INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS- GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – CAMPUS FLORIANO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

A UTILIZAÇÃO DA CRIPTOGRAFIA NO ENSINO DE FUNÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

LUCAS GABRIEL LIMA VIANA

Orientador: Prof. Dr. Rui Marques Carvalho
Coorientador: Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares

FLORIANO
2025

LUCAS GABRIEL LIMA VIANA

A UTILIZAÇÃO DE CRIPTOGRAFIA NO ENSINO DE FUNÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rui Marques Carvalho

Coorientador: Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares

FLORIANO
2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Viana, Lucas Gabriel Lima

V614u A utilização da criptografia no ensino de funções na educação básica / Lucas Gabriel Lima Viana. - 2025.

66 p.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2025.

Orientador : Prof Dr. Rui Marques Carvalho.

Coorientador : Prof Dr. Roberto Arruda Lima Soares.

1. funções. 2. ensino contextualizado. 3. criptografia. I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Neuda Fernandes Dias CRB 3/1375

LUCAS GABRIEL LIMA VIANA

A UTILIZAÇÃO DA CRIPTOGRAFIA NO ENSINO DE FUNÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 30/04/2025

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
gov.br RUI MARQUES CARVALHO
Data: 02/05/2025 21:27:25-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Rui Marques Carvalho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Orientador

Documento assinado digitalmente
gov.br ROBERTO ARRUDA LIMA SOARES
Data: 09/05/2025 12:33:24-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Roberto Arruda Lima Soares
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Coorientador

Guilherme Luiz de Oliveira Neto Assinado de forma digital por Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Dados: 2025.05.09 08:25:06 -03'00'

Prof. Dr. Guilherme Luiz de Oliveira Neto
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Avaliador Interno

Documento assinado digitalmente
gov.br ATECIO ALVES
Data: 05/05/2025 09:22:08-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Atécio Alves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Avaliador Externo

Dedico esse trabalho a Deus, aos meus pais, amigos e familiares que me apoiaram e incentivaram na realização desse sonho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a DEUS pelo dom da vida, por toda força nos momentos difíceis que foi necessário perseverança, paciência e dedicação para seguir firme na conquista dos meus objetivos, assim conseguindo realizar mais um sonho.

Aos meus pais, José Evaristo Viana e Maria Ferreira Lima Viana, pelo apoio, dedicação e orientação para constituição dos meus valores como ser humano e formação na minha vida acadêmica.

Aos meus professores de graduação que sempre foram inspiração na jornada discente: Ramos, Edem, Hilquias e Bruno, cada um com seu jeito de apreciar a matemática, sendo pela Etnomatemática, resoluções de muitas questões ou até de uma matemática mais aplicada, sendo cada percepção de fundamental importância. E também dos meus amigos de graduação: Alessandro, Antonio Luis, Alany, Francisca Marques, Luciano Santana, Rabeka, Joneudo e Ayrton, foram com suas amizades que a graduação ficasse mais leve.

Aos meus amigos da turma de mestrado: Francimar Faustino, José Roberto e Nonato Carvalho, que nessa trajetória contribuíram bastante não só no meu conhecimento em matemática, como tanto em princípios de vida.

Ao meu grupo de mestrado, António Brito, Francisco Barroso, Moaci e Luiz Augusto, e toda a turma e professores da turma 2023 do PROFMAT do IFPI – Campus Floriano, que tivemos uma ajuda mútua durante o curso, tendo assim vários momentos de aprendizagem durante o percurso.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rui Marques Carvalho e coorientador Roberto Arruda Lima Soares, pelas ideias, incentivo, dedicação e paciência na escrita do trabalho.

Consagre ao Senhor tudo o que você faz, e os seus planos serão bem-sucedidos.

Provérbios 16:3.

RESUMO

VIANA, L. G. L. **A utilização de criptografia no ensino de funções na educação básica.** 2023. 54 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – *Campus* Floriano, Floriano, 2025.

A criptografia presente desde a antiguidade com o intuito do envio de mensagens que somente o remetente e o destinatário pudessem compreender, para tanto, a criptografia foi evoluindo, desde a cifra de César até os dias atuais com os computadores. Assim, o presente trabalho visa primordialmente a abordagem da matemática de forma contextualizada no estudo de funções por meio da utilização de conceitos de criptografia. Nesse sentido, a pesquisa tem como objetivo geral de realizar um estudo sobre a implementação da criptografia no ensino de funções e verificar os possíveis resultados. O cenário da pesquisa de campo ocorrerá no IFPI no *campus* São João do Piauí com alunos do 3 ano do curso técnico integrados ao médio em administração, para tanto foi aplicado questionário contendo questões sobre domínio, imagem, zero da função, posteriormente foi realizado uma proposta pedagógica de tais conteúdos por meio da criptografia a fim de analisar os possíveis resultados. Com tal proposta, esperasse uma melhoria no processo de ensino aprendizagem nas aulas de matemática nos conteúdos de funções.

Palavras-chave: Funções. Ensino Contextualizado. Criptografia.

ABSTRACT

VIANA, L. G. L. **A utilização de criptografia no ensino de funções na educação básica.** 2023. 54 f. Dissertation (Master degree) – Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2025.

Cryptography has been present since ancient times with the aim of sending messages that only the sender and recipient could understand, to this end, cryptography has evolved, from the Caesar cipher to the present day with computers. Therefore, the present work aims primarily to approach mathematics in a contextualized way in the study of functions through the use of cryptography concepts. In this sense, the research has the general objective of carrying out a study on the implementation of cryptography in teaching functions and verifying the possible results. The field research scenario will take place at the IFPI on the São João do Piauí campus with 3rd year students of technical courses integrated into the agricultural medium. pedagogical analysis of such content through encryption in order to analyze possible results. With such a proposal, an improvement in the teaching-learning process in mathematics classes in terms of function content was expected.

Keywords: Functions. Contextualized Teaching. Cryptography.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

IFPI	- Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Piauí

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A criptografia é uma ciência antiga, presente desde os tempos dos egípcios e romanos, que a utilizavam para comunicar estratégias de batalha (Tamarozzi, 2001), na utilização da criptografia é possível perceber alguns tópicos de matemática, desde a elaboração da chave, como na escolha da melhor estratégia a ser utilizada para manter a mensagem segura.

Com o objetivo de proteger informações confidenciais, de forma que apenas o destinatário autorizado possa acessá-las, mas que ao longo do trajeto podem ser interceptadas por terceiros não autorizados. Nesse contexto, a criptografia tem avançado, impulsionada pela necessidade de tornar a troca de informações mais segura, dificultando assim o trabalho de indivíduos não autorizados que tentam decifrar esses dados.

Para tanto temos a conceito histórico da criptografia que surge com a finalidade militar de faer com uma mensagem se torne segura e com o decorrer do tempo se desenvolvendo tornando mais segura a partir da necessidade, sendo assim dividida sua história em três etapas, como afirma Faleiros (2011, p. 11)

> A história da Criptologia se divide em três fases distintas. Na primeira, a dos cifrários que usavam lápis e papel. Na segunda, a do telégrafo, com o Código Morse e as máquinas eletro-mecânicas (o Enigma da Alemanha e a Púrpura do Japão). Na terceira, a dos cifrários da época computacional. Está surgindo uma outra fase, a que envolve técnicas resistentes ao ataque de um computador quântico, tecnologia que se encontra em sua infância

Assim, com base no relato de Faleiros (2011) foi possível perceber o desenvolvimento da criptografia com o intuito de tornar o envio de mensagens mais seguras e assim de maneira implícita favorecendo na elaboração de novas tecnologias.

Nesse sentido, em uma abordagem de uma aula contextualizada com a realidade do estudante, pode-se fazer uso de conceitos de criptografia no estudo de conteúdos de matemática de uma forma diferente de uma aula tradicional, que é restrita a exposição de conteúdos e na resolução de exercícios que pouco cativam a atenção a atenção do aluno. Para Oliveira e Kripka (2011, p. 12).

> Acredita-se que a inclusão de atividades que envolvam conceitos de criptografia pode ajudar a diminuir a existência de aulas mecânicas, onde o professor, através de atividades práticas, poderá mostrar a aplicabilidade dos conceitos trabalhados em sala de aula, relacionando-os a fatos importantes ocorridos na atualidade.

Nessa perspectiva, o professor pode abordar conteúdos de matemática de modo que venha a convergir com a realidade do aluno, uma vez que tais aparelhos como: *smartphone*, jogos e *notebook* fazem usos de códigos, sendo presentes na vida dos estudantes.

Assim vale ressaltar, a importância do uso de aulas contextualizadas a fim de um melhor rendimento no aprendizado do aluno, como afirma Oliveira (2023, p. 1) “A utilização de ferramentas não convencionais no ensino da matemática torna-se interessante quando aplicados conceitos teóricos na realização de experimentos práticos, estimulando assim o interesse ao aprendizado no aluno.” Para tanto, temos como possibilidade prover atividades sobre criptografia dividindo os alunos em grupos, de modo que interajam e troquem experiência sobre o conteúdo abordado.

Em sala de aula é possível perceber a dificuldade dos alunos nas resoluções de exercícios, por alguns motivos, a falta de compreensão do conteúdo, falta de interesse ou até mesmo na elaboração de uma estratégia que melhor se adeque ao exercício.

O estudo da matemática pode colaborar com o desenvolvimento do estudante além dos conceitos académicos, como a elaboração de estratégias que melhor se adeque ao problema proposto, como também na iniciativa pessoal e trabalho coletivo, advindo da interação que a matemática proporciona, como enfatiza os nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998, p. 27):

> [...] a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios.

Assim, como corrobora Silva (2024, p. 32) “O ensino tradicional, caracterizado por conteúdos trabalhados de forma isolada, com disciplinas que não interagem entre si, resulta em um processo educacional fragmentado, que impede o pleno desenvolvimento do aluno.” Nesse sentido, é importante que o ensino se torne interessante aos alunos, uma vez que cativando sua atenção fica mais fácil de se transmitir o conteúdo, para isso, a criptografia tornasse uma alternativa de abordar a matemática de uma maneira contextualizada.

A utilização da criptografia no ensino de funções em matemática representa uma alternativa para o ensino de matemática. Visto que, a aplicação da criptografia como recurso didático no estudo de funções é uma maneira contextualizada, uma vez que esta envolve algumas características: interação entre alunos, cálculo mental**,** como também na aplicação de outros conteúdos que são trabalhados de maneira implícita. Nesse sentido, percebe-se a relevância da criptografia como meio facilitador no processo de ensino aprendizagem de funções.

O conteúdo de funções é bastante relevante para o aprendizado do aluno, uma vez que vai ser cobrado em vestibulares e concursos públicos, mas que para uma melhor assimilação é interessante que seja de maneira contextualizada. Assim, o trabalho tem a seguinte problemática: “Como aplicar criptografia no ensino de funções na educação básica?”

Afim de obtermos resposta para o problema que norteou essa pesquisa apresentado acima, tivemos como objetivo geral a implementação da criptografia no ensino de funções na educação básica.

E com objetivos específicos: Analisar o conhecimento dos discentes sobre funções; Aplicar atividades didáticas integrando criptografia e funções; Verificar a possível melhora na utilização da criptografia no ensino de funções.

Para realização desse trabalho, foi feito primeiramente uma pesquisa de cunho bibliográfico em livros, artigos e dissertações que retratassem sobre o ensino de funções e criptografia na educação básica para um embasamento teórico, posteriormente sendo aplicado um pré-teste na sala do 3º ano do ensino médio do curso de administração. Após a aplicação do pré-teste aconteceram aulas contextualizadas sobre o criptografia e funções, posteriormente foi aplicado um pós-teste e com esses dados foi possível criar gráficos para verificar se teve um melhoria na compreensão no ensino de funções.

2 REVISÃO DE LITERATURA

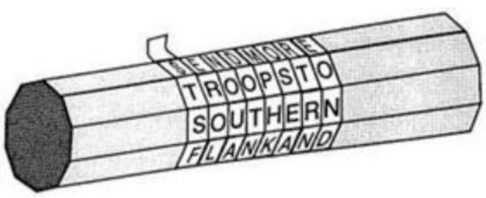
O surgimento da criptografia se da desde a escrita de romanos e egipícios que utilizaram com a finalidade troca de informações e estratégias de batalha (Tamarozzi, 2001), com mensagens codificadas em alguns objetos, caso fosse interceptado por pessoas não autorizadas poderia ter o efeito de confundir ou obscurecer o significado.

Assim, diante da necessidade militar da troca de informações sigilosas, em que o inimigo não poderia ter conhecimento, surgisse a criptografia (Silva, 2000). Desse modo, percebesse que o objetivo geral da criptografia é a **troca** de informações codificadas a um destinatário que só eles compreendessem, mas que se por ventura vier a ser intersectada por pessoas não autorizadas, estes não entenderiam, exceto se possuir o conhecimento necessário para desvendá-la, ou seja, se descobrir a *"chave"* .

