INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS- GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

PRÁTICAS E EXPERIMENTOS MATEMÁTICOS: ESTRATÉGIAS DE INTERVENÇÃO PARA POTENCIALIZAR O DESEMPENHO DOS ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

ANTONIO FRANCISCO BRITO

Orientador: Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento
Coorientador: Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves

FLORIANO
2025

ANTONIO FRANCISCO BRITO

PRÁTICAS E EXPERIMENTOS MATEMÁTICOS: ESTRATÉGIAS DE INTERVENÇÃO PARA POTENCIALIZAR O DESEMPENHO DOS ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento

Coorientador(a): Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves

FLORIANO
2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Brito, Antonio Francisco

B862p Práticas e experimentos matemáticos : estratégias de intervenção para potencializar o desempenho dos alunos nos anos finais do ensino fundamental / Antonio Francisco Brito. - 2025.
72 f.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2025.
Orientador : Prof Dr. Igor Ferreira do Nascimento.
Coorientador : Prof Dr. Ezequias Matos Esteves.

1. Ensino de Matemática. 2. Recomposição de Aprendizagens. 3. Metodologias Ativas. I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Aurilene Araujo da Costa CRB 3/1272

ANTONIO FRANCISCO BRITO

PRÁTICAS E EXPERIMENTOS MATEMÁTICOS: ESTRATÉGIAS DE INTERVENÇÃO PARA POTENCIALIZAR O DESEMPENHO DOS ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 16/08/2025

BANCA EXAMINADORA

gov.br Documento assinado digitalmente
IGOR FERREIRA DO NASCIMENTO
Data: 22/08/2025 08:04:50-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Igor Ferreira do Nascimento do IFPI
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Orientador

gov.br Documento assinado digitalmente
RUI MARQUES CARVALHO
Data: 22/08/2025 15:30:05-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Rui Marques de Carvalho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Avaliador Interno

gov.br Documento assinado digitalmente
RONALDO CAMPELO DA COSTA
Data: 21/08/2025 09:31:53-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Ronaldo Campelo da Costa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Avaliador Interno

gov.br Documento assinado digitalmente
FRANCISCO GILBERTO DE SOUSA CARVALHO
Data: 22/08/2025 08:59:25-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Francisco Gilberto de Sousa Carvalho
Universidade Federal do Piauí – UFPI
Avaliador Externo

Dedico este trabalho à minha família, cujo apoio foi essencial para o alcance de cada etapa dessa jornada, à minha mãe adotiva Rita Coelho (*in memorian*), que apesar de analfabeta e com poucos recursos, sempre se dedicou para que, dentre muitas outras coisas, eu pudesse alcançar níveis mais elevados do conhecimento.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente a Deus, pelo sustento e proteção, pelas incontáveis bênçãos concedidas, por sempre guiar-me nessa jornada, dando-me forças pala enfrentá-la. A Ele toda honra e glória!

Agradeço também à minha querida esposa, Diélia Brito, pelo companheirismo, apoio, compreensão, carinho e incentivo. Sem os quais esse trabalho não seria possível.

Aos meus filhos Asafe e Matheus, heranças do Senhor, que trazem alegria para minha vida, motivando-me a enfrentar com força e coragem os momentos mais difíceis.

Ao meu amigo e colega de serviço no município de Francisco Ayres, Prof. Me. Josiel Costa, pelo incentivo, apoio e instruções. Pois, foi de suma importância a ajuda de alguém que já havia trilhado esse percurso acadêmico.

Também expresso minha gratidão aos meus amigos e colegas de turma, em especial aos amigos Adailton Moura, Francisco Barroso, Luiz Augusto, Lucas Gabriel, Matheus Costa e Moaci Rodrigues, pelas discursões construtivas, compartilhamentos de ideias e principalmente pelo apoio amigo.

A todos os meus professores do PROFMAT que compartilharam seus conhecimentos, ajudando-me a construir outros novos. Agradeço especialmente ao meu orientador, o Prof. Dr. Igor Ferreira, pelas valiosas instruções durante a construção deste trabalho. Seus ensinamentos e contribuições foram de grande ajuda para o meu enriquecimento acadêmico.

Não poderia deixar de agradecer ao nosso, então, coordenador de curso, Prof. Dr. Guilherme Luís Oliveira Neto, não só pelos conhecimentos compartilhados durante as disciplinas, mas também pelos conselhos incentivadores que nos ajudaram a chegar ao fim dessa trajetória com sucesso.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

A todos vocês, meu muito obrigado!

“*E conhecereis a Verdade e a Verdade vos libertará*”

Jesus Cristo, Jo. 8:32

RESUMO

BRITO, Antonio Francisco. **PRÁTICAS E EXPERIMENTOS MATEMÁTICOS:** ESTRATÉGIAS DE INTERVENÇÃO PARA POTENCIALIZAR O DESEMPENHO DOS ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL. 2024. 72 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – *Campus* Floriano, Floriano, 2025.

Experimentos sempre fizeram parte de componentes curriculares como química e física. No ensino da matemática essas atividades podem desempenhar papeis importantes. O presente trabalho apresenta uma proposta de intervenção no processo do ensino da matemática para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental por meio de experimentos e práticas, com materiais didáticos de baixo custo e fácil produção. Ao mesmo tempo, avalia a eficiência dessa metodologia para a recomposição de aprendizagens. A pesquisa propõe metodologias ativas, como experimentos, aprendizagem baseada em problemas e o uso de materiais manipulativos, além de explorar o potencial das tecnologias educacionais e da interdisciplinaridade no ensino de matemática. O desenvolvimento das atividades ocorreu por meio de oficinas. Com base nos resultados, foi possível, através de estratégias de intervenção e avaliação contínua, demonstrar que a aplicação dessas práticas pode contribuir significativamente para a melhoria do desempenho dos estudantes e para o desenvolvimento de competências matemáticas essenciais. Os resultados também demonstram que essas abordagens despertaram o interesse dos alunos e contribuíram para o fortalecimento da compreensão dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Metodologias Ativas. Interdisciplinaridade. Recomposição de Aprendizagens

ABSTRACT

BRITO, Antonio Francisco. **MATHEMATICAL PRACTICES AND EXPERIMENTS:** INTERVENTION STRATEGIES TO ENHANCE STUDENTS’ PERFORMANCE IN THE FINAL YEARS OF ELEMENTARY EDUCATION. 2024. 72 f. Dissertation (Master degree) - Federal Institute of Piauí - Campus Floriano, Floriano, 2025.

Experiments have always been part of curricular components such as chemistry and physics. In mathematics teaching, these activities can play an important role. This paper presents a proposal for intervening in the mathematics teaching process for students in the final years of elementary school through experiments and practical exercises, using low-cost and easily produced teaching materials. At the same time, we evaluate the effectiveness of this methodology in reinforcing learning. The research proposes active methodologies, such as experiments, problem-based learning, and the use of manipulative materials, in addition to exploring the potential of educational technologies and interdisciplinarity in mathematics teaching. The activities were developed in offices. Based on the results, it was possible, through intervention strategies and continuous assessment, to demonstrate that the application of these practices can significantly contribute to improving student performance and the development of essential mathematical skills. The results also demonstrate that these approaches sparked student interest and strengthened their understanding of mathematical concepts.

Keywords: Mathematics Teaching. Active Methodologies. Interdisciplinarity. Learning Recomposition.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

BNCC	- Base Nacional Comum Curricular
MAs	- Metodologias Ativas
CAEd	- Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação

LISTA DE SÍMBOLOS

π - Número pi

φ – Número fi

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, assim como em outras etapas do ensino básico, enfrenta desafios significantes comuns a alunos e professores. Estes desafios demandam metodologias nas quais os alunos possam compreender os objetos de estudo e como aplicá-los em seu cotidiano, dando sentido àquilo que está sendo estudado. Além disso, é notória a disparidade de conhecimentos e habilidades relacionados à matemática entre alunos de um mesmo ano/série, seja ela por fatores relacionados à leitura (Oliveira et al., 2008), qualidade do ensino (Klein et al., 2008) ou fatores socioeconômicos (Dos Santos et al., 2019)

Essa disparidade dificulta bastante o avanço dos alunos em relação ao desenvolvimento de novas habilidades, pois enquanto há alunos que estão aptos para avançarem no processo de assimilação de um certo conteúdo, outros apresentam grandes lacunas no desenvolvimento dessas habilidades. Experimentos matemáticos são atividades ou investigações que exploram na prática os conceitos matemáticos. Tais experimentos permitem que os estudantes investiguem propriedades, testem fórmulas, avaliem resultados e validem hipóteses através de uma abordagem prática. A respeito da investigação matemática e do papel do professor nesse contexto, Wichnoski e Klüber destacam que:

> Assim como é importante conhecer matemática é preciso que o professor conheça a Investigação Matemática e os aspectos que a compõem como, por exemplo, conhecer a prática de elaborar ou selecionar as tarefas, a postura a ser assumida em sala de aula, o ambiente a ser construído, entre outros. Dito de outro modo, não pode saber apenas da sua existência por intermédio de literaturas ou informações. Conhecer a Investigação Matemática significa estabelecer uma relação de proximidade. Significa investigar matematicamente. (2017, p. 189).

Desse modo a matemática torna-se mais tangível e acessível, uma vez que conceitos abstratos podem ser aplicados e explorados de maneiras práticas e visuais. Além disso, há nesse processo o incentivo ao pensamento crítico tanto na matemática, como em outras disciplinas científicas.

Este trabalho teve como objetivo, analisar os possíveis efeitos da utilização de metodologias cujo processo de ensino-aprendizagem está centralizado no aluno, preencher lacunas diagnosticadas nesse processo e propor abordagens que auxiliam na recomposição de habilidades essenciais para o ano/série em que os estudantes se encontram. Espera-se que essa abordagem desperte em muitos alunos e professores o espírito investigativo e que isso traga contribuição, tanto na assimilação de conteúdos pré-definidos, como na construção de novos conhecimentos.

A necessidade da elaboração do presente trabalho dar-se pelos seguintes fatores presentes no processo ensino-aprendizagem da matemática para alunos nos anos finais do Ensino fundamental: Análise de resultados de avaliações que indicam um baixo desempenho dos alunos em matemática, evidenciando a necessidade de estratégias pedagógicas mais eficientes; Existência de alunos que não conseguem efetuar operações matemáticas básicas, bem como dificuldade com os demais conteúdos devido à falta de domínio de tais operações; Faltam de assimilação dos conceitos fundamentais que são requisitos para etapa escolar em que estão inseridos.

Diante disso a pesquisa buscou investigar as contribuições das práticas e experimentos matemáticos como estratégias de intervenção para potencializar o desempenho dos alunos nos anos finais do ensino fundamental, visando contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem da matemática no contexto escolar. Foram traçados objetivos como, identificar, por meio do Sistema de Avaliação de Educação Básica (SAEB), quais são as habilidades com maior dificuldade nos anos finais do Ensino Fundamental na Escola Municipal Claro Lima, localizada na zona urbana da cidade de Francisco Ayres-PI; Elaborar sequências didáticas com o objetivo de recuperar as habilidades com maiores dificuldades; Produzir materiais lúdicos para serem utilizados pelos professores da escola no semestre letivo.

Por se tratar de uma pesquisa de cunho investigativo, foram usados/analisados dados da escola com resultados de avaliações do SAEB de anos anteriores juntamente com questionários diagnósticos e de *feedback*. No decorrer da pesquisa foram executadas atividades lúdicas envolvendo experimentos e práticas, nos quais houve a efetiva participação dos alunos na construção e utilização de materiais didáticos que auxiliaram na assimilação dos conteúdos estudados e na recomposição de habilidades que são requisitos para o objeto em estudo.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo apresenta pressupostos teóricos que lastrearam este trabalho, organizados em cinco seções, a saber: a primeira aborda intervenções no ensino de matemática, a segunda, discute como as práticas diferenciadas e experimentos matemáticos podem auxiliar na melhora do rendimento dos educandos, a terceira, analisa importância de um espaço para o estudo com esses experimentos, a quarta, trata das metodologias ativas na educação e a quinta, descreve os objetos de estudo abordados na execução desta pesquisa.

2.1 INTERVENÇÕES NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Professores e alunos têm enfrentado grandes desafios relacionados ao ensino da matemática, nesse contexto têm-se buscado métodos para contornar esses desafios. O ensino tradicional da Matemática apenas de forma teórica e abstrata pode contribuir para uma grande parte dos problemas relacionados à aprendizagem.

Ainda que os métodos tradicionais de ensino tenham sua importância, também é importante que o professor, no seu processo de formação continuada, busque metodologias que auxiliem os discentes na construção do próprio conhecimento, fazendo com que estes se tornem protagonistas, não só do ambiente escolar, mas do contexto sociocultural em que está inserido. Neste sentido, Pinheiro e Rosa (2016) destacam a importância do professor se inserir no contexto cultural dos alunos:

> […] professores de matemática mergulhem na dinâmica cultural dos alunos e utilizem estratégias de ensino e aprendizagem que valorizem a dimensão cultural existente na sala de aula, para que se desenvolva uma educação matemática inclusiva que possa efetivamente contribuir para a transformação social (Pinheiro e Rosa, 2016, p. 79).

Diante desse cenário pressupõe-se a necessidade de intervenções que efetivamente amenizem o desnivelamento e as lacunas no conhecimento de alunos de uma determinada turma ou nível escolar.

