



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

JEFFERSON SILVA DE AZEVEDO

**O APELO VISUAL DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: UMA PROPOSTA VOLTADA
AO ENSINO DE ESTUDANTES SURDOS**

**NATAL
2025**

JEFFERSON SILVA DE AZEVEDO

O APELO VISUAL DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: UMA PROPOSTA VOLTADA AO
ENSINO DE ESTUDANTES SURDOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – PROFMAT/UFRN, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Dra. Viviane Simioli Medeiros Campos.

NATAL

2025

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Sistema de Bibliotecas - SISBI
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Setorial Prof. Ronaldo Xavier de Arruda - CCET

Azevedo, Jefferson Silva de.

O apelo visual da análise combinatória: uma proposta voltada ao ensino de estudantes surdos / Jefferson Silva de Azevedo. - 2025.

67 f.: il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. Natal, RN, 2025.

Orientação: Dra. Viviane Simioli Medeiros Campos.

1. Análise combinatória - Dissertação. 2. Ensino - Dissertação. 3. Matemática - Dissertação. 4. Recursos visuais - Dissertação. 5. Surdez - Dissertação. I. Campos, Viviane Simioli Medeiros. II. Título.

RN/UF/CCET

CDU 519.1(043.3)

JEFFERSON SILVA DE AZEVEDO

O APELO VISUAL DA ANÁLISE COMBINATÓRIA: UMA PROPOSTA VOLTADA AO
ENSINO DE ESTUDANTES SURDOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Rio Grande do Norte – PROFMAT/UFRN, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 29/08/2025

BANCA EXAMINADORA

Prof(a). Dr(a). Viviane Simioli Medeiros Campos
Orientador(a)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

Prof(a). Dr. André Gustavo Campos Pereira
Membro interno

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

Prof. Dr. Esteban Pereira da Silva
Membro Interno

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

Prof(a). Dr(a). Márcia Maria Alves de Assis
Membro externo

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO NORTE

Aos meus pais, Seu Milton e Dona Socorro, que fizeram de tudo para eu chegar até aqui. As minhas irmãs, Mônica e Marlane, as quais sempre me ajudaram nos momentos de maior necessidade.

AGRADECIMENTOS

À minha família, que sempre esteve ao meu lado em todos os momentos da vida.

Às minhas tias Maria do Carmo (Carminha) e Maria Salete (Deta) por sempre estarem intercedendo por mim mesmo distantes.

À turma de Matemática de 2014.1 da UFRN, em especial, aos meus colegas Janilson, Julianna, Mateus, Micael e Vitor. Obrigado por terem sido uma segunda família durante os 8 semestres da graduação.

Ao meu colega de graduação John, o qual sempre foi prestativo em esclarecer dúvidas mesmo distante.

Aos colegas da turma do PROFMAT 2023: Adilson, David, Evaldo, Everton, Jáfia, Joel, Josimário, Júlio, Mikaelly e Neto. Em especial, ao meu colega Adriano Costa, o qual tive honra de ser seu aluno durante o Ensino Básico.

À minha orientadora Viviane Simioli pela paciência e ensinamentos.

Aos professores do PROFMAT que ministraram as disciplinas necessárias para conclusão do curso. Obrigado por todo conhecimento compartilhado durante esses 2 anos.

À direção da Escola Municipal de 1º Grau Dr. Varela Barca, na figura de Francisca Tereza de Jesus (Mana), pelo apoio e compreensão.

Às profissionais Mônica Silva de Azevedo e Érica Patrícia de Souza Silva por serem exemplo de uma luta incessante na busca por uma educação mais inclusiva no município em que trabalho.

A Ilder Christian de Lima Varela, o qual conseguiu organizar a minha carga horária de aulas para que pudesse cursar as disciplinas do mestrado.

À Geiziane Kaline Fernandes dos Reis por ter me ajudado nos momentos do término deste trabalho.

A todos aqueles que contribuem e contribuíram de alguma forma para adoção de políticas apropriadas promovendo o avanço da escolarização da Comunidade Surda respeitando suas subjetividades. Obrigado por não desistirem.

“Quem conhece a sua ignorância revela a mais profunda sapiência. Quem ignora a sua ignorância vive na mais profunda ilusão”.

(Lao-Tsé)

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo mostrar e discutir como a utilização de imagens pode contribuir para o ensino de Matemática direcionado a alunos surdos, com foco nos estudos de Análise Combinatória na Educação Básica. Esta dissertação analisa a escassez de materiais relacionados a essa temática e enfatiza a importância de materiais e metodologias apropriados às subjetividades desses sujeitos. No documento, são apresentados exemplos clássicos desse campo da Matemática, acompanhados de suas respectivas soluções, considerando todos os elementos que compõem uma aula, a qual busca promover uma melhor interação com esses estudantes e tem como finalidade a superação das barreiras envolvidas nesse processo. O produto educacional resultante da pesquisa desenvolvida é uma sequência didática para o estudo de permutações simples, voltada para as particularidades desse grupo, elaborada para professores de diferentes níveis e contextos escolares.

Palavras-chave: Análise Combinatória; ensino; Matemática; recursos visuais; surdez.

ABSTRACT

This study aims to demonstrate and discuss how the use of images can enhance the teaching of Mathematics for deaf students, focusing on Combinatorial Analysis in Basic Education. The dissertation examines the scarcity of educational materials related to this theme and highlights the importance of resources and methodologies tailored to the specific needs of this group. The work presents classic examples from this mathematical field, along with their solutions, considering all components necessary for an effective classroom environment that fosters better interaction with deaf students and seeks to overcome the barriers involved in the learning process. The resulting educational product is a didactic sequence on simple permutations, designed to address the particularities of this audience and intended for teachers across various educational levels and contexts.

Keywords: Combinatorial Analysis; keyword; deafness; visual resources; teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Dados de matrículas destes alunos na Educação Básica.....	5
Figura 2 – Imagem utilizada no exemplo citado pela autora.....	13
Figura 3 – Imagem para auxiliar a compreensão do enunciado.....	14
Figura 4 – Imagem para auxiliar na compreensão do enunciado.....	16
Figura 5 – Imagem utilizada para indicar um caminho para a resposta.....	16
Figura 6 – Intérprete utilizando classificadores.....	20
Figura 7 – Tentativa de representação de diagrama da árvore.....	24
Figura 8 – Aplicação do princípio multiplicativo e resolução listando os casos.....	27
Figura 9 – Imagem para auxiliar a visualização da situação dada.....	28
Figura 10 – Imagem exibindo todos os possíveis casais formados.....	31
Figura 11 – Solução utilizando o Princípio Multiplicativo com auxílio das imagens do problema.....	32
Figura 12 – Bandeira do País.....	34
Figura 13 – Esquema indicando as restrições e escolhas das cores.....	35
Figura 14 – Veículos utilizados para realizar a viagem.....	36
Figura 15 – Trajeto da viagem.....	36
Figura 16 – Solução listando as possibilidades.....	38
Figura 17 – Solução utilizando o Princípio Multiplicativo.....	39
Figura 18 – Solução dividida em casos.....	40
Figura 19 – Apresentação do autor do conceito de permutação simples.....	41
Figura 20 – Representação da fila com 3 pessoas.....	42
Figura 21 – Reaproveitamento da imagem.....	42

Figura 22 – Solução Utilizando o Princípio Fundamental da Contagem.....	44
Figura 23 – Solução utilizando o fatorial.....	44
Figura 24 – Imagem para auxiliar o entendimento do problema.....	46
Figura 25 – Solução explorando as imagens do enunciado.....	47
Figura 26 – Imagem reaproveitada do exemplo anterior.....	47
Figura 27 – Solução indicado a restrição dada.....	48
Figura 28 – Imagem indicando as 6 pessoas para formar a comissão.....	50
Figura 29 – Indicação de que a ordem de escolha é irrelevante.....	50
Figura 30 – Imagem mostrando todas as possíveis comissões.....	51
Figura 31 – Utilização de recursos imagéticos para concluir a resposta....	52
Figura 32 – Representação binomial por meio de recursos imagéticos.....	53
Figura 33 – Imagem reaproveitada do exemplo anterior.....	55
Figura 34 – Esquema utilizado para indicar que a comissão deve constar com as pessoas verde e rosa obrigatoriamente.....	56
Figura 35 – Conclusão da resposta do exemplo 8.....	57
Figura 36 – Imagem reaproveitada do exemplo anterior.....	57
Figura 37 – Solução utilizando recursos dos exemplos anteriores.....	58
Figura 38 – Desenhos gerados por inteligência artificial indicando as profissões citadas.....	58
Figura 39 – Indicação dos subconjuntos a serem formados com cada grupo de profissionais.....	59
Figura 40 – Uso de ambas as técnicas de contagem.....	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela 8 da PNS (2019).....	4
---	----------

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
ENEMI	Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
Libras	Língua Brasileira de Sinais
ILS	Intérprete de Língua de Sinais
PFC	Princípio Fundamental da Contagem
PNS	Pesquisa Nacional de Saúde
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Sumário

1. INTRODUÇÃO	1
2. DADOS A RESPEITO DA POPULAÇÃO, NO BRASIL E NA EDUCAÇÃO BÁSICA, SURDA E COM DEFICIÊNCIA AUDITIVA	3
3. A IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DE RECURSOS VISUAIS COMO FERRAMENTA PARA A ESCOLARIZAÇÃO DOS ALUNOS SURDOS	7
3.1. O Auxílio Adequado de Imagens	9
3.2. O Auxílio Adequado de Imagens no Ensino de Matemática	11
4. ENSINO DA MATEMÁTICA	18
4.1. Ensino de Matemática – Explorando a Análise Combinatória	22
4.2. O Apelo Visual Esquecido da Análise Combinatória	26
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	62

1. INTRODUÇÃO

Esta dissertação tem como objetivo apresentar uma proposta de adaptação de tópicos iniciais da Análise Combinatória como o princípio multiplicativo, permutações simples e combinações simples para alunos surdos considerando sua subjetividade.

O ensino da Análise Combinatória, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento de referência para a formulação de currículos dos sistemas e das redes escolares, inicia-se no 4º ano do Ensino Fundamental com problemas simples de determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra.

Assim, analisando um tema que tivesse poucos pré-requisitos e parte dos seus problemas e respostas pudessem ser traduzidos por meio de recursos visuais em algumas situações, a Análise Combinatória se mostra como uma interessante alternativa para o ensino de estudantes surdos. Fazendo a observação de que a compreensão desse tópico não é fácil e exige criatividade de quem o estuda.

Contundo, quando pensamos em estratégias de ensino para discentes com esse perfil, um dos obstáculos que surge é o da comunicação entre como o conteúdo será abordado pelo professor e como os estudantes o compreenderão. Assim, prezando pela clareza e simplificação das mensagens, a busca pela diminuição dessa barreira é um fator que exige a aplicação de práticas diferentes das que habitualmente são adotadas pelo docente em classes regulares.

Em face do exposto, uma possível abordagem que o presente trabalho tenta apresentar e discutir é a de exibir as soluções de exercícios propostos de combinatória, além das respostas convencionais justificadas no formalismo matemático, por meio de esquemas visuais que explicam a resolução deles trabalhando todos os objetos matemáticos necessários para isso. Assim como acontece na Geometria, na qual as estratégias adotadas possuem um apelo visual muito intrínseco a seu estudo, o presente documento busca empregar tal ferramenta para auxiliar os estudos nessa outra área visando a plena participação do discente no processo de ensino-aprendizagem.

Cabe ressaltar que os exercícios e a escolha dos desenhos foram pensados para deixar a mensagem mais compreensível para o seu receptor. Considerando aspectos como a aplicabilidade das atividades em qualquer contexto escolar e a pouca necessidade de os alunos terem habilidade em fazer as representações.

No que diz respeito à estrutura da dissertação, ela se divide em cinco capítulos, incluindo a presente Introdução (Capítulo 1), que busca apresentar de maneira geral um resumo do que será discutido neste trabalho.

No Capítulo 2, serão apresentados dados, no Brasil e na Educação Básica, a respeito da população surda e com deficiência auditiva para efeito de contextualização. Ele traz o levantamento feito pela última Pesquisa Nacional de Saúde (PNS), realizada em 2019, sobre a população que sabe se comunicar em Libras e mostra, de acordo com o Censo Escolar de 2022, o número de estudantes com surdez, deficiência auditiva e surdo-cegueira matriculados na Educação Básica.

No Capítulo 3, procuramos entender a subjetividade do indivíduo surdo enquanto sujeito visual, o qual manifesta sua cultura por meio da utilização de sua língua, discutindo a importância da utilização de recursos visuais no processo de ensino-aprendizagem visando atender a demanda educacional de estudantes com esse perfil.

O Capítulo 4 é dedicado ao ensino de matemática trabalhando como a Análise Combinatória pode ser estudada levando em consideração a adaptação dos seus objetos para o alunado com tais características dentro das possibilidades e limitações surgidas no ambiente escolar.

Por último, no Capítulo 5, trazemos as considerações finais acerca desta dissertação.

2. DADOS A RESPEITO DA POPULAÇÃO, NO BRASIL E NA EDUCAÇÃO BÁSICA, SURDA E COM DEFICIÊNCIA AUDITIVA

O Brasil, conforme dados do último censo demográfico (2022), apresentou população de 203,1 milhões de habitantes. O IBGE, em 2010, apontou que a população brasileira é composta por mais de 10 milhões de cidadãos surdos, dos quais 2,7 milhões possuem surdez profunda.

Em 2019, na Pesquisa Nacional de Saúde (PNS), o instituto trouxe dados a respeito da população com deficiência observando os casos de pessoas com deficiência auditiva e, pela primeira vez, investigando o uso da Língua Brasileira de Sinais (Libras). Houve o recorte da idade estar no intervalo de 5 a 40 anos, uma vez que existem pessoas que adquirem a surdez com o avanço da idade, mas continuam a se comunicar na sua língua materna, ou seja, oralmente.

Na PNS, foram utilizados os classificadores “alguma dificuldade”, “muita dificuldade” ou “não conseguem de modo algum” quando perguntado o grau de dificuldade para ouvir que uma pessoa apresentava. Dentro do levantamento, deficiência auditiva foi considerada como as pessoas que pertenciam aos grupos “muita dificuldade” ou “não conseguiam de modo algum”.

É necessário fazer o adendo de que, embora o Decreto Nº 5.296 estabeleça os parâmetros de perda bilateral, parcial ou total, de quarenta e um decibéis (dB) ou mais, aferida por audiograma nas frequências de 500Hz, 1.000Hz, 2.000Hz e 3.000Hz, para a deficiência auditiva, é impraticável para os recenseadores utilizarem as normas estabelecidas por lei para fazer o levantamento. Outro ponto a se considerar é que a deficiência auditiva unilateral só foi reconhecida por lei (Lei nº 14.768) posteriormente em 2023.

Segundo a pesquisa, dentro do grupo do analisado, aqueles que referiram ter ao menos alguma dificuldade para ouvir totalizaram cerca de 1,7 milhão de pessoas. Destes, aproximadamente 153 mil pessoas disseram saber usar a Libras, o que representa 9,2% deste grupo populacional. Entre as pessoas com deficiência auditiva, ou seja, pessoas com muita dificuldade de ouvir ou não conseguem de modo algum ouvir, o percentual dos que conhecem Libras foi de 22,4%. Notou-se nítida relevância

que o uso da Libras tem para as pessoas que declararam não conseguir ouvir de forma alguma, visto que 61,3% (aproximadamente 43 mil pessoas) sabiam usar Libras. Ou seja, quanto maior o grau apresentado de dificuldade para ouvir maior era a porcentagem de pessoas que sabiam usar essa língua.

Tabela 1 - Tabela 8 da PNS 2019

Tabela 8 - Proporção de pessoas de 5 a 40 anos de idade, que referiram dificuldade permanente para ouvir, por conhecimento de Libras, segundo o grau de dificuldade para ouvir - Brasil - 2019

Grau de dificuldade para ouvir	Proporção de pessoas de 5 a 40 anos de idade anos ou mais de idade, que referiram dificuldade permanente para ouvir, por conhecimento de Libras (%)						
	Total	Sabe usar Libras					
		Sim			Não		
		Pro-por-ção	Intervalo de confiança de 95%		Pro-por-ção	Intervalo de confiança de 95%	
Limite infe-rior	Limite supe-rior		Limite infe-rior	Limite supe-rior			
Total	100,0	9,2	7,3	11,6	90,8	88,4	92,7
Alguma dificuldade	100,0	5,6	4,1	7,6	94,4	92,4	95,9
Muita dificuldade	100,0	12,9	8,6	19,0	87,1	81,0	91,4
Não consegue de modo algum	100,0	61,3	42,7	77,1	38,7	22,9	57,3
Deficiência auditiva (1)	100,0	22,4	16,5	29,6	77,6	70,4	83,5

Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Nacional de Saúde 2019.

Nota: Libras - Língua Brasileira de Sinais.

(1) Muita dificuldade de ouvir ou não consegue de modo algum ouvir.

Fonte: IBGE (2019).

