3. PROCEDIMENTOS METODOLOGICOS

Esta proposta didática tem natureza qualitativa, visto que a intenção das atividades propostas é extrair o conhecimento dos conceitos e propriedades das retas em suas diferentes formas a partir do *software* Geogebra. Levando em consideração todo levantamento teórico de pesquisas relacionadas ao uso deste *software* em sala de aula, acredita-se que sua aplicação no ensino da geometria analítica facilita a compreensão do mesmo, visto que a representação gráfica das equações das retas tornará o processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico, proporcionando maior clareza ao assunto trabalhado algebricamente.

O ensino da matemática está baseado na centralidade do conhecimento do professor, utilizando os livros didáticos como principal recurso didático. Embora os autores desses materiais busquem apresentar exercícios que relacionem o conteúdo com a vivencia dos estudantes, frequentemente os contextos propostos estão distantes da realidade dos alunos.

Os métodos de ensino da matemática são, em sua maioria, baseados na prática constante de resolução de exercícios. Essa abordagem, acredita na repetição de procedimentos como estratégia principal para promover a compreensão dos conteúdos. A ideia é que ao repetir o mesmo tipo de resolução várias vezes, o estudante entenda o porque está fazendo daquela forma, e assim, compreenda o objeto de estudo em questão.

O método de ensino predominante é o expositivo, como destaca Libâneo (2012), ao atribuir ao professor um papel central no processo: é ele quem determina o conteúdo apresenta os procedimentos para a resolução e espera que o aluno os reproduza de forma mecânica ao realizar as tarefas.

No entanto, mesmo que eficiente em alguns aspectos, este método se mostra limitado, uma vez que a execução mecânica de fórmulas tende a reduzir o pensamento crítico, e a criatividade para formulação e criar estratégias para resolução de problemas. Este método pode levar a um aprendizado superficial, em que o conhecimento é memorizado, mas não compreendido de fato.

Segundo Skovsmose (2014) métodos de ensino que envolvem a investigação estão diretamente ligados a práticas matemática que vão além da repetição de procedimentos. Para o autor a abordagem investigativa no ensino da matemática está ligada aos princípios da matemática crítica. Neste contexto, a matemática deixa de ser apenas um conjunto de técnicas e fórmulas a serem decoradas, e valoriza o desenvolvimento da autonomia do estudante. Assim, a matemática torna-se um caminho para promover o engajamento dos alunos com o conteúdo de forma mais profunda e significativa.

Consideramos o Geogebra como alternativa para ensinar geometria analítica com uma abordagem investigativa, inclusive sendo uma ferramenta auxiliar para ser utilizada para ensinar outros conteúdos que se referem a matemática. As atividades da presente proposta didática foram planejadas de modo a possibilitar que os alunos realizem manipulações das retas no Geogebra, para que então possam identificar suas propriedades. Com isso, espera-se que os alunos sejam capazes de compreender as formas de representações das equações das retas no plano cartesiano, como também suas posições relativas. Mais do que apenas reconhecer essas representações, é importante que os estudantes possam com facilidade transitar de uma expressão para outra, entendendo suas características, aplicações e a utilidade em diferentes contextos da matemática.

Ao longo da minha trajetória profissional, encontrei diversas situações em que o conhecimento parecia ser algo distante e difícil de alcançar para os estudantes. No entanto, a utilização do software geogebra trouxe uma nova dinâmica para a sala de aula, modificando a forma como os alunos pensam, entendem e compreendem a matemática. A escolha do tema "retas" se deu pelas experiências positiva que tive ao trabalhar essa proposta didática em sala de aula, que tem se mostrado eficaz e tem resultados comprovados no engajamento e na compreensão.

As atividades propostas neste trabalho, são construções que venho trabalhando ao longo dos anos com turmas do 3º ano do Ensino Médio. É notório o quanto as TD transformam a forma como o conhecimento é transmitido e recebido pelo estudante, o aluno tem mais autonomia e personaliza o seu ritmo e estilo de aprendizado.

4. DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

A proposta didática a seguir está organizada em cinco atividades, através de construções com o *software* Geogebra. O objetivo principal destas atividades que compõem esta proposta didática é apresentar o objeto de estudo relacionado a "equações da reta" de uma forma prática, onde seja possível a interação do estudante com os coeficientes das diferentes formas de expressar uma reta.

Inicialmente, partindo da construção da equação geral da reta a partir de dois pontos, e posteriormente, trilharemos um caminho dinâmico e investigativo, analisando assim conteúdos como a forma segmentária (atividade 2), a forma reduzida (atividade 3), a inclinação da reta (atividade 4) e também as relações entre as retas no plano cartesiano (atividade 5).

Em cada atividade será apresentado o passo a passo da construção, juntamente o objetivo específico. São cinco atividades, organizadas de modo com que o leitor possa experimentar um método diferente para aprender e ensinar geometria analítica, no tocante, equações da reta.

4.1 Atividade 1: Equação Geral da Reta

<u>Planejamento da Atividade:</u>

• Objetivo da Atividade:

Espera-se que o estudante seja capaz de interpretar quando a reta é crescente, decrescente, paralela ao eixo x e paralela ao eixo y, de acordo com os as coordenadas dos pontos que determinam a reta, relacionando essas informações com os coeficientes a, b e c da forma geral da reta. Com a atividade já construída, o estudante poderá mover os controles deslizantes Xp, Yp, Xq e Yq, e com isso, perceberá que a reta irá se mover. Espera-se que a partir desta interação os conhecimentos matemáticos apresentado na Seção 2.3.1 sejam compreendidos de forma dinâmica e eficaz.