Segundo Tamarozzi (2001), a palavra "criptografia", de raízes gregas (kripto = escondida, oculto; grapho = grafia), e tem como objetivo a prática ou estudo de codificar mensagens, garantindo que somente indivíduos autorizados tenham a capacidade de interpretá-las. Vale ressaltar que no trajeto em que é enviado a mensagem, esta pode ser intersectada, por pessoas por terceiros que tenham interesse em tal informação, com o decorrer dos anos vem ocorrendo um aprimoramento de maneira a assegurar a segurança de informações confidenciais.

O dispositivo inicial de codificação usado pelo exército é denominado *citale* (bastão de madeira) espartano (Sinhg, 2001). Assim, de acordo com a Figura 1 – *citale* Espartano trata-se de um artefato em forma de bastão feito de madeira, enrolado em um couro, no qual está escrito uma mensagem.

Figura 1 - *Citale* Espartano



Fonte: Singh (2001, pg.24)

Na seguinte situação em que o emissor escreve uma mensagem em uma tira de couro que está em um *citale* e posteriormente retira e coloca em outro *citale* com diâmetro distinto do original fazendo com que as letras fiquem misturadas e as frases sem sentido, para o destinatário descubra a mensagem basta ter um *citale* de mesmo diâmetro do original e enrolar a tira de couro.

Um método empregado pelo imperador de Roma, Júlio Cesar, para enviar mensagens criptografadas era a utilização do alfabeto, de maneira que substituia cada letra por outra que ficasse três casas à frente (vide tabela 1), assim, constroi-se um alfabeto cifrado, consistindo nas mesmas letras do alfabeto original, ficando conhecido como a Cifra de César. Segundo Suetônio (2002, p. 64) o método da codificação funciona da seguinte forma:

> Caso tivesse algum segredo a lhes transmitir, escrevia-lhes em linguagem cifrada, isto é, dispondo as letras em tal ordem que se não podia formar com elas nenhuma palavra. Para decifrá-las, era necessário trocar a quarta letra do alfabeto pela primeira, ou seja, o d no lugar do a, e assim consecutivamente.

Dessa forma, temos que o método utilizado consistia em escolher um múltiplo que desencadearia toda a mensagem. Nesse caso, podemos perceber na Tabela 1 - Tabela do método de substituição utilizado por Júlio César, que para descobrir a mensagem bastava descobrir uma correspondência entre duas letras, assim era possível descobrir o restante da mensagem.

Tabela 1 - Tabela do método de substituição utilizado por Júlio César

A.O	a	b	c	d	e	f	g	h	I	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
A.C	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	a	b	c

Fonte: Adaptado de Singh (2003, p.27)
Nota: A.O: Alfabeto Original, A.C: Alfabeto Cifrado

Com base na tabela 1, a codificação da seguinte frase do alfabeto original: "TENHO PREFERÊNCIA POR MATEMÁTICA", assim pela Cifra de César a frase é equivalente a "WHQKRSUHIHUHQFIDSRUPDWHPDWLD". Na tabela acima, verifica-se que cada letra fica três letras a frente, ou seja, múltiplo de três, assim pode-se construir tabelas de múltiplos diferentes da tabela da Cifra de César.

2.1 AS CONTRIBUIÇÕES DE ALAN TURING

O criptoanalista e matemático britânico Alan Turing (1912-1954) teve papel importante para o desenvolvimento do estudo da criptografia, como também na construção de sua máquina de "decifrar códigos" que viria a impactar o curso da Segunda Guerra Mundial (1939 - 1945).

A máquina Enigma, amplamente reconhecida por seu uso pelos alemães na Segunda Guerra Mundial, apresentava diversos modelos, com os nazistas preferindo o chamado Wehrmacht Enigma que é mostrado na Figura 2 - Máquina Enigma. Estima-se que cerca de 40 mil dessas unidades foram utilizadas durante o conflito (Rosseto, 2018).

Figura 2 - Máquina Enigma

Fonte: SBC HORIZONTES

A enigma sendo uma máquina bem compacta, proporcionando uma facilidade em seu manuseio em diferentes locais, possuindo um teclado com 26 letras, com 3 rotores (misturadores).

Para o cálculo das chaves possíveis da enigma, considere uma versão mais simples, a Enigma de Scherbius, composta com apenas 6 teclas de funcionamento, podendo ser quaisquer das 26 letras do alfabeto, 3 rotores (misturadores) e um painel de tomadas (Singh, 2001). Assim, para o cálculo da quantidade de chaves, tem-se que:

Orientação dos rotores. Sendo três rotores ajustados em 26 orientações distintas, temos: $26^3 = 26 \times 26 \times 26$, portanto 17.576 ajustes.

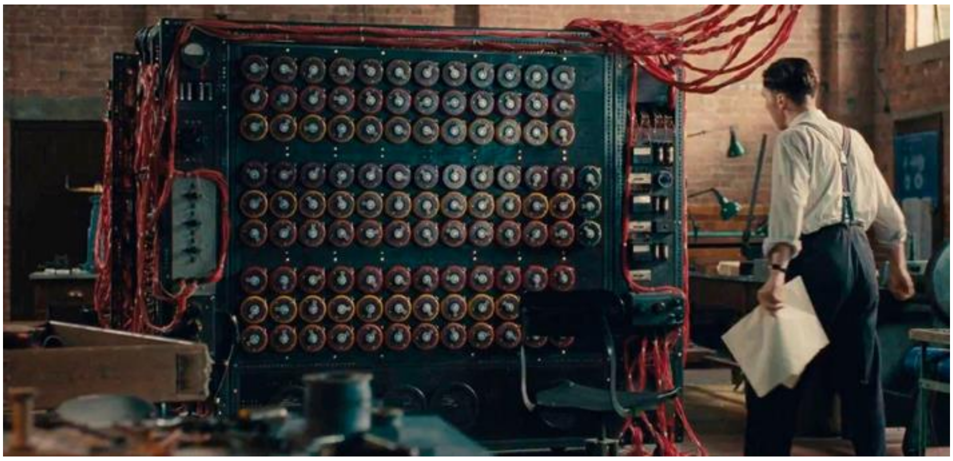
Disposição dos rotores. Existem três posições possíveis para o posicionamento dos rotores que é equivalente $3! = 3 \times 2 \times 1$, resultando em 6 ordens diferentes.

Painel de tomadas. O número que pode-se conectar, é trocar seis pares de letras dentre as 26 letras é $100.391.791.500$.

O total de chaves possíveis resulta da multiplicação desses três números: $17.576 \times 6 \times 100.391.791.500 = 10.000.000.000.000.000$.

Com as mensagens enviadas pela enigma, Alan Turing construiu uma máquina a fim de decodifica-las, como é visto na Figura 3 - A *Bomba*. Para o seu funcionamento era utilizado uma *cola* , sendo a disponibilizada na biblioteca, que se acumulava de mensagens codificadas.

Figura 3 - A *Bomba*



Fonte: Cena do filme: Enigma - O Jogo da Imitação

Os conceitos desenvolvidos por Turing deram origem a dispositivos conhecidos como bombas, compostos por doze rotores Enigma interligados, permitindo lidar com elos maiores. “A unidade completa teria dois metros de altura, por dois de comprimento e um metro de largura” (Singh, 2001, p. 197). Com o resultado positivo foi possível adiantar o término da II Guerra Mundial em aproximadamente três anos.

Com o progresso da criptografia, tanto durante, quanto após a Segunda Guerra Mundial, ocorreram aprimoramentos significativos no contexto da existência humana. Como aparelhos que utilizam meios criptográficos, como: rádio, aparelhos televisivos, senhas de contas bancárias e até mesmo troca de mensagens virtuais.

Em uma abordagem de uma aula contextualizada com a realidade do estudante, pode-se fazer uso da criptografia no estudo de conteúdos de matemática de uma forma diferente de uma aula tradicional, que é restrita a exposição de conteúdos e na resolução de exercícios que pouco cativam a atenção a atenção do aluno. Oliveira e Kripka (2011, p. 12).

> Acredita-se que a inclusão de atividades que envolvam conceitos de criptografia pode ajudar a diminuir a existência de aulas mecânicas, onde o professor, através de atividades práticas, poderá mostrar a aplicabilidade dos conceitos trabalhados em sala de aula, relacionando-os a fatos importantes ocorridos na atualidade.

Nessa perspectiva, o professor pode abordar conteúdos de matemática de modo que venha a convergir com a realidade do aluno, uma vez que tais aparelhos fazem parte de suas vidas.

2.2 SISTEMA DE CODIFICAÇÃO POR SUBSTITUIÇÃO

Na cifra por substituição ocorre com a troca de caracteres de uma mensagem por outros de um alfabeto pré-estabelecido, sendo mantida a regra de correspondência entre os demais, como na Cifra de César que é utilizado um alfabeto original e outro cifrado (vide tabela 1).

Para a aplicação da cifra de substituição deve-se ter uma regra para gerar uma cifragem, assim como uma regra oposta que possa decifra-la. A respeito das funções bijetivas, que permitem fazer o caminho de ida e volta, associando dois elementos de maneira ordenada. Para isso. De acordo com Iezzi (2013), definimos:

Função: Sejam A e B conjuntos diferentes do vazio. Uma relação f de A em B $é$ uma função se, e somente se, todo elemento de A estiver associado, por meio de f, a um único elemento de B. E ainda, o conjunto A $é$ chamado domínio da função e o conjunto B contradomínio.

Função Injetora: Uma função f de A em B $é$ injetora se, e só se, qualquer elemento $x_1 \in A$ e $x_2 \in A$, se $x_1 \neq x_2$, então $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Função Sobrejetora: Uma função f de A em B $é$ sobrejetora, se cada ponto do contradomínio é a imagem de pelo menos um ponto no domínio, isto é, para cada $y \in B$ existe ao menos um $x \in A$ tal que $f(x) = y$.

Função Bijetora: Se uma função f de A em B $é$ injetora e sobrejetora, então dizemos que f é uma função bijetora.

Função Inversa: Seja f uma função de A em B, com domínio A e conjunto imagem B. Então, sua função inversa f^{-1} com o domínio B e imagem A, tal que $f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y$ para todo $y \in B$.

Além disso, para Lima (2012) temos o seguinte **Teorema:** Uma função f de A em B tem uma função inversa, se e somente se, f for uma função bijetora.

Para decifrar uma mensagem criptografada, é essencial dispor da chave de criptografia e realizar o procedimento inverso. Dessa forma, o conteúdo da mensagem pode ser revelado. Se a chave de codificação for uma função bijetora, é necessário utilizar sua função inversa para obter a decodificação da mensagem.

Para a elaboração de mensagens codificadas, terá como base o alfabeto da Tabela 2 - Tabela de codificação, sendo cada letra do alfabeto original associado a um número. Posteriormente é utilizado a substituição que para Stallings (2015, p. 25) “é aquela em que as letras do texto claro são substituídas por outras letras, números ou símbolos”. Assim, com a tabela e a mensagem proposta é feito a substituição, tendo a primeira codificação.

Com base nessa perspectiva fazemos uso da resolução de problemas que contribui para o aprendizado do aluno, como afirma Fernandes (2024, p. 17) “A Resolução de Problemas surge como um caminho transformador no ensino de Matemática, promovendo o protagonismo do aluno na construção do conhecimento e o papel mediador do professor.”. Nessa situação temos o aluno como protagonista na construção do conhecimento e o professor como auxiliador nesse processo.

Tabela 2 - Tabela de codificação

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Fonte: Braga(2020)

Para o processo de codificação de uma mensagem com o uso de funções é preciso transformar o texto a ser criptografado em uma sequência de números utilizando a tabela de conversão. Sendo os valores correspondentes na tabela de conversão referentes ao domínio da função. Por exemplo, considerando a função de decodificação:

$$f(x) = x + 7 \ \ (i)$$

Com base na tabela de conversão, ao criptografar o seguinte texto em números: **Cálculo encontra limites**. Temos:

2- 0- 11- 2- 20- 11- 14- 4- 13- 2- 14- 13- 19- 17- 0- 11- 8- 12- 8- 19- 4- 18

Com os números correspondentes a cada letra da frase, basta aplicarmos na função (i) , se o resultado for maior que 25 , deve-se retornar ao início para descobrir a letra correspondente, ou seja, a letra corresponde ao resto da divisão por 26. Para a primeira letra “C” da mensagem, temos:

$f(2) = 2 + 7 = 9$ que equivale à letra **J**;

$f(0) = 0 + 7 = 7$ que equivale à letra **H**;

$f(11) = 11 + 7 = 18$ que equivale à letra **S**;

$f(2) = 2 + 7 = 9$ que equivale à letra **J**;

$f(20) = 20 + 7 = 27$ que equivale à letra **B**;

$f(11) = 11 + 7 = 18$ que equivale à letra **S**;

$f(14) = 14 + 7 = 21$ que equivale à letra **V**;

De modo análogo as demais letras da mensagem pode ser feito o mesmo processo, obtendo assim a palavra "CÁLCULO" criptografada: **JHSJBSV**, que é equivalente a seguinte sequência numérica:

9- 7- 18- 9- 27- 18- 21.

