

4.4. GeoGebra Book como uma sequência didática: Uma proposta para o ensino de triângulos

O Livro intitulado **GeoGebra Book: Uma sequência didática para o ensino de triângulos** (<https://www.GeoGebra.org/m/wdw2ekfp>), está organizado em 7 capítulos, citando algumas definições e conceitos básicos da geometria plana, para que se consiga um melhor desenvolvimento na aprendizagem do tema principal “triângulos”.

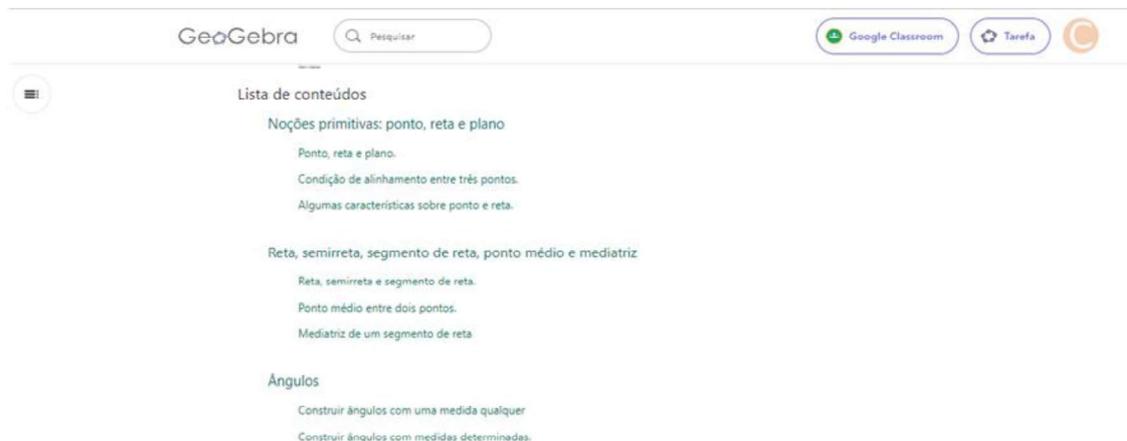
No total estão presentes 26 tarefas, em sete capítulos conforme apresentado nas figuras 14 e que aborda situações do cotidiano permitindo com que o aluno consiga uma melhor compreensão, sobre alguns conceitos e definições através das construções e visualizações de figuras geométricas através do software GeoGebra.

Figura 12 - A: Composição do livro do GeoGebra Book



Fonte: A própria autora (2024)

Figura 12 – B : Composição do livro do GeoGebra Book



Fonte: A própria autora (2024)

Figura 12 - C: Composição do livro do GeoGebra Book



Fonte: A própria autora (2024)

Figura 12- D : Composição do livro do GeoGebra Book

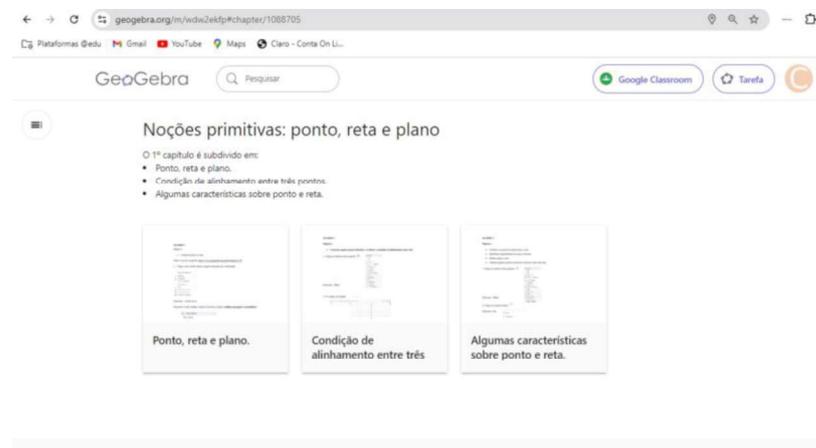


Fonte: A própria autora (2024)

Apresentaremos, os 7 capítulos do livro e as atividades que compõem cada um destes.

