

4 PROPOSTA DIDÁTICA

Compreende-se proposta didática como um plano estruturado para o ensino, que tem como objetivo facilitar o processo de ensino-aprendizagem de maneira eficaz e interativa. Esse tipo de proposta promove a participação ativa dos estudantes, por meio de contextualizações e uso de metodologias ativas, podendo ser usado em diversas áreas do conhecimento, além de facilitar a interdisciplinaridade promovendo uma visão mais ampla e incorporada dos temas abordados.

Neste capítulo trabalharemos uma proposta didática cujo objetivo é ensinar análise combinatória usando jogos como ferramenta metodológica. Assim, dividiremos a proposta em sequências didáticas e orientações e sugestões de como aplicá-las em sala de aula, desenvolvendo atividades específicas e sequenciais para alcançar tal objetivo de maneira progressiva. Segundo Santos (2024, p.51),

Uma das principais vantagens de uma sequência didática bem planejada é a possibilidade de progressão gradual do conhecimento. Ao organizar as atividades de forma crescente em termos de complexidade, o professor permite que os alunos desenvolvam suas competências de forma sistemática e contínua.

O autor ainda afirma que a sequência didática organiza o conteúdo a ser ensinado e permite ao professor antecipar e superar possíveis dificuldades que possam ser encontradas pelos estudantes. Ao organizar o conteúdo de maneira lógica e coerente, a sequência didática ajuda a manter os estudantes concentrados e motivados ao longo do processo de aprendizado, o que contribui para um ambiente mais produtivo e participativo, assim tanto os professores quanto os alunos podem se beneficiar do processo educacional.

4.1 CONSTRUÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA

A elaboração da proposta didática foi motivada pela busca em tornar o ensino de análise combinatória mais atrativo, buscando quebrar o paradigma de que a disciplina é difícil e que não pode ser compreendida por maioria dos estudantes, o que acaba gerando um déficit de aprendizado que pode ser observado facilmente nos estudantes da Educação Básica. Por conseguinte, o objetivo principal da proposta é desenvolver o raciocínio combinatório e estratégico dos estudantes, utilizando jogos como ferramentas para explorar e aplicar conceitos matemáticos em situações desafiadoras e envolventes.

Dessa forma, a proposta é constituída por duas etapas que fazem a aplicação de jogos em sala de aula, ambas destinadas aos alunos do ensino médio, e podendo ser desenvolvida em qualquer uma das séries dessa etapa, a depender dos conteúdos programáticos da rede de ensino,

de modo que seja aplicado como introdução ao estudo de análise combinatória, objetivando tornar o aprendizado mais divertido e interativo, aumentando assim o engajamento dos estudantes. Além das etapas da proposta, há também uma sugestão de atividade em formato de torneio usando o Jogo da Velha Supremo, que poderá ser disputado entre equipes de séries distintas, este visa a disseminação e popularização do jogo, promovendo uma competição saudável entre os estudantes.

Para explorar a natureza combinatória do jogo, a primeira etapa da proposta trata da aplicação do Jogo da Velha (Tic-Tac-Toe), onde serão elaboradas perguntas direcionadas ao jogo, que necessitam de cálculos combinatórios para que sejam respondidos. Tais perguntas serão feitas antes de apresentar os conceitos de análise combinatória, com objetivo de verificar os conhecimentos prévios dos estudantes com relação ao conteúdo.

A segunda etapa usará o Jogo da Velha Supremo como ferramenta metodológica. O jogo é uma variação mais complexa do tradicional Jogo da Velha, e pode ser utilizada como ferramenta pedagógica para desenvolver habilidades fundamentais para a compreensão de conceitos matemáticos, tais como, pensar logicamente, estratégia e tomada de decisões em discentes de diferentes faixas etárias.

Durante a aplicação do jogo, ele pode ser apresentado e utilizado tanto na versão impressa (ou desenhada pelos próprios estudantes), quanto na versão digital (requer conexão com a internet), esta permite uma melhor compreensão das regras de condicionalidade, uma vez que o jogador não consegue jogar em um quadro diferente do qual foi designado, como pode-se observar na figura 21.

