



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PROP
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**



ALEXSANDRO DE SOUSA SANTOS

**O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE
EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL**

**TERESINA
2025**

ALEXSANDRO DE SOUSA SANTOS

**O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE
EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Estadual do Piauí (UESPI), como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática do Ensino Básico.

Orientador: Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo.

Coorientador: Prof. Dr. Natã Firmino Santana Rocha.

TERESINA

2025

S237a Santos, Alexsandro de Sousa.

O algeplan e suas possibilidades de mediar a aprendizagem de equações do 2º grau no ensino fundamental / Alexsandro de Sousa Santos. - 2025.

180f.: il.

Dissertação (mestrado) - Profissional em Ensino de Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Estadual do Piauí, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo.

Coorientador: Prof. Dr. Natã Firmino Santana Rocha.

1. Histórico do ensino de álgebra. 2. Equação polinomial do 2º grau. 3. Ensino Fundamental. 4. Algeplan. I. Araújo, Neuton Alves de . II. Rocha, Natã Firmino Santana . III. Título.

CDD 510


ALEXSANDRO DE SOUSA SANTOS

O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL


Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Mestrado em Matemática do PROFMAT/UESPI, como requisito obrigatório para a obtenção do grau de MESTRE em Matemática.

Área de concentração: MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.


Aprovado por:

Documento assinado digitalmente
 **NATA FIRMINO SANTANA ROCHA**
Data: 17/09/2025 13:31:10-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Natã Firmino Santana Rocha – Presidente e Coorientador
Universidade Estadual do Piauí – UESPI

Documento assinado digitalmente
 **PEDRO ANTONIO SOARES JUNIOR**
Data: 17/09/2025 14:48:32-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Pedro Antônio Soares Junior – Examinador (interno)
Universidade Estadual do Piauí – UESPI

Documento assinado digitalmente
 **ALBERTO CUNHA ALVES**
Data: 17/09/2025 20:04:45-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Alberto Cunha Alves – Examinador (externo)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI

TERESINA
Setembro/2025

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da Universidade, do autor e do orientador.

Alexsandro de Sousa Santos graduou-se em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI); especializou-se no Ensino de Matemática no Ensino Médio, pela UESPI, e em Matemática, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho, pela UFPI. É professor efetivo de Matemática nas redes municipal de Piripiri/PI e estadual do Ceará. Durante o curso de mestrado PROFMAT/UESPI, foi bolsista da CAPES.

Dedico este trabalho a Deus, em especial, ao meu falecido irmão, Alann Tarley de Sousa Santos, que me mostrou o verdadeiro significado de perseverar; aos meus pais, à minha esposa e filhos pelo companheirismo, carinho e compreensão; aos meus professores do curso de Mestrado/PROFMAT/UESPI; à CAPES e aos meus amigos.

AGRADECIMENTOS

Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes (Marthin Luther King).

Por corroborar com as reflexões de Marthin Luther King, trago aqui então os meus agradecimentos.

Agradeço a Deus por me conceder a saúde necessária para galgar essa dura caminhada.

Agradeço à minha esposa Maria dos Remédios, que abdicou de noites de sono para cuidar dos nossos filhos, às vezes doentes, para que eu pudesse estudar e trabalhar. Sem sua compreensão e companheirismo tudo seria mais difícil.

Agradeço aos meus filhos, Elias e Bernardo, que tantas vezes sentiram minha ausência. A Bernardo, que chegou ao mundo logo após o início do curso, deixo um agradecimento especial, pois em diversos momentos ao longo desses anos não pude estar tão presente quanto gostaria.

Agradeço aos meus pais: à minha amada mãe, que me criou e me incentivou sempre aos estudos, e ao meu pai, que, mesmo sendo semianalfabeto, teve discernimento para me orientar quanto aos perigos da vida, não deixando faltar o pão de cada dia em nossa mesa.

Agradeço aos meus irmãos Aylane e Alann (*in memoriam*) pelo apoio e brincadeiras. Crescemos juntos e vivemos uma infância difícil, mas sempre juntos. Infelizmente, agora Alann nos acompanha em outro plano.

Agradeço ao meu amigo e compadre Alberto, pelo apoio mental e suporte físico, cedendo seu lar nos dias das aulas do curso, além de acompanhar minha luta dando conselhos pontuais.

Agradeço ao meu ex-diretor e amigo Weksslei Veras pela compreensão e apoio, sempre entusiasta com a frase “já deu foi certo”; juntamente, agradeço aos meus amigos de Tamboril-CE, Adriano e Tayline, que me receberam e deram apoio durante a minha estadia na cidade.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Neuton Alves de Araújo, pois foram muitos os ensinamentos e colaborações.

A dúvida sobre se o jogo é ou não educativo, se deve ou não ser usado com fins didáticos poderia ser solucionada, se o educador tomasse para si o papel organizador do ensino. Isto quer dizer que ele deve ter consciência de que o seu trabalho é organizar situações de ensino que possibilitem ao aluno tomar consciência do significado do conhecimento a ser adquirido e de que para que o apreenda torna-se necessário um conjunto de ações a serem executadas com métodos adequados. Dessas ações, pode tomar parte o uso de algum instrumento, para se atingir o objetivo decorrente da negociação pedagógica acontecida no espaço escolar (Moura, 2011, p. 93).

RESUMO

Diante das dificuldades dos estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental em aprender e utilizar equações do 2º grau, este estudo tem como objetivo geral analisar as potencialidades do uso do Algeplan como ferramenta didática no processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, têm-se os seguintes objetivos específicos: 1) reconhecer as principais dificuldades de aprendizagem de alunos do 9º ano do ensino fundamental envolvendo equações do 2º grau; 2) apresentar aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental o Algeplan enquanto ferramenta didática mediante a resolução de situações-problema de equações do 2º grau; e 3) verificar as possibilidades do Algeplan enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações-problema sobre equações do 2º grau. Dessa forma, busca-se responder ao seguinte problema de pesquisa: Como o uso do Algeplan pode contribuir para a aprendizagem de equações do 2º grau de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, em especial na compreensão e resolução de situações-problema? A hipótese defendida, neste estudo, é a de que o Algeplan se apresenta como possibilidade de mediar o processo ensino e aprendizagem dos conceitos algébricos, com destaque para as equações do 2º grau. A metodologia se respalda na pesquisa de campo de abordagem qualitativa, em que é possível explorar as complexidades das interações humanas, práticas pedagógicas e processos de aprendizagem que, muitas vezes, não podem ser capturados por métodos quantitativos. Ademais, a pesquisa foi realizada em uma escola de tempo integral do município de Piripiri - PI, com a participação de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Quanto às técnicas/instrumentos de produção de dados, trabalhou-se com a observação participante, o questionário e a entrevista padronizada. Quanto ao produto educacional, elaborou-se e aplicou-se uma sequência didática no formato de uma oficina pedagógica. Para proceder à análise dos dados produzidos, a opção foi trabalhar com a Técnica Análise de Conteúdo, segundo as orientações de Bardin (2011). Os resultados deste estudo sinalizam que o Algeplan, enquanto recurso mediador, possui grandes potencialidades no ensino de Matemática, dando concreticidade ao ensino abstrato de álgebra e, assim, revelando novas formas de resolver equações polinomiais do 2º grau de forma lúdica, dinâmica e significativa.

Palavras-chave: histórico do ensino de álgebra; equação polinomial do 2º grau; Ensino Fundamental; Algeplan.

ABSTRACT

Given the difficulties faced by 9th grade students in learning and using quadratic equations, this study aims to analyze the potential of using Algeplan as a teaching tool in the teaching and learning process. To this end, the following specific objectives have been established: 1) to recognize the main learning difficulties of 9th grade elementary school students involving quadratic equations; 2) to introduce 9th grade elementary school students to Algeplan as a teaching tool through the resolution of quadratic equation problem situations; and 3) to verify the possibilities of Algeplan as a teaching tool and a concrete way of visualizing and resolving quadratic equation problem situations. Thus, it aims to answer the following research question: How can the use of Algeplan contribute to the learning of quadratic equations by 9th grade elementary school students, especially in understanding and solving problem situations? The hypothesis defended in this study is that Algeplan presents itself as a possibility to mediate the teaching and learning process of algebraic concepts, with an emphasis on quadratic equations. The methodology is based on qualitative field research, in which it is possible to explore the complexities of human interactions, pedagogical practices, and learning processes, which often cannot be captured by quantitative methods. Furthermore, the research was conducted in a full-time school in the municipality of Piripiri - PI with the participation of 9th grade elementary school students. Regarding data production techniques/instruments, participant observation, questionnaires, and standardized interviews were used. As for the Educational Product, a Didactic Sequence was developed and applied in the form of a pedagogical workshop. To analyze the data produced, the Content Analysis Technique was used, according to the guidelines of Bardin (2011). The results of this study indicate that Algeplan, as a mediating resource, has great potential in mathematics teaching, giving concreteness to the abstract teaching of algebra and thus revealing new ways of solving quadratic polynomial equations in a playful, dynamic, and meaningful way.

Keywords: history of algebra teaching; quadratic equation; elementary school; Algeplan.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 - Papiro de Rhind | 32 |
| Figura 2 - Demonstração da proposição II-4 de Euclides..... | 34 |
| Figura 3 - Euclides de Alexandria | 35 |
| Figura 4 - Diofanto de Alexandria | 35 |
| Figura 5 - Atividade introdutória de um livro didático..... | 42 |
| Figura 6 - Solução geométrica da equação $x^2 + 10x = 39$ | 49 |
| Figura 7 - Quadrado de lado $a + b$ | 50 |
| Figura 8 - Peças do Algeplan | 59 |
| Figura 9 - Peças brancas de valor negativo | 60 |
| Figura 10- Peças do Algeplan utilizadas em equações do 2º grau | 61 |
| Figura 11 - Questão 3 relacionada a interpretação geométrica | 64 |
| Figura 12 - Resolução da questão 3..... | 64 |
| Figura 13 - Atividade: Questão 7 | 65 |
| Figura 14 - Associação das peças para montagem com o Algeplan | 67 |
| Figura 15 - Peças do Algeplan de demonstração da soma de dois quadrados..... | 67 |
| Figura 16 - Representação geométrica de $(a + b)^2$ | 67 |
| Figura 17 - Demonstração geométrica de $(b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$ | 68 |
| Figura 18 - Representação geométrica de $b^2 - a^2$ | 69 |
| Figura 19 - Demonstração geométrica de $b^2 - a^2 = (b - a)(b + a)$ | 69 |
| Figura 20 - Montagem da equação $x^2 - 4 = 0$ | 71 |
| Figura 21 - Solução da equação $x^2 - 4 = 0$ | 72 |
| Figura 22 - Forma de agrupamento das peças..... | 72 |
| Figura 23 - Fatoração e representação com o Algeplan da equação $x^2 + 2x = 0$ | 75 |
| Figura 24 - Solução da equação $2x^2 + 5x + 3 = 0$ com o Algeplan..... | 77 |
| Figura 25 - Representação e solução da equação $x^2 + 4x + 2 = 0$ | 78 |
| Figura 26 – Solução da equação $-x^2 + 5x = 0$ pelo aluno A1 | 90 |
| Figura 27 - Apresentação da história das equações do 2º grau..... | 94 |
| Figura 28 - Arte com o Algeplan | 94 |
| Figura 29 - Montagem da equação $3x^2 + 4x = 0$, pelo aluno A2..... | 95 |
| Figura 30 - Exemplo abordado na apresentação | 96 |
| Figura 31 - Resolução da equação $-x^2 + 3x = 0$, com o Algeplan pelo aluno A3 | 96 |

| | |
|---|-----|
| Figura 32 - Solução geométrica e algébrica da equação $-2x^2 + 8 = 0$, pelo aluno A4 | 97 |
| Figura 33 - Solução geométrica da equação $x^2 - 9 = 0$, feita pelo aluno A5 | 97 |
| Figura 34 - Atividade de equação do 2º grau incompleta resolvida pelo aluno A6 | 99 |
| Figura 35 - Questão norteadora da apresentação | 100 |
| Figura 36 - Questão proposta com o Algeplan | 100 |
| Figura 37 - Soluções geométricas construídas pelos alunos | 101 |
| Figura 38 - Exemplo abordado na apresentação seguido da solução | 101 |
| Figura 39 - Solução da equação $x^2 + 6x + 7 = 0$ completando quadrados | 102 |
| Figura 40 - Solução da equação $x^2 + 6x + 5 = 0$ completando quadrados | 102 |
| Figura 41 - Solução das equações $x^2 - 2x - 8 = 0$ e $x^2 - 7x + 12 = 0$ pelo aluno A7 | 103 |

LISTA DE GRÁFICOS

| | |
|---|-----|
| Gráfico 1 - Principais dificuldades de aprendizagem dos alunos na resolução de equações do 2º grau | 88 |
| Gráfico 2 - Outros fatores preponderantes ao ensino e aprendizagem de equações do 2º grau mediado pelo Algeplan | 104 |
| Gráfico 3 - Preferência por método de resolução de equações do 2º grau | 106 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 - Rendimento dos alunos de 9º ano do Ensino Fundamental em matemática em escolas públicas do Piauí, no SAEPI 2023..... | 27 |
| Tabela 2 - Raízes pelo método soma e produto..... | 48 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|---------|---|
| a.C. | Antes de Cristo |
| BNCC | Base Nacional Comum Curricular |
| CAEd | Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação |
| CETI | Centro de Ensino de Tempo Integral |
| CF | Constituição Federal |
| d.C. | Depois de Cristo |
| IDEB | Índice de Desenvolvimento da Educação Básica |
| INEP | Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas |
| LDB | Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional |
| MMM | Movimento da Matemática Moderna |
| PCN | Parâmetros Curriculares Nacionais/Matemática |
| PROFMAT | Programa de Mestrado Profissional em Matemática |
| UESPI | Universidade Estadual do Piauí |
| SADEP | Sistema de Avaliação Diagnóstica Educacional de Piripiri |
| SAEB | Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica |
| SAEPI | Sistema de Avaliação Básica do Piauí |
| SARESP | Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo |
| SD | Sequência Didática |
| UFJF | Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| 1 INTRODUÇÃO | 18 |
| 2 DOS ASPECTOS HISTÓRICOS DO ENSINO DE ÁLGEBRA NO BRASIL À SUA NECESSIDADE DE ORGANIZAÇÃO | 23 |
| 2.1 Breve contextualização histórica do ensino da Álgebra, no Brasil | 23 |
| 2.2 Síntese histórica das equações polinomiais do 2º grau | 30 |
| 2.2.1 Raízes da equação polinomial do 2º grau | 40 |
| 2.2.1.1 Fórmula de “Bhaskara” | 44 |
| 2.2.1.2 Método da soma e produto | 47 |
| 2.2.1.3 Método de completar quadrados | 49 |
| 2.2.1.4 Teorema das raízes racionais..... | 51 |
| 3 O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR DA APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, NO ENSINO FUNDAMENTAL | 54 |
| 3.1 Álgebra: os desafios de ensinar equações do 2º grau | 54 |
| 3.2 Apresentando o Algeplan: potencial ferramenta pedagógica | 58 |
| 3.2.1 O uso do Algeplan na representação de equações polinomiais | 61 |
| 3.2.2 O Algeplan no ensino de produtos notáveis | 65 |
| 3.2.3 O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau | 70 |
| 4 APORTES METODOLÓGICOS DA PESQUISA | 79 |
| 4.1 Caracterização da pesquisa | 79 |
| 4.2 Campo empírico da pesquisa | 80 |
| 4.3 Participantes da Pesquisa | 81 |
| 4.4 Técnicas/Instrumentos de Produção de Dados | 81 |
| 4.5 Procedimentos de análise de dados | 83 |
| 4.6 Aspectos éticos da pesquisa | 85 |
| 4.7 Produto Educacional | 85 |
| 5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS | 86 |
| 5.1 Principais dificuldades de aprendizagem dos alunos participantes da pesquisa na resolução de equações do 2º grau | 86 |
| 5.2 A aplicação e desenvolvimento do Produto Educacional/Sequência Didática (Oficina) envolvendo o Algeplan | 93 |

| | |
|---|-----|
| 5.3 Possibilidades do Algeplan enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações problemas sobre equações do 2º grau | 104 |
| 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS | 108 |
| REFERÊNCIAS | 111 |
| APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE | 121 |
| APÊNDICE B - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE | 124 |
| APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO DE COLETA DE DADOS SOBRE O ALGEPLAN | 126 |
| APÊNDICE D - ROTEIRO DE ENTREVISTA COM OS ALUNOS QUE PARTICIPARAM DA PESQUISA SOBRE O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL | 129 |
| APÊNDICE E - PRODUTO EDUCACIONAL (SEQUÊNCIA DIDÁTICA/OFICINA): O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL | 130 |

1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, o ensino de Álgebra tem sido desafiador tanto para professores quanto para alunos, especialmente no contexto das equações do 2º grau. A dificuldade em se apropriar desses conceitos e, assim, observar sua relevância em problemas do mundo real tem sido uma barreira significativa para a compreensão e aplicação na Álgebra.

Sobre essa problemática, Araújo (2008, p. 336-337) enfatiza que,

se não se introduzir a álgebra de maneira significativa, conectando os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios que os alunos já possuem, se aos objetos algébricos não se associar nenhum sentido, se a aprendizagem da álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação.

Como visto, fica evidenciado que o ensino e aprendizado de Álgebra precisa ser (re)visto com cuidado. Sendo assim, faz-se necessária uma profunda mudança, desde a forma como o professor aborda esse conteúdo até a maneira de sua validação. Costa (2019, p. 16) destaca que, na verdade, “[...] as dificuldades na aprendizagem da álgebra no Ensino Fundamental provêm do fato de o professor apresentá-la numa forma pronta e direta, sem contextualização”.

Assim, questiona-se: o que se pode esperar de um trabalho pautado nesse tipo de abordagem, que reforça a ideia de que a Matemática é difícil e desinteressante? É preciso dar condições para desmitificar a Matemática, em especial a Álgebra e, nesse sentido, o trabalho docente é fundamental para a produção de significados e sentidos ao estudo desse campo da Matemática, evitando aqueles famosos questionamentos feitos pelos alunos, em sala de aula, como, por exemplo: “Para que estudar isso?”, “Onde aplico isso?”, “Para que serve?”, “O que esse “x” faz aí?”.

Desse modo, o professor se depara com uma tarefa difícil, visto que durante a formação docente, possibilitada pelos cursos de Licenciatura em Matemática, muitas vezes, há uma supervalorização do saber específico matemático, limitado a fórmulas e cálculos, em que são desprezados os conhecimentos conceituais, filosóficos, psicológicos e pedagógicos, dentre outros que contemplam as disciplinas da área da

educação.

Sabendo que o trabalho docente é fundamental e que é preciso atender às exigências de um discente cada vez mais complexo, esta dissertação tem como **objeto de estudo** o uso do Algeplan como ferramenta didática e pedagógica no processo ensino e aprendizagem de equações do 2º grau. É nesse contexto que emerge a questão-problema que norteou o estudo, a saber: Como o uso do Algeplan pode contribuir para a aprendizagem de equações do 2º grau de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, em especial na compreensão e resolução de situações-problema? Desse modo, a pesquisa é fundamentada na busca de respostas para atender às necessidades de professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem de equações quadráticas.

Assim, para entendermos as potencialidades e entraves desse quebra-cabeça no ensino de Álgebra, focando nas resoluções de equações do 2º grau, realizou-se uma pesquisa de abordagem qualitativa, em que se delineou o seguinte **objetivo geral**: analisar as potencialidades do uso do Algeplan como ferramenta didática no processo ensino e aprendizagem. Para alcançar este propósito, foram elencados os seguintes **objetivos específicos**:

1) reconhecer as principais dificuldades de aprendizagem de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental envolvendo equações do 2º grau;

2) apresentar aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental o Algeplan enquanto ferramenta didática mediante a resolução de situações problemas de equações do 2º grau;

3) verificar as possibilidades do Algeplan enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações problemas sobre equações do 2º grau.

Isto posto, este estudo se faz relevante devido a resultados apontados por avaliações educacionais, como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Sistema de Avaliação Básica do Piauí (SAEPI) e Sistema de Avaliação Diagnóstica Educacional de Piri-piri (SADEP). Os resultados destacam consistentemente lacunas no entendimento dos alunos da Rede Municipal de Educação de Piri-piri-PI sobre equações do 2º grau. Dados apresentados na formação de professores da rede municipal, no ano de 2023, com base no SAEPI (Piauí, 2022), mostram que, respectivamente, 15% dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental acertaram a questão relacionada ao descritor 30 (calcular o valor numérico de uma

expressão algébrica), e apenas 17% a do descritor 31 (resolver problemas que envolvam equação de 2º grau).

Acrescentando-se aos dados expostos e objetivando fundamentar ainda mais a importância social deste trabalho, é oportuno mencionar que, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino de Álgebra, devido à sua relevância, passa a ser desenvolvido ao longo de todo o Ensino Fundamental, configurando-se como uma unidade temática dedicada exclusivamente ao seu estudo, pois

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (Brasil, 2018, p. 270).

Como visto, fica evidenciado que é preciso adotar meios que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico por parte dos estudantes; sendo uma das formas, identificar situações-problema nos diversos campos da Matemática (Álgebra, Geometria e Aritmética), traduzindo-os em símbolos, visando obtenção das diferentes expressões algébricas, dentre estas as equações do 2º grau completas e incompletas.

Há diferentes formas de resolver uma equação polinomial do 2º grau, as quais podem variar de acordo com a caracterização da equação (completa ou incompleta), conforme estabelecido na subsubseção *O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau*. No entanto, quando em sua forma completa, a resolução da equação quadrática costuma representar um grau de dificuldade ainda maior para os estudantes. Na verdade, algumas técnicas são adotadas como padrão na busca pelo valor procurado, como tentativa, soma e produto ou, em último caso, a utilização da conhecida fórmula de Bhaskara.

A respeito das formas de encontrar esses valores, a BNCC (Brasil, 2018, p. 271) explicita que “as técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos.” Ou seja, a forma de resolver não pode ser disposta aos alunos como o conteúdo a ser aprendido, mas, como meio mediador na busca da resolução dos problemas relacionados ao estudo de equações.

Nesse contexto, a hipótese defendida neste estudo é a de que o Algeplan se

apresenta como possibilidade de mediar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos algébricos, com destaque para as equações do 2º grau. Em outras palavras, o estudo desse importante conteúdo mediado pela ferramenta didática Algeplan pode contribuir na aprendizagem de equações quadráticas de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, em especial, na compreensão e resolução de situações-problema.

Com isso, pretendemos tornar o ensino e a aprendizagem de equações mais acessíveis, motivadores e dinâmicos e, sobretudo, pautados na produção de significados e sentidos, contribuindo, assim, para a melhoria dos resultados das avaliações (externas e internas) e, conseqüentemente, para a criação de condições objetivas e subjetivas que possibilitem aos alunos do 9º ano da Rede Municipal de Educação de Piri-piri-PI desenvolverem-se em Matemática, de modo particular, na Álgebra.

Após expormos as ideias introdutórias, visando proporcionarmos um melhor entendimento da sistematização pelo leitor, destacamos que este estudo, além da Introdução, encontra-se estruturado em outras cinco seções.

Na segunda seção – DOS ASPECTOS HISTÓRICOS DO ENSINO DE ÁLGEBRA NO BRASIL À SUA NECESSIDADE DE ORGANIZAÇÃO –, apresentamos os caminhos e momentos importantes do ensino e estudo de Álgebra no Brasil, trazendo o entendimento à luz de documentos oficiais, a exemplo dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), da BNCC e da Constituição Federal Brasileira (CF). Ademais, incorpora dados de avaliações importantes, tais como: SAEPI, SAEB e Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), evidenciando de que forma o estudo de equações quadráticas é abordado na Educação Básica e em que situação se encontra o aprendizado. Ainda nesta seção, demos destaque ao percurso histórico das equações polinomiais do 2º grau, desde o Egito até a Europa, evidenciando sua evolução ao longo do tempo até os dias atuais, graças à contribuição de grandes nomes como Euclides, Diofanto, Al Khowarizmi, François Viète, Albert Girard, René Descartes e MacLaurin. Por fim, refletimos sobre a problemática do ensino das equações quadráticas, com foco na obtenção de raízes. Posteriormente, relatamos os métodos de obtenção como soma e produto, completando quadrados, fórmula resolutive e Teorema das Raízes Racionais.

Na terceira seção – O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR DA APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, NO ENSINO FUNDAMENTAL –, discutimos o ensino de equações mediado com o Algeplan. As peças do material são

apresentadas evidenciando seus valores e forma de montagem, trabalhando a representação de equações polinomiais, o ensino de produtos notáveis e a obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau.

Na quarta seção – APORTES METODOLÓGICOS DA PESQUISA -, expomos os aportes metodológicos desta pesquisa: caracterização, campo empírico, participantes da pesquisa, técnicas/instrumentos utilizados para produção de dados, procedimentos adotados para análise de dados, os aspectos éticos da pesquisa e o Produto Educacional elaborado e desenvolvido por este pesquisador junto à escola que constituiu o campo empírico.

Por sua vez, na quinta seção – ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS –, apresentamos a análise dos dados, buscando responder à questão problema desta pesquisa. Nesse processo, reconhecemos as seguintes categorias:

- Principais dificuldades de aprendizagem dos alunos participantes da pesquisa na resolução de equações do 2º grau;

- A aplicação e desenvolvimento do Produto Educacional/Sequência Didática (Oficina) envolvendo o Algeplan;

- Possibilidades do Algeplan enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações-problema sobre equações do 2º grau.

Por fim, na sexta e última seção, tecemos as CONSIDERAÇÕES FINAIS desta pesquisa.

2 DOS ASPECTOS HISTÓRICOS DO ENSINO DE ÁLGEBRA NO BRASIL À SUA NECESSIDADE DE ORGANIZAÇÃO

A ÁLGEBRA faz parte do desenvolvimento humano e, como tal, surge inicialmente para resolver necessidades práticas, estando bastante presente em nosso cotidiano de várias formas. Por isso, e como não poderia deixar de ser, ela é parte essencial no ensino de Matemática nos níveis Fundamental e Médio (Coelho; Aguiar, 2018, p. 171, grifo dos autores).

Corroboramos as ideias de Coelho e Aguiar, em epígrafe, sobretudo ao enfatizarem que a Álgebra “[...] é parte essencial no ensino de Matemática nos níveis Fundamental e Médio”. Assim, nesta seção, tratamos sobre o desenvolvimento histórico do currículo estruturado de Álgebra, desde sua implementação no ensino brasileiro em 1799, passando por decretos, reformas e atos, a exemplo do Movimento da Matemática Moderna¹ (MMM). Além disso, trouxemos contribuições dos documentos PCN e BNCC. Observamos, então, as mudanças que culminaram diretamente na construção desses documentos e o impacto desses no ensino de Álgebra, com destaque para o estudo de resoluções de equações polinomiais do 2º grau.

Dito isso, com base em resultados de avaliações externas (nacionais, estaduais e municipal), ou melhor, da análise dos números referentes ao eixo da Álgebra, explicitamos como o desenvolvimento desse campo da Matemática afetou e ainda afeta o ensino atual no Brasil. Por fim, abordamos a caracterização e métodos de obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau.

2.1 Breve contextualização histórica do ensino da Álgebra, no Brasil

O ensino de Álgebra, estruturado como o vemos hoje, precisou, inicialmente, passar por diversas etapas até adquirir sua forma atual, começando com sua implementação no currículo brasileiro, em 1799, no antigo ensino secundário. Antes disso, as disciplinas presentes nas salas de aula brasileiras eram a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria. Até então, os conteúdos das referidas áreas eram vistos

¹ É a expressão utilizada no âmbito dos estudos sobre o ensino da Matemática, que caracteriza um período em que se elaboram novas referências para o ensino da disciplina (Valente, 2008, p. 584).

dessa forma, sem uma nomenclatura específica para abrangê-los. Somente, em 1931, após a Reforma Francisco Campos, passou a receber o nome “Matemática” (Fiorentini; Miguel; Miorim, 1992). A título de esclarecimentos,

A chamada “Reforma Francisco Campos” (1931) estabeleceu oficialmente, em nível nacional, a modernização do ensino secundário brasileiro, conferindo organicidade à cultura escolar do ensino secundário por meio da fixação de uma série de medidas, como o aumento do número de anos do curso secundário e sua divisão em dois ciclos, a seriação do currículo, a frequência obrigatória dos alunos às aulas, a imposição de um detalhado e regular sistema de avaliação discente e a reestruturação do sistema de inspeção federal. Essas medidas procuravam produzir estudantes secundaristas autorregulados e produtivos, em sintonia com a sociedade disciplinar e capitalista que se consolidava, no Brasil, nos anos de 1930. A Reforma Francisco Campos, desta forma, marca uma inflexão significativa na história do ensino secundário brasileiro, pois ela rompe com estruturas seculares nesse nível de escolarização (Dallabrida, 2009, p. 85).

Ao retomarmos a discussão sobre o ensino de Álgebra, é oportuno pontuar que, desde sua implementação até meados da década de 1960, esse ensino permaneceu praticamente inalterado por quase dois séculos, sem, de fato, incorporar os conhecimentos esperados desse ramo. Na verdade, “[...] até início da década de 1960, prevaleceu um ensino de caráter reprodutivo, sem clareza, em que tudo era essencial” (De Araujo, 2008, p. 332). E, como complementam Miguel, Fiorentini e Miorin (1992, p. 42),

No que se refere particularmente ao ensino de Álgebra Elementar, a análise de livros didáticos de forte penetração em nossas escolas, nos vários momentos desse período, bem como a consulta de programas oficiais ao longo do todo período republicano, até por volta da metade da década de 60, revelam-nos que, em linhas gerais, os tópicos de Álgebra Elementar que eram objeto de ensino permaneceram praticamente inalterados: cálculo algébrico (Compreendendo as operações com polinômios), razões e proporções, equação e inequação do 1º grau a uma incógnita, equações a várias incógnitas, sistemas de equações, radicais (operações e propriedades), equações do 2º grau, trinômio do 2º grau, equações redutíveis ao 2º grau, problemas do 2º grau e sistemas de equações do 2º grau.

Como visto, fica evidenciado que enquanto os outros campos que compunham a matemática na época ganhavam corpo e pesquisas, provocando mudanças, a Álgebra, no Brasil, aparece estagnada. Tal afirmação é pertinente devido a dados de

uma pesquisa realizada em três encontros nacionais de Educação Matemática, ocorridos no final da década de 80 e início da década de 90 do século XX. No período considerado, constataram-se 32 comunicações sobre o ensino de Aritmética, 42 sobre o ensino de Geometria e apenas 6 sobre o ensino de Álgebra, reverberando no “abandono” do ensino de álgebra (Fiorentini; Miguel; Miorim, 1992).

Diante desse quadro, deparamo-nos com “a insatisfação dos professores com o ensino, o ‘inchaço’ dos currículos e a permanência da mesma quantidade de aulas, fatores que contribuíram para desencadear a busca por mudança” (Santos, 2020, p. 373). Em outras palavras, ficou evidente a necessidade de atualização nos currículos. Porém, o que chama a atenção é o tempo que se levou para acontecer essa reformulação. Claro que antes ocorreram algumas provocações, mas somente entre 1960 e 1980 é que essas mudanças começam a ser efetivas, em decorrência do MMM. Sobre este movimento, Santos (2020, p. 371) assim se posiciona:

A reforma do ensino de Matemática no Brasil teve como marco inicial anos finais da década de 1950, no entanto foi entre 1960 e 1980 que o Movimento da Matemática Moderna - MMM esteve no auge das discussões, com a liderança do professor e autor Osvaldo Sangiorgi, entretanto existiam muitos outros professores que concordavam e buscavam a renovação no currículo de Matemática.

Desse modo, as reformas propostas por esse movimento implicaram, podemos dizer, grandes avanços no ensino de Álgebra para época, reverberando em reflexões muito pertinentes que possibilitaram a esse campo da Matemática tomar corpo e, portanto, a partir daí, ganhar espaço no currículo brasileiro. Na verdade, a proporção do movimento fez com que outras áreas, a exemplo da Geometria, ficassem de lado. De certa forma, a perda de espaço no currículo caracterizou o “abandono” do ensino da Geometria (Pavanello, 2009). Emerge, então, outra problemática a ser pensada a fim de que se reestabelecesse o equilíbrio entre as demais áreas da Matemática contempladas no currículo em vigor nessa época.

A esse respeito, é oportuno enfatizarmos que, com a promulgação da Constituição Federal Brasileira (CF) em 1988, possibilitou-se e previu-se a elaboração e publicação de documentos norteadores para a educação, estabelecendo como dever a criação de um currículo que atendesse à sociedade. Desse modo, com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, de 1996 (Brasil, 1996), surgem os debates acerca da criação dos PCN, documento curricular da educação brasileira,

que entrou em vigor em 1998 e teve como principal objetivo orientar o trabalho de professores e demais profissionais em educação. No caso dos PCN de Matemática, os conteúdos se apresentam organizados em quatro blocos, a saber: números e operações, espaço e forma e grandezas e medidas. Desta forma, o ensino de Álgebra ficou subentendido ao bloco números e operações (Brasil, 1998).

No entanto, as reflexões e críticas sobre a necessidade de se repensar, ou melhor de se reorganizar o ensino de Álgebra, continuou sendo alvo de discussão. Mas, no Brasil, esse campo de conhecimento da Matemática só se tornou uma das unidades temáticas do Ensino Fundamental com o advento da BNCC, documento normativo publicado em dezembro de 2017. E, como explicitam Scremin e Righi (2020, p. 412), “[...] seu objetivo agora é o desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio de ideias fundamentais como equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade”.

É importante salientarmos que a BNCC, homologada em 2018, propôs que o ensino da Álgebra fosse iniciado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo uma tentativa de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. Nessas condições, no mencionado documento (Brasil, 2018, p. 270) está claro que, na verdade, nesta etapa do Ensino Fundamental, ou seja, nos anos iniciais, para que seja organizado o ensino de modo a possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno, cabe ao professor, portanto, propor atividades que contemplem os seguintes conceitos:

[...] regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase [anos iniciais], não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam [...] A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?”.

Corroboramos a ideia de que, de fato, precisamos criar as condições para que o aluno desenvolva o pensamento algébrico o quanto antes, visando, assim, melhorar seu entendimento. Mas, é preciso nos desprendermos da abordagem mecanicista centrada em meras manipulações de símbolos e fórmulas, ainda presente nas aulas de Matemática. Em síntese, o ensino de Álgebra deve ir além da manipulação

simbólica; é preciso trabalharmos atividades com potencialidades para a compreensão e aplicação dos conhecimentos em contextos diversos (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

Na mesma perspectiva do que determina a BNCC, os PCN (Brasil, 1998, p. 116) já sinalizam a necessidade de métodos que possibilitem aos alunos a construção de “[...] noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo de Álgebra apenas enfatizando as manipulações com expressões e equações”.

Face aos comentários até aqui postos, é sabido que dados coletados em avaliações externas evidenciam que o ensino de Álgebra ainda requer atenção. Assim, voltando o nosso olhar para os anos finais do Ensino Fundamental, e, tomando como base o SAEB, vemos que, em 2023, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) que leva em conta o fluxo escolar e a nota padronizada de Língua Portuguesa e Matemática das escolas públicas municipais de Piripiri - PI ficou em 4,9, enquanto em 2021 foi de 5,1, sinalizando o retrocesso do ensino no intervalo considerado. Ademais, confrontando o rendimento dos estudantes em Matemática, tem-se em 2023 uma proficiência de 248,28, enquanto em 2021, de 251,53. Eis aí um pequeno declínio, segundo dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Com o propósito de avançar nessa discussão, com destaque para o ensino de Álgebra, analisamos alguns resultados do SAEPI. Trata-se de uma ferramenta de avaliação e monitoramento do ensino e aprendizagem nas escolas públicas do estado do Piauí. Esclarecemos, então, que a avaliação é aplicada a estudantes do Ensino Fundamental e Médio. O objetivo principal é o de ajudar a melhorar a qualidade da educação. Observemos, na Tabela 1, parte desses resultados.

Tabela 1 - Rendimento dos alunos de 9º ano do Ensino Fundamental em matemática em escolas públicas do Piauí, no SAEPI 2023

| Percentual de acertos por habilidade em Matemática de Escolas da Rede Pública do Piauí no SAEPI 2023 – até 40%. | |
|--|--------------------|
| HABILIDADE | % DE ACERTO |
| H04(D03) - Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos. | 30% |
| H06(D06) - Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos. | 27% |

| | |
|--|-----|
| H08(D07) - Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram. | 36% |
| H08(D08) - Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares). | 11% |
| H10(D10) - Utilizar relações métricas do triângulo retângulo para resolver problemas significativos. | 29% |
| H11(D11) - Reconhecer círculo/circunferência, seus elementos e algumas de suas relações. | 32% |
| H12(D15) - Resolver problema utilizando relações entre diferentes unidades de medida. | 38% |
| H13(D12) - Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas. | 40% |
| H15(D14) - Resolver problema envolvendo noções de volume. | 29% |
| H23(D23) - Identificar frações equivalentes. | 30% |
| H24(D24) - Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de "ordens" como décimos, centésimos e milésimos. | 32% |
| H25(D25) - Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação). | 32% |
| H27(D27) - Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais. | 28% |
| H28(D28) - Resolver problema que envolva porcentagem. | 38% |
| H30(D30) - Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica. | 29% |
| H31(D31) - Resolver problema que envolva equação do 2º grau. | 26% |
| H32(D32) - Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões). | 29% |
| H35(D35) - Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau. | 35% |
| H36(D36) - Resolver problema envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos. | 40% |

Fonte: Plataforma de avaliação e monitoramento da educação do Piauí.

A Tabela, em análise, mostra o rendimento dos estudantes de 9º ano das escolas públicas do Piauí em Matemática, no SAEPI 2023. Dentro das habilidades de menor índice de acertos, destacam-se as seguintes:

- H30: Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica;
- H31: Resolver problema que envolva equação do 2º grau;
- H32: Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões);
- H35: Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.

Observamos que, na verdade, somente a Habilidade H34 (Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema) ficou com o índice de acerto acima de 40%. As demais habilidades envolvendo a Álgebra concentraram-se no nível mais baixo. Destas, a habilidade 31 foi a de menor rendimento dos estudantes, a qual tem como objeto o tema desta nossa investigação.

Procuramos, ainda, comparar esses dados com os produzidos pelo Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), que é uma avaliação anual aplicada pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo com a finalidade de diagnosticar e acompanhar a evolução da educação básica paulista, em que os alunos do 3º, 5º, 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio têm seus conhecimentos avaliados por meio de provas com questões de Língua Portuguesa e Matemática. Conforme o que consta no Sumário Executivo de 2023, uma espécie de boletim de todos os alunos daquele estado, apenas 0,4% dos alunos da rede estadual são capazes de:

- Associar a representação algébrica à representação gráfica de um sistema linear, sendo uma equação do tipo $y = ax$ e a outra do tipo $y = -x + b$;
- Identificar o valor de k em $(x + k)^2$ dado o desenvolvimento de $(x + 4)^2$;
- Identificar termos de $(a + b)^2$ na representação geométrica deste produto notável;
- Reconhecer a representação geométrica que apresenta a solução de um sistema linear 2x2 formado pelas equações $x - y = 2$ e $x + y = 10$.

Acrescentamos ainda que, conforme o Sumário Executivo de 2023, apenas 0,1% dos alunos

- Simplificam expressão que envolve o quadrado da soma e o quadrado da diferença entre x e y ;
- Identificam as coordenadas do ponto de interseção de duas retas que definem um sistema de equações do 1º grau.

A título de esclarecimentos, atualmente, os dados a respeito das avaliações educacionais a nível estadual são encontrados na *home page* do Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd), um centro de pesquisa e desenvolvimento tecnológico da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). O CAEd é responsável pelo desenvolvimento de sistemas de monitoramento e acompanhamento da

execução de programas educacionais que possuem acesso limitado. Desta forma, os resultados obtidos tratam-se de uma amostra de apenas dois estados; todavia, é o suficiente para entender que é preciso avançar e melhorar o rendimento com respeito ao ensino de Álgebra no país.

Diante das constatações aqui apresentadas, em síntese, é preciso irmos além da incorporação do pensamento algébrico aos currículos (Miguel; Fiorentini; Miorin, 1992). Estamos, assim, diante da necessidade de fomentar discussões que, por sua vez, possibilitem a criação de condições objetivas e subjetivas ao desenvolvimento de estudos e pesquisas que tenham como objeto a Álgebra no contexto da formação de professores e do currículo da educação básica. Muito se fala em formação de professores, no entanto, esta não é a única variável atuante na educação. É preciso uma formação permanente, voltada à atividade pedagógica do professor de Matemática, em que a tríade ensino, pesquisa e extensão realmente se constitua em uma unidade, pois devemos ter a consciência de que o trabalho docente é primordial para o sucesso do ensino. Porém, faz-se necessário que sejam dadas as condições objetivas que vão além do livro didático. É preciso pensar o ensino de Álgebra. Como e por que ensinar e aprender conceitos de Álgebra na educação básica?

2.2 Síntese histórica das equações polinomiais do 2º grau

Podemos afirmar que as equações, de um modo geral, são expressões matemáticas que possuem importantes relações com problemas cotidianos. Desde as civilizações antigas até os dias atuais, observamos a relevância do estudo da Álgebra, em especial de equações do 2º grau, que devido sua aplicabilidade se faziam presentes no dia a dia. A esse respeito, Vale (2013, p. 19) nos esclarece que

A matemática antiga sempre precisou de embasamentos práticos para se desenvolver e para evolução de formas mais avançadas de sociedade é que ela foi se evoluindo. Com o desenvolvimento da agricultura e a necessidade de projetos extensivos dessa natureza era preciso conhecimentos de engenharia, administração desses projetos, comercio etc. Assim podemos dizer que a origem da matemática em certas partes do Oriente Antigo se deu para assistir a atividades ligadas à agricultura e à engenharia.

Como visto, a necessidade social da época fez com que a Matemática se desenvolvesse, e, à medida que essa necessidade do homem avançava, exigia-se

uma Matemática que pudesse atender aos anseios dessas civilizações. Assim, as equações passaram a se fazer presentes nos estudos desses povos.

Segundo Vale (2013), o primeiro registro desse tipo de equação de que se tem notícia foi feito pelos babilônios há cerca de 1700 a.C., em uma tábua de argila por meio de palavras. Os babilônios destacaram-se por sua abordagem algébrica. Para Lopes Júnior (2019, p. 30),

Esta civilização estudou e desenvolveu significativamente a resolução de problemas do 2º grau, desde que não trabalhassem com números negativos, pois esses números ainda não tinham sido incluídos em sua aritmética. Eles encontravam as soluções de alguns problemas do 2º grau, uma vez que estes haviam desenvolvido uma habilidade aritmética bem sofisticada e flexível como transpor termos de uma equação somando "iguais a iguais", e multiplicar ambos os membros de uma equação por quantidades iguais para remover denominadores ou eliminar fatores.

É oportuno enfatizarmos que, nos escritos encontrados, tinha-se ideia de que os babilônios dominavam métodos de resolução de equações quadráticas incompletas e completas, sendo as completas divididas em três, a saber:

$$i) x^2 + px = q$$

$$ii) x^2 + p = px$$

$$iii) x^2 = px + q$$

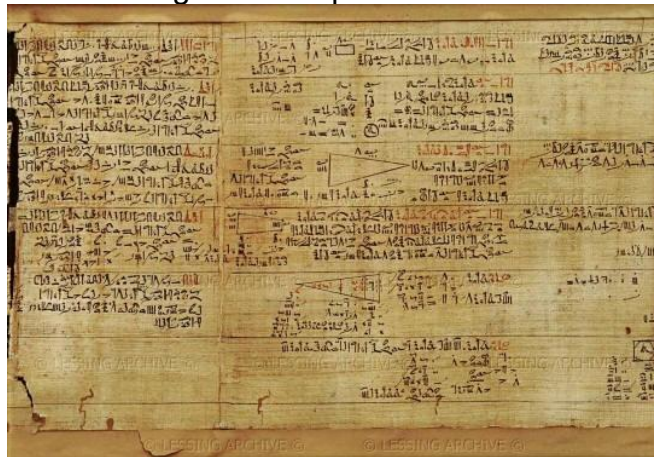
Nessas condições, não sendo aceitas soluções e coeficientes negativos na época, a organização utilizada satisfazia os problemas ligados ao contexto social do período. Além disso, os métodos empregados na resolução das equações completas, de certa forma, apresentavam resquícios do que utilizamos atualmente e que seriam empregados, posteriormente, por outros estudiosos em diferentes épocas. Vale lembrar que o sistema de numeração utilizado pelos babilônios era o sexagesimal, “[...] um sistema numérico posicional baseado em 60, que ainda é usado na medição do tempo (60 segundos em um minuto, 60 minutos em uma hora)” (Costa; Costa; Fernandes, 2024, p. 3554).

Das civilizações Pré-Helenísticas, a egípcia também tem seus relatos datados de cerca de 3500 a.C. Segundo Andrade (2000), os egípcios utilizavam o papiro e o tempo seco da região fez com que alguns escritos resistissem até os dias atuais.

É sabido que o método da “falsa posição” era amplamente utilizado, sendo encontrado nos papiros de Rhind (Figura 1) e Moscou. Outros papiros da época

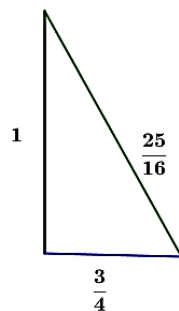
evidenciam vários problemas matemáticos, dentre estes alguns a respeito de equações do 2º grau. Sobre essa problemática, tem-se o problema traduzido do Papiro de Berlim, em uma linguagem atual: “Determine dois números tais que os seus quadrados é 100 e que um lado é 3/4 do outro.” Apesar do enunciado sucinto, há muito de álgebra atrelado a sua resolução. Vejamos, então, a solução utilizando o método da falsa posição, tomando como base as proposições apresentadas por Lopes Junior (2019, p. 21).

Figura 1 - Papiro de Rhind

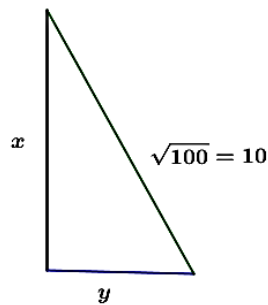


Fonte: Matemática no Planeta Terra (2013).

- i) Supor que os lados do triângulo retângulo mediam 1 e $\frac{3}{4}$ (isto é, que o valor de x e de y eram 1 e 3/4 respectivamente);
- ii) $1^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$. Logo, tem-se o triângulo:



- iii) Deseja-se encontrar os lados do triângulo abaixo;



- iv)* Pelo problema, pretende-se que $\frac{y}{x} = \frac{3}{4}$. Assim sendo, triângulo de *ii* deve ser semelhante ao *iii*. Logo, determina-se a constante de semelhança(*k*) fazendo $k = \frac{10}{\frac{25}{16}} = 8$;
- v)* Para obter as soluções finais, bastou multiplicar por 8 os valores supostos inicialmente, isto é, $x = 8 \cdot 1 = 8$; $y = 8 \cdot \frac{3}{4} = 6$.