Para decodificar a mensagem acima precisa-se primeiramente descobrir a função inversa da função $f(x) = x + 7$ que foi a chave utilizada, assim, temos que $f(x)^{-1} = x - 7$ é a função inversa. E ao aplicar cada elemento produzido na etapa anterior nesta função, com a ajuda da tabela de substituição, obtemos:

$f(9)^{-1} = 9 - 7 = 2$ que equivale à letra **C**;

$f(7)^{-1} = 7 - 7 = 0$ que equivale à letra **A**;

$f(18)^{-1} = 18 - 7 = 11$ que equivale à letra **L**;

$f(9)^{-1} = 9 - 7 = 2$ que equivale à letra **C**;

$f(27)^{-1} = 27 - 7 = 20$ que equivale à letra **U**;

$f(18)^{-1} = 18 - 7 = 11$ que equivale à letra **L**;

$f(21)^{-1} = 21 - 7 = 14$ que equivale à letra **O**;

Dessa maneira, temos o texto decodificado, e de maneira análoga é possível decodificar o restante da frase, assim como também é válido para outras mensagens, desde que tenha a tabela de substituição e a chave (função).

Assim, dado a chave (função) e um valor y_n é possível, calculando sua inversa e aplicando y_n, é possível encontrar x_n, posteriormente comparando os valores x_n com a tabela 2, e desse modo decodificando toda a mensagem.

O estudo da matemática pode colaborar com o desenvolvimento do estudante além dos conceitos, como a elaboração de estratégias que melhor se adeque ao problema proposto, como também na iniciativa pessoal e trabalho coletivo, advindo da interação que a matemática proporciona, como enfatiza os nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998, p. 27):

> [...] a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios.

Nesse sentido, é importante que o ensino se torne interessante aos alunos, uma vez que cativando sua atenção fica mais fácil de se transmitir o conteúdo, para isso, a criptografia tornasse uma alternativa de abordar a matemática de uma maneira contextualiza.

3 MATERIAL E MÉTODOS

Para o presente trabalho foi feita uma pesquisa bibliográfica sobre criptografia e o ensino de funções em uma perspectiva de abordagem contextualizada no estudo de funções com a utilização da criptografia. Vale ressaltar que a pesquisa bibliográfica tal como definido por Lakatos e Marconi (1991, p. 183):

> A pesquisa bibliográfica, ou de fontes secundárias, abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico, etc. [...] Dessa forma, a pesquisa bibliográfica não é mera repetição do que já foi dito ou escrito sobre certo assunto, mas propicia o exame de um tema sob novo enfoque ou abordagem, chegando a conclusões inovadoras.

Posteriormente foi realizada uma pesquisa quantitativa que para a obtenção dos dados ocorreu de uma pesquisa de campo no IFPI *campus* São João do Piauí, em que os participantes foram alunos do 3 ano do ensino médio. Com o intuito de preservar a identidade dos alunos, estes foram identificados como An, com n variando de 1 a 34, ou seja, A1 representando o aluno 1, A2 representando o aluno 2 até o A34 que representa o aluno 34.

Os participantes da pesquisa são alunos do 3 ano do ensino médio do curso técnico em administração no IFPI *campus* São João do Piauí, a escolha se deu pelo pesquisador trabalhar com os mesmos, sendo que estes alunos estavam se preparando em suma para participar do ENEM, de outros vestibulares e futuramente de concursos públicos, assim como o conteúdo de funções faz parte dessas provas, tornasse relevante para tais alunos.

3.1 ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

No desenvolvimento dessa pesquisa ocorreram as seguintes etapas:

- Elaboração do pré-teste diagnóstico sobre os conceitos e situações problemas de funções, assim como questões que retratassem sobre as dificuldades dos alunos sobre o assunto;
- Aplicação do pré-teste diagnóstico com abordagem quanti-qualitativo;
- Análise dos resultados obtidos a partir da aplicação do pré-teste;
- Elaboração de uma sequência didática que envolvesse conceitos de criptografia, desde o surgimento, desenvolvimento e importância para a sociedade, que seja aplicada ao conteúdo de funções;
- Aplicação da sequência didática como proposta de intervenção;

- Elaboração do pós-teste semelhante ao pré-teste, de modo a comparar os possíveis efeitos advindos da sequência didática;
- Aplicação do pós-teste diagnóstico;
- Análise e comparação com os dados obtidos no pré-teste e pós-teste.

Para a coleta de dados ocorreu por meio de uma pesquisa quantitativa em três momentos, no primeiro momento foi aplicado um pré-teste em forma de questionário contendo 7 questões de funções, e 1 questão relativa a compreender as dificuldades dos alunos nos conteúdos de função afim (vide apêndice II), como estes já tiveram contato com o conteúdo, posteriormente foi ministrado aulas contextualizadas, desde o surgimento, a importância, a aplicabilidade da criptografia, sendo abordado por meio de aulas expositivas, filme e atividade em grupo. Assim, com o intuito de uma melhor assimilação dos conteúdos de função afim, em suma foram realizados aulas sobre tópicos de funções com uma abordagem voltada a criptografia, afim de ter um ensino mais contextualizado.

Por fim, foi aplicado um pós-teste similar ao pré-teste com questões relativas a função afim, para analisar se houve uma melhoria na compreensão no conteúdo de funções. Com os dados obtidos foram tabulados, feitos gráficos e analisados no intuito de verificar os possíveis resultados da aplicação das aulas contextualizadas, dessa forma sugerir trabalhos futuros que possam colaborar com o processo de ensino aprendizagem por meio da utilização de criptografia.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Nessa seção apresentaremos a descrição de cada uma das etapas das aplicações do pré-teste, proposta de intervenção e pós-teste, como também tecer comentários acerca das resoluções apresentadas pelos alunos em cada uma das etapas. E por fim, fazer o comparativo por meio de gráficos gerados dos resultados obtidos do pré-teste e pós-teste, mostrando se houve um resultado positivo ou não da aplicação da sequência didática sobre a utilização da criptografia no ensino de função afim,

4.1 APLICAÇÃO DO PRÉ-TESTE AO PÓS-TESTE

Para a realização dessa pesquisa como mencionado anteriormente, foi feita em uma turma de 3º ano do curso técnico de administração integrada ao médio do IFPI, composta de 40 alunos matriculados. Na aplicação do pré-teste e pós-teste tivemos respectivamente 32 (figura 04) e 28 (figura 05) alunos que fizeram os testes, ou seja, no dia do pré-teste tivemos 08 alunos ausentes e no dia da aplicação do pós-teste tivemos 12 alunos ausentes.

Vale ressaltar que o pré-teste e pós-teste aconteceram de maneira individual, mas caso surgisse dúvida relacionada a algum possível erro o docente estava presente para verificar, sendo feitos em 2 aulas de 1 hora cada aplicação. Assim, temos respectivamente a aplicação do pré-teste e pós-teste na Figura 4 - Aplicação do pré-teste e na Figura 5 - Aplicação do pós-teste.

Figura 4 - Aplicação do pré-teste

Fonte: Autor (2024)

Figura 5 - Aplicação do pós-teste

Fonte: Autor (2024)

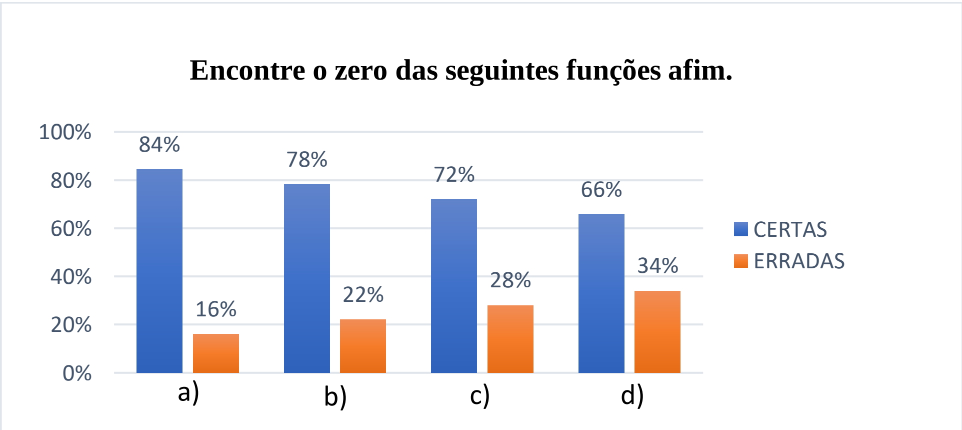
Com os dados obtidos na aplicação do pré-teste e pós-teste, foi possível tabular e criar gráficos. Com isso, tornou a análise das respostas dos participantes mais fácil de encontrar onde estavam errando com mais frequência, podendo assim traçar novas estratégias de ensino que favorecesse na compreensão dos conteúdos que se mostrasse com maior percentual de erros nos testes.

A fim de uma melhoria no conteúdo de função afim, teve como uma das etapas da sequência didática uma atividade em grupo que abrangia tanto uma criptografia simples, que se resumia a escolhe inicial de uma palavra ou frase para depois substituir cada letra por seu correspondente na tabela dada, assim como uma função afim que servia como chave de criptografia que fazia com que a descoberta da frase ou palavra se tornasse mais difícil, sendo que na resolução da atividade proposta era de fundamental importância a colaboração dos participantes do grupo.

Para tanto, com intuito de verificar os conhecimentos prévios dos alunos, o teste inicial continha 8 questões, sendo desde calcular o zero da função afim, substituição de valores na função, descobrir a interseção de duas funções afins, de calcular o coeficiente angular, como também de resolver situações problemas e por último, uma questão de múltipla escolha que retrata as dificuldades que os alunos tem em relação ao estudo de função afim.

Nesse sentido, temos a primeira questão com o seguinte enunciado: “Encontre o zero das seguintes funções afim, deixando os cálculos que utilizou para justificar o resultado” com quatro itens a), b), c) e d), mas cada função de modo diferentes das demais, sendo umas com números negativos ou até mesmo com frações, isto é, nessa questão tivemos algumas variações de funções afins. Respondido e tabulados os dados tivemos como elaborar o Gráfico 1 – Questão 1 do pré-teste, assim podemos perceber onde tiveram mais acertos, como mostrado .

Gráfico 1 – Questão 1 do pré-teste



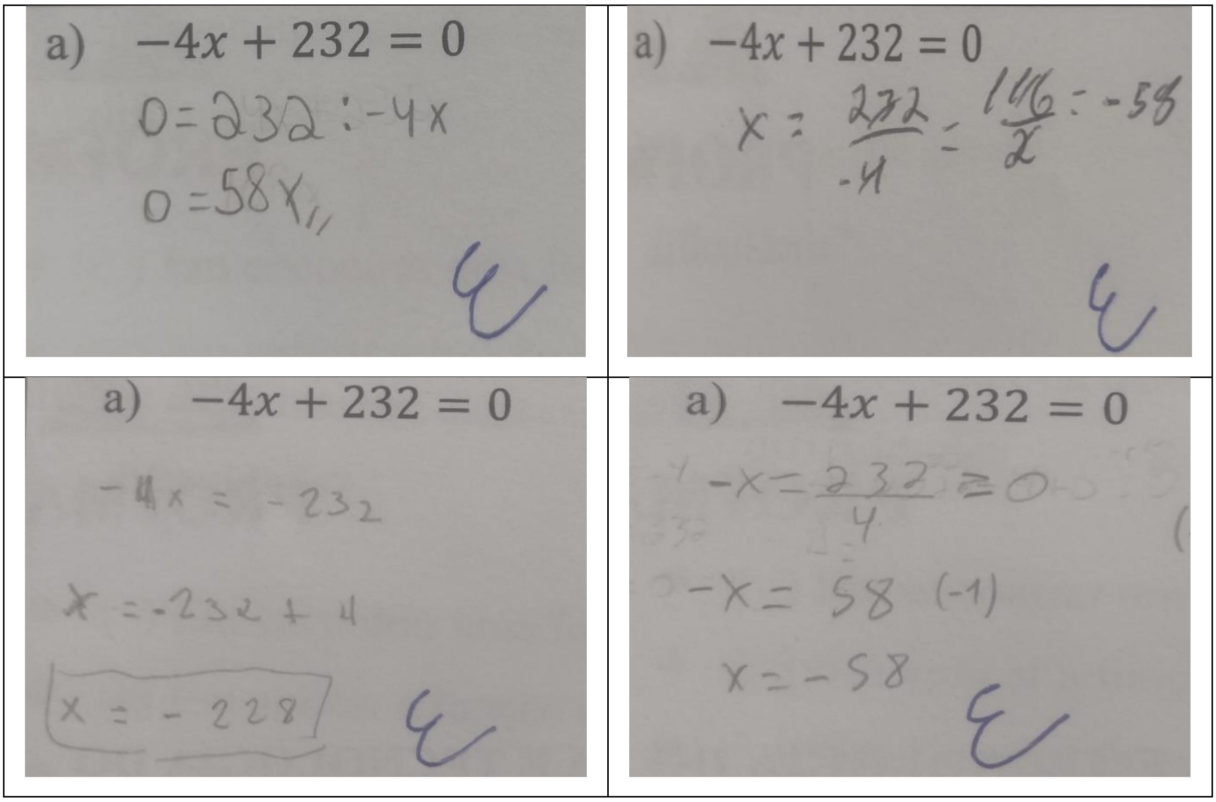
Fonte: Autor (2024)

Observando o gráfico 1 percebesse que o item a) teve o maior percentual de acerto, sendo que 27 alunos acertaram e 5 alunos erraram, que correspondem a 84% e 16% respectivamente dos participantes, como se mostra logo acima.