Figura 21: Jogo da Velha Supremo, versão digital



Fonte: Dados da Pesquisa

É importante ressaltar que a versão digital do Jogo da Velha Supremo utilizada nesta proposta didática foi criada pelo autor deste trabalho com o uso de recursos de inteligência artificial, resultando em uma ferramenta interativa que automatiza o controle das regras condicionais e destaca, de forma visual, tanto o jogador da vez quanto o quadro no qual a próxima jogada deve ocorrer. Essa funcionalidade facilita a compreensão das regras pelos estudantes, evita movimentos proibidos durante as partidas e reduz dúvidas, tornando o processo de aprendizagem mais claro e engajador. Dessa forma, a ferramenta digital não só potencializa o envolvimento dos alunos nas atividades, mas também representa um diferencial metodológico, modernizando o ensino e alinhando-o às demandas tecnológicas da educação contemporânea.

Adicionalmente, há a sugestão de um torneio que tem como objetivo popularizar o jogo e demonstrar seu potencial educativo, indo além do simples passatempo. O torneio, aberto à participação de alunos de diferentes séries do Ensino Médio, visa criar um ambiente de competição saudável e estimulante, em que os estudantes possam aplicar conceitos matemáticos, desenvolver o raciocínio estratégico e aprimorar suas habilidades de tomada de decisão. Ao promover a interação entre alunos de diferentes níveis de conhecimento, o torneio se configura como uma ferramenta para democratizar o acesso ao jogo, tornando-o acessível à todos.

4.2 ORIENTAÇÕES PARA APLICAÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA

A proposta didática, como mencionado, foi desenvolvida para ser aplicada aos estudantes do Ensino Médio, durante a introdução dos conceitos de análise combinatória, de modo que a série específica dessa etapa pode variar de acordo com a grade curricular da região em que será aplicada. Assim, o professor que desejar fazer a aplicação tem a liberdade de fazer pequenas adaptações a fatores locais, como a grade curricular e aspectos estruturais da unidade escolar, como projetor de imagens e acesso à internet.

Segundo a BNCC, a Matemática tem o dever de explorar ao máximo o potencial dos alunos no Ensino Fundamental, visando implementar iniciativas que aprofundem o letramento matemático que foi iniciado anteriormente (Brasil, 2018). Assim, novos conhecimentos específicos devem incentivar processos de reflexão e abstração mais complexos, capacitando os estudantes a formular e resolver problemas em diferentes contextos com maior autonomia e ferramentas matemáticas.

Dessa forma, a proposta busca desenvolver as seguintes habilidades (EM13MAT105), (EM13MAT310) e (EM13MAT315) presentes na BNCC. Segundo a BNCC,

[...](EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras). [...](EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore. [...] (EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema. (Brasil, 2018. p. 533-537).

Vale ressaltar que o jogo também se relaciona com habilidades de outras áreas do conhecimento, como Educação Física, e em diferentes níveis, como educação infantil e ensino fundamental. As habilidades mencionadas estão relacionadas aos tópicos da análise combinatória, como princípio fundamental da contagem, fatorial, permutações, arranjos e combinações, da geometria, como as transformações isométricas, além de que da parte visual remete a tópicos como matrizes e coordenadas cartesianas.

Fundamentado nas orientações expostas acima, apresentamos na seção 4.3 cada etapa da proposta didática.

4.3 ETAPAS DA PROPOSTA DIDÁTICA

As etapas da proposta didática a seguir fazem o uso de jogos como ferramentas para o ensino de análise combinatória, sendo que a primeira se utiliza do Jogo da Velha tradicional (Tic-Tac-Toe), e a segunda faz uma abordagem do Jogo da Velha Supremo.

4.3.1 PRIMEIRA ETAPA

ITEM	DESCRIÇÃO
TÍTULO	Jogo da Velha (Tic-Tac-Toe)
CONTEÚDOS	Princípio Fundamental da Contagem, Fatorial, Permutação, Arranjo e Combinação.
METODOLOGIA	Aula dialogada, em que os conceitos serão construídos mediante indagação do professor.
TEMPO ESTIMADO	Quatro aulas de 45 minutos cada.
PÚBLICO ALVO	Estudantes do ensino médio.

RECURSOS	Projetor e computador ou tela interativa, quadro branco ou verde, caneta de quadro branco ou giz, folhas A4, lista de exercício impressa e canetas.
HABILIDADES BNCC	(EM13MAT105), (EM13MAT310) e (EM13MAT315).

JUSTIFICATIVA

Diante da frequente rejeição dos estudantes em relação à matemática e da crescente busca por métodos que combatam tal rejeição, a inserção do jogo da velha em uma aula de análise combinatória se justifica como uma estratégia lúdica e acessível aos estudantes, promovendo assim um maior interesse pela disciplina, ajudando a desmistificar as dificuldades da matemática e reduzindo a ansiedade associada a disciplina. Tais práticas estimulam o raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de resolver problemas, além de promover um ambiente colaborativo e motivador, tornando o aprendizado mais atraente e envolvente. Além de desenvolver no aluno a capacidade de tomar decisões estratégicas, conforme as competências e habilidades propostas pela BNCC, utilizando uma metodologia construtivista na qual o aluno é o protagonista na construção do próprio conhecimento.