O primeiro capítulo é intitulado, Noções primitivas: ponto, reta e plano. Está subdividido em: ponto, reta e plano; condição de alinhamento entre três pontos e algumas características sobre ponto e reta. Assim como apresentamos a figura 13.

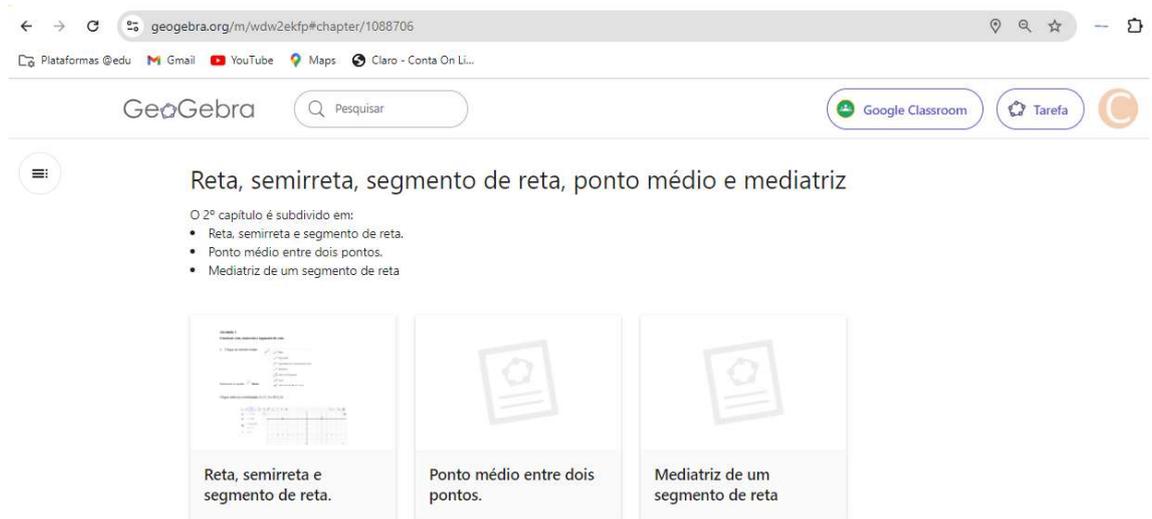
Figura 13: Capítulo 1 do livro do GeoGebra



Fonte: A própria autora (2024)

O segundo capítulo tem como título: Reta, semirreta, segmento de reta, ponto médio e mediatriz, está subdividido em: reta, semirreta e segmento de reta; ponto médio entre dois pontos e mediatriz de um segmento de reta (figura 14).

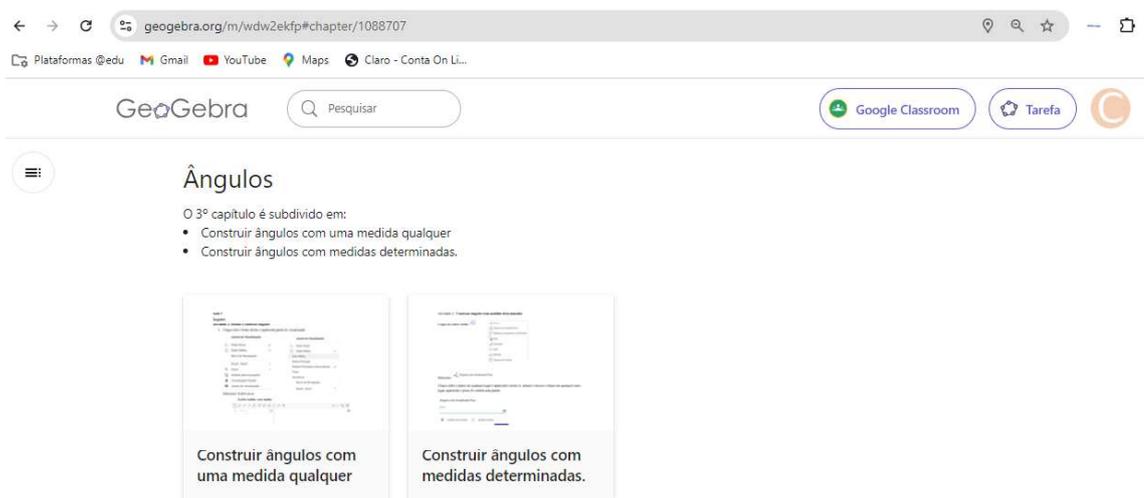
Figura 14: Capítulo 2 do livro do GeoGebra