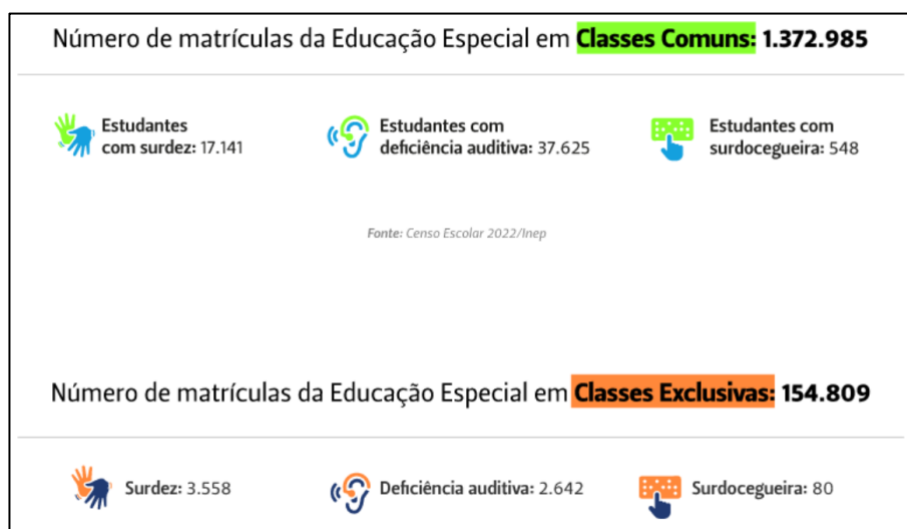
Também, é prudente observar que alguns dos usuários de Libras não são necessariamente pessoas surdas ou com deficiência auditiva. Nesse recorte, podem existir familiares ou profissionais que precisem dela para se comunicar com alguém desse grupo analisado, intérpretes ou até mesmo estudiosos da área. Sobre este ponto, em matéria publicada Agência IBGE, a analista da pesquisa pontua: “Esse indicador permite entender como se dá a comunicação da pessoa com deficiência auditiva na família, uma vez que a pergunta da Libras foi feita para toda a população e não apenas para aqueles com deficiência auditiva”

Outro fator a ser refletido é que, como a lei que reconhece a língua data de 2002, uma parcela dessas pessoas analisadas possivelmente já havia concluído seus estudos ou se encontrava fora da escola, também, podem existir os casos em que a pessoa teve acesso a uma educação sem a presença dela inicialmente, mas que seu uso ocorreu durante o decorrer da vida estudantil.

Sobre isso, a pesquisadora complementa: “Além disso, a informação é importante para não generalizar as pessoas com deficiência auditiva: ao analisar os dados, é possível perceber que nem todos sabem se comunicar em Libras, pois fazem uso da fala, se comunicam oralmente, muitos deles com o apoio da leitura labial. Portanto, precisam de outros recursos de acessibilidade, como por exemplo as legendas, além de necessitarem de propostas educacionais distintas”.

Observando essa amostragem no contexto da Educação Básica brasileira, no Censo Escolar de 2022, as estatísticas revelaram que 61.594 dos alunos possuíam algum tipo de deficiência relacionada à surdez, dentre os 47,3 milhões de estudantes dessa etapa da educação. A **Figura 1** traz detalhadamente números a respeito da quantidade de matrículas na Educação Básica de estudantes com surdez, deficiência auditiva e surdocegueira.

Figura 1 - Dados de matrículas destes alunos na Educação Básica



Fonte: Censo Escolar 2022/Inep.

Apesar do baixo percentual de matrículas de alunos com essa necessidade educacional específica, nota-se que eles compõem uma parcela relevante dos mais de 1,5 milhões de estudantes da Educação Especial. Levando isso em consideração e observando as recentes conquistas legais desse grupo, as políticas educacionais para a inclusão deles ainda aparecem de maneira tímida no contexto escolar.

Observando a legislação vigente, é possível destacar algumas leis tratando sobre a educação para o público surdo. Em 2002, a Lei nº 10.436 reconheceu a Língua

Brasileira de Sinais - Libras como meio legal de comunicação e expressão, além de determinar o seu ensino em cursos de formação do Magistério. Em 2005, o Decreto nº 5.626 regulamentou a Lei nº 10.436 além de trazer em seu conteúdo o que é uma pessoa surda e estabelecer métricas para deficiência auditiva. Em 2010, a Lei nº 12.319 regulamentou o exercício da profissão de Tradutor e Intérprete da Língua Brasileira de Sinais (Libras). Em 2015, a Lei nº 13.146 (Estatuto da Pessoa com Deficiência) determina a oferta de educação bilíngue, em Libras como primeira língua e na modalidade escrita da língua portuguesa como segunda língua, em escolas e classes bilíngues e em escolas inclusivas, além do avanço significativo da formação e disponibilização de tradutores e intérpretes de Libras. Mais recentemente, em 2021, a Lei nº 14.191 acrescentou no capítulo V da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional a educação bilíngue de alunos surdos, direito esse que deve se iniciar no ano zero da educação infantil e se estender ao longo da vida.

Apesar de todos os ganhos legais citados e os avanços nas discussões sobre a metodologia adequada destinadas a esse público representarem muito para a comunidade, eles ainda não traduzem efetivamente a inclusão dessas pessoas em todos os ambientes, inclusive no escolar.

3. A IMPORTÂNCIA DA UTILIZAÇÃO DE RECURSOS VISUAIS COMO FERRAMENTA PARA A ESCOLARIZAÇÃO DOS ALUNOS SURDOS

A comunicação adotada no ensino escolar tradicional requer muito a oralidade. O professor expõe os conteúdos em sala, enquanto os estudantes ouvintes recebem a mensagem e tentam processar as informações apresentadas. Nesse processo, o discente consegue captar diretamente do emissor, em uma mesma língua, aquilo que ele deseja transmitir.

Quando o receptor da mensagem passa a ser um aluno surdo, o processo sofre uma transformação apresentando um caminho diferente e mais sinuoso daquele que é o habitual de ocorrer nas salas de aula. Agora, as informações não passam direto do emissor (docente) para o receptor (discente), existindo uma nova figura (o intérprete) que deve fazer esse intermédio para a comunicação entre ambos. Além do acréscimo desse novo integrante, o estudante surdo recebe as informações em uma língua diferente (Libras) daquela utilizada por quem está explicando.

Assim, enquanto o ouvinte consegue acessar a mensagem de maneira direta e fácil, esse outro perfil de alunado necessita de um planejamento que busque mitigar os possíveis efeitos negativos decorrentes de uma trajetória, por vezes, confusa, marcada pela falta de clareza entre a intenção comunicativa do transmissor e compreensão efetiva da mensagem pelo receptor. Tais entraves são, em grande parte, fruto de uma sistematização inadequada e/ou ineficiente, a qual desconsidera a subjetividade desse grupo. Por mais que exista a presença do intérprete mediando essa situação, isso provavelmente não é o fator que garantirá a aprendizagem.

Então, fica evidente que as estratégias regularmente empregadas devem ser repensadas e outros tipos de metodologias as quais favoreçam a participação mais efetiva deles no processo de escolarização devem ser aplicadas.

Precedendo qualquer plano que vise melhorar a interação entre os agentes envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, com a finalidade de reduzir as barreiras de comunicação¹ encontradas e de adotar metodologias adequadas às necessidades desses alunos, é fundamental compreender quem é esse sujeito.

¹ O termo “barreiras de comunicação” foi utilizado no sentido de ser um obstáculo. Apesar de sentido parecido, não é o mesmo termo utilizado no disposto na Lei nº 13.146/2015.

O Decreto Nº 5.626 de dezembro de 2005, em seu 2º artigo, ao dispor sobre quem é considerado surdo, diz que:

“Para os fins deste Decreto, considera-se pessoa surda aquela que, por ter perda auditiva, compreende e interage com o mundo por meio de experiências visuais, manifestando sua cultura principalmente pelo uso da Língua Brasileira de Sinais – Libras (BRASIL, 2005)”.

É interessante observar ao ler a disposição legal que são considerados aspectos subjetivos que compõem o indivíduo. Ao invés da adoção de uma perspectiva clínica, características como a forma de interação com o mundo e a manifestação de sua cultura são usadas para o embasamento da convenção estabelecida.

Perlin e Miranda (2003), para responder ao questionamento sobre o que é ser surdo, a partir da experiência pessoal, escrevem que:

Ser surdo é uma questão de vida. Não se trata de uma deficiência, mas de uma experiência visual. Experiência visual significa a utilização da visão, (em substituição total a audição), como meio de comunicação. Desta experiência visual surge a cultura surda representada pela língua de sinais, pelo modo diferente de ser, de se expressar, de conhecer o mundo, de entrar nas artes, no conhecimento científico e acadêmico. A cultura surda comporta a língua de sinais, a necessidade do intérprete, de tecnologia de leitura (PERLIN; MIRANDA, 2003, p. 218).

Campello (2008) ao falar sobre o que constitui os sujeitos surdos escreve que:

Os sujeitos Surdos constituem-se como sujeitos mediados por referências diferentes das dos não-surdos. Vão aos poucos tomando ciência de que o “seu mundo” é um mundo sem som e não se sentem incomodados por não ouvirem (CAMPELLO, 2008, p. 86).

A mesma autora, ao falar sobre as pessoas surdas que não conhecem ou nunca ouviram um “som”, ao citar exemplos de dar significado ao que é percebido, complementa que:

São os “sons” imaginários que substituem o “não poder ouvir”. Em contrapartida, a ausência é substituída pela visão, que é condicionada de acordo com a percepção visual que vai sendo construída no e do mundo (CAMPELLO, 2008, p. 88).

Carneiro (2021), ao comentar sobre a experiência visual e a cultura surda, escreve que:

A expressão facial é integrante da cultura surda e é a experiência visual que possibilita a interação na sociedade, mediante a comunicação entre as pessoas. Também permite que os surdos apreendam os objetos, os animais, as imagens, a natureza etc. Ou seja, é pela experiência visual que os surdos compreendem o mundo, interagem, se comunicam e constroem os valores que constituem a cultura surda (CARNEIRO, 2021, p. 55).

É relevante destacar que as discussões aqui expressas acerca das especificidades do sujeito surdo tendem a convergir para a centralidade da experiência visual, a qual constitui um dos principais mediadores na sua forma de interação e compreensão do mundo. Essa experiência está intrinsecamente relacionada a uma cultura visual que se manifesta, sobretudo, por meio da língua de sinais. Compreendida essa forma singular desses indivíduos de perceberem aquilo que os rodeiam, torna-se possível desenvolver propostas pedagógicas mais adequadas, as quais considerem, valorizem e potencializem as características socioculturais e cognitivas próprias desse grupo.

Portanto, tendo em vista toda a discussão previamente apresentada, com a finalidade de melhorar a comunicação para uma aprendizagem mais significativa, percebesse a necessidade de adoção de práticas que promovam o acesso do aluno surdo a estratégias visuais.

3. 1. O Auxílio Adequado de Imagens

Apesar do apontamento de serem indivíduos bilíngues e de utilizarem uma língua notadamente visual, a preparação das aulas objetivando à integração dos estudantes surdos e a participação efetiva nas discussões em sala frequentemente desconsidera essas características. Na maioria das vezes, observa-se a simples reprodução de estratégias pedagógicas voltadas ao público ouvinte, com apenas tímidos, e muitas vezes insuficientes, ajustes para atender de forma significativa às demandas escolares desse público.

Campello (2008), ao discorrer sobre a educação desses sujeitos no contexto educacional brasileiro, alerta que:

O despreparo dos profissionais da educação, da ausência da formação relativa à visualidade, desconhecimento dos currículos dos Surdos e outros da área da educação de Surdos são um dos maiores dilemas a longo prazo para aprender a lidar com a visualidade dos sujeitos Surdos que, de modo subjetiva os moldam como cidadãos (CAMPELLO, 2008, p. 74).

Ocorre que, com o avanço dos anos de escolarização, as imagens vão sendo progressivamente abandonadas e o texto escrito ganha cada vez mais espaço. Essa relação que, no Ensino Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, parecia ser de complementariedade em que um assumia o protagonismo, quando melhor fosse conveniente, tende a se perder. As imagens parecem ser julgadas como um artefato de menor valor acabando subvalorizadas e, assim, a utilização de um importante auxílio para o aprendizado de todos se torna cada vez mais raro, principalmente para os discentes surdos os quais suas demandas necessitam desse recurso.

Perceba que o simples uso de imagens por parte do professor, ainda que vise explorar uma característica tão notória do alunado com esse perfil como forma de ampliar a compreensão das mensagens na interação durante as aulas, não é, por si só, suficiente para assegurar a superação dos obstáculos da comunicação até agora mencionados.

Logo, em seu planejamento, não basta inseri-las de modo a acreditar que tal utensílio deva estar presente em todos os momentos. Isso pode ocasionar um efeito indesejado de superexposição a uma quantidade exagerada de dados. Tampouco, acreditar que a utilização de uma ordinária figura, sem refletir se existe, de fato, uma relação adequada entre ela e o conteúdo abordado, é capaz de ajudar na compreensão das situações trabalhadas. Isso pode induzir os discentes a interpretações equivocadas.

Carneiro (2021), ao discorrer sobre a utilização de imagens durante as aulas, alerta que:

[...] não podemos “poluir” a sala de aula com imagens que não serão utilizadas naquele momento. Se a aula é de Geografia, por exemplo,

apresentamos mapas, fotos de vegetação e assim por diante; mas devo retirar da sala, o cartaz que representa o corpo humano, para não distrair a criança. Outro cuidado importante é variar as imagens apresentadas. Por exemplo, não podemos sempre apresentar uma montanha com neve. As crianças irão sempre associar neve às montanhas, o que não é verdadeiro (CARNEIRO, 2021, p. 53).

Neste estágio, ao se considerar o modo como as diferentes disciplinas escolares devem ser trabalhadas explorando apropriadamente os recursos visuais, observa-se que algumas delas mostram possuir propriedades intrínsecas a sua metodologia que favorecem esse apelo. A Matemática (disciplina a qual é o foco deste trabalho) caracterizada por sua natureza mais abstrata em comparação com as demais, e uma estrutura mais rígida ao ser discutida em sala, torna-se mais desafiadora para alcançar o objetivo pretendido.

3.2. O Auxílio Adequado de Imagens no Ensino de Matemática

Quando observamos como as aulas de matemática são habitualmente estruturadas, na Educação Básica, no contexto escolar do Brasil, nota-se que elas são organizadas a partir de uma estrutura pensada da seguinte forma: há a explanação sobre o conteúdo a ser estudado, seguindo-se com exercícios daquilo que está sendo discutido e finaliza-se com a explicação das respostas a esses problemas.

Como mencionado anteriormente, e não diferente para esta matéria, o uso de imagens diminui com o avanço da escolarização apesar de ser uma ferramenta indissociável aos estudos de alguns temas dessa área do conhecimento como, por exemplo, Geometria.

Entretanto, ao analisar dois dos estágios citados da estrutura das aulas (a realização de exercícios sobre um determinado conteúdo e a explicação das respostas a essas questões), é possível notar que o emprego dos recursos visuais, quando presente, é quase que exclusivamente direcionado às soluções, não dando suporte para uma parte importante desse processo: a interpretação precisa dos enunciados dos problemas.

Nogueira (2019, p. 5), ao refletir sobre a pergunta: *Estariam os professores preparados para realizarem adaptações de problemas?* Relata, a partir de investigações, que:

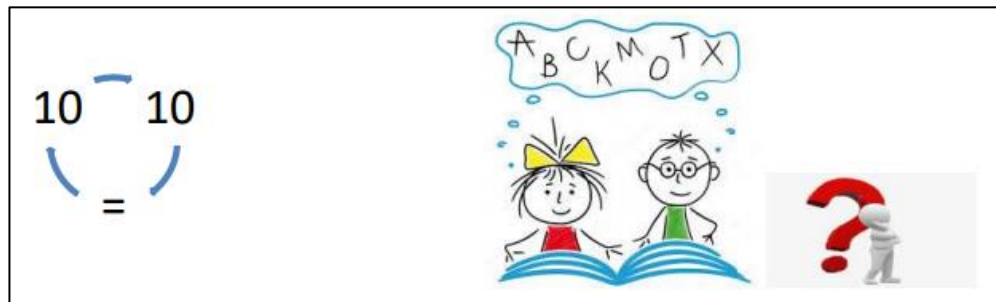
Na segunda etapa desta investigação, foi proposto, durante a realização de um minicurso, que graduandos em Matemática adaptassem enunciados de problemas propostos pelos pesquisadores. Os registros escritos foram recolhidos, analisados e constatou-se, entre outros aspectos, que a maioria das ilustrações apresentadas praticamente não guardavam relação com os enunciados, mas com a solução da questão, ou seja, buscavam concretizar os algoritmos e não o enunciado e, desta forma, já apresentariam aos alunos, a solução dos problemas (NOGUEIRA, 2019).

Analisando as palavras da pesquisadora, percebe-se que o planejamento para uma etapa desse processo, ainda que de forma não intencional, acabou sendo omitida ao estudante surdo, comprometendo sua efetiva participação nas aulas. Ou seja, a sequência prevista parece ter sido mostrada de uma forma distinta para ele, existindo um salto da explanação do conteúdo direto para as respostas dos exercícios.

Embora seja reconhecida, durante os estudos desta matéria, a depender do tema estudado, a dificuldade natural de empregar corretamente recursos imagéticos de modo a auxiliar a correta interpretação dos enunciados (muitas vezes extremamente abstratos), é papel do docente pensar em como fazer bom uso desse recurso para garantir que esse discente tenha acesso a essa etapa fundamental da aula.

Em relação a esse ponto, Nogueira (2019, p. 11), ao relatar sobre uma pesquisa com graduandos do curso Pedagogia, na qual foi proposto a eles elaborar problemas de estruturas aditivas, apresenta um exemplo considerado inadequado quanto ao uso de imagens para assistência a compreensão do enunciado do problema *“Lucas tem 10 anos e Maria Luiza tem dez anos. Quantos anos, no total eles tem juntos?”*

Figura 2 – Imagem utilizada no exemplo citado pela autora



Fonte: Nogueira (2019).