Como analisado, temos uma solução astuciosa que tomava como solução apenas os valores positivos.

Tendo em vista que os problemas da época davam conta de situações cotidianas ligadas à agricultura, à engenharia, a medições e outras áreas, não tínhamos soluções negativas. Desta forma, conforme Lopes Júnior (2019), o caso

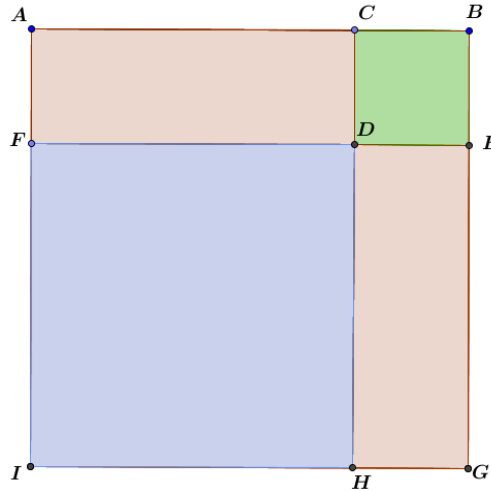
$$x^2 + px + q = 0,$$

com *p* e *q* positivos, obviamente, não teria solução.

Por sua vez, da Grécia antiga, ressaltamos as contribuições de dois grandes matemáticos: Euclides e Diofanto. Euclides, em sua obra “Os Elementos”, abordou problemas geométricos que podem ser traduzidos como equações quadráticas. Segundo Andrade (2000, p. 21), esse “não terá apenas compilado, sistematizado e ordenado os trabalhos dos seus antecessores, mas também os terá completado e aperfeiçoado em diferentes pontos[...]”. E, assim, chegou às 465 proposições baseando-se em alguns postulados e definições. Quanto às contribuições a respeito de equações, produziu várias soluções. Ademais, sabe-se que estas se davam de forma geométrica. A título de ilustração, vejamos uma das proposições de Euclides, destacada por Andrade (2000, p. 22): “Proposição II-4: Se uma linha recta é cortada num ponto arbitrário, o quadrado da linha inteira é igual aos quadrados dos segmentos, e a duas vezes o rectângulo contido por esses dois segmentos”.

Na Figura 2, eis a demonstração geométrica da proposição de Euclides.

Figura 2 - Demonstração da proposição II-4 de Euclides



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

É possível visualizarmos na Figura 2 o quadrado AIGB cuja área decomposta são os quadrados CDEB e FIHD, juntamente com os retângulos DHGE e AFDC. Assim sendo, algebricamente tem-se:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

No que diz respeito à resolução de equações do 2º grau, Euclides (Figura 3) desenvolveu um método geométrico que utilizava semelhança, retas, áreas e outros conceitos para resolver equações completas dos tipos:

$$x^2 + px = q,$$

$$x^2 = px + q,$$

$$x^2 + q = px.$$

Vale acrescentar que, para isso, foram utilizadas para as demonstrações as proposições 27, 28 e 29 do VI livro “Os Elementos”. Assim, é possível afirmar que Euclides contribuiu significativamente para o desenvolvimento da Álgebra, ainda que de forma geométrica. Por esse e outros fatores, passou a ser considerado um dos maiores nomes da Matemática.

Figura 3 - Euclides de Alexandria



Fonte: Oliveira (2023).

Por sua vez, Diofanto (Figura 4) introduziu notações algébricas e soluções sistemáticas. Como afirma Roque (2012), em geral, considera-se que a primeira ocorrência da notação simbólica que caracteriza nossa Álgebra remonta ao livro Aritmética, escrito em grego por Diofanto. [...]. Sua obra Aritmética, composta por 13 livros, trazia vários problemas de abordagem resolutiva aritmética, sendo alguns convertidos em equações de 1º e 2º grau. Assim, quando havia necessidade de recorrermos a artifícios geométricos de resolução, baseava-se, então, em métodos analíticos.

Figura 4 - Diofanto de Alexandria



Fonte: Tavares (2015).

É digno de nota que, em seu livro I da obra Aritmética, os problemas de 27 a 30 reportam a equações do 2º grau completas. Dito isso, podemos afirmar que seu grande trunfo foi abordar um método inovador para resolver tais problemas, como tão bem pontuado por Andrade (2000, p. 36):

[...] Diofanto utiliza um artifício que permite transformá-las em equações do 2º grau incompletas, cuja resolução é imediata. Segundo Ver Eecke ([17] pág. XXTII) tal artifício consiste (independentemente do número de equações, do grau dessas equações e do número de incógnitas envolvidas no problema) em designar uma certa quantidade desconhecida (uma nova incógnita por excelência) por aritmo. De seguida, as várias incógnitas do problema são escritas em função dessa nova incógnita e, ou são feitas substituições de entre as várias equações ou, como no caso das equações indeterminadas, são tomados casos particulares, de modo a reduzir tudo a uma só equação, com uma só incógnita (o aritmo) nunca com grau superior ao segundo.

Sobre o método utilizado por Diofanto, este ainda hoje serve de artifício em situações-problema em que é preciso recorrermos à redução de grau de equações ou até mesmo redução do número de incógnitas. A título de exemplificação, temos: resolver sistemas de equações 2x2 pelo método da substituição, ou no caso, de equações biquadradas do tipo

$$ax^4 + bx^2 + c = 0.$$

São exemplos simples de como o artifício é utilizado desde o Ensino Fundamental. No entanto, embora com essa sua engenhosidade, ele não conseguiu deixar uma generalização do seu método.

Feitas essas considerações, é importante lembrar que os árabes também contribuíram de forma significativa para o desenvolvimento da Álgebra, visto que seus estudos, baseados nos conhecimentos dos povos antigos, forneceram as bases e uma estrutura sólida para que esse ramo da Matemática pudesse surgir e desenvolver-se como uma verdadeira ciência. Assim, esses povos traduziram e aprimoraram os trabalhos de muitos autores, entre os quais se destacam as obras mais importantes de Euclides, Arquimedes, Apolônio, Herão, Ptolomeu e Diofanto (Andrade, 2000).

Ainda a esse respeito, grandes nomes dessa civilização merecem destaque, como Al Khowarizmi, considerado por muitos o “pai da álgebra”. Seu livro *Al Kitab al-muhtasar fi hisab al-jabr wa al-muqabala*, cuja tradução é “Breve tratado sobre o cálculo de restauração e comparação”, passou a ser considerado o marco para termos a Álgebra como uma ciência, inclusive até a nomenclatura. Além disso, a manipulação algébrica (operacionalizar os membros), visando resolver problemas relativos a equações quadráticas ficou evidente em sua obra, como explicitado por Andrade (2000, p. 38-39):

a soma é cem mais dois quadrados sem vinte coisas, e isso é igual a cinquenta e oito dinheiros. Completa agora cem e dois quadrados sem vinte coisas juntando vinte coisas a cinquenta e oito; fica cem mais dois quadrados igual a cinquenta e oito e vinte coisas [...] fica cem mais dois quadrados igual a cinquenta e oito e vinte coisas. Reduz isso a um quadrado, tomando a metade de tudo o que tu tens. Isso dá: cinquenta dinheiros e um quadrado, que é igual a vinte e nove dinheiros e dez coisas. Então reduz isso, tomando vinte e nove de cinquenta, resta vinte e um e um quadrado igual a dez coisas.

Como podemos fazer essa representação em uma linguagem atual? Podemos representar da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 100 + 2x^2 - 20x = 58 &\Leftrightarrow 100 + 2x^2 - 20x + 20x = 58 + 20x \\ \Leftrightarrow 100 + 2x^2 = 58 + 20x &\Leftrightarrow 100 + 2x^2 = 58 + 20x \Leftrightarrow \\ 50 + x^2 = 29 + 10x &\Leftrightarrow 50 - 29 + x^2 = 10x \Leftrightarrow 21 + x^2 = 10x \end{aligned}$$

Com o conhecimento apresentado acima, Al Khowarizmi sistematizou seu método de resolução de equações quadráticas. Tendo em vista que estas se dividiam em seis casos possíveis, sendo os três primeiros simples e já conhecidos por outros autores, ele recorreu à forma canônica para resolver as equações que denominava combinadas, a saber:

$$\begin{array}{l} \text{Simples} \left\{ \begin{array}{l} ax^2 = bx, \\ ax^2 = c, \\ ax^2 = b. \end{array} \right. \\ \\ \text{Combinadas} \left\{ \begin{array}{l} x^2 + px = q, \\ x^2 + q = px, \\ px + q = x^2. \end{array} \right. \end{array}$$

Enfatizamos que, na verdade, os algoritmos usados nos casos combinados foram os mesmos utilizados pelos babilônicos:

$$\text{Caso I: } x^2 + px = q \Leftrightarrow x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} - \frac{p}{2}$$

$$\text{Caso II: } x^2 + q = px \Leftrightarrow x = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q}$$

$$\text{Caso III: } px + q = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} + \frac{p}{2}$$

Assim, o método de resolução adotado nos casos combinados, traz muito do que se parece aos métodos empregados atualmente, o que implicou em sua obra ser tratada como um dos marcos para o estudo de equações polinomiais do 2º grau. Dito isso, outros nomes árabes merecem destaque: Abu Kamil, também conhecido como “calculador Egípcio”; Al Khayyam, o criador de um método para resolver equações do 3º grau e Al Qalasadi que, diferentemente dos outros autores, utilizou também símbolos para representar equações (Andrade, 2000).

Acrescido a esses comentários, é sabido que, na segunda metade do século XV, a comunidade científica da Europa dominava o conhecimento árabe a respeito das equações. Em outros dizeres, já havia qualificado tal conhecimento no que tange à resolução de equações de 3º e 4º grau. Assim, importantes nomes contribuíram para o estudo da Álgebra, a exemplo de François Viète, Albert Girard, René Descartes e MacLaurin (Andrade, 2000).

François Viète, por exemplo, introduziu letras para representar parâmetros e constantes, obtendo, assim, o que é exatamente a fórmula, que no Brasil é conhecida como sendo a fórmula de Bhaskara (Lopes Júnior, 2019). Vejamos, então, o método aplicado por Viète na solução de equações completas $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, na visão de Amaral (2016).

Fazendo-se $x = u + v$, onde u e v são incógnitas auxiliares, e substituindo na equação, temos:

$$\begin{aligned} a(u + v)^2 + b(u + v) + c &= 0 \\ a(u^2 + 2uv + v^2) + b(u + v) + c &= 0 \end{aligned}$$

E reescrevendo essa igualdade como uma equação na incógnita v , obtemos

$$av^2 + (2au + b)v + au^2 + bu + c = 0.$$

Viète transformou essa equação numa equação incompleta do 2.º grau, anulando o coeficiente de v , isto é, escolhendo $u = \frac{-b}{2a}$. obteve assim a equação:

$$av^2 + a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c = 0$$

e chegou, após simples manipulação, a

$$v^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Se $b^2 - 4ac \geq 0$ então $v = \frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. Logo,

$$x = u + v = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

que é a famosa fórmula de Bhaskara.

Já Albert Girard, em sua maior obra “Invenção nova em Álgebra”, publicada em 1629, anuncia o Teorema Fundamental da Álgebra, afirmando que “toda a equação completa de grau n tem o número de soluções igual ao seu grau”. Posteriormente, Smith aprimorou e expandiu tal teorema, afirmando: “qualquer equação de grau n tem exactamente n soluções e não mais”. No que diz respeito à resolução de equações quadráticas, Girard não apresentou um método próprio, todavia, segundo Andrade (2000), merecem destaque dois aspectos em que Girard foi inovador, a saber: o fato de aceitar as soluções negativas e a notação própria que criou e usou.

René Descartes, por outro lado, conseguiu resolver equações do 2º grau usando a Geometria de forma original. Sua notação sobre as equações era parecida com as utilizadas atualmente, ou seja, é responsável pela escrita algébrica atual.

Sobre essa notação, encontramos nas contribuições de Andrade (2000, p. 107) que,

Como vimos, Descartes resolveu toda e qualquer equação do 2º grau de uma forma geométrica e totalmente original relativamente aos Gregos, introduzindo a notação que ainda hoje utilizamos. No entanto, ignorou (pelo menos no livro do seu trabalho) as soluções negativas, e continuou a dividir as equações do 2º grau em vários tipos.

Portanto, o matemático forneceu resoluções inteligentes geométricas para os três tipos de equações quadráticas completas, certamente, aprimorando os trabalhos e estudos antes desenvolvidos pelos gregos. Desse modo, o fato de se ignorarem as soluções negativas provavelmente decorre de conceitos geométricos, uma vez que,

ao se buscar uma distância ou um segmento, a proposição de um número negativo não se mostra adequada.

Vale lembrar que, no século XVIII, Colin MacLaurin consolidou o método de completar o quadrado em sua obra intitulada *Álgebra* de 1748, ao apresentar soluções para equações completas em que consideramos soluções positivas e negativas. No entanto, propôs somente uma forma de representação de uma equação que contempla os vários tipos utilizados anteriormente. Assim, seus escritos foram essenciais para a fórmula utilizada hoje. Como pontua Lopes Júnior (2019), sua demonstração é a base daquela que é ensinada atualmente aos alunos do Ensino Fundamental.

Como visto, o caminho para o entendimento das equações do 2º grau percorreu diversos países e autores. Assim, não é possível atribuir sua evolução a uma única civilização ou a um único autor, pois muitos matemáticos contribuíram para o desenvolvimento da Álgebra. Cada qual desempenhou papéis distintos e de grande relevância nessa evolução, e, tanto no Oriente quanto no Ocidente, estudiosos se dedicaram ao longo dos séculos até chegarmos à forma da equação utilizada atualmente.

2.2.1 Raízes da equação polinomial do 2º grau

Os problemas ligados a raízes de equações são diversos nos mais diferentes campos (Aritmética, Geometria e outros). Como visto anteriormente, esses problemas surgiram da necessidade do homem em produzir e viver em sociedade. Na verdade, na atualidade, com o desenvolvimento social nos diversos setores, a exemplo construção civil, tecnológico, comercial e financeiro, faz-se necessário cada vez mais que nos apropriemos de conhecimento que possibilitem o entendimento e resolução de tais demandas. Esse entendimento está expresso nos PCN (Brasil, 1997, p. 39):

[...] é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação.

Fica evidenciado, então, que é durante o Ensino Fundamental, sobretudo nos anos finais, que devemos criar as condições para que os alunos avancem na apropriação da Álgebra, cujo objetivo é o de fornecer as habilidades necessárias ao desenvolvimento do pensamento algébrico que será validado no Ensino Médio, mediante estudo de funções e outros conceitos afins.

A título de ilustração, ao trabalharmos com situações-problema envolvendo a obtenção de raízes de uma equação polinomial do 2º grau, costumamos fazer a seguinte afirmação: raízes de uma equação quadrática são os valores que atribuímos à incógnita (geralmente a letra x) que torna a expressão matemática verdadeira. No entanto, temos consciência de que esse entendimento não é suficiente, pois é preciso que o aluno saiba diferenciar coeficientes de incógnitas.

Além disso, nos casos de coeficientes racionais, entender conceitos e formas de representação, sem falar na operação que envolve coeficiente e incógnita. A esse respeito, merece destaque a expressão frequentemente utilizada: “entre uma letra e um número há sempre uma multiplicação”, isso para que o estudante entenda os passos dados em ambos os membros, uma vez que é preciso saber manipular algebricamente a equação quadrática, definida por Calado (1956, p. 389) da seguinte forma: “[...] toda equação inteira que se pode reduzir a forma (canônica) $ax^2 + bx + c = 0$, em que a , b , e c são números reais (os números inteiros, fracionários e irracionais têm o nome genérico de números reais) quaisquer, contanto que “ $a \neq 0$ ”.

Grande parte dos livros didáticos iniciam o conteúdo de equação polinomial do 2º grau, abordando a definição do objeto de estudo bem como mostra como encontrar os coeficientes da equação. Alguns, de forma assertiva, abordam o conceito de variável em contraste com o de incógnita. Todavia, não é raro surgirem respostas equivocadas de alunos diante da seguinte questão: Determine os coeficientes a , b e c da equação $\frac{2}{3}x^2 - \sqrt{5}x + 3,2 = 0$. As respostas mais comuns são: $a = 2$ ou $a = 3$, isso por estes não lembrarem ou não saberem representar uma fração, para o coeficiente b podem fazer, $b = 5$ ou $b = \sqrt{5}$, respectivamente; no primeiro por não associar que o radical faz parte do número e o segundo é o mais comum, esquecimento do sinal; mais adiante, em relação ao coeficiente c , tem-se $c = 3$ ou $c = 2$, por não saberem que ambos compõem um número decimal, e, por fim, há os casos

a, b e $c = x^2$ ou x . Vejamos a Figura 5, a qual está voltada a uma habilidade que não está explicitada nem nos PCN e tão menos na BNCC.

Figura 5 - Atividade introdutória de um livro didático

Responda às questões no caderno.

1. Escreva as equações que são do 2º grau com uma incógnita:

- a) $3x^2 - 5x + 1 = 0$
- b) $10x^4 - 3x^2 + 1 = 0$
- c) $2x - 3 = 0$
- d) $-x^2 - 3x + 2 = 0$
- e) $4x^2 - x = 0$
- f) $9x^2 - 1 = 0$
- g) $2x^4 + 5 = 0$
- h) $0x^2 - 5x + 6 = 0$ a, d, e, f

2. Identifique como completa ou incompleta cada equação do 2º grau:

- a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ Completa.
- b) $-2x^2 + 3x - 1 = 0$ Completa.
- c) $-4x^2 + 6x = 0$ Incompleta.
- d) $x^2 - x - 12 = 0$ Completa.
- e) $9x^2 - 4 = 0$ Incompleta.
- f) $7x^2 + 14x = 0$ Incompleta.

3. Todas as equações seguintes são do 2º grau e estão escritas na forma $ax^2 + bx + c = 0$. Identifique os coeficientes de cada equação.

- a) $10x^2 + 3x - 1 = 0$ a = 10, b = 3, c = -1
- b) $x^2 + 2x - 8 = 0$ a = 1, b = 2, c = -8
- c) $y^2 - 3y - 4 = 0$ a = 1, b = -3, c = -4
- d) $7p^2 + 10p + 3 = 0$ a = 7, b = 10, c = 3
- e) $-4x^2 + 6x = 0$ a = -4, b = 6, c = 0
- f) $r^2 - 16 = 0$ a = 1, b = 0, c = -16
- g) $-6x^2 + x + 1 = 0$ a = -6, b = 1, c = 1
- h) $5m^2 - 10m = 0$ a = 5, b = -10, c = 0

4. Escreva a equação $ax^2 + bx + c = 0$, quando:

- a) a = 1, b = 6, c = 9 $x^2 + 6x + 9 = 0$
- b) a = 4, b = -6, c = 2 $4x^2 - 6x + 2 = 0$
- c) a = 4, b = 0, c = -25 $4x^2 - 25 = 0$
- d) a = -21, b = 7, c = 0 $-21x^2 - 7x = 0$

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci (2018).

É possível entendermos que há uma preocupação do autor em promover a apropriação da ideia estrutural da equação quadrática, sendo as questões 3 e 4 voltadas para internalização dos coeficientes. A discussão acima é necessária, pois os métodos de obtenção de raízes atualmente passam pela determinação dos coeficientes e por uma série de manipulações aritméticas.

No entanto, conforme as orientações da BNCC, o ensino de equações do 2º grau é abordado a partir dos anos finais do Ensino Fundamental. Porém, na civilização mesopotâmica, este conceito matemático já aparecia subdividido em 6 casos, já discutidos anteriormente. Atualmente, tem-se apenas três casos, a saber:

$$\left. \begin{array}{l} i) ax^2 + bx = 0 \\ ii) ax^2 + c = 0 \end{array} \right\} \text{ equações incompletas.}$$

$$iii) ax^2 + bx + c = 0 \text{ equação completa.}$$

Como vimos na subseção 2.2, o caminho para as fórmulas ou técnicas para a resolução de equações quadráticas foi objeto de estudo investigado por vários estudiosos, sendo as equações do 2º grau completas a principal discussão, isso devido ao grau de dificuldade que esta forma exige em problemas.

Isto posto, vejamos o método de resolução nos casos das equações incompletas, ou seja, quando $c = 0$ ou $b = 0$, o caso $b e c = 0$ não tem aplicação prática, sendo então dispensado de apresentação.

$$i) ax^2 + bx = 0$$

Colocando x em evidência tem-se $x(ax + b) = 0$; notamos que se trata de uma multiplicação onde o resultado é zero. Assim, ou $x = 0$, ou $ax + b = 0$. Logo, temos zero como uma raiz imediata. Assim, o outro caso será

$$ax + b = 0 \rightarrow ax + b = +b - b \rightarrow ax = -b \rightarrow \frac{ax}{a} = \frac{-b}{a} \rightarrow x = \frac{-b}{a}.$$

$$ii) ax^2 + c = 0$$

Esta é puramente manipulativa. Tomando a ideia dos babilônios que utilizavam as operações membro a membro da equação:

$$ax^2 + c - c = 0 - c \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow \frac{ax^2}{a} = \frac{-c}{a} \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \Rightarrow \sqrt{x^2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} \Rightarrow$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}.$$

Como visto, nos casos descritos acima, necessariamente não precisamos de demonstrações complexas. Na verdade, simples manipulações algébricas permitem identificar, de maneira rápida, a forma de se obter as raízes nos dois casos, porém, nos casos em que é preciso uma mudança da linguagem usual para algébrica, necessitamos de um conhecimento algébrico um pouco mais sofisticado, ou seja, é preciso determinarmos a equação antes de resolvê-la.

Assim, essa forma de apresentação usual e, por algumas vezes lírica, como era apresentada antigamente na Índia e por outros povos, ainda requer um pouco mais de propriedade de manipulação e compreensão dos alunos.

Retomando a discussão sobre equações do 2º grau, abordamos, a seguir, o estudo da forma completa, em específico, métodos de resolução. Todavia, para tratar

dessas técnicas, é necessário explanarmos a respeito do Teorema da Decomposição de Polinômios.

Segundo Santos (2016, p. 20), sobre o teorema em foco: “Considere um polinômio na forma $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ com $a_n \neq 0$; sendo assim, $p(x)$ pode ser representado por:

$$p(x) = a_n(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3) \dots (x - \alpha_n) = a_n \prod_{i=1}^n (x - \alpha_i),$$

as quais $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$, são as suas n raízes complexas.”

O teorema acima fornece subsídio para reescrevermos a equação polinomial do 2º grau, uma vez que ela pode ser interpretada como um polinômio de grau 2. Nesse caso, temos: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, onde x_1 e x_2 são as raízes da equação. Logo, sua forma fatorada é: $a(x - x_1)(x - x_2)$.

É possível, então, mediante observação, entendermos o motivo pelo qual ao dividirmos a equação $ax^2 + bx + c$ por a não se altera o valor das raízes, pois $(ax^2 + bx + c) \div a = a(x - x_1)(x - x_2) \div a = (x - x_1)(x - x_2)$, embora outros parâmetros possam ser mudados.

2.2.1.1 Fórmula de “Bhaskara”

A civilização Hindu ficou conhecida pelas contribuições na Astronomia, Aritmética e outras áreas matemáticas, grandes nomes surgiram, como Brahmagupta (598 d.C. – 668 d.C.), Bhaskara (1114 d.C. -1185 d.C.) e outros, sendo esse povo responsável pela difusão do sistema decimal posicional, tal como é conhecido e utilizado atualmente. As produções no campo da Álgebra também merecem destaque: em seu tratado astronômico, Brahmagupta apresentou, entre outros aspectos, técnicas para lidar com valores desconhecidos. A esse respeito, Roque (2012) menciona:

Contudo, havia também um capítulo dedicado a um outro tipo de matemática que compreendia análises envolvendo o zero, os negativos e positivos, as quantidades desconhecidas, e ainda os métodos de eliminação do termo médio e de redução a uma variável. Tratava-se de técnicas para lidar com problemas envolvendo quantidades desconhecidas (Roque, 2012, p. 189-190).

Como vimos, os tratados da época traziam em seu corpo ideias de métodos. No caso desse autor, ele usou triângulos com lados inteiros e consecutivos para encontrar uma equação diofantina, que hoje chamamos de Equação de Pell (Silva, 2023). As técnicas utilizadas em seus trabalhos, posteriormente, seriam utilizadas e mencionadas por outro indiano, Bhaskara, talentoso matemático e astrônomo, autor das obras Lilavati (nome de sua filha) e o Bija Ganita (semente do cálculo). A esse matemático é creditada, no Brasil, a fórmula resolutive de equações polinomiais do 2º grau, ou seja, a fórmula de Bhaskara.

Alguns autores entendem que, pelo contexto histórico evolutivo da fórmula, não se pode creditar a autoria desta a um único matemático. A respeito, Roque (2012) diz:

[...] Apesar de possuírem regras para resolver problemas que seriam hoje traduzidos por equações do segundo grau e usarem alguns símbolos para representar as quantidades desconhecidas e as operações, não se pode dizer que os indianos possuísem uma fórmula de resolução de equações de segundo grau [...] (Roque, 2012, p. 177).

Tomando o contexto histórico desse e de outros trabalhos, fica evidente que não se pode creditar a descoberta da fórmula a um único matemático, o que corrobora com a ideia Roque (2012, p. 202), quando expõe: “Nem Bhaskara, nem outro matemático indiano, nem Al-Khwarizmi, nem outro árabe qualquer inventou a fórmula para a resolução da equação de segundo grau[...]”. Todavia, é possível considerar que ele tomando de base trabalhos já escritos, enunciou e publicou os procedimentos, em forma de prosa, que resultam na forma atual, como Costa (2016, p. 32) afirma: “O trabalho de Bhaskara, apesar de anterior ao dos outros indianos citados acima, preencheu diversas lacunas deixadas pelos seus antecessores, principalmente no campo das equações lineares e quadráticas”. Vejamos como Bhaskara relata os procedimentos com base em Roque (2012, p. 190):

(I) “De uma quantidade retiramos ou adicionamos a sua raiz multiplicada por um coeficiente e a soma ou a diferença é igual a um número dado.” [...]

(II) “Seja uma igualdade contendo a quantidade desconhecida, seu quadrado etc. Se temos os quadrados da quantidade desconhecida etc., em um dos membros multiplicamos os dois membros por um fator conveniente e somamos o que é necessário para que o membro das quantidades desconhecidas tenha uma raiz; igualando, em seguida,

essa raiz a do membro das quantidades conhecidas, obtemos o valor da quantidade desconhecida.” [...]

(III) “É por unidades iguais a quatro vezes o número de quadrados que é preciso multiplicar os dois membros; e é a quantidade igual ao quadrado do número primitivo de quantidades desconhecidas simples que é preciso adicionar.”

Traduzindo na linguagem algébrica atual, tem-se:

$$\begin{aligned} (ax^2 + bx = c). (4a) &\Rightarrow 4a^2x^2 + 4abx = 4ac \Rightarrow 4a^2x^2 + 4abx + b^2 = 4ac + b^2 \\ &\Rightarrow (2ax + b)^2 = 4ac + b^2 \Rightarrow 2ax + b = \sqrt{4ac + b^2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}. \end{aligned}$$

Como podemos ver, é possível a partir das “instruções” de Bhaskara chegar à fórmula resolvente, que, por sua vez, só pode ser apresentada na linguagem atual, devido a colaboração de vários matemáticos, a exemplo Viète, que, como mencionado anteriormente, proporcionou subsídios para a notação de hoje em dia.

Com relação à fórmula resolvente, os livros didáticos recorrem à mesma ideia para demonstrar sua obtenção. Caso algum estudante ou matemático não se recorde de todos os passos mencionados, é relevante destacar, já no início da demonstração, a necessidade de obter o quadrado da soma $(x + \frac{b}{2a})^2$. Ressaltar esse detalhe facilita bastante a realização da demonstração, sobretudo em sala de aula.

As demonstrações da fórmula resolvente, atualmente, são obtidas de uma forma um pouco diferente. Tomando os livros didáticos, tem-se a seguinte forma:

Sendo $ax^2 + bx + c = 0$, dividindo por a , tem-se $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$, agora é o momento de lembrar do quadrado da soma $(x + \frac{b}{2a})^2$, ou seja, é preciso somar $\frac{b^2}{4a^2}$ ambos os membros, obtendo $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = \frac{b^2}{4a^2}$. Em seguida, subtrai-se $\frac{c}{a}$ chegando a $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$, fazendo algumas manipulações simples, é possível obter $(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$; por fim, extraindo a raiz quadrada de ambos os membros e retirando $\frac{b}{2a}$, teremos $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, visando representar de forma simples, denomina-se como discriminante(Δ) a expressão $\Delta = b^2 - 4ac$, teremos, $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

2.2.1.2 Método da soma e produto

Apresentar formas alternativas de obtenção de raízes sem, necessariamente, passar pela fórmula resolvente é uma atividade comum desenvolvida em sala de aula, pois convenhamos que o método não é de fácil memorização, o que, na verdade, os alunos atualmente não costumam treinar. Desta forma, a obtenção utilizando o método da soma e produto é bastante apresentada podendo evitar, em alguns casos, o caminho por fórmula resolvente. Dito isso, basicamente sua fundamentação é a seguinte:

Seja $ax^2 + bx + c = 0$, dividido por a , tem-se $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$. Guardada essa informação, vimos que sendo x_1 e x_2 raízes da equação quadrática, temos que a soma será:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

da mesma forma, vejamos o produto:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{(b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$$

$\Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$, assim, fazendo $x_1 + x_2 = s$ e $x_1 \cdot x_2 = p$, tem-se substituindo em $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ a equação $x^2 - sx + p = 0$. É oportuno lembrarmos que se trata de uma demonstração sem o rigor que remonta os processos balizadores, tendo em vista que é direcionada à aplicação com alunos de 9º ano do Ensino Fundamental.

De fato, dependendo do conjunto numérico a qual as raízes pertencem, torna-se possível obtermos esses valores sem recorrer à fórmula resolvente. Observemos o processo na Tabela 2:

Tabela 2 - Raízes pelo método soma e produto

| Ordem | Equação | Produto | Somas | Raízes |
|-------|----------------------|--|---|----------|
| I | $x^2 - 11x + 30 = 0$ | (1; 30), (2; 15), (6; 5) = 30 | (10; 1), (9; 2), (8; 3), (7; 4), (6; 5) = 11 | (6; 5) |
| II | $x^2 + 2x - 63 = 0$ | (-63; 1), (-21; 3), (-9; 7) = -63 | (1; -3), (-3; 1), ..., (-8; 6), (-9; 7) = -2 | (-9; 7) |
| III | $x^2 + 9x + 18 = 0$ | (18; 1), (9; 2), (6; 3), (-1; -18), (-9; -2), (-6; -3) = 18 | (-8; -1), (-7; -2), (-6; -3) = -9 | (-6, -3) |

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Observando as possibilidades: na ordem, primeiro, produto e depois soma, é possível entendermos que, para soluções dentro do conjunto dos números naturais com valores relativamente baixos, como é o caso da equação I, o artifício é viável. Já no caso das equações II e III, que trazem soluções inteiras, é possível visualizarmos um grau de dificuldade mais elevado, porém, depende do quanto o aluno possui habilidades de operacionalizar cálculos com números inteiros, para os demais valores pertencendo ao conjunto dos números reais, o método é inviável.

Além disso, pensando nos alunos que não dominam tão bem a Aritmética, o método pode trazer outras dificuldades quando se têm soluções inteiras, como por exemplo, o emprego correto das regras de sinais. Sobre essa dificuldade, Rocha Neto (2010, p. 20) tece os seguintes comentários:

O aluno sente dificuldades nas operações com números inteiros à medida que o significado se amplia; assim nos naturais, os sinais usados são de natureza operatória e indicam: (+) (acrescentar algo a) e o (-) (tirar de), enquanto que no conjunto dos inteiros a adição pode representar três situações: a de acréscimo, ex.: $(+2)+(+3) = +5$; a de decréscimo, ex.: $(+2) + (-3) = -1$, e a situação onde a soma resulta em zero, ex.: $(+2) + (-2) = 0$. Do mesmo modo, a subtração deixa de ter a ideia de tirar e requer a assimilação como inversa da adição, assim a subtração deve estar estruturada com base na abstração da inversão, tarefa mais complexa que o conceito de tirar, pois é necessário o aluno identificar a operação que está em jogo.

Ademais, Rocha Neto expõe que os alunos têm dificuldades em entender os significados: “(+) (acrescentar algo a) e o (-) (tirar de)”. De fato, para tirarmos uma quantidade de algo negativo que alunos entendem que não tem ou não existe, é

inconcebível a estes. Sendo assim, é impossível esses alunos resolverem uma equação do tipo III da Tabela 2.

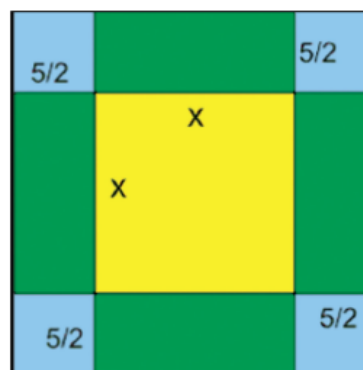
Desse modo, o método da soma e do produto, assim como outros, apresenta limitações. Contudo, mostra-se viável em situações em que as raízes são naturais ou até mesmo inteiras, dependendo da forma como esses valores se apresentam, constituindo um método alternativo de obtenção que atende a parte das equações quadráticas, sobretudo na resolução de problemas cotidianos simples.

2.2.1.3 Método de completar quadrados

Os mecanismos de obtenção de raízes são diversos; todavia, alguns destacam-se e obtêm espaço nos livros didáticos, sendo o método de completar quadrados um destes. Tal método é atribuído a Abu Abd Allah Mohammed Ben Musa Al-Khowarizmi, matemático que integrou a “casa da sabedoria”. O método consiste em determinar as raízes tendo como aporte a Geometria; Para desenvolver o raciocínio, Al Khowarizmi criou quadrados e retângulos para representar os termos da equação quadrática, indo ao encontro da proposta deste trabalho, uma vez que o material manipulativo Algeplan também usa as formas para representar os termos da equação polinomial do 2º grau.

Abordamos o método de completar quadrados desenvolvido por Al Khowarizmi no exemplo da Figura 6.

Figura 6 - Solução geométrica da equação $x^2 + 10x = 39$



Fonte: Campos (2016).

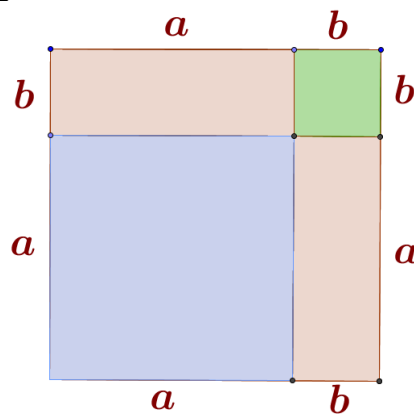
Analisando a Figura 6, constatamos que as áreas verdes, juntamente com a amarela, representam a equação $x^2 + 10x = 39$ e, ao completar o quadrado introduzindo os quadrados menores azuis, obtemos:

$$x^2 + 4 \cdot \frac{5}{2}x + 4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = x^2 + 10x + 4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 39 + 25 = 64$$

Como o quadrado formado pelos quadriláteros possui lado $x + 5$, logo:
 $(x + 5)^2 = 64 \Rightarrow x = 3$ ou $x = -13$.

A resolução acima ilustra, portanto, como o matemático desenvolvia o método para resolver equações. Observamos que o método de completar quadrados tem como base a interpretação geométrica dada pelos gregos à expressão $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, em que, geometricamente, conforme a Figura 7, temos:

Figura 7 - Quadrado de lado $a + b$



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Ao observarmos a figura em análise, é possível fazermos a associação a uma equação do 2º grau. Assim, é necessário reescrevermos a equação $ax^2 + bx + c = 0$ para obtermos um trinômio quadrado perfeito. Para isso, basta fazermos as seguintes manipulações algébricas:

Sendo $ax^2 + bx + c = 0$, tomando $a=1$, tem-se $x^2 + bx + c = 0$, daí

$$x^2 + bx = -c \quad \Rightarrow \quad x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c \quad \Rightarrow \quad \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c$$

$$x + \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c} \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

De fato, analisando a fórmula obtida, concluímos que se trata da fórmula resolvente, onde $a = 1$ e, como consequência, temos as seguintes condições:

- i. se $\left(\frac{b}{2}\right)^2 > c$, a equação possui duas raízes distintas;
- ii. se $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = c$, a equação possui duas raízes idênticas;
- iii. se $\left(\frac{b}{2}\right)^2 < c$, a equação não possui raízes reais;

Assim, do item iii, entendemos que, por se tratar de um trabalho que aborda os anos finais, é conveniente não expandirmos as soluções da equação quadrática ao conjunto dos números complexos, uma vez que este tipo de conteúdo raramente é abordado nas escolas, na atualidade. Ademais, é interessante a abordagem cotidiana de problemas a fim de fixarmos conceitos. Desta forma, as soluções, necessariamente, devem existir no mundo real e, conseqüentemente, o conjunto universo precisa ser o dos números reais.

2.2.1.4 Teorema das raízes racionais

Professores de Matemática, enquanto mediadores do conhecimento, sempre buscam formas alternativas de determinação de solução de problemas que sejam viáveis ao entendimento dos alunos. No caso da busca das raízes de uma equação polinomial do 2º grau, é comum propormos que os alunos, primeiramente, realizem a busca por esses valores pelo “método da tentativa”. Aqui, trata-se de efetuar “cálculos simples” para determinar se os números 1, -1, 2 e -2 são ou não raízes de uma equação quadrática, ou seja, verificar se $p(1) = 0$, $p(-1) = 0$, $p(2) = 0$ ou $p(-2) = 0$, com $p(x) = ax^2 + bx + c$. No entanto, para discentes mais habilidosos, podemos afirmar que esse cálculo é feito de forma mental a depender dos coeficientes da equação.

Dessa forma, no geral, os alunos realizam essa verificação inicial. É pertinente então indicar um direcionamento para esses valores que eles buscam. Assim, precisamos considerar o Teorema das Raízes Racionais, que pode ser uma alternativa bem direcionada aos valores do conjunto solução da equação. Para Oliveira (2023, p. 36), fundamentada em Iezze e Domingues,

o Método das Raízes Racionais funcionará para determinarmos raízes de polinômios que possuem coeficientes inteiros, ou seja, suas

possibilidades de raiz serão evidenciadas por meio do coeficiente acompanhado do maior grau e do coeficiente linear.

No caso das equações do segundo grau, é possível visualizarmos como um polinômio de grau dois. Assim, apesar da limitação para raízes racionais, é pertinente a introdução desse método, pois trata-se de um conceito não abordado nos livros didáticos de Matemática da Educação Básica, em que os problemas algébricos com equações são trabalhados em situações do mundo real que requerem solução real, a saber: “diferentemente de outros métodos já citados, este dá apenas as possibilidades, mas não garante quantas e quais dessas serão válidas, pois dá apenas as opções de raízes racionais, não evidenciando irracionais ou complexas” (lezze apud Oliveira, 2023, p. 36). No entanto, entendemos que este artifício não substitui os métodos anteriores mencionados, pois apenas complementa o trabalho do docente.

Ainda sobre o Teorema das Raízes Racionais, Santos (2016, p. 97) complementa:

Considere o polinômio $h(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$; com $a_n \neq 0$, de grau $n > 0$ e de **coeficientes inteiros**. Seja um número racional $\frac{p}{q}$; tais que, p e $q \in \mathbb{Z}^*$ e $\text{M.D.C}(p; q) = 1$; ou seja, p e q são primos entre si. Sendo assim, se p/q for raiz de $h(x)$; então p é divisor de a_0 e q é divisor de a_n .

Como evidenciado no teorema em tela, em caso da existência de raízes racionais, é possível identificá-las listando o conjunto dos divisores de a_n , como “ q ” e os divisores de a_0 sendo “ p ”. Vejamos a demonstração usual do mencionado teorema.

De fato, caso $\frac{p}{q}$ seja uma possível raiz racional da função polinomial $h(x)$, teremos:

$$\begin{aligned} h\left(\frac{p}{q}\right) &= a_n \left(\frac{p}{q}\right)^n + a_{n-1} \left(\frac{p}{q}\right)^{n-1} + \dots + a_1 \left(\frac{p}{q}\right) + a_0 = 0 \Rightarrow \\ a_n \left(\frac{p^n}{q^n}\right) + a_{n-1} \left(\frac{p^{n-1}}{q^{n-1}}\right) + \dots + a_1 \left(\frac{p}{q}\right) + a_0 &= 0 \Rightarrow \\ a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} q + \dots + a_1 p q^{n-1} + a_0 q^n &= 0 \Rightarrow \\ q(a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p q^{n-2} + a_0 q^{n-1}) &= -a_n p^n \Rightarrow \end{aligned}$$

$$a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1pq^{n-2} + a_0q^{n-1} = \frac{-a_n p^n}{q}$$

Da última expressão, tem-se no primeiro membro da equação o número inteiro $a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1pq^{n-2} + a_0q^{n-1}$. Logo, como q não divide p , então q não divide p^n . Assim, q divide a_n .

De modo análogo, encontramos a expressão tomando as manipulações anteriores. Vejamos:

$$p(a_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} q + \dots + a_1 q^{n-1}) = -a_0 q^n \Rightarrow$$

$$a_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} q + \dots + a_1 q^{n-1} = \frac{-a_0 q^n}{p}.$$

É oportuno destacar que, assim no caso anterior, temos, no primeiro membro, um número inteiro. Desse modo, o segundo membro $\frac{-a_0 q^n}{p}$ também será um inteiro. Logo, como p não divide q nem q^n , então p divide a_0 .

Desta forma, para as possíveis raízes racionais, temos $x = \frac{p}{q}$ onde p é um divisor de a_0 e q divisor de a_n .

Para melhor fixarmos o teorema, segue o exemplo: Sendo $h(x) = 2x^2 - 5x + 3$, determinar as raízes racionais.

- Elencando os divisores inteiros de a_n , temos $q = \{2; -2; 1; -1\}$ e de a_0 temos; $p = \{-3; 3; 1; -1\}$.
- Assim, as possíveis soluções são: $\{3; -3; 2; -2; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1; -1\}$.
- Daí, por tentativa, temos: $h(1) = h\left(\frac{3}{2}\right) = 0$.
- Logo, 1 e $\frac{3}{2}$ são raízes da equação.

Ao observarmos o exemplo anterior, notamos que foram acrescentados alguns valores além dos habituais informados pelos professores, aumentando, assim, a probabilidade de encontrar as raízes das equações. Esse recurso pode ser entendido como um artifício que complementa o método por tentativa, tornando mais viável e assertivo o caminho dos alunos na identificação das raízes.

3 O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR DA APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, NO ENSINO FUNDAMENTAL

Um número cada vez maior de professores vem percebendo a importância de se buscar formas de ensino que tornem a aprendizagem mais significativa (Maldaner, 2011, p. 89).

Por compartilharmos do pensamento da educadora matemática Maldaner, trazemos nesta seção reflexões teóricas sobre o material manipulativo Algeplan como possibilidade de mediar a aprendizagem de equações do 2º grau no Ensino Fundamental. Tal recurso é de gênese desconhecida, sendo que sua primeira aparição ocorreu no ano de 1994 em um encontro de Psicologia de Educação Matemática, em Lisboa (Rêgo, 2010). É digno de nota enfatizarmos que tal material também é denominado de Algeplacas. Já no inglês é conhecido por *Algeblocks*.

É importante destacarmos ainda que há diversas propostas de atividades envolvendo situações-problema sobre Álgebra mediadas pelo Algeplan, as quais estão disponíveis, principalmente em sítios de língua inglesa (Paiva, 2021).

Dito isso, antes de apresentarmos o Algeplan, suas finalidades e possibilidades, *a priori*, trazemos algumas considerações necessárias sobre o ensino de Álgebra no Ensino Fundamental, de modo particular, os desafios de ensinar equações polinomiais do 2º grau, tendo em vista o nosso objeto de estudo.

3.1 Álgebra: os desafios de ensinar equações do 2º grau

De acordo com Silva e Silva (2020, p. 2), “a história da educação, no Brasil, mostra que o ensino foi entendido, durante muito tempo, como um processo de transmissão do conhecimento”. Conforme essa tendência de ensino, o aluno tem papel passivo no processo de aprendizagem, não contribuindo, assim, de maneira eficaz com o desenvolvimento de suas próprias habilidades e, conseqüentemente, da apropriação dos conhecimentos, sejam eles matemáticos ou não.

Delimitando o ensino da Matemática, embora com o advento da educação matemática, em meados do século XIX, que implicou em estudos, pesquisas e produção de documentos com possibilidades para a organização do ensino da Matemática (Flemming, 2005), os índices de retenção ainda são altos e as notas de proficiência baseadas nas avaliações externas são baixas.

Diante desse cenário, houve a necessidade de mudanças na prática docente com o objetivo de a escola proporcionar um ensino de qualidade, em que o aluno pudesse atuar como protagonista, saindo, portanto, da condição de sujeito passivo. A esse respeito, explicitam Silva e Silva (2020) que o processo de apropriação de conceitos matemáticos só será concretizado quando alunos e professores reconhecerem que a aprendizagem matemática vai além da memorização e da resolução de contas ou exercícios convencionais, desprovidos de sentidos e significados. Para mudar esse cenário, de acordo com os autores em tela, esse processo deve incluir um contínuo exercício do pensamento, comunicação e interpretação de linguagem, seja ela natural ou matemática.

Vale destacar que, especificamente sobre o ensino da Matemática no Ensino Fundamental, etapa crucial da educação básica, de modo particular no 9º ano, por preparar os alunos para o Ensino Médio e para a aplicação de conceitos matemáticos mais avançados, várias são as habilidades que devem ser desenvolvidas; as quais incluem raciocínio lógico, resolução de situações problema, interpretação e análise de textos, capacidade de comunicar e de argumentar, contemplando as cinco áreas temáticas propostas pela BNCC (Brasil, 2018): Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística.

Em síntese, é necessário superarmos a forma de ensino tradicional para alcançarmos os objetivos de aprendizagem, levando em consideração a complexidade dos conceitos matemáticos que são, muitas vezes, bastante abstratos, como fundamentam Lemos, Lemos e Gomes (2024, p. 4) ao destacarem que, “a Matemática, por ser uma ciência exata, possui uma linguagem própria, uma representação que utiliza simbologia de conceitos matemáticos de difícil compreensão”. Portanto, nessa lógica de raciocínio é importante que o professor crie as condições objetivas e subjetivas a fim de oferecer oportunidades que permitam ao aluno explorar, assimilar e compreender, de forma crítica, essa linguagem própria da Matemática, potencializando um ensino eficaz e de qualidade.

Na verdade, tendo em vista a nossa experiência vivenciada enquanto professor de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental, ao longo dos últimos anos, relembramos que um dos maiores desafios no ensino de Matemática é a compreensão de conceitos abstratos presentes principalmente no estudo de Álgebra, que aborda a ideia de incógnita e equações quadráticas, sendo, muitas vezes, no geral, um grande desafio para os alunos e, logicamente, para o professor, pois a

abstração matemática requer um desenvolvimento cognitivo que nem todos alcançam simultaneamente.