Com base nos dados da questão 1, verificou-se que 84% dos alunos sabem calcular o zero de uma função afim no seguinte formato $f(x) = -4x + 232$, ou seja, com os coeficientes angular e linear assumindo valores de números inteiros. Entretanto, 16% dos alunos ainda não sabiam como resolver esse tipo de função, talvez por não saberem ou por terem errado em alguma conta no decorrer da resolução.

A Figura 6 - Respostas de alguns alunos da questão 1 do pré-teste mostra algumas respostas relativas ao item a) da questão 1 no que diz respeito a encontrar o zero de uma função afim.

Figura 6 - Respostas de alguns alunos da questão 1 do pré-teste



Fonte: Autor (2024)

Já o item d), foi a alternativa com a menor quantidade de acertos, que se tratava da seguinte expressão $7x - 9 = -2x + 15$ (ii), que na verdade tratasse da função afim $f(x) = 9x - 24$, só que reescrita de outra forma. Pois com base na expressão (ii) o aluno tem que ter mais atenção para o jogo de sinais e na parte do isolamento da incógnita, em se tratando da quantidade de acertos nesse item, temos que 21 respostas certas e 11 respostas erradas, desse modo temos 66% e 34% respectivamente dos alunos de acordo com o gráfico 1.

Em relação aos demais itens dessa questão 1, obtemos um percentual de respostas corretas de:

- 78% que equivale a 25 respostas certas, para o item b);
- 72% que equivale a 23 respostas certas, para o item c);
- 66% que equivale a 21 respostas certas, para o item d).

Com base no gráfico, percebemos que a maioria dos participantes tiveram um bom resultado, mas vale ressaltar que 11 alunos conseguiram responder todos os quatro itens da questão 1 de forma correta, ou seja, 21 dentre os 32 alunos não acertaram as quatro alternativas da questão 1 do pré-teste, sendo que nessa questão era pedido para encontrar o zero da função em todas elas, com o detalhe de os itens variarem, alguns apenas com números inteiros e outros com frações.

4.2 AS PRINCIPAIS DIFICULDADES A RESPEITO DO CONTEÚDO DE FUNÇÃO AFIM

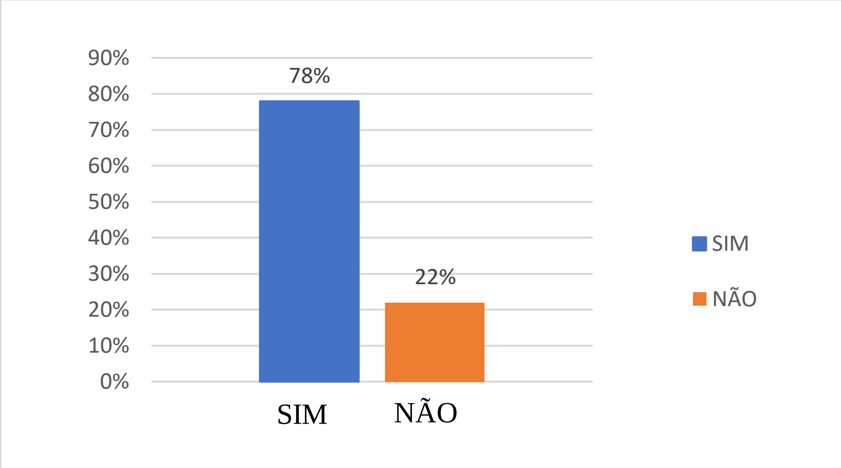
Nesse tópico faremos a análise das respostas acerca das questões do pré-teste sobre função afim, assim como relacionar com as dificuldades apontadas por eles na questão 8. Em busca de tentar nortear nossa pesquisa, tivemos a questão 8 do pré-teste que era requisitado que aluno assinala-se, caso tivesse alguma dificuldade no que diz respeito ao conteúdo de função afim, caso afirmativo era dado algumas opções para que o aluno retratasse da sua possível dificuldade.

Assim, foi questionado aos participantes da pesquisa:

- Você apresenta dificuldades no conteúdo de função afim (conceito e definição, representação algébrica, resolução de problemas)? ( ) Sim ( ) Não
- Se sim, em qual(is)? ( ) Conceito e definição ( ) Representação algébrica ( ) Resolução de problemas

Dos 32 alunos participantes da pesquisa 78% assinalaram ter alguma dificuldade e 22% assinalaram não ter dificuldade em função afim conforme o Gráfico 2 – Você apresenta dificuldades em alguma no conteúdo de função afim?, ou seja, 25 e 7 alunos respectivamente, em relação a essa parte e na resolução do pré-teste por completo apenas dois alunos obtiveram 100% de acerto (vide tabela Tabela 9 - comparação individual dos alunos no pré-teste e pós-teste).

Gráfico 2 – Você apresenta dificuldades em alguma no conteúdo de função afim?

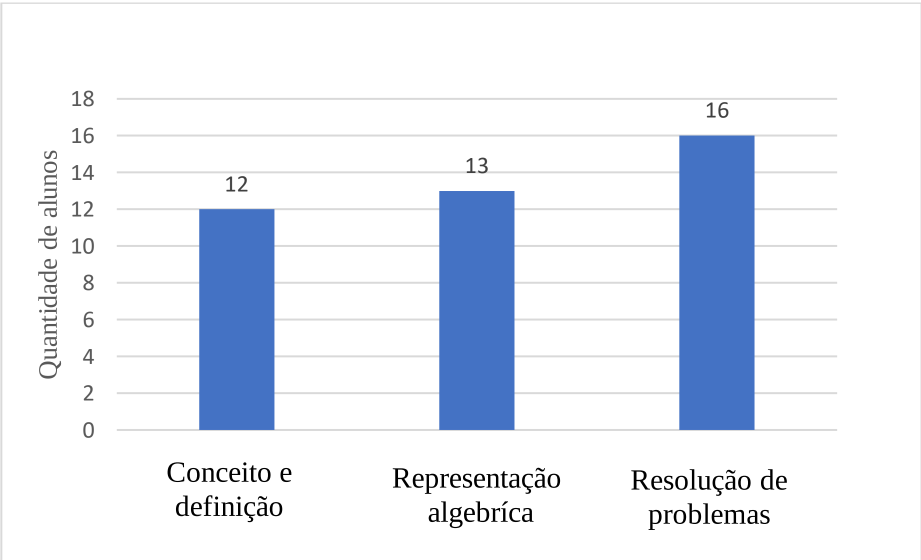


Fonte: Autor (2024)

Para identificar as dificuldades dos alunos a respeito de função tivemos três alternativas, sendo sobre conceito, representação algébrica e na resolução de problemas, respectivamente representam 12, 13 e 16 alunos, analisando essa parte do pré-teste, percebemos que alguns alunos deixaram de assinalar essa parte e que tiveram alguns erros triviais em suas resoluções, como na questão 6, que pede para determinar a função afim na situação problema da questão.

É importante ressaltar que os estudantes podiam marcar mais de uma opção nessa alternativa, como vemos no Gráfico 3 – Possíveis dificuldades no estudo de funções:

Gráfico 3 – Possíveis dificuldades no estudo de funções



Fonte: Autor (2024)

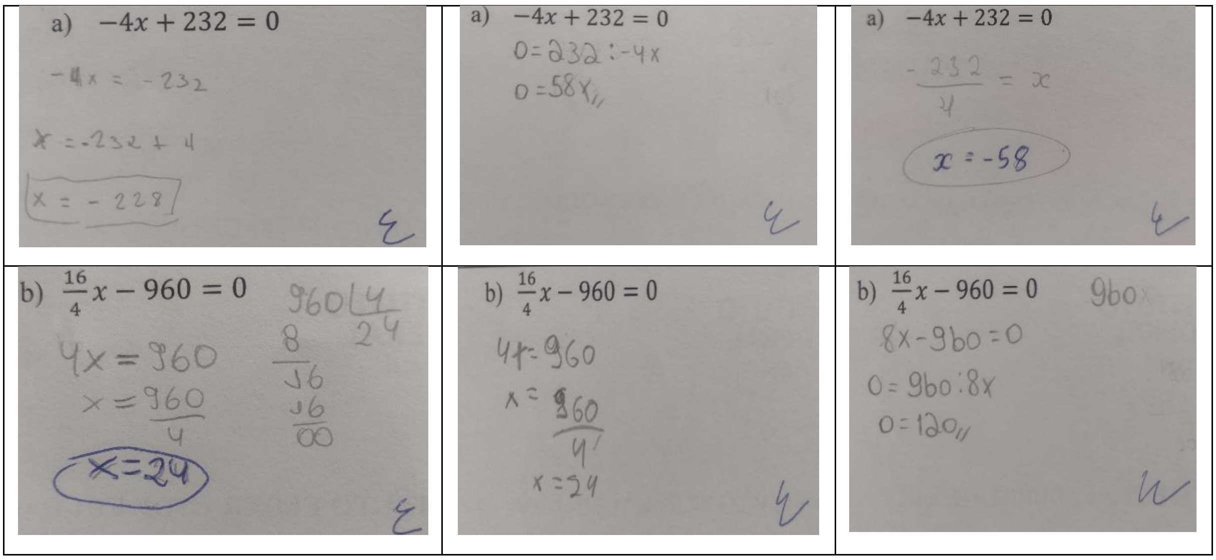
Com base no gráfico anterior acima grande parte dos alunos mostraram ter alguma dificuldade, sendo a resolução de problemas a maior dificuldade entre eles, representando 50% , já na parte de conceito e definição se mostrou a de menor dificuldade, com exatamente 38%.

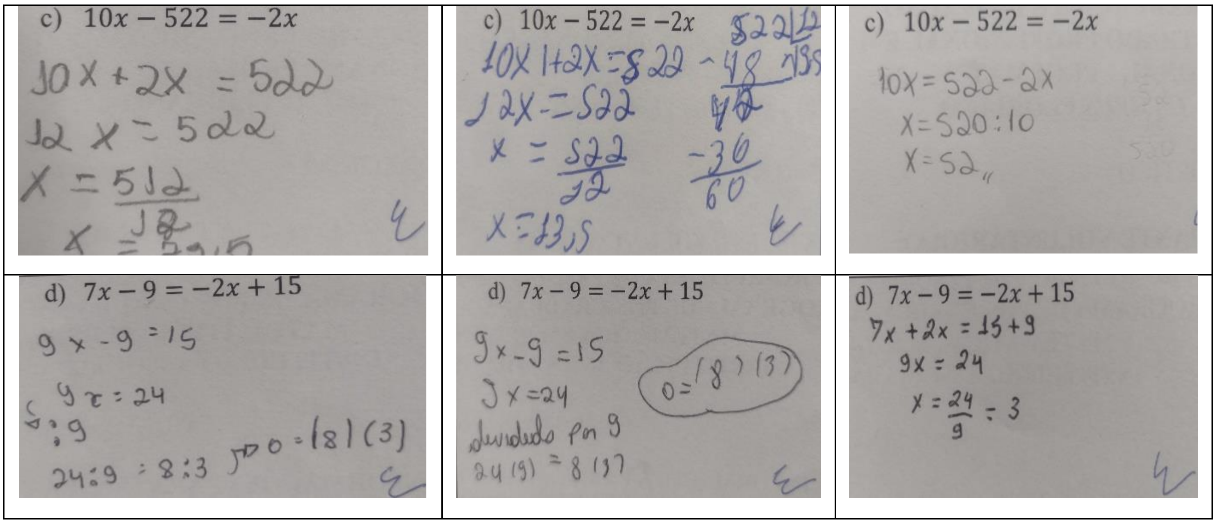
De acordo com a questão 8, sobre os tópicos de função afim que os alunos tinham mais dificuldades, temos:

- Em relação a conceito e definição, com 53%.
    - ✓ Dificuldade em aplicar a definição de função afim nas questões
- Em relação a representação algébrica, com 38% e 34% respectivamente:
    - ✓ Compreender o significado dos coeficientes *a* e *b* na construção do gráfico;
    - ✓ Na substituição de valores em uma função afim.
- Em relação a resolução de problemas, com 50% e 31% respectivamente:
    - ✓ Em aplicar a função afim na resoluções de questões práticas;
    - ✓ Em encontrar uma função afim a partir de um problema.