Fonte: A própria autora (2024)

O terceiro capítulo é intitulado, Ângulos e está subdividido em: construção de ângulos com uma medida qualquer e construção de ângulos com medidas determinadas (figura 15).

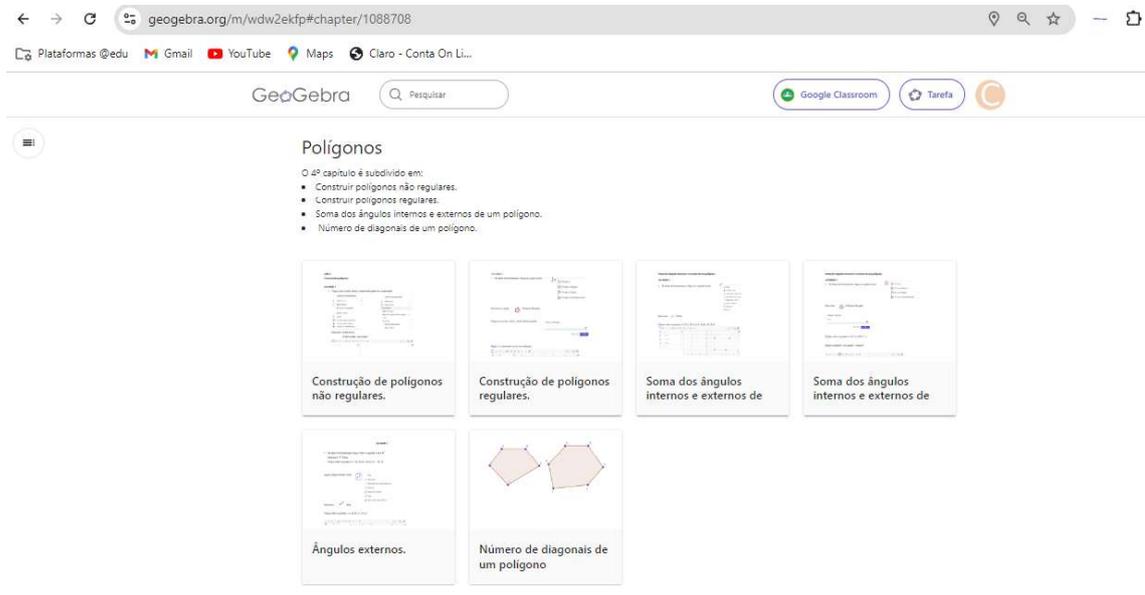
Figura 15: Capítulo 3 do livro do GeoGebra



Fonte: A própria autora (2024)

O quarto capítulo é **Polígonos** e está subdividido em construção de polígonos não regulares e regulares, soma dos ângulos internos e externos e números de diagonais de um polígono (figura 16).