OBJETIVOS

- Introduzir os conceitos básicos de análise combinatória (permutações e combinações) de forma intuitiva, utilizando o jogo da velha como ferramenta.
- Identificar e analisar as diferentes possibilidades de jogadas no jogo da velha, aplicando o princípio fundamental da contagem.
- Resolver problemas de contagem relacionados ao jogo da velha, utilizando diferentes estratégias e representações.
- Estimular a colaboração e o trabalho em equipe, promovendo a troca de ideias e a discussão de estratégias.
- Conectar a atividade lúdica com os conteúdos formais da análise combinatória, facilitando a compreensão e aplicação dos conceitos em situações mais complexas.
- Desenvolver habilidades de análise crítica e tomada de decisões estratégicas com base nas possibilidades identificadas.
- Aumentar o interesse dos alunos pela matemática, demonstrando sua aplicação prática e relevante em diferentes contextos.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Afim de otimizar a aprendizagem e promover uma experiência enriquecedora, a primeira etapa da proposta didática será dividida em duas fases, cada uma com um objetivo específico, buscando construir gradualmente o conhecimento e as habilidades necessárias para a compreensão dos conceitos de análise combinatória, resultando na aplicação prática desses conceitos através do jogo da velha.

Fase 1: Introdução ao tema

Com a finalidade de promover uma conversa inicial sobre o conteúdo, o professor iniciará a aula dizendo que irão falar de jogos. Inicialmente será perguntado aos estudantes quais jogos eles mais gostam e quais seriam possíveis jogar em sala, de modo que o professor fará perguntas direcionadas para que em determinado momento seja citado o jogo da velha. Assim que citado o jogo da velha, o professor irá desenhar um tabuleiro no quadro e iniciará uma série de perguntas aos estudantes, sempre exemplificando o cenário proposto no quadro (ou Datashow), para que os estudantes possam visualizar o problema e procurar solução. Segue as perguntas sugeridas:

1. Considerando que "X" joga primeiro, qual o número máximo de tabuleiros distintos possíveis que podem existir após a primeira jogada? E após a segunda jogada (uma jogada de "X" e uma de "O")?
2. Quantas sequências de jogadas diferentes levam à vitória de "X" na terceira jogada (ou seja, "X" joga 3 vezes e vence)?
3. Se "X" já colocou dois símbolos em linha (horizontal, vertical ou diagonal), quantas posições diferentes "O" pode ocupar para evitar que "X" vença na próxima jogada?
4. Considerando as simetrias do tabuleiro (rotações e reflexões), quantas configurações de tabuleiro são realmente únicas após a primeira jogada de "X"?
5. Se apenas 4 jogadas foram feitas (2 de "X" e 2 de "O"), quantas configurações de tabuleiro diferentes são possíveis?
6. Qual o número máximo de jogos possíveis, considerando todas as formas de "X" vencer, "O" vencer ou terminar em empate?
7. Quantas sequências de jogadas diferentes levam a um empate (velha) no Jogo da Velha?
8. Se o primeiro jogador ("X") escolher o centro, quantas opções de resposta o segundo jogador ("O") tem para evitar uma possível armadilha de "X"?
9. Se as jogadas fossem feitas aleatoriamente, qual seria a probabilidade de "X" vencer em sua terceira jogada (considerando que "X" joga primeiro)?

10. Se o Jogo da Velha fosse jogado em um tabuleiro 4x4, qual o número de possíveis estados do tabuleiro após três jogadas de “X” e três de “O”?

Enquanto fizer as perguntas, o professor não deve se preocupar com as possíveis correções, nesse momento o foco é estimular os estudantes a desenvolver uma forma própria de pensar e chegar a uma resposta convincente, justificando matematicamente suas respostas. Após realizar todas as perguntas apenas de modo verbal, o professor entregará aos alunos uma lista impressa com as questões, solicitando que os estudantes tragam-nas respondidas na aula seguinte.