Nota-se que, apesar de guardarem relação com a pergunta feita, as imagens utilizadas, cada uma a sua maneira, falham em contribuir para uma melhor compreensão do problema, pois passam a impressão de que são isoladas não existindo uma relação de complementariedade entre ambas. Isto é, essa desarticulação dificulta o alcance do objetivo pretendido pela pesquisa.

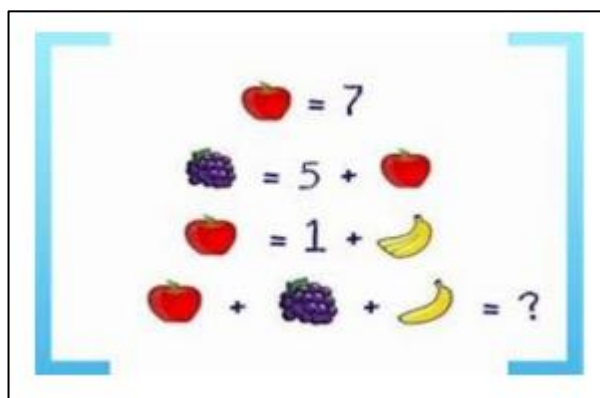
Diante disso, analisemos cada uma delas separadamente, com o intuito de identificar os elementos que dificultam sua intenção comunicativa.

Figura com os números: é provável que, quando o graduando tentou aplicar esse recurso, ele tenha pensado em como indicar ao estudante o procedimento de adicionar as idades para obter a resposta ao questionamento feito. Contudo, isso não ajuda na compreensão da pergunta e ainda falha em indicar a operação a ser feita, pois é evidente a ausência do símbolo de adição.

Figura com as personagens: é perceptível, ao apresentar o desenho de duas pessoas referenciado, possivelmente, as personagens citadas (Lucas e Maria Luiza), a preocupação do graduando em fazer com que o estudante relacione a figura com o problema. Entretanto, próximos às pessoas, não existe elemento algum falando sobre qual é a idade de cada um deles. Além disso, há o acréscimo de um objeto desnecessário (o boneco com a interrogação) podendo gerar confusão, pois ele não possui função alguma no contexto do problema.

Outro exemplo citado por Nogueira (2019, p. 10) foi da ilustração aplicada no problema: *Izabel ganhou 7 maçãs, Maria ganhou 5 uvas e Carla ganhou 1 banana. Quantas frutas ao todo Izabel, Maria e Carla ganharam?*

Figura 3 – Imagem para auxiliar a compreensão do enunciado



Fonte: Nogueira (2019).

Se fosse solicitado a um aluno (ouvinte ou surdo) para resolver o problema, sem lhe mostrar o enunciado escrito, usando apenas a ilustração, ele possivelmente o classificaria como um problema de sistema de equações e concluiria que o valor da maçã, uva e banana seriam, respectivamente, 7, 12 e 6. Por fim, calcularia que a última equação resulta em 25. Um resultado distante daquilo que a pergunta espera como resposta. Esse é um exemplo grave de como tal ferramenta induziu o aluno a interpretações equivocadas.

Também, é possível questionar como a ilustração contribui para um discente surdo compreender o enunciado. A utilização do símbolo de igual junto ao desenho da maçã não indica uma relação entre isso e o fato de Izabel ter ganhado sete unidades dessa fruta. O mesmo ocorre com a uva, a indicação faz pensar que seu valor é somado ao valor atribuído à maçã. Portanto, em momento algum, essa ferramenta ajudou em indicar quantos eram os elementos que cada uma das personagens possuía e que eles deveriam ter sido somados.

Os exemplos discutidos, ainda que tratem de um assunto relativamente simples e que possui poucos pré-requisitos, trabalhados em um momento da Educação Básica marcado pela forte presença de imagens no processo de ensino, evidenciam as dificuldades de uma escolha adequada para uso desse recurso. Tanto no que se refere à compreensão correta da situação proposta quanto à orientação para a construção de um caminho para uma possível solução.

Sobre esse ponto, Carneiro (2021) sugere e pondera que:

[...] consideramos ser recomendável a exploração de recursos visuais na educação de surdos, atentando, todavia, para as possíveis diferentes interpretações que podem advir desta imagem. Uma recomendação é que, ao considerar uma imagem como facilitadora da aprendizagem, o professor inicialmente estabeleça, em sala de aula, um diálogo a respeito de quais conhecimentos cada aluno, em especial os surdos estão mobilizando, para que a intenção do docente se concretize (CARNEIRO, 2021, p. 198).

Logo, à luz das análises e recomendações das autoras, pensemos em como adaptar o problema das frutas para um contexto de uma turma 1º ano, pois é uma turma a qual se encontra no Ciclo de Alfabetização² e em fase inicial de construção da leitura e escrita. Isso exposto, é pertinente que o enunciado do problema contemple recursos imagéticos. Importa destacar, contudo, que a reescrita do problema não se destina exclusivamente a estudantes surdos, mas a toda a turma, com o propósito de evidenciar os benefícios do uso adequado desse auxílio para o processo de aprendizagem.

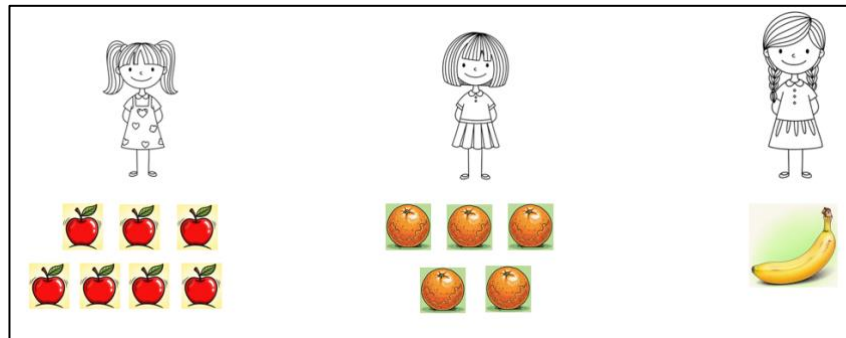
O problema das frutas, elaborado com o objetivo de atender à proposta feita pela pesquisa, está alinhado ao objeto de conhecimento previsto na BNCC para o 1º ano do Ensino Fundamental, na área de Matemática: **“Problemas envolvendo diferentes significados da adição e da subtração (juntar, acrescentar, separar, retirar)”**. A esse objeto do conhecimento, o documento associa a seguinte habilidade:

(EF01MA08) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais (BRASIL, 2018, p. 279).

Assim, o problema pode ser apresentado da seguinte forma: **Cada garota a seguir possui a seguinte quantidade de frutas de acordo com a figura.**

² Os três anos iniciais do Ensino Fundamental de 9 anos constituem o Ciclo de Alfabetização.

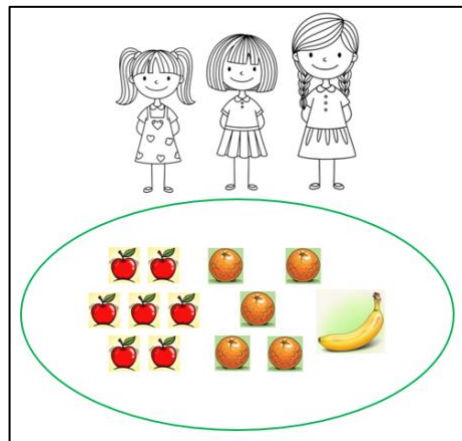
Figura 4 – Imagem para auxiliar na compreensão do enunciado



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

- **Quantas frutas elas têm juntas no total?**

Figura 5 – Imagem utilizada para indicar um caminho para a resposta



Fonte: elaborado pelo autor (2025).

Na versão reescrita do problema, optou-se pela substituição das uvas por laranjas, uma vez que a imagem de um cacho poderia gerar ambiguidades, devido à presença de múltiplas unidades em uma única representação. Observa-se que o texto escrito foi reduzido ao mínimo necessário, tornando-se quase dispensável para a compreensão da situação apresentada. Na nova versão, evitou-se o uso de nomes próprios para as personagens, considerando que tais informações são secundárias e podem ser omitidas sem ocasionar prejuízos ao entendimento da questão.

Por fim, pensando em como indicar um caminho para que o aluno determine uma resposta ao problema, o comando da questão não explicita a operação a ser realizada por meio de símbolos matemáticos, mas dá uma indicação que será a adição ao propor a junção de quantidades. Para reforçar essa noção, buscou-se aproximar

as garotas na imagem, transmitindo visualmente a ideia de união entre elas, bem como circundar o conjunto de frutas, indicando a ação de juntar quantidades.

Essa discussão sobre o emprego correto de imagens para o ensino e aprendizagem de matemática será mais aprofundada no próximo capítulo, focando na Análise Combinatória. Antecipadamente, além de situações que favorecem a utilização de recursos visuais, tal área destaca-se por permitir que os problemas sejam mais bem compreendidos por meio da exploração direta dos casos. Por exemplo, ao ser questionado quantas são as ordenações possíveis com 3 pessoas, o estudante pode construir uma solução representado concretamente essa situação.

4. ENSINO DA MATEMÁTICA

Apesar dos avanços legais conquistados nos últimos anos pela comunidade surda no âmbito educacional, no que se refere ao ensino da Matemática, trazemos a seguir evidências que nós permitem afirmar que poucas são as pesquisas que tratam dos métodos de ensino e da aquisição e desenvolvimento de conceitos e habilidades numéricas em alunos surdos.

Para se ter dimensão da escassez de materiais que abordam este tema, pesquisando no registro de dissertações do PROFMAT, em um banco com quase oito mil dissertações, são apresentados apenas oito resultados ao aplicar a palavra surdo no filtro de pesquisa, um trabalho ao aplicar o termo surdez e quatro trabalhos ao aplicar o vocábulo Libras. É possível verificar quase o mesmo cenário ao pesquisar por tópicos específicos da matemática em outros locais, nota-se a quase ausência de qualquer material direcionado a esse perfil de alunado.

Campos e Oliveira (2020), em artigo publicado no II ENEMI, realizaram um levantamento de dados com o intuito de identificar as metodologias mais adequadas para ensinar Matemática aos estudantes surdos nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Para isso, eles fizeram uma busca na base de dados da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações do Portal CAPES utilizando as seguintes palavras-chave: surdo, surdez, matemática, metodologia, fundamental.

Os autores, após a coleta de dados, relatam que:

No Catálogo de Teses e Dissertações do Portal CAPES foram encontradas 123 pesquisas e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, 200 pesquisas foram localizadas de acordo com a busca realizada. [...] (CAMPOS E OLIVEIRA, 2022, p. 8).

Contudo, eles alertam que tais números não refletem a realidade, pois a busca retornava dados os quais não apresentavam conexão com os descritores. Assim, após adotarem o critério de exclusão de selecionar apenas estudos que atendiam estritamente à delimitação exigida pelos descritores e realização da leitura do resumo das pesquisas mostradas para melhor filtragem dos resultados encontrados, escrevem que:

Assim, diante do primeiro critério de exclusão utilizado, o número de pesquisas foi alterado, de 323 pesquisas encontradas para 59 selecionadas, de acordo com a delimitação exigida pelos descritores. [...] (CAMPOS E OLIVIERA, 2022, p. 9).

Ao removerem resultados que apresentavam duplicidade, ou seja, eram exibidos em ambos os locais, o número de pesquisas se reduziu para apenas 26. Por fim, após leitura do resumo e introdução dessas 26, observou que apenas 12 delas respondiam ao problema central que os autores pretendiam investigar.

Assim sendo, finalmente, doze pesquisas que tratam de metodologias no ensino da Matemática para alunos surdos nos primeiros anos do Ensino Fundamental foram selecionadas para o estudo de metanálise da investigação e, portanto, lidas na íntegra (CAMPOS E OLIVEIRA, 2022, p. 9).

Restringindo as metodologias e trabalhos realizados para o ensino de combinatória para alunos surdos, tema da presente dissertação, Costa e Silva (2022), em levantamento feito nos anais do ENEM, relatam que:

*Nesse levantamento encontramos, apenas, 01 (um) trabalho que se encaixava na proposta da pesquisa, o qual foi um minicurso de título: **“RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE COMBINATÓRIA COM USO DE RECURSOS DIDÁTICOS PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL OU SURDOS”** de Segadas-Vianna et al. da 12ª edição do ENEM, realizado em São Paulo, no ano de 2016 (COSTA E SILVA, 2022, p.8).*

Ainda que isso indique que o processo de ensino-aprendizagem da matéria não conseguiu acompanhar, de forma satisfatória, os avanços legais na área e boas iniciativas se encontrem em estado incipiente ou sejam pouco difundidas, algumas pesquisas merecem destaque por mostrar caminhos possíveis para uma aula na qual é possível promover participação ativa desses estudantes.

Uma delas é o MathLibras, projeto da Universidade Federal de Pelotas (UFPel), o qual produz videoaulas de Matemática com tradução em Libras com foco nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Apesar de apresentar bom acervo de vídeos trabalhando assuntos específicos da matéria como, por exemplo, frações; a sua página no site YouTube parece ser pouco conhecida em virtude da baixa quantidade de seguidores.

Fazendo uma breve análise da edição dos vídeos na plataforma, uma característica notável dessa produção é como as aulas vão se desenvolvendo. É possível perceber como as imagens e animações utilizadas nos exemplos estão em harmonia com o conceito que está sendo sinalizado pelo intérprete e, dessa maneira, podem auxiliar na sua compreensão. Na imagem a seguir, ao falar sobre espessura, nota-se essa sincronia quando a profissional utiliza classificadores indicando que uma árvore é mais grossa e a outra mais fina.

Figura 6 – Intérprete utilizando classificadores



Fonte: MathLibras (2023).

A inclusão de alunos surdos em turmas regulares ainda apresenta grandes desafios, especialmente no que se refere à comunicação. No caso da Matemática, a dificuldade se intensifica pela natureza peculiar da linguagem dessa área do conhecimento, repleta de símbolos e termos próprios, além do grau de abstração exigido para a compreensão dos conceitos e resolução de problemas. Diante desse cenário, uma reflexão que pode ser feita é a de como criar condições para que tal discente tenha melhores perspectivas de aprendizagem.

Embora exista uma concepção de que um bom professor é aquele que apresenta bom domínio do conteúdo e consegue explicá-lo com clareza, isso pode ser insuficiente quando se tratar de inclusão. Comumente, utilizando-se de um único tratamento para toda a turma esperando que em um ambiente heterogêneo e com

alguns alunos com necessidades educacionais tão específicas, muitos dos profissionais tendem a padronizar suas aulas esperando que todos aprendam da mesma forma.

Como um dos agentes envolvidos no processo de ensino-aprendizagem no qual uma de suas atribuições é exercer a mediação entre o aluno e a construção de novos conhecimentos a serem adquiridos por ele, é imprescindível conhecer aquele que se ensina não ignorando suas noções prévias da matéria nem o seu modo particular de aprender. Assim, praticando uma ação de empatia, o docente deve refletir sobre como seria assistir a uma aula expositiva ministrada em uma língua que ele não compreende. Embora seja utópico exigir de cada profissional a fluência em Libras, o entendimento de sua estrutura, peculiaridades e papel na comunicação com estudantes surdos é mais palpável.

Portanto, pensando nas particularidades e singularidades das aprendizagens do aluno surdo ou até mesmo daqueles que possuem uma maior dificuldade em entender o que está sendo exposto, será essa uma estratégia eficaz para que ele consiga atingir o maior número de estudantes possíveis? Será isso possível para que uma aula seja inclusiva e tal sujeito participe, de fato, deste momento e não seja apenas um espectador?

Assim como os educadores devem ter cuidado ao uniformizar sua metodologia de ensino, é preciso ser prudente quanto achar que apenas um intérprete e a tradução em Libras da matéria exposta serão suficientes para resolver e superar a barreira da comunicação durante as aulas. Tampouco considerar a aplicação de atividades ou provas adaptadas com um nível mais básico ao trabalhado em sala, e as quais desconsideram os conhecimentos prévios dos alunos, como um bom método avaliativo ou algo essencial para a compreensão do conteúdo estudado.

Também é válido entender os desafios encontrados pelo docente de disciplina específica o qual, geralmente, trabalha com turmas dos anos finais do Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio. Em muitos casos, o profissional lida com uma quantidade numerosa de alunos e turmas fazendo com que o planejamento focado no estudante se torne uma tarefa difícil. Outro fator a ser considerado é o pouco tempo de encontro dele com tal discente, muitas vezes ficando restritos de quatro a seis aulas semanais.

Essa situação ainda pode ser agravada pela incompatibilidade do horário de planejamento do professor com o do intérprete de Libras, prejudicando a interlocução entre ambos. As orientações dadas a partir do diálogo feito podem favorecer a aplicação de metodologias adequadas visando melhorar aprendizagem desse estudante.

A partir da breve discussão feita durante esta seção, direcionando o foco para a aprendizagem de matemática desse grupo e de como superar a barreira comunicação entre professor e aluno, será apresentada uma proposta de um tópico da matemática em que sua abordagem será destinada a alunos surdos.

4.1. Ensino de Matemática – Explorando a Análise Combinatória

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), logo no 4º Ano do ensino fundamental, tem como um de seus objetos do conhecimento problemas de contagem. Neste momento, é possível afirmar o início dos estudos (de modo explícito) da análise combinatória na Educação Básica. Segundo consta no documento, a habilidade 8 a ser trabalhada neste ano é a seguinte:

(EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais (BRASIL, 2018, p. 291).

Um ponto interessante a ser notado dentro da instrução para o desenvolvimento dessa habilidade é a de se fazer uso de imagens e materiais manipuláveis para a resolução dos seus problemas. Observa-se que, quando a Análise Combinatória é estudada, um aspecto pouco explorado dentro dessa área é o seu apelo visual com os esforços ficando concentrados na utilização do método correto para a obtenção das respostas às perguntas que surgem. Também, é interessante notar a liberdade dada ao aluno para a realização dos seus registros, não é indicado para ele utilizar diagramas como, por exemplo, a árvores de possibilidades.