Desse modo, entendemos então que a transição do concreto para o abstrato deve ser cuidadosamente mediada pelos professores, utilizando estratégias que tornem os conceitos com produção de significados e sentidos.

De acordo com Buarque *et al.* (2024), a Álgebra pode ser considerada um dos assuntos mais importantes no estudo de Matemática, pois desempenha um papel fundamental no dia a dia. O pensamento algébrico, como destaca Öztürk (2021), é essencial na Matemática, pois utiliza símbolos para interpretar e resolver problemas, permitindo a análise de situações e a formulação de soluções de maneira abstrata e generalizada, facilitando a compreensão e manipulação de diversos conceitos matemáticos.

Nessa mesma lógica de raciocínio, encontramos na BNCC (Brasil, 2018) que o pensamento algébrico é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise das relações quantitativas de grandezas com o uso de símbolos. Portanto, o estudo da Álgebra tem grande relevância para o desenvolvimento do raciocínio matemático, contribuindo, assim, como destacam Costa e Silva (2022), para a generalização da Aritmética, resolução de problemas, como expressão da variação de grandezas e, ainda, no estudo de estruturas matemáticas.

Feitas as considerações, não podemos deixar de enfatizar que é nessa área temática – Álgebra – que se encontram os problemas e conceitos relacionados às equações do 2º grau. Portanto, ensinar e aprender equações do 2º grau no Ensino Fundamental se configura um grande desafio tanto para professores quanto para alunos. Ademais, não podemos ignorar que tal conceito é essencial para a progressão acadêmica, pois estabelece a base para muitos outros tópicos avançados em Matemática. No entanto, temos observado que a simples compreensão de conceitos abstratos e manipulação de fórmulas algébricas tem se configurado em obstáculos frequente à aprendizagem. De acordo com Silva e Almeida (2021), diante desse quadro, é fundamental que os professores adotem estratégias pedagógicas que facilitem a internalização, a apropriação desses conceitos e, assim, promovam um aprendizado significativo, aqui compreendido como um aprendizado com produção de sentidos e significados para o aluno.

É digno de nota explicitarmos que a compreensão de equações polinomiais do 2º grau envolve o domínio de conceitos como raízes, discriminantes e incógnita. No entanto, muitos alunos encontram dificuldades em visualizar e interpretar as situações-problema devido à sua natureza abstrata. Ferreira (2022) destaca que a aprendizagem matemática deve ser contextualizada, utilizando exemplos práticos e situações do cotidiano para tornar os conceitos mais acessíveis e com significados e sentidos. Porém, a falta de recursos didáticos e a resistência a métodos inovadores, ou melhor, com potencialidades para mediar a aprendizagem, podem limitar a eficácia dessa abordagem, criando uma barreira adicional para os alunos. Sem a contextualização e sem recursos eficientes, os alunos podem ver a Matemática distante, desconectada da realidade, o que diminui o interesse e a motivação para aprender. E é aqui que vão sempre permanecer aquelas famosas perguntas que tanto inquietam os alunos: Professor, para que estudar isso? Para que serve essa Matemática? Aplicar isso em quê? Para quê?

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), o estudo de equações do 2º grau deve começar no 8º ano do Ensino Fundamental, com foco inicial em problemas do tipo $ax^2 = b$. Este primeiro contato visa familiarizar os alunos com a estrutura das equações quadráticas e a interpretação de seus coeficientes. Ao longo do 9º ano, a complexidade dos problemas deve aumentar gradualmente, incorporando equações completas do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ e, assim, explorando métodos de resolução, a exemplo da fatoração, fórmula de Bhaskara e completude do quadrado.

Sabemos que no 9º ano é fundamental que os alunos desenvolvam uma compreensão sólida das especificidades das equações polinomiais do 2º grau, o papel do discriminante na determinação do número de raízes reais e a interpretação das raízes no contexto de problemas práticos. Para tanto, a ênfase deve ser colocada na aplicação desses conhecimentos em situações do cotidiano, a partir da modelagem de fenômenos físicos e da resolução de problemas geométricos. Além disso, é importante que incentivemos o pensamento crítico e a capacidade de generalização, preparando os alunos para enfrentarem desafios mais avançados em estudos posteriores, seja no ensino médio ou na educação superior. Em suma, segundo a BNCC (Brasil, 2018, p. 317), no 9º ano a ênfase deve ser na resolução de equações do 2º grau, com destaque na habilidade EF09MA09, qual seja:

Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas com base em suas relações com produto notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Nessa perspectiva, entendemos, então, que se faz necessário que adotemos e exploremos estratégias e recursos com potencialidades para mediar a aprendizagem, seja qual for o conceito matemático. No caso do 9º ano do Ensino Fundamental, no contexto do ensino de Álgebra, a fim de que os alunos desenvolvam suas habilidades frente à resolução de equações do 2º grau, neste estudo, adotamos enquanto recurso mediador o Algeplan, apresentado na subseção 3.2.

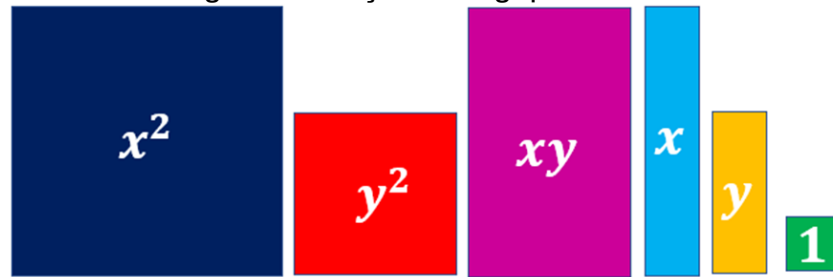
3.2 Apresentando o Algeplan: potencial ferramenta pedagógica

Passamos a apresentar o Algeplan, suas finalidades e possibilidades, de modo particular, no processo ensino e aprendizagem de equações, com foco em equações quadráticas, tendo em vista o nosso objeto de estudo. Além disso, direciona-se o uso do material para obtenção de raízes mediante o processo de fatoração, visando atender às exigências da BNCC, que em seu corpo aborda a resolução de equações do 2º grau, com destaque na habilidade EF09MA09 já mencionada.

Relembramos que o Algeplan, neste estudo, como descrito na Figura 8 na página seguinte, é defendido enquanto um recurso mediador no processo ensino e aprendizagem de equações. Como explicitam Rosa e Silva (2023, p. 25), trata-se de um material manipulável

[...] que permite visualizar a soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. Além disso, ele ajuda na visualização de expressões e equações do primeiro e segundo grau, e fatorações. Fundamentalmente, ele utiliza “áreas” de retângulos para o estudo destas operações. Este material pode ser encontrado em lojas ou confeccionado manualmente através de materiais como EVA, entre outros. Tipicamente, o Algeplan é composto por 40 peças: quatro quadrados grandes de lados x , ($x > 1, x \notin \mathbb{Z}$); quatro quadrados médios de lados y com ($x > y > 1$); quatro retângulos de lados x e y ; oito retângulos de lados x e 1 ; oito retângulos de lados y e 1 ; e, por fim, doze quadrados pequenos de lados 1 , a unidade. Cada peça recebe uma “representação”, x^2 , y^2 , xy , x , y e 1 , que são suas áreas respectivas.

Figura 8 - Peças do Algeplan



Fonte: Almeida (2021).

A Figura 8 ilustra o material completo. Observemos que há na região interna de cada quadrilátero a informação referente à área que este possui. Assim, podemos concluir que as medidas referentes aos lados são as seguintes, como mostrado no Quadro 1.

Quadro 1 - Medidas dos lados e quantidade de peças do Algeplan

| FIGURA | LADOS | QUANTIDADE |
|---|-----------------------------|------------|
|  | Possui lados medindo x. | 4 |
|  | Possui lados medindo y. | 4 |
|  | Possui lados medindo x e y. | 4 |
|  | Possui lados medindo x e 1. | 8 |
|  | Possui lados medindo y e 1. | 8 |
|  | Possui lados medindo 1. | 12 |

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

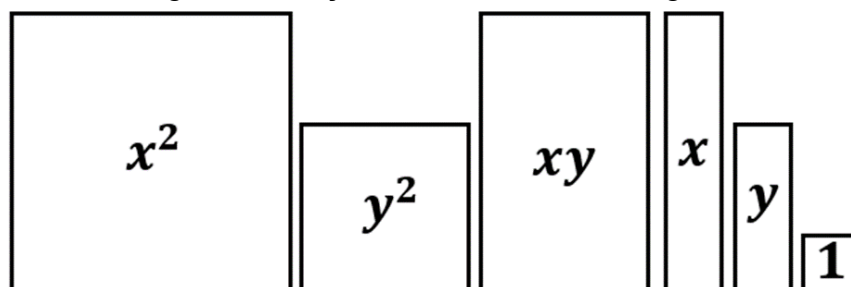
Conhecidas todas as peças, voltamos a dizer, como tão bem lembrado por Rosa e Silva (2023, p. 25), que

O Algeplan é um material manipulativo que permite visualizar a soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. Além disso, ele ajuda na visualização de expressões e equações do primeiro e segundo grau, e fatorações. Fundamentalmente, ele utiliza “áreas” de retângulos para o estudo destas operações.

Sendo assim, com a mediação do Algeplan é possível resolvermos equações, sejam elas do 1º grau ou do 2º grau e, por extensão, representarmos polinômios com duas incógnitas de até grau 2.

Especificamente quanto à operacionalização e à representação com o material em foco, destaca-se a necessidade de atribuir uma cor às peças que representam valores negativos. Para esse fim, utilizam-se comumente peças nas cores branca ou preta. Caso sejam confeccionadas, recomenda-se que o verso das peças seja pintado nessas cores, conforme descrito na Figura 9.

Figura 9 - Peças brancas de valor negativo

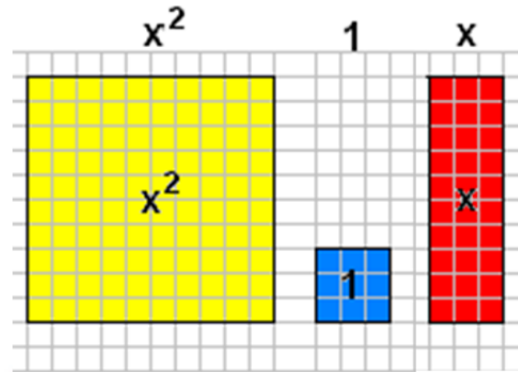


Fonte: Almeida (2021).

Outro aspecto importante é que o Algeplan tanto pode ser comprado em lojas como também construído em sala de aula pelos próprios discentes sob a orientação do professor de Matemática, podendo ser com EVA, cartolina, papel cartão e ou outro material; porém, com uma rigidez maior que as folhas de pouca gramatura.

Lembrando, então, que para resolvermos equações nem sempre se faz necessário utilizarmos todas as peças. Por exemplo, para equações do 2º grau, podemos utilizar apenas as três peças, como indicado na Figura 10 da página à frente: um quadrado grande (representando x^2), um retângulo (representando x) e um quadrado pequeno (representando 1), posto que é preciso representar apenas uma incógnita.

Figura 10- Peças do Algeplan utilizadas em equações do 2º grau



Fonte: Azevedo (2011).

Já no caso de equações do 1º grau, conceito que é trabalhado com alunos de 7º ano do Ensino Fundamental, uma vez que é nessa etapa que se apresenta o conceito de incógnita e se trabalha a resolução de tais equações, basta utilizarmos o retângulo de lados x e 1 e o quadrado unitário.

3.2.1 O uso do Algeplan na representação de equações polinomiais

O Algeplan, não necessariamente deve ser visto como um facilitador da compreensão de métodos resolutivos, pois para tal finalidade é preciso antes reconhecer e “escrever” equações com esse material, sendo então uma prerrogativa necessária e primária para se obter o entendimento demasiadamente amplo dos métodos resolutivos. Quanto a esse conceito, com o material em tela, o professor pode trazer uma nova forma de apresentar equações, ou seja, seria ir além de propor um ensino usando apenas o quadro e letras. É necessário, desse modo, partir da concreticidade ao abstrato das equações de primeiro e segundo graus, permitindo aos alunos fomentar conceitos não adquiridos no método tradicional.

Sobre essa problemática, Bressan (2021, p. 24) argumenta que, seja o Algeplan ou quaisquer outros materiais concretos, manipuláveis,

A utilização destes materiais traz aproximação entre o aluno e o objeto que se quer conhecer, além de ser uma importante fonte estimuladora do raciocínio e da criatividade, que afasta a transcrição de conhecimentos apenas em exercícios prontos e sua resolução exaustiva, tornando o processo mais prazeroso e divertido.

A esse respeito, um ponto que precisa ser destacado é que, no momento da escolha de um material concreto como ferramenta didática para o desenvolvimento de uma aula, se faz necessário conhecer e saber trabalhar com esse material, de modo que realmente contribua para a aprendizagem de determinado conceito matemático. Dessa forma, certamente, possibilitará ao professor organizar o ensino e, assim, atingir os objetivos propostos (Lorenzato, 2006).

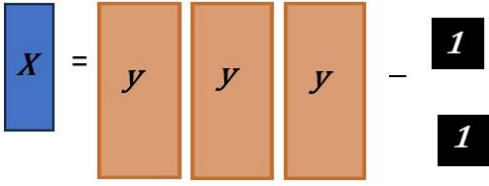
Decorre dessas reflexões teóricas, ao considerarmos o Algeplan enquanto recurso didático para mediar o ensino de Álgebra, com ênfase na representação e solução de equações, o quanto o papel do professor é importante nesse processo de organização do ensino.

A partir da nossa experiência vivenciada com o ensino de Álgebra, reconhecemos a necessidade de um olhar mais cuidadoso para a representação e resolução de equações, isso devido a linearidade que o ensino de Matemática possui; ou seja, não é possível resolvermos equações sem antes entendermos a sua representatividade, bem como sua associação e aplicação em situações cotidianas. É importante salientarmos que, segundo a BNCC (Brasil, 2018), isso pode acontecer por meio de percepções acerca de sequências ou até mesmo da observação de problemas envolvendo proporcionalidade.

Isto posto, a introdução do material concreto Algeplan durante o processo de reconhecimento e escrita de equações, saindo de uma linguagem técnica e usual para algébrica passando pela linguagem geométrica, pode proporcionar a produção de significados e sentidos e, assim, o entendimento da representatividade e escrita, dando aporte para a modelagem algébrica de situações problema. A título de exemplos, no Quadro 1 apresentamos formas de apresentação de equações.

Quadro 2 - Formas de apresentação de equações

| Nº | Linguagem usual | Linguagem geométrica | Linguagem algébrica |
|----|---|----------------------|---------------------|
| 1 | O dobro de um número somado três é igual a cinco. | | $2x + 3 = 5$ |

| | | | |
|-----------|---|--|--------------|
| <i>ii</i> | O número de figurinhas de Pedro é igual ao triplo de figurinhas de José menos dois. |  | $x = 3y - 2$ |
|-----------|---|--|--------------|

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2025).

No Quadro 2, em evidência, é possível visualizarmos no item *ii* que as peças pretas representam valores negativos; e as demais cores, os positivos. Assim, quanto mais colorida for a peça, maior a atenção visual dos alunos.

Assim, ao propormos o uso do Algeplan na representação de equações com até duas incógnitas de até grau 2, como preconizado pela BNCC (2018, p. 270) ao orientar a respeito do ensino de Álgebra nos anos iniciais, “[...], nessa fase, não se propõe o uso de letras”. Dessa forma, temos uma outra possibilidade para apresentarmos e representarmos equações nessa etapa de ensino: o Algeplan enquanto recurso didático.

Nessas condições, segundo Ferreira e Abreu (2024, p. 19),

O Algeplan demonstra possuir ricas potencialidades, como a interpretação geométrica dos termos algébricos, o apelo visual para as expressões algébricas e a ludicidade envolvida, promovendo estímulo e dinamismo na sala de aula.

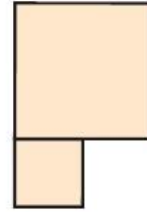
Na verdade, essa interpretação geométrica se constitui em uma das habilidades avaliadas na escala de proficiência do SAEB (2020). Tal escala é vista como sendo uma espécie de mensurador de aprendizagem, subdividida em 9 (nove) níveis de dificuldades, sendo as habilidades distribuídas entre eles. Assim, no nível 9, o de maior grau e dificuldade, tem-se a habilidade: “Reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas” (SAEB, 2020, p. 28).

Nesse sentido, o Algeplan, mesmo não contemplando coeficientes racionais, possibilita a interpretação visual geométrica de algumas expressões e não somente equações, implicando um processo de internalização de conhecimentos significativos, ou seja, com produção de significados e sentidos. Para ilustrar essa situação, vejamos o problema descrito na Figura 11.

Figura 11 - Questão 3 relacionada a interpretação geométrica

3. Para explicar geometricamente por que

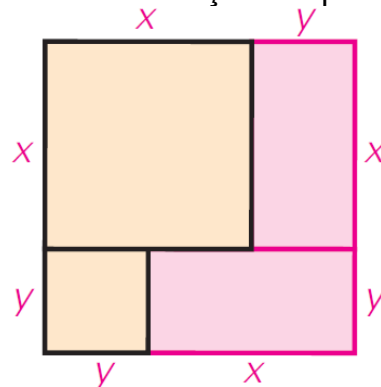
$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ com base nesta figura composta por 2 quadrados, é preciso juntar a ela dois retângulos. Copie e complete a figura no caderno. Em seguida, explique sua resposta.



Fonte: lezze; Dolce; Machado (2022).

Ao observarmos a Figura 11, podemos atribuir aos dois quadrados as formas mostradas no Algeplan. Dessa forma, propomos que o quadrado maior possua lado x menor, lado y , obtendo, assim, duas peças do Algeplan. Portanto, para chegarmos à montagem do quadrado de lado $x + y$, recorreremos ao retângulo de lados x e y , obtendo então a Figura 12.

Figura 12 - Resolução da questão 3



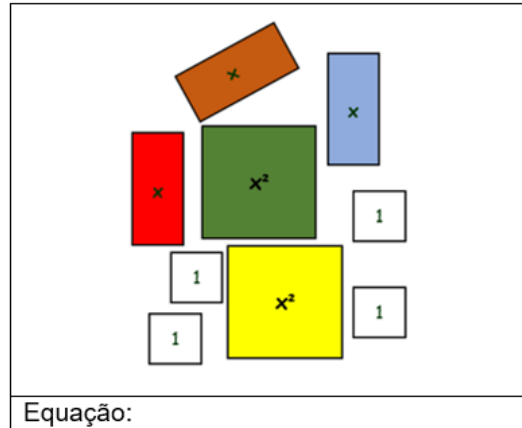
Fonte: lezze; Dolce; Machado (2022).

Importa destacarmos que a representação utiliza parte das peças e que atende ao que se pretende desenvolver no aluno; o mesmo acontece quando se necessita representar equações do 2º grau, tanto completas como incompletas, tal como o que se propõe na atividade da oficina aplicada, que traz algumas questões que tratam essa habilidade, sendo uma delas a da Figura 13 da página seguinte.

Figura 13 - Atividade: Questão 7

Questão 07 – As figuras abaixo foram montadas utilizando as peças do Algeplan, determine as equações que cada conjunto de peça representa.

a)



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

É interessante notarmos que as peças estão “soltas” sem alinhamento entre estas, mas isso não impede que, ao visualizá-las, o aluno possa chegar à equação $2x^2 + 3x - 4$, e isso não somente pelos termos apresentados na região interna da figura, mas principalmente pelas formas trazidas. Assim, esperamos que os alunos desenvolvam a visualização mental das equações à medida que utilizam as peças, até o momento de não precisarem mais recorrer ao Algeplan físico e que, portanto, possam fazer a visualização de forma autônoma, mentalmente.

Como visto, ao utilizarmos as peças do material manipulativo, dá-se ao aluno a oportunidade de, com suas mãos e um pouco de raciocínio, desenvolver formas e resolver questões complexas como a ilustrada na Figura 13, e não somente, é possível enfatizar e melhorar demonstrações que os livros trazem, e os professores fazem no quadro de forma tradicional como, por exemplo, as que tratam de produtos notáveis, que veremos na próxima seção.

3.2.2 O Algeplan no ensino de produtos notáveis

A BNCC, assim como os PCNs, aborda o ensino de Matemática de forma sistemática e gradual. Existe uma relação entre a disposição dos conteúdos ao longo das etapas, ou seja, “[...] recomenda-se que se faça também uma leitura (vertical) de cada unidade temática, do 6º ao 9º ano, com a finalidade de identificar como foi

estabelecida a progressão das habilidades [...]” (Brasil, 2018, p. 298). Nesse sentido, da mesma forma como foi abordada a subseção anterior, faz-se necessário propormos, antes do ensino de equações do 2º grau, um estudo acerca de produtos notáveis.

Os próprios livros didáticos em seu escopo, tomam a precaução de não comprometer a ordem colocada pelas normativas. Desse modo, o estudo de produtos notáveis é importante, tendo em vista que o processo de fatoração corrobora para o entendimento e resolução de problemas envolvendo equações quadráticas. Nesse sentido, esperamos que o professor, ao realizar esse trabalho com o Algeplan, torne o aprendizado desses conceitos matemáticos mais significativo e visualmente mais dinâmico.

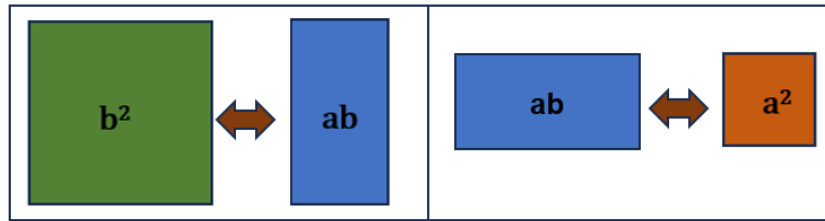
No que se refere às formas diferenciadas de abordar conceitos matemáticos, é papel do professor “[...] construir metodologias inovadoras, contrárias ao processo da repetição e da memorização, que vão ao encontro do aluno para auxiliá-lo nas suas organizações mentais e procurar superar esses obstáculos” (Sápiras; Strottmann; Schein, 2013, p. 2).

Partindo das demonstrações comumente feitas no quadro, em que os alunos apenas observam de forma estática, configurando um ensino tradicional, baseado em aula expositiva, a mediação pelo uso do Algeplan coloca os estudantes em posição central no processo de apropriação de conhecimentos. Mesmo sem compreender plenamente os passos algébricos aplicados, eles podem chegar aos resultados utilizando o material.

Antes de propormos o uso das peças para obter os resultados das demonstrações dos produtos notáveis pelos alunos, enfatizamos que é preciso instruí-los com respeito às seguintes regras:

- i)* na apresentação, as peças pretas representam seus valores negativos e as coloridas positivos;
- ii)* a montagem deve acontecer em dois lados adjacentes ao quadrado maior, sendo que peças da mesma forma e cor devem ficar juntas;
- iii)* as combinações de peças se dão de forma pareada, ou seja, o quadrado maior com o retângulo que contém a mesma medida de um dos lados desse quadrado, e o retângulo associado ao quadrado de lado menor devido à mesma justificativa, como podemos observar na Figura 14 da outra página.

Figura 14 - Associação das peças para montagem com o Algeplan



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Assim, fixado o entendimento dos valores e formas de montagem, o passo seguinte é entregar as peças abaixo aos alunos, como representado na Figura 15.

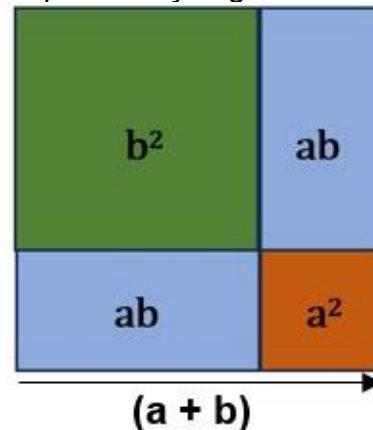
Figura 15 - Peças do Algeplan de demonstração da soma de dois quadrados



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Repassadas as orientações necessárias para que os alunos montem um quadrado utilizando todas as peças acima, não é difícil chegarmos à forma (Figura 16). Todavia é importante ressaltarmos o papel do professor nesse momento, não deixando os alunos “soltos”, uma vez que isso poderá resultar, além da desatenção, em uma forma inadequada de construção.

Figura 16 - Representação geométrica de $(a + b)^2$

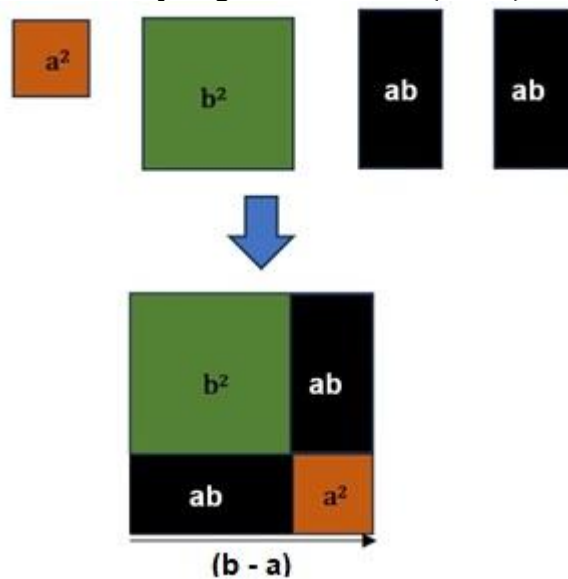


Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Assim, instigando os alunos a fazerem uma investigação com respeito à forma e à área que ocupa a Figura 16, é possível e previsível que estes consigam concluir que a figura construída é $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. O segundo membro da igualdade ocorre devido às peças dadas, no início da atividade.

De forma análoga, dispondo das peças abaixo, obtemos a demonstração geométrica como mostra a Figura 17.

Figura 17 - Demonstração geométrica de $(b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$



Fonte: Elaborada do próprio autor (2025).

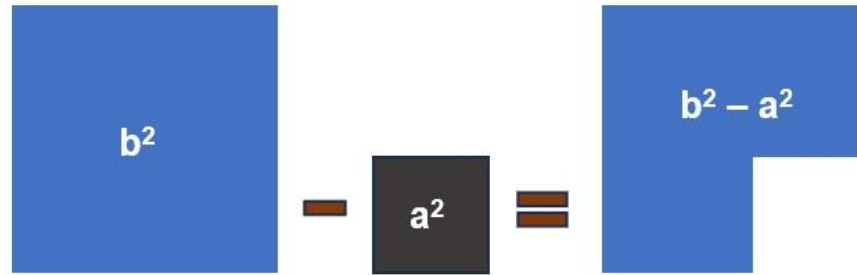
Concluimos que $(b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$.

Esclarecemos que as demonstrações acima devem ser relativamente simples para professores, e utilizando o Algeplan devem trazer pouca complexidade para alunos, uma vez que requer a apropriação dos conceitos geométricos básicos: identificação de quadriláteros e sua área ocupada. A estes conceitos, acrescenta-se visualização posicional de peças que se interligam de forma pareada.

Todavia, a demonstração do produto da soma pela diferença de dois termos, que trataremos abaixo, requer um pouco mais de percepção para se obter.

Pretendemos chegar a $b^2 - a^2 = (b - a)(b + a)$, para $b > a$, geometricamente, como visto na Figura 18 na página 69.

Figura 18 - Representação geométrica de $b^2 - a^2$



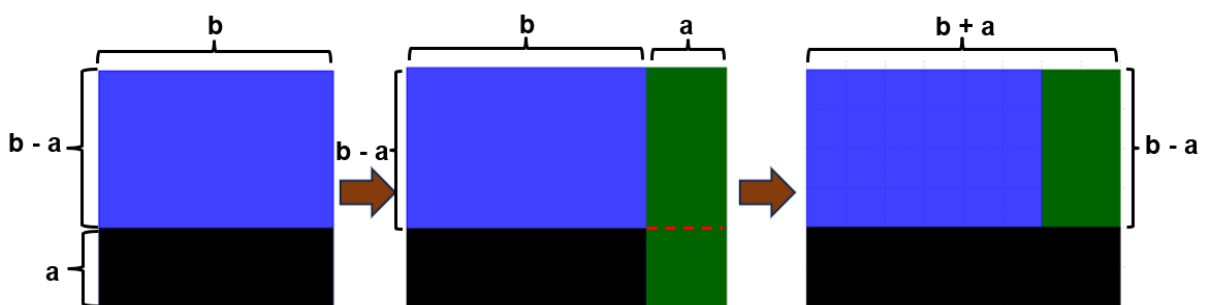
Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

No entanto, para obtermos a Figura 18 de forma manipulável, ou seja, com as peças do Algeplan, devemos seguir as seguintes etapas:

- i) do quadrado maior de lado b , sobrepõe-se o retângulo preto (negativo) de lados medindo b e a , faceando um dos lados do quadrado b ;
- ii) a um lado adjacente escolhido em i de b , acrescenta-se sem sobreposição o retângulo de lados b e a ;
- iii) por fim, ao retângulo sobrepõe-se o quadrado preto (negativo) faceando justamente a área excedente ao retângulo que se quer construir.

Compreendidas as etapas acima, entendemos que é possível chegarmos à demonstração geométrica de $b^2 - a^2 = (b - a)(b + a)$, como representada na Figura 19.

Figura 19 - Demonstração geométrica de $b^2 - a^2 = (b - a)(b + a)$



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025)

Para essa última demonstração, é interessante a utilização de papel cartão colorido, haja vista que é necessário realizar algumas sobreposições e com EVA 5 mm ou 3 mm poderia ocorrer o desalinhamento das peças além de dificuldade em mantê-las sobrepostas.

Mesmo utilizando o Algeplan, não é uma demonstração fácil de se visualizar, devido às organizações e sobreposições necessárias. Entretanto, sem o recurso, apenas de maneira algébrica e utilizando o quadro, esse trabalho cognitivo de construção mental da forma geométrica pelos alunos, certamente, é muito mais complexo.

3.2.3 O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau

O ensino de Álgebra, de modo geral, é desafiador. De acordo com Martins (2014), mais especificamente no que se refere às equações, esse ensino reflete inúmeros desafios de compreensão na vivência dos alunos com esse conceito matemático. Sendo assim, cabe ao professor criar as condições necessárias, recorrendo a novos recursos e estratégias metodológicas com potencial para que os estudantes desenvolvam suas habilidades na obtenção de raízes.

Um dos fatores que explicam os baixos índices de acerto nas habilidades relacionadas à resolução de equações polinomiais do 2º grau em avaliações externas pode estar, em especial, na forma como essas equações são apresentadas aos alunos. Como já discutido ao longo desta produção, isso ocorre, muitas vezes, de forma puramente tradicional, em que os professores se limitam ao uso de letras e números no quadro. Esses docentes esquecem, ou desconhecem, que o desenvolvimento do ensino de Álgebra, em sua consolidação, teve como aporte inicial a Geometria.

Nesse sentido, os PCNs (Brasil, 1998) destacam que a Geometria é um instrumento positivo para o ensino da Álgebra, pois é uma área que costuma despertar o interesse do aluno. Sendo assim, a associação entre essas áreas da Matemática é favorável para o êxito na aprendizagem plena dos alunos.

No ensino de equações não é diferente: a possibilidade de trabalhar com um material que possa mediar e estabelecer conexões entre termos algébricos e formas pode potencializar o aprendizado das duas áreas aqui mencionadas, facilitando, conseqüentemente, a compreensão das expressões algébricas (Ferreira; Abreu, 2024).

Com essa consciência, consideramos pertinente utilizar o Algeplan para enfrentar tais desafios. Assim, é chegado o momento de explicarmos o processo de obtenção das raízes de uma equação polinomial do 2º grau sob a mediação desse

recurso. Encontramos, então, um caminho diferente daquele que, há anos, vem sendo proposto nos livros didáticos: as conhecidas fórmulas de Bhaskara, da Soma e Produto e até mesmo o método de completar quadrados. Portanto, serão exploradas outras possibilidades, formas de encontrar raízes por meio das peças do Algeplan.

Para isso, inicialmente, para chegarmos ao resultado, é preciso adotarmos algumas regras, a saber:

- montar um retângulo utilizando as peças da equação e, em caso de necessidades, podem adicionar peças sem que mude o valor da equação;

Exemplo: $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - x + x - 1 = 0$.

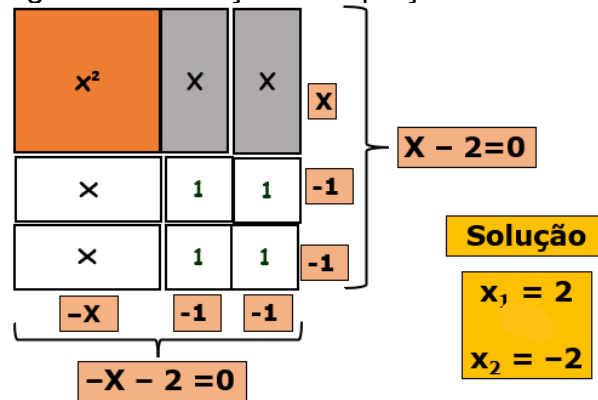
- a montagem deve acontecer em dois lados adjacentes aos quadrados maiores. Mas, quando existirem peças de mesma forma e valores diferentes, nesse caso, peças de mesmo valor devem ficar juntas no mesmo lado (Figura 20);

Figura 20 - Montagem da equação $x^2 - 4 = 0$

| | | |
|-------|---|---|
| x^2 | x | x |
| x | 1 | 1 |
| x | 1 | 1 |

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

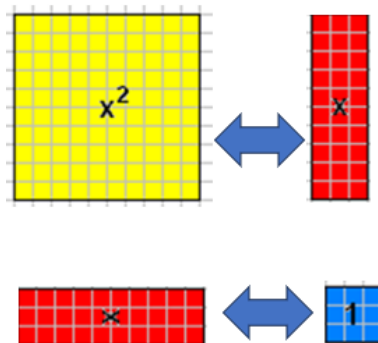
- Determinar as raízes resolvendo as equações do 1º grau geradas pelos dois lados adjacentes da Figura montada, igualando a zero, como podemos observar na Figura 21.

Figura 21 - Solução da equação $x^2 - 4 = 0$ 

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

É oportuno enfatizar que, durante a montagem, o aluno deve ter a atenção de juntar os lados com mesma medida. De fato, não é possível alinharmos o quadrado de lado x ao quadrado de lado 1 . Assim, propomos a seguinte forma de combinação (Figura 22):

Figura 22 - Forma de agrupamento das peças



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

É importante notar que se trata de orientações que norteiam a montagem da figura a ser obtida e que, de fato, não apresentam elevado grau de complexidade, podendo ser assimiladas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental.

A princípio pode até parecer uma forma inédita de determinarmos raízes; todavia, o que se tem de verdade é a fatoração da equação polinomial do 2º grau utilizando as peças do Algeplan. A esse respeito, Ferreira e Abreu (2024, p. 13) explicitam que

[...] a partir das relações existentes entre a expressão algébrica e as representações geométricas, é possível resolver a questão encontrando suas raízes de forma bem mais significativa do que uma resolução com o uso mecanizado de uma fórmula pronta.

No caso do Algeplan, a relação obtida é a forma fatorada. Desse modo, a equação $x^2 - 4 = 0$, de forma fatorada, equivale a $(x - 2)(x + 2) = 0$. Daí, basta resolvermos as equações $x - 2 = 0$ e $x + 2 = 0$.

Para uma organização que proporcione um entendimento efetivo, exploramos três casos, sendo os dois primeiros com equações incompletas e, o terceiro com equação completa, sendo que este último foi bem mais explorado.

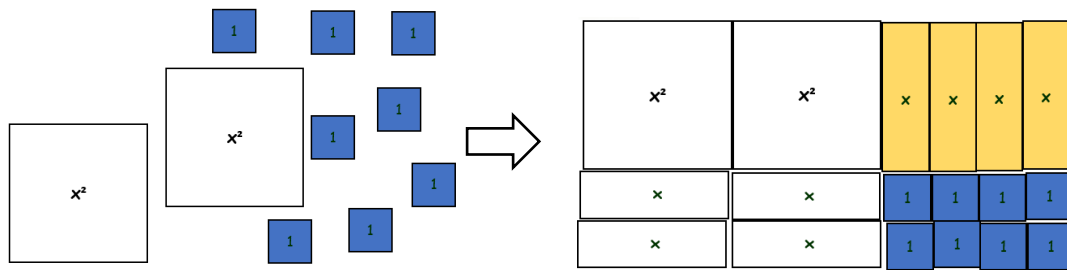
l) Equação do tipo $ax^2 + c = 0$, com $b = 0$

Antes de iniciarmos a forma de resolver, é importante ressaltar que no caso desse tipo de equação, é preciso que o aluno compreenda que devido à proposta de trabalhar com números racionais, não é possível determinarmos raízes na situação da equação $ax^2 + c = 0$, visto que $-\frac{c}{a} < 0$. É um clássico problema que encontramos ao propor a utilização de materiais concretos em problemas abstratos. Nesse sentido, cabe ao professor orientar sobre esse tipo de equação.

Lembramos que, mesmo tomando a forma algébrica para evidenciar de maneira diferente a situação, basta propormos o seguinte problema: “Qual número inteiro que multiplicado por ele mesmo resulta em -4 ?” Esse tipo de argumentação leva os alunos às possibilidades $(+2) \cdot (+2) = (+2)^2 = 4$ e $(-2) \cdot (-2) = (-2)^2 = 4$. Assim, completando o raciocínio, tem-se que $x \cdot x = x^2$, que implica, necessariamente, um número positivo.

Posta a orientação inicial, cabe agora mostrarmos a forma de obter as raízes. Analisando os termos que compõem esse tipo de equação, *a priori*, subentendemos que não é possível montarmos o retângulo com as formas que representam os termos, mas, em consequência de inserirmos formas geométricas semelhantes de valores opostos, é possível realizarmos a montagem. A título de exemplificação, eis a situação-problema:

- Determinar as raízes da equação $-2x^2 + 8 = 0$.



Assim, analisando as equações geradas pelos dois lados adjacentes do retângulo, temos: $-2x + 4 = 0$ e $x + 2 = 0$ e, portanto, as raízes: 2 e -2 .

Apesar da visualização geométrica, por se tratar de uma equação incompleta simples, ou seja, aquela cuja solução pode ser obtida pelo aluno a partir do entendimento da aritmética, é possível chegar ao resultado. Todavia, nos casos em que não se obtêm raízes inteiras, entendemos que o uso do Algeplan não é recomendado. Isso pode dar a impressão de que o material é insuficiente e não permite ao aluno maiores avanços. No entanto, a montagem geométrica fornecida fortalece a percepção e a compreensão do estudante quanto à visualização mental, especialmente em situações em que não é possível trabalhar diretamente com o Algeplan.

II) Equação do tipo $ax^2 + bx = 0$, com $c = 0$

Analisando os termos da equação genérica na página anterior, o estudo de equações é imprescindível, pois no 1º caso explicitado pelo método de soma e produto, tem-se que a soma existe sendo diferente de zero. Porém, o produto das raízes é zero. Analogamente, tem-se que uma das raízes é zero, caso existam, lembrando que esta pesquisa se ancorar no conjunto dos números reais. Esta informação ficará mais perceptível aos alunos quando estes utilizarem o material manipulativo, pois ao analisarem os lados do retângulo montado, perceberão que em um dos lados teremos x como medida, de fato. Aqui, poderão perceber que sempre haverá o zero como uma das soluções da equação e que, como todo número multiplicado por zero é igual a zero, não haverá o coeficiente b da equação $ax + b = 0$ (Salgado, Rincon; Oliveira, 2018).

É interessante lembrar que um dos caminhos algébricos para a determinação das raízes é o da fatoração, pois pelo termo comum pressupõe-se que esse seja o caminho mais viável. A título de exemplificação, temos: sendo a equação $ax^2 + bx =$

$0 \Rightarrow x(ax + b) = 0$; analogamente, $x = 0$ ou $x = -\frac{b}{a}$, desprende-se, desta última, a solução de uma equação do 1º grau.

Trazendo o exemplo trabalhado por Salgado, Rincon e Oliveira (2018), como destacado na Figura 23, a seguir, que se pretende determinar as raízes da equação $x^2 + 2x = 0$, notamos que uma solução trivial é zero, e a outra é o resultado da equação $x + 2 = 0$. Logo, $x = -2$. Observemos que os autores tomam a cor branca para representar valores positivos, no entanto, ao se trabalhar com Algeplan, os outros autores adotam as peças de cor branca para evidenciar valores negativos.

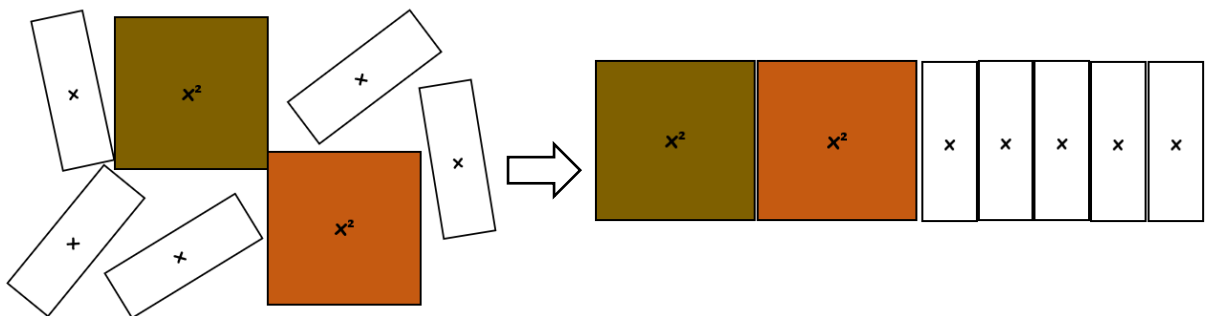
Figura 23 - Fatoração e representação com o Algeplan da equação $x^2 + 2x = 0$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$(x + 0) \cdot (x + 2) = 0$$

Fonte: Salgado, Rincon e Oliveira (2018).

Outra proposta de análise é a da determinação das raízes da equação $2x^2 - 5x = 0$. Com o Algeplan, temos:



Observemos que a solução, nesse caso, não se dará por números inteiros, pois a equação referente a um dos lados adjacentes será $2x - 5 = 0$. Assim, $x = \frac{5}{2}$.

Ao usarmos o Algeplan para solucionar esses tipos de equações, ampliamos a possibilidade de obtermos soluções pertencentes ao conjunto dos números racionais, pois de um dos lados adjacentes analisados se extrairá uma equação do 1º grau. Assim, “[...] o manuseio do material Algeplan tem o objetivo de manipular expressões algébricas de acordo com suas operações para encontrarmos resultados” (Pinho,

2020, p. 33). Do pensamento da autora, fica evidenciado que o material manipulativo apresenta possibilidades de mediar a resolução de equações quadráticas.

III) Equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$

O ensino e aprendizagem de equação polinomial do 2º grau é cada vez mais complexo, uma vez que professores e alunos se veem centrados em meio a situações que contribuem negativamente para o desenvolvimento dos alunos, em consequência, por exemplo, da falta de acompanhamento familiar e do livro didático que não atende à realidade. Sobre esse último aspecto, Brum (2013, p. 13) enfatiza que, “[...] carregados de imagens superficiais e ausências de contextualização, o livro didático parece mais um telefone com mensagem eletrônica que informa: se precisar de apoio, olhe o fim do livro ou fique atento aos macetes”.

A respeito do ensino de equações completas, tomando como base a nossa experiência docente, os livros didáticos abordam métodos tradicionais, tais como: soma e produto, fórmula de Bhaskara e método de completar quadrados. Na verdade, parece que não há outras formas ou que estas não merecem ser exploradas; isso não é verdade, pois alguns métodos como, por exemplo, teorema das raízes racionais e o Algeplan, enquanto recurso didático, podem possibilitar uma aprendizagem significativa.

Nesse sentido, utilizar o material manipulativo – o Algeplan –, mesmo sabendo que este possui limitações, pode mediar a construção de conhecimentos matemáticos, de modo particular, ao se considerar o nosso objeto de estudo, a resolução de equações quadráticas. Relembramos que, como destacam Ferreira e Abreu (2024, p. 19),

Sabemos das limitações de alguns MDs, entre eles o Algeplan. Mesmo diante dessa realidade, o mesmo foi capaz de proporcionar uma nova forma de resolver algumas equações do 2º grau, dando significado ao seu estudo a partir da representação geométrica.

De fato, para o ensino de equações, a possibilidade de realizarmos a fatoração é extremamente satisfatória para a resolução equações do 2º grau, especialmente as completas por gerarem um grau de complexidade maior. Sendo assim, explorando

esse tipo de equação com o Algeplan, podemos resolver a equação $2x^2 + 5x + 3 = 0$ (Figura 24), proposta por Rosa e Silva (2023, p. 25).

Figura 24 - Solução da equação $2x^2 + 5x + 3 = 0$ com o Algeplan



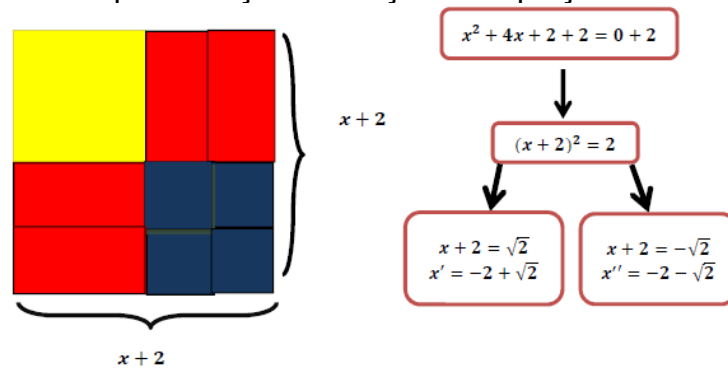
Fonte: Rosa e Silva (2023).

A proposta de resolver a equação remete às formas anteriores. Basta analisarmos as medidas de lados consecutivos do retângulo, visualizando as equações do 1º grau que se formam. Assim, temos: $x + 1 = 0$ e $2x + 3 = 0$. Deste modo, $x = -1$ ou $x = -\frac{3}{2}$.

É importante percebermos que para resolver a equação em análise, dados os problemas encontrados por alunos de operacionalizar com números negativos ou com números fracionários, problemas que muitas vezes se perpetuam até o Ensino Médio, a única possibilidade é utilizar a fórmula de “Bhaskara” que, por sua vez, gera grandes dificuldades a alunos com poucas habilidades como as mencionadas, se a estes não lhes forem apresentadas outras estratégias metodológicas, como, por exemplo, o Algeplan.

Ainda com respeito à solução de equações, o material em estudo pode não somente determinar raízes racionais, pois o aluno entendendo que em alguns casos é possível manipularmos os termos da equação, certamente, também poderá potencializar a visualização do método de Al-Khwarizmi. Assim, tomando o exemplo, como descrito na Figura 25, abordado por Costa *et al.* (2012), podemos fatorar a equação $x^2 + 4x + 2 = 0$ manipulando as peças do Algeplan. Para isso, acrescentamos dois quadradinhos, formando, então, um quadrado de lado $x + 2 = 0$.