Essas dificuldades retratadas na questão 8 do pré-teste sobre o conteúdo de função afim que os alunos afirmaram possuir, é possível perceber de acordo com as algumas resoluções dos itens da questão 1, conforme a Figura 7 - Respostas de alguns alunos da questão 1 do pré-teste. Assim, foi possível diagnosticar que aparentemente mesmo sabendo o passo a passo da resolução de uma função afim, um erro bem comum dentre os participantes da pesquisa era tanto o "jogo de sinais", como também na parte de tentar isolar os termos com coeficiente angular e coeficiente linear em cada membro da igualdade.

Figura 7 - Respostas de alguns alunos da questão 1 do pré-teste





Fonte: Autor (2024)

Realizada a análise dos dados coletados, percebe-se que dentre as quatro alternativas dispostos na primeira questão, o item a) teve o maior índice de acerto, sendo de 84%, ou seja, 27 alunos acertaram ou tiveram maior facilidade em encontrar o zero de uma função afim com o coeficiente angular no formato de um número inteiro e seu coeficiente linear um número natural. Por outro lado, o item que houve maior dificuldade de responder se tratava do item d), que é sobre a igualdade de duas funções afins, mas que têm os coeficientes naturais e inteiros, isto é, com o percentual de acerto de 66%.

Nesse sentido, após a aplicação do pré-teste foi possível coletar dados que serviram para nortear o rumo de nossa pesquisa. Assim, foi feita uma proposta de intervenção no intuito de melhorar o processo de ensino aprendizagem no conteúdo de funções, mais precisamente em função afim, utilizando para esse fim a criptografia, sendo aplicada por meio de filmes, aulas expositiva e aplicação de atividade em grupo.

4.3 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A fim de facilitar no processo de ensino aprendizagem no conteúdo de função afim optamos por realizar uma sequência didática que envolvesse criptografia no ensino de funções, sendo explorado desde o surgimento, desenvolvimento e sua importância nos dias de hoje, tanto abordado por meio de aulas expositivas, filmes e atividade em grupo.

4.4 DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Com base na análise de dados feitas no pré-teste, como mencionado anteriormente, foi elaborada uma sequência didática com base em elementos de criptografia como meio de intervenção que tinha como objetivo colaborar por meios de aulas contextualizadas na melhoria do processo de ensino aprendizagem no conteúdo de função afim.

Para a proposta de intervenção foi feitas com base nas seguintes etapas: aplicação do filme "Enigma – O jogo da imitação" que aborda a importância da criptografia para o desenvolvimento da tecnologia; aulas expositivas que abordavam desde o surgimento até a atualidade, isto é, com o intuito de explorar o uso da criptografia nos dias atuais e a aplicação de uma atividade em grupo que aborda desde a criptografia por substituição com a tabela de Júlio César e a utilização da função afim para codificar palavras ou frases. Essas aulas sempre aconteciam nas segundas e terças-feiras, onde na segunda eram duas aulas e na terça-feira uma aula e cada aula tinha a duração de uma hora.

4.5 APLICAÇÃO DE AULA EXPOSITIVA SOBRE CRIPTOGRAFIA

Ao iniciar nossa sequência didática, para introduzir aos alunos fizemos primeiramente uma introdução em forma de duas aulas expositivas de uma hora cada sobre o surgimento como é verificado na Figura 8 - Registro da aula sobre surgimento da criptografia, desenvolvimento, aplicabilidade e importância da criptografia, sendo mostrado quais as formas que eram utilizadas anteriormente até a parte mais avançada como a criação de senhas bancárias. Nesse dia, estavam presentes 28 dos 40 alunos, que é equivalente a 70% do total de alunos.

Inicialmente na aula expositiva foi mostrada o surgimento da criptografia, sendo pela necessidade militar de enviar mensagens de forma seguras, onde se por ventura fosse interceptada apenas o emissor e o destinatário poderiam decifra-las, como é mostrado na figura 08.

Figura 8 - Registro da aula sobre surgimento da criptografia

Fonte: Autor (2024)

No decorrer da aula foi comentado sobre a Cifra de César, que consistia em uma tabela do alfabeto com 26 letras e cada uma com um correspondente numérico, com o detalhe de cada letra ser “três números a frente”, que tornava muito simples de decifrar, com isso houve a necessidade de tornar as mensagens mais seguras.

Nesse sentido, com o avanço da criptografia uma alternativa para o envio de mensagens era a utilização similar ao de Júlio César, mas com o detalhe de a chave ser uma função afim que admita uma inversa, conforme a Figura 9 - Abordagem dos conceitos da criptografia nos dias atuais.

Figura 9 - Abordagem dos conceitos da criptografia nos dias atuais

Fonte: Autor (2024)

Com base na aula anterior que foi abordado sobre alguns aspectos da criptografia, foi passado o filme Enigma – O jogo da imitação, que retrata a história do criptonalista Alan Turing e a “luta” para vencer a máquina Enigma, estando presente 26, do total de 40 alunos da turma. Com suas contribuições durante a segunda guerra, foi possível salvar milhares de vidas e criando o primeiro computador, nessa etapa da pesquisa ocorreu em três aulas.

Durante a aplicação do filme, como é visto na Figura 10 - Filme Enigma – O jogo da imitação percebemos que os alunos demostraram bastante atenção, ao término do filme foi dado espaço para que estes retratassem sobre o filme, sendo a opinião da maioria favorável.

Figura 10 - Filme Enigma – O jogo da imitação

Fonte: Autor (2024)

Com o intuito de prover uma interação entre os alunos, para favorecer a troca de informações entre os participantes sobre os tópicos vistos até o momento sobre criptografia, foi realizado uma aplicação prática de atividade a turma, sendo dividida em três grupos e que aplicassem os conceitos de criptografia por meio de função afim.

Nesse sentido, a proposta de atividade em grupo era composta de uma questão e seis itens, de a) até f), sendo disposta uma função que admite uma inversa e uma tabela com letras do alfabeto e cada item como pré-requisito para o próximo (vide apêndice III). Nessa etapa da pesquisa estavam presentes 25 alunos que representa 62,5% do total de alunos e aconteceu em duas aulas de uma hora cada.

4.6 APLICAÇÃO DA ATIVIDADE EM GRUPO

Na primeira questão, com a finalidade de introduzir o conceito de criptografia era dada uma função afim simples, na forma $f(x) = x + 7,$ sendo que ela admite a inversa e uma tabela com alfabeto de 26 letras e com cada letra correspondendo a um número natural, iniciando 0 ao 25, que no caso a Tabela 3 - Alfabeto cifrado. Que posteriormente são utilizados como base para responder os demais itens dessa questão.

Tabela 3 - Alfabeto cifrado

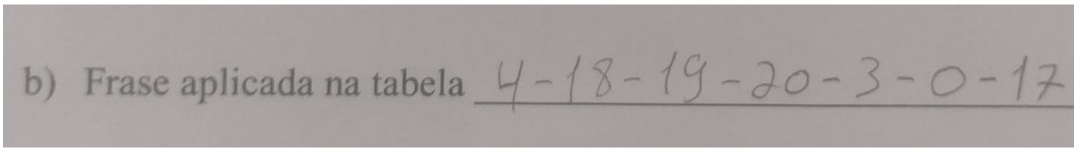
A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Fonte: Autor (2024)

De maneira geral, nos itens seguintes da atividade, cada grupo ficou responsável de escolher uma palavra ou frase, para depois utilizar a tabela acima para substituir cada letra ao seu número correspondente, como também de usar a função afim dada na questão.

No item a) da primeira questão, como mencionando anteriormente, os grupo optaram por unanimidade por escolhas de palavras, onde as palavras escolhidas foram: *lua, mar* e *estudar.* Analisando a palavra *estudar* escolhida por um dos grupos, que no item b) tivemos a substituição das suas letras por seus respectivos correspondentes (vide Figura 11 - Palavra cifrada).

Figura 11 - Palavra cifrada


b) Frase aplicada na tabela 4-18-19-20-3-0-17

Fonte: Autor (2024)

Ao analisar com mais detalhe cada letra da palavra *estudar*, temos nosso primeiro contato com a criptografia de maneira prática e simples, ocorrendo por meio da substituição, pois agora a palavra ESTUDAR corresponde a seguinte sequência numérica $4 - 18 - 19 - 20 - 3 - 0 - 17$. Entretanto, com esse nível de segurança, a mensagem fica bem fragilizada, isto é, bastaria descobrir apenas uma associação correta entre um número da sequência com a palavra *estudar* que é o suficiente para descodificar o restante da mensagem, como pode ser analisado na Tabela 4 - Cifragem da palavra estudar.

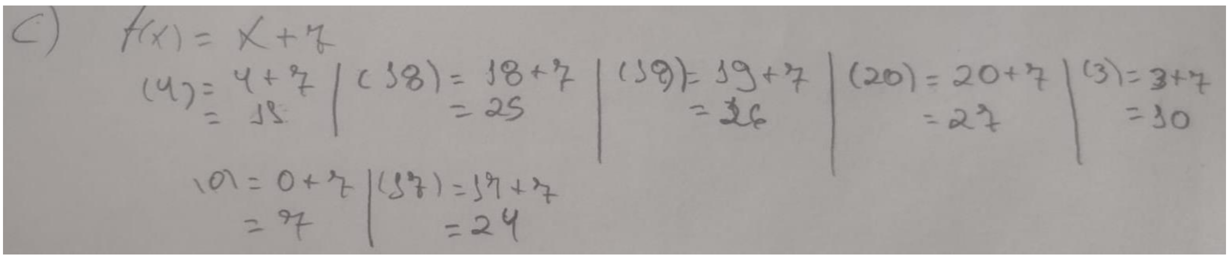
Tabela 4 - Cifragem da palavra estudar

E	**S**	**T**	**U**	**D**	**A**	**R**
4	18	19	20	3	0	17

Fonte: Autor (2024)

Com a sequência de números resultante da substituição da palavra *estudar*, no item c) foi requisitado ao grupo que aplicassem em cada número da sequência anterior na função $f(x) = x + 7$, obtendo assim uma nova sequência de números, como podemos ver na Figura 12 - Aplicação da função $f(x) = x + 7$. Nesse item, percebeu-se a interação entre o grupo de modo a cada integrante ficar responsável, tanto para fazer as contas, como também para corrigi-las.

Figura 12 - Aplicação da função $f(x) = x + 7$


c) $f(x) = x + 7$

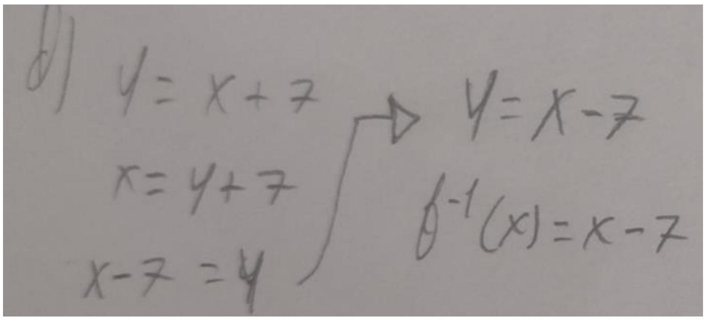
$(4) = 4 + 7 = 11$ | $(18) = 18 + 7 = 25$ | $(19) = 19 + 7 = 26$ | $(20) = 20 + 7 = 27$ | $(3) = 3 + 7 = 10$

$(0) = 0 + 7 = 7$ | $(17) = 17 + 7 = 24$

Fonte: Autor (2024)

Assim, com a utilização da função afim sugerida na questão tivemos como resultado a seguinte sequência $11 - 25 - 26 - 27 - 10 - 7 - 24$ (iii), que se fossemos tentar substituir na tabela dada na questão, teríamos como resultado a palavra: LZABKHY, ou seja, teríamos uma palavra ilegível que não faz sentido. Logo, para tentar descriptografar a nova mensagem da sequência obtida (iii), temos que descobrir primeiramente a inversa da função utilizada, como é requisitado no item d) da atividade, que é feita na Figura 13 - Cálculo da função inversa.