Outro detalhe que também merece destaque é a forma de como proceder para a obtenção dessa habilidade. Aqui, seguindo a ordem proposta pelo documento, é o

momento em que tal conteúdo está sendo visto pela primeira vez por todos e a orientação dada é a de uma abordagem que busca ser universal e que privilegia o lúdico ao invés do abstrato.

É possível afirmar que a BNCC busca manter esse padrão de abordagem até o último ano escolar da etapa inicial do Ensino Fundamental. No 5º ano, um dos seus objetos de conhecimento é o seguinte: **Problemas de contagem do tipo: “Se cada objeto de uma coleção A for combinado com todos os elementos de uma coleção B, quantos agrupamentos desse tipo podem ser formados?”** E a habilidade relacionada a esse objeto do conhecimento é a:

(EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas (BRASIL, 2018, p. 295).

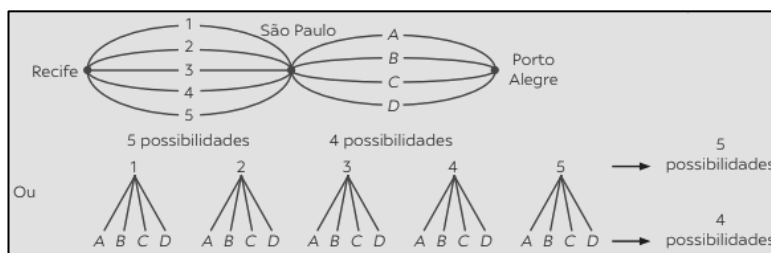
Nesse momento, na passagem de um ano para o outro, há um aumento da complexidade do tipo de esquema a ser utilizado para a resolução dos problemas de contagem; mas também existe a manutenção do padrão de listar os casos possíveis. Contudo, a depender do problema a ser resolvido e da forma como o esquema da árvore de possibilidades é organizado, ele pode se tornar uma ferramenta confusa gerando indesejadamente informações em excesso e/ou que ideia central não fique tão bem detalhada.

A fim de ilustrar como isso acontece, tomemos a abordagem de Dante (2022) ao começar discutir o Princípio Fundamental da Contagem utilizando as orientações propostas pela Base. No livro didático, o autor utiliza o seguinte exemplo:

Uma pessoa quer viajar de Recife a Porto Alegre passando por São Paulo. Sabendo que há 5 caminhos diferentes para chegar a São Paulo partindo de Recife e 4 caminhos diferentes para chegar a Porto Alegre partindo de São Paulo, de quantas maneiras possíveis essa pessoa poderá viajar de Recife a Porto Alegre? [...] trecho citado (DANTE, 2022, p. 89).

Para facilitar a compreensão do problema e mostrar quantidade caminhos possíveis, o autor recorre ao diagrama da árvore como mostrado na figura a seguir.

Figura 7 – Tentativa de representação de diagrama da árvore



Fonte: Dante (2022, p. 89).

Perceba que o esquema utilizado inicialmente para apresentar uma solução à pergunta é ineficaz em mostrar claramente os 20 caminhos. A segunda representação é mais bem organizada, mas peca por conter os nomes “5 possibilidades” e “4 possibilidades” sem uma indicação precisa a quais objetos eles estão relacionados, respectivamente, os caminhos Recife-São Paulo e São Paulo-Porto Alegre.

Após sua inclusão nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, a Análise Combinatória tem um hiato e volta apenas a ser estudada no 8º ano (e somente neste ano dos anos finais) com um de seus objetos do conhecimento sendo o “**O princípio multiplicativo da contagem**”. Aqui, o tratamento de privilegiar esquemas para representações de soluções é abandonado e a instrução da habilidade relacionada a essa técnica é direta quanto a utilização de um método formal; a habilidade **(EF08MA03)** diz que:

Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo (BRASIL, 2018, p.313).

Atrrelado aos estudos de Probabilidade, ele é mais uma vez citado, durante os estudos do 8º ano, na habilidade **(EF08MA22)**, a qual diz que:

Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1 (BRASIL, 2018, p. 315).

Após a apresentação do princípio fundamental da contagem, baseado em minha experiência docente, pude perceber que alguns materiais e até professores começam a discutir o conceito de permutação simples, o qual está relacionado à utilização desse princípio.

Contudo, apesar da possibilidade de trabalhar tal assunto mais cedo durante o Ensino Fundamental, podendo ser apresentado durante os estudos da habilidade **(EF08MA03)**, a Base possui uma falha em sua organização. Essa ideia e a de combinação simples são apenas indicadas no Ensino Médio e sem apontar uma série específica para isso.

Diferentemente da estrutura adotada durante o Ensino Fundamental, na qual as habilidades pertencem a um ano específico; a BNCC, durante a etapa do Ensino Médio, tem em sua estrutura uma organização por competências específicas ou por unidades do conhecimento. Entretanto, é alertado que outras formas de ordenação podem ser adotadas pelos sistemas de ensino.

Assim, observando as diferentes habilidades propostas durante o decorrer do Ensino Médio, é possível afirmar que os estudos de permutação simples e combinação aparecem de maneira breve e não explícita na décima habilidade da competência específica 3 de Matemática e Suas Tecnologias, **habilidade (EM13MAT310)** a qual diz:

Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore (BRASIL, 2018, p. 517).

É pertinente questionar ao que está se referindo o termo “estratégias diversas”, podendo ser interpretado como algo vago ou impreciso e, mais uma vez, a instrução dada recorre ao uso do diagrama da árvore.

Nesse momento, é válido refletir quando se deve iniciar os estudos de permutação simples e se essa disposição da ordem dos conteúdos é a mais adequada. Será que é mais vantajoso reorganizá-los para que sejam trabalhados em uma série mais básica, numa altura em que a defasagem na aprendizagem dos conteúdos na disciplina é menor e o momento é favorável, pois é convidativo estudar permutações após o princípio multiplicativo? Ou será melhor trabalhá-los mais a frente em uma série na qual se espera que os alunos tenham mais maturidade matemática, a complexidade dos problemas apresentados pode ser maior e, provavelmente, o princípio multiplicativo será apenas uma revisão?

Ainda sobre as lacunas na organização do currículo, a habilidade também fala sobre o uso do princípio aditivo. Contudo, sua aplicação se faz necessária em alguns problemas que envolvem o princípio multiplicativo (indicado no 8º ano do Ensino Fundamental), geralmente, quando existe a necessidade de abrir os problemas em casos. Ou seja, em um ponto que deveria ser pré-requisito dessa habilidade.

Uma indagação que surge ao analisarmos a sequência dos objetos dos conhecimentos propostos pela BNCC é: por qual razão o estudo da análise combinatória aparece em um momento em que a maior ênfase está no trabalho com conceitos elementares como ordenação, escrita numérica e as quatro operações básicas? Uma das respostas para esse surgimento precoce pode ser a natureza dos seus estudos, os quais demandam poucos pré-requisitos. Contudo, isso não a torna fácil e sua compreensão certamente exigirá uma leitura muito precisa das situações apresentadas.

Outras reflexões a serem feitas são: por que o trabalho com esquemas que permitem a visualização da lista de possibilidades vai sendo abandonado durante o avanço dos anos escolares? Por que conceitos simples relacionados ao princípio multiplicativo como permutações e combinações são estudados tão tarde?

Após a breve análise dos documentos e das instruções metodológicas sobre o ensino deste tópico, identificamos que esta área da matemática se mostra como uma das melhores alternativas para uma abordagem inclusiva do objeto a ser estudado por alguns fatores que são intrínsecos a ela: seus estudos iniciais possuem uma simbologia simplificada, exigem poucos pré-requisitos, privilegiam o raciocínio frente a aplicação de fórmulas ou a ordinária reprodução de passos e os seus problemas possuem uma linguagem fácil de compreensão e os enunciados podem ser encaixados a situações do cotidiano dos estudantes.

4.2. O Apelo Visual Esquecido da Análise Combinatória

Diferentemente da Geometria, a qual seu apelo visual é nítido nos desenhos necessários dentro do estudo desse campo, a Análise Combinatória possui essa natureza de forma implícita. Algumas estratégias e esquemas utilizados para

resolução de problemas são bastantes visuais como também algumas questões que abordam situações dos estudos iniciais dessa área.

Morgado (1991), ao iniciar a discussão a respeito das técnicas básicas de contagem, introduz, após uma explanação resumida do Princípio Aditivo, o Princípio Multiplicativo (o qual também chama de Princípio da Enumeração) apresentando o seguinte exemplo: *Numa sala, há 3 mulheres e 4 homens. De quantos modos é possível selecionar um casal homem-mulher?* Antes de resolvê-lo, enuncia o princípio e aplica-o por meio de subdecisões, conforme imagem a seguir.

Figura 8 – Aplicação do princípio multiplicativo e resolução listando os casos

Assim, no exemplo, para formar um casal devemos tomar as decisões

d_1 : escolha do homem;
 d_2 : escolha da mulher.

Como d_1 pode ser tomada de 3 maneiras e, depois disso, d_2 pode ser tomada de 4 maneiras, o número de maneiras de se formar um casal (isto é, de tomar as decisões d_1 e d_2) é $3 \times 4 = 12$.

Note que o uso do Princípio de Multiplicação permite obter o número de elementos do conjunto

$$\{h_1m_1, h_1m_2, h_1m_3, h_1m_4, h_2m_1, h_2m_2, h_2m_3, h_2m_4, h_3m_1, h_3m_2, h_3m_3, h_3m_4\}$$

constituído por todos os casais possíveis, sem que seja necessário enumerar seus elementos.

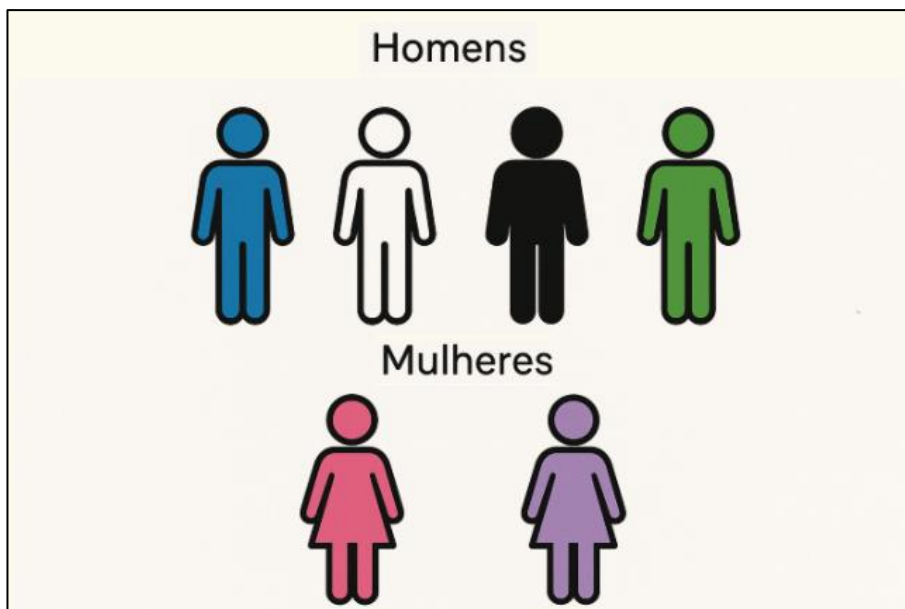
Fonte: Morgado (1991, p. 19).

Embora a resolução apresentada pelo autor atenda à proposta de mostrar uma solução inteligível e concisa, tanto ao aplicar a técnica de contagem quanto ao listar os casos possíveis, ela deixa de explorar recursos imagéticos que poderiam facilitar a compreensão do enunciado e evidenciar de forma mais clara as duas diferentes abordagens para responder à pergunta feita.

Assim, acatando as sugestões dadas pela BNCC para trabalho das habilidades **(EF04MA08)**, **(EF05MA09)** e **(EF08MA03)**, com o intuito de melhorar o entendimento do problema e fazer com que o apelo visual seja explicitado, é possível reescrevê-lo reduzindo a quantidade de elementos de um dos conjuntos para a simplificação do registro dos estudantes ao trabalhar com a listagem das possibilidades.

Exemplo 1: Em um grupo de 6 pessoas, há 4 homens e 2 mulheres. De quantas maneiras diferentes é possível formar um casal homem-mulher?

Figura 9 – Imagem para auxiliar a visualização da situação dada



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Geralmente, esse é um tipo de problema introdutório para uma apresentação do princípio fundamental da contagem. Pensando na perspectiva de como o aluno surdo compreenderia esse enunciado, é possível notar, embora não seja tão evidente, a existência de aspectos facilitadores da abordagem inclusiva do problema: sua linguagem é simples e curta e o conceito de casal homem-mulher é algo que está presente no dia a dia de qualquer pessoa.

Aqui, antes do início da resolução do problema, é esperado do professor que ele seja diligente na escrita utilizada na formulação dos enunciados, evitando perguntas longas ou conceitos desconhecidos pelo estudante. Além disso, ao fazermos uso de imagens para auxiliar na compreensão da situação envolvida, deve haver o cuidado de as figuras apresentarem de forma clara o conceito central proposto no exemplo. Perceba que os desenhos acima contém símbolos bastante utilizados em banheiros para designar se ele é masculino ou feminino, ou seja, é possível de quem está lendo fazer a associação entre eles e as figuras dos homens e das mulheres. Um elemento que também enriquece essa reformulação é que tais símbolos são muito utilizados no cotidiano, ou seja, existe a possibilidade de serem encontrados no ambiente escolar.

Devemos atentar também para o uso de uma escrita sucinta, ou seja, excluir informações as quais são dispensáveis. No exemplo utilizado por Morgado, o trecho **numa sala** pode ser retirado sem que haja prejuízo para compreensão da situação. Também é necessário pensarmos em meios para evitar situações que causem ambiguidade ou nas quais o significado da palavra possa ser diferente dependendo do contexto. No caso deste exemplo, tanto a palavra **casal** quanto a palavra **par** podem ser utilizadas por serem sinônimos; mas o primeiro vocábulo parece ser uma melhor alternativa em relação ao segundo por **par** também apresentar outro significado (número par) dentro da matemática.

Silva e Pinto (2017), em artigo publicado na Revista Educação Pública, alertam sobre as possíveis barreiras de comunicação que podem acontecer no estudo de alguns conceitos matemáticos:

Outra situação que frequentemente é encontrada nas aulas é o uso de termos da linguagem corrente em contexto matemático, quando na linguagem corrente há um sinal em Libras e no contexto matemático não. Por exemplo: a palavra peso tem um sentido usual, relacionado à massa contida em um corpo, e um sentido matemático, nas médias ponderadas. O ILS, ao traduzir o peso da média ponderada para os alunos surdos que acompanha, certamente o fará com o balançar de mãos alternadas com as palmas voltadas para cima, que é o gesto que indica peso no sentido de massa. Compromete-se aí a compreensão do conceito de média aritmética ponderada, que fica inconsistente. Não raramente, o desconhecimento do próprio intérprete acerca dos conceitos matemáticos inviabiliza que ele crie um sinal que represente o conceito matemático de peso. Nessa situação, o contato prévio entre o professor de matemática e o ILS poderia talvez minorar essa dificuldade – o ILS, ao indicar ao professor a ausência do sinal para a palavra peso no contexto matemático, desenvolveria previamente uma forma de traduzir para o aluno surdo de forma matematicamente consistente, em um processo colaborativo com o professor (PINTO; SILVA, 2017, n. p.).

Assim como o docente deve se preocupar na escolha dos enunciados, as estratégias para o entendimento dos exemplos e da explicação da solução devem ser pensadas com prudência. Aqui, a figura do intérprete é essencial no discernimento do grau de fluência do aluno surdo em Libras com objetivo de evitar que a tradução se

torne apenas o cumprimento de uma norma estabelecida em lei, sem que haja avanço significativo na aquisição de novas habilidade por parte do discente. Portanto, cabe a quem está conduzindo a aula, em parceria com o intérprete, buscar métodos para que esse progresso não dependa exclusivamente da tradução do que está sendo exposto e sim que ela seja uma ferramenta para potencializar o que está sendo discutido.

Agora, olhando na perspectiva da apresentação da solução do problema pelo professor, é muito comum que alguns desses trabalhadores (pelo número pequeno de possibilidades) escrevam diagramas listando os possíveis casais e, em seguida, usem o PFC para apresentar uma solução rápida. Ou seja, optem por uma abordagem mais alinhada com a apresentada por Morgado. Esse tratamento, apesar de não estar incorreto, traz uma perda do potencial visual da resolução da questão.

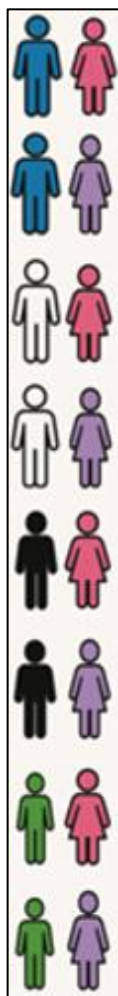
Nascimento et al. (2018, p. 2) ressalta:

[...] pode-se perceber que o aluno surdo desenvolve com mais apuro o sentido da visão, por isso é favorável que os docentes desenvolvam metodologias que utilizem meios e estratégias partindo e explorando os aspectos e elementos visuais, para que estes possam ser facilitadores no processo de aprendizagem desses alunos surdos.