• Conteúdos abordados:

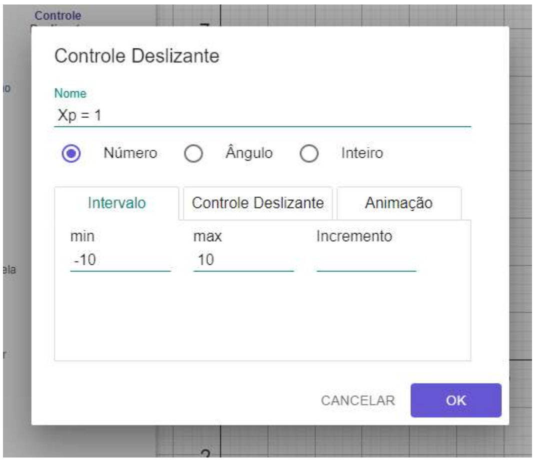
→ Condição de alinhamento de três pontos.

→ Equação Geral da Reta.

<u>Desenvolvimento da Atividade.</u>

1- No Geogebra, clique na ferramenta "Controle Deslizante" e construa quatro controles, renomeie de Xp, Yp, Xq e Yq, Coloque todos no intervalo de -10 a 10, marcando a opção número. Estes serão as coordenadas dos pontos P e Q.

Figura 28: Criando “controle deslizante”.

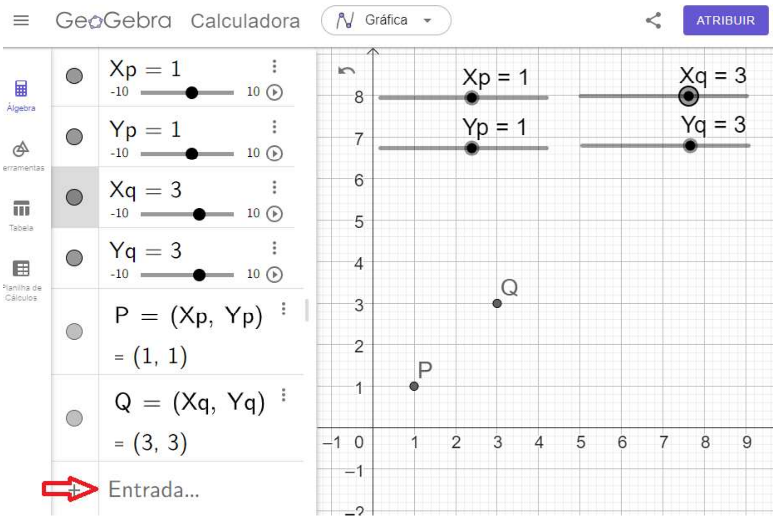


Fonte: Autor.

2- Agora, no menu de itens, crie os pontos P e Q, escrevendo no campo de entrada, P=(Xp,Yp) aperte a tecla enter do teclado. E em seguida, digite Q=(Xq, Yq) e pressione Enter novamente.

Dessa forma, dois pontos P e Q em função das coordenadas Xp, Yp, Xq e Yq. Neste momento você pode alterar os valores dos controles deslizante, e percebe que os pontos P e Q se movem na janela de visualização do Geogebra.

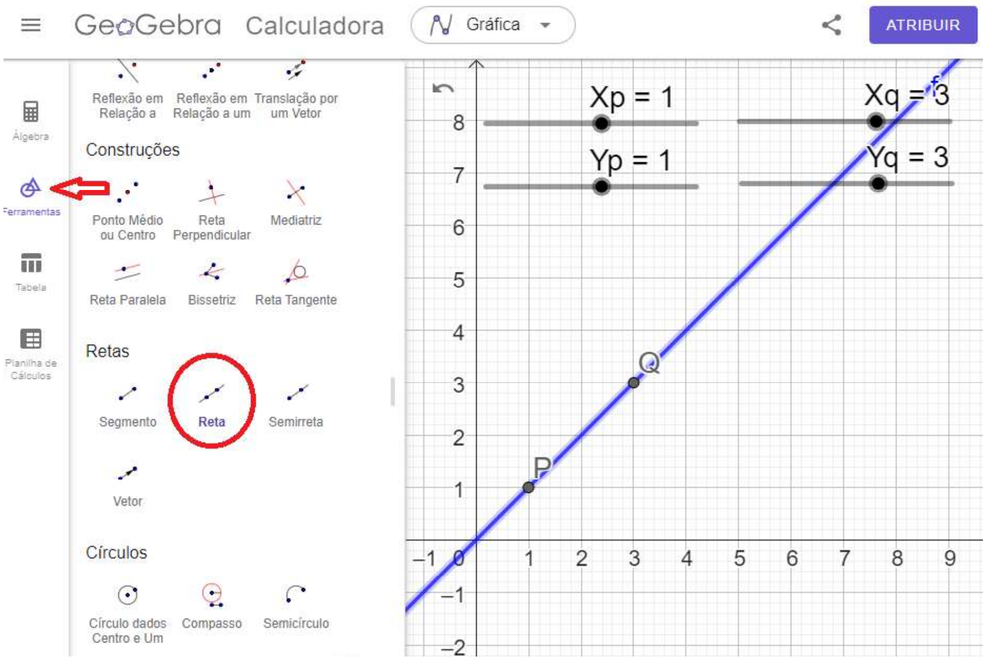
Figura 29: Criando pontos pelo campo de entrada.



Fonte: Autor.

3- Agora no menu de itens, iremos criar uma reta definida pelos pontos P e Q, e clique em ferramenta, escolha a opção “retas” e em seguida clique sobre os pontos P e Q. Ao finalizar este processo, altere os valores de Xp, Yp, Xq, e Yq através dos controles deslizantes, perceba que a reta é determinada pelos pontos. Quando alteramos as coordenadas dos pontos P e Q, alteramos também a reta.

Figura 30: Criando retas a partir de dois pontos.

