aqui é apenas para mostrar o ganho de qualidade, tempo e oportunidade para novos desafios com a utilização dos recursos de tecnologia na educação. Como foi dito anteriormente, a dinamicidade dos aplicativos e o colorido das telas dos computadores ou celulares tornam qualquer atividade mais agradável e atrativa e, principalmente, de maior qualidade.

Dessa forma, o uso de tecnologias, além de melhorar a qualidade do ensino de matemática, pode diminuir a dificuldade que grande parte dos alunos têm em relação a essa disciplina. Preconceitos sobre a matemática são inseridos, por diversas razões, na memória das crianças, adolescentes e jovens, bloqueando sua capacidade de aprender naturalmente. Alguns já afirmam que detestam essa disciplina sem nem terem tido contato com o conteúdo que estarão estudando. Tais sentimentos desenvolvem neles aversão, rejeição, medo, quando não pânico mesmo em relação à matemática. Esse fenômeno, o matemático e educador americano, nascido na África do Sul, Seymour Papert alcunhou de "matofobia". Ele foi o teórico mais conhecido entre professores e estudantes, em todo o mundo, como um dos autores fundamentais das ideias sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação na educação. Foi um dos pioneiros da inteligência artificial e criador da linguagem de programação LOGO, em 1967. Inicialmente, idealizado para crianças, quando os computadores eram muito limitados, não existia a interface gráfica e muito menos a internet. O termo matofobia foi usado, pela primeira vez, por ele para caracterizar esse medo ou aversão à matemática que os alunos sentem.

TRAVASSOS (2018, p. 3), em [11], define a matofobia como sendo "[...] um sentimento aversivo à Matemática e tudo que está ligado a esta disciplina. Gera desconforto, ansiedade, rejeição ou medo. Geralmente contribui para que o educando não possua êxito na aprendizagem matemática."

Certamente, em nossas escolas, a matofobia contribui bastante para a evasão escolar e a reprovação e pode desencadear problemas na formação dos alunos. Em alguns casos, ela pode até ser causada pelo próprio professor ou por sua metodologia. Por essa razão, é necessário encontrar alternativas ao ensino e às metodologias tradicionais, conforme bem definiu LIBÂNEO (2018, p. 24), em [12]:

> "A atividade de ensinar é vista, comumente, como transmissão da matéria aos alunos, realização de exercícios repetitivos, memorização de definições e fórmulas. O professor passa a matéria, os alunos escutam, respondem o interrogatório do professor para reproduzir o que está no livro didático, praticam o que foi transmitido em exercícios de classe ou tarefas de casa e decoram tudo para a prova. Este é o tipo de ensino existente na maioria de nossas escolas, uma forma peculiar e empobrecida que se costuma chamar de ensino tradicional." (LIBÂNEO, 2018, p. 24)

É, portanto, razoável supor que as tecnologias digitais aplicadas à educação podem ajudar no combate a esse sentimento tão comum entre os estudantes, pois a forma como a matemática é trabalhada em sala de aula pode contribuir ou não para o aparecimento do sentimento de matofobia ou, principalmente, para a redução desta.

BORBA, SILVA e GADANIDIS (2023, p. 21), em [8], analisando a aplicação das tecnologias na educação matemática, dividiram sua evolução em quatro fases bem características, de forma bastante resumida:

> "[...] a primeira fase é caracterizada pelo uso do software LOGO, a segunda pelo uso de softwares de geometria dinâmica e sistemas de computação algébrica, a terceira pelo uso da internet em cursos a distância e a quarta pelo uso da internet rápida que democratiza a publicação de material digital na grande rede". (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2023, p. 21)

Os autores esclarecem que, nessa sequência, o surgimento de uma fase não exclui ou substitui a anterior. Elas vão se integrando, num processo de acúmulo permanente de suas facilidades e oportunidades, como veremos na sequência do trabalho. Os *softwares* de geometria dinâmica, aliados a uma comunicação de internet via banda larga - internet de alta velocidade -, permitem trabalhos muito mais complexos para uma grande comunidade em qualquer lugar do planeta, conforme quadro 1.1, a seguir.

Quadro 1.1: Aspectos e elementos característicos de cada uma das fases das Tecnologias Digitais na Educação Matemática

Fase	**Tecnologias**	**Natureza ou base tecnológica das atividades**	**Perspectivas ou noções teóricas**	**Terminologia**
Primeira fase (1985)	Computadores; calculadoras simples e científicas	LOGO; Programação	Construcionismo; micromundo	Tecnologias informáticas (TI)
Segunda fase (início dos anos 1990)	Computadores (popularização); calculadoras gráficas	Geometria dinâmica (Cabri Géomètre; Geometricks); múltiplas representações de funções (Winplot, Fun, Mathematica); CAS (Maple); jogos	Experimentação, visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem construcionista; seres-humanos-com-mídias[3]	TI; *software* educacional; tecnologia educativa
Terceira fase (1999)	Computadores, *laptops* e internet	Teleduc; *e-mail*; *chat*; fórum; Google	Educação a distância online; interação e colaboração *online*; comunidades de aprendizagem	Tecnologias da informação e comunicação (TIC)
Quarta fase (2004)	Computadores; *laptops*; *tablets*; telefones celulares; internet rápida	GeoGebra; objetos virtuais de aprendizagem; *applets*; vídeos; YouTube; WolframAlpha; Wikipédia; Facebook; ICZ; Second Life; Moodle	Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento online de vídeos; performance matemática digital	Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis, ou portáteis

Fonte: BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2023, p. 46.

Há, assim, um grande número de aplicativos e plataformas de educação com fins específicos para o ensino de matemática, dependendo do interesse do professor, os quais podem ajudá-lo a tornar suas aulas mais dinâmicas e mais interessantes para os alunos. É necessário, portanto, que se identifique a ferramenta mais apropriada para determinado conteúdo, metodologia ou situação. Em se tratando de escola pública, onde os recursos são, via de regra, mais escassos, pode-se optar por *freewares*, que são *softwares* não

[3]De acordo com BORBA, SILVA e GADANIDIS (2023, p. 47), em [8], a expressão seres-humanos-com-mídias foi criada como uma metáfora sobre as noções de tecnologias da inteligência e coletivos pensantes, conectando atores humanos e não humanos que produzem conhecimento matemático condicionado pela mídia utilizada. "As tecnologias não são neutras ao pensamento".

pagos, geralmente mantidos através de patrocinadores, ou até os proprietários, cujo uso é cobrado, mas que, com algumas limitações, apresentam versões livres (*sharewares*). Existem também os *softwares* livres, em que até os códigos-fontes podem ser alterados (*open source*).

Além das vantagens da utilização das tecnologias digitais na educação já discutidas, especificamente em relação aos *softwares*, existem os aplicativos de jogos, que ainda permitem, além do aprendizado em si, momentos de descontração, e os de atividade colaborativa, para estimular trabalhos em grupos. Enfim, há várias opções de aplicativos que permitem ao professor encantar seus alunos em sala de aula. Relacionamos no quadro 1.2, a seguir, alguns principais, ou pelo menos, os por nós, mais conhecidos, nas principais áreas:

Quadro 1.2: Aplicativos mais conhecidos e utilizados por nós

Aplicativo	**Utilização**
Google Acadêmico, Scielo, Wikipedia	pesquisa acadêmica na internet
MsOffice, Google Workspace e LibreOffice	suíte com editor de texto, planilha eletrônica, apresentador de *slides*, navegador e email
Google Meet, Teams, Zoom	reuniões e conferências
Canva, Calaméo, Book Creator	trabalhos com *designs* (publicação de livros, portfólio, etc.
Trello, Padlet, Jamboard	mural interativo e de colaboração
Kahoot, Mentimeter	ferramenta de engajamento ao vivo
X (antigo Twitter), Facebook, Instagram, WhatsApp	rede social
Google Forms, MS Forms	formulários de pesquisa
Google Tradutor, Traduzir	tradutor
Google Maps, Waze	mapeamento
OneDrive; Google Drive	armazenamento e compartilhamento de arquivos
Ferramenta de captura, Snagit	captura de tela
Quizizz, Hot Potatoes, DragonBox	jogos e ferramentas de testes
Spotify, Audacity	*podcast* e música
Power BI	análise de dados
Duolingo	aprendizagem de línguas
Acrobat Reader, PDF Reader, ILovePDF, PDFSimpli	desenvolvimento e edição de PDF[4]
Photoshop, MovieMaker, Filmora	edição de fotos e vídeos
Popplet, Lucidchat	elaboração de mapas mentais
YouTube	assistir a vídeos
Khan Academy, MS Learn, Moodle, Classroom, Edmodo	sistema de gestão de aprendizagem (AVA - Ambiente Virtual de Aprendizagem)

Fonte: Autoria própria (2024).

[4]PDF é a abreviação de *Portable Document Format* (formato portátil de documento). É um formato

Pela importância que a inteligência artificial está adquirindo na sociedade, em todas as áreas, não devemos esquecer de citar essas plataformas, que, quando bem utilizadas, podem contribuir bastante para a educação também. Merecem destaques ChatGPT, Copilot e Meta AI.

Dependendo do equipamento que está sendo utilizado e do sistema operacional deste, pode haver mais ou menos alternativas. Desse modo, havendo interesse do professor e condição para os alunos participarem ativamente da metodologia, a dificuldade será escolher a melhor alternativa. Esse trabalho, de fato, é de responsabilidade do professor. Cabe a ele definir a melhor opção, a que lhe dê confiança, atenda à expectativa dos alunos e, principalmente, que lhes propicie aprendizagem significativa.

De acordo com AUSUBEL (2003, p. 15), em [21], "a aprendizagem significativa ocorre quando uma nova informação se relaciona, de maneira não arbitrária e substantiva, à estrutura de conhecimento do aprendiz." Esse novo conteúdo faz sentido para o aluno porque ele se conecta com ideias já conhecidas, promovendo compreensão duradoura, diferente da memorização mecânica.

BORBA, SILVA e GADANIDIS (2023, p. 47), em [8], sugerem uma nova metodologia ativa que pode contribuir muito para atrair a atenção dos alunos para o estudo de matemática: essa união das tecnologias digitais com artes, que ele chamou de “Performance Matemática Digital” (PMD). Eles desafiam, com os questionamentos:

> Como nós podemos utilizar as artes performáticas (música, teatro ou poesia) e as tecnologias digitais (internet, câmeras digitais, etc.) para comunicar, representar e disseminar nossas ideias matemáticas?
>
> Qual o papel das artes e das tecnologias digitais na produção de conhecimentos matemáticos em cenários educacionais? (BORBA; SILVA: GADANIDIS, 2023, p. 47)

Segundo MORAN (2015, p. 15), em [20], "metodologias ativas são estratégias de ensino que colocam o estudante no centro do processo de aprendizagem, promovendo sua participação ativa, reflexiva e colaborativa na construção do conhecimento, muitas vezes com apoio de tecnologias digitais."

O conceito de PMD está inserido no campo da Educação Matemática, na qual o professor Marcelo Borba tem estudado como as tecnologias afetam a aprendizagem e a construção do conhecimento matemático. Ele resume, através de uma simples fórmula, como professor de matemática que é: “PMD = Artes + TD (Tecnologias Digitais)”. A metodologia PMD possibilita, na escola, meios para que a matemática seja ensinada e divulgada por intermédio das artes, utilizando-se *smartphones*, *softwares* de edição de

de arquivo versátil, criado pela Adobe, que proporciona uma maneira fácil e confiável de apresentar e compartilhar documentos em qualquer *software*, *hardware* ou sistema operacional usado pela pessoa que exibe o documento. O formato PDF agora é um padrão aberto mantido pela *International Organization of Standardization* (ISO). Disponível em: https://www.adobe.com/br/acrobat/about-adobe-pdf.html.

vídeos e internet rápida. Dessa forma, temas e questões socioculturais do cotidiano e do interesse dos estudantes podem ser publicadas na internet, nas próprias redes sociais deles, com conteúdos e ideias matemáticas. É a junção de estudo e prática de matemática com diversão.

1.2.1 *Softwares* de matemática

Especificamente em relação à matemática, também se pode contar com uma grande quantidade de aplicativos. Citamos, no quadro 1.3, a seguir alguns deles:

Quadro 1.3: Aplicativos de matemática mais conhecidos e utilizados por nós

Aplicativo de Matemática	**Utilização**
Cabri II Plus	geometria
Fracionando	operações com frações
Excel, Google Planilhas	planilha eletrônica, gráfico e estatística
Building Blocks Perspective	construção de perspectivas
Graphmatica	gráficos e equações
Geometricks	geometria
SuperLogo	geometria
Derive	aritmética, álgebra, trigonometria, cálculo, álgebra linear e cálculo proposicional
TuxMath	aritmética
Mathtype	álgebra, estatística, trigonometria, matrizes, conjuntos e geometria
GeoEnZo	geometria para quadros escolares digitais
Microsoft Mathematics	calculadora gráfica e equações
WolframAlpha	plataforma de matemática e ciência: álgebra, geometria, estatística, etc.
Photomath	solução de equações e problemas
Régua e Compasso	geometria dinâmica
Symbolab	álgebra, geometria, trigonometria e estatística
Suíte Geogebra	Calculadora científica, gráfica e 3D, geometria dinâmica, prática de matemática e notas

Fonte: Autoria própria (2024).

Na verdade, há uma enorme quantidade de opções de *softwares* com aplicação em matemática que podem ser utilizados na educação, dependendo do tema, além do sistema operacional e do acesso disponíveis, de forma que um aplicativo pode ser mais apropriado que outro. Podem-se estudar os números e suas operações, as estruturas algébricas, as formas geométricas, a probabilidade, a análise de dados, entre muitos outros..., que podemos dividir nas seguintes grandes áreas: álgebra, análise, geometria e matemática aplicada. Mais uma vez, alguns são pagos e outros são livres. Dependendo do conteúdo específico de interesse, um ou outro aplicativo pode ter uma performance melhor. Considerando o aspecto do custo zero de sua utilização, da abrangência de assuntos que cobre, da facilidade e flexibilidade de utilização, este trabalho dedicou-se à exploração do Geogebra no estudo de funções quadráticas com uma atividade de avaliação pelo Kahoot.

Também se pode contar com plataformas para estudo em comunidade e compartilhamento de problemas e soluções - Virtual Math Teams (VMT), GeoGebraTube, dentre outras -, bem como através das redes sociais Instagram, X (sucessor do Twitter) e Facebook. Nesta última, podem ser colocados como exemplos os grupos de estudo de educação matemática: o ICMI - Mathematical Instruction -, o EDUMAT, o Professores de Matemática e o Grupo de Estudos sobre TIC e Educação Matemática. Mais uma vez, tem-se aqui uma boa utilização das tão criticadas redes sociais.

1.2.2 Geogebra

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica, para todos os níveis de educação, que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em uma única suíte. Foi desenvolvido para ensino e aprendizagem da matemática nas escolas por Markus Hohenwarter e vem sendo aperfeiçoado, permanentemente, por uma equipe internacional de programadores, além de dispor da colaboração de seus usuários para adaptações com diferentes aplicações. A suíte conta com uma plataforma *online* com uma enorme variedade de recursos gratuitos de materiais educacionais para sala de aula criados pela comunidade multilíngue que disponibiliza fóruns e promove eventos científicos. É um *software* de código aberto, disponível gratuitamente para usuários não comerciais, que, a cada dia, vem sendo aperfeiçoado e diversificado por sua comunidade.

Por ser acessível a quem se interessar, o Geogebra é bastante utilizado no meio acadêmico, em especial como *software* de matemática dinâmica e inovações no ensino e aprendizagem em todo o mundo, alimentando centenas de *sites* educacionais de diferentes maneiras, desde demonstrações simples até sistemas completos de avaliação *online*.

Qualquer usuário pode acessar os sistemas da suíte. Criando-se uma conta na plataforma, podem-se usar todos os recursos disponíveis, seja como aluno ou como professor. O “Sala de Aula Geogebra” é um aplicativo que permite ao professor criar uma aula totalmente virtual e acompanhar o trabalho dos seus alunos em tempo real, além de poder integrar-se com o Google Classroom na metodologia a distância, permitindo acesso, a qualquer momento, em sala de aula virtual.

Para se ter uma ideia da abrangência de assuntos de matemática e áreas afins que o Geogebra contempla, na figura 1.3, a seguir, apresentamos os principais recursos da suíte.

Figura 1.3: Recursos disponíveis na suíte Geogebra

Características	Suíte de calculadora	Calculadora gráfica	Geometria	Calculadora 3D	Calculadora CAS	Calculadora científica
Cálculos Numéricos	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Gráficos 2D	✓	✓	✓	✓	✓	✗
Funções	✓	✓	✓	✓	✓	✗
Vetores e Matrizes	✓	✓	✓	✓	✓	✗
Construções Geométricas	✓	✓	✓	✓	✗	✗
Tabela de Valores	✓	✓	✗	✗	✓	✓
Cálculos Simbólicos	✓	✗	✗	✓	✓	✗
Gráficos 3D	✓	✗	✗	✓	✗	✗
Calculadora de Probabilidade	✓	✗	✗	✗	✗	✗

Fonte: https://www.geogebra.org/download.[13] Acesso em 30/07/2024.

O Geogebra, como *software*, teve sua primeira versão no ano de 2001, inicialmente como dissertação de mestrado do professor Markus Hohenwater, na Universidade de Salzburgo, na Áustria, permitindo-lhe ganhar o prêmio da Academia Europeia de Software (EASA), em 2002 e 2003, como o melhor *software* acadêmico de matemática da Áustria, o que o levou a dar continuidade ao projeto e convertê-lo no seu tema central de sua tese de doutorado, na mesma universidade. A ideia do Geogebra era englobar em um mesmo programa as funcionalidades dinâmicas para a Geometria e de um Sistema de Álgebra Computacional (CAS - *Computer Algebra System*). Por essa razão, deu-se o nome ao *software* de Geogebra: Geo - de Geometria - e gebra - de Álgebra.

Com sua permanente evolução, o Geogebra, hoje, é composto de um conjunto de aplicativos de matemática que se completam, cobrindo as principais áreas da matemática. Pode ser utilizado via *smartphone* em sala de aula, permitindo uma aula mais dinâmica e acessível a todos, conforme registros do próprio autor do *software* em sua conferência "*The Journey of GeoGebra from Desktop Computers to Smartphone*", realizada no VIII CIBEM (Congresso Ibero-americano de Educação Matemática), em Madrid (Espanha). Ele comentou que "a ideia foi juntar a Geometria e a Álgebra, mas, quando o *software* foi utilizado, decidiram que queriam mais do que isso, então, colocaram mais representações no *software*, começando pelas Planilhas de Cálculo." (HOHENWATER, apud URDANETA, 2020, p.64) [14].

E, ainda, registra a sequência de evoluções promovidas no *software*:

> Na conferência antes mencionada, Hohenwater (2017) apontou que no ano de 2016, a ideia foi modificar a versão do computador, levá-la aos *smartphones* e melhorá-la, na medida em que surgiam as dificuldades, mas não gostaram da interface nos celulares e decidiram fazer tudo novo, esquecendo as coisas antigas. Em julho de 2017, já existiam com três aplicativos de GeoGebra para o sistema operacional Android. (HOHENWATER, apud URDANETA, 2020, p.68)

Classificamos alguns *softwares* de geometria anteriormente, em especial, o Geogebra, como de geometria dinâmica, que é a principal e especial característica do aplicativo. A professora Carmen Vieira Mathias, em seu artigo "*Softwares* de Geometria Dinâmica: sobre as mudanças do conhecimento tecnológico de um determinado tempo e espaço", em [15], no qual narra sua experiência no ensino de matemática, em especial de geometria, esclarece que

> O termo *software* de geometria dinâmica foi originalmente usado em 1990, pelo designer Nick Jackiw e pelo diretor da Key Curriculum Press Steven Rasmussen. Eles inventaram o termo "Geometria Dinâmica" para descrever as imagens geométricas interativas do *software* que desenvolveram. [...] Os SGD são importantes para o ensino e a aprendizagem de matemática, devido à capacidade que possuem de permitir ao usuário arrastar objetos dinamicamente, bem como de comparar e descobrir relações entre os entes geométricos envolvidos. (MATHIAS, 2021, p. 6)
> .

É importante também destacar a definição dada para os *softwares* de geometria dinâmica por GRAVINA (1996, p. 6), em [16], pois deve ter sido uma das primeiras em língua portuguesa:

> São programas que se opõem aos do tipo CAI (*Computer Assisted Instruction*). São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõe *(sic)* o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de "desenhos em movimento", e os invariantes que aí aparecem correspondem as *(sic)* propriedades geométricas intrínsicas *(sic)* ao problema. E este é o recurso didático importante oferecido: a variedade de desenhos estabelece harmonia entre os aspectos conceituais e figurais; configurações geométricas clássicas passam a ter multiplicidade de representações; propriedades geométricas são descobertas a partir dos invariantes no movimento. (GRAVINA, 1996, p. 6) .

O Geogebra oferece um conjunto de ferramentas para a construção de objetos, seja no plano (2D) ou no espaço (3D). Nele, é possível construir a interseção entre vários objetos e fazer construções que envolvam perpendicularidade e paralelismo com rápido e fácil acesso através de cliques nos botões nos diversos menus do aplicativo. MATHIAS (2021, p. 14), em [15], relatando suas experiências com o uso de *softwares* de geometria dinâmica em sala de aula, aponta algumas principais características do Geogebra: "Uma vez construída a figura, é possível mudar o ângulo de visão e configurar o sistema de referência dos eixos. Esses recursos ajudam o aluno a ter uma percepção tridimensional mais apurada do objeto."

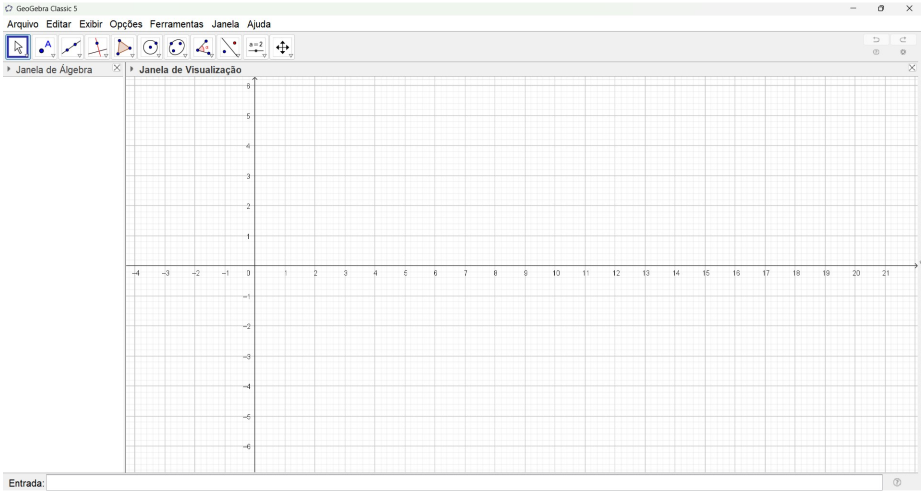
E continua:

> O Geogebra é um SGD que suporta construções com pontos, retas e seções cônicas. Por outro lado, fornece características típicas de um Sistema de Álgebra Computacional (*Computer Algebra System* - CAS), como plotagem do gráfico de funções, localização de raízes, cálculo e representação gráfica de derivadas e integrais. É devido a essas características que chamamos o GeoGebra de *Software* de Matemática Dinâmica (SMD) destinado ao ensino de geometria, álgebra e cálculo. O interessante nesse SMD é que, ao alterar um objeto em uma dessas janelas, a representação na outra é atualizada imediatamente. (MATHIAS, 2021, p. 15) .

Também podem ser destacadas outras vantagens do Geogebra em relação aos outros *softwares* de geometria dinâmica: está disponível como aplicativo para as principais plataformas de dispositivos móveis; possui um repositório de materiais em que os usuários podem compartilhar suas produções ou navegar pelos recursos educacionais abertos compartilhados; o sistema oferece suporte a elementos básicos como texto, vídeos, perguntas, tarefas interativas do Geogebra, que foram de extrema aplicação nos anos de 2020 e 2021, em razão da pandemia do Covid-19, quando o ensino remoto foi a única alternativa.

Apesar de termos disponível o Geogebra 6, acessível para *smartphones*, todos os recursos e ferramentas aqui apresentados estão disponíveis no Geogebra Classic 5, que é a mais utilizada em computadores de mesa e ideal para aplicação em sala de aula. Sua tela principal apresenta os *menus* da figura 1.4, a seguir, com as janelas básicas de álgebra e de visualização 2D.

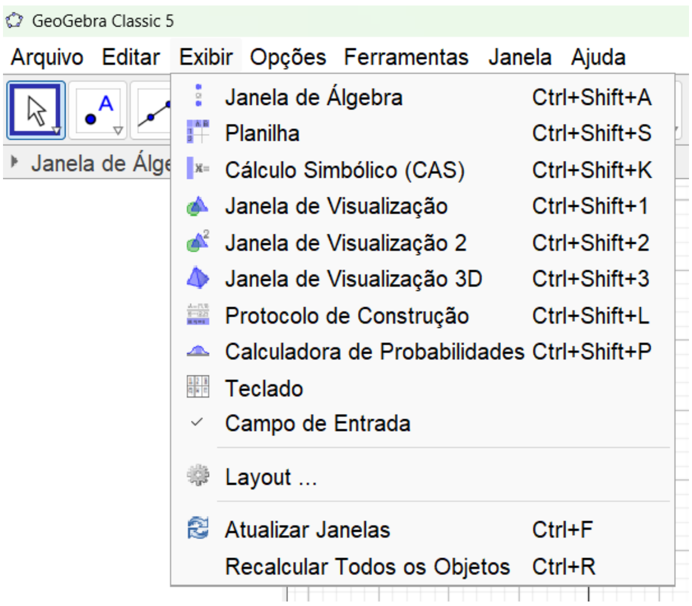
Figura 1.4: Tela de abertura do Geogebra Classic 5



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

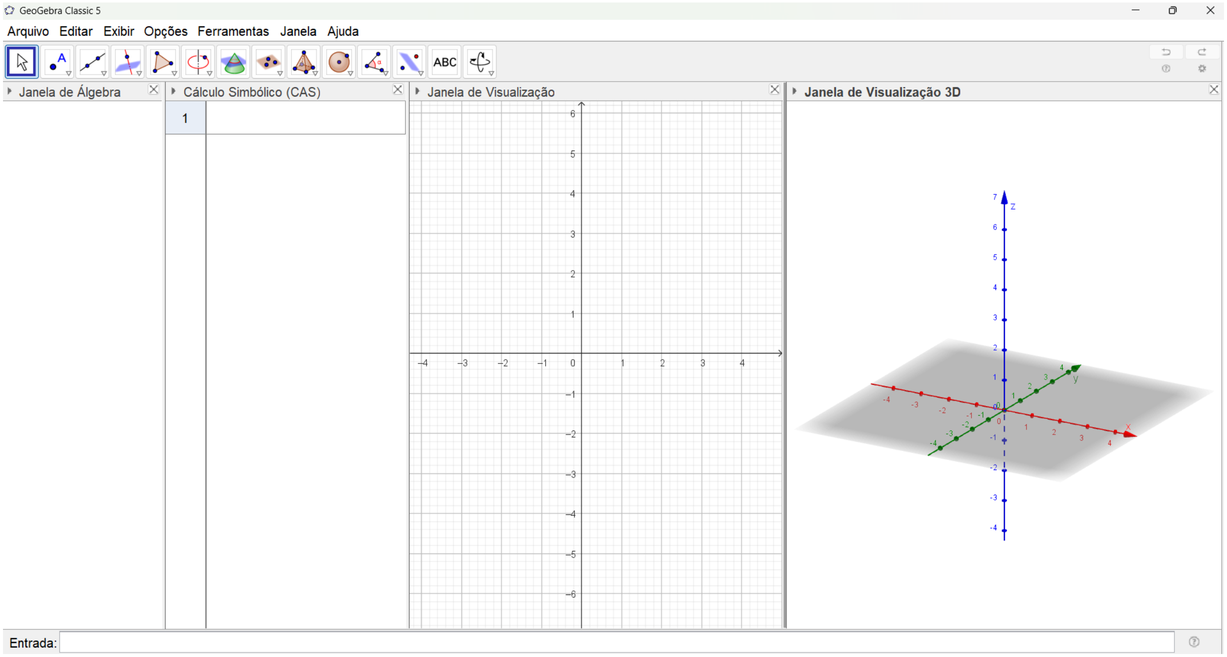
Nessa primeira tela, estão os *menus* tradicionais dos principais aplicativos, dentre os quais, se destacam, no *menu* "Exibir", a janela de CAS (*Computer Algebra System*) e a de visualização 3D totalmente integradas, conforme figuras 1.5, 1.6 e 1.7, a seguir.

Figura 1.5: Opções do *menu* "Exibir" no Geogebra Classic 5



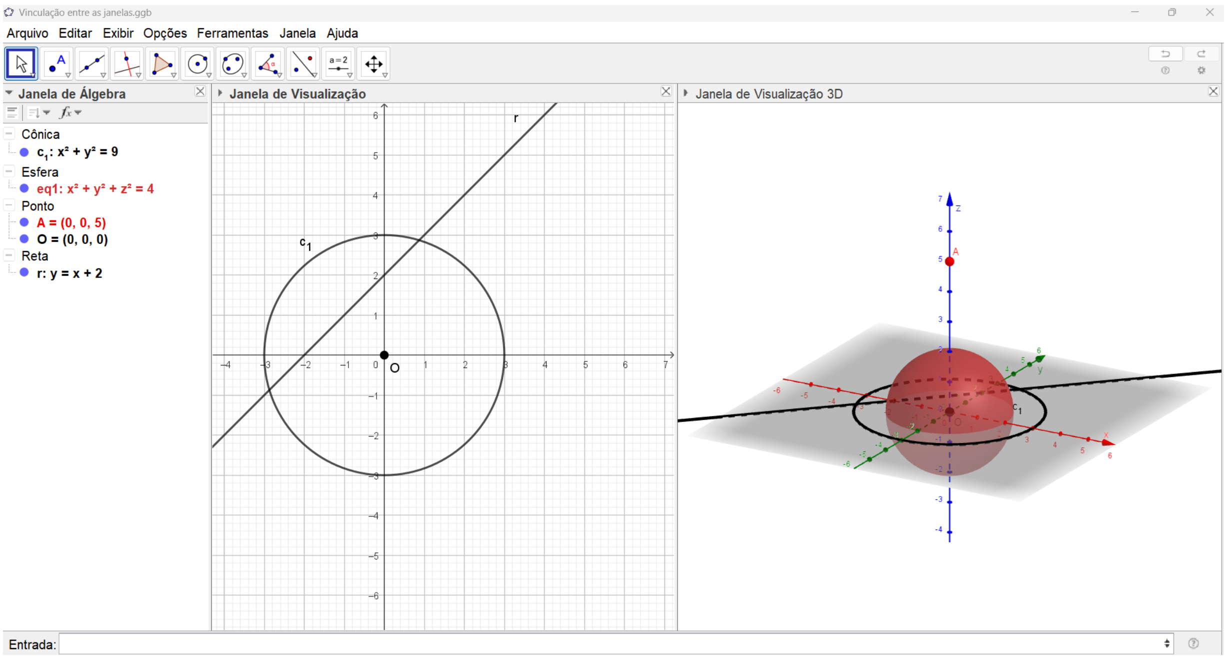
Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

Figura 1.6: Janelas CAS e de visualização 3D abertas e totalmente interligadas



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

Figura 1.7: Vinculação entre as janelas de visualização 2D e 3D



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

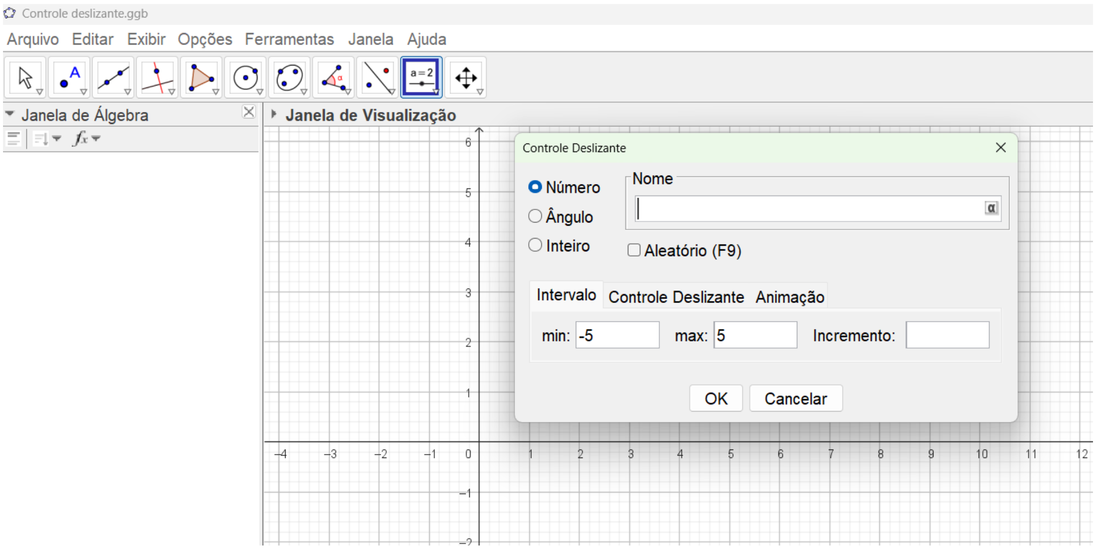
Na Figura 1.7, acima, pode-se confirmar a vinculação total entre as diversas janelas. Foram digitados no campo de "Entrada" os pontos "O", de coordenadas $(0, 0, 0)$, e "A"

$(0, 0, 5)$; a equação de uma reta r: $y = x + 2$, um círculo $c1$, de raio 3, com equação $x^2 + y^2 = 9$; e uma esfera $eq1$, de raio 2, representada pela equação $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Verifica-se que os objetos construídos aparecem automaticamente na janela de visualização 3D. Os objetos representados no plano aparecem na de visualização 2D.

Graças à dinamicidade do *software*, cada objeto é construído e assume suas características, que podem ser editáveis ou alteradas à medida que são alterados seus parâmetros e/ou características, tais como: nome, valor, estilo, cor, unidade, etc.

Também merece destaque o botão "Controle deslizante", ilustrado na figura 1.8, a seguir, que permite muita flexibilidade no manuseio com variáveis.

Figura 1.8: Botão de controle deslizante



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

A ferramenta de controle deslizante permite muita flexibilidade quando se quer avaliar o comportamento de alguma construção em que há variação da condição definida segundo um intervalo e incremento apropriados. É muito usada, por exemplo, em animações ou objetos em movimento.

1.2.3 Gamificação

Johan HUIZINGA, historiador e linguista holandês, aborda o instinto do jogo como um dos elementos fundamentais da cultura humana. Seu pensamento se baseia em que o jogo é inato ao homem. Ele afirmou que, se quiséssemos, seria possível negar quase todas as abstrações - a justiça, a beleza, o bem, a seriedade e até Deus mas não seria possível negar o jogo.

De fato, é fácil perceber que o jogo está presente em nossas vidas desde a infância. E assim HUIZINGA (2007, p. 33), em [19], definiu o jogo de uma maneira geral:

> O jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da vida cotidiana. (HUIZINGA, 2007, p. 33)

As definições dos principais autores para o termo gamificação sempre citam o uso de elementos de jogos e técnicas de *design* de jogos em contextos não relacionados a jogos, para resolver problemas ou para criação de valor para os usuários, ou, ainda, para melhorar a experiência do usuário e promover o engajamento. Ou seja, todas as definições confirmam a utilização do jogo com objetivo diferente do simples entretenimento.

A gamificação pode, então, ser aplicada em diversas áreas, como educação, *marketing*, saúde e negócios, visando aumentar a motivação e o engajamento das pessoas. Em todas essas aplicações, ele não é uma brincadeira cuja finalidade principal seja a diversão. Na educação, estamos interessados em utilizar essa metodologia com o objetivo de aprendizagem, logicamente. Pelas características do jogo em si, espera-se que haja um interesse maior nos estudos por parte dos alunos.

No quadro 1.4, a seguir, mostramos as principais diferenças entre uma atividade gamificada e um jogo qualquer.

Quadro 1.4: Atividade gamificada versus jogo qualquer

Característica	**Atividade Gamificada**	**Jogo Comum**
Objetivo principal	Resolver um problema ou motivar um comportamento (ex.: aprender algo, engajar alunos, aumentar produtividade)	Entretenimento e diversão
Uso de mecânicas de jogo	Elementos como pontos, desafios, recompensas, *rankings* são adicionados a uma atividade existente	Criado inteiramente como um jogo, com regras e objetivos próprios
Contexto de aplicação	Educação, negócios, saúde, *marketing*, treinamento, entre outros	Indústria do entretenimento (videogames, jogos de tabuleiro, esportes, etc.)
Autonomia do usuário	Normalmente inserido em uma estrutura já existente (ex.: uma aula ou um treinamento)	Geralmente o jogador tem total liberdade para explorar e jogar
Engajamento	Busca incentivar a participação e a motivação através de mecânicas de jogos	O engajamento acontece naturalmente pelo *design* e pelo desafio do jogo
Resultado esperado	Melhorar a aprendizagem, aumentar a produtividade, estimular comportamento desejado	Diversão, competição, narrativa envolvente

Fonte: Autoria própria (2025).

Em resumo, a gamificação toma os elementos de jogos e os aplica em contextos não relacionados a jogos, enquanto um jogo tradicional é concebido desde seu projeto para ser simplesmente um jogo, sem um propósito diferente além do entretenimento.

Podemos entender a diferença através dos exemplos a seguir:

- gamificação: um professor cria um sistema de recompensas com medalhas e *rankings* para incentivar os alunos a participarem mais das aulas.
- jogo: o aluno joga "Minecraft"para se divertir e até competir com os demais.

A gamificação pode ser considerada uma metodologia ativa de ensino, pois coloca o aluno no centro do aprendizado, incentivando sua participação ativa na construção do conhecimento. O aluno atua diretamente na construção daquele aprendizado, sob a orientação do professor.

A gamificação promove:

1. engajamento e motivação - pois desperta o interesse dos alunos por meio de desafios, recompensas e *feedback* imediato, que os incentiva a se envolverem mais com o conteúdo, tornando o aprendizado significativo;

2. aprendizagem baseada na prática - porque os alunos não apenas absorvem conhecimento passivamente, mas interagem com problemas, missões e desafios matemáticos. Esse processo estimula o pensamento crítico e a resolução de problemas;

3. autonomia e protagonismo - Muitos sistemas gamificados permitem que os alunos escolham seu ritmo de aprendizado, avançando conforme completam desafios. Isso fortalece a autonomia e a responsabilidade pelo próprio aprendizado;

4. *feedback* contínuo - Os alunos recebem retornos imediatos sobre seu desempenho, que os ajuda a identificar seus próprios erros e melhorar constantemente. Diferente da avaliação tradicional, que é pontual, a gamificação permite ajustes ao longo do processo;

5. colaboração e trabalho em equipe - Algumas atividades gamificadas incluem desafios coletivos, estimulando a cooperação e o aprendizado social.

Em sala de aula, a gamificação pode ser perfeitamente combinada com outras metodologias ativas: aprendizagem baseada em problemas, criando desafios que os alunos precisam resolver para avançar; aprendizagem por projetos, criando um jogo ou simulando situações do mundo real; ou, ainda, sala de aula invertida, em que os alunos estudam antes e aplicam o conhecimento em desafios gamificados na aula.

Enfim, a gamificação, quando bem estruturada, vai além do entretenimento e se torna uma ferramenta pedagógica poderosa dentro das metodologias ativas, ajudando os alunos a aprenderem de forma mais envolvente e eficaz.

Trazendo o universo dos jogos para a educação, SANCHES (2021, p. 26-27), em [22], aponta as possibilidades de uso dessa metodologia ativa:

1. gamificação - seria passar por uma experiência com elementos de jogos. É a aplicação de mecânicas dos jogos (níveis, *rankings*, troféus, etc.) na educação. Como "dar uma cara de jogo" a algo, usando seus elementos motivadores e engajantes;

2. *game-based learning* - estudar através do jogo propriamente dito. Aqui, a atividade do jogo é usada para se ensinar e aprender diretamente;

3. autoria de jogos - em que o aluno cria seu próprio jogo.