Observe a seguir uma abordagem que busca apresentar um esquema eficaz para apresentar a solução desse problema de forma visual e que o conceito central do enunciado seja explicitado de forma compreensível de modo a exercer a orientação da BNCC para a habilidades citadas.

Logo, podemos expressar uma possível solução fazendo registro dos casos da seguinte forma: Verificando os possíveis casais homem-mulher com 4 homens e 2 mulheres que podem ser feitos, obtemos as seguintes possibilidades conforme ilustração abaixo.

Figura 10 – Imagem exibindo todos os possíveis casais formados



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Antes de apresentar a solução usando o princípio fundamental da contagem, o docente pode mostrar a imagem de alguns casais e pedir aos alunos que investiguem o problema tentando escrever o máximo de casos possíveis até concluírem uma possível resposta. Nesse momento, antes do uso do princípio multiplicativo, estão sendo trabalhadas apenas a compreensão correta do enunciado e uma possível estratégia de representação para concluir um resultado.

A partir do momento em que o enunciado estiver bem compreendido, a explicação pode ser direcionada para apresentação do método necessário para resolver esse tipo de situação. Ou seja, é aqui que surge o questionamento de como apresentar uma solução através da técnica de contagem.

Naturalmente, o caminho a ser seguido no emprego dessa ferramenta seria o expresso a seguir.

Solução (utilizando o princípio multiplicativo): decisão D – formar um casal;

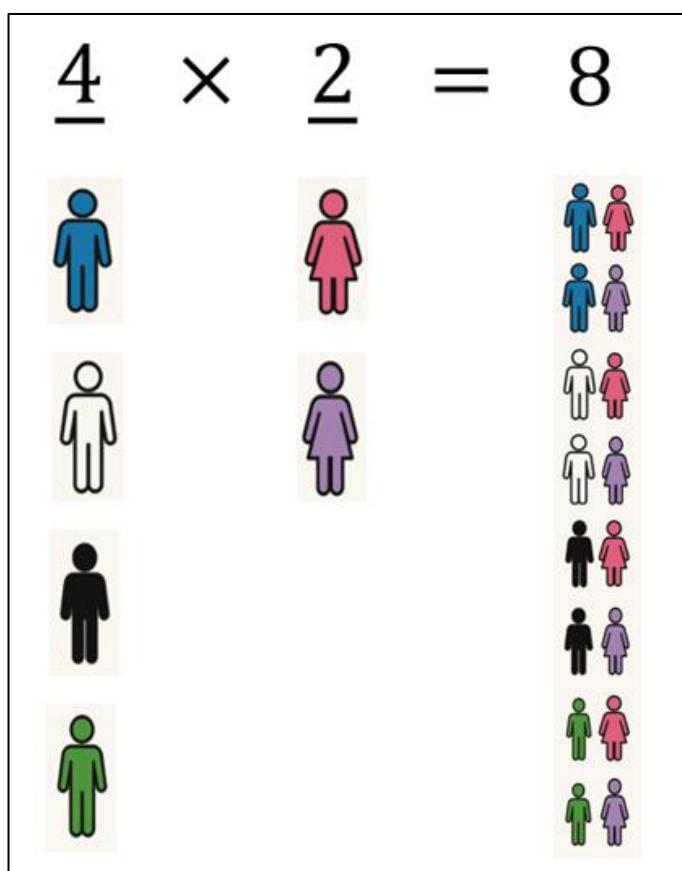
Decisão D_1 - escolher um homem: 4 opções;

Decisão D_2 - escolher uma mulher: 2 opções;

Logo, pelo princípio multiplicativo, o número de maneiras de se formar um casal é $D = D_1 \times D_2 = 4 \times 2 = 8$.

Veja que essa forma de usar tal ferramenta é incapaz de mostrar a relação existente entre a solução matemática apresentada e os recursos visuais aplicados para uma melhor interpretação do cenário proposto. Isso ocorreu pela ausência dos símbolos utilizados no exemplo durante a explicação da solução. Assim, pensando em como aprimorá-la, o docente pode pautar a exposição do princípio multiplicativo partindo do esquema a seguir.

Figura 11 – Solução utilizando o Princípio Multiplicativo com auxílio das imagens do problema



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Apesar dessa técnica de contagem estar presente de maneira tácita nessa perspectiva de solução, o ganho apresentado é de as subdecisões tomadas ficarem nítidas ao se fazer uso dos símbolos do problema. Aqui, a separação entre escolher um homem e, após isso, ser feita a escolha da mulher é mais evidente e esse modo é capaz de mostrar a quantidade de elementos que cada conjunto possui. Também, ao apresentar uma solução que parta do esquema para uso do princípio, o texto escrito se fez desnecessário.

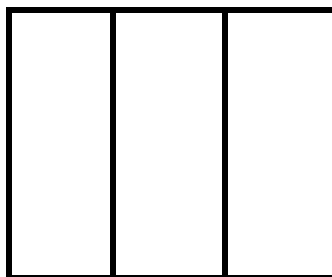
Por último, devido ao número de possibilidades ser pequeno e como cada casal foi expresso anteriormente na resolução a qual faz registro dos casos, este é um cenário favorável para que o esquema não fique indesejadamente poluído com tanta informação. Assim, é possível colocar a lista de todos os casais abaixo do número de possibilidades.

Assim como o professor deve ser cauteloso com a linguagem das questões e nos esquemas apresentados para ajudar em sua explicação, cabe a ele também refletir sobre os problemas que serão escolhidos. Por exemplo, há muitas situações que são clássicas em Análise Combinatória envolvendo o Princípio Fundamental da Contagem (PFC): o número de senhas existentes para acessar um serviço ou o total de caminhos a serem tomados em uma viagem ou até mesmo a quantidade de números formados usando apenas alguns dígitos. Alguns desses casos, como o das senhas, estão bastante presentes no cotidiano do estudante, mas se nota a dificuldade em ser empregado o recurso visual para trabalhar esse cenário.

Por isso, pensando na continuidade dessa perspectiva de a aula estar apoiada no uso de recursos visuais, a escolha das questões é parte fundamental desse processo de adaptação. Assim, seguindo o caminho adotado no **Exemplo 1** e trabalhando questões clássicas ao se introduzir o PFC, agora, sofisticando o uso das técnicas e encontrando alternativas para superação de restrições impostas, pensemos no seguinte exemplo.

Exemplo 2: A bandeira de um país é formada por três faixas.

Figura 12 – Bandeira do país



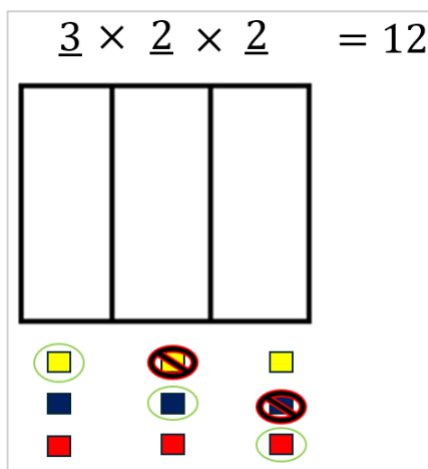
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Usando **amarelo**, **azul** e **vermelho**, de quantas maneiras diferentes é possível pintar cada faixa de modo que faixas vizinhas **NÃO** sejam pintadas da mesma cor?

Neste exemplo, optamos por destacar o nome das cores pintando-as para que o estudante já tenha noção de quais elementos farão parte da lista de possibilidades ao olhar o enunciado. Também, priorizamos a palavra **vizinha** ao invés do usual **adjacente** por uma questão de simplificação da linguagem. Apesar de serem vocábulos sinônimos, o sinal em Libras difere para cada uma delas.

Agora, pensando na solução, o desafio que surge é o de apresentar um esquema para indicar a restrição imposta no problema de faixas vizinhas terem cores distintas e de como evidenciar a cor que está sendo utilizada para pintar determinada faixa. Em comparação com o **Exemplo 1**, outro fator que dificulta essa tarefa é o acréscimo de mais uma subdecisão a ser tomada. Assim, uma possível solução utilizando implicitamente o Princípio Multiplicativo para superação dos obstáculos encontrados pode ser exposta conforme a figura a seguir.

Figura 13 – Esquema indicando as restrições e escolhas das cores



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Analisando o que a imagem está tentando representar, é possível observar que o conjunto de possibilidades (as cores amarela, azul e vermelha) está sendo exibido como no **Exemplo 1**, porém, como nesta solução é necessário escolher um dos elementos para pintar cada faixa da bandeira, existe a indicação da escolha por meio de um círculo verde em torno da cor utilizada.

Outro detalhe o qual chama atenção é a representação da restrição imposta de que faixas adjacentes não possuam cores iguais. Perceba que para isso foi utilizado o símbolo de proibido indicando que a cor utilizada anteriormente não possa ser mais escolhida naquele próximo passo. A escolha desse símbolo é conveniente, pois certamente o discente já o encontrou no seu cotidiano ao se deparar com a proibição de algum objeto ou ação como, por exemplo, a placa de é proibido estacionar.

Por fim, apesar de o Princípio Multiplicativo estar tacitamente expresso no esquema montado, note que cada subdecisão tomada (pintar a primeira faixa, depois pintar a segunda e concluir pintando a terceira) está bem indicada na figura ao alinharmos o número de possibilidades com sua respectiva faixa. Essa indicação é favorável até mesmo quando forem necessárias mais subdecisões ou o problema apresentar mais restrições.

Diferentemente do que foi feito no exercício anterior, o desenho de todas as possíveis bandeiras formadas não estão indicadas abaixo da resposta com o intuito de evitar que a imagem fique poluída com tantos elementos. Contudo, antes de

apresentar esta solução usando tal técnica de contagem, o professor pode apresentar uma resolução listando todos os casos seguindo a mesma ordem do **exemplo 1**.

Outra situação recorrente em problemas de Análise Combinatória são é quando devemos tomar uma decisão em primeiro lugar por ela gerar problemas mais à frente, daí, a recomendação de Morgado:

“Pequenas dificuldades adiadas costumam transformar-se grandes dificuldades. Se alguma decisão é mais complicada que as demais, ela deve ser tomada em primeiro lugar”.

Ou quando é necessário dividir o problema em casos. Pensando em como responder situações dessa natureza empregando recursos visuais, analisemos o exemplo a seguir.

Exemplo 3: Uma pessoa tem as opções abaixo para fazer uma viagem.

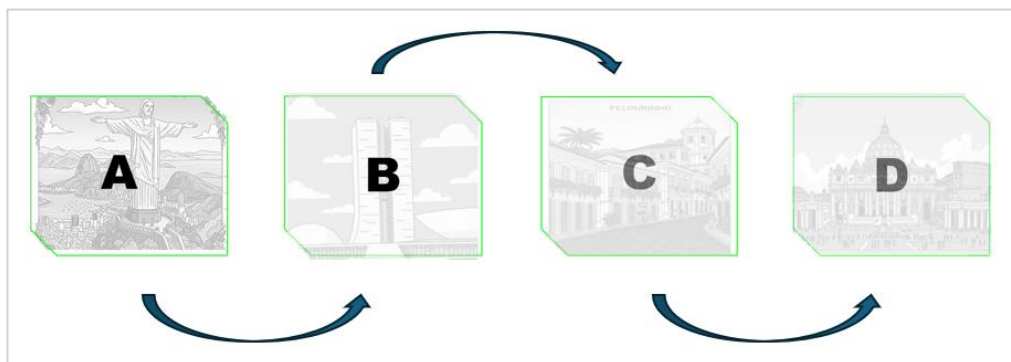
Figura 14 – Veículos utilizados para realizar a viagem



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Ela sairá da cidade A para B, depois de B para C e finalizará a viagem em D conforme representação a seguir.

Figura 15 – Trajeto da Viagem



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

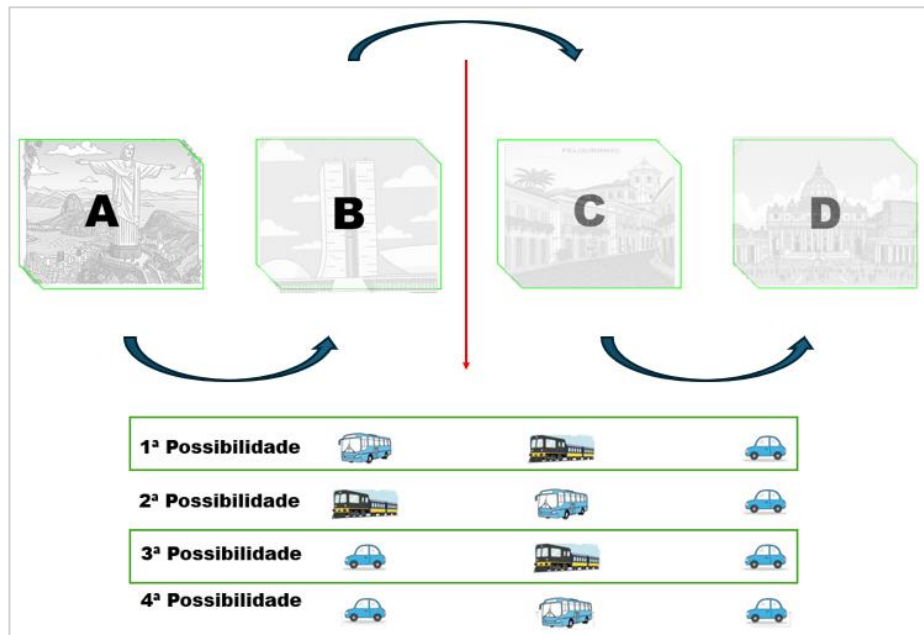
De quantas maneiras a pessoa pode fazer a viagem se deve terminá-la de carro e não poderá usar o mesmo transporte em sequência?

Antes de apresentar uma possível resposta, é preciso fazer algumas observações sobre as informações dadas. Na construção dos elementos do problema, é notória a preferência pelas imagens dos meios de transporte ao invés dos seus respectivos nomes para evitar o excesso de texto. Percebe-se, também, que a parte referente ao percurso da viagem da pessoa foi feito por meio de setas assinalando uma direção, setas são um recurso eficaz para transmitir a ideia de movimento. Outro detalhe é que, com o intuito de evitar o excesso de informações, o enunciado pode dispensar a referência das cidades pelos seus nomes, mas, na figura, pode colocar o desenho de um cartão postal do lugar caso deseje. Por exemplo, não escrever no problema que a cidade “A” se trata do Rio de Janeiro, mas ao fundo ter o desenho do cartão postal do Cristo Redentor para que o estudante tenha a referência do local. Por fim, a parte **“Ela sairá da cidade A para B, depois de B para C e finalizará a viagem em D conforme representação a seguir”** pode ser substituída por **“a pessoa fará o trajeto a seguir”** ou afins por uma economia de redação, visto que a imagem é bastante explicativa.

Apesar de todo o processo estar apoiado em imagens, existe a diferença deste exemplo para os anteriores em haver mais de uma. Portanto, é importante que, para evitar o excesso de exposição a informações simultâneas, quem está explicando opte por passos: primeiro falar sobre os veículos e, em sequência, falar sobre o trajeto que será feito.

Como é um problema em que a lista de possibilidades é curta e o seu entendimento é mais complexo do que os anteriores, o docente pode começar sua explicação exibindo a lista de possibilidades de fazer o trajeto que responde à pergunta feita. Assim, fica mais claro ao discente as restrições terminar a viagem de carro e que em cidades consecutivas não é permitido utilizar o mesmo veículo.

Figura 16 - Solução listando as possibilidades

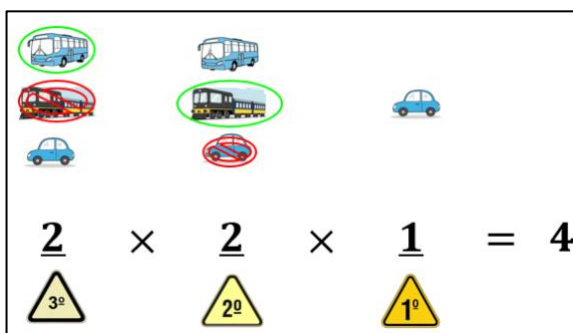


Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Ao responder à questão utilizando o PFC, caso o professor opte por realizar o caminho da escrita das subdecisões para solucioná-lo, esse é um exercício em que é flagrante o quanto isso pode ser confuso. Além disso, há o acréscimo da complexidade de o problema ter ordem de importância de como as subdecisões serão tomadas. Assim, surge o desafio de como destacá-las para o discente.

A Matemática possui uma linguagem rica de símbolos e isso pode se transformar em uma útil ferramenta ao se pensar na melhor explicação para estudantes com esse perfil. Com ela somos capazes de indicar muitas ações economizando ou substituindo a redação. Logo, pensando na resolução empregando o princípio multiplicativo buscando a superação dessas barreiras, observe o esquema a seguir.