Figura 25 - Representação e solução da equação $x^2 + 4x + 2 = 0$



Fonte: Costa *et al.* (2012).

Em síntese, nessas condições, ao propormos a utilização do material associado ao método abordado nos livros, este torna a visualização geométrica mais interessante e significativa, uma vez que, geralmente, aos alunos são apresentadas imagens estáticas nos livros didáticos, isso quando existem. Ademais, ao se trabalhar com o Algeplan abre-se a possibilidade de se criar várias outras figuras.

4 APORTES METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A rigor, são a natureza da questão (ou pergunta) de investigação e os objetivos da pesquisa que, em última instância, definem os procedimentos de coleta de dados e de análise a serem projetados para a pesquisa (Fiorentini; Lorenzato, 2012, p. 93).

Nesta seção, em conformidade com as reflexões de Fiorentini e Lorenzato (2012), tendo em vista que já foram apresentados o problema e os objetivos desta pesquisa, bem como a fundamentação teórica que a sustentou, passamos a detalhar os aportes metodológicos empregados para o seu desenvolvimento, a saber: caracterização da pesquisa, campo empírico, participantes da pesquisa, técnicas/instrumentos de produção de dados, procedimentos de análise de dados, os aspectos éticos da pesquisa e, por último, o Produto Educacional.

4.1 Caracterização da pesquisa

Por considerarmos o objetivo geral e o problema de pesquisa deste estudo, adotamos a pesquisa de campo, pois os dados foram coletados diretamente no ambiente escolar, envolvendo o professor/pesquisador e alunos em atividades previamente planejadas, permitindo que suas ações e interações fossem observadas em tempo real. Acrescido a isso, configurou-se em abordagem metodológica qualitativa, pois o nosso olhar não focou na quantificação de dados e tão menos na análise estatística mas, sim, no qualitativo, ou seja, na compreensão aprofundada dos contextos e das experiências humanas.

A título de mais esclarecimentos, como explica Bicudo (2006, p. 106),

O qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos compráveis de experiências [...] Entende-se que a noção de rigor não seria aplicável a dados quantitativos, uma vez que a eles faltaria precisão e objetividade, dificultando ou impossibilitando a aplicação de quantificadores.

Nessa lógica de raciocínio, a pesquisa de abordagem qualitativa sustenta-se em um processo de reflexão e análise da realidade, considerando o contexto histórico e/ou a estruturação do objeto de estudo.

É oportuno pontuarmos que, na área da educação e/ou educação matemática, a pesquisa qualitativa tem ganhado destaque por sua capacidade de fornecer uma compreensão profunda e contextualizada dos fenômenos educativos. Essa abordagem metodológica é valiosa para explorar as complexidades das interações humanas, práticas pedagógicas e processos de aprendizagem, que muitas vezes não podem ser capturados por métodos quantitativos.

Dessa forma, explorar a abordagem qualitativa neste estudo foi extremamente enriquecedor por nos proporcionar uma compreensão aprofundada e contextualizada do objeto de estudo investigado, o que nos permitiu capturar as complexidades e nuances das experiências vivenciadas pelos participantes. Ademais, a abordagem qualitativa nos oferece uma diversidade metodológica significativa, permitindo o uso de diferentes técnicas de coleta e análise de dados, como entrevistas, observações participantes e análise de conteúdo. Isso resulta em uma visão mais holística e completa do objeto de estudo.

Outro aspecto importante é a inclusão de diferentes vozes e perspectivas, especialmente aquelas que podem ser marginalizadas ou sub-representadas em pesquisas quantitativas. Em síntese, ao considerarmos as experiências e significações produzidas pelos participantes de forma detalhada, foi possível obtermos excelentes *insights*, que enriqueceram a compreensão do processo investigativo. Desse modo, a abordagem qualitativa nos possibilitou explorarmos as nuances emocionais e comportamentais envolvidas na aplicação do Produto Educacional – a Sequência Didática (oficina) com o Algeplan.

4.2 Campo empírico da pesquisa

Como afirma Minayo (2016, p. 57), com base em suas obras anteriores (2012, 2014), “entendemos por campo, na pesquisa qualitativa, como o recorte espacial que diz respeito à abrangência, em termos empíricos, do recorte teórico correspondente ao objeto de investigação”. Assim compreendido, a pesquisa foi desenvolvida no Centro Educacional de Tempo Integral Maria de Lourdes Assunção, na cidade de Piripiri – PI. Foi inaugurada em 15 de agosto de 1995 e pertence à Rede Pública Municipal de Ensino.

A escola atende alunos dos anos finais do ensino fundamental e conta com uma infraestrutura que permitiu a aplicação e desenvolvimento do Produto Educacional. Atualmente, possui 07 salas de aula, sendo uma delas destinada ao Atendimento Educacional Especializado (AEE). Conforme dados fornecidos pela Direção da Escola, conta com 165 alunos matriculados, sendo que o resultado do IDEB, no ano de 2023, ficou em 4,9, abaixo da meta de 5,5 estabelecida para o ano. Como se vê, a escola continua com desafios a serem enfrentados e superados nos anos finais do Ensino Fundamental.

4.3 Participantes da Pesquisa

Os participantes da pesquisa foram alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, do Centro Educacional de Tempo Integral Maria de Lourdes Assunção, com idades entre 14 e 17 anos. A amostra foi composta por 18 alunos. No entanto, durante a realização da pesquisa, a escola contava com 01 (uma) turma de 9º ano, totalizando 38 alunos matriculados.

Os critérios de inclusão foram os seguintes: alunos regularmente matriculados no 9º ano, que estivessem participando ativamente das aulas de Matemática e com autorização assinada pelos pais ou responsáveis por meio de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice A) e de sua autorização por meio do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido – TALE (Apêndice B).

É oportuno enfatizar que, como recomendam Lúdke e André (2018), caso os participantes não autorizem ou ainda que o pesquisador prefira não identificar os nomes dos participantes, que sejam empregados codinomes. Optamos, assim, por durante a descrição da pesquisa atribuímos aos alunos códigos alfanuméricos, sendo denominados de: A1, A2, A3, ... A9.

4.4 Técnicas/Instrumentos de Produção de Dados

Durante o processo de produção de dados empíricos, como tão bem esclarece Oliveira (2016, p. 78, grifo da autora), se faz necessário que o pesquisador utilize “[...] instrumentos que sejam adequados ao seu objeto de estudo e não fazer uso de uma “forma” para rotular a realidade, mas de técnicas que captem a realidade em todo seu dinamismo”. Seguindo essa lógica de pensamento, a produção de dados desta

pesquisa se sustentou em três instrumentos/técnicas: Observação participante, Questionário e Entrevista padronizada .

A observação participante é uma técnica de coleta de dados amplamente utilizada nas ciências sociais, especialmente na Antropologia e Sociologia, e tem sido cada vez mais adotada na pesquisa educação e/ou em educação matemática. Essa técnica envolve o pesquisador no ambiente estudado, em que ele participa das atividades cotidianas e observa os fenômenos de interesse de forma direta e engajada. Trata-se de uma técnica de produção de dados em que o pesquisador se envolve ativamente no grupo a ser pesquisado, ao mesmo tempo em que observa suas práticas, interações e comportamentos (Dewalt; Dewalt, 2011).

Assim, essa técnica nos possibilitou coletar dados ricos e detalhados, proporcionando uma compreensão aprofundada dos contextos e significados sociais, o que permitiu reconhecer as principais dificuldades de aprendizagem de alunos do 9º ano relacionadas às equações do 2º grau. Além disso, evidenciou as potencialidades do Algeplan como recurso mediador da aprendizagem matemática.

Outra técnica empregada no processo de produção de dados, o questionário, consistiu em um conjunto de perguntas previamente elaboradas e direcionadas aos participantes da pesquisa (Apêndice C), com o objetivo de obter informações sobre características, atitudes, opiniões e comportamentos (Gil, 2020), bem como acerca de suas dificuldades de aprendizagem em equações do 2º grau.

No caso desta pesquisa, os questionários foram aplicados de forma presencial e contemplaram perguntas fechadas, abertas e mistas, atendendo, assim, aos objetivos do estudo (Marconi; Lakatos, 2017). Convém destacar que perguntas fechadas oferecem um conjunto limitado de respostas pré-definidas, facilitando a codificação e a análise quantitativa dos dados (Gil, 2020); perguntas abertas permitem que os respondentes expressem livremente suas opiniões e sentimentos, proporcionando dados qualitativos ricos (Marconi; Lakatos, 2017); já as perguntas mistas combinam elementos de ambas, oferecendo uma estrutura inicial, mas permitindo que os participantes acrescentem informações adicionais (Fonseca, 2021).

Por fim, como técnica complementar, a entrevista padronizada que, de acordo com Gil (2020), caracteriza-se pela aplicação de um roteiro (Apêndice D), ou melhor, de conjunto fixo de perguntas, formuladas previamente, que são feitas a todos os entrevistados na mesma ordem e com as mesmas palavras. O objetivo foi verificar as dificuldades de aprendizagem do conceito matemático equações do 2º grau e,

sobretudo, reconhecer as potencialidades do Algeplan enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações problema envolvendo tal conceito.

4.5 Procedimentos de análise de dados

Os dados produzidos através da Observação participante, do Questionário e da Entrevista Padronizada foram analisados mediante a técnica de Análise de Conteúdo, seguindo os preceitos de Bardin (2016, p. 46), que assim a define:

Um conjunto de técnicas de análises das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitem a interferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens.

Entendemos que tal técnica se mostra eficaz para interpretar informações qualitativas e identificar padrões recorrentes. Ademais, permite explorar e organizar o conteúdo de mensagens, sejam elas verbais ou escritas, para identificar padrões, temas e significados subjacentes. É um método sistemático e objetivo que facilita a análise e a interpretação de grandes volumes de dados, permitindo a extração de informações relevantes de forma estruturada. Divide-se em três fases: **Pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados e interpretação**, conforme explicado por Bardin (2016):

1^a) **Pré-análise**: é o momento da organização do material sobre o qual o pesquisador irá sistematizar as ideias preliminares, é um momento de “intuições” (Bardin, 2016, p. 125), sendo que esta fase engloba, por exemplo, a *leitura flutuante* - leitura inicial dos materiais para seleção daqueles que realmente estão de acordo com o objetivo da pesquisa; a *seleção dos documentos* - seleção do que de fato será analisado para a constituição do corpus; homogeneidade - os dados devem estar relacionados ao mesmo tema, serem adquiridos por métodos idênticos e produzidos por indivíduos semelhantes; a pertinência - os materiais precisam ser relacionados e se encaixar no assunto que está sendo estudado, no objeto de análise e nos objetivos da pesquisa; a *formulação de hipóteses e objetivos* - que servem de instruções para o pesquisador e de retorno aos questionamentos iniciais desenvolvidos por meio da

leitura exaustiva do material e a *preparação do material* - antes da análise em si, é necessário organizar o material coletado;

2^a) **Exploração do material:** refere-se ao processo de transformação dos dados brutos, como textos, imagens ou áudios, em unidades de análise significativas para a pesquisa. Essas unidades de análise podem ser palavras, frases ou segmentos de texto que contenham informação relevante para o estudo em questão. Em outras palavras, é o que denominamos de categorização. Como explica Minayo (2016, p. 80), fundamentada em Bardin (1979),

Podemos considerar a categorização como 'uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com critérios definidos. As categorias rubricas ou classe, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro) sob um título genérico' [...] tanto pode ser realizada previamente, exigindo um conhecimento sólido por parte do pesquisador para encontrar um esquema classificatório adequado ao assunto a ser analisado, como pode surgir a partir da análise do material de pesquisa.

3^a) **Tratamento dos resultados e interpretação:** nesta etapa, realiza-se a interpretação dos dados produzidos, com o intuito de compreender cada conteúdo manifesto presente nos materiais investigados. Esse processo deve ser respaldado pelo referencial teórico da pesquisa, buscando torná-lo válido e significativo. Especificamente sobre a interpretação, envolve a análise das falas, das significações produzidas e extraídas de cada participante acerca do objeto de estudo investigado, com o objetivo de atribuir sentido às informações coletadas e contribuir para os objetivos da pesquisa.

Isto posto, os procedimentos de análise de dados desse estudo, estão corroborados com a ideia da categorização na perspectiva já comentada. Sendo assim, no contexto desta pesquisa, a categorização foi essencial para estruturarmos os dados produzidos através do questionário, da observação participante e da entrevista, possibilitando, então, uma compreensão aprofundada das percepções e experiências dos alunos investigados sobre o uso do Algeplan enquanto recurso mediador da aprendizagem de equações do 2º grau. Assim compreendido, a categorização nos permitiu classificar e organizar as informações em três categorias, a saber:

- Principais dificuldades de aprendizagem dos alunos participantes da pesquisa

na resolução de equações do 2º grau;

- A aplicação e desenvolvimento do Produto Educacional/Sequência Didática (Oficina) envolvendo o Algeplan;

- Possibilidades do Algeplan enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações problemas sobre equações do 2º grau.

A partir disso, na seção seguinte é apresentada a análise e discussão dos dados levantados nesta pesquisa, considerando as três categorias mencionadas.

4.6 Aspectos éticos da pesquisa

Esta pesquisa seguiu as diretrizes da Resolução nº 510, de 07 de abril de 2016 (Brasil, 2016), do Conselho Nacional de Saúde, garantindo o anonimato, o sigilo e o respeito à dignidade dos participantes. Os pais e responsáveis foram informados sobre os objetivos, procedimentos e possíveis benefícios da pesquisa, assinando o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) antes da participação. Os alunos que participaram da pesquisa foram esclarecidos sobre a sua finalidade, inclusive que lhes seriam assegurados o direito à privacidade e confidencialidade de suas identidades, práticas e posicionamentos pessoais.

Também foi garantido aos participantes o direito de retirar seu consentimento sem que isso lhes ocasionasse qualquer prejuízo. As informações foram utilizadas exclusivamente para os fins desta pesquisa e estão sendo tratadas com absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade dos envolvidos. Em nenhum momento da investigação os participantes foram identificados.

4.7 Produto Educacional

O Produto Educacional, elaborado e aplicado junto aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, consiste em uma Sequência Didática no formato de oficina pedagógica (Apêndice E), estruturada em quatro etapas, cada uma com objetivos específicos e atividades teórico-práticas. As etapas contemplam: introdução teórica, atividades de manipulação com o Algeplan, resolução de problemas envolvendo equações do 2º grau e discussão em grupo.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Analisar os dados qualitativos significa "trabalhar" todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevista, as análises de documentos e as demais informações disponíveis (Lüdke; André, 2018, p. 53, grifo das autoras).

Assim compreendido, como asseveram Lüdke e André (2018), de posse dos dados produzidos através dos instrumentos/técnicas: Observação participante, Questionário e Entrevista padronizada, inicialmente, nesta seção, buscamos reconhecer as principais dificuldades de aprendizagem de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, envolvendo equações do 2º grau. Em seguida, apresentamos aos alunos, participantes da pesquisa, o Algeplan enquanto ferramenta didática mediante a resolução de situações problema de equações do 2º grau. E, por último, verificamos as possibilidades do Algeplan enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações problemas sobre equações do 2º grau.

Desse modo, com o intuito de respondermos como o uso do Algeplan pode contribuir na aprendizagem de equações do 2º grau de alunos do 9º ano do ensino fundamental, em especial na compreensão e resolução de situações-problema, procedemos à análise e discussão dos resultados, organizando os dados empíricos em três categorias:

- Principais dificuldades de aprendizagem dos alunos participantes da pesquisa na resolução de equações do 2º grau;
- A aplicação e desenvolvimento do Produto Educacional/Sequência Didática (Oficina) envolvendo o Algeplan;
- Possibilidades do Algeplan enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações problemas sobre equações do 2º grau.

5.1 Principais dificuldades de aprendizagem dos alunos participantes da pesquisa na resolução de equações do 2º grau

Professores em meio aos grandes desafios sempre buscam formas alternativas para ensinar. No que tange ao ensino de Álgebra, isso não é diferente, pois como afirmam Rigatti e Cemin (2021, p. 02), “a busca pelo ensino da matemática de alguma forma que envolva o indivíduo e que desmistifique a questão de a matéria ser temida ao invés de prazerosa é de certa forma um desafio aos docentes”. Sabemos que, na

maioria das vezes, os professores se deparam com a falta de recursos das escolas, ou seja, das condições objetivas, não possuindo materiais didáticos, ou mesmo na falta de informação e formação para a produção de recursos físicos, o que, certamente, implica um ensino de Matemática estático e tedioso, sem a devida organização para possibilitar a aprendizagem aos alunos.

Como já comentado em outro momento, face a esse cenário, a essa realidade, é pertinente inserirmos o Algeplan como recurso mediador no ensino de Álgebra, seja no ensino de equações, polinômios e outros nexos conceituais, não somente por ser um material de fácil produção e baixo custo, mas, sobretudo, pelas suas potencialidades mediadoras, como complementam, a esse respeito, Rigatti e Cemin (2021, p. 2):

O uso de atividades lúdicas se mostra como instrumento pedagógico no ensino da matemática que facilita a relação entre professor e aluno no desenvolvimento do raciocínio lógico, criatividade e facilidades na resolução de problemas do dia-a-dia de forma dinâmica.

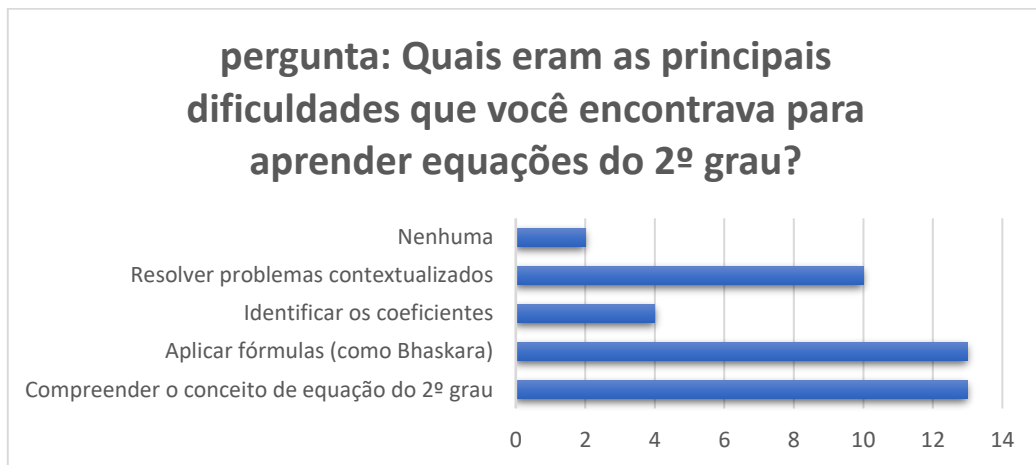
Como evidenciado pelas autoras, o ensino lúdico na Matemática colabora para uma aprendizagem significativa e dinâmica, estreitando relações e trazendo uma nova visão acerca desse campo de saber. No entanto, ao desenvolvermos aulas sobre equações do 2º grau, mediadas pelo Algeplan, é pertinente, primeiramente, fazermos um diagnóstico daqueles conhecimentos que consideramos conteúdos balizadores para a sua compreensão e, por extensão, aprendizagem, a exemplo da equação do 1º grau e operações com números inteiros.

Dito isso, entendemos que, tomando como base a nossa experiência vivenciada enquanto professor de Matemática, somente a partir dessa tomada de consciência, é que o professor poderá adentrar no desenvolvimento da aula propriamente dita sobre equações do 2º grau. Vejamos, então, alguns dados empíricos que produzimos sobre essa problemática, extraídos do questionário, da observação participante e da entrevista padronizada, aplicados aos alunos, participantes da pesquisa, após a efetivação da Sequência Didática (oficina).

Para isso, inicialmente buscamos investigar, junto aos alunos, os obstáculos conceituais e as dificuldades no aprendizado de equações do 2º grau. Quando questionados sobre a existência de dificuldades na compreensão do conteúdo-chave, cerca de 91% dos estudantes reconheceram enfrentá-las. Ao serem solicitados a

explicar esse fato, alguns mencionaram a falta de habilidade em realizar cálculos e em aplicar a fórmula de Bhaskara, o que tornava mais difícil compreender o processo de resolução de uma equação. Em linhas gerais, isso pode ser observado, no Gráfico 1, que traz as principais dificuldades de aprendizagem dos alunos na resolução de equações do 2º grau

Gráfico 1 - Principais dificuldades de aprendizagem dos alunos na resolução de equações do 2º grau



Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025).

Como podemos observar, com base na análise do Gráfico 1, dentre os fatores que implicam dificuldades para os alunos na resolução de situações-problema envolvendo equações do 2º grau, a aplicação da fórmula de Bhaskara e a compreensão desse conceito matemático aparecem como as duas maiores manifestações dessas dificuldades. Na verdade, isso já havia sido percebido por este professor-pesquisador durante o desenvolvimento da Sequência Didática (oficina). Evidenciou-se que a maioria dos alunos consegue identificar os valores dos coeficientes, porém não sabe aplicá-los de forma adequada na fórmula de Bhaskara. Ademais, a falta de apropriação dos conceitos, ou a compreensão limitada deles, considerados fundamentais para o entendimento das equações do 2º grau, configura-se como um obstáculo didático que gera dificuldades de aprendizagem. Essa constatação vai ao encontro do estudo de Martins (2014, p. 61) ao ilustrar com um exemplo a seguinte situação:

[...] o aluno aplica a propriedade distributiva incorretamente, obtendo, com o erro, uma equação de 1.º grau (e não de 2.º grau). Apesar de o

aluno assinalar bem as 'ligações' habituais na aplicação da propriedade distributiva da multiplicação que tem de fazer, as operações são realizadas incorretamente, o que mostra que o aluno não compreende a propriedade a que está a recorrer.

E, como também evidenciado no Gráfico 1, a resolução de problemas contextualizados é outro fator que impacta nas dificuldades de aprendizagem dos alunos em relação às equações do 2º grau. Surge, então, a questão: por que os estudantes enfrentam essa dificuldade, se as pesquisas e estudos no campo da Educação Matemática propõem que a disciplina seja trabalhada na perspectiva da contextualização?

Na busca por respostas e no intuito de compreender essa contradição, encontramos em Micotti (1999) que, ao se trabalhar com situações-problema contextualizadas, exige-se muito mais dos alunos do que a simples memorização de fórmulas e a resolução mecanizada. O estudante precisa desenvolver, entre outras funções psicológicas, a capacidade de ler e interpretar o problema matemático, o que requer o domínio da linguagem matemática.

Essa constatação foi evidente durante a aplicação da Sequência Didática (oficina). Ao necessitarem de interpretação textual na resolução de situações-problema envolvendo equações do 2º grau, muitos alunos demonstraram não possuir essa e outras habilidades, o que, certamente, constituiu mais um fator preponderante para a manifestação de dificuldades na aprendizagem do conceito matemático aqui considerado.

Assim, durante a aplicação da Sequência Didática, muitas dúvidas foram levantadas pelos alunos; algumas, rapidamente esclarecidas e outras nem tanto. Todavia, os dados produzidos através do questionário, da observação participante e da entrevista padronizada, nos possibilitaram reconhecer uma quarta dificuldade de aprendizagem, como descrito no Gráfico 1, qual seja: identificar os valores dos coeficientes de uma equação polinomial do 2º grau na forma canônica.

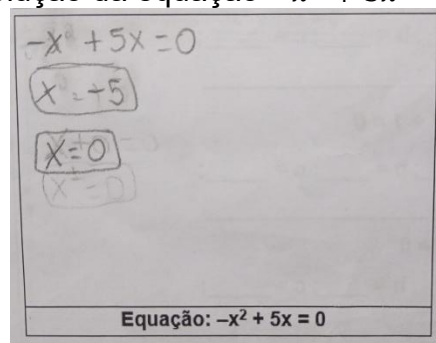
A esse respeito, como já constatado por Jucá, Guimarães Filho e Napomuceno (2012) em um estudo sobre os erros e dificuldades na resolução de equações do 2º grau, também observamos que, dos alunos participantes da pesquisa, há àqueles que não dominam as noções algébricas básicas para a resolução de uma equação polinomial do 2º grau, a exemplo do entendimento do que seja uma incógnita ou

mesmo do grau de uma equação o que, certamente, implica dificuldade no que tange à identificação dos valores dos seus coeficientes.

Tendo em vista o contexto delineado, sobre as dificuldades de aprendizagem em Álgebra identificadas, conforme o Gráfico 1, a proposta da Sequência Didática (oficina) com atividades envolvendo equações incompletas mediadas pelo Algeplan teve papel fundamental para reconhecermos as dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução de equações do 2º grau.

Ao se considerar o papel ativo dos alunos durante a resolução das atividades propostas, observamos que alguns deles mostraram dificuldade em resolver, por exemplo, a equação $-x^2 + 5x = 0$, devido da fatoração se extrair a equação do 1º grau $-x + 5 = 0$, sendo apontado -5 como solução por boa parte dos alunos, a exemplo do aluno A1, como mostrado na Figura 26.

Figura 26 – Solução da equação $-x^2 + 5x = 0$ pelo aluno A1



The image shows a student's handwritten work on a piece of paper. At the top, the equation $-x^2 + 5x = 0$ is written. Below it, the student has written $x = -5$ and $x = 0$ in separate boxes. Below these, $x = 0$ is written again. At the bottom of the paper, there is a printed label that reads "Equação: $-x^2 + 5x = 0$ ".

Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025).

No nosso entender, uma explicação para essa realidade, ou melhor, para essa dificuldade de aprendizagem algébrica, pode estar associada à operacionalização com números inteiros, posto que reflexões teóricas anteriores evidenciam a dificuldade de alunos no entendimento de conceitos relacionados a esse conjunto numérico. Sobre essa problemática, Rocha Neto (2010, p. 17) pontua que, “para se operar com adição e com a subtração de inteiros, usam-se regras de sinais e as dificuldades aparecem devido a não compreensão e a não utilização correta dessas regras.” Nessa perspectiva, a simples exposição de regras pelos professores não é suficiente para a efetiva aprendizagem da operacionalização com números inteiros, o que impacta na necessidade de apropriação de outros conceitos considerados pré-requisitos. Isso também contribui para o insucesso em cálculos, relacionando-se

diretamente ao problema da não obtenção de soluções de equações quadráticas associadas a esse conhecimento.

Com o intuito de viabilizarmos esse processo, ou seja, para que a aprendizagem da resolução de equações do 2º grau fosse possível, houve a necessidade, como ação pedagógica, de se fazer uma revisão das regras de adição entre números inteiros, isso visando possibilitar, sobretudo, o entendimento com respeito à questão tipo

$$-x + 5 = 0.$$

Persistiu a dúvida por parte de alguns dos alunos. Valendo-se da nossa imaginação e criatividade, apresentamos situações problema do cotidiano envolvendo dinheiro. Por exemplo, tenho R\$ 12,00 e devo R\$ 15,00. Se for pagar a dívida, como fica? Aqui os alunos compreenderam que ter dinheiro é positivo e dever alguém é negativo. Desse modo, traduzindo essa situação, matematicamente, temos: $(+12) + (-15)$. Porém, ao tentar pagar a conta, ainda se deve R\$ 3,00. Desta forma, o resultado é -3 .

Ao se considerar a equação acima, observamos que ao tentar pagar a dívida, obtemos zero. Como uma das parcelas é $+5$, resta então a dívida ser de R\$ 5,00, ou seja, a outra parcela será -5 . É possível ainda observarmos a presença do sinal negativo $(-)$. Desse modo, resta então inserirmos apenas o 5.

Outra abordagem utilizando a retirada da incógnita foi proposta. Assim,

$$-x + 5 = 0$$

torna-se

$$- \square + 5 = 0.$$

Com isso, perguntamos: qual deve ser o número inserido (preenchido no retângulo) para que a igualdade seja verdadeira? Por fim, propomos a utilização da fórmula $x = \frac{-b}{a}$, advinda da manipulação de

$$ax + b = 0.$$

Para isso, a expressão foi anunciada da seguinte forma: “tome o oposto de b , se for positivo; formule a razão com o negativo. Do contrário, monte-a considerando o positivo, sendo que não se altera o valor de a ”. Assim, dentre as formas expostas, a mais aceita foi essa última. Acreditamos que isso se justifica devido à habilidade de identificar os coeficientes ter sido desenvolvida de forma exitosa pelo professor titular.

Partindo do pressuposto de que houve a compreensão pela maioria dos alunos, demos continuidade à resolução da atividade.

Feitos os comentários, relembramos que o uso do Algeplan na mediação da aprendizagem da formulação de resoluções de equações do 2º grau foi importante, o que nos fez enxergar a necessidade de uma retomada no estudo de números inteiros antes de adentrarmos na resolução de equações quadráticas. De fato, aplicar a fórmula de Bhaskara sem o conhecimento de operacionalização ou até mesmo de identificação de números inteiros torna esse processo de resolução inviável.

Sabemos que, na educação básica, principalmente nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, nem sempre ocorre por parte dos professores busca de métodos e/ou recursos viabilizadores do desenvolvimento de saberes, principalmente no ensino de Álgebra. Na verdade, no geral, o que observamos nas práticas pedagógicas dos professores ainda é uma supervalorização da transmissão oral e escrita através de métodos tradicionais, a exemplo do quadro acrílico e do livro didático. A respeito, Freire (apud Kinast, 2003, p. 5), assim, se posiciona:

[...] o educador aparece como seu indiscutível agente, como o seu real sujeito, cuja tarefa indeclinável é “encher” os educandos dos conteúdos de sua narração. Conteúdos que são retalhos da realidade desconectados da totalidade em que se engendram e em cuja visão ganhariam a significação [...].

Em contraposição a essa prática pedagógica, surgem as práticas com recursos didáticos, que acreditamos tornar a aprendizagem mais prazerosa e, possivelmente, mais exitosa, sendo, portanto, adequadas ao ensino de Álgebra. Para Serpa e Kinast (2021), o professor, ao desenvolver suas aulas, não deve se limitar a um único método ou recurso, mas diversificar estratégias, pois isso auxilia na organização do ensino e possibilita ao aluno uma aprendizagem efetiva dos conceitos matemáticos.

Como ressaltam os PCN de Matemática (Brasil, 1998), tais métodos e recursos são fundamentais ao processo de ensino e aprendizagem, contudo os professores devem estar atentos às suas possibilidades e limites, bem como ao modo e ao momento de inseri-los em sala de aula, como ocorre, por exemplo, em uma Sequência Didática (oficina), que constitui o objeto desta pesquisa

5.2 A aplicação e desenvolvimento do Produto Educacional/Sequência Didática (Oficina) envolvendo o Algeplan

Como citado anteriormente, para o desenvolvimento desta pesquisa, foram realizados encontros formativos com uma turma de 9º ano do C.E.T.I Maria de Lourdes Assunção, no município de Piri-piri-PI. No total, foram cinco encontros. Sendo o encontro dois com quatro horas-aulas e os demais com apenas duas horas-aulas. Como a escola é de tempo integral, surgiu, então, a oportunidade de implementação do currículo com disciplinas que atendessem à parte diversificada – as disciplinas eletivas –, sendo adotado pela escola a eletiva “Laboratório de Matemática”, com carga horária semanal de três horas-aula. O principal objetivo foi o de fortalecer o aprendizado de matemática mediante experimentações e práticas pedagógicas diferenciadas, sendo oportuno para o desenvolvimento da pesquisa.

Assim, foi solicitado ao professor de matemática regente da turma, juntamente à Direção da Escola, que estas aulas fossem cedidas, acrescida mais uma hora-aula do componente curricular matemática para esse estudo, totalizando, portanto, quatro horas-aula semanais.

Desse modo, os encontros aconteceram às quintas e sextas-feiras. Vale enfatizar que uma das especificidades pedagógicas importantes a respeito da turma é que, devido à quantidade de alunos (38), na organização da sala, os alunos ficaram em duplas. Nessa condição, necessariamente, a pesquisa manteve esse aspecto. Todavia, para uma melhor análise, as atividades e instrumentos de coleta de dados foram aplicados de forma pessoal, ou seja, sendo entregue para cada aluno.

Dito isso, passamos a descrever as ações planejadas e desenvolvidas em cada um dos encontros formativos, sob a intervenção do professor/pesquisador.

1º Encontro: Utilizando uma apresentação, como esquematizada na Figura 27 na página seguinte, abordamos a história das equações do 2º grau, trazendo as contribuições de povos desde os babilônios aos europeus, passando por egípcios, gregos e árabes, contando as descobertas de grandes estudiosos como Euclides, Girard e outros. Ao final desse passeio histórico, foram realizadas algumas demonstrações e cálculos, a exemplo do método da falsa posição, que estes povos utilizavam como recursos para solucionar equações polinomiais do 2º grau.

Figura 27 - Apresentação da história das equações do 2º grau

Histórico das equações polinomiais do 2º grau



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025)

Sobre os métodos tradicionais de obtenção de raízes, vale ressaltar que foram trabalhados pelo docente titular da turma, não sendo estes abordados na nossa Sequência Didática (oficina).

2º Encontro: Nessa atividade, apresentamos visualmente o Algeplan, evidenciando suas peças e valores, além da ideia da associação entre as peças e os termos da equação polinomial do 2º grau. Todavia, o foco desse momento foi extrair do modelo criado em papel cartão do Algeplan, atribuindo características advindas da criatividade por partes dos alunos. Foi um dos momentos em que tanto os alunos quanto o professor/pesquisador mais interagiram de forma afetiva, pois foi pedido que os alunos recortassem e pintassem as peças, colaborando com a visualização e ludicidade. Em outras palavras, como visto na Figura 28, expressaram a arte com o Algeplan.

Figura 28 - Arte com o Algeplan



Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025).

Com o modelo apresentado, foi possível a partir uma folha de papel cartão A4 obtermos seis quadrados de lado x , vinte e dois retângulos de lados x e 1 , e ainda 36 quadrados unitários. Para essa atividade, cada dupla teve que recortar e pintar somente um lado de cada peça, pois a parte colorida representa valores positivos e a branca, os negativos. Acabou sendo necessário mais tempo para essa etapa, cerca de quatro horas-aula.

3º Encontro: Os alunos, nesse momento de posse do Algeplan, tiveram duas horas-aula para receberem as instruções de como representar e montar o retângulo utilizando todas as peças, tal como evidenciado na Figura 29, mesmo sem ainda idealizarem a necessidade dessas atividades para a resolução de equações.

Figura 29 - Montagem da equação $3x^2 + 4x = 0$, pelo aluno A2

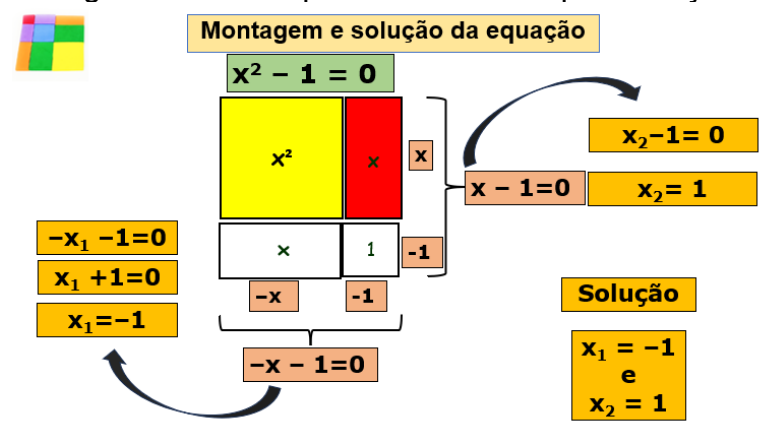


Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025)

Ao analisarmos a Figura 29, é possível observarmos a caracterização dada ao Algeplan pelos alunos, criando uma espécie de *design* com a inserção de faixas nas figuras. Além disso, a montagem do retângulo atende às regras e por sua vez, como será visto adiante, permitiu a obtenção das raízes.

4º Encontro: Novamente apresentamos as regras de montagem. Porém, dessa vez tomando as equações do tipo $ax^2 + bx = 0$ e $ax^2 + c = 0$. Assim, a partir da representação e montagem do retângulo tem-se explicitado como se obter em ambos os casos as raízes. Para isso, foi preciso utilizarmos alguns exemplos, como mostrado na Figura 30, a seguir.

Figura 30 - Exemplo abordado na apresentação



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

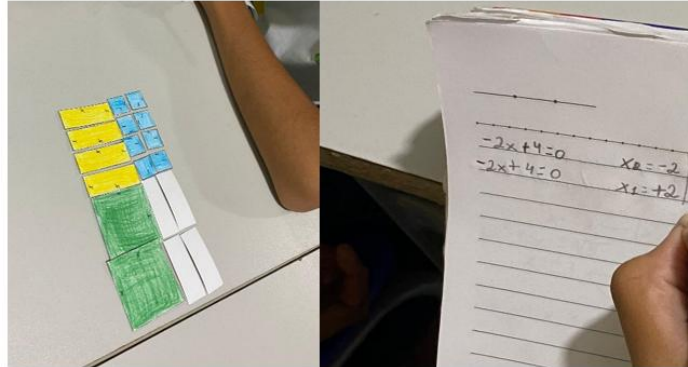
Após esse momento, propomos durante a apresentação que os alunos solucionassem algumas equações incompletas, a exemplo da mencionada Figura 31.

Figura 31 - Resolução da equação $-x^2 + 3x = 0$, com o Algeplan pelo aluno A3

Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025)

Ao analisarmos a Figura 31, fica evidenciado que tanto a representação geométrica quanto os cálculos algébricos estão corretos. De fato, a obtenção com o Algeplan, nesse momento, requer que os alunos saibam montar e resolver as equações do 1º grau geradas pelos lados. Ainda sobre a tarefa de resolver equações incompletas, como mostrado na Figura 32, a seguir, trabalhamos a resolução do outro tipo de equação.

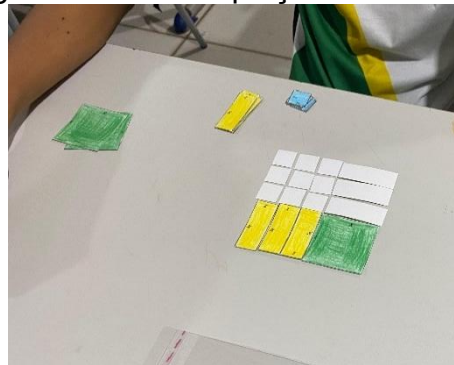
Figura 32 - Solução geométrica e algébrica da equação $-2x^2 + 8 = 0$, pelo aluno A4



Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025)

A princípio, ao observarmos a imagem anterior entendemos que o aluno errou ao realizar o procedimento algébrico; no entanto, questionado a respeito da solução, que inclusive está correta, o aluno A4 respondeu: “fiz só de um lado, pois o outro está muito fácil”, ou seja, para o lado $x + 2 = 0$ não necessitou elaborar o cálculo, sendo sua solução imediata. Na sequência, solicitamos que resolvessem a equação $x^2 - 9 = 0$. Na Figura 33, há exemplo da solução geométrica apresentada pelo aluno A5.

Figura 33 - Solução geométrica da equação $x^2 - 9 = 0$, feita pelo aluno A5



Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025)

Cabe destacarmos que, mesmo a equação sendo simples, o aluno precisou recorrer à ideia de anulação de valores na equação, inserindo 6 peças de lados 1 e x , sendo três positivas e três negativas. O tema foi abordado durante a explicação para resolução desse tipo de equação, não sendo muito mais explorado devido à limitação para fatorar. A inviabilidade de montar o quadrado com as peças, dificulta a utilização desse material em alguns casos, pois somente é possível quando o coeficiente c da equação é um quadrado perfeito.

Para finalizarmos o encontro formativo de duas horas-aula, tivemos a proposta de atividade – questionário impresso sendo composto de sete questões objetivas e subjetivas, conforme mostrado no Apêndice E. A atividade em si, de caráter investigativo, de produção de dados, se constitui quando verificamos, mediante observações se os alunos desenvolveram (ou não) as habilidades mínimas esperadas face a explicação e exemplificações. Devido à utilização do Algeplan como um quebra cabeça que ao montar permite encontrar soluções, a atividade em questão ganha um aspecto lúdico, não somente pela apropriação do Algeplan, mas também pelas formas e cores apresentadas. Sobre essas atividades, Cunha (2012, p. 3) argumenta que,

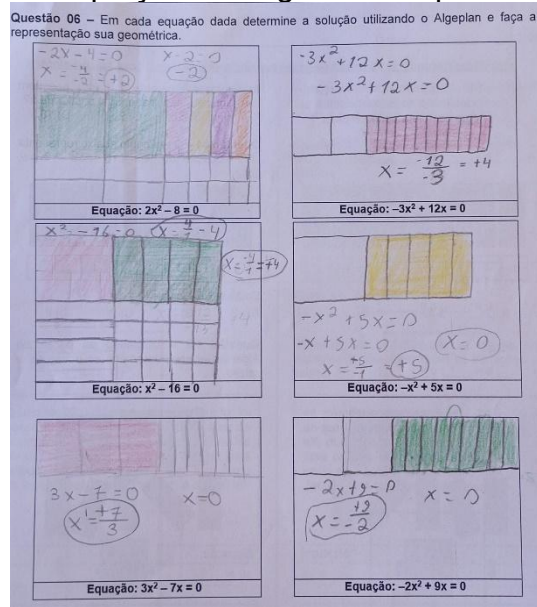
É importante destacar que as atividades farão com que o aluno busque a solução do problema proposto havendo uma maior interação com seus colegas, promovendo assim a cooperação e o diálogo, ou seja, os alunos juntamente com o intermédio do professor são agentes ativos no processo de ensino aprendizagem.

Depreendemos das reflexões de Cunha que as atividades, em especial as lúdicas, possibilitam engajamento entre os participantes, inclusive do professor, pois deste espera-se um papel ativo em sala de aula diante do surgimento de situações diversas.

Assim, ao finalizarmos a atividade de proposta, julgamos ser necessário fazer uma autoavaliação do nosso trabalho enquanto docente, pois consideramos essa etapa fundamental; mas poucos professores têm essa tomada de consciência, essa postura investigativa. O que acontece de fato é a correção no quadro pelo professor e a anotação das respostas pelos alunos, ou seja, como se fosse uma xerox dada pelo docente aos discentes. Na verdade, se faz necessário identificarmos como os alunos conseguem aprender e até que ponto as explicações e exemplos foram esclarecidos, ou até mesmo se houve tentativa.

Desta forma, das propostas de atividades resolvidas e entregues, observamos que a maioria das duplas resolveu a situação problema. Para ilustrar e comprovar essa afirmação, apresentamos na Figura 34, adiante, uma das situações problema resolvida pelo aluno A6.

Figura 34 - Atividade de equação do 2º grau incompleta resolvida pelo aluno A6




Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025).

Na análise da Figura 34, é possível compreendermos como a visualização geométrica auxilia na obtenção das raízes. Fica evidenciado no cálculo da equação $2x^2 - 8 = 0$, que as raízes são 2 e -2 . Como explicita o aluno A6, todavia na montagem para obtenção é possível identificarmos que de um dos lados do retângulo obtemos a equação $-2x - 4 = 0$. Desta forma, obtendo $x = 2$. Já do outro lado do retângulo, é possível visualizarmos a equação $x - 2 = 0$, encontrando, assim, solução $x = -2$, ou seja, montagem correta, porém, houve equívoco na conclusão.

A esse respeito, algumas hipóteses podem ser levantadas, o aluno sabe sistematizar e organizar os cálculos, mas não consegue determinar o resultado corretamente, ou provavelmente não saiba realizar a segunda etapa da montagem. Todavia, sabe sistematizar os cálculos com suporte da visualização geométrica e, mentalmente, encontra a solução, não conseguindo expor todas as etapas imaginadas de forma clara. Ainda persistindo a dúvida, acreditamos que seja em decorrência de não saber expor corretamente, no papel, as etapas de forma algébrica.

5º Encontro: Com uma base do conteúdo formada, passamos a buscar informações para responder à pergunta que norteou esse trabalho. Nesse encontro, assim como nos demais, apresentamos as regras e a forma de obter raízes de equações completas, com exemplificações e resoluções sistemáticas durante a apresentação. O ponto de partida foi a questão abordada no início da apresentação, como evidenciado na Figura 35 na próxima página.



Figura 35 - Questão norteadora da apresentação



Utilizando o Algeplan para resolver equações do 2º grau completas.

D31 - Resolver problema que envolva equação de segundo grau.
(SPAECE). O conjunto solução da equação $x^2 + 8x + 15 = 0$ é


A) $\{-6, -2\}$
 B) $\{6, 2\}$
 C) $\{-5, -3\}$
 D) $\{3, 5\}$

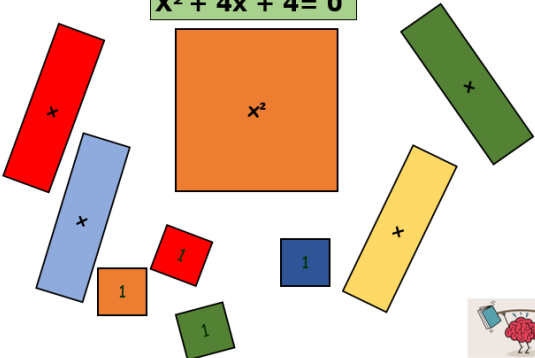


Fonte: Disponível em: <https://profwarles.blogspot.com/2013/05/questoes-por-descritor.html>.

A proposta de iniciar uma aula com desafio é interessante tendo em vista que em determinada etapa do processo poderá ser constatado o entendimento a respeito do tema abordado. Feito isso, algumas outras tarefas, a exemplo da apresentada na Figura 36, foram propostas.

Figura 36 - Questão proposta com o Algeplan



$x^2 + 4x + 4 = 0$

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Enfatizamos que algumas soluções geométricas foram listadas, como mostra a Figura 37 na página seguinte. Nesse exemplo, a maioria dos alunos nem recorreu à montagem de expressão algébrica, sendo apenas a observação geométrica necessária para obter a solução da equação, nesse caso, -2 .

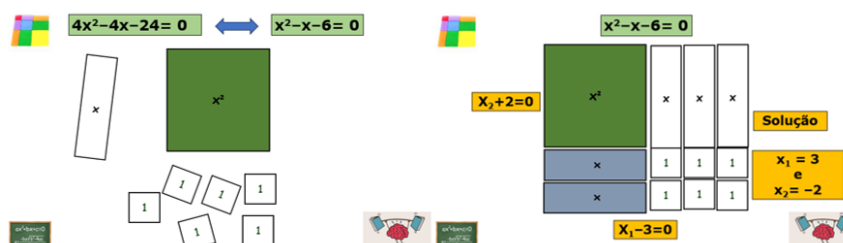
Figura 37 - Soluções geométricas construídas pelos alunos



Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025)

No caso da equação acima, mesmo sendo completa, pode ser considerada simples, pois as peças utilizadas fornecem o suporte visual necessário para encontrar a solução sem a necessidade de cálculos algébricos. No entanto, observa-se um aumento na dificuldade de resolução em situações que exigem a inserção de novas peças, como ilustrado na Figura 38.