Fase 2: Apresentação dos tópicos de análise combinatória e solução das questões propostas

Na fase número 2, o professor irá refazer verbalmente as mesmas perguntas, indagando os estudantes sobre como conseguiram chegar a solução de cada uma e estimulando a buscarem outras situações que seria possível aplicar o mesmo método utilizados por eles, afim de encontrar generalizações. Em seguida apresentará os conceitos de análise combinatória, usando as próprias perguntas para exemplificar a aplicação de cada conceito, apontando situações em que a alteração da ordem de jogadas de “X” e “O” podem gerar resultados diferentes dos encontrados anteriormente, apresentando assim o princípio da preferência e, posteriormente, a diferença entre a aplicação de arranjos e combinações. Assim, após apresentar todos os conceitos, o professor fará a correção de cada questão no quadro, mostrando quais conceitos podem ser utilizados para solucionar cada problema.

AVALIAÇÃO

A avaliação dos estudantes será realizada de forma contínua e integral ao longo de todo o processo, priorizando a observação do engajamento nas atividades propostas, a qualidade da participação nas discussões em grupo e o respeito demonstrado aos colegas e às regras do jogo. Considerando-se os vários momentos de interação e discursão durante a aula, a avaliação não se restringe apenas ao desenvolvimento do estudante durante a aulas, mas de todo o contexto no qual ele foi inserido, de modo que o professor deverá fazer uma análise reflexiva sobre os resultados obtidos, objetivando aprimorar as técnicas utilizadas adaptando-as as necessidades do aluno.

4.3.2 SEGUNDA ETAPA

ITEM	DESCRIÇÃO
------	-----------

TÍTULO	Jogo da Velha Supremo
CONTEUDOS	Princípio Fundamental da Contagem, Fatorial, Permutação, Arranjo e Combinação.
METODOLOGIAS	Aula dialogada com atividades em duplas.
TEMPO ESTIMADO	Seis aulas de 45 minutos cada.
PÚBLICO ALVO	Estudantes do Ensino Médio.
RECURSOS	Projetor e computador ou tela interativa, quadro branco ou verde, caneta de quadro branco ou giz, folhas A4, lista de exercício impressa e canetas.
HABILIDADES BNCC	(EM13MAT105), (EM13MAT310) e (EM13MAT315).

JUSTIFICATIVA

Após a introdução aos conceitos de análise combinatória através do jogo da velha, buscamos aprofundar o aprendizado e desafiar ainda mais os estudantes com uma versão mais complexa do jogo. A introdução do Jogo da Velha Supremo se justifica pela necessidade de quebrar a rotina e estimular a experimentação do novo, elementos essenciais para manter o interesse e a motivação dos alunos. Ao apresentar um jogo com regras e desafios adicionais, promovemos a expansão do raciocínio combinatório, a aplicação de estratégias mais elaboradas, a consolidação dos conhecimentos adquiridos, além de instigar a curiosidade e a busca por soluções inovadoras, habilidades fundamentais para o desenvolvimento cognitivo e a preparação para situações complexas na vida discentes, seja na rotina escolar ou além dela.

OBJETIVOS

- Expandir os conceitos de análise combinatória (permutações e combinações) para situações mais complexas, explorando as nuances do novo jogo.
- Analisar as diferentes possibilidades de jogadas no jogo da velha complexo, aplicando o princípio fundamental da contagem e outras técnicas de contagem.
- Desenvolver estratégias mais elaboradas e eficientes para o novo jogo, considerando a maior variedade de possibilidades.
- Estimular a resolução de problemas de contagem mais desafiadores, relacionados ao jogo da velha complexo, utilizando diferentes abordagens e representações.
- Promover a colaboração e a troca de conhecimentos entre os alunos, incentivando a discussão de estratégias e a análise crítica das soluções encontradas.

- Relacionar o novo jogo com outros temas da matemática, como probabilidade e teoria dos jogos, ampliando a visão dos alunos sobre a aplicabilidade dos conceitos.
- Incentivar a criatividade e a busca por soluções inovadoras, explorando as possibilidades do jogo e propondo novas estratégias e variações.
- Consolidar a atitude positiva em relação à matemática, demonstrando que a disciplina pode ser desafiadora e divertida ao mesmo tempo.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Afim de garantir uma melhor compreensão do jogo, e sua relação com a análise combinatória, esta etapa da proposta didática também foi dividida em fases, que vão desde a apresentação e familiarização com o jogo até a aplicação de uma lista de atividades formuladas a partir da aplicação e relacionando com conceitos combinatórios.