A intervenção no ensino de Matemática refere-se a um conjunto de estratégias metodológicas implementadas com o objetivo de melhorar o aprendizado dos alunos que apresentam dificuldades ou lacunas significativas na compreensão dos conceitos matemáticos. Essas intervenções podem ser realizadas em diversos níveis, desde a sala de aula regular até programas específicos de apoio e recuperação. Quanto a essas intervenções, Franco (1998) diz que o papel do professor é

> organizar as interações do aluno com o meio e problematizar as situações de modo a fazer o aluno, ele próprio, construir o conhecimento sobre o tema abordado. (...)É fundamental uma interação com os colegas. A verdadeira construção do saber se dá coletivamente (Franco, 1998, p. 56 e 57).

Outro fator que dificulta o ensino da Matemática é a falta de aplicação de determinados conteúdos no cotidiano dos alunos. Isso acaba gerando, por parte dos estudantes, questionamentos como: “para que estudar isso?” ou ainda, “quando vou usar tal conhecimento?”. A respeito disso, Libâneo (2008) afirma que

> os conteúdos dos livros didáticos só ganham vida quando o professor os toma como meio de desenvolvimento intelectual, quando os alunos conseguem ligá-los com seus próprios conhecimentos e experiências, quando através deles aprendem a pensar com sua própria cabeça. (Libaneo, 2008, p. 78)

Muitos alunos têm dificuldade em compreender conceitos matemáticos abstratos. Portanto, métodos que envolvem práticas e experimentos podem ajudar a concretizar esses conceitos. Para Pacheco e Andreis (2017, p. 106), as dificuldades de aprendizagem em Matemática podem estar relacionadas a vários fatores, dentre eles, impressões negativas oriundas das primeiras experiências do aluno com a disciplina, abordagem do professor, problemas cognitivos, falta de incentivo no ambiente familiar, falta de estudo e por não entender significados. Além disso, para esses autores, o insucesso de muitos estudantes é um fator que gera aversão dos mesmos ao componente.

Para que sejam abordados os aspectos aos quais esse estudo se propõe, faz-se necessária a realização de uma pesquisa acerca da relação entre as metodologias aplicadas em sala de aula e os possíveis resultados alcançados com as aplicações dessas metodologias. De acordo com D’Ambrosio (1996),

> A pesquisa é o elo entre teoria e prática. Claro, em situações extremas alguns se dedicam a um lado desse elo e fazem pesquisa chegando a teorias baseando-se na prática de outros. Outros estão do outro lado e exercem uma prática, que é também uma forma de pesquisa, baseada em teorias propostas por outros. Em geral fica-se numa situação intermediária entre esses extremos, praticando e refletindo sobre o que praticamos, e consequentemente melhorando nossa prática. (D’Ambrosio, 1996, p. 92)

Segundo o referido autor, durante todo o processo de ensino aprendizagem existe a necessidade da pesquisa. Esta por sua vez exerce o papel de intermediação entre a teoria e a prática tendo como instrumentos auxiliares a reflexão e o replanejamento.

2.2 PRÁTICAS E EXPERIMENTOS MATEMÁTICOS

As práticas e experimentos matemáticos são atividades investigativas que contribuem para o desenvolvimento de metodologias ativas que proporcionam o protagonismo dos estudantes, auxiliando-os a desenvolverem habilidades de investigar, comparar, resolver situações-problemas, assimilar a teoria estudada, etc. Essas práticas são variadas e visam não apenas transmitir conhecimento, mas também engajar os alunos, desenvolver seu pensamento crítico e promover a aplicação prática da matemática em situações do cotidiano.

A respeito da investigação matemática, Ponte, Brocado e Oliveira afirmam que

> [...] o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2003, p. 23).

Experimentos feitos em sala de aula ou em laboratórios costumam fazer parte do currículo de componentes curriculares, como Biologia, Química e Física. No entanto, são raras as propostas desse tipo aplicadas ao ensino da matemática. Nesse contexto, este trabalho propõe a aplicação de uma metodologia voltada para a análise por meio de experimentos associados a uma pesquisa. Quanto a isso, D'Ambrosio(1996) relata que

> O caráter experimental da matemática foi removido do ensino e isso pode ser reconhecido como um dos fatores que mais contribuíram para o mau rendimento escolar. Os professores das ciências naturais, sobretudo biologia, parecem ter sido mais arrojados em propor uma abertura do currículo levando o aluno a fazer, quando adotaram o método de projetos. Mais recentemente, o estudo das ciências ambientais serviu para encorajar ainda mais a inovação nessa área. Em menor escala o ensino da física e da química também tem mostrado inovações. O mais resistente tem sido a matemática. Uma importante modalidade de projetos são os modelos matemáticos. (D'Ambrosio, 1996, p. 95)

É notório que a resistência à aplicação de experimentos nas aulas de matemática relatada pelo autor ainda permanece em grande parte das escolas brasileiras. Assim, intervenções desse tipo podem ser uma estratégia cuja aplicação implica em resultados positivos para o ensino da matemática. A análise desses resultados pode ser feita no decorrer da pesquisa.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o processo investigativo deve ser entendido como elemento central na formação dos estudantes. Dessa forma, o desenvolvimento desse processo deve estar associado a situações didáticas que permita ao aluno revisar de forma reflexiva seus conhecimentos. (Brasil, Ministério da Educação, 2018). O referido documento também apresenta como pressuposto pedagógico a ideia de que todos podem aprender matemática por meio do desenvolvimento de competências e habilidades.

Também é importante frisar que nem todo objeto de estudo relacionado ao componente de matemática tem aplicação prática no cotidiano do aluno. Isso significa que existem certos conteúdos matemáticos desenvolvidos com o propósito de fundamentar própria matemática, ou seja, trata da matemática pela própria matemática. Um exemplo disso são as propriedades de potenciação e radiciação. Um dos autores que defendem essa perspectiva é D'Ambrosio (1996), ao afirmar que:

> "Para um aprendiz com vistas numa tarefa, um enfoque imediatista é essencial. Mas obviamente a educação matemática não se esgota aí. É quando se apela para o histórico, cultural, que provavelmente não interessará ao aprendiz com objetivos mais imediatos. Assim como a matemática utilitária não interessará ao aprendiz com um desafio intelectual. Está claro que é fundamental um equilíbrio entre esses dois aspectos." (D'Ambrosio, 1996, p. 32)

Em outras palavras, o autor reforça a ideia de que, nem todo conteúdo matemático precisa ter aplicação imediata ou prática no cotidiano. Com isso, notamos a importância de uma abordagem equilibrada entre o ensino voltado à aplicação e o ensino voltado à formação cultural e intelectual, reforçando que a relevância da matemática transcende a utilidade imediata, sendo fundamental para o desenvolvimento de competências cognitivas e sociais.

A BNCC propõe processos de resolução de problemas, investigação, desenvolvimento de projetos e modelagem como formas principais de letramento matemático. Desse modo, a base foca no que o aluno precisa desenvolver, e assim fazer do conhecimento matemático um instrumento de leitura, compreensão e transformação da realidade. Além disso, para que a as escolas possa obter um maior engajamento, capacidade investigativa e reflexiva, o documento também propõe as conhecidas Metodologias ativas, que são elas: aprendizagem baseada em problemas (PBL); ensino híbrido; estudo de caso; gamificação; mão na massa – *hands on*; promoção de seminários e discussões; sala de aula invertida; *storytelling*. Assim, o presente trabalho ainda pode auxiliar na aplicação de algumas dessas metodologias ativas, em especial aquelas que envolvem investigação e reflexão.

2.3 O LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Devido à estrutura física da grande maioria das escolas, que não dispõem de um espaço específico para realizar experimentos matemáticos, as atividades e metodologia propostas nesse trabalho não exigem a necessidade de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). No entanto, diversos autores renomados defendem a importância de tal espaço, como é o caso de Rêgo e Rêgo (2006) que afirmam que:

> [...] a importância de um LEM em escolas de educação básica e em instituições de ensino superior envolvidas em cursos de formação de professores, considerando em especial o grande distanciamento entre a teoria e a prática, hoje ainda predominante nas salas de aula em todos os níveis de ensino; a baixa conexão entre os conteúdos de Matemática e destes com as aplicações práticas do dia-a-dia e a necessidade de promoção do desenvolvimento da criatividade, da agilidade e da capacidade de organização do pensamento e comunicação de nossos alunos (Rêgo; Rêgo, 2006, p.55).

Segundo o autor, a falta de um espaço para o estudo prático de Matemática é um dos fatores que afetam o desempenho de muitos alunos da Educação Básica, esses estudantes, por sua vez, têm dificuldade de associar os objetos de estudo às suas experiências do cotidiano. Nesse contexto, destaca-se a importância de um ambiente escolar que favoreça a realização de atividades investigativas através de experimentos, estudo de caso, manuseio de material didático por professores e alunos. O autor também ressalta que o processo de ensino deve estar centrado no aluno e em suas experiências socioculturais. Outros autores que defendem a criação de tal espaço são Vygotsky e Malba Tahan (Lorenzato, 2006).

Segundo Lorenzato (2006), o LEM, enquanto espaço de ensino e aprendizagem matemática, não deve se restringir a uma sala destinada apenas ao armazenamento de materiais. Pelo contrário, deve configurar-se como ambiente de debates e construção coletiva do conhecimento matemático. Trata-se de um local onde professores e estudantes se sintam confortáveis para desenvolver sua criatividade por meio do manuseio de materiais manipuláveis, realização de experimentos, assimilação de conceitos, etc.

A Figura 1 mostra as principais características do LEM de acordo com Lorenzato (2006).

Figura 1 - Principais características do LEM

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Ainda de acordo com o autor, é importante destacar também algumas objeções quanto à criação do LEM nas escolas: O LEM é caro, exige materiais que a escola geralmente não oferece, não pode ser aplicado em todos os assuntos, exige mais tempo do professor e é difícil de ser aplicado a turmas com grandes números de alunos. Porém, mesmo diante desses pontos negativos, ainda é relevante pensar na criação de um ambiente como esse, uma vez que os benefícios associados ao LEM ampliam o número de possibilidades de se abordar determinados objetos do conhecimento, além de possibilitar a interdisciplinaridade.

2.4 METODOLOGIAS ATIVAS

2.4.1 Metodologias ativas na educação

As metodologias ativas (MAs) são estratégias que buscam colocar o estudante no centro do processo ensino-aprendizagem fazendo com que o mesmo aprenda de forma autônoma e colaborativa. Dessa forma, esse tipo de metodologia estimula a participação do aluno, que se torna o protagonista do processo. Além disso, desenvolve habilidades como o pensamento crítico, a resolução de problemas e o trabalho em equipe. Um dos precursores dessas ideias foi Jhon Dewey (1859-1952). Para Dewey, a educação deve estar relacionada à experiência concreta do aluno, sendo o aprendizado construído por meio da ação, da reflexão e da resolução de problemas reais. Logo, sua proposta era que a aprendizagem ocorresse através do *learning by doing* (aprender fazendo) e da *hands-on* (prática) (Dewey, 1944). Para o aluno, esse tipo de metodologia traz reflexão, engajamento e autonomia enquanto para o professor, a missão de mediar e facilitar o processo de aprendizagem.

> Para desenvolver uma metodologia ativa em sala de aula, é necessário transformar objetivos de ensino do educador em expectativas de aprendizagem para os estudantes. As metodologias ativas de aprendizagem devem propiciar aos educadores recursos e práticas didáticas que permitam o "ensinar" diante de cenários, ambientes e clientela – estudantes e comunidades – com necessidades diversificadas e o "educar" para a compreensão do mundo em que vivemos. (BACICH,e MORAN, 2017, p.102)

Assim, quanto mais o aluno participa ativamente do processo de ensino, por meio da leitura, explicação e debate de conteúdos, maior é sua capacidade de retenção e compreensão. Ainda sobre o trabalho de Bacich e Moran (2017), esses autores mencionam as dificuldades que o professor enfrenta ao abordar ou adequar certos conteúdos curriculares às metodologias ativas em salas de aulas com um grande número de alunos. Ao mesmo tempo que mencionam o fato da evolução e utilização das tecnologias digitais no ensino podem superar essas dificuldades no processo. Observe na Figura 2 a seguir, as principais características das metodologias ativas.

Figura 2 - Características das metodologias ativas

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

No tocante às tecnologias digitais, essas por sua vez, têm colaborado no processo de aprendizagem matemática. Segundo Silva e Souza (2019), essas tecnologias potencializam as abordagens dos conteúdos, permitem uma melhor execução das metodologias ativas na educação, facilitam as investigações, pesquisas e comunicação entre os estudantes, além de auxiliarem o professor na elaboração e execução dessas práticas investigativas.

As MAs fazem parte de um conjunto de estratégias de ensino que colocam o aluno como centro do processo de aprendizagem, rompendo com a passividade das aulas expositivas tradicionais. Entre as abordagens mais consolidadas, destaca-se a sala de aula invertida, que propõe que os conteúdos sejam estudados previamente em casa, liberando o tempo de aula para discussões, resolução de exercícios e atividades colaborativas. A aprendizagem baseada em problemas estimula o raciocínio crítico e a autonomia, ao desafiar os estudantes a investigar e propor soluções para situações-problema complexas, geralmente interdisciplinares. Já a aprendizagem baseada em projetos envolve os alunos na execução de tarefas de longa duração que culminam em um produto final, promovendo a integração de saberes e o trabalho em equipe. O ensino híbrido, por sua vez, combina momentos presenciais com atividades online, flexibilizando o tempo e o espaço de aprendizagem. Outras estratégias, como os jogos educativos e a gamificação, incorporam elementos lúdicos e mecânicas de jogos para tornar a aprendizagem mais envolvente e significativa. Essas metodologias vêm sendo cada vez mais adotadas em diferentes níveis de ensino por favorecerem a motivação, o engajamento e o desenvolvimento de competências socioemocionais e cognitivas.