Figura 38 - Exemplo abordado na apresentação seguido da solução



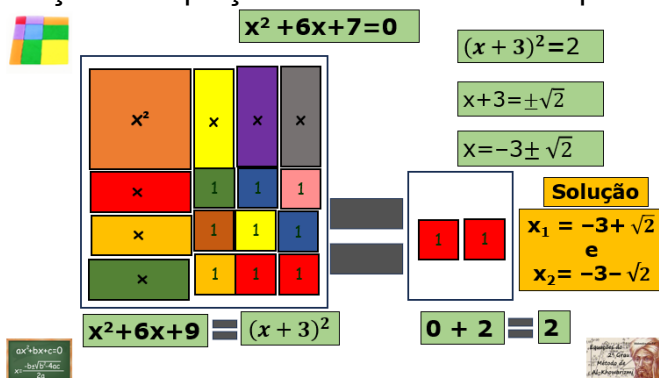
Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

A primeira percepção dos alunos foi a de que a equação não possuía solução, devido ser impossível realizar a montagem com as peças disponíveis. Assim, iniciamos a discussão a respeito da resolução. Logo adiante perceberam que faltavam peças e que poderiam complementar colocando peças de valores opostos. Dessa forma, algumas duplas chegaram à solução.

Por fim, apresentamos o Algeplan como recurso potencializador na obtenção de raízes pelo método de completar quadrados. Vale mencionarmos que a própria nomenclatura do método remete à ideia de recorrermos à Geometria para solucionarmos problemas. Sobre essa problemática, Costa (2016) pontua que se faz necessário despertar no aluno o raciocínio para desenvolver a forma geométrica,

podendo, assim, chegar as soluções corretas. A título de exemplificação, na Figura 39, descrevemos a resolução da equação $x^2 + 6x + 7 = 0$ utilizando o Algeplan e o método de completar quadrados.

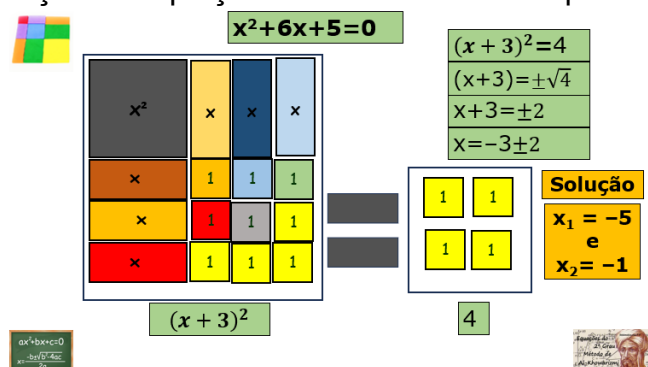
Figura 39 – Solução da equação $x^2 + 6x + 7 = 0$ completando quadrados



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

É possível constatarmos a importância da utilização do material também na obtenção de raízes não racionais, uma vez que pode também ser associado ao método de Al Khowarizmi. Do exposto, o material torna eficaz a visualização da equação como um produto notável, principalmente a alunos com dificuldade de realizar manipulação algébrica. Complementando com mais exemplos, para fixação e aprendizagem algébrica, propomos a resolução à equação $x^2 + 6x + 5 = 0$, como visto na Figura 40.

Figura 40 - Solução da equação $x^2 + 6x + 5 = 0$ completando quadrados



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

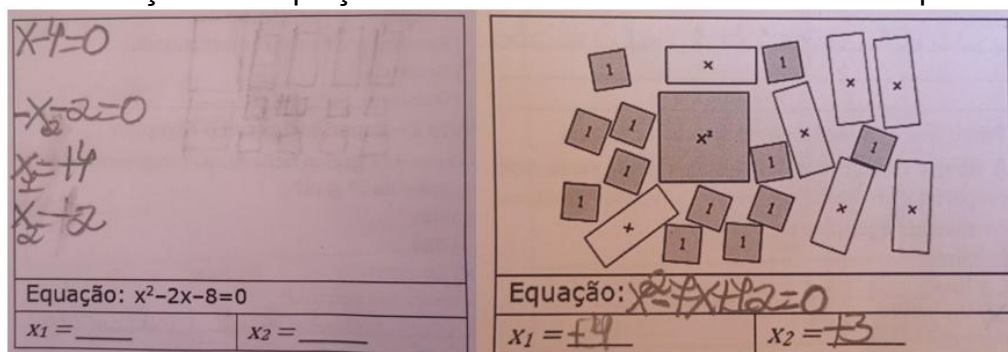
Vale esclarecer que mesmo sendo apresentada e explicada a forma de resolver equações do 2º grau com o Algeplan e o método de completar quadrados, poucas

duplas tiveram êxito na busca da solução, havendo, então, a necessidade de rever em outro momento esse método a fim de se produzir mais dados sobre essa problemática.

Em seguida, expomos novamente a situação problema, como apresentado na Figura 35. Para isso, solicitamos que os alunos representassem e obtivessem a solução. Aqui, abrimos um parêntese para dizermos que nesse tão sonhado momento “fora gratificante ouvir e ver os alunos quase na totalidade montando, resolvendo e oralizando a solução”.

Na sequência, propomos outra atividade com algumas equações completas. Dessa vez, obtivemos uma quantidade considerável de soluções. A Figura 41 evidencia parte dessa atividade.

Figura 41 - Solução das equações $x^2 - 2x - 8 = 0$ e $x^2 - 7x + 12 = 0$ pelo aluno A7



Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025).

Finalizada essa etapa, foi possível identificarmos a partir das observações feitas durante o desenvolvimento das atividades, bem como de conversas informais, que as limitações existentes em se trabalhar com material concreto não prejudicaram no desenvolvimento dessas atividades, devido à forma como o material foi apresentado em sala, ao abordamos equações do 2º grau niveladas, visando desenvolvermos o aprendizado dos alunos.

Em síntese, podemos afirmar que os alunos não sentiram grandes dificuldades em fazer as transições geométricas necessárias para resolverem as situações problema propostas. De fato, ficou evidenciada a dificuldade em resolver equações cujo método de solução seria o de completar quadrados.

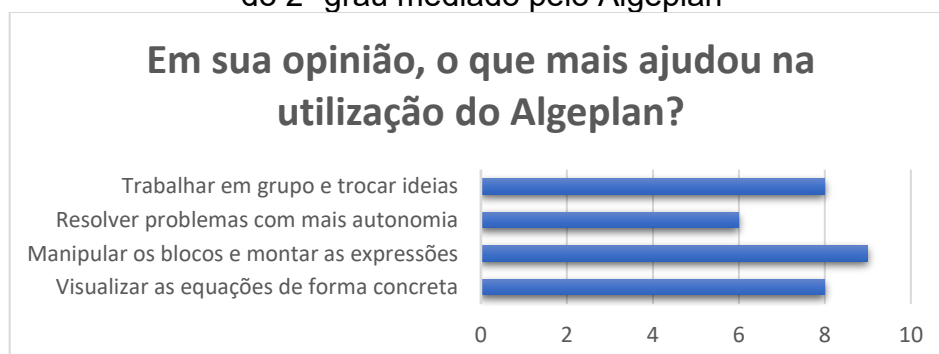
5.3 Possibilidades do Algeplan enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações problemas sobre equações do 2º grau

A experiência vivenciada pelos alunos participantes da pesquisa, nas aulas mediadas com o Algeplan, foi outro ponto investigado ao analisarmos as possibilidades desse recurso enquanto ferramenta didática e forma concreta de visualização e resolução de situações-problema envolvendo equações do 2º grau. Da amostra considerada, 91% dos estudantes afirmaram que o uso do Algeplan contribuiu, de alguma forma, para compreender melhor o conceito trabalhado.

Ao serem solicitados a comentar essa experiência, justificando de que maneira o recurso favoreceu a aprendizagem da Álgebra, os alunos destacaram, em síntese, a facilidade de compreensão proporcionada pelo uso de imagens e, sobretudo, o caráter lúdico, que tornou o processo de resolução das equações mais atrativo. Quando novamente provocados sobre o mesmo questionamento, 82% dos estudantes afirmaram considerar as aulas com o Algeplan muito mais interessantes e motivadoras em comparação àquelas em que o(a) professor(a) utiliza apenas o quadro de acrílico e o livro didático.

Outros fatores apontados pelos alunos foram considerados preponderantes para o ensino e a aprendizagem de equações do 2º grau mediadas pelo Algeplan. Como ilustrado no Gráfico 2, destacam-se: visualizar as equações de forma concreta, manipular os blocos e montar as expressões, trabalhar em grupo e trocar ideias, além de resolver problemas com maior autonomia. Dentre esses fatores, e considerando os comentários feitos anteriormente, detemo-nos à importância do trabalho em grupo, da troca de ideias e da resolução autônoma de problemas.

Gráfico 2 - Outros fatores preponderantes ao ensino e aprendizagem de equações do 2º grau mediado pelo Algeplan



Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025).

Observamos que os alunos preferem realizar atividades em equipe, pois isso os encoraja a trabalhar com maior autonomia. Essa constatação vai ao encontro das reflexões de Maldaner (2011, p. 107, grifo nosso), ao compreender que

Uma proposta em educação que enfatize a importância de uma metodologia problematizadora (**que é o caso da nossa pesquisa ao trazermos o Algeplan como ferramenta metodológica**), exigindo a constante mediação do professor, não reduz a importância das atividades de grupo [...] Na proposta interativa de atividades em grupo, o professor não tem seu papel diminuído. Pelo contrário, cresce em importância à medida que suscita os conflitos cognitivos – agora estabelecidos na interação entre sujeitos – e se assume como o principal responsável pelo desenvolvimento do processo. Destacamos a necessidade da mediação, tanto ao longo do processo de construção significativa dos saberes, quanto no momento da sistematização dos conteúdos, ou seja, no momento da confrontação da análise crítica da prática com o saber já sistematizado.

E, assim, a análise geral das potencialidades da ferramenta metodológica Algeplan nos mostrou outras informações que nos provocaram ainda mais a refletir a respeito desse material, compreendido por nós como um quebra-cabeça.

Quanto ao potencial desse recurso, entendido como um “quebra-cabeça” didático, nossa análise empírica, após a aplicação do Produto Educacional (Sequência Didática/oficina), revelou que 60% dos alunos participantes da pesquisa se sentiram um pouco mais preparados para a aprendizagem das equações do 2º grau. Já 13% declararam-se preparados, ou seja, afirmaram ter se apropriado desse conceito. Na verdade, podemos afirmar que muitos estudantes ainda não alcançaram uma aprendizagem plena sobre equações do 2º grau, que permita a resolução autônoma de situações-problema. No entanto, reconheceram que a aprendizagem matemática mediada pelo material concreto contribui para enfrentar problemas, mesmo aqueles que demandam conhecimentos mais avançados, como modelagem e manipulação sofisticada de equações.

Feitas essas considerações, constatou-se com maior clareza a eficácia do material quando os alunos foram questionados sobre a possibilidade de indicar o Algeplan a colegas com dificuldades: cerca de 82% dos entrevistados afirmaram que fariam tal indicação para o desenvolvimento das aulas de Matemática. Para isso, trouxemos os fragmentos das falas de alguns desses alunos:

“Sim, para eles aprenderem de uma forma divertida” (Aluno A1).

“Sim, facilita mais para resolver equações” (Aluno A2).

“Sim, porque é bem eficiente” (Aluno A3).

“ Facilita muito chegar à resposta correta” (Aluno A4).

“ Sim, porque me ajudou com as figuras” (Aluno A5).

“ Sim, para eles aprenderem de forma mais interessante” (Aluno A6).

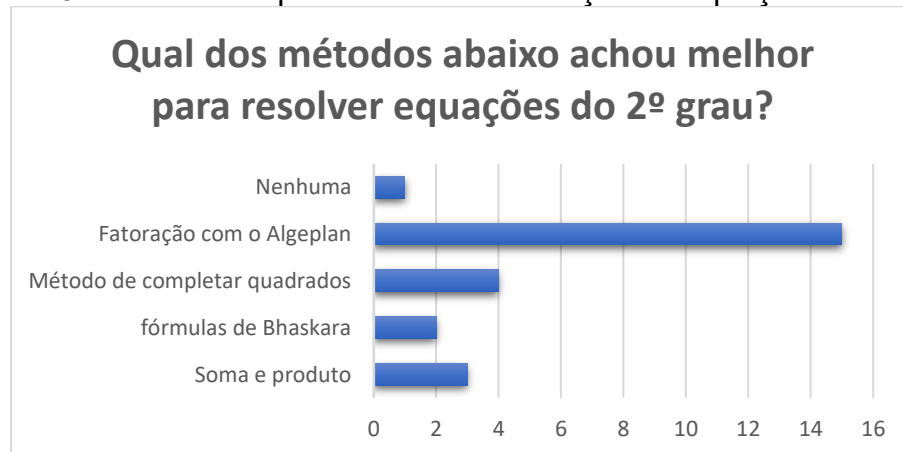
“ Sim, porque ajuda muito a fazer as contas, as cores também faz chamar muita atenção” (Aluno A7).

“Sim, para ajudar outras pessoas como o Algeplan me ajudou” (Aluno A8).

As respostas apontam, em geral, diferentes aspectos positivos do recurso, como a ludicidade, a transição entre Álgebra e Geometria, bem como a visualização dinâmica que facilita a compreensão. Eis, portanto, algumas possibilidades do Algeplan enquanto ferramenta potencializadora do ensino de Álgebra, em outras palavras, promotora de uma abordagem concreta de conteúdos abstratos, em especial da equação polinomial do 2º grau.

Buscamos, ainda, identificar qual dos métodos de resolução de equações polinomiais do 2º grau os alunos consideraram melhor ou menos complexo, tendo em vista que tiveram acesso a diferentes alternativas. O Gráfico 3, apresentado a seguir, sintetiza as respostas dos participantes da pesquisa.

Gráfico 3 - Preferência por método de resolução de equações do 2º grau



Fonte: Dados empíricos da pesquisa (2025).

Já era esperado que o resultado do questionamento revelasse uma disparidade entre o Algeplan e os demais métodos estudados, pois, como já mencionado, na visão

dos alunos, trata-se de uma abordagem lúdica e visualmente atraente, que possibilita determinar raízes com poucos cálculos, diferentemente da fórmula resolutiva ou do método de completar quadrados. Todavia, pelo mesmo critério, o método da soma e produto poderia ter sido uma escolha viável para um número maior de estudantes; entretanto, não apresentou resultados distintos dos já mencionados. É possível que o aspecto visual e manipulativo tenha sido o fator preponderante na escolha do Algeplan pelos alunos.

Assim, buscando compreender tal resultado, analisamos as respostas ao último questionamento da entrevista, qual seja: Você se sentiu à vontade para participar, tirar dúvidas e interagir durante a oficina (Sequência Didática/Produto Educacional)? Por quê?

No geral, em nossas análises dos dados produzidos, ficou evidenciado que, para os alunos participantes da pesquisa, a proposta metodológica proporcionou um espaço de aprendizagem em que se estreitaram os laços nas relações aluno-aluno e aluno-professor, à medida que a sala de aula passou a se configurar como um ambiente de investigação.

A esse respeito, chamou-nos a atenção o fato de a turma investigada (9º ano do Ensino Fundamental, oriunda de duas turmas de 8º anos), não apresentar, inicialmente, a socialização esperada pelo professor. Contudo, com o engajamento e a curiosidade de todos, observamos que, gradualmente, os estudantes passaram a se sentir à vontade para tirar dúvidas, conversar e ouvir não somente os colegas de sua própria equipe, mas também os demais integrantes do coletivo. Em nosso entendimento, essa socialização foi se ampliando à medida que propúnhamos as atividades da Sequência Didática (oficina).

Portanto, observou-se engajamento e encorajamento entre os alunos a partir do desenvolvimento das relações sociais, o que certamente resultou em um ambiente escolar significativo e favorável à produção de conhecimentos. Como defende Maldaner (2011, p. 40), apoiada em Vygotsky, é através da mediação que possibilita esse desenvolvimento das relações sociais, que “[...] as características tipicamente humanas se desenvolvem [...] que os membros ‘imatuross’ da espécie humana vão se apropriando do comportamento e da cultura de seu grupo cultural”.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os estudos e pesquisas sobre a aprendizagem da Matemática com ênfase nos diferentes métodos, metodologias e materiais de ensino aparecem, de certa forma, com maior frequência na década de 1980 (Fiorentini; Lorenzato, 2012). Neste contexto, esta pesquisa e produto educacional inserem-se nesse campo de investigação que ganhou visibilidade nas pesquisas em educação matemática. E não ficam por fora as pesquisas do PROFMAT. São pesquisas que emergem das práticas docentes de professores de Matemática da Educação Básica, de suas relações estabelecidas com o seu meio, com os seus alunos e seus pares, sendo então baseadas nessas vivências e por ela validadas.

Feitos esses comentários, tomando como base as contribuições teóricas dos pesquisadores com os quais dialogamos nas seções do referencial teórico, da metodologia e da análise dos dados empíricos produzidos através do questionário, da observação participante e da entrevista padronizada, buscamos responder à questão norteadora desta pesquisa: como o uso do Algeplan pode contribuir na aprendizagem de equações do 2º grau de alunos do 9º ano do ensino fundamental, em especial na compreensão e resolução de situações-problema?

Assim, as constatações desta pesquisa nos permitiram compreender, por exemplo, que a busca por métodos eficazes, que se apresentem como possibilidade de mediação no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, especificamente na obtenção de raízes de equações polinomiais, ainda constitui uma tarefa difícil. Disso decorre que o cotidiano das salas de aula da maioria dos professores de Matemática permanece caracterizado pelo ensino tradicional, marcado por abordagens metodológicas que se limitam à mera reprodução do conhecimento, apoiando-se apenas no quadro de acrílico e na memorização de fórmulas, além de reforçar uma dicotomia entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria.

Atribuímos esse quadro ao fato de que os cursos de Licenciatura em Matemática, em geral, supervalorizam em seus currículos as disciplinas de conhecimentos específicos, sem atribuir a devida importância às disciplinas pedagógicas, como se fossem cursos de Bacharelado. Assim, não há uma articulação efetiva entre esses eixos formativos. Tomando como base minha trajetória profissional no ensino da Matemática, reconheço que, no início, não me sentia preparado para lidar com as especificidades da atividade docente, ou seja, para ensinar Matemática.

E foi a partir daí que comecei a questionar sobre a minha formação docente, bem como sobre a minha própria prática pedagógica, o que me levou a querer dar continuidade aos estudos, a buscar novos conhecimentos, a querer me apropriar de novas metodologias, novos recursos com potencialidades para mediar a aprendizagem matemática, e a querer ser um pesquisador.

E, assim, ocorre o meu encontro com o Algeplan como uma proposta para amenizar os efeitos da abstração no campo da Álgebra, associando equações a formas geométricas, criando as condições para que os alunos aprendessem a obter raízes de algumas equações quadráticas de forma autônoma, sem necessidade de recorrer a longas fórmulas.

As análises dos dados empíricos produzidos para esta pesquisa de campo com abordagem qualitativa, realizada na escola C.E.T.I Maria de Lourdes Assunção em Piri-piri – PI, envolvendo 18 alunos do 9º ano do ensino fundamental, nos revelaram a eficácia da mediação do quebra-cabeça Algeplan na resolução de perguntas diretas sobre equações quadráticas completas e incompletas.

Podemos afirmar que, durante as aulas desenvolvidas em forma de oficina, observamos um melhor engajamento dos alunos com atividades coloridas e dinâmicas utilizando o recurso, sendo estas cheias de cores, como podem ser visualizadas no Apêndice E - Produto Educacional (Sequência Didática) deste trabalho, contrapondo, assim, ao ensino “escuro” de Álgebra muitas vezes ainda praticado em salas de aula.

Todavia, no que se refere à resolução de situações-problema, ainda que tenham realizado a transição algébrica para a geométrica e obtido raízes de equações quadráticas completas e incompletas, o estudo evidenciou que, em geral, os alunos ainda não mobilizaram as habilidades necessárias para resolver tais situações utilizando o Algeplan. Isso leva a credenciar a necessidade de novos estudos que subsidiem ideias voltadas a compreender e transpor essa dificuldade.

Assim, quanto ao aspecto lúdico, o recurso mostrou-se eficaz, podendo atender a anseios de professores que buscam novas formas de ensinar a resolver equações, sem necessariamente recorrer somente a fórmulas. Poderia ser o Algeplan uma espécie de complemento dos métodos apresentados, isso porque o objetivo deste trabalho não era encontrar uma fórmula que substituísse os caminhos existentes, mas de buscar metodologias mediadas pelo recurso concreto Algeplan com potencialidades para o aprendizado de equações quadrática de forma divertida e com

produção de significados e sentidos para os alunos.

Diante do exposto, ao se levar em conta as análises e discussão dos resultados desta pesquisa, confirmamos e defendemos a hipótese deste estudo de que o Algeplan se apresenta como possibilidade de mediar o processo ensino e aprendizagem dos conceitos algébricos, com destaque para as equações do 2º grau, dando, assim, concreticidade ao ensino abstrato de Álgebra e revelando novas formas de resolver essas equações de forma lúdica e dinâmica.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, V. D. de. **Algeplan como recurso didático nas aulas do 8º ano do ensino fundamental**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Matemática, Maceió, 2021. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.repositorio.ufal.br/jspui/bitstream/123456789/9237/3/Algeplan%20como%20recurso%20did%C3%A1tico%20nas%20aulas%20do%208%C2%BA%20ano%20do%20ensino%20fundamental.pdf. Acesso em: 10 nov. 2024.
- ANDRADE, B. C. **A Evolução Histórica de Resolução das Equações do 2º Grau**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Porto, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal, 2000. Disponível em: https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9895/3/3026_TM_01_P.pdf. Acesso em: 9 jan. 2025.
- ANTIGO EGITO. A matemática no Antigo Egito. Disponível em: https://www.mat.uc.pt/~mat0703/PEZ/antigoegito2%20.htm](https://www.mat.uc.pt/~mat0703/PEZ/antigoegito2%20.htm. Acesso em: 30 maio 2025.
- ARAUJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, 2008. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740/1130. Acesso em: 25 fev. 2025.
- ARAUJO, R. S. **Movimento da Matemática Moderna**: o reconhecimento de seus resquícios na educação atual. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.crephimat.com.br/docs/D/D-HEdM/2009%20-%20M%20-%20%20RENATO%20SBERK%20ARAUJO.pdf. Acesso em: 10 maio 2025.
- AZEVEDO, R. K. de. **Algeplan21**, 2011. SlideShare. Disponível em: https://pt.slideshare.net/slideshow/algeplan21/7966828. Acesso em: 13 abr. 2025.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: autêntica, 2006. p. 101-114.
- BOIAGO, C. E. P.; CRUZ, G. S. G.; VIANA, O. A. Equação do segundo grau: uma reflexão acerca do ensino de procedimentos nas aulas de matemática. **XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, São Paulo-SP, 2016. Disponível em: chrome-

extension://efaidnbmnnnibpcajpcgiclfndmkaj/https://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8334_4077_ID.pdf. Acesso em: 12 abr. 2025.

BONNET, F. Equações quadráticas: uma nova fórmula resolutive com uma proposta didática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 7, n. 20, p. 459-464, 2020.

BRASIL. Conselho Nacional de Saúde. **Resolução nº 510, de 07 de abril de 2016**. Disponível em: <https://www.gov.br/conselho-nacional-de-saude/pt-br/atos-normativos/resolucoes/2016/resolucao-no-510.pdf/view>. Acesso em: 12 out. 2024.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Escalas de proficiência do SAEB**. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/escalas_de_proficiencia_do_saeb.pdf. Acesso em: 25 abr. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. **Resultados 2005/2023**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb/resultados>. Acesso em: 31 dez. 2024.

BRESSAN, L. G. **Utilização do algeplan nas operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Santa Maria/RS, 2021. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgiclfndmkaj/https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/21165/DIS_PPGMRN_2021_BRESSAN_LIDIANE.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 12 jan. 2025.

BRUM, W. P.; ROMAIS, C. Crise no ensino de matemática? Os amplificadores que potencializam o fracasso da aprendizagem. In: **VI CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA**, 2013. Disponível em: <file:///C:/Users/Acer/Downloads/551-3617-1-PB.pdf>. Acesso em: 22 out. 2024.

BUARQUE, T. M.T. *et al.* Uma aplicação gamificada para apoio ao ensino da álgebra no 9º ano do ensino fundamental. **Revista Amazônica**, v. 17, n. 1, p. 105-136, jan./jun. 2024. Disponível em: <https://www.periodicos.ufam.edu.br/index.php/amazonica/article/view/14220/9096>. Acesso em: 31 jul. 2025.

CALADO, J. **Compendio de Álgebra**. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco, 1956.

CAMPOS, C. R. **Completando quadrados**: combinando métodos geométricos e algébricos. [S. l.]: CECIERJ, 2016. Disponível em: http://projetoeduc.cecierj.edu.br/eja/recurso-multimedia-professor/matematica/novaeja/m1u04/Atividade_Completando_quadrados_combinando_metodos_geometricos_e_algebricos.pdf. Acesso em: 13 jun. 2025.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p. 171-187, 2018. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 10 abr. 2025.

CORDEIRO, C. T.; FAZIO, M. M.; WROBEL, J. S. Uso do método de completar quadrados de Al-khwarizmi na resolução de equações do segundo grau. In: **VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA**, 2017. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/6853/3830. Acesso em: 15 jun. 2025.

CORTÊS, R. **Como resolver equação do 2º grau por Bhaskara ou soma e produto**, 2017. Disponível em: <https://geniodamatematica.com.br/como-resolver-equacao-do-2o-grau/>. Acesso em: 12 jun. 2025.

COSTA, B. E. *et al.* Trabalhando equação do segundo grau com o Algeplan. In: **SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SIPEMAT**, 3., 2012, Fortaleza. Anais [...]. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2012. Disponível em: <https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/544/submission/director/544.pdf>. Acesso em: 30 maio 2025.

COSTA, R. M.; SILVA, P. O. da. Estratégias de ensino da álgebra para o 9º ano do ensino fundamental. **RECIMA21 - Ciências Exatas e da Terra, Sociais, da Saúde, Humanas e Engenharia/Tecnologia**, v. 3, n. 1, 2022. Disponível em: <https://recima21.com.br/recima21/article/view/1040/824>. Acesso em: 7 junh. 2025.

COSTA, J. A. do N. **Análise das dificuldades de aprendizagem algébrica manifestadas por alunos do 8º ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Piauí, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Teresina, 2019. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/https://sistemas2.uespi.br/bitstream/te de/217/5/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20Completa. Acesso em: 16 out. 2024.

COSTA, L. P. da. **Avaliação da eficácia do Algeplan no desenvolvimento cognitivo de alunos autistas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Pará, Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologias, Curso de Licenciatura em Matemática, 2024. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/https://bdm.ufpa.br/server/api/core/bitstreams/9261c1b7-055f-40f2-818d-df7c9b2c7c04/content. Acesso em: 2 dez. 2024.

COSTA, P. K. A. *et al.* Uma proposta para o ensino de equações do segundo grau utilizando diferentes recursos didáticos. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 13., 2018. Anais [...]. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/329360810>. Acesso em: 4 abr. 2025.

COSTA, T. V. da. **Quando e como trabalhar com demonstrações no ensino de matemática?**: Uma reflexão sobre a fórmula de Bhaskara. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Fluminense, Instituto de Matemática e Estatística, Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, Niterói, RJ, 2016. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://app.uff.br/riuff/bitstream/handle/1/36627/Costa%2c%20Thiago%20Vidal%20da_Disserta%c3%a7%c3%a3o.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 3 out. 2024.

COUTINHO, S. M. Polinômios e decomposição: um teorema importante. **Revista do Professor de Matemática**, n. 13, 1991. Disponível em: <https://rpm.org.br/cdrpm/13/4.htm>. Acesso em: 20 jan. 2025.

COSTA, W. G. da; COSTA, R. G. da; FERNANDES, D. N. A História da Matemática: Um olhar para os Sistemas de Numeração. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 10, n. 9, p. 3551-3561, 2024.

CUNHA, J. S. da; SILVA, D.; VICTOR, J. A. A importância das atividades lúdicas no ensino da matemática. **III EIEMAT - Escola de Inverno de Educação Matemática**, Santa Maria, 2012. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/534/2020/03/RE_Cunha_Jussileno.pdf. Acesso em: 4 fev. 2025.

DALLABRIDA, N. A reforma Francisco Campos e a modernização nacionalizada do ensino secundário. **Educação**, Porto Alegre, v. 32, n. 2, p. 185-191, maio/ago. 2009. Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/faced/article/view/5520/4015>. Acesso em: 12 nov. 2024.

DEWALT, K. M.; DEWALT, B. R. **Participant observation: A Guide for Fieldworkers**. 2nd ed. Lanham: Rowman & Littlefield, 2011. E-book.

FERREIRA, M. C.; ABREU, J. D. de A. Algeplan como recurso didático no estudo de equações do 2º grau: um olhar para o ensino de Álgebra. Número Especial – II Encontro Cearense de Educação Matemática (II ECeEM), **Revista Cearense de Educação Matemática – RCeEM**, v. 3, n. 7, p. 1–20, 2024. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/rceem/article/view/4075/2729>. Acesso em: 12 dez. 2024.

FERREIRA, J. F. **Habilidades e competências geométricas do professor de Matemática da Educação Básica**: um estudo a partir da produção acadêmico-científica brasileira (2017–2019). Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2022. Disponível em:

<https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/38866/3/HabilidadesCompet%C3%Aa nciasGeom%C3%A9tricas.pdf>. Acesso em: 31 abr. 2025.

FIGUEIRÊDO, A. H. de S. Resolução de equações quadráticas com o auxílio do estudo de áreas à luz da história da matemática. **IV CONEDU - Congresso Nacional em Educação**, 2017. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.editorarealize.com.br/edit ora/anais/conedu/2017/TRABALHO_EV073_MD1_SA13_ID4783_16102017011216. pdf. Acesso em: 25 fev. 2025.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

FLEMMING, D. M. **Tendências em educação matemática**. 2. ed. Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

FONSECA, M. V. Elaboração e aplicação de questionários em pesquisas científicas. **Revista de Metodologia Científica**, v. 3, n. 1, p. 45 – 60, 2021.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2020.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática: 9º ano: ensino fundamental: anos finais**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar 3: trigonometria**. São Paulo: Atual, 2013.

IEZZE, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade: 9º ano**. 10 ed. São Paulo: Saraiva Educação S.A., 2022.

LE MOS, G. B.; LE MOS, V. de O. T.; GOMES, A. R. T. Desafios do ensino de matemática: reflexões sobre metodologias e aprendizagem. **Revista Observatorio de la Economía Latinoamericana**, Curitiba, v. 22, n. 6, p. 01-19. 2024. Disponível em: <https://ojs.observatoriolatinoamericano.com/ojs/index.php/olel/article/view/5276/3400>. Acesso em: 20 set. 2024.

LOPES JUNIOR, E. P. **A história da equação do 2º grau ao longo dos séculos**. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística., Rio de Janeiro, 2019.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2018.
MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MALDANER, A. **Educação matemática**: fundamentos teórico-práticos para professores dos anos iniciais. Porto Alegre: Mediação, 2011.

MARTINS, H. S. S. G. **Dificuldades na Resolução de equações de 2.º grau dos alunos do 8.º ano**. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Universidade de Lisboa. Instituto de Educação, 2014. Disponível em: chrome-extension://efaidnbnmnibpcajpcgclclefindmkaj/https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/18094/1/ulfpie047181_tm.pdf. Acesso em: 20 jun. 2025.

MATEMÁTICA NO PLANETA TERRA. **Matemática no Antigo Egito**. Disponível em: <https://www.mat.uc.pt/%7Emat0703/PEZ/antigoegito2%20.htm>. Acesso em: 10 de mar. 2025.

MICOTTI, M. C. O. **O ensino e as propostas pedagógicas**. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo?. **Pro-Posições**, Campinas, SP, v. 3, n. 1, p. 39–54, 2016. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644424>. Acesso em: 23 dez. 2024.

MINAYO, M. C. de S (org.). **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. Petrólis, RJ: Vozes, 2016.

MOURA, M. O. de. A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2011. p. 81-97.

O BARICENTRO DA MENTE. **Teorema da decomposição de polinômios**. *O Baricentro da Mente*, 2014. Disponível em: <https://www.obaricentrodamente.com/2014/10/teorema-da-decomposicao-de-polinomios.html>. Acesso em: 30 maio 2025.

OLIVEIRA, L. C. M. **Estudo acerca da história e métodos de resolução das equações polinomiais**. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Matemática) – Universidade Estadual de Goiás, 2023. Disponível em: chrome-extension://efaidnbnmnibpcajpcgclclefindmkaj/https://repositorio.ueg.br/jspui/bitstream/riueg/817/2/LARYSSA%20CAROLINE%20MENDES%20OLIVEIRA_TCC_MAT.pdf. Acesso em: 3 abr. 2025.

OLIVEIRA, M. M. de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrólis, RJ, 2016.

ORTEGA, R.; ABBEG, T. História, resolução numérica e GeoGebra no ensino de equações algébricas. **Revista Professor de Matemática Online**, v. 4, p. 5-20, 2016. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbnmnibpcajpcgclclefindmkaj/https://pmo.sbm.org.br/wp->

content/uploads/sites/16/dlm_uploads/2019/03/art2_vol4_2016_SBM_PMO-alterado.pdf. Acesso em: 20 jan. 2025.

OLIVEIRA, Renê. **Euclides de Alexandria e a Mesa Bamba**. Disponível em: <https://vemlciencia.com.br/2023/04/12/euclides-de-alexandria-e-a-mesa-bamba/>. Acesso em 25 de abr. 2025.

ÖZTÜRK, N. **Uma investigação sobre o desenvolvimento do conhecimento de futuros professores do ensino fundamental para o ensino de álgebra nos anos iniciais por meio de discussões de casos**. Dissertação (Mestrado) - Middle East Technical University, Turquia, 2021.

PAIVA, R. S. de. **Uso de algeplacas no ensino da matemática**: explorando equações do 1º grau. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, Curso de Especialização em Ensino de Ciências e Matemática, Patos-PB, 2021. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgiclfndmkaj/https://repositorio.ifpb.edu.br/bitstream/177683/1480/1/USO%20DE%20ALGEPLACAS%20NO%20ENSINO%20DA%20MATEMÁTICA%20EXPLORANDO%20EQUAÇÕES%20DE%201%20GRAU-%20ROBSON%20SILVA%20DE%20PAIVA.pdf. Acesso em: 10 jan. 2025.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 1, n. 1, 2009. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646820>. Acesso em: 23 fev. 2025.

PEREIRA, J. P. de O. P.; PEREIRA, J. P. de O. O currículo e a aprendizagem: uma análise comparativa entre a BNCC e o PCN no eixo de números e operações dos anos finais do ensino fundamental. **V CONEDU – Congresso Nacional de Educação**, 2018. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgiclfndmkaj/https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2018/TRABALHO_EV117_MD1_SA2_ID5055_08092018141312.pdf. Acesso em: 2 jun. 2025.

PIAUI. **Resultados somativa 2023, 2024**. Disponível em: https://avaliacaoemontoramentopiaui.caeddigital.net/#!/pagina/VIEW_RES_SOM_M2301_PUBLICA?DADOS.VL_FILTRO_AVALIACAO=18001&DADOS.VL_FILTRO_ETAPA=ENSINO%20FUNDAMENTAL%20DE%209%20ANOS%20-%209%20BA%20ANO&DADOS.VL_FILTRO_DISCIPLINA=MT&DADOS.VL_FILTRO_REDE=P%20P%20ABLICA&DADOS.DC_FAIXA_PERCENTUAL_HABILIDADE=Baixo. Acesso em: 31 dez. 2024.

PINHO, M. de J. R. **O algeplan**: uma proposta de uso de material manipulativo no ensino da álgebra. Dissertação (Mestrado em Matemática) – COLÉGIO PEDRO II, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgiclfndmkaj/https://petrus.cp2.g12.br/server/api/cor

e/bitstreams/cfe5a5b4-fd3e-406a-8da3-e385d5395175/content. Acesso em: 18 abr. 2025.

PRZYBYVIZ, F. *et al.* Uma proposta para o ensino de equações do segundo grau utilizando diferentes recursos didáticos. **EPTEM – ENCONTRO PARANAENSE DE TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 2018. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/329360810_UMA_PROPOSTA_PARA_O_ENSINO_DE_EQUACOES_DO_SEGUNDO_GRAU_UTILIZANDO_DIFERENTES_RECUSOS_DIDATICOS. Acesso em: 2 maio 2025.

REFATTI, L. R.; BISOGNIN, E. Aspectos históricos e geométricos da equação quadrática. **Disc. Scientia**. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, S. Maria, v. 6, n. 1, p. 79-95, 2005. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumNT/article/view/1196/1133>. Acesso em: 3 nov. 2024.

RÊGO, R. G. Tópicos especiais em Matemática: introdução à linguagem algébrica. In: ASSIS *et al.* **Licenciatura em Matemática a Distância**, v. 5, 2010.

RIGATTI, K.; CEMIN, A. O papel do lúdico no ensino da matemática. **Revista Conectus: tecnologia, gestão e conhecimento**, v. 1, n. 1, p. 17-17, 2021.
ROCHA NETO, F.T. da. **Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual do Ceará, , 1994.

ROQUE, T. História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. **Sustinere-Revista de Saúde e Educação**, v. 5, n. 2, p. 375-376, 2012.

ROSA, D. da S.; SILVA, P. N. da. O algeplan revisitado. In: **Tecnologias educacionais e inovações pedagógicas: perspectivas e desafios na matemática**. v. 2, Editora Científica Digital, 2023. p. 20-33.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **BOLETINS SARESP**. Disponível em: [https://saresp.fde.sp.gov.br/Boletins.aspx\]\(https://saresp.fde.sp.gov.br/Boletins.aspx\)](https://saresp.fde.sp.gov.br/Boletins.aspx](https://saresp.fde.sp.gov.br/Boletins.aspx). Acesso em: 30 maio 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. SARESP. **SUMÁRIO EXECUTIVO 2023**. Disponível em: [https://saresp.fde.sp.gov.br/Arquivos/sumario_executivo_2023.pdf\]\(https://saresp.fde.sp.gov.br/Arquivos/sumario_executivo_2023.pdf\)](https://saresp.fde.sp.gov.br/Arquivos/sumario_executivo_2023.pdf](https://saresp.fde.sp.gov.br/Arquivos/sumario_executivo_2023.pdf). Acesso em: 30 maio 2025.

SALGADO, M. A. de J.; RINCÓN, J. P. A.; DE OLIVEIRA, M. P. **Caminho alternativo para estudar equação quadrática e suas raízes**, 2018. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/322437751_CAMINHO_ALTERNATIVO_PARA_ESTUDAR_EQUACAO_QUADRATICA_E_SUAS_RAIZES?channel=doi&linkId=5a58d75a45851545026fc663&showFulltext=true. Acesso em: 5 fev. 2025.

SANTOS, E. de J. Movimento da Matemática Moderna no Brasil: uma renovação do ensino de matemática nas décadas de 1960 a 1980. **Boletim Cearense de**

Educação e História da Matemática, v. 7, n. 20, p. 370-379, 2020. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2846/3057>. Acesso em: 20 maio 2025.

SANTOS, A. T. dos. **Métodos resolutivos de equações algébricas e análise das raízes de funções polinomiais**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgiclfefindmkaj/https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/32358/32358.PDF>. Acesso em: 30 abr. 2025.

SANTOS, D. S. dos. **Métodos para Determinação de Raízes de Equações Polinomiais**: Uma abordagem voltada para o ensino médio. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Matemática, Mestrado Profissional em Matemática, 2016. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgiclfefindmkaj/http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/bitstream/tede2/7906/2/Diogenes%20Silva%20dos%20Santos.pdf>. Acesso em: 4 jun. 2025.

SANTOS, E. de J. Movimento da Matemática Moderna no Brasil: uma renovação do ensino de matemática nas décadas de 1960 a 1980. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 7, n. 20, p. 370-379, 2021. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2846>. Acesso em: 19 dez. 2024.

SANTOS, L. M. dos. Matemática: Euclides de Alexandria e a mesa bamba. In: **Vem Ler Ciência**, 2023. Disponível em: <https://vemlerciencia.com.br/2023/04/12/euclides-de-alexandria-e-a-mesa-bamba/>(<https://vemlerciencia.com.br/2023/04/12/euclides-de-alexandria-e-a-mesa-bamba/>). Acesso em: 14 jan. 2025.

SÁPIRAS, F. S.; STROTTMANN, C. I.; SCHEIN, Z. P. **O uso do Algeplan como ferramenta para a construção de conceitos referentes a produtos notáveis**, 2013. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/282219678_O_USO_DO_ALGEPLAN_CO_MO_FERRAMENTA_PARA_A_CONSTRUCAO_DE_CONCEITOS_REFERENTES_A_PRODUTOS_NOTAVEIS/citations. Acesso em: 25 fev. 2025.

SCREMIN, G.; RIGHI, F. P. Ensino de álgebra no ensino fundamental: uma revisão histórica dos PCN à BNCC. **Ensino em Re-Vista**, Uberlândia, v. 27, n. 2, p. 409-433, maio 2020. Disponível em http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1983-17302020000200409&lng=pt&nrm=iso. acessos em 10 jun. 2025. Epub 17-Ago-2020. <https://doi.org/10.14393/er-v27n2a2020-1>. Acesso em: 18 abr. 2025.

SERPA, D.; KINAST, E. Recurso lúdico para apoio ao aprendizado da álgebra de alunos do 7º ano do ensino fundamental. **SciELO Preprints**, 2021. Disponível em: <https://preprints.scielo.org/index.php/scielo/preprint/view/3275/5881>. Acesso em: 13 abr. 2025.

SILVA, F. C. S. da. **Equações do segundo grau**: uma perspectiva histórica e contextual. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Pontifícia Universidade Católica – PUC, Goiânia, 2023. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://repositorio.pucgoias.edu.br/jspui/bitstream/123456789/6859/1/TCC-_Fernanda_Caroline_Siqueira_da_Silva_-_FINALIZADO%5b1%5d.pdf. Acesso em: 2 dez. 2024.

SILVA, G. de P.; SILVA, A. C. da. Compreensão da linguagem matemática no 9º ano do Ensino Fundamental. **Revista de Educação Pública**, v. 29, p. 1-15, jan./dez. 2020. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/7019/7773>. Acesso em: 25 fev. 2025.

SILVA, M. C. L. da; ALMEIDA, R. de O. Círculos de diálogo: a perspectiva das emoções com os professores. **Perspectiva**, [S. l.], v. 39, n. 3, p. 1–19, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/72093>. Acesso em: 31 maio. 2025.

TAVARES, Américo. **Diofanto, o impulsionador da álgebra**. Disponível em: <https://problemasteoremas.wordpress.com/2015/07/05/diofanto-o-impulsionador-da-lgebra/>. Acesso em: 13 de mai. 2025.

TEIXEIRA, Jorge. **Problemas e teoremas**: Diofanto, o impulsionador da Álgebra, 2015. Disponível em: <https://problemasteoremas.wordpress.com/2015/07/05/diofanto-o-impulsionador-da-lgebra/>](<https://problemasteoremas.wordpress.com/2015/07/05/diofanto-o-impulsionador-da-lgebra/>). Acesso em: 14 jan. 2025.

TRINDADE, D. S.; RIOS, D. M.; SOARES, M. A. da S. Ensinando equação do 2º grau pelo método de completar quadrados. **ANAIIS DO VII SIEPE - SALÃO INTERNACIONAL DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO** – Universidade Federal do Pampa, 2016. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://sites.unipampa.edu.br/pibid2014/files/2014/08/viisiepe_4.pdf. Acesso em: 11 abr. 2025.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 2015.

VALE, A. F. A. do. **As diferentes estratégias de resolução da equação do segundo grau**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semiárido, Programa de Pós-graduação em Matemática, Mossoró, 2013. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://ufersa.edu.br/wp-content/uploads/sites/58/2016/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Alberton-Fagno.pdf>. Acesso em: 7 fev. 2025.

VALENTE, W. R. (org.). **A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal**: Primeiros Estudos. São Paulo: Editora Da Vinci, 2007.

APÊNDICE A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Título do estudo: O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL.

Pesquisadores responsáveis: Alexsandro de Sousa Santos, Neuton Alves de Araújo.

Instituição/Departamento: Pró-reitora de Pós-Graduação – PROP - UESPI.

Telefones para contato: (86)999500724/(86) 999753384

Local de aplicação e coleta de dados: Centro Educacional de Tempo Integral Maria de Lourdes Assunção.

Estamos solicitando ao Sr(a).

_____ a autorização para que o(a) menor pelo qual é responsável participe da pesquisa “**O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL**” como voluntário(a), sem qualquer forma de remuneração. Caso deseje, o(a) Sr(a). tem o direito de não autorizar ou retirar o seu consentimento da participação do menor em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo para o mesmo.

Objetivo do estudo: Analisar as potencialidades do uso do Algeplan como ferramenta didática no processo de ensino e aprendizagem de equações do 2º grau, em especial na compreensão e resolução de situações-problemas.

Justificativa: Como professores, no processo de construção do conhecimento buscamos formas alternativas de ensinar álgebra devido à sua complexidade e abstração. Nesse sentido, a proposta do ensino de álgebra, especialmente de equações do 2º grau, utilizando o recurso didático Algeplan surge como uma ferramenta inovadora para o ensino e aprendizado, tornando as aulas mais dinâmicas e ajudando a entender melhor as equações quadráticas.

Participantes da pesquisa: Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental – anos finais da escola C.E.T.I Maria de Lourdes Assunção.

Procedimentos: As práticas de ensino são baseadas na construção e utilização de quebra-cabeça será aplicada pelo pesquisador em forma de oficina, sendo presencial. Os participantes irão construir e utilizar o Algeplan visando concretizar o aprendizado a respeito de obtenção de raízes de equações do 2 grau. Para a coleta de dados, será aplicado um questionário de forma online via Google Formulários, para obter

informações quanto a opinião dos estudantes a respeito de pontos positivos e negativos observados na metodologia utilizada. Para complementação das informações colhidas no questionário, ocorrerá um encontro presencial para o desenvolvimento de um debate em grupo no qual cada participante poderá expressar, de forma livre, sua opinião sobre o produto educacional desenvolvido. O encontro presencial ocorrerá em dia e horário previamente acordados e será gravado em áudio para posterior avaliação dos participantes com respeito a sua desenvoltura, seja de forma individual ou coletiva, por meio de observação das atitudes procedimentais durante as atividades.

A autorização não gerará custos, e eventuais despesas ou danos decorrentes da participação na pesquisa serão ressarcidos ou indenizados, além disso, você também terá acesso aos resultados da pesquisa de forma impressa ou virtual.

Tempo de duração: O tempo de duração pode variar a depender de fatores como conhecimento prévio e outros. Todavia, será estabelecido para aulas expositivas e dialogadas e construção do Algeplan 9 horas aulas em três semanas, além de um encontro presencial que ocorrerá em dia e horário previamente marcados e terá duração de aproximadamente uma hora.

