



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL – PROFMAT



JOSÉ FLORES SANTOS

FUNÇÕES ELEMENTARES NO ENSINO MÉDIO:
UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA BASEADA NO
CONTEXTO REGIONAL PARAENSE

Belém – PA
2025

JOSÉ FLORES SANTOS

FUNÇÕES ELEMENTARES NO ENSINO MÉDIO:
UMA ABORDAGEM MATEMÁTICA BASEADA NO
CONTEXTO REGIONAL PARAENSE

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação da Prof.^a Dra. Rubia Gonçalves Nascimento.

Belém - PA

2025

JOSÉ FLORES SANTOS

FUNÇÕES ELEMENTARES NO ENSINO MÉDIO: UMA
ABORDAGEM MATEMÁTICA BASEADA NO CONTEXTO
REGIONAL PARAENSE

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado
Profissional em Matemática - PROFMAT, da Uni-
versidade Federal do Pará, como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre em Matemática,
sob orientação da Prof.^a Dra. Rúbia Gonçalves
Nascimento.

Data da aprovação: 26/06/2025.

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 RUBIA GONCALVES NASCIMENTO
Data: 16/07/2025 18:10:28-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dra. Rúbia Gonçalves Nascimento (Orientadora)

UFPA / ICEN / PROFMAT

Documento assinado digitalmente
 CRISTINA LUCIA DIAS VAZ
Data: 17/07/2025 11:31:52-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dra. Cristina Lúcia Dias Vaz (Membro Interno)

UFPA / ICEN / PROFMAT

Documento assinado digitalmente
 JOAO CLAUDIO BRANDENBERG QUARESMA
Data: 17/07/2025 14:57:17-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. João Claudio Brandenberg Quaresma (Membro Externo)

UFPA / IEMCI / PPGECEM

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F634f Flores Santos, José.
Funções elementares no ensino médio : Uma abordagem
matemática baseada no contexto regional paraense / José Flores
Santos, . — 2025.
136 f. : il. color.

Orientador(a): Prof^ª. Dra. Rúbia Gonçalves Nascimento
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-
Graduação em Matemática em Rede Nacional, Belém, 2025.

1. Ensino de funções. 2. Contextualização. 3. Contexto
regional paraense. I. Título.

CDD 510

*Dedico este trabalho ao meu Jesus,
À minha esposa Áida e ao meu filho Adam,
Aos meus pais José Maria e Rozinete Flores,
Aos meus queridos alunos da escola Nicias Ribeiro,
Aos meus colegas da faculdade - Matemática 2013 (Breves).*

Agradecimentos

Ao meu Deus, que nunca me abandonou e sempre me fortaleceu. Ao meu Jesus, que me aliviou quando eu estava cansado e sobrecarregado.

À minha esposa, Áida Flores, por todo apoio, incentivo e companheirismo ao longo desses anos de estudos.

Ao meu filho, Adam Flores, pela inspiração e motivação, e por todas as vezes que me fazia relaxar jogando videogame.

À minha família — meus pais, José Maria e Rozinete Flores, e meu irmão, Maurício Flores — pelo incentivo e apoio em toda a minha trajetória acadêmica, sobretudo na Graduação. Jamais esquecerei; serei eternamente grato.

Ao meu primo, Rodrigo Lopes, pela parceria e por todo o apoio prestado nas inúmeras vezes em que cheguei a Belém para estudar.

À família da Melissa Cruz de Oliveira por toda a hospitalidade durante o período desses estudos, pela ajuda necessária e imediata nos momentos em que precisei. Ressalto também a grande ajuda da profissional Sarah Cruz Oliveira no design do *e-book*. Ficou lindo graças a ela.

Aos meus professores do curso de mestrado: Dr. Geraldo Mendes, Dr. Márcio Lima, Dra. Irene Castro, Dr. Anderson Campelo, Dra. Tania Valdivia, Dr. Paulo Vilhena, Dra. Cristina Vaz e à minha orientadora, Dra. Rubia Nascimento.

Aos meus colegas de mestrado — Udo, Nonata, Camila, João, Davi, Thainá, Gleidson, Pedro e Jordan — pelo companheirismo, pelo compartilhamento de experiências e, principalmente, pelos momentos de alegria que me proporcionaram. Vocês tornaram essa caminhada mais leve.

*“Portanto, quer comais, quer bebais
ou façais outra coisa qualquer,
fazei tudo para a glória de Deus.”*

I Coríntios 10:31

Resumo

Esta dissertação investiga alternativas para o ensino de funções elementares no Ensino Médio, com especial atenção à importância da contextualização e da valorização da realidade sociocultural do estado do Pará. Parte da compreensão de que a Matemática, quando ensinada de maneira abstrata e descolada do cotidiano dos estudantes, tende a comprometer a construção de significados e o engajamento dos alunos. Ancorado nas concepções didáticas de Elon Lages Lima — que defende a clareza conceitual, a precisão na linguagem matemática e a acessibilidade dos conteúdos — o trabalho propõe uma reflexão sobre práticas pedagógicas capazes de aproximar a Matemática da vivência discente. A pesquisa, de natureza qualitativa e caráter exploratório, fundamenta-se nas diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no entendimento de que o ensino contextualizado pode contribuir para uma aprendizagem mais efetiva. Como resultado da investigação, foi desenvolvido um material didático em formato de *e-book*, contendo problemas situados na realidade amazônica e abordando temas como a comercialização do açaí, o transporte fluvial, a produção artesanal e as festividades regionais. O foco central da dissertação é a análise das potencialidades de práticas contextualizadas no ensino de funções — afim, quadrática, exponencial e logarítmica — visando tornar a aprendizagem mais significativa e culturalmente relevante, sendo o *e-book* uma aplicação prática dessas reflexões para subsidiar o trabalho do professor da educação básica.

Palavras-chave: Ensino de funções. Contextualização. Contexto regional paraense.

Abstract

This dissertation investigates alternatives for teaching elementary functions in high school, with a special focus on the importance of contextualization and the appreciation of the sociocultural reality of the state of Pará. It starts from the observation that Mathematics, when taught in an abstract way and disconnected from students' daily lives, tends to compromise the construction of meaning and student engagement. Based on the didactic conceptions of Elon Lages Lima — who advocates conceptual clarity, precision in mathematical language, and accessibility of content — the study proposes a reflection on pedagogical practices capable of bringing Mathematics closer to students' experiences. The research, qualitative in nature and exploratory in character, is grounded in the guidelines of the Brazilian National Common Curricular Base (BNCC) and the understanding that contextualized teaching can contribute to more effective learning. As a result of the investigation, a didactic material was developed in the form of an *e-book*, containing problems situated in the Amazonian reality and addressing themes such as açai commercialization, river transportation, artisanal production, and regional festivities. The main focus of the dissertation is the analysis of the potential of contextualized practices in the teaching of functions — linear, quadratic, exponential, and logarithmic — aiming to make learning more meaningful and culturally relevant, with the *e-book* serving as a practical application of these reflections to support the work of basic education teachers.

Keywords: Teaching functions. Contextualization. Regional context of Pará.

Lista de Figuras

2.1	Gráficos da função afim.	6
2.2	Gráficos da função quadrática.	6
2.3	Gráficos da função exponencial.	7
2.4	Gráficos da função logarítmica.	8
2.5	Exemplo de contextualização de Função Afim.	16
2.6	Formulação da função afim a partir do contexto do táxi.	17
2.7	Introdução à função afim com base na aferição de temperatura corporal. . .	18
4.1	Exemplo de padronização visual adotada no <i>e-book</i>	31
4.2	Estaleiro de rabetas	35
4.3	Praia da Tucano, Portel-PA	36
4.4	Exemplo introdutório sobre função quadrática	39
4.5	Boto cor de rosa do Marajó	40
4.6	Viagem em rede	42
4.7	Psicultura no Pará	44
4.8	Show de aparelhagem - Super Pop	47

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	REFERENCIAL TEÓRICO	5
2.1	Função Afim	5
2.2	Função Quadrática	6
2.3	Função Exponencial	7
2.4	Função Logarítmica	7
2.5	Relações entre funções e progressões	8
2.6	A Abordagem Contextualizada no Ensino da Matemática	11
2.6.1	A Contextualização Matemática	11
2.6.2	A Importância do Contexto Local	14
2.6.3	Análise de Livros Didáticos sobre o Ensino de Funções	15
2.7	A BNCC e o Ensino de Funções	20
2.7.1	A Base Nacional Comum Curricular	20
2.7.2	O Ensino de Funções na BNCC	22
3	METODOLOGIA	26
3.1	Tipo de Pesquisa	26
3.2	Os Contextos Regionais Escolhidos	27
3.3	A Abordagem Matemática do Material	28
3.4	Elaboração do Produto Educacional	29
4	PRODUTO EDUCACIONAL	31
4.1	Descrição dos capítulos do <i>e-book</i>	32
4.1.1	Capítulo 1 – Introdução	32
4.1.2	Capítulo 2 – Função Afim	33

	11
4.1.3 Capítulo 3 – Função Quadrática	38
4.1.4 Capítulo 4 - Função Exponencial	43
4.1.5 Capítulo 5 - Função Logarítmica	46
4.1.6 Capítulo 6 – Resolução dos Problemas	48
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
REFERÊNCIAS	53

1 INTRODUÇÃO

No Ensino Médio, os estudantes são formalmente introduzidos ao estudo das funções elementares, com ênfase nas funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica. Esses conceitos desempenham um papel fundamental no aprofundamento dos conhecimentos matemáticos e constituem ferramentas essenciais para a compreensão e aplicação da Matemática em outras áreas do saber.

Segundo Stoppe (2019, p. 07), “o estudo das funções geralmente ocorre no Ensino Médio e é um marco na escolarização, pois busca aperfeiçoar habilidades como a abstração, generalização e modelagem através do estudo desses objetos matemáticos”.

Além de constituírem um dos conteúdos com maior incidência no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e em diversos processos seletivos de ingresso ao ensino superior, as funções ocupam um papel central na formação matemática dos estudantes. Elas integram o conjunto de conhecimentos fundamentais — muitas vezes considerados pré-requisitos inegociáveis — para aqueles que desejam seguir carreira nas Ciências Exatas. Isso se deve ao fato de que o entendimento das funções elementares é essencial para a compreensão de conteúdos mais avançados, como o Cálculo Diferencial e Integral, a Análise Matemática e outras áreas que envolvem modelagem e interpretação de fenômenos quantitativos.

Entretanto, não é raro que os estudantes apresentem dificuldades expressivas nesse processo, revelando certo distanciamento da Matemática escolar. Nesse sentido, Stoppe (2019, p. 02) ressalta que “as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem das Funções são reconhecidas tanto pelos professores como pelos pesquisadores na área de Ensino da Matemática”. Soma-se a isso o desinteresse de muitos alunos, motivado, em parte, pela falta de conexão entre os conteúdos ensinados e a realidade que vivenciam.

A matemática por ser movida a números e letras, exige mais atenção e uma dedicação maior de ambas as partes, tanto para o observador (aluno), quanto para o orientador (professor), mas nota-se que em mui-

tos casos os estudantes demonstram grande desinteresse para com o conteúdo aplicado nessa disciplina, alguns por considerar desnecessário para sua vida cotidiana e outros por terem grande grau de dificuldade. (Leal; Santos, 2017, p. 02)

Um dos fatores determinantes para esse afastamento é a desconexão entre os objetos de estudo e o contexto de vida do aluno. No caso específico do ensino de funções, torna-se essencial apresentar situações-problema que permitam aplicações concretas do conteúdo. Esse desafio se intensifica diante da ausência de materiais didáticos que dialoguem com a realidade regional dos estudantes, como ocorre em muitas escolas da Região Norte do Brasil.

Os livros didáticos acabam adquirindo as particularidades da região do seu respectivo autor, uma vez que são escritos por pessoas de diferentes partes do país. Um problema comum na Região Norte, especificamente no Estado do Pará, é que os livros didáticos utilizados nas escolas são, na maioria das vezes, provenientes de autores e editoras de outras regiões, geralmente do Sul e do Sudeste. Essa importação de livros acaba tendo um impacto negativo no aprendizado, uma vez que muitos dos exemplos citados em tais livros não fazem parte da realidade dos alunos que os usam, tornando difícil a visualização do assunto que é estudado. (Barbosa *et al*, 2016, p. 01)

Nesse contexto, a minha prática enquanto educador também revelou a necessidade de adaptar problemas matemáticos às vivências dos alunos da cidade em que leciono. Utilizar eventos cotidianos dos estudantes para criar problemas envolvendo funções mostrou-se uma estratégia eficaz ao longo de sua atuação em sala de aula. Ao conectar o conteúdo ao universo cultural e social do aluno, este se sente mais envolvido e se torna agente ativo na construção de significados para as representações algébricas.

Diante disso, esta pesquisa propõe uma abordagem alternativa, que valorize a cultura, a economia e o cotidiano dos estudantes paraenses por meio de atividades contextualizadas. A decisão de elaborar um *e-book* com questões baseadas na realidade local surgiu das experiências vivenciadas com turmas da rede pública de ensino. Observou-se, por exemplo, que a introdução do conceito de função afim por meio de uma situação relacionada à venda de açaí foi ligeiramente mais eficaz do que o uso do clássico problema do taxímetro¹. Esse e outros exemplos reforçam a importância de tornar o conteúdo

¹Exemplo tradicional presente em livros didáticos, em que a função afim é introduzida por meio do cálculo da tarifa de táxi, composta por uma taxa fixa (bandeirada) e um valor proporcional à distância percorrida.

matemático mais próximo dos estudantes, respeitando suas vivências e repertórios socio-culturais.

Cabe destacar que o formato *e-book* foi escolhido por sua acessibilidade, flexibilidade e potencial para integrar texto e imagens. Além disso, esse tipo de recurso pode ser facilmente distribuído e atualizado, adaptando-se às necessidades pedagógicas contemporâneas e ampliando o alcance do material para diferentes contextos escolares.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orienta que os currículos escolares considerem temas contemporâneos com impacto em diferentes escalas. O documento afirma que:

Por fim, cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. (Brasil, 2017, p. 17)

Diante desse cenário, este trabalho tem como **objetivo geral** elaborar um material didático com questões contextualizadas sobre funções elementares, voltado para estudantes do Ensino Médio da região paraense. Os **objetivos específicos** incluem discutir a importância da contextualização local no ensino da Matemática; desenvolver atividades contextualizadas envolvendo as funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica; contribuir para uma prática pedagógica significativa² e sintonizada com a realidade dos alunos. A presente dissertação está organizada em cinco capítulos, além dos elementos pré-textuais e pós-textuais.

O **Capítulo 2**, intitulado *Referencial Teórico*, apresenta os fundamentos que sustentam a proposta deste trabalho. São abordados os principais tipos de funções trabalhadas no Ensino Médio — afim, quadrática, exponencial e logarítmica —, bem como a relação entre funções e progressões. Em seguida, discute-se a importância da contextualização no ensino de Matemática, com destaque para a modelagem matemática como estratégia pedagógica e para o papel do contexto local como elemento articulador do conhecimento. O capítulo também inclui uma análise crítica de livros didáticos utilizados nas escolas e um exame do tratamento das funções na Base Nacional Comum Curricular

²Ao longo deste trabalho, o termo ‘aprendizagem significativa’ é utilizado em seu sentido amplo, desvinculado da teoria de David Ausubel. Trata-se, aqui, da ideia de uma aprendizagem que faz sentido ao aluno, estando relacionada à sua realidade e capaz de produzir efeitos duradouros em sua formação.

(BNCC).

O **Capítulo 3**, denominado *Metodologia*, descreve os procedimentos adotados para o desenvolvimento do material didático proposto ao final desta pesquisa. Inicialmente, são apresentados o tipo de pesquisa e os fundamentos metodológicos da investigação. Em seguida, discute-se a escolha dos contextos regionais que serviram de base para a construção das situações-problema. Por fim, são detalhados os critérios utilizados para a elaboração das atividades e a estruturação matemática do material.

O **Capítulo 4**, intitulado *Produto Educacional*, apresenta o *e-book* desenvolvido no âmbito desta pesquisa. O material é composto por seis capítulos: o primeiro é uma introdução que guia o leitor sobre o uso do livro, e os quatro capítulos seguintes exploram as funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica por meio de situações contextualizadas à realidade paraense. O capítulo final do *e-book* é dedicado à resolução comentada dos principais problemas propostos, com o objetivo de fornecer apoio pedagógico ao professor e reforçar os conceitos discutidos ao longo do material.

Por fim, o **Capítulo 5** contempla as *Considerações Finais*, nas quais se retomam os objetivos do trabalho e se discute a relevância do produto educacional desenvolvido. São destacadas as principais contribuições da proposta, bem como suas limitações e as possibilidades de desdobramentos futuros, tanto no que se refere à aplicação do material em sala de aula quanto à produção de novos recursos didáticos inspirados em contextos regionais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

No Ensino Médio, o estudo das funções desempenha um papel estruturante na formação matemática dos estudantes. As funções permitem descrever e interpretar relações entre grandezas, servindo como ponto de partida para a modelagem de diversos fenômenos que ocorrem no cotidiano. Por isso, elas são objeto de estudo sistemático nessa etapa da educação básica, aparecendo com destaque em documentos curriculares como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Entre os principais tipos de funções abordadas nesse nível de ensino estão a função afim, a função quadrática, a função exponencial e a função logarítmica. O conhecimento dessas funções é essencial para o desenvolvimento do raciocínio algébrico e para a transição para conteúdos mais avançados, como o Cálculo Diferencial e Integral.

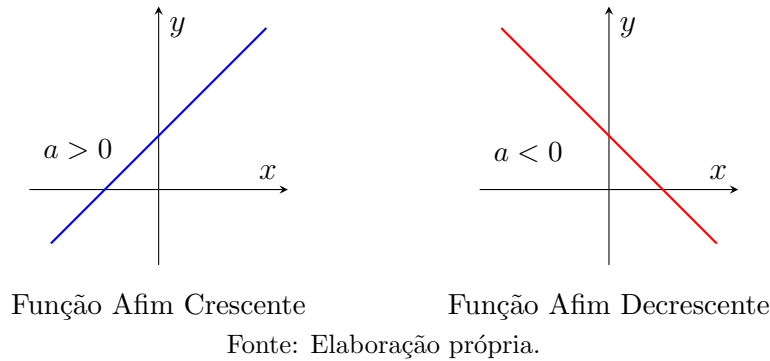
Nesse contexto, é fundamental compreender o que se entende por **função**. Uma função é uma relação matemática entre dois conjuntos, na qual a cada elemento do primeiro conjunto (domínio) associa-se um único elemento do segundo conjunto (contradomínio). Em termos mais formais, uma função f de um conjunto A para um conjunto B é representada por $f : A \rightarrow B$, indicando que cada elemento $x \in A$ está associado a um único elemento $y \in B$, definido por $y = f(x)$. Essa associação pode ser descrita simbolicamente por $x \mapsto f(x)$, o que destaca a ideia de que f é uma regra de correspondência entre os conjuntos. A noção de função permite representar e analisar dependências entre grandezas variáveis, sendo uma ferramenta fundamental para a construção de modelos e para a resolução de problemas em contextos diversos.

2.1 Função Afim

A função afim é uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ expressa por $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais, com $a \neq 0$. Essa função é utilizada para modelar situações de variação

constante entre duas grandezas, como o custo de um serviço com taxa fixa e valor por unidade. O coeficiente a representa a taxa de variação, enquanto b corresponde ao valor inicial. Seu gráfico é uma reta, crescente se $a > 0$ e decrescente se $a < 0$.

Figura 2.1: Gráficos da função afim.

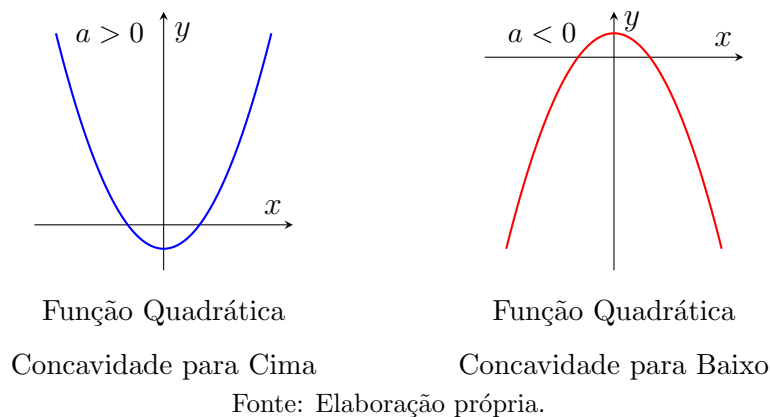


2.2 Função Quadrática

A função quadrática é uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$ e $a, b, c \in \mathbb{R}$. É um modelo frequente para situações que envolvem máximos e mínimos, como trajetórias de projéteis ou variações de lucro. Seu gráfico é uma parábola que se abre para cima se $a > 0$ e para baixo se $a < 0$. O vértice da parábola representa o ponto de máximo ou mínimo da função e é calculado pelas expressões:

$$x_v = \frac{-b}{2a}, \quad y_v = f(x_v).$$

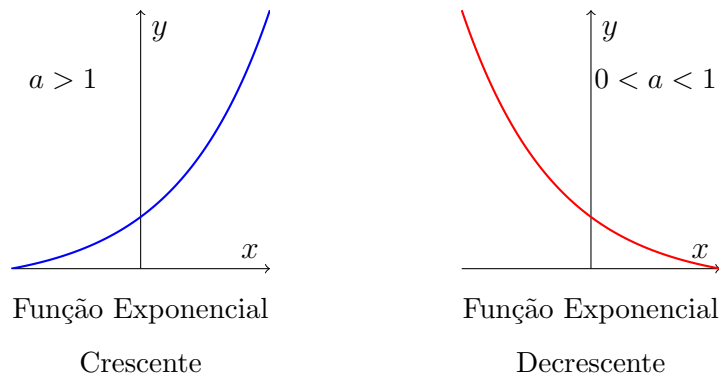
Figura 2.2: Gráficos da função quadrática.



2.3 Função Exponencial

A função exponencial é uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ da forma $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$. A variável está no expoente, o que confere a essa função um crescimento (ou decaimento) muito mais acelerado do que nas funções anteriores. Quando $a > 1$, a função é crescente; quando $0 < a < 1$, é decrescente.

Figura 2.3: Gráficos da função exponencial.



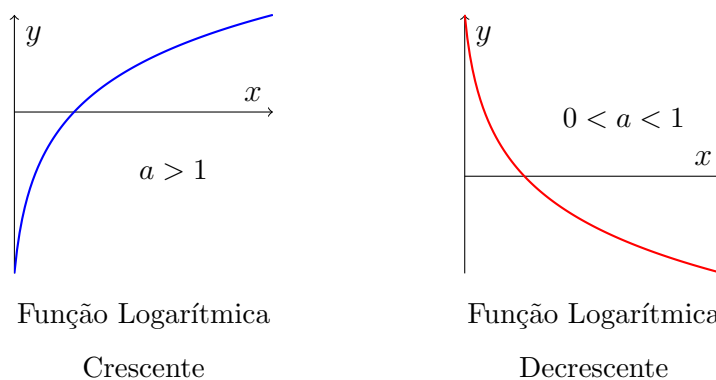
Fonte: Elaboração própria.

Mais geralmente, essa função pode aparecer na forma $f(x) = b \cdot a^x$, onde $b \neq 0$ representa um coeficiente de escala, sem alterar a natureza exponencial da função. Essa função modela situações como crescimento populacional, juros compostos e processos de decaimento radioativo.

2.4 Função Logarítmica

A função logarítmica $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ é a inversa da função exponencial e tem a forma $f(x) = \log_a x$, com $a > 0$, $a \neq 1$ e domínio $x > 0$. Seu gráfico é crescente quando $a > 1$ e decrescente quando $0 < a < 1$. Essa função modela fenômenos em que há compressão de escalas, como na medição de intensidade sonora, do pH de águas e da magnitude de terremotos. Seu estudo no Ensino Médio contribui para a compreensão de relações não-lineares entre grandezas.

Figura 2.4: Gráficos da função logarítmica.



Fonte: Elaboração própria.

O ensino dessas funções deve ser conduzido de modo a promover conexões entre as representações algébrica, gráfica e numérica, além de articular tais funções a contextos reais e significativos para os estudantes.

2.5 Relações entre funções e progressões

É possível enriquecer o estudo das funções no Ensino Médio explorando suas conexões com as sequências numéricas, especialmente as progressões aritméticas (PA) e geométricas (PG), que compartilham estruturas semelhantes com os modelos funcionais. Essas relações proporcionam aos alunos novas formas de compreender regularidades e padrões que aparecem em diversos contextos.

Sequências e Progressões

Uma **sequência numérica** é uma função definida no conjunto dos números naturais $\mathbb{N}$ (ou em um subconjunto finito de $\mathbb{N}$) que associa a cada número natural n um número real a_n , chamado de *termo da sequência*. Assim, uma sequência pode ser representada por $(a_n) = a_1, a_2, a_3, \dots$, sendo útil para descrever padrões, crescimento, decaimento ou variação em contextos discretos.

Uma sequência é chamada de **progressão aritmética (PA)** quando os termos são obtidos somando-se uma constante r (razão da PA) ao termo anterior. Ou seja, uma sequência (a_n) é uma PA se satisfaz a relação:

$$a_{n+1} = a_n + r, \quad \text{para todo } n \in \mathbb{N}.$$

Uma **progressão aritmética de segunda ordem** é uma sequência numérica cujos termos não obedecem a uma razão constante (como na PA comum), mas apresentam uma regularidade no crescimento ou decrescimento que segue um padrão quadrático. Em outras palavras, embora as diferenças entre termos consecutivos ($\Delta a_n = a_{n+1} - a_n$) não sejam constantes, as *diferenças das diferenças*, chamadas de *diferenças de segunda ordem*, são constantes.

Dado um trecho da sequência $a_1, a_2, a_3, \dots$, temos:

$$\Delta_1 = a_2 - a_1,$$

$$\Delta_2 = a_3 - a_2,$$

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (a_3 - a_2) - (a_2 - a_1) = a_3 - 2a_2 + a_1 = \text{constante}.$$

Já uma **progressão geométrica (PG)** é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando-se o anterior por uma constante q (razão da PG). Assim, uma sequência (a_n) é uma PG se:

$$a_{n+1} = a_n \cdot q \quad \text{para todo } n \in \mathbb{N}.$$

Função Afim e Progressão Aritmética (PA)

A função afim, do tipo $f(x) = ax + b$, está diretamente relacionada à progressão aritmética. Ao considerar valores consecutivos de x , os correspondentes valores de $f(x)$ formam uma PA de razão a . Por exemplo, seja $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 3x + 2$, então os valores de $f(x)$ para $x = 0, 1, 2, 3, \dots$ são: 2, 5, 8, 11, $\dots$, ou seja, uma PA de razão 3.

Essa abordagem é útil para que o aluno reconheça regularidades e compreenda a linearidade da função. Além disso, a recíproca também é verdadeira, o que permite ao estudante identificar padrões de PA e reconhecer a aplicação da função afim em diferentes contextos.

O teorema a seguir, bem como a sua demonstração, encontra-se em Lima (2012), na obra *A Matemática do Ensino Médio - Volume 1*.

Teorema 2.5.1. *Uma função monótona¹ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ transforma qualquer progressão aritmética $x_1, x_2, x_3, \dots$ numa progressão aritmética $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3), \dots$ se, e somente se, f é uma função afim.*

¹Função monótona é sempre crescente ou sempre decrescente em seu domínio.

Função Quadrática e PA de Segunda Ordem

Os valores gerados por uma função quadrática $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, como $f(x) = ax^2 + bx + c$, não formam uma PA comum. No entanto, ao observar as variações entre os valores consecutivos da função, percebe-se que as diferenças de primeira ordem não são constantes, mas as diferenças de segunda ordem são. Essa propriedade é conhecida como “segunda diferença constante” e caracteriza uma progressão aritmética de segunda ordem.

O teorema a seguir, bem como a sua demonstração, encontra-se em Lima (2012).

Teorema 2.5.2. *Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ transforma qualquer progressão aritmética não-constante $x_1, x_2, x_3, \dots$ numa progressão aritmética de segunda ordem não-degenerada $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3), \dots$ se, e somente se, f é uma função quadrática.*

Função Exponencial e Progressões

A **função exponencial** é uma função do tipo $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$. Quando restringimos o domínio da função aos números inteiros em progressão aritmética, como $x = 0, 1, 2, 3, \dots$, os valores da função formam uma **progressão geométrica (PG)** de razão a .