Neste trabalho, trataremos a primeira possibilidade sugerida acima, com a gamificação na educação como uma metodologia que aproveita a mecânica e os elementos de um jogo, estimulando a aprendizagem, tornando a aula muito mais interessante e envolvente. Esse é um dos grandes desafios que os professores enfrentam atualmente: tornar suas aulas mais atraentes e participativas.

Para um melhor aproveitamento da metodologia em sala de aula, desde a escolha do jogo mais apropriado até a identificação do perfil da turma, SANCHES (2021, p. 31-33), em [22], apresenta, no quadro 1.5, reproduzido a seguir, os diversos tipos de jogadores, de acordo com suas motivações no jogo:

Quadro 1.5: Tipos de perfil de jogadores

Perfil de jogador	**motivação principal**	**contexto educacional**
conquistador	atingir objetivos, acumular pontos e troféus	pode destacar-se por perseguir itens e colecionáveis
explorador	procura saber o máximo possível sobre o jogo, completando missões	pode realizar missões secundárias e ser questionador
assassino (ou predador)	É extremamente competitivo e apaixonado pelas palavras vitória e *ranking*	pode ser resistivo ao trabalho cooperativo, porém efetivo no de competição
socializadores	comunicação interpessoal. É motivador em um time	tende a formar bons grupos. Ajuda a manter um clima de competitividade mais saudável e fortalece a cooperação

Fonte: SANCHES (2021, p. 31-33), adaptado pelo autor.

É importante conhecer o perfil dos jogadores em sala de aula para planejarmos as atividades de modo a estimular os alunos e obterem deles participação mais ativa. Devemos compor grupos de perfis heterogêneos, para que as capacidades individuais se complementem.

Além do conhecimento do perfil da turma, para planejamento e desenvolvimento das aulas com o uso de tecncologias digitais com uma atividade gamificada precisamos realizar algumas ações, que detalhamos a seguir:

Planejamento das atividades gamificadas

Pontos que devem ser observados na definição da atividade a ser realizada com a turma:

- qual a duração?
- em que ambiente será desenvolvida?
- a atividade será individual ou em grupo? Se em grupo, de quantos alunos?

Outro aspecto importante a ser analisado na gamificação são os pontos e a avaliação. A atividade deve ser estimulante; não pode causar constrangimento. Da mesma forma que a nota em uma avaliação pode criar desconforto para algum aluno, uma posição desfavorárel num *ranking* de uma atividade gamificada pode ser estressante.

Uma forma de contornar esse problema é através dos *rankings* contextualizados: em vez de o aluno ser comparado com os dos primeiros lugares, ele pode ser comparado com os de posição mais próxima, ou, ainda, ao invés de se aplicar a competição de forma individual, pode-se formar grupos com poucos alunos para competirem entre si, reduzindo o efeito estressante da pontuação.

Qual aplicativo escolher?

O professor deve identificar a atividade gamificada de modo que gere motivação, traga engajamento e facilite o aprendizado dos alunos. A ideia é que essa metodologia permita uma aula diferenciada, que desperte maior interesse. Ela não precisa ocupar todo o espaço da aula nem ser aplicada todos os dias. Dependendo da situação, algum tipo de *quiz* gamificado, por exemplo, já atende bem ao professor e aos alunos.

A seguir, no quadro 1.6, são mencionadas algumas alternativas de ferramentas para criação de gamificações:

Quadro 1.6: Ferramentas para criação de gamificações

Aplicativo de gamificação	**Utilização**
EdPuzzle	incorpora perguntas, notas de áudio ou questionários diretamente nos vídeos
Flippity	permite criações a partir de planilhas do Google Drive
Habitica	gamifica as ações do dia a dia
Kahoot	oferece *quizzes* ágeis e interativos
Mentimeter	transforma apresentações em conversas com enquetes interativas
ProProfs	cria questionários *on-line*, importa perguntas e fornece *feedback* instantâneo aos participantes do questionário
Scratch	promove comunidade de programação com interfaces visuais para criação de jogos e animações digitais
Socrative	cria uma série de *quizzes* interativos e respostas curtas
TED-Ed	transforma vídeos em recipiente de interação diversificado

Fonte: Autoria própria (2025).

A seguir, como ilustração, apresentamos algumas atividades gamificadas que podem ser utilizadas pelo professor de matemática para tornar suas aulas mais interessantes e envolventes:

1. Missões matemáticas
   Os alunos recebem desafios matemáticos em formato de “missões” com diferentes níveis de dificuldade.
   Exemplo: resolver equações para salvar um personagem ou avançar em uma história.
   Aplicação: Jogos como Escape Rooms matemáticos (em que cada resposta correta revela pistas para se resolver um enigma final).

2. Sistema de pontuação e *ranking*
   Cria-se um sistema de pontos baseado na resolução de problemas.
   Exemplo: cada aluno ou equipe ganha pontos ao resolver exercícios corretamente, podendo trocá-los por prêmios simbólicos, como escolher o próximo desafio.
   Aplicação: funciona bem em plataformas como Kahoot! ou Quizizz.

3. Caça ao tesouro matemático
   Os alunos seguem pistas matemáticas para encontrar um “tesouro” escondido na sala ou em um ambiente virtual.
   Exemplo: resolver expressões para descobrir coordenadas de um mapa.
   Aplicação: pode ser feito em aulas presenciais ou no Geogebra, com a inserção de desafios no plano cartesiano.

4. Níveis de progressão (XP e Desafios)
   Estruturam-se os conteúdos como fases de um jogo, em que os alunos ganham “XP” (experiência) conforme avançam.
   Exemplo: um aluno começa como “aprendiz de matemático” e sobe de nível ao completar desafios.
   Aplicação: pode ser adaptado em atividades em papel ou no Google Forms com missões.

5. Uso de avatares e narrativa
   Os alunos criam personagens que evoluem conforme resolvem problemas matemáticos.
   Exemplo: uma aventura medieval em que cada acerto dá ao aluno novos itens ou poderes.
   Aplicação: pode ser feito com Google Slides ou até RPGs [5] de mesa com desafios matemáticos.

6. Torneios e competições amigáveis
   Criam-se campeonatos com duelos matemáticos entre alunos ou grupos.
   Exemplo: em cada rodada, um time resolve um problema antes do adversário para avançar na competição. Aplicação: jogos como Matific ou competições usando lousa digital.

[5] A sigla RPG nos jogos de computador significa "*Role-Playing Game*", que em português pode ser traduzido como "Jogo de Interpretação de Papéis".

7. Matemática na vida real (Desafios de sobrevivência)
   Criam-se desafios baseados em situações reais, como calcular orçamentos, proporções em receitas ou até mesmo estatísticas esportivas.
   Exemplo: um aluno precisa usar porcentagem e juros compostos para "administrar" uma empresa fictícia.
   Aplicação: Planilhas no Excel ou simulações no Desmos.

Todos esses exemplos e outros que melhor atendam aos objetivos traçados pelo professor, dependendo da infraestrutura disponível e do assunto estudado, certamente ajudarão a tornar a aula de matemática mais interativa e envolvente.

SANCHES (2021, p. 79), em [22], ensina, no entanto, que é importante deixar claro que "nem toda gamificação precisa ser ou é digital. Ela pode ser analógica", realizada através do papel, lousa, etc., e produzir o mesmo efeito educacional. Reconhecemos, porém, que, no ambiente computacional, a qualidade, as imagens, a rapidez da resposta e as opções são superiores e facilitam a vida do professor.

Na sequência didática deste trabalho, foi utilizado o Kahoot. Essa plataforma já é relativamente conhecida entre os professores e, de certa forma, entre os alunos também. É bastante acessível, além de promover bastante engajamento, pois transforma a avaliação em um jogo competitivo e interativo, aumentando a motivação dos alunos; o *feedback* é imediato - os alunos recebem respostas instantâneas -, ajudando na consolidação do aprendizado; além de permitir ao professor um diagnóstico breve, podendo identificar rapidamente os pontos fortes e dificuldades dos alunos.

1.2.4 Kahoot

O Kahoot é um jogo de perguntas e respostas baseado em *quizzes*, muito usado para aprendizagem interativa em escolas, empresas e até para diversão entre amigos. Funciona como um jogo de múltipla escolha, no qual os participantes tentam responder corretamente e o mais rápido possível, para ganhar mais pontos. A pontuação, no jogo, leva em consideração os dois critérios: a exatidão da resposta e o tempo de que o participante precisou para responder.

Como funciona o Kahoot

1. Criação do *quiz*: Um anfitrião (professor, palestrante ou qualquer organizador) cria um *quiz* com perguntas e respostas no *site* do Kahoot (https://kahoot.com/).

2. Código PIN: O anfitrião inicia o jogo e recebe um código PIN único para a sessão.

3. Entrada dos jogadores: Os participantes entram no jogo pelo *site* https://kahoot.it/ ou pelo aplicativo, digitando o código PIN.

4. Jogo em tempo real: As perguntas aparecem na tela principal (projetor, TV ou compartilhamento de tela) e os jogadores escolhem as respostas em seus dispositivos.

5. Pontuação: Os pontos são distribuídos com base na rapidez e na correção da resposta.

6. Classificação: Após cada rodada, um *ranking* mostra os jogadores com as melhores pontuações.

7. Vencedor: No final, o jogador ou equipe com mais pontos vence e assume a principal posição no pódio.

Características

- Pode conter perguntas com imagens, vídeos e músicas.
- Opção de se jogar individualmente ou em equipe.
- Os jogos podem ser ao vivo ou no modo desafio assíncrono, em que os jogadores respondem no próprio ritmo.
- Muito usado para educação, treinamentos corporativos e eventos interativos.

Nele, criamos as próprias perguntas associadas ao estudo das funções quadráticas com utilização do Geogebra, onde os alunos, através de uma sala virtual, poderam acessar e responder às questões por meio dos computadores, no laboratório da escola. É uma atividade relativamente rápida de modo que se possa avaliar o aprendizado dos conteúdos apresentados ao longo das aulas.

CAPÍTULO 2
A Parábola

2.1 Introdução

O objetivo desta parte inicial é apresentar os conceitos matemáticos necessários para a aplicação da sequência didática em sala de aula. O leitor que tiver familiaridade com esses conceitos básicos pode omitir, em sua leitura, essa introdução, em que são apresentadas as definições, podendo iniciar a partir da seção 2.2. Decidimos escrevê-la para tornar o texto o mais completo possível.

Nesta seção do trabalho, utilizamos como referência um livro bastante utilizado no ensino de matemática no Ensino Médio, o volume 1 da coleção "Fundamentos de Matemática Elementar", dos autores Gelson Iezzi e Carlos Murakami.

A sequência didática que foi elaborada consiste na apresentação do Geogebra como uma ferramenta digital para apoio ao estudo de funções, em especial, do gráfico das funções quadráticas. Entretanto, para o completo entendimento do estudo de funções, é necessária a revisão das definições a seguir.

2.1.1 Par ordenado

Para cada dois elementos x e y, pertencentes ao conjunto dos números reais, pode-se ter um terceiro elemento formado pelos dois anteriores, chamado de par ordenado, que representaremos por (x, y).

Dizemos, então, que, para quaisquer x, y, z e $w \in \mathbb{R}$, vale:

$$(x, y) = (z, w) \iff x = z \text{ e } y = w.$$

Dessa forma, podemos associar os pares ordenados a pontos no plano cartesiano, tomando o primeiro elemento sempre como pertencente ao conjunto das abscissas (eixo horizontal OX) e o segundo elemento ao conjunto das ordenadas (eixo vertical OY).

2.1.2 Produto cartesiano

Dados dois conjuntos A e B, não vazios, definimos produto cartesiano de A por B, representado por $A \times B$, e lemos A cartesiano B, ao conjunto formado por todos os pares ordenados nos quais o primeiro elemento pertença a A e o segundo a B, ou seja:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ e } y \in B\}.$$

2.1.3 Relação

Chamamos relação (binária) de A em B a qualquer subconjunto do produto cartesiano de A por B $(A \times B)$. Ao conjunto A, chamamos de conjunto de partida da relação ou domínio da relação. Ao conjunto B, chamamos de conjunto de chegada da relação, ou contradomínio da relação.

Seja, portanto, $R \subset A \times B$ uma relação de A em B. Dizemos que $x \in A$ se relaciona com $y \in B$, através da relação R, se $(x, y) \in R$.

Dessa forma, por exemplo, se $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{1, 4, 5, 9\}$ e definimos uma relação R_1, de forma que todo elemento de A se relaciona com valores maiores em B, e outra relação R_2, em que todo elemento de A se relaciona com seu respectivo valor ao quadrado pertencente a B, obtemos:

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 4), (1, 5), (1, 9), (2, 1), (2, 4), (2, 5), (2, 9), (3, 1), (3, 4), (3, 5), (3, 9)\}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= \{(x, y) \in A \times B \mid x < y\} \\ &= \{(1, 1), (1, 4), (1, 5), (1, 9), (2, 4), (2, 5), (2, 9), (3, 4), (3, 5), (3, 9)\} \\ R_2 &= \{(x, y) \in A \times B \mid y = x^2\} = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9)\} \end{aligned}$$

Com os conceitos acima revisados, podemos agora definir função.

2.1.4 Função

Dados dois conjuntos, A e B, definimos função como uma relação de A em B, de modo que todo elemento do conjunto A se relaciona com apenas um elemento em B, ou seja:

$$\text{"}f \text{ é uma função de } A \text{ em } B \iff \forall x \in A, \exists! y \in B \mid (x, y) \in f\text{"}.$$

Vamos representar funções por letras minúsculas do nosso alfabeto. Representamos uma função $f \subset A \times B$ por $f : A \to B$ e dados $(x, y) \in f$, escreveremos $y = f(x)$.

Definição 2.1.1. *Seja $f : A \to B$ uma função, definimos o gráfico de f como sendo o conjunto:*

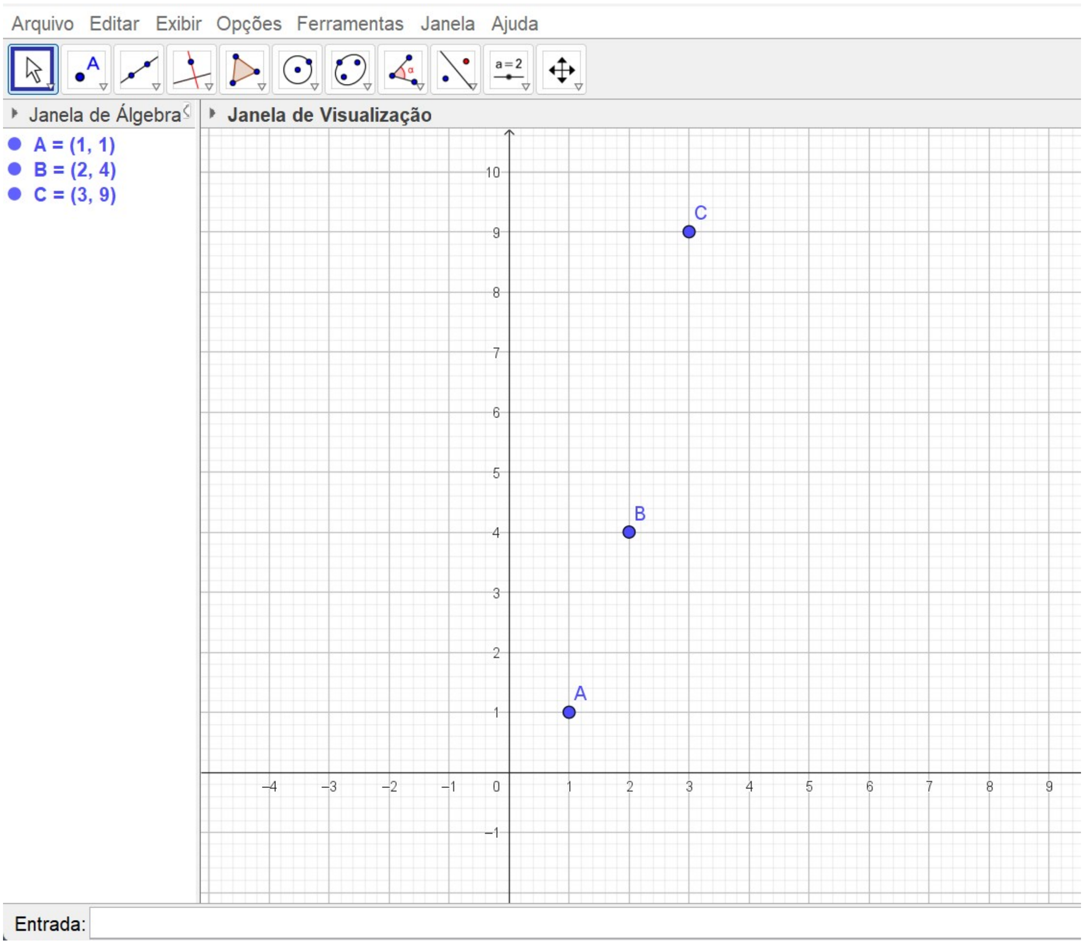
$$\{(x, y) \in A \times B \colon y = f(x)\}.$$

Exemplo 2.1.1. *A relação R_1, definida na seção 2.1.3, não é uma função. A relação R_2 é uma função. Denotando essa relação por f, temos, $f(1) = 1$, $f(2) = 4$, $f(3) = 9$ e o gráfico de f é o conjunto* $\{(1,1),(2,4),(3,9)\}$.

O gráfico de uma função $f : A \to B$, $A, B \subset \mathbb{R}$ está contido no plano cartesiano - $\mathbb{R}^2$. Podemos ter uma representação visual desse gráfico. Para facilitar o trabalho de marcação dos pontos de um gráfico, e assim obter uma representação visual, podemos utilizar *softwares* que fazem essa atividade com mais rapidez e qualidade. Como vimos no capítulo anterior, usaremos o Geogebra.

Exemplo 2.1.2. *Os pares ordenados da relação R_2 podem ser plotados em um sistema cartesiano pelo Geogebra, conforme figura 2.1, a seguir:*

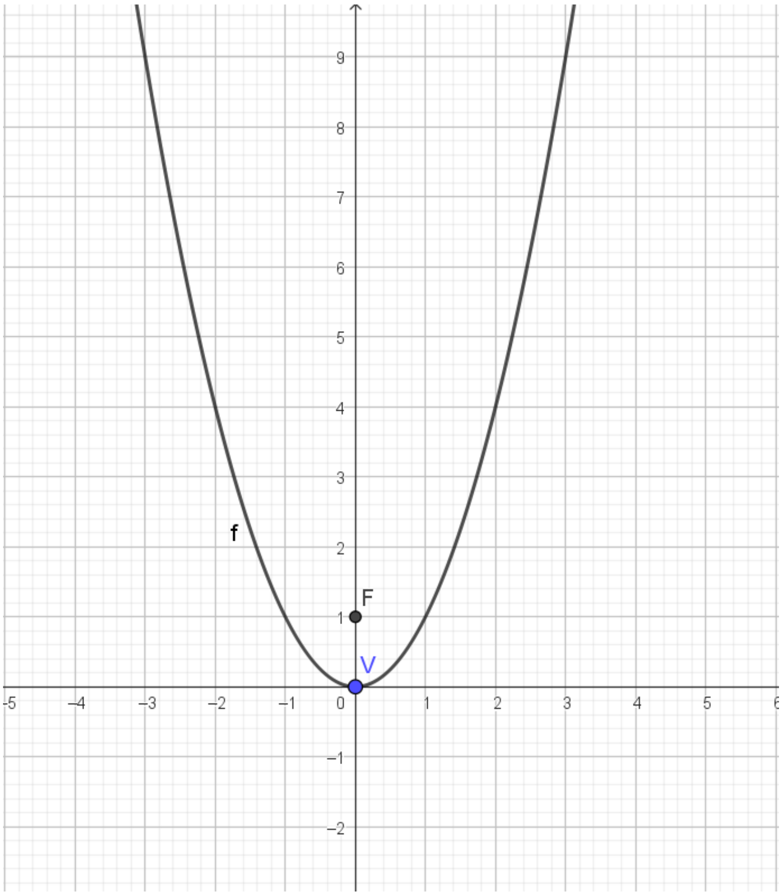
Figura 2.1: Gráfico da Relação R_2



Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Exemplo 2.1.3. *Segue, como exemplo, na figura 2.2, o gráfico da função quadrática definida por $f(x) = x^2$.*

Figura 2.2: Gráfico da função $f(x) = x^2$



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

Note que o gráfico acima contempla, não apenas os pontos da relação R_2 acima, mas todos em que x se relaciona com o seu quadrado (x^2).

2.1.5 Distância entre dois pontos

Definimos a distância entre dois pontos como a diferença entre suas posições na reta que os une. Precisamos para desenvolvimento deste trabalho, calcular a distância entre dois pontos distintos, no plano cartesiano.

Caso os dois pontos pertençam ambos aos eixos ortogonais OX ou OY ou sejam paralelos a eles, a distância entre eles é definida como o módulo da diferença de suas abcissas ou ordenadas, respectivamente. Dessa forma, por exemplo, dados os pontos $A, B \in OX$, $A = (x_1, 0)$, $B = (x_2, 0)$, a distância de A até B, $(d(A, B))$ ou $\overline{AB}$[1] é dada por:

$$d(A, B) = \overline{AB} = |x_2 - x_1|.$$

[1]Por simplificação de notação, assumiremos, nesse trabalho, que $\overline{AB}$ representa o próprio segmento que une os pontos A e B, por exemplo, ou sua medida (comprimento), dependendo do contexto.

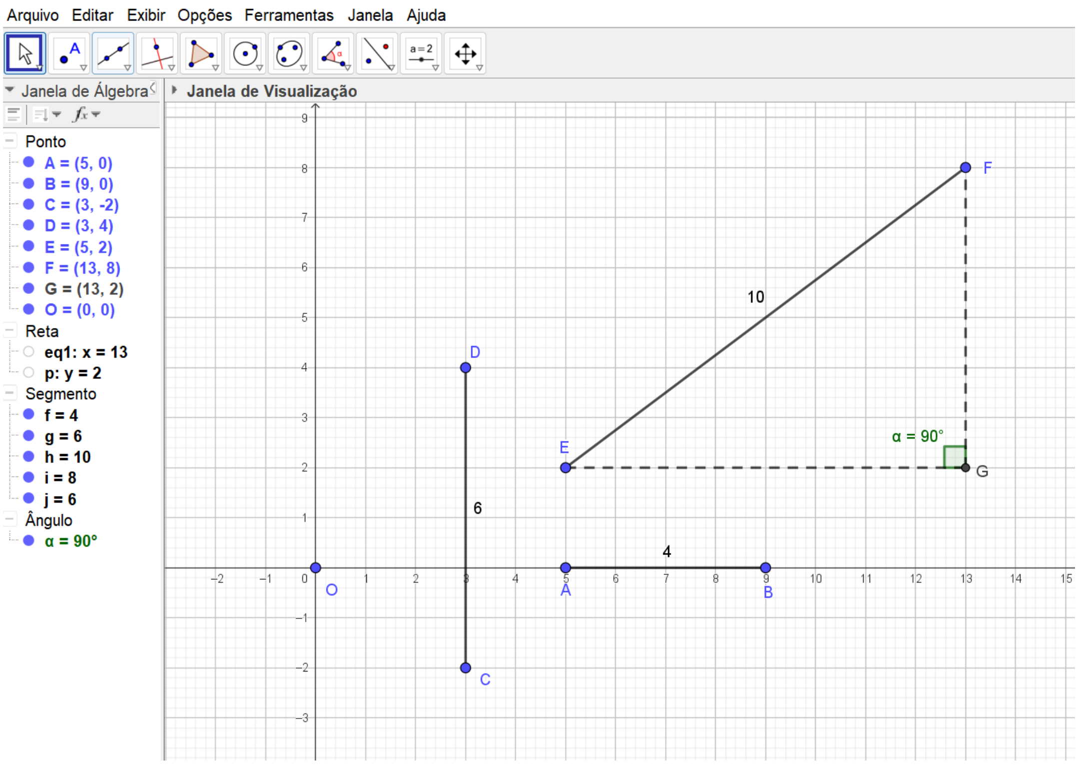
Da mesma forma, se temos os pontos $C = (3, y_1)$ e $D = (3, y_2)$, a distância de C até D é dada por

$$\overline{CD} = |y_2 - y_1|.$$

No caso geral, com os pontos $E = (x_1, y_1)$ e $F = (x_2, y_2)$ em qualquer posição do plano cartesiano, podemos calcular a distância entre eles pelo comprimento da diagonal que os une, conforme figura 2.3, a seguir, ou seja,

$$\overline{EF} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Figura 2.3: Distância entre dois pontos



Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

De fato, definindo o ponto G como a interseção entre as retas formadas pelos pontos de mesma ordenada de E $(y = y_1)$ e de mesma abscissa de F $(x = x_2)$, temos, conforme figura 2.1 acima, um triângulo $\triangle EGF$ retângulo, em que $G = (x_2, y_1)$. Podemos, portanto, aplicar o Teorema de Pitágoras, em que

$$\begin{aligned}\overline{EF}^2 &= \overline{EG}^2 + \overline{GF}^2 \\ &= |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2 \\ &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2.\end{aligned}$$

E, por fim,

$$\overline{EF} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

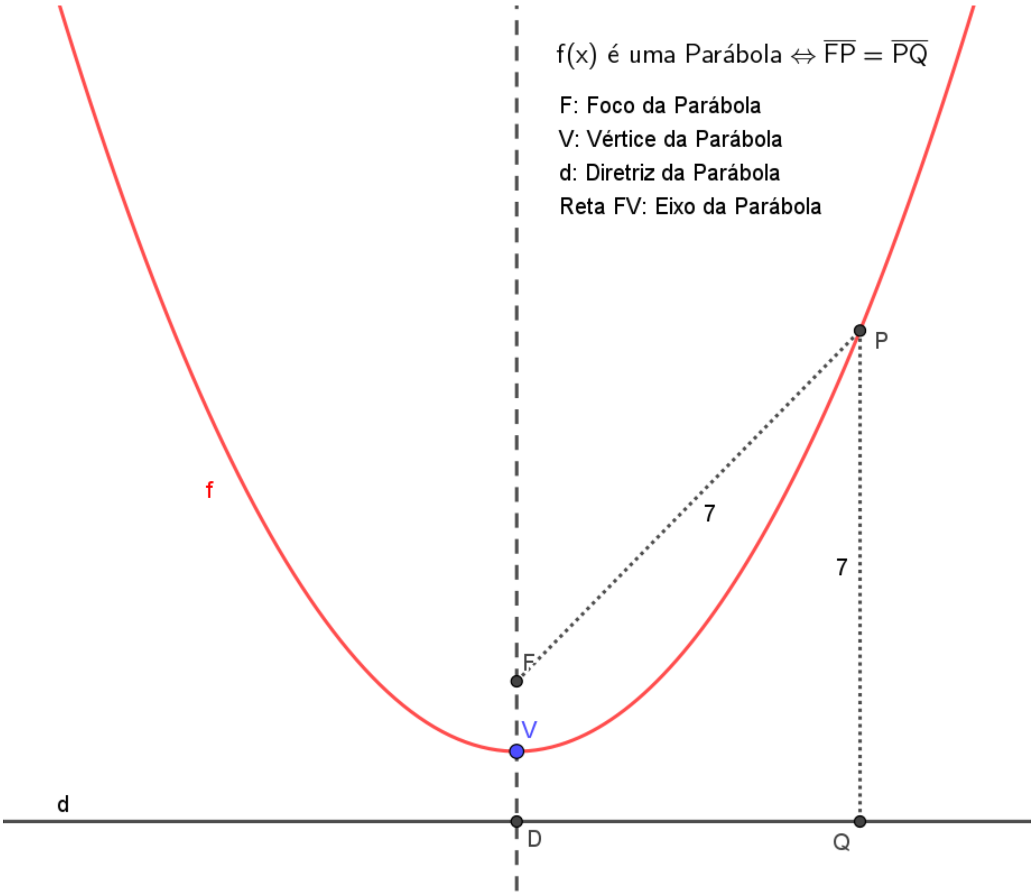
2.2 Conhecendo a curva chamada parábola

Por definição, parábola é a curva formada pelo conjunto de pontos do plano equidistantes de um ponto F qualquer, chamado foco, e de uma reta dada, d, chamada reta diretriz, com $F \notin d$.

Em uma parábola, temos, ainda, a reta perpendicular à diretriz, que passa pelo foco, chamada de eixo da parábola, e o ponto da parábola mais próximo da diretriz chamado de vértice. Ele é o ponto médio do segmento cujas extremidades são o foco e a interseção do eixo com a diretriz.

Na figura 2.4, a seguir, temos a representação de todos os elementos da parábola, sendo P um ponto qualquer da parábola e Q a projeção ortogonal de P sobre a diretriz d.

Figura 2.4: Elementos de uma parábola



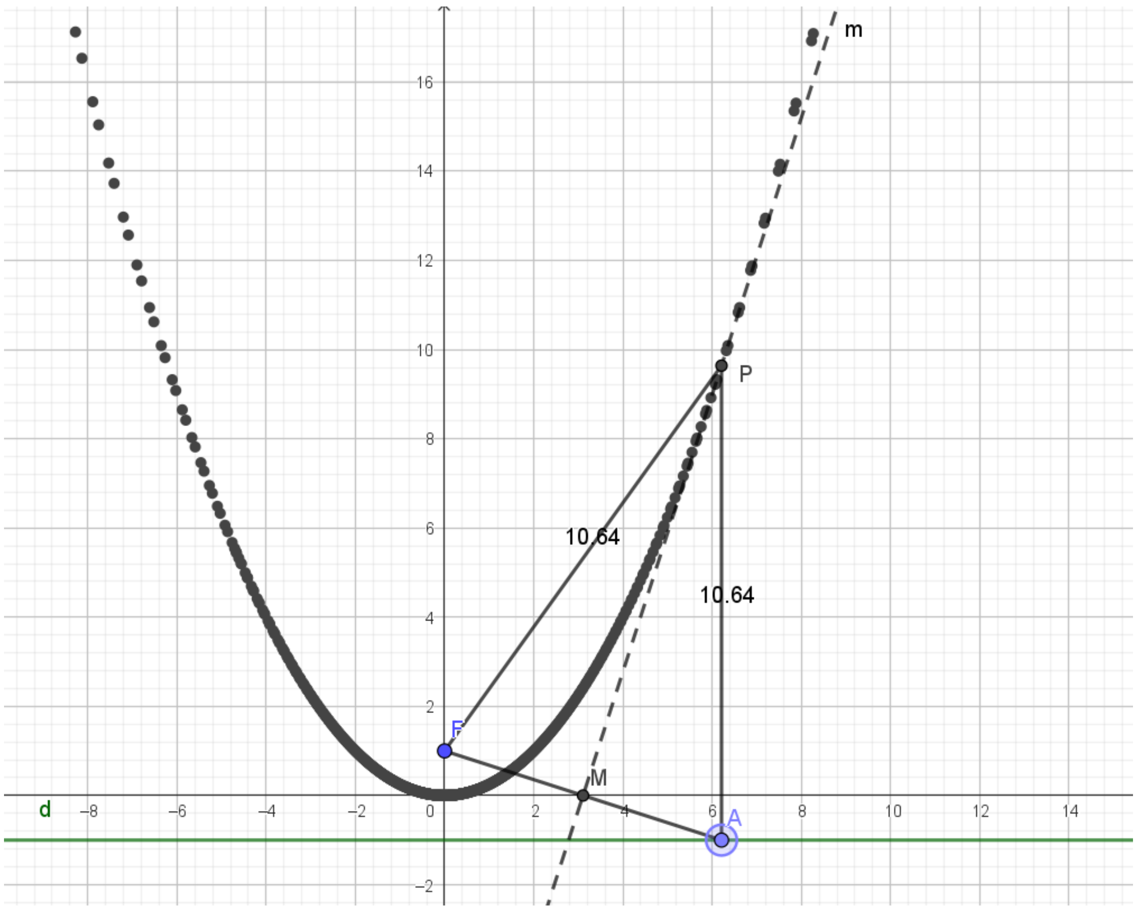
Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

2.2.1 Construção da parábola

Apresentamos, a seguir, a construção da parábola pelo Geogebra Classic 5 de duas maneiras:

a) Através dos conhecimentos de geometria (figura 2.5)

Figura 2.5: Construção da parábola pelo Geogebra (geometricamente)



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

Roteiro para construção da parábola pelo Geogebra (geometricamente):

1. criamos um ponto F qualquer, que será o foco da parábola;
2. construímos uma reta d qualquer, desde que $F \notin d$;
3. construímos um ponto A sobre a reta d;
4. traçamos a mediatriz m do segmento $\overline{AF}$;
5. traçamos uma reta g, passando por A, perpendicular à d;
6. na interseção das retas m e g, encontramos o ponto P;
7. para melhorar a visualização do desenho, ocultamos a reta g perpendicular à d e mudamos o estilo da reta m para tracejado, em suas configurações;

8. traçamos os segmentos $\overline{PF}$ e $\overline{PA}$ e notamos que eles têm as mesmas medidas, se mudarmos a opção de exibir valor ao invés do rótulo em suas configurações; e verificamos que se mantêm congruentes ao variarmos a posição de A;

9. se exibirmos o rastro de P, verificamos que, de fato, a curva apresentada pela movimentação de P é uma parábola.

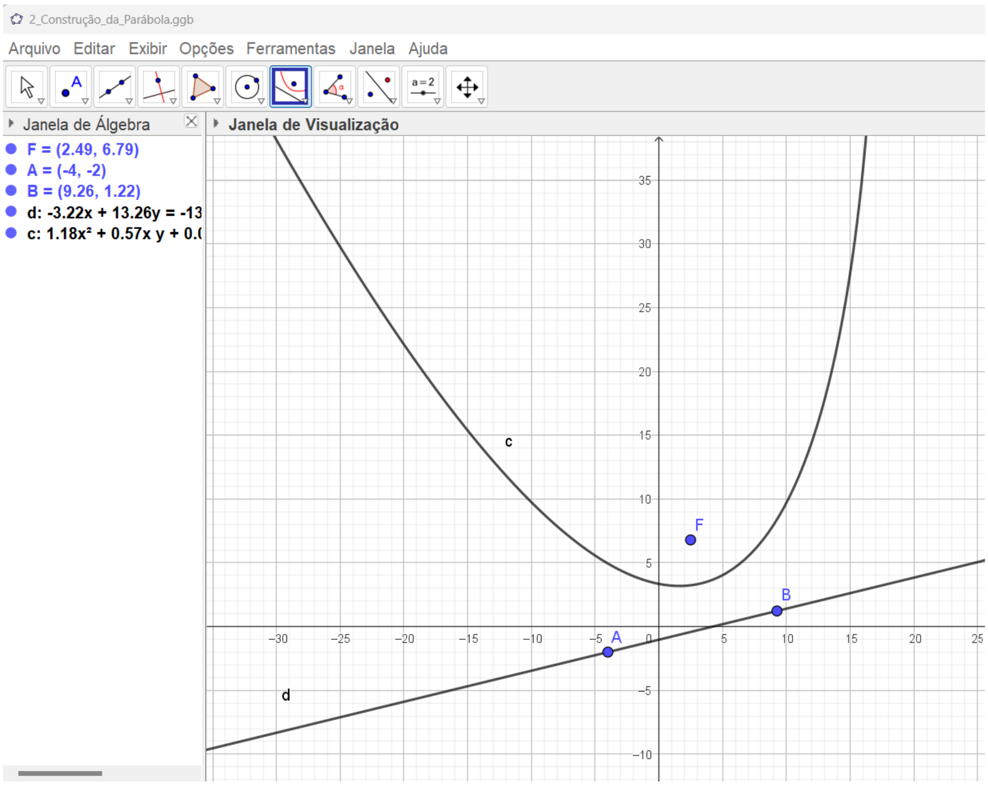
Nessa tarefa, fica evidente a dinamicidade do *software* Geogebra: todas as características dos objetos se mantêm, independentemente de que posições ocupem. Eles podem ser "arrastados", mas não perdem suas propriedades.

Para comprovar que essa curva é uma parábola, ou seja, $\overline{PF} = \overline{PA}$, precisamos demonstrar. Não vale apenas o desenho, apesar de toda a dinamicidade do *software*. Pelo desenho, podemos somente conjecturar.

Demonstraremos, a seguir que, de fato, a curva formada pelo conjunto dos pontos P é uma parábola. Por construção, o ponto M, interseção da mediatriz m com o segmento $\overline{FA}$, é o ponto médio do segmento $\overline{FA}$. Também, por definição de mediatriz, os ângulos no vértice M nos triângulos $\triangle PMA$ e $\triangle PMF$ sao iguais a 90°. Logo, o triângulo $\triangle PMA$ é congruente ao triângulo $\triangle PMF$, pela relação de congruência LAL (lado $\overline{PM}$, ângulos no vértice M e $\overline{AM} = \overline{AF}$). Segue, então, que $\overline{PA} = \overline{PF}$, ou seja, a distância de qualquer ponto P na curva ao foco F é igual à distância de P à reta direcional d, pois foi tomada perpendicularmente a esta. Conclui-se, portanto, que o conjunto de todos os pontos P forma uma parábola.

b) Através do Geogebra automaticamente (figura 2.6)

Figura 2.6: Construção da parábola pelo Geogebra (automaticamente)



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

Roteiro para construção da parábola automaticamente pelo Geogebra:

1. criamos o ponto F, que será o foco de nossa parábola;
2. construímos, através de pontos A e B quaisquer, a reta d, que será a diretriz da parábola, de modo que $F \notin d$;
3. construímos a parábola com a opção do sétimo botão na barra de ferramentas, utilizando a opção "parábola", com os parâmetros F e d, nessa ordem.

Novamente, aqui, pode-se observar a razão da classificação do Geogebra como *software* de geometria dinâmica.

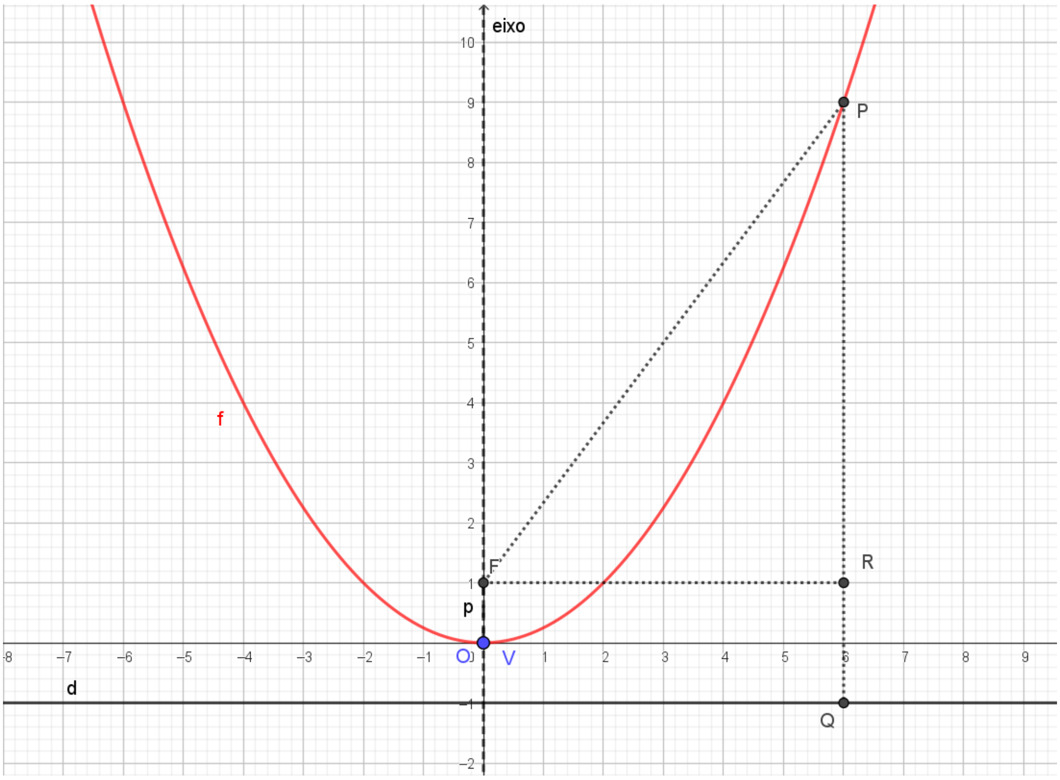
2.3 Função que tem como gráfico a parábola

Nesta e nas próximas seções, vamos estudar as funções que têm como gráfico uma parábola.