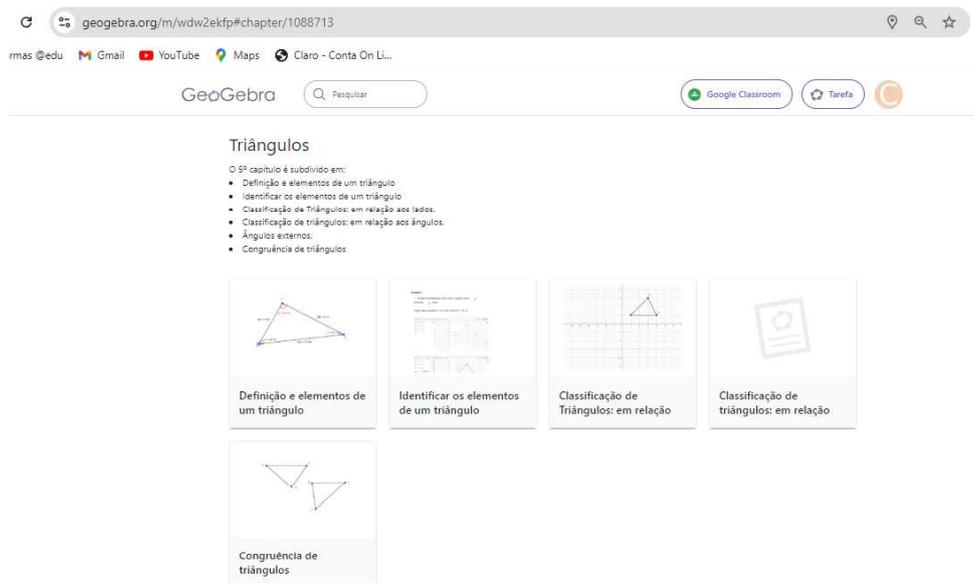
Figura 16: Capítulo 4 do livro do GeoGebra



Fonte: A própria autora (2024)

O quinto capítulo está intitulado como **Triângulos** e está subdividido em definição e elementos de um triângulo, classificação de triângulos: em relação ao número de lados e medidas dos ângulos, ângulos externos e congruência de triângulos (figura 17).

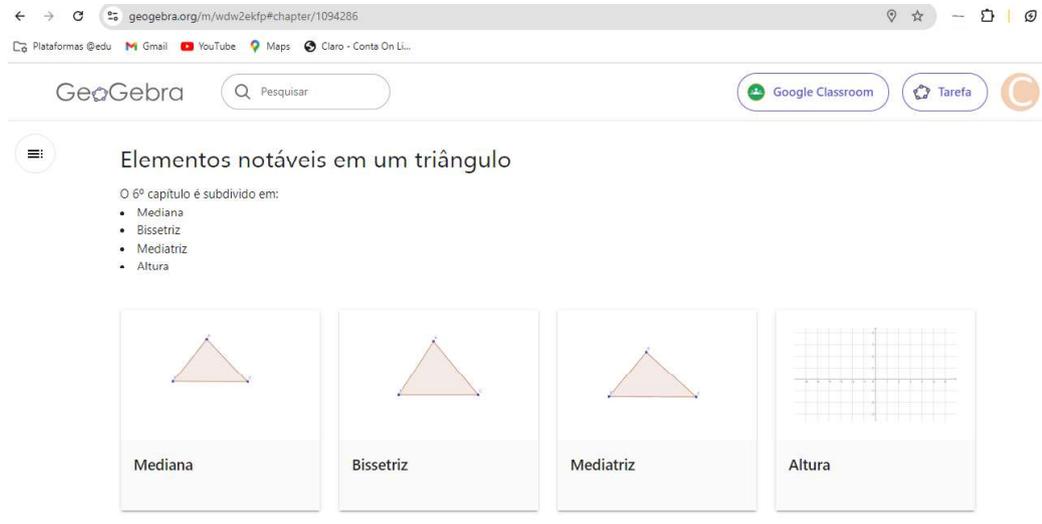
Figura 17: Capítulo 5 do livro do GeoGebra



Fonte: A própria autora (2024)

O sexto capítulo é intitulado **“Elementos Notáveis em um triângulo”** e está subdividido em: mediana, bissetriz, mediatriz e altura (figura 18).