Por exemplo, considerando a função $f(x) = 2^x$, temos:

$$f(0) = 1, \quad f(1) = 2, \quad f(2) = 4, \quad f(3) = 8, \quad f(4) = 16, \dots$$

Essa sequência de imagens forma uma PG de razão 2, já que cada termo é obtido multiplicando o anterior por 2.

Mais geralmente, funções do tipo $f(x) = b \cdot a^x$, com $b > 0$, também geram progressões geométricas ao serem avaliadas em valores inteiros igualmente espaçados. Nesse caso, os termos da sequência $f(x_0), f(x_0 + 1), f(x_0 + 2), \dots$ formam uma PG de razão a e primeiro termo $f(x_0) = b \cdot a^{x_0}$.

De acordo com Lima (2012):

Teorema 2.5.3. *Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ monótona injetiva (isto é, crescente ou decrescente), da forma $f(x) = b \cdot a^x$, transforma qualquer progressão aritmética $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ numa progressão geométrica $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3), \dots, y_n = f(x_n)$. Se pusermos $b = f(0)$ e $a = f(1)/f(0)$ teremos $f(x) = ba^x$ para todo $x \in \mathbb{R}$.*

Essa aproximação entre funções e progressões contribui para uma aprendizagem mais integrada e significativa, ao permitir que o estudante transite com mais naturalidade entre diferentes conteúdos do currículo de Matemática. A identificação de estruturas comuns entre esses temas favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico, promovendo conexões entre linguagem simbólica, numérica e gráfica. Além disso, em muitas situações do cotidiano, padrões sequenciais — como os das progressões — são mais facilmente percebidos pelos alunos do que expressões algébricas isoladas. Nesse sentido, estabelecer relações entre funções e progressões constitui uma estratégia pedagógica promissora para fortalecer a investigação matemática e ampliar a compreensão dos conceitos envolvidos.

Lima (2012, p. 238) destaca com propriedade que:

A fim de saber que espécie de função se deve empregar para resolver um determinado problema, é necessário conhecer as propriedades características de cada função, pois as situações da vida real, quer no cotidiano, quer na Tecnologia, quer na Ciência, não surgem acompanhadas de fórmulas explícitas. Este é um ponto de fundamental importância, frequentemente ignorado no ensino formal tradicional, onde os conceitos matemáticos são introduzidos para resolver problemas que se referem a eles mesmos.

Compreender, portanto, as funções não apenas como expressões algébricas, mas como ferramentas capazes de expressar padrões e modelar situações reais, contribui significativamente para o processo de ensino e aprendizagem no Ensino Médio. Essa abordagem também potencializa o desenvolvimento de competências como modelagem, generalização e análise de regularidades, aproximando o conhecimento matemático da realidade dos estudantes e valorizando a Matemática como instrumento para interpretar e intervir no mundo.

2.6 A Abordagem Contextualizada no Ensino da Matemática

2.6.1 A Contextualização Matemática

Considerando que as funções constituem um conjunto de ferramentas fundamentais para compreender diversos fenômenos naturais, físicos, econômicos e sociais, não se recomenda abordá-las de forma dissociada do mundo real. Em outras palavras, o ensino

de funções na Educação Básica deve privilegiar sua aplicação em contextos significativos, e não apenas seu tratamento formal. Nesse sentido, tanto os documentos oficiais quanto pesquisadores da área de Educação Matemática, como Lorenzato (2006), apontam que a contextualização deve ocupar lugar central no processo de ensino-aprendizagem — não apenas no estudo de funções, mas em toda a Matemática da Educação Básica.

A questão da contextualização das atividades na aula de Matemática deve povoar a cabeça de muitos professores de Matemática desde 1997, quando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) passaram a ressaltar a importância de um ensino de Matemática contextualizado. Apesar de essa não ser uma ideia que tenha surgido com aquele documento, foi a partir dele, que teve como objetivo orientar a Educação Básica no Brasil, que se deu um grande destaque ao ensino de Matemática contextualizado e interdisciplinar. Esse entendimento do ensino contextualizado se manteve nos documentos oficiais posteriores, que tiveram o mesmo objetivo, por exemplo, PCN+, Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC). (Abreu; Carrião, 2019)

A contextualização no ensino de Matemática tem sido amplamente discutida como uma estratégia pedagógica que visa tornar o aprendizado mais significativo para os estudantes. Ao relacionar os conteúdos matemáticos com situações do cotidiano, busca-se promover uma aprendizagem que transcenda a mera memorização de fórmulas e procedimentos, incentivando a compreensão conceitual e a aplicação prática do conhecimento.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é fundamental que o ensino de Matemática proporcione aos alunos a capacidade de utilizar conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo, tomando decisões fundamentadas (Brasil, 2017). Essa diretriz reforça a importância de integrar contextos reais ao processo de ensino-aprendizagem, permitindo que os estudantes percebam a relevância da Matemática em diversas situações da vida cotidiana.

Lorenzato (2006) destaca que a contextualização no ensino de Matemática contribui para a construção de significados pelos alunos, ao relacionar os conteúdos escolares com suas experiências e conhecimentos prévios. Dante (2010), por sua vez, enfatiza a importância de apresentar problemas contextualizados como ponto de partida para o ensino de Matemática, argumentando que essa prática estimula o interesse dos alunos e desenvolve habilidades de resolução de problemas. Ao enfrentar desafios que refletem situações reais, os estudantes são incentivados a aplicar seus conhecimentos matemáticos de forma crítica e criativa.

Mas afinal, o que é contextualização? De acordo com Abreu e Carrião (2019), o verbo “contextualizar” tem como principal significado o ato de criar um contexto — mas a própria palavra “contexto” pode assumir diferentes significados. Segundo os autores, “do ponto de vista da linguagem, o contexto é o ambiente que constitui o texto, envolvendo, além das palavras que o compõem, as concepções e as condições sociais de sua produção”.

A partir dessa definição, evidencia-se a importância de compreender o momento e o lugar em que o indivíduo se encontra, a fim de que a contextualização matemática seja efetiva.

Também é fundamental compreender o que **não** é contextualização, uma vez que, em muitos livros didáticos e até em avaliações nacionais, questões que se pretendem ser contextualizadas, na prática, não são. Por exemplo, Vaccaro (2019), ao analisar a seguinte questão — “Jorge fez a soma $32 + 43$. Quanto Jorge encontrou?” — comenta:

Eu chamo esse tipo de questão de pretextualizada. Ou seja, inventa-se um pretexto para fazer uma pergunta que deveria ser feita *direta*: “quanto vale a soma ...?” [...] Em uma questão contextualizada, o problema sai do contexto. Você utiliza a matemática para resolver um problema que foi proposto dentro do contexto. A matemática é um instrumento para solucionar o problema, não é o foco do contexto.

O exemplo acima pode parecer exagerado, mas o próximo realmente foi utilizado em uma prova de vestibular, conforme exibido em uma aula da Univesp, ministrada pelo professor Possani (2016):

Exemplo 2.6.1. *(Unesp 2009) Um viveiro clandestino com quase trezentos pássaros foi encontrado por autoridades ambientais. Pretende-se soltar esses pássaros seguindo um cronograma, de acordo com uma progressão aritmética, de modo que no primeiro dia sejam soltos cinco pássaros, no segundo dia sete pássaros, no terceiro nove, e assim por diante. Quantos pássaros serão soltos no décimo quinto dia?*

Em primeiro lugar, alguém já viu alguma autoridade ambiental soltar pássaros seguindo PA? Alguém vai soltar pássaros de acordo com uma progressão aritmética? [...] Isso é absolutamente artificial. Isso não tem nada a ver com a realidade. Será que isso é contextualização? Inventar uma estorinha completamente estapafúrdia de que as autoridades ambientais vão soltar pássaros na natureza seguindo PA? É para isso que ensinamos PA? (Possani, 2016)

Após resolver a questão, o professor conclui: “trata-se de um exercício extrema-

mente simples, artificial, sem contexto. É isso que precisamos?”

Diante disso, é essencial estarmos atentos ao trabalhar a contextualização no ensino de Matemática. Deve-se evitar a criação de histórias que funcionem apenas como pretexto para aplicar um conteúdo, sem relação real com o contexto. Ao contrário, a contextualização deve ocorrer de forma a permitir que a Matemática traga mais sentido ao fenômeno estudado.

2.6.2 A Importância do Contexto Local

A fim de trazer uma contextualização que realmente tenha logicidade para o discente durante as aulas de matemática, abordamos agora a importância de que essa contextualização ocorra no âmbito local em que o aluno está inserido, uma vez que este trabalho fundamenta-se na concepção de que explorar conteúdos matemáticos por meio de fenômenos verdadeiramente próximos à realidade dos estudantes paraenses potencializa a aprendizagem e torna o ensino mais significativo.

Segundo Groenwald e Fillipsen (2002, p. 18), “não é mais possível apresentar a Matemática aos alunos de forma descontextualizada, sem levar em conta que a origem e o fim da Matemática é responder às demandas de situações problema da vida diária.”

De acordo com Lima (2022, p. 11), “é necessário abordar os conteúdos de forma mais aplicada à realidade dos alunos, assim possivelmente o aluno demonstrará um maior interesse, tornando-se mais receptivo aos conceitos construídos em sala de aula.” No entanto, muitos materiais didáticos adotados nas escolas brasileiras apresentam exemplos desvinculados do cotidiano dos estudantes, frequentemente baseados em contextos urbanos e industriais do Sul e Sudeste do país. Essa escolha, ainda que involuntária, pode provocar um sentimento de estranhamento e desinteresse, pois o aluno não reconhece a relevância da Matemática no seu próprio ambiente.

Acontece que o Brasil é um país de extensões continentais, e, com o avanço dos meios de comunicação, é possível observar cada vez mais que cada região possui suas particularidades, sejam elas em relação à cultura, à economia, à linguagem, entre outros aspectos, sendo que tais diferenças acabam por gerar certas dificuldades de comunicação de uma região para a outra, além da desvalorização da arte, cultura, linguagem e outros aspectos da minoria. (Barbosa, 2016, p. 01)

No estudo das funções, por exemplo, é comum encontrar nos livros didáticos proble-

mas contextualizados em situações típicas de grandes centros urbanos — como rodovias, estacionamentos subterrâneos, redes de metrô ou cálculo de tarifas de táxi. Embora essas situações sejam válidas, elas podem não dialogar com o cotidiano de estudantes de regiões como o estado do Pará, cuja realidade sociocultural e econômica apresenta outras características. Em outras palavras, mesmo que a contextualização matemática esteja contemplada de maneira satisfatória em muitos livros didáticos, isso não é suficiente.

A contextualização do conteúdo, em si, reflete uma determinada importância face ao cotidiano vivenciado pelos educandos, uma vez que possibilita que o aluno compreenda que aquilo que se aprende em sala de aula tem aplicação em sua vida prática, e que o saber não se refere ao acúmulo de conhecimentos técnico-científicos, mas sim a um recurso que o prepara para enfrentar os desafios impostos e existentes no mundo no qual ele (educando) vive. (Alves; Cavalcante, 2017, p. 54)

Portanto, é essencial que os professores adaptem atividades e problemas matemáticos para que se conectem com essas realidades locais. No caso do Pará, o comércio de açaí e farinha, o transporte fluvial em rabetas ou navios, a pesca artesanal, o extrativismo e o turismo ecológico são exemplos de vivências mais próximas dos alunos do ensino médio. Essa adaptação não apenas favorece a aprendizagem dos conteúdos, mas também contribui para a valorização da identidade cultural e para a formação crítica e cidadã dos estudantes.

2.6.3 Análise de Livros Didáticos sobre o Ensino de Funções

Nesta subseção, analisamos a abordagem da função afim em livros didáticos do Ensino Médio. Embora o conteúdo de funções inclua também as funções quadrática, exponencial e logarítmica, optamos por restringir a análise à função afim, uma vez que ela é introdutória no estudo das funções e, ao mesmo tempo, apresenta grande potencial para ser explorada com contextos cotidianos e regionais. Tal escolha permite uma análise mais aprofundada, sem sobrecarregar a dissertação com uma extensa varredura de conteúdos.

A análise teve como critérios: (i) a presença de contextualização; (ii) o realismo e a proximidade dos exemplos com o cotidiano dos alunos; (iii) o uso de representações algébricas; e (iv) a valorização de aspectos regionais ou locais. As fontes utilizadas foram livros selecionados do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e obras amplamente adotadas na rede pública de ensino, inclusive no Estado do Pará. O primeiro livro analisado foi utilizado entre os anos de 2020 e 2025 em escolas de diversos municípios do

arquipélago do Marajó, enquanto o segundo foi adotado por instituições da região metropolitana de Belém.

Livro 1: Bonjorno (2020)

A função afim é introduzida no livro *Prisma Matemática*, de Bonjorno *et al.* (2020), por meio de uma situação cotidiana relacionada ao cálculo do valor de uma corrida de táxi. A abordagem parte de uma situação concreta: o valor da bandeirada vigente em São Paulo, em fevereiro de 2020, era de R\$ 4,50, e o valor do quilômetro rodado era de R\$ 2,75. A Figura 2.5 apresenta esse exemplo.

Figura 2.5: Exemplo de contextualização de Função Afim.

Função afim

Na abertura deste Capítulo, vimos que em São Paulo (SP) o valor da bandeirada vigente em fevereiro de 2020 era de R\$ 4,50 e o valor, em bandeira 1, de cada quilômetro rodado era de R\$ 2,75.

Vimos também que o preço p a ser cobrado por uma corrida de táxi depende, entre outros fatores, da distância x percorrida pelo táxi. Vamos estudar agora como podemos utilizar o conceito de função para analisar a relação entre esses valores.



- Na imagem, verificamos o momento em que o taxista dá início à corrida. Veja que aparece o valor da bandeirada e a indicação de tarifa (bandeira) 1.

Fonte: Bonjorno (2020)

O texto propõe uma reflexão sobre como o preço da corrida depende da distância percorrida, e leva o aluno à construção de uma função afim:

$$p(x) = 4,50 + 2,75x \quad \text{ou} \quad y = 2,75x + 4,50,$$

sendo x a distância em quilômetros e $p(x)$ o preço final. A Figura 2.6 mostra esse trecho.

Figura 2.6: Formulação da função afim a partir do contexto do táxi.

Suponha uma situação em que o táxi não cobre adicionalmente a hora parada. Nesse caso, o preço p a ser cobrado é composto de uma parte fixa, que é a bandeirada, e uma parte variável, correspondente à distância x percorrida.

Considerando R\$ 4,50 o valor da bandeirada e R\$ 2,75 o valor de cada quilômetro rodado em bandeira 1, podemos escrever a seguinte lei de formação para representar o preço p em função da distância x :

$$p(x) = 4,50 + 2,75x \text{ ou } y = 2,75x + 4,50$$

Observe que $p(x)$ ou y é o preço a ser cobrado (em real) e x é a distância percorrida (em km).

Fonte: Bonjorno (2020).

Do ponto de vista da contextualização, o livro apresenta uma situação concreta, realista e didaticamente válida. No entanto, trata-se de um exemplo situado em um contexto urbano específico da cidade de São Paulo, o que pode dificultar a identificação dos estudantes de outras regiões, sobretudo em locais onde o transporte por táxi é pouco utilizado.

Para alunos do interior da Amazônia, por exemplo, realidades como o frete de embarcações, o custo do transporte escolar por rabeta ou mesmo a entrega de mercadorias em regiões ribeirinhas representam situações mais próximas e igualmente propícias para a modelagem de uma função afim.

Portanto, embora o livro apresente um bom exemplo de aplicação do conceito de função afim, ele ainda carece de uma adaptação regional. A proposta pode e deve ser reinterpretada pelo professor, com o objetivo de tornar o conteúdo mais significativo e culturalmente sensível ao seu público.

Livro 2: Conexões – Editora Moderna (2020)

A coleção *Conexões: Matemática e suas Tecnologias*, da Editora Moderna, apresenta a função afim por meio de uma situação relacionada à pandemia de COVID-19. O contexto parte de mudanças sociais ocorridas em 2020, como o fechamento de estabelecimentos, o distanciamento social e a intensificação da medição de temperatura corporal em locais públicos e ambientes de trabalho.

A imagem de abertura do capítulo mostra a aferição da temperatura com um

termômetro infravermelho digital, indicando 98,0°F. A partir disso, é apresentada uma função afim que converte a temperatura de graus Fahrenheit para Celsius, conforme a fórmula:

$$f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$$

sendo x a temperatura em Fahrenheit e $f(x)$ o valor correspondente em Celsius.

A Figura 2.7 ilustra essa abordagem.

Figura 2.7: Introdução à função afim com base na aferição de temperatura corporal.

1 Função afim

A pandemia causada pelo novo Coronavírus no início do ano de 2020 mudou hábitos de locomoção e consumo. Visando a diminuição de contágio, a Organização Mundial de Saúde (OMS) recomendou que as pessoas permanecessem em casa. Com o tráfego de pessoas reduzido, locais como lojas, escritórios e restaurantes fecharam as suas portas.

Protocolos como higienização das mãos e a aferição da temperatura corporal passaram a ser tomados no acesso aos estabelecimentos essenciais que permaneceram abertos, como supermercado e alguns locais de trabalho.

Observe a foto da aferição da temperatura de um trabalhador na Índia. O aparelho de infravermelho está indicando 98 °F. Essa unidade de medida de temperatura, Fahrenheit, é adotada em alguns países. No Brasil, a temperatura é medida em grau Celsius. Para converter a temperatura em grau Fahrenheit para grau Celsius, podemos usar a seguinte função:

$$f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9}$$

Sendo $f(x)$ a medida em grau Celsius e x a medida em grau Fahrenheit.

Fonte: Moderna (2020)

Do ponto de vista didático, a proposta tem mérito ao abordar uma situação real e recente, conectando a Matemática a um fenômeno de grande impacto social. O tema da pandemia, nesse sentido, é oportuno para despertar o interesse dos alunos e permitir articulações interdisciplinares com a Física e a Biologia.

Entretanto, nota-se certa fragilidade na articulação entre o contexto apresentado e o objeto matemático explorado. A função afim é aplicada exclusivamente à conversão entre escalas de temperatura — uma prática que, embora tecnicamente correta, não representa uma necessidade concreta vivenciada pelos estudantes durante a pandemia. Assim, o exemplo acaba funcionando mais como um pretexto para apresentar uma fórmula algébrica do que como um problema matemático significativo oriundo da realidade social descrita no texto.

Além disso, a escolha da unidade Fahrenheit — pouco utilizada no Brasil — reduz ainda mais a familiaridade da situação com o cotidiano dos alunos. Para estudantes da região Norte, por exemplo, seria mais significativo explorar questões como o controle

de temperatura na conservação de alimentos típicos, o impacto do calor em atividades produtivas locais ou o transporte de insumos em ambientes ribeirinhos. Tais temas, além de mais próximos da vivência dos estudantes, poderiam ser igualmente modelados por funções afins, mas com maior relevância contextual e sentido formativo.

Em síntese, embora o livro apresente uma tentativa válida de contextualização, sua efetividade como proposta pedagógica pode ser ampliada a partir da adaptação ou reelaboração de situações que dialoguem com a realidade sociocultural dos alunos.

A análise dos dois livros didáticos selecionados evidencia esforços distintos para contextualizar o ensino da função afim. A obra de Bonjorno (2020) utiliza uma situação cotidiana urbana — o cálculo da tarifa de táxi — como ponto de partida para a modelagem algébrica, apresentando uma função de forma clara e com boa articulação entre contexto e conteúdo. No entanto, sua validade é limitada por tratar-se de um exemplo regionalmente restrito e socialmente ultrapassado, sobretudo em virtude da popularização dos aplicativos de transporte. Já a coleção *Conexões* (2020) adota um tema de grande repercussão global — a pandemia de COVID-19 —, o que lhe confere relevância imediata. No entanto, a aplicação da função afim se dá por meio da conversão entre escalas de temperatura (Fahrenheit e Celsius), o que representa um distanciamento significativo da experiência prática dos estudantes brasileiros, além de indicar uma desconexão entre o contexto temático e o objeto matemático.

Ambas as propostas, embora didaticamente válidas, carecem de maior aproximação com as realidades socioculturais dos estudantes da região Norte, em especial do estado do Pará. A ausência de referências à vida cotidiana amazônica — como o transporte fluvial, o extrativismo ou o comércio local — revela uma lacuna nos materiais didáticos atuais, justificando a importância de propostas educacionais que privilegiem o contexto regional como eixo articulador da aprendizagem. Essa constatação reforça a relevância do produto educacional apresentado nesta pesquisa, que busca desenvolver atividades contextualizadas à realidade dos estudantes paraenses, promovendo uma Matemática mais próxima, significativa e socialmente situada.

2.7 A BNCC e o Ensino de Funções

2.7.1 A Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento normativo que orienta a construção dos currículos da Educação Básica no Brasil. Esse documento estabelece as competências e habilidades essenciais a serem desenvolvidas pelos estudantes ao longo de toda a Educação Básica, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio.

Como consta na introdução da BNCC:

A BNCC é um documento plural e contemporâneo, resultado de um trabalho coletivo inspirado nas mais avançadas experiências do mundo. A partir dela, as redes de ensino e instituições escolares públicas e particulares passarão a ter uma referência nacional comum e obrigatória para a elaboração dos seus currículos e propostas pedagógicas, promovendo a elevação da qualidade do ensino com equidade e preservando a autonomia dos entes federados e as particularidades regionais e locais. (BRASIL, 2017, p. 5)

O documento está organizado em diferentes partes, entre as quais se destacam os textos introdutórios (gerais e específicos por etapa e área), as competências gerais para toda a Educação Básica, as competências específicas por componente curricular, e as habilidades ou direitos de aprendizagem — que representam os conhecimentos, conceitos e procedimentos a serem desenvolvidos ao longo das etapas da Educação Básica, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. A competência específica 2 não será mostrada, por não abordar diretamente as funções.

Dentre esses elementos, as **dez competências gerais** orientam a formação integral do estudante, promovendo não apenas o domínio de conteúdos, mas também o desenvolvimento de atitudes e valores fundamentais. Segundo o documento, uma competência é entendida como a “mobilização de conhecimentos, habilidades (cognitivas, práticas e socioemocionais) e valores para resolver situações complexas da vida cotidiana, de modo a contribuir para o exercício da cidadania e para a atuação no mundo do trabalho” (BRASIL, 2017, p. 8).

Resumidamente, as dez competências gerais são:

1. Conhecimento;

2. Pensamento científico, crítico e criativo;
3. Repertório cultural;
4. Comunicação;
5. Cultura digital;
6. Trabalho e projeto de vida;
7. Argumentação;
8. Autoconhecimento e autocuidado;
9. Empatia e cooperação;
10. Responsabilidade e cidadania.

Para que o estudante desenvolva as competências gerais previstas na BNCC, é necessário que ele se aproprie das **habilidades**, que representam os conhecimentos, procedimentos e atitudes a serem construídos ao longo das etapas escolares. No Ensino Médio, essas habilidades são organizadas por áreas do conhecimento e descritas por meio de uma notação padronizada.

As habilidades da BNCC no Ensino Médio são identificadas por um código alfanumérico. Tomando como exemplo o código **EM13MAT102**:

- **EM** indica que a habilidade pertence ao **Ensino Médio**;
- **13** mostra que a habilidade pode ser desenvolvida em qualquer série do Ensino Médio (1º, 2º ou 3º ano), conforme definição dos currículos;
- **MAT** refere-se ao componente curricular de **Matemática**;
- **102** é o código da habilidade:
 - o primeiro dígito (**1**) indica a **competência específica 1** da área;
 - os dois últimos dígitos (**02**) representam a **ordem da habilidade** no conjunto daquela competência.

Essa sistematização facilita a organização curricular, o planejamento pedagógico e o acompanhamento da aprendizagem ao longo da trajetória escolar.

2.7.2 O Ensino de Funções na BNCC

A BNCC dedica atenção especial ao desenvolvimento do pensamento algébrico e funcional ao longo das etapas escolares. No que se refere ao ensino de funções, ela propõe uma abordagem que privilegia o uso de representações variadas, a interpretação de situações contextualizadas e a aplicação da Matemática como ferramenta para compreender e atuar no mundo.

Nos **Anos Finais do Ensino Fundamental**, a temática das funções começa a ser explorada no campo da Álgebra, ainda de forma introdutória. Nesse segmento, os estudantes devem identificar padrões de variação entre grandezas, construir tabelas, representar relações por meio de gráficos e expressões algébricas simples, e compreender noções de dependência entre variáveis. Esse percurso prepara o terreno para o aprofundamento no Ensino Médio, conforme destaca a habilidade EF09MA06:

Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. (BRASIL, 2017, p. 317)

No **Ensino Médio**, o estudo das funções passa a ter papel estruturante na formação matemática dos alunos. A BNCC orienta que os estudantes sejam capazes de compreender, interpretar e representar funções afins, quadráticas, exponenciais e logarítmicas, utilizando diferentes registros de representação (gráficos, tabelas, expressões algébricas) e reconhecendo os comportamentos dessas funções em contextos variados.

Vamos destacar as habilidades de matemática que envolvem o estudo de funções, de acordo com as competências específicas de Matemática e Suas Tecnologias para o o Ensino Médio.

Competência Específica 1: *Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.*

- **EM13MAT101:** Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Competência Específica 3: *Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.*

- **EM13MAT302:** Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- **EM13MAT304:** Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
- **EM13MAT305:** Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

Competência Específica 4: *Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.*

- **EM13MAT401:** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
- **EM13MAT402:** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
- **EM13MAT403:** Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas

em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

- **EM13MAT404:** Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- **EM13MAT405:** Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Competência Específica 5: *Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.*

- **EM13MAT501:** Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
- **EM13MAT502:** Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
- **EM13MAT503:** Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
- **EM13MAT507:** Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

- **EM13MAT508:** Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

As competências e habilidades destacadas na BNCC revelam uma abordagem voltada à interpretação, modelagem e aplicação das funções em contextos variados e significativos. O documento orientador enfatiza que o ensino de funções no Ensino Médio deve ir além do tratamento algébrico formal, priorizando situações que envolvam variação entre grandezas, análise de gráficos e resolução de problemas contextualizados. Essa proposta está em consonância com uma prática pedagógica mais crítica, reflexiva e conectada com a realidade dos estudantes, promovendo, assim, o desenvolvimento de uma formação matemática voltada à compreensão do mundo e à tomada de decisões fundamentadas.

Em virtude desse entendimento, este trabalho se alinha às diretrizes da BNCC ao propor atividades contextualizadas com base na realidade regional paraense, favorecendo a apropriação dos conceitos de função em situações significativas para os alunos. Ao aproximar o conteúdo das vivências cotidianas dos estudantes, contribui-se para a consolidação das competências previstas no documento, promovendo uma aprendizagem mais crítica, integrada e situada.

3 METODOLOGIA

3.1 Tipo de Pesquisa

Do ponto de vista metodológico, este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de natureza **qualitativa**, de caráter **exploratório** e com abordagem **aplicada**. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa busca compreender fenômenos em seus contextos naturais, considerando os significados atribuídos pelos sujeitos às suas vivências. No contexto da Educação Matemática, essa abordagem permite investigar não apenas os conteúdos, mas também os processos de ensino e aprendizagem, a partir da realidade concreta dos alunos.

A pesquisa é exploratória porque visa aprofundar o entendimento sobre a abordagem contextualizada de funções no Ensino Médio, especialmente a partir da realidade regional paraense, tema ainda pouco abordado de forma sistemática na literatura. Além disso, é aplicada porque se orienta para a proposição de um produto educacional — um *e-book* — que possa contribuir para a prática pedagógica docente.

Para a elaboração dos problemas contextualizados, optou-se por aplicar as funções matemáticas a fenômenos recorrentes da região amazônica, mais especificamente do estado do Pará. A escolha dos temas se deu com base na vivência do próprio autor, que cresceu em uma comunidade interiorana da região e conhece as práticas sociais e econômicas locais. Assim, os contextos abordados no material (como o comércio de açaí e farinha, o transporte fluvial em rabetas, e o extrativismo regional) não foram escolhidos apenas por seu potencial matemático, mas por fazerem parte da realidade vivida pelos estudantes.

Quando necessário, buscou-se confirmar a veracidade de certas modelagens junto a trabalhadores locais, como feirantes, ribeirinhos ou pequenos comerciantes, a fim de garantir que os parâmetros utilizados (valores de venda, taxas de serviço, formas de precificação, etc.) fossem consistentes com a realidade. Essa prática reforça o compromisso

com uma **contextualização crítica e fundamentada**, que vai além da simples criação de estórias fictícias, visando construir pontes legítimas entre a Matemática e o cotidiano dos estudantes.