Veja no Quadro 1, as principais metodologias ativas de ensino.

Quadro 1 - Principais metodologias ativas

PRINCIPAIS METODOLOGIAS ATIVAS DE ENSINO	
METODOLOGIA	**DESCRIÇÃO**
Sala de aula invertida	O conteúdo teórico é estudado em casa (por meio de vídeos, textos, etc.), e o tempo em sala de aula é utilizado para atividades práticas, discussões, resolução de dúvidas e aprofundamento.
Ensino híbrido	Combinação de atividades presenciais e online, aproveitando o melhor de cada ambiente.
Gamificação	A utilização de elementos de jogos para motivar e engajar os alunos, tornando o aprendizado mais divertido e interativo.
Aprendizagem baseada em projetos	Os alunos desenvolvem projetos ao longo do tempo para resolver uma questão ou criar algo concreto.

Aprendizagem baseada em problemas	Os estudantes, em grupos, pesquisam, discutem e propõem soluções, desenvolvendo habilidades investigativas e colaborativas.
Design Thinking	Metodologia que busca a solução de problemas de forma criativa e inovadora, colocando o usuário no centro do processo.
Aprendizagem entre Pares	Os alunos aprendem uns com os outros, trabalhando em grupo e compartilhando conhecimentos.
Cultura maker	Os alunos devem criar as soluções por si só, utilizando os conhecimentos aprendidos em sala de aula
Estudo de casos	Os alunos analisam situações reais ou fictícias para desenvolver pensamento crítico e tomada de decisão.
Pesquisas de campo	São práticas que possibilitam que o ensino, o engajamento e a prática do pensamento analítico aconteçam fora do ambiente da sala de aula.
Oficinas	As atividades propostas associam a vivência prática com o conteúdo teórico da disciplina, sendo amplamente adotada como uma das bases da cultura *maker*.

Fonte: Adaptado de Assunção e Silva (2020).

2.4.2 Metodologias ativas e a BNCC

A BNCC aborda tais metodologias ativas como estratégias pedagógicas essenciais para desenvolver as competências gerais da Educação Básica. Embora o documento não mencione explicitamente termos como "sala de aula invertida" ou "gamificação", seus princípios e diretrizes alinham-se diretamente com os fundamentos das metodologias ativas.

A seguir, destacam-se algumas habilidades da BNCC que evidenciam essa conexão:

Ensino Fundamental – Anos Finais

- **(**EF06MA33**)** Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
- (EF07MA33) Estabelecer o número pi como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

- (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
- (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

Ensino Médio

- (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.
- (EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

Essas habilidades evidenciam o estímulo da BNCC ao emprego de diversas estratégias didáticas, dentre elas as tecnologias digitais, as quais contribuem para uma abordagem mais interativa e centrada no aluno. Dessa forma, as metodologias ativas surgem como ferramentas de transformação do ensino da Matemática, com base na relevância citada. Sendo assim, é possível afirmar que a implementação de tais facilitadores se desenvolve em conformidade com os princípios orientadores da Base Nacional. Dessa forma, a prática pedagógica torna-se mais significativa e inclusiva, voltando-se ao pleno desenvolvimento do estudante.

2.5 OBJETOS DE ESTUDO

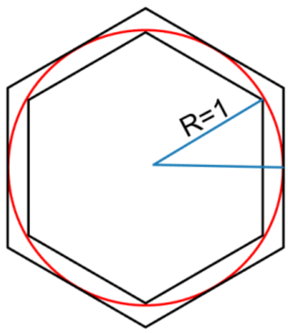
Para o desenvolvimento desta pesquisa, foram selecionados alguns objetos de estudo com base no currículo de Matemática proposto pela BNCC. Observa-se que, em muitos casos, esses conteúdos são apresentados aos alunos de forma que não os instiga a questionar ou compreender os fundamentos que justificam sua veracidade. A Educação Matemática tem como compromisso pedagógico, transcender a transmissão de fórmulas e procedimentos, incentivando uma postura crítica e reflexiva por parte dos estudantes, instigando-os a explorar o conhecimento matemático em profundidade (Skovsmose, 2000, 2008).

2.5.1 O número pi

Um dos objetos de estudo abordados, durante essa pesquisa, foi a descoberta e o significado do número pi. Tal número representa a razão entre o perímetro de um círculo (circunferência) e o seu diâmetro. Ao estudar o conjunto dos números irracionais, é imprescindível o conhecimento sobre o número pi, cujo valor é de aproximadamente 3,14.. Porém, muitos alunos apenas memorizam esse número, sem realmente entender o real significado do mesmo e o que ele representa.

Desde a antiguidade, muitos estudiosos da matemática têm contribuído para o cálculo, cada vez mais preciso, do valor do número pi. Por volta de 2000 a.C., os babilônicos já usavam como aproximação o valor 25/8 = 3.125. Enquanto isso, os egípcios utilizavam a ideia de que um círculo de diâmetro 9, tinha a mesma área que de um quadrado de lado 8, isto é, para eles, $\pi = 256/81 \approx 3{,}1604$ (Dantas, 2013, p. 40). Um dos feitos mais marcantes na história em relação ao valor de π foi quando Arquimedes de Siracusa (287 a.C - 212 a.C.) calculou, por meio de aproximações de perímetros de polígonos inscritos e circunscritos a uma mesma circunferência de raio 1, o valor aproximado para π de 3,141003. Na Figura 3 está representado o ponto de partida dos cálculos feitos por Arquimedes.

Figura 3 - Método de Arquimedes



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Nesse ponto inicial, Arquimedes pôde perceber que o comprimento da circunferência (C) estava limitado entre o perímetro do hexágono inscrito (P_i) e o perímetro do hexágono circunscrito (P_c), ou seja, $P_i < C < P_c$. Para esse primeiro caso, isso significa que $3 < \pi < \sqrt{12}$. Porém, após algumas iterações, duplicando o número de lados dos polígonos, ele conseguiu chegar a 96 lados, o que resultou na desigualdade $3{,}14084 < \pi < 3{,}142858$ (Dellajustina; Martins, 2014).

Essa mesma ideia foi utilizada por vários matemáticos por mais de 1800 anos. No Quadro 2 abaixo, temos algumas aproximações encontradas e seus respectivos descobridores no decorrer da história.

Quadro 2 - Evolução histórica dos valores aproximados de π (Pi)

Data	Pessoa / civilização	Valor aproximado	Observações
~1900 a.C.	Babilônios	3,125	Usavam a fração 25/8 em tábuas de argila.
~1650 a.C.	Egípcios (Papiro de Rhind)	3,1605	Usavam $(16/9)^2$ como aproximação.
~250 a.C.	Arquimedes de Siracusa	Entre 3,1408 e 3,1429	Método de polígonos inscritos e circunscritos.
~150 d.C.	Cláudio Ptolemeu	3,1416	Aproximação em sua obra Almagesto.
~263 d.C.	Liu Hui (China)	3,1416	Polígonos de 96 lados.
~480 d.C.	Zu Chongzhi (China)	3,1415926	Usou a fração 355/113.
~499 d.C.	Aryabhata (Índia)	3,1416	Fração 62832/20000.
1706	John Machin	100 casas decimais	Fórmulas com arctg para alta precisão.
1761	Johann Lambert	—	Prova da irracionalidade de π.
1882	Ferdinand von Lindemann	—	Prova de que π é transcendental.
1949	John von Neumann (ENIAC)	2.037 casas decimais	Primeiro uso de computador para calcular π.
2016	Peter Trueb	22,4 trilhões de dígitos	Usou supercomputadores e algoritmos avançados.
2019	Timothy Mullican	50 trilhões de dígitos	Recorde mundial até então, usando software personalizado.
2022	Emma Haruka Iwao (Google)	100 trilhões de dígitos	Usou o Google Cloud e quebrou o recorde anterior.

Fonte: Adaptado de "The Quest for Pi" " e "Calculating 100 trillion digits of pi on Google Cloud"

Em junho de 2022, Emma Haruka Iwao, desenvolvedora do *Google Cloud*, estabeleceu um novo recorde ao calcular pi com 100 trilhões de dígitos. Utilizando o programa *y-cruncher* e a infraestrutura do *Google Cloud*, o cálculo levou aproximadamente 158 dias e processou cerca de 82 *petabytes* de dados. Eventos posteriores relacionados ao cálculo do valor aproximado do valor de pi ocorrem principalmente como métrica para disputa e testes de supercomputadores de última geração.

2.5.2 Desigualdade triangular

O triângulo, entre outras características, possui uma condição de existência quanto às medidas de seus lados, e essa condição está associada à desigualdade triangular. Tal desigualdade estabelece que: a soma das medidas de dois lados quaisquer de um triângulo é sempre maior que, ou igual à medida do seu terceiro lado (Muniz Neto, 2022, pág 50). No caso da igualdade, o triângulo é conhecido como triângulo degenerado.

Algebricamente, dados a e b $\in \mathbb{R}$, então,

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

Demonstração:

Sabemos, pela definição de módulo, que

$$|x| \leq y \iff -y \leq x \leq y, \text{ onde } x, y \in \mathbb{R}, \text{ com } y \geq 0.$$

Então, para mostrar que $|a + b| \leq |a| + |b|$ é válido para quaisquer a, b $\in \mathbb{R}$, basta mostrar que $-(|a| + |b|) \leq |a + b| \leq |a| + |b|$

i) $|a + b| \leq |a| + |b|$

Como, $|x| = \begin{cases} x, se\ x \geq 0 \\ -x, se < 0 \end{cases}$, $\forall\, x \in \mathbb{R}$, então $x \leq |x|$ e $-x \leq |x|$ $\forall\, x \in \mathbb{R}$.

Assim, se $a + b \geq 0$, temos

$$|a + b| = a + b \leq |a| + |b|, \text{ pois } a \leq |a| \text{ e } b \leq |b|$$

Se $a + b < 0$, temos

$$|a + b| = -(a + b) \leq |a| + |b|, \text{ pois, } -a \leq |a| \text{ e } -b \leq |b|$$

Em ambos o s casos, temos $|a + b| \leq |a| + |b|$

ii) $-(|a| + |b|) \leq |a + b|$

Temos

$$-(|a| + |b|) \leq 0 \leq |a + b|,$$

que implica em,

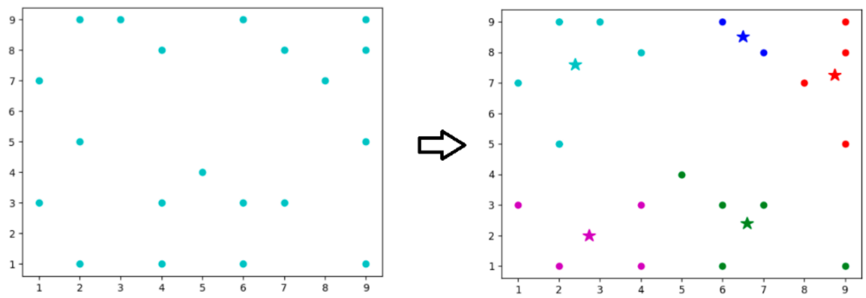
$$-(|a| + |b|) \leq |a + b|.$$

Por (i) e (ii) concluímos que

$$|a + b| \leq |a| + |b|.$$

A desigualdade triangular tem aplicações importantes em várias áreas do conhecimento, como Física, Geometria, Computação, etc. Um exemplo prático de sua aplicação está presente em algoritmos de otimização como o Algoritmo de *k-Means*. Esse Algoritmo utiliza a desigualdade para reduzir o número de cálculos computacionais na execução de uma determinada tarefa. Algumas propostas para acelerar o *k-Means* se utilizam de uma propriedade que tem origem na geometria euclidiana, conhecida como desigualdade triangular, para acelerar o tempo de execução do algoritmo. A adequação do *k-Means* para o emprego dessa propriedade permite que muitos cálculos realizados pelo algoritmo possam ser evitados e, com isso, o seu tempo de execução é acelerado. (Matte, 2020, p. 50) O *K-Means* é um algoritmo de Machine Learning (subárea da Inteligência Artificial) baseado em aprendizado não supervisionado. Além disso, o algoritmo se baseia em cálculos de distância entre pontos, e através dessa métrica é definido a qual grupo seu dado pertencerá. Observe a ilustração na Figura 4.

Figura 4 - Agrupamento induzido pelo algoritmo *k-Means*



Fonte: Adaptado de Matte (2020)

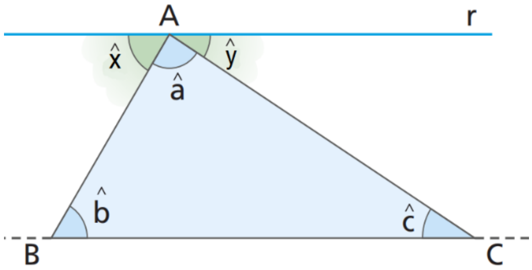
A grosso modo, por um processo de triangulação, o algoritmo escolhe pontos aleatórios como "centros" dos grupos; identifica qual ponto do gráfico está mais perto de qual centro, e o atribui a esse grupo; atualiza os centros, colocando-os no meio de cada grupo; repete o processo até que os grupos fiquem estáveis (ou seja, quase não mudem mais). Nesse processo o algoritmo usa a desigualdade triangular para reduzir o número de iterações.

2.5.3 Soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer

Outra característica que todos os triângulos apresentam é que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre 180 graus. Essa propriedade é verdadeira para todos os tipos de triângulos, independentemente do seu formato ou tamanho.