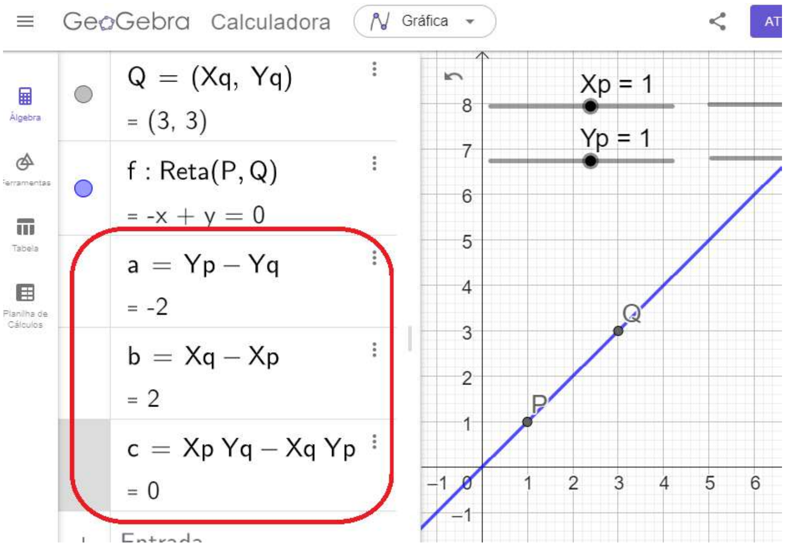


Fonte: Autor.

4- Neste passo, estaremos construindo os coeficientes da equação geral da reta. Sabemos que a equação na forma “geral” é igual a $ax + by + c = 0$, onde a, b e c são seus coeficientes. No campo de entrada do Geogebra, escreva $a = Yp - Yq$, $b = Xq - Xp$ e $c = Xp * Yq - Xq * Yp$. Na seção 2.3.1, tratamos o assunto equação geral da reta, mais precisamente na página 36, encontramos as formulas referente aos coeficientes a, b, e c.

Uma Observação, durante a abordagem teórica foi determinado uma reta r passando pelos pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$, na presente atividade estamos utilizando os pontos $P(x_P, y_P)$ e $Q(x_Q, y_Q)$, no intuito de não haver o risco de confundir ponto A com coeficiente a.

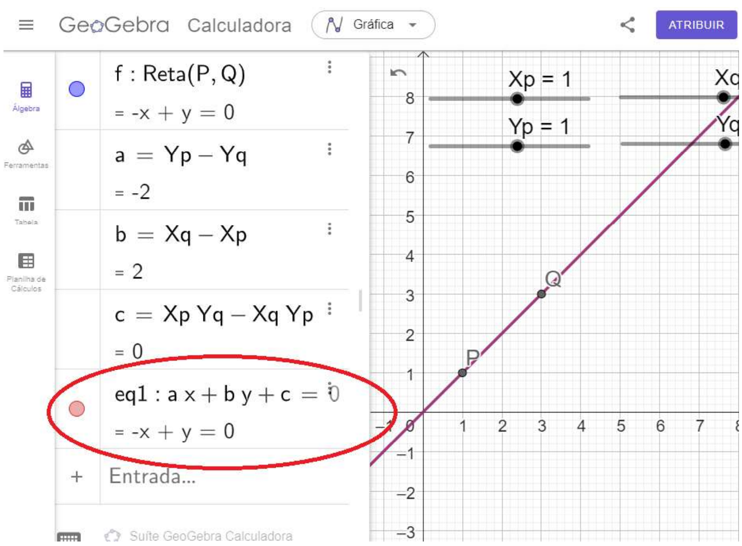
Figura 31: Coeficientes da equação geral da reta.



Fonte: Autor.

No próximo passo escreveremos no campo de entrada a equação geral da reta $ax + by + c = 0$. Desta forma, será construída uma outra reta que irá se sobrepor a reta determinada pelos pontos P e Q. Agora, analise na janela de álgebra que os valores dos coeficientes a, b, c e também a equação da reta construída. Perceba que os valores se correspondem, de forma que as retas são coincidentes, ou seja, a mesma reta.

Figura 32: $ax + by + c = 0$.



Fonte: Autor.

5- Agora, altere os valores das coordenadas Xp, Yp, Xq e Yq, e perceba que para quaisquer dois pontos no plano, teremos uma equação geral da reta escrita como $ax + by + c = 0$.

Agora, com toda a construção da equação geral da reta construída, procure alterar as coordenadas do ponto, procurando encontrar o que torna a reta vertical, horizontal, crescente, ou decrescente, tendo em vista também o que acontece com os coeficientes a, b e c da reta.

4.2 Atividade 2: Equação Segmentária da Reta.

Planejamento da Atividade

• Objetivo da Atividade:

Espera-se que ao desenvolver essa atividade, e analisar o objeto de estudo construído, o estudante possa através dos controles deslizantes atribuir significados aos coeficientes p e q da equação segmentária da reta, a partir dos coeficientes a, b e c da equação geral. Onde somado com as análises feitas na atividade anterior o aluno possa compreender como determinar uma reta a partir dos pontos de intersecção com os eixos coordenados, interpretando a expressão segmentar de uma reta, horizontal ou vertical.

• Conteúdos abordados:

→ Equação Geral da Reta.

→ Equação Segmentária da Reta.

Desenvolvimento da Atividade

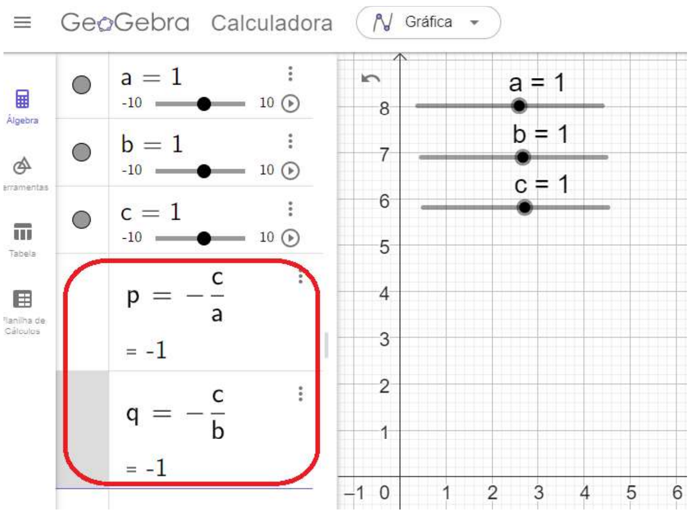
1- Utilizando a ferramenta “controle deslizante”, construa 3 controles, do tipo ‘número’, com intervalo de -10 a 10, e nomeie-o a, b e c. Esses serão os coeficientes da equação geral da reta.