Segundo Gil (2008), a pertinência de uma pesquisa aplicada está diretamente relacionada à sua capacidade de gerar soluções para problemas reais. Nesse sentido, a proposta deste trabalho — ao integrar o conhecimento matemático com o contexto sociocultural dos alunos — busca valorizar os saberes locais e promover uma aprendizagem eficaz, crítica e socialmente situada.

3.2 Os Contextos Regionais Escolhidos

A escolha dos contextos trabalhados no *e-book* elaborado como produto educacional desta pesquisa foi orientada por critérios de relevância cultural, proximidade com a realidade dos estudantes e potencial de exploração matemática por meio das funções elementares. Considerando-se que um dos objetivos centrais deste trabalho é valorizar o contexto sociocultural paraense como instrumento pedagógico, buscou-se selecionar situações do cotidiano que pudessem ser reconhecidas pelos alunos como parte de sua vivência ou identidade local.

Dentre os temas abordados, destacam-se os seguintes: compra e venda de farinha de mandioca, comércio de açaí, estaleiro de rabetas, transporte fluvial, lucro de uma fábrica local de bombons regionais (cupuaçu, castanha do Pará, tapioca), loja de artigos esportivos com foco em times estaduais, artesanato com miriti, salto de um boto do Marajó, criação de peixes, fluxo de pessoas no tradicional comércio de Belém, shows e eventos culturais típicos do Pará (tecnomelody e aparelhagens), análise do pH das águas da região, festividade do Círio de Nazaré e passeios em balneários e praias paraenses.

A seleção desses contextos foi norteadada por sua representatividade social e econômica para diferentes regiões do estado, garantindo diversidade de temas que dialogam com áreas como produção rural, comércio, turismo, religião, cultura popular e meio ambiente. Cada situação foi escolhida com base em sua capacidade de permitir modelagens significativas com funções afim, quadrática, exponencial ou logarítmica, a depender do comportamento do fenômeno.

Sempre que necessário, recorreu-se a informações de trabalhadores locais e à ob-

servação direta do cotidiano regional para garantir que os dados utilizados nos problemas fossem coerentes com a realidade. Isso assegurou que a contextualização das atividades não se baseasse em suposições genéricas, mas em práticas reais e reconhecíveis pelos estudantes.

A diversidade dos contextos também buscou contemplar diferentes perfis de alunos da rede pública paraense, promovendo a inclusão de elementos urbanos, rurais, culturais e ambientais. Tal diversidade contribui para o desenvolvimento de uma Matemática mais próxima, significativa e representativa, respeitando a heterogeneidade cultural da região amazônica.

3.3 A Abordagem Matemática do Material

Optou-se por não incluir a função trigonométrica no presente material devido à complexidade de seus pré-requisitos conceituais, que exigiriam uma sequência didática extensa para uma abordagem rigorosa e coerente com os princípios do material. Como a proposta visa oferecer um conteúdo acessível, contextualizado e aplicável dentro dos limites de um e-book de escopo prático, priorizaram-se as funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica, que apresentam maior recorrência no Ensino Médio e podem ser exploradas com profundidade dentro da proposta.

Além disso, a abordagem teórica adotada neste trabalho busca se aproximar dos princípios defendidos pelos autores do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), especialmente Elon Lages Lima. Questões terminológicas, como a preferência por “taxa de variação” em vez de “coeficiente angular” na função afim, foram orientadas pelos textos do autor e pelos materiais utilizados no Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio (PAPMEM), promovido pelo IMPA.

Se a função afim f é dada por $f(x) = ax + b$, não é adequado chamar o número a de *coeficiente angular* da função f . O nome mais apropriado, que usamos, é *taxa de variação* (ou taxa de crescimento). Em primeiro lugar não há, na maioria dos casos, ângulo algum no problema estudado. Em segundo lugar, mesmo considerando o gráfico de f , o ângulo que ele faz com o eixo horizontal depende das unidades escolhidas para medir as grandezas x e $f(x)$. Em resumo: tem-se taxa de variação de uma função e coeficiente angular de uma reta. (Lima, 2012, p. 92)

Da mesma forma, optou-se por adotar os termos “função afim” e “função quadrática”

em vez de “função do 1º grau” ou “do 2º grau”. Essa escolha também está respaldada por Lima (2012), que aponta a imprecisão conceitual do uso de “grau” aplicado diretamente à função:

A maioria dos nossos textos escolares refere-se à função afim como “função do primeiro grau”. Essa nomenclatura sugere a pergunta: o que é o grau de uma função? Função não tem grau. O que possui grau é um polinômio. [...] O mesmo defeito de nomenclatura ocorre também com as funções quadráticas, que estudaremos no capítulo seguinte. Elas muitas vezes são chamadas, incorretamente, “funções do segundo grau”. (LIMA, 2012, p. 92)

Por fim, destaca-se que as questões desenvolvidas no *e-book* foram construídas com base em situações do cotidiano, evitando o uso de fórmulas prontas ou problemas artificiais. A proposta didática permite que o aluno, a partir da análise do problema, identifique padrões, relacione variáveis e construa, ele próprio, a função que melhor modela o fenômeno apresentado. Além disso, para garantir que o material elaborado mantivesse o devido rigor matemático, algumas situações-problema foram inspiradas em questões do ENEM, de vestibulares e de obras do IMPA. Essa pesquisa teve o propósito de alinhar o conteúdo trabalhado não apenas à realidade dos estudantes paraenses, mas também às exigências das avaliações nacionais, assegurando que os alunos desenvolvam competências compatíveis com os principais exames do país.

3.4 Elaboração do Produto Educacional

Com base nos elementos discutidos anteriormente, o produto educacional desenvolvido consiste em um material didático no formato de *e-book*, concebido como um recurso de apoio ao professor de Matemática do Ensino Médio.

O material está organizado em seis capítulos, conforme a estrutura a seguir:

1. Introdução
2. Função Afim
3. Função Quadrática
4. Função Exponencial

5. Função Logarítmica

6. Resolução dos Problemas

O Capítulo 1 introduz o trabalho desenvolvido no material, apresentando os principais objetivos do *e-book*, sua estrutura, a maneira como o professor pode utilizar em sala de aula, e as descrições das habilidades e competências da BNCC desenvolvidas nos demais capítulos.

Os capítulos 2 a 5 seguem uma estrutura didática comum: iniciam-se com uma introdução contextualizada, seguida pela apresentação dos conceitos específicos de cada tipo de função, ilustrados por exemplos resolvidos — em sua maioria, ancorados em contextos regionais paraenses. Ao final de cada capítulo, há uma seção dedicada aos problemas contextualizados, que constitui o foco principal deste material.

O Capítulo 6 reúne as resoluções comentadas dos problemas propostos nos capítulos anteriores (2 a 5). As soluções são apresentadas de forma detalhada, com o intuito de promover a compreensão mesmo por parte de estudantes em fase de aprendizagem, garantindo clareza e acessibilidade ao conteúdo.

4 PRODUTO EDUCACIONAL

Este capítulo tem por objetivo apresentar e descrever a estrutura do produto educacional desenvolvido no âmbito desta pesquisa: um material didático em formato de *e-book*, voltado ao ensino de funções no Ensino Médio. A proposta articula os conceitos fundamentais das funções matemáticas com situações do cotidiano regional dos estudantes paraenses, promovendo uma aprendizagem significativa e situada.

O material foi elaborado com o intuito de oferecer subsídios ao professor da educação básica, por meio de uma abordagem alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e aos princípios da Contextualização Matemática. A obra foi integralmente produzida utilizando o sistema de editoração $\text{\LaTeX}$, o que permitiu maior controle na padronização visual, organização dos ambientes matemáticos e clareza na diagramação dos elementos didáticos. Para favorecer a leitura e reforçar a estrutura conceitual do conteúdo, definições importantes são destacadas em caixas de borda vermelha, enquanto os exemplos resolvidos aparecem em caixas de borda azul, conforme ilustrado na Figura 4.1. As cores escolhidas remetem à paleta da bandeira do estado do Pará, reforçando a identidade regional do material.

Figura 4.1: Exemplo de padronização visual adotada no *e-book*.

Definição

Progressão Artimética (PA) é toda sequência em que a diferença entre termos consecutivos é constante. A essa diferença constante denominamos *razão* r da progressão.

Exemplo 2.2

As sequências abaixo são todas PA.

- $(2, 5, 8, 11, \dots)$, cuja razão é $r = 3$;
- $(10, 15, 20, 25, \dots)$, cuja razão é $r = 5$;
- $(8, 6, 4, 2, \dots)$, cuja razão é $r = -2$.

Fonte: Elaboração própria.

A obra está organizada em seis capítulos, conforme apresentado anteriormente: o primeiro capítulo trata da introdução ao trabalho desenvolvido; os quatro capítulos seguintes são dedicados às funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica; e o último capítulo apresenta a resolução detalhada dos problemas propostos ao longo do material.

Cada capítulo referente a uma função apresenta uma estrutura semelhante: inicia-se com uma situação-problema contextualizada, seguida pela exposição conceitual e por exemplos resolvidos, culminando com uma lista de problemas. Os contextos utilizados nas atividades foram escolhidos com base em sua relevância cultural, potencial de exploração matemática e adequação ao universo dos estudantes da rede pública paraense.

A seguir, são descritas as principais características didáticas dos capítulos que compõem o *e-book*, com destaque para os objetivos didáticos, os contextos trabalhados e as estratégias pedagógicas adotadas. Exemplos representativos também são apresentados, ilustrando a abordagem proposta e evidenciando o vínculo entre a Matemática escolar e a realidade vivida pelos alunos. Não vamos apresentar todos os problemas elaborados, pois eles podem ser consultados no produto final deste trabalho.

4.1 Descrição dos capítulos do *e-book*

4.1.1 Capítulo 1 – Introdução

O primeiro capítulo do *e-book* tem como finalidade apresentar os objetivos, a justificativa e a estrutura da obra. Ele contextualiza a importância do estudo das funções matemáticas no Ensino Médio, destacando seu papel nas ciências exatas, naturais e sociais, e aponta os desafios específicos enfrentados na Região Norte, especialmente no Estado do Pará, onde o material se insere.

Este capítulo apresenta também a proposta pedagógica que orienta o *e-book*, fundamentada na contextualização matemática e na valorização da realidade regional dos estudantes. Destaca-se a ênfase na utilização de problemas contextualizados que dialogam com a cultura, a economia e o cotidiano local, buscando promover uma aprendizagem significativa e crítica.

Além disso, o capítulo delineia a organização dos conteúdos abordados, indicando os diferentes tipos de funções tratados nos capítulos seguintes — afim, quadrática, exponencial e logarítmica — e descreve a metodologia adotada, que combina fundamentação

teórica sucinta, exemplos contextualizados e problemas aplicados.

São apresentadas, ainda, sugestões de utilização do material pelos professores, que incluem sua aplicação em atividades individuais e coletivas, em projetos interdisciplinares e na preparação para exames como o ENEM. O capítulo orienta, também, para a importância de estimular a participação ativa dos estudantes, fomentando o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia intelectual.

Por fim, apresenta-se uma relação das competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) trabalhadas ao longo do *e-book*, facilitando a consulta dos professores e contribuindo para a organização pedagógica das atividades.

4.1.2 Capítulo 2 – Função Afim

O segundo capítulo do *e-book* marca o início da exploração das funções reais propriamente ditas, com ênfase na função afim. O capítulo é estruturado de forma a promover a compreensão do comportamento linear por meio de situações contextualizadas e representações diversas. A abordagem busca favorecer o entendimento da taxa de variação constante e do impacto dos coeficientes na interpretação gráfica e algébrica da função.

A elaboração deste capítulo está alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), contemplando as Competências Gerais 1, 2 e 4, bem como as Competências Específicas de Matemática 1, 3, 4 e 5, que envolvem o uso da Matemática como linguagem para modelar, interpretar e resolver problemas do cotidiano. Em especial, são mobilizadas as habilidades EM13MAT101, EM13MAT302, EM13MAT401, EM13MAT501 e EM13MAT507, que abordam o estudo e a aplicação de funções reais, a análise gráfica e algébrica de relações entre grandezas, e a modelagem de situações que envolvem relações lineares, favorecendo a compreensão crítica de fenômenos sociais e naturais por meio da Matemática.

O Capítulo 2 inicia-se com uma situação familiar aos estudantes paraenses: o consumo de açaí. Antes mesmo da apresentação formal da função afim, o texto propõe um problema introdutório envolvendo um serviço de entrega de açaí (*delivery*) cujo preço final é composto por uma taxa fixa de entrega no valor de R\$ 2,00, somada ao valor variável de R\$ 10,00 por litro. A partir dessas informações, solicita-se que o estudante calcule o custo total para diferentes quantidades de açaí (1, 2, 3 e 4 litros), conduzindo-o naturalmente à generalização algébrica do total a ser pago para x litros.

A escolha desse contexto é particularmente significativa, visto que o açaí é um elemento central da cultura alimentar paraense, presente no cotidiano da maior parte dos estudantes, inclusive adolescentes. Dessa forma, além de favorecer a atenção e o engajamento dos alunos, a atividade pode estimular reflexões e trocas culturais em sala de aula, criando um ambiente propício ao diálogo entre a Matemática e as experiências dos próprios estudantes.

Após a introdução contextual sobre o consumo de açaí, o Capítulo 2 desenvolve os principais conceitos relacionados à função afim ao longo de cinco seções.

Ainda seção 2.1, apresenta-se a definição formal da função afim, destacando-se sua estrutura algébrica do tipo $f(x) = ax + b$, a ideia de taxa de variação constante e valor fixo. O conceito é retomado a partir da generalização feita no exemplo do *delivery* de açaí, facilitando a transição entre o contexto concreto e a abstração algébrica.

A seção 2.2 explora a representação gráfica da função afim no plano cartesiano. Por meio de exemplos, os alunos são incentivados a perceber como os coeficientes da expressão influenciam a inclinação e a posição da reta. Essa abordagem contribui para o desenvolvimento da capacidade de interpretar e construir gráficos a partir de expressões algébricas.

Na sequência, a seção 2.3 é dedicada à análise dos coeficientes a e b da função afim. Retoma-se aqui a terminologia adotada por Elon Lages Lima (2012), que propõe o uso de “taxa de variação” em lugar de “coeficiente angular”, com base na inadequação conceitual do uso de termos geométricos em contextos não gráficos.

A seção 2.4 propõe uma conexão didática entre a função afim e as progressões aritméticas (PA). Essa articulação é feita com o objetivo de reforçar a percepção de regularidade nas variações sucessivas de valores, promovendo uma ponte entre conteúdos normalmente trabalhados de forma compartimentalizada no currículo.

Por fim, a seção 2.5 reúne uma lista de problemas contextualizados, inspirados em situações do cotidiano paraense, dos quais destacamos dois a seguir.

Problema 1

1. O Sr. José Maria é carpinteiro naval de uma comunidade ribeirinha do Pará que trabalha com barcos e rabetas¹. Ele cobra seus serviços de reparo em embarcações com

¹Rabeta é uma pequena embarcação motorizada, típica da região amazônica, equipada com um motor de eixo longo, ideal para navegação em rios rasos e estreitos.

Figura 4.2: Estaleiro de rabetas



Fonte: Facebook: Rabetas do Pará.

base em duas partes: um valor fixo referente ao conserto e uma taxa diária de aluguel pelo tempo que a embarcação permanece no seu estaleiro, após o término do serviço. Considere que o conserto de uma rabeta custou R\$ 600,00 e que, a cada dia que a embarcação permanece no estaleiro, o Sr. José Maria cobra uma taxa adicional de R\$ 50,00. Nenhuma outra cobrança é feita.

O valor total y , em reais, a ser pago por um cliente cuja embarcação permaneça x dias no estaleiro, é dado por:

A) $y = 600x + 50$

B) $y = 600 + 50x$

C) $y = 600x - 50$

D) $y = 50x$

E) $y = 600 - 50x$

O problema apresentado retrata uma prática comum de cobrança realizada por um carpinteiro naval que atua no conserto de rabetas — embarcações pequenas amplamente utilizadas nas regiões ribeirinhas do Pará. A rabeta é um meio de transporte veloz, sendo frequentemente comparada a uma motocicleta pela sua agilidade sobre as águas. Em diversos municípios paraenses, são realizados eventos e competições envolvendo corridas de rabetas, o que evidencia sua relevância cultural e econômica.

Ao abordar os serviços prestados por esse profissional, a questão mobiliza não apenas conceitos matemáticos, mas também referencia práticas econômicas regionais autênticas, como a cobrança de uma taxa por permanência de embarcações em estaleiros. O valor fixo de R\$ 600,00 e a taxa variável de R\$ 50,00 por dia permitem ao

estudante construir, de forma natural, uma expressão algébrica do tipo $y = 600 + 50x$, reconhecendo nela a estrutura típica de uma função afim.

Embora se trate de um problema de nível introdutório, sua estrutura é semelhante a de questões frequentemente encontradas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), em que a Matemática é aplicada a situações do cotidiano com base em enunciados contextualizados e interpretação de relações funcionais simples.

Problema 5

5. O Pará é um estado rico em belezas naturais e balneários. A cidade de Portel, por exemplo, é cercada por balneários, e há opções ao longo das estradas, em igarapés, nas praias da orla da cidade e do outro lado do rio. Em um desses balneários do outro lado da cidade, a travessia é feita por barcos ou lanchas, e alguns barqueiros ganham a vida com essa atividade.

Figura 4.3: Praia da Tucano, Portel-PA



Fonte: Acervo pessoal do autor.

Um grupo de amigos deseja passear em um balneário do outro lado do rio e decide verificar o preço cobrado pelos dois barqueiros disponíveis.

No barqueiro A, foi mostrado o seguinte histórico de preço em função do número de passageiros:

Passageiros	Preço (R\$)
8	360
10	400
12	440

Já o barqueiro B apresentou a seguinte tabela de preços:

Passageiros	Preço (R\$)
10	350
13	425
16	500

Com base nas informações apresentadas, a partir de quantos passageiros é mais vantajoso contratar o barqueiro A?

A) 18

B) 19

C) 20

D) 21

E) 22

A questão trabalha diretamente com a diversidade de balneários presentes no estado do Pará, onde é comum a prática de travessias fluviais até praias e igarapés situados além da cidade. Com isso, espera-se que muitos alunos se identifiquem com a situação descrita, o que favorece o engajamento e o reconhecimento do conteúdo matemático em contextos reais.

Outro ponto forte da atividade é que as expressões algébricas não são fornecidas diretamente, evitando o uso mecânico de fórmulas. Ao contrário, as tabelas apresentam uma relação entre o número de passageiros e o preço total cobrado, o que exige que o estudante perceba a regularidade das variações e reconheça nelas uma progressão aritmética.

Ao identificar essa regularidade, o aluno é levado a modelar funções do tipo $f(x) = ax + b$. Após determinar as duas expressões correspondentes aos barqueiros A e B, o estudante é convidado a usar esse objeto matemático para simular uma tomada de decisão fundamentada, comparando preços e identificando a melhor opção a partir de um certo número de passageiros. Essa abordagem reforça o papel da Matemática como ferramenta de análise crítica e resolução de problemas cotidianos.

4.1.3 Capítulo 3 – Função Quadrática

O terceiro capítulo do *e-book* tem como foco o estudo da função quadrática, abordada a partir de um cenário real relacionado à produção e comercialização de produtos típicos da região amazônica, como bombons de cupuaçu, castanha-do-pará e óleos vegetais. O ponto de partida é a análise do lucro de uma empresa paraense em função da quantidade de itens produzidos e vendidos, destacando a presença de um comportamento parabólico na relação entre produção e retorno financeiro.

Ao introduzir esse contexto, o capítulo busca mostrar que a função quadrática não é apenas uma abstração matemática, mas uma ferramenta útil para resolver problemas do cotidiano, especialmente aqueles que envolvem otimização. A interpretação do gráfico de uma parábola permite, por exemplo, identificar o ponto de produção que maximiza o lucro, promovendo discussões significativas sobre estratégias de crescimento e eficiência produtiva — elementos diretamente ligados à realidade de pequenos e médios empreendedores locais.

Do ponto de vista curricular, este capítulo dialoga com as Competências Gerais 1, 2 e 4 e com as Competências Específicas de Matemática 1, 3, 4 e 5 da BNCC. Além disso, contempla as habilidades EM13MAT101, EM13MAT302, EM13MAT402, EM13MAT502 e EM13MAT503, ao propor situações-problema que exigem a interpretação, a modelagem e a análise de funções polinomiais do segundo grau a partir de representações gráficas e algébricas, sempre vinculadas a contextos significativos para os estudantes.

O primeiro exemplo prático da seção 3.1, que acompanha a definição da função quadrática, encontra-se em perfeita consonância com a proposta de contextualização regional deste material. Trata-se de uma situação que envolve uma fábrica paraense de camisas de times locais, como Remo e Paysandu, muito conhecidos entre os estudantes. A proposta não apenas introduz a estrutura da função quadrática, como também oferece um exemplo realista de precificação e análise de lucro, tornando mais acessível a abstração matemática por meio de uma situação significativa. A Figura 4.4 ilustra esse exemplo.

Figura 4.4: Exemplo introdutório sobre função quadrática

Exemplo 3.1

Uma fábrica paraense especializada em artigos esportivos produz camisas de times personalizadas, incluindo modelos muito procurados dos clubes locais Remo e Paysandu.

O custo de produção de cada camisa é de R\$ 100,00 e a fábrica possui uma despesa mensal fixa de R\$ 10.000,00.

O gerente da empresa adotou a seguinte estratégia para precificar cada camisa: se há x camisas encomendadas no mês, o preço de cada camisa será de $(500 - x)$ reais. Determine a expressão que representa o lucro mensal da fábrica em função da quantidade x de camisas produzidas



Fonte: Elaboração própria.

Após essa introdução, a seção 3.2 aborda o gráfico da função quadrática, enfatizando sua forma característica em parábola e as interpretações de concavidade, ponto de mínimo ou máximo, raízes e vértice. São apresentados exemplos que permitem visualizar, de maneira concreta, o comportamento da função em diferentes situações.

Na seção 3.3, estabelece-se uma ponte entre a função quadrática e a progressão aritmética (PA), assim como já feito no capítulo anterior com a função afim. Essa conexão tem como objetivo reforçar a percepção dos padrões de variação dos valores das funções e facilitar o reconhecimento do comportamento crescente ou decrescente da função, com base na diferença entre termos sucessivos. Essa abordagem contribui para a compreensão do papel do termo quadrático na curvatura do gráfico.

Por fim, a seção 3.4 reúne um conjunto de problemas contextualizados, inspirados em atividades econômicas, ambientais e sociais da realidade paraense. Os problemas propõem desafios em que o estudante é convidado a modelar fenômenos diversos com funções quadráticas, interpretar seus significados e tomar decisões a partir das informações extraídas. Como nos capítulos anteriores, a ênfase recai sobre a construção do raciocínio matemático em contextos culturalmente próximos dos alunos.

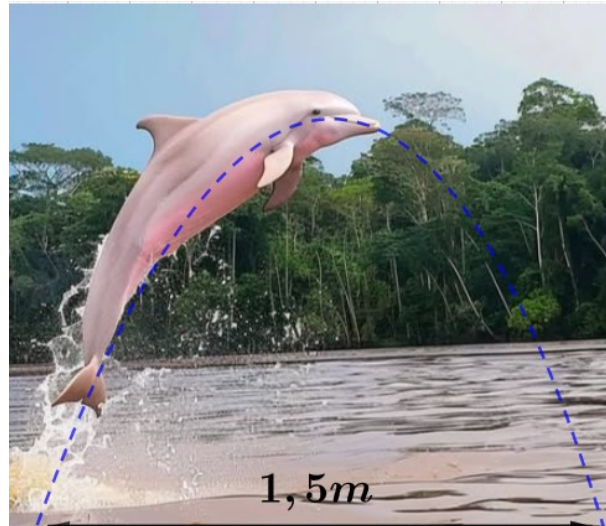
Problema 1

1. Na região do Marajó, no Pará, os botos são símbolos da rica biodiversidade amazônica. Esses animais encantam ribeirinhos e turistas com seus saltos graciosos nos rios da região, como o Rio Amazonas e seus afluentes. Diz a lenda que o boto cor-de-rosa se transforma

em um homem sedutor nas festas ribeirinhas, mas, na realidade, ele é um dos mamíferos mais inteligentes da Amazônia, adaptado às águas barrentas e repletas de vida.

Um boto alcança um salto de altura máxima igual a 2 metros, conforme a figura.

Figura 4.5: Boto cor de rosa do Marajó



Fonte: Adaptada pelo autor.

Admita um sistema de coordenadas xy em que no eixo vertical y está representada a altura e no eixo horizontal x está representada a distância, ambas em metro. Considere que o boto emerge do ponto $(0,0)$ e que mergulha de volta no ponto $(1,5,0)$ do plano xy . Escreva a função quadrática que expressa a altura do animal em relação à distância horizontal percorrida.

- A) $y = -\frac{16}{3}x^2 + \frac{32}{9}x$
- B) $y = \frac{32}{9}x^2 - \frac{16}{3}x$
- C) $y = -\frac{32}{9}x^2 + \frac{16}{3}x$
- D) $y = -2x^2 + 3x$
- E) $y = -4x^2 + 4x$

A questão apresentada associa o estudo da função quadrática a um elemento simbólico da cultura amazônica: o boto cor-de-rosa. Localizado na região do Marajó, esse animal é tanto parte da biodiversidade local quanto do imaginário popular ribeirinho, sendo protagonista de lendas e festas tradicionais. A contextualização escolhida é rica e significativa, pois permite que o aluno se identifique com o cenário descrito e, ao mesmo tempo, desenvolva habilidades matemáticas de modelagem e interpretação geométrica.

Do ponto de vista conceitual, a questão propõe a construção de uma função quadrática a partir de três pontos fundamentais da parábola: os pontos de interseção com o eixo x (raízes da função), $(0, 0)$ e $(1, 5, 0)$, e o ponto de altura máxima (vértice), que é o ponto médio da base, com ordenada $y = 2$. A partir desses dados, o estudante pode determinar a equação da parábola na forma fatorada:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2),$$

que foi um tópico explorado durante o capítulo 3.

Essa questão não apenas desenvolve o conteúdo da função quadrática, como também valoriza a fauna amazônica, articulando Matemática e meio ambiente. Ao trazer o salto do boto como representação gráfica de uma parábola, a atividade proporciona uma situação-problema envolvente, favorecendo o raciocínio analítico e a capacidade de aplicar conhecimentos matemáticos a contextos reais. Além disso, ao exigir a dedução da equação e não apenas sua aplicação, ela se aproxima do estilo de avaliação de exames como o ENEM, que valorizam a interpretação e a modelagem.

Problema 4

No estado do Pará, viajar nem sempre é uma tarefa simples. Muitas cidades não são interligadas por estradas, tornando o transporte fluvial a principal alternativa para deslocamento entre municípios. No arquipélago do Marajó, por exemplo, o acesso à capital só é possível por meio de barcos, navios ou lanchas. Para viajar de Breves a Belém, um navio leva aproximadamente 12 horas, e a passagem na categoria mais básica, que consiste na viagem em rede, varia entre R\$ 100 e R\$ 150.

Figura 4.6: Viagem em rede



Fonte: Mairon pelo mundo.

Uma igreja do município de Breves pretende organizar uma caravana para um evento em Belém e, devido ao grande número de participantes, deseja alugar um navio exclusivo. A empresa responsável ofereceu um navio com capacidade para 100 passageiros, com um esquema de precificação diferenciado:

O preço base de cada passagem individual será de R\$ 100,00. No entanto, para cada vaga não ocupada, será acrescentado um valor de R\$ 10,00 ao preço de cada passagem vendida. Com base nesse modelo de precificação, qual é o número de passageiros que maximiza a rentabilidade da empresa?

- A) 45 passageiros*
- B) 50 passageiros*
- C) 55 passageiros*
- D) 60 passageiros*
- E) 65 passageiros*

A questão traz um cenário realista e altamente representativo da logística amazônica, destacando a importância do transporte fluvial no estado do Pará. Em especial, a situação proposta envolve uma viagem entre os municípios de Breves e Belém (uma rota típica que não é coberta por estradas e depende exclusivamente de embarcações). Ao inserir esse contexto no problema, a atividade reforça a identidade regional dos estudantes e reconhece a singularidade dos modos de deslocamento vivenciados por grande parte da população local.

Esse tipo de problema permite ao estudante interpretar e modelar uma situação cotidiana por meio de uma função quadrática, analisando o comportamento da função

com base em seus coeficientes e no conceito de vértice. A escolha do contexto — uma caravana religiosa que aluga um navio — aproxima a Matemática da realidade concreta dos alunos, respeitando suas referências culturais, sociais e econômicas. Além disso, a questão desenvolve competências fundamentais como argumentação, modelagem e análise de gráficos, conforme propõe a BNCC, sendo também compatível com o estilo de questões do ENEM.