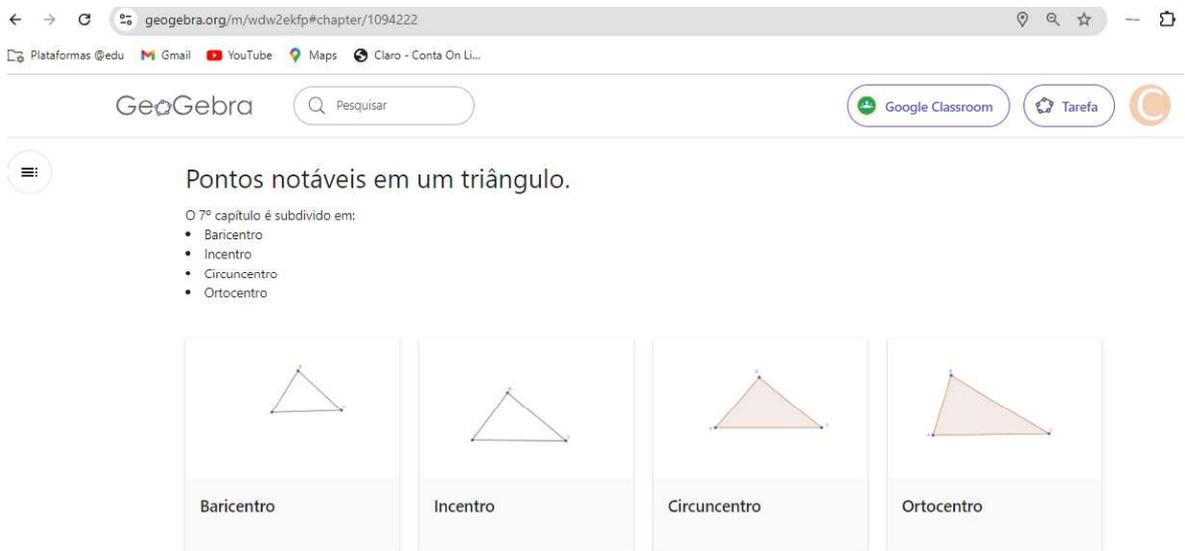
Figura 18: Capítulo 6 do livro do GeoGebra



Fonte: A própria autora (2024)

O sétimo capítulo é sobre: **“Pontos notáveis de um triângulo”** e está subdividido em baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro (figura 19).

Figura 19: Capítulo 7 do livro do GeoGebra



Fonte: A própria autora (2024)

Como proposta do curso, utilizamos uma sequência didática ministrada através de aulas práticas em sala de aula no ambiente virtual, utilizando a plataforma PL. A sequência didática contempla a apostila do 8º Ano do SEE.

No tópico seguinte, abordaremos as práticas pedagógicas no ensino da geometria.

4.5. Práticas pedagógicas no ensino da Geometria: sequência didática usando o GeoGebra para o ensino de triângulos.

A Geometria é fundamental para a compreensão do espaço e das formas que nos cercam, sendo uma das áreas mais antigas e aplicadas da Matemática. No contexto escolar, o ensino da Geometria visa desenvolver habilidades como visualização espacial, raciocínio dedutivo e a capacidade de resolver problemas complexos. A abordagem tradicional do ensino, muitas vezes baseada na memorização de fórmulas e teoremas, tem se mostrado insuficiente para engajar os estudantes e promover um entendimento profundo dos conceitos geométricos.

A integração de tecnologias digitais no ensino da Geometria tem se mostrado uma estratégia eficaz para tornar o aprendizado mais dinâmico e interativo. Entre essas tecnologias, destaca-se o GeoGebra, uma ferramenta poderosa que combina Geometria, Álgebra e Cálculo, facilitando a visualização e manipulação de conceitos geométricos.

Diante disso, foi elaborada uma sequência didática utilizando o GeoGebra como recurso de ensino. A implementação dessa sequência foi planejada e estruturada de forma a integrar teoria e prática, permitindo que os alunos explorem conceitos geométricos através de atividades interativas.