Fase 1: Introdução do Jogo da Velha Supremo

Nessa fase será apresentado o Jogo da Velha Supremo aos estudantes, sugere-se que o professor cite a aula anterior antes de iniciar esta, para que seja feito uma retomada, questionando os discentes o que acharam da aula anterior, em seguida desenha novamente o tabuleiro do jogo da velha tradicional no quadro e em seguida, pedindo que os estudantes descrevam as regras e estratégias principais do jogo, buscando criar uma conexão imediata com o jogo. Após isso, mencione um desafio, dizendo que tem uma forma de deixar o jogo mais estratégico e desafiador. Em seguida, no tabuleiro desenhado no quadro, complete-o com os jogos menores, mostrando que em cada quadro do jogo tradicional há um novo tabuleiro, em seguida enumere cada jogo e maior e insira os índices nos jogos menores, como na imagem 21.

Figura 22: Tabuleiro do Jogo da Velha Supremo com índices

JOGO 1			JOGO 2			JOGO 3		
1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3
1.4	1.5	1.6	2.4	2.5	2.6	3.4	3.5	3.6
1.7	1.8	1.9	2.7	2.8	2.9	3.7	3.8	3.9
JOGO 4			JOGO 5			JOGO 6		
4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3	6.1	6.2	6.3
4.4	4.5	4.6	5.4	5.5	5.6	6.4	6.5	6.6
4.7	4.8	4.9	5.7	5.8	5.9	6.7	6.8	6.9
JOGO 7			JOGO 8			JOGO 9		
7.1	7.2	7.3	8.1	8.2	8.3	9.1	9.2	9.3
7.4	7.5	7.6	8.4	8.5	8.6	9.4	9.5	9.6
7.7	7.8	7.9	8.7	8.8	8.9	9.7	9.8	9.9

Fonte: Dados da Pesquisa

Durante a apresentação o professor também pode apresentar o tabuleiro usando projetor, isso permite que o aluno veja-o de maneira mais clara, especialmente em sala grandes.

Fase 2: Explicação das Regras

Regras básicas: Exponha que o objetivo continua sendo alinhar três “X” ou três “O” em um jogo pequeno, vencendo-o. Em seguida, o objetivo é vencer três jogos pequenos alinhados, vencendo assim o jogo grande. Mostre que ganhar um jogo pequeno é como marcar um “X” ou “O” no jogo grande.

Regras de condicionalidade: Explique que cada jogada condiciona a jogada seguinte do oponente, e destaque que a sua próxima jogada também será condicionada pela jogada do adversário. Nessa etapa apresente exemplos práticos, por exemplo, “se eu jogar no 7.2, onde você terá que jogar?” Em seguida mostre que eles seriam obrigados a jogar no jogo 2. Continue exemplificando até que todos tenham compreendido. Nessa etapa, é sugerido que o professor use também a versão digital do jogo, disponível no link abaixo, pois como mencionado, ele indica qual jogador deverá jogar “X” ou “O”, e o número do jogo que este fará sua jogada, o

que pode facilitar a compreensão dos estudantes. Após apresentar os exemplos práticos, certifique-se de que todos tenham entendido, e continue a apresentação das demais regras.

Link da versão digital do jogo: <https://websim.ai/p/zgy-tbaio-oiehvr4woi>

Velha em um jogo pequeno: Explique que, se um jogo pequeno terminar empatado, ou seja, velha, ele se torna um “coringa” que pode ser usado por qualquer um dos jogadores para completar uma linha no tabuleiro principal, para isso basta alinhar dois jogos com ele e será o vencedor.

Jogos finalizados: Explique que quando um jogador for condicionado a um jogo que já foi fechado, ou seja, já houve um vencedor nele, ele poderá escolher qualquer um que ainda esteja disponível para fazer sua jogada.

Vitória final: Reforce que o objetivo final é vencer três jogos pequenos em linha (ou usar um coringa para ajudar).

Fase 3: Demonstração Interativa

Após certificar-se de todos os alunos entenderam, escolha um deles para jogar uma partida demonstrativa. Nessa etapa é sugerido que se use a versão desenhada no quadro, para facilitar a visualização e participação dos demais estudantes da turma. Ao realizar qualquer jogada verbalize seus pensamentos enquanto joga, isso contribuirá para os alunos estenderem as estratégias do jogo. “Estou jogando aqui para forçar meu oponente a ir para o jogo 2, onde eu já tenho uma vantagem.” Mostre também como bloquear o oponente e criar oportunidades de vitória. Nessa fase vale o destaque de que em muitas ocasiões, é melhor deixar de fechar um jogo pequeno para bloquear uma possível jogada do oponente. Por fim, incentive os alunos a fazer perguntas durante o jogo e peça-os para sugerir jogadas e que expliquem suas sugestões, isso ajudará a traçarem suas próprias estratégias para a etapa seguinte.