4.1.4 Capítulo 4 - Função Exponencial

O Capítulo 4 introduz o conceito de função exponencial a partir de uma situação cotidiana e facilmente compreensível pelos estudantes: uma estratégia de divulgação boca a boca para um evento escolar. Embora essa situação não esteja diretamente vinculada a um contexto regional amazônico, ela se baseia em um fenômeno recorrente na vivência dos alunos — o compartilhamento informal de informações em ambientes escolares e comunitários. Assim, o exemplo consegue manter um grau de familiaridade e engajamento relevante, sem perder o foco na aplicação real do conceito matemático.

O capítulo está estruturado em quatro seções. A primeira apresenta a definição e a motivação da função exponencial; a segunda explora sua representação gráfica e o impacto dos parâmetros sobre a curva; a terceira estabelece conexões entre a função exponencial e a progressão geométrica, atendendo a um dos objetivos do material, que é fazer o estudante reconhecer padrões para saber qual função utilizar; e a quarta reúne problemas contextualizados novamente.

Em termos de competências da BNCC, o capítulo contempla as Competências Gerais 1, 2 e 4 e as Competências Específicas de Matemática 1, 3, 4 e 5, além de mobilizar habilidades como EM13MAT101, EM13MAT303, EM13MAT304, EM13MAT403 e EM13MAT508, com foco na modelagem de situações com crescimento exponencial e na análise de representações numéricas, algébricas e gráficas.

A seção 4.4 apresenta uma seleção de problemas contextualizados que exploram a aplicação da função exponencial em diferentes fenômenos do cotidiano paraense. A proposta pedagógica nesta seção é consolidar a compreensão do comportamento exponencial a partir de situações concretas e culturalmente significativas para os estudantes da região amazônica.

Entre os contextos abordados, destacam-se: o crescimento populacional da cidade

de Belém ao longo dos anos, modelado por meio de projeções demográficas baseadas em taxas fixas de crescimento anual; a evolução da produção de farinha de mandioca em determinadas localidades, a partir da modernização dos métodos de beneficiamento; o desenvolvimento de plantações de açaí em áreas ribeirinhas, especialmente nos períodos de safra; o crescimento da biomassa de peixes em cativeiros, em sistemas de piscicultura cada vez mais comuns em comunidades ribeirinhas; e, por fim, o aumento de apostas acumuladas em jogos de azar realizados durante festividades regionais, como arraiais e festas de aparelhagem.

Esses cenários foram cuidadosamente selecionados por sua relevância cultural, potencial matemático e conexão direta com a vivência dos alunos. Ao modelar esses fenômenos com funções do tipo $f(t) = a \cdot b^t$, os estudantes são levados a interpretar parâmetros, fazer previsões e analisar padrões de crescimento, desenvolvendo competências relacionadas à modelagem matemática e à leitura crítica de dados.

Problema 4

No Pará, a criação de peixes em cativeiro tem se tornado uma importante fonte de renda para muitas comunidades ribeirinhas. Para garantir o desenvolvimento saudável dos peixes geneticamente modificados, que não se reproduzem, é necessário controlar rigorosamente a alimentação.

Figura 4.7: Piscicultura no Pará



Fonte: G1 Santarém.

Em uma fazenda de piscicultura, observa-se que a quantidade de ração necessária para alimentar os peixes aumenta ao longo do tempo. No início da criação, são necessários 2

kg de ração por dia. Após 15 dias, essa quantidade aumenta para 3 kg por dia, e ao final de 30 dias (um mês), a quantidade de ração já atinge 4,5 kg por dia.

Qual das expressões melhor representa a quantidade $Q(t)$ de ração, em kg por dia, em função do tempo t (em dias)?

A) $Q(t) = 2 \cdot (1,5)^t$

B) $Q(t) = 2 \cdot (1,05)^t$

C) $Q(t) = 2 \cdot (1,5)^{t/15}$

D) $Q(t) = 2 \cdot (1,05)^{t/1}$

E) $Q(t) = 2 \cdot (1,5)^t + 15$

A questão 4 do Capítulo 4 apresenta uma situação contextualizada sobre a criação de peixes em cativeiro — atividade que, embora não seja de prática direta da maioria dos estudantes paraenses, está intimamente relacionada à cultura alimentar local, dada a presença constante do pescado nas refeições da região. Dessa forma, o problema contribui para o reconhecimento da Matemática em fenômenos que fazem parte da cadeia produtiva e econômica da Amazônia.

Do ponto de vista didático, a situação proposta exige a identificação de um padrão de crescimento ao longo do tempo, a partir de dados relacionados à quantidade de ração fornecida aos peixes em diferentes dias. A análise dos valores apresentados permite ao estudante explorar o comportamento de crescimento progressivo, favorecendo a construção intuitiva da ideia de função exponencial.

A estrutura da questão estimula o raciocínio matemático em torno da modelagem de fenômenos em que há crescimento multiplicativo. Ao associar o tempo ao aumento da demanda de ração, o problema aproxima o conceito abstrato da função exponencial de um fenômeno com significado prático e científico, respeitando os princípios da contextualização crítica e da matemática aplicada.

Além disso, a atividade contribui para o desenvolvimento de habilidades como interpretação de gráficos e tabelas, análise de taxas de crescimento e modelagem matemática, conforme proposto pelas competências da BNCC e exigências de exames como o ENEM. A escolha de um contexto produtivo da região, ainda que indiretamente vivenciado pelos alunos, promove o diálogo entre conhecimento científico e realidade socioeconômica regional.

4.1.5 Capítulo 5 - Função Logarítmica

O Capítulo 5 introduz a função logarítmica como continuidade natural do estudo da função exponencial, abordado no capítulo anterior. A proposta didática parte da resolução de equações exponenciais simples e evolui para situações em que a solução não pode ser obtida por expressões de potências de mesma base. Dessa necessidade nasce a ideia do logaritmo, apresentado inicialmente de forma conceitual e gradativa.

A seção 5.1 é inteiramente dedicada à introdução do conceito de logaritmo. A abordagem adotada visa reduzir a abstração inicial por meio de exemplos simples e contextualizados com equações do tipo $2^x = 8$, cuja solução pode ser deduzida pela comparação de potências. Em seguida, o texto destaca casos em que essa estratégia não é suficiente, motivando o uso da notação logarítmica. Nessa etapa, são também apresentadas as principais propriedades dos logaritmos, com vistas à preparação do aluno para as aplicações que se seguirão.

Já a seção 5.2 promove a transição entre os aspectos conceituais e a interpretação funcional dos logaritmos. A introdução da função logarítmica é feita por meio de uma situação concreta ligada ao meio ambiente amazônico: a medição do pH das águas de diferentes regiões do estado do Pará. Essa escolha se justifica pela diversidade hídrica da região, que inclui rios de águas claras, pretas e barrentas, com características químicas variadas. A análise do pH — que se baseia em uma escala logarítmica — permite ao estudante perceber a presença dos logaritmos em fenômenos reais e cientificamente relevantes.

A seção 5.3 explora os aspectos principais do gráfico da função logarítmica e traz alguns exemplos resolvidos. Em seguida, a seção 5.4 apresenta os problemas contextualizados do capítulo.

Problema 1

As aparelhagens de som do Pará são um fenômeno cultural único, especialmente ligadas ao tecnobrega, ao melody e às festas de aparelhagem. Elas são estruturas gigantescas de som, luz e efeitos visuais, operadas por DJs e equipes especializadas, criando um espetáculo audiovisual impressionante. Aparelhagens famosas como Super Pop, Príncipe Negro, Tupinambá, Rubi e Crocodilo disputam popularidade com equipamentos de última geração e verdadeiros exércitos de fãs. Além da música, essas festas têm uma estética própria, com locuções marcantes e rivalidade entre as aparelhagens.

Figura 4.8: Show de aparelhagem - Super Pop



Fonte: Agência Amapá (2024).

Considere que, em um desses eventos, a potência sonora percebida pelo público (P , em decibéis) em função da distância (d , em metros) até a aparelhagem é dada por:

$$P(d) = 120 - 20 \log(d).$$

A que distância a potência cai para 80 dB?

- A) $d = 10$ metros
- B) $d = 50$ metros
- C) $d = 100$ metros
- D) $d = 200$ metros
- E) $d = 250$ metros

O primeiro problema da seção 5.4 traz como cenário as aparelhagens de som do Pará — um fenômeno cultural marcante e amplamente reconhecido entre os jovens da região. Essas estruturas tecnológicas e performáticas, típicas das festas de tecnomelody, não se restringem à música, mas compõem um verdadeiro espetáculo que movimenta bairros, cidades e públicos diversos, com forte identidade local e estética própria. Ao utilizar esse universo como ponto de partida para uma questão de função logarítmica, o material estabelece um diálogo potente entre a Matemática escolar e as manifestações culturais amazônicas.

A equação apresentada relaciona a potência sonora percebida pelo público com a distância até a fonte sonora, modelando matematicamente um fenômeno físico real: a diminuição da intensidade sonora com o aumento da distância. Essa abordagem permite

que o aluno reconheça a função logarítmica não apenas como um conceito abstrato, mas como uma ferramenta de interpretação de fenômenos do cotidiano, neste caso, envolvendo a acústica de grandes eventos musicais.

O problema propõe uma situação em que o estudante precisa interpretar uma equação logarítmica para identificar a distância na qual a potência sonora atinge determinado valor. Essa leitura exige o domínio da estrutura funcional, bem como das propriedades dos logaritmos, além de incentivar o raciocínio matemático em um contexto relevante para o público-alvo.

Além de fortalecer o vínculo entre o conteúdo matemático e a cultura local, a atividade também desenvolve competências previstas na BNCC, como a capacidade de interpretar diferentes representações e resolver problemas com base em informações quantitativas. Trata-se, portanto, de uma questão que articula conteúdo, contexto e criticidade, promovendo uma aprendizagem eficaz e conectada à realidade dos estudantes paraenses.

4.1.6 Capítulo 6 – Resolução dos Problemas

O último capítulo do *e-book* reúne as resoluções comentadas dos problemas trabalhados nos capítulos anteriores. A proposta é apresentar soluções completas, com explicações detalhadas, de modo que o estudante consiga compreender os passos realizados, mesmo em estudo autônomo.

As resoluções não se limitam à obtenção da resposta correta. Procuram evidenciar o raciocínio necessário para interpretar os enunciados, identificar as variáveis envolvidas e construir as expressões que modelam cada situação. Esse processo reforça a importância da leitura, da análise e da argumentação como parte do fazer matemático.

As resoluções também constituem um recurso útil ao professor, que poderá utilizá-las como referência em sala de aula, retomando estratégias, discutindo caminhos alternativos ou adaptando os problemas conforme o perfil da turma.

Mantendo a mesma estrutura adotada ao longo do material, este capítulo final reforça o ciclo de apresentação conceitual, contextualização e resolução. O texto adota uma abordagem direta, com rigor conceitual, mas linguagem acessível, permitindo compreensão por parte dos estudantes e segurança didática ao docente.

Acredita-se, portanto, que o material desenvolvido possa apoiar o trabalho docente de forma significativa, promovendo não apenas o ensino de funções, mas também uma

prática pedagógica contextualizada, crítica e sensível às realidades dos alunos da região amazônica.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo principal a elaboração de um material didático em formato de *e-book*, voltado ao ensino das funções elementares no Ensino Médio, com ênfase na contextualização crítica e na valorização dos aspectos socioculturais da realidade paraense. A construção desse material foi motivada por uma constatação recorrente na prática docente: a de que muitos estudantes demonstram dificuldades no estudo das funções não apenas por questões cognitivas ou formais, mas sobretudo pela ausência de sentido atribuído ao conteúdo, o que se agrava quando os exemplos e problemas apresentados se distanciam radicalmente do cotidiano vivido.

Nesse contexto, buscou-se desenvolver uma proposta pedagógica ancorada nas diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), nos fundamentos da Contextualização Matemática e nos princípios da modelagem matemática como estratégia de ensino. O material elaborado contempla os principais tipos de funções abordados no Ensino Médio — afim, quadrática, exponencial e logarítmica —, estruturando suas aplicações a partir de contextos concretos que integram elementos da cultura, da economia e do meio ambiente amazônico, com destaque para o estado do Pará.

O processo metodológico envolveu uma investigação prévia dos contextos regionais mais representativos, seguidos da elaboração de situações-problema nas quais as funções matemáticas pudessem emergir de forma natural, não forçada, como ferramenta de compreensão e análise de fenômenos reais. Com isso, o *e-book* apresenta problemas que abordam, entre outros temas, a comercialização do açaí e da farinha de mandioca, o custo do transporte fluvial em rabetas, a produção de camisas de clubes locais, o comportamento do pH de águas amazônicas, a estética das festas de aparelhagem e o salto do boto marajoara. Cada capítulo do material é acompanhado de gráficos, interpretações e resolução analítica dos problemas, promovendo o uso articulado das representações algébrica, gráfica e numérica.

A proposta didática aqui apresentada evidencia o potencial do material como recurso de ensino que alia rigor conceitual à relevância contextual. Ao mesmo tempo em que respeita os fundamentos matemáticos exigidos pelo currículo, o *e-book* dialoga com o universo simbólico e experiencial dos estudantes paraenses, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa, engajada e crítica. Tal postura pedagógica encontra respaldo nos princípios da BNCC, que valoriza a utilização de modelos, a análise de variáveis em contextos reais e o desenvolvimento de competências para a resolução de problemas, a tomada de decisões e a atuação responsável no mundo contemporâneo.

Do ponto de vista pedagógico, é possível afirmar que o material elaborado atende às competências gerais e específicas da BNCC, com especial destaque para aquelas relacionadas à modelagem, à interpretação de dados e à construção de representações múltiplas. Além disso, o enfoque regional aproxima a Matemática do cotidiano do aluno, fortalecendo sua identidade cultural e social e promovendo o reconhecimento de saberes locais como fontes legítimas para a construção do conhecimento escolar.

Não obstante as contribuições apresentadas, cumpre registrar que o material ainda possui limitações. Em primeiro lugar, não foi possível realizar, no escopo deste trabalho, a aplicação sistemática do *e-book* em turmas do Ensino Médio, o que impossibilita uma análise empírica dos efeitos concretos do material sobre a aprendizagem dos estudantes. Em segundo lugar, optou-se por não incluir a função trigonométrica, cujo desenvolvimento exigiria uma abordagem mais extensa e uma base conceitual específica, o que tornaria o material demasiadamente volumoso. Além disso, o número de problemas propostos por capítulo é ainda modesto — são cinco atividades por função —, o que restringe a abrangência do material em termos de variedade e aprofundamento de casos.

Contudo, espera-se que o valor do *e-book* não se restrinja à quantidade de exercícios, mas sobretudo à inspiração metodológica que ele propõe. Que este material possa servir de incentivo a professores do Estado do Pará e da Região Norte como um todo, despertando neles a possibilidade de olhar para um conteúdo matemático e reconhecer, ao seu redor, oportunidades concretas de contextualização. Que o docente se sinta motivado a adaptar objetos matemáticos a situações cotidianas e regionais, ressignificando a prática pedagógica e fortalecendo a relação entre escola, território e comunidade.

Como proposta para trabalhos futuros, sugere-se a aplicação do material em escolas da rede pública do Pará, com coleta de dados sobre o desempenho dos estudantes e suas

percepções quanto à relevância do conteúdo. Também se recomenda a produção de novos volumes temáticos, abordando outros tópicos do currículo da Matemática, como geometria, estatística e probabilidade, sempre com ancoragem na realidade amazônica. A incorporação de ferramentas tecnológicas, como simulações, vídeos explicativos e exercícios interativos, representa outra possibilidade de ampliação, considerando os avanços recentes no campo da educação digital.

Em síntese, este trabalho reafirma a possibilidade — e a necessidade — de um ensino de Matemática que considere o contexto em que o aluno está inserido, não como um simples pano de fundo ilustrativo, mas como elemento central na construção do conhecimento. Ao reconhecer a realidade regional como espaço legítimo de aprendizagem, valorizamos a experiência vivida e promovemos um ensino mais equitativo, relevante e humanizador. Que o produto aqui desenvolvido possa, assim, inspirar práticas docentes comprometidas com o rigor matemático e, ao mesmo tempo, com o reconhecimento e a valorização do território amazônico como campo fértil para o ensino de Ciências exatas.

Referências Bibliográficas

- [1] ABREU, Maria C. M.; CARRIÃO, Cláudia F. **A contextualização das atividades nos livros de matemática.** Revista Brasileira de Educação Básica, 2019. Disponível em: <https://rbeducacaobasica.com.br/2019/12/19/a-contextualizacao-das-atividades-nos-livros-de-matematica/>. Acesso em: 14 de maio de 2025.
- [2] AGÊNCIA AMAPÁ. **FOTOS: Com show de luzes e potência das aparelhagens, Super Pop Live agita multidão na 53ª Expofeira do Amapá.** 31 ago. 2024. Disponível em: <https://www.agenciaamapa.com.br/>. Acesso em: 10 de maio de 2025.
- [3] ALVES, Rafael Santana; CAVALCANTE, Kellison Lima. Educação contextualizada no ensino de matemática em uma escola no Semiárido de Juazeiro-BA. **Revista Semiárido De Visu**, Instituto Federal do Sertão Pernambucano, 2017. Disponível em: <https://revistas.ifsertao-pe.edu.br/index.php/semiaridodevisu/article/view/781>. Acesso em: 15 de maio de 2025.
- [4] BARBOSA, Tainá; SILVA, Jorge; ALMEIDA, Paulo. **A Influência Regional nos Livros Didáticos e suas Implicações na Aprendizagem.** Trabalho apresentado no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), 2016. Disponível mediante solicitação institucional.
- [5] BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Portugal: Porto Editora, 1994.
- [6] BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 14 de maio de 2025.

- [7] DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2010.
- [8] G1 SANTARÉM. **Projeto de piscicultura desenvolvido em Oriximiná é destaque em congresso internacional**. G1, Santarém, 30 out. 2020. Disponível em: <<https://g1.globo.com/pa/santarem-regiao/noticia/2020/10/30/projeto-de-piscicultura-desenvolvido-em-oriximina-e-destaque-em-congresso-internacional.ghml>>. Acesso em: 4 de junho 2025.
- [9] GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- [10] GROENWALD, C. L. O.; FILIPPSEN, R. M. J. O meio ambiente e a sala de aula. **Educação Matemática em Revista (SBEM)**, n. 13, p. 36–40, 2002.
- [11] LEAL, Carla Cristina Rodrigues; SANTOS, Suesia Cristina Teodózio dos. O desinteresse dos alunos para com a matemática e as dificuldades enfrentadas por professores para ensinar a disciplina no ensino médio. **Jornada Acadêmica da UEG – Campus Santa Helena de Goiás**, Santa Helena-GO, v. 11, 2017.
- [12] LIMA, Eder Joacir de. **Uma análise sobre a aprendizagem de funções por meio da modelagem matemática**. Formiga-MG: Editora Ducere, 2022.
- [13] LIMA, Elon Lages, et al. **A Matemática do Ensino Médio**. 10. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012, v. 1.
- [14] LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- [15] MAIRON pelo Mundo. **Viagem de barco: Manaus – Santarém**. 5 set. 2022. Disponível em: <https://maironpelomundo.com/2022/09/05/viagem-de-barco-manaus-santarem/>. Acesso em: 09 de maio de 2025.
- [16] MODERNA. **Conexões: Matemática e suas Tecnologias**. São Paulo: Editora Moderna, 2020. Obra coletiva desenvolvida pela Editora Moderna; editor responsável: Fabio Martins de Leonardo.

- [17] PIOVESAN, Selma; ZANARDINI, Adriano. **Ensino de Funções com Aplicações Cotidianas**. Curitiba: Educação em Foco, 2007.
- [18] POSSANI, Carlos Eduardo. **Práticas para o Ensino de Matemática I – Aula 06: Contextualização (Parte 1)**. São Paulo: Univesp TV, 2016. Vídeo (aula). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=aQuWsEFTjwE&t=1244s>. Acesso em: 14 de maio de 2025.
- [19] RABETAS DO PARÁ. **Publicações sobre embarcações tradicionais do Pará**. Facebook. Disponível em: <https://www.facebook.com/profile.php?id=100071607955433>. Acesso em: 09 de maio de 2025.
- [20] STOPPE, Camila. **Ensino e Aprendizagem de Funções: Uma Abordagem Reflexiva**. São Paulo: Editora da Universidade Federal, 2019.
- [21] VACCARO, Ledo. **PAPMEM - Julho de 2019 - Elaboração de provas e questões**. 2019. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=3guo7Ig7igI&t=3335s>. Acesso em: 14 de maio de 2025.

Produto Educacional: *E-book* Funções elementares no contexto regional paranense.

O produto educacional desenvolvido como parte desta dissertação é um *e-book* intitulado “Funções elementares no contexto regional paraense”, voltado ao trabalho com funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica por meio de situações do cotidiano paraense.

A seguir, apresenta-se a íntegra do *e-book*.

QR Code para *download* da versão digital:



Fun element



*no contexto regional
paraense*



no contexto regional paraense

JOSÉ FLORES SANTOS
RÚBIA G. NASCIMENTO



Querido(a) Professor(a),

Este produto educacional é parte integrante da dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal do Pará (UFPA), intitulada Funções Elementares no Ensino Médio: uma abordagem matemática baseada no contexto local dos alunos paraenses, do autor Prof. Me. José Flores Santos, sob a orientação da Prof.^a Dra. Rubia Gonçalves Nascimento.

O presente e-book tem por finalidade propor uma abordagem didática centrada na contextualização do ensino das funções elementares — afim, quadrática, exponencial e logarítmica — a partir de situações-problema que fazem referência direta ao cotidiano dos estudantes do estado do Pará. A proposta fundamenta-se na premissa de que a aprendizagem em Matemática pode ser potencializada quando os conteúdos escolares dialogam com a realidade sociocultural dos educandos, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia intelectual.

A estrutura do material contempla atividades que priorizam a aplicação dos conceitos matemáticos em contextos reais e significativos, abordando noções fundamentais de cada função trabalhada. Além disso, este material não se propõe a oferecer uma abordagem teórica exaustiva nem aprofundar-se em demonstrações matemáticas formais. O foco recai sobre a aplicação dos conhecimentos em situações contextualizadas, incentivando a resolução de problemas que se aproximam da realidade dos alunos e que exigem a mobilização de conceitos fundamentais das funções elementares.

A utilização deste produto é recomendada ao final do 1º ano do Ensino Médio, como forma de consolidação dos conteúdos relacionados às funções, podendo também ser empregado no 3º ano, em caráter de revisão para exames de acesso ao ensino superior. Além disso, espera-se que este e-book contribua como material de apoio pedagógico para professores de Matemática do Estado do Pará e de regiões adjacentes, fomentando práticas docentes que valorizem a contextualização local e a integração entre conhecimento matemático e realidade sociocultural dos estudantes.

Dessa forma, almeja-se que o presente material contribua para o fortalecimento de uma prática educativa mais significativa, inclusiva e comprometida com a valorização da identidade regional no ensino de Matemática.

Com carinho,

José Flores Santos.



Sumário

1	Introdução	4
2	Função Afim	8
2.1	A Função Afim	8
2.2	Gráfico da Função Afim	10
2.3	Coefficientes da Função Afim	11
2.4	Função Afim e Progressão Aritmética	13
2.5	Problemas	18
3	Função Quadrática	22
3.1	A Função Quadrática	22
3.2	Gráfico da Função Quadrática	23
3.3	Função Quadrática e Progressão Aritmética	28
3.4	Problemas	31
4	Função Exponencial	35
4.1	A Função Exponencial	35
4.2	Gráfico da Função Exponencial	36
4.3	Função Exponencial e Progressão Geométrica	39
4.4	Problemas	42
5	Função Logarítmica	47
5.1	Logaritmos	47
5.2	A Função Logarítmica	50
5.3	Gráfico da Função Logarítmica	51
5.4	Problemas	54
6	Resoluções dos Problemas	57
7	Referências Bibliográficas	67



1 Introdução

No Ensino Médio, os estudantes passam a conhecer as funções reais, com ênfase nas funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica. Esse estudo não pode ser desenvolvido de modo isolado, pois essas funções desempenham um papel fundamental nas ciências exatas, naturais e sociais. Entretanto, a realidade do ensino desse e de outros conteúdos matemáticos ainda se apresenta como um grande desafio em diversas regiões do Brasil.

Essa situação é ainda mais acentuada na Região Norte, que inclui o Estado do Pará, onde os índices educacionais são historicamente baixos. Diante desse cenário, este e-book foi elaborado para oferecer atividades contextualizadas que dialogam diretamente com a realidade regional dos estudantes paraenses, buscando contribuir para uma aprendizagem significativa e crítica, alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e aos princípios da Educação Matemática contemporânea.

Este e-book tem como objetivo apresentar problemas contextualizados envolvendo funções matemáticas, com ênfase na realidade regional paraense. Pretende-se que, por meio dessas situações, os estudantes reconheçam a presença e a importância das funções em seu cotidiano, desenvolvendo uma visão mais significativa e aplicada dos conteúdos matemáticos. Além disso, o material busca contribuir com o trabalho de professores do Estado do Pará e de regiões adjacentes, oferecendo subsídios didáticos que valorizam a cultura e os contextos locais.

Do ponto de vista conceitual, uma **função** pode ser entendida como uma relação que associa, a cada elemento de um conjunto A (domínio), exatamente um único elemento de um conjunto B (contradomínio), representada simbolicamente por $f : A \rightarrow B$, onde $x \mapsto f(x)$. No contexto escolar, é essencial que o professor esclareça qual é o domínio considerado em cada aplicação. Na maioria das situações práticas, especialmente em problemas com contagem ou etapas discretas, o domínio é formado por números naturais. Em outros casos, como aqueles que envolvem medições ou taxas, o domínio pode estar nos racionais ou mesmo nos reais. Destacar esse aspecto ajuda os estudantes a interpretar adequadamente o modelo matemático proposto e a compreender suas limitações.

O e-book está organizado em capítulos que abordam diferentes tipos de funções matemáticas:

- **Capítulo 2** — Função Afim;
- **Capítulo 3** — Função Quadrática;
- **Capítulo 4** — Função Exponencial;
- **Capítulo 5** — Função Logarítmica;
- **Capítulo 6** — Resoluções dos Problemas.

Cada capítulo, do 2 ao 5, apresenta uma breve fundamentação teórica, iniciando com uma motivação baseada na aplicação da função em uma situação regional, seguida



pelas definições dos principais conceitos, exemplos contextualizados e resoluções detalhadas. Ao final de cada capítulo, há uma seção dedicada a problemas contextualizados, cujas resoluções comentadas estão reunidas no Capítulo 6.

Este e-book foi concebido para ser utilizado de maneira flexível pelo professor, podendo ser incorporado de diferentes formas ao planejamento pedagógico:

- Como material de apoio para introdução ou aprofundamento dos conteúdos de funções;
- Para aplicação em atividades em sala de aula, seja em trabalhos individuais, em duplas ou em grupos;
- Como base para projetos interdisciplinares, integrando Matemática com temas regionais e culturais;
- Como material de reforço ou revisão para preparação para exames, como o ENEM;
- Para promover discussões e reflexões sobre a aplicação da Matemática em contextos reais e regionais.

Sugere-se que o professor estimule a participação ativa dos estudantes, propondo que analisem, discutam e construam soluções para as situações-problema apresentadas, desenvolvendo assim habilidades de pensamento crítico e autonomia intelectual.

Para contribuir ainda mais com o trabalho docente, cada capítulo indica as competências e habilidades da BNCC desenvolvidas ao longo das atividades propostas. A seguir, apresenta-se a descrição completa de todas elas, de modo a facilitar a consulta e dispensar a necessidade de recorrer a outros materiais para compreender o significado de cada habilidade.

Competências gerais da BNCC:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.



Competências específicas de Matemática:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.
3. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Código	Descrição da Habilidade
EM13MAT101	Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT302	Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT304	Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
EM13MAT305	Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
EM13MAT401	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
EM13MAT402	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.



Código	Descrição da Habilidade
EM13MAT403	Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.
EM13MAT501	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
EM13MAT502	Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
EM13MAT503	Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT507	Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
EM13MAT508	Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.



2 Função Afim

A BNCC NESTE CAPÍTULO

Competências gerais da BNCC: 1, 2 e 4.

Competências específicas de Matemática: 1, 3, 4 e 5.