Figura 17 – Solução utilizando o Princípio Multiplicativo



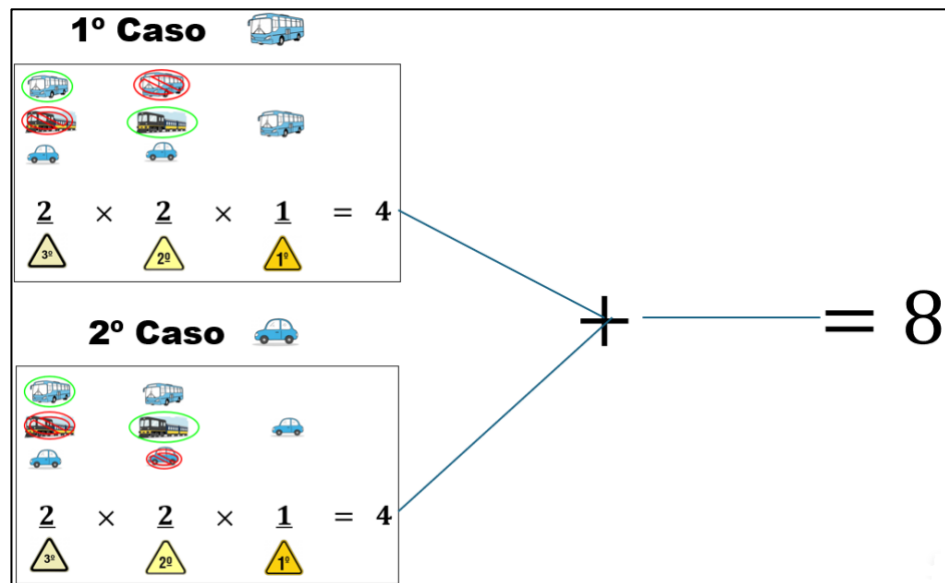
Fonte: Elaborada pelo autor (2025).

A figura acima mantém alguns dos símbolos utilizados nos exemplos anteriores e contém uma nova placa (a de “aviso”). O desenho, o qual certamente o aluno já deve ter visto em alguma situação, serve para indicar a ordem de importância em que as decisões devem ser tomadas. A tonalidade mais forte, além do número ao centro indicando a ordem a ser seguida, foram propositalmente pensados para que o estudante siga a sequência indicada na imagem.

Observe que, alterando o final da pergunta, o problema poderia ser dividido em casos. Por exemplo, pensemos em uma possível resposta se o enunciado acrescentasse que a pessoa deve **terminar a viagem de ônibus ou carro**.

Note que essa alteração faz com que as situações sejam analisadas separadamente. Contudo, uma das possibilidades (terminar a viagem de carro) já foi analisada anteriormente e, portanto, resta apenas estudar o segundo caso (terminar a viagem de ônibus). O docente, por uma questão de linearidade, deve manter o padrão do esquema utilizado no **exemplo 3**, mas surge o desafio aqui de como indicar que devemos somar as possibilidades.

Figura 18 – Solução dividida em casos



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Perceba que o esquema consegue fazer a referência aos casos indicando por qual veículo a viagem deve terminar e aponta que devemos somar as possibilidades encontradas em cada caso.

Morgado (1991) adota uma organização ainda hoje bastante utilizada pelos professores: após a discussão sobre o Princípio Fundamental, começa os estudos de permutações simples.

Ao iniciar os estudos desse novo tema, começa com o seguinte questionamento: *Dados n objetos distintos a_1, a_2, \dots, a_n de quantos modos é possível ordená-los?* Antes de escrever uma solução para o questionamento, para trabalhar o conceito de permutação, parte de um caso mais simples em que discute as 6 possíveis ordenações com os objetos 1.2.3 listando que existem 6 possibilidades para isso. Após essa breve discussão, utiliza o Princípio Multiplicativo para mostrar que o número de modos de ordenar n objetos distintos é igual a $n!$. Por fim, escreve que cada ordenação dos n objetos é chamada de uma *permutação simples* n objetos.

Figura 19 – Apresentação do autor do conceito de permutação simples

2.2 Permutações Simples

Dados n objetos distintos a_1, a_2, \dots, a_n , de quantos modos é possível ordená-los?

Por exemplo, para os objetos 1,2,3 há 6 ordenações: 123, 132, 213, 231, 312 e 321. No caso geral temos n modos de escolher o objeto que ocupará o primeiro lugar. $n - 1$ modos de escolher o que ocupará o segundo lugar. ..., 1 modo de escolher o objeto que ocupará o último lugar. Portanto,

O número de modos de ordenar n objetos distintos é

$$n(n - 1) \cdots 1 = n!$$

Cada ordenação dos n objetos é chamada uma *permutação simples* de n objetos e o número de permutações simples de n objetos distintos é representado por P_n . Assim, $P_n = n!$ (Já que $0! = 1$, define-se $P_0 = 1$).

Fonte: Morgado (1991, p. 27).

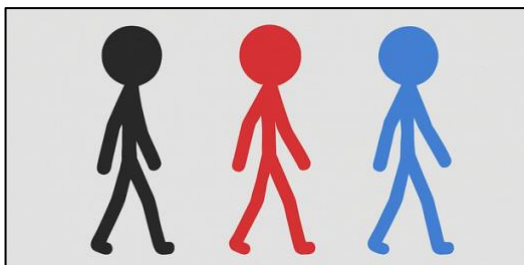
Para este exemplo é difícil trabalhar o apelo visual da Análise Combinatória, pois seus objetos são abstratos. Além disso, o conceito central de ordenação não é tão claro quando apenas escrevemos um novo número trocando a ordem dos seus dígitos.

Também, neste primeiro momento, não é recomendável a utilização de exemplos com anagramas a fim de evitar uma linguagem ambígua ou sem significado. Aqui, a utilização dessa ferramenta incorre na mesma falha do exemplo utilizado pelo autor de o conceito de ordenação não estar claro. Para o estudante, ROMA e RAMO, anagramas da palavra AMOR, podem ser somente vocábulos parecidos sem a compreensão do contexto de que se trata de uma reordenação das letras que compõem a palavra.

Assim, considerando tais obstáculos e pensando em uma melhor forma para introduzir esse assunto, um bom exemplo, habitual de ser trabalhado por quem está ensinando permutações simples, é o que faz uso de filas. Note que a posição ocupada em uma fila torna o conceito de ordenação evidente ao expor cada uma das configurações diferentes dependendo do conjunto a ser trabalhado. Portanto, pensemos no seguinte exemplo para trabalhar a habilidade **(EM13MAT310)**.

Exemplo 4: De quantos modos diferentes podemos ordenar em fila as 3 pessoas a seguir?

Figura 20 – Representação da fila com 3 pessoas



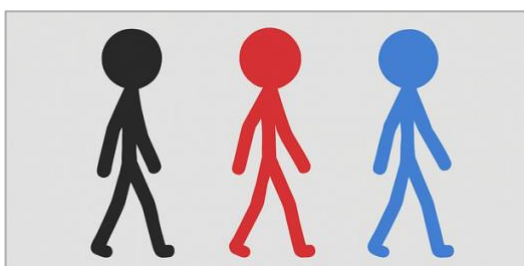
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Como já alertado anteriormente, o mais comum é que o docente exponha uma solução que faz uso apenas do princípio multiplicativo ou da aplicação da fórmula para o cálculo de permutações, pois a utilização de registros de contagem dos casos em problemas desse tipo vão sendo esquecidos à medida que os alunos vão se acostumando com as técnicas utilizadas. Também, como sugerido anteriormente nos exemplos anteriores, é esperado a adoção de uma resolução apoiada na imagem utilizada no problema.

O exemplo, apesar de ter uma pergunta com linguagem muito simples e direta, pode conter passos para que o aluno trabalhe primeiro a ideia de ordenação e depois faça uso do princípio multiplicativo para explicar como chegou a sua solução. Assim, após os ajustes sugeridos, ele pode ser reescrito da maneira a seguir com um enunciado semelhante.

Exemplo 4 (reescrito): De quantos modos diferentes podemos ordenar em fila as 3 pessoas da imagem?

Figura 21 – Reaproveitamento da imagem



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

(I) Escreva uma solução listando as possibilidades.

(II) Escreva uma solução usando o Princípio Fundamental da Contagem.

Nesse início dos estudos, é preferível o uso da palavra ordenar a permutar, pois é esperado que os alunos desconheçam a palavra por ela estar restrita a um contexto muito específico. Contudo, permutar não deve deixar de ser utilizada, pois o seu uso será recorrente em questões desse tipo; mas ela deve ser inserido aos poucos ao avançar sobre o tema, preferencialmente, em um momento no qual os alunos já estejam habituados a como tratar situações desse gênero.

Segadas et. al (2016, p. 6-7), ao comentarem sobre a aplicação de uma atividade do assunto de Análise Combinatória no INES, relata que:

[...] A comunicação se deu em Libras, sendo o enunciado entregue por escrito para cada aluno. Foi possível observar o não reconhecimento das palavras “modos”, “bandeiras” e “repetição” bem como a necessidade de permutar as cores, por exemplo, no item (a). Sem a mediação do professor, tendiam a apresentar uma única sequência de três cores. Com o objetivo de elucidar as dúvidas, foi esclarecido o significado de cada palavra e proposto um esquema no quadro com pontos coloridos apresentando outras possibilidades.

Esse segundo modo de formulação carrega consigo a desvantagem de apresentar um enunciado mais extenso, mas a sequência de passos adotada auxilia o aluno a compreender melhor o comando do exercício. Também, é razoável afirmar que esse tipo de solução esquematizando os casos faz o apelo visual ficar evidente ao estudante quando ele escreve todas as possíveis ordenações.

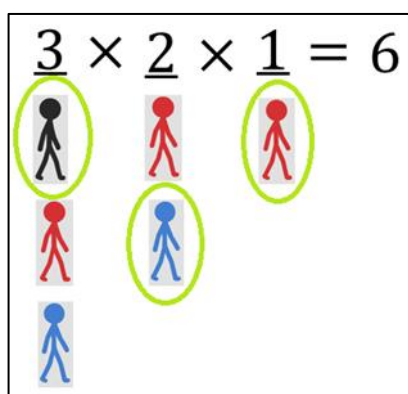
Nesse momento, é oportuno a quem conduz a aula apresentar algum tipo de esquema para que eles confirmem sua solução e confirmem se conseguiram listar todas as possibilidades. Além disso, o professor pode interagir com a turma apontando para cada configuração diferente de fila e lhes pedir para conferir se ela consta ou não na resolução deles. Esse tipo de postura ajuda com que o aluno surdo direcione sua atenção em momentos assíncronos a cada um dos elementos envolvidos na aula.

Esclarecendo o que foi dito anteriormente, se o professor apenas exhibe a mídia para mostrar todas as possibilidades, tal estudante terá que dividir sua concentração entre o docente, intérprete, a mídia e ainda conferir sua resposta. A interação sugerida ajuda no ritmo em que as informações serão processadas, pois

haverá uma pequena pausa entre a explicação-interpretação – a exibição da mídia – e a checagem da solução.

Após a apresentação da mídia, o professor pode pautar a exposição da solução pelo PFC por meio de algum esquema como o mostrado a seguir, mas deve ter cautela com alguns detalhes como explicitar quem está sendo escolhido para ocupar cada posição e, uma vez que a pessoa foi escolhida para aquela posição, ela deve ser excluída do conjunto de possibilidades. Ou seja, ao invés de utilizar o símbolo de proibido como no exemplo da bandeira, o elemento que é escolhido para aquele lugar deve ser suprimido e não mais mostrado nos passos seguintes.

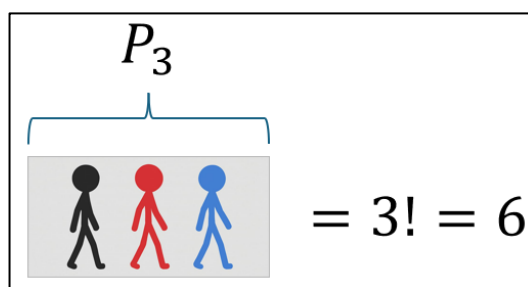
Figura 22 – Solução Utilizando o Princípio Fundamental da Contagem



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Por fim, por uma questão de praticidade e simplificação, pode ser apresentado outro esquema mostrando como a quantidade total de ordenações pode ser calculada utilizando a fórmula de permutação simples para obter uma resposta de maneira mais rápida.

Figura 23 – Solução utilizando o fatorial



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Essa prática pode ser adotada durante toda a fase inicial do estudo de permutações até os alunos se habituarem com a linguagem dos exercícios e os

métodos como eles podem ser solucionados. Como esta é uma fase introdutória, espera-se a utilização de exemplos simples em que a contagem de todos os casos é viável. A exposição aqui deve se concentrar mais na interpretação precisa dos problemas e na compreensão da ferramenta necessária para resolvê-los.

Neste ponto dos estudos, surgiu uma notação imprescindível para a compreensão de outros tipos de técnicas nessa área – **o fatorial**. Como mencionado anteriormente, a disciplina possui características que tornam a adaptação dos conceitos e de suas ferramentas ainda mais desafiadora. Assim, é válido fazer a ressalva de que nem tudo precisa possuir uma alternativa ao método tradicional de explicação feito de maneira expositiva e é provável até mesmo a inexistência de algum meio para adaptar certos objetos.

O fatorial é um desses elementos que mostra não possuir necessidade imediata de adaptação buscando outras maneiras de explicá-lo, pois o método de como ele é calculado é feito através da reprodução de passos e, dependendo do número, é mais vantajoso apenas decorar qual é o resultado. É oportuno ao professor evitar alto rigor e formalismo matemático para ensinar como é feito o cálculo, mas deixando a observação de que seja exposto de uma forma clara e objetiva.

Por exemplo, por uma simplificação do conceito, é comum o fatorial de um número natural n , denotado por $n!$, ser definido das seguintes maneiras no contexto da Educação Básica:

Definição 1: Dado um número inteiro positivo n , definimos o fatorial de n , o qual denotaremos por $n!$, o resultado do produto de todos os números naturais de 1 até n .

Definição 2: O fatorial de n , denotado por $n!$, é o produto de todos os números naturais menores ou iguais que n .

As definições acima permitem ao docente explicar o fatorial de um número natural de um jeito simples, porém, visto que o objetivo é saber os passos para o cálculo, é admissível adotar uma postura de apresentar primeiramente como calculá-lo e depois escrever sua definição. Assim, invertendo o caminho que geralmente é adotado na Matemática. Embora seja um cuidado pertinente, em muitos casos o cálculo do fatorial se faz desnecessário com as respostas aos problemas podendo ser expressas pelo símbolo e não pelo resultado da conta em si. Outro elemento desse

conceito que precisa ser mencionado é o símbolo utilizado para representá-lo, um símbolo simples e compreensível, longe de ocasionar qualquer interpretação errônea ou ambígua.

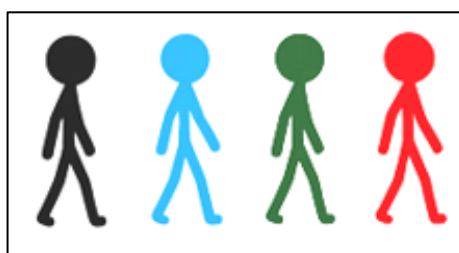
Ao dar continuidade aos estudos de permutações simples, é comum quem está ministrando as aulas utilizar exemplos de natureza semelhante com o conceito de fila, mas aumentando o grau de sofisticação das técnicas utilizadas para resolvê-los. Situações como as expostas abaixo são recorrentes a esta abordagem:

- (I) Pessoas que ocupam lugares específicos como o início ou final da fila;
- (II) Duas ou mais pessoas que devem estar sempre juntas nas possíveis ordenações;
- (III) Duas ou mais pessoas que não devem ficar juntas;

Também podem ser estudados problemas nos quais duas ou mais situações acima expostas possam aparecer em um mesmo exercício. Assim, pensando em como trabalhar as situações (II) e (III), isoladamente, por exigir mais criatividade de como empregar os recursos visuais para se determinar uma resposta, discutiremos os exemplos 5 e 6.

Exemplo 5: Quantas filas podem ser formadas de modo que as pessoas azul e verde SEMPRE estejam juntas?

Figura 24 – Imagem para auxiliar o entendimento do problema



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Perceba que, embora o enunciado seja tão simples quanto o do exemplo anterior, a restrição imposta faz sua interpretação ser mais difícil. Aqui, seguindo o método adotado pelo **Exemplo 2**, houve a indicação das pessoas por meio de suas cores na pergunta para destacar as que são centrais para resolver o problema.

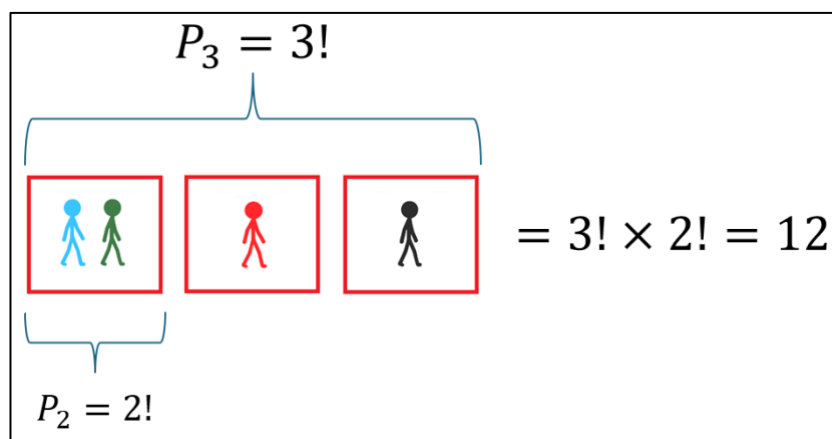
Nesta questão, não é pedido a quem está respondendo escrever uma solução listando os casos; mas é natural que os discentes partam disso para uma solução

formal devido o modo como os estudos de Análise Combinatória foram conduzidos até o momento. Aqui, é fundamental que o aluno trabalhe cada caso em que as pessoas citadas aparecem juntas para ele notar que pode simplificar a situação precisando permutar, na verdade, 3 elementos. Ou seja, considerar o par azul-verde como um único elemento.

Mais uma vez, antes da apresentação da solução empregando alguma técnica de contagem, o docente pode escrever uma solução mostrando todas as configurações de fila para ajudar na compreensão do cenário proposto no problema.

Por causa da condição dada na questão, surge o desafio de como mostrar aos estudantes uma resposta considerando as pessoas azul e verde como um único objeto e, após isso, calcular uma permutação de 3 elementos indicado que o bloco formado por essas pessoas pode trocar de posição na fila.