Fase 4: Prática Supervisionada

Os alunos poderão jogar tanto em um tabuleiro impresso, ou desenhado por eles mesmos, ou ainda a versão digital. Aconselha-se inicialmente usar a versão digital, a não ser que a escola não forneça acesso à internet. Caso o professor julgue conveniente, a prática também pode ser realizada no laboratório de informática.

Antes de iniciar organize os estudantes em duplas, para jogarem entre si, seja na versão digital ou impressa. A escolha das duplas pode ser realizada por meio de sorteio, ou escolhendo número na frequência. Para decidir quem iniciará a partida, peça-os para disputarem “Pedra, Papel ou Tesoura”. Deixe que cada dupla jogue duas partidas, caso eles queiram trocar de oponente após finalizar uma partida, também é permitido, nesse momento pretende-se ter a maior participação possíveis, então adaptações e mudanças repentinas são válidas para

umentar o engajamento. O professor deve ter em mente que pode ocorrer variações quanto a duração de uma partida, geralmente o tempo médio de uma partida em que os dois oponentes já conhecem e são praticantes do jogo é de 40 minutos, porém quando os participantes ainda não conhecem o jogo, uma partida dura de 15 à 25 minutos, por isso seria interessante iniciar a prática quando há duas aulas seguidas na mesma turma.

Durante todo o período de prática, monitore as partidas, oferecendo suporte individualizado e esclarecendo dúvidas. Oriente os estudantes a chama-lo sempre que surgir dúvidas e incentive os alunos a pensarem em suas estratégias e a comunicarem seus pensamentos. Se necessário, permita que os alunos usem o tabuleiro com os pontos **a.b** como guia durante as primeiras partidas, após algumas partidas, eles mesmos desenharão os tabuleiros e não terão a preocupação em escrever os índices.

Fase 5: Discursões e Reflexões

Promova ao término da aplicação, uma roda de conversa, e pergunte aos alunos o que acharam do jogo, se gostaram de jogar, e o que mais lhe chamou atenção durante as partidas, e o que lhe foi mais desafiador. Discuta também como o jogo ajuda a desenvolver habilidades como raciocínio lógico, planejamento estratégico e tomada de decisões.

Fase 6: Atividade avaliativa

Após finalizar a aplicação do jogo em sala de aula, o professor fará uma atividade avaliativa, na qual relacionará os conceitos de análise combinatória a interação do jogador com o jogo e suas regras. Segue a lista de perguntas sugeridas:

1. No início do jogo, o primeiro jogador tem quantas opções de jogada? Quantas opções o segundo jogador terá em sua primeira jogada? Explique como esse valor depende da escolha do primeiro.
2. Se o primeiro jogador escolher o ponto 1.1, e o segundo jogador responder com o ponto 1.2, quantas opções de jogada o primeiro jogador terá em seguida?
3. Considerando que um jogador já venceu dois jogos pequenos em linha (horizontal, vertical ou diagonal), de quantas maneiras diferentes ele pode vencer o jogo principal utilizando um coringa?
4. Um jogador percebe que, se o oponente fizer uma jogada em um ponto específico do tabuleiro, ele poderá vencer um jogo pequeno na rodada seguinte. Quais são as possibilidades de jogada que esse jogador tem para impedir a vitória do adversário, considerando todas as opções disponíveis?
5. Em um jogo completo, quantos jogos pequenos podem ser vencidos no máximo? E no mínimo?

6. Supondo que em um jogo, não tenha um vencedor em jogos pequenos. Qual o número mínimo de jogos coringas pode ter no tabuleiro, para que haja um vencedor?
7. De quantas maneiras diferentes um jogador pode vencer o jogo principal, combinando jogos pequenos vencidos e coringas?
8. Um jogador decide focar em vencer os jogos pequenos nas diagonais. Quantas seqüências de jogadas diferentes ele pode seguir para garantir a vitória nesses jogos, ignorando as jogadas do oponente?
9. Se cada jogo pequeno pudesse ter um vencedor diferente (“X”, “O” ou empate), quantas combinações diferentes de resultados seriam possíveis no tabuleiro principal?
10. Se o Jogo da Velha Supremo fosse expandido para um tabuleiro 4x4, com jogos pequenos também 4x4 em cada quadro, quantas opções de jogada o primeiro jogador teria?