Habilidades de Matemática:
EM13MAT101
EM13MAT302
EM13MAT401
EM13MAT501
EM13MAT507

2.1 A Função Afim

O açaí é uma fruta abundante no Norte do Brasil, e sua presença na alimentação dos nortistas é marcante. Em muitas cidades, especialmente no Pará, o vinho do açaí é parte essencial das refeições diárias em muitas famílias paraenses. O consumo dessa iguaria é tão tradicional que sua venda acontece dia e noite em diversos estabelecimentos conhecidos como “vitaminosas”, ou para os mais antigos, “baiúcas de açaí”.

O preço do açaí varia diariamente em função da safra, das condições climáticas e da demanda do mercado. O valor pode oscilar entre R\$ 10,00 e R\$ 40,00 por litro, e ainda assim, permanece um item indispensável na mesa de muitas famílias, independentemente do preço.



Açaí, prato indispensável na mesa paraense^a

Suponha que uma empresa de açaí trabalhe exclusivamente com *delivery* e opere em uma cidade pequena. Como a cidade é compacta, aplica-se uma taxa fixa de entrega no valor de R\$ 2,00. Considere ainda que, em determinado dia, o preço do açaí estava fixado em R\$ 10,00 por litro.

Com base nessas informações, vamos analisar a tabela que relaciona a quantidade de litros de açaí solicitados ao valor total pago, já incluindo a taxa de entrega.

^aFonte: Universidade Federal do Pará (2017).



Litros (x)	Preço a pagar (y)
1	12,00
2	22,00
3	32,00
4	42,00

Ao calcular o valor a ser pago em cada compra, notamos que seguimos um padrão:

- Primeiro, multiplicamos a quantidade de litros de açaí (x) pelo preço unitário de R\$ 10,00.
- Depois, somamos a taxa fixa de entrega de R\$ 2,00.

Assim, podemos escrever a expressão que fornece o preço y a ser pago em função do número x de litros de açaí da seguinte forma:

$$y = 10x + 2.$$

Nessa equação:

- O valor R\$ 10,00 representa a **taxa de variação**, pois é o preço por litro que faz variar o valor total da compra.
- O valor R\$ 2,00 corresponde a um **valor fixo**, pois a taxa de entrega não muda independentemente da quantidade de açaí comprada.

A expressão acima representa uma função afim, como veremos a seguir.

Definição

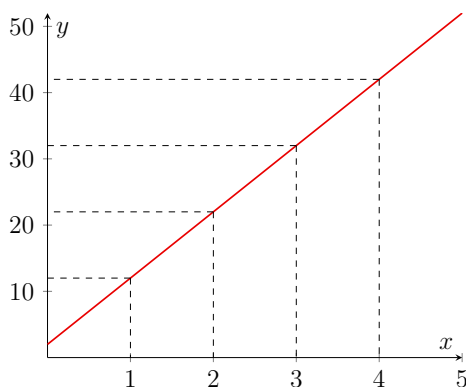
Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se *afim* quando existem constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

No exemplo do açaí, a função $y = 10x + 2$ é uma função afim, pois segue o formato $y = ax + b$, onde:

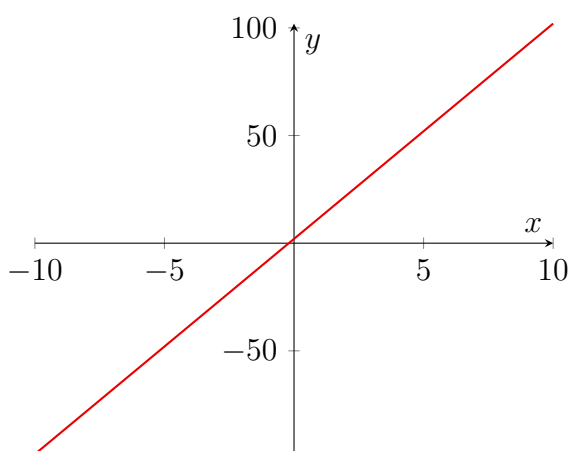
- $a = 10$ (taxa de variação).
- $b = 2$ (valor fixo ou valor inicial).

É claro que na situação desenvolvida, convém concluir que x só assumiria os valores do conjunto $\{0, 5; 1; 1, 5; 2; 2, 5; \dots\}$, e obviamente seria um conjunto finito, pois não faz sentido imaginar que um só cliente compraria 100 litros de açaí. Na verdade, é ilógico supor que alguém compraria 20 litros de açaí com uma taxa de entrega tão pequena (para a empresa, não seria vantajoso).

O gráfico da situação descrita seria tal que:



Mas, visando apenas a função $y = 10x + 2$, sem pensar no contexto, temos o gráfico:



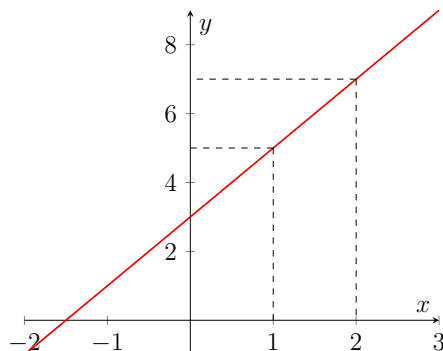
Graficamente, nota-se que uma função afim associa todo elemento x de $\mathbb{R}$ a um único elemento y de $\mathbb{R}$.

2.2 Gráfico da Função Afim

O gráfico da função afim é uma reta e, para construir, basta conhecer dois pontos que pertencem a essa reta. Por exemplo, vamos construir o gráfico da função $y = 2x + 3$. Primeiramente, podemos escolher quaisquer dois ou mais valores para x e calcular o valor de y a partir deles.

x	y	Ponto (x, y)
1	$2 \cdot 1 + 3 = 5$	$(1, 5)$
2	$2 \cdot 2 + 3 = 7$	$(2, 7)$

Agora, marcamos os pontos obtidos no plano cartesiano e traçamos a reta que passa por esses pontos.



Perceba que a reta intersecta o eixo das ordenadas em $y = 3$, justamente o valor de b da função afim. Isso sempre acontece, pois $f(0) = b$. Logo, a reta da função toca no eixo dos y em $(0, b)$.

E em qual ponto a reta intercepta o eixo das abscissas? Basta calcular a raiz da função, fazendo $f(x) = 0$.

No caso do exemplo, temos:

$$2x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}.$$

2.3 Coeficientes da Função Afim

Em alguns problemas envolvendo função afim, é possível identificar tanto o valor fixo b (ou valor inicial) quanto a taxa de variação a de maneira imediata, como se pode observar no exemplo inicial deste capítulo. Mas, quando esses coeficientes não estiverem explícitos no problema, nem graficamente, podemos utilizar uma fórmula para obter a taxa de variação.

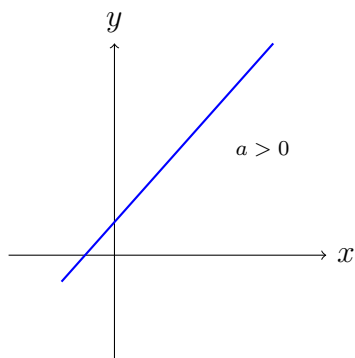
Dados dois pontos distintos, (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , sabemos que $y_1 = ax_1 + b$ e $y_2 = ax_2 + b$. Donde:

$$y_1 - y_2 = ax_1 + b - (ax_2 + b) \Leftrightarrow$$

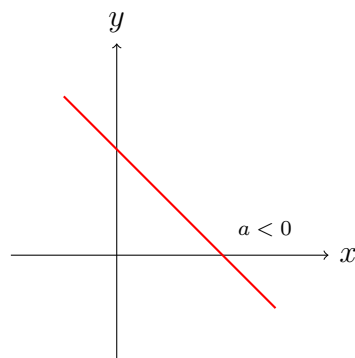
$$y_1 - y_2 = a(x_1 - x_2) \Leftrightarrow$$

$$a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}.$$

Quando a é positivo, o gráfico da função é crescente, e quando a é negativo, o gráfico da função é decrescente.



Função Afim Crescente



Função Afim Decrescente



Exemplo 2.1

Em uma escola no interior do Pará, é utilizada uma caixa d'água para o armazenamento e distribuição de água para alunos e funcionários. O diretor da escola percebeu que havia um vazamento e reservou um sábado para verificar a situação com mais calma. Como não havia movimento na escola nesse dia, foi possível observar que a quantidade de água na caixa estava diminuindo de forma constante com o tempo, sem consumo por parte de ninguém — ou seja, a única causa da redução era o vazamento.



Escola no interior do Pará^a

Após monitoramento, observou-se que, 3 horas depois de a caixa estar completamente cheia, restavam 760 litros de água. Após 7 horas, o volume havia diminuído para 600 litros. Supondo que essa perda continue ocorrendo de forma linear, responda:

- Qual era o volume de água na caixa quando ela estava cheia?
- Em quanto tempo, a partir do momento em que estava cheia, a caixa estará completamente vazia?

^aFonte: Acervo pessoal do autor.

Solução: No problema, podemos concluir que há um valor inicial (b), que é a capacidade total da caixa d'água, em litros. Há também uma vazão constante, que podemos interpretar como uma taxa de decrescimento a . Não obstante, o problema revela que a perda de água ocorre de forma linear. Logo, podemos inferir que temos uma função da forma:

$$V(t) = at + b,$$

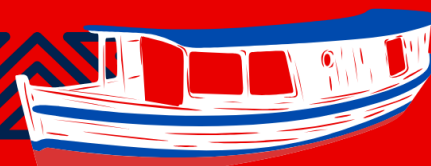
em que V é o volume de água restante, e t o tempo, em horas.

Como temos uma relação entre o tempo e a quantidade de água restante, lemos as informações dadas como dois pares ordenados, isto é, $(3, 760)$ e $(7, 600)$. Donde:

$$a = \frac{760 - 600}{3 - 7} = -40.$$

Então a função é da forma $V(t) = -40t + b$. E escolhendo o primeiro par ordenado, obtemos o valor de b :

$$-40 \cdot 3 + b = 760 \Leftrightarrow b = 760 + 120 = 880.$$



Portanto, a função $V(t)$ que expressa o volume de água (em litros) na caixa em função do tempo t , em horas, desde o momento em que a caixa estava cheia é:

$$V(t) = 880 - 40t.$$

Logo:

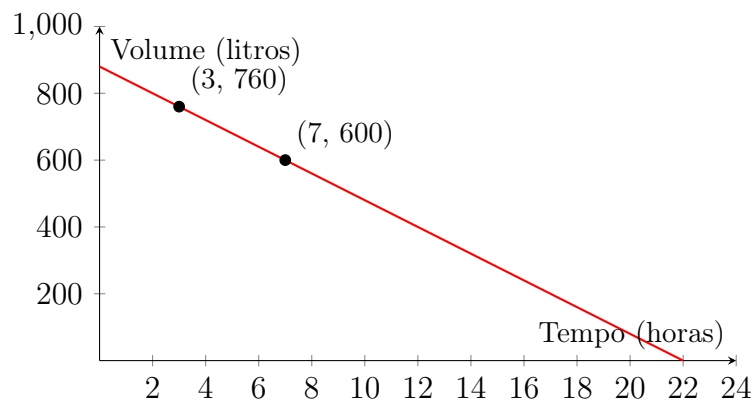
a) O volume inicial de água é $b = 880$.

b) A caixa estará completamente vazia no instante t que satisfaz a equação

$$880 - 40t = 0 \Leftrightarrow t = 22.$$

Isto é, após 22 horas, se não houver interferência externa.

Veja como é interessante perceber que, em uma situação comum do cotidiano, foi necessário trabalhar com números negativos. A taxa de variação é negativa, o que podemos chamar de taxa de decrescimento. O gráfico a seguir mostra a quantidade de água presente na caixa em função do tempo decorrido. De fato, faz muito sentido que, quando $a < 0$, o gráfico de uma função afim seja decrescente.



2.4 Função Afim e Progressão Aritmética

Há uma importante propriedade da função afim que a relaciona diretamente com a progressão aritmética (PA). Essa conexão é bastante útil tanto para identificar funções afins quanto para analisar seu comportamento. Antes de enunciar essa propriedade formalmente, vamos relembrar brevemente o conceito de progressão aritmética.

Definição

Progressão Aritmética (PA) é toda sequência em que a diferença entre termos consecutivos é constante. A essa diferença constante denominamos *razão* r da progressão.

Exemplo 2.2

As sequências abaixo são todas PA.

- $(2, 5, 8, 11, \dots)$, cuja razão é $r = 3$;
- $(10, 15, 20, 25, \dots)$, cuja razão é $r = 5$;
- $(8, 6, 4, 2, \dots)$, cuja razão é $r = -2$.



Uma PA pode representar diversas situações reais, como parcelas de um pagamento constante, acréscimos de quantidade em intervalos regulares ou até reduções sucessivas em processos de desgaste ou consumo. Funções afins conseguem representar matematicamente esse tipo de comportamento com bastante precisão.

A seguir, apresentamos um resultado teórico que estabelece a equivalência entre funções afins e transformações de progressões aritméticas:

Função Afim $\times$ Progressão Aritmética

Uma função monótona $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ transforma qualquer progressão aritmética $x_1, x_2, x_3, \dots$ numa progressão aritmética $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3), \dots$ se, e somente se, f é uma função afim.

A demonstração desse teorema encontra-se no livro *A Matemática do Ensino Médio - Volume 1*. Esse resultado é valioso porque permite que se reconheça uma função afim observando o comportamento de seus valores para entradas igualmente espaçadas (isto é, em PA).

Dessa forma, para identificar uma função afim a partir de uma tabela de valores ou situação contextualizada, podemos verificar se, à medida que a variável independente avança em PA, os valores da variável dependente também formam uma PA. Essa é uma característica marcante das funções afins e pode ser explorada de forma intuitiva em muitos problemas do cotidiano.

Exemplo 2.3

Antônio aluga bicicletas para passeios na orla da cidade. O preço do aluguel varia de acordo com o tempo de uso, sendo o mínimo permitido de 10 minutos. A tabela abaixo apresenta alguns desses valores:

Tempo (minutos)	Preço (reais)
10	15
12	19
14	23



Fonte: parquedoutinga.com.br

Determine a expressão matemática que relaciona o preço y , em reais, ao tempo de uso t , em minutos.

Solução: Note que o enunciado do problema não revela que a função é do tipo afim. Então como poderíamos concluir que a expressão requerida é da forma $y(t) = a \cdot t + b$? Perceba que o tempo está expresso em PA (10, 12, 14) enquanto o preço também está em PA (15, 19, 23). Logo, pelo teorema anterior, podemos afirmar que a expressão que fornece o preço em função do tempo é uma função afim.

Agora, sabendo que temos uma função afim, vamos determinar os coeficientes a e b da função. Tomando dois pares ordenados dados (10, 15) e (12, 19), calculemos a taxa



de variação:

$$a = \frac{19 - 15}{12 - 10} = \frac{4}{2} = 2.$$

Tomando novamente o par ordenado $(10, 15)$ e $a = 2$, temos a expressão:

$$y(t) = at + b \Leftrightarrow 15 = 10 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = -5.$$

Logo, a expressão que relaciona o preço y , em reais, ao tempo t , em minutos, é:

$$y = 2t - 5.$$

Exemplo 2.4

(Enem 2020 - Adaptada) No Brasil, o tempo necessário para um estudante realizar sua formação até a diplomação em um curso superior, considerando os 9 anos de ensino fundamental, os 3 anos do ensino médio e os 4 anos de graduação, é de 16 anos.

Entretanto, a realidade dos brasileiros na Região Norte mostra que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos é ainda muito pequeno, conforme a tabela:

Tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos				
Ano da Pesquisa	1995	1999	2003	2007
Tempo de estudo (em anos)	4,9	5,6	6,3	7,0

Considere que o incremento no tempo de estudo, a cada período, para essas pessoas, se mantenha constante até o ano 2050, e que se pretenda chegar ao patamar de 70% do tempo necessário à obtenção do curso superior dado anteriormente.

O ano em que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos da Região Norte atingirá o percentual pretendido será

- a) 2018.
- b) 2023.
- c) 2031.
- d) 2035.
- e) 2043.

Solução: Perceba que tanto o ano de pesquisa quanto o tempo de estudo estão em PA, o que nos garante que temos uma função afim. Então podemos calcular o tempo médio de estudos y em função do ano x por meio da expressão

$$y = ax + b.$$

Para facilitar os cálculos, vamos assumir o ano 2000 como $x = 0$, 2001 como $x = 1$ e assim sucessivamente. Assim, tomando os pontos $(3, 6.3)$ e $(7, 7)$, obtemos o valor de a :

$$a = \frac{7 - 6,3}{7 - 3} = \frac{0,7}{4} = 0,175.$$

Agora, substituindo $a = 0.15$ e as coordenadas do ponto $(7, 7)$ na expressão $y = ax + b$, vem:

$$0,175 \cdot 7 + b = 7 \Leftrightarrow b = 5,775.$$



Logo, a função afim que rege a situação exposta é $y = 0,15x + 5,775$.

O problema requer que calculemos o ano em que y será igual a 70% de 16 anos, isto é, $y = 11,2$. Daí, basta resolver a equação:

$$0,175x + 5,775 = 11,2 \Leftrightarrow 0,15x = 5,25 \Leftrightarrow x \approx 31.$$

Portanto, a resposta é 2031, alternativa c.

Exemplo 2.5

(Enem 2010 - Adaptada) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando talas de miriti para montar figuras, onde cada lado foi representado por uma tala de miriti^a. A quantidade de talas de miriti (T) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.



Paneiro de miriti



Figura I



Figura II



Figura III

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

- a) $C = 4T$
- b) $C = 3T + 1$
- c) $C = 4T - 1$
- d) $C = T + 3$
- e) $C = 4T - 2$

Solução: Perceba que as alternativas da questão mostram que a expressão procurada é da forma de uma função afim. Mas, além disso, podemos confirmar que temos uma função afim ao observar que as figuras 1, 2, e 3 estão respectivamente associadas a uma PA (4, 7, 10).

Deste modo, vamos calcular os valor de a e b que satisfazem a expressão procurada $c = at + b$.

Tomando os pontos (1, 4) e (2, 7), obtemos

$$a = \frac{7 - 4}{2 - 1} = 3.$$

¹A *tala de miriti* é uma parte leve e macia do tronco da palmeira conhecida como miriti ou buriti (*Mauritia flexuosa*), comum na região amazônica. Esse material é tradicionalmente utilizado por artesãos do Pará na confecção de brinquedos, esculturas e objetos decorativos, especialmente durante o Círio de Nazaré.



Daí, tomando novamente o ponto $(1, 4)$:

$$3 \cdot 1 + b = 4 \Leftrightarrow b = 1.$$

Portanto, $c = 3t + 1$, alternativa b.



2.5 Problemas

1. O Sr. José Maria é carpinteiro naval de uma comunidade ribeirinha do Pará que trabalha com barcos e rabetas¹. Ele cobra seus serviços de reparo em embarcações com base em duas partes: um valor fixo referente ao conserto e uma taxa diária de aluguel pelo tempo que a embarcação permanece no seu estaleiro, após o término do serviço.



Estaleiro de rabetas²

Considere que o conserto de uma rabeta custou R\$ 600,00 e que, a cada dia que a embarcação permanece no estaleiro, o Sr. José Maria cobra uma taxa adicional de R\$ 50,00. Nenhuma outra cobrança é feita.

O valor total y , em reais, a ser pago por um cliente cuja embarcação permaneça x dias no estaleiro, é dado por:

- A) $y = 600x + 50$
- B) $y = 600 + 50x$
- C) $y = 600x - 50$
- D) $y = 50x$
- E) $y = 600 - 50x$

¹Rabeta é uma pequena embarcação motorizada, típica da região amazônica, equipada com um motor de eixo longo, ideal para navegação em rios rasos e estreitos.

²Disponível em: <https://www.facebook.com/profile.php?id=100071607955433>.



2. É comum vermos na internet anúncios de produtos com frete grátis. No entanto, muitos desses produtos, quando são enviados para o Pará e outros estados do Norte, acabam cobrando o preço do frete devido à distância. Algumas lojas, entretanto, adotam a modalidade *frete fixo*, em que o valor do frete não varia, independentemente da quantidade de produtos comprados. Uma professora, moradora de uma cidade no Marajó, onde há poucas livrarias e o acesso a livros é limitado, decide aproveitar essa modalidade de frete fixo para comprar vários exemplares de um mesmo livro e doá-los aos seus alunos.

Após realizar algumas pesquisas, ela encontrou uma loja online que oferece esse tipo de frete e fez uma simulação de compra. Ao adquirir 12 exemplares, o custo total foi de R\$ 499,99. Já ao comprar 15 exemplares, o valor total foi de R\$ 619,99.

Com base nessas informações, o valor do frete fixo e o preço unitário do livro desejado são respectivamente:

- A) R\$ 19,99 e R\$ 40,00
B) R\$ 99,99 e R\$ 25,00
C) R\$ 49,99 e R\$ 30,00
D) R\$ 49,99 e R\$ 35,00
E) R\$ 19,99 e R\$ 25,00
3. Em cidades pequenas, vendedores autônomos costumam repassar ao cliente a taxa cobrada pelas máquinas de cartão de crédito. Em uma feira dessas cidades, há dois vendedores de churrasquinho, Seu Pedro e Seu Roberto, que aceitam pagamento no cartão. Ambos vendem cada espetinho por R\$ 5,00, mas aplicam taxas diferentes: Seu Pedro acrescenta 5% sobre o valor total da compra, enquanto Seu Roberto adiciona um acréscimo fixo de R\$ 1,00 para cada 5 espetinhos comprados.

Lucas pretendia almoçar churrasquinho com açaí e, para isso, analisou as duas opções para comprar os espetinhos no cartão de crédito.



Churrasquinho com açaí¹

Como Lucas gosta de matemática, ele escreveu as funções f e g que expressam, respectivamente, o preço total pago, em reais, pelos espetinhos de Seu Pedro e Seu Roberto, no intervalo $[1, 5]$.

Quais funções Lucas escreveu?

- A) $f(x) = 5,05x$ e $g(x) = 5x + 1$
B) $f(x) = 5,25x$ e $g(x) = 5x + 1$
C) $f(x) = 5,5x$ e $g(x) = 5x + 2$
D) $f(x) = 5x + 0,05$ e $g(x) = 5x + 1$
E) $f(x) = 5,1x$, e $g(x) = 5x + 0,5$

¹Disponível em: <https://www.instagram.com/frangao.da.duque/>



4. Um turista, ao visitar Belém, decide comprar presentes para seus familiares na feira da Praça da República. Ele decidiu gastar a mesma quantia em dinheiro em cada barraca que visitasse.

Dessa forma, o dinheiro restante em sua carteira pode ser descrito em função do número de barracas visitadas pela expressão $v(x) = ax + b$, em que v representa o valor restante em reais e x é a quantidade de barracas visitadas.



Feira da Praça da República, Belém-PA¹

Sabe-se que:

- Inicialmente, ele possuía uma quantia b na carteira.
- Após visitar 5 barracas, restavam R\$ 140,00.
- Após visitar 8 barracas, o dinheiro restante correspondia a $1/3$ do valor inicial.

Com base nessas informações, quantas barracas ele poderá visitar até que o valor em sua carteira se esgote?

- A) 11
- B) 12
- C) 13
- D) 14
- E) 15

¹Disponível em: <https://www.instagram.com/pracadarepublicabelem/>.



5. O Pará é um estado rico em belezas naturais e balneários. A cidade de Portel, por exemplo, é cercada por balneários, e há opções ao longo das estradas, em igarapés, nas praias da orla da cidade e do outro lado do rio. Em um desses balneários do outro lado da cidade, a travessia é feita por barcos ou lanchas, e alguns barqueiros ganham a vida com essa atividade.



Praia da Tucano, Portel-PA¹

Um grupo de amigos deseja passear em um balneário do outro lado do rio e decide verificar o preço cobrado pelos dois barqueiros disponíveis. No barqueiro A, foi mostrado o seguinte histórico de preço em função do número de passageiros:

Passageiros	Preço (R\$)
8	360
10	400
12	440

Já o barqueiro B apresentou a seguinte tabela de preços:

Passageiros	Preço (R\$)
10	350
13	425
16	500

Com base nas informações apresentadas, a partir de quantos passageiros é mais vantajoso contratar o barqueiro A?

- A) 18
- B) 19
- C) 20
- D) 21
- E) 22

¹Fonte: Acervo pessoal do autor.



3 Função Quadrática

A BNCC NESTE CAPÍTULO

**Competências
gerais da BNCC:**
1, 2 e 4.

**Competências
específicas de
Matemática:** 1,
3, 4 e 5.

**Habilidades de
Matemática:**
EM13MAT101
EM13MAT302
EM13MAT402
EM13MAT502
EM13MAT503

3.1 A Função Quadrática

Imagine uma empresa paraense que fabrica e vende produtos regionais, como bombons de cupuaçu, castanha-do-para ou óleos essenciais da floresta. Para crescer de forma sustentável, essa empresa precisa entender como seus lucros variam de acordo com a quantidade produzida e vendida. Ao analisar essa relação, muitas vezes percebe-se que ela segue um comportamento parabólico: existe uma quantidade ideal de produção que maximiza o lucro. Produzir menos ou mais do que essa quantidade ideal pode reduzir o ganho financeiro.



Bombom de cupuaçu^a

É justamente nesse cenário que entra a função quadrática, uma ferramenta matemática poderosa para modelar situações do dia a dia, como o lucro de uma empresa. Devido ao gráfico da função quadrática ser uma parábola, ela é ideal para essas situações em que há um valor máximo ou mínimo a ser encontrado. No caso do lucro, por exemplo, a parábola permite identificar qual é a quantidade de produtos que deve ser produzida e vendida para alcançar o lucro máximo. Assim, a função quadrática não é apenas um conteúdo matemático teórico: ela se transforma em uma aliada estratégica para empreendedores que buscam eficiência e crescimento, mesmo em pequenas e médias empresas do nosso estado.

^aDisponível em: <https://lojasaborparaense.com.br/product/bombom-de-cupuaçu-com-castanha-do-para/>



Definição

Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a , b e c reais e $a \neq 0$, é chamada de *função quadrática*.

3.2 Gráfico da Função Quadrática

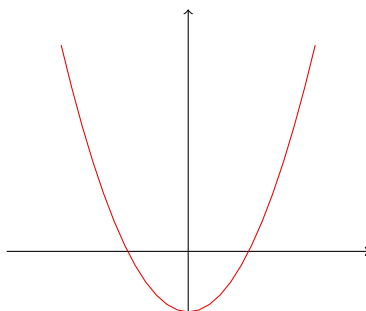
O gráfico da função quadrática é uma parábola, uma curva suave em forma de “U” (voltada para cima) ou de “U invertido” (voltada para baixo), dependendo do sinal do coeficiente a . Essa parábola pode representar situações do cotidiano em que existe um valor máximo ou mínimo a ser atingido — como vimos no exemplo do lucro da fábrica de camisas.

Idem à função afim, na quadrática o gráfico intersecta o eixo das abscissas nos valores de x em que $f(x) = 0$, e o eixo das ordenadas no valor de $f(0)$ - que neste caso é $f(0) = c$. Mas, além disso, dada uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos outros elementos importantes em seu gráfico:

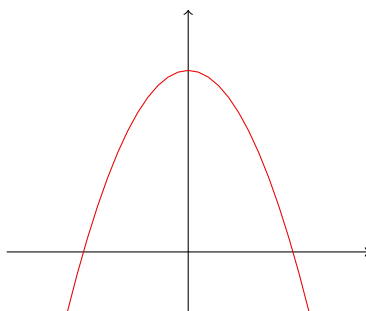
1. Concavidade

A concavidade indica a “abertura” da parábola, e podemos identificar pelo valor de a .

- Se $a > 0$, a parábola é voltada para cima, e o ponto mais baixo é um **mínimo**.



- Se $a < 0$, a parábola é voltada para baixo, e o ponto mais alto é um **máximo**.



2. Raízes ou zeros da função

As raízes (ou zeros) da função são os valores de x para os quais $f(x) = 0$, ou seja, os pontos onde o gráfico cruza o eixo x . Há diversas formas de calcular as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, mas podemos focar na fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a},$$



em que Δ é o discriminante da equação, dado por $\Delta = b^2 - 4ac$.

O valor do discriminante Δ tem um papel fundamental na construção do gráfico da função:

- Se $\Delta > 0$, a função possui duas raízes reais distintas, e o gráfico corta o eixo x em dois pontos distintos.
- Se $\Delta = 0$, a função possui uma raiz real, e o gráfico toca o eixo x em um único ponto, que coincide com o vértice da parábola.
- Se $\Delta < 0$, a função não possui raízes reais, e o gráfico não intercepta o eixo x .