A seguir, apresenta-se essa sequência didática, com um total de 10 aulas, para o ensino de conceitos básicos de Geometria Plana e Triângulos.

4.5.1. Sequência didática

DISCIPLINA: Matemática

Área da Matemática: Geometria

Turma/Ano: 8º ano do Ensino Fundamental

TEMA: Explorando a Geometria com o GeoGebra

CONTEÚDOS TRABALHADOS

Noções primitivas: ponto, reta e plano

- ✓ Ponto, reta e plano.
- ✓ Condição de alinhamento entre três pontos.
- ✓ Algumas características sobre ponto e reta.

Reta, semirreta, segmento de reta, ponto médio e mediatriz

- ✓ Reta, semirreta e segmento de reta.

- ✓ Ponto médio entre dois pontos.
- ✓ Mediatriz de um segmento de reta

Ângulos

- ✓ Construir ângulos com uma medida qualquer
- ✓ Construir ângulos com medidas determinadas.

Polígonos

- ✓ Construção de polígonos não regulares.
- ✓ Construção de polígonos regulares.
- ✓ Soma dos ângulos internos e externos de um polígono
- ✓ Soma dos ângulos internos e externos de um polígono
- ✓ Número de diagonais de um polígono

Triângulos

- ✓ Definição e elementos de um triângulo.
- ✓ Identificar os elementos de um triângulo.
- ✓ Classificação de Triângulos: em relação aos lados.
- ✓ Classificação de triângulos: em relação aos ângulos.
- ✓ Congruência de triângulos.

Elementos notáveis em um triângulo

- ✓ Mediana
- ✓ Bissetriz
- ✓ Mediatriz
- ✓ Altura

Pontos notáveis em um triângulo.

- ✓ Baricentro
- ✓ Incentro
- ✓ Circuncentro
- ✓ Ortocentro

HABILIDADES (BNCC):

(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.

(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.

(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

(EF06MA25) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

Tempo da sequência didática: 12 horas e 30 minutos (750 minutos).

Materiais para a sequência didática:

- Apostila.
- Chromebooks com acesso ao GeoGebra.
- Televisão ou projetor digital.

- Papel e lápis.

A tabela 3 a seguir, apresenta uma síntese da sequência didática.

Tabela 3: Síntese da sequência didática

	Capítulo	Tema	Quantidade de atividades	Carga Horária
Aula 1	1	Noções primitivas: ponto, reta e plano.	3	100 minutos
Aula 2	2	Reta, semirreta, segmento de reta, ponto médio e mediatriz.	3	100 minutos
Aula 3	3	Ângulos.	2	50 minutos
Aula 4	4	Polígonos.	2	50 minutos
Aula 5	4	Polígonos.	2	50 minutos
Aula 6	5	Polígonos.	1	50 minutos
Aula 7	5	Triângulos.	4	100 minutos
Aula 8	5	Triângulos	1	50 minutos
Aula 9	6	Elementos notáveis em um triângulo.	4	100 minutos
Aula 10	7	Pontos notáveis em um triângulo.	4	100 minutos
Total			26	750 minutos

Fonte: A própria autora (2024)

Para uma melhor compreensão do que ocorreu durante o desenvolvimento da sequência didática, apresentaremos a seguir, separadamente cada uma das aulas, destacando: conteúdo, habilidade, introdução e desenvolvimento.

Aula 1

Conteúdo: Noções primitivas - ponto, reta e plano.

Habilidade: (EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.

Introdução:

Na Aula 1 será apresentado aos alunos o link do GeoGebra (<https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>), como a criação de uma conta para cada um dos

alunos. Explicar que o GeoGebra é um software de Geometria dinâmica que permite a construção de figuras geométricas e a exploração de propriedades matemáticas. Será demonstrado a barra de ferramentas e alguns de seus ícones, além de explicar que o GeoGebra é um recurso pedagógico importante para promover o ensino e a aprendizagem de conceitos geométricos

Desenvolvimento:

Nesta aula 1, serão retomados os conceitos primitivos da geometria euclidiana, ponto, reta e plano. Será destacada o modo como compreendemos os elementos matemáticos que dão base para a construção dos conhecimentos geométricos.