Demonstração: Considere um triângulo qualquer ABC, como na Figura 5 a seguir. Seja r uma reta paralela ao lado BC, contendo o vértice A.

Figura 5 - Soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Como r // BC, temos que $\hat{x} = \hat{b}$ (ângulos alternos internos) e $\hat{y} = \hat{c}$ (ângulos alternos internos).

Além disso, note que, $\hat{x} + \hat{a} + \hat{y} = 180^{\circ}$, o que implica em $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180^{\circ}$, como queríamos provar.

2.5.4 Sequência de Fibonacci e a razão áurea

A sequência de Fibonacci, denotada por (F_n), é uma sequência numérica infinita, cujos dois primeiros termos são iguais a 1. A partir do terceiro termo, cada elemento da sequência é obtido pela soma dos dois termos anteriores. Assim, temos

$$F_n : \ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...$$

Essa sequência foi apresentada ao Ocidente por Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci, em sua obra Liber Abaci, publicada em 1202. Embora já conhecida por matemáticos indianos desde o século VI (Koshy, 2001), a divulgação feita por Fibonacci foi um marco para a matemática na Europa. Uma de suas características mais fascinantes é o fato de que a razão entre dois termos consecutivos se aproxima progressivamente do número de ouro à medida que se toma termos maiores da sequência.

O número de ouro, ou número áureo, é uma constante irracional, representado pela letra grega ϕ (phi), cujo valor é dado por:

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}6180339887 \ldots$$

Menos conhecido que o número π, esse número aparece em contextos geométricos, artísticos e até na natureza. Na arte, por exemplo, ele é aplicado na construção de retângulos áureos, produzindo formas que muitas vezes são associadas a proporções consideradas esteticamente harmoniosas.

Suponha que eu lhe pergunte: o que o encantador arranjo de pétalas numa rosa vermelha, o famoso quadro "O Sacramento da Última Ceia", de Salvador Dalí, as magníficas conchas espirais de moluscos e a procriação de coelhos têm em comum? É difícil de acreditar, mas esses exemplos bem díspares têm em comum um certo número, ou proporção geométrica, conhecido desde a Antiguidade, um número que no século XIX recebeu o título honorífico de "Número Áureo", "Razão Áurea" e "Seção Áurea". (Livio, Mario, 2008, p. 16)

Na perspectiva educacional, o estudo da sequência de Fibonacci e da razão áurea proporciona aos estudantes a oportunidade de explorar relações entre a matemática (aritmética, geometria, proporção), a natureza e a arte, despertando neles a curiosidade e promovendo uma aprendizagem significativa. Encontrar padrões na natureza pode levar o aluno a ter uma percepção mais ampla da realidade e com isso perceber a importância da aprendizagem matemática no cotidiano.

2.5.5 O plano cartesiano

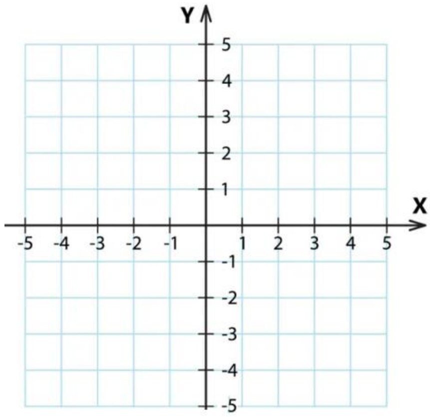
O plano cartesiano, também conhecido como sistema de coordenadas cartesianas, é uma ferramenta importante da matemática, pois estabelece uma relação importante entre a geometria e a álgebra. Seu nome está associado ao seu criador, o filósofo e matemático René Descartes (1596-1650), que no século XVII propôs a ideia de representar geometricamente relações algébricas, unificando duas áreas antes tratadas separadamente, marcando assim, o início da Geometria Analítica (Santos; Cruz, 2016, p. 31).

Figura 6 - René Descartes

Fonte: por Frans Hals

Como já mencionado, o plano cartesiano (Figura 7) é um sistema de coordenadas cartesianas constituídos por dois eixos perpendiculares entre si. São eles, O_x (eixo das abscissas) e O_y (eixo das ordenadas), que se cruzam na origem O. Os eixos ortogonais O_x (eixo horizontal) e O_y (eixo vertical) dividem o plano cartesiano em quatro regiões chamadas quadrantes, que são numerados no sentido anti-horário, a partir do quadrante superior direito. Denotamos um ponto P de coordenadas (m, n) por P(m, n).

Figura 7 - Plano Cartesiano



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Essa estrutura permite representar graficamente funções, equações, formas geométricas e vetores, tornando-se uma ferramenta relevante para a matemática desde o ensino básico ao avançado. Do ponto de vista pedagógico, o plano cartesiano possibilita aos alunos a sistematização do plano, da localização, simetria e das relações entre grandezas. Além disso, sua utilização em atividades práticas, como jogos de localização, desafios geométricos e softwares educacionais, torna o processo de aprendizagem mais interativo e significativo, uma vez que, ao reproduzir o plano cartesiano, essa reprodução pode tornar-se um material manipulável, isto é, tornar-se "instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem" (Lorenzato, 2006, p 18).

2.5.6 A torre de Hanói

A Torre de Hanói é um quebra-cabeça matemático criado pelo matemático francês Édouard Lucas em 1883. A lenda que envolve sua criação relata que, em um templo indiano, monges realizavam uma tarefa divina com 64 discos de ouro. Quando essa tarefa fosse concluída, o mundo chegaria ao fim. Embora fictícia, essa narrativa simbólica contribui para o fascínio em torno do problema e pode ser aproveitada como elemento motivador nas práticas pedagógicas (D'Ambrosio, 2012).

O quebra-cabeça consiste em três hastes e um conjunto de discos de tamanhos distintos, empilhados de forma decrescente (Figura 8). O objetivo é transferir todos os discos de uma haste para outra, movendo um disco por vez e nunca colocando um disco maior sobre um menor. A solução do problema envolve raciocínio lógico, identificação de padrões e pensamento recursivo.

Figura 8 - Torre de Hanoi com 10 discos

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Do ponto de vista pedagógico, a Torre de Hanói se destaca como uma atividade lúdica que permite o desenvolvimento de competências previstas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), tais como o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a argumentação (BRASIL, 2018). Além disso, a atividade possibilita a introdução de conceitos como progressões, sequências numéricas, algoritmos e funções recursivas, mesmo em níveis iniciais da educação básica (Zabala, 1998).

3 MATERIAL E MÉTODOS

As práticas mencionadas neste trabalho compõem um apanhado de atividades investigativas nas quais os educandos puderam investigar propriedades estudadas, testar teoremas, construir materiais manipuláveis e fazer o uso dos mesmos, construindo assim o próprio conhecimento matemático juntamente com o professor por meio de experiências. São apresentadas a seguir algumas das práticas que compõem o apanhado de atividades investigativas estudadas durante a pesquisa:

- Experimento envolvendo o número π (calculando a razão entre as medidas de circunferência e diâmetro de objetos circulares de diferentes tamanhos);
- Experimento da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer (a partir de desenhos de triângulos feitos pelos próprios alunos);
- Análise da condição de existência de um triângulo (a partir de recortes de canudos);
- Adaptação do jogo batalha naval para um estudo sobre o plano cartesiano.
- Estudo sobre sequências utilizando como objeto de estudo o quebra-cabeça Torre de Hanói;
- Exploração da sequência de Fibonacci e a relação com o número de ouro.

No Quadro 3 temos as habilidades relacionadas a cada prática ou experimento feitos durante o desenvolvimento das atividades. Estas, foram aplicadas por meio de oficinas.

Quadro 3 - Habilidades trabalhadas nas oficinas

OFICINA/TEMA	HABILIDADES
Experimento sobre π	(EF07MA27) Estabelecer o número π (pi) como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.
Desigualdade triangular	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
Soma dos ângulos internos de um triângulo	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
Batalha naval no plano cartesiano	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Explorando a sequência de Fibonacci	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

	(EF07MA19) Localizar no plano cartesiano pontos (coordenadas) que representam os vértices de um polígono e realizar transformações desses polígonos, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
Torre de Hanói (sequências)	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes. (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Autor: Adaptado da BNCC

No final do processo, após a execução das oficinas didáticas propostas, foi feita uma análise de dados com o objetivo de sondar, dentre outros fatores, a eficácia da metodologia aplicada durante toda a pesquisa. Para tanto, foi aplicado um questionário avaliativo-comparativo. A análise de dados foi conduzida utilizando estatística descritiva.

3.1 MODALIDADE DE PESQUISA

A sondagem para a pesquisa foi feita por meio de dados coletados em sala de aula por meio de questionários diagnósticos (pré-teste) e avaliativos (atividades e pós-teste), além de uma análise de resultados de avaliações do Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAED). O tipo de pesquisa foi experimental. A escolha do procedimento metodológico teve relação direta com a necessidade de atingir os objetivos da pesquisa.

3.2 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Além de questionários (diagnósticos, comparativos e avaliativos) aplicados ao público-alvo, a pesquisa também contou com um questionário aplicado a professores atuantes no ensino de matemática para uma análise de seus pontos de vista a respeito da metodologia utilizada na pesquisa. Foram realizadas observações no decorrer da execução do projeto, para um melhor apanhado de dados da pesquisa.

3.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

Alunos dos anos finais do Ensino fundamental da Escola Municipal Claro Lima, localizada na zona urbana do município de Francisco Ayres-PI, mais especificamente alunos das turmas de 9º ano "A" e 9º ano "B". Como critérios para a escolha, foram considerados: frequência escolar acima de 75% e participação do aluno em, pelo menos cinco das seis oficinas realizadas durante o projeto. A escolha desse grupo se deu, principalmente, devido ao grande número de lacunas desses alunos em relação ao processo de aprendizagem matemática.

A participação na pesquisa foi voluntária. Os participantes foram informados sobre a natureza, os objetivos, os procedimentos e benefícios da pesquisa antes de concordarem em participar. Os dados pessoais dos participantes foram mantidos em sigilo e protegidos contra acessos não autorizados.

3.4 OFICINAS: PRÁTICAS E EXPERIMENTOS

Após a exposição do projeto de pesquisa e a realização do pré-teste junto às turmas selecionadas, deu-se início às oficinas. Ao todo, foram realizadas 6 oficinas. Em cada oficina foi realizado um experimento ou prática nos quais os alunos puderam, com o auxílio do professor, explorar na prática o objeto de estudo proposto. No início de cada atividade houve a apresentação do tema e explicação dos objetivos a serem alcançados.

Cada oficina teve a duração de 60 minutos (1 aula) e abordou um tema específico da matemática, com o propósito de que essa abordagem fosse efetivada de modo exploratório e investigativo, contrastando com os métodos tradicionais, a fim de verificar sua eficácia.

3.4.1 Aplicação do pré-teste

Para obtermos um diagnóstico dos conhecimentos dos alunos participantes da pesquisa, foi aplicado um pré-teste antes da execução das oficinas. A referida atividade era composta de 10 questões objetivas e tinha como objetivo diagnosticar o nível de conhecimento e as possíveis deficiências pedagógicas dos alunos em relação às habilidades associadas aos conteúdos que em seguida foram abordados nas oficinas.

3.4.2 Oficina 1: Experimento sobre o número π

Iniciamos a primeira oficina com uma breve roda de conversa sobre o número π, foram abordadas questões sobre o seu valor e o que o mesmo representa. Foi solicitado, antecipadamente, que os alunos trouxessem objetos circulares para utilizá-los no experimento.

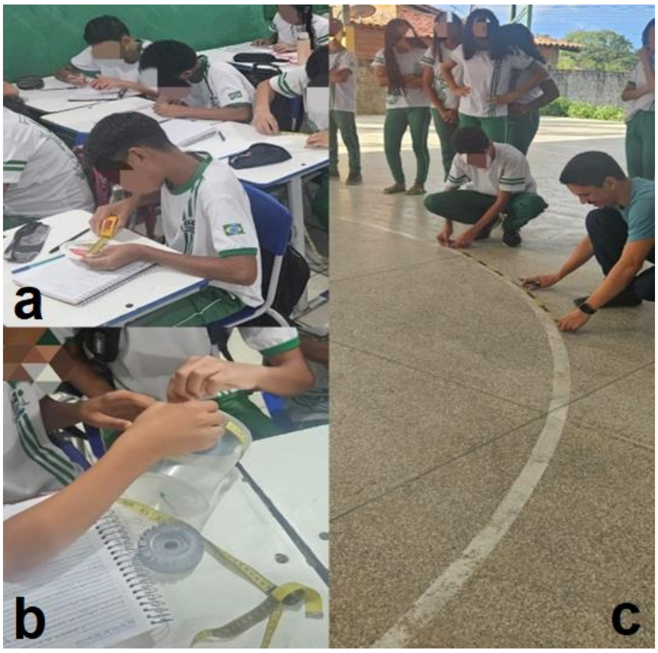
Quadro 4 - Plano da oficina 1

OFCINA 1: **EXPERIMENTO SOBRE O NÚMERO PI**
Objeto do conhecimento: Números irracionais; constante π (pi)
Objetivos
Compreender, por meio de um experimento, a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro. Favorecer a construção coletiva do conhecimento a partir da prática investigativa.
Habilidade da BNCC
(EF07MA27) Estabelecer o número π (pi) como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.
Materiais Utilizados
➢ Barbante, régua e fita métrica ➢ Objetos circulares de diferentes tamanhos (copos, latas, tampas, recipientes) ➢ Papel, lápis e calculadora ➢ Fichas de registro

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025

Após a coleta de dados, os grupos compartilharam suas descobertas. Foi possível observar que, independentemente do tamanho do objeto, a razão entre o comprimento e o diâmetro se aproximava sempre de um mesmo valor, cerca de 3,14, introduzindo, assim, o conceito do número π. A atividade permitiu que os alunos chegassem, por meio da prática, à compreensão de que π é uma constante.