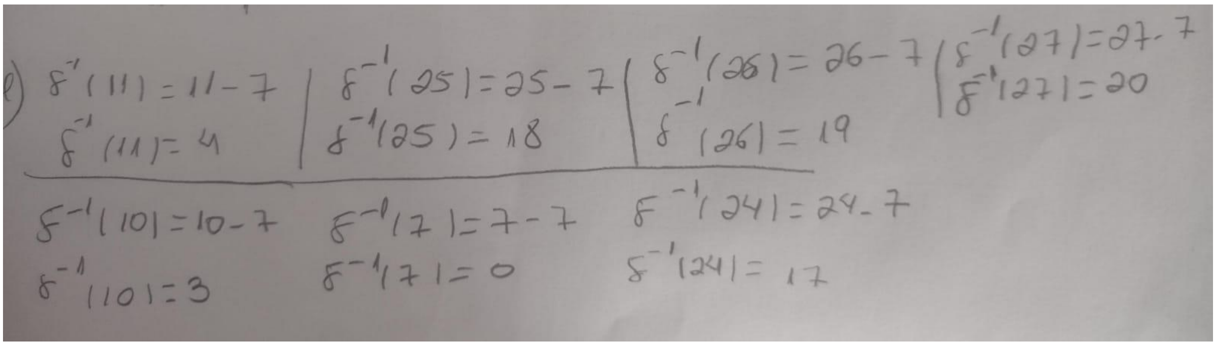
Figura 13 - Cálculo da função inversa



Fonte: Autor (2024)

Calculada a função inversa no item d), no item e) se pede para aplicar a sequência $11 - 25 - 26 - 27 - 10 - 7 - 24$ na função inversa calculada anteriormente que é $f(x)^{-1} = x - 7$, que é feita na Figura 14 - Resolução do item e). Para a resolução dessa alternativa (vide Figura 14 - Resolução do item e)) vimos o trabalho em equipe feito pelo grupo, como um processo de trabalho mutuo em que grande parte dos participantes interagiam para resolver o que era proposto.

Figura 14 - Resolução do item e)



Fonte: Autor (2024)

Como resultado da aplicação da função inversa conforme a Figura 14 - Resolução do item e), tivemos como resultado a seguinte sequência numérica $4 - 18 - 19 - 20 - 3 - 0 - 17$, que por sua vez é a mesma sequência inicial, onde ao fazermos a associação de cada número com sua respectiva letra no alfabeto da tabela dada na questão temos como resultado a palavra ESTUDAR. Pois a chave de para descriptografar a mensagem, ou seja, em forma de palavra ou frase é a função inversa da função utilizada.

Na aplicação da atividade em grupo (vide Figura 15 - Aplicação da atividade em grupo) foi possível perceber a cooperação da maioria na resolução da atividade, de modo que as tarefas dos itens eram dividas entre os membros do grupo e caso existisse dúvidas estes tentavam sanar entre eles, caso não fosse suficiente a ajudar do grupo o docente intervia.

Figura 15 - Aplicação da atividade em grupo

Fonte: Autor (2024)

Nessa atividade foi exigida dos alunos o uso de funções, na parte da substituição, como também de atenção para verificar se a sequência obtida como resultado estava de fato a correta, ou se teria tido algum erro nas contas, pois se acontecesse de não corresponder a palavra original, estes teriam de descobrir onde teriam errado juntamente com o grupo.

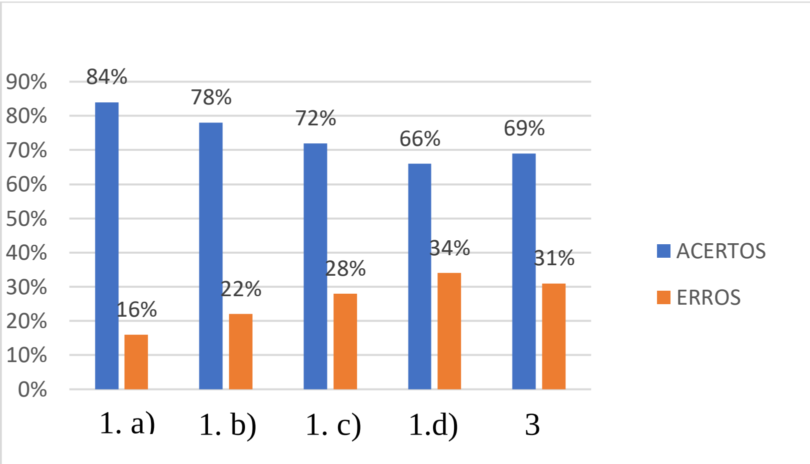
4.7 VERIFICAÇÃO DA EVOLUÇÃO DOS SUJEITOS DA PESQUISA

Nesse tópico apresentaremos os resultados da aplicação do pré-teste e pós-teste comparando-os a fim de verificar se houve uma melhoria ou não no processo de ensino aprendizagem em matemática, voltado aos conteúdos de função afim por meio da sequência didática que envolvia o uso da criptografia.

4.8 CÁLCULO DO ZERO DE UMA FUNÇÃO AFIM

Nos gráficos 4 e 5, estão associados ao pré-teste e pós-teste no que se diz respeito a questão 1 e 3, com os enunciados respectivamente: "Encontre o zero das seguintes funções afim, deixando os cálculos que utilizou para justificar o resultado" e "Podemos afirmar que o zero da função $f(x) = -\frac{4}{5} + 20$ é igual a:" que nessas questões é questionado sobre dado uma função, qual seria seu zero da função, ou seja, o valor que ao substituir na função faça com que ela assuma o valor nulo, deixando os cálculos como justificativa da resposta. Vale ressaltar que as questões 1 e 3 do pré-teste para pós-teste são similares. Assim, em relação ao pré-teste temos o Gráfico 4 – Percentuais das respostas do Pré-teste das questões 1 itens a), b), c), d) e questão 3, que retrata os percentuais da primeira e terceira questão.

Gráfico 4 – Percentuais das respostas do Pré-teste das questões 1 itens a), b), c), d) e questão 3



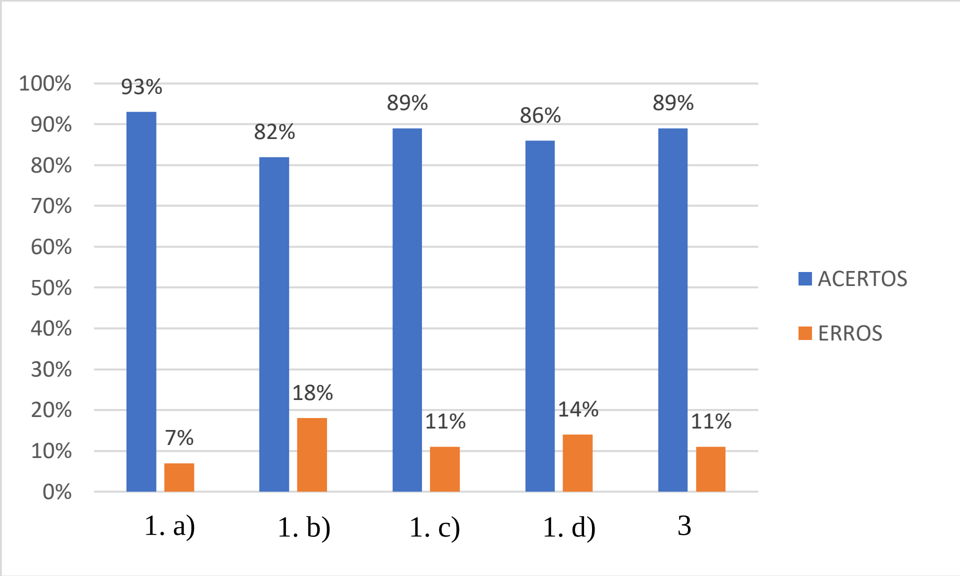
Fonte: Autor (2024)

Pelo Gráfico 4 – Percentuais das respostas do Pré-teste das questões 1 itens a), b), c), d) e questão 3, percebeu-se que o percentual de acertos em todas as questões é superior a 50%, isto é, mais da metade da turma mostraram ter conhecimento prévio e domínio a acerca do tópico de como encontrar o zero de uma função afim. E ainda, notou-se que foi primeira questão no item a) que teve o maior percentual de acertos, com 84% e por outro lado, foi na primeira questão item d) onde se teve a maior quantidade de erros, com cerca de 34%.

Ainda sobre o gráfico anterior, houve alguns alunos que deixaram sem respostas alguns itens, talvez por não terem um conhecimento prévio a respeito do conteúdo em questão, como também por não saberem responder.

Já em relação ao pós-teste, onde as questões 1 e 3 são similares a do pré-teste com os enunciados: "Encontre o zero das seguintes funções afim, deixando os cálculos que utilizou para justificar o resultado." e De acordo com a função afim $f(x) = -\frac{10}{9}x + 50$, pode-se afirmar que o zero da função é igual a:" respectivamente, tivemos a taxa percentual de acertos maior ou igual a 82% em todas as questões, conforme é mostrado no Gráfico 5 – Percentuais das respostas do Pós-teste das questões 1 itens a), b), c), d) e questão 3.

Gráfico 5 – Percentuais das respostas do Pós-teste das questões 1 itens a), b), c), d) e questão 3



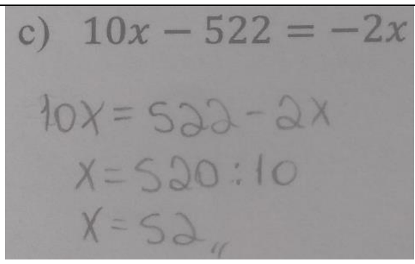
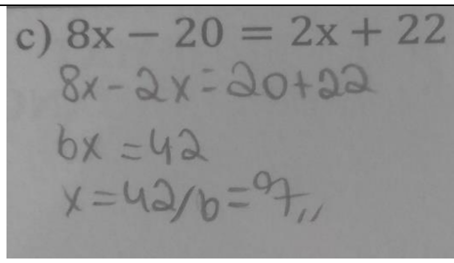
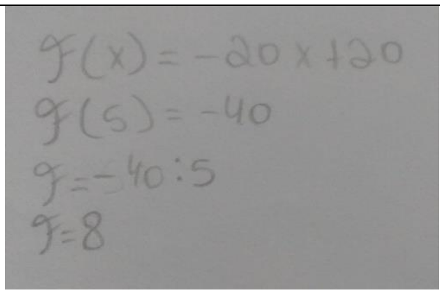
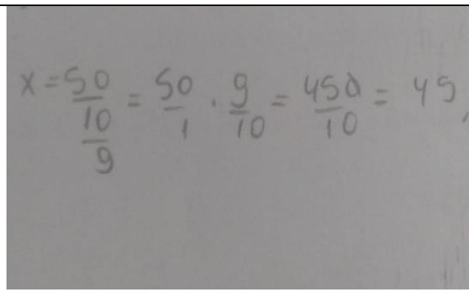
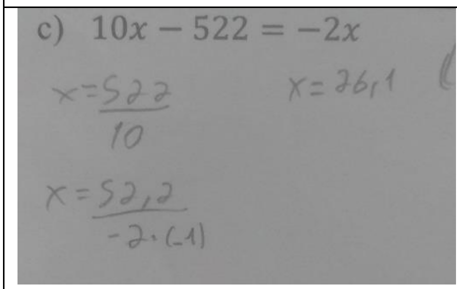
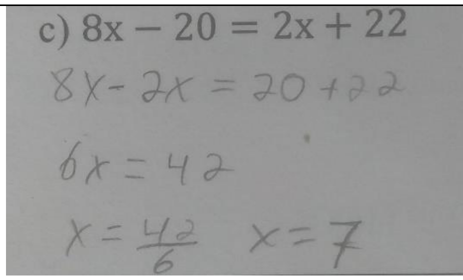
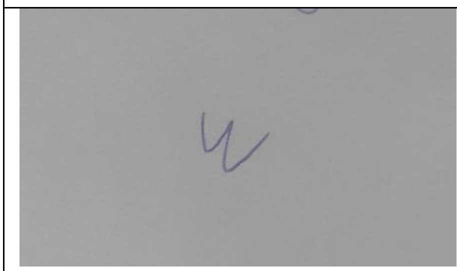
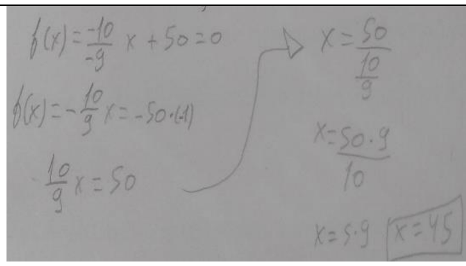
Fonte: Autor (2024)

Com base no Gráfico 5 – Percentuais das respostas do Pós-teste das questões 1 itens a), b), c), d) e questão 3, tivemos 93% como nossa maior taxa percentual que foi maior que no pré-teste e em relação ao percentual de questões erradas foi na primeira questão item b) com 18%, sendo que no pré-teste foi 22%, ou seja, uma diminuição de 4%. Nesse sentido, a turma mostrou uma melhoria no conteúdo de função afim sobre o tópico de zero da função.