Figura 33: Coeficientes a, b e c.

Fonte: Autor.

2- No campo de entrada, escreva $p = -\frac{c}{a}$ e depois escreva $q = -\frac{c}{b}$.

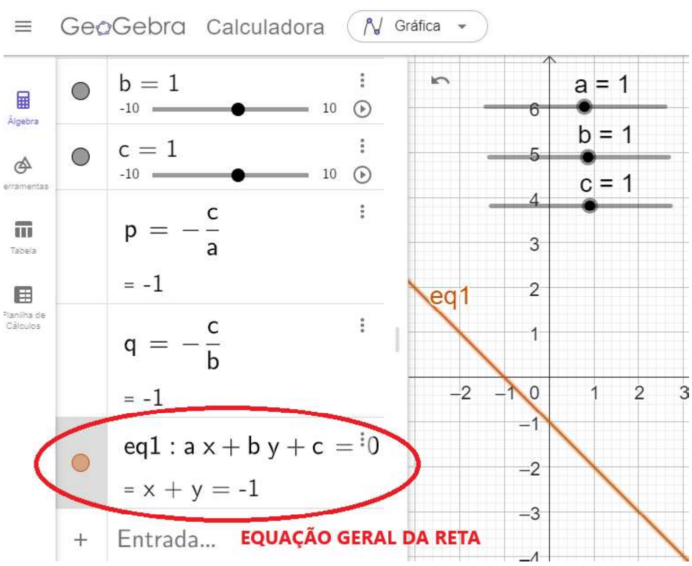
Figura 34: Coeficientes p e q.



Fonte: Autor.

3- No campo de entrada escreva a equação geral da reta "$ax + by + c = 0$" e logo em seguida pressione "enter".

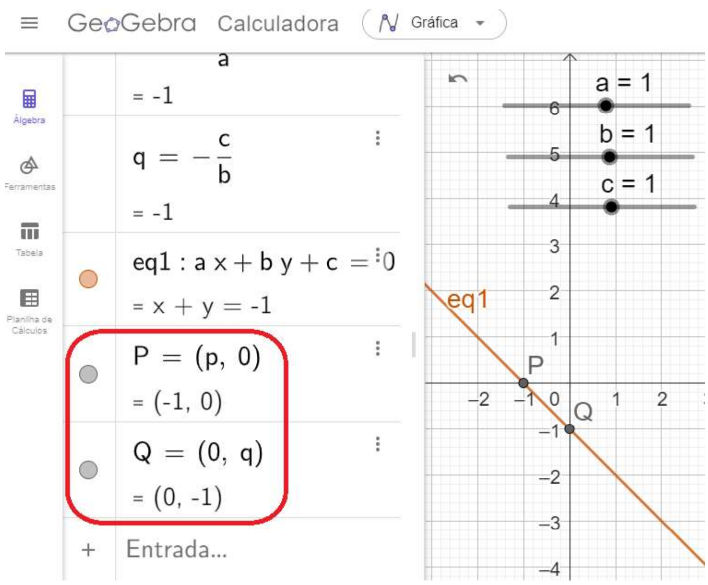
Figura 35: Forma geral da reta



Fonte: Autor.

4- Agora, no campo de entrada escreva o ponto P=(p,0) e depois o ponto Q(0,q). É importante ressaltar que “p” será raiz da equação e “q” o coeficiente linear da reta, ambos pontos de intersecção da reta com os eixos Ox e Ou, respectivamente. Estes são os mesmos pontos que vimos no tópico 2.3.2 deste trabalho, mais precisamente na página 38.

Figura 36: Ponto de intersecção com os eixos Ox e Oy.



Fonte: Autor.

5- Agora, altere os valores dos coeficientes a, b e c e perceba na janela de visualização que os pontos P e Q são exatamente pontos de intersecção da reta com os eixos x e eixo y.

Neste momento, iremos analisar as coordenadas dos pontos P e Q, de acordo com os coeficientes a, b e c da equação geral da reta. Assim, alterando os coeficientes da equação geral da reta, observe o que acontece com as coordenas p e q. Procure encontrar as retas verticais e horizontais relacionando a representação na janela de visualização do Geogebra com os conteúdos abordados nas páginas 41 e 42.

4.3 Atividade 3: Equação Reduzida da Reta

Planejamento da Atividade

• Objetivo da Atividade:

Compreender as relações do coeficiente angular com a equação da reta, entender que o coeficiente angular está diretamente ligado a inclinação da reta, e assim, formar conceitos sobre como classificar a reta como crescente, decrescente ou constante, a partir do valor do coeficiente angular. Relacionar os coeficientes da forma geral da reta com os coeficientes da forma reduzida, de maneira que seja possível compreender o que as tornam horizontal ou vertical.

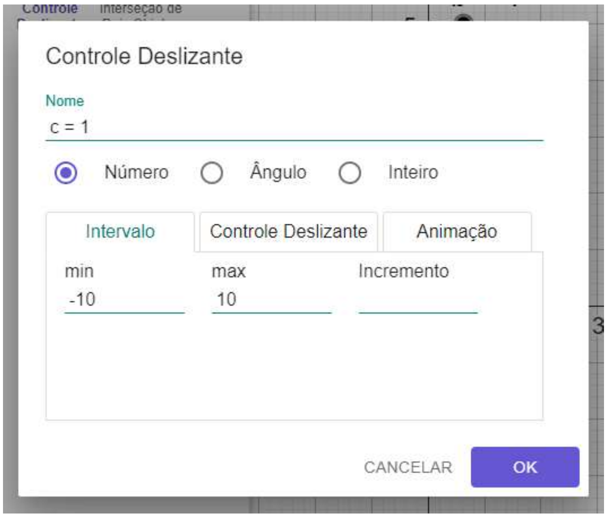
• Conteúdos abordados:

→ Equação Reduzida da Reta.