3. Vértice

O vértice da parábola é o ponto que representa o valor máximo ou mínimo da função. Suas coordenadas são calculadas por:

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

e

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}.$$

Exemplo 3.1

Uma fábrica paraense especializada em artigos esportivos produz camisetas de times personalizadas, incluindo modelos muito procurados dos clubes locais Remo e Paysandu.

O custo de produção de cada camiseta é de R\$ 100,00 e a fábrica possui uma despesa mensal fixa de R\$ 10.000,00.

O gerente da empresa adotou a seguinte estratégia para precificar cada camiseta: se há x camisetas encomendadas no mês, o preço de cada camiseta será de $(500 - x)$ reais.

a) Determine a expressão que representa o lucro mensal da fábrica em função da quantidade x de camisetas produzidas.

b) Quantas camisetas devem ser encomendadas dentro de um mês para que o lucro seja máximo?



Solução: Sabendo que o lucro $L(x)$ é calculado pela diferença entre a receita das vendas e a despesa, vamos obter a expressão desejada:

- A receita mensal dessa empresa é o produto entre o número x de camisetas e o preço unitário $(500 - x)$ das camisetas, isto é, $x(500 - x)$;
- A despesa é dada pelo produto entre o número x de camisetas e o custo unitário de cada camiseta, adicionado da despesa fixa mensal, isto é, $100x + 10000$.

Logo,

$$L(x) = x(500 - x) - (100x + 10000) = 500x - x^2 - 100x - 10000$$

$$\Rightarrow L(x) = -x^2 + 400x - 10000.$$



Perceba que $L(x)$ é uma função quadrática, pois é da forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

com $a = -1$, $b = 400$ e $c = 10000$.

Por meio dessa função, podemos analisar alguns resultados, como o número de camisas encomendadas para que o lucro seja máximo. Como $L(x) = -x^2 + 400x - 10000$, o gráfico tem concavidade para baixo. Isso confirma que existe uma quantidade de camisas que maximiza o lucro, a saber:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{400}{2 \cdot (-1)} = 200.$$

E para obter o lucro máximo, primeiro calculamos:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 400^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10000) = 160000 - 40000 = 120000.$$

Em seguida, a cordenada y_v :

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{120000}{4 \cdot (-1)} = 30000.$$

Ou seja, o lucro máximo de R\$ 30.000,00 será obtido quando forem vendidas 200 camisas.



Exemplo 3.2

(Enem 2020 - Adaptada) Uma empresa paraense de chocolates artesanais decidiu ampliar sua linha de produtos utilizando ingredientes típicos da região. Após consultar o setor de produção, foram definidos cinco tipos de barras de chocolate com sabores regionais, com os seguintes preços no mercado:

- Barra I (cupuaçu): R\$ 2,00
- Barra II (bacuri com castanha-do-pará): R\$ 3,50
- Barra III (cupu-açu com tapioca): R\$ 4,00
- Barra IV (castanha caramelizada com nibs de cacau do Pará): R\$ 7,00
- Barra V (açaí com chocolate 70%): R\$ 8,00



Com base em dados de mercado, que envolvem a procura pelos sabores e o volume de vendas, o gerente comercial concluiu que o lucro L gerado pela venda das barras é expresso pela função: $L(x) = -x^2 + 14x - 45$, em que x representa o preço da barra de chocolate (em reais).

A empresa deseja investir na fabricação da barra que proporcione o **maior lucro possível**.

Nessas condições, a empresa deve investir na produção da barra:

- I.
- II.
- III.
- IV.
- V.

Solução: A função lucro da empresa é dada por:

$$L(x) = -x^2 + 14x - 45.$$

Como é uma função quadrática com coeficiente $a = -1 < 0$, o gráfico é uma parábola com concavidade voltada para **baixo**, ou seja, o lucro máximo ocorre no **vértice** da parábola. Daí, basta calcular:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-14}{2 \cdot (-1)} = \frac{-14}{-2} = 7.$$

Portanto, o lucro máximo ocorre quando o preço da barra de chocolate é R\$ 7,00. Logo, a resposta é a alternativa d, pois a barra IV custa R\$ 7,00.



Forma Fatorada da Função Quadrática

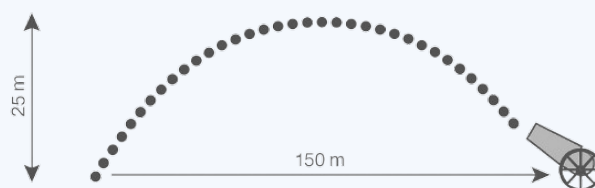
Uma função $y = ax^2 + bx + c$, cujas raízes são x_1 e x_2 , pode ser escrita na forma:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2).$$

A forma fatorada da função quadrática pode ser muito útil na resolução de problemas. A demonstração pode ser encontrada em diversos livros didáticos.

Exemplo 3.3

(Enem 2018 - Adaptada) O Forte do Presépio, localizado na cidade de Belém (PA), foi construído no século XVII para proteger a região de invasões estrangeiras. Situado às margens da Baía do Guajará, o forte é hoje um importante marco histórico e turístico da cidade, preservando parte da história da colonização da Amazônia. Durante uma encenação histórica no Forte, um canhão é disparado como demonstração cultural. A bala de canhão é lançada e atinge o solo a uma distância de 150 metros do ponto de disparo, descrevendo uma trajetória parabólica. Sabe-se que a altura máxima alcançada pelo projétil em relação ao solo é de 25 metros.



Admita um sistema de coordenadas xy em que no eixo vertical y está representada a altura e no eixo horizontal x está representada a distância, ambas em metro. Considere que o canhão está no ponto $(150; 0)$ e que o projétil atinge o solo no ponto $(0; 0)$ do plano xy . A equação da parábola que representa a trajetória descrita pelo projétil é

- a) $y = 150x - x^2$
- b) $y = 3750x - 25x^2$
- c) $75y = 300x - 2x^2$
- d) $125y = 450x - 3x^2$
- e) $225y = 150x - x^2$

Solução: Em primeiro lugar, como temos uma parábola, podemos afirmar que o gráfico é gerado por uma função quadrática. Além disso, como já temos conhecidos os pontos $(0, 0)$ e $(150, 0)$, conhecemos as raízes da função, a saber, $x_1 = 0$ e $x_2 = 150$. Usando a forma fatorada da função:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) = a(x - 0)(x - 150).$$

Agora, para determinar o valor de a , precisamos de um ponto distinto das raízes da função. E felizmente a questão fornece implicitamente o vértice da parábola:

- A altura máxima atingida pelo projétil é $25m$, então $y_v = 25$.



- O x_v localiza-se sempre no “meio do caminho” entre as duas raízes, então $x_v = 75$.

Agora, substituímos as coordenadas do ponto $(75, 25)$ na equação $y = a \cdot x(x - 150)$:

$$25 = a \cdot 75(75 - 150) \Leftrightarrow 25 = a \cdot 75 \cdot (-75)$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{25}{-75 \cdot 75} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{225}.$$

Assim, voltando à forma fatorada, temos:

$$y = -\frac{1}{225}x(x - 150) \Leftrightarrow 225y = 150x - x^2.$$

Resposta: alternativa e.

3.3 Função Quadrática e Progressão Aritmética

Da mesma forma como relacionamos função afim com PA, temos uma relação parecida entre função quadrática e PA de segunda ordem. Vimos no capítulo anterior o quanto isso é importante para trabalhar com problemas reais, afinal a vida não nos dá leis de formação prontas.

Definição

Uma *progressão aritmética de segunda ordem* é uma sequência numérica em que as diferenças entre termos consecutivos formam uma progressão aritmética. Equivalente a isso, dizemos que a sequência possui *segunda diferença constante*.

Exemplo 3.4

Observe as seguintes sequências:

- $(1, 4, 9, 16, 25, \dots)$, com diferenças: $(3, 5, 7, 9, \dots)$ e segunda diferença constante igual a 2;
- $(10, 15, 22, 31, 42, \dots)$, com diferenças: $(5, 7, 9, 11, \dots)$ e segunda diferença constante igual a 2;
- $(1, 5, 13, 25, 41, \dots)$, com diferenças: $(4, 8, 12, 16, \dots)$ e segunda diferença constante igual a 4.

A seguir, apresentamos um resultado teórico que relaciona funções quadráticas e progressões aritméticas de segunda ordem:

Função Quadrática $\times$ Progressão Aritmética de Segunda Ordem

Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ transforma qualquer progressão aritmética não-constante $x_1, x_2, x_3, \dots$ numa progressão aritmética de segunda ordem não-degenerada $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3), \dots$ se, e somente se, f é uma função quadrática.



A demonstração também encontra-se no livro *A Matemática do Ensino Médio - Volume 1*.

Exemplo 3.5

Conhecido como o “isopor” da Amazônia, o miriti apresenta diversas funcionalidades, dentre elas o artesanato. Todas as partes do miriti podem ser aproveitadas e utilizadas de maneira sustentável. E grande parte desse uso apenas requer o manejo sustentável, não sendo necessário cortar a árvore. Por exemplo, a tala do miriti é utilizada na confecção do paneiro e do tipiti. Já a bucha, é a responsável pelas peças de artesanato.

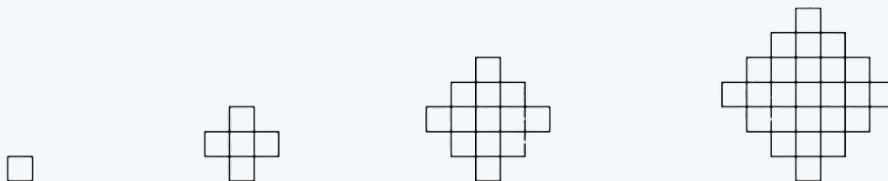


Brinquedos de miriti

(PORTAL AMAZÔNIA. Disponível em: <https://portalamazonia.com/cultura/porta-amazonia-responde-o-que-e-miriti/>. Acesso em: 12 abr. 2025.)

Durante a preparação para a Feira do Miriti, que acontece todos os anos em Abaetetuba durante o Círio de Nazaré, um artesão paraense decide criar painéis decorativos feitos com quadrados de miriti.

Cada painel é formado por pequenos quadradinhos de miriti organizados em um padrão que cresce conforme ele ganha mais encomendas. Os quatro primeiros modelos de painéis são mostrados abaixo, feitos com 1, 5, 13 e 25 quadradinhos, respectivamente.



O artesão quer fazer um painel com 85 quadradinhos de miriti. Qual deve ser o número desse painel na sequência?

Solução: Perceba que os painéis 1, 2, 3 e 4 relacionam-se respectivamente aos números da sequência (1, 5, 13, 25). Note ainda que a sequência é uma PA de segunda ordem, pois as diferenças entre os termos formam uma PA (4, 8, 12). Daí, pelo teorema visto anteriormente, a função f que relaciona o número x do painel à quantidade y de quadradinhos é uma função quadrática.

Assim, vamos calcular os coeficientes a , b e c da função $y = ax^2 + bx + c$ utilizando os pares ordenados (1, 1), (2, 5), e (3, 13).

$$\begin{cases} a(1)^2 + b(1) + c = 1 \\ a(2)^2 + b(2) + c = 5 \\ a(3)^2 + b(3) + c = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 5 \\ 9a + 3b + c = 13 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações acima, encontramos os valores $a = 2$, $b = -2$ e $c = 1$.



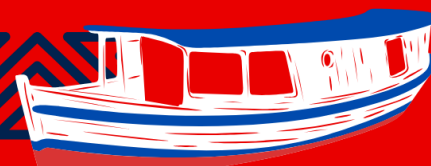
Portanto, a função f procurada é dada por

$$y = 2x^2 - 2x + 1.$$

Finalmente, para resolver o problema, basta calcular o valor de x para que $f(x) = 85$, que equivale a resolver a equação:

$$2x^2 - 2x + 1 = 85 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x + 84 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -6, \quad x_2 = 7.$$

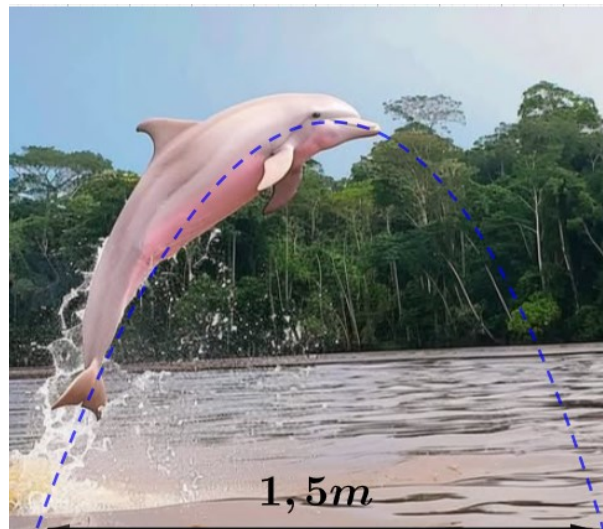
Obviamente, a solução que satisfaz o problema deve ser positiva, logo o painel é o de número 7.



3.4 Problemas

1. Na região do Marajó, no Pará, os botos são símbolos da rica biodiversidade amazônica. Esses animais encantam ribeirinhos e turistas com seus saltos graciosos nos rios da região, como o Rio Amazonas e seus afluentes. Diz a lenda que o boto cor-de-rosa se transforma em um homem sedutor nas festas ribeirinhas, mas, na realidade, ele é um dos mamíferos mais inteligentes da Amazônia, adaptado às águas barrentas e repletas de vida.

Um boto alcança um salto de altura máxima igual a 2 metros, conforme a figura.



Boto cor de rosa do Marajó¹

Admita um sistema de coordenadas xy em que no eixo vertical y está representada a altura e no eixo horizontal x está representada a distância, ambas em metro. Considere que o boto emerge do ponto $(0,0)$ e que mergulha de volta no ponto $(1,5,0)$ do plano xy . Escreva a função quadrática que expressa a altura do animal em relação à distância horizontal percorrida.

- A) $y = -\frac{16}{3}x^2 + \frac{32}{9}x$
- B) $y = \frac{32}{9}x^2 - \frac{16}{3}x$
- C) $y = -\frac{32}{9}x^2 + \frac{16}{3}x$
- D) $y = -2x^2 + 3x$
- E) $y = -4x^2 + 4x$

¹Disponível em: <https://www.facebook.com/profile.php?id=100063604717416>.



2. Em uma situação hipotética no Rio Tocantins, a quantidade de peixes capturados varia de acordo com a profundidade do rio e pode ser modelada por:

$$Q(h) = -3h^2 + 18h + 24,$$

em que $Q(h)$ representa a quantidade de peixes capturados (em quilos) e h é a profundidade (em metros) do rio no local da pesca.



Fonte: Agência Pará.

Qual é a profundidade ideal para se obter a maior quantidade de peixes, e qual é essa quantidade máxima?

- A) 2 m de profundidade, com 66 kg de peixes.
B) 3 m de profundidade, com 51 kg de peixes.
C) 4 m de profundidade, com 60 kg de peixes.
D) 5 m de profundidade, com 66 kg de peixes.
E) 6 m de profundidade, com 69 kg de peixes.

3. “Ir ao comércio de Belém sempre foi mais do que uma necessidade para o povo paraense. É uma experiência carregada de história, tradição e identidade. Entre as vielas e ruas do bairro da Campina, o coração comercial da cidade, encontra-se um patrimônio imaterial que atravessa gerações: o hábito de “ir lá embaixo”. Essa expressão popular, antes amplamente usada pelos moradores, está sendo esquecida pelas novas gerações, mas continua a pulsar na memória de quem viveu os tempos áureos do comércio de Belém.” (O Liberal)



Comércio de Belém

O comércio abre às 08h00 e o fluxo de pessoas varia ao longo do dia. Em um dia comum, percebeu-se que o pico do público ocorreu às 12h00, além disso o número de pessoas presentes em diferentes horários se deu conforme a tabela abaixo:

Horário	Público (em milhares de pessoas)
10h00	16,04
12h00	22,76
14h00	25,00
16h00	22,76

Considerando esse padrão, qual seria a estimativa do público presente às 17h00?

- A) 19,40 mil pessoas
B) 19,96 mil pessoas
C) 21,50 mil pessoas
D) 18,36 mil pessoas
E) 16,04 mil pessoas



4. No estado do Pará, viajar nem sempre é uma tarefa simples. Muitas cidades não são interligadas por estradas, tornando o transporte fluvial a principal alternativa para deslocamento entre municípios. No arquipélago do Marajó, por exemplo, o acesso à capital só é possível por meio de barcos, navios ou lanchas.



Viagem de barco com passageiros em redes¹

Para viajar de Breves a Belém, um navio leva aproximadamente 12 horas, e a passagem na categoria mais básica, que consiste na viagem em rede, varia entre R\$ 100 e R\$ 150.

Uma igreja do município de Breves pretende organizar uma caravana para um evento em Belém e, devido ao grande número de participantes, deseja alugar um navio exclusivo. A empresa responsável ofereceu um navio com capacidade para 100 passageiros, com um esquema de precificação diferenciado:

O preço base de cada passagem individual será de R\$ 100,00. No entanto, para cada vaga não ocupada, será acrescentado um valor de R\$ 10,00 ao preço de cada passagem vendida.

Com base nesse modelo de precificação, qual é o número de passageiros que maximiza a rentabilidade da empresa?

- A) 45 passageiros
- B) 50 passageiros
- C) 55 passageiros
- D) 60 passageiros
- E) 65 passageiros

¹Fonte: Mairon pelo Mundo (2022).



5. O *tecnomelody* é um dos ritmos musicais mais populares da região Norte do Brasil, especialmente no Pará. Com batidas eletrônicas envolventes e letras românticas, o estilo conquistou inúmeros fãs e movimentou a cena cultural local. Bandas e artistas do gênero realizam shows em diversas cidades, levando multidões para os eventos.



Manu Batidão. Créditos na imagem.

Um organizador de eventos de *tecnomelody* percebeu que, com o ingresso a R\$ 20,00, em média 3000 pessoas vão aos shows e que, para cada redução de R\$ 2,00 no preço dos ingressos, o público aumenta em 500 pessoas.

Qual é a receita máxima, em reais, que o organizador pode obter em um evento?

- A) R\$ 50.000,00
- B) R\$ 60.000,00
- C) R\$ 63.000,00
- D) R\$ 64.000,00
- E) R\$ 65.000,00



4 Função Exponencial

A BNCC NESTE CAPÍTULO

Competências gerais da BNCC: 1, 2 e 4.

Competências específicas de Matemática: 1, 3, 4 e 5.

Habilidades de Matemática:
EM13MAT101
EM13MAT303
EM13MAT304
EM13MAT403
EM13MAT508

4.1 A Função Exponencial

Vamos imaginar a seguinte situação: três amigos estão organizando um evento escolar e querem atrair o maior número possível de pessoas. Para isso, eles criam uma estratégia de divulgação *boca a boca* inusitada:

- No primeiro dia, cada um dos três amigos convida uma pessoa.
- No segundo dia, cada pessoa que foi convidada no dia anterior convida outra pessoa — e os três organizadores continuam convidando uma nova pessoa cada.
- Esse processo se repete todos os dias, até a data do evento.

Ou seja, a cada dia, cada pessoa envolvida convida mais uma, fazendo o número de participantes crescer rapidamente. Veja na tabela:

Dia	Pessoas que irão ao evento
1	6
2	12
3	24
...	...

Observe que a cada dia o número total de pessoas dobra. Esse tipo de crescimento é conhecido como crescimento exponencial. Deste modo, naturalmente podem surgir perguntas como:

Exemplo 4.1

Como descobrir o número de pessoas no dia 15 ou no dia 30? E se no final do processo havia 3.072 pessoas, quantos dias de divulgação foram necessários?



Para responder a essas perguntas, usamos a função exponencial, que é uma ferramenta matemática ideal para representar esse tipo de crescimento acelerado. Vamos analisar os primeiros dias e identificar um padrão:

- Dia 1: $3 \text{ organizadores} + 3 \text{ convidados} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ pessoas}$.
- Dia 2: $3 \cdot 4 = 3 \cdot 2^2 = 12 \text{ pessoas}$.
- Dia 3: $3 \cdot 8 = 3 \cdot 2^3 = 24 \text{ pessoas}$.
- Dia 4: $3 \cdot 16 = 3 \cdot 2^4 = 48 \text{ pessoas}$.

Perceba que a quantidade total de pessoas no dia x pode ser expressa por:

$$y = 3 \cdot 2^x.$$

Essa é uma função exponencial, porque o número 2 (a base) está sendo elevado a uma variável (o número de dias).

No dia 15, a quantidade de pessoas seria:

$$y = 3 \cdot 2^{15} = 3 \cdot 32.768 = 98.304.$$

Exagerado, não é mesmo? Para 30 dias, o resultado passaria de 3 milhões! E para saber qual valor de x implica $y = 3072$, fazemos:

$$3 \cdot 2^x = 3.072 \Leftrightarrow 2^x = 1024 \Leftrightarrow 2^x = 2^{10} \Leftrightarrow x = 10.$$

Ou seja, foram necessários 10 dias para atingir esse público.

Agora, vamos formalizar os conceitos de função exponencial, a fim de explorarmos com mais profundidade os recursos que esse tipo de função pode nos oferecer na resolução de problemas.

Definição

A função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ dada por $f(x) = a^x$, com $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ e $a \neq 1$, é denominada *função exponencial* de base a .

Em problemas contextualizados, sempre nos deparamos com funções da forma

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

com $b \in \mathbb{R}^*$ e a nas mesmas condições da definição acima. A essa função também daremos o nome de função exponencial. Assim como na função afim, o b é muitas vezes visto como “valor inicial”, pois $f(0) = b$.

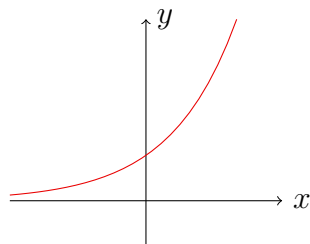
4.2 Gráfico da Função Exponencial

O gráfico da função exponencial, da forma $y = b \cdot a^x$, apresenta uma linha curvada, com as seguintes características:

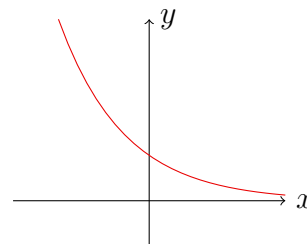
- O gráfico intercepta o eixo y no valor de b .



- Se $a > 0$, o gráfico é crescente.



- Se $0 < a < 1$, o gráfico é decrescente.



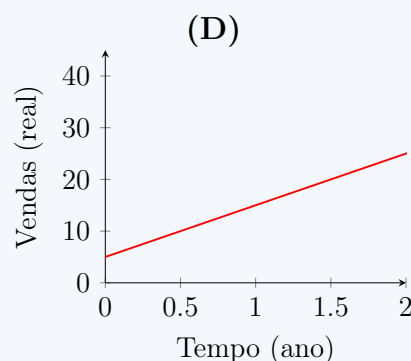
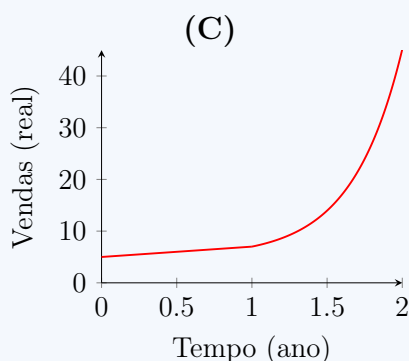
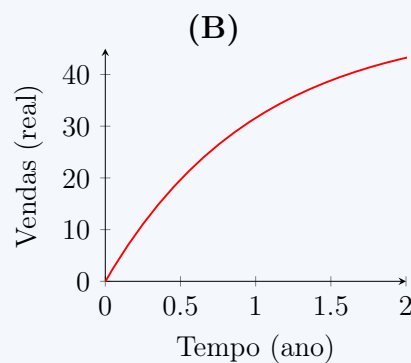
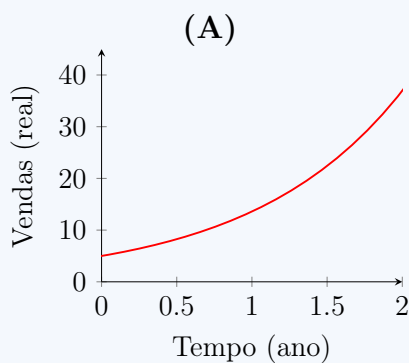
- A função não possui raízes, pois como a e b são diferentes de zero, não é possível obter um valor de x tal que $b \cdot a^x = 0$. Em outras palavras, o gráfico da função não intersecta o eixo x .

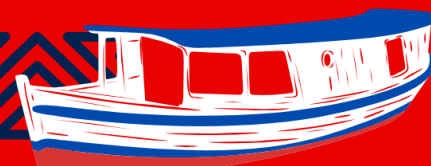
Exemplo 4.2

(Enem 2017 - Adaptada) Dona Sônia é uma empreendedora do interior do Pará e decidiu abrir uma lojinha de produtos artesanais na feira de sua comunidade. No primeiro ano, as vendas aumentaram de forma uniforme ao longo do tempo, conforme ela ganhava seus primeiros clientes.

No segundo ano, com o apoio de uma cooperativa local e a divulgação nas redes sociais, seus produtos passaram a ser conhecidos em outras regiões do Pará, como Belém, Santarém e Altamira. A partir daí, suas vendas começaram a crescer de maneira muito mais rápida.

Sabendo que, no primeiro ano, o crescimento foi linear, e no segundo ano, com a ajuda da divulgação, o crescimento passou a ser exponencial, qual dos gráficos abaixo representa melhor as vendas de Dona Sônia ao longo do tempo?

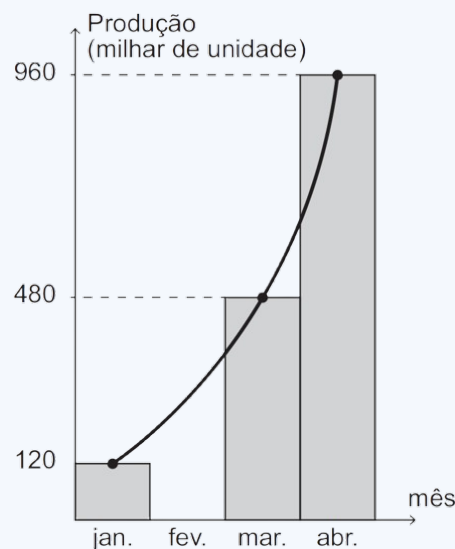




Solução: O enunciado afirma que durante o primeiro ano, que está representado no gráfico pelo intervalo $[0, 1]$, o crescimento foi linear, então precisamos ter um segmento de reta neste intervalo. Além disso, no intervalo $]1, 2]$, o crescimento é exponencial, segundo o problema. Agora que conhecemos o gráfico de uma função exponencial, podemos afirmar que o crescimento das vendas de Dona Sônia pode ser representado pelo gráfico do item C.

Exemplo 4.3

(Enem 2021 - Adaptada) A produção de farinha de mandioca em uma cooperativa no interior do Pará foi monitorada nos meses de janeiro, março e abril, conforme o gráfico abaixo.



No gráfico, estão representados os valores da produção (em milhares de unidades de sacas de 1kg) nos meses de janeiro, março e abril.

Por dificuldades no transporte fluvial, não foi possível fazer a medição da produção no mês de fevereiro. No entanto, as informações dos outros três meses sugerem que a produção nesse quadrimestre cresceu exponencialmente, como indicado pela curva de tendência do gráfico.

Assumindo que o crescimento da produção foi de fato exponencial, pode-se inferir que a produção da cooperativa no mês de fevereiro, em milhares de unidades, foi:

- a) 0.
- b) 120.
- c) 240.
- d) 300.
- e) 400.

Solução: De acordo com a questão, temos uma função do tipo

$$y = b \cdot a^x,$$

em que $x \in \mathbb{N}$ indica o mês de produção e y , a produção, em milhares de unidade. Tomando dois pontos, $(1, 120)$ e $(3, 480)$, vamos obter os valores de a e b da função:



- Substituindo o ponto $(1, 120)$ na equação:

$$120 = b \cdot a^1 \Rightarrow 120 = b \cdot a \quad (1)$$

- Substituindo o ponto $(3, 480)$:

$$480 = b \cdot a^3 \quad (2)$$

Dividindo a equação (2) pela equação (1), temos:

$$\frac{480}{120} = \frac{b \cdot a^3}{b \cdot a} \Leftrightarrow 4 = a^2 \Leftrightarrow a = 2.$$

Substituindo o valor de a na equação (1):

$$120 = b \cdot 2 \Leftrightarrow b = 60.$$

Portanto, a função que representa a produção mensal é:

$$y = 60 \cdot 2^x.$$

Finalmente, para $x = 2$, temos

$$y = 60 \cdot 2^2 = 240.$$

Resposta: alternativa C.