Ao corrigir o questionário, sugere-se que o professor não avalie apenas se a resposta está certa ou errada, mas que leve em consideração a construção da resposta do aluno, avaliando como ele chegou a tal resposta ou resultado. Na aula seguinte, sugere-se que o professor faça correção das questões no quadro, mostrando como obter cada resultado, e esclarecendo dúvidas assim quando surgirem.

AVALIAÇÃO

A avaliação dos alunos deverá ser um processo contínuo e integrado à dinâmica do jogo, com foco não apenas no resultado final, mas principalmente no desenvolvimento de habilidades e competências ao longo da atividade, em que se deve observado o engajamento individual e coletivo nas tarefas propostas, a qualidade da participação nas discussões em grupo, o respeito demonstrado aos colegas e as regras condicionais para o jogo. Também aconselha-se observar que a avaliação buscará identificar a habilidade dos discentes em buscar soluções criativas para os problemas que surgirem durante a partida, a utilização de conceitos de análise combinatória para calcular o número de possíveis jogadas e a aplicação de conceitos de probabilidade para avaliar as chances de vitória em diferentes cenários. A relação do jogo com outros temas da matemática e da lógica, demonstrada por meio de argumentos e estratégias utilizadas, deve acrescentar a análise do aprendizado e do desenvolvimento de cada estudante.

4.4 TORNEIO DE JOGO DA VELHA SUPREMO

Ao finalizar a aplicação, objetivando manter o engajamento e popularizar o jogo, sugere-se ao professor a realização de um torneio individual, em que os participantes de diferentes séries (preferencialmente do Ensino Médio) possam se inscrever. Para isso, marque uma data futura para o torneio e divulgue por meio de cartazes nos murais da escola, mídias digitais e pessoalmente nas salas em que pretende que tenha participantes inscritos. Como forma de incentivo, busque patrocínios dentro da própria escola para conseguir uma premiação atrativa, seja financeira, ou outros prêmios a depender do interesse do professor aplicador. Além disso, forneça o link da versão digital do jogo, disponibilize-o por meio de *Quick Response Code* (QR code) nas próprias mídias de divulgação do torneio. De modo complementar, disponibilize também o Apêndice 1, para que os demais estudantes possam conhecer o jogo bem como suas regras de jogabilidade.

É sugerido que o número de inscrições seja limitado, a quantidade pode variar de acordo com a procura, porém, é importante que o número de inscritos corresponda a uma potência de base 2, pois quando disputado em formato eliminatório, (quem ganha avança, quem perde é eliminado), é garantido que cheguem apenas dois participantes na final.

As partidas iniciais serão definidas por meio de sorteio, e o restante pode ser feito de modo que o vencedor do primeiro jogo enfrenta o vencedor do segundo, o do terceiro enfrenta o do quarto, e assim sucessivamente, inclusive nas fases seguintes. Como mencionado, o vencedor de cada confronto passará para fase seguinte, o que perder será eliminado, até que reste apenas dois finalistas. O número de rodadas dependerá do número de inscritos, sendo que não há tempo limite para uma partida. É sugerido que seja usado o quadro branco ou cartazes para exibir o chaveamento do torneio, os resultados das partidas e os nomes dos finalistas. Finalizado o torneio, certifique o vencedor e ofereça a(s) premiação(ões) conseguidas para os vencedores (adesivos, canetas, certificados, kit de régua, etc.).

4.5 REFLEXÕES SOBRE A PROPOSTA DIDÁTICA

Percebe-se que os objetivos da proposta, estão totalmente relacionados as cinco competências específicas de Matemática no Ensino Médio propostas pela BNCC, pois promove um aprendizado mais significativo e participativo. O jogo estimula o uso de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, pois exige que os alunos interpretem as regras e as situações específicas do jogo, aplicando raciocínio lógico e estratégias matemáticas para tomar decisões, o que retrata a aplicação da Matemática em contextos variados. Além disso, ao incentivar a resolução de problemas e a tomada de decisões estratégicas, o jogo simula desafios

reais, promovendo a colaboração e o trabalho em equipe, habilidades essenciais para enfrentar problemas do mundo real. O jogo também promove utilização de estratégias e construção de modelos matemáticos para resolver problemas, pois os estudantes necessitam criar modelos mentais e estratégias para prever os movimentos do adversário e planejar suas jogadas, alinhando-se à competência de modelagem matemática e análise das soluções propostas.