Figura 25 – Solução explorando as imagens do enunciado



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Exemplo 6: Quantas filas podem ser formadas de modo que as pessoas azul e verde NUNCA estejam juntas?

Figura 26 – Imagem reaproveitada do exemplo anterior

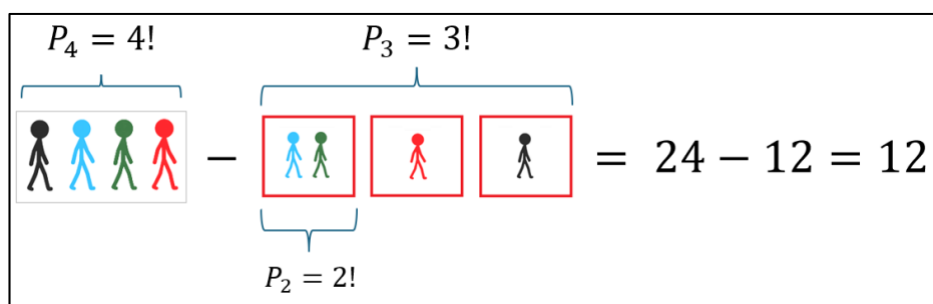


Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Uma provável dificuldade que o discente com esse perfil encontre ao observar esse novo exemplo é a grande semelhança dele com o anterior. Por isso, antes de pedir à turma para resolvê-lo, o professor deve apresentar alguns casos com a finalidade de deixar visível a diferença entre este problema e o anterior.

Neste exercício, a resolução será feita calculando todas as possíveis filas formadas e retirando aquelas em que as pessoas azul e verde aparecem juntas, desse modo, sobrando apenas os casos em que elas estão separadas. O esquema a ser criado deve deixar evidente cada uma dessas situações, mas de modo que a imagem não fique poluída com tantas informações.

Figura 27 – Solução indicado a restrição dada



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

No esquema utilizado para discutir a solução desta questão, é cabível a orientação de que o professor não precisa fazer novamente o cálculo em que as pessoas azul e verde estão juntas na fila, pois a imagem é reaproveitada para que o estudante tenha a referência do exemplo anterior.

Conforme a interpretação e as soluções dos problemas propostos se tornem mais naturais para a turma, o docente pode determinar qual é o melhor momento para trabalhar a parte da **habilidade (EM13MAT310)** a qual trata dos casos em que a **ordem dos agrupamentos não é relevante**. Assim, passando dos estudos de permutações simples para o de combinações simples.

Morgado (1991) segue o mesmo roteiro: inicia os estudos de combinação simples logo após os estudos de permutações. Mantendo uma abordagem semelhante à utilizada para permutações simples, faz uso de elementos puramente abstratos perguntando quantos são os subconjuntos com p elementos do conjunto $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Após isso, diz que cada subconjunto com p elementos é chamado de uma *combinação simples* de classe p dos n objetos a_1, a_2, \dots, a_n . Mais uma vez, por

questão de simplificação, para trabalhar o conceito, opta por um conjunto pequeno com 5 elementos a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 em que serão formados subconjuntos contendo três desses objetos. O autor, para finalizar a resposta do exemplo com um conjunto menor de elementos, exhibe as 10 possíveis combinações formadas e aproveita para indicar que a notação utilizada para isso é $C_2^5 = 10$.

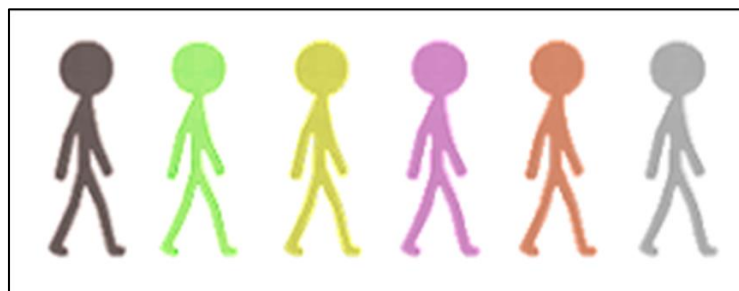
Após concluir a resposta para o caso mais simples, ele decide analisá-la e mostra um caminho usando o Princípio Fundamental de Contagem para determinar a solução desse caso. Assim, Morgado comenta que a escolha do 1º elemento da combinação pode ser feita de 5 modos, a do 2º de 4 modos e a do 3º de 3 modos. Logo, pelo PFC a resposta seria $5 \times 4 \times 3 = 60$. Entretanto, alerta que algumas combinações idênticas como, por exemplo, $\{a_1, a_2, a_3\}$, $\{a_1, a_3, a_2\}$ etc... são contadas como diferentes quando fazemos uso dessa ferramenta. Assim, para resolver esse impasse, calcula que, em cada combinação, os elementos podem ser escritos em $P_3 = 3! = 6$ ordens, ou seja, cada combinação foi contada 6 vezes. Portanto, a resposta é $\frac{60}{6} = 10$.

Embora tal abordagem, como estão sendo formados subconjuntos, deixa implícito que a ordem é irrelevante nos agrupamentos feitos, isso é algo difícil de ser percebido inicialmente. Ou seja, é complexo para o discente ver que $\{a_1, a_2, a_3\}$ e $\{a_2, a_1, a_3\}$ representam o mesmo objeto sem importar a ordem com que cada um dos seus elementos está disposto.

Pensando em como introduzir este conteúdo e adaptando o exemplo dado pelo autor para fazer uso de recursos visuais, é interessante fazer a substituição dos objetos abstratos por objetos concretos (pessoas) e reduzir o número de elementos pertencentes a cada subconjunto por uma questão de simplificação no registro do estudante. Assim, pensemos no exemplo a seguir.

Exemplo 7: De quantos modos diferentes podemos escolher duas pessoas do grupo para formar uma comissão?

Figura 28 – Imagem indicando as 6 pessoas para formar a comissão



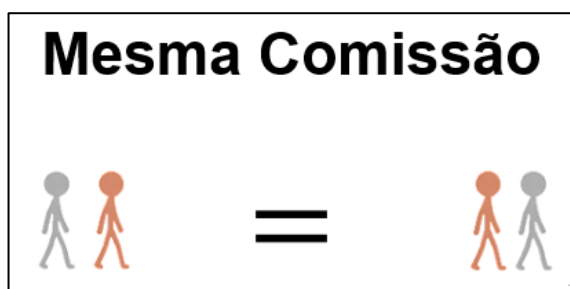
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Para começar o trabalho com este novo tema, poderiam ter sido escolhidos outros tipos de objetos como, por exemplo, fazer a substituição das seis pessoas por seis profissionais com diferentes obrigações laborais para formar as comissões. Entretanto, o aspecto da irrelevância da ordenação poderia não ficar tão bem definido, pois os estudantes formariam as comissões com dois deles sem refletir se a ordem em que foi feita a escolha é ou não importante. Isso ocorre, pois profissionais podem ser objetos muito diferentes entre si.

Logo, propositalmente, foi utilizada uma figura parecida com a aplicada para o estudo de permutações simples. Não só o aluno surdo, como também os outros discentes, talvez tentariam reproduzir o que foi feito durante os estudos dos exemplos anteriores. Assim, caso fosse solicitado escrever uma resposta listando todas as comissões possíveis, é bem provável que, quando escolhessem dois elementos para formarem elas, fariam a troca de posição entre as pessoas remetendo a importância de ordenação necessária no estudo do tema anterior.

Assim, para superar essa possível dificuldade de entendimento do enunciado e deixar explícito a irrelevância da ordem dos subgrupos de 2 elementos formados, o docente pode apresentar uma figura como a imagem a seguir.

Figura 29 – Indicação de que a ordem de escolha é irrelevante



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 31 – Utilização de recursos imagéticos para concluir a resposta.

$$6 \times 5 = 30$$

$$= \frac{30}{2} = 15$$

$P_2 = 2! = 2$

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Perceba que, na solução acima, alguns elementos seguem o padrão de representação de exemplos anteriores. Vale salientar que há a introdução de uma nova figura a qual não foi utilizada na construção do enunciado do exemplo. Assim, faz-se necessário o docente, junto ao intérprete, explicar com clareza que o contorno das pessoas com fundo preto estão sendo utilizados para representar uma pessoa qualquer que pode ser preenchida com qualquer uma das cores usadas no problema. Por fim, uma solução mais prática é aplicar a fórmula de combinação simples.

O começo de uma nova etapa nos estudos de Análise Combinatória traz com ela a necessidade de utilização de um novo símbolo, agora, para representar o conceito de **combinação simples**. Diferentemente do fatorial de um número natural, o qual seu símbolo era único para representá-lo, a combinação simples possui três possíveis representações:

$$\binom{n}{k}, C_k^n \text{ ou } C_{n,k}.$$

A solução do **exemplo 7** é determinada através de uma combinação simples de 6 elementos em que serão escolhidos 2 deles, mas fica o questionamento de qual é a melhor maneira de representar esse cálculo. Veja que, apesar de estar lidando com um assunto no qual, nesta altura, a utilização de uma grande variedade de símbolos é desnecessária, o professor deve ser cauteloso na escolha de uma das opções.

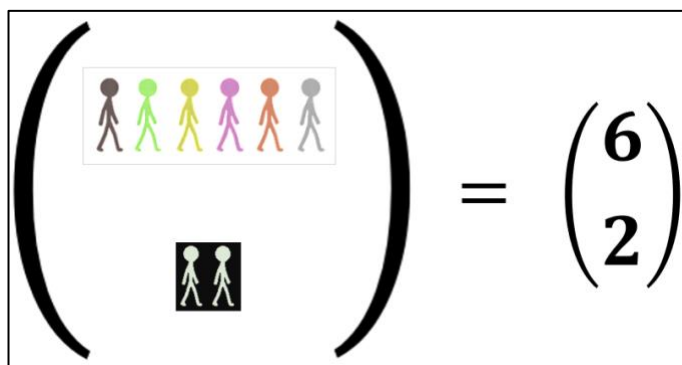
Por exemplo, em qual delas a indicação de quantas formas distintas é possível escolher 2 elementos dentre 6 possíveis fica mais nítida ao receptor da mensagem? Outro ponto a ser discutido é: qual vai ser a melhor em auxiliar no momento do cálculo em que serão utilizados fatoriais? Refletindo sobre os benefícios e limitações de cada opção, algumas características são interessantes para decidir sobre o seu uso ou não.

A representação $\binom{6}{2}$ possui o aspecto de ter uma disposição dos números parecida com a do cálculo usando fatorial, embora tenha a desvantagem de aparecer com baixa frequência em respostas de problemas nos livros didáticos.

$$\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!(6-2)!}$$

Ainda sobre o uso da representação $\binom{n}{k}$, ela parece ser a melhor opção para o emprego do recurso visual. Com ela é mais fácil indicar por meio de um esquema que serão formados subconjuntos contendo 2 elementos de um conjunto com 6, conforme imagem abaixo.

Figura 32 – Representação binomial por meio de recursos imagéticos



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Já a opção $C_{6,2}$ possui a vantagem de ser a mais difundida nos livros didáticos e seria mais benéfico para o professor adotar um único tipo de representação que coincidissem com a do seu livro didático. Contudo, ela poderia causar ambiguidade, pois existe a possibilidade de o aluno confundir o 6,2 (6 escolhe 2) com número decimal.

Já a opção C_2^6 é um pouco poluída visualmente, mas possui a vantagem apresentada pela opção binomial em menor grau e, ainda que em menor escala, é bastante propagada nos materiais didáticos.

A utilização das representações como $C_{n,k}$ e C_k^n pode ser um instrumento importante para evitar as barreiras de comunicação. O intérprete pode não ter o conhecimento do sinal que representa o conceito de combinação simples ou até mesmo ele não existir. Nesse caso da solução do exemplo, o professor poderia adequar à sua linguagem por uma questão de sinalização e falar “C” (remetendo ao “C” da representação) de 6 escolhe 2 ao invés do tradicional e correto combinação de 6 escolhe 2.

Finalizando essa discussão; como indicam o mesmo conceito, é possível mesclar o momento em que cada uma delas será utilizada. O professor pode utilizar a opção binomial quando mostrar figuras para explicação e, após isso, igualar tal opção a uma das representações adotadas pelo livro didático, ou seja, fazer $\binom{6}{2} = C_{6,2}$ ou $\binom{6}{2} = C_2^6$.

É esperado que a continuação dos estudos sobre combinações simples, ainda na sua fase introdutória, comece a apresentar mais restrições. Aproveitando para seguir com problemas que abordam o conceito de comissões, um aspecto que merece muita atenção é a construção dos seus enunciados. Nos exercícios, é comum quem os elabora dar nomes às personagens envolvidas na situação, contudo isso é algo que pode gerar prejuízos ao andamento da aula.

Por que um aspecto que parece ser irrelevante faz muita diferença entre ele ajudar ou atrapalhar a fluidez da aula? Pensemos no seguinte exercício contendo os nomes de alguns dos atores envolvidos: **um grupo de 6 pessoas, dentre elas Jéssica e Ricardo, pretende formar uma comissão com 4 integrantes. Quantas comissões podem ser formadas contendo ambos?**

Utilizar nomes próprios para indicar os personagens envolvidos traz uma desvantagem na fluidez da aula. O intérprete, ao fazer a tradução do problema, precisará fazer a datilologia³ do nome das pessoas e, como consequência, poderá reter de forma excessiva a atenção do aluno para ele, isso certamente acarretará o descompasso indesejado entre o que professor está explicando, o que está sendo apresentado na lousa (ou projetor) e o que está sendo interpretado. Ou seja, devido ao excesso de informações simultâneas, foi criada uma relação conturbada entre o

³ É a transcrição dos seus respectivos nomes através da utilização do alfabeto manual em Libras.

emissor – a mensagem – como a mensagem está sendo transmitida – o receptor. Essa relação é mencionada por Silva e Pinto (2017), em artigo publicado na Revista Educação Pública:

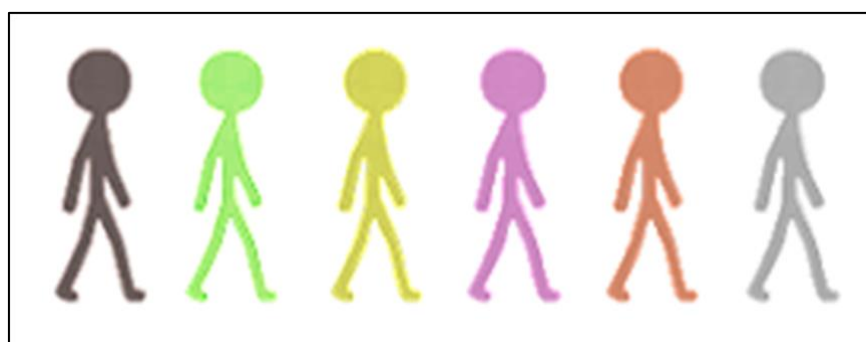
Outra questão complexa na tradução da aula de Matemática pelo ILS diz respeito ao uso da lousa pelo professor de Matemática. Para onde o aluno surdo deve dirigir seu olhar? Para o ILS, de maneira que consiga acompanhar a tradução da fala do professor ou para a lousa, de forma que visualize os desenhos e representações ou resoluções realizadas pelo docente? [...]

Ao analisar com cuidado a construção do enunciado e de como a mensagem será repassada e compreendida, é possível identificar o surgimento de mais um obstáculo: o estudante, ao tentar responder o exemplo, encontrará dificuldades para fazer uma representação que diferencie os personagens Maria e Ricardo, assim como, o professor sentirá dificuldades em fazer o mesmo ao apresentar uma solução que os destaque. Nesse ponto, a representação feita por meio dos *stickmans* coloridos é um método mais eficaz de evitar esse tipo de problema.

Pensemos no mesmo exercício, mas agora contendo uma figura e sem o nome dos personagens envolvidos.

Exemplo 8: Com as 6 pessoas a seguir, quantas comissões de 4 pessoas podem ser formadas contendo a pessoa verde e a pessoa rosa?

Figura 33 – Imagem reaproveitada do exemplo anterior



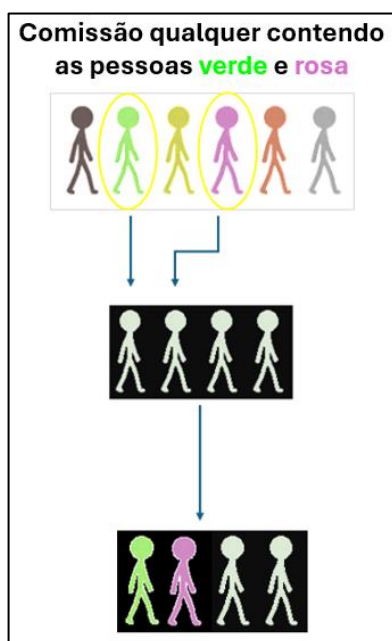
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Apesar da sutil reescritura do enunciado (agora, contendo uma figura), a nova versão é eficiente em evitar os problemas mencionados nos parágrafos anteriores. Note que, ao referenciar os personagens por meio de traços físicos como as cores ao

invés dos nomes, o intérprete não terá que fazer uma excessiva sucessão de sinais. Isso possibilita a ele exercer uma melhor sincronia com o que está sendo explicado pelo professor, além disso, facilitará a interpretação da situação por parte do estudante e favorecerá um registro de solução no qual é necessário a diferenciação das pessoas que merecem destaque no problema.

Superado esse entrave inicial, outro desafio que surge é o de como indicar, visualmente, que uma comissão qualquer formada precisa conter as pessoas verde e rosa e as outras duas pessoas quaisquer devem ser escolhidas dentre as restantes.