4.3 Função Exponencial e Progressão Geométrica

Da forma como foi com as funções afim e quadrática, seria possível também relacionar a função exponencial com algum tipo de progressão?

Podemos observar no exemplo 4.3 que os valores de x (1, 2, 3, 4) relacionam-se, respectivamente, aos valores da sequência (120, 240, 480, 960). Essa sequência não é uma PA, pois $240 - 120 \neq 480 - 120$. No entanto, percebe-se um padrão: a partir do segundo termo, cada número é o dobro do termo anterior:

- $240 = 120 \cdot 2$
- $480 = 240 \cdot 2$
- $960 = 480 \cdot 2$

Esse tipo de sequência é denominado **progressão geométrica**, conforme a definição a seguir.

Definição

Progressão geométrica (PG) é toda sequência de números não nulos em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior, multiplicado por uma constante chamada de razão (q) da progressão.



Exemplo 4.4

As sequências abaixo são todas PG.

- $(2, 6, 18, 54, \dots)$, cuja razão é $q = 3$;
- $(81, 27, 9, 3, \dots)$, cuja razão é $q = \frac{1}{3}$;
- $(5, -10, 20, -40, \dots)$, cuja razão é $q = -2$.

Para obter a razão de uma PG, basta dividir um termo qualquer (exceto o primeiro) pelo seu termo anterior.

Conforme visto no exemplo 4.3, vamos ao seguinte teorema, cuja demonstração também está no livro *A Matemática do Ensino Médio - Volume 1*.

Função Exponencial $\times$ Progressão Geométrica

Uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ monótona injetiva (isto é, crescente ou decrescente), da forma $f(x) = b \cdot a^x$, transforma qualquer progressão aritmética $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ numa progressão geométrica $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), y_3 = f(x_3), \dots, y_n = f(x_n)$.

Exemplo 4.5

Em um lago de uma comunidade ribeirinha no Pará, uma planta aquática exótica começa a se espalhar. No primeiro dia, ela cobre uma área de apenas 1m^2 . E a cada dois dias, a área coberta pela planta triplica, devido à sua rápida capacidade de reprodução.

Escreva a função que determina a área A coberta pela planta, em metros quadrados, no dia t .

Solução: Seja A a área coberta pela planta, em metros quadrados, no dia t , podemos inferir do enunciado que:

- $t = 1 \Rightarrow A = 1$
- $t = 3 \Rightarrow A = 3$
- $t = 5 \Rightarrow A = 9$

Daí, percebe-se que t está em PA enquanto $A(t)$, em PG. Logo, temos que $A(t)$ é uma função exponencial, do tipo $A(t) = b \cdot a^t$. Tomando dois pontos, $(1, 1)$ e $(3, 3)$, vamos obter os valores de a e b da função:

- Substituindo o ponto $(1, 1)$ na equação:

$$b \cdot a^1 = 1 \Rightarrow b \cdot a = 1 \quad (1)$$

- Substituindo o ponto $(3, 3)$:

$$b \cdot a^3 = 3 \quad (2)$$



Dividindo a equação (2) pela equação (1), temos:

$$\frac{b \cdot a^3}{b \cdot a} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow a^2 = 3 \Leftrightarrow a = \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}.$$

Substituindo o valor de a na equação (1):

$$b \cdot \sqrt{3} = 1 \Leftrightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Assim, temos:

$$A(t) = \frac{\sqrt{3}}{3} (3)^{t/2}.$$

Exemplo 4.6

Em um experimento de laboratório na Universidade Federal do Pará, 400 indivíduos de uma espécie animal foram submetidos a testes de radiação, para verificar o tempo de sobrevivência da espécie.

Os cientistas notaram que no segundo dia havia 100 indivíduos, e no quarto dia de experimento, 25 indivíduos.

Qual função representa o número de indivíduos desse experimento em função do número de dias?

Solução: Para constatar que o decrescimento é exponencial, basta observar que enquanto o tempo está em PA $(0, 2, 4)$, o número de sobreviventes é dado por uma PG decrescente $(400, 100, 25)$, de razão $q = 1/4$.

Deste modo, o número $N(t)$ de indivíduos sobreviventes em função do tempo t , em dias, é dado por:

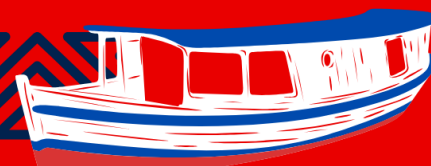
$$N(t) = b \cdot a^t.$$

Como $N(0) = 400$, então $b = 400$. Resta somente calcular o valor de a . Usando o ponto $(2, 100)$, obtemos:

$$400 \cdot a^2 = 100 \Leftrightarrow a^2 = \frac{100}{400} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Portanto, a função requerida é

$$N(t) = 400 \left(\frac{1}{2}\right)^t.$$



4.4 Problemas

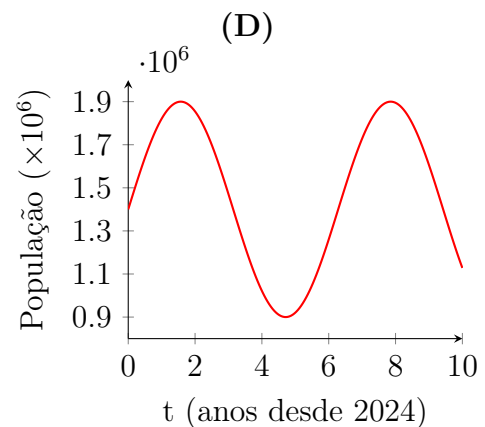
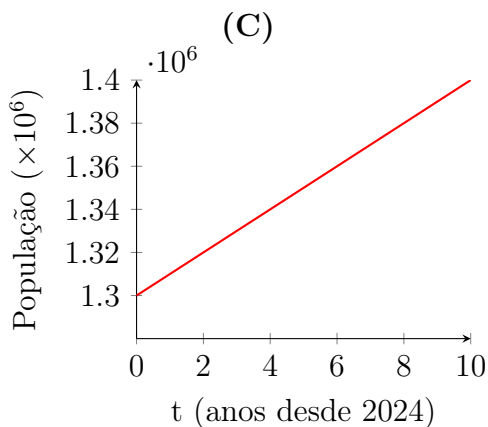
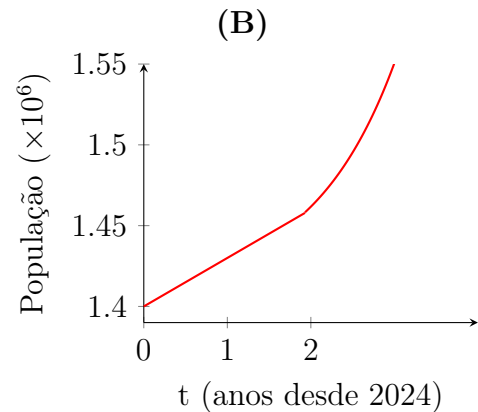
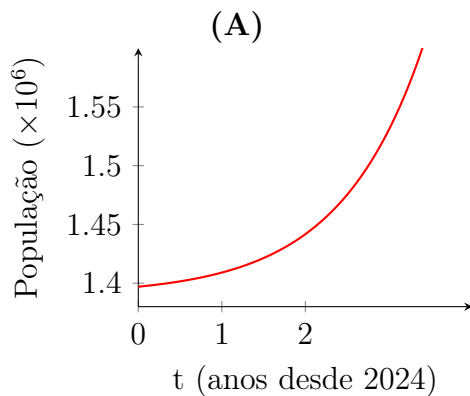
1. De acordo com estimativas de 2024, a população de Belém é de aproximadamente 1.398.531 habitantes. Supondo que a população cresça a uma taxa anual de 1%, podemos modelar esse crescimento pela função exponencial:

$$P(t) = 1400000 \cdot (1,01)^t$$

onde:

- $P(t)$ é a população após t anos,
- t é o tempo em anos a partir de 2024.

Com base nessa função, qual dos gráficos abaixo poderia representar o crescimento populacional de Belém ao longo dos anos?





2. Em duas cidades paraenses, Bragança e Salinópolis, a produção anual de farinha de mandioca tem crescido exponencialmente devido à modernização dos processos produtivos. As produções, em toneladas, são dadas pelas funções:

$$P_B(t) = 850 \times (1,05)^t \quad (\text{Bragança})$$

$$P_S(t) = 900 \times (1,04)^t \quad (\text{Salinópolis})$$

em que t representa o tempo em anos após o início da observação.

Considerando que o crescimento manterá esses padrões, após 6 anos, qual cidade terá a maior produção, e qual será a diferença aproximada entre as produções?



Farinha de mandioca.¹

Dados: $(1,05)^3 \approx 1,15$; $(1,04)^3 \approx 1,12$.

- A) Bragança terá maior produção, com diferença de aproximadamente 5 toneladas.
- B) Salinópolis terá maior produção, com diferença de aproximadamente 5 toneladas.
- C) Bragança terá maior produção, com diferença de aproximadamente 10 toneladas.
- D) Salinópolis terá maior produção, com diferença de aproximadamente 10 toneladas.
- E) Ambas terão produções iguais.

¹Fonte: Folha do Jalapão (2022).



3. No estado do Pará, o açaí é uma das principais riquezas naturais e fonte de sustento para muitas famílias. No entanto, as condições climáticas e ambientais podem impactar a produção ao longo dos anos.



Extração de açaí. Fonte: NEXO JORNAL (2023).

Em uma determinada região, o dono de uma plantação percebeu que a quantidade de palmeiras de açaí vem diminuindo a cada safra (aproximadamente um ano), conforme a tabela abaixo:

Safra	Quantidade de árvores
2015	3000
2016	2700
2017	2430

Se esse padrão se mantiver, a partir de que ano essa plantação terá menos do que a metade do que havia em 2015?

- A) 2021
- B) 2022
- C) 2023
- D) 2024
- E) 2025



4. No Pará, a criação de peixes em cativeiro tem se tornado uma importante fonte de renda para muitas comunidades ribeirinhas. Para garantir o desenvolvimento saudável dos peixes geneticamente modificados, que não se reproduzem, é necessário controlar rigorosamente a alimentação.



Psicultura no Pará. Fonte: G1 Santarém.

Em uma fazenda de piscicultura, observa-se que a quantidade de ração necessária para alimentar os peixes aumenta ao longo do tempo. No início da criação, são necessários 2 kg de ração por dia. Após 15 dias, essa quantidade aumenta para 3 kg por dia, e ao final de 30 dias (um mês), a quantidade de ração já atinge 4,5 kg por dia.

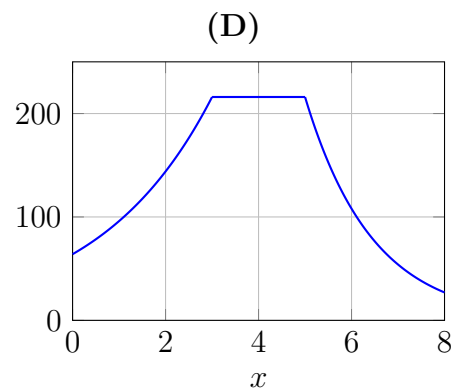
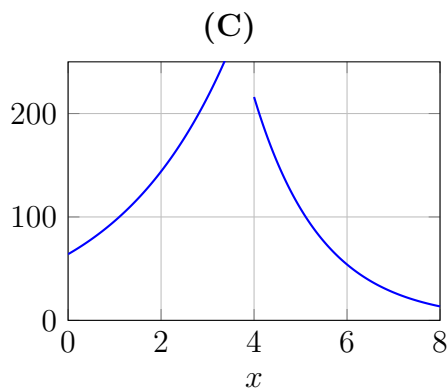
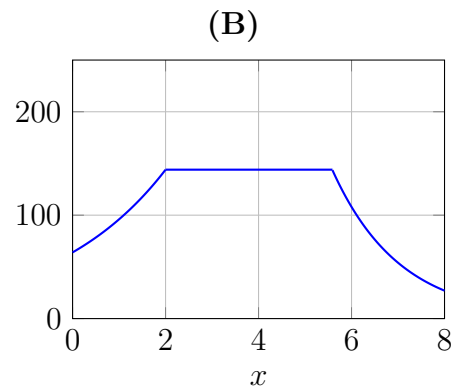
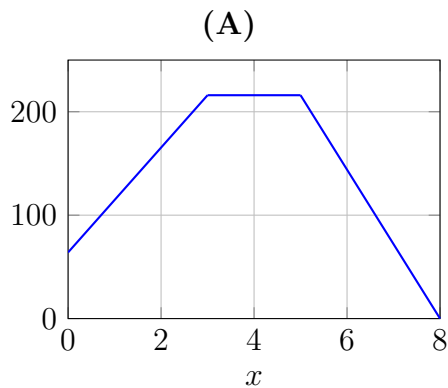
Qual das expressões melhor representa a quantidade $Q(t)$ de ração, em kg por dia, em função do tempo t (em dias)?

- A) $Q(t) = 2 \cdot (1,5)^t$
- B) $Q(t) = 2 \cdot (1,05)^t$
- C) $Q(t) = 2 \cdot (1,5)^{t/15}$
- D) $Q(t) = 2 \cdot (1,05)^{t/1}$
- E) $Q(t) = 2 \cdot (1,5)^t + 15$



5. Em uma festividade popular no interior do Pará, um participante decide apostar em um tradicional jogo da sorte, em que ele ganha ou perde metade do que possui na ocasião. Começando com R\$ 64,00, nos três primeiros momentos ele ganha. Nos dois momentos seguintes, ele permanece com o valor acumulado, pois decide não fazer novas apostas. Porém, após tomar coragem, ele aposta em mais três momentos, nos quais perde em todos.

Qual dos gráficos abaixo melhor representa o valor acumulado dessa pessoa em função do tempo?





5 Função Logarítmica

A BNCC NESTE CAPÍTULO

Competências gerais da BNCC: 1, 2 e 4.

Competências específicas de Matemática: 1, 3 e 4.

Habilidades de Matemática:
EM13MAT101
EM13MAT304
EM13MAT305
EM13MAT403

5.1 Logaritmos

No capítulo anterior, trabalhamos a função exponencial, função cuja variável independente encontra-se no expoente de uma base positiva e diferente de 1. Desse modo, na resolução de problemas, não é estranho aparecer uma equação do tipo

$$2^x = 8,$$

cuja solução pode ser obtida escrevendo as potências em uma mesma base:

$$2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3$$

$$x = 3.$$

No entanto, não seria absurdo surgir uma equação como:

$$3^x = 8,$$

onde não é possível escrever os números apresentados como potências de mesma base. Mas, dispondo do conhecimento de logaritmos e suas propriedades, e com o auxílio de uma calculadora científica, é possível obter uma solução para a equação:

$$3^x = 8$$

$$\log 3^x = \log 8$$

$$x \log 3 = \log 8$$

$$x = \frac{\log 8}{\log 3} \approx \frac{0,9}{0,48} \approx 1,875.$$

Para compreender a resolução acima, vamos entender o que é “log”.

Definição

Dados dois números reais positivos a e b , com $a \neq 1$, o *logaritmo* de b na base a é o expoente x tal que $a^x = b$:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b.$$



Observações:

- O logaritmo de um número na base 10 é chamado de **logaritmo decimal**, e é comum omitirmos a base quando $a = 10$, isto é:

$$\log_{10} b = \log b.$$

- O logaritmo de um número na base e é chamado de **logaritmo natural** ou **logaritmo neperiano**, e é comum usarmos a notação $\ln b$ ao invés de $\log_e b$.

Dados os números reais a, b, c , e n , com $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ e $c > 0$, temos as propriedades apresentadas a seguir, que são muitas vezes indispensáveis em resoluções de problemas.

1ª Propriedade:

$$\log_a a = 1$$

2ª Propriedade:

Em uma mesma base, o logaritmo de uma potência de base positiva é igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base dessa potência.

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

3ª Propriedade:

Mudança de base: admitindo uma base c , tal que $c > 0$ e $c \neq 1$, temos:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

4ª Propriedade:

Em uma mesma base, o logaritmo de um produto de dois números positivos é igual à soma dos logaritmos de cada um dos fatores.

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

5ª Propriedade:

Em uma mesma base, o logaritmo de um quociente de dois números positivos é igual à diferença entre o logaritmo do dividendo e o logaritmo do divisor.

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

Demonstrações:

1ª Propriedade: Pela definição,

$$\log_a a = x \Leftrightarrow a^x = a \Leftrightarrow a^x = a^1 \Leftrightarrow x = 1.$$

2ª Propriedade: Pela definição, temos

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b.$$

E elevando ambos os membros ao expoente n , vem:

$$(a^x)^n = b^n \Leftrightarrow a^{nx} = b^n \Leftrightarrow nx = \log_a b^n.$$

Mas $x = \log_a b$. Logo:

$$n \cdot \log_a b = \log_a b^n.$$



3ª Propriedade: Pela definição,

$$x = \log_a b \Leftrightarrow a^x = b.$$

. Aplicando o logaritmo de base c em ambos os lados:

$$\log_c(a^x) = \log_c b \Leftrightarrow x \cdot \log_c a = \log_c b \Leftrightarrow x = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

Portanto:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$

4ª Propriedade: Sejam $x = \log_a b$ e $y = \log_a c$. Assim:

$$a^x = b \quad \text{e} \quad a^y = c.$$

Multiplicando as duas equações:

$$b \cdot c = a^x \cdot a^y \Leftrightarrow b \cdot c = a^{x+y} \Leftrightarrow \log_a(b \cdot c) = \log_a(a^{x+y}) = (x + y) \cdot \log_a a.$$

Portanto:

$$\log_a(b \cdot c) = x + y \Leftrightarrow \log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c.$$

5ª Propriedade: Esta é análoga à demonstração anterior.

Exemplo 5.1

(Unifor-CE - Adaptada) A expressão $M = A(1+i)^n$ permite o cálculo do montante produzido por um capital A , aplicado a juros compostos e à taxa unitária i , ao final de n períodos.

Considere que um aluno de escola pública paraense adquiriu um valor de R\$ 1 370,00 como parte da premiação de uma olimpíada de matemática. A fim de poupar o dinheiro para quando ingressar na faculdade, o estudante aplica esse capital à taxa anual de 25% no regime de juros compostos.

Ao final de quantos anos ele produzirá o montante de R\$ 5 480,00? (Use: $\log 2 = 0,30$)

Solução: Note que, dados os valores de A e i , a expressão dada é uma função exponencial $M(n)$, mas precisaremos utilizar logaritmos na resolução do problema. Substituindo os valores fornecidos, vem:

$$1370(1,25)^n = 5480 \Leftrightarrow (1,25)^n = 4.$$

Em seguida, usamos algumas propriedades expostas anteriormente.

$$(1,25)^n = 4 \Leftrightarrow \log(1,25)^n = \log 4 \Leftrightarrow n \log(1,25) = \log 4 \Leftrightarrow n = \frac{\log 4}{\log 1,25}.$$

Note que a questão forneceu apenas o valor de $\log 2$, então temos que “forçar” a aparição desse número. Calculemos separadamente:



- $\log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = 2 \cdot 0,3 = 0,6$
- $\log 1,25 = \log \frac{125}{100} = \log 125 - \log 100 = \log 5^3 - \log 10^2 = 3 \log 5 - 2 \log 10$
 $= 3(\log 10 - \log 2) - 2 \cdot 1 = 3(1 - 0,3) - 2 = 0,1$

Dai:

$$n = \frac{\log 4}{\log 1,25} = \frac{0,6}{0,1} = 6.$$

Assim, o montante desejado será alcançado em 6 anos.

5.2 A Função Logarítmica

A água apresenta características físico-químicas que variam de acordo com o ambiente em que se encontra. No estado do Pará, as diferenças são marcantes: em regiões como Belém e o arquipélago do Marajó, é comum observar águas turvas e barrentas, enquanto em localidades mais preservadas, como a região do Tapajós e do Xingu, predominam águas límpidas e cristalinas.¹



Regiões hidrográficas do Pará.
Fonte: Arquivo DIREH/SEMA.

Diversidade das águas no estado do Pará.

Essas diferenças refletem a interação entre fatores naturais — como o tipo de solo, a presença de matéria orgânica e o regime de chuvas — e a ação antrópica, como a poluição urbana e industrial.² Um dos principais parâmetros para avaliar a qualidade da água é o pH, que indica a concentração de íons hidrogênio (H^+) presentes.

O pH (potencial hidrogeniônico) é uma medida que expressa a acidez ou basicidade de uma solução. No entanto, a concentração de H^+ em soluções aquosas pode variar em ordens de grandeza extremamente amplas, desde valores como 10^{-1} até 10^4 mol/L. Para tornar a análise prática e inteligível, cientistas utilizam uma **escala logarítmica**, na qual o pH é definido como:

$$pH = -\log_{10}[H^+]$$

¹Fonte: Oliveira (2018).

²Fonte: Sioli (1984).



Estudos realizados em diversas regiões do Pará indicam que:³

- **Rios de águas pretas:** Como alguns tributários do rio Negro e igarapés de floresta, apresentam pH naturalmente ácido (3,8–5,5) devido à grande quantidade de ácidos orgânicos provenientes da decomposição vegetal. São comuns em áreas de floresta densa com solos arenosos.
- **Rios de águas claras:** Como o Tapajós e o Xingu, apresentam pH geralmente entre 6,0 e 7,0, com águas transparentes e menor teor de matéria orgânica dissolvida.⁴ Em Alter do Chão, região do Tapajós, o pH tende a variar nesta faixa, refletindo características típicas de rios de águas claras.
- **Rios de águas brancas:** Como o Amazonas e partes do Tocantins, apresentam pH próximo do neutro (6,5–7,0) e são ricos em sedimentos em suspensão, conferindo aspecto barrento.
- **Na Região Metropolitana de Belém,** o pH das águas superficiais varia geralmente entre 5,0 e 7,3, sendo que os valores mais baixos são encontrados em igarapés urbanos impactados pela poluição, enquanto valores mais altos são observados em áreas com influência das marés.⁵
- **No arquipélago do Marajó,** observa-se uma variação interessante: nas áreas influenciadas pelo estuário amazônico e águas marinhas, o pH pode chegar a 7,5–8,0, enquanto nas regiões interiores da ilha, principalmente em campos alagados e rios como o Arari, o pH tende a ser mais ácido (4,5–6,0).⁶

Diante desse cenário, o estudo da função logarítmica se revela essencial para interpretar e modelar fenômenos ambientais, inclusive no Estado do Pará.

Definição

A função $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \log_a x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, é denominada *função logarítmica*.

5.3 Gráfico da Função Logarítmica

O gráfico da função $f(x) = \log_a x$ possui características que dependem do valor da base a :

- Se $a > 1$, a função é crescente.
- Se $0 < a < 1$, a função é decrescente.
- O gráfico passa pelo ponto $(1, 0)$ para qualquer base.
- O **domínio** da função é $D(f) = \mathbb{R}_+^*$.

³Fonte: Santos & Gonçalves (2016).

⁴Fonte: Miranda et al. (2009).

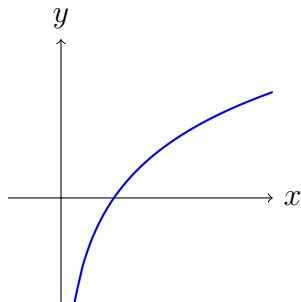
⁵Fonte: Oliveira (2018).

⁶Fonte: Santos & Gonçalves (2016).

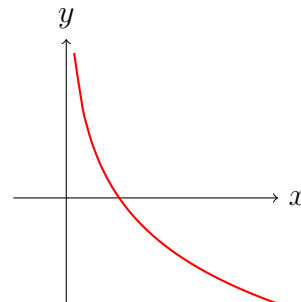


- O **contradomínio** da função é $CD(f) = \mathbb{R}$.
- A **imagem** da função é $Im(f) = \mathbb{R}$.

Função Crescente: $a > 0$

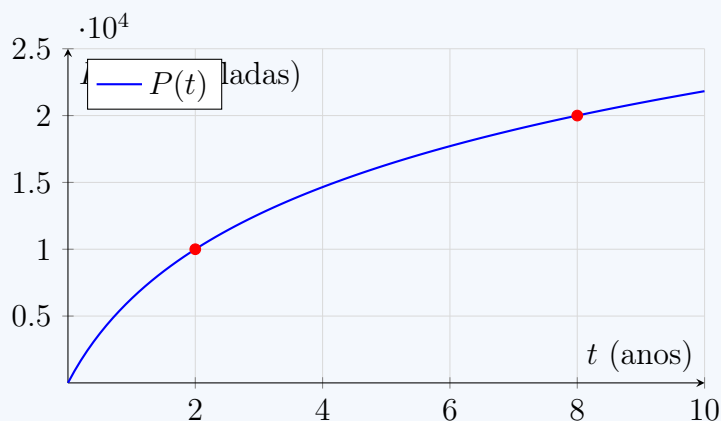


Função Decrescente: $0 < a < 1$



Exemplo 5.2

A produção de açaí processado no estado do Pará, especialmente nas regiões de Belém e no Baixo Tocantins, tem crescido rapidamente nas últimas décadas. O gráfico a seguir mostra o comportamento da produção $P(t)$ (em toneladas) em função do tempo t (em anos), contando a partir do início da industrialização em larga escala, de uma fábrica específica.



Com base no gráfico e nos pontos destacados, assinale a função que melhor representa a produção de açaí ao longo do tempo:

- A) $P(t) = 10^4 \times \log_3(t + 1)$
- B) $P(t) = 2 \times 10^4 \times \log_3(t + 1)$
- C) $P(t) = 10^4 \times \log_2(t + 1)$
- D) $P(t) = 10^3 \times \log_3(t + 1)$

Solução: A função proposta na alternativa A é:

$$P(t) = 10^4 \times \log_3(t + 1)$$

Testando os pontos fornecidos:

- Para $t = 2$:

$$P(2) = 10^4 \times \log_3(2 + 1) = 10^4 \times \log_3(3) = 10^4 \times 1 = 10000$$



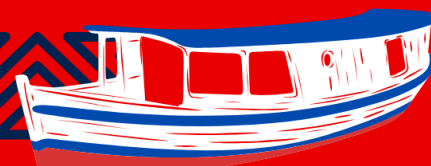
- Para $t = 8$:

$$P(8) = 10^4 \times \log_3(8 + 1) = 10^4 \times \log_3(9) = 10^4 \times 2 = 20000$$

Ambos os pontos destacados no gráfico são satisfatoriamente representados pela função da alternativa A.

Análise das demais alternativas:

- **B)** $P(t) = 2 \times 10^4 \times \log_3(t + 1)$
Esta função dobra a produção em relação à correta, não correspondendo aos pontos indicados.
- **C)** $P(t) = 10^4 \times \log_2(t + 1)$
Mudança da base do logaritmo altera a taxa de crescimento, não compatível com os valores destacados no gráfico.
- **D)** $P(t) = 10^3 \times \log_3(t + 1)$
A produção seria dez vezes menor do que a observada no gráfico.



5.4 Problemas

1. As aparelhagens de som do Pará são um fenômeno cultural único, especialmente ligadas ao *tecnobrega*, ao *melody* e às festas de aparelhagem. Elas são estruturas gigantescas de som, luz e efeitos visuais, operadas por DJs e equipes especializadas, criando um espetáculo audiovisual impressionante.



Show de aparelhagem. Fonte: Agência Amapá (2024).

Aparelhagens famosas como *Super Pop*, *Príncipe Negro*, *Tupinambá*, *Rubi* e *Crocodilo* disputam popularidade com equipamentos de última geração e verdadeiros exércitos de fãs. Além da música, essas festas têm uma estética própria, com locuções marcantes e rivalidade entre as aparelhagens.

Considere que, em um desses eventos, a potência sonora percebida pelo público (P , em decibéis) em função da distância (d , em metros) até a aparelhagem é dada por:

$$P(d) = 120 - 20 \log(d).$$

A que distância a potência cai para 80 dB?

- A) $d = 10$ metros
- B) $d = 50$ metros
- C) $d = 100$ metros
- D) $d = 200$ metros
- E) $d = 250$ metros



2. Quando compramos um veículo, sabemos que seu valor diminui com o tempo. Essa desvalorização não ocorre de maneira linear, mas sim de forma mais acentuada nos primeiros anos e depois desacelera. Uma forma de representar esse fenômeno matematicamente é usando uma função logarítmica, pois ela descreve um crescimento ou decaimento rápido no início e mais lento depois.

A desvalorização de uma moto pode ser modelada pela função:

$$V(t) = 25.000 - 10.000 \cdot \log(t + 1),$$

em que $V(t)$ é o valor da moto (em reais) após t anos.

Após quantos anos o valor da moto será R\$ 15.000,00?