Figura 9 - Medição da circunferência e do diâmetro de objetos circulares variados



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Numa das fotos apresentadas na Figura 9 (c), temos a verificação no círculo central (grande) de uma quadra poliesportiva. Na ocasião, foram registradas as medidas 18,2m de circunferência e 5,8m de diâmetro. Assim, obteve-se como razão o valor 3,138. Muitos se surpreenderam ao notar que essa razão se mantinha praticamente a mesma em todos os casos. Essa percepção favoreceu uma compreensão mais significativa do conceito, superando a simples memorização do valor.

3.4.3 Oficina 2: Condição de existência de um triângulo com canudos

Uma das oficinas desenvolvidas no âmbito desta pesquisa teve como objetivo a exploração da desigualdade triangular, conceito fundamental na Geometria. A oficina teve como propósito investigar, de maneira experimental, a desigualdade triangular, condição necessária para a existência de um triângulo. Para isso, os alunos utilizaram canudos de diferentes tamanhos, cortados em três partes (um maior, um médio e um menor), a fim de tentar formar triângulos.

Quadro 5 - Plano da oficina 2

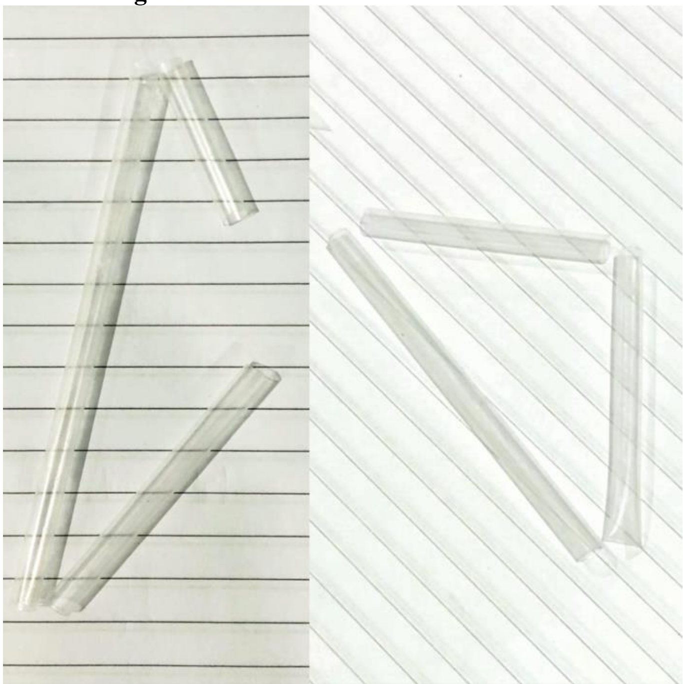
OFCINA 2: **CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DE UM TRIÂNGULO COM CANUDOS**
Objeto do conhecimento: Condição de existência de triângulos
Objetivo
Reconhecer e compreender a condição de existência de um triângulo, ou seja, a relação entre as medidas dos lados para que um triângulo seja possível de ser construído.
Habilidade da BNCC
(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
Materiais Utilizados
➢ Canudos ou palitos ➢ Tesouras

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025

- **Desenvolvimento da atividade**

A proposta consistiu em uma atividade prática e investigativa, na qual os alunos receberam canudos de plásticos e foram orientados a cortá-los em três partes de tamanhos diferentes — uma maior, uma média e uma menor — e, em seguida, tentar formar um triângulo unindo essas partes pelas extremidades (Figura 10).

Figura 10 - Resultados dos alunos A7 e A8



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Durante a realização da atividade, a maioria dos alunos conseguiu formar triângulos, mas seis deles não obtiveram sucesso. Essa diferença nos resultados despertou a curiosidade da turma e motivou uma discussão coletiva. A partir das observações empíricas, foi possível conduzir os estudantes à descoberta de uma condição essencial para a existência de um triângulo: a soma dos comprimentos de quaisquer dois lados deve ser maior que o comprimento do terceiro lado.

A oficina mostrou-se eficaz na construção do conceito de desigualdade triangular de forma significativa, pois os alunos puderam experimentar, testar possibilidades e chegar a uma conclusão por meio da própria experiência. Essa abordagem contribuiu não apenas para a aprendizagem do conteúdo, mas também para o desenvolvimento do pensamento crítico e da argumentação matemática.

3.4.4 Oficina 3: Verificação da soma dos ângulos internos de triângulos

A terceira oficina proposta aos alunos teve como objetivo verificar, por meio de uma abordagem prática e investigativa, a propriedade geométrica de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180 graus.

Quadro 6 - Plano da oficina 3

OFCINA 3: **VERIFICAÇÃO DA SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE TRIÂNGULOS**
Objeto do conhecimento: Propriedades dos polígonos; ângulos internos de triângulos.
Objetivo
Verificar, por meio de uma abordagem prática e investigativa, a propriedade geométrica de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180 graus.
Habilidade da BNCC
(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
Materiais Utilizados
➢ Régua ➢ Folha A4 ➢ Lápis de cor

Fonte: Elaborado pelos autores

- **Desenvolvimento da atividade**

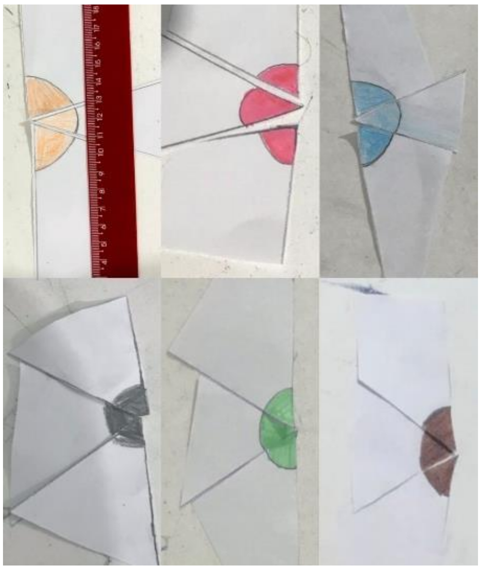
A atividade foi desenvolvida de forma simples, mas eficaz: os estudantes receberam folhas de papel nas quais desenharam triângulos de diferentes formas (acutângulos, retângulos e obtusângulos), coloriram os ângulos internos dos triângulos (Figura 11) e recortaram essas figuras em três partes.

Figura 11 - Alunos desenhando e recortando triângulos

Fonte: Elaborado pelos autores 2025.

Após o recorte, os alunos foram orientados a destacar os vértices (ângulos) de cada triângulo e reposicioná-los lado a lado, sobre uma linha reta. Ao juntarem os três ângulos com os vértices coincidindo no mesmo ponto, os estudantes observaram que eles se alinharam perfeitamente ao longo da linha, indicando que a soma correspondia a um ângulo raso, ou seja, 180 graus. Na Figura 12 temos os resultados de alguns alunos.

Figura 12 - Experimento soma dos ângulos



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Essa atividade despertou curiosidade e engajamento, pois permitiu que os alunos participassem ativamente do processo de construção do conhecimento. Muitos deles demonstraram surpresa ao constatar que, independentemente da forma do triângulo, a soma dos ângulos internos era sempre a mesma. A abordagem prática facilitou a compreensão de um conceito que, muitas vezes, é apresentado apenas de forma teórica. Como defende Lorenzato (2006), atividades com material manipulável favorecem a aprendizagem significativa, pois permitem que o aluno "faça para compreender".

3.4.5 Oficina 4: Explorando a sequência de Fibonacci e o número de ouro

A quarta oficina teve como objetivo apresentar aos alunos a sequência de Fibonacci, bem como sua relação com o número de ouro (ou número áureo), por meio de uma abordagem investigativa e visual. A atividade foi pensada para estimular a curiosidade matemática dos estudantes, mostrando como padrões numéricos simples podem estar relacionados à arte, a natureza e a proporção áurea.

Quadro 7 - Plano da oficina 4

OFCINA 4: **EXPLORANDO A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI E O NÚMERO DE OURO**
Objeto do conhecimento: Condição de existência de triângulos
Objetivo
➢ Investigar regularidades em sequências recursivas; ➢ Expressar uma sequência através de um fluxograma, identificando sua recursividade.
Habilidade da BNCC
(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Materiais Utilizados
➢ Folha quadriculada ➢ Folha A4 (em branco) ➢ Calculadora ➢ Projetor

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

- **Desenvolvimento da atividade**

A oficina teve início com a escrita dos primeiros termos da sequência de Fibonacci na lousa, iniciando por 0 e 1, e prosseguindo até o número 21. Em seguida, foi proposto aos alunos que descobrissem o próximo termo da sequência. Rapidamente, alguns estudantes perceberam a regularidade da formação — a soma dos dois termos anteriores — e conseguiram indicar corretamente o número 34 como o próximo termo. A identificação da regularidade foi um ponto de partida importante para a compreensão do padrão e despertou o interesse de toda a turma.

Após esse momento inicial, foram apresentadas algumas curiosidades históricas sobre a sequência e seu criador, Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci. Discutiu-se também como essa sequência aparece em fenômenos naturais, como o arranjo das pétalas das flores e a disposição das sementes no girassol.

Na etapa seguinte, os alunos foram convidados a escolher diferentes pares de números consecutivos da sequência de Fibonacci e realizar a divisão de cada termo pelo anterior. Com isso, puderam observar que, à medida que os termos cresciam, a razão entre eles se aproximava do número 1,618..., conhecido como número áureo (ou número de ouro). Essa experiência simples, mas significativa, permitiu que os estudantes percebessem empiricamente a tendência dessa razão, contribuindo para uma compreensão intuitiva do conceito.

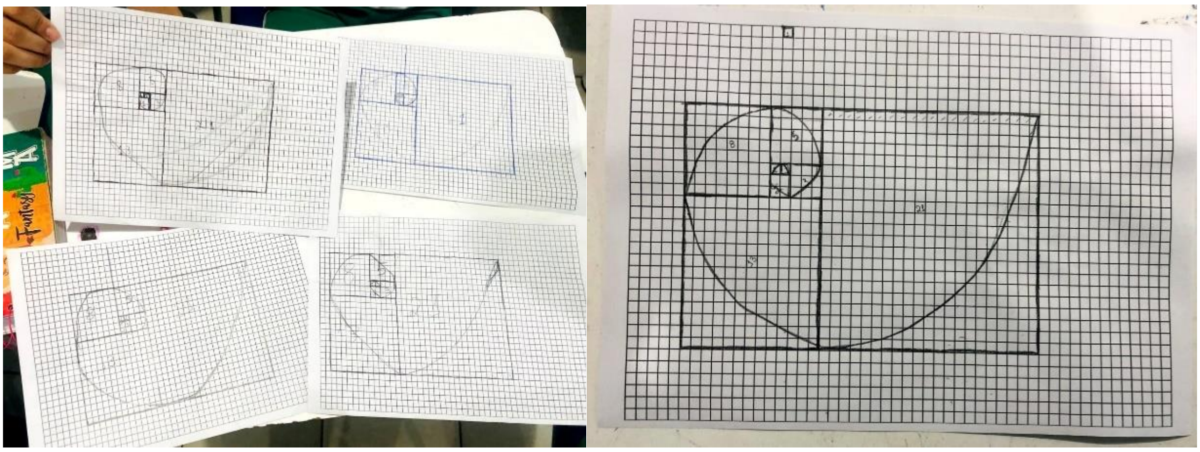
Para aprofundar o tema, foi exibido à turma o vídeo da BBC News intitulado *"O que é a sequência de Fibonacci e por que é chamada de 'código secreto da natureza'"* (BBC News, 2022), que contextualiza e ilustra aplicações do número áureo em diferentes áreas do conhecimento, como arte, arquitetura e natureza. A exibição (Figura 13) foi acompanhada de comentários e perguntas, promovendo um momento de reflexão e ampliação do olhar dos estudantes sobre o conteúdo abordado.

Figura 13 - Exibição do vídeo sobre a sequência de Fibonacci

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Encerrando a oficina, cada aluno recebeu uma folha com malha quadriculada e foi orientado a construir um retângulo áureo, partindo de um quadrado com área de 1 unidade. A partir dessa construção, também foi traçada a espiral áurea, unindo arcos de circunferência que tangenciam os quadrados construídos (Figura 14).

Figura 14 - Espirais construídas pelos alunos



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

A atividade prática favoreceu para a visualização geométrica da relação entre a sequência de Fibonacci e a proporção áurea, tornando o conteúdo mais concreto e acessível. A oficina mostrou-se enriquecedora, proporcionando uma experiência rica de aprendizado que uniu matemática, história, natureza e arte de forma integrada e significativa.

3.4.6 Oficina 5: Adaptação do jogo Batalha Naval para o plano cartesiano

A atividade foi estruturada em três momentos principais: introdução teórica, fixação do conteúdo e aplicação prática por meio do jogo. Nesta oficina, o objetivo foi introduzir e explorar o conceito de plano cartesiano de forma lúdica e interativa, utilizando um jogo adaptado da tradicional Batalha Naval.