<u>Desenvolvimento da Atividade</u>

1- Utilizando a ferramenta "controle deslizante", construa 3 controles, do tipo 'número', com intervalo de -10 a 10, nomeie-os de a, b e c. Esses serão os coeficientes da equação geral da reta.

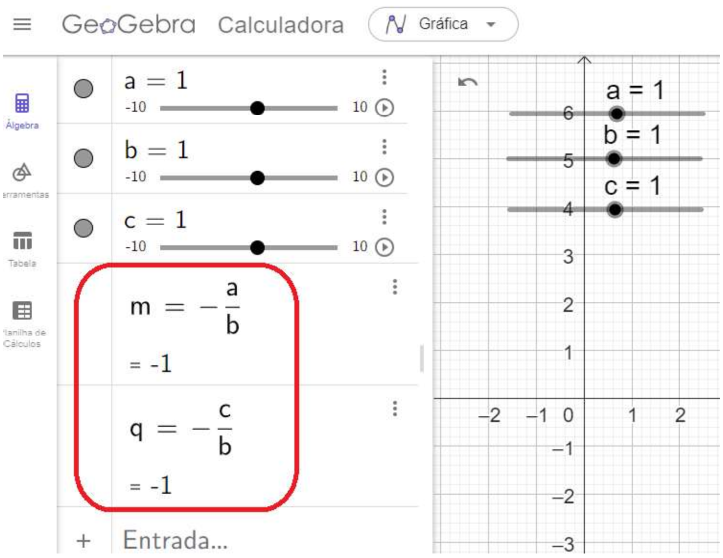
Figura 37: Coeficientes a, b e c.



Fonte: Autor.

2- Construiremos agora os coeficientes m e q, denominados de coeficiente angular e coeficiente linear, respectivamente. No campo de entrada escreva $m = -\frac{a}{b}$ e depois escreva $q = -\frac{c}{b}$. Esses coeficientes podem ser encontrados no tópico 2.3.3 deste trabalho, onde é apresentado a relação entre a equação geral e equação reduzida da reta.

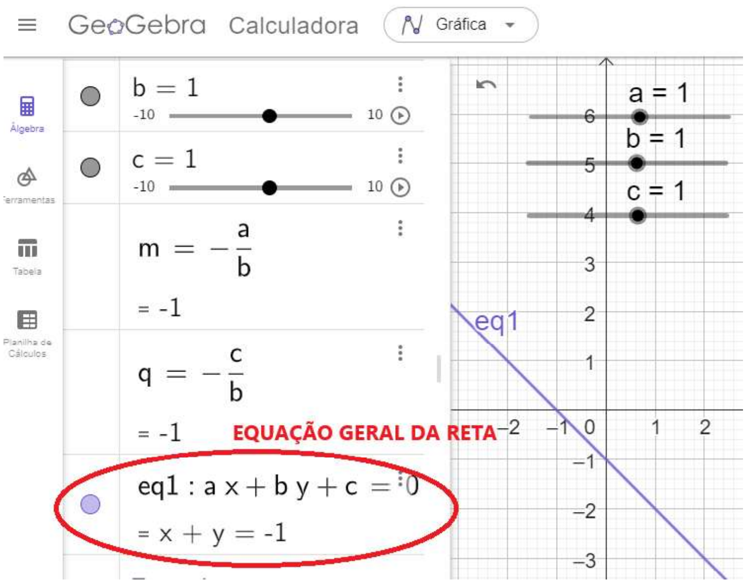
Figura 38: Coeficientes m e q.



Fonte: Autor.

3- No campo de entrada escreva a equação geral da reta “$ax + by + c = 0$”, logo em seguida pressione “enter”.

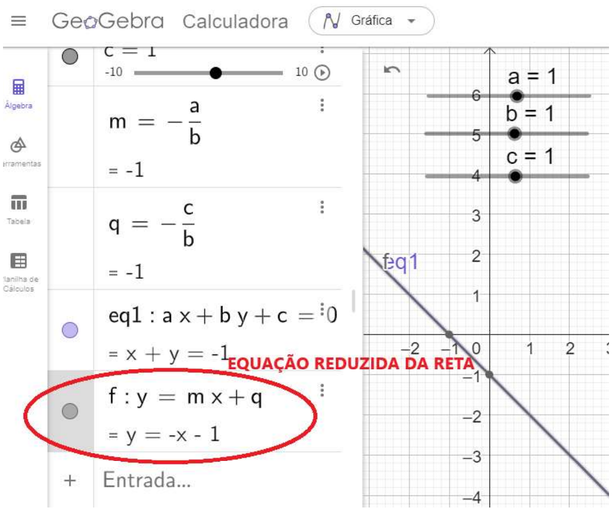
Figura 39: Equação geral da reta.



Fonte: Autor.

4- No campo de entrada escreva a equação geral da reta "$y = mx + q$", logo em seguida pressione "enter".

Figura 40: Equação Reduzida da reta.



Fonte: Autor.

Agora, alterando os coeficientes a, b e c criado no primeiro passo desta atividade, procure determinar quando a reta será paralela ao eixo das ordenadas e quando será paralela ao eixo das abscissas. Faça uma análise observando os coeficientes da equação geral da reta relacionando com a expressão reduzida da reta. Procure as respostas para perguntas, como: O que acontece com os coeficientes da equação reduzida da reta quando são paralelas aos eixos coordenados? O que é necessário para que a reta seja crescente ou decrescente?

Uma observação importante é perceber que tanto a equação reduzida, como também a equação segmentária apresenta o coeficiente linear.

4.4 Atividade 4: Coeficiente Angular

Planejamento da Atividade

• Objetivo da Atividade:

Compreender a relação existente entre o coeficiente angular e a inclinação da reta. Entender como encontrar a inclinação da reta, percebendo a relação $m = -\frac{a}{b} = tg\alpha$. Espera-se que o aluno compreenda por que a inclinação da reta se limita ao intervalo de 0º a 180º, percebendo que quando o ângulo fora desse intervalo corresponde a uma direção já representada dentro do intervalo de 0º a 180º.