- A) 8 anos
B) 9 anos
C) 10 anos
D) 11 anos
E) 12 anos
3. A acidez da água dos rios da Amazônia paraense é um importante indicador ambiental. O pH de uma solução é dado pela expressão $pH = -\log[H^+]$, em que H^+ é a concentração de íons de hidrogênio em mol/L.



Encontro das águas. Fonte: NEXO JORNAL (2023).

Um grupo de pesquisadores coletou amostras de água em diferentes pontos do Rio Tapajós e obteve os seguintes valores de pH:

Local de coleta	pH
Nascente	6,5
Região da floresta	5,8
Próximo ao garimpo	4,2
Foz	5,2

Considerando esses dados, o local de coleta onde a concentração de íons de hidrogênio é aproximadamente $6,3 \times 10^{-5}$ mol/L é:

(Use $\log 7 \approx 0,84$ e $\log 3 \approx 0,48$)

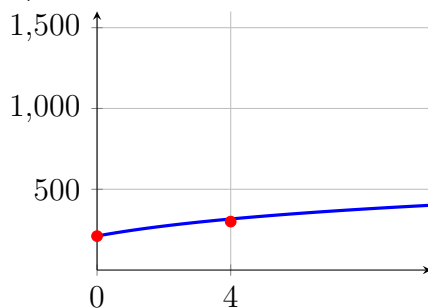
- A) Nascente
B) Região de floresta
C) Próximo a garimpo
D) Foz
E) Nenhum dos locais acima



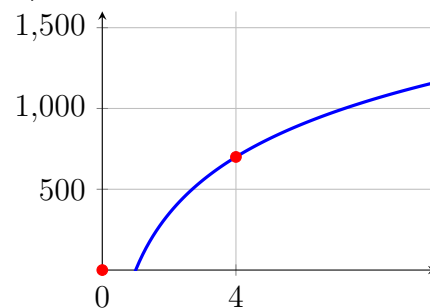
4. Na cidade de Belém, durante o período do Círio de Nazaré, o consumo de energia elétrica aumenta significativamente. A concessionária de energia estima que o consumo C (em megawatts) durante os dias de festividade pode ser aproximado pela função $C(x) = 350 \cdot \log_2(x + 4)$, em que x representa o número de dias após o início dos eventos.

Com base nos gráficos abaixo, assinale a alternativa que representa corretamente essa função.

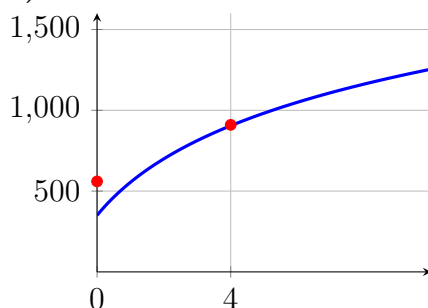
A)



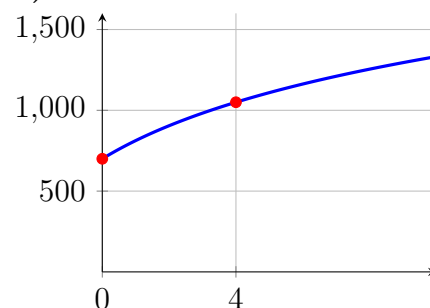
B)



C)



D)



5. (Enem 2017 - Adaptada) Para realizar o sonho de passar as férias em Salinópolis (Salinas), uma pessoa decidiu fazer um empréstimo no valor de R\$ 5.000,00 para cobrir despesas com transporte, hospedagem e alimentação. Para pagar esse valor, ela dispõe, no máximo, de R\$ 400,00 mensais.

O valor da prestação P , em reais, é calculado em função do número de parcelas n pela fórmula:

$$P = \frac{5\,000 \cdot 1,013^n \cdot 0,013}{1,013^n - 1}$$

Se necessário, utilize $\log 1,013 \approx 0,005$; $\log 400 \approx 2,602$; $\log 335 \approx 2,525$.

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não ultrapassam o limite mensal disponível da pessoa é:

- A) 12
B) 13
C) 14
D) 15
E) 16



Praia de Salinas. Fonte: DOL (2025).



6 Resoluções dos Problemas

Capítulo 2: Função Afim

Questão 1

O serviço cobrado pelo Sr. José Maria nos reparos em embarcações possui dois componentes:

Valor fixo do conserto: R\$ 600,00.

Taxa diária de aluguel: R\$ 50,00 por dia que a embarcação permanece no estaleiro após o término do serviço. Para calcular o valor total y a ser pago por um cliente cuja embarcação perma-

nece x dias no estaleiro, devemos somar o valor fixo mais a taxa diária multiplicada pelo número de dias:

$$y = \text{valor fixo} + \text{taxa diária} \cdot x$$

$$y = 600 + 50x$$

Portanto, a alternativa correta é a letra **B**: $y = 600 + 50x$.

Questão 2

Vamos chamar de F o valor do frete fixo e de P o preço unitário do livro. Se a professora compra 12 exemplares, o custo total é:

$$F + 12P = 499,99.$$

Se ela compra 15 exemplares, o custo total é:

$$F + 15P = 619,99.$$

Temos um sistema de duas equações e duas incógnitas. Subtraindo a primeira equação da segunda, obtemos:

$$3P = 120 \Leftrightarrow P = 40$$

Agora, substituímos o valor de P na primeira equação para encontrar F :

$$F + 12 \cdot 40 = 499,99$$

$$F + 480 = 499,99 \Leftrightarrow F = 19,99$$

Portanto, o valor do frete fixo é R\$ 19,99 e o preço unitário do livro é R\$ 40,00.

A alternativa correta é a letra **A**: R\$ 19,99 e R\$ 40,00.



Questão 3

Seu Pedro cobra R\$ 5,00 por espetinho e acrescenta 5% sobre o valor total da compra.

Considerando o intervalo $[1,5]$ para o número de espetinhos, a função f (Seu Pedro) é dada por:

$$f(x) = 5x \cdot 1,05 = 5,25x$$

Para a função g (Seu Roberto), como o número de espetinhos está no inter-

valo $[1,5]$, e o acréscimo de R\$ 1,00 é cobrado para cada 5 espetinhos, temos:

$$g(x) = 5x + 1$$

Note que o acréscimo é R\$ 1,00 fixo para qualquer quantidade até 5 espetinhos, pois só é cobrado uma vez neste intervalo.

Portanto, a alternativa correta é a letra **B**: $f(x) = 5,25x$ e $g(x) = 5x + 1$.

Questão 4

Vamos usar as informações do problema para encontrar os valores de a e b na expressão $v(x) = ax + b$: Se após visitar 5 barracas, restavam R\$ 140,00, temos:

$$v(5) = 5a + b = 140$$

E se ao visitar 8 barracas, o dinheiro restante era $1/3$ do valor inicial b , temos:

$$v(8) = 8a + b = \frac{b}{3}$$

Da segunda equação, podemos escrever:

$$8a + b = \frac{b}{3} \Leftrightarrow 8a = \frac{b}{3} - b$$

$$8a = -\frac{2b}{3} \Leftrightarrow a = -\frac{b}{12}$$

Substituindo este resultado na primeira equação:

$$5 \cdot \left(-\frac{b}{12}\right) + b = 140$$

$$-\frac{5b}{12} + b = 140 \Leftrightarrow -\frac{5b}{12} + \frac{12b}{12} = 140$$

$$\frac{7b}{12} = 140 \Leftrightarrow b = 240$$

Agora, podemos calcular a :

$$a = -\frac{b}{12} \Leftrightarrow a = -\frac{240}{12} \Leftrightarrow a = -20$$

Portanto, $v(x) = -20x + 240$.

Para encontrar quantas barracas ele poderá visitar até que o valor se esgote, devemos resolver $v(x) = 0$:

$$-20x + 240 = 0 \Leftrightarrow x = 12$$

Portanto, o turista poderá visitar 12 barracas até que o dinheiro se esgote. Resposta: alternativa **B**: 12.



Questão 5

As funções que descrevem o preço em função do número de passageiros para cada barqueiro são funções afins, pois o número de passageiros em cada tabela está em PA, enquanto que o preço também está em PA.

Para o barqueiro A, temos os pontos $(8, 360)$, $(10, 400)$, $(12, 440)$. Usando a fórmula da taxa de variação, obtemos:

$$a = \frac{400 - 360}{10 - 8} = 20.$$

Assim, podemos escrever:

$$P_A(x) = 20x + b$$

Substituindo o ponto $(8, 360)$:

$$360 = 20 \cdot 8 + b \Leftrightarrow b = 200$$

Portanto, $P_A(x) = 20x + 200$.

Para o barqueiro B, temos os pontos $(10, 350)$, $(13, 425)$, $(16, 500)$.

Usando a fórmula da taxa de variação, obtemos:

$$a = \frac{425 - 350}{13 - 10} = 25.$$

Assim, podemos escrever:

$$P_B(x) = 25x + c$$

Substituindo o ponto $(10, 350)$:

$$350 = 25 \cdot 10 + c \Leftrightarrow c = 100$$

Portanto, $P_B(x) = 25x + 100$.

Para determinar a partir de quantos passageiros é mais vantajoso contratar o barqueiro A, precisamos encontrar o valor de x para o qual $P_A(x) < P_B(x)$, isto é:

$$20x + 200 < 25x + 100 \Leftrightarrow x > 20$$

Portanto, a partir de 21 passageiros, é mais vantajoso contratar o barqueiro A.

A alternativa correta é a letra **D**: 21.



Capítulo 3: Função Quadrática

Questão 1

Neste problema, precisamos encontrar a função quadrática que descreve a trajetória do boto durante seu salto. Sabemos que:

- O boto emerge do ponto $(0, 0)$
- Alcança uma altura máxima de 2 metros
- Mergulha de volta no ponto $(1.5, 0)$

A trajetória parabólica pode ser representada por uma função quadrática da forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Como já temos conhecidos os pontos $(0, 0)$ e $(1.5, 0)$, conhecemos as raízes da função, a saber, $x_1 = 0$ e $x_2 = 1.5$. Usando a forma fatorada da função:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$y = a(x - 0)(x - 1.5) = ax \left(x - \frac{3}{2} \right)$$

Como o boto alcança uma altura máxima de 2 metros, $y_v = 2$. E como as raízes são $x_1 = 0$ e $x_2 = 1.5$, então o x do vértice fica no “meio do caminho” entre as raízes, $x_v = 0.75 = \frac{3}{4}$. Assim, temos o ponto $V\left(\frac{3}{4}, 2\right)$. Daí:

$$2 = a \cdot \frac{3}{4} \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{2} \right)$$

$$a = -\frac{32}{9}$$

Finalmente:

$$y = -\frac{32}{9}x \left(x - \frac{3}{2} \right)$$

$$y = -\frac{32}{9}x^2 + \frac{16}{3}x$$

Resposta: alternativa **C**.

Questão 2

Basta calcular as coordenadas do vértice da função:

$$Q(h) = -3h^2 + 18h + 24.$$

Usando a fórmula da abscissa do vértice, temos:

$$h_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{18}{-6} = 3$$

E agora, calculando $Q(3)$, obtemos

$$Q(3) = -3 \cdot 3^2 + 18 \cdot 3 + 24 = 51$$

Portanto, a alternativa correta é a **B**: 3 m de profundidade, com 51 kg de peixes.



Questão 3

Primeiramente, vamos considerar o horário das 08h00 como o instante $t = 0$. E assim analisemos os dados fornecidos na tabela:

- 10h00 ($t = 2$): 16,04 mil pessoas
- 12h00 ($t = 4$): 22,76 mil pessoas
- 14h00 ($t = 6$): 25,00 mil pessoas
- 16h00 ($t = 8$): 22,76 mil pessoas

A diferença entre o número de pessoas está em PA: (6,72; 2,24; -2,24). Logo, enquanto o tempo é dado por uma PA, o número de pessoas está em uma PA de segunda ordem. Portanto, temos que a função que expressa o público presente, em milhares de pessoas, em função do tempo é quadrática.

Usando os pontos (2; 16,04), (4; 22,76) e (8; 22,76), vamos obter os valores dos coeficientes a , b e c no sistema de equações:

$$\begin{cases} a(2)^2 + b(2) + c = 16,04 \\ a(4)^2 + b(4) + c = 22,76 \\ a(8)^2 + b(8) + c = 22,76 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 16,04 \\ 16a + 4b + c = 22,76 \\ 64a + 8b + c = 22,76 \end{cases}$$

Subtraindo a primeira equação da segunda:

$$12a + 2b = 6,72$$

$$6a + b = 3,36 \quad (1)$$

E subtraindo a segunda equação da terceira:

$$48a + 4b = 0$$

$$12a + 2b = 0 \quad (2)$$

Resolvendo o sistema formado pelas equações (1) e (2), obtemos:

$$a = -0,56 \quad \text{e} \quad b = 6,72.$$

Agora, substituindo esses valores em qualquer um das equações do sistema, encontramos $c = 4,84$. Portanto, a função que expressa o público presente, $P(t)$, em milhares de pessoas, em função do tempo t é:

$$P(t) = -0,56t^2 + 6,72t + 4,84$$

Às 17h00, temos $t = 9$ (pois 17h - 8h = 9h), então:

$$P(9) = -0,56 \cdot 9^2 + 6,72 \cdot 9 + 4,84$$

$$P(9) = 19,96$$

Portanto, a estimativa do público presente às 17h00 é de 19,96 mil pessoas. A resposta correta é a alternativa **B**: 19,96 mil pessoas.



Questão 4

A Receita da empresa nessa viagem é dada pelo produto entre o número x de passageiros e o preço da passagem. Mas o preço da passagem é dado por:

- Preço base por passageiro: R\$ 100,00
- Taxa adicional por vaga não ocupada: R\$ 10,00

Assim, se há x vagas ocupadas, o preço unitário da passagem é dado por $100 + (100 - x)10 = 1100 - 10x$. Deste modo, a receita $R(x)$ segue a expressão:

$$R(x) = x \cdot (1100 - 10x)$$

$$R(x) = 1100x - 10x^2$$

Como a receita é modelada por uma função quadrática com coeficiente $a < 0$, há um ponto máximo no gráfico dessa função, isto é, existe um valor que maximiza a receita, que é o x do vértice da parábola:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-1100}{-20} = 55$$

Portanto, o número de passageiros que maximiza a rentabilidade da empresa é 55.

Resposta: alternativa C.

Questão 5

Vamos definir uma variável x que representa o número de reduções de R\$ 2,00 no preço do ingresso.

- Preço do ingresso após x reduções: $(20 - 2x)$
- Público do evento após x reduções: $(3000 + 500x)$

A receita total será o produto do preço pelo número de pessoas:

$$R(x) = (20 - 2x)(3000 + 500x)$$

$$R(x) = -1000x^2 + 400x + 60000$$

Como o coeficiente a da função quadrática é negativo, então existe um valor máximo. Vamos calcular o valor de x para que a receita seja máxima:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-4000}{-2000} = 2$$

Isto é, a receita será máxima com 2 reduções de R\$ 2,00, a saber:

$$R(2) = -1000 \cdot 2^2 + 4000 \cdot 2 + 60000$$

$$R(2) = 64000$$

Portanto, a resposta é a alternativa D: R\$ 64.000,00.



Capítulo 4: Função Exponencial

Questão 1

A alternativa **A** é a correta, pois é a única que demonstra graficamente um crescimento exponencial do início ao fim, diferentemente da alternativa B, em que há um crescimento linear no intervalo $[0, 2]$.

Questão 2

Vamos calcular os valores de cada função para $t = 6$:

$$P_B(6) = 850 \times (1,05)^6 = 850 \times (1,05^3)^2 = 850 \times 1,15^2 \approx 1.124,125;$$

$$P_S(6) = 900 \times (1,04)^6 = 900 \times (1,04^3)^2 = 900 \times (1,12)^2 \approx 1.128,96.$$

Logo, a alternativa correta é a letra **B**: Salinópolis terá maior produção, com diferença de aproximadamente 5 toneladas.

Questão 3

Neste problema, o tempo t , em anos, está em PA (2015, 2016, 2017) ao passo que a quantidade Q de árvores, em PG (3000, 2700, 2430). Então, a função $Q(t)$ é do tipo

$$Q(t) = b \cdot a^t.$$

Para facilitar os cálculos, vamos considerar 2015 como $t = 0$, 2016 como $t = 1$ e assim sucessivamente.

Assim, sabemos que

$$Q(0) = 3000 \Rightarrow b = 3000.$$

Daí:

$$Q(1) = 3000 \cdot a^1 = 2700$$

$$a = 0,9$$

$$\text{Assim, } Q(t) = 3000 \cdot (0,9)^t.$$

Devemos calcular o valor de t para que $Q(t) < 1500$.

$$3000 \cdot (0,9)^t < 1500 \Leftrightarrow (0,9)^t < 0,5$$

Por inspeção, verifica-se que

$$0,9^6 \approx 0,53 \quad \text{e} \quad 0,9^7 \approx 0,47$$

Logo, para $t = 7$, a quantidade de árvores será menor do que 1500.

Portanto, a resposta é a alternativa **B**: 2022.



Questão 4

Temos novamente o tempo t em PA $(0, 15, 30)$ enquanto a quantidade $Q(t)$ está em PG $(2; 3; 4,5)$, de razão $q = 1,5$.

Assim, a função é do tipo $Q(t) = b \cdot a^t$, com

- $Q(0) = 2$
- $Q(15) = 3$

Daí, com $b = 2$, podemos escrever:

$$Q(15) = 2 \cdot a^{15} = 3$$

$$a^{15} = 1,5 \Leftrightarrow a = 1,5^{1/15}$$

Assim:

$$Q(t) = 2 \cdot (1,5^{1/15})^t = 2 \cdot (1,5)^{t/15}$$

Portanto, a resposta é a alternativa **C**.

Questão 5

Em primeiro lugar, vamos analisar o contexto numericamente, considerando que:

- Nos três primeiros momentos ele ganhou metade do tinha anteriormente;
- Nos momentos 4 e 5, ele permaneceu com uma constante;
- Nos momentos 6 em diante ele perdia metade do que tinha anteriormente.

Com isso, nota-se que no intervalo $[0, 3]$, o valor inicial está sendo mul-

tiplicado pelo fator 1,5, ou seja, temos um crescimento exponencial; no intervalo $]3, 6[$, devemos ter o gráfico de uma função constante; e no intervalo $[6, 8]$, o valor acumulado será multiplicado pelo fator 0,5, outra função exponencial.

Assim, podemos considerar as alternativas B e D. Mas:

$$f(3) = 64 \cdot 1,5^3 = 216.$$

Isto é, em $x = 3$, o valor acumulado deve ser maior que 200, algo que, dentre essas duas, só acontece na alternativa **D**.



Capítulo 5: Função Logarítmica

Questão 1

Devemos calcular o valor de d para que $P(d) = 80$, isto é:

$$120 - 20 \log(d) = 80$$

$$20 \log(d) = 40 \Leftrightarrow \log(d) = 2$$

Pela definição de logaritmos:

$$\log(d) = 2 \Leftrightarrow d = 10^2$$

Portanto, a resposta é a alternativa **C**: 100 metros.

Questão 2

Vamos calcular o valor de t para o qual $V(t) = 15000$:

$$25000 - 10000 \cdot \log(t + 1) = 15000$$

$$10000 \cdot \log(t + 1) = 10000$$

$$\log(t + 1) = 1 \Leftrightarrow t + 1 = 10^1$$

$$t = 9$$

Portanto, a resposta é a alternativa **B**: 9 anos.

Questão 3

Seja $H^+ = 6,3 \times 10^{-5}$, devemos calcular

$$pH = -\log(6,3 \cdot 10^{-5})$$

Como o log do produto é igual à soma dos log, temos:

$$pH = -(\log 6,3 + \log 10^{-5})$$

Eliminando-se os parênteses e usando a propriedade do log de uma potência, vem:

$$pH = -\log \frac{63}{10} + 5 \log 10$$

Usando a propriedade do log do quociente:

$$pH = 5 \log 10 - \log 63 + \log 10$$

Usando $\log 10 = 1$ e $63 = 7 \cdot 3^2$, vem:

$$pH = 5 + 1 - (\log 7 + \log 3^2)$$

$$pH = 6 - (0,84 + 2 \cdot 0,48) = 4,2$$

Logo, a resposta é a alternativa **C**: próximo ao garimpo.



Questão 4

A função fornecida no enunciado é:

$$C(x) = 350 \cdot \log_2(x + 4)$$

Analisando os pontos destacados:

- Para $x = 0$: $C(0) = 350 \cdot \log_2(4) = 700$
- Para $x = 4$: $C(4) = 350 \cdot \log_2(8) = 1050$

Esses valores aparecem no gráfico da **alternativa D**, tornando-a a correta.

Análise das demais alternativas:

A) Usa $\log_{10}(x + 4)$, com crescimento muito mais lento. Valores: $C(0) \approx 250$, $C(4) < 500$.

B) Usa $\log_2(x)$, que é indefinido para $x = 0$. O gráfico mostra $C(0) = 0$, o que é incorreto.

C) Usa $\log_2(x + 2)$. Os valores são diferentes dos esperados: $C(0) = 350$ e $C(4) < 1000$.

Questão 5

Queremos encontrar o menor número de parcelas n tal que o valor da prestação P não ultrapasse R\$ 400,00. A fórmula fornecida é:

$$P = \frac{65 \cdot 1,013^n}{1,013^n - 1}$$

Queremos que $P \leq 400$. Então:

$$\frac{65 \cdot 1,013^n}{1,013^n - 1} \leq 400$$

Multiplicando ambos os lados pela expressão do denominador (que é positiva para $n > 0$):

$$65 \cdot 1,013^n \leq 400(1,013^n - 1)$$

Distribuindo o 400:

$$65 \cdot 1,013^n \leq 400 \cdot 1,013^n - 400$$

Passando todos os termos com $1,013^n$ para o mesmo lado:

$$65 \cdot 1,013^n - 400 \cdot 1,013^n \leq -400$$

$$355 \cdot 1,013^n \geq 400$$

$$1,013^n \geq \frac{400}{355}$$

Aplicando logaritmos e suas propriedades:

$$\log(1,013)^n \geq \log \frac{400}{355}$$

$$n \cdot \log(1,013) \geq \log 400 - \log 355$$

Usando as aproximações fornecidas, vem:

$$n \cdot 0,005 \geq 2,602 - 2,525$$

$$n \geq \frac{0,077}{0,005} = 15,4$$

Como n precisa ser um número inteiro, o menor valor possível é $n = 16$. Resposta: alternativa **E**.



7 Referências Bibliográficas

- [1] AGÊNCIA AMAPÁ. **FOTOS: Com show de luzes e potência das aparelhagens, Super Pop Live agita multidão na 53ª Expofeira do Amapá.** 31 ago. 2024. Disponível em: <https://www.agenciaamapa.com.br/>. Acesso em: 10 maio 2025.
- [2] ALVES, J. C. et al. **Caracterização de parâmetros de qualidade da água na área de influência do rio Arari, Ilha de Marajó, Pará.** Revista Ambiente & Água, v. 7, n. 2, p. 7–22, 2012. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ambiagua/a/f45JMMTdfXvPWLmM6mbDX6K/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 01 de maio de 2025.
- [3] BARBOSA, Fábio. **O fenômeno do encontro das águas em Santarém.** Diário do FB, 21 jun. 2018. Disponível em: <https://diariodofb.com/2018/06/21/o-fenomeno-do-encontro-das-aguas-em-santarem/>. Acesso em: 4 de junho de 2025.
- [4] BONJORNIO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: conjuntos e funções: ensino médio.** 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.
- [5] BONJORNIO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: funções e progressões: ensino médio.** 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.
- [6] BONJORNIO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas: ensino médio.** 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020. (Questão da Unifor-CE retirada da p. 88).
- [7] BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 06 de maio de 2025.
- [8] DIÁRIO ONLINE. **Salinas, a praia da COP 30 no Pará.** DOL – Diário Online, 3 mar. 2025. Disponível em: <https://cop.dol.com.br/amazonia/salinas-a-praia-da-cop-30-no-para/6091/>. Acesso em: 4 de junho de 2025.
- [9] FAUNA E FLORA. **Publicações sobre botos cor de rosa no Marajó.** Facebook. Disponível em: <https://www.facebook.com/profile.php?id=100063604717416>. Acesso em: 09 de maio de 2025.
- [10] FOLHA DO JALAPÃO. **APARECIDA: Tradicional produção de farinha de mandioca é fomentada com o apoio da Prefeitura.** Disponível em: <https://folhadojalapao.com.br/>. Acesso em: 10 de maio de 2025.



- [11] GRUPO DE INVESTIGAÇÃO AMBIENTAL. **Características físicas e químicas dos rios amazônicos**. 2015. Disponível em: <https://gia.org.br/porta1/caracteristicas-fisicas-e-quimicas-dos-rios-amazonicos/>.
- [12] INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): Caderno de questões**. Brasília: INEP, 2010. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br>. Acesso em: 03 de abril de 2025.
- [13] INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): Caderno de questões**. Brasília: INEP, 2017. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br>. Acesso em: 06 de abril de 2025.
- [14] INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): Caderno de questões**. Brasília: INEP, 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br>. Acesso em: 12 de abril de 2025.
- [15] INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): Caderno de questões**. Brasília: INEP, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br>. Acesso em: 05 de abril 2025.
- [16] INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): Caderno de questões**. Brasília: INEP, 2020. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br>. Acesso em: 18 de abril 2025.
- [17] G1 SANTARÉM. **Projeto de piscicultura desenvolvido em Oriximiná é destaque em congresso internacional**. G1, Santarém, 30 out. 2020. Disponível em: <<https://g1.globo.com/pa/santarem-regiao/noticia/2020/10/30/projeto-de-piscicultura-desenvolvido-em-oriximina-e-destaque-em-congresso-internacional.ghtml>>. Acesso em: 4 jun. 2025.
- [18] LIMA, E. L., et al. **A Matemática do Ensino Médio**. 10. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012, v. 1.
- [19] MAIRON pelo Mundo. **Viagem de barco: Manaus – Santarém**. 5 set. 2022. Disponível em: <https://maironpelomundo.com/2022/09/05/viagem-de-barco-manaus-santarem/>. Acesso em: 09 de maio de 2025.
- [20] MIRANDA, G. H. B. et al. **Qualidade dos recursos hídricos da Amazônia – Rio Tapajós: avaliação de caso em relação aos elementos químicos e parâmetros físico-químicos**. Revista Ambiente & Água, v. 4, n. 1, p. 7–22, 2009. Disponível em: <https://www.ambi-agua.net/seer/index.php/ambi-agua/article/view/210/356>. Acesso em: 01 de maio de 2025.
- [21] NEXO JORNAL. **Como a crise climática ameaça o cultivo do açaí**. Nexo Jornal, 30 jul. 2023. Disponível em:



- <<https://www.nexojornal.com.br/externo/2023/07/30/como-a-crise-climatica-ameaca-o-cultivo-do-acai>>. Acesso em: 4 de junho de 2025.
- [22] O LIBERAL. **Ir lá embaixo: a tradição que conecta gerações no comércio de Belém.** Disponível em: <https://www.oliberal.com/para/>. Acesso em: 15 de abril de 2025.
- [23] OLIVEIRA, L. A. dos S. **Monitoramento da qualidade da água em igarapés urbanos de Belém-PA.** 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Ambiental) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.
- [24] PARÁ. Secretaria de Estado de Meio Ambiente. **Gestão das águas: por um futuro sem sede.** Belém: SEMA, 2010.
- [25] PORTAL AMAZÔNIA. **Portal Amazônia responde: o que é miriti?** Disponível em: <https://portalamazonia.com/cultura/porta-amazonia-responde-o-que-e-miriti/>. Acesso em: 12 abril de 2025.
- [26] PRAÇA DA REPÚBLICA BELÉM (@pracadarepublicabelem). **Publicações sobre a Praça da República em Belém-PA.** Instagram. Disponível em: <https://www.instagram.com/pracadarepublicabelem/>. Acesso em: 02 de maio de 2025.
- [27] RABETAS DO PARÁ. **Publicações sobre embarcações tradicionais do Pará.** Facebook. Disponível em: <https://www.facebook.com/profile.php?id=100071607955433>. Acesso em: 09 de maio de 2025.
- [28] SIOLI, H. **Valores de pH de águas Amazônicas.** Boletim do Museu Paraense Emílio Goeldi, Geologia, v. 1, p. 1–35, 1956.
- [29] UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ. **Dia da Árvore: Açaí é a principal árvore da Providência Amazônica.** UFPA, 20 set. 2017. Disponível em: <https://ufpa.br/>. Acesso em: 10 maio 2025.