Quadro 8 - Plano da oficina 5

OFCINA 5: **ADAPTAÇÃO DO JOGO BATALHA NAVAL PARA O PLANO CARTESIANO**
Objetos do conhecimento: Sistema de coordenadas cartesianas; localização de pontos no plano.
Objetivo

Explorar o conceito de plano cartesiano de forma lúdica e recompor habilidades relacionadas a sistemas de coordenadas.
Habilidade da BNCC
➢ (EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono. ➢ (EF07MA19) Localizar no plano cartesiano pontos (coordenadas) que representam os vértices de um polígono e realizar transformações desses polígonos, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
Materiais Utilizados
➢ Tabuleiros impressos ➢ Lápis ou caneta

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

- **Desenvolvimento da atividade**

Inicialmente, foram apresentados aos alunos os conceitos fundamentais do plano cartesiano, como os dois eixos perpendiculares (eixo das abscissas e eixo das ordenadas), a origem, os quadrantes e a representação de pontos por pares ordenados. Aproveitei este momento para contextualizar historicamente o surgimento do plano cartesiano, mencionando brevemente o matemático e filósofo René Descartes e como sua ideia permitiu a união da álgebra com a geometria. Em seguida, propus atividades simples de localização de pontos no plano, para que os alunos se familiarizassem com a leitura e a marcação correta de coordenadas. Cada aluno teve a oportunidade de identificar e marcar pontos em um plano cartesiano desenhado em folha ou no quadro, o que ajudou na fixação do conteúdo. Após essa fase introdutória, expliquei as regras do jogo "Batalha Naval no Plano Cartesiano", que consiste em posicionar navios em pontos estratégicos do plano e tentar descobrir a localização dos "navios inimigos" por meio da indicação de pares ordenados.

Figura 15 - Duplas disputando Batalha naval

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

A cada rodada, os alunos alternavam jogadas, dizendo um ponto no plano (por exemplo, P(−3,2)); o oponente então confirmava se havia ou não um navio naquela posição. O jogo seguiu com bastante engajamento e participação ativa da turma.

Figura 16 - Registros de ataques nos tabuleiros

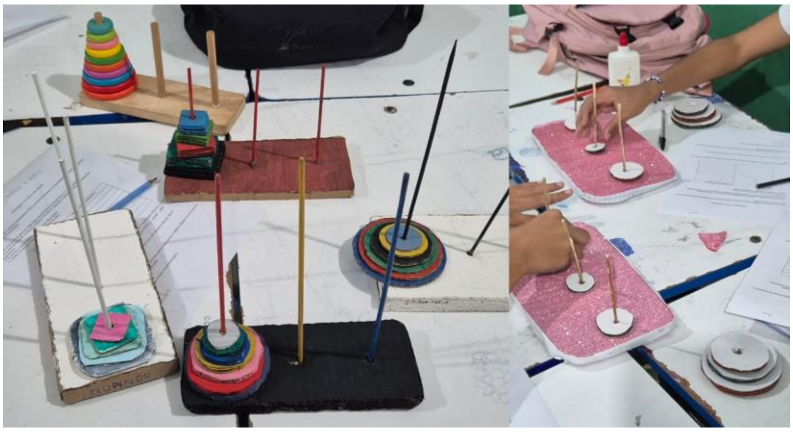
Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

A oficina permitiu aos alunos compreenderem de maneira concreta e divertida os fundamentos do plano cartesiano, ao mesmo tempo em que desenvolveram o raciocínio espacial, a atenção e a precisão na leitura e escrita de coordenadas. A abordagem lúdica do jogo contribuiu para tornar a aprendizagem mais significativa, e a maioria dos alunos demonstrou grande interesse e envolvimento ao longo da atividade.

3.4.7 Oficina 6: Estudo de sequências com a Torre de Hanói

A oficina iniciou-se com a apresentação do clássico quebra-cabeça da Torre de Hanói, atribuído ao matemático Édouard Lucas no século XIX. Utilizamos versões concretas do jogo, com três pinos e discos de diferentes tamanhos, construídas antecipadamente pelos alunos (Figura 17).

Figura 17 - Quebra-cabeças construídos pelos alunos



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Os estudantes utilizaram materiais simples e recicláveis (como papelão, isopor, palitos de madeira, entre outros) para montar seus próprios conjuntos da Torre de Hanói.

Quadro 9 - Plano da oficina 6.

OFCINA 6: **ESTUDO DE SEQUÊNCIAS COM A TORRE DE HANÓI**
Objeto do conhecimento: Sequências numéricas
Objetivo
➢ Estimular o reconhecimento de padrões e regularidades em sequências numéricas. ➢ Promover o desenvolvimento do raciocínio lógico, algorítmico e da capacidade de generalização. ➢ Introduzir de forma intuitiva o conceito de função como relação entre variáveis.
Habilidade da BNCC

➢ (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. ➢ (EF08MA11) – Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes. ➢ (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
Materiais Utilizados
➢ Papelão ➢ Isopor ➢ Palitos de madeira ➢ Tinta guache

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

- **Desenvolvimento da atividade**

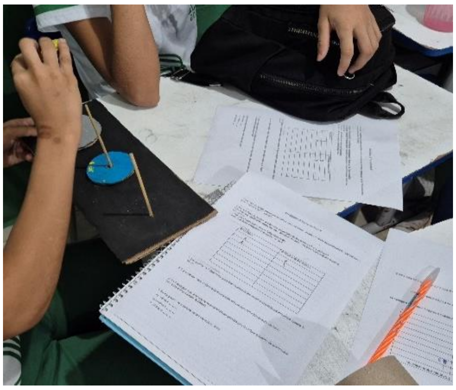
Após a explicação das regras (mover apenas um disco por vez e nunca colocar um disco maior sobre um menor), os alunos resolveram a Torre com três discos, e, em seguida, com quatro e cinco discos, à medida que compreendiam a lógica do jogo. Em cada etapa, anotavam o número mínimo de movimentos necessários para completar o desafio.

Figura 18 - Alunos resolvendo a Torre de Hanoi

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

A partir desses dados, os alunos observaram a sequência numérica formada: 1, 3, 7, 15, 31... Com orientação, foram incentivados a identificar o padrão e criar hipóteses. Em grupo, chegaram à fórmula geral $M = 2^n - 1$, relacionando o número de discos (n) ao número mínimo de movimentos (M).

Figura 19 - Anotações do número de movimentos e discos



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Esse processo permitiu introduzir, de forma intuitiva, a ideia de função: cada valor de entrada (n) possui uma única saída M(n), representando uma relação entre duas variáveis. A atividade também favoreceu a compreensão de sequências recursivas e a construção de algoritmos para prever o próximo termo, conectando os conteúdos à linguagem algébrica. Por meio da exploração do jogo, os alunos foram capazes de reconhecer padrões, representar sequências com expressões algébricas e compreender a noção de função como dependência entre variáveis. A oficina contribuiu de forma efetiva para o desenvolvimento do pensamento matemático, reforçando a importância do uso de jogos e desafios como recurso pedagógico.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Com o objetivo de avaliar a eficácia das oficinas pedagógicas desenvolvidas ao longo desta pesquisa, foram aplicados um pré-teste e um pós-teste junto aos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Em ambos os testes houve uma abordagem de acordo com a temática de cada prática ou experimento, conforme podemos observar na Tabela 1.

Tabela 1 - Tema abordado em cada questão

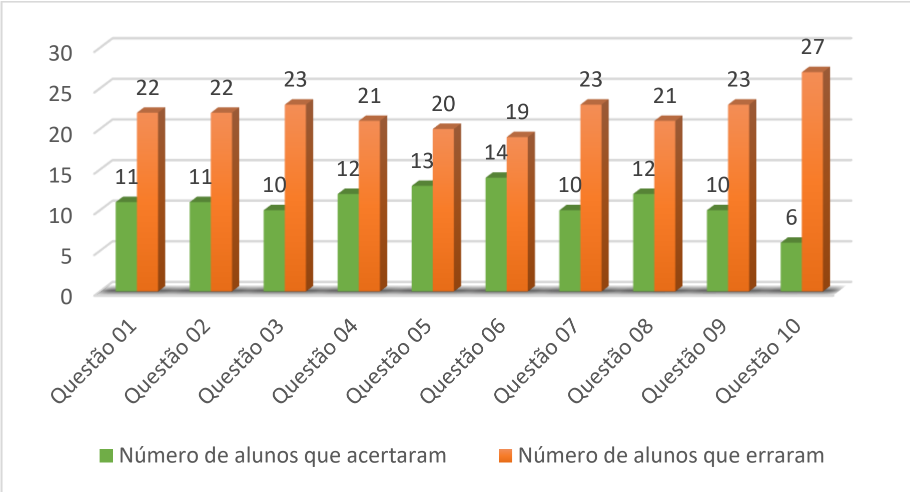
OFICINA/TEMA	HABILIDADES	QUESTÕES
Experimento sobre π	EF07MA27	Q1, Q2
Desigualdade triangular	EF07MA24	Q3, Q4
Soma dos ângulos internos de um triângulo	EF07MA24	Q5, Q6
Batalha naval no plano cartesiano	EF08MA11	Q7
Explorando a sequência de Fibonacci	EF06MA16, EF07MA19	Q8, Q10
Torre de Hanói (sequências)	EF08MA11, EF09MA06	Q9

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

4.1 PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

Ambos os testes continham dez questões objetivas, cuidadosamente elaboradas para contemplar os conteúdos abordados nas oficinas, como a razão entre circunferência e diâmetro (π), desigualdade triangular, soma dos ângulos internos de triângulos, localização no plano cartesiano, sequência de Fibonacci e o quebra-cabeça Torre de Hanói. A aplicação do pré-teste antecedeu a realização das oficinas e teve como propósito diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos temas e habilidades propostas. Observe no Gráfico 1 a seguir os resultados dessa aplicação:

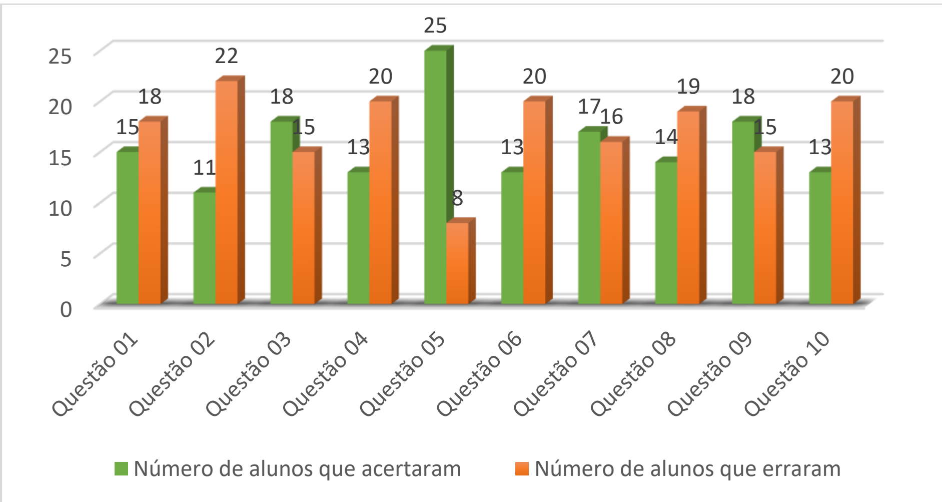
Gráfico 1 - Resultado do Pré-teste



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Já o pós-teste foi aplicado após a conclusão das atividades, com o intuito de verificar possíveis avanços na aprendizagem e a eficiência das estratégias utilizadas. Esse teste gerou os resultados exibidos no Gráfico 2.

Gráfico 2 - Resultado do Pós-teste



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

A seguir, são apresentadas as análises dos resultados obtidos, organizadas em quatro perspectivas complementares: desempenho geral da turma, desempenho por questão, desempenho por oficina (assunto) e desempenho individual dos alunos. Cada uma dessas abordagens visa fornecer uma compreensão mais ampla e aprofundada sobre os impactos dos experimentos e práticas no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

4.2 POR QUESTÃO

A comparação dos acertos por questão permite observar com mais precisão onde ocorreram os maiores avanços. Na Tabela 2 temos esse comparativo por questão (número de alunos que acertaram).

Tabela 2 - Acertos por questão

Questão	Pré-teste	Pós-teste	Diferença	Evolução (%)
Q1	11	15	+4	+36%
Q2	11	11	0	0%
Q3	10	18	+8	+80%
Q4	12	13	+1	+8%
Q5	13	25	+12	+92%
Q6	14	13	-1	-7%
Q7	10	17	+7	+70%
Q8	12	14	+2	+17%
Q9	10	18	+8	+80%
Q10	6	13	+7	+117%

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Questões como a Q5 (razão entre circunferência e diâmetro), Q9 (Torre de Hanói) e Q10 (Sequência de Fibonacci) apresentaram evoluções expressivas — de até 117% no número de acertos, indicando uma compreensão mais sólida desses tópicos após as oficinas. Apenas a questão Q6 apresentou uma pequena queda, o que pode ser atribuído a algum fator pontual, como interpretação da pergunta ou nível de dificuldade. No geral, o aumento dos acertos na maioria das questões reforça a eficácia do método.

4.3 POR ALUNO

Uma análise individual dos estudantes, conforme demonstrado na Tabela 3, evidencia que a maioria apresentou avanços significativos no desempenho entre o pré-teste e o pós-teste.