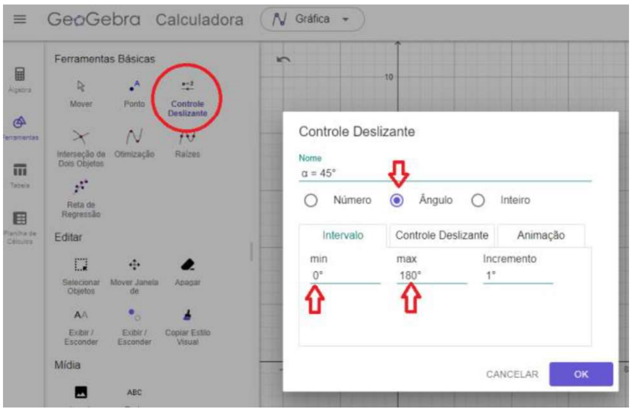
• Conteúdos abordados:

→ Coeficiente Angular.

Desenvolvimento da Atividade

1- Utilizando a ferramenta "controle deslizante" crie um controle selecionando a opção ângulo, e o coloque no intervalo de 0º à 180º graus, esta será a inclinação da reta.

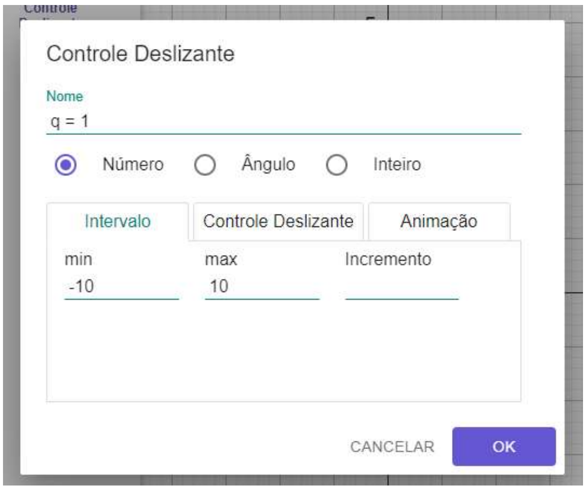
Figura 41: Inclinação da reta.



Fonte: Autor.

2- Com a ferramenta "controle deslizante", construa um controle, do tipo 'número', com intervalo de -10 a 10, e nomeie-o de q. Esse será o coeficiente linear da equação geral da reta.

Figura 42: Coeficiente Linear.

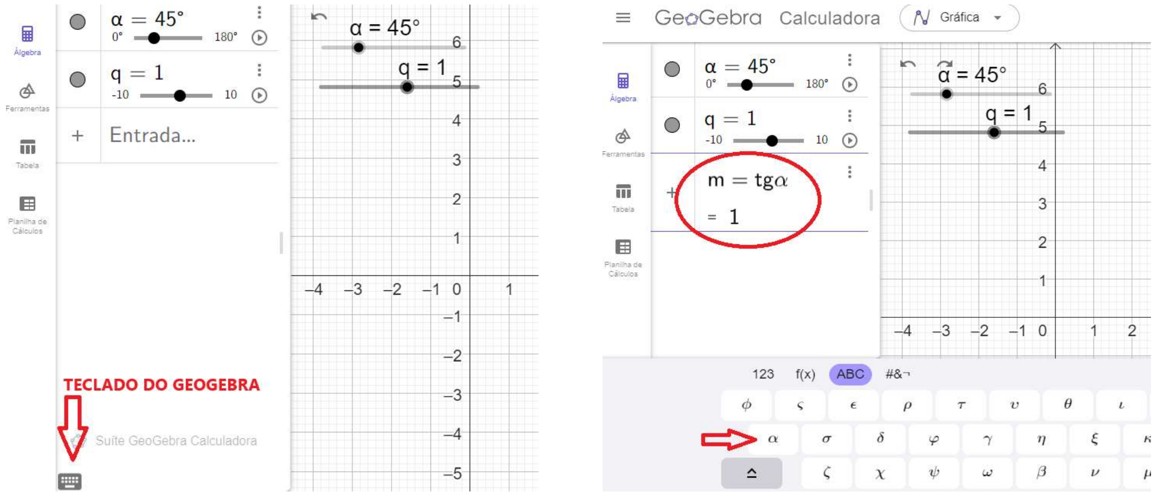


Fonte: Autor.

3- Agora, construiremos o coeficiente angular, escrevendo no campo de entrada $m = tg\alpha$. Para colocar a letra grega α você poderá estar utilizando o teclado do Geogebra clicando no símbolo do teclado no canto inferior esquerdo da tela, como mostra as figuras abaixo. Observe as figuras 43 (a) e (b).

Figura 43: Teclado do Geogebra.

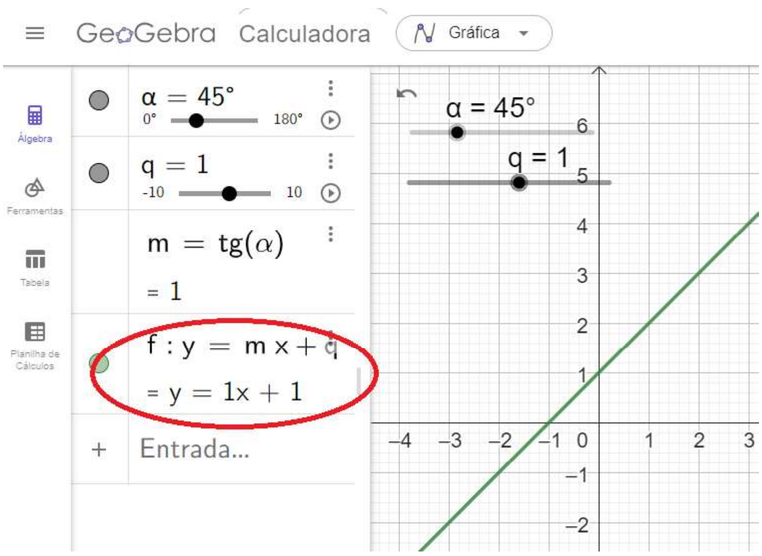
(a) (b)



Fonte: Autor.