Figura 34 – Esquema utilizado para indicar que a comissão deve constar com as pessoas verde e rosa obrigatoriamente

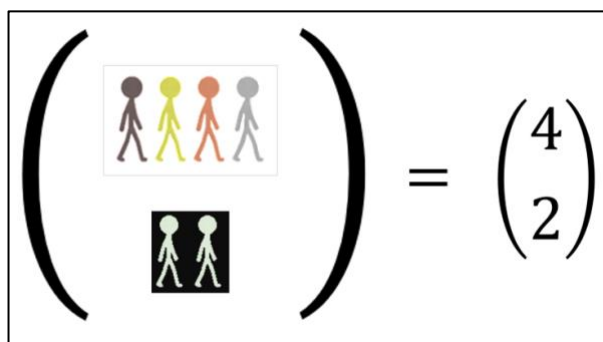


Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Veja que a sequência do esquema acima mostra, primeiramente, que serão formados subconjuntos de 4 pessoas com as 6 pessoas dadas e finaliza indicado que o preenchimento de duas dessas vagas terá de acontecer obrigatoriamente com os elementos verde e rosa. Assim, sobrando 4 opções para preencher as 2 vagas remanescentes.

Finalizando o exercício para determinar sua resposta, ou seja, calculando a combinação de 4 elementos em que serão escolhidos 2, aplicando a opção binomial, é possível indicar isso de acordo com o esquema abaixo.

Figura 35 – Conclusão da resposta do exemplo 8



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Conforme discutido anteriormente, a opção binomial facilita o emprego de esquemas visuais, mas é pouco utilizada em livros. Portanto, como tratam do mesmo objeto matemático, após a apresentação do esquema, o professor pode igualar as seguintes representações para a conclusão do cálculo.

$$\binom{4}{2} = C_{4,2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

Esse tipo de sequência será útil para indicar visualmente quais subconjuntos estão sendo formados e favorecerá a ligação entre a explicação e o cálculo. Pensando em situações específicas em que determinadas pessoas não estejam na comissão ou que seja necessária mais de uma técnica para resolver um problema, observemos os Exemplos 9 e 10.

Exemplo 9: As 6 pessoas a seguir pretendem formar uma comissão. Quantas comissões de 4 pessoas podem ser formadas NÃO contendo ou a pessoa verde ou a pessoa rosa?

Figura 36 – Imagem reaproveitada do exemplo anterior



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Aqui, é uma situação similar ao contexto do **Exemplo 6**. Assim, é aconselhável que o docente adote a mesma postura utilizada anteriormente: mostrar casos com algumas comissões as quais não aparecem ou a pessoa verde ou a pessoa rosa.

Note que este é um exercício em que o caminho mais fácil para o resolver é calcular todas as possibilidades e retirar delas as que as pessoas verde e rosa estejam na comissão. Desse modo, restando somente as comissões desejadas. Logo, é possível apresentar a imagem a seguir empregado um esquema para mostrar visualmente o caminho descrito para se determinar uma solução.

Figura 37 – Solução utilizando recursos dos exemplos anteriores

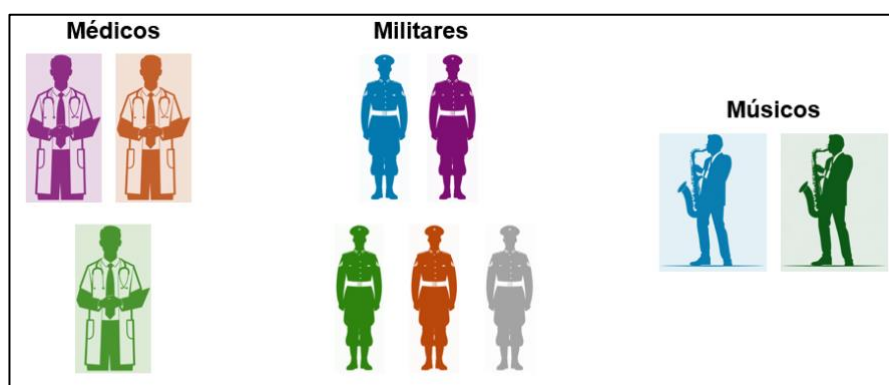
$$\left(\begin{array}{c} \text{6 pessoas} \\ \text{2 pessoas} \end{array} \right) - \text{6 pessoas} = 15 - 6 = 9$$

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Passado o **Exemplo 9**, estudemos o exemplo a seguir em que uma das formas de respondê-lo é utilizando o Princípio Multiplicativo juntamente com as Combinações Simples.

Exemplo 10: Serão escolhidos 2 médicos, 2 militares e 1 músico dentre as opções a seguir para uma palestra. De quantas maneiras diferentes é possível fazer isso?

Figura 38 – Desenhos gerados por inteligência artificial indicando as profissões citadas



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Perceba que na construção do enunciado evitou-se o uso excessivo da Língua Portuguesa escrita para indicar a quantidade de elementos pertencentes a cada conjunto de profissionais por meio de uma imagem ao invés de escrever na pergunta quantos objetos cada grupo possui. Além disso, escolheu-se profissões nas quais os estudantes já devem ter tido contato alguma vez no cotidiano e prezou-se por ofícios em que a vestimenta (os médicos e os militares) e/ou instrumentos utilizados (os músicos) conseguem descrevê-los bem.

Seguindo o modelo do **Exemplo 8** feito para representar uma comissão qualquer, o professor pode apresentar a figura abaixo para que os discentes façam a ligação entre os exemplos. Nela é aceitável que os desenhos estejam em preto e branco para indicar um trabalhador qualquer, pois os conjuntos são bastante diferentes entre si.

Figura 39 – Indicação dos subconjuntos a serem formados com cada grupo de profissionais

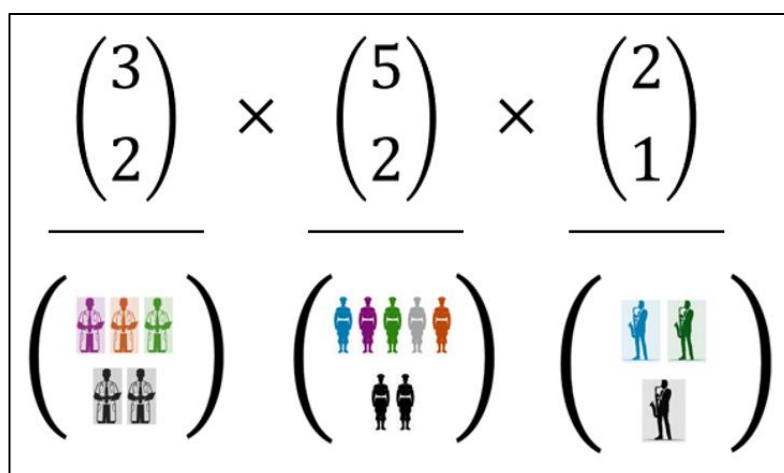


Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Apresentando uma solução, este é um tipo de problema que exige um método mais refinado para se determinar uma solução. Perceba que temos 3 subdecisões a serem tomadas e dentro de cada uma delas ainda é necessário formar os subgrupos de profissionais com as opções dadas. Ou seja, precisamos “mesclar” algumas das técnicas de contagem até aqui utilizadas – o uso do Princípio Multiplicativo com a aplicação da fórmula de combinação simples.

Adotando uma representação semelhante às utilizadas durante a discussão sobre o PFC, é possível montar uma imagem indicando a sequência de subdecisões a serem tomadas e dentro de cada uma delas apresentar o que está sendo feito. Note que, no esquema abaixo, a representação binomial está alinhada com a imagem representando sua respectiva combinação necessária para se determinar a resposta do exemplo.

Figura 40 – Uso de ambas as técnicas de contagem



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Frequentemente, ao invés de apresentar precisamente um número como solução para as perguntas feitas, algumas questões objetivas optam por deixar as respostas em termos combinatórios sem abrir o cálculo. Como para concluir a quantidade de comissões possíveis, é preciso fazer um cálculo desnecessariamente extenso, podemos empregar essa abordagem. Portanto, o professor pode finalizar o exemplo da seguinte forma

$$\binom{3}{2} \times \binom{5}{2} \times \binom{2}{1} = C_{3,2} \times C_{5,2} \times C_{2,1}.$$

É válido observar que essas outras perspectivas de trabalhar os problemas, apesar de simples, são muito ricas no sentido da sua universalidade. Universal de poder ser aplicável em qualquer contexto escolar – o professor, quando tiver acesso aos materiais necessários para isto (os quais o acesso não é tão difícil), pode usar uma estrutura similar à estrutura apresentada durante esta seção para estudar as técnicas de contagens com o auxílio do apelo visual daquilo que está sendo discutido; ou ele também pode repensar tal material para uma abordagem que atenda melhor

as necessidades dos seus alunos. Por exemplo, caso acredite ser mais proveitoso, o docente pode optar por um material manipulativo para o estudo das permutações simples apoiado na figura dos *stickmans*.

Perceba que a proposta aqui apresentada reverte o padrão presente em muitos ambientes escolares: planejar uma aula “regular” para turma e tentar encaixar o discente surdo nesse ecossistema. Assim, para que o aluno com esse perfil não se torne um mero espectador, ou seja, apenas esteja presente e não integrado às discussões em sala, uma proposta zelando pelas suas particularidades de modo a ajudar todos os estudantes a superar as dificuldades de aprendizagem desse assunto foi discutida.

Por fim, uma preocupação válida dos docentes em existir algum tipo de prejuízo na profundidade dos conteúdos estudados foi atenuada. As sugestões expostas sobre as reformulações dos enunciados e o modo como suas respectivas soluções poderiam ser apresentadas tornaram todo o processo mais longo, mas em momento algum, dentro de suas limitações, os objetos matemáticos envolvidos nesse contexto deixaram de ser explorados.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de ensino-aprendizagem, quando voltado para a inclusão, muitas vezes de maneira não intencional acaba sendo feito de modo fragmentado. O planejamento para alunos com necessidades educacionais específicas, como os surdos, costuma ser dissociado do planejamento destinado ao que seria classificado como regular. Tal abordagem comete o equívoco de tornar a inclusão um momento paralelo e não uma prática simultânea, a qual ocorre no mesmo ambiente de ensino.

Nesse contexto, é imprescindível que os profissionais da educação evitem a excessiva padronização das metodologias de ensino, compreendendo que a tradução para a Língua Brasileira de Sinais (Libras) e a atuação de intérpretes, embora relevantes, não são suficientes para eliminar integralmente as barreiras comunicacionais. Ademais, a simples adaptação de atividades e avaliações para níveis mais elementares, desconsiderando os conhecimentos prévios dos estudantes surdos, não configura uma estratégia pedagógica eficaz para promover a compreensão plena dos conteúdos escolares estudados.

Assim, pensando na inclusão como uma prática que beneficia todos os alunos, a discussão desenvolvida nesta dissertação procurou entender os desafios encontrados no ensino de matemática para estudantes surdos. Logo, foi mostrada uma possibilidade de metodologia adequada às suas demandas específicas, levando em consideração suas subjetividades, e permitindo demonstrar as potencialidades da utilização de recursos visuais para a aprendizagem desse público.

Ao explorar esse campo, o qual apresenta uma considerável escassez de materiais relacionados a essa temática, este trabalho procurou contribuir de forma a se transformar em uma fonte de consulta destinada a professores da Educação Básica, em todos os níveis de ensino, seja para aqueles que tenham interesse sobre o assunto seja para os que se deparem com tal demanda no seu cotidiano como profissional.

Dessa forma, conclui-se que o estudo aqui desenvolvido expressa que o ensino de matemática voltado a estudantes surdos requer não apenas adaptações pontuais, mas uma reflexão da prática docente e do planejamento pedagógico, com a finalidade de utilizar metodologias adequadas para tal público, de maneira a promover a

participação efetiva desse grupo nas aulas. Portanto, espera-se que a escolarização desses indivíduos seja centralizada em todos os aspectos abordados neste estudo.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE. Um em cada quatro idosos tinha algum tipo de deficiência em 2019. Rio de Janeiro, 26 ago. 2021. Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/31447-um-em-cada-quatro-idosos-tinha-algum-tipo-de-deficiencia-em-2019>. Acesso em: 06 ago. 2025.

BRASIL. **Lei decreto nº 5626, de 22 de Dezembro de 2005**. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras, e o art. 18 da Lei no 10.098, de 19 de dezembro de 2000.

BRASIL. **Lei decreto nº 5.296, de 2 de Dezembro de 2004**. Regulamenta as Leis nº 10.048, de 8 de novembro de 2000, que dá prioridade de atendimento às pessoas que especifica, e 10.098, de 19 de dezembro de 2000, que estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências.

BRASIL. **Lei federal nº 10436, de 24 de Abril de 2002**. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras e dá outras providências.

BRASIL. **Lei federal nº 12.319, de 1 de Setembro de 2010**. Regulamenta a profissão de tradutor, intérprete e guia-intérprete da Língua Brasileira de Sinais (Libras).

BRASIL. **Lei federal nº 13.146, de 6 de Julho de 2015**. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência).

BRASIL. **Lei federal Nº 14.191, de 3 de Agosto de 2021**. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), para dispor sobre a modalidade de educação bilíngue de surdos.

BRASIL. **Lei federal nº 14.768, de 22 de Dezembro de 2023**. Define deficiência auditiva e estabelece valor referencial da limitação auditiva.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. 61,5 mil alunos têm alguma deficiência relacionada à surdez. Brasília, 26 set. 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt->

br/assuntos/noticias/2023/setembro/61-5-mil-alunos-tem-alguma-deficiencia-relacionada-a-surdez. Acesso em: 06 ago. 2025.

CAMPELLO, A. R. e S. **Aspectos da visualidade na educação de surdos**. 2008. 245 f. Tese (Doutorado em Educação) - Curso de Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

CAMPOS, L. R. M; OLIVEIRA, G. S. **Ensino de Matemática para surdos: um estudo sobre as metodologias**. In: II Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva – ENEMI. **Anais [...]** Edição online, 2020.

CARNEIRO, M. I. N. **O capital cultural na interpretação de imagens por adultos surdos**. 2021. 312 f. Tese (Doutorado em Educação Escolar) – Programa de Pós-graduação em Educação Escolar da Faculdade de Ciências e Letras, Araraquara, 2021.

COSTA, C. B. S; SILVA, I. S. **O ENSINO DE COMBINATÓRIA PARA ESTUDANTES SURDOS: um levantamento bibliográfico nos anais do ENEM**. In: VII Congresso Nacional de Educação – Conedu. **Anais [...]** Edição online, 2020.

DANTE, L. R; VIANA, F. **Teláris Essencial: Matemática: 8º ano**. São Paulo: Ática, 2022.

Dos REIS, N. C. A. Os desafios no ensino de matemática para alunos com deficiência auditiva. **Revista FT**. Rio de Janeiro, v. 28, ed. 136, 28 jul. 2024. Disponível em: <https://revistافت.com.br/os-desafios-no-ensino-de-matematica-para-alunos-com-deficiencia-auditiva/>. Acesso em: 6 ago. 2025.

GRÜTZMANN, T. P; LEBEDEFF, T. B. Ensino de matemática para surdos nos anos iniciais: estratégias bilíngues e visuais a partir da proposta do *MathLibras*. **Revista Espaço/ Instituto Nacional de Educação dos Surdos**. Rio de Janeiro, n. 61, p. 26-38, jul.-dez. 2024. Disponível em: <https://seer.ines.gov.br/index.php/revista-espaco/issue/view/159/146>. Acesso em: 6 ago. 2025.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Pesquisa nacional de saúde: 2019: Ciclos de Vida: Brasil. IBGE, Coordenação de Trabalho e Rendimento. Rio de Janeiro: IBGE; 2020. 139p.

MATHLIBRAS. V56 – Comparando Árvores (Legenda Opcional)[vídeo online]. YouTube, 6 dez. 2023. 3 min 43 s. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=O00w_LpUFPI. Acesso em: 6 ago. 2025.

MIRANDA, W. O.; PERLIN, G. T. T. Surdos: o narrar e a política. **Ponto de Vista (revista de educação e processo inclusivos)**, Florianópolis, n.05, p. 217-226, 2003.

MORGADO, A. C. et al. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, [1991?].

NASCIMENTO, Francisca Rayane Pereira do et al. **Metodologias no ensino de matemática para alunos surdos: um estudo de caso**. In: V Congresso Nacional de Educação – CONEDU. **Anais [...]** Recife, 2018.

NOGUEIRA, C. M. I. **Didática da Matemática Francófona na Educação Inclusiva: alguns exemplos**. In: I Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva – ENEMI. **Anais [...]** Rio de Janeiro, 2019.

PEREIRA, A. G. C.; SIMIOLI, V. C. P. **Análise Combinatória**. Secretária de Ensino à Distância – Sedis UFRN, 2008.

PINTO, G. M. F.; SILVA, J. A. As ações do professor de Matemática e do intérprete educacional de Libras junto ao aluno surdo. **Revista Educação Pública (CECIEJ)**, Rio de Janeiro, v. 17, n. 8, 18 abr. 2017. Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/17/8/as-aes-do-professor-de-matematica-e-do-intprete-educacional-de-libras-junto-ao-aluno-surdo>. Acesso em: 6 ago. 2025.

PROFMAT (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – SBM). Dissertações e Recursos Educacionais do PROFMAT. Disponível em: https://sca.profmtat-sbm.org.br/busca_tcc.php. Acesso em: 06 ago. 2025

SEGADAS, C. V, et al. **Resolução de problemas de combinatória com uso de recursos didáticos para alunos com deficiência visual ou surdos**. In: XII – Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. **Anais [...]** São Paulo, 2016.