Benefícios: O estudo busca incentivar o protagonismo dos alunos, promover uma aprendizagem mais dinâmica em matemática e facilitar o entendimento de equações do 2º grau, usando um quebra-cabeça divertido que também pode motivar e engajar os estudantes, além de servir como material útil para professores de todo o Brasil.

Riscos: Os riscos são mínimos, mas o participante pode se sentir desconfortável durante as atividades ou ao responder os questionários, para evitar problemas, não serão usados dados que identifiquem os participantes, além disso, têm-se o direito de não responder perguntas ou desistir da pesquisa a qualquer momento e caso ocorra algo que comprometa o bem-estar dos participantes, a pesquisa será suspensa, e a assistência será imediata e integral, e eventuais danos serão indenizados. Existe também o risco de exposição, todavia, para atenuar esse risco não serão utilizadas imagens nem áudios que identifiquem de alguma forma os participantes da pesquisa, ou seja, as imagens serão editadas visando mostrar apenas produção e o manuseio do Algeplan, no caso de áudios, estes serão identificados apenas com letras aleatórias não sendo mostrados na divulgação da pesquisa. Por fim, há risco de vazamento de informações, todavia, não serão utilizadas redes sociais ou outros mecanismos para

fazer envio de dados, além disso, os únicos a terem acesso aos dados durante a análise serão os pesquisadores.

Divulgação dos resultados da pesquisa: Os resultados da pesquisa serão divulgados em eventos científicos na forma oral e/ou escrita, seja através de artigos científicos, resumos ou relatórios de pesquisa. Além disso, serão apresentados a uma banca avaliadora para a obtenção do título de mestre do pesquisador Alexandro de Sousa Santos e aos responsáveis e participantes da pesquisa em evento escolar previamente agendado de forma coletiva de maneira que se tenha preservado os sigilos dos participantes sem perda de confiabilidade dos dados.

Para o esclarecimento de dúvidas quanto à pesquisa, entre em contato com a pesquisadora Alexandro de Sousa Santos pelo telefone (86) 999500724, ou com o professor orientador Dr. Neuton Alves de Araújo pelo telefone (86) 999753384. Em caso de dúvida quanto aos aspectos éticos da pesquisa, você poderá procurar o Comitê de Ética em Pesquisa (grupo de profissionais que avalia a ética de pesquisas que envolvam seres humanos) da Universidade Estadual do Piauí na Rua Olavo Bilac, nº 2335, Centro/Sul, Telefone: (86) 99939-2981. Teresina.

Caso você autorize a participação do menor pelo qual é responsável, solicitamos que assine o documento em duas vias, ficando com a posse de uma delas e rubrique todas as páginas.

Assinatura do pai, mãe ou responsável legal



Impressão datiloscópica
do responsável legal

Pesquisador responsável: Alexandro de Sousa Santos

Piripiri - PI, ____ de _____ de 2024.

APÊNDICE B - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE

Você está sendo convidado (a) para participar, como voluntário(a), em uma pesquisa, você precisa decidir se aceita ou não. Leia cuidadosamente o que se segue e pergunte ao responsável pelo estudo sobre qualquer dúvida que tiver. Este estudo será conduzido por Alexsandro de Sousa Santos, sob orientação de Neuton Alves de Araújo. Em caso de recusa, você não será penalizado (a) de forma alguma. Em caso de dúvida quanto aos aspectos éticos da pesquisa, você poderá procurar o Comitê de Ética em Pesquisa (grupo de profissionais que avalia a ética de pesquisas que envolvam seres humanos) da Universidade Estadual do Piauí na Rua Olavo Bilac, nº 2335 – Centro/Sul – Telefone: (86) 3221-6658 – Teresina – Piauí. Em caso de dúvida sobre outros aspectos da pesquisa, entrar em contato com (86) 99950-0724 (Alexsandro de Sousa Santos) ou (86) 99975-3384 (Neuton Alves de Araújo).

ESCLARECIMENTOS SOBRE A PESQUISA:

Título do Projeto: **“O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL”**

DESCRIÇÃO DA PESQUISA

O objetivo desta pesquisa é analisar as potencialidades do uso do Algeplan como ferramenta didática no processo de ensino e aprendizagem de equações do 2º grau, em especial na compreensão e resolução de situações-problemas. Nesse sentido, é importante a participação dos estudantes de 9º ano, pois é nessa etapa que o conteúdo abordado, assim espero contar com sua participação.

Para isso, você participará da construção e utilização do quebra-cabeça intitulado Algeplan sob mediação do pesquisador em uma oficina com duração nove horas aulas na disciplina laboratório de matemática cedida pelo professor titular, ou seja, não ocorrerá aulas extras para os participantes, além disso será aplicado um questionário para obter o entendimento a respeito da utilização do quebra-cabeça sendo de forma impressa ou online via google forms, além de um encontro presencial para realizar entrevista levando uma hora, nesse caso não haverá gravação de vídeo apenas em áudio, ressaltamos que as perguntas serão entregues previamente para leitura e que o participante tem direito a recusa a qualquer momento.

Esta pesquisa apresenta como riscos apenas alguma situação onde você poderá ficar desconfortável durante a aplicação das estratégias ou ao responder os

instrumentos de avaliação (questionários ou entrevista). Para atenuar esse risco na coleta de dados não serão utilizadas imagens(fotos) nem áudios que identifiquem de alguma forma os participantes da pesquisa, ou seja, as imagens serão editadas visando esse fim, sendo a produção e o manuseio do Algeplan o principal conteúdo a ser mostrado e no caso de áudios, estes serão identificados apenas com letras aleatórias não sendo mostrados na divulgação da pesquisa.

O principal benefícios dessa pesquisa é de trazer aos participantes novas formas de aprender um conteúdo tido como difícil, conseqüentemente melhorando o seu rendimento nas avaliações institucionais e externas.

Ao participar da pesquisa você não terá gastos, mas caso haja despesa decorrente da participação na pesquisa, você terá direito ao ressarcimento. Também há garantia de indenização diante de eventuais danos causados pela participação na pesquisa.

Em qualquer momento durante o questionário, você terá acesso aos profissionais responsáveis pela pesquisa para esclarecimento de eventuais dúvidas. Se você concordar em participar do estudo, seu nome e identidade serão mantidos em sigilo e você poderá desistir da participação e retirar o consentimento a qualquer momento, sem que haja prejuízos, além disso, você terá total direito de acesso aos resultados da pesquisa.

No caso de aceitar participar deste estudo, assine este documento, que está em duas vias: uma delas é sua e a outra é das pesquisadoras. Devendo ter todas as páginas rubricadas.

Alexsandro de Sousa Santos

Assinatura do participante

Piripiri - PI, ___ de _____ de 2024.

APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO DE COLETA DE DADOS SOBRE O ALGEPLAN

Dados Gerais

1. () Masculino () Feminino () Prefiro não informar
2. Idade: _____ anos

QUESTÕES

Parte 1 – Percepções sobre o aprendizado de equações do 2º grau (Antes do uso do Algeplan)

3. Você tinha dificuldades para entender o conteúdo de equações do 2º grau antes do uso do Algeplan?

- () Sim
 () Não
 () Parcialmente

Se respondeu "Sim" ou "Parcialmente", explique:

4. Quais eram as principais dificuldades que você encontrava para aprender equações do 2º grau? (pode marcar mais de uma)

- [] Compreender o conceito de equação do 2º grau
 [] Aplicar fórmulas (como Bhaskara)
 [] Identificar os coeficientes
 [] Resolver problemas contextualizados
 [] Nenhuma
 [] Outras: _____

Parte 2 – Experiência com o Algeplan

5. O uso do Algeplan facilitou sua compreensão sobre equações do 2º grau?

- () Sim
 () Não
 () Em parte

Comente sua resposta:

6. Em sua opinião, o que mais ajudou na utilização do Algeplan?

- () Visualizar as equações de forma concreta
() Manipular os blocos e montar as expressões
() Resolver problemas com mais autonomia
() Trabalhar em grupo e trocar ideias
() Outra: _____

7. Você considera que o Algeplan tornou o conteúdo de equações do 2º grau mais interessante ou motivador?

- () Sim
() Não
() Indiferente

Explique sua resposta:

Parte 3 – Avaliação geral da metodologia

8. Após a oficina com o Algeplan, você se sente mais preparado(a) para resolver situações-problema envolvendo equações do 2º grau?

- () Sim
() Não
() Um pouco

Por

quê? _____

9. Em que momento você achou mais difícil usar o Algeplan? O que poderia melhorar?

10. Você indicaria o uso do Algeplan para outros colegas que têm dificuldade com álgebra? Por quê?

11. Qual dos métodos abaixo achou melhor para resolver equações do 2º grau?

- Soma e produto
- fórmulas de Bhaskara
- Método de completar quadrados
- Fatoração com o Algeplan
- Nenhum

APÊNDICE D - ROTEIRO DE ENTREVISTA COM OS ALUNOS QUE PARTICIPARAM DA PESQUISA SOBRE O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL

QUESTÕES

1. Como foi para você participar da oficina que utilizou o Algeplan para ensinar equações do 2º grau?

2. O que você achou mais fácil ou mais difícil ao manusear o Algeplan durante as atividades práticas?

3. Você sentiu que aprendeu melhor sobre equações do 2º grau com a ajuda do Algeplan? Por quê?

4. Você se sentiu mais motivado(a) a participar das aulas de matemática ao usar o Algeplan? Por que sim ou por que não?

5. Na sua opinião, o que poderia ser melhorado na oficina para que mais alunos entendam e aprendam com o Algeplan?

6. Você conseguiu relacionar os blocos do Algeplan com os termos da equação do 2º grau? Como isso ajudou na sua compreensão do conteúdo?

7. Durante a produção e manipulação do Algeplan, em que momento você percebeu que estava aprendendo de forma diferente? Pode descrever essa experiência.

8. Você se sentiu à vontade para participar, tirar dúvidas e interagir durante a oficina? Por quê?

**APÊNDICE E - PRODUTO EDUCACIONAL (SEQUÊNCIA DIDÁTICA/OFICINA): O
ALGEBLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE
EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL**



Universidade Estadual do Piauí
Pró-Reitoria de Pesquisa e
Pós-Graduação - PROP
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

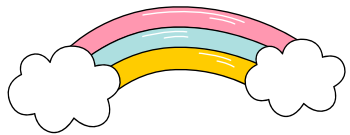


Alexsandro de Sousa Santos
Orientador: Prof.Dr. Neuton Alves de Araújo

O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL

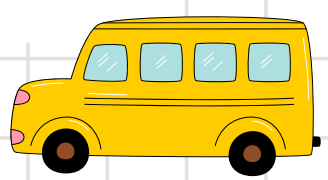
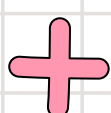
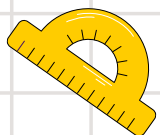
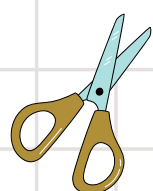
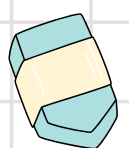
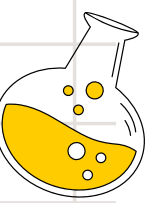
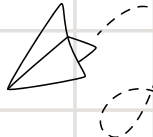
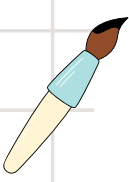
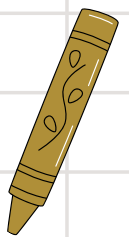
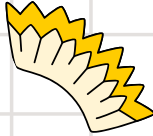
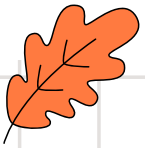
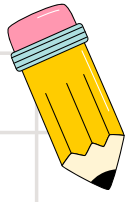
**Conteúdo baseado em Dissertação de Mestrado apresentada no Programa de
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da
Universidade Estadual do Piauí - UESPI**

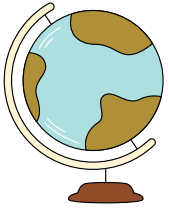
Teresina - 2025



Alexsandro de Sousa Santos

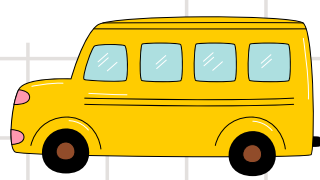
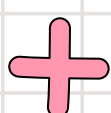
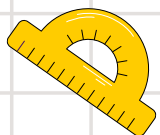
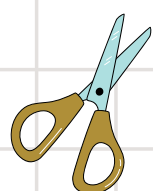
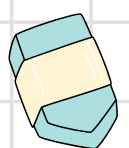
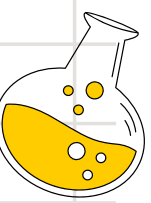
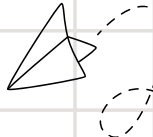
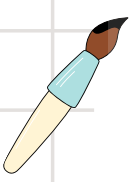
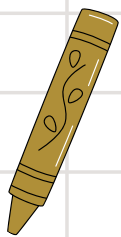
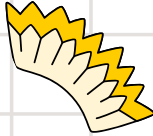
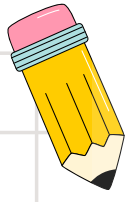
Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí - IFPI; Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio - UESPI e em Matemática, suas Tecnologias e o Mundo do Trabalho - UFPI; professor efetivo de Matemática nas redes Municipal de Piri-piri/PI e Estadual do Ceará. Durante o curso de Mestrado PROFMAT/UESPI foi bolsista pela CAPES.

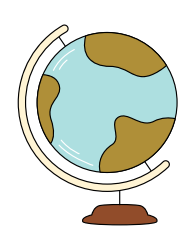




Sumário

| | |
|---|----|
| Apresentação | 4 |
| Vamos Conhecer o Algeplan: Uma Potencial Ferramenta Pedagógica..... | 5 |
| Tabela de encontros formativos | 9 |
| Primeiro encontro Formativo..... | 27 |
| Segundo encontro Formativo..... | 31 |
| Terceiro encontro Formativo..... | 32 |
| Quarto encontro Formativo..... | 33 |
| Quinto encontro Formativo..... | 37 |
| Sexto encontro Formativo..... | 40 |
| Sétimo encontro Formativo..... | 44 |
| Considerações finais | 47 |
| Referências | 48 |





Apresentação



Esta é uma Sequência Didática (SD) destinada a professores que buscam alternativas pedagógicas para ensinar equação polinomial do 2º grau. Enfatizamos que material é parte da Dissertação de Mestrado intitulada "O ALGEPLAN E SUAS POSSIBILIDADES DE MEDIAR A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO ENSINO FUNDAMENTAL" (Santos, 2025), do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Estadual do Piauí (UESPI).

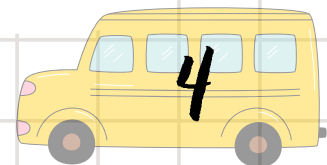
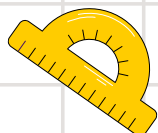
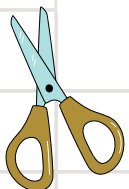
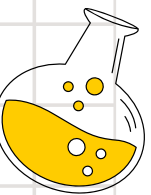
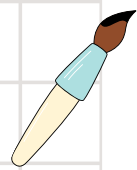
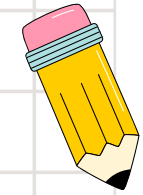
Juntamente ao trabalho de mestrado mencionado, propõe-se a construção de um Produto Educacional (PE). Na verdade, trata-se de uma contrapartida dos estudantes tendo em vista que a oferta do curso é gratuita e, de certa forma, cabe aos pós-graduandos devolverem à sociedade o investimento custeado. Assim, compartilhamos com todos vocês a SD em questão - o nosso Produto Educacional.

O principal objetivo da SD é sistematizar o ensino de equações, geralmente evidenciado no 9º ano do Ensino Fundamental, desde seu contexto histórico, partindo do Antigo Egito até os dias atuais, exaltando nesse percurso as contribuições no ensino de álgebra, em especial, na obtenção de raízes, em que são expostos os métodos tradicionais de obtenção desses valores.

Não somente, a dinâmica que surge da utilização dessas técnicas, corrobora para o nosso objeto de estudo - o Algeplan -, em que mostramos toda a potencialidade mediadora e lúdica dessa ferramenta no processo de extração de raízes de equações polinomiais completas e incompletas.

Dito isso, esta SD está seccionada em seis encontros formativos, individualmente, estes abordam habilidades sequenciadas, utilizando atividades a serem desenvolvidas em sala de aula dando corpo a uma oficina cujo objetivo principal é o de promover o ensino dinâmico e um aprendizado eficaz a respeito de obtenção de raízes.

Desta forma, desejamos um bom trabalho aos colegas professores e que nossos alunos se divirtam, mas acima de tudo, aprendam sobre equação.



Vamos Conhecer o Algeplan: Uma Potencial Ferramenta Pedagógica

Passamos a apresentar o Algeplan, suas finalidades e possibilidades, de modo particular, no processo ensino e aprendizagem de equações, com foco em equações quadráticas. Além disso, será direcionado o uso do material para obtenção de raízes mediante o processo de fatoração, visando atender às exigências da BNCC (Brasil, 2018) que em seu corpo aborda a resolução de equações do 2º grau, com destaque na habilidade EF09MA09, qual seja:

Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas com base em suas relações com produto notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

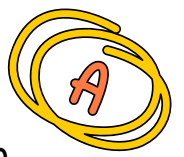
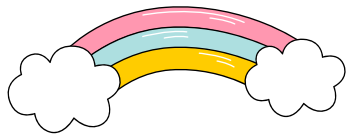
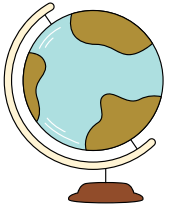
Esclarecemos que defendemos o Algeplan (Figura 1) enquanto um recurso mediador no processo ensino e aprendizagem de equações. Como explicitam Rosa e Silva (2023, p. 25), trata-se de um material manipulável

[...] que permite visualizar a soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. Além disso, ele ajuda na visualização de expressões e equações do primeiro e segundo grau, e fatorações. Fundamentalmente, ele utiliza "áreas" de retângulos para o estudo destas operações. Este material pode ser encontrado em lojas ou confeccionado manualmente através de materiais como EVA, entre outros. Tipicamente, o Algeplan é composto por 40 peças: quatro quadrados grandes de lados x , ($x > 1, x \in \mathbb{Z}$); quatro quadrados médios de lados y com ($x > y > 1$); quatro retângulos de lados x e y ; oito retângulos de lados x e 1 ; oito retângulos de lados y e 1 ; e, por fim, doze quadrados pequenos de lados 1 , a unidade. Cada peça recebe uma "representação", x^2 , y^2 , xy , x , y e 1 , que são suas áreas respectivas.

Figura 1 - Peças do Algeplan



Fonte: Almeida (2021)



A Figura 1 ilustra o material completo. Observemos que há na região interna de cada quadrilátero a informação referente a área que este possui. Assim, podemos concluir que as medidas referentes aos lados são as seguintes, como mostrado na Figura 2.

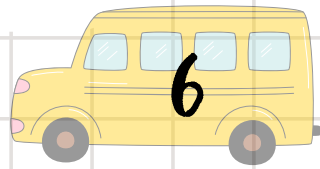
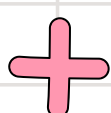
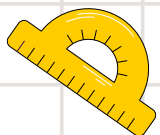
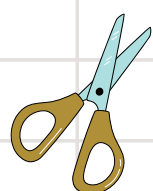
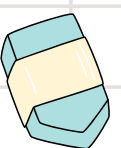
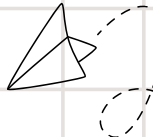
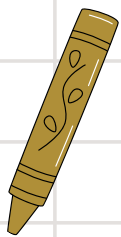
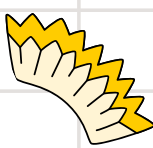
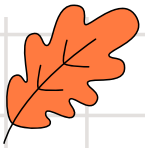
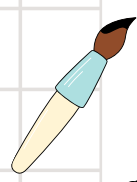
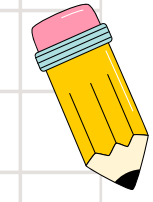
Figura 2 - Medidas dos lados e quantidade de peças do Algeplan

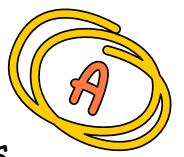
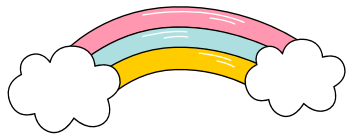
| FIGURA | LADOS | QUANTIDADE |
|---|----------------------------------|------------|
|  | Possui lados medindo x . | 4 |
|  | Possui lados medindo y . | 4 |
|  | Possui lados medindo x e y . | 4 |
|  | Possui lados medindo x e 1. | 8 |
|  | Possui lados medindo y e 1. | 8 |
|  | Possui lados medindo 1. | 12 |

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

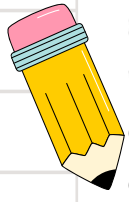
Conhecidas todas as peças, votamos a dizer, como tão bem lembrado por Rosa e Silva (2023, p. 25), que

O Algeplan é um material manipulativo que permite visualizar a soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. Além disso, ele ajuda na visualização de expressões e equações do primeiro e segundo grau, e fatorações. Fundamentalmente, ele utiliza "áreas" de retângulos para o estudo destas operações.





Sendo assim, com a mediação do Algeplan é possível resolvermos equações, sejam elas do 1º grau ou do 2º grau e, por extensão, representarmos polinômios com duas incógnitas de até grau 2.



Especificamente sobre a operacionalização e representação com o material em foco, merece destacar que é preciso atribuímos uma cor para as peças que representam valores negativos. Para isso, comumente utilizamos peças de cores branca ou preta. Caso sejam confeccionadas, recomendamos que os versos das peças pintados nas cores já mencionadas, como descrito na Figura 3.

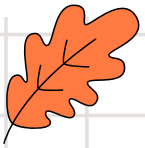
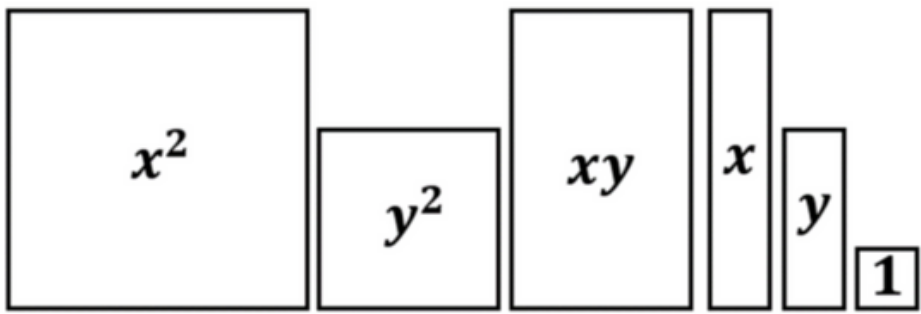
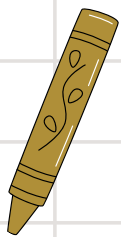
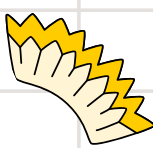


Figura 3 - Peças brancas de valor negativo



Fonte: Almeida (2021).



Outro aspecto importante é que o Algeplan tanto pode ser comprado em lojas como também construído em sala de aula pelos próprios discentes sob a orientação do professor de Matemática, podendo ser com EVA, cartolina, papel cartão e ou outro material, porém, com uma rigidez maior que as folhas de pouca gramatura.

Lembrando, então, que para resolvermos equações nem sempre se faz necessário utilizarmos todas as peças. Por exemplo, para equações do 2º grau, podemos utilizar apenas as três peças, como indicado na Figura 4: um quadrado grande (representando x^2), um retângulo (representando x) e um quadrado pequeno (representando 1), posto que é preciso representar apenas uma incógnita.

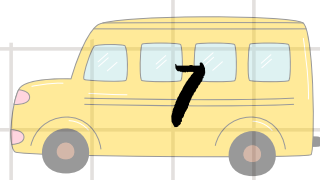
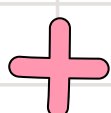
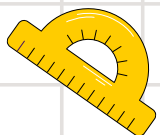
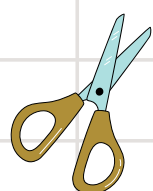
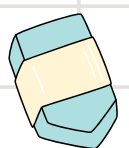
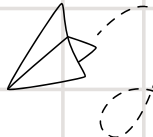
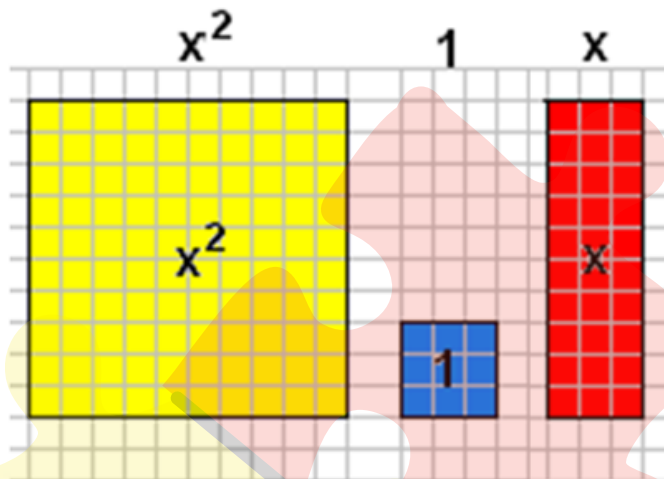


Figura 4 - Peças do Algeplan utilizadas em equações do 2º grau



Fonte: Azevedo (2011)

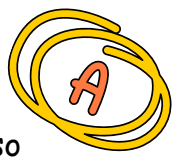
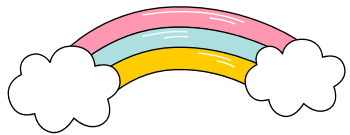
Já no caso de equações do 1º grau, conceito que é trabalhado com alunos de 7º ano do ensino fundamental, uma vez que é nessa etapa que se apresenta o conceito de incógnita e se trabalha a resolução de tais equações, basta utilizarmos o retângulo de lados x e 1 e o quadrado unitário.

O uso do Algeplan na representação de equações polinomiais

O Algeplan, não necessariamente, deve ser visto como um facilitador da compreensão de métodos resolutivos, pois para tal finalidade é preciso antes reconhecer e "escrever" equações, sendo então uma prerrogativa necessária e primária para se obter o entendimento demasiadamente amplo dos métodos resolutivos. Quanto a esse conceito, com o material em tela, o professor pode trazer uma nova forma de apresentar equações, ou seja, seria ir além de propor um ensino usando apenas o quadro e letras. Precisa, desse modo, partir da concreticidade ao abstrato das equações de primeiro e segundo graus, permitindo aos alunos fomentar conceitos não adquiridos no método tradicional.

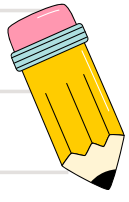
Sobre essa problemática, Bressan (2021, p. 24) argumentam que, seja o Algeplan ou quaisquer outros materiais concretos, manipuláveis,

A utilização destes materiais traz aproximação entre o aluno e o objeto que se quer conhecer, além de ser uma importante fonte estimuladora do raciocínio e da criatividade, que afasta a transcrição de conhecimentos apenas em



exercícios prontos e sua resolução exaustiva, tornando o processo mais prazeroso e divertido.

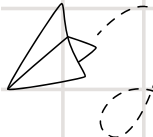
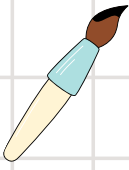
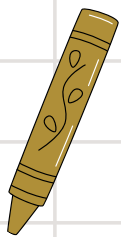
A esse respeito, um ponto que precisa ser destacado é que, no momento da escolha de um material concreto como ferramenta didática para o desenvolvimento de uma aula, se faz necessário conhecer e saber trabalhar com esse material, de modo que realmente contribua para a aprendizagem de determinado conceito matemático. Dessa forma, certamente, possibilitará ao professor a organizar o ensino e, assim, atingir os objetivos propostos (Lorenzato, 2006).



Decorre dessas reflexões teóricas ao considerarmos o Algeplan enquanto recurso didático para mediar o ensino de álgebra, com ênfase na representação e solução de equações, o quanto o papel do professor é importante nesse processo de organização do ensino.

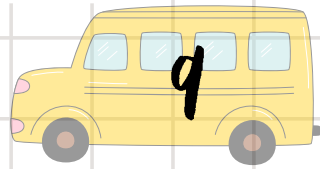
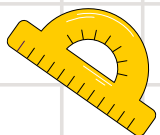
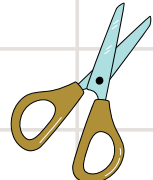
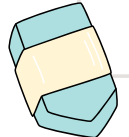
A partir da nossa experiência vivenciada com o ensino de Álgebra, reconhecemos a necessidade de um olhar mais cuidadoso para a representação e resolução de equações, isso devido a linearidade que o ensino de matemática possui, ou seja, não é possível resolvermos equações sem antes entendermos a sua representatividade, bem como sua associação e aplicação em situações cotidianas. É importante salientarmos que, segundo a BNCC (Brasil, 2018), isso pode acontecer por meio de percepções acerca de sequências ou até mesmo da observação de problemas envolvendo proporcionalidade.

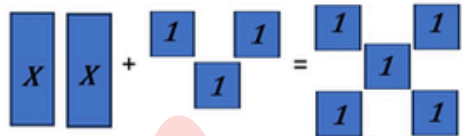

Isto posto, a introdução do material concreto Algeplan durante o processo de reconhecimento e escrita de equações, saindo de uma linguagem técnica e usual para algébrica passando pela linguagem geométrica, pode proporcionar a produção de significados e sentidos e, assim, o entendimento da representatividade e escrita, dando aporte para a modelagem algébrica de situações problemas. A título de exemplos, no Quadro 1 apresentamos formas de apresentação de equações.



Quadro 1 - Formas de apresentações de equações

| Nº | Linguagem usual | Linguagem geométrica | Linguagem algébrica |
|----|-----------------|----------------------|---------------------|
| | | | |



| | | | |
|----|---|--|--------------|
| I | O dobro de um número somado três é igual a cinco. |  | $2x + 3 = 5$ |
| II | O número de figurinhas de Pedro é igual ao triplo de figurinhas de José menos dois. |  | $x = 3y - 2$ |

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2025).

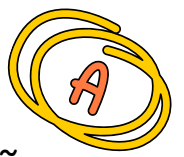
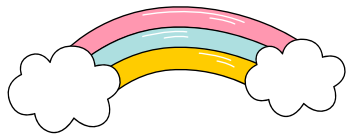
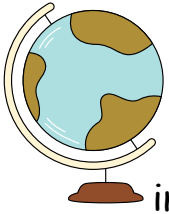
No Quadro em evidência, é possível visualizarmos no item ii que as peças pretas representam valores negativos e as demais cores os positivos. Assim, quanto mais colorida for a peça, maior a atenção visual dos alunos.

Assim, ao propormos o uso do Algeplan na representação de equações com até duas incógnitas de até grau 2, como preconizado pela BNCC (2018, p. 270) ao orientar a respeito do ensino de Álgebra nos anos iniciais, “[...], nessa fase, não se propõe o uso de letras”. Dessa forma, temos uma outra possibilidade para apresentarmos e representarmos equações nessa etapa de ensino - o Algeplan enquanto recurso didático.

Nessas condições, “o Algeplan demonstra possuir ricas potencialidades, como a interpretação geométrica dos termos algébricos, o apelo visual para as expressões algébricas e a ludicidade envolvida, promovendo estímulo e dinamismo na sala de aula” (Ferreira; Abreu, 2024, p. 19).

Na verdade, essa interpretação geométrica se constitui em uma das habilidades avaliadas na escala de proficiência do SAEB (2020). Tal escala é vista como sendo uma espécie de mensurador de aprendizagem, subdividida em 9 níveis de dificuldades, sendo as habilidades distribuídas entre eles. Assim, no nível 9, o de maior grau e dificuldade, tem-se a habilidade: “Reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas” (SAEB, 2020, p. 28).

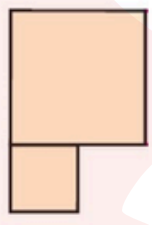
Nesse sentido, o Algeplan mesmo não contemplando coeficientes racionais, possibilita a interpretação visual geométrica de algumas expressões e não somente equações, implicando em um processo de



internalização de conhecimentos significativos, ou seja, com produção de significados e sentidos. Para ilustrar essa situação, vejamos o problema descrito na Figura 5.

Figura 5 - Questão 3 relacionada a interpretação geométrica

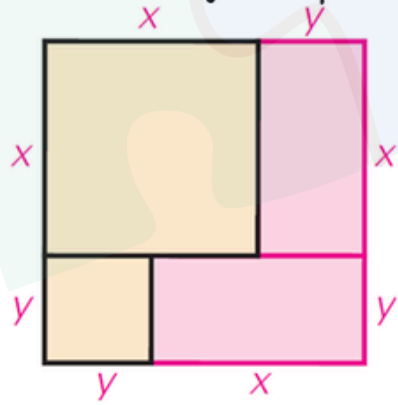
3. Para explicar geometricamente por que $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ com base nesta figura composta por 2 quadrados, é preciso juntar a ela dois retângulos. Copie e complete a figura no caderno. Em seguida, explique sua resposta.



Fonte: IEZZE; DOLCE; MACHADO (2022).

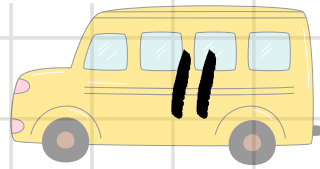
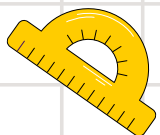
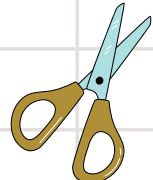
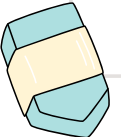
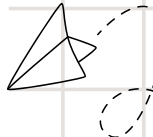
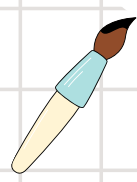
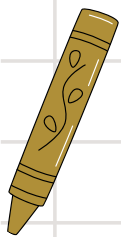
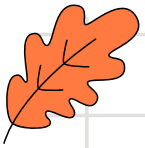
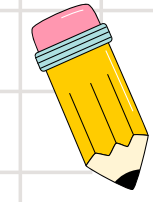
Ao observarmos a Figura 5, podemos atribuir aos dois quadrados as formas mostradas no Algeplan. Dessa forma, propomos que o quadrado maior possua lado x e o menor, lado y , obtendo, assim, duas peças do Algeplan. Portanto, para chegarmos à montagem do quadrado de lado $x + y$, recorreremos ao retângulo de lados x e y , obtendo então a Figura 6.

Figura 6 - Resolução da questão 3



Fonte: IEZZE; DOLCE; MACHADO (2022).

Importa destacarmos que a representação utiliza parte das peças e que atende ao que se pretende desenvolver no aluno; o mesmo acontece quando necessita-se representar equações do 2º grau, tanto completas como incompletas, como o que se propõe na atividade I da oficina aplicada, que traz algumas questões que tratam essa habilidade, sendo uma delas a da Figura 7.



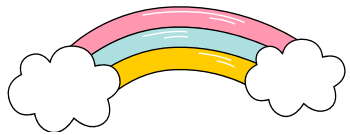


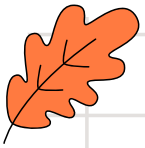
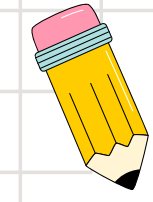
Figura 7 - Atividade I: Questão 7

Questão 07 – As figuras abaixo foram montadas utilizando as peças do Algeplan, determine as equações que cada conjunto de peça representa.

a)



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

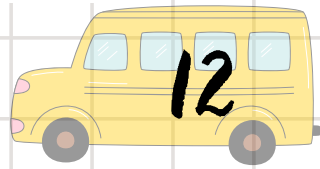
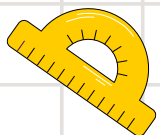
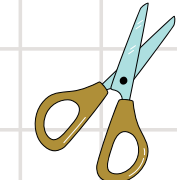


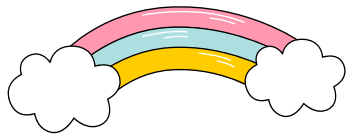
É interessante notarmos que as peças estão "soltas" sem alinhamento entre estas, mas isso não impede que ao visualizá-las o aluno possa chegar a equação $2x^2 + 3x + 4$, e isso não somente pelos termos apresentados na região interna da figura, mas principalmente pelas formas trazidas. Assim, esperamos que os alunos desenvolvam a visualização mental das equações à medida que utilizam as peças, até o momento de não precisarem mais recorrer ao Algeplan e que, portanto, possam fazer a visualização de forma autônoma, mentalmente.

Como visto, ao utilizarmos as peças do material manipulativo, dá-se ao aluno a oportunidade de com suas mãos e um pouco de raciocínio, desenvolver formas e resolver questões complexas como a ilustrada na Figura 6, e não somente, é possível enfatizar e melhorar demonstrações que os livros trazem, e os professores fazem no quadro de forma tradicional como, por exemplo, as que tratam de produtos notáveis, que veremos na próxima seção.

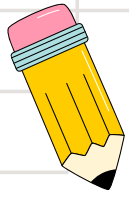
O Algeplan no ensino de produtos notáveis

A BNCC, assim como os PCN, aborda o ensino de matemática de forma sistemática e gradual. Existe uma relação entre a disposição dos conteúdos ao longo das etapas, ou seja, "[...] recomenda-se que se faça também uma leitura (vertical) de cada unidade temática, do 6º





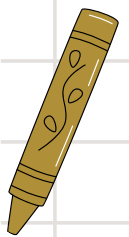
ao 9º ano, com a finalidade de identificar como foi estabelecida a progressão das habilidades [...]” (Brasil, 2018, p. 298). Nesse sentido, da mesma forma como foi abordada a subseção anterior, faz-se necessário propormos antes do ensino de equações do 2º grau, um estudo acerca de produtos notáveis.



Os próprios livros didáticos em seu escopo, tomam a precaução de não comprometer a ordem colocada pelas normativas. Desse modo, o estudo de produtos notáveis é importante, tendo em vista que o processo de fatoração corrobora para o entendimento e resolução de problemas envolvendo equações quadráticas. Nesse sentido, esperamos que o professor ao realizar esse trabalho com o Algeplan, torne o aprendizado desses conceitos matemáticos mais significativos e visualmente mais dinâmico.



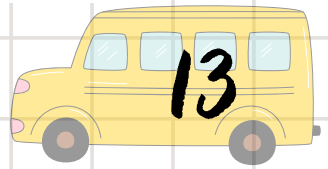
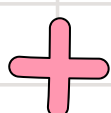
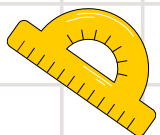
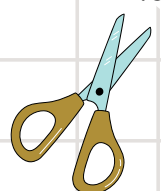
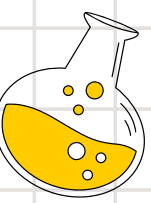
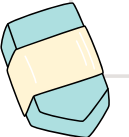
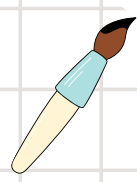
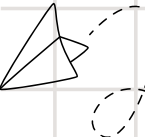
A respeito das formas diferenciadas de abordar conceitos matemáticos, é papel do professor “[...] construir metodologias inovadoras, contrárias ao processo da repetição e da memorização, que vão ao encontro do aluno para auxiliá-lo nas suas organizações mentais e procurar superar esses obstáculos (Sápiras; Strottmann; Schein, 2013, p. 2).

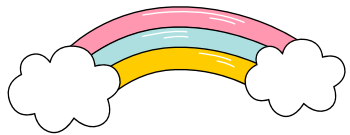


Partindo das demonstrações, comumente feitas no quadro pelo professor em os alunos apenas observam de forma estática, configurando em um ensino tradicional, em uma aula expositiva, já com a mediação do Algeplan os alunos tomam um lugar central no processo de apropriação de conhecimentos, e mesmo sem compreender os passos algébricos aplicados, estes podem realizar a obtenção de resultados utilizando o material.

Antes de propormos o uso das peças para obter os resultados das demonstrações dos produtos notáveis pelos alunos, enfatizamos que é preciso instruí-los com respeito às seguintes regras:

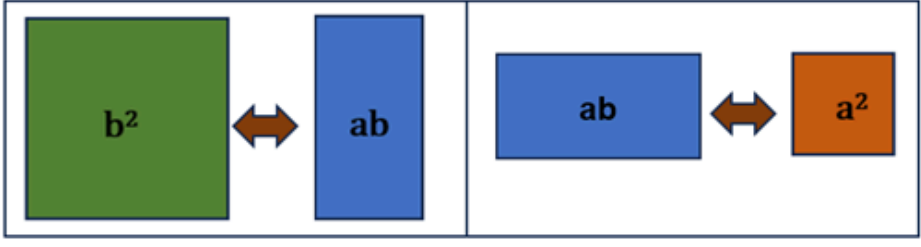
- i) na apresentação, as peças pretas representam seus valores negativos e as coloridas positivos;
- ii) a montagem deve acontecer em dois lados adjacentes ao quadrado maior, sendo que peças da mesma forma e cor devem ficar juntas;
- iii) as combinações de peças se dão de forma pareada, ou seja, o quadrado maior com o retângulo que contém a mesma medida de um dos lados desse quadrado, e o retângulo





associado ao quadrado de lado menor devido a mesma justificativa, como podemos observar na Figura 8.

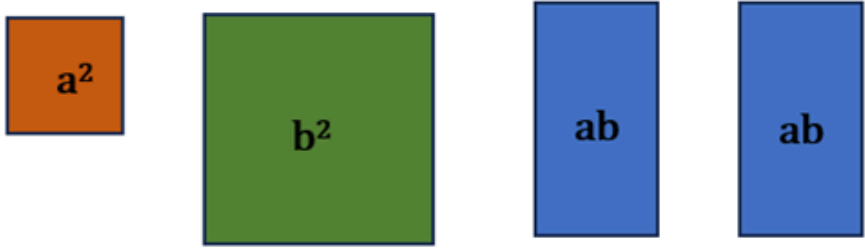
Figura 8 - Associação das peças para montagem com o Algeplan



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Assim, fixado o entendimento dos valores e formas de montagem, o passo seguinte é entregar as peças abaixo aos alunos, como representado na Figura 9.

Figura 9 - Peças do Algeplan de demonstração da soma de dois quadrados



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Repassadas as orientações necessárias para que os alunos montem um quadrado utilizando todas as peças acima, não é difícil chegarmos à forma abaixo (Figura 10). Todavia é importante ressaltarmos o papel do professor nesse momento, não deixando os alunos "soltos", uma vez que isso poderá implicar além da desatenção em uma forma inadequada de construção.

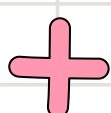
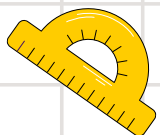
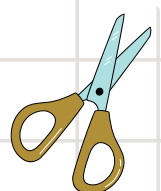
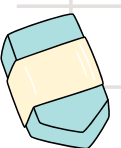
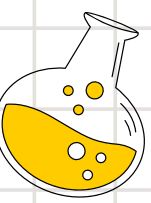
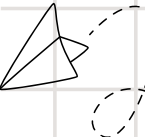
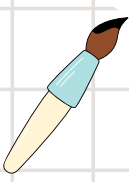
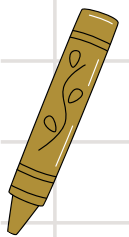
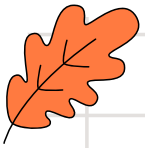
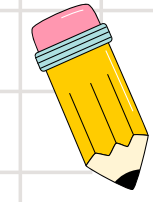
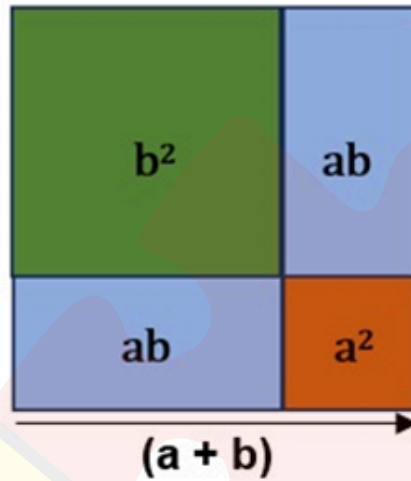


Figura 10 - Representação geométrica de $(a + b)^2$

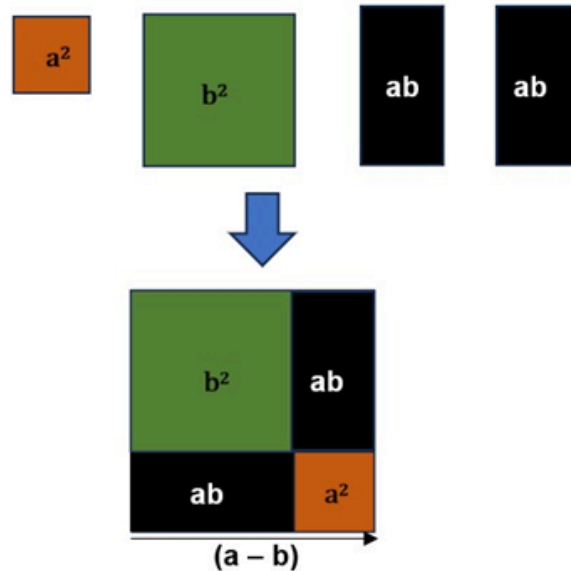


Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

Assim, instigando os alunos a fazerem uma investigação com respeito a forma e à área que ocupa a Figura 9, é possível e previsível que estes consigam concluir que a figura construída é $(a + b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$. O segundo membro da igualdade ocorre devido as peças dadas no início da atividade.

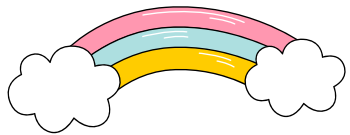
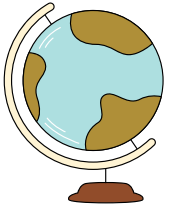
De forma análoga, dispendo das peças abaixo, obtemos a demonstração geometria como mostra a Figura 11.

Figura 11 - Demonstração geométrica de $(a - b)^2 = a^2 - 2.a.b + b^2$

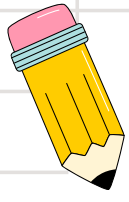


Fonte: Elaborada do próprio autor (2025).

Concluimos que $(a - b)^2 = a^2 - 2.a.b + b^2$. Esclarecemos que as demonstrações acima devem ser relativamente simples para professores, e utilizando o Algeplan devem trazer



pouca complexidade para alunos, uma vez que requer a apropriação dos conceitos geométricos básicos: identificação de quadriláteros e sua área ocupada. A estes conceitos, acrescenta-se visualização posicional de peças que se interligam de forma pareada.



Todavia, a demonstração do produto da soma pela diferença de dois termos que trataremos abaixo, requer um pouco mais de percepção para se obter.

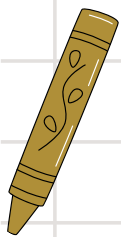
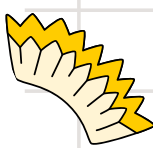


Pretendemos chegar a $b^2 - a^2 = (b - a).(b + a)$, para $b > a$, geometricamente, como visto na Figura 12.