4- No campo de entrada, coloque a equação reduzida da reta $y = mx + q$.

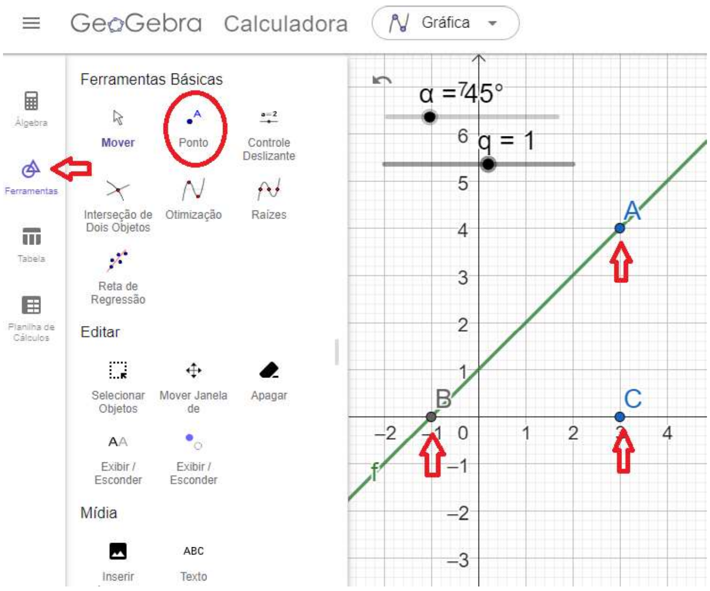
Figura 44: Equação Reduzida da reta.



Fonte: Autor.

5- Agora, na aba “ferramentas” selecione a opção “Ponto” e insira um ponto sobre o eixo das abscissas, outro no ponto de intersecção da reta com o eixo x, e um terceiro ponto sobre a reta, de acordo com a figura abaixo.

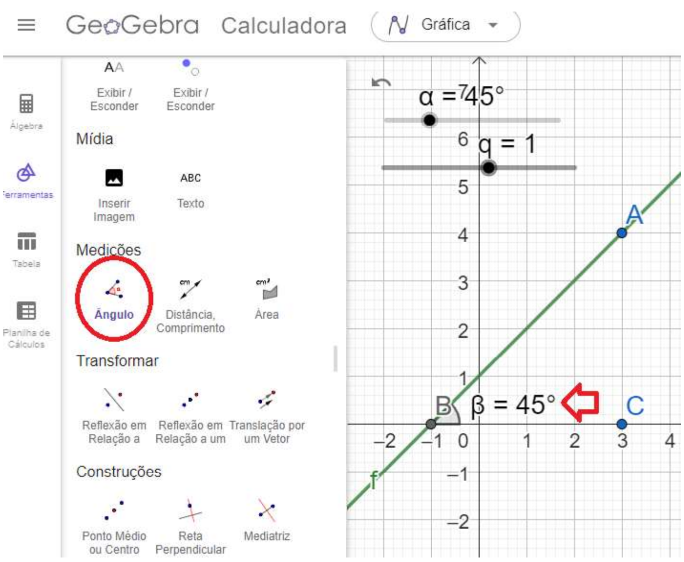
Figura 45: Criando pontos.



Fonte: Autor.

6- Ainda em ferramentas, agora selecionando a opção “Ângulo”, clique sobre os pontos A, B e C criado no item anterior.

Figura 46: O ângulo de inclinação da reta.

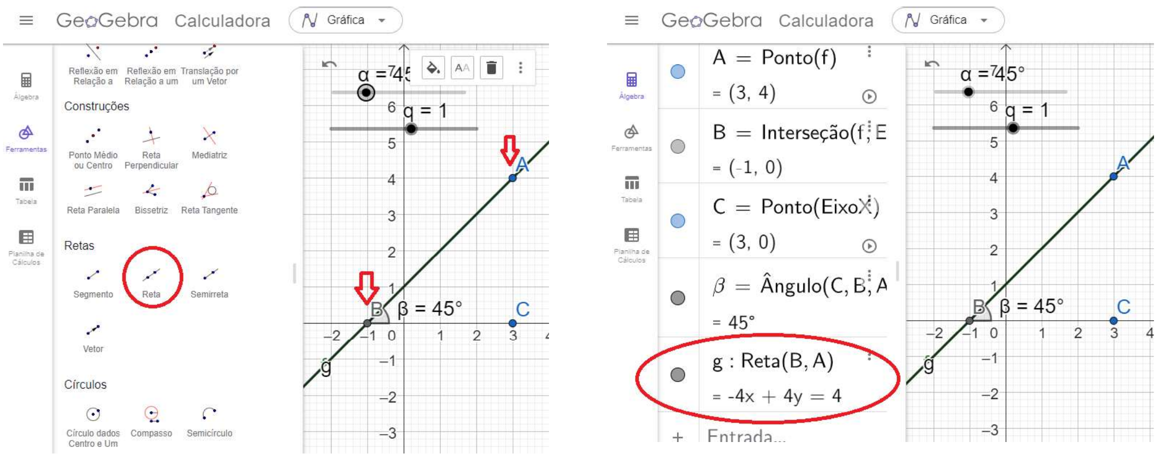


Fonte: Autor.

7- Com a ferramenta “Reta”, clique sobre os pontos A e B que pertencem a reta (Figura 47 a), assim você poderá observar a equação geral da reta no campo algébrico do Geogebra (figura 46 b).

Figura 47: Expressão geral na janela algébrica.

(a) (b)



Fonte: Autor.

Observe que a equação da reta apresentada no campo algébrico da Figura 47 (b) está na forma geral, dado que o coeficiente c está no segundo membro das equações, temos $ax + by = -c$. Se $ax + by = -c$, então $ax + by + c = 0$.