No comparativo realizado em relação aos gráficos 4 e 5, tivemos como destaque os alunos A21 e A27 que demonstraram maior evolução. Vale ressaltar que o aluno A21 teve percentuais de 10% e 80% no pré-teste e pós-teste, de maneira semelhante o aluno A27 também teve um progresso com percentuais 30% e 90% no pré-teste e pós-teste respectivamente.

Na Tabela 5 - Comparação das resoluções das questões 1 e 3 dos alunos A21 e A27 temos algumas resoluções feitas pelos mesmos, sendo que as questões abordavam sobre o zero de uma função afim.

Tabela 5 - Comparação das resoluções das questões 1 e 3 dos alunos A21 e A27

Aluno	Questão	Pré-teste	Pós-teste
A21	1	c) $10x - 522 = -2x$	c) $8x - 20 = 2x + 22$
			
	3	$f(x) = -\frac{4}{5}x + 20$	$f(x) = -\frac{10}{9}x + 50$
			
A27	1	c) $10x - 522 = -2x$	c) $8x - 20 = 2x + 22$
			
	3	$f(x) = -\frac{4}{5}x + 20$	$f(x) = -\frac{10}{9}x + 50$
			

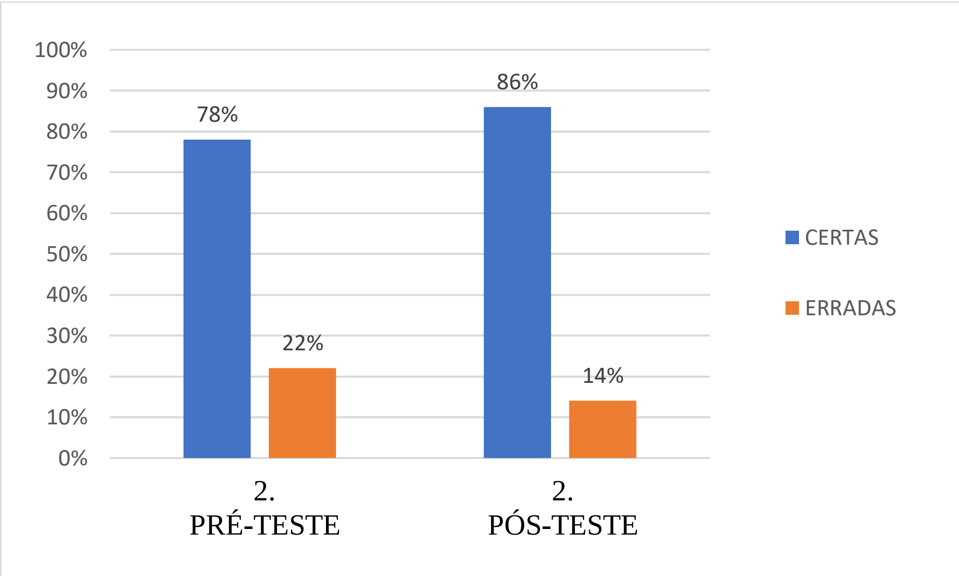
Fonte: Autor (2024)

Como é mostrado na tabela acima, vimos uma melhoria na resolução dos alunos na parte de encontrar o zero de uma função afim, sendo encontrados alguns erros nos itens da primeira questão e que em seu correspondente no pós-teste estava correto. Além disso, teve também em itens que estavam em branco, mas que no pós-teste o aluno conseguiu resolver de maneira correta.

4.9 SUBSTITUIÇÃO DE VALORES EM UMA FUNÇÃO AFIM

No Gráfico 6 – Percentuais das respostas do Pré-teste e Pós-teste da questão 2, são respectivamente ao pré-teste e pós-teste que referem-se a questão 2 que é a aplicação de valores em uma função afim, como as funções afins $f(x)$ e $g(x)$ com coeficientes lineares nulos, posteriormente resolver $f(x) - g(x)$, conforme o apêndice II e apêndice IV. Nesse sentido, era exigido do aluno o conhecimento prévio da substituição de valores em uma função e de resolver a equação resultante.

Gráfico 6 – Percentuais das respostas do Pré-teste e Pós-teste da questão 2

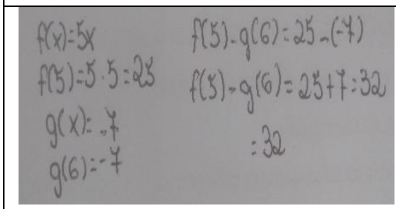
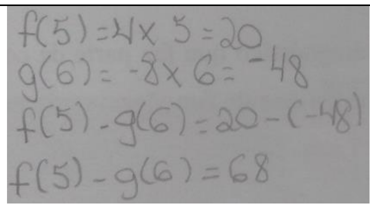
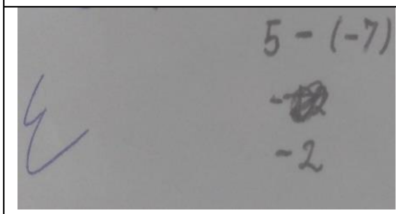
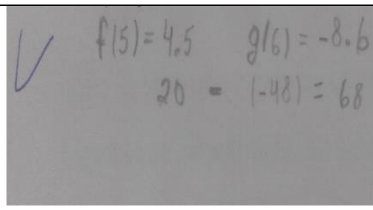


Fonte: Autor (2024)

A partir do gráfico 6, notamos que na questão 2 do pré-teste obtivemos um resultado positivo, acima de 50% com os alunos conseguindo resolver a questão corretamente. Por outro lado, no pós-teste o percentual de acertos correspondeu a 86%, ou seja, teve um aumento 10% e em relação as questões erradas, houve uma diminuição de 6%.

Em um comparativo geral dentre os alunos que tiveram uma evolução ou não do pré-teste para o pós-teste, destacamos os alunos A17 que fez 80% no pré-teste e 40% no pós-teste, reduzindo pela metade e o aluno A24 teve um percentual de 30% no pré-teste e 70% no pós-teste, tendo uma melhoria de 40%. Assim, podemos analisar algumas das resoluções feitas por eles na Tabela 6 - Comparação das resoluções da questão 2 do Pré-teste e Pós-teste dos alunos A17 e A24.

Tabela 6 - Comparação das resoluções da questão 2 do Pré-teste e Pós-teste dos alunos A17 e A24

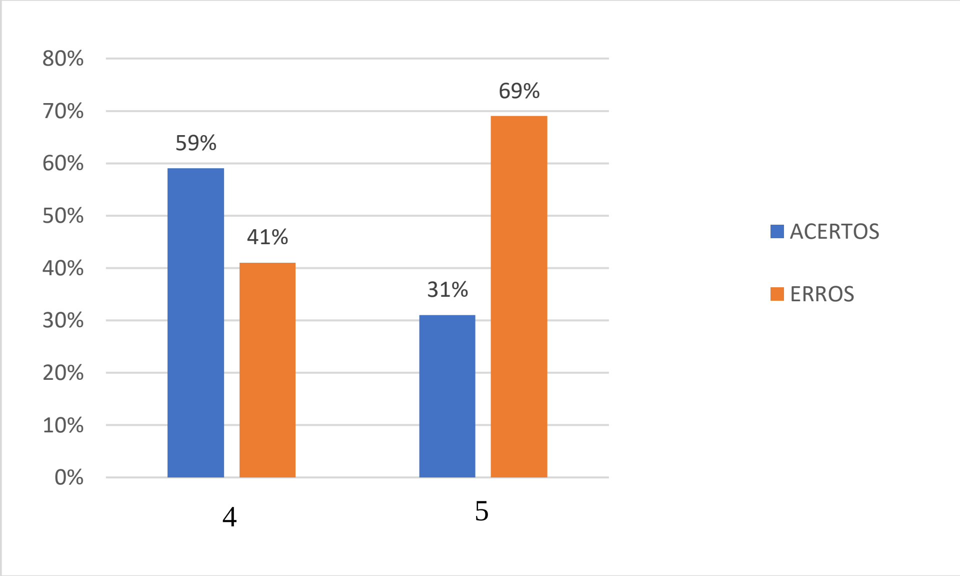
Aluno	Questão	Pré-teste	Pós-teste
A17	2	Seja $f(x) = 5x$ e $g(x) = -7x$, calcule o valor de $f(5) - g(6)$.	Sejam as funções afins $f(\text{x}) = 4\text{x}$ e $g(\text{x}) = -8\text{x}$, calcule o valor de $f(5) - g(6)$
			
A24	2	Seja $f(x) = 5x$ e $g(x) = -7x$, calcule o valor de $f(5) - g(6)$.	Sejam as funções afins $f(\text{x}) = 4\text{x}$ e $g(\text{x}) = -8\text{x}$, calcule o valor de $f(5) - g(6)$
			

Fonte: Autor (2024)

Nas questões 4 e 5 que pedia para encontrar a interseção de duas funções afins e de encontrar a função afim dados dois pontos, temos o Gráfico 7 – Percentuais das respostas do Pré-teste das questões 4 e 5, que para responder essas questões percebe-se que nessas é exigido do aluno o conhecimento das definições.

Para a resolução dessas questões como a interseção de duas funções basta iguala-las e desenvolver os cálculos de modo a encontrar o par ordenado que representa o ponto de intercessão e pelo axioma de Euclides de dados dois pontos temos uma reta, que no caso proposto é resolvido como forma de sistemas, que encontrando o primeiro valor basta substituir na outra equação para encontrar o valor do outro coeficiente, conforme os Apêndice II e Apêndice IV.

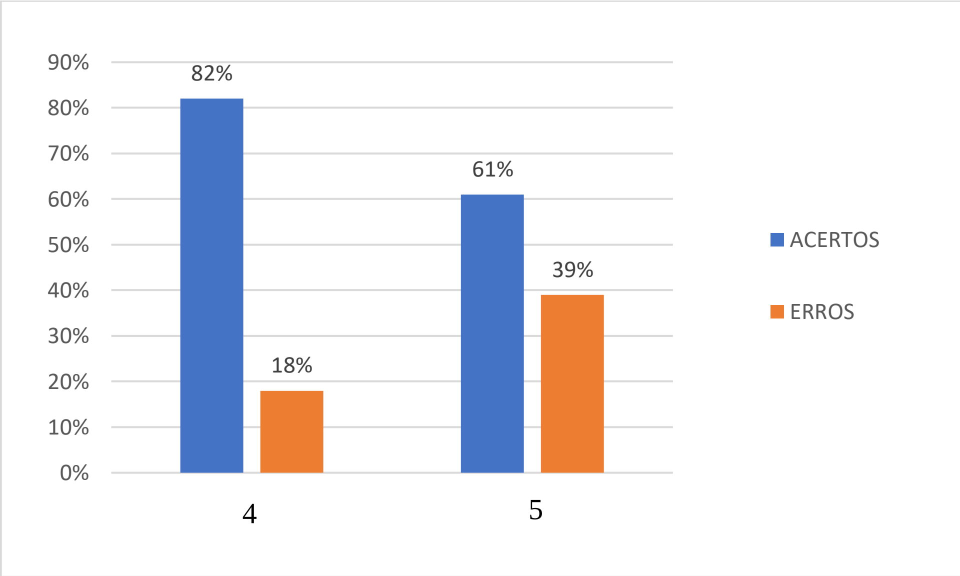
Gráfico 7 – Percentuais das respostas do Pré-teste das questões 4 e 5



Fonte: Autor (2024)

Observando o gráfico 7 do pré-teste que trata-se sobre as questões 4 e 5, percebemos que a questão 4 teve um maior índice de acertos com 59%, por outro lado a questão 5 teve um percentual de respostas erradas de 69%, ou seja, mais da metade dos alunos que participaram do pré-teste erraram ou deixaram em branco essa questão Já em relação ao pós-teste, temos o Gráfico 8 – Percentuais das respostas do Pós-teste das questões 4 e 5.