O GeoGebra será utilizado como ferramenta para explorar a construção do ponto e reta. Os objetivos propostos são: representar e nomear ponto, reta e plano; identificar a reta como um conjunto infinito de pontos e identificar a condição de alinhamento de três pontos.

Os alunos serão guiados para realizarem as atividades propostas no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>) no capítulo 1, em que poderão construir ponto e reta utilizando as funcionalidades do software.

Durante essas atividades, serão promovidas discussões em sala de aula sobre as propriedades do ponto, da reta e do plano. Os alunos serão incentivados a refletir sobre a definição e características desses conceitos primitivos.

Aula 2

Conteúdo: Reta, semirreta, segmento de reta, ponto médio e mediatriz

Habilidade:(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como régua e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

Introdução:

Nessa aula será apresentado aos alunos os conceitos de reta, semirreta e segmento, ponto médio e mediatriz de um segmento.

Desenvolvimento:

Na aula 2 serão realizadas construções de reta, semirreta e segmento de reta, ponto médio e mediatriz utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra. Os alunos serão organizados em

duplas e instruídos a desenvolverem as atividades propostas no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>) capítulo 2, utilizando o software.

Durante essas atividades, os alunos têm como objetivos, diferenciarem reta, semirreta e segmento de reta, calcular o ponto médio entre dois pontos distintos e construir a mediatriz de um segmento de reta, irão explorar as características e propriedades, poderão observar como se comportam e interagem no ambiente virtual do GeoGebra, facilitando a compreensão desses conceitos geométricos.

Aula 3

Conteúdo: Ângulos.

Habilidades: (EF06MA25) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

Introdução:

Nessa aula será trabalhado com os alunos o conceito de ângulo.

Desenvolvimento:

Na aula 3 serão realizadas construções de ângulos com uma medida qualquer e com medidas determinadas, utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra. Os alunos serão organizados individualmente e instruídos a desenvolverem as atividades propostas no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>), no capítulo 3 utilizando o software.

Aula 4

Conteúdo: Polígonos regulares e não regulares.

Habilidade: (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

Introdução:

Nessa aula serão trabalhados com os alunos as construções de polígonos não regulares e regulares.

Desenvolvimento:

Na aula 4 serão realizadas construções de polígonos não regulares e regulares, utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra. Os alunos serão instruídos a desenvolverem as atividades 1 e 2 propostas no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>), no capítulo 4 utilizando o software.

Aula 5

Conteúdo: Soma dos ângulos internos e externos de polígonos.

Habilidade: (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

Introdução:

Nessa aula serão trabalhados com os alunos a soma dos ângulos internos e externos de um polígono.

Desenvolvimento:

Na aula 5 serão realizadas construções de polígonos não regulares e regulares, identificar o vértice, medir a distância entre dois vértices, ou seja, mensurar os lados dos polígonos, medir os ângulos internos e externos de polígonos não regulares e calcular a soma desses ângulos internos e externos de polígonos regulares e internos, utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra. Os alunos instruídos a desenvolverem as atividades 3 e 4 propostas no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>) no capítulo 4, utilizando o software. Após o desenvolvimento das atividades os alunos deverão deduzir uma relação para o cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono regular e para a soma dos ângulos externos de um polígono qualquer.

Aula 6

Conteúdo: Número de diagonais de um polígono.

Habilidade: (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

Introdução:

Nessa aula serão trabalhados com os alunos o cálculo do número de diagonais de um polígono.

Desenvolvimento:

Na aula 6 serão realizadas construções de todas as diagonais de um polígono previamente construídos, utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra. Os alunos serão instruídos a desenvolverem a atividade 5 proposta no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>) no capítulo 4, utilizando o software.

Aula 7

Conteúdos: Definição e classificação de triângulos, em relação aos lados e ângulos.