Figura 12 - Representação geométrica de $b^2 - a^2$



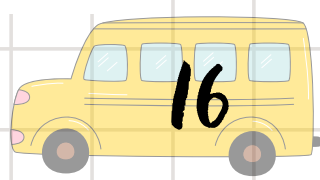
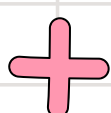
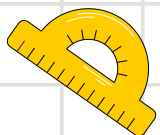
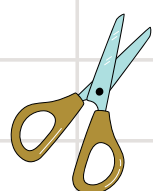
Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).



No entanto, para obtermos a Figura 12 de forma manipulável, ou seja, com as peças do Algeplan, devemos seguir as seguintes etapas:

- i) Do quadrado maior de lado b , se sobrepõe o retângulo preto (negativo) de lados medindo b e a , faceando um dos lados do quadrado b ;
- ii) A um lado adjacente escolhido em i de b , acrescenta-se sem sobreposição o retângulo de lados b e a ;
- iii) Por fim, ao retângulo sobrepõe-se o quadrado preto (negativo) faceando justamente a área excedente ao retângulo que se quer construir.

Compreendidas as etapas acima, entendemos que é possível chegarmos à demonstração geométrica de $b^2 - a^2 = (b - a).(b + a)$, como representada na Figura 13.



16

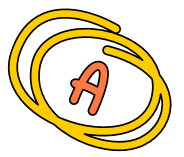
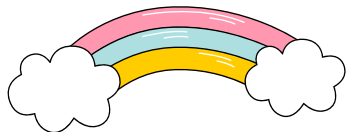
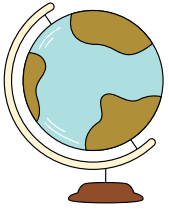
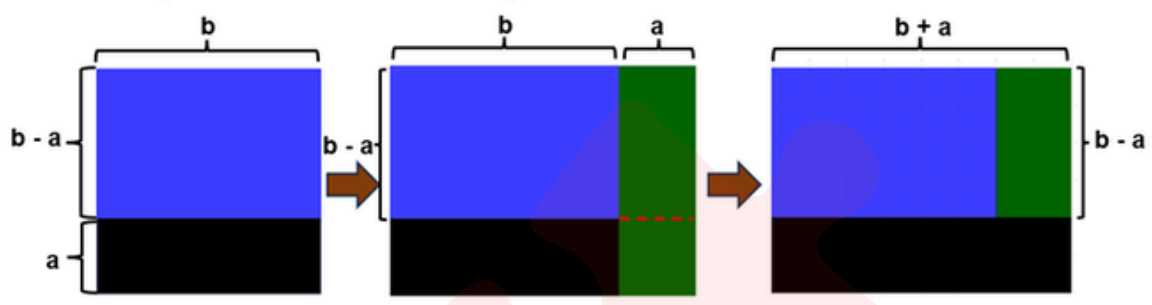
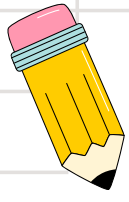


Figura 13 - Demonstração geométrica de $b^2 - a^2 = (b - a).(b + a)$



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).



Para essa última demonstração, é interessante a utilização de papel cartão colorido, haja visto que é necessário realizar algumas sobreposições e com EVA 5 mm ou 3 mm, poderia ocorrer o desalinhamento das peças além de dificuldade em mantê-las sobrepostas.

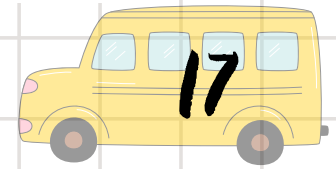
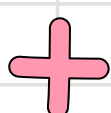
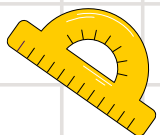
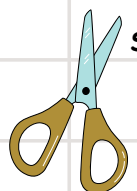
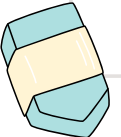
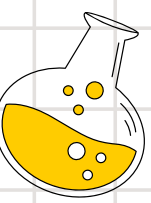
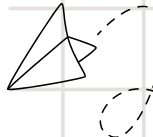
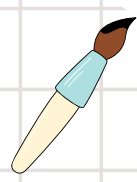
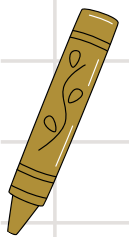


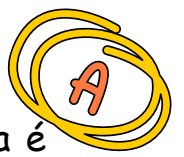
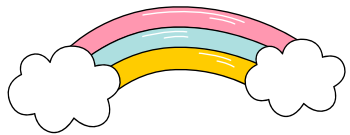
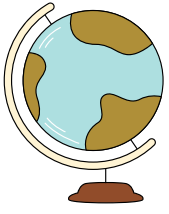
Mesmo utilizando o Algeplan, não é uma demonstração fácil de se visualizar, devido as organizações e sobreposições necessárias, entretanto, sem o recurso, apenas de maneira algébrica e utilizando o quadro, esse trabalho cognitivo de construção mental da forma geométrica pelos alunos, certamente, é muito mais complexo.

O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau

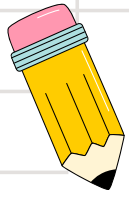
O ensino de Álgebra como um todo é desafiador, de acordo com Martins (2014), mais especificamente das equações, reflete muitos desafios de compreensão na vivência dos alunos com esse conceito matemático. Sendo assim, cabe ao professor o papel de criar as condições, buscando, para isso, novos recursos e estratégias metodológicas com potencialidades para que os alunos desenvolvam suas habilidades na obtenção de raízes.

Um dos motivos dos baixos índices de acertos das habilidades relacionadas à obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau em avaliações externas, de modo particular, certamente, podem estar ligado à forma como são apresentadas aos alunos, como já discutido ao longo desta produção, de forma puramente tradicional, em que os professores se limitam ao uso de letras e números no quadro. Estes professores esquecem ou não sabem que, na verdade, o desenvolvimento do ensino de Álgebra atual teve como aporte, para a sua consolidação, a Geometria.

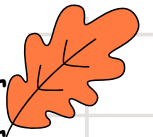




Nesse sentido, os PCN (Brasil, 1998) destacam que a Geometria é um instrumento positivo para o ensino da Álgebra, pois é uma área que costuma despertar o interesse do aluno. Sendo assim, a associação entre essas áreas da Matemática é favorável para o êxito na aprendizagem plena dos alunos.



No ensino de equações não é diferente, a possibilidade de trabalhar com material que possa mediar, estabelecer conexões entre termos algébricos e formas, pode potencializar o ensino das duas áreas aqui mencionadas, facilitando, logicamente, a compreensão das expressões algébricas (Ferreira; Abreu, 2024).



Com essa tomada de consciência, consideramos pertinente utilizar o Algeplan para atender a esses desafios. Assim, é chegado o momento de explicarmos o processo de obtenção de raízes de uma equação do 2º grau sob a mediação do recurso aqui considerado. Encontramos, então, um caminho diferente daquele que há anos vem sendo proposto nos livros didáticos - as conhecidas fórmula de Bhaskara, Soma e Produto - e até mesmo método de completar quadrados. Portanto, serão abordadas outras possibilidades, formas de se encontrar raízes utilizando as peças do Algeplan.

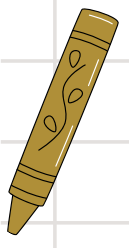
Para isso, inicialmente, para chegarmos ao resultado, é preciso adotarmos algumas regras, a saber:

- Montar um retângulo utilizando as peças da equação e, em caso de necessidades, podem adicionar peças sem que mude o valor da equação;



Exemplo: $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + x - x - 1 = 0$.

- A montagem deve acontecer em dois lados adjacentes aos quadrados maiores. Mas, quando existirem peças de mesma forma e valores diferentes, nesse caso, peças de mesmo valor devem ficar juntas no mesmo lado (Figura 14);



Para isso, inicialmente, para chegarmos ao resultado, é preciso adotarmos algumas regras, a saber:



Exemplo: $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + x - x - 1 = 0$.

- A montagem deve acontecer em dois lados adjacentes aos quadrados maiores. Mas, quando existirem peças de mesma forma e valores diferentes, nesse caso, peças de mesmo valor devem ficar juntas no mesmo lado (Figura 14);

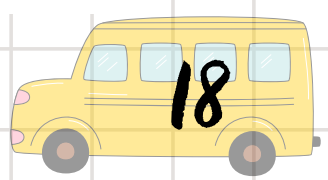
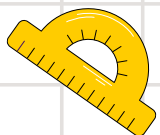
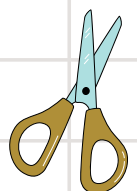
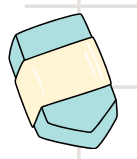
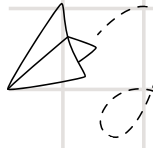


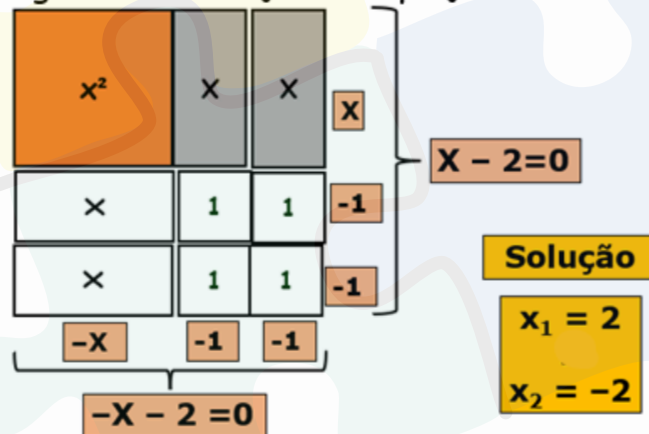
Figura 14 - Montagem da equação $x^2 - 4 = 0$

| | | |
|-------|-----|-----|
| x^2 | x | x |
| x | 1 | 1 |
| x | 1 | 1 |

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

- Determinar as raízes resolvendo as equações do 1º grau geradas pelos dois lados adjacentes da Figura montada, igualando a zero, como podemos observar na Figura 15.

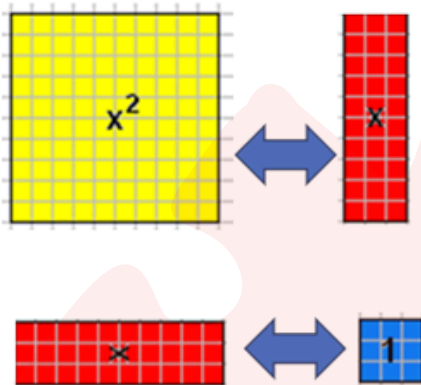
Figura 15 - Solução da equação $x^2 - 4 = 0$



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

- É oportuno enfatizarmos que, durante a montagem, o aluno deve ter a atenção de juntar os lados com mesma medida. De fato, não é possível alinharmos o quadrado de lado x ao quadrado de lado 1. Assim, propomos a seguinte forma de combinação (Figura 16):

Figura 16 - Forma de agrupamento das peças



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

É importante notarmos que se tratam de orientações que norteiam a montagem da figura que se pretende obter e que, na verdade, não possuem grau de complexidade elevado, podendo estas serem assimiladas por estudantes de 9º ano do ensino fundamental.

A princípio pode até parecer uma forma inédita de determinarmos raízes, todavia, o que se tem de verdade é a fatoração da equação do 2º grau utilizando as peças do Algeplan. A esse respeito, Ferreira e Abreu (2024, p. 13) explicitam que,

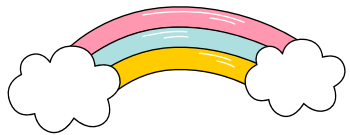
[...] a partir das relações existentes entre a expressão algébrica e as representações geométricas, é possível resolver a questão encontrando suas raízes de forma bem mais significativa do que uma resolução com o uso mecanizado de uma fórmula pronta.

No caso do Algeplan, a relação obtida é a forma fatorada. Desse modo, a equação $x^2 - 4 = 0$, de forma fatorada, equivale a $(x - 2)(x + 2) = 0$. Daí, basta resolvermos as equações $x - 2 = 0$ e $x + 2 = 0$.

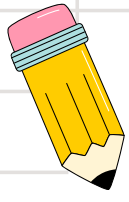
Para uma organização que proporcione um entendimento efetivo, exploraremos três casos, sendo os dois primeiros com equações incompletas e, o terceiro, com equação completa, sendo que este último será bem mais explorado.

I) Equação do tipo $ax^2 + c = 0$, com $b = 0$

Antes de iniciarmos a forma de resolver, é importante ressaltarmos que no caso desse tipo de equação, é preciso que o aluno compreenda que devido a proposta de trabalhar com



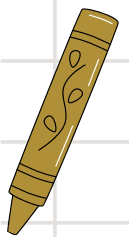
números racionais, não é possível determinarmos raízes na situação da equação $ax^2 + c = 0$, sendo $-c/a < 0$. É um clássico problema que se encontra ao propor a utilização de materiais concretos em problemas abstratos. Nesse sentido, cabe ao professor orientar sobre esse tipo de equação.



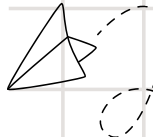
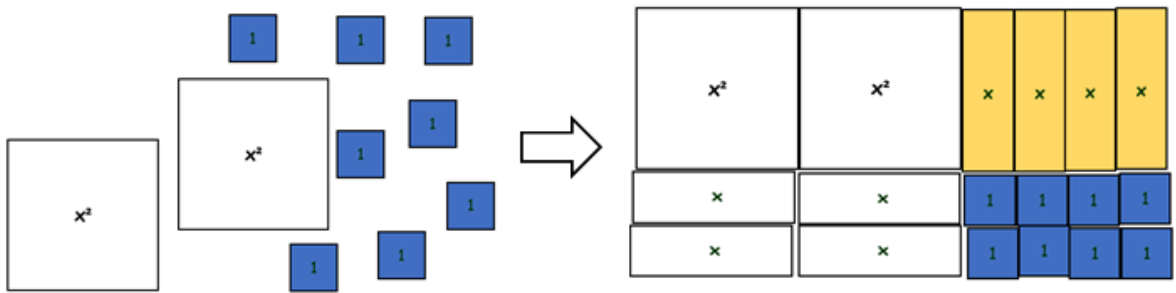
Lembramos que, ainda mesmo tomando a forma algébrica, basta propormos o seguinte problema: "Qual número inteiro que multiplicado por ele mesmo resulta em -4 ?" Esse tipo de argumentação leva os alunos às possibilidades: $(+2) \cdot (+2) = (+2)^2 = 4$ e $(-2) \cdot (-2) = (-2)^2 = 4$. Assim, completando o raciocínio tem-se que $x \cdot x = x^2$ que, implica, necessariamente em um número positivo.



Posta a orientação inicial, cabe agora mostrarmos a forma de obter as raízes. Analisando os termos que compõem esse tipo de equação, a priori, subentendemos que não é possível montarmos o retângulo com as formas que representam os termos, mas em consequência de inserirmos formas geométricas semelhantes de valores opostos, é possível realizarmos a montagem. A título de exemplificação, eis a situação-problema:

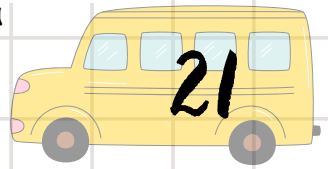
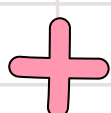
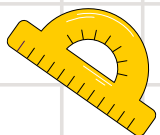
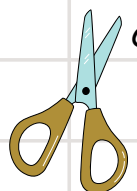
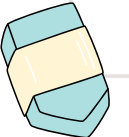
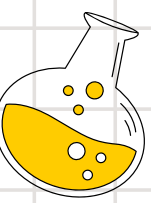


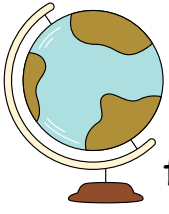
- Determinar as raízes da equação $-2x^2 + 8 = 0$.



Assim, analisando as equações geradas pelos dois lados adjacentes do retângulo, temos: $-2x + 4 = 0$ e $x + 2 = 0$ e, portanto, as raízes: 2 e -2 .

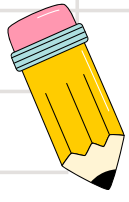
Apesar da visualização geométrica, por se tratar de uma equação incompleta simples, ou seja, aquela em que o aluno tendo o entendimento da aritmética, é possível chegar à solução. Todavia, aqueles casos em que não é possível se obter raízes inteiras, entendemos que o Algeplan não é recomendado. Desta forma, pode transparecer que o material é insuficiente e que não permite ao aluno contribuições avançadas. No entanto, a montagem geométrica



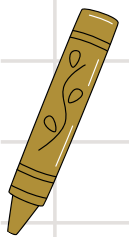
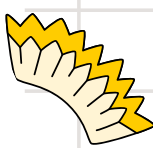


fornecida fortalece a percepção e compreensão do aluno, no que diz respeito à visualização mental em casos em que não é possível se trabalhar com o Algeplan.

II) Equação do tipo $ax^2 + bx = 0$, com $c = 0$



O estudo de equações, analisando os termos, é imprescindível, pois no 1º caso explicitado, pelo método de soma e produto, tem-se que a soma existe sendo diferente de zero. Porém, o produto das raízes é zero. Analogamente, tem-se que uma das raízes é zero, caso existam, lembrando que esta pesquisa se ancora no conjunto dos números reais. Esta informação ficará mais perceptível aos alunos quando estes utilizarem o material manipulativo, pois ao analisarem os lados do retângulo montado, perceberão que em um dos lados teremos x como medida, de fato. Aqui poderão perceber que sempre haverá o zero como uma das soluções da equação e que, como todo número multiplicado por zero é igual à zero, não haverá o coeficiente b da equação $ax + b = 0$ (Salgado, Rincon; Oliveira, 2018).



É interessante lembramos que um dos caminhos algébricos para a determinação das raízes é o da fatoração, pois pelo termo comum pressupõe-se que esse seja o caminho mais viável. A título de exemplificação, temos: Sendo a equação $ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x.(ax + b) = 0$, analogamente, $x = 0$ ou $x = -b/a$, desprende-se desta última, a solução de uma equação do 1º grau.



Trazendo o exemplo trabalhado por Salgado, Rincon e Oliveira (2018), como destacado na Figura 17, que se pretende determinar as raízes da equação $x^2 + 2x = 0$, notamos que uma solução trivial é zero, e a outra, é o resultado da equação $x + 2 = 0$. Logo, $x = -2$. Observemos que os autores tomam a cor branca para representar valores positivos, no entanto, ao se trabalhar com Algeplan, os outros autores adotam as peças de cor branca para evidenciar valores negativos.

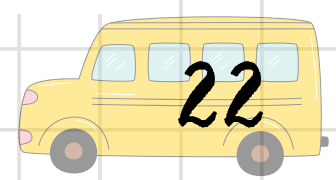
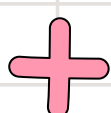
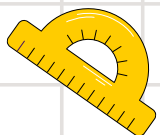
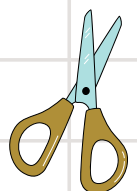
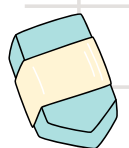
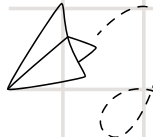
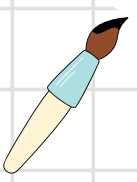
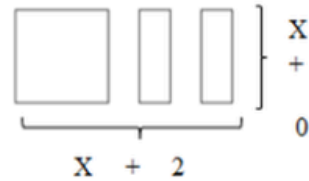


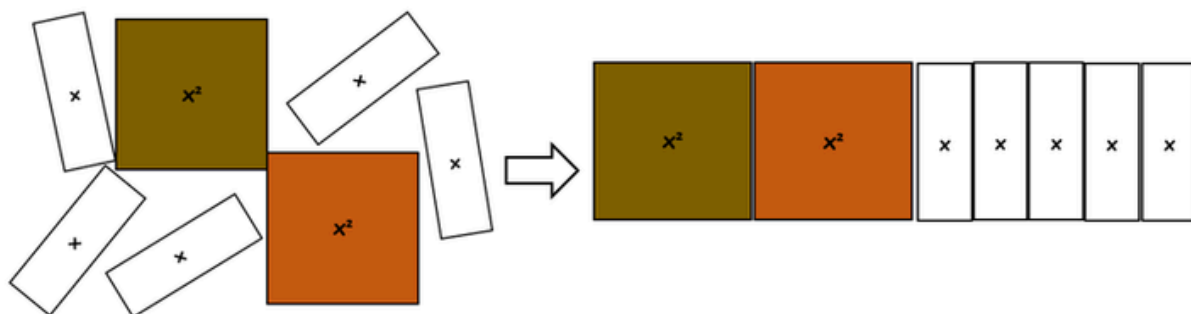
Figura 17 - Fatoração e representação com o Algeplan da equação $x^2 + 2x = 0$

$$x^2 + 2x = 0$$
$$(x + 0) \cdot (x + 2) = 0$$



Fonte: Salgado, Rincon e Oliveira (2018).

Outra proposta de análise, é a da determinação das raízes da equação $2x^2 - 5x = 0$. Com o Algeplan, temos:

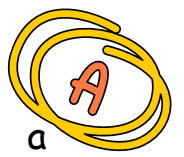
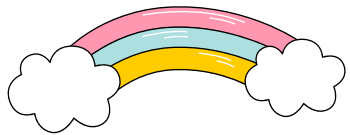


Observemos que a solução, nesse caso, não se dará por números inteiros, pois a equação referente a um dos lados adjacentes será $2x - 5 = 0$. Assim, $x = 5/2$.

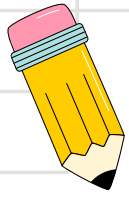
Ao usarmos o Algeplan para solucionar esses tipos de equações, ampliamos a possibilidade de obtermos soluções pertencentes ao conjunto dos números racionais, pois de um dos lados adjacentes analisados se extrairá uma equação do 1º grau. Assim, "[...] o manuseio do material Algeplan tem o objetivo de manipular expressões algébricas de acordo com suas operações para encontrarmos resultados" (Pinho, 2020, p. 33). Do pensamento da autora, fica evidenciado que o material manipulativo apresenta possibilidades de mediar a resolução de equações quadráticas.

III) Equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$

O ensino e aprendizagem de equação do 2º grau é cada vez mais complexo, uma vez que professores e alunos se veem centrados em meio a situações que contribuem negativamente para o desenvolvimento dos alunos, em consequência, por exemplo, da falta de

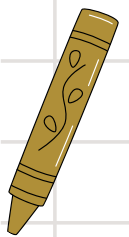


acompanhamento familiar e do livro didático que não atende a realidade. Sobre esse último aspecto, Brum (2013, p. 13) enfatiza que, “[...] carregados de imagens superficiais e ausências de contextualização, o livro didático parece mais um telefone com mensagem eletrônica que informa: Se precisar de apoio, olhe o fim do livro ou fique atento aos macetes”.



A respeito do ensino de equações completas, tomando como base a nossa experiência docente, os livros didáticos abordam métodos tradicionais como: soma e produto, fórmula de Bhaskara e método de completar quadrados. Na verdade, parece que não há outras formas ou que estas não merecem ser exploradas, o que não é verdade, pois alguns métodos como, por exemplo, teorema das raízes racionais e o Algeplan enquanto recurso didático, podem possibilitar uma aprendizagem significativa.

Nesse sentido, utilizar o material manipulativo - o Algeplan -, mesmo sabendo que este possui limitações, pode mediar a construção de conhecimentos matemáticos, de modo particular, ao se considerar o nosso objeto de estudo, a resolução de equações quadráticas. Relembramos que, como destacam Rosa e Silva (2023, p. 25),



O Algeplan é um material manipulativo que permite visualizar a soma, subtração, multiplicação e divisão de polinômios de grau no máximo dois. Além disso, ele ajuda na visualização de expressões e equações do primeiro e segundo grau, e fatorações.

De fato, para o ensino de equações, a possibilidade de realizarmos a fatoração é extremamente satisfatória para a resolução equações do 2º grau, especialmente as completas por gerarem um grau de complexidade maior. Sendo assim, explorando esse tipo de equação com o material, podemos resolver a equação $2x^2 + 5x + 3 = 0$ (Figura 18), proposta por Rosa e Silva (2023, p. 25).

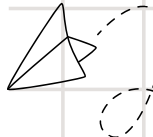
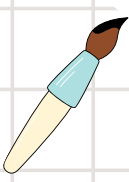
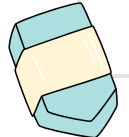
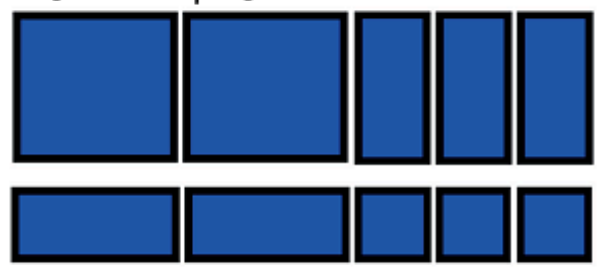
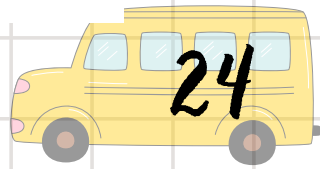
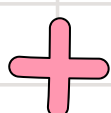
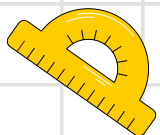
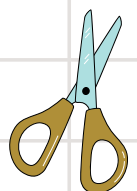
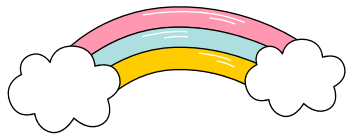
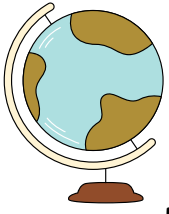


Figura 18 - Solução da equação $2x^2 + 5x + 3 = 0$ com o Algeplan

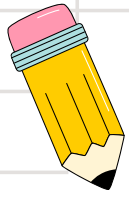


Fonte: Rosa e Silva (2023).





A proposta de resolver a equação remete as formas anteriores. Basta analisarmos as medidas de lados consecutivos do retângulo, visualizando as equações do 1º grau que se formam. Assim, temos: $x + 1 = 0$ e $2x + 3 = 0$. Deste modo, $x = -1$ ou $x = -3/2$.



É importante percebermos que para resolver a equação em análise, dados os problemas encontrados por alunos de operacionalizar com números negativos ou com números fracionários, problemas que muitas vezes se perpetuam até o ensino médio, a única possibilidade é utilizar a formula de "Bhaskara" que, por sua vez, gera grandes dificuldades a alunos com poucas habilidades como as mencionadas, se a estes não lhes forem apresentadas outras estratégias metodológicas, como por exemplo, o Algeplan.



Ainda com respeito à solução de equações, o material pode não somente determinar raízes racionais, pois o aluno entendendo que em alguns casos é possível manipularmos os termos da equação, certamente, também poderá potencializar a visualização do método de Al-Khwarizmi. Assim, tomando o exemplo, como descrito na Figura 19, abordado por Costa et al. (2012), podemos fatorar a equação $x^2 + 4x + 2 = 0$ manipulando as peças do Algeplan. Para isso, acrescentamos dois quadradinhos, formando, então, um quadrado de lado medindo $x + 2$.

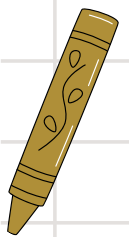
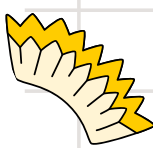
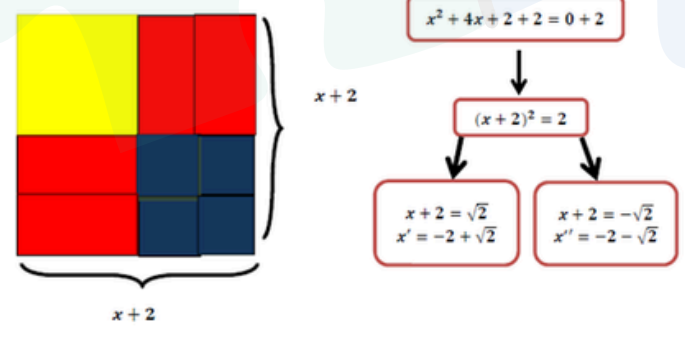
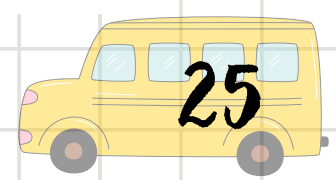
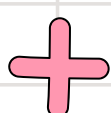
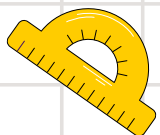
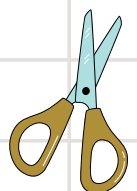
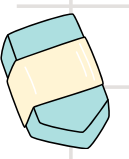
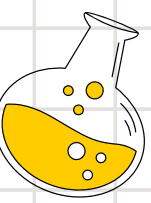
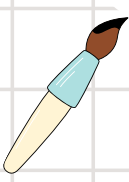
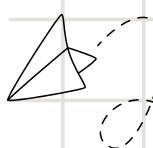


Figura 19 - Representação e solução da equação $x^2 + 4x + 2 = 0$



Fonte: Costa et al. (2012).

Em síntese, nessas condições, ao propormos a utilização do material associado ao método abordado nos livros, este torna a visualização geométrica mais interessante e significativa uma vez que, geralmente, aos alunos são apresentadas imagens estáticas nos livros didáticos, isso quando existem. Ademais, ao se trabalhar com o Algeplan abre-se a possibilidade de se criar várias outras figuras.



25

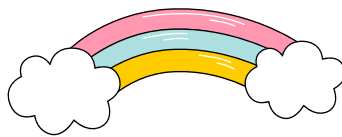
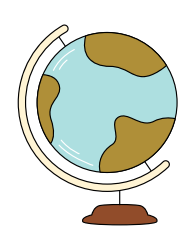
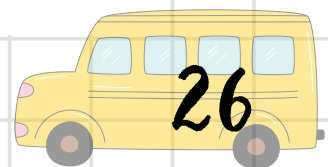
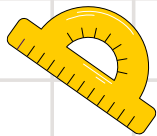
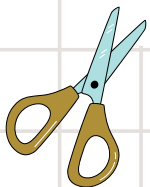
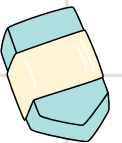
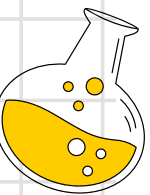
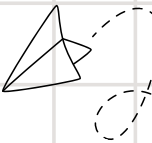
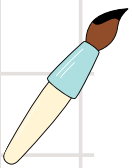
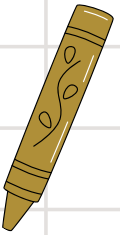
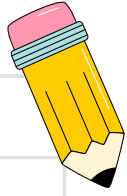
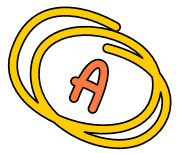
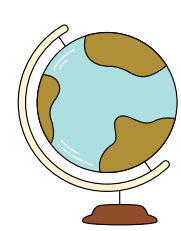


TABELA DE ENCONTROS & FORMATIVOS

| Encontro | Nº de aulas | objetivo |
|----------|-------------|---|
| primeiro | 4 | Conhecer a história evolutiva das equações quadráticas e os métodos resolutivos. |
| segundo | 4 | Conhecer e produzir o material manipulativo Algeplan com papel cartão. |
| terceiro | 1 | Conhecer as regras de montagem e representar equações quadráticas com o Algeplan. |
| quarto | 2 | Representar e resolver equações incompletas com o material didático. |
| quinto | 2 | Representar e resolver equações completas com o material didático. |
| sexto | 2 | Resolver equações completas com o material potencializando o método de completar quadrados. |
| sétimo | 2 | Identificar a aprendizagem mediante aplicação de atividade avaliativa e em caso de lacunas de aprendizagem planejar novo percurso didático. |



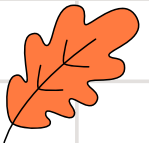


Primeiro Encontro Formativo

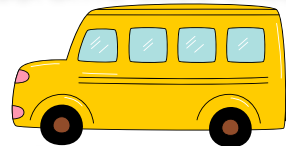


Objetivo

Caracterizar as equações do 2º grau trazendo o percurso histórico desde os Egípcios, passando por Mesopotâmios, Gregos, Árabes, Indianos e Europeus, chegando à atualidade, apontando contribuições de grandes nomes que corroboraram para construção da forma atual, além disso, caracterizar a lei de formação com ênfase na identificação de coeficientes, salientando a relação entre estes e os métodos resolutivos, os quais serão explicitados durante esse encontro.

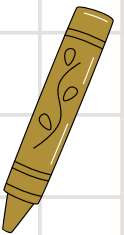
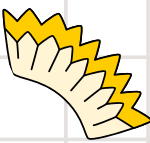


Desenvolvimento e Sugestões



A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "Síntese histórica das equações polinomiais do 2º grau", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito do percurso histórico das equações.

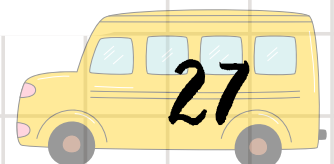
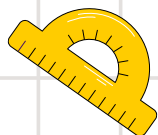
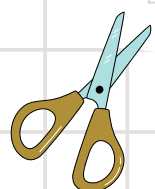
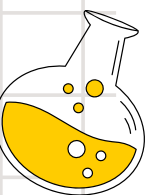
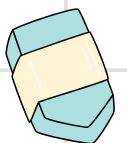
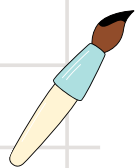
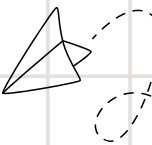
Ainda nessa subseção, encontrará os métodos de obtenção de raízes convencionais: Fórmula resolutive, soma e produto, método de completar quadrados. E como contribuição, tem-se o método por tentativa utilizando o teorema das raízes racionais não explicitado em livros didáticos.



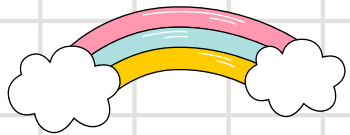
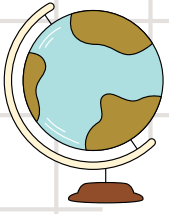
Recursos



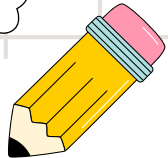
| Descrição | Link |
|-----------|---|
| Slide | https://acesse.one/OyQOh |
| Atividade | https://drive.google.com/file/d/1ZGzNHAWXNKIveSxbUQsz |



27

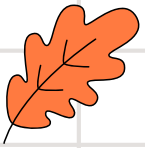
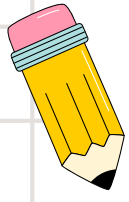


Atividade



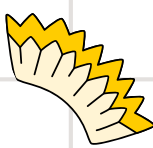
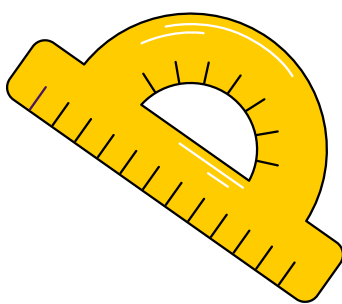
Questão 01 - Na equação 2º grau $x^2 - 4x$, os coeficientes são:

- A) $a = 2; b = 4 e c = 0$
- B) $a = 1; b = -4 e c = 0$
- C) $a = 1; b = 0 e c = -4$
- D) $a = 2; b = -4 e c = 0$



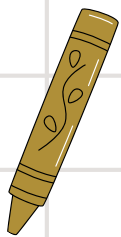
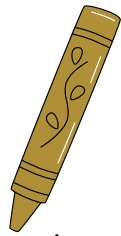
Questão 02 - Dadas as equações quadráticas, determine seus coeficientes.

- a) $5x^2 - 3x + 1 = 0$
 $a = \underline{\hspace{2cm}}; b = \underline{\hspace{2cm}}; c = \underline{\hspace{2cm}};$
- b) $x^2 - 4x = 0$
 $a = \underline{\hspace{2cm}}; b = \underline{\hspace{2cm}}; c = \underline{\hspace{2cm}};$
- c) $x + 1 = 0$
 $a = \underline{\hspace{2cm}}; b = \underline{\hspace{2cm}}; c = \underline{\hspace{2cm}};$
- d) $x^2 = 0$
 $a = \underline{\hspace{2cm}}; b = \underline{\hspace{2cm}}; c = \underline{\hspace{2cm}};$



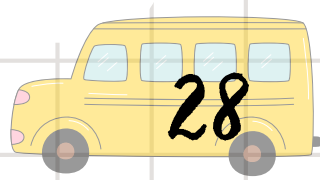
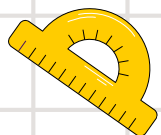
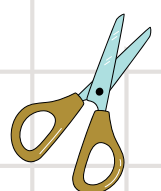
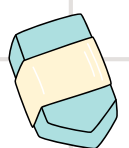
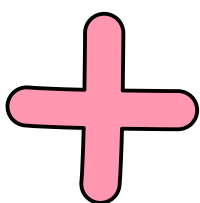
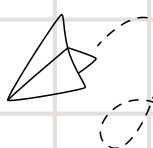
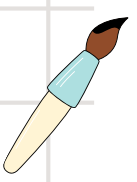
Questão 03 - Dada a equação quadrática definida por $5x^2 - 3x + 1 = P$, se $x = 2$ então P vale

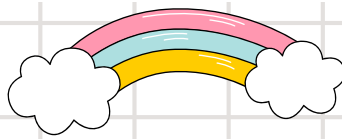
- A) 15
- B) 3
- C) 2
- D) 18



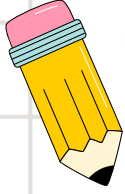
Questão 04 - Sendo S a soma e P o produto das raízes das equações, determine os valores de S e P em cada item.

- a) $x^2 - 3x + 1 = 0$
 $s = \underline{\hspace{2cm}} \quad p = \underline{\hspace{2cm}}$
- b) $-x^2 - 6x + 8 = 0$
 $s = \underline{\hspace{2cm}} \quad p = \underline{\hspace{2cm}}$
- c) $3x^2 - 12x + 5 = 0$
 $s = \underline{\hspace{2cm}} \quad p = \underline{\hspace{2cm}}$
- d) $2x^2 + 14x - 8 = 0$
 $s = \underline{\hspace{2cm}} \quad p = \underline{\hspace{2cm}}$

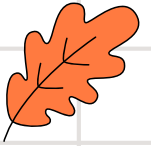
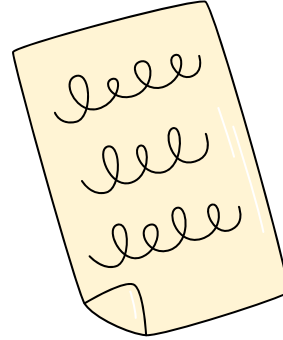




Questão 05 - Utilizando o método da soma e produto, determine o valor das raízes (x_1 e x_2).



a) $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $S = \underline{\hspace{2cm}}$ $P = \underline{\hspace{2cm}}$
 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$



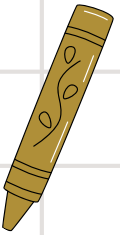
b) $4x^2 + 8x - 12 = 0$.
 $S = \underline{\hspace{2cm}}$ $P = \underline{\hspace{2cm}}$
 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$



c) $x^2 - x - 30 = 0$
 $S = \underline{\hspace{2cm}}$ $P = \underline{\hspace{2cm}}$
 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$



d) $x^2 + 5x + 6 = 0$
 $S = \underline{\hspace{2cm}}$ $P = \underline{\hspace{2cm}}$
 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$



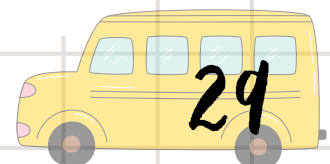
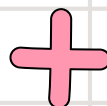
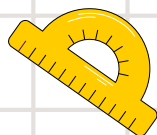
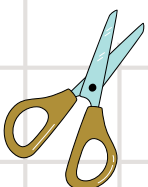
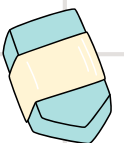
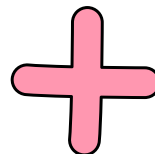
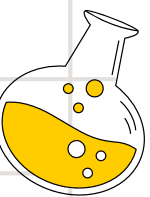
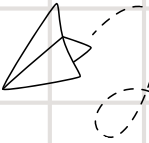
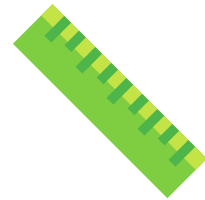
Questão 06 - Se 1 e 5 são as raízes da equação $x^2 + px + q = 0$, então qual o valor de $p + q$?

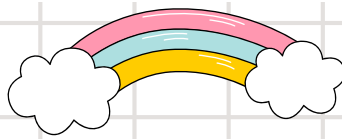


Questão 07 - Sendo S a soma e P o produto das raízes da equação, $3x^2 - 7x + 4 = 0$, calcule o valor de:

a) $S + P$

b) $S \div P$

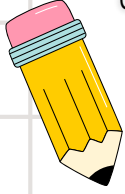
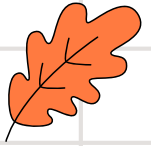




Questão 08 - Utilizando o método de completar quadrados, resolva as seguintes equações.

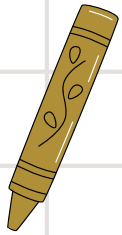
a) $x^2 + 6x - 7 = 0$

b) $x^2 + 14x = 15$

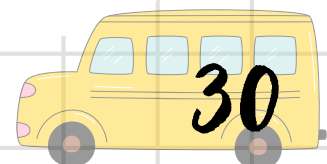
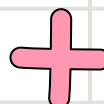
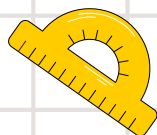
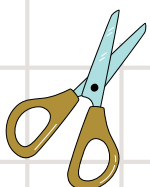
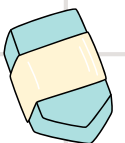
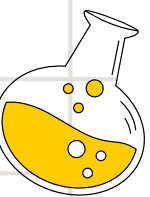
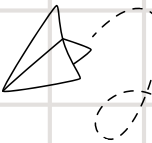
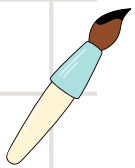


c) $x^2 - 10x + 16 = 0$

d) $x^2 - 6x + 7 = 0$



Questão 09 - Utilizando a fórmula resolvente, resolva as equações do item 8.



Segundo Encontro Formativo

Objetivo

Construir o material manipulativo Algeplan, identificando as formas e valores referentes as suas áreas.

Desenvolvimento e Sugestões

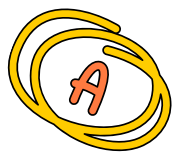
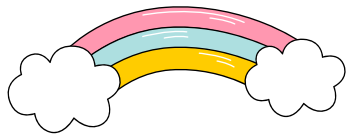
A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "Apresentando o Algeplan", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito das formas e valores das peças do Algeplan.

Trata-se de um momento rico onde os estudantes recortam e pintam as peças do Algeplan, nesse contexto, o professor atua como um observador ativo, dando sugestões e em alguns casos dicas de como pintar e recortar, para essa atividade são necessários coleções diversas, tesoura sem ponta e muito entusiasmo, sem falar de criatividade.

Os estudantes, de posse do modelo do Algeplan impresso em papel cartão, devem recortar e pintar apenas um dos lados, assim o lado colorido será o termo positivo da equação e o lado branco o negativo.

Recursos

| Descrição | Link |
|--------------------|---|
| Slide | https://drive.google.com/file/d/1o9YtLD69seKe_ZkBm8TInI/ |
| modelo do Algeplan | https://encurtador.com.br/qHMHI |

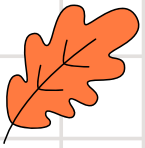


Terceiro Encontro Formativo

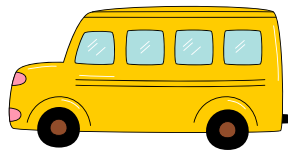


Objetivo

Representar equações polinomiais do 2º grau usando o material manipulativo Algeplan, além de conhecer noções de montagem de retângulos utilizando o Algeplan;

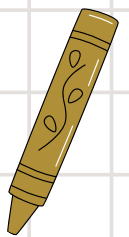
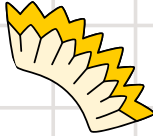


Desenvolvimento e Sugestões



A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "O uso do Algeplan na representação de equações polinomiais", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito das formas e valores das peças do Algeplan e sua associação com termos de uma equação polinomial do 2º grau.

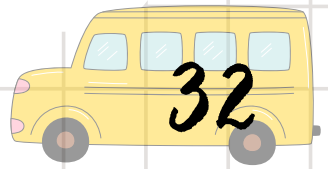
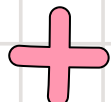
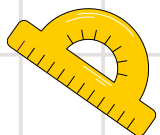
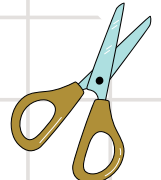
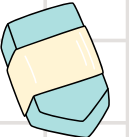
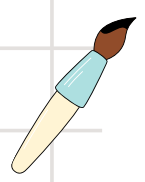
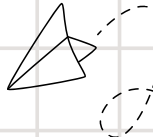
É importante que o professor se atente as dúvidas nesse momento, pois a montagem e resolução passa necessariamente pela representação, atenção aos termos negativos, uma vez que os alunos costumam "engolir" o sinal, além disso, nas equações onde $b = 0$, tem-se que inserir peças de valores opostos, pois não há ligação entre os quadrados.

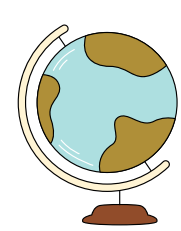


Recursos



| Descrição | Link |
|-----------------------------|---|
| Slide | https://docs.google.com/presentation/d/1i15Mcfk1h97XGwo |
| modelo do Algeplan geogebra | https://drive.google.com/file/d/1gY6fWX9814IjQcn7cXvGL |



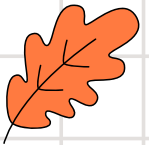


Quarto Encontro Formativo

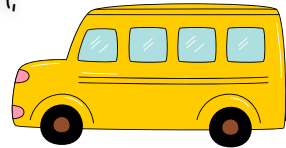


Objetivo

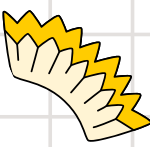
Representar e resolver equações polinomiais do 2º grau incompletas usando o material manipulativo Algeplan;



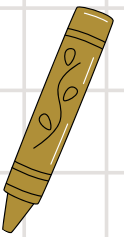
Desenvolvimento e Sugestões



A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito de como representar e resolver equações incompletas.



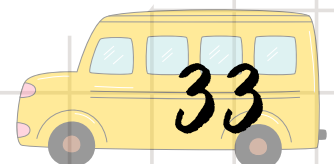
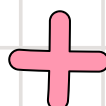
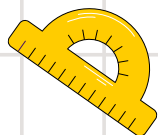
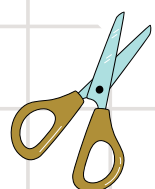
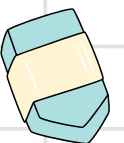
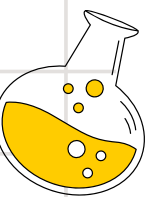
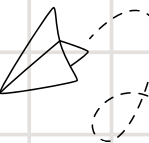
Caro professor, nesse momento é importante explicitar que as raízes serão extraídas da analogia dos lados do retângulo, enfatize os valores dos lados e se possível faça um recorte tomando adição de números inteiros, pois no caso $-x - 4 = 0$ por exemplo, os alunos costumam ter dificuldade, outro caso por exemplo é $-3x + 5 = 0$, nesse o problema é chegar a solução da equação do 1º grau, assim, uma possibilidade é apresentar a fórmula $x = -b/a$.