Como vimos a abrangência do jogo vai muito além dos conceitos combinatórios, podendo ser explorado com representações algébricas, geométricas e lógica matemática, como as sequências de jogadas, índices e representação do tabuleiro e condicionalidade das jogadas, colaborando para que os alunos tratem diversas formas de representação matemática simultaneamente. O jogo promove ainda, a investigação e a constituição de conjecturas sobre conceitos matemáticos, obtidos através da observação de padrões e a formulação de hipóteses sobre as possíveis estratégias durante o jogo, desenvolvendo assim, habilidades investigativas e analíticas.

O desenvolvimento de cada etapa da proposta baseia-se na interação entre professor e estudantes, de modo que os conceitos sejam construídos e validados durante a própria aplicação, estimulando a participação ativa dos estudantes e criando um ambiente colaborativo, desenvolvendo o raciocínio combinatório, estratégico e analítico, conectando conteúdos com a realidade dos alunos de maneira dinâmica e interativa. Além disso, a proposta oferece ao professor uma flexibilização, de modo que ele pode adaptar as sequências didáticas a grade curricular, e as necessidades específicas dos discentes, atuando como mediador e facilitador do processo de aprendizagem. A avaliação contínua e formativa, ao priorizar a participação, colaboração e o respeito, valoriza esse processo, dando segurança aos discentes para testar, errar, e aprender a construir seu próprio conhecimento.

Portanto, a proposta didática apresentada reflete uma jornada pessoal do autor, desde o fascínio inicial por jogos e a busca por uma matemática mais acessível e interessante aos alunos, até a concretização de um método que une o lúdico ao aprendizado de conceitos matemáticos. Justificada pela experiência em sala de aula, pelo desejo apresentar uma alternativa ao ensino tradicional e alinhada às competências da BNCC, a proposta utiliza o Jogo da Velha e sua versão “Supremo” como ferramentas para estimular o raciocínio, a colaboração, a resolução de problemas e a capacidade de modelagem matemática dos estudantes. Ao promover um ambiente de aprendizado dinâmico e flexível, onde o erro é parte do processo, busca-se desmistificar a matemática e despertar o encantamento pela disciplina. Assim, a proposta se configura como uma ferramenta valiosa para transformar a sala de aula em um espaço de

descobertas, desafios e aprendizado significativo, onde a Matemática se torna acessível, atrativa, relevante e útil.

Espera-se que, ao aplicar a proposta didática, os estudantes desenvolvam um raciocínio combinatório mais apurado e estratégico, compreendendo os conceitos de análise combinatória de forma intuitiva e prática. Acreditamos que, ao final das atividades, os alunos serão capazes de identificar e analisar diferentes possibilidades de jogadas, aplicar o princípio fundamental da contagem em situações desafiadoras e resolver problemas de contagem de forma mais rápida e eficiente. Além disso, almejamos que os estudantes desenvolvam habilidades de análise crítica e tomada de decisões estratégicas, baseadas nas possibilidades identificadas durante os jogos. Acreditamos que a proposta didática pode contribuir para a desmistificação da matemática como uma disciplina difícil e inacessível, reduzindo a ansiedade e o medo associados à ela. Esperamos também que os alunos percebam a aplicação prática e relevante da matemática em diferentes contextos, tornando o aprendizado mais significativo e prazeroso, com o entendimento de que a matemática pode ser uma ferramenta poderosa para resolver problemas e tomar decisões em diversas áreas da vida.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente dissertação teve como objetivo central analisar o Jogo da Velha Supremo como ferramenta metodológica para o ensino de Análise Combinatória, buscando alternativas que contribua para tornar o ensino da matemática mais atrativo e acessível aos estudantes. Motivado pela rejeição histórica à disciplina e pelos resultados preocupantes em avaliações como o Pisa. Por meio do desenvolvimento do jogo, e baseado em teóricos como Borges, Sousa, Moura e as legislações e documentos oficiais que regem a educação nacional, espera-se que a aplicação do jogo possa contribuir para o desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento crítico dos alunos, e simultaneamente possa tornar o processo de aprendizagem mais lúdico e significativo.

Aplicando a análise combinatória no Jogo da Velha (Tic-Tac-Toe) foi possível identificar estratégias vencedoras, vantagens do primeiro movimento e a possibilidade de empates, porém, observou-se que se dois jogadores usarem o algoritmo do jogo perfeito, o jogo sempre terminará em empate. Estendo o mesmo raciocínio ao Jogo da Velha Supremo, buscou-se traçar estratégias vencedoras por meio da análise combinatória, observado também que as regras de condicionalidade tornam o jogo menos previsível que o tradicional, concluindo assim que há algoritmos que tendem a levar o jogador a vitória, no entanto, não há garantias de que