Agora, alterando os valores correspondentes ao ângulo de inclinação da reta e o coeficiente linear, compare-os com o valor de “$m = tg\alpha$” construído no terceiro passo desta questão. Analisando o exposto, procure uma explicação para $m = tg\alpha$.

4.5 Atividade 5: Relação Relativas entre Retas Coplanares.

Planejamento da Atividade

• Objetivo da Atividade:

Compreender e reconhecer as posições relativas entre retas no plano a partir das equações reduzidas da reta, assim como criar e formalizar tais relações a partir dos coeficientes angular e linear.

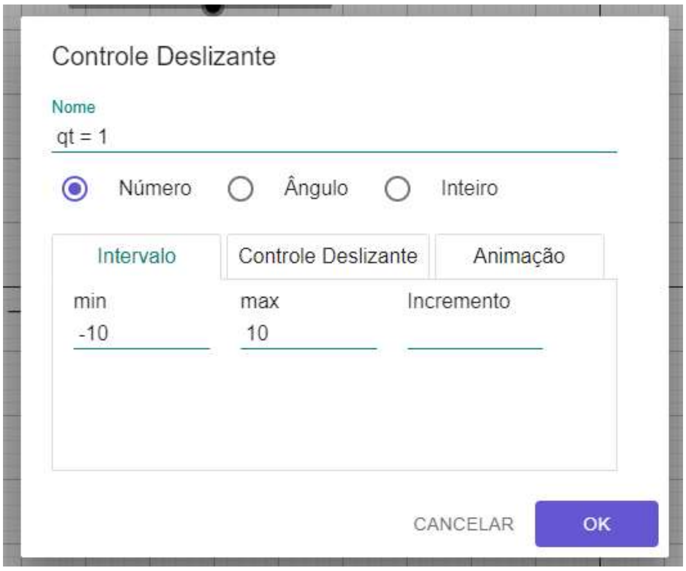
• Conteúdos abordados:

→ Posições relativas entre retas.

<u>Desenvolvimento da Atividade</u>

1- Inicialmente, usando a ferramenta “Controle Deslizante” construa 4 controles, selecionando o campo ‘número’, com intervalo de -10 a 10, renomeie de mr, qr, mt e qt, como na Figura 48. Esses serão os coeficientes angulares e lineares das retas r e t que construiremos adiante, respectivamente.

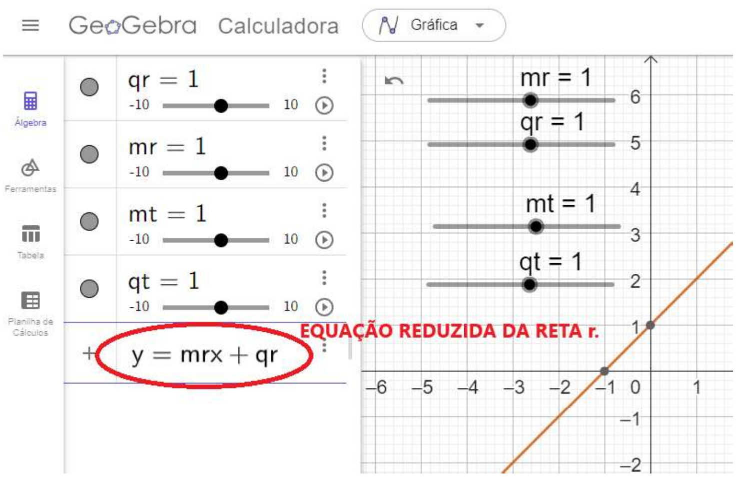
Figura 48: Coeficientes das retas r e t.



Fonte: Autor.

2- Agora, no campo de entrada do Geogebra, coloque a equação reduzida da reta r, escrevendo “$r: y = mr * x + qr$”.

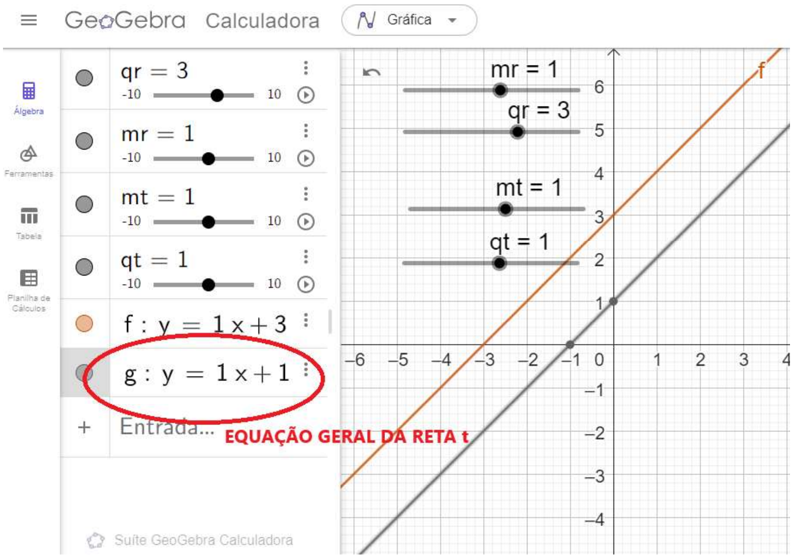
Figura 49: Equação reduzida da reta r.



Fonte: Autor.

3- Ainda no campo "entrada" do Geogebra, coloque agora a equação reduzida da reta t, escrevendo "$s: y = mt * x + qt$".

Figura 50: Equação reduzida da reta t.



Fonte: Autor.

Podemos observar na Figura 49, que as retas *r* e s são paralelas distintas. Alterando os valores dos coeficientes da equação reduzidas das retas *r* e *s* procure formalizar o que torna as retas paralelas distintas, coincidentes, concorrentes, e quando além de concorrentes serão também perpendiculares.

O objetivo desta atividade é reconhecer a relação entre retas no plano cartesiano através dos coeficientes angulares e lineares. Assim, mesmo sem a representação gráfica, contando apenas com a equação reduzida é suficiente para identificar a relação entre as retas.