Partiremos, portanto, da definição de parábola. Considere uma parábola, m, de foco F e diretriz d, com $F \notin d$.

Na figura 2.7, a seguir, vamos considerar o vértice V da parábola na origem $O = (0,0)$, de modo que seu eixo coincida com o eixo OY. Definindo a distância do vértice ao foco igual à medida genérica p, temos que: $V = (0,0)$ e $F = (0,p)$. Assim, $y = -p$ é a reta diretriz d.

Figura 2.7: Parábola com vértice na origem: $V = (0,0)$



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

Para que um ponto $P = (x,y)$ qualquer pertença à parábola, é necessário e suficiente que $\overline{FP} = \overline{PQ}$, onde $Q = (x,-p)$. Note-se que $\overline{FP}$ é a hipotenusa do triângulo retângulo $\triangle FRP$, de catetos $\overline{FR}$ e $\overline{PR}$, no qual $F = (0,p)$ e $R = (x,p)$. Dessa forma,

$$\begin{aligned}
\overline{FR} &= |(x,p) - (0,p)| \\
&= |(x-0, p-p)| \\
&= |(x,0)| \\
&= \sqrt{x^2 + 0^2} \\
&= \sqrt{x^2} \\
&= |x|.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\overline{PR} &= |(x,p)-(x,y)| \\
&= |(x-x,y-p)| \\
&= |(0,y-p)| \\
&= \sqrt{0^2+(y-p)^2} \\
&= \sqrt{(y-p)^2} \\
&= |y-p|,
\end{aligned}$$

e, pelo Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}
\overline{FP}^2 &= \overline{FR}^2 + \overline{PR}^2 \\
&= x^2+(y-p)^2 = x^2+y^2-2py+p^2.
\end{aligned}$$

Por outro lado, a distância de P a d é igual à de P a Q. Como $Q=(x,-p)$, temos:

$$\begin{aligned}
\overline{PQ} &= |(x,-p)-(x,y)| \\
&= |(x-x,y+p)| \\
&= |(0,y+p)| \\
&= \sqrt{0^2+(y+p)^2} \\
&= \sqrt{(y+p)^2} \\
&= |y+p|.
\end{aligned}$$

E, portanto, $\overline{PQ}^2=(y+p)^2=y^2+2py+p^2$. Como, por hipótese, $\overline{FP}=\overline{PQ}$, ou ainda, $\overline{FP}^2=\overline{PQ}^2$, concluimos que:

$$x^2+y^2-2py+p^2=y^2+2py+p^2,$$

ou seja,

$$y=\frac{x^2}{4p}.$$

Em resumo, mostramos que se o ponto $P=(x,y)$ pertence à parábola m, então o ponto satisfaz a $y=ax^2$, em que $a=\dfrac{1}{4p}$. Em outras palavras, se $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ é dada por $f(x)=ax^2$, com $a=\dfrac{1}{4p}$, então

$$m \subset \text{ gráfico de } f.$$

Seja agora um ponto $S=(x,y)$ do gráfico de f. Por definição do gráfico de f,

$y = ax^2$. Observando que $4ap = 1$, temos

$$\begin{aligned} d(S, F) = \sqrt{x^2 + (y-p)^2} &= \sqrt{x^2 + (ax^2 - p)^2} \\ &= \sqrt{a^2x^4 + (1 - 2ap)x^2 + p^2} \\ &= \sqrt{a^2x^4 + 2apx^2 + p^2} \\ &= \sqrt{(ax^2 + p)^2} \\ &= |ax^2 + p| = |y + p| = d(S, d). \end{aligned}$$

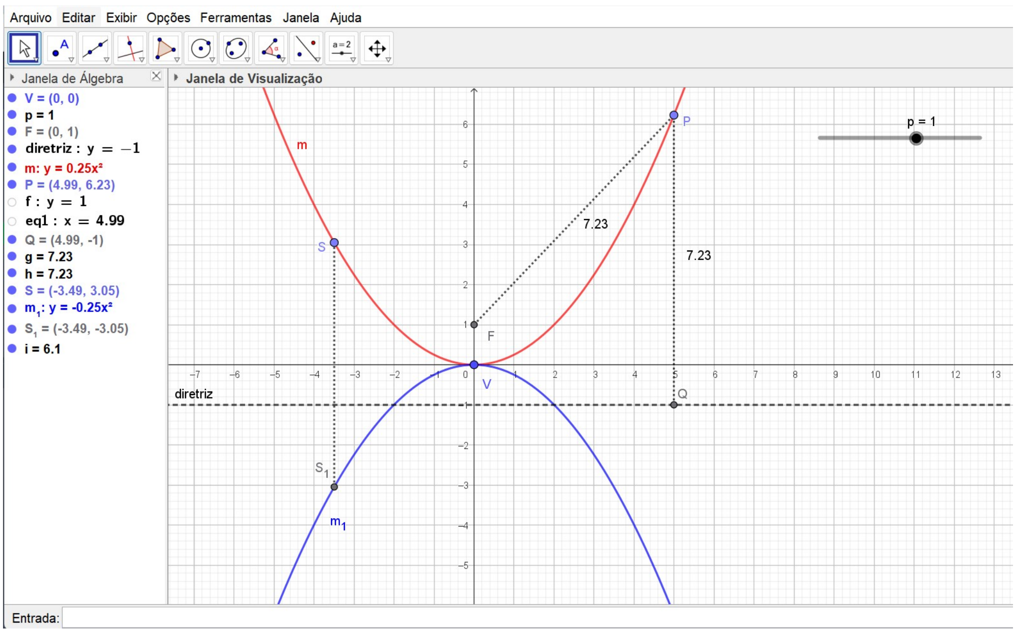
Logo, todo ponto do gráfico de f, pertence a parábola m, isto é,

$$\text{gráfico de } f \subset m.$$

Seja $a > 0$. Pelas inclusões acima, podemos concluir que o gráfico da função $f(x) = ax^2$ é a parábola de foco $F = (0, p)$ e diretriz $d : y = -p$, em que $p = \dfrac{1}{4a}$.

Seja agora $f(x) = ax^2$, com $a = \dfrac{1}{4p} < 0$. Pelo que foi demonstrado, o gráfico de $g(x) = -ax^2$ é a parábola m_1 de foco $F_1 = (0, -\dfrac{1}{4a})$ e diretriz $d_1 : y = \dfrac{1}{4a}$, conforme figura 2.8, a seguir.

Figura 2.8: Foco e diretriz da parábola com vértice na origem: $V = (0, 0)$



Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Considere a parábola m_2, de foco $F_2 = (0, \dfrac{1}{4a})$ e diretriz $d_2 : y = -\dfrac{1}{4a}$ e note que $S = (x, y)$ está no gráfico de f se, e somente se, $S_1 = (x, -y)$ está no gráfico de g. Por sua vez, $S_1 = (x, -y)$ está no gráfico de g se, e somente se, $S = (x, y)$ está na parábola m_1.

Note que:

$$d((x,-y),F_1) = d((x,y),F_2)$$

e

$$d((x,-y),d_1) = d((x,y),d_2)$$

em que $d((x,y),X)$ representa a distância do ponto de coordenadas (x,y) ao elemento X (ponto ou reta diretriz). Então, $(x,-y) \in m_1$ se, e somente se, $(x,y) \in m_2$. Em resumo, mostramos que (x,y) está no gráfico de f, se e somente se, $(x,y) \in m_2$. Logo, o gráfico da função $f(x) = ax^2$, com $a < 0$, é a parábola m_2. Podemos, assim, enunciar o seguinte resultado:

Proposição 2.3.1. *Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$. O gráfico de f é a parábola que possui foco $F = (0, \dfrac{1}{4a})$ e diretriz $y = -\dfrac{1}{4a}$.*

De forma mais geral, uma função quadrática ou do segundo grau é uma função de f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, que associa a cada elemento de x do seu domínio, o elemento $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$, e $a \neq 0$. Isto é:

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & x & \longmapsto & ax^2 + bx + c. \end{array}$$

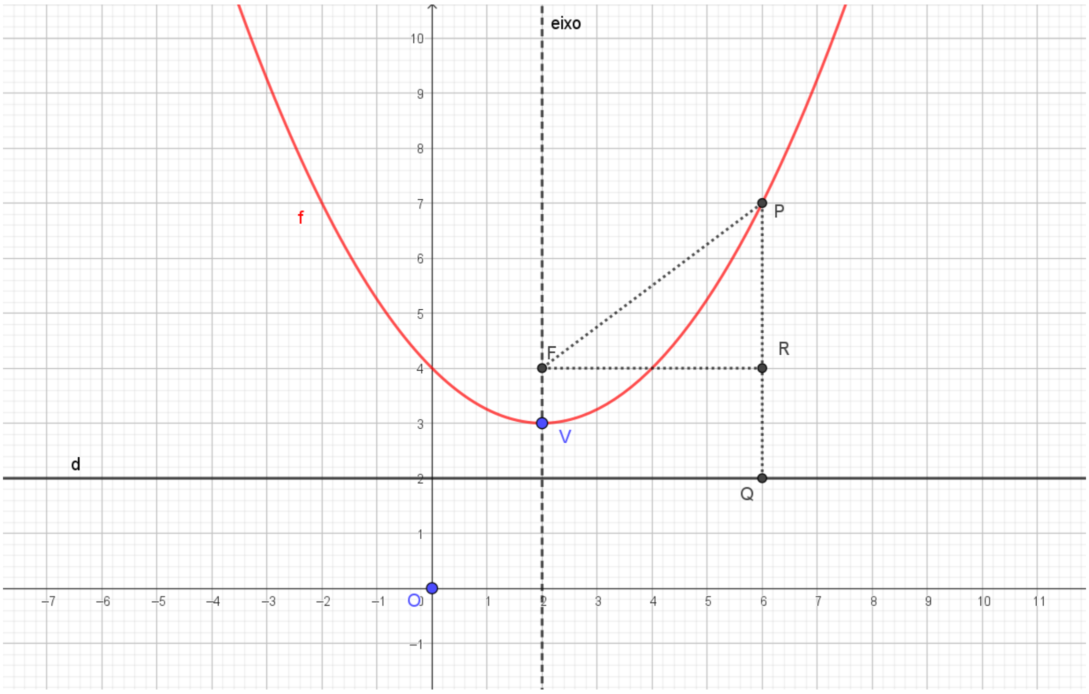
São exemplos de funções quadráticas ou do segundo grau:

1. $y = x^2 - 5x + 6$
2. $f(x) = 2x^2 - \dfrac{1}{4}x - 3$
3. $g(x) = \dfrac{3}{5}x^2 - 7x$
4. $h(x) = 5x^2 - 10$
5. $m(x) = 3x^2$

2.4 Toda função quadrática tem como gráfico essa curva conhecida como parábola?

Na seção anterior, vimos que o gráfico de toda função do tipo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$, é uma parábola. A questão que se apresenta é: toda função quadrática tem como gráfico essa curva conhecida como parábola? Primeiro, vamos considerar a parábola, com vértice $V = (x_0, y_0)$, foco $F = (x_0, y_0 + p)$ e eixo de simetria $x = x_0$, conforme a figura 2.9, a seguir:

Figura 2.9: Parábola com vértice transladada da origem: $V = (x_0, y_0)$



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

Tomemos um ponto $P = (x, y)$ no sistema XOY. Fazendo a mudança $x' = x - x_0$ e $y' = y - y_0$, obtemos um novo eixo de coordenadas $X'O'Y'$. Nesse novo sistema de coordenadas ortogonal, o vértice e o foco da parábola possuem as coordenadas $(0, 0)'$ e $(0, p)'$, respectivamente. Repetindo os argumentos apresentados na seção anterior, concluímos que $P = (x', y')$ está na parábola se, e somente se, $y' = \frac{1}{4p}(x')^2$.

Voltando para as coordenadas em XOY, $P = (x, y)$ está na parábola de vértice $V = (x_0, y_0)$ e foco $F = (x_0, x_0 + p)$ se, e somente se, $y - y_0 = \frac{(x - x_0)^2}{4p}$, isto é

$$y = \frac{x^2}{4p} - \frac{x_0}{2p}x + (\frac{x_0^2}{4p} + y_0)$$

.

Seja, agora, a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. Definindo $p = \frac{1}{4a}$, $x_0 = -2pb = \frac{-b}{2a}$ e $y_0 = c - \frac{x_0^2}{4p} = \frac{4ac - b^2}{4a}$, consideremos a parábola m que possui vértice $V = (x_0, y_0)$ e foco $F = (x_0, x_0 + p)$. Pelo que foi demonstrado, $P = (x, y)$ está na parábola m se, e somente se, $y = \frac{x^2}{4p} - \frac{x_0}{2p}x + (\frac{x_0^2}{4p} + y_0) = ax^2 + bx + c$, ou seja se, e somente se, $P = (x, y)$ está no gráfico da função f. Logo,

$$\text{gráfico de } f = m.$$

Em resumo, verificamos que dada uma função quadrática, seu gráfico é uma parábola. Além disso, sempre existe uma relação entre seus coeficientes e os elementos que definem seu gráfico (uma parábola). A partir dessas relações, podemos enunciar um resultado mais geral do que aquele encontrado na seção anterior:

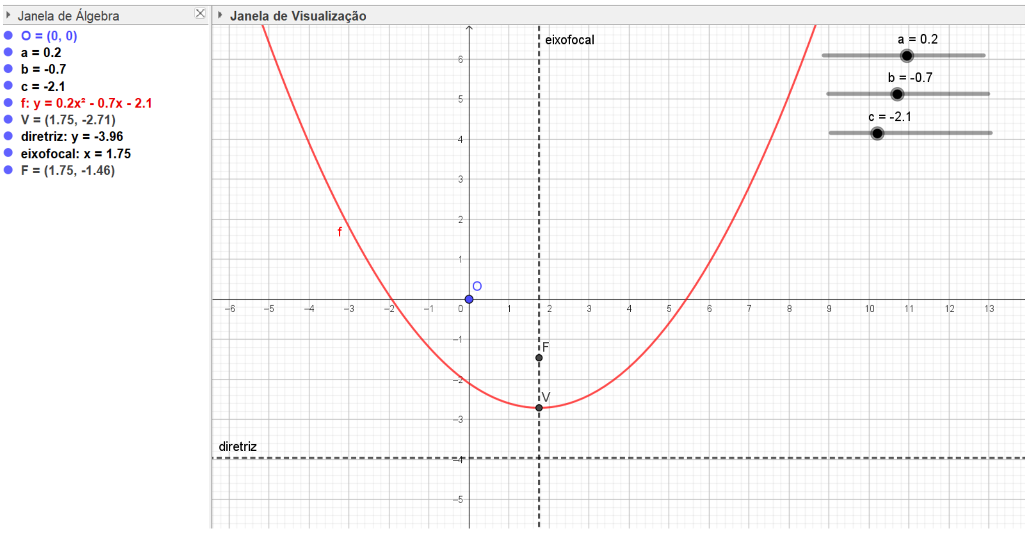
Proposição 2.4.1. *Seja* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*, dada por* $f(x) = ax^2 + bx + c$*, com* $a \neq 0$*. Então, o gráfico de* f *é a parábola que possui foco* $F = (-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 1}{4a})$ *e diretriz:* $y = \frac{4ac - b^2 - 1}{4a}$.

Portanto, a parábola com vértice no ponto $V = (x_0, y_0)$, distante p da diretriz, é o gráfico de uma função do segundo grau do tipo: $f(x) = ax^2+bx+c$, onde, dependendo dos parâmetros (coeficientes) a, b e c, números reais, temos a forma de seu gráfico, concavidade para cima ou para baixo, cortando o eixo OX ou não (raízes reais ou não).

Do ponto de vista didático, o Geogebra pode ser útil para fazer com que os alunos possam conjecturar que o gráfico de uma função quadrática é uma parábola, manipulando os valores de a, b e $c \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$.

Examinemos no Geogebra, conforme figura 2.10, a seguir:

Figura 2.10: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

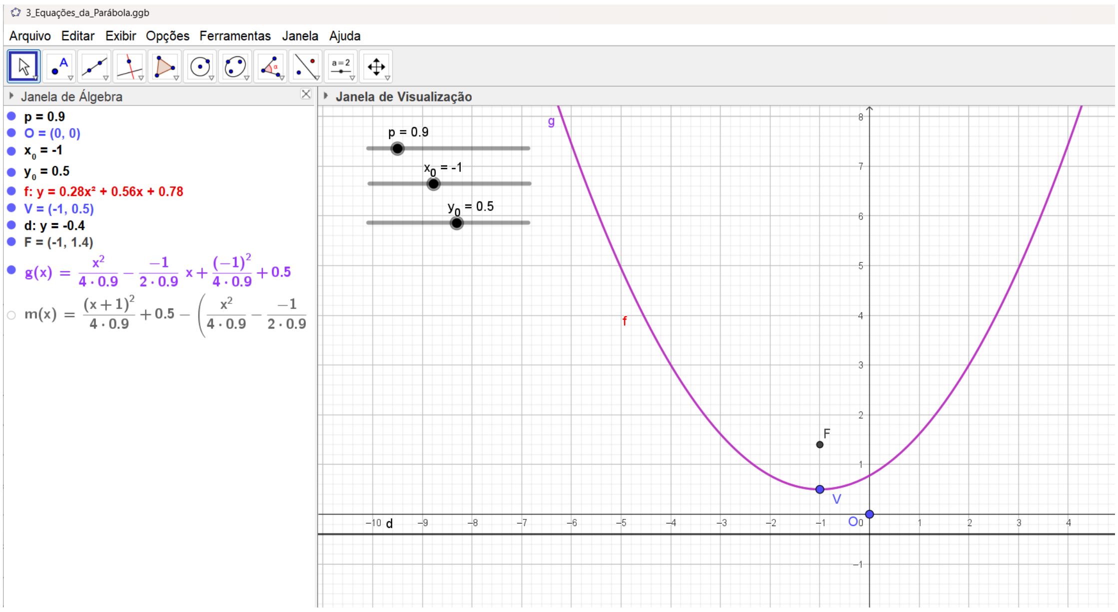
Observação 2.4.1. *Podemos explorar, com o Geogebra, as relações estabelecidas na proposição anterior, entre os coeficientes* a, b, c *da função* $f(x) = ax^2 + bx + c$*, com* $a \neq 0$*, e os elementos que definem o gráfico dessa função - vértice, foco, diretriz e eixo de simetria.*

Como se vê na figura 2.11, a seguir, dados o vértice $V = (x_0, y_0)$*, distanciado* p *de sua diretriz, podemos expressar a mesma parábola pelas duas expressões a seguir:*

1. $h(x) = ax^2 + bx + c$*, com* $a = \frac{1}{4p}$, $b = -\frac{x_0}{2p}$ *e* $c = \frac{x_0^2}{4p} + y_0$ *ou*

2. $f(x) = \frac{(x - x_0)^2}{4p} + y_0$

Figura 2.11: Equações da parábola



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

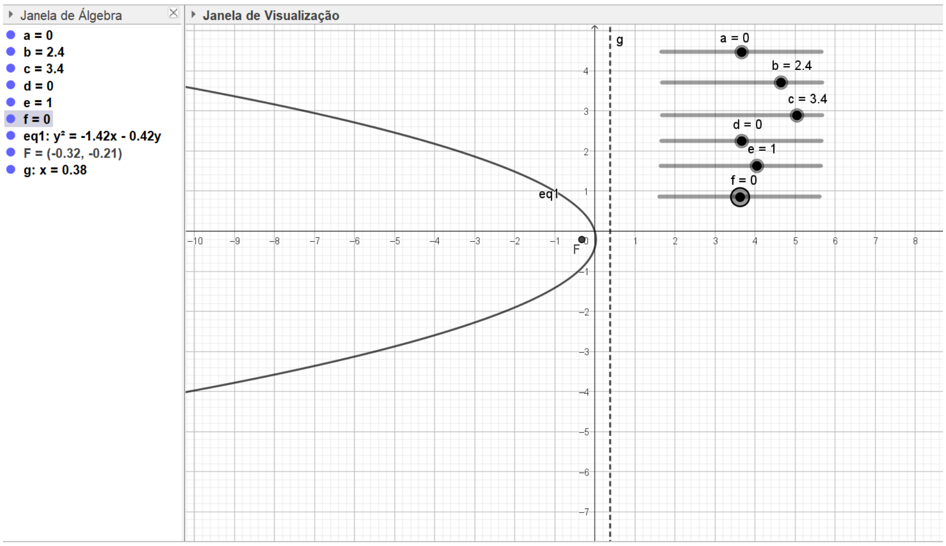
2.5 Considerando um sistema de coordenadas ortogonais XOY, qualquer parábola é o gráfico de uma função do segundo grau $y = f(x)$?

Cabe, agora, a seguinte pergunta: Considerando um sistema de coordenadas ortogonais XOY, qualquer parábola é o gráfico de uma função do segundo grau $y = f(x)$?

Podemos afirmar que nem sempre a parábola é o gráfico de uma função do segundo grau do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Por ora, consideramos a parábola de foco $F = (\dfrac{1}{4}, 0)$ e diretriz $d : x = -\dfrac{1}{4}$, como um contraexemplo para provar que nem toda parábola é expressa pela lei de formação $y = ax^2 + bx + c$, no sistema de coordenadas XOY, com a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Figura 2.12: Parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo OX



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

De fato, uma conta simples mostra que

$$d((1,1),F) = d((1,1),d) = \frac{5}{4}$$

$$d((1,-1),F) = d((1,-1),d) = \frac{5}{4}.$$

Os pontos $(1,1)$ e $(-1,1)$ estão na parábola. O conjunto de pontos que forma essa parábola representa uma relação. Note-se que ela não atende à exigência para ser uma função $y = f(x)$: todo elemento x do conjunto domínio estar relacionado com apenas um elemento y do conjunto contra-domínio.

Portanto nem toda parábola é gráfico de alguma função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Observação 2.5.1. *Apesar de não ser uma função de x, podemos mostrar que os pontos dessa parábola são os pontos do plano que satisfazem $x = y^2$. De fato, para qualquer ponto $P = (x, y)$ temos*

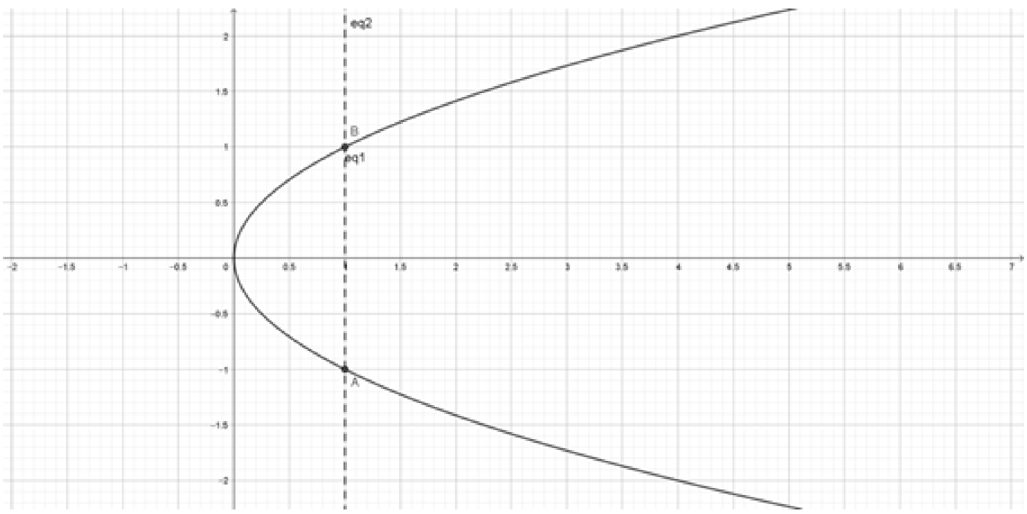
$$\begin{aligned} d((x,y),d) &= \sqrt{(x-(-\frac{1}{4}))^2 + (0-0)^2} \\ &= \sqrt{(x+\frac{1}{4})^2} \\ &= |x+\frac{1}{4}|. \end{aligned}$$

Por outro lado,

$$\begin{aligned} d((x,y),F) &= \sqrt{(x-\frac{1}{4})^2+(y-0)^2} \\ &= \sqrt{x^2-2x\frac{1}{4}+(\frac{1}{4})^2+y^2} \\ &= \sqrt{x^2-\frac{x}{2}+\frac{1}{16}+y^2} \\ &= \sqrt{x^2+\frac{x}{2}+\frac{1}{16}+(y^2-x)} \\ &= \sqrt{(x+\frac{1}{4})^2+(y^2-x)}. \end{aligned}$$

Então $d((x,y),F) = d((x,y),d)$ *se, e somente se,* $y^2 = x$*. Como se vê na figura 2.13, essa expressão representa uma relação. Note-se que ela não atende à exigência para ser uma função* $y = f(x)$*: todo elemento* x *do conjunto domínio estar relacionado com apenas um elemento* y *do conjunto contra-domínio.*

Figura 2.13: Relação $x = y^2$



Fonte: Acervo do próprio autor (2024).

Nesse caso, temos os pontos A *e* B*, mostrando que* $x = 1$ *está relacionado com* $y = -1$ *e* $y = 1$*, respectivamente.*

Apesar de não ser o gráfico de uma função de $y = f(x)$*, podemos perceber que essa parábola é o gráfico da função* $x = g(y) = y^2$*. De forma geral, é possível mostrar que dado uma parábola* m *em um plano, existe um sistema de coordenadas* $X'OY'$*, tal que essa parábola é o gráfico de uma função* $y' = f(x')$*. De fato, considere* OY' *como o eixo da parábola, e* OX' *como a reta paralela à sua diretriz, que passa pelo vértice da parábola, fixando um sentido positivo para os dois eixos. Nesse caso, as coordenadas do foco são* $(0, p')$*, para algum* $p' \neq 0$ *e a equação da diretriz seria* $y' = -p'$*. Pelo que foi discutido na seção 2.3, a parábola* m *é o gráfico da função* $y' = f(x') = \dfrac{1}{4p}x'^2$*.*

CAPÍTULO 3

A Sequência didática como produto educacional

3.1 Sequência Didática

Neste capítulo do trabalho, será apresentada uma sequência didática que pode ser desenvolvida em sala de aula com alunos do Ensino Médio das três séries, mas, preferencialmente, com os da primeira série, após o estudo de funções. Sugerimos que as atividades sejam desenvolvidas em laboratório de informática ou outra sala em que haja computadores para todos os alunos, para trabalharem individualmente ou, no máximo, em duplas.

DOLZ e SCHNEUWLY (2004, p. 97), em [24], definem sequência didática como "um conjunto de atividades escolares organizadas de maneira sistemática em torno de um gênero oral ou escrito". E complementam: "com o objetivo de ensinar um conteúdo específico, visando o desenvolvimento de competências por meio da mobilização de saberes em situações significativas de aprendizagem". Eles enfatizam que a sequência é planejada com início, meio e fim, baseada em um projeto de ensino com foco na progressão das aprendizagens.

Essa sequência está elaborada para ser desenvolvida em computador de mesa, porém pode ser adapatada pelo professor para *smartphones*, dependendo da conveniência e disponbilidade.

A sequência tem o objetivo de mostrar que a utilização de tecnologias digitais nas aulas de matemática pode deixá-las muito mais atraente e de melhor qualidade, conforme já discutido nos capítulos anteriores. A sequência contemplará um momento com o *software* de geometria dinâmica Geogebra, quando os alunos vão estudar o comportamento do gráfico da função quadrática, expressa pela lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$, e $a \neq 0$, e confirmar que esses coeficientes estão relacionados com os elementos que definem uma parábola: vértice V e distância a sua reta diretriz p.

Também será desenvolvida, na sequência, uma atividade gamificada, através do Kahoot, de modo que, de forma lúdica e até relaxada, os alunos possam comprovar os conteúdos estudados em relação à função quadrática, e o professor possa avaliar o interesse e a participação deles nas atividades bem como a importância do uso de tecnologias digitais na aula.

3.1.1 Preparação da sala

Para a atividade com o Kahoot, é importante a garantia de que os computadores, na quantidade necessária, estejam todos em condições de uso, com o Geogebra Classic 5 instalado, e que tenham acesso à internet. É necessário, portanto, que o professor, antecipadamente, confirme essa condição.

Para instalação do Geogebra Classic 5 nos computadores, o professor pode acessar https://www.geogebra.org/ . Na seção "O que oferecemos", escolhemos a opção "Calculadora e aplicativos de matemática - Explorar tudo" para baixar os aplicativos do Geogebra. Rolamos a nova página para baixo até encontrarmos a opção "Classic 5 para recursos avançados - *download*". Com o arquivo de instalação baixado, configuramos o *software* de acordo com nossa conveniência.

3.1.2 Desenvolvimento das atividades

As atividades com os alunos estão distribuídas em cinco etapas:

1. apresentação da sequência didática, para os alunos conhecerem as atividades a serem desenvolvidas;

2. apresentação do Geogebra, no qual os alunos vão conhecer o *software* e os comandos principais que serão usados ao longo dos trabalhos;

3. avaliação do gráfico da função quadrática em função da variação dos coeficientes a, b e c;

4. associação da relação dos coeficientes a, b e c com as coordenadas do vértice e sua distância à reta diretriz da parábola;

5. avaliação dos conhecimentos da aula através do Kahoot.

Aproveitaremos essa oportunidade e, após a aplicação dessa sequência, os alunos serão convidados para responderem à pesquisa de avaliação da importância de utilização das tecnologias digitais no estudo de matemática.

Apresentação da sequência didática

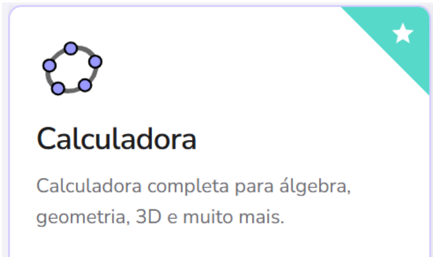
Nesse primeiro encontro, nos primeiros 15 minutos, a sequência deverá ser apresentada, quando serão mostrados seu objetivo, o planejamento das aulas/atividades, e será explicada a importância do preenchimento, após os trabalhos, da pesquisa por todos os alunos, para a conclusão desta dissertação de mestrado.

Nessa ocasião, deverá ser justificado o uso do Geogebra, por ser o principal e mais acessível *software* de geometria dinâmica, propriedade que será mostrada na sequência dos trabalhos e fundamental para o estudo de matemática.

Conhecendo o Geogebra

A figura 3.1, a seguir, mostra o ícone identificador do Geogebra Classic 5.

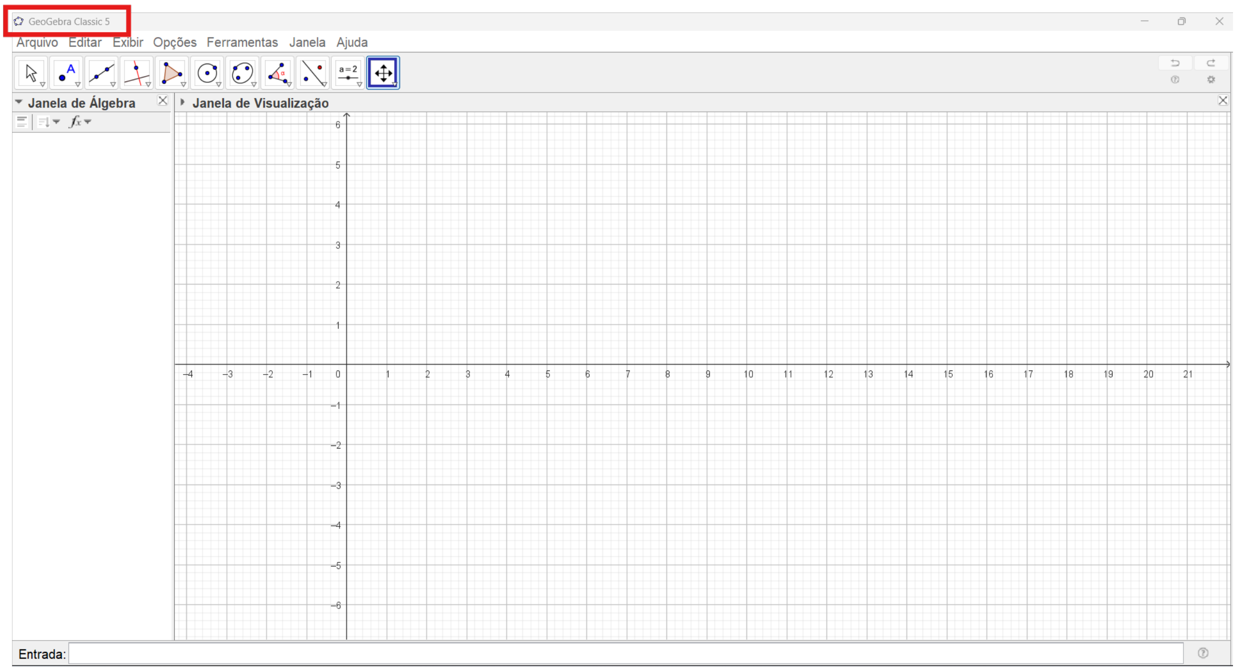
Figura 3.1: Ícone do Geogebra Classic 5



Fonte: https://www.geogebra.org/download (2025).

Nessa seção, que deverá durar cerca de 35 minutos, serão apresentadas a tela inicial do Geogebra, sua barra de ferramentas principais e as diversas opções de *menu* para utilização nas construções. Abrindo o *software* Geogebra Classic 5 no computador, a tela inicial será como se vê na figura 3.2, a seguir.

Figura 3.2: Tela inicial do Geogebra Classic 5

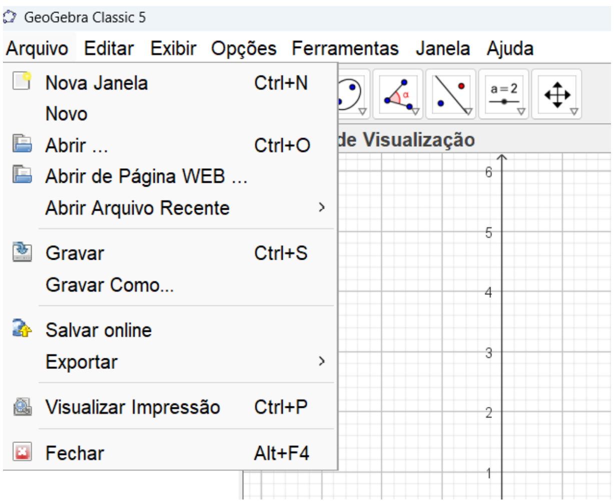


Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Por ser um *software* de geometria dinâmica, o Geogebra tem uma performance muito boa para o ensino e a aprendizagem de matemática, devido à capacidade que tem de permitir ao usuário arrastar objetos dinamicamente bem como de comparar as relações entre os entes geométricos envolvidos.

Apresentamos, nas figuras 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9, a seguir, as diversas opções nos *menus* principais na barra de ferramentas do Geogebra: Arquivo; Editar; Exibir; Opções; Ferramentas; Janela e Ajuda, respectivamente.