Tabela 3 - Acertos por alunos nos dois testes aplicados

Aluno	Pré-teste	Pós-teste	Diferença
A1	3	3	0
A2	3	5	2
A3	5	10	5
A4	7	9	2
A5	4	4	0
A6	3	5	2
A7	5	6	1

A8	2	3	1
A9	4	5	1
A10	3	3	0
A11	0	3	3
A12	1	5	4
A13	3	5	2
A14	2	4	2
A15	2	7	5
A16	2	8	6
A17	6	8	2
A18	5	3	-2
A19	1	3	2
A20	7	4	-3
A21	4	5	1
A22	0	6	6
A23	1	6	5
A24	3	7	4
A25	4	3	-1
A26	5	2	-3
A27	7	6	-1
A28	2	2	0
A29	4	5	1
A30	0	4	4
A31	2	3	1
A32	4	1	-3
A33	5	4	-1
MÉDIA	3,3	4,76	1,46

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Dos 33 alunos avaliados, 23 obtiveram melhora no número de acertos, o que representa um percentual de cerca de 70% do total. Do restante, 4 mantiveram o mesmo desempenho e apenas 6 apresentaram uma queda. As diferenças variaram entre -3 e +6 pontos, sendo que alguns alunos evoluíram de situações com desempenho muito baixo para pontuações mais expressivas, como é o caso do Aluno 16, que passou de 2 para 8 acertos e do Aluno 22, que também obteve uma diferença positiva de 6 acertos.

4.4 ANÁLISE GERAL

Através dos resultados de ambos os testes, podemos observar uma média de acertos de 3,30 e 4,76 questões no pré-teste e no pós-teste respectivamente. Com isso, houve uma evolução significativa no desempenho da turma no pós-teste, com aumento de mais de 44% na média geral. Com uma diferença absoluta de +1,46 pontos no pós-teste em relação ao pré-teste. Na Tabela 4 está representado um resumo geral dos resultados.

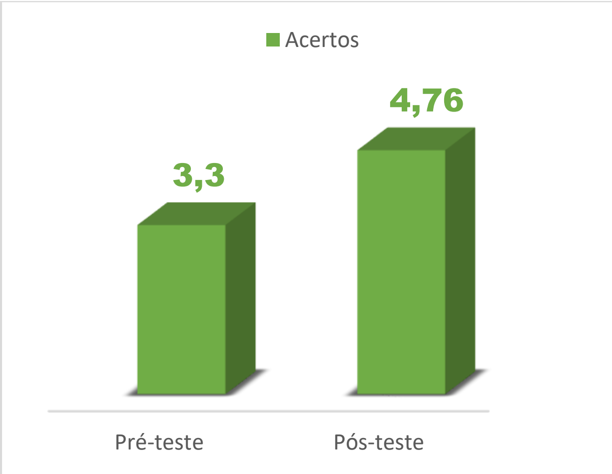
Tabela 4 - Resumo geral

Métrica	Pré-teste	Pós-teste
Média geral de acertos	3,30	4,76
Melhoria média (em pontos)		+1,46
Aumento percentual médio		**+44,24%**

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

O Gráfico 3 evidencia, por meio das médias de acertos, a diferença de desempenho da turma nos testes já mencionados neste tópico.

Gráfico 3 - Médias de acertos e erros



Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

Essa melhora evidencia que os experimentos e práticas aplicados nas oficinas pedagógicas contribuíram de forma positiva para a consolidação dos conteúdos abordados. O aumento da média mostrar que os alunos não apenas se engajaram nas atividades, como também conseguiram transferir esse aprendizado para a resolução das questões propostas no pós-teste.

4.5 ANÁLISE POR OFICINA

Ao agrupar as questões por oficina, observa-se que todos os conteúdos trabalhados apresentaram ganhos de desempenho.

Tabela 5 - Resultado por oficina

OFICINA	QUESTÕES	PRÉ	PÓS	DIFERENÇA	EVOLUÇÃO
Experimento sobre π	Q1 + Q2	0,33	0,39	+0,06	+18%
Desigualdade triangular	Q3 + Q4	0,33	0,47	+0,14	+42%

Soma dos ângulos internos de um triângulo	Q5 + Q6	0,41	0,58	+0,17	+41%
Batalha naval no plano cartesiano	Q7	0,30	0,52	+0,22	+73%
Explorando a sequência de Fibonacci	Q8 + Q10	0,27	0,41	+0,14	+52%
Torre de Hanói (sequências)	Q9	0,30	0,55	+0,25	+83,3%

Fonte: Elaborado pelos autores, 2025.

As oficinas com maior impacto proporcional foram:

- Torre de Hanói (+83,3%)
- Plano cartesiano (+73%)
- Sequência de Fibonacci (+52%)

Esses resultados sugerem que a abordagem prática, lúdica e investigativa adotada durante as oficinas favoreceu a construção do conhecimento de forma mais significativa, especialmente em tópicos que normalmente seriam considerados abstratos pelos alunos. Mesmo oficinas com ganho mais modesto, como a de π (+18%), ainda demonstraram eficiência na fixação do conteúdo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo investigar o potencial das práticas e experimentos matemáticos como estratégias de intervenção no processo de ensino-aprendizagem da Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, mais especificamente no 9º ano. No decorrer da pesquisa, foram desenvolvidas atividades que permitiram o engajamento e a investigação por parte dos estudantes, ao mesmo tempo em que essas atividades tinham como objetivo a recomposição de habilidades matemáticas, tanto do ano corrente, quanto de anos anteriores.

Por meio da análise feita a partir do pré-teste e do pós-teste, podemos observar avanços significativos na aprendizagem dos estudantes. A média da turma passou de 3,30 para 4,76 acertos, representando um aumento de mais de 44%. Além da elevação da média geral, observou-se também um progresso em praticamente todas as questões e conteúdos avaliados, com destaque para os experimentos que envolveram resolução de problemas e raciocínio lógico, como a Torre de Hanói, sequência de Fibonacci e a batalha naval no plano cartesiano. A análise individual também evidenciou que a maioria dos alunos melhorou seu desempenho, e alguns deles apresentaram avanços notáveis.

Tais resultados mostram que as práticas experimentais ajudaram efetivamente na recomposição das aprendizagens e forneceram oportunidades adequadas para que os alunos pudessem investigar, descobrir e interagir com os conceitos. Além disso, essas atividades aumentaram a eficiência não apenas do ponto de vista cognitivo, mas também do engajamento dos alunos, pois os desafios, os experimentos, as investigações e as discussões possibilitaram a interação dos mesmos.

A partir dos resultados obtidos nesta pesquisa, torna-se evidente o potencial das práticas e experimentos matemáticos como estratégias eficazes para a recomposição de habilidades que servem de pré-requisitos para a assimilação de novos conhecimentos. Tais intervenções ampliam as possibilidades de ensino ao tornarem a Matemática mais acessível, visual e colaborativo, auxiliando assim, no alcance dos objetivos traçados.

5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir dos resultados obtidos nesta pesquisa, torna-se evidente o potencial das práticas e experimentos matemáticos como estratégias eficazes para a recomposição de habilidades. Com base nisso, recomenda-se que futuros trabalhos possam explorar novas abordagens experimentais, ampliando o repertório de atividades aplicadas durante a execução das oficinas relatadas neste trabalho.

Como sugestão, recomendamos como uma possível prática pedagógica, a **construção de um cubo de 1 decímetro cúbico (1 dm³)** com materiais simples, como papelão ou acrílico, com o objetivo de demonstrar que esse volume comporta exatamente **1 litro**. Essa atividade pode ser integrada ao estudo das grandezas e medidas, especialmente no que diz respeito à conversão entre unidades de volume e capacidade, facilitando a compreensão de um conteúdo frequentemente abordado de forma teórica. Outra prática que poderá ser desenvolvida é a aplicação de semelhança de triângulos para obtenção de medidas de lugares inacessíveis ou de difícil acesso (por exemplo, a altura de uma árvore ou poste).

Com base nos resultados do presente trabalho e nas perspectivas dos referenciados autores, essas práticas, assim como outras que envolvam a modelagem, a construção de materiais concretos e o uso prático dos mesmos, podem despertar nos estudantes o fascínio pela matemática, além de incentivar a criatividade e a autonomia discente.

REFERÊNCIAS

ASSUNÇÃO, Bárbara Gomes; SILVA, Josineide Teotonia da. Metodologias ativas: uma reflexão sobre a aprendizagem na atualidade. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – CONEDU, 7., 2020, Campina Grande. Anais [...]. Campina Grande: Realize Editora, 2020. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2020/TRABALHO_EV140_MD1_SA1_ID2434_01102020223933.pdf. Acesso em: 20 jun. 2025.

BACICH, Lilian; MORAN, José. Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. Penso Editora, 2017.

BAILEY, David H. et al. **The quest for pi**. 1996.

BBC News, Vídeo sobre "O que é a sequência de Fibonacci e por que é chamada de 'código secreto da natureza'" disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=cHZWZhHQq4g.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

DANTAS, Marcelo Rodrigues Nunes. *Sobre o número π*. 2013. 64 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.

D'AMBRÓSIO, U. (1996). Educação Matemática: da teoria à prática. Campinas: Papirus.

DOS SANTOS, Maria Irilene Alves et al. Desempenho em matemática de jovens e adultos do ensino fundamental no ENCCEJA. Research, Society and Development, v. 8, n. 7, p. 3, 2019.

DELLAJUSTINA, F. J.; MARTINS, L. C. Poderia Arquimedes ter calculado π com areia e um bastão? **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 3, Joinville-SC, 2014.

DEWEY, J. Democracy and education. New York: The Free Press, 1944

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Coordenação pedagógica: uma práxis em busca de sua identidade. Revista Múltiplas Leituras, v. 1, n. 1, p. 117-131, jan./jun. 2008.

IWAO, Emma Haruka. *Calculating 100 trillion digits of pi on Google Cloud*. Google Cloud Blog, 2022. Disponível em: https://cloud.google.com/blog/products/compute/calculating-100-trillion-digits-of-pi-on-google-cloud. Acesso em: 3 jun. 2025.

KLEIN, Ruben et al. O desempenho dos alunos da Fundação Bradesco: uma comparação com os resultados do Saeb. Estudos em Avaliação Educacional, v. 19, n. 41, p. 499-515, 2008.

KOSHY, T. *Fibonacci and Lucas Numbers with Applications*. New York: Wiley-Interscience, 2001.

LIBÂNEO, José Carlos. Didática e Epistemologia: para além do debate entre a didática e as didáticas específicas. In: VEIGA, Ilma Passos Alencastro; D'ÁVILA, Cristina (Org.). Profissão Docente: novos sentidos, novas perspectivas. Campinas: Papirus, 2008.

LIVIO, Mario. **Razão Áurea: a história de Fi, um número surpreendente**. Record, 2008.

LORENZATO, Sérgio.O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MATTE, Marcelo Kuchar**.** Impacto do uso da desigualdade triangular para acelerar o algoritmo k-Means. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Centro Universitário Campo Limpo Paulista, FAC-Campinas, Campinas, 2020.

OLIVEIRA, Katya Luciane de; BORUCHOVITCH, Evely; SANTOS, Acácia Aparecida Angeli dos. Leitura e desempenho escolar em português e matemática no ensino fundamental. Paidéia (Ribeirão Preto), v. 18, p. 531-540, 2008.

PACHECO, Marina Buzin; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzzetti. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. Revista Principia, João Pessoa, v. 38, p. 105-119, 2018.

PINHEIRO, R. C.; ROSA, M. Uma perspectiva etnomatemática para o processo de ensino e aprendizagem de alunos Surdos. RPEM, v. 5, n. 9, p. 56-83, 2016.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. Investigações Matemática na Sala de Aula. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016. 160 p.

SANTOS, Róbson Lousa dos; CRUZ, Fernanda Gomes da. A matemática de René Descartes. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, v. 3, n. 8, p. 30–46, 2016. DOI: 10.30938/bocehm.v3i8.75.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. Bolema, Rio Claro, v. 13, n. 14, p.66-91, 2000., **2008**

WICHNOSKI, Paulo; KLÜBER, Tiago Emanuel. Um Exercício Filosófico Sobre o Trabalho do Professor de Matemática com a Investigação Matemática. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 5, n. 9, p. 179–194, 2017. DOI: 10.5965/2357724X05092017179. Disponível em: https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/9629. Acesso em: 9 maio. 2025.

.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE 1 - PRÉ-TESTE

1. Uma praça no formato de círculo foi cercada por uma tela de proteção para a execução de uma reforma. Sabendo que o raio da praça é 5m qual a medida, em metros, do comprimento da tela utilizada? (Use = 3,14).

a) 25 m

b) 29,5 m

c) 31,4 m

d) 37 m

e) 45 m

2. O que o número , cujo valor é aproximadamente 3,14, representa?

a) É uma constante escolhida ao acaso por antigos matemáticos.
b) É uma constante que representa a razão entre a medida da circunferência de um círculo e a medida do seu diâmetro.
c) É a razão entre a medida do raio e a medida do diâmetro de um círculo.
d) É uma variável, ou seja, ele varia de tamanho dependendo das medidas do círculo.
e) É a razão entre a medida do diâmetro de um círculo e a medida da circunferência do mesmo.

3. José é carpinteiro e pretende construir um objeto na forma de triângulo com 3 pedaços de madeira. Qual das alternativas a seguir contem valores que podem ser medidas para esses pedaços?

a) 1m, 2m e 4m

b) 3m, 5m e 8m

c) 2m, 3m e 6m

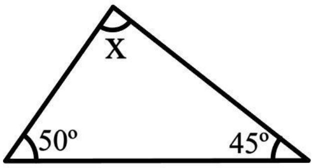
d) 3m, 4m e 6m

e) 4m, 6m e 9m

4. Os dois menores lados de um triângulo possui medidas 5cm e 8cm. Seja x a medida (não nula) do terceiro lado, qual das alternativas a seguir representa os valores que x pode assumir?

a) $x < 13$
b) $x > 13$
c) $x < 8$
d) $x > 8$
e) $x < 5$

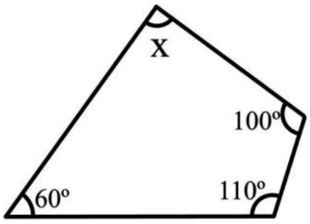
5. Observe a figura a seguir.