Habilidade: (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

Introdução:

Nessa aula serão trabalhados com os alunos a identificação das características dos triângulos e sua classificação em relação às medidas dos lados e ângulo.

Desenvolvimento:

Na aula 7 serão realizadas construções de triângulos, aferições dos lados e ângulos, utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra, para que os alunos, sejam aptos a classificar os triângulos em relação as medidas dos lados e ângulos. Os discentes serão instruídos a desenvolverem as atividades 1 a 4 propostas no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>) capítulo 6, utilizando o software.

Aula 8

Conteúdo: Congruência de triângulos.

Habilidade: (EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

Introdução:

Nessa aula será apresentado os casos de congruências dos triângulos.

Desenvolvimento:

Na aula 8 serão realizadas as demonstrações dos casos de congruências dos triângulos, utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra. Os alunos serão e instruídos a desenvolverem a atividade 5 proposta no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>) capítulo 6, utilizando o software.

Durante essas atividades, os alunos têm como objetivos, verificar a existência de congruências, entre os lados e ângulos dos triângulos dados, e qual o caso de congruência de cada um deles, irão explorar as características, propriedades e casos, poderão observar como se comportam e interagem no ambiente virtual do GeoGebra, facilitando a compreensão desses conceitos geométricos.

Aula 9

Conteúdo: Elementos notáveis em um triângulo

Habilidades: (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares. **(EF08MA17)** Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

Introdução:

Nessa aula será apresentado aos alunos os conceitos de mediatriz, bissetriz e ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° em polígonos regulares.

Desenvolvimento:

Na aula 9 serão realizadas construções de medianas, bissetrizes, mediatrizes e alturas de triângulos utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra. Os alunos serão instruídos a desenvolverem as atividades propostas no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>) capítulo 6, utilizando o software.

Durante essas atividades, os alunos têm como objetivos, concretizarem os conceitos de mediana, bissetriz, mediatriz e altura de um triângulo, irão explorar as características e propriedades, poderão observar como se comportam e interagem no ambiente virtual do GeoGebra, facilitando a compreensão desses conceitos geométricos.

Aula 10

Conteúdo: Pontos notáveis em um triângulo

Habilidade: (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

Introdução:

Nessa aula será apresentado aos alunos os pontos notáveis dos triângulos (baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro).

Desenvolvimento:

Na aula 10 serão realizadas construções de baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro utilizando as ferramentas disponíveis no GeoGebra. Os alunos serão instruídos a desenvolverem as atividades propostas no GeoGebra Book (<https://www.geogebra.org/m/wdw2ekfp#material/yjdsqy7y>) capítulo 7, utilizando o software.

Durante essas atividades, os alunos têm como objetivos, diferenciarem reta, semirreta e segmento de reta, calcular o ponto médio entre dois pontos distintos e construir a mediatriz de um segmento de reta, irão explorar as características e propriedades, poderão observar como se comportam e interagem no ambiente virtual do GeoGebra, facilitando a compreensão desses conceitos geométricos.

Ao término de cada aula da sequência, o professor fará as conclusões e avaliações, seguindo o mesmo padrão para todas, de acordo com o conteúdo ministrado, mencionaremos a seguir, o modelo para as conclusões e avaliações da sequência didática.

Conclusão:

Será realizado um resumo das discussões realizadas em sala de aula, destacando os conteúdos abordados em cada aula, enfatizando a importância desses conceitos o ensino da Geometria e nas construções geométricas.

Os alunos serão convidados a salvar as atividades realizadas na sua conta do GeoGebra e fazer anotações em seus cadernos, registrando as principais aprendizagens relacionadas aos temas estudados. Essa atividade de registro permitirá aos alunos consolidarem seus conhecimentos e ter um material de referência para consultas futuras.

Avaliação:

As avaliações das aulas serão realizadas por meio das observações e registros do professor durante as atividades propostas em cada aula. Serão observadas as habilidades dos alunos em