Figura 3.3: *Menu*: Arquivo

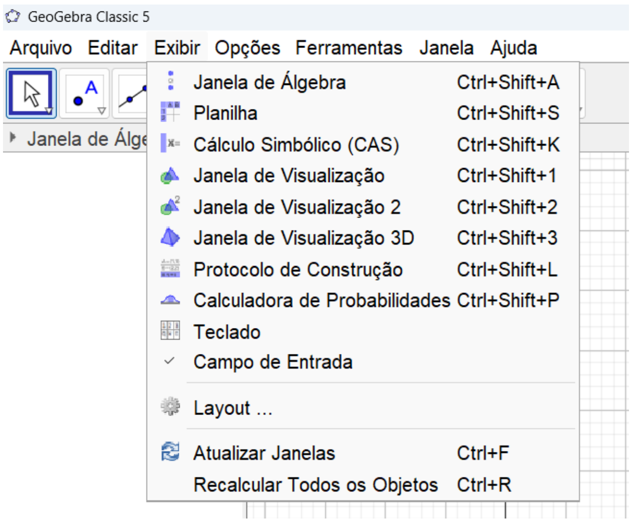


Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.4: *Menu*: Editar

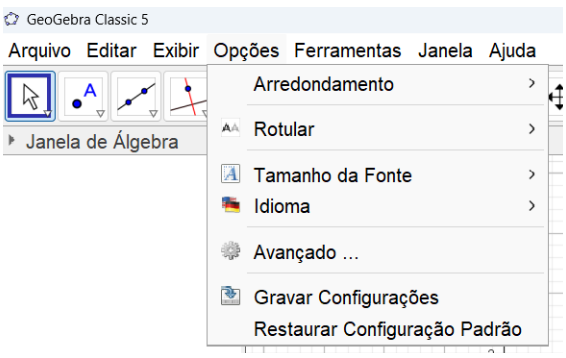
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.5: *Menu*: Exibir



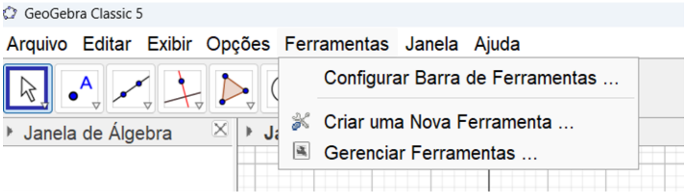
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.6: *Menu*: Opções



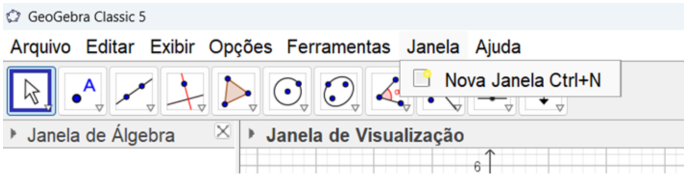
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.7: *Menu*: Ferramentas



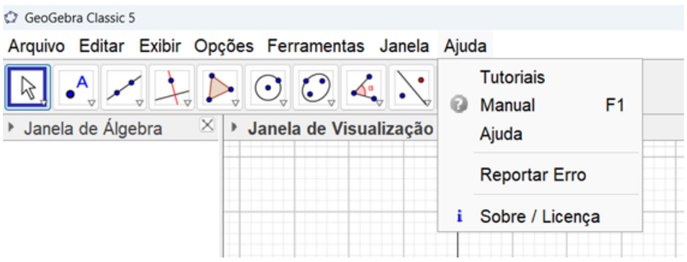
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.8: *Menu*: Janela



Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

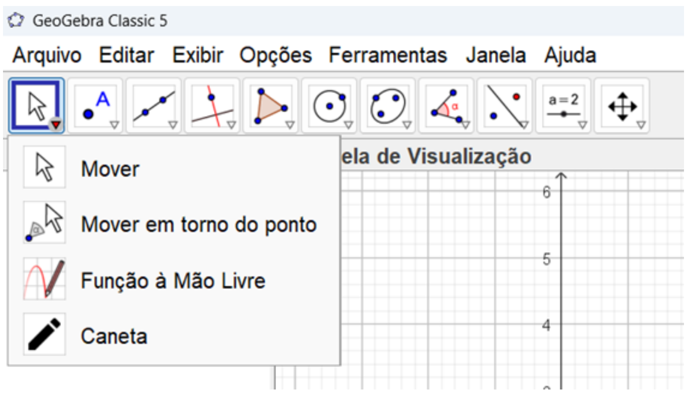
Figura 3.9: *Menu*: Ajuda



Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

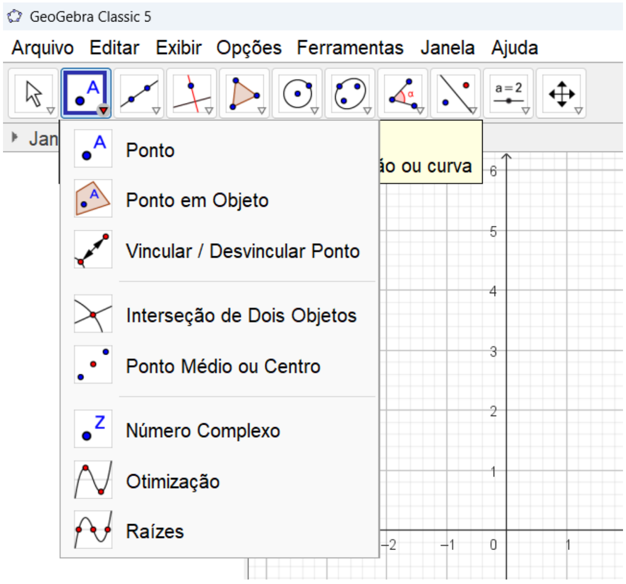
E, nas figuras a seguir, 3.10 a 3.20, as principais ferramentas em cada uma das opções dos *menus*:

Figura 3.10: Ferramenta: Mover



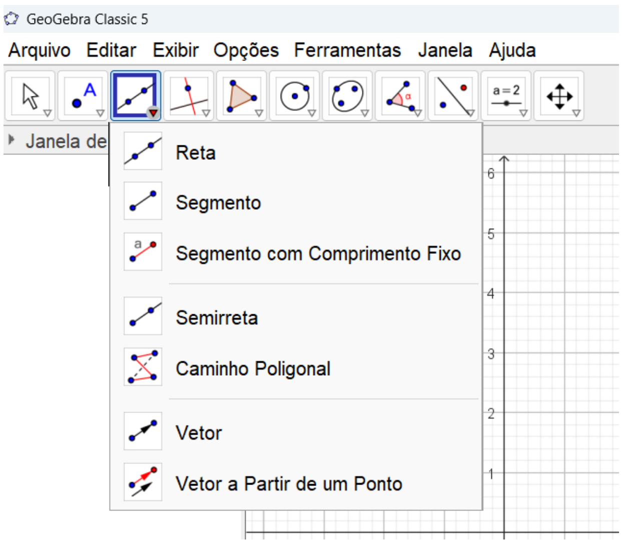
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.11: Ferramenta: Ponto



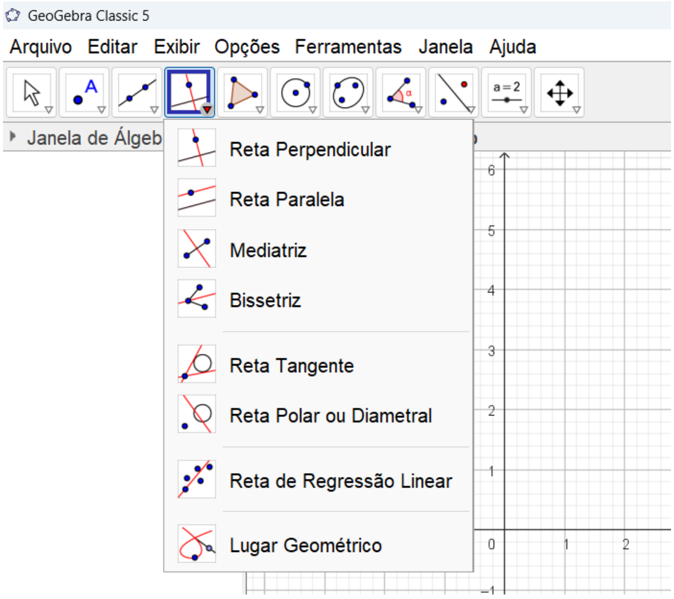
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.12: Ferramenta: Reta



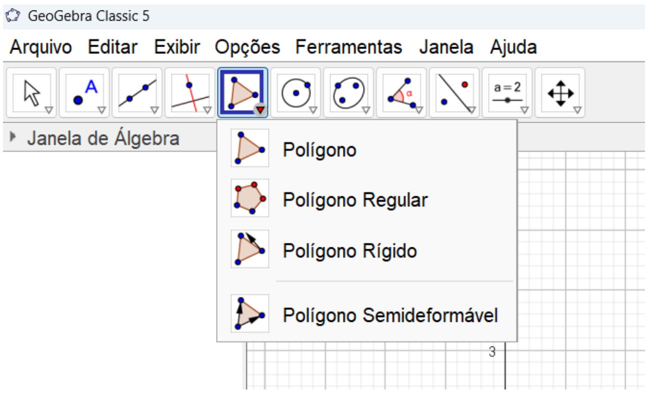
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.13: Ferramenta: Reta perpendicular



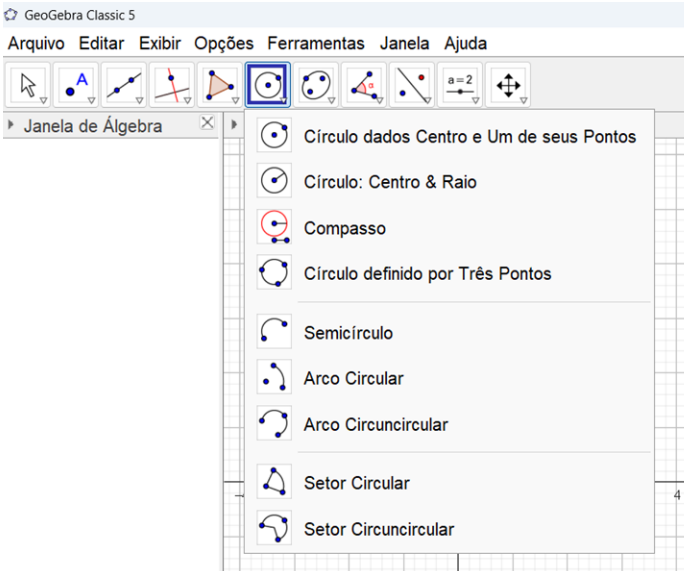
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.14: Ferramenta: Polígono



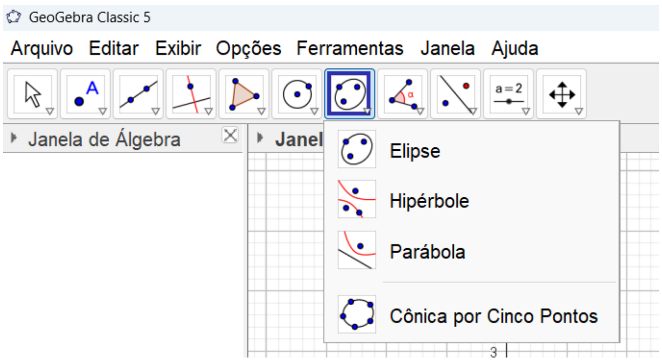
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.15: Ferramenta: Círculo



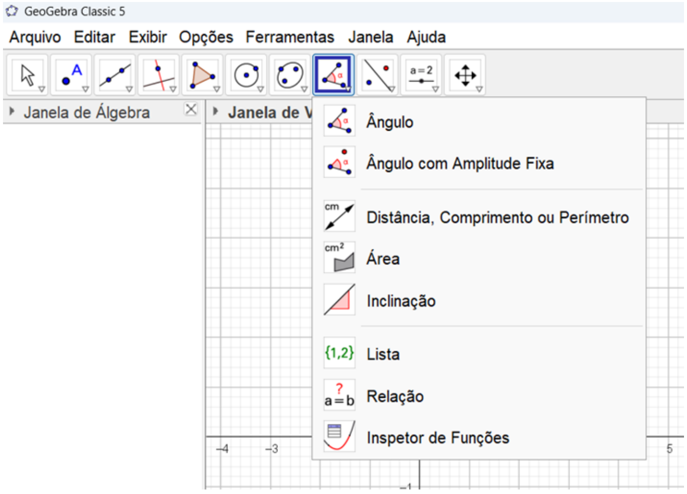
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.16: Ferramenta: Elipse



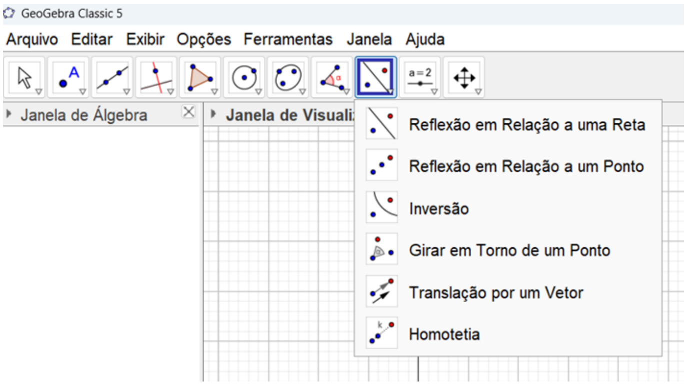
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.17: Ferramenta: Ângulo



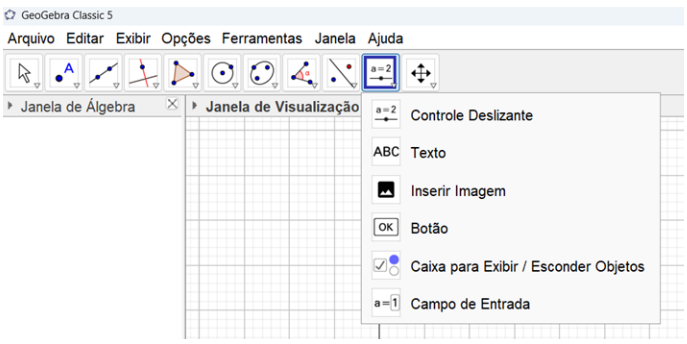
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.18: Ferramenta: Reflexão



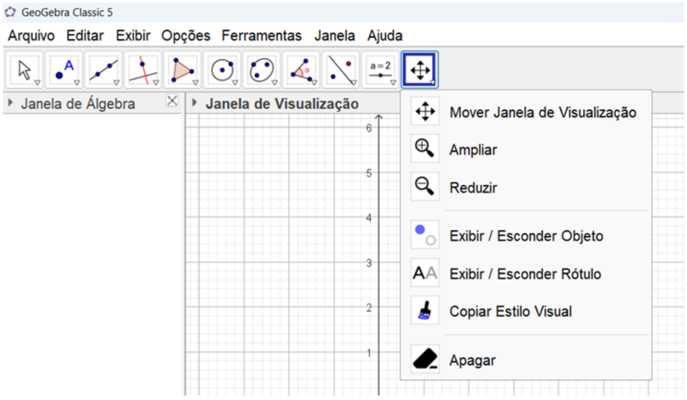
Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

Figura 3.19: Ferramenta: Controle deslizante



Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

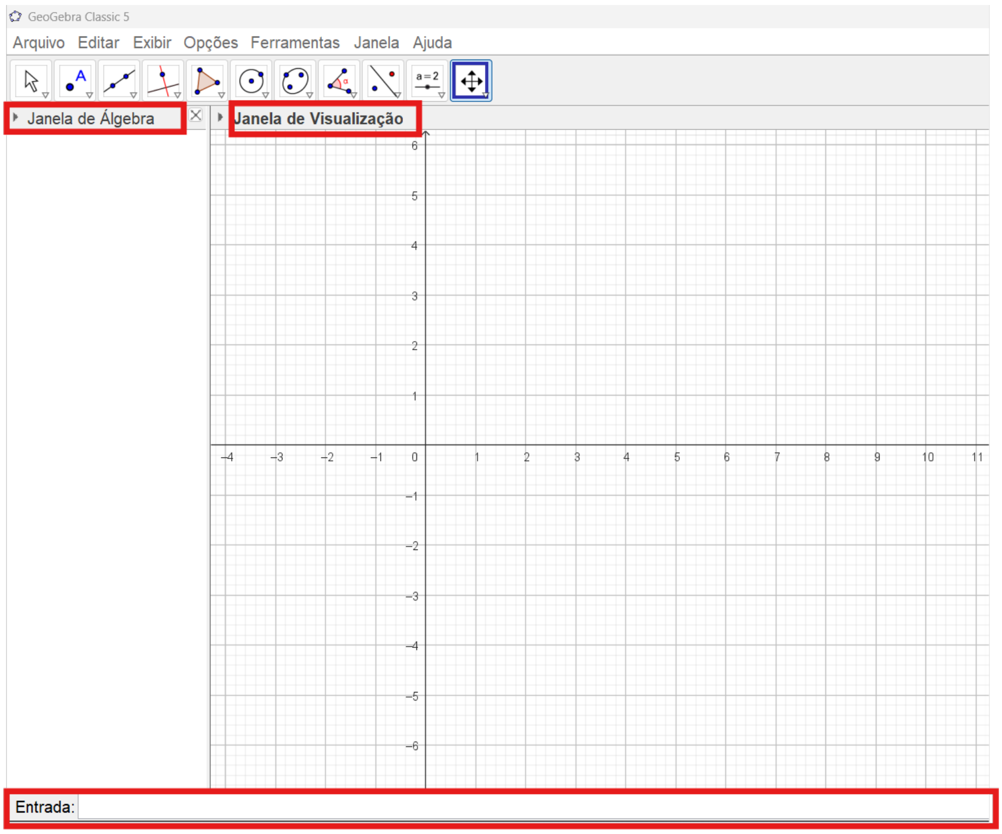
Figura 3.20: Ferramenta: Mover janela de visualização



Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

É importante também conhecer, conforme mostra a figura 3.21, a seguir, a janela de álgebra, na qual os elementos e as construções são representados algebricamente; a janela de visualização 2D, em que os elementos e as construções são visualizados no plano cartesiano, ambas na parte superior da tela; e a entrada, no canto inferior esquerdo, onde os dados dos elementos e construções são recebidos pelo Geogebra, ou seja, que é o campo de entrada por meio do teclado.

Figura 3.21: Janelas de Álgebra, Visualização 2D e Campo de entrada



Fonte: Acervo do próprio autor (2025).

À medida que o professor vá mostrando as diversas opções de *menus* aos alunos, ele deve exemplificar os mais utilizados. Por exemplo: criação de um ponto, segmento, reta mediatriz, polígono, controle deslizante, círculo, dentre outros.

Avaliação do gráfico da função quadrática com a variação dos coeficientes a, b e c

Nesta seção, que deverá durar 50 minutos, os alunos praticarão o Geogebra no estudo do gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ e poderão confirmar porque esse *software* de geometria é bastante utilizado em matemática e pode ser muito mais explorado nas escolas de Ensino Médio.

A ideia é deixar os coeficientes a, b e c variando na lei de formação da função. Portanto, será usada a ferramenta Controle Deslizante. Os alunos, então, deverão criar os três controles deslizantes a, b e c e avaliar a mudança no gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ à medida que se variam os coeficientes.

Avaliação da relação dos coeficientes a, b e c da lei de formação da função quadrática com os elementos que compõem seu gráfico (parábola): as coordenadas do vértice $V = (x_0, y_0)$ e sua distância à reta diretriz $|p|$

.

Essa seção deverá tomar mais uma aula de cinquenta minutos, na qual os alunos terão a oportunidade de confirmar que o gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, é uma parábola, como normalmente é apresentado nos livros didáticos do Ensino Fundamental e do Médio e estudado na sala de aula.

Veremos também que, se uma parábola g tem eixo de simetria paralelo ao eixo OY, no sistema ortogonal OXY, então existe uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, cujo gráfico é g. Mais ainda: provaremos que há uma relação direta dos coeficientes a, b e c com o vértice $V = (x_0, y_0)$ e sua distância à diretriz da parábola $|p|$.

O vértice da parábola é o ponto de máximo ou de mínimo da função quadrática, dependendo da concavidade da parábola. O eixo de simetria de uma parábola é uma reta vertical que passa pelo vértice e divide a parábola em duas partes simétricas.

O detalhamento da sequência didática encontra-se no Apêndice A. Ela poderá ser adaptada e utilizada pelo professor que se interessar pela metodologia.

CAPÍTULO 4

Experiência do produto educacional

4.1 Aplicação da sequência didática

Relatamos a seguir a experiência da aplicação da sequência didática "Uso das tecnologias digitais Geogebra e Kahoot no estudo das funções quadráticas" na escola de tempo integral Centro Estadual de Educação Profissional Dr. Ruy Pereira dos Santos, da rede pública estadual, na cidade de São Gonçalo do Amarante, estado do Rio Grande do Norte.

Conforme combinado com o professor de matemática da escola, Prof. Alesson Silva de Lima, aplicamos a sequência didática em duas turmas do curso técnico de Edificações, A e B, da primeira série do Ensino Médio. Com o apoio irrestrito da gestão da escola na viabilização deste trabalho e, em especial dos professores Alesson, já citado, do Prof. Edson Caio Silva e da Profa. Lisieux Feitosa Gondim Pipolo, que gentilmente nos cederam suas turmas e espaço para que as aulas acontecessem, aplicamos a sequência didática na turma 1B nos dias 19 e 26 de maio de 2025 e na turma 1A nos dias 29 e 30 de maio de 2025.

Em razão de as turmas não terem estudado as funções quadráticas até a data dessa aplicação, o que exigiu maior discussão sobre o assunto, e por limitação de cronograma na escola, alteramos o roteiro da sequência, aumentando uma hora-aula e eliminando o conteúdo da terceira aula. Não tivemos maior prejuízo, pois o objetivo principal da sequência era avaliar quanto o Geogebra pode ajudar no estudo do gráfico da função quadrática, assunto contemplado na segunda aula. Fica, portanto, a sugestão de que se aumente para seis horas-aulas a distribuição da sequência em nova oportunidade.

Como previsto, a sequência foi aplicada com o Geogebra Classic 5, nos computadores de mesa da escola. Por limitação de equipamentos e para agilização dos trabalhos, optamos por trabalho em duplas. No primeiro dia, apresentamos o Geogebra e suas principais ferramentas e opções de *menu*. No segundo, avaliamos a mudança no gráfico da função quadrática mediante a variação dos coeficientes a, b e c em $f(x) = ax^2 + bx + c$, com o uso de controles deslizantes, e fizemos a atividade gamificada pelo Kahoot para uma breve e divertida avaliação dos conhecimentos.

Seguimos o roteiro distribuído em sala de aula. À medida que apresentávamos as construções no Geogebra pelo projetor, os alunos replicavam em seus computadores e anotavam suas observações nos registros que receberam. Concluíram as anotações após a sessão do Kahoot, para me entregarem. Os registros serviram para avaliarmos suas observações. Nessa ocasião, pedimos que respondessem ao instrumento de pesquisa pelo Google Forms, para que pudéssemos avaliar de fato a percepção deles em relação ao uso dessas tecnologias no estudo de matemática.

Apesar da relativamente boa infraestrutura da escola nesse caso, é importante registrar que ainda tivemos alguma dificuldade com queda de energia em um dia e baixa velocidade de transmissão de internet em outro, problemas, de certa forma, até comuns em qualquer ambiente de estudo ou trabalho. Porém, pela importância que essas condições têm para o trabalho do professor em sala de aula, é necessário que se deixe registrado o ocorrido. Por outro lado, a gestão da escola repetiu o apoio total que nos vinha dando e, rapidamente, providenciou solução para os dois casos.

Com relação ao desenvolvimento das aulas em si, destacamos, a seguir, alguns eventos e comentários ocorridos nesses momentos, os quais sugerem que, de fato, as tecnologias digitais, quando bem utilizadas pelo professor e no momento oportuno, podem ajudar no aprendizado do aluno.

"Professor, na questão 1, item b, quando $a = 0$ na função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, no Geogebra o gráfico é uma reta porque $0.x^2 = 0$ e a função fica restrita à de primeiro grau $f(x) = bx + c$".

"No Kahoot, Quiz 10 - em que ponto(s) do plano cartesiano, o gráfico da função $f(x) = x^2 - 5x + 6$ corta o eixo das abscissas -, tracei no Geogebra e vi que era nos pontos 2 e 3. Acertei!"

"Professor, posso instalar o Geogebra no meu computador?"

Essa solicitação me deixou mais à vontade com a turma. Notei que, de fato, os alunos estavam se interessando. Logicamente, respondi que sim e repeti que o Geogebra é um *software* mais que *free*, que é *open source*, explicando o significado da expressão. Passei, então, para as duas turmas um tutorial para instalação do Geogebra.

Havia criado duas turmas no Google Classroom, para facilitar minha comunicação com os alunos, além de cumprir o compromisso de disponibilizar algumas construções do Geogebra por algum tempo, para que eles conheçam um pouco mais sobre o aplicativo. Nessas salas virtuais, depositei o roteiro da sequência didática e o tutorial.

4.2 Avaliação da pesquisa

Em relação ao retorno dos formulários pelo instrumento de pesquisa viabilizado pelo Google Forms, obtivemos, da turma 1A, composta por 38 alunos matriculados, 37 retornos. Entretanto tivemos de descartar um porque o aluno não havia assistido às aulas, restando 36 pesquisados válidos para nossa tabulação. Na turma 1B, composta por 47 alunos matriculados, todos retornaram. Entretanto, tivemos de descartar as respostas de nove alunos - oito porque não haviam assistidos às aulas e um porque não disponibilizou o TCLE -, restando, nessa turma, 38 pesquisados válidos para nossa tabulação. Consideramos, portanto, uma excelente amostra para avaliação estatística.

Tabulando o resultado da pesquisa, considerando os 74 formulários habilitados nas duas turmas, caracterizamos, a seguir, o perfil dessa amostra:

1. Conforme distribuição a seguir, na tabela 4.1, os alunos estão, em sua maioria, com quinze anos, alguns com dezesseis e outros com dezessete, que são idades bem características da primeira série do Ensino Médio.

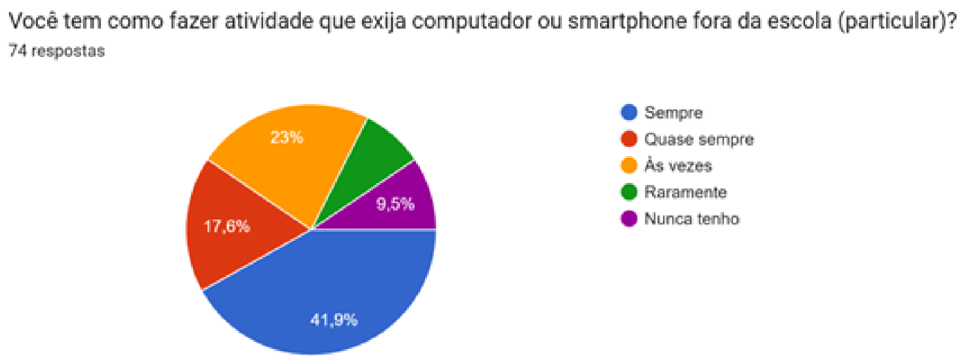
Tabela 4.1: Faixa etária dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B no CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos, em maio/2025

Faixa etária (anos)	**Número de alunos**	**Percentual (%)**
15	56	75.7%
16	15	20.3%
17	3	4.0%

Fonte: O próprio autor (2025).

2. Sobre a condição dos alunos de terem como realizar atividades que exijam computador ou *smartphone* (particular) fora da escola, obtivemos as respostas computadas na figura 4.1, a seguir:

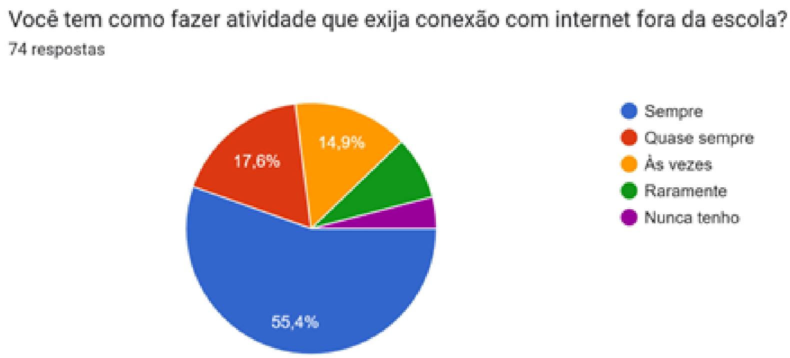
Figura 4.1: Disponibilidade dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B no CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos de uso de computador ou *smartphone* (particular) fora da escola (em maio/2025)



Fonte: O próprio autor (2025).

3. Sobre a condição dos alunos de terem como fazer atividade que exija conexão com internet fora da escola, eles responderam conforme resumo na figura 4.2, a seguir:

Figura 4.2: Disponibilidade dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B no CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos para realizar atividade que exija conexão com internet fora da escola (maio/2025)



Fonte: O próprio autor (2025).

Fica claro, ainda, que grande parte dos alunos (58% da amostra) não dispõe sempre de computador ou *smartphone* para suas atividades e quarenta e 45% dos pesquisados também não têm acesso à internet fora da escola a qualquer momento.

Essa constatação confirma a realidade econômica local. Os alunos do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos, via de regra, moram no município de São Gonçalo do Amarante, cidade que vem crescendo bastante nos últimos anos, mas ainda apresenta índice de Produto Interno Bruto - PIB *per capita* relativamente baixo e Índice de Desenvolvimento Humano Municipal - IDHM sofrível, quando comparados aos da capital do estado, Natal.

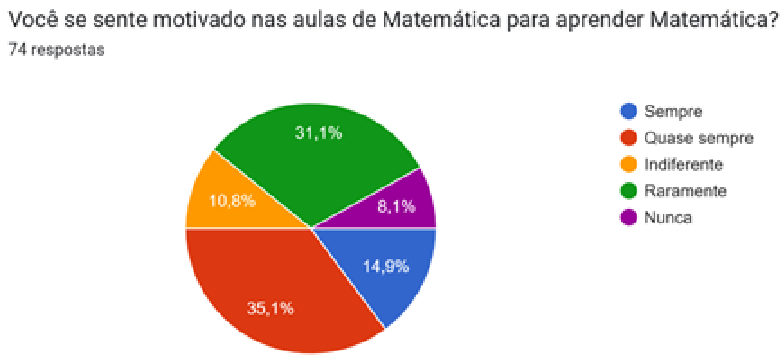
4.3 Conclusões da pesquisa

Apresentamos, a seguir, as conclusões da pesquisa nos aspectos mais importantes:

1. **Avaliação do nível de motivação dos alunos, nas aulas de Matemática, para aprender Matemática.**

   Obtivemos os retornos que seguem na figura 4.3, a seguir:

Figura 4.3: Nível de motivação dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos, nas aulas de Matemática para aprender Matemática (maio/2025)



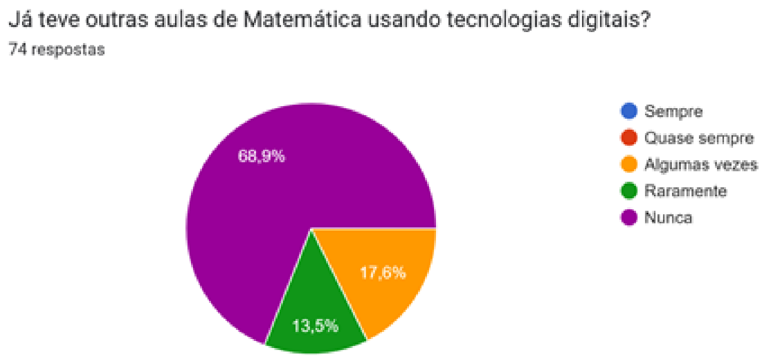
Fonte: O próprio autor (2025).

Note-se aqui que metade dos alunos pesquisados às vezes, raramente ou nunca têm motivação para estudar matemática. Esse dado é muito preocupante e desafiador. Não há outra alternativa a não ser tentar mudar essa percepção, dada a importância dessa ciência para o desenvolvimento social dos alunos. Quando pedimos uma justificativa para esses casos, a palavra que mais apareceu na resposta a essa questão aberta foi "difícil"(ou similares). Por essa razão, insistimos que nós, professores, somos os principais agentes nessa mudança. Precisamos nos avaliar, mudar a metodologia, tentar todas as alternativas didáticas possíveis para aproximar nossos alunos da matemática.

2. **Experiências anteriores dos alunos com outras aulas de Matemática usando tecnologias digitais**

   Quando perguntados se já haviam tido alguma aula de matemática especificamente apoiada em tecnologias digitais, recebemos as seguintes respostas: (figura 4.4), a seguir:

Figura 4.4: Experiências anteriores dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos, com outras aulas de Matemática apoiadas com tecnologias digitais (maio/2025)



Fonte: O próprio autor (2025).

De fato, essa é a realidade de nossas escolas, por diversas razões: falta de infra-estrutura, desintereresse e/ou desconhecimento do professor, entre outras, mas a principal de todas deve ser a limitação de carga horária. Sem dúvida, esta é uma queixa permanente entre os professores: que o cronograma letivo do ano nunca é suficiente para o cumprimento do programa previsto. Com o currículo da forma atual, realmente fica muito difícil incluir nas aulas outras atividades ou praticar outras metodologias, que, inegavelmente, iriam requerer uma carga horária maior, apesar de trazer outros benefícios. O fato é que esse problema pode ser combatido para termos se não alunos realmente interessados em matemática, pelo menos sem medo de estudá-la.

3. **Ferramentas (aplicativos) que os alunos já tenham usado com a finalidade de estudar ou praticar matemática.**

   Disponibilizamos uma lista com vários aplicativos que têm como objetivo principal o estudo de matemática, ou que podem ajudar a estudar, para os alunos escolherem quais opções, sem limitação de quantidade, eles já tinham usado com a finalidade de estudar ou praticar Matemática. Os mais relacionados foram os listados na ordem a seguir:

   YouTube (assistir e gravar vídeos): 28 citações
   Aplicativos de inteligência artificial (ChatGPT, Copilot, etc.): 24 citações
   SigEduc (gestão escolar da escola): 17 citações
   Geogebra: 15 citações
   Aulas, reuniões e conferências (Google Meet, Teams, Zoom, etc.): 13 citações
   Rede social (X, Facebook, Instagram, etc.): 10 citações
   Tradutor (Google Tradutor, Traduzir, etc.): 10 citações
   Ferramentas de engajamento ao vivo (Kahoot, Mentimeter, etc.): 9 citações.

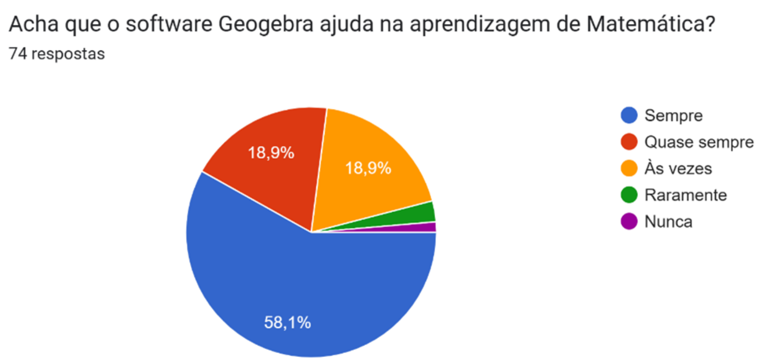
Essas citações ao Geogebra foram estranhas. Não tínhamos essa impressão. Ou houve um engano no entendimento da questão ou, de fato, alguns alunos já tinham sido apresentados ao *software*.

De qualquer forma, concluímos que as tecncologias digitais já não estão tão distantes dos alunos. A experiência do Kahoot na aula comprovou esse dado. Quase todos os alunos já conheciam o aplicativo e, de fato, isso gerou muito engajamento durante a aplicação desse recurso.

4. **Quanto o Geogebra especificamente pode ajudar no estudo de matemática**

Já tendo conhecido o Geogebra e participado das experiência em sala de aula, os alunos puderam avaliar quanto o *software* pode ajudar no estudo de matemática. Responderam conforme segue na figura 4.5:

Figura 4.5: Percepção dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos, sobre como o *software* Geogebra ajuda na aprendizagem de matemática (maio/2025)



Fonte: O próprio autor (2025).

Conforme evidenciado acima, foi fácil notar que o *software*, de fato, pode contribuir muito para o estudo de matemática, pelas razões já apresentadas ao longo deste trabalho. A pesquisa só confirmou nossa expectativa de usar essa metodologia para cada vez mais tentarmos inibir o fantasma que existe para alguns, que é a matemática. A matofobia existe, e a tese de que as tecnologias digitais podem ajudar a mitigá-la fica mais confirmada ainda com a resposta seguinte, após perguntarmos se eles concordavam em que os aplicativos de matemática tornam as aulas mais interessantes.

5. **Avaliação dos alunos sobre se esses aplicativos tornam as aulas de matemática mais interessantes.**

Em relação a essa pergunta, 71 alunos, ou seja, quase 96% dos entrevistados, concordaram em que os recursos de tecnologias digitais contribuem para as aulas de matemática ficarem mais interessantes, conforme se vê no quadro 4.2, a seguir. Não devemos esquecer: estamos tratando com a geração Z (nascidos entre 1997 e 2010), já bastante conectados e dependentes da tecnologia.

Tabela 4.2: Avaliação dos alunos de Edificações, turmas 1A e 1B do CEEP Dr. Ruy Pereira dos Santos sobre se os aplicativos tornam as aulas de matemática mais interessantes (maio/2025)

Avaliação dos alunos	**Número de alunos**	**Percentual (%)**
Concordo	71	95.9%
Indiferente	2	2.7%
Discordo	1	1.4%

Fonte: O próprio autor (2025).

Por fim, foi perguntado sobre o que, na opinião deles, poderia tornar as aulas de Matemática mais interessantes e motivadoras:

6. **Que acha que poderia tornar as aulas de Matemática mais interessantes e motivadoras?**

   Como era uma pergunta aberta, as respostas foram bastante variadas. Entretanto, podemos identificar citações que levam à ideia de:

   aulas mais dinâmicas;
   uso de tecnologias;
   aulas práticas;
   aulas gamificadas;
   aulas mais "didáticas"e fora da sala de aula;
   aulas mais interativas;
   "poderiam diversificar as maneiras de explicar, deixando algo mais leve e simples";
   "uma maneira mais divertida de aprender (Maneira informal)".

É fácil concluir que, atualmente, os alunos esperam uma mudança quanto às metodologias usadas em sala de aula: eles querem ser, cada vez mais, agentes ativos do processo de ensino-aprendizagem. Requerem ação, experiência prática, dinamicidade, ludicidade. Nesse sentido, não há outra alternativa a não ser nos avaliarmos, atualizarmos, alternarmos metodologias, para tornar as aulas mais atraentes. Certamente, as tecnologias digitais podem ser um fortíssimo aliado para esse desafio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho deixa bastante evidente a importância das tecnologias digitais para a educação, em especial para o ensino de matemática.

Também podemos concluir da pesquisa que os alunos querem mais ação dos professores em suas aulas e, de preferência, no ritmo deles (dos alunos). Podemos aproveitar essa proximidade que eles têm com os recursos tecnológicos e usá-los para um melhor aprendizado e para estimular os alunos a gostarem de matemática. Eles querem experiências práticas, metodologias diferentes, atividades lúdicas, maior presença nos laboratórios, enfim querem ser mais ativos no processo de ensino-aprendizagem.

Entendemos, portanto, que os aplicativos de informática podem contribuir para aumentar o interesse nas aulas. Eles atendem a essas exigências e podem também reduzir a "matofobia", que como foi visto na pesquisa, ela está presente em nossos alunos. Na pesquisa, dentre os que responderam que não têm motivação para estudar matemática, a justificativa mais repetida foi a dificuldade da disciplina.

Podemos afirmar, pelos dados obtidos na pesquisa e pelo que presenciamos nas experiências durante a aplicação da sequência didática, como eles ficam motivados quando operam o computador, quando veem as construções tomando suas formas e confirmam as propriedades matemáticas nas telas. O momento da atividade gamificada do Kahoot é o ápice do entusiasmo. A mistura entre diversão, aprendizagem e concorrência sadia que o jogo proporciona cria um clima muito favorável para uma reflexão do professor com a turma, permite discussões riquíssimas e, certamente, ajuda para a fixação dos conteúdos.

Nesse sentido, este trabalho atendeu ao objetivo que se propôs, de mostrar que as tecnologias digitais podem, de fato, contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, trazendo o aluno para o centro, colocando-o como agente principal, que participa ativamente, seja construindo, modificando, errando, acertando, opinando, mas, sobretudo, agindo, decidindo, tomando uma posição. É isso que a sociedade espera deles, no futuro, no trabalho.

Por outro lado, ficaram algumas lacunas que podem ser preenchidas em outros novos estudos. Por que as tecnologias digitais ainda estão relativamente distantes das escolas? Seria a falta de professores capacitados e/ou interessados? A escola disponibiliza a utilização de computadores e aplicativos para os professores e os alunos? O currículo permite flexibilização de conteúdo e carga horária para o professor otimizá-lo? Enfim, existem algumas questões que precisam ser esclarecidas e equacionadas para que o país não fique atrasado em seu desenvolvimento. A discussão atual é como tirarmos maior proveito das tecnologias digitais, da inteligência artificial. Espera-se, portanto, que os governantes, os gestores da educação nacional, pratiquem, de fato, a prioridade da educação. Não dá mais pra imaginar escola sem computador, sem internet.

Este trabalho procurou mostrar que também existem alternativas com baixo custo que podem ajudar a modificar essa realidade nacional. O Geogebra, por exemplo, é um *software open source*, sem custo nenhum, de excelente qualidade e que poderia facilmente estar à disposição de nossos alunos.

Outras tecnologias, certamente, vão aparecer. Novos recursos, outros aplicativos estarão à disposição da comunidade acadêmica. Cabe ao professor acompanhar essa evolução e adequar-se às novas condições. Só dessa forma estará promovendo conhecimento efetivo e encantando seus alunos.

Referências Bibliográficas

[1] EQUIPE MELHOR ESCOLA. **Tecnologia na educação: principais vantagens e desvantagens.** Disponível em: https://www.melhorescola.com.br/blog/tecnologia-na-educacao/ . 2023. Acesso em 23/07/2024.

[2] BRASIL. **Lei Nº 15.100, de 13 de janeiro de 2.025. Dispõe sobre a utilização, por estudantes, de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais nos estabelecimentos públicos e privados de ensino da educação básica**. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil-03/-Ato2023-2026/2025/Lei/L15100.htm. Acesso em 21/04/2025.

[3] CAMPOS, Flavio. **Diálogo entre Paulo Freire e Seymour Papert: A prática educativa e as tecnologias digitais de informação e comunicação**. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://adelpha-api.mackenzie.br/server/api/core/bitstreams/4885afa3-5ff2-468d-ade0-f2871351b4bc/content. 2008, p.55. Acesso em 20/08/2024.

[4] BRASIL. Ministério das Comunicações - ANATEL. **Conectividade nas escolas.** Disponível em: https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/infraestrutura/conectividade-nas-escolas. 2024. Acesso em 21/07/2024.

[5] BORBA, Marcelo; PENTEADO, Miriam. **Informática e Educação Matemática** 6 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

[6] BRASIL. **Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em 23/07/2024.

[7] REIS, Darianny Araújo dos; NEGRAO, Felipe da Costa. **O USO PEDAGÓGICO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS: DO CURRÍCULO À FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM TEMPOS DE PANDEMIA**. Revista da FAEEBA: Educação e Contemporaneidade, Salvador , v. 31, n. 65, p. 174-187, jan. 2022.

Disponível em http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-70432022000100174&lng=pt&nrm=iso. acessos em 21 jul. 2024. Epub 25-Out-2022. https://doi.org/10.21879/faeeba2358-0194.2022.v31.n65.p174-187

[8] BORBA, Marcelo; SILVA, Ricardo; GADANIDIS, George. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.** 3. ed.; 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2023. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

[9] KARNAL, Leandro. Leandro Karnal desafia o ChatGPT [Vídeo]. YouTube. 2023. 1 vídeo (34 minutos). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=OONpZy0sTqo. Acesso em 23/07/2024.

[10] BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** 1999. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em 28/09/2024.

[11] TRAVASSOS, Cybelle; ALMEIDA, José. Aversão à Matemática ou Matofobia: Causas, efeitos e superação. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/567904/2/Produto-Educacional-Cybelle.pdf. 2018, p. 3. Acesso em 11/06/2024.

[12] LIBÂNEO, José. Didática. Segunda Edição. Cortez Editora. São Paulo. 2018, p. 24.