De acordo com a figura, o valor de x é:

a) 45º
b) 50º
c) 85º
d) 90º
e) 95º

6. Seja x a medida de um dos ângulos internos do quadrilátero apresentado na figura a seguir.

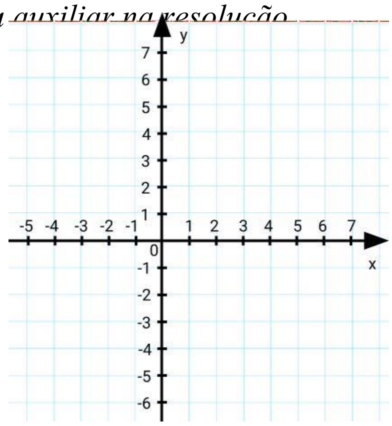


Assim, o valor de x é

a) 60º B) 90º C) 100º D) 110º E) 270º

7. Três dos vértices de um retângulo ABCD estão localizados nos pontos A(-2, 4), B(-2, -3) e C(6, -3) no plano cartesiano. *Use o plano cartesiano ao lado para auxiliar na resolução.*

Quais são as coordenadas do quarto vértice D do retângulo?



a) (-2, 4)

b) (3, -2)

c) (-2, 3)

d) (6, 4)

e) (4, 6)

8. Qual o próximo termo da sequência a seguir

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,

A) 21 B) 20 C) 18 D) 17 E) 15

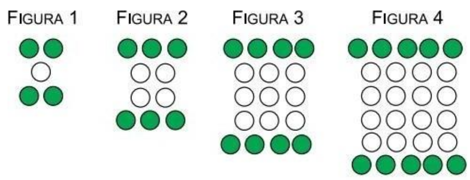
9. A Torre de Hanói é um quebra-cabeça que consiste em mover discos de um pino para outro, respeitando algumas regras. É um jogo estratégico que ajuda a desenvolver o raciocínio lógico, a memória, o planejamento e a solução de problemas. A quantidade de jogadas necessárias para transferir uma pilha de discos de uma torre para outra esta registrada na tabela a seguir.

Discos	Jogadas
1	1
2	3
3	7
4	15
5	31
6	63

Seguindo a lógica da tabela, quantas jogadas são necessárias para transferir uma pilha de 7 discos ?

A) 70 B) 85 C) 92 D) 127 E) 128

10. (FAMERP 2020 - Adaptada) Observe o padrão da sequência de figuras.



Mantido o padrão, a figura de número 30 terá:

A) 60 bolinhas

B) 300 bolinhas

C) 962 bolinhas

D) 1440 bolinhas

E) 1500 bolinhas

APÊNDICE 2 - PÓS-TESTE

1. Maria resolveu decorar o quintal da sua casa para a festa de aniversário do seu irmão. Ela decidiu colocar uma fita de LED ao redor de uma piscina infantil circular para deixá-la iluminada durante a noite. A piscina tem um raio de **6 metros**. Quantos metros de fita de LED Maria precisará para dar uma volta completa na piscina? (Use $\pi = 3,14$)

a) 36,84 metros
b) 37,68 metros
c) 38,12 metros
d) 39,2 metros
e) 40,5 metros

2. Sobre o número π, marque a alternativa **INCORRETA**?

a) representa a razão entre o diâmetro e o raio de um círculo.
b) seu valor é constante, ou seja, independente do tamanho do círculo, o valor de pi é sempre o mesmo.
c) representa a razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro.
d) Seu valor é aproximadamente 3,14
e) Pode ser usado no cálculo da área e do perímetro de um círculo.

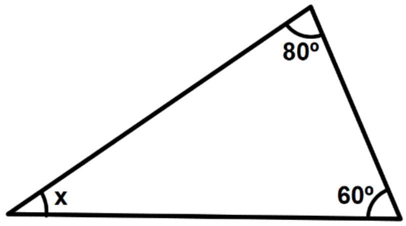
3. Marcos é carpinteiro e pretende construir um objeto na forma de triângulo com 3 pedaços de madeira. Qual das alternativas a seguir contem valores que **NÃO** podem ser medidas para esses pedaços?

a) 5m, 2m e 4m
b) 3m, 6m e 8m
c) 2m, 3m e 6m
d) 4m, 4m e 6m
e) 5m, 6m e 9m

4. Os dois menores lados de um triângulo possui medidas 4cm e 5 cm. Seja x a medida (não nula) do terceiro lado, qual das alternativas a seguir representa os valores que x pode assumir?

a) $x < 9$
b) $x > 9$
c) $x < 8$
d) $x > 5$
e) $x < 4$

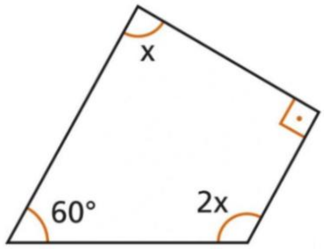
5. Observe a figura a seguir.



De acordo com a figura, o valor de x é:

A) 140º B) 90º C) 80º D) 60º E) 40º

6. Seja x a medida de um dos ângulos internos do quadrilátero apresentado na figura a seguir.



Assim, o valor de x é

a) 70º

b) 90º

c) 100º

d) 110º

e) 270º

7. Uma das diagonais de um quadrado ABCD tem extremos localizados nos pontos A(-4, 5) e C(4, -3) no plano cartesiano. *Use o plano cartesiano ao lado para auxiliar na resolução.* Quais são as coordenadas dos extremos da outra diagonal BD do quadrado?

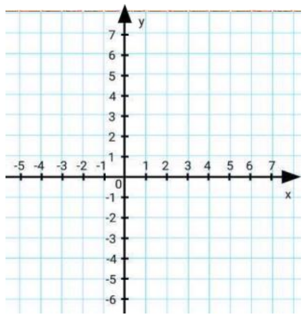
a) (-4, 5) e (4, 3)

b) (4, 5) e (-3, 4)

c) (-4, -3) e (4, 5)

d) (5, 3) e (6, 5)

e) (4, 6) e (-2, 5)



8. Qual é o 8º termo da sequência a seguir

2, 5, 11, 23, 47,…

A) 95 B) 191 C) 383 D) 767 E) 800A

Torre de Hanói é um quebra-cabeça que consiste em mover discos de um pino para outro, respeitando algumas regras. É um jogo estratégico que ajuda a desenvolver o raciocínio lógico, a memória, o planejamento e a solução de problemas. A quantidade de jogadas necessárias para transferir uma pilha de discos de uma torre para outra esta registrada na tabela a seguir.

Discos	Jogadas
1	1
2	3
3	7
4	15
5	31
6	63

Seguindo a lógica da tabela, quantas jogadas são necessárias para transferir uma pilha de 9 discos ?

A) 31

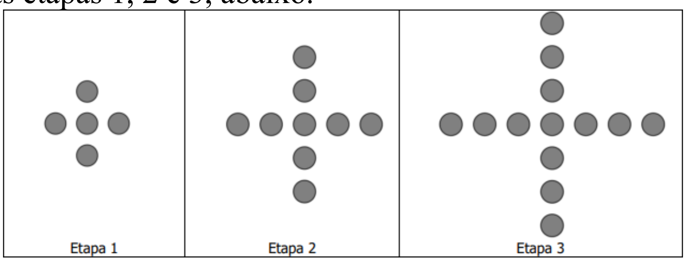
B) 63

C) 127

D) 255

E) 511

9. (UFRGS - Adaptada) Considere o padrão de construção que fez uso de discos, conforme as figuras representadas nas etapas 1, 2 e 3, abaixo.



Na etapa 200, serão usados n discos. Seguindo esse padrão de construção, n é igual a

a) 783.

b) 792.

c) 800.

d) 801.

e) 819.

APÊNDICE 3

<u>MANUAL DO JOGO</u> BATALHA NAVAL NO PLANO CARTESIANO

OBJETIVO

Afundar todos os navios do adversário descobrindo suas posições no plano cartesiano.

PLANO CARTESIANO

Cada jogador utiliza dois planos cartesianos:

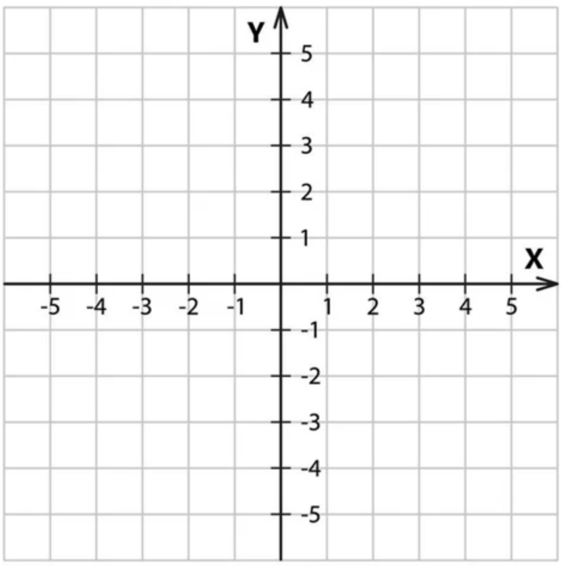
- Um para esconder seus navios (SEU CAMPO).

- Um para marcar os ataques ao campo do adversário (CAMPO DO ADVERSÁRIO).

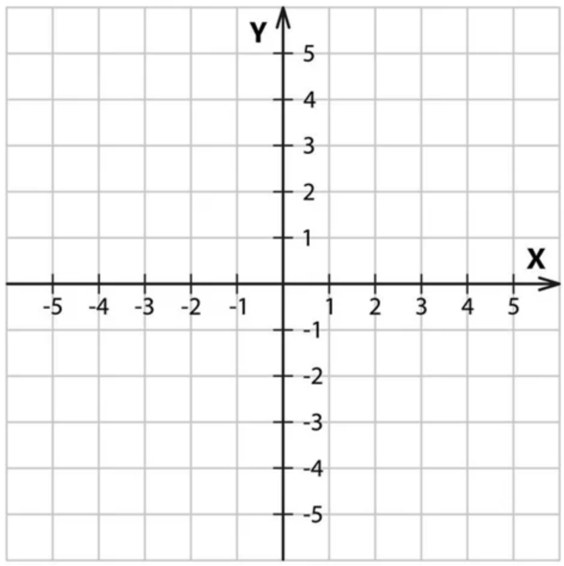
Os eixos X e Y vão de -5 a 5, incluindo todos os quatro quadrantes.

TABULEIROS

SEU CAMPO



CAMPO DO ADVERSÁRIO



TIPOS DE NAVIOS E TAMANHOS

Porta-aviões: ● ● ● ● ● (5 pontos)

Cruzador: ● ● ● ● (4 pontos)

Contratorpedeiro: ● ● ● (3 pontos)

Rebocador: ● ● (2 pontos)

Os navios devem ser colocados na horizontal ou na vertical, nunca na diagonal.

POSICIONAMENTO

1. Cada jogador desenha seus navios no seu campo (sem mostrar ao adversário).

2. Os navios devem ser posicionados em pontos distintos com coordenadas inteiras (ex: (1, 2),

(1, 3), etc.).

3. Os navios não podem se sobrepor nem ocupar os mesmos pontos.

COMO JOGAR

Os jogadores se revezam dizendo uma coordenada (ex: "(-2, 3)").

O adversário responde com:

- “Água!”: não há navio nesse ponto.
- “Acertou!”: um navio ocupa esse ponto.
- “Afundou o [nome do navio]!”: se todos os pontos de um navio forem atingidos.

Exemplo:

Jogador 1: “Ataco o ponto (-1, 4)!”

Jogador 2: “Acertou o contratorpedeiro!”

REGRAS PEDAGÓGICAS

Para reforçar o conteúdo matemático:

- O jogador só pode atacar se indicar corretamente o nome do quadrante e a coordenada.
- Ex: “Ataco no segundo quadrante, no ponto (-3, 2).”
- Erros conceituais (como confundir os eixos X e Y) invalidam o ataque.

FIM DO JOGO

Ganha o jogador que primeiro afundar todos os navios do adversário.

MATERIAL NECESSÁRIO

-Impressão do tabuleiro (2 planos cartesianos por jogador).

-Lápis ou canetas coloridas (uma cor para seus navios, outra para marcar ataques).

APÊNDICE 4
Atividade da oficina: A Torre de Hanói

Objetivo: Observar e identificar o padrão matemático entre o número de discos e a quantidade mínima de movimentos para resolver a Torre de Hanói.

INSTRUÇÕES:

1. Monte a Torre de Hanói com diferentes quantidades de discos (de 1 a 7, por exemplo).
   2. Para cada quantidade de discos, resolva o desafio ou pesquise o número mínimo de movimentos necessários.
   3. Preencha a tabela abaixo com os dados observados.
   4. Analise os dados e responda às perguntas ao final.
2.

Tabela de Registro:

Nº de Discos	Nº Mínimo de Movimentos

QUESTÕES PARA REFLEXÃO:

1. Qual padrão você observa na quantidade mínima de movimentos à medida que aumenta o número de discos?

2. O que acontece com o número de movimentos sempre que você adiciona mais um disco?

3. Você consegue descobrir uma regra ou fórmula que permita prever o número mínimo de movimentos para qualquer quantidade de discos?

4. Estime quantos movimentos seriam necessários para:

a) 8 discos: ________
b) 10 discos: ________
c) 15 discos: ________