Gráfico 8 – Percentuais das respostas do Pós-teste das questões 4 e 5

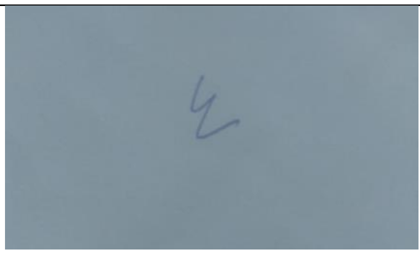
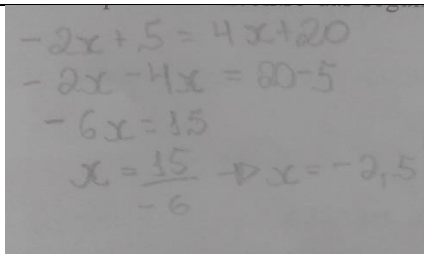
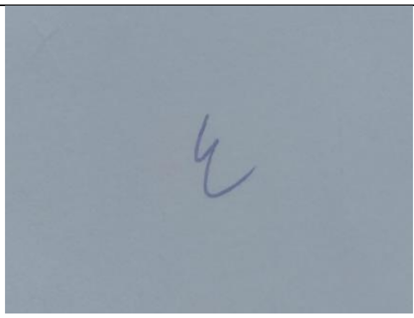
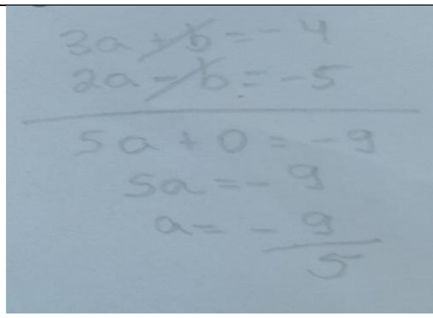


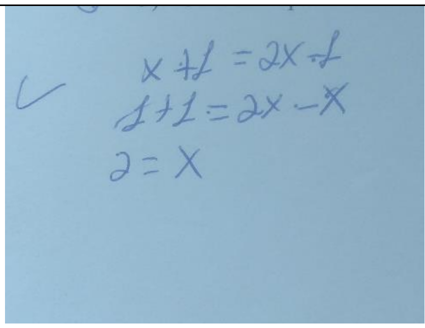
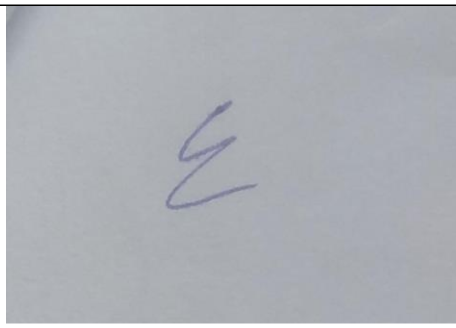
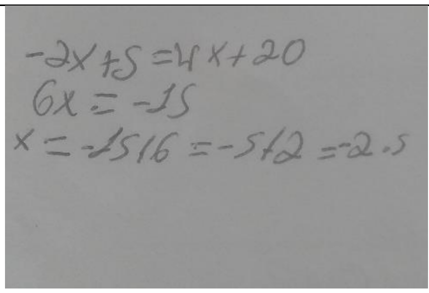
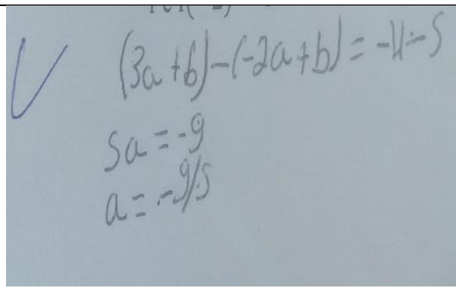
Fonte: Autor (2024)

De acordo, com o Gráfico 8 – Percentuais das respostas do Pós-teste das questões 4 e 5em relação ao gráfico anterior, percebemos uma melhoria nas duas questões 4 e 5, sendo no pós-teste a questão 4 com 82%, ou seja, tivemos um aumento de 23% em relação ao pré-teste, já na questão 5, tivemos uma diminuição na percentual de erros, saindo de 69% do pré-teste para 30% no pós-teste, isto é, uma diminuição de 30%.

Para uma melhor análise, dos alunos participantes da pesquisa que tiveram uma evolução na parte do tópico de intersecção função afim e de encontrar uma função dados dois pontos, optamos por fazer um comparativo dos alunos A1 e A4, que pode ser analisado com mais detalhes na Tabela 7 - Comparação das resoluções da questão 4 e 5 do Pré-teste e Pós-teste dos alunos A1 e A4.

Tabela 7 - Comparação das resoluções da questão 4 e 5 do Pré-teste e Pós-teste dos alunos A1 e A4

Aluno	Questão	Pré-teste	Pós-teste
A1	4	Calcule o ponto de intersecção das seguintes funções: $y = x + 1$ e $y = 2x - 1$.	Determine o ponto de encontro das seguintes funções: $y = -2x + 5$ e $y = 4x + 20$.
			
	5	Dada a função afim $f(x) = ax + b$, sabendo-se que $f(2) = 6$ e $f(-1) = -3$, o valor do coeficiente angular dessa função é	Determine o valor do coeficiente angular da função $f(\text{x}) = ax + b$, sendo $f(3) = -4$ e $f(-2) = 5$.
			
		Calcule o ponto de intersecção das seguintes funções: $y = x + 1$ e $y = 2x - 1$.	Determine o ponto de encontro das seguintes funções: $y = -2x + 5$ e $y = 4x + 20$.

	4		
			
A4	5	Dada a função afim $f(x) = ax + b$, sabendo-se que $f(2) = 6$ e $f(-1) = -3$, o valor do coeficiente angular dessa função é	Determine o valor do coeficiente angular da função $f(x) = ax + b$, sendo $f(3) = -4$ e $f(-2) = 5$.
			

Fonte: Autor (2024)

Na Tabela 7 - Comparação das resoluções da questão 4 e 5 do Pré-teste e Pós-teste dos alunos A1 e A4, temos as resoluções feitas pelos alunos A1 e A4,com o aluno A1 acertando 60% no pré-teste e 100% no pós-teste, ou seja, uma melhora significativa de 40%, já o aluno A4 conseguindo um percentual de acertos de 70% no pré-teste e 80% no pós-teste, tendo um aumento de 10%.

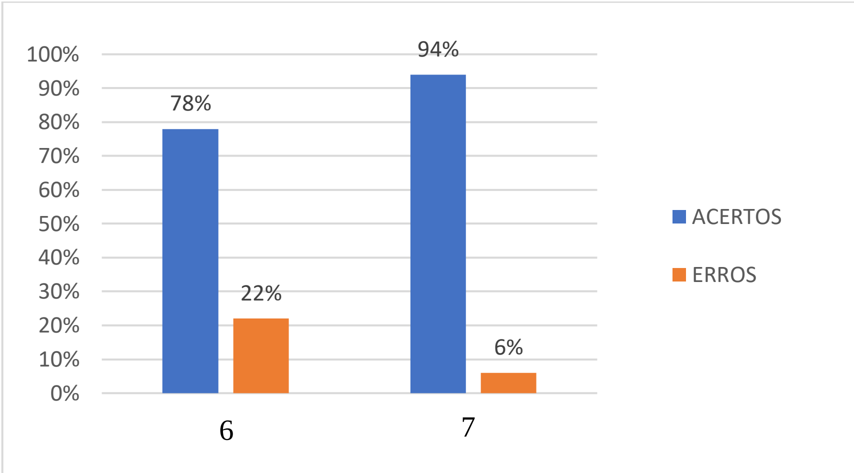
4.10 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE UMA FUNÇÃO AFIM

Nessa subseção apresentaremos os resultados obtidos no pré-teste e pós-teste relativos ao tópico de resolução de problemas de uma função, posteriormente comparando a resolução de alguns sujeitos que participaram da pesquisa.

Analisando as respostas do pré-teste e pós-teste da pesquisa nas questões 6 e 7 que se referem a resolução de problemas de função, como também de formular uma função afim que descreva uma situação problema da questão, conforme o Apêndice II e Apêndice IV. O Gráfico

9 – Percentuais das respostas do Pré-teste das questões 6 e 7 mostra o resultado em forma de percentuais das questões 6 e 7 do pré-teste.

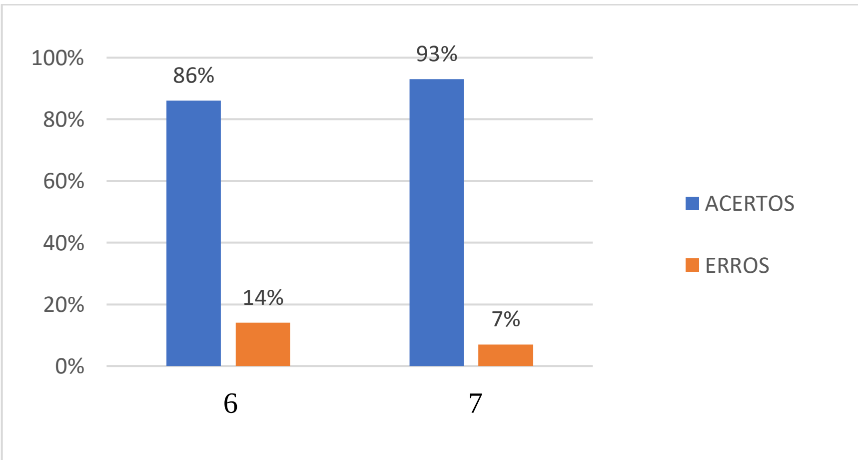
Gráfico 9 – Percentuais das respostas do Pré-teste das questões 6 e 7



Fonte: Autor (2024)

Diante do Gráfico 9 – Percentuais das respostas do Pré-teste das questões 6 e 7, temos a questão 7 com quase todos os alunos acertando-a e na questão 6 com mais da metade dos alunos conseguindo resolver de maneira correta. Esses dados indicam que a turma possui menos dificuldade relacionados ao tópico de formular uma função afim dado uma situação problema na questão, como também de encontrar o valor de x, dado o valor de $f(x)$. E em relação ao pós-teste o Gráfico 10 – Percentuais das respostas do Pós-teste das questões 6 e 7 retrata as resoluções dos alunos no pós-teste.

Gráfico 10 – Percentuais das respostas do Pós-teste das questões 6 e 7

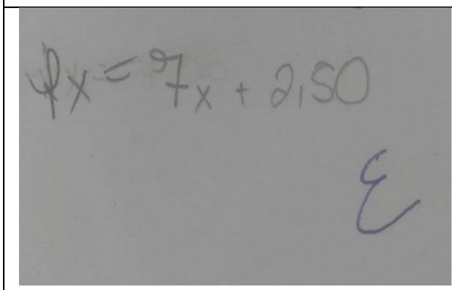
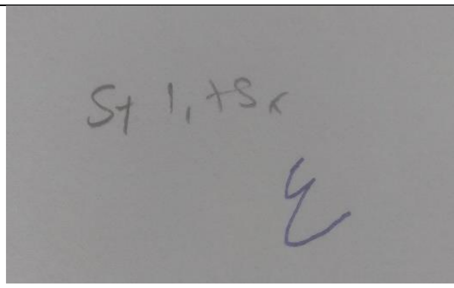


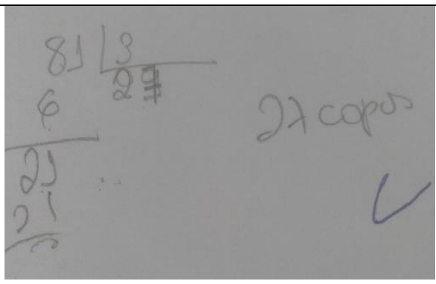
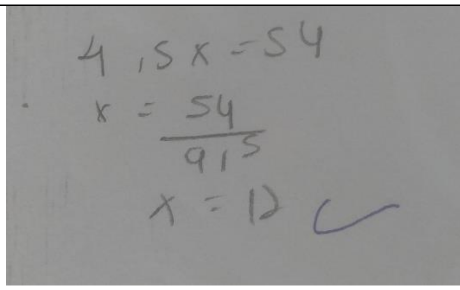
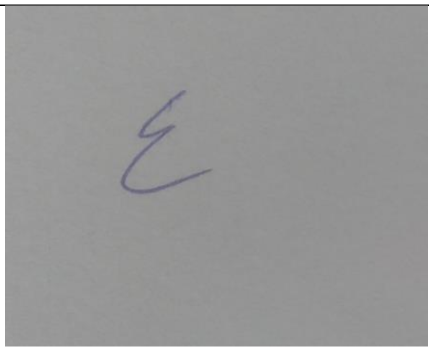
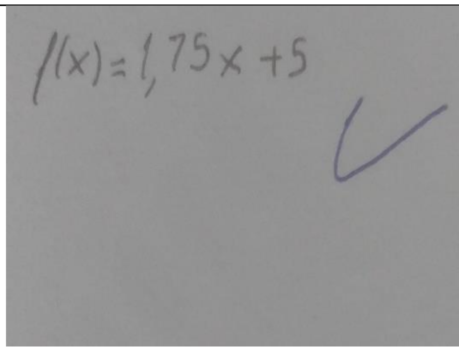