[13] GEOGEBRA. Aplicativos Geogebra. Disponível em: https://www.geogebra.org/download . Acesso em 30/07/2024

[14] URDANETA, Stephanie. Compreensões sobre os objetos de aprendizagem elaborados com o GeoGebra a partir de um mapeamento crítico em algumas fontes de pesquisa latino-americanas. Curitiba, 2020. Disponível em: https://exatas.ufpr.br/ppgecm/wp-content/uploads/sites/27/2021/09/178_StephanieChiquinquiraDiazUrdaneta.pdf. Acesso em 30/07/2024.

[15] MATHIAS, Carmem. SOFTWARES DE GEOMETRIA DINÂMICA: sobre as mudanças do conhecimento tecnológico de um determinado tempo e espaço. Revista de História da Educação Matemática. Aprovado: 08/11/2021. Disponível em: https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/436/411. Acesso em 30/07/2024.

[16] GRAVINA, Maria. Geometria Dinâmica - Uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria. Artigo publicado nos Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, Brasil, nov 1996. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/educacao_e_tecnologia/geodinamica.pdf . Acesso em 30/07/2024.

[17] IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar 1: conjuntos, funções. - 9. ed. - São Paulo: Atual, 2013

[18] LIMA, Elon et al. A Matemática do Ensino Médio: volume 1, 11ed. Rio de Janeiro, SBM, 2023.

[19] HUIZINGA, Johan. Homo ludens: O jogo como elemento da cultura Tradução João Paulo Monteiro e Newton Cunha. São Paulo, Perspectiva, 2007.

[20] MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, Lilian; MORAN, José Manuel (orgs.). Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 15–33.

[21] AUSUBEL, Paul. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Tradução de Sônia Maria Goulart. Porto Alegre: Artmed, 2003.

[22] SANCHES, Murilo. Jogos digitais, gamificação e autoria de jogos na educação São Paulo: Editora Senac São Paulo, 2021

[23] DELGADO, Jorge; FRENSEL, Katia; CRISSAF, Lhaylla. Geometria Analítica. Rio de Janeiro: SBM, 2017.

[24] DOLZ, Joaquim; SCHNEUWLY, Bernard. Gêneros orais e escritos na escola. Tradução de Roxane Rojo. Campinas: Mercado de Letras, 2004.

APÊNDICE A

Sequência Didática

Uso das tecnologias digitais Geogebra e Kahoot no estudo das funções quadráticas

PRODUTO EDUCACIONAL: SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Uso das tecnologias digitais Geogebra e Kahoot no estudo das funções quadráticas

Mestrando: Evaldo Gonçalves de Araujo
Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Cesar Duarte

Apresentação

Essa Sequência Didática é o produto educacional disponibilizado na dissertação de mestrado "Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot" do mestrando Evaldo Gonçalves de Araujo, orientado pelo Prof. Dr. Ronaldo César Duarte, do Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT / UFRN em julho/2025.

Ela tem o objetivo principal de avaliar se a utilização de tecnologias digitais nas aulas de matemática pode deixá-las mais atraentes e de melhor qualidade, além de apresentar o *software* de geometria dinâmica Geogebra aos alunos do Ensino Médio, o qual pode facilitar bastante o trabalho do professor em sala de aula, na interpretação do gráfico da função quadrática com seus alunos.

Contando com a infraestrutura de tecnologias de informação e comunicação da escola, com computadores e internet acessíveis para os alunos, as atividades serão desenvolvidas em quatro encontros de cinquenta minutos, com aulas práticas, em que os alunos trabalharão ativamente.

Na primeira aula, os alunos conhecerão o aplicativo e suas principais ferramentas. Na segunda, construirão o gráfico de uma função quadrática. Na terceira, terão a oportunidade de conhecer uma forma de se caracterizar uma parábola diferente da tradicional, apresentada nas salas de aula e nos livros didáticos pela expressão f(x) = ax^2+bx+c. Estudaremos o gráfico dessa função através das coordenadas de seu vértice e da distância deste à reta diretriz da parábola.

Na última aula, haverá ludicidade, numa atividade gamificada através do Kahoot, para que os alunos que não conheçam o jogo possam entender que é possível estudar jogando, divertindo-se compartilhando com os colegas de sala de aula muita descontração, mas, especialmente, muito aprendizado. Nessa atividade, os alunos responderão a questões previamente elaboradas de forma que o professor poderá avaliar o aprendizado dos conteúdos trabalhados nas outras três aulas.

O Geogebra já é bastante utilizado nas universidades, mas pode e deve ser explorado também nas aulas de matemática no Ensino Médio. A maioria das escolas, inclusive as públicas, já contam hoje com laboratórios de informática que permitem ao professor melhorar suas aulas com esse aplicativo.

Sumário

Introdução

Objetivos

Público alvo

Planejamento dos encontros (Cronograma)

Aplicação (primeira aula)

Aplicação (segunda aula)

Aplicação (terceira aula)

Aplicação (quarta aula)

Apêndices

A - Roteiro da Sequência Didática

B - Planos de Aula

Pesquisa no Kahoot

Referências

Contato

Introdução

Um dos objetivos deste trabalho é a apresentação do Geogebra, aplicativo de geometria dinâmica bastante utilizado na academia no ensino de matemática, por ser um *software open source*, de livre acesso e muito versátil para estudo de álgebra e geometria. Para viabilizá-lo, faz-se necessária uma sala de aula com computadores e internet.

Um laboratório de informática com equipamentos necessários para todos os alunos da turma é uma boa condição. Havendo equipamentos disponíveis, cada aluno deverá desenvolver suas atividades de forma individual, para que, de fato, conheça as ferramentas e pratique as experiências sugeridas com o aplicativo. Não sendo possível, as atividades podem ser desenvolvidas em duplas. Nesse caso, é importante que se pratique o revezamento na operação do computador. É ideal que se tenha acesso à internet durante todas as aulas, para eventuais consultas e pesquisas. No entanto, no último dia de prática com o Kahoot, o acesso à internet é fundamental.

O Geogebra já está disponível para utilização nos *smartphones* atualmente. Entretanto, esta sequência foi desenvolvida para ser praticada em computadores ou *notebooks,* atualmente disponíveis nas escolas sem maiores dificuldades. As dificuldades mais comuns encontradas são: computadores quebrados, ocupação dos laboratórios, etc, mas, com boa vontade e persistência, os professores interessados na metodologia conseguem superar. Na sequência, será utilizada a versão Geogebra Classic 5.

Partindo do princípio de que há computadores disponíveis em condição de uso, a reserva da sala, ou laboratório de informática garantida e com energia segura para as quatro aulas, a providência inicial e indispensável aos momentos com os alunos é a instalação do *software* nos equipamentos.

Para a instalação do Geogebra Classic 5 nos computadores, o professor pode acessar <https://www.geogebra.org>. Na seção “O que oferecemos”, escolhe-se a opção “Calculadora e aplicativos de matemática - Explorar tudo”, para baixar os aplicativos do Geogebra. Rola-se a nova página para baixo até encontrar a opção “Classic 5 para recursos avançados - *download*”. Com o arquivo de instalação baixado, configura-se o *software* de acordo com a conveniência.

Objetivos

Objetivo Principal:

Mostrar que a utilização de tecnologias digitais nas aulas de matemática pode deixá-las muito mais atraentes e de melhor qualidade.

Objetivos Secundários:

Conhecer o Geogebra;

Avaliar quanto o Geogebra pode contribuir no estudo da matemática;

Estudar o comportamento do gráfico da função quadrática expressa pela lei de formação $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e c $\in$ |R e $a \neq 0$, variando esses coeficientes;

Verificar que coeficientes a, b e c estão relacionados com os elementos que também definem uma parábola: vértice V e distância p a sua reta diretriz;

Exercitar os conhecimentos adquiridos pelo Kahoot.

Público alvo

As atividades que serão desenvolvidas nessa sequência didática podem ser aplicadas junto às turmas do Ensino Médio, nas três séries, mas, preferencialmente, com os alunos da primeira série, após o estudo de funções, em especial a função quadrática.

Justificamos o trabalho com a função quadrática, pois, ela, juntamente com a função afim ou de primeiro grau, são as mais exigidas em concursos e exames nacionais, como o ENEM, por exemplo.

Requisitos necessários

As atividades devem ser desenvolvidas, preferencialmente, em laboratório de informática ou outra sala em que haja computadores para todos os alunos da turma, de modo que eles possam trabalhar individualmente ou, no máximo, em duplas. O acesso à internet é necessário na aula com o Kahoot, além do quadro branco e pincéis coloridos. Um projetor para apresentação do material também pode ajudar.

Planejamento dos encontros

A sequência didática deverá contemplar cinco momentos de trabalhos práticos no laboratório ou em sala adequada com os computadores. Esses momentos poderão ser distribuídos em quatro aulas de 50 minutos cada, conforme planejamento a seguir.

Planejamento das atividades

1. apresentação da sequência didática, para os alunos conhecerem as atividades a serem desenvolvidas: 15 minutos iniciais da primeira aula;

2. apresentação do Geogebra, quando os alunos conhecerão o *software* e os comandos principais que serão usados ao longo dos trabalhos: 35 minutos finais da primeira aula;

3. avaliação do gráfico da função quadrática em função da variação dos coeficientes a, b e c: 50 minutos (segunda aula);

4. associação da relação dos coeficientes a, b e c com as coordenadas do vértice e a reta diretriz da parábola: 50 minutos (terceira aula);

5. avaliação dos conhecimentos da aula através do Kahoot: 50 minutos (quarta aula).

Roteiro das aulas

Deverá ser disponibilizado um roteiro para que os alunos acompanhem as aulas e façam seus registros e anotações de forma individual, o qual será devolvido ao professor no final de todos os trabalhos, para fins de avaliação do aprendizado dos alunos e melhoria contínua das aulas.

Essa sequência didática não se destina a experientes no uso do Geogebra. Deverá ser aplicada a alunos do Ensino Médio, que já tenham estudado ou estejam estudando as funções quadráticas e que, com o conhecimento do Geogebra e seus recursos, possam assimilar mais facilmente e experimentar os conceitos desse tema aprendidos em sala de aula.

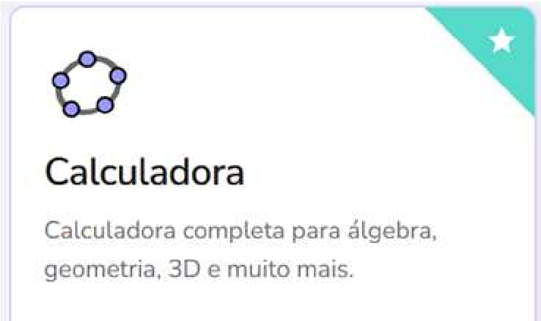
Aula 01

Apresentação da sequência didática

Nesse primeiro encontro, nos primeiros 15 minutos, a sequência deverá ser apresentada, quando serão mostrados seu objetivo e o planejamento das aulas/atividades. Nessa ocasião, deverá ser justificado o uso do Geogebra, por ser o principal e mais acessível *software* de geometria dinâmica, propriedade que será mostrada na sequência dos trabalhos e que é fundamental para o estudo de matemática.

Aqui será explicada a importância da utilização do Geogebra: Por ser um *software* de geometria dinâmica, o Geogebra tem uma excelente performance para o ensino e a aprendizagem de matemática, devido à capacidade que tem de permitir ao usuário arrastar objetos dinamicamente bem como de comparar as relações entre os entes geométricos envolvidos.

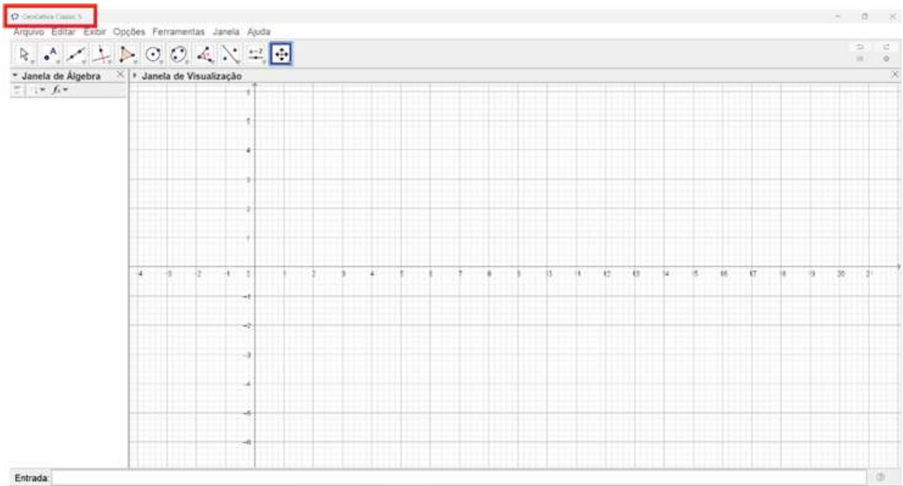
Conhecendo o Geogebra



Nessa seção, que deverá durar cerca de 35 minutos, serão apresentados a tela inicial do Geogebra, sua barra de ferramentas principais e as diversas opções de *menu* para utilização nas construções. O objetivo desse primeiro momento prático é os alunos, que não acessaram ainda o Geogebra, terem a oportunidade de conhecer os principais comandos e ferramentas do *software*, que serão utilizados nas aulas ao longo da sequência. O professor deverá alertar os alunos para não se apressarem e avançarem na atividade, trabalhando todos em um mesmo ritmo.

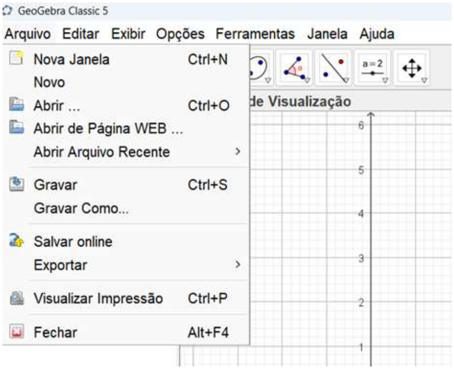
Nesse momento, o professor irá mostrar o Geogebra em si, que já deverá estar disponibilizado nos computadores dos alunos.

Tela de abertura do Geogebra



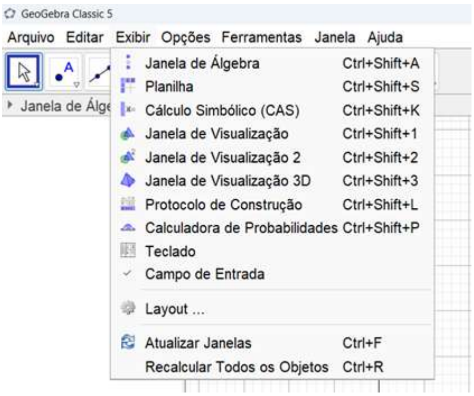
O professor passará a mostrar as opções de *menu*, barra de ferramentas, plano cartesiano, etc.

Menu: Arquivo

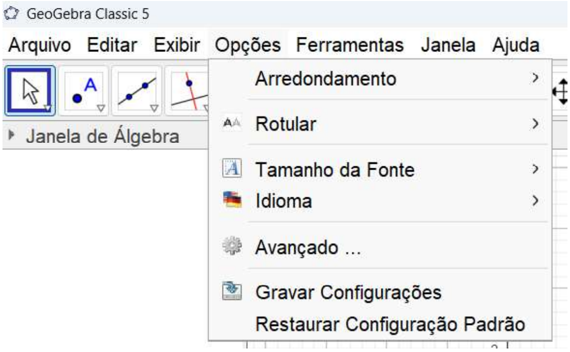


Menu: Editar

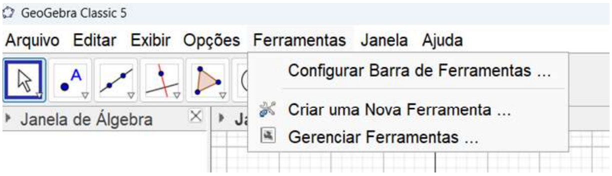
Menu: Exibir



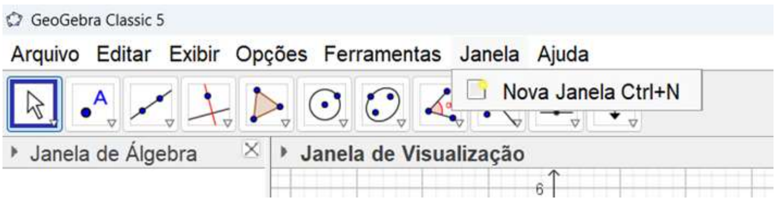
Menu: Opções



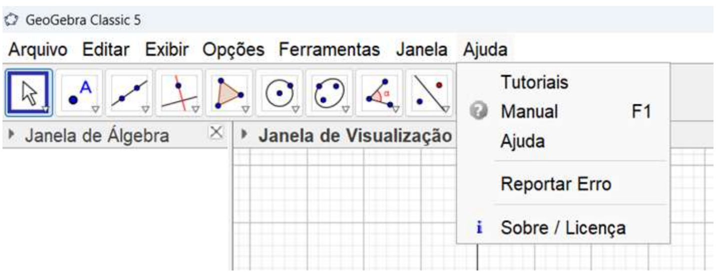
Menu: Ferramentas



Menu: Janela

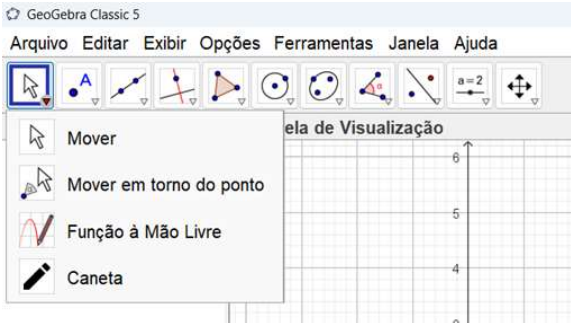


Menu: Ajuda

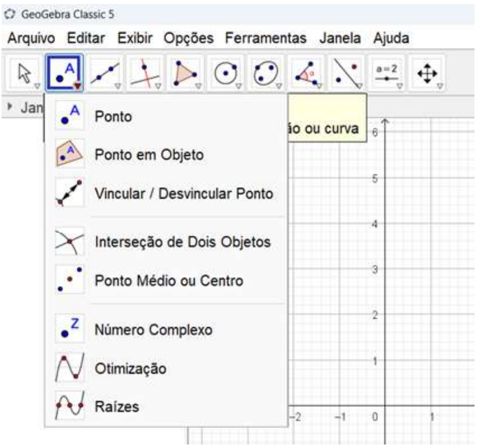


Apresentação dos *menus* na Barra de Ferramentas principais do Geogebra: Arquivo, Editar, Exibir, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda.

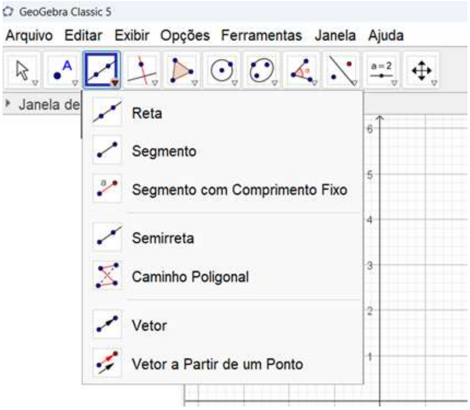
Ferramenta: Mover



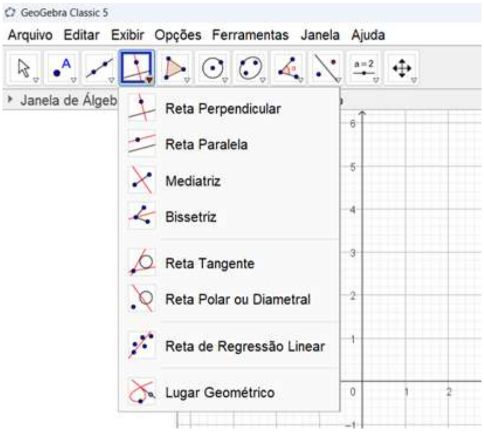
Ferramenta: Ponto



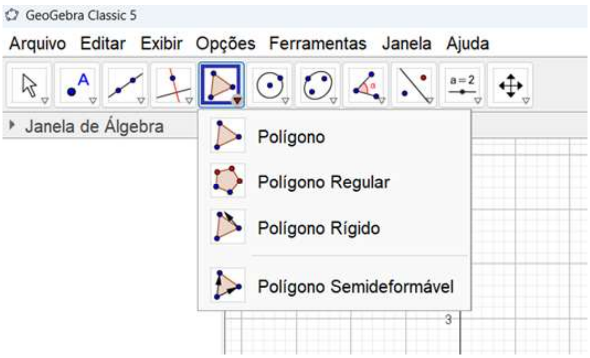
Ferramenta: Reta



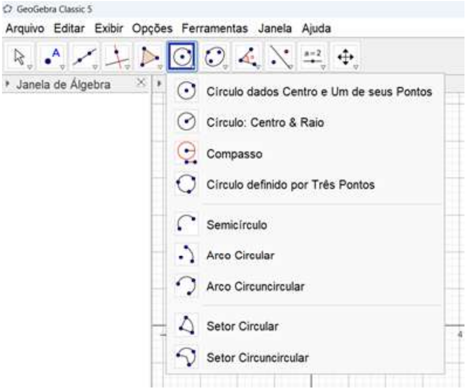
Ferramenta: Reta perpendicular



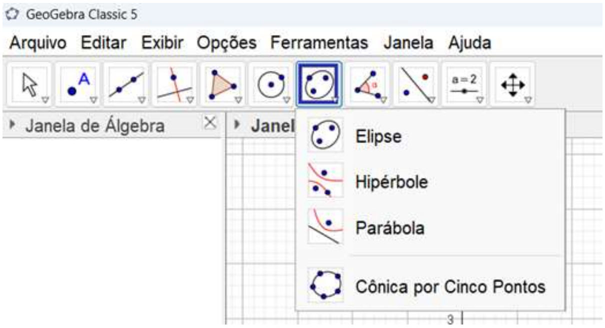
Ferramenta: Polígono



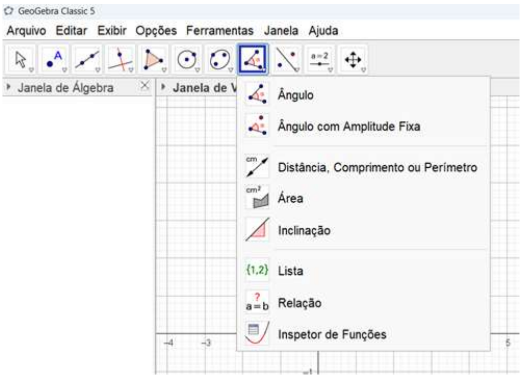
Ferramenta: Círculo



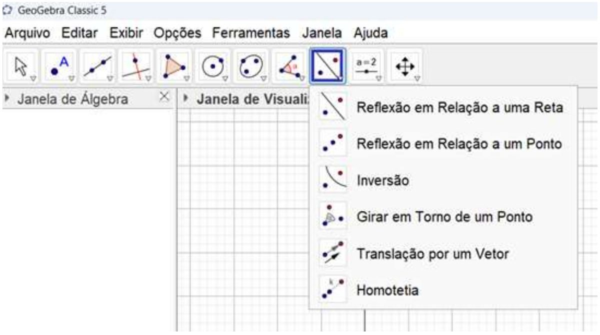
Ferramenta: Elipse



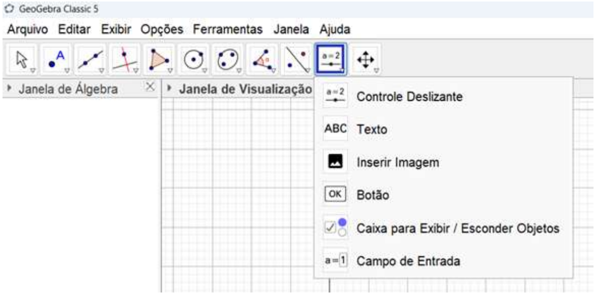
Ferramenta: Ângulo



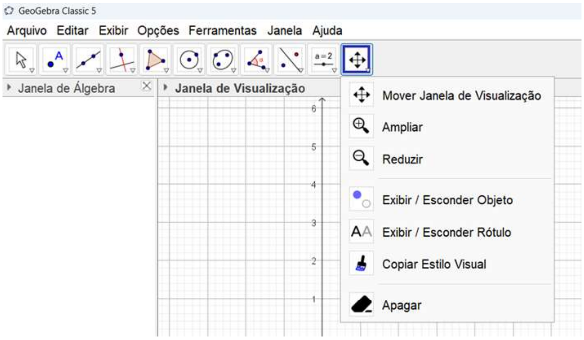
Ferramenta: Reflexão



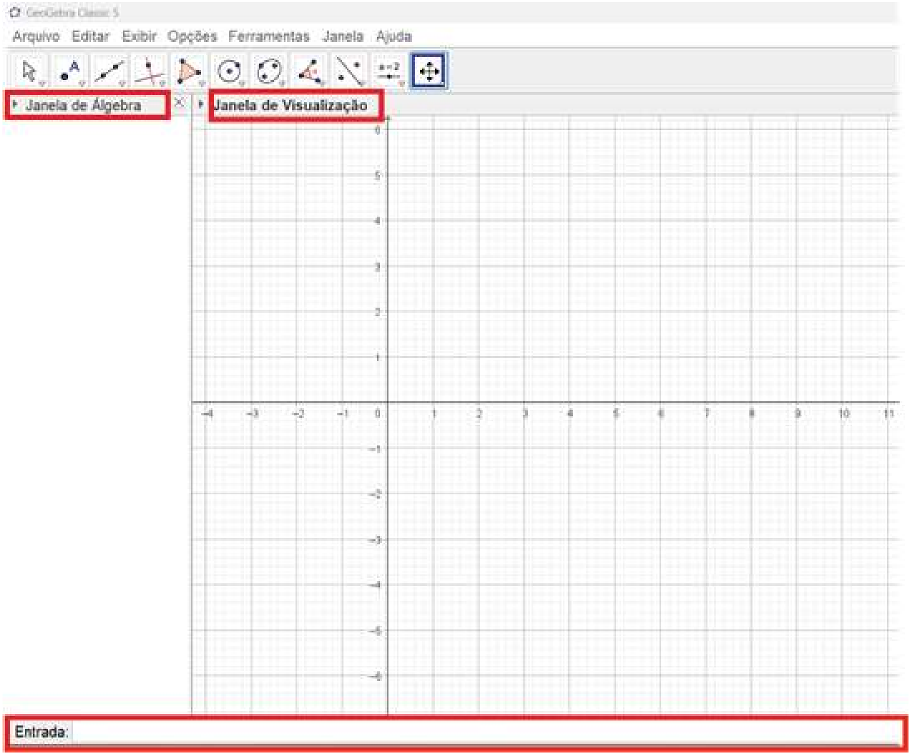
Ferramenta: Controle deslizante



Ferramenta: Mover janela de visualização



Apresentação das Janelas principais do Geogebra: Janela de Álgebra, Janela de Visualização 2D e Campo de Entrada:

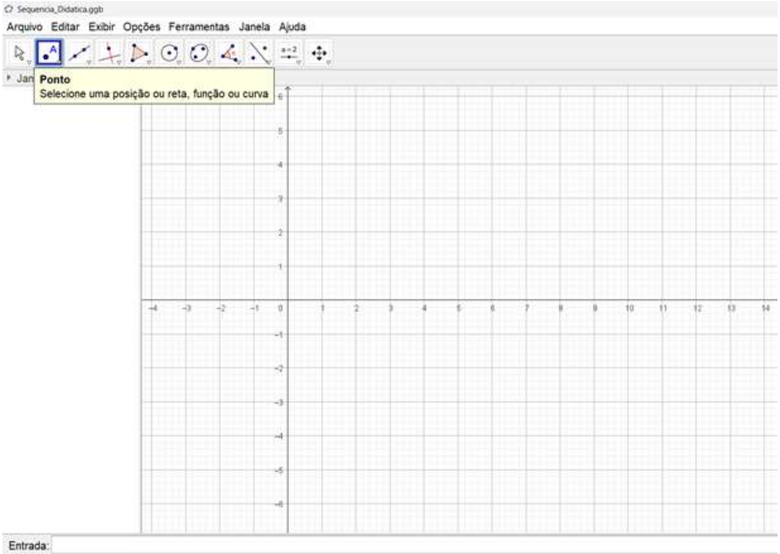


Apresentação das principais ferramentas em cada uma das opções dos *menus*: Mover, Ponto, Reta, Polígono, Círculo, Controle deslizante etc.

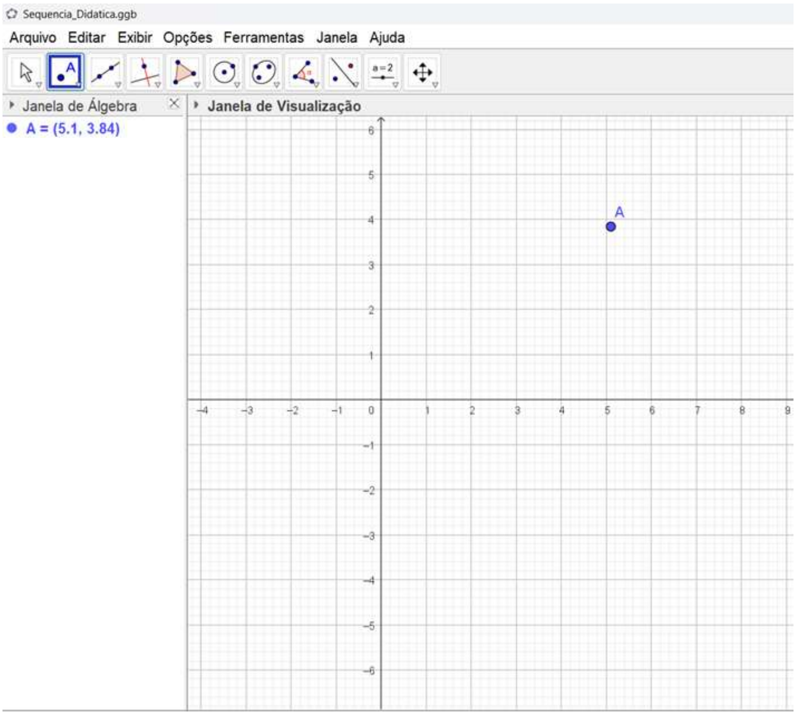
Os alunos devem ser alertados de que, a cada operação ou comando no Geogebra, devem clicar na ferramenta Mover (ou Esc pelo teclado) para que o *software* entenda que o comando vai ser mudado. Caso contrário, ele repetirá o comando anterior.

Ponto: Os alunos serão chamados para clicarem na ferramenta Ponto:

a) clicar na ferramenta Ponto, no segundo botão de ferramentas da esquerda para a direita, no canto superior esquerdo:



b) clicar em qualquer posição no plano cartesiano:

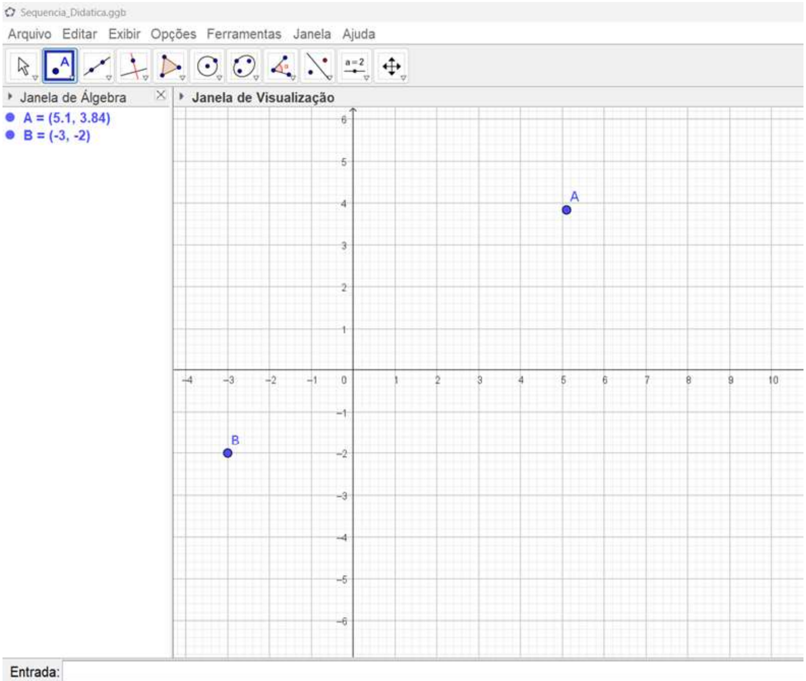


Os alunos deverão notar que foi criado, automaticamente, o ponto que o Geogebra assumiu como sendo A, de coordenadas no plano cartesiano (XOY), conforme se vê na Janela de

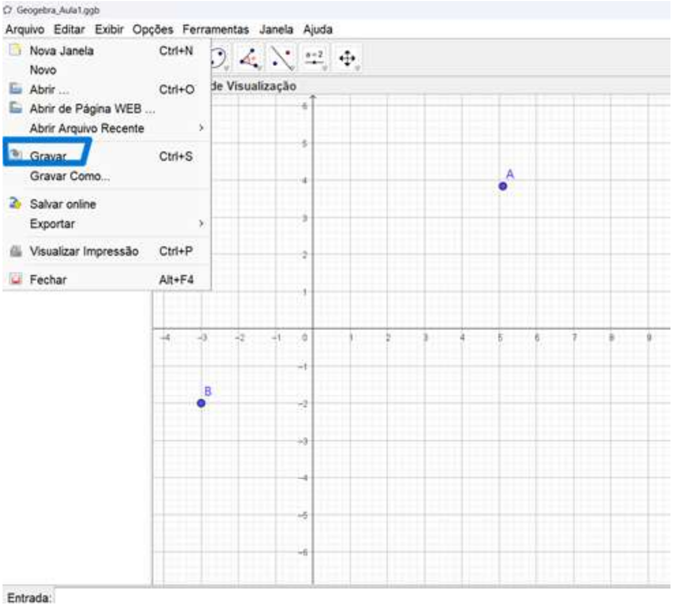
Visualização 2D e na Janela de Álgebra, na figura acima.

Obs. O Geogebra designa para pontos as letras do alfabeto maiúsculas; para retas, minúsculas.

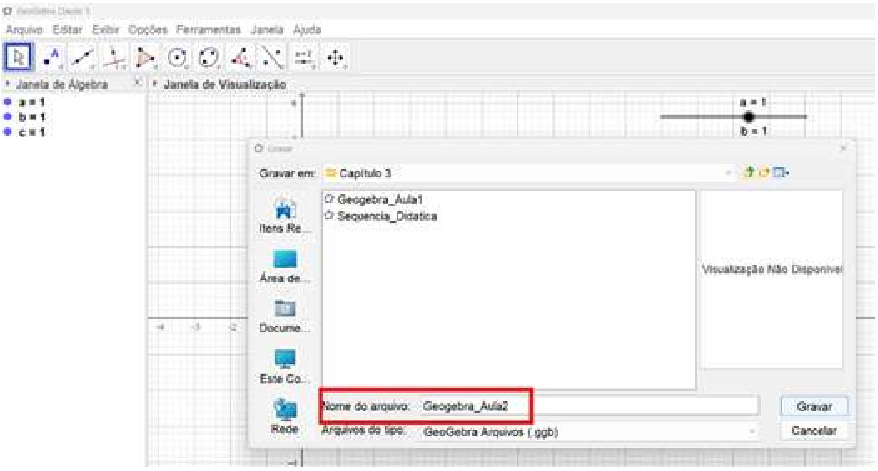
Se clicarmos em outro ponto no plano, o Geogebra criará o segundo ponto, assumido sequencialmente como B, conforme se vê na figura a seguir:



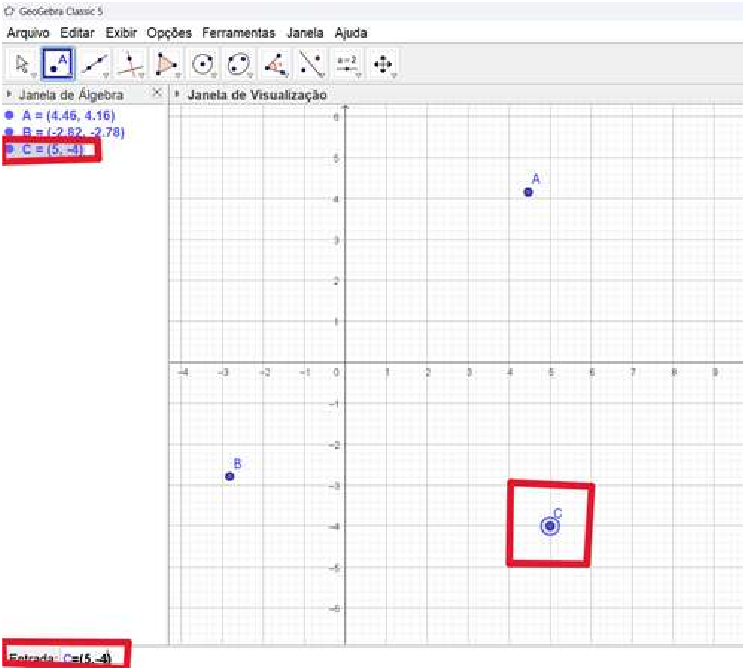
Nessa ocasião, deve ser sugerido aos alunos salvarem o arquivo. Por segurança, deve-se sempre salvar o arquivo. Para isso, eles deverão clicar na opção Arquivo, escolher a opção Gravar e digitar o nome escolhido por exemplo, Geogebra_Aula1 na janela de salvamento que se abrirá, conforme figura a seguir. O Geogebra assumirá a extensão **ggb** para seus arquivos.



Ao teclar Enter, abre-se a janela para gravação do arquivo. Escolhe-se a pasta e o nome do arquivo. Automaticamente, o Geogebra assume a extensão .ggb, conforme figura a seguir:



c) Outra forma de criar um elemento no Geogebra é digitar diretamente no campo de entrada. No campo de entrada, canto inferior esquerdo, digita-se C=(5,-4). O Geogebra irá assumir o ponto C com as coordenadas x=5 (abscissa) e y=-4 (ordenada), conforme figura a seguir.

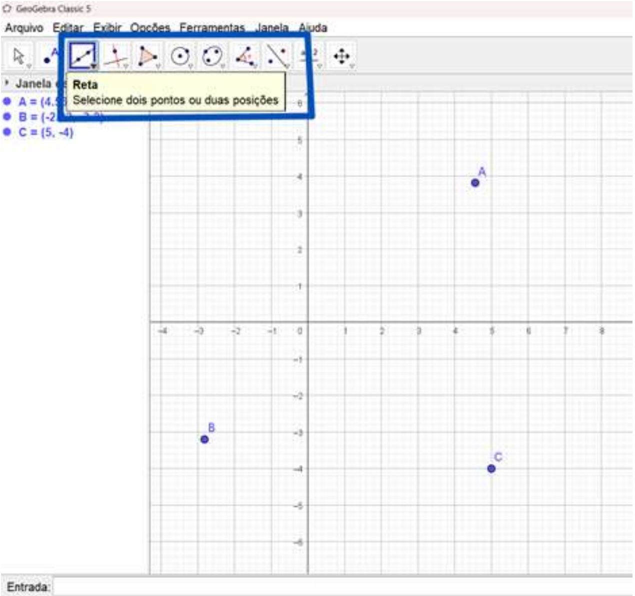


É importante notar que, ao digitar-se C=(5,-4), o Geogebra já mostra a posição prevista para o ponto no plano cartesiano e, da mesma forma, na Janela de Álgebra, suas coordenadas. Ao dar-se Enter, o ponto C assume de fato essa posição.