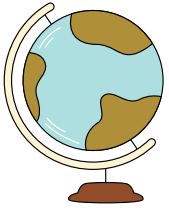
Recursos



| Descrição | Link |
|-----------|---|
| Slide | https://docs.google.com/presentation/d/15ABElvckEnMmfdv |
| Atividade | https://drive.google.com/file/d/1ag5KLLbRI4Jh5cZkQJ0C |



33



Atividade

Questão 01 - Dadas as equações quadráticas, determine seus coeficientes e classifique como completa ou incompleta.

a) $x^2 - 3x + = 0$

a = _____; b = _____; c = _____; [] Completa [] Incompleta

b) $-x = 0$

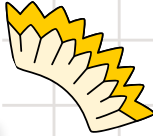
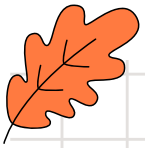
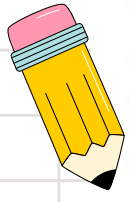
a = _____; b = _____; c = _____; [] Completa [] Incompleta

c) $x^2 + 1 = 0$

a = _____; b = _____; c = _____; [] Completa [] Incompleta

d) $x^2 = 0$

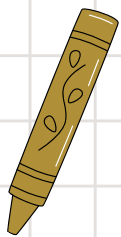
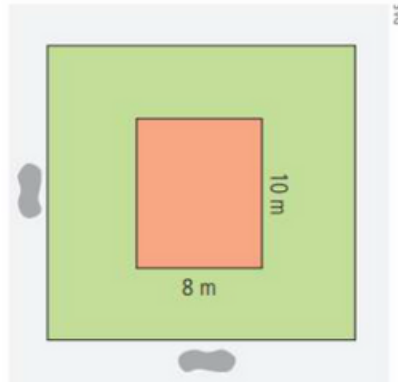
a = _____; b = _____; c = _____; [] Completa [] Incompleta



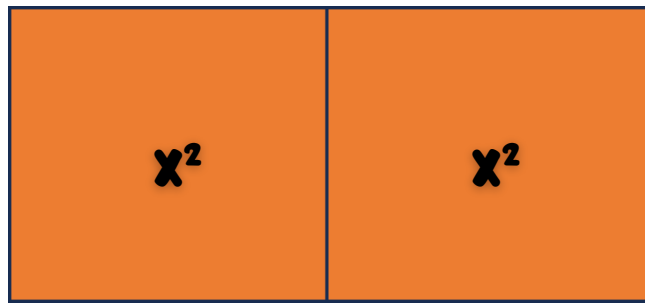
Questão 02 - Num terreno quadrado foi construída uma casa que ocupa a área de um retângulo de medidas 8 m por 10 m. Na planta, a medida do lado do terreno está ilegível, mas sabe-se que a área livre (área do terreno menos área da casa) é de 320 m².

Quanto mede em metros o lado do terreno?

- A) 18
- B) 20
- C) 40
- D) 80

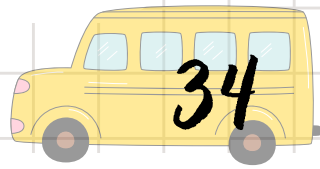
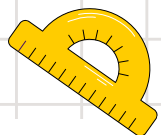
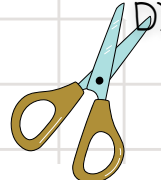
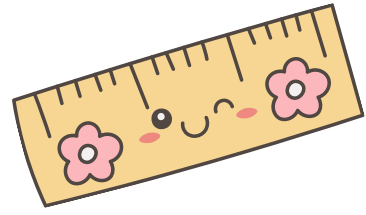
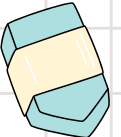
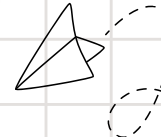


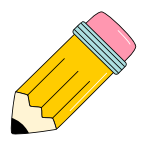
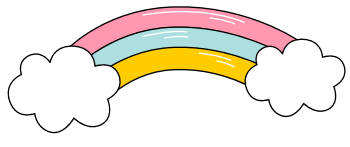
Questão 03 - A soma das áreas dos quadrados abaixo é 98 cm². Observe:



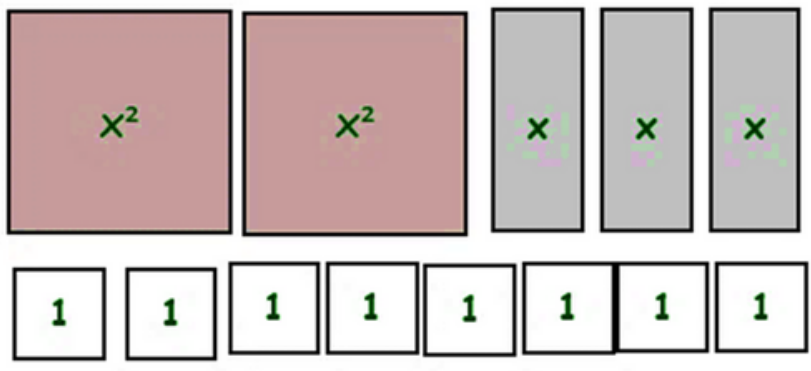
As figuras por serem quadrados possuem lados iguais, nesse caso, qual o valor de x?

- A) 7
- B) 8
- C) 9
- D) 10





Questão 04 - O retângulo abaixo montado com peças do Algeplan representa uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, observe:



Então $a + b + c$ vale

- A) -3
- B) 3
- C) 2
- D) 8

Questão 05 - Utilizando as peças do Algeplan abaixo, determine as equações e raízes.

Equação:

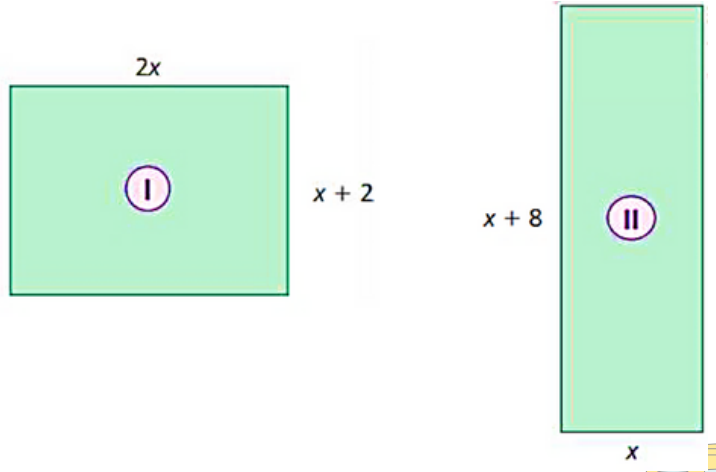
| | |
|---------------|---------------|
| $x_1 =$ _____ | $x_2 =$ _____ |
|---------------|---------------|

Equação:

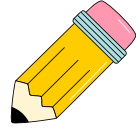
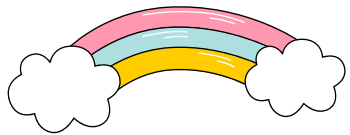
| | |
|---------------|---------------|
| $x_1 =$ _____ | $x_2 =$ _____ |
|---------------|---------------|

Questão 06 - Os retângulos ilustrados abaixo têm a mesma área. A medida x do lado do retângulo II é:

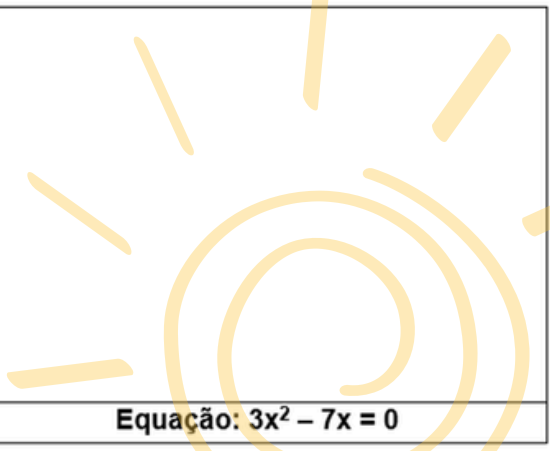
- A) 4 cm
- B) 6 cm
- C) 8 cm
- D) 12 cm



Dica: Usando as medidas dos lados monte dois retângulos usando as peças do Algeplan.



Questão 07 - Em cada equação dada determine a solução utilizando o Algeplan.



Equação: $3x^2 - 7x = 0$

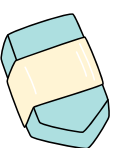
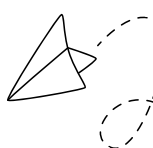
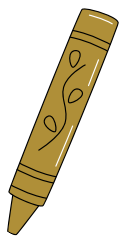
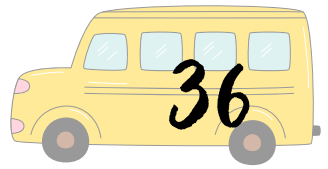
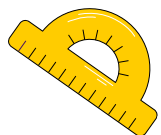
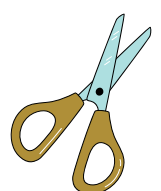
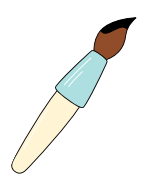
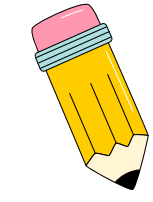
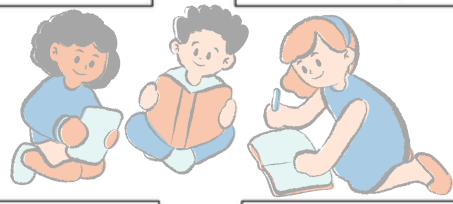
Equação: $-2x^2 + 9x = 0$

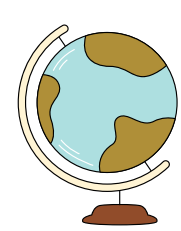
Equação: $x^2 - 16 = 0$

Equação: $-x^2 + 5x = 0$

Equação: $2x^2 - 8 = 0$

Equação: $-3x^2 + 12x = 0$



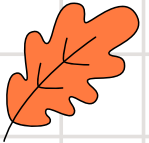


Quinto Encontro Formativo



Objetivo

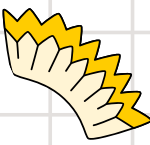
Representar e resolver equações polinomiais do 2º grau completas com o material didático Algeplan



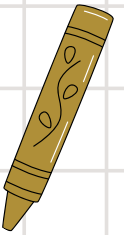
Desenvolvimento e Sugestões



A princípio é pertinente o docente fazer a leitura da subseção "O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito de como representar e resolver equações completas.



Professor, esteja próximo aos alunos orientando a respeito das regras de montagem, é mais comum do que se imagina, ter aluno que não teve atenção a instrução ou que não tenha participado do encontro anterior, além disso, é fundamental o acompanhar no desenvolvimento dos cálculos tanto por defasagem como pela necessidade de verificação das soluções.



Recursos



Descrição

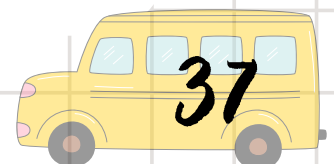
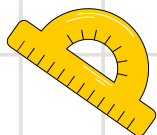
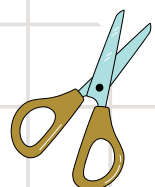
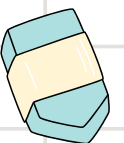
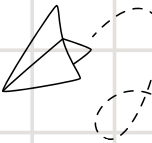
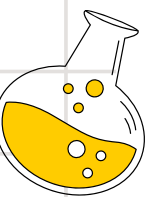
Link

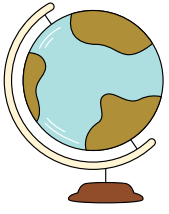
Slide

<https://encurtador.com.br/DBi77>

Atividade

https://drive.google.com/file/d/1K_tAPUawCu_5doWDB9Y

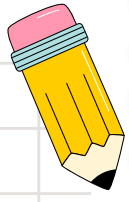
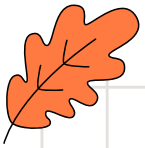




Atividade

Questão 01 - Determine as raízes das equações abaixo.

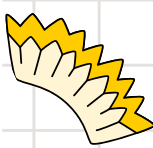
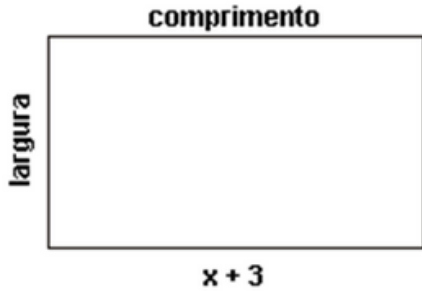
- A) $x^2 + 3x - 10 = 0$
- B) $2x^2 - 8x + 6 = 0$
- C) $x^2 + 4x - 1 = 0$
- D) $3x^2 + 6x - 2 = 0$



Questão 02 - A área de um tapete retangular cujo comprimento tem 3 m a mais que a largura é $10m^2$.

Sua largura mede, em metros,

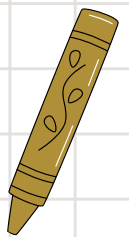
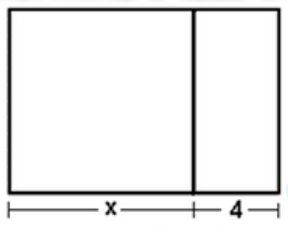
- A) 4
- B) 3
- C) 2
- D) 1



Questão 03 - Na figura, um quadrado de lado x tem um dos seus lados aumentado em 4 cm, formando um retângulo de área $16 cm^2$.

A equação que determina o lado x do quadrado é

- A) $x^2 + 4x = 16$.
- B) $(x + 4)^2 = 16$.
- C) $x^2 + 4 = 16$.
- D) $x^2 + 16 = 16$.



Questão 04 - Veja a equação abaixo.

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

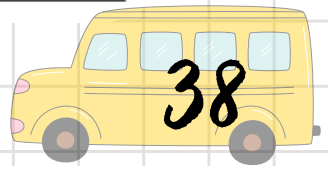
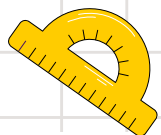
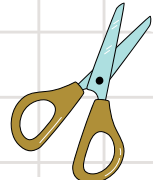
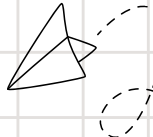
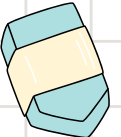
Quais são as raízes dessa equação?

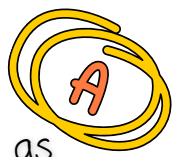
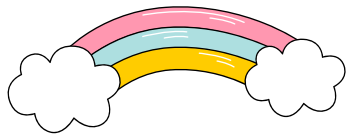
- A) - 6 e 8.
- B) - 2 e - 4.
- C) 1 e 5.
- D) 2 e 4.



Questão 05 - Determine as raízes das equações que o Algeplan representa abaixo.

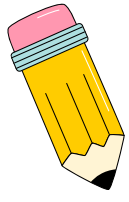
| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|---|-------|-------|-----|-----|-----|-----|---|---|
| x^2 | x^2 | x^2 | x | x | x | x | | x^2 | x^2 | x | x | x | x | | |
| x | x | x | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | x | x | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| x | x | x | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | x | x | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | | | | | | | | | | | | | | |





Questão 06 - Utilizando as peças do Algeplan abaixo, determine as equações e raízes.

| | |
|--|--|
| | |
| <p>Equação: _____</p> <p>$X_1 =$ _____ $X_2 =$ _____</p> | <p>Equação: _____</p> <p>$X_1 =$ _____ $X_2 =$ _____</p> |



Questão 07 - Em cada equação dada determine a solução utilizando o Algeplan e faça a representação geométrica.

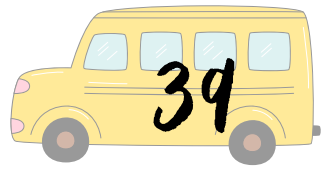
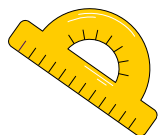
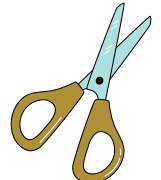
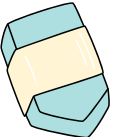
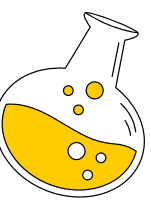
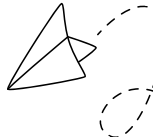
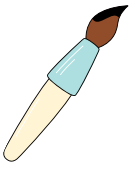
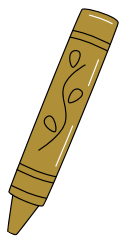


| | |
|-----------------------------|---------------|
| Equação: $x^2 + 4x + 1 = 0$ | |
| $X_1 =$ _____ | $X_2 =$ _____ |

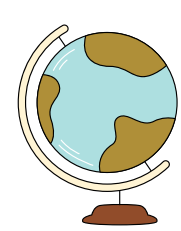
| | |
|-----------------------------|---------------|
| Equação: $x^2 - 2x - 8 = 0$ | |
| $X_1 =$ _____ | $X_2 =$ _____ |

| | |
|-----------------------------|---------------|
| Equação: $x^2 + 4x + 3 = 0$ | |
| $X_1 =$ _____ | $X_2 =$ _____ |

| | |
|------------------------------|---------------|
| Equação: $2x^2 - 7x + 6 = 0$ | |
| $X_1 =$ _____ | $X_2 =$ _____ |



39

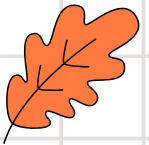


Sexto Encontro Formativo

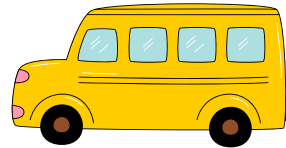


Objetivo

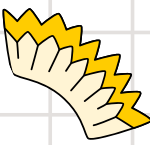
Resolver equações completas com o material potencializando o método de completar quadrados;



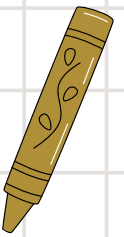
Desenvolvimento e Sugestões



A princípio é pertinente o docente fazer a leitura das subseções " O Algeplan no ensino de produtos notáveis " e "O Algeplan na obtenção de raízes de equações polinomiais do 2º grau", da dissertação O ALGEPLAN COMO RECURSO MEDIADOR NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU, produzida pelo autor, assim terá entendimento a respeito de como representar e resolver equações completas pelo método de completar quadrados, também é necessária uma revisão sobre produtos notáveis.



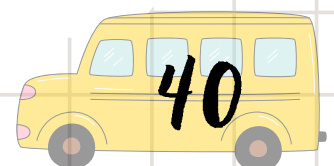
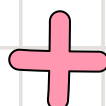
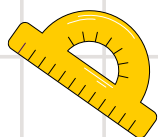
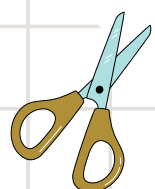
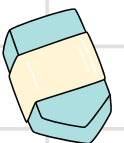
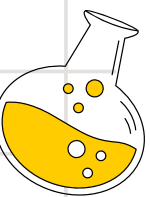
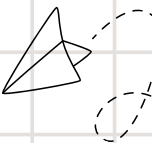
Nesse momento, por se tratar de um aprofundamento do ensino de equação é interessante trazer aos alunos primeiramente a ideia de produtos notáveis para posteriormente introduzir a solução de equações, para tanto, é preciso relembrar aos alunos a ideia de balança em equilíbrio, onde podemos operacionalizar nos membros da equação sem alterá-la.



Recursos



| Descrição | Link |
|-----------|---|
| Slide | https://docs.google.com/presentation/d/1ObUgZoNAxwJ4 |
| Atividade | https://drive.google.com/file/d/1eY5YvVJm2RxSopzyYOL4 |





Atividade

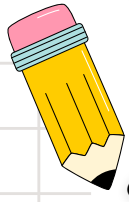


Questão 01 - Resolva as equações do 2º grau fatorando o trinômio quadrado perfeito.

a) $x^2 - 10x + 25 = 0$

b) $x^2 - 8x + 16 = 0$

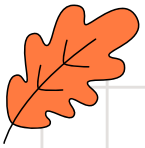
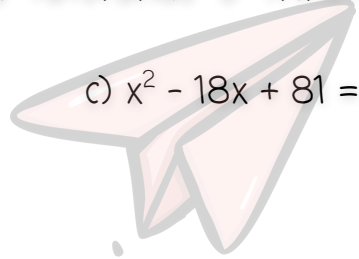
c) $x^2 - 18x + 81 = 0$



d) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

e) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

f) $4x^2 - 8x + 8 = 0$



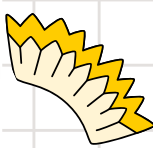
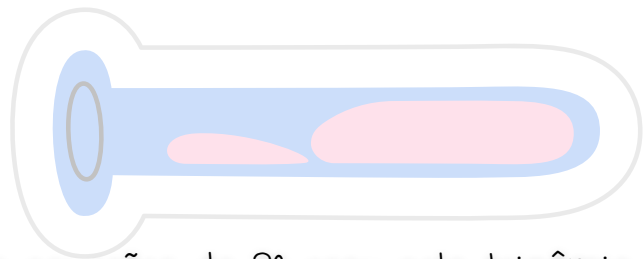
Questão 02 - Complete quadrados para resolver a equação: $x^2 + 6x + 5 = 0$. Quais são as raízes?

A) $-3 \pm \sqrt{4}$

B) $-3 \pm \sqrt{9}$

C) $-2 \pm \sqrt{3}$

D) $-3 \pm \sqrt{5}$



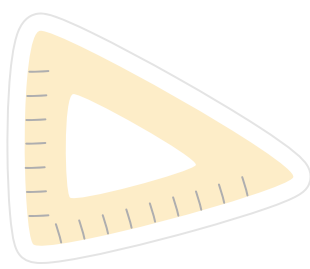
Questão 03 - Resolva as equações do 2º grau pelo trinômio quadrado perfeito.

a) $(2x + 3)^2 = 0$

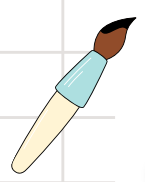
b) $(2x + 8)^2 = 0$



c) $(6x + 48)^2 = 0$



d) $(2x + 4)^2 = 100$



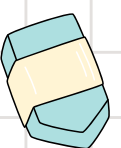
Questão 04 - Qual termo deve ser adicionado em ambos os lados da equação $x^2 + 10x = 7$ para completar o quadrado?

A) 10

B) 5

C) 25

D) 100



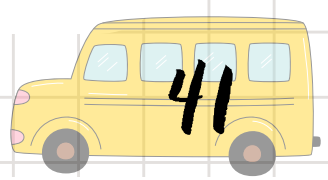
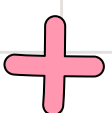
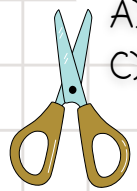
Questão 05 - Se ao completar o quadrado de uma equação obtemos: $(x + 1)^2 = 9$, quais são as raízes?

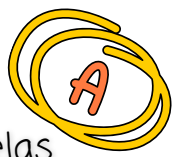
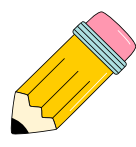
A) 2 e 3

B) -4 e 4

C) -1 e 3

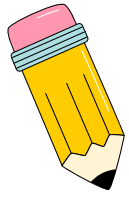
D) -4 e 2.





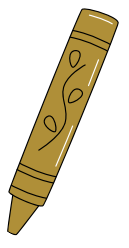
Questão 06 - Determine as raízes das equações representadas pelas peças abaixo.

| | |
|----------|----------|
| | |
| Equação: | Equação: |
| Solução: | Solução: |

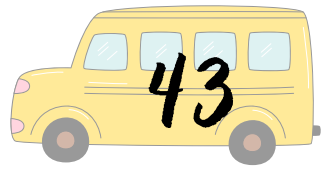
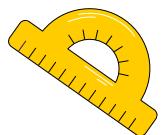
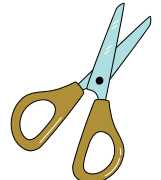
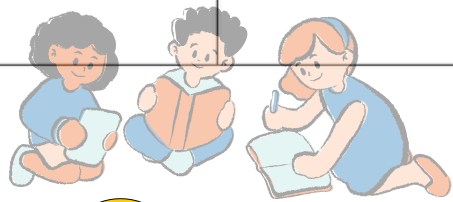
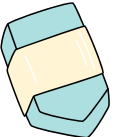
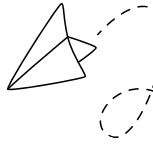
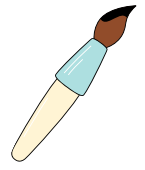


Questão 07 - Complete a tabela com as informações pedidas.

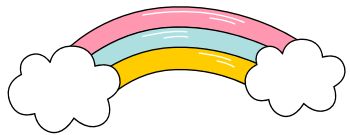
| | |
|----------|-----------------------------|
| | <p>Algeplan</p> |
| Equação: | Equação: $x^2 + 8x + 3 = 0$ |
| Solução: | Solução: |



| | |
|-----------------------------|----------|
| <p>Algeplan</p> | |
| Equação: $x^2 - 8x + 5 = 0$ | Equação: |
| Solução: | Solução: |



43

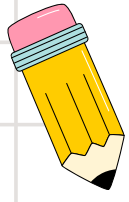
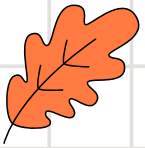


Sétimo Encontro Formativo

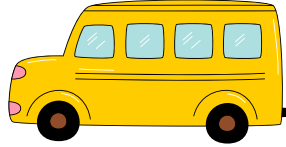
Objetivo



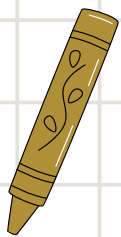
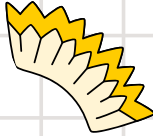
Identificar a aprendizagem mediante aplicação de atividade avaliativa e em caso de lacunas de aprendizagem planejar novo percurso didático.



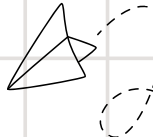
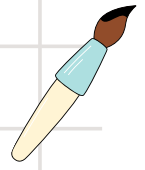
Desenvolvimento e Sugestões



Esta atividade avaliativa tem como objetivo consolidar o aprendizado dos alunos sobre equações do 2º grau, por meio da resolução algébrica e da interpretação contextual das raízes. Inicie a aplicação com uma breve revisão dos principais métodos de resolução, como a fórmula de Bhaskara, a fatoração e o completando de quadrados. Oriente os alunos a resolverem as questões de 1 a 6 utilizando esses métodos tradicionais e incentivando a organização e clareza dos cálculos. Ressalte a importância da interpretação das soluções no contexto proposto em algumas questões.



A partir da questão 7, oriente o uso do recurso didático Algeplan como ferramenta de apoio para a construção e visualização das equações. Estimule os estudantes a representarem graficamente as raízes e a relacionarem os modelos concretos com os algébricos, promovendo uma aprendizagem mais significativa. Ao final da avaliação, proponha uma correção coletiva e dialogada, destacando estratégias eficazes de resolução e esclarecendo possíveis dúvidas.



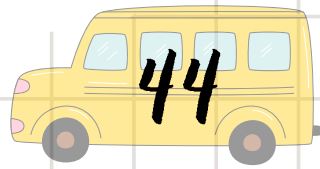
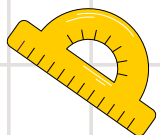
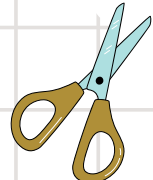
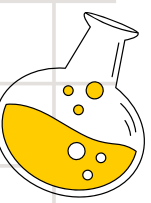
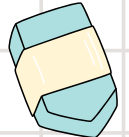
Recursos

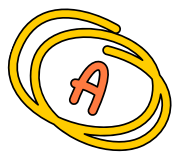
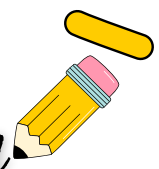


| Descrição | Link |
|-----------|------|
|-----------|------|

Avaliação

https://drive.google.com/file/d/1pz-KP_T45nBD7wgtMb3I

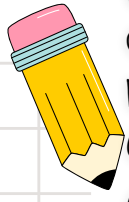




Atividade Avaliativa

Questão 01 - Determine as raízes das equações abaixo.

- A) $x^2 + 7x + 12 = 0$
- B) $2x^2 - 8x + 8 = 0$
- C) $2x^2 - 7x + 15 = 0$
- D) $3x^2 - 7x + 2 = 0$



Questão 02 - Paulo está fazendo uma pesquisa. Das equações abaixo, qual delas atende à questão de Paulo?

- A) $x^2 - 8x + 15 = 0$
- B) $x^2 + 8x - 15 = 0$
- C) $x^2 - 2x - 15 = 0$
- D) $x^2 + 2x + 15 = 0$

Preciso de uma equação cujas raízes sejam 5 e -3...



Questão 03 - A raiz inteira da equação $3x^2 - 7x + 2 = 0$ representa a quantidade de pássaros que Ana tem em sua casa. Então Ana possui:

- A) 3 pássaros
- B) 4 pássaros
- C) 1 pássaros
- D) 2 pássaros.



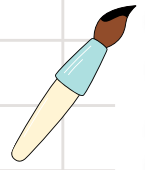
Questão 04 - As raízes da equação $x^2 + 7x = 0$ são:

- A) positivas
- B) negativas
- C) iguais a zero
- D) uma igual a zero e a outra negativa.



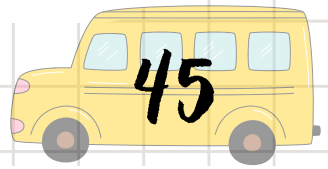
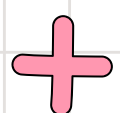
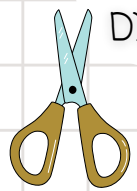
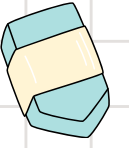
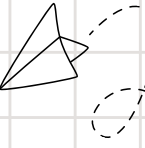
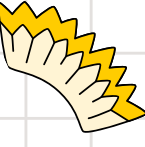
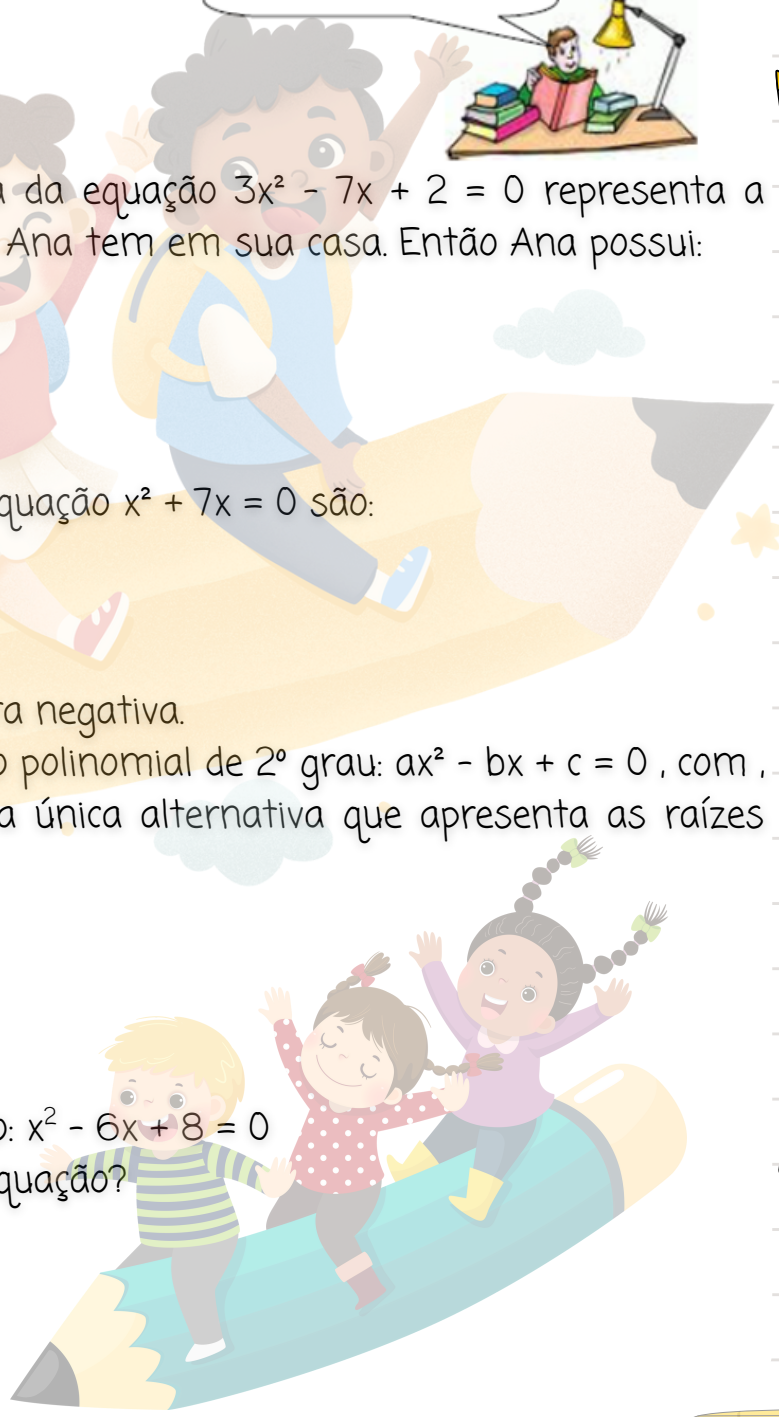
Questão 05 - Seja a equação polinomial de 2º grau: $ax^2 - bx + c = 0$, com $a = 1$ e $b = 0$. Identifique a única alternativa que apresenta as raízes reais, desta equação.

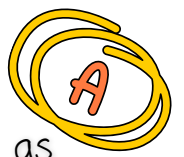
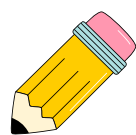
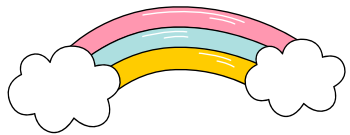
- A) {0; 1}
- B) {-9; 1}
- C) {1; 9}
- D) {-9; 9}



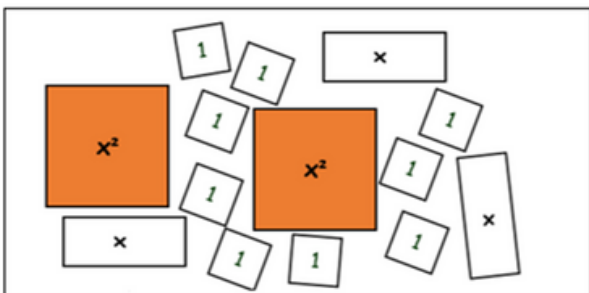
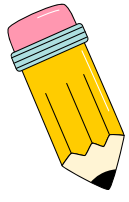
Questão 06 - Veja a equação: $x^2 - 6x + 8 = 0$. Quais são as raízes dessa equação?

- A) - 6 e 8.
- B) - 2 e - 4.
- C) 1 e 5.
- D) 2 e 4.

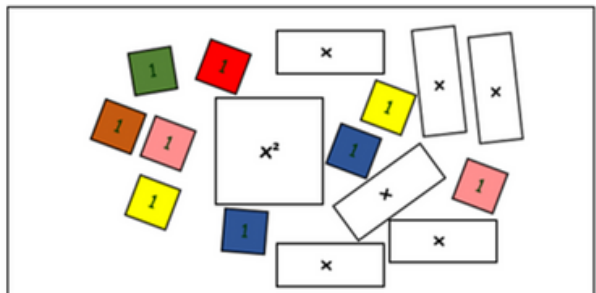




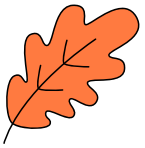
Questão 07 - Utilizando as peças do Algeplan abaixo, determine as equações e raízes.



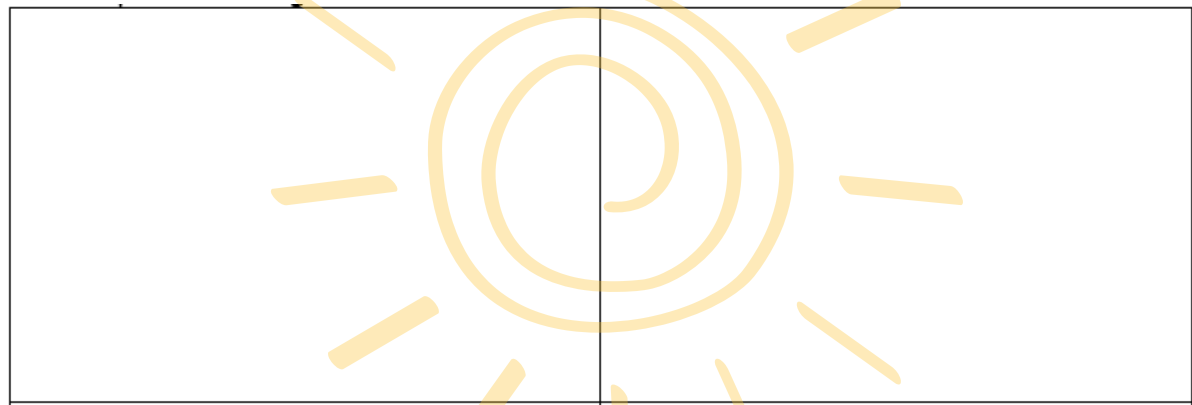
Equação:
 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$



Equação:
 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

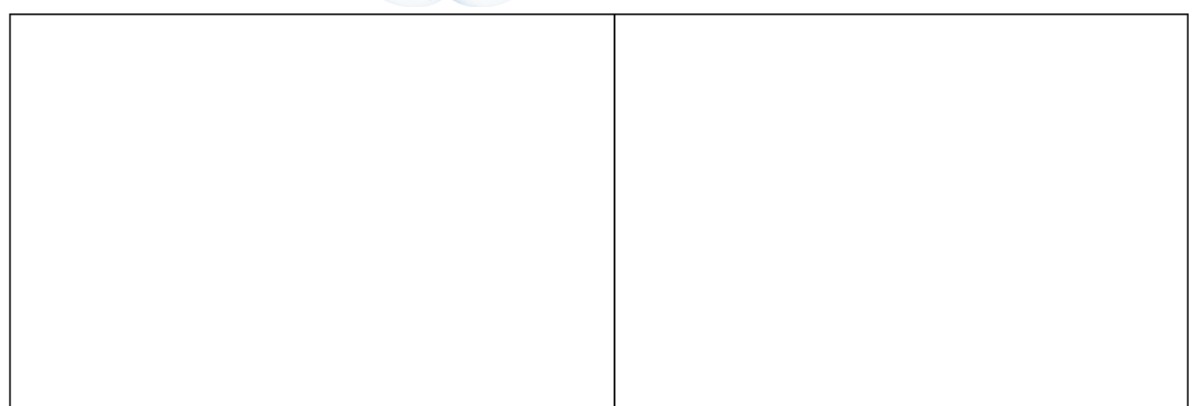
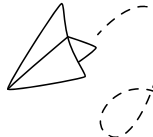
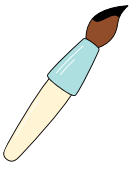
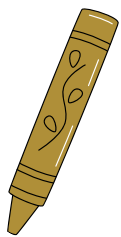


Questão 08 - Em cada equação dada determine a solução utilizando o Algeplan e faça a sua representação geométrica.



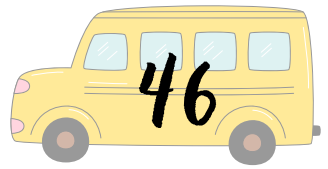
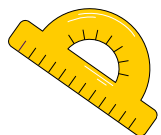
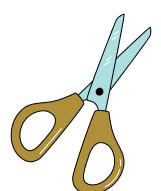
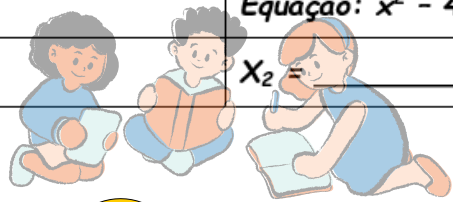
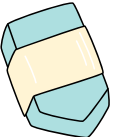
Equação: $3x^2 - 12 = 0$
 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

Equação: $-5x^2 + 7x = 0$
 $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$



Equação: $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$

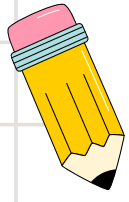
Equação: $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$



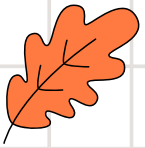
46




Considerações finais




Esta Sequência Didática é um Produto Educacional desenvolvido com o propósito de contribuir com o trabalho docente no ensino de equações polinomiais do 2º grau, com ênfase na obtenção de raízes sendo mediado pelo recurso didático "Algeplan".



É importante destacarmos que o sucesso da aplicação desta sequência depende, necessariamente, do papel ativo do professor. Cabe ao docente conduzir cada etapa com atenção, esclarecendo dúvidas, corrigindo eventuais equívocos e estimulando a participação dos alunos.



O material inclui diferentes apresentações e atividades que devem ser exploradas conforme a ordem proposta neste trabalho. Antes de utilizar a SD, recomendamos que o professor se familiarize previamente com os recursos e os adaptem, se necessário, à sua realidade escolar.

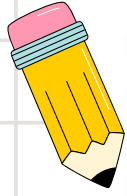


Desejamos que este material seja útil e que tanto educadores quanto estudantes possam vivenciar uma experiência de ensino aprendizagem prazerosa e eficaz, aprendendo matemática de forma lúdica, reflexiva e envolvente.





Referências



ALMEIDA, V. D. de. Algeplan como recurso didático nas aulas do 8º ano do ensino fundamental. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Matemática, Maceió, 2021. Disponível em:

<chrome-extension://efaidnbnmnnibpcajpcglclefindmkaj/https://www.repositorio.ufal.br/jspui/bitstream/123456789/9237/3/Algeplan%20como%20recurso%20did%C3%A1tico%20nas%20aulas%20do%208%C2%BA%20ano%20do%20ensino%20fundamental.pdf>.

Acesso em: 10 nov. 2024.



BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Escalas de proficiência do SAEB. Brasília, DF: INEP, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/escalas_de_proficiencia_do_saeb.pdf. Acesso em: 25 abr. 2025.

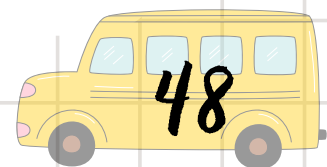
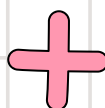
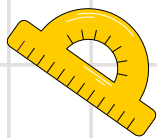
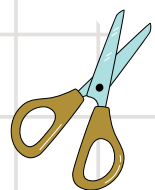
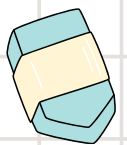
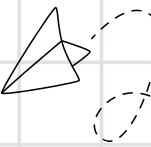
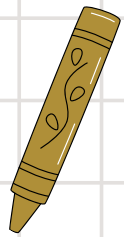
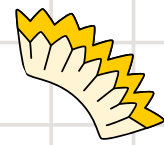
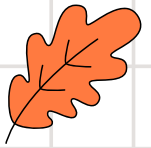
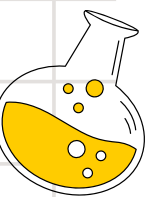
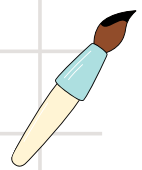


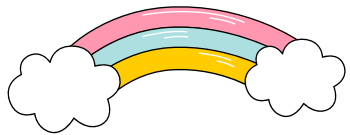
BRESSAN, L. G. Utilização do algeplan nas operações com polinômios e raízes de equações do 2º grau. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Santa Maria/RS, 2021. Disponível em: chrome-extension://efaidnbnmnnibpcajpcglclefindmkaj/https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/21165/DIS_PPGMRN_2021_BRESSAN_LIDIANE.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 12 jan. 2025.



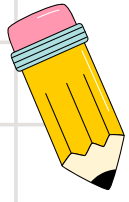
BRUM, W. P.; ROMAIS, C. Crise no ensino de matemática? Os amplificadores que potencializam o fracasso da aprendizagem. In: VI CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 2013. Disponível em: <file:///C:/Users/Acer/Downloads/551-3617-1-PB.pdf>. Acesso em: 22 out. 2024.

COSTA, B. E. et al. Trabalhando equação do segundo grau com o Algeplan. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEMAT, 3, 2012, Fortaleza. Anais [...]. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará,





2012. Disponível em:
<https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/544/submission/director/544.pdf>.
 Acesso em: 30 maio 2025.



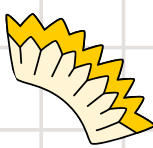
FERREIRA, M. C.; ABREU, J. D. de A. Algeplan como recurso didático no estudo de equações do 2º grau: um olhar para o ensino de Álgebra. Número Especial - II Encontro Cearense de Educação Matemática (II ECeEM), Revista Cearense de Educação Matemática - RCEEM, v. 3, n. 7, p. 1-20, 2024. Disponível em:
<https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/rceem/article/view/4075/2729>.
 Acesso em: 12 dez 2024.



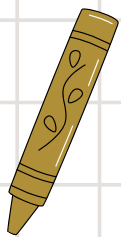
IEZZE, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. Matemática e realidade: 9º ano. 10 ed. São Paulo: Saraiva Educação SA, 2022.



LORENZATO, S. O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.



MARTINS, H. S. S. G. Dificuldades na Resolução de equações de 2º grau dos alunos do 8º ano. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Universidade de Lisboa. Instituto de Educação, 2014. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://repositorio.ulisboa.pt/bitstream/10451/18094/1/ulfpie047181_tm.pdf. Acesso em: 20 jun. 2025.



ROSA, D. da S.; SILVA, P. N. da. O algeplan revisitado. In: Tecnologias educacionais e inovações pedagógicas: perspectivas e desafios na matemática. v. 2, Editora Científica Digital, 2023. p. 20-33.



SALGADO, M. A. de J.; RINCÓN, J. P. A.; DE OLIVEIRA, M. P. Caminho alternativo para estudar equação quadrática e suas raízes, 2018. Disponível em:
https://www.researchgate.net/publication/322437751_CAMINHO_ALTERNATIVO_PARA_ESTUDAR_EQUACAO_QUADRATICA_E_SUAS_RAIZES?channel=doi&linkId=5a58d75a45851545026fc663&showFulltext=true. Acesso em: 5 fev. 2025.



SÁPIRAS, F. S.; STROTTMANN, C. I.; SCHEIN, Z. P. O uso do Algeplan como ferramenta para a construção de conceitos referentes a produtos notáveis, 2013. Disponível em:
https://www.researchgate.net/publication/282219678_O_USO_DO_ALGEPLAN_COM_O_FERRAMENTA_PARA_A_CONSTRUCAO_DE_CONCEITOS_REFERENTES_A_PRODUTOS_NOTAVEIS/citations. Acesso em: 25 fev. 2025.