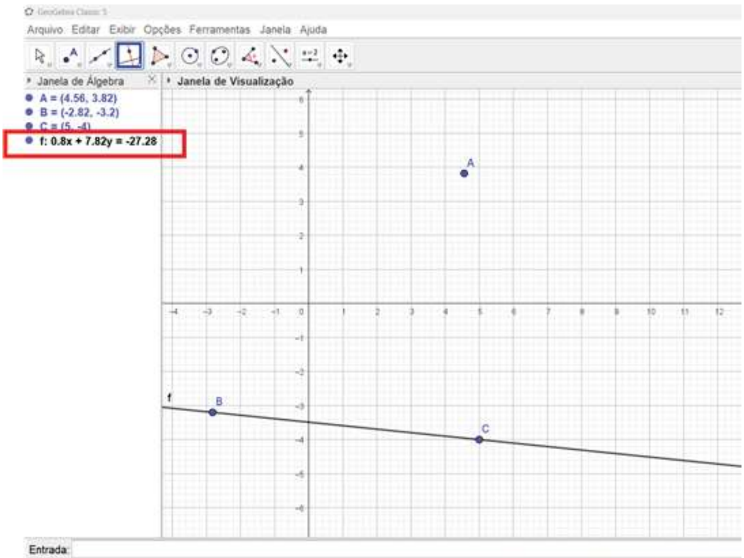
Para praticar a dinamicidade do Geogebra, pode-se clicar e arrastar esse ponto para qualquer posição no plano cartesiano, e o Geogebra assumirá automaticamente suas novas coordenadas. Essa característica fica disponível para todos os elementos e construções feitas no Geogebra. Por isso ele é classificado como um *software* de geometria dinâmica (SGD).

Reta: Para definição de uma reta, basta ter-se dois pontos:

a) Ao clicarmos na ferramenta Reta (terceiro botão da esquerda para a direita), aparece a recomendação para escolher dois pontos, conforme figura a seguir:

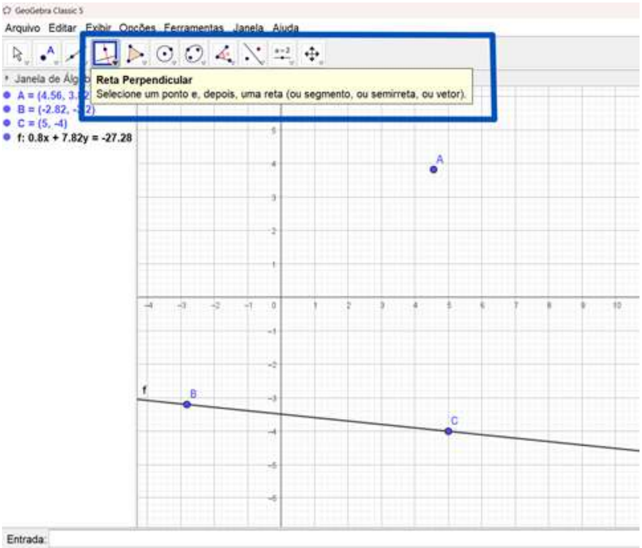


b) Se se clicar nos pontos B e C, por exemplo, nessa sequência, o Geogebra definirá a reta f, conforme figura a seguir:

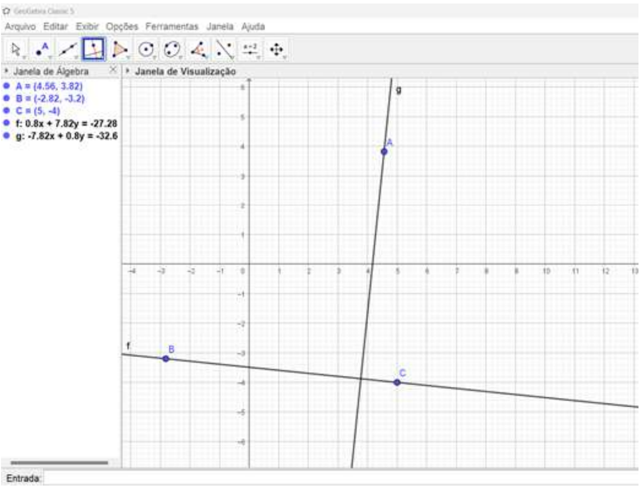


É importante que os alunos notem que na janela de álgebra, apareceu a equação da reta que passa pelos pontos B e C.

Reta Perpendicular: Ao clicar-se no quarto botão da esquerda para a direita (reta perpendicular), aparece a sugestão de se escolher um ponto e depois e uma reta, segmento ou vetor, conforme figura a seguir:



Seguindo a orientação do Geogebra, clicando na ferramenta Reta Perpendicular, ao clicarmos no ponto A e, depois, na reta f, o Geogebra irá definir a reta g, perpendicular à reta f e que passa pelo ponto A, conforme figura a seguir:

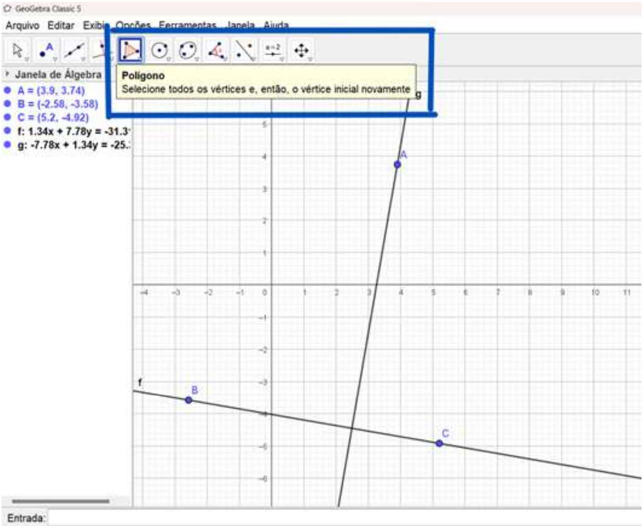


Novamente, podemos comprovar a dinamicidade do Geogebra: ao variarmos as posições de qualquer dos elementos A, B ou C, a reta g sempre estará perpendicular à reta f. Façamos o teste. Para realizar esse teste, precisamos, antes, clicar no botão Mover ou acionar Esc no teclado.

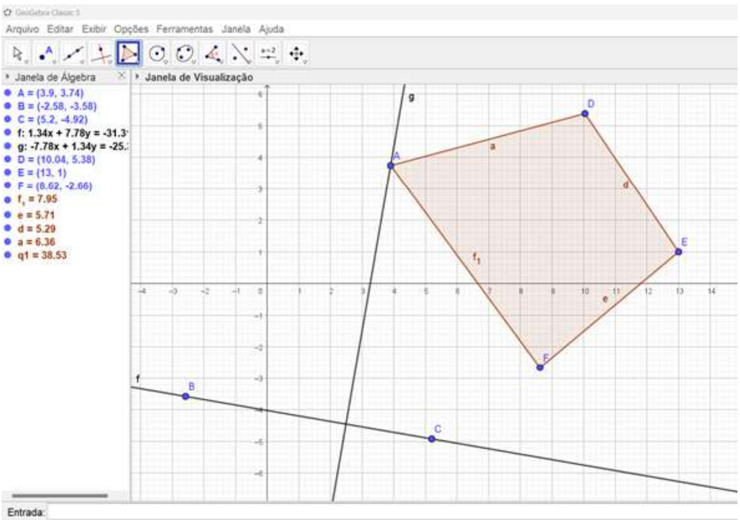
De maneira muito parecida, podemos criar retas paralelas, mediatrizes, etc.

Polígono

Para criarmos um polígono qualquer, utilizamos a ferramenta no quinto botão da esquerda para a direita, opção Polígono. Teremos a sugestão do Geogebra de clicarmos em pontos sequenciais até fecharmos o polígono no primeiro, conforme a figura a seguir:



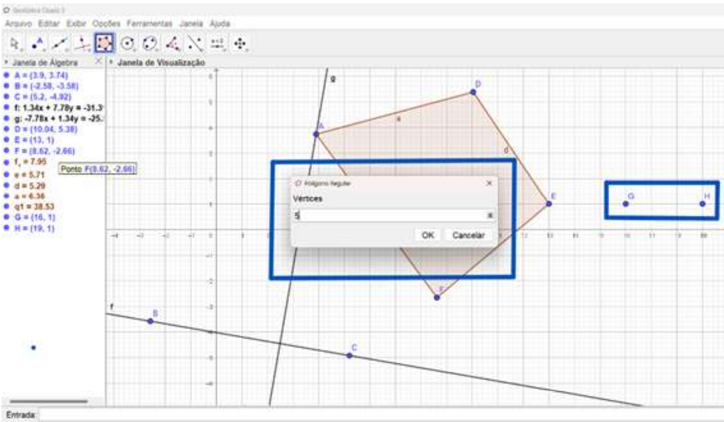
Selecionando, então, a ferramenta Polígono e uma sequência de pontos quaisquer A1, A2, A3, ..., An, e depois A1, definimos um polígono. Por exemplo: começando pelo ponto A, clicando os pontos D, E e F e, por último, voltando para o A, temos o polígono q1, definido pelos segmentos a, d, e, f1, de medidas de comprimento na janela de álgebra, bem como sua área, conforme figura a seguir:

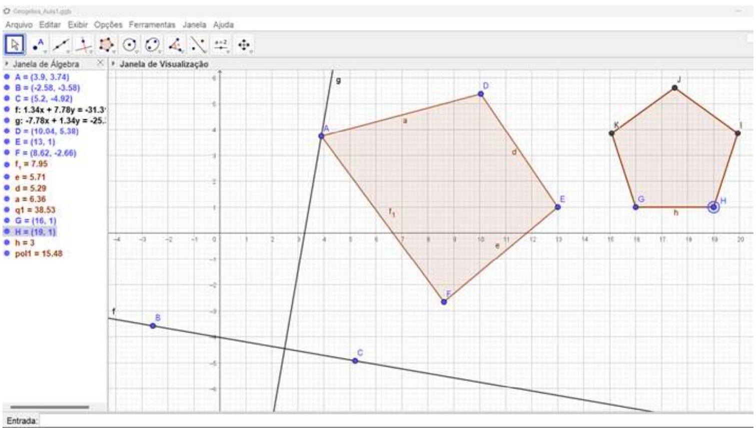


Novamente, podemos comprovar a dinamicidade do Geogebra: ao variarmos as posições de quaisquer dos pontos A, D, E ou F, o polígono e seus segmentos e sua área são alterados simultaneamente. Para realizar esse teste, precisamos, antes, clicar no botão Mover, ou acionar Esc no teclado. Façamos esse novo teste.

Polígono Regular

Escolhendo a opção Polígono Regular, no quinto botão da esquerda para a direita, e seguindo a orientação de escolher os dois primeiros pontos (vértices) G e H, por exemplo, e, em seguida, o número de vértices n = 5, o Geogebra criará o polígono regular pol1, de 5 lados (pentágono), formado pelos vértices G, H, I, J, K, de área definida na janela de álgebra, conforme figuras a seguir:



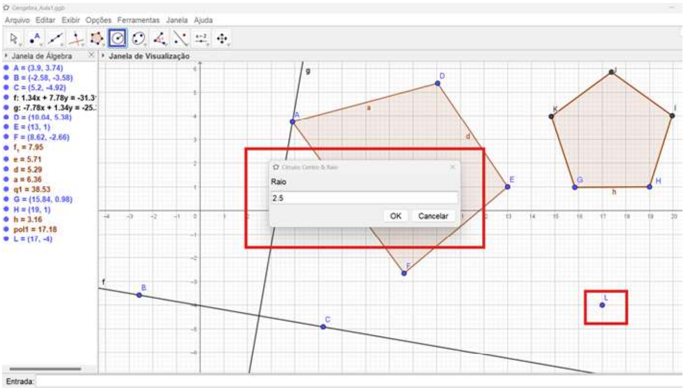


É importante os alunos notarem que os pontos I, J e K estão em preto, ou seja, não podem ser movidos, pois estão vinculados às posições dos pontos G e H, que definem o segmento h. Porém, novamente, podemos comprovar a dinamicidade do Geogebra: ao variarmos as posições dos pontos G e H, o polígono e seus segmentos e sua área são alterados simultaneamente. Para realizar esse teste, precisamos, antes, clicar no botão Mover, ou acionar Esc no teclado. Façamos esse novo teste.

Círculo

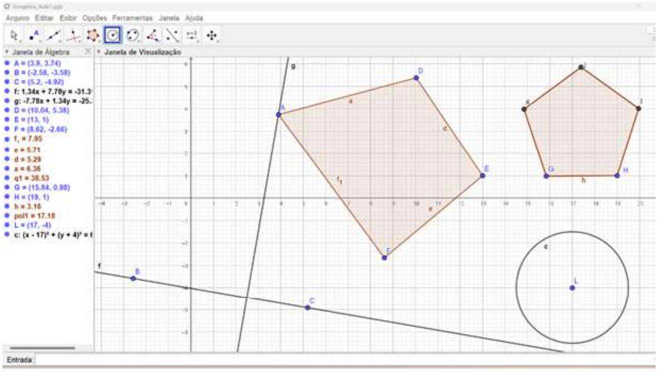
Como sabemos, para definir um círculo facilmente, podemos ter seu centro e o raio, seu centro e um de seus pontos ou, ainda, três de seus pontos.

Vamos definir um círculo, pelo sexto botão da esquerda para a direita, opção Centro e Raio. Atendendo à orientação do Geogebra, basta escolhermos seu centro por exemplo, o ponto L e digitar seu raio - r=2.5, por exemplo -, conforme figuras a seguir:



Obs. É importante registrar que o Geogebra adota o ponto para separar o inteiro da parte decimal para qualquer medida. Portanto deve ser digitado 2.5 ao invés de 2,5, como estamos acostumados a fazer.

O Geogebra, então, mostrará o círculo c de centro L e raio 2,5 na janela de visualização, e sua equação na janela de álgebra. Os alunos devem, então, assimilar que as duas janelas são totalmente integradas. Qualquer alteração em uma, implica alteração na outra.

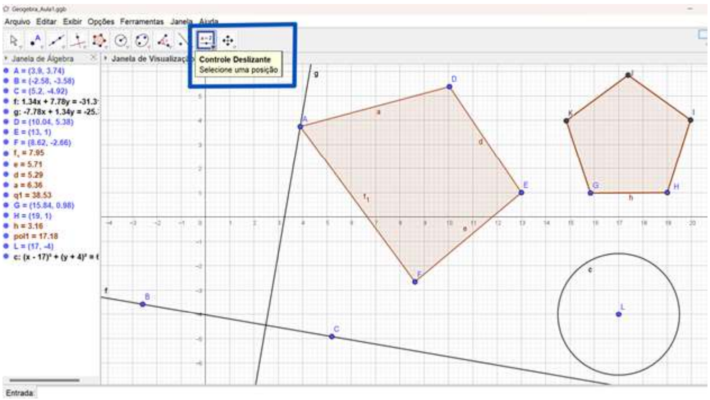


Os alunos devem notar que o círculo só pode mudar sua posição se movermos L, pois ele sempre estará definido por um raio de 2.5. Façamos esse teste novamente.

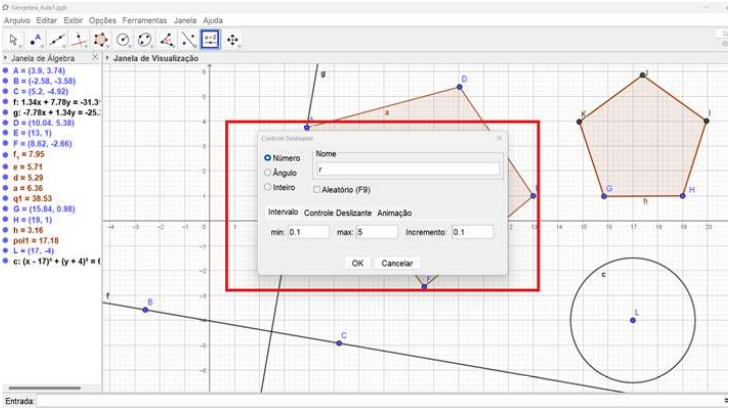
E se quiséssemos ter a opção do círculo variando seu raio? Nesse caso, faríamos uso de uma ferramenta muito poderosa do Geogebra - Controle deslizante -, conforme detalhamos a seguir.

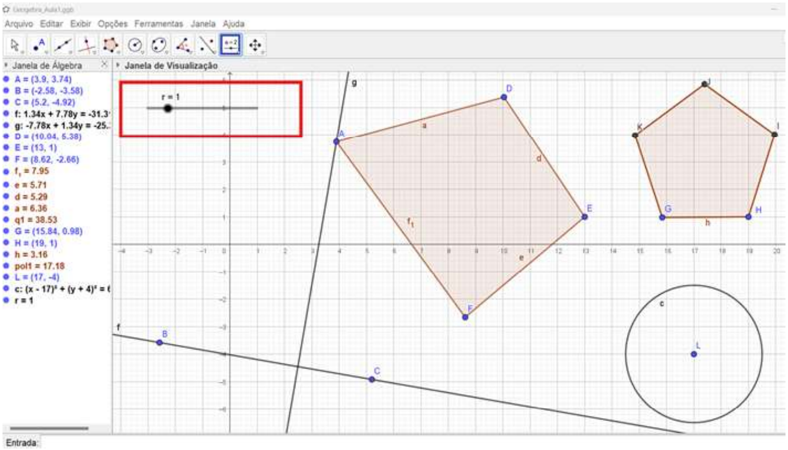
Controle Deslizante:

Para obtermos um círculo que possa ser movido e tenha seu raio variável, usaremos a mesma opção pela ferramenta Círculo: Centro e Raio, porém com a medida do raio variável de acordo com o controle deslizante. Nesse caso, criaremos, inicialmente, o controle deslizante, através do penúltimo botão da esquerda para a direita, conforme figura a seguir:

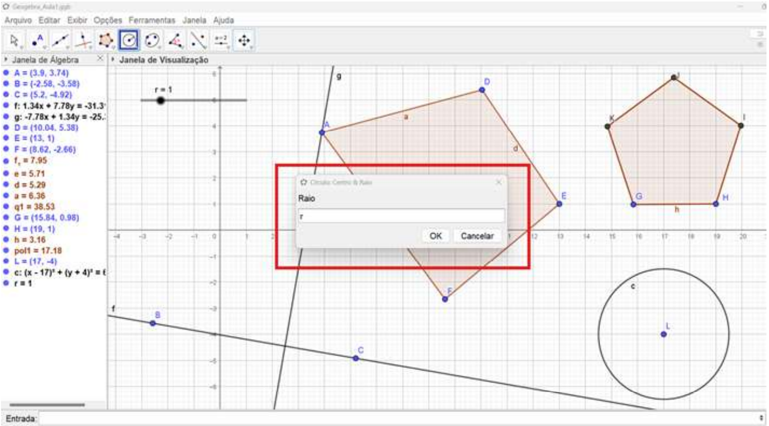


Escolhemos um ponto qualquer no plano cartesiano, preferencialmente, onde não sejam prejudicadas as demais construções; por exemplo: no canto superior esquerdo. Na janela que se abrirá para configuração do Controle Deslizante, com a opção Número ativa, pois se trata de uma medida, daremos ao controle deslizante o nome r (raio), com intervalo de variação de 0.1 a 5, já que não convém termos raio zero, e incremento 0.1. Se não fosse definido, o incremento padrão seria 1. Clicando em Ok, o Controle Deslizante r estará criado, conforme figuras a seguir:

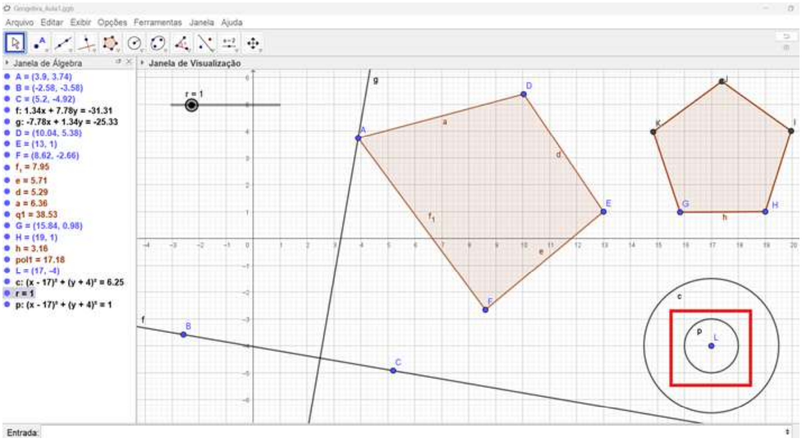




Agora, podemos criar um círculo, definido seu centro, tendo um raio variando de acordo com o controle deslizante. Para isso, no botão Círculo: Centro e Raio da seção anterior, escolhemos um ponto para o centro, e para o raio a medida r do controle deslizante. Aproveitaremos, como exemplo, o mesmo ponto L do círculo anterior como sendo o centro do novo círculo. Com o botão Círculo: Centro e Raio ativo, aproximamos o *mouse* do ponto L, e o Geogebra o assumirá como centro do novo círculo, abrindo a janela a seguir, onde definiremos a medida do raio como sendo r.



Quando dermos Ok, será criado o círculo p, de centro L e raio r=1, porque o controle deslizante está na posição 1, conforme figura a seguir. Se variarmos o controle deslizante, que está assumindo o comprimento do raio, teremos alteração no raio do círculo. Nesse caso, podemos mudar tanto a posição do centro L como o tamanho do círculo. E, ainda, qualquer alteração que fizermos, na construção, na Janela de Visualização, haverá modificação também na janela de álgebra. Verifiquemos.



É importante sempre gravarmos nosso arquivo. O Geogebra não grava automaticamente seu arquivo quando está sendo trabalhado.

Aula 02

Avaliação do gráfico da função quadrática com variação dos coeficientes a, b e c

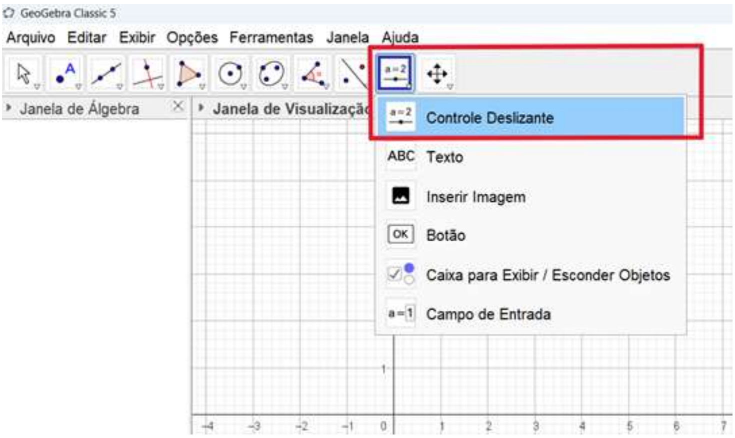
Nessa sessão, os alunos praticarão o Geogebra no estudo do gráfico da função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$, com a, b e c ϵ |R e a ≠ 0 e poderão confirmar por que esse *software* de geometria é bastante utilizado em matemática. O Geogebra permitirá o estudo do gráfico das funções de maneira mais facilitada e com mais recursos, que é o principal objetivo deste trabalho.

A sessão deverá durar cerca de 50 minutos, concluindo-se o primeiro dia de trabalho.

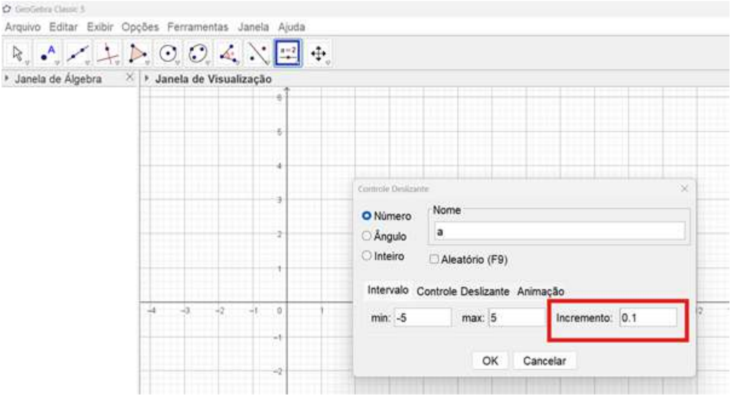
Avaliaremos o gráfico da função quadrática quando variamos os coeficientes a, b e c. Para isso, os alunos praticarão a ferramenta de Controle Deslizante do Geogebra e farão anotações, para emitirem suas conclusões a respeito da mudança no gráfico da função à medida que os coeficientes variam, desenvolvendo a seguinte construção:

a) Criação do controle deslizante para assumir o coeficiente a, conforme ações descritas a seguir:

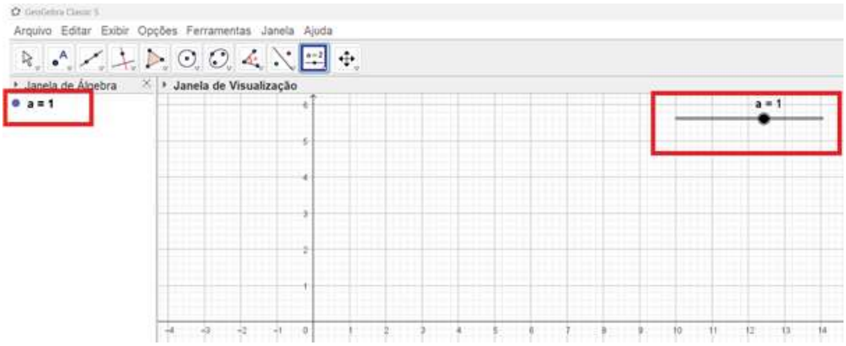
No penúltimo botão da esquerda para a direita, opção Controle Deslizante, de acordo com a figura a seguir:



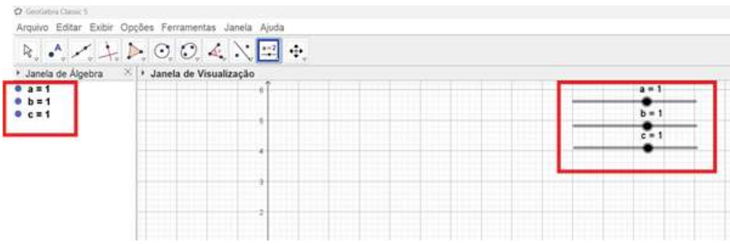
Escolhemos uma posição para locação do Controle Deslizante a. Por exemplo: no meio, na região superior do plano cartesiano. Abri-se-á uma janela onde o controle deslizante a, por ser a primeira letra do alfabeto, já estará criado, manteremos o intervalo e variação de -5 a 5 com incremento de 0.1, conforme figura a seguir:



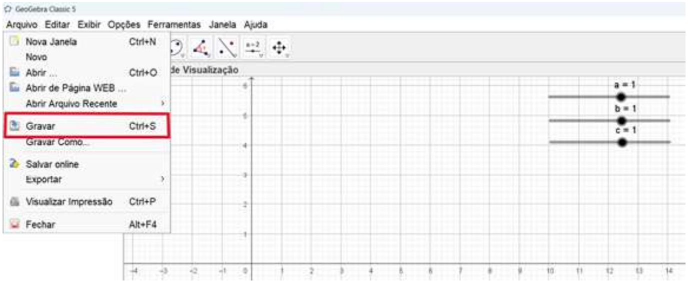
Dando Ok, o controle deslizante a estará criado na posição que escolhemos, conforme figura a seguir:



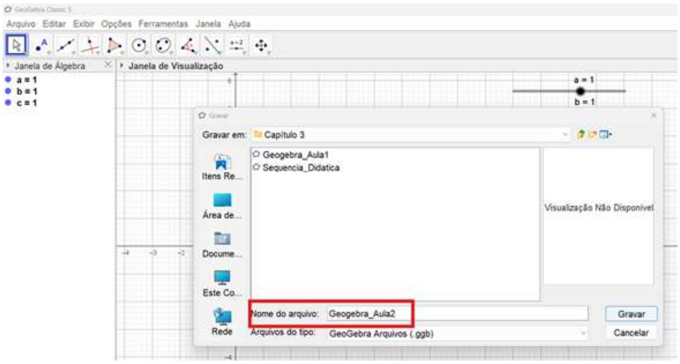
b) Repetimos esse mesmo processo para os coeficientes b e c, posicionando-os ligeiramente abaixo do a, conforme figura a seguir:

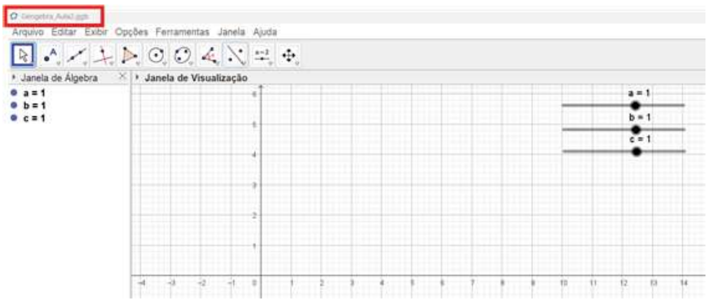


Por segurança, convém já salvarmos o arquivo. Para isso, teclamos Esc ou clicamos no botão Mover, para sairmos da ferramenta Controle Deslizante. Em seguida, no *menu* Arquivo, escolhemos a opção Gravar, conforme figura a seguir:



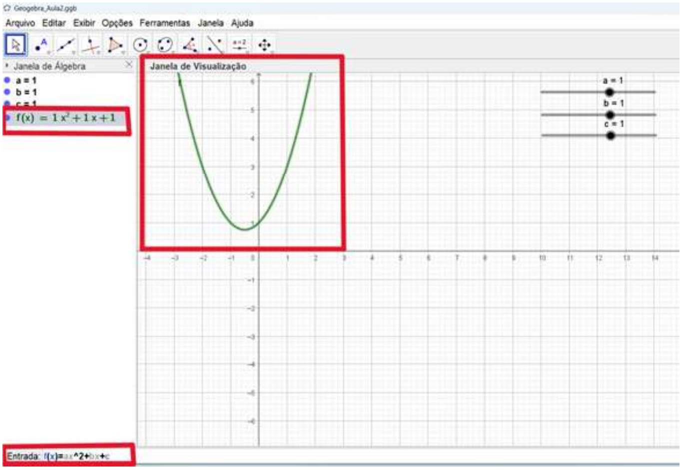
Com a janela aberta, escolhemos a pasta onde queremos gravar o arquivo e seu nome - por exemplo, Geogebra_Aula2, conforme figuras a seguir:



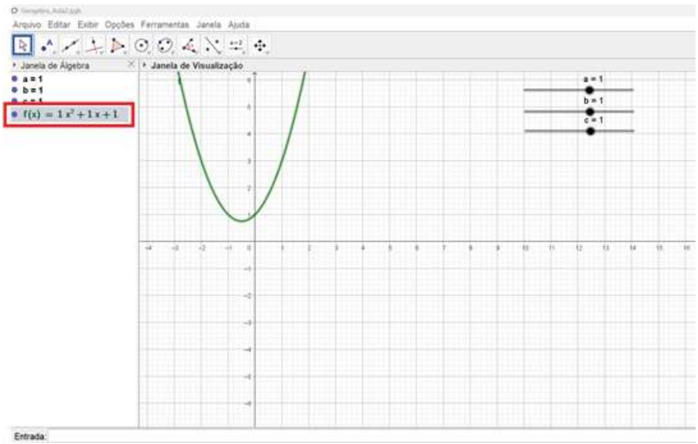


c) Definição da função quadrática no Geogebra:

No Campo de Entrada, no canto inferior esquerdo, digitamos f(x) = ax^2+bx+c, conforme figura a seguir. No Geogebra, o expoente de uma potência é escrito após o símbolo do acento circunflexo (^).



Note-se que, ao digitarmos a lei de formação da função, o Geogebra já mostrou, na janela de visualização, o gráfico da função quadrática com os coeficientes a, b e c iguais a 1, que correspondem às posições respectivas de seus controles deslizantes, e também assumiu, na janela de álgebra, sua expressão. Ao darmos Enter, o Geogebra assumirá essa função, conforme segue.



Obs. Caso a largura da janela de Álgebra esteja pequena, com dados encobertos, podemos alargá-la clicando em seu limite, ocasião em que o *mouse* se transformará em seta dupla, e arrastamos a largura para a direita.

d) Avaliação da influência do coeficiente a na função quadrática f(x)=ax^2+bx+c

Os alunos deverão ser incentivados a avaliar o comportamento do gráfico da função quadrática com a variação do coeficiente a nos casos a < 0 e a > 0, através da variação de seu controle deslizante, respondendo às questões a seguir no roteiro da aula, que deverá ser distribuído, para que seja respondido pelos alunos.

- Foi notada alguma deformação no gráfico da função quando mudamos o valor de a? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de a positivamente?
- Que acontece quando a = 0? Que gráfico apareceu? Por quê?
- Se a assumir valor menor que zero, que acontecerá com a parábola? E, se diminuirmos, cada vez mais o valor de a < 0, que acontece com a parábola?
- Faça agora um resumo do comportamento da concavidade da parábola dependendo do valor de a.

e) Avaliação da influência do coeficiente b na função quadrática f(x)=ax^2+bx+c

Voltando o controle deslizante a para a posição igual a 1, avaliaremos o comportamento do gráfico da função quadrática com a variação do coeficiente b nos casos b > 0 e b < 0, através da variação de seu controle deslizante, respondendo às questões a seguir.

- Foi notada alguma mudança no gráfico da função quando variamos o valor de b? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de b positivamente?
- Que acontece quando b = 0? Alguma observação específica?
- E se diminuirmos, cada vez mais, o valor de b < 0, que acontecerá com a parábola?
- Vamos posicionar agora o controle deslizante de a para que esse coeficiente assuma o valor -1 e avaliemos o que acontece com o gráfico da função ao variarmos o coeficiente b.
- Foi notada alguma nova mudança no gráfico da função quando variamos o valor de b? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de b positivamente?
- Que acontece quando b = 0? Alguma observação específica?
- Se a assumir valor menor que zero, que acontecerá com a parábola? E se diminuirmos, cada vez mais, o valor de b < 0, que acontece com a parábola?
- A variação do eixo da parábola foi igual à situação anterior com a = 1?
- Faça agora um resumo do comportamento do eixo da parábola à medida que variamos o valor de b, nas situações com a > 0 e a < 0.

f) Avaliação da influência do coeficiente c na função quadrática f(x)=ax^2+bx+c

Voltando os controles deslizantes a e b para a posição igual a 1, avaliaremos o comportamento do gráfico da função quadrática com a variação do coeficiente c nos casos $c > 0$ e $c < 0$, através da variação de seu controle deslizante, respondendo às questões a seguir.

- Foi notada alguma alteração no gráfico da função quando mudamos o valor de c? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de c positivamente?
- Que acontece quando $c = 0$? Alguma observação específica?
- E, se diminuirmos, cada vez mais, o valor de $c < 0$, que acontecerá com a parábola?
- Consegue identificar alguma relação direta do valor de c com o gráfico em si da parábola?
- Faça agora um resumo da interseção da parábola com o(s) eixo(s) cartesiano(s) à medida que variamos o valor de c.

g) Os alunos deverão responder às perguntas acima no roteiro da aula, que deverá ser distribuído no início das atividades, para registro de suas anotações.

Aula 03

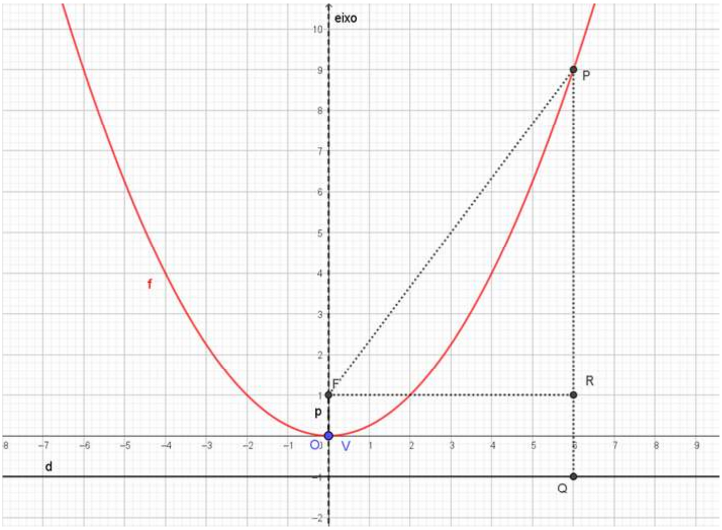
Avaliação da relação dos coeficientes a, b e c da lei de formação da função quadrática com os elementos que compõem seu gráfico (parábola): as coordenadas do vértice ou do foco e a distância do foco à reta diretriz

Essa seção deverá tomar mais uma aula de cinquenta minutos, na qual os alunos terão a oportunidade de confirmar, de fato, que o gráfico da função quadrática f(x)=ax^2+bx+c, com a, b e c ϵ |R e a ≠ 0, é uma parábola, como normalmente é apresentado nos livros didáticos do ensino fundamental e médio e estudado na sala de aula. Ou seja, com o terno de coeficientes reais a, b e c, com a ≠ 0, a função com sua lei de formação f(x)=ax^2+bx+c é representada graficamente no plano cartesiano por uma curva conhecida como parábola.

Veremos também que, se uma parábola g tem eixo de simetria paralelo ao eixo OY, no sistema ortogonal OXY, então existe uma função quadrática f(x)=ax^2+bx+c, cujo gráfico é g. Mais ainda: provaremos que há uma relação direta entre os coeficientes a, b e c, com o vértice V=(x_0,y_0), e sua distância à diretriz da parábola.

O vértice da parábola é o ponto de máximo ou de mínimo da função quadrática, dependendo da concavidade da parábola. O eixo de simetria de uma parábola é uma reta vertical que passa pelo vértice e a divide em duas partes simétricas.

Considerando que toda função expressa por f(x) = ax^2, com com a ϵ |R e a ≠ 0, tem como gráfico uma parábola com vértice na origem, isto é V = (0,0), com eixo de simetria coincidindo com o eixo OY, conforme figura a seguir, estudaremos a relação entre o coeficiente a e a distância de seu vértice à reta diretriz (p).



De acordo com a figura, temos V = (0,0) e F = (0,p). Tomando um ponto P qualquer da parábola, P = (x,y) é tal que FP = PR. Note-se que FP é a diagonal do triângulo retângulo ΔFPR, de catetos FR e RP, sendo R = (x,p). Dessa forma, FR = |x| e PR = |y-p|.

Pelo Teorema de Pitágoras, FP^2 = FR^2 + RP^2, ou seja,

FP^2 = x^2 + |y-p|^2 = x^2 + (y-p)^2 = x^2 + y^2 – 2yp + p^2.

Por outro lado, a distância de P à reta diretriz d é igual à distância de P a Q. Mas PQ=|y+p|.

Como P pertence à parábola, então FP = PQ, ou FP^2 = PQ^2.

Como PQ^2 = |y+p|^2 = (y+p)^2 = y^2 + 2yp + p^2, temos, ainda,

x^2 + y^2 – 2yp + p^2 = y^2 + 2yp + p^2, que, simplificado, resulta em

x^2 ~~+ y^2~~ – 2yp ~~+ p^2~~ = ~~y^2~~ + 2yp ~~+ p^2~~, ou seja, x^2 – 2yp = 2yp, ou seja, x^2 = 4yp, tomando-se p como a distância do vértice ao foco ou à diretriz da parábola. Portanto medida positiva de p, pois tomamos como estudo a parábola com a concavidade para cima, confirmando a>0.

Note-se que a o raciocínio é análogo para a<0 (concavidade da parábola para baixo). E, nesse caso, teríamos o foco F = (0,-p) e a diretriz d: y = p.

Podemos agora encontrar uma relação entre o coeficiente a da expressão da função f(x) = ax^2 e o parâmetro p da parábola, pois y = ax^2 e x^2 = 4yp. Podemos simplificar:

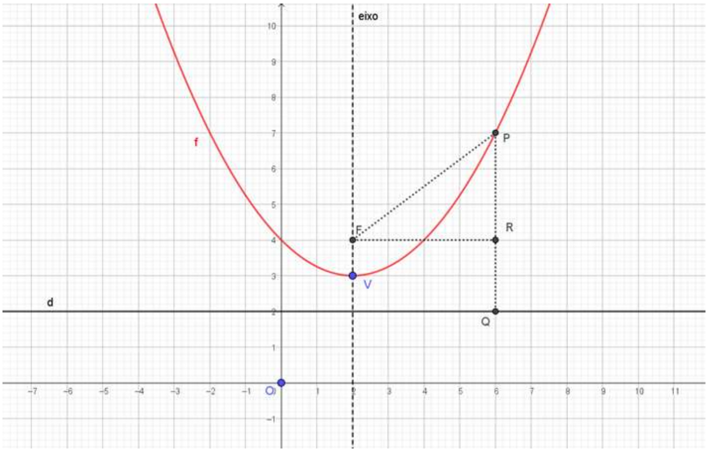
y = a4yp, ou seja, a = ~~y~~/(4~~y~~p), (a ≠ 0), e encontramos **a = 1/(4p)**.

Portanto concluímos que, numa parábola com vértice na origem e eixo de simetria coincidindo com o eixo OY, valem:

F=(0,p) e diretriz d: y=-p, com a=1/(4p).

Consideremos, agora, a parábola com vértice $V=(x_0,y_0)$, foco $F=(x_0, y_0+p)$ e eixo de simetria $x=x_0$, conforme a figura a seguir. Note-se que a nova diretriz passou a $y=-p+y_0$, pois todo o gráfico, nesse caso, “subiu” y_0 unidades.

Nessa ocasião, o professor deverá destacar as coordenadas dos pontos P, F, R, V e Q, para melhor visualização dos alunos.



Ponto qualquer da parábola: P=(x,y);

Vértice da parábola: $V=(x_0,y_0)$;

Foco F da parábola: $F=(x_0, y_0+p)$;

Ponto R do triângulo retângulo ΔFPR; e, por último,

Ponto Q, projeção do ponto P na reta diretriz d: $Q=(x,y_0-p)$

Tomemos um ponto P=(x,y) no sistema XOY. Fazendo a mudança $x'=x-x_0$ e $y'=y-y_0$, obtemos um novo eixo de coordenadas X'O'Y'. Nesse novo sistema de coordenadas ortogonal, o vértice e o foco da parábola possuem as coordenadas (0,0)' e (0,p)', respectivamente. O ponto P =(x',y') está na parábola se, e somente se, y'=a(x’)^2 ou, ainda y’=1/(4p) (x’)^2. Voltando ao sistema XOY inicial, onde $x'=x-x_0$ e $y'=y-y_0$, temos:

$y-y_0$=1/(4p)($x-x_0$)^2 = 1/(4p)(x^2 -2xx_0+x02) = 1/(4p)x2 – xx0/(2p) + x02/(4p), ou seja,

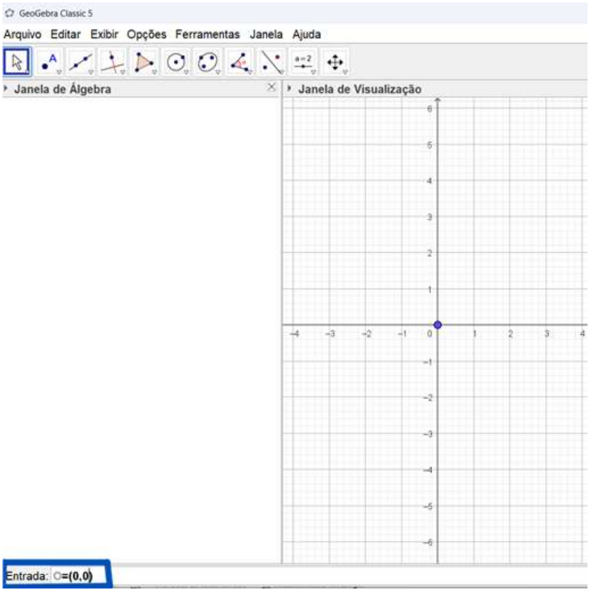
y = 1/(4p)x2 − x0/(2p)x + x02/(4p)+y_0. Chamando a = 1/(4p); b = − x_0/(2p) e c = x_0^2/(4p)+y_0, podemos relacionar as coordenadas do vértice $V=(x_0,y_0)$ e sua distância à diretriz |p| de uma parábola com os coeficientes a, b e c da lei de formação da função quadrática, como é normalmente apresentado nos livros didáticos.

Essas demonstrações estão mais detalhadas na dissertação. Sugerimos ao professor ler as seções 2.3 e 2.4 desse trabalho.

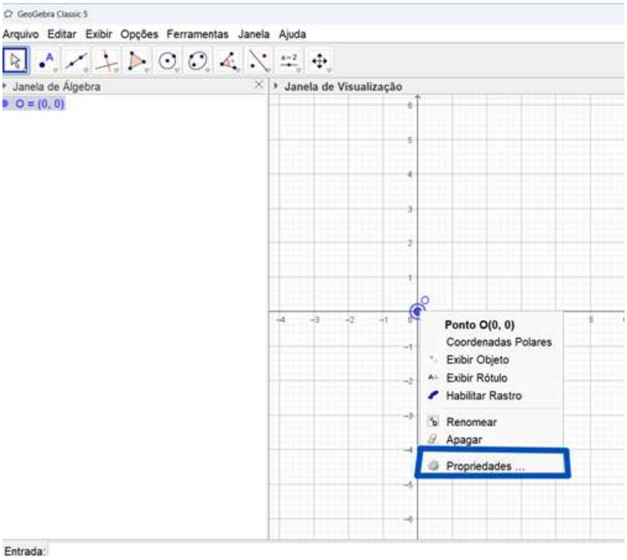
Confirmemos, então, esses conhecimentos no Geogebra:

Nessa atividade, traçaremos uma parábola f pelo próprio Geogebra, dadas as coordenadas de seu vértice $V=(x_0,y_0)$ e sua diretriz $y=-p+y_0$. Em seguida, calcularemos os coeficientes a, b e c de uma função quadrática g, de modo que f=g, mostrando as duas formas de apresentarmos essa curva.

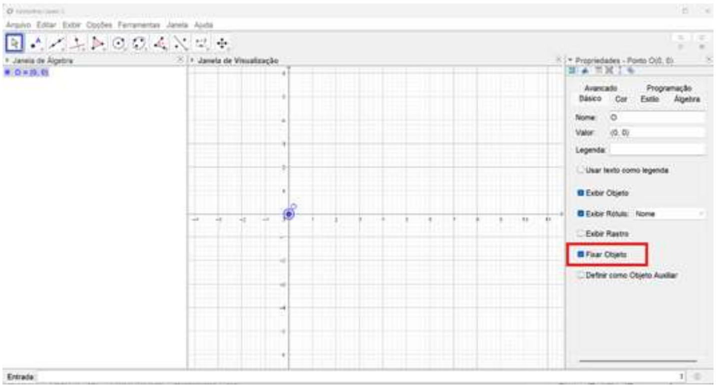
Com o Geogebra Classic 5 aberto, definimos o ponto O=(0,0) como sendo a origem de nosso sistema cartesiano XOY, conforme figura a seguir:



Note-se, porém que ele pode mover-se. Se clicarmos em cima do ponto e arrastarmos, ele se deslocará. Precisamos deixá-lo fixo. Para isso, clicamos em cima do ponto O, com o botão direito do *mouse*, opção Propriedades, como na figura a seguir:

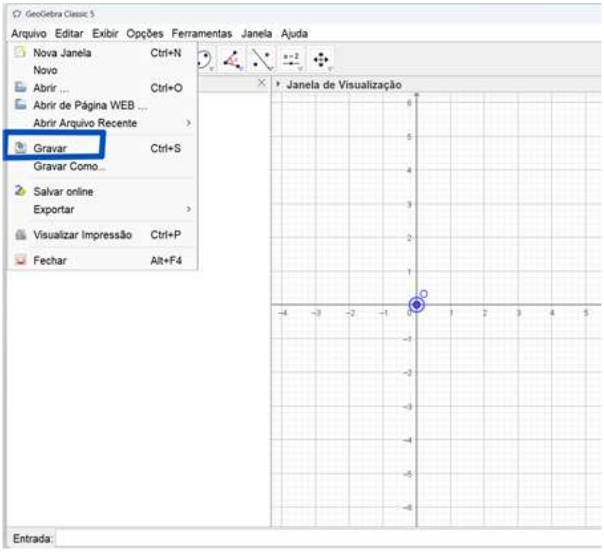


E, em seguida, com a janela de Propriedades aberta, ativamos a opção Fixar Objeto, conforme figura a seguir:

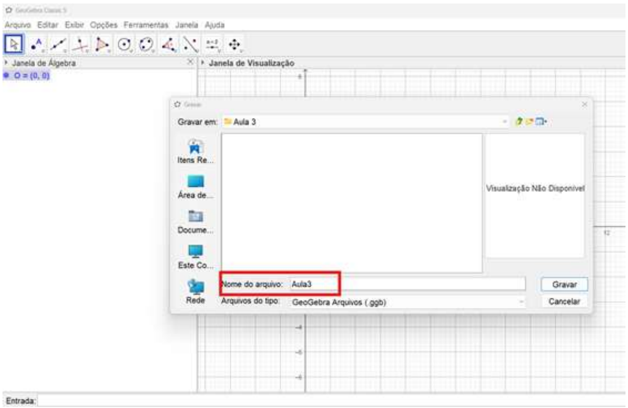


Após fechar a janela, clicando no X no canto superior direito dessa janela, note-se que, agora, o ponto O ficou fixo na origem do sistema de eixos cartesianos.

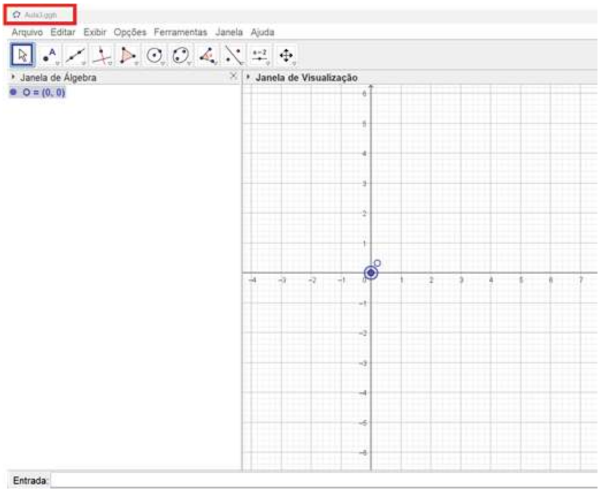
Por segurança, vamos salvar o arquivo no menu Arquivo, opção Gravar, conforme figuras a seguir:



Usando, por exemplo, como nome do arquivo Aula3, temos:

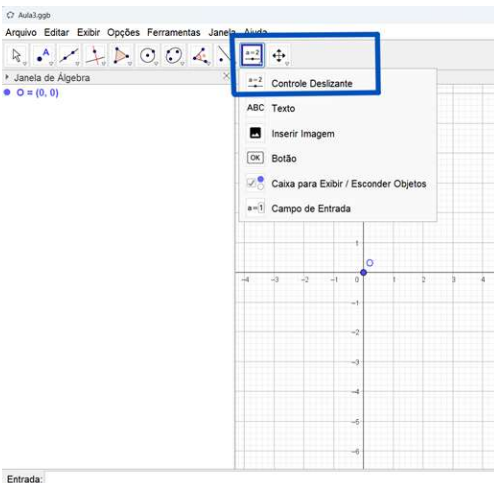


Note-se que, automaticamente, após clicar em Gravar, o Geogebra muda o nome do arquivo para o escolhido, com a extensão do *software* (.ggb).

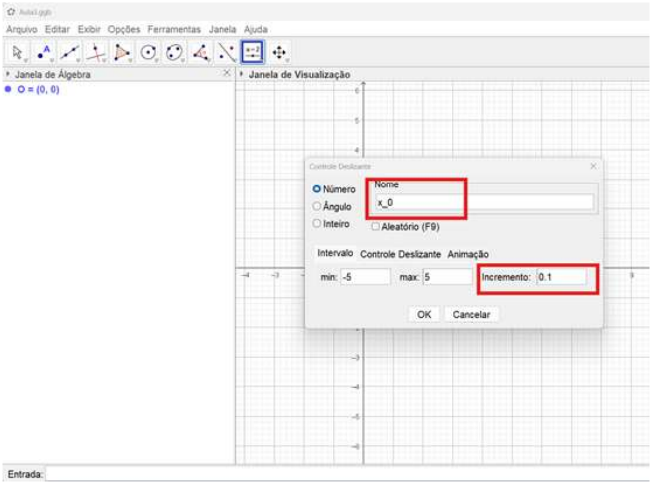


Para praticarmos a dinamicidade do *software*, usaremos controles deslizantes para definição das coordenadas do vértice e da diretriz da parábola. Construiremos, portanto, três controles deslizantes, para x_0, y_0 e p, respectivamente, conforme segue:

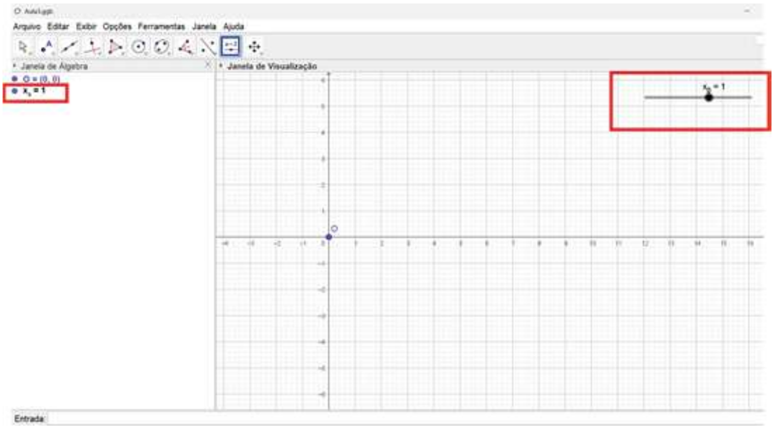
a) No botão Controle Deslizante, penúltimo da direita para a esquerda, com a ferramenta Controle Deslizante ativa, clicamos no canto superior direito e definimos a posição do primeiro controle, x_0, conforme figuras a seguir.



Para registrar o índice 0 no Geogebra, usa-se a tecla Sublinhado (*underline*) (x_0). Para termos uma melhor variação do controle, usaremos como incremento 0.1.



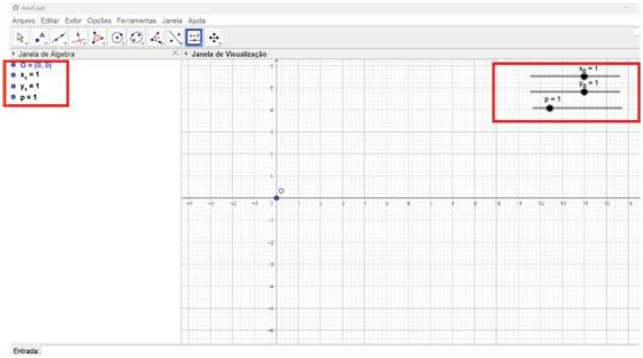
Ao clicarmos em Ok, o controle deslizante x_0 aparecerá.



b) Repetimos o processo para a ordenada y_0 de forma análoga, clicando no plano cartesiano em uma posição ligeiramente abaixo do controle x_0, escolhendo como nome desse controle y_0 (y_0 no Geogebra).

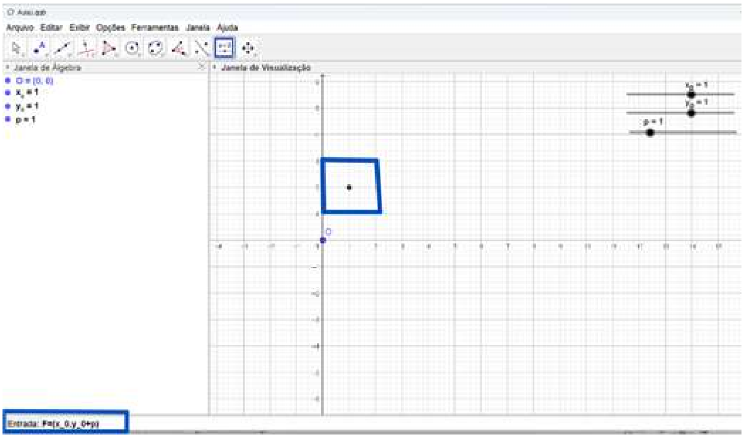
c) Da mesma forma, criaremos o controle para o parâmetro p, que representa a distância do vértice à diretriz, para definirmos a equação da diretriz $y=-p+y_0$.

Clicando em Ok, teremos a situação seguinte na tela:

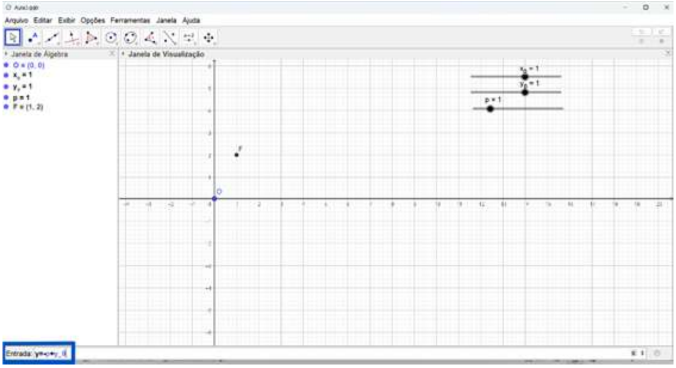


Já sabemos que a parábola pode ser definida por seu foco e sua diretriz. Como já temos as coordenadas do vértice $V=(x_0,y_0)$ e sua diretriz $y=-p+y_0$, o Geogebra pode mostrar isso facilmente pelo comando Parábola (Foco, diretriz). Para tanto, definiremos seu foco $F=(x_0,y_0+p)$.

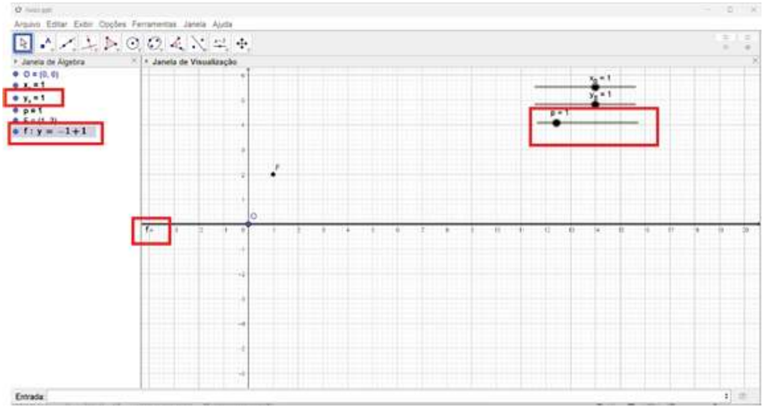
Plotemos, então, o ponto $F=(x_0,y_0+p)$ pelo campo de Entrada, conforme segue:



Teclando Enter, o Geogebra assumirá o ponto focal da parábola F. Em seguida, traçaremos a reta diretriz da parábola digitando no campo de Entrada $y=-p+y_0$, conforme figura a seguir:

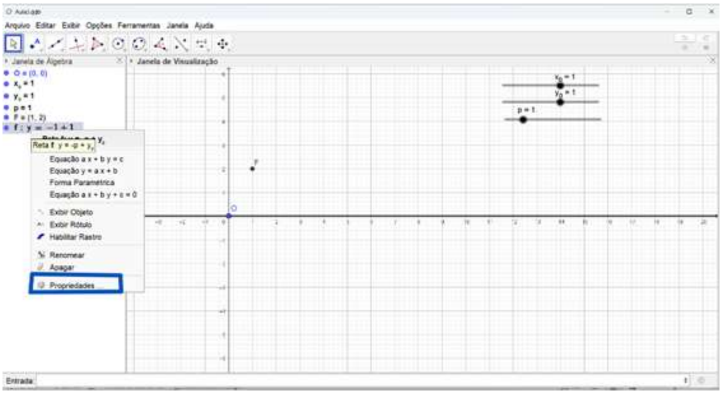


Teclando Enter, o Geogebra assumirá a reta diretriz $y=-p+y_0$, conforme segue:

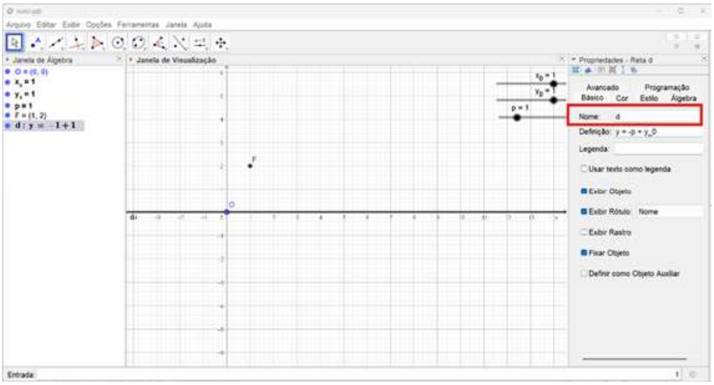


Note-se que a reta diretriz apresentada, na janela de álgebra, foi f:y=-1+1 = 0, ou seja, coincidiu com o eixo OX, nesse caso. O Geogebra assumiu a função como sendo f por padrão, que é a primeira função de nossa construção. Na sequência dos trabalhos, ele assumiria g, h, etc., e está y=-1+1, porque, nos controles deslizantes, p=1 e $y_0=1$ e a função da reta digitada foi $y=-p+y_0$.

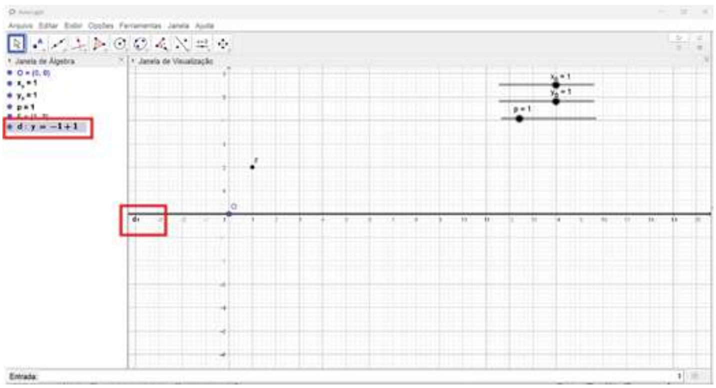
Para organização de nosso trabalho, queremos chamar essa reta de d, para a associarmos à diretriz da parábola. Assim, clicamos, com o botão direito do *mouse* em cima da função, na janela de álgebra, na opção de menu Propriedades, conforme figura a seguir:



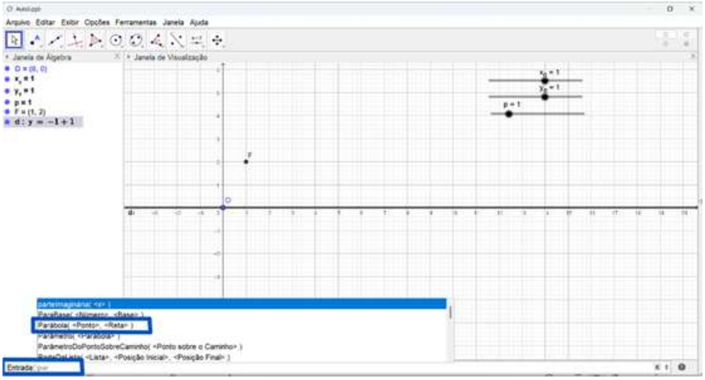
Ao abrirmos a janela de Propriedades da reta, substituímos f por d, conforme figura a seguir:



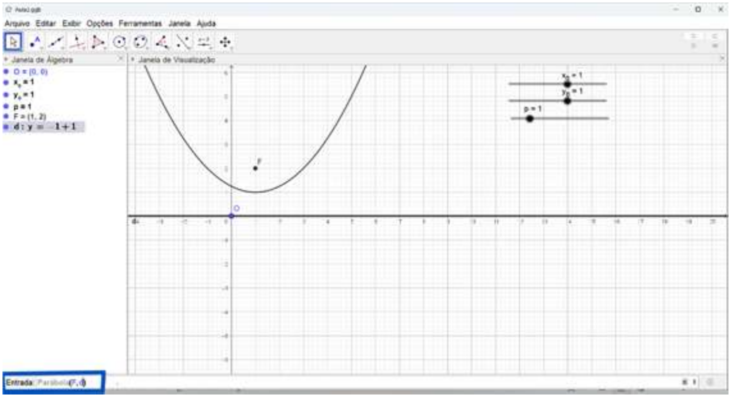
Ao fecharmos a janela de propriedades da reta, clicando no X no canto direito superior dessa janela, o Geogebra assumirá a reta diretriz como sendo d, expressa pela função $y=-p+y_0$, como queríamos.



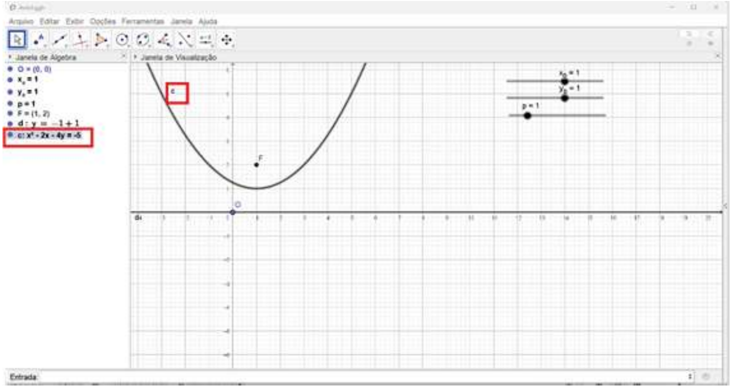
Com essas duas entradas, o ponto focal F e a reta diretriz d, o Geogebra traça facilmente a parábola correspondente. Para isso, usaremos, pelo campo de Entrada, o comando parábola. Escolhemos a opção Parábola(Ponto, Reta), na qual Ponto é o ponto focal F, e Reta é a reta diretriz d, conforme figuras a seguir:



Substituímos, então, para Parábola(F,d) e obtemos o que se segue:



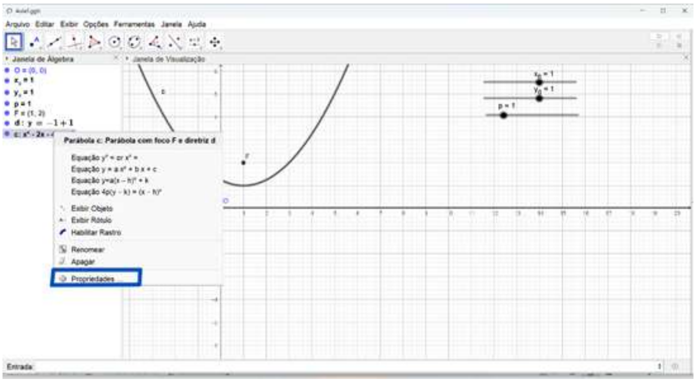
Ao teclarmos Enter, o Geogebra assumirá a parábola definida pelo Foco F=(x_0,y_0+p) e de diretriz d: y=-p+y_0, com eixo de simetria x=x_0 e vértice V=(x_0,y_0), assumindo como a curva c e expressão c: x^2-2x-4y=-5, conforme figura a seguir:



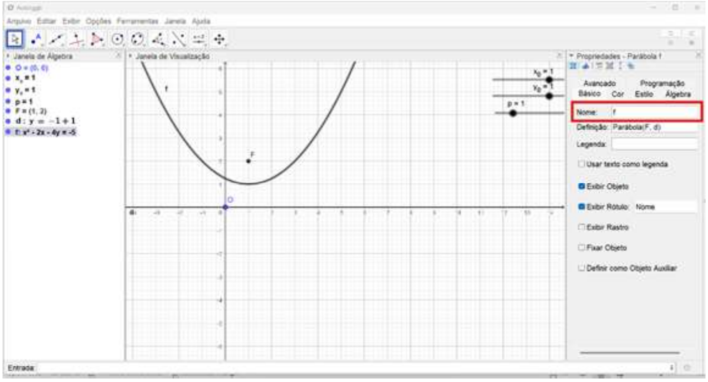
Para avaliar o trabalho realizado, queremos que a parábola seja chamada de f e que sua expressão esteja em sua forma canônica, mostrando as coordenadas do vértice e o parâmetro p, do tipo f(x) = a(x-h)^2+k, onde h=x_0 e k=y_0. Para isso, devemos seguir estes passos:

a) Substituição do rótulo da função c por f:

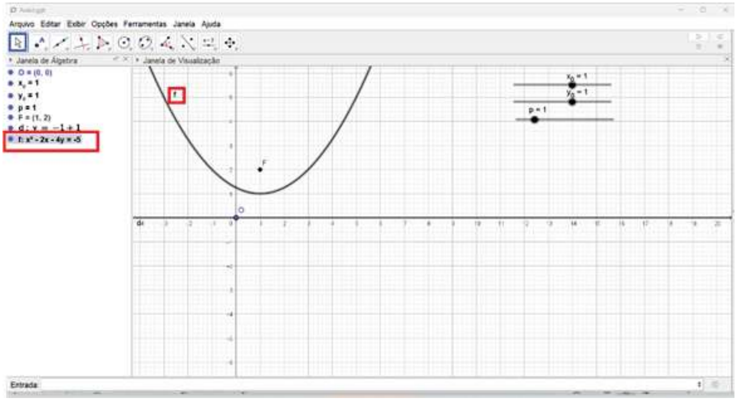
Clicamos, com o botão direito do *mouse*, sobre a curva c, na janela de álgebra e escolhemos a opção Propriedades, conforme segue:



Quando abrir a janela de propriedades da curva c, substituímos c por f, conforme segue:

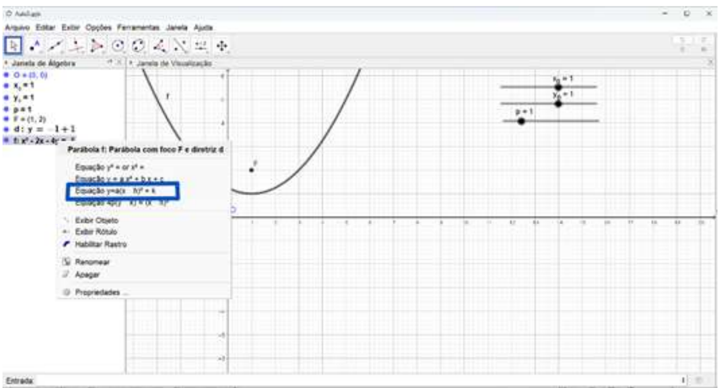


Fechando a janela de propriedades, o Geogebra assumirá a curva como sendo a função f:

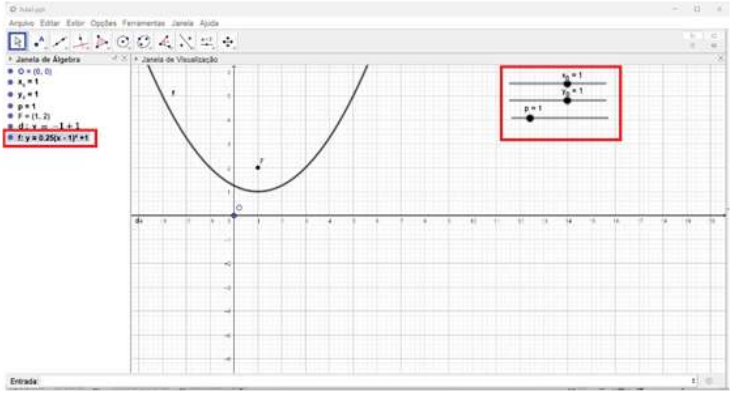


b) Mudando a expressão de f para sua forma canônica:

Novamente, em propriedades da função f, clicando com o botão direito do *mouse* sobre a função, escolhemos a opção no menu y= a(x-h)^2+k, conforme figura a seguir:



Nessa opção, f assumirá a expressão f:y=0,25(x-1)^2+1, conforme segue:



É importante notar que esses coeficientes confirmam nossa expectativa, pois, como nos controles deslizantes estamos com $x_0=1$, $y_0=1$ e p=1, a expressão da função quadrática na forma f:y=0,25(x-1)^2+1 equivale a

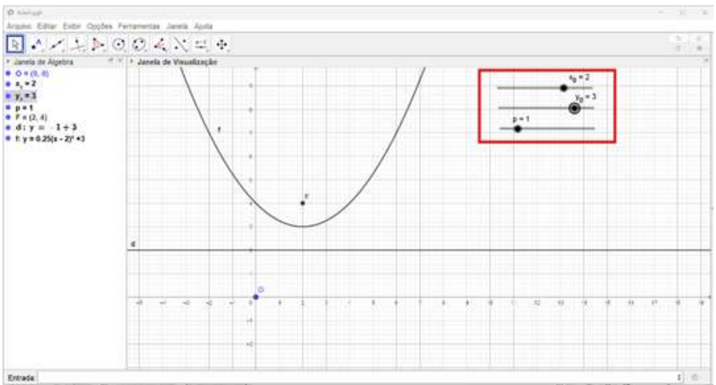
a=0,25 = 1/(4p). Com p=1, temos a=1/4=0,25

h=1, temos $x_0=1$

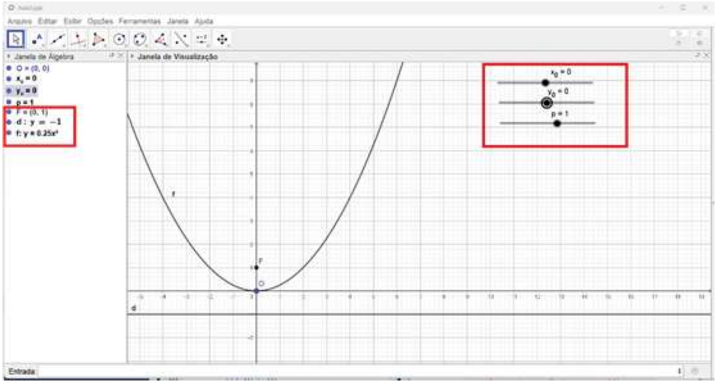
k=1, temos $y_0=1$.

Por segurança, vamos gravar o arquivo e praticar a construção utilizando os controles deslizantes. Note-se que, pela dinamicidade do Geogebra, todos os elementos estão vinculados entre si.

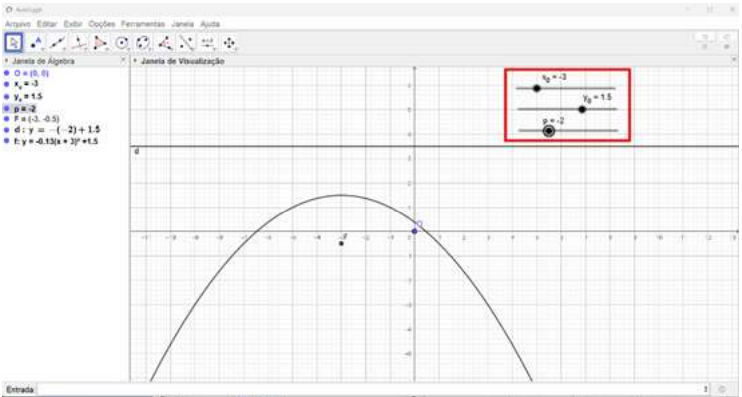
Variando quaisquer dos controles deslizantes, podemos verificar a variação da função f e do comportamento do gráfico. Por exemplo, com V=(2,3), ou seja, $x_0=2$ e $y_0=3$, temos o seguinte gráfico:



Para $x_0=0$, $y_0=0$ e $p=1$, temos a já conhecida parábola com vértice V na origem, eixo de simetria coincidindo com o eixo OY, foco F=(0,1) e diretriz d:y=-1.



Para o caso em que p=-2, ou seja, diretriz acima do vértice, note-se que a concavidade da parábola se inverte, confirmando nossa expectativa, pois a=1/(4p) = 1/(4(-2)) = 1/(-8)=-0,125 < 0 (concavidade para baixo). Na janela de Álgebra, apareceu a=-0.13, porque, por padrão, o Geogebra está configurado para apresentar os números reais com apenas duas casas decimais com arredondamento.



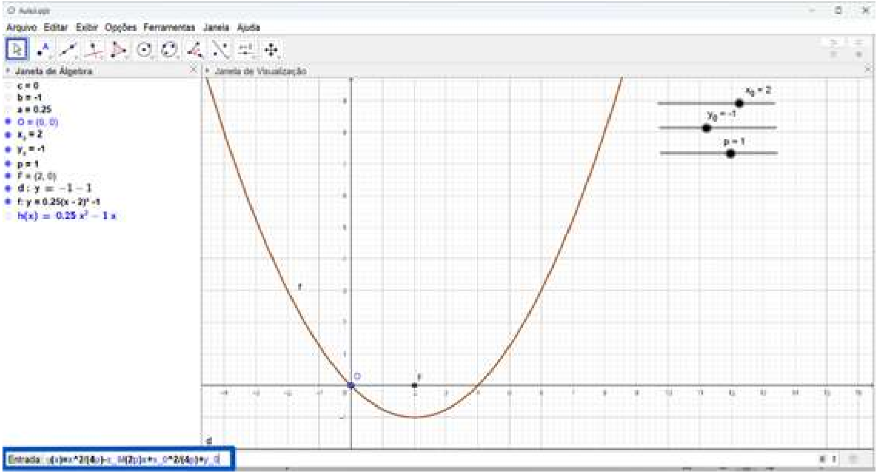
Vamos agora definir a função quadrática g, no formato g(x) = ax^2+bx+c, com os coeficientes a, b e c, associados às coordenadas do vértice $V=(x_0,y_0)$, e o parâmetro p conforme as expressões anteriores que definimos, ou seja:

a=1/(4p)

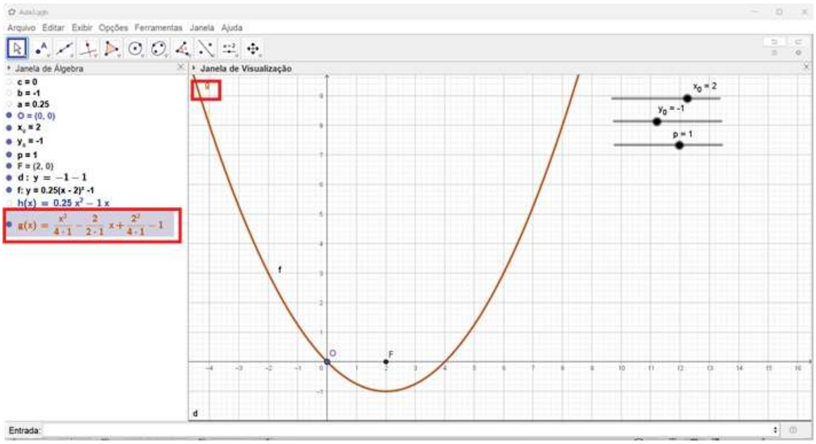
$b = -x_0/(2p)$

$c = x_0$^2/(4p)+y_0

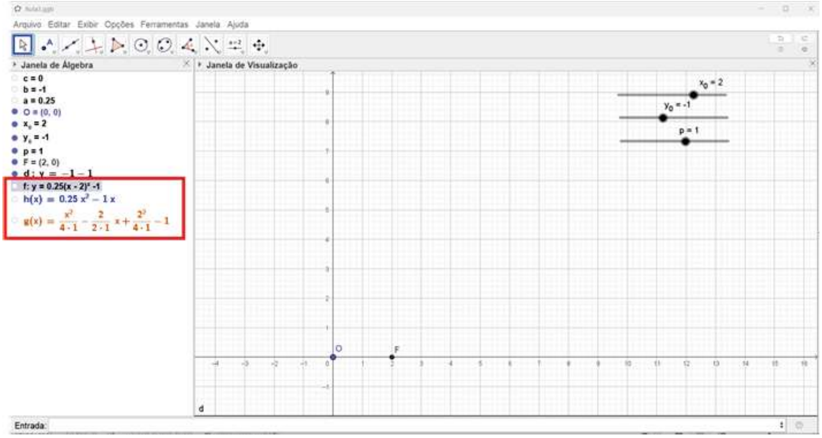
Teremos, então, pelo campo de Entrada que definir a seguinte função quadrática: g(x)= 1/(4p)x^2- x_0/(2p)x+ x_0^2/(4p)+y_0, conforme descrição a seguir:



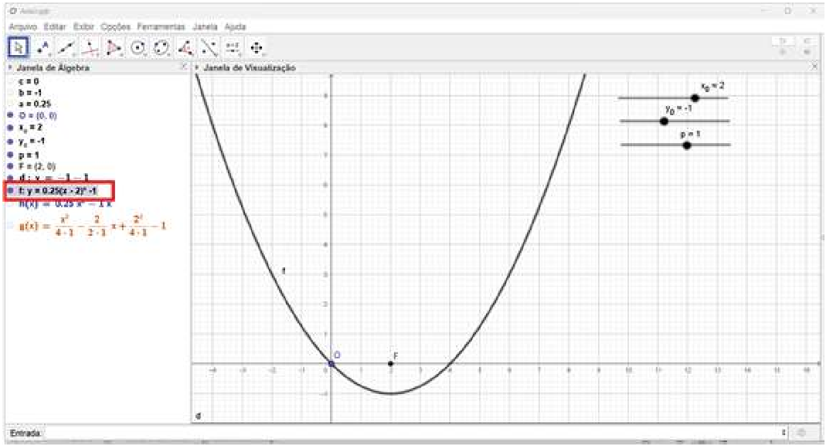
Ao darmos Enter, o Geogebra assumirá a função g na forma g(x)= 1/(4p)x^2- x_0/(2p)x+ x_0^2/(4p)+y_0, equivalente a g(x) = ax^2+bx+c, com a=1/(4p), b = – x_0/(2p) e c = x_0^2/(4p)+y_0.

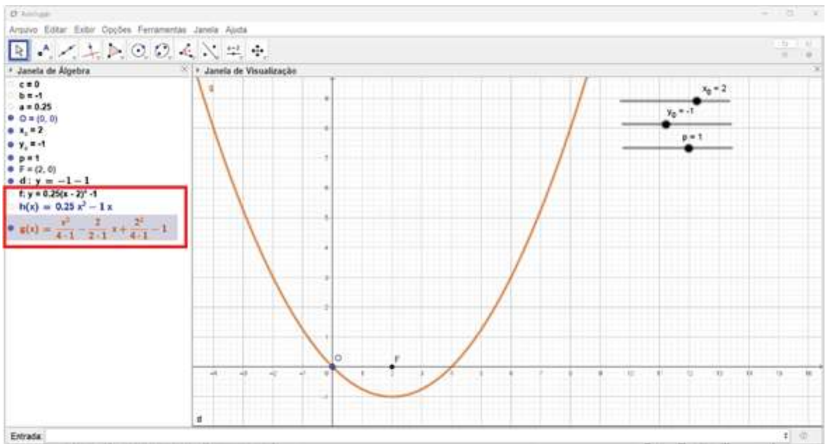


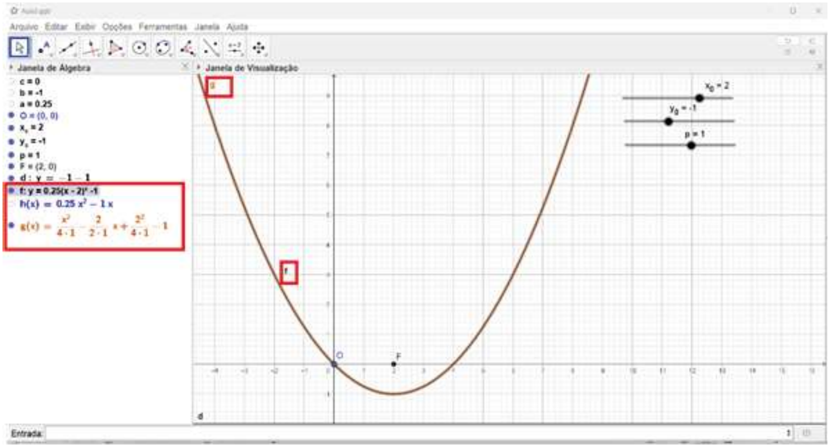
Podemos notar, facilmente, que as funções f e g são exatamente as mesmas. Podemos desabilitar as duas funções clicando sobre as bolinhas azuis que as identificam, as quais ficam em branco e automaticamente ocultas no plano cartesiano, conforme figura a seguir:



Ao clicarmos de volta na bolinha em branco, ela passa a azul, e a parábola volta no plano cartesiano, conforme figuras a seguir:







Não esqueçamos de gravar nossa construção. Na verdade, o professor deve orientar sempre os alunos para gravação, a fim de não correrem o risco de perder as últimas alterações em suas construções.

Concluímos, portanto, que a parábola, representação gráfica da função expressa pela lei de formação f(x)=ax^2+bx+c, em sua forma tradicional, é exatamente a mesma curva parábola definida pelas coordenadas de seu vértice $V=(x_0,y_0)$ ou foco $F=(x_0,y_0+p)$ e parâmetro p, cujo módulo representa a distância desse vértice ao foco ou à diretriz, com eixo de simetria $x=x_0$. Além disso, valem as relações seguintes: a=1/(4p), b = – x_0/(2p) e c = x_0^2/(4p)+y_0.

Para praticar os conhecimentos, os alunos deverão responder às seguintes questões:

1. Se uma parábola com concavidade para cima tem seu vértice no ponto (1,1), que está distante 1ud de sua diretriz, qual é sua lei de formação? (Pode utilizar o arquivo do Geogebra construído na aula).

2. Dada a função f(x)= x^2-4x+4, encontre as coordenadas do vértice, do foco, e o parâmetro p dessa parábola.

Aula 04

Avaliação dos conhecimentos em uma atividade gamificada pelo Kahoot

A avaliação dos conhecimentos adquiridos nessas aulas com o Geogebra será feita através de uma atividade gamificada pela ferramenta de engajamento Kahoot. Essa seção deverá tomar mais uma aula de cinquenta minutos na qual os alunos terão oportunidade de mostrar alguns conceitos associados ao assunto funções quadráticas, em especial sobre seu gráfico, de forma bastante divertida, aproveitando essa capacidade que os jogos têm.

É interessante que os alunos possam, inclusive, consultar o Geogebra simultaneamente ao desenvolvimento do Kahoot, para evidenciar ainda mais a importância do aplicativo.

O Kahoot é um jogo de perguntas e respostas baseado em *quizzes*, muito usado para aprendizagem interativa em escolas, empresas e até para diversão entre amigos. Ele funciona como um jogo de múltipla escolha, no qual os participantes tentam responder corretamente e o mais rápido possível, para ganhar mais pontos.

Como funciona o jogo?

1. Criação do *quiz*: Um anfitrião (professor, palestrante ou qualquer organizador) cria um *quiz* com perguntas e respostas no *site* ou *app* do Kahoot!.
2. Código PIN: O anfitrião inicia o jogo e recebe um código PIN único para a sessão.
3. Entrada dos jogadores: Os participantes entram no jogo pelo *site* <kahoot.it> ou pelo aplicativo, digitando o código PIN.
4. Jogo em tempo real: As perguntas aparecem na tela principal (projetor, TV ou compartilhamento de tela), e os jogadores escolhem as respostas em seus dispositivos.
5. Pontuação: Os pontos são distribuídos com base na rapidez e na correção da resposta.
6. Classificação: Após cada rodada, um *ranking* mostra os jogadores com melhores pontuações.
7. Vencedor: No final, o jogador ou equipe com mais pontos vence.

Características:

- Pode haver perguntas com imagens, vídeos e músicas.
- Opção de jogar individualmente ou em equipe.
- Os jogos podem ser ao vivo ou no modo desafio assíncrono (em que os jogadores respondem no próprio ritmo).
- Muito usado para educação, treinamentos corporativos e eventos interativos.

A sugestão da atividade é escolher no máximo dez questões da relação a seguir ou de outra fonte disponível para o professor

Acesso ao Kahoot para criar o jogo gratuitamente: <https://kahoot.com/>

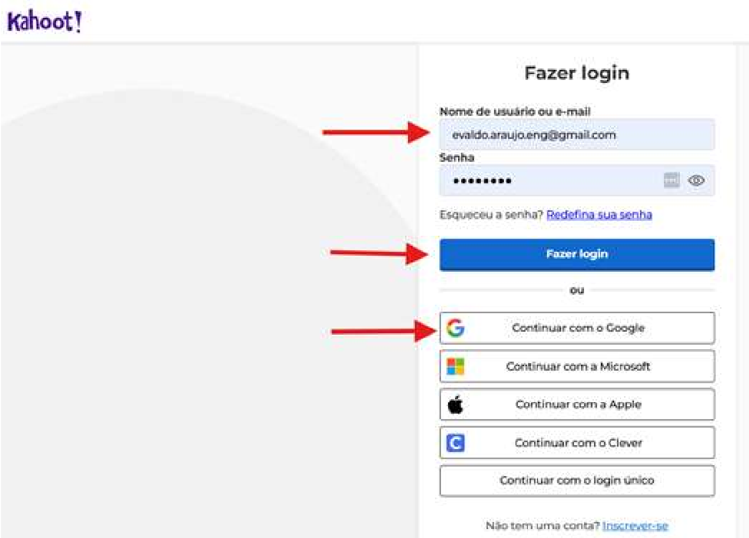
Acesso ao Kahoot para participar: <https://kahoot.it/> ou Join Games, na tela principal.

A seguir, apresentamos um passo a passo para criação da atividade gamificada pelo Kahoot, para os professores que não conhecem a ferramenta.

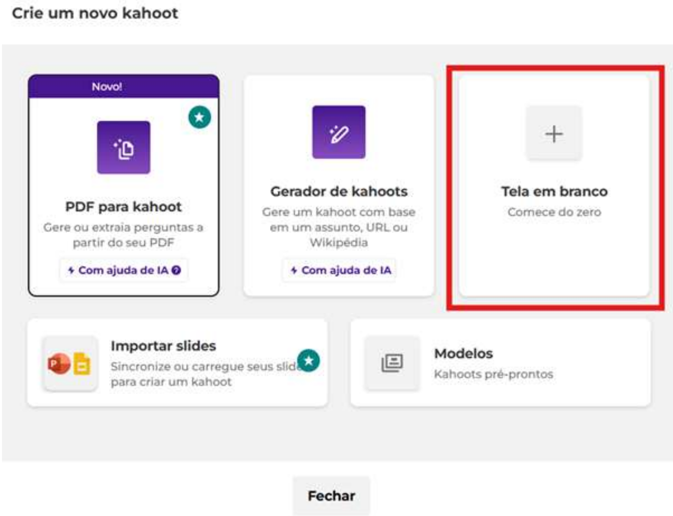
1. Após acesso ao *site* <https://kahoot.com/>, visitamos a página a seguir:

2. Clicando em *Create a* Kahoot (Criar um Kahoot), destacado em vermelho, temos:

3. O aluno será convidado a ingressar em sua conta, se já estiver cadastrado no Kahoot, ou criar uma nova, ou, ainda, ingressar através de sua conta do Google ou equivalente.

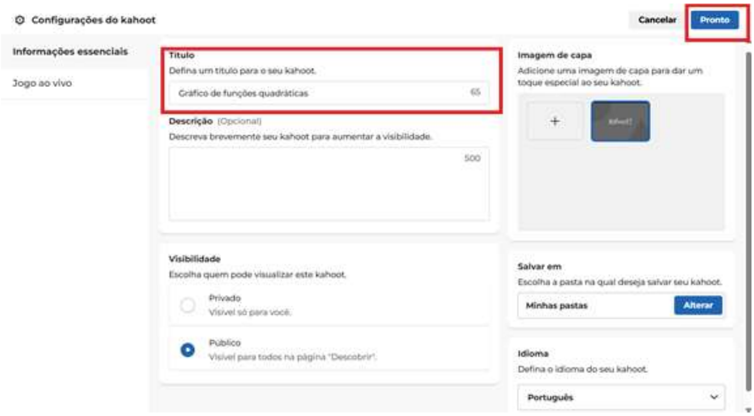


4. Ao acessar sua conta para criar a atividade, o Kahoot apresenta as seguintes opções. Para iniciar uma atividade bem particular, optamos pela terceira alternativa (tela em branco). Convém testar as demais alternativas em outras oportunidades.

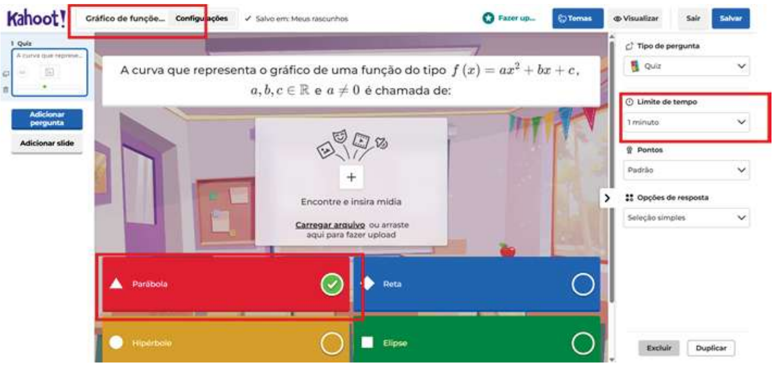


Note-se que nessa opção, tela em branco, toda a formatação do *slide* já está pronta.

5. Deve-se inserir, nos campos assinalados a seguir, um título para a atividade (Gráfico de funções quadráticas, por exemplo) no canto superior esquerdo; escolher um tema, dentre os vários disponíveis no lado direito; digitar a pergunta; colocar alguma mídia (vídeo, por exemplo), se necessário, para melhorar o entendimento da questão; colocar alternativas de resposta (apenas uma delas deve estar correta); identificar a resposta correta; adicionar pergunta, caso queira colocar alguma pergunta já pronta de terceiros:



6. Preparando a primeira questão. Aproveitaremos para mudar o tempo de resposta para os alunos. Essa opção deve ser bem avaliada pelo professor, dependendo do objetivo principal da atividade. Como primeira experiência, adotaremos um minuto como tempo padrão para todas as respostas. O professor também poderá mudar o critério de pontuação. Neste caso, manteremos o padrão.

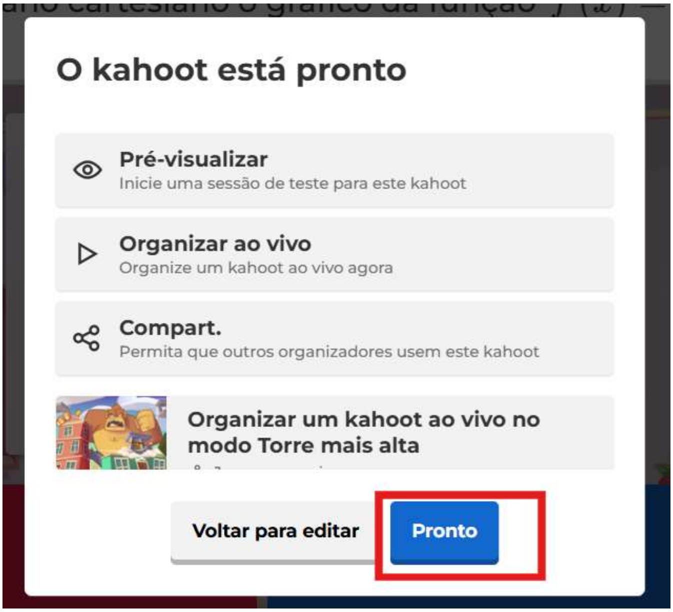


Devemos identificar a resposta correta clicando no círculo à frente da alternativa. Nesse caso, Parábola.

7. Para criarmos uma nova pergunta, clicamos no botão Duplicar, no canto inferior direito. Vamos, então, para a segunda questão:

E, dessa forma, vamos montando as questões que comporão o teste. Para simplificação, apresentamos a seguir mais três questões:

Concluído o questionário com a última questão, clicamos em Salvar, no canto superior direito da tela do Kahoot, e a atividade já poderá ser aplicada.



Além das opções acima, já podemos testar e iniciar o "jogo".

Apêndice A

Apêndice: Roteiro da Sequência didática para ser distribuído para os alunos acompanharem as aulas e responderem de acordo com suas construções.

Este documento, que será entregue aos alunos no primeiro encontro, deverá ser devolvido individualmente, para que o professor possa avaliar os trabalhos desenvolvidos ao longo de toda a sequência didática, e servirá para que o professor possa aperfeiçoá-la a cada experiência e fazer uma autoavaliação, inclusive.

Roteiro da Sequência didática

Roteiro da Sequência didática para ser distribuído para os alunos acompanharem as aulas e responderem de acordo com suas construções.

Escola: ____

Curso: ____

Série do Ensino Médio: ______________________________

Disciplina: ____

Professor: ____

Aluno: ____

Esse roteiro o ajudará no acompanhamento das diversas aulas ao longo da Sequência didática **Uso das tecnologias digitais Geogebra e Kahoot no estudo das funções quadráticas**. Você deverá estar sempre com ele, onde deverá registrar suas anotações e observações. No final dos trabalhos, deverá entregá-lo ao professor para sua avaliação.

Primeira aula: Apresentação da Sequência didática e do Geogebra

Data (dd/mm/aa):___/___/___ Hora início (hh/mm): ___/___ Hora término: ___/___

Segunda aula: Avaliação do gráfico da função quadrática de acordo com a variação dos coeficientes a, b e c

Data (dd/mm/aa):___/___/___ Hora início (hh/mm): ___/___ Hora término: ___/___

Com a construção da parábola no Geogebra apoiada pelos controles deslizantes para os coeficientes a, b e c da função quadrática, responda às questões a seguir:

1. Avaliação da influência do coeficiente a na função quadrática f(x)=ax^2+bx+c

Avaliando o comportamento do gráfico da função quadrática com a variação do coeficiente a nos casos $a < 0$ e $a > 0$, através da variação de seu controle deslizante, responda:

a) Foi notada alguma deformação do gráfico da função quando mudamos o valor de a? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de a positivamente?

b) Que acontece quando $a = 0$? Que gráfico apareceu? Por quê?

c) Se a assumir valor menor que zero, que acontece com a parábola? E se diminuirmos, cada vez mais, o valor de $a < 0$, que acontece com a parábola?

d) Faça agora um resumo do comportamento da concavidade da parábola dependendo do valor de a.

2. Avaliação da influência do coeficiente b na função quadrática f(x)=ax^2+bx+c

2.1. Voltando o controle deslizante a para a posição igual a 1, vamos avaliar o comportamento do gráfico da função quadrática com a variação do coeficiente b nos casos $b > 0$ e $b < 0$, através da variação de seu controle deslizante. Responda:

e) Foi notada alguma mudança no gráfico da função quando variamos o valor de b? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de b positivamente?

f) Que acontece quando b = 0? Alguma observação específica?

g) E se diminuirmos, cada vez mais, o valor de b < 0, que acontece com a parábola?

2.2. Vamos posicionar agora o controle deslizante de a para que esse coeficiente assuma o valor -1, e avaliemos o que acontece com o gráfico da função ao variarmos o coeficiente b. Responda agora:

h) Foi notada alguma mudança no gráfico da função quando variamos o valor de b? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de b positivamente?

i) Que acontece quando b = 0? Alguma observação específica?

j) Se a assumir valor menor que zero, que acontece com a parábola? E se diminuirmos, cada vez mais, o valor de b < 0, que acontece com a parábola?

k) A variação do eixo da parábola foi igual à da situação anterior, com a = 1?

l) Faça agora um resumo do comportamento do eixo da parábola à medida que variamos o valor de b, nas situações com a > 0 e a < 0.

3. Avaliação da influência do coeficiente c na função quadrática f(x)=ax^2+bx+c

Voltando os controles deslizantes a e b para a posição igual a 1, vamos avaliar o comportamento do gráfico da função quadrática com a variação do coeficiente c nos casos c > 0 e c < 0, através da variação de seu controle deslizante. Responda:

m) Foi notada alguma alteração no gráfico da função quando mudamos o valor de c? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de c positivamente?

n) Que acontece quando c = 0? Alguma observação específica?

o) E se diminuirmos, cada vez mais, o valor de c < 0, que acontece com a parábola?

p) Consegue identificar alguma relação direta do valor de c com o gráfico em si da parábola?

q) Faça, agora, um resumo da interseção da parábola com o(s) eixo(s) cartesiano(s) à medida que variamos o valor de c.

Terceira aula: Avaliação da relação dos coeficientes a, b e c da lei de formação da função quadrática com os elementos que compõem seu gráfico (parábola): as coordenadas do vértice, do foco e a distância do foco à reta diretriz.

Data (dd/mm/aa):____/____/____ Hora início (hh/mm): ____/____ Hora término: ____/____

Com a construção do Geogebra feita em sala de aula, responda às seguintes questões:

1. Se uma parábola com concavidade para cima tem seu vértice no ponto (1,1), que está distante 1ud de sua diretriz, qual sua lei de formação? (Pode utilizar o arquivo do Geogebra construído na aula).

Resposta: f(x) = ____

2. Dada a função f(x)= x^2-4x+4, encontre as coordenadas do vértice, do foco, e o parâmetro p dessa parábola.

Respostas: V=(___,___) F=(___,___) p=______

Quarta aula: Kahoot

Data (dd/mm/aa):____/____/____ Hora início (hh/mm): ____/____ Hora término: ____/____

Responda ao que se segue:

1. Qual era seu apelido no Kahoot?

2. Já conhecia o Kahoot?

3. Que achou do jogo?

4. Dê também sua opinião sobre o Geogebra.

5. Numa escala de 1 a 10, que nota daria para essa experiência geral, considerando todos os quatro momentos da Sequência didática?

6. Caso queira emitir qualquer opinião, sugestão de melhoria ou crítica sobre essa sequência didática, aproveite este espaço, sem qualquer prejuízo pela identificação.

Não esqueça de devolver este roteiro no final de todos os trabalhos ao professor.

Muito obrigado pela atenção, dedicação e participação nesses quatro momentos. Desejo muito sucesso para vocês todos.

Apêndice B - Planos de Aula

Plano da Aula 1

Tema: Apresentação da Sequência Didática e do Geogebra

Objetivos:

Principal: Apresentar a Sequência didática

Secundários: Apresentar o Geogebra; conhecer os principais comandos e ferramentas do aplicativo.

Habilidades: Conhecer o Geogebra; operar o aplicativo.

Conteúdos: Conceitos de ponto, reta e demais elementos da Geometria Plana.

Metodologia: Aula prática, em laboratório de informática, na qual os alunos praticam o *software* Geogebra em seus computadores.

Recurso: Computadores, *software* Geogebra, projetor, quadro branco e pincéis e roteiro impresso da aula.

Duração: 1 aula de 50 minutos.

Avaliação: Realização das tarefas propostas e participação contínua em sala de aula.

Referências:

ARAUJO, Evaldo. Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot. PROFMAT. UFRN. 2025.

FRISKE, Andréia *et al*. Minicurso de Geogebra. UFSM. Santa Maria, RS, 2016. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila_GeoGebra.pdf>. Acesso em 17/05/25.

Plano da Aula 2

Tema: Avaliação do gráfico da função quadrática com a variação dos coeficientes a, b e c.

Objetivo:

Principal: Avaliar o comportamento do gráfico da função quadrática de acordo com a variação dos coeficientes a, b e c na função f(x) = ax^2 + bx +c.

Secundários: Confirmar a dinamicidade do *sofware* Geogebra; Compreender a importância do uso da tecnologia no estudo da matemática.

Habilidades: Operar o Geogebra; conhecer a característica de um *sotfware* de geometria dinâmica.

Conteúdos: Função do segundo grau e seu gráfico.

Metodologia: Aula prática, em laboratório de informática, na qual os alunos vão praticar o *software* Geogebra em seus computadores.

Recurso: Computadores, *software* Geogebra, projetor, quadro branco e pincéis e roteiro impresso da aula.

Duração: 1 aula de 50 minutos.

Avaliações: Realização das tarefas propostas de acordo com o roteiro e participação contínua em sala de aula.

Referências:

ARAUJO, Evaldo. Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot. PROFMAT. UFRN. 2025.

FRISKE, Andréia *et al*. Minicurso de Geogebra. UFSM. Santa Maria, RS, 2016. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila_GeoGebra.pdf>. Acesso em 17/05/25.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar 1: Conjuntos, Funções. - 9. ed. - São Paulo: Atual, 2013.

LIMA, Elon et al. A Matemática do Ensino Médio: volume 1, 11ed. Rio de Janeiro, SBM, 2023.

Plano da Aula 3

Tema: Avaliação da relação dos coeficientes a, b e c da lei de formação da função quadrática com os elementos que compõem seu gráfico (parábola).

Objetivo:

Principal: Conhecer a definição de Parábola.

Secundários: Entender por que a parábola é a curva do gráfico da função quadrática; associar os coeficientes a, b e c com os elementos que compõem a parábola: as coordenadas do vértice ou do foco e a distância do foco à reta diretriz.

Habilidades: Operar o Geogebra; conhecer a parábola e seus elementos.

Conteúdos: Definição da parábola; Relação dos coeficientes a, b e c da função f(x) = ax^2 + bx + c com os elementos que compõem a parábola: as coordenadas do vértice ou do foco e a distância do foco à reta diretriz.

Metodologia: Aula prática, em laboratório de informática, na qual os alunos praticam o *software* Geogebra em seus computadores.

Recurso: Computadores, *software* Geogebra, projetor, quadro branco e pincéis e roteiro impresso da aula.

Duração: 1 aula de 50 minutos.

Avaliações: Realização das tarefas propostas de acordo com o roteiro e participação contínua em sala de aula.

Referências:

ARAUJO, Evaldo. Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot. PROFMAT. UFRN. 2025.

FRISKE, Andréia *et al*. Minicurso de Geogebra. UFSM. Santa Maria, RS, 2016. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila_GeoGebra.pdf>. Acesso em 17/05/25.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar 1: Conjuntos, Funções. - 9. ed. - São Paulo: Atual, 2013.

LIMA, Elon et al. A Matemática do Ensino Médio: volume 1, 11ed. Rio de Janeiro, SBM, 2023.

Plano da Aula 4

Tema: Avaliação dos conhecimentos em uma atividade gamificada pelo Kahoot.

Objetivo:

Principal: Avaliar os conhecimentos da sequência através de uma atividade gamificada pelo Kahoot.

Secundários: Apresentar o Kahoot para os alunos que ainda não a experimentaram; mostrar a importância da gamificação no ensino de matemática.

Habilidade: Experimentar o Kahoot no estudo de matemática.

Conteúdos: Função quadrática e seu gráfico.

Metodologia: Aula prática, em laboratório de informática, na qual os alunos vão praticar o Kahoot em seus computadores.

Recurso: Computadores, aplicativo Kahoot, projetor, quadro branco e pincéis e roteiro impresso da aula.

Duração: 1 aula de 50 minutos.

Avaliações: Realização das tarefas propostas e participação contínua em sala de aula.

Referências:

ARAUJO, Evaldo. Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot. PROFMAT. UFRN. 2025.

FRISKE, Andréia *et al*. Minicurso de Geogebra. UFSM. Santa Maria, RS, 2016. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila_GeoGebra.pdf>. Acesso em 17/05/25.

KAHOOT. Disponível em: <https://www.kahoot.com>. Acesso em 24/02/2025.

Pesquisa no Kahoot:

https://create.kahoot.it/share/grafico-de-funcoes-quadraticas-1/714ffe48-427d-42ce-aa93-a6a5a13ffbee

Referências

ARAUJO, Evaldo. Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot. PROFMAT. UFRN. 2025.

BATALHA, Eliana. Recomendações técnicas para construção dos produtos educacionais. IFS. 2019.

FRISKE, Andréia *et al*. Minicurso de Geogebra. UFSM. Santa Maria, RS, 2016. Disponível em: <chrome-

extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila_GeoGebra.pdf>. Acesso em 17/05/25.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de Matemática Elementar 1: Conjuntos, Funções. - 9. ed. - São Paulo: Atual, 2013.

LIMA, Elon et al. A Matemática do Ensino Médio: volume 1, 11ed. Rio de Janeiro, SBM, 2023.

SILVA, Jéssica. Metodologias ativas para o desenvolvimento das habilidades individuais e colaborativas na disciplina de matemática. IMD - UFRN. 2024.

Contato

Para qualquer necessidade de contato para esclarecimento de alguma dúvida, sugestão de melhoria ou crítica, serão muito bem-vindos. Poderemos nos comunicar através de:

Email: evaldo.araujo.eng@gmail.com

WhatsApp: +55 84 98802 0092.

APÊNDICE B

Roteiro das aulas da Sequêncida Didática

Roteiro da Sequência didática para ser distribuído para os alunos acompanharem as aulas e responderem de acordo com suas construções.

Apêndice: Roteiro da Sequência didática para ser distribuído para os alunos acompanharem as aulas e responderem de acordo com suas construções.

Escola: ____

Curso: ____

Série do Ensino Médio: ____

Disciplina: ____

Professor: ____

Aluno: ____

Esse roteiro o ajudará no acompanhamento das diversas aulas ao longo da Sequência didática **Uso das tecnologias digitais Geogebra e Kahoot no estudo das funções quadráticas**. Você deverá estar sempre com ele, onde deverá registrar suas anotações e observações. No final dos trabalhos, deverá entregá-lo ao professor, para a avaliação.

Primeira aula: Apresentação da Sequência didática e do Geogebra

Data (dd/mm/aa):____/____/____ Hora início (hh/mm): ____/____ Hora término: ____/____

Segunda aula: Avaliação do gráfico da função quadrática de acordo com a variação dos coeficientes a, b e c

Data (dd/mm/aa):____/____/____ Hora início (hh/mm): ____/____ Hora término: ____/____

Com a construção da parábola no Geogebra apoiada pelos controles deslizantes para os coeficientes a, b e c da função quadrática, responda às questões a seguir:

1. Avaliação da influência do coeficiente a na função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$

Avaliando o comportamento do gráfico da função quadrática com a variação do coeficiente a nos casos $a < 0$ e $a > 0$, através da variação de seu controle deslizante, responda:

a) Foi notada alguma deformação do gráfico da função quando mudamos o valor de a? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de a positivamente?
b) Que acontece quando $a = 0$? Que gráfico apareceu? Por quê?
c) Se a assumir valor menor que zero, que acontece com a parábola? E se diminuirmos, cada vez mais, o valor de $a < 0$, que acontece com a parábola?
d) Faça agora um resumo do comportamento da concavidade da parábola dependendo do valor de a.

2. Avaliação da influência do coeficiente b na função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$

2.1. Voltando o controle deslizante a para a posição igual a 1, vamos avaliar o comportamento do gráfico da função quadrática com a variação do coeficiente b nos casos $b > 0$ e $b < 0$, através da variação de seu controle deslizante. Responda:

e) Foi notada alguma mudança no gráfico da função quando variamos o valor de b? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de b positivamente?
f) Que acontece quando b = 0? Alguma observação específica?
g) E se diminuirmos, cada vez mais, o valor de b < 0, que acontece com a parábola?

2.2. Vamos posicionar agora o controle deslizante de a para que esse coeficiente assuma o valor -1, e avaliemos o que acontece com o gráfico da função ao variarmos o coeficiente b. Responda agora:

h) Foi notada alguma mudança no gráfico da função quando variamos o valor de b? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de b positivamente?
i) Que acontece quando b = 0? Alguma observação específica?
j) Se a assumir valor menor que zero, que acontece com a parábola? E, se diminuirmos, cada vez mais, o valor de b < 0, que acontece com a parábola?
k) A variação do eixo da parábola foi igual à da situação anterior com a = 1?
l) Faça agora um resumo do comportamento do eixo da parábola à medida que variamos o valor de b, nas situações com a > 0 e a < 0.

3. Avaliação da influência do coeficiente c na função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$

Voltando os controles deslizantes a e b para a posição igual a 1, vamos avaliar o comportamento do gráfico da função quadrática com a variação do coeficiente c nos casos c > 0 e c < 0, através da variação de seu controle deslizante. Responda:

m) Foi notada alguma alteração no gráfico da função quando mudamos o valor de c? Que acontece com a parábola quando aumentamos o valor de c positivamente?
n) Que acontece quando c = 0? Alguma observação específica?
o) E se diminuirmos, cada vez mais, o valor de c < 0, que acontece com a parábola?
p) Consegue identificar alguma relação direta do valor de c com o gráfico em si da parábola?
q) Faça, agora, um resumo da interseção da parábola com o(s) eixo(s) cartesiano(s) à medida que variamos o valor de c.

Terceira aula: Avaliação da relação dos coeficientes a, b e c da lei de formação da função quadrática com os elementos que compõem seu gráfico (parábola): as coordenadas do vértice, do foco e a distância do foco à reta diretriz.

Data (dd/mm/aa):____/____/____ Hora início (hh/mm): ____/____ Hora término: ____/____

Com a construção do Geogebra feita em sala de aula, responda às seguintes questões:

1. Se uma parábola com concavidade para cima tem seu vértice no ponto (1,1), que está distante 1ud de sua diretriz, qual sua lei de formação? (Pode utilizar o arquivo do Geogebra construído na aula).

Resposta: f(x) = ____

2. Dada a função $f(x)= x^2-4x+4$, encontre as coordenadas do vértice, do foco, e o parâmetro p dessa parábola.

Respostas: V=(___,___) F=(___,___) p=______

Quarta aula: Kahoot

Data (dd/mm/aa):____/____/____ Hora início (hh/mm): ____/____ Hora término: ____/____

Responda ao que se segue:

1. Qual era seu apelido no Kahoot?
   ____
2. Já conhecia o Kahoot?
   ____
3. Que achou do jogo?
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____
4. Dê também sua opinião sobre o Geogebra.
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____
   ____
5. Numa escala de 1 a 10, que nota daria para essa experiência geral, considerando todos os quatro momentos da Sequência didática?
   ____
6. Caso queira emitir qualquer opinião, sugestão de melhoria ou crítica sobre essa sequência didática, aproveite este espaço, sem qualquer prejuízo pela identificação.
   ____
   ____
   ____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

Não esqueça de devolver este roteiro no final de todos os trabalhos ao professor.
Muito obrigado pela atenção, dedicação a participação nesses quatro momentos.
Desejo muito sucesso para vocês todos.

APÊNDICE C

Instrumento de Pesquisa

Instrumento de pesquisa disponibilizado pelo Google Meet que foi respondido pelos alunos.

Avaliação da aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot

Você está sendo convidado(a) por Evaldo Gonçalves de Araujo a participar como voluntário(a) da pesquisa intitulada "Aprendizagem de funções quadráticas apoiada nas tecnologias digitais Geogebra e Kahoot". Sua participação se dará por meio de respostas desse rápido questionário sobre o que presenciamos em sala de aula de acordo com a sequência didática. Caso tenha alguma dificuldade de entendimento no preenchimento pode fazer contato com o pesquisador por meio de ligação ou mensagem no WhatsApp ou ainda por vídeo chamada telefônica, e, caso não se sinta confortável em responder, pode desistir a qualquer momento. A pesquisa pede nesse formulário, além da identificação, um e-mail e telefone de contato do participante para cadastro, mantendo-se todo o cuidado para a garantia do sigilo. Suas respostas serão tratadas de forma anônima e confidencial, isto é, em nenhum momento será divulgada a identidade dos participantes desse estudo. As informações coletadas serão utilizadas apenas nos resultados da pesquisa e de nenhuma forma permitirão que você seja identificado. Somente o pesquisador saberá de sua identidade. Esse projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética e Pesquisa da Universidade Federal do Rio Grande do Norte sob o parecer de n. 7.538.467 de 30/04/2025.

* Indica uma pergunta obrigatória

1. E-mail *

2. Nome *

Perguntas do teste

Favor responder a todas as perguntas e, especialmente, as destacadas com asterisco (*). Essas são fundamentais para a avaliação dos resultados da pesquisa.

3. Escola: *

4. Curso: *

____

5. Série do Ensino Médio: *

____

6. Turma: *

____

7. Idade: *

Marcar apenas uma oval.

- 14 anos ou menos
- 15 anos
- 16 anos
- 17 anos
- 18 anos
- mais de 18 anos

8. Qual seu gênero? *

Marcar apenas uma oval.

- Masculino
- Feminino
- Outro

9. Você se sente motivado nas aulas de Matemática para aprender Matemática? *

Marcar apenas uma oval.

- Sempre
- Quase sempre
- Indiferente
- Raramente
- Nunca

10. Pode justificar a razão?

____
____
____
____
____

11. Já teve outras aulas de Matemática usando tecnologias digitais? *

Marcar apenas uma oval.

- Sempre
- Quase sempre
- Algumas vezes
- Raramente
- Nunca

12. Que outras ferramentas (aplicativos) já usou com a finalidade de estudar ou praticar Matemática? Escolha todos que já tenha experimentado.

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Fracionando (Frações)
- [ ] Planilha eletrônica (Excel, Google Planilhas)
- [ ] SuperLogo (geometria)
- [ ] GeoEnZo (geometria para quadros escolares digitais)
- [ ] Microsoft Mathematics (calculadora gráfica e equações)
- [ ] Photomath (solução de equações e problemas)
- [ ] Régua e Compasso (geometria dinâmica)
- [ ] Geogebra
- [ ] Pesquisa acadêmica (Wikipedia, Google Acadêmico, Scielo)
- [ ] Suítes de escritório, com editor de texto, planilha eletrônica, apresentador de slides, navegador e email (MsOffice, Google Workspace)
- [ ] Aulas, reuniões e conferências (Google Meet, Teams, Zoom)
- [ ] Trabalhos com designs (publicação de livros, portfólio, etc) (Canva, Calaméo, Book Creator)
- [ ] Mural interativo e de colaboração (Trello, Padlet, Jamboard)
- [ ] Ferramenta de engajamento ao vivo (Kahoot, Mentimeter)
- [ ] Rede social (X, Facebook, Instagram)
- [ ] Formulários de pesquisa (Google Forms, MS Forms)
- [ ] Tradutor (Google Tradutor, Traduzir)
- [ ] Mapeamento (Google Maps, Waze)
- [ ] Armazenamento de arquivos (OneDrive; Google Drive)
- [ ] Captura de tela (Ferramenta de captura, Snagit)
- [ ] Jogos e ferramentas de testes (Quizizz, Hot Potatoes, DragonBox)
- [ ] Podcast e música (Spotify, Audacity)
- [ ] Línguas estrangeiras (Duolingo)
- [ ] Desenvolvimento e edição de PDF (Acrobat Reader, PDF Reader, iLovePDF, PDFSimpli)
- [ ] Edição de fotos e vídeos (Photoshop, MovieMaker, Filmora)
- [ ] Elaboração de mapas mentais (Popplet, Lucidchat)
- [ ] YouTube (assistir e gravar vídeos)
- [ ] Sistema de gestão de aprendizagem (AVA - Ambiente Virtual de Aprendizagem) (Khan Academy, MS Learn, Moodle, Classroom)
- [ ] SigEduc (gestão escolar da SEEC)
- [ ] Aplicativos de inteligência artificial (ChatGPT, Copilot)

13. Pode citar outros aplicativos que já utilizou e não estão na lista acima?

14. Acha que o *software* Geogebra ajuda na aprendizagem de Matemática? *

Marcar apenas uma oval.

- Sempre
- Quase sempre
- Às vezes
- Raramente
- Nunca

15. Concorda que esses aplicativos tornam as aulas de matemática mais interessantes? *

Marcar apenas uma oval.

- Concordo
- Indiferente
- Discordo

16. Na escola, tem computadores em condição de uso para os alunos? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim, para todos
- Sim, para uso em duplas ou trios
- Sim, mas a maioria está com problema (sem operação, com defeito)
- Tem muito poucos computadores
- Não tem nenhum

17. Na escola, tem conexão via internet para uso dos alunos? *

Marcar apenas uma oval.

- Sempre e com boa velocidade e acessível
- Sempre, mas com baixa velocidade e/ou áreas sem disponibilidade (falta de cobertura)
- Às vezes, está disponível
- Raramente está disponível
- Nunca está disponível

18. Você tem como fazer atividade que exija computador ou smartphone fora da escola (particular)? *

Marcar apenas uma oval.

- Sempre
- Quase sempre
- Às vezes
- Raramente
- Nunca tenho

19. Você tem como fazer atividade que exija conexão com internet fora da escola? *

Marcar apenas uma oval.

- Sempre
- Quase sempre
- Às vezes
- Raramente
- Nunca tenho

20. Que acha que poderia tornar as aulas de Matemática mais interessantes e motivadoras? *

21. Por fim, de 0 a 10, qual nota daria para a sequência didática como um todo: apresentação do Geogebra, trabalhos em sala de aula, teste do Kahoot e o comportamento do pesquisador (professor) na sala? *

Marcar apenas uma oval.

- 0
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10

22. Caso queira fazer algum comentário, crítica ou sugestão, pode usar o espaço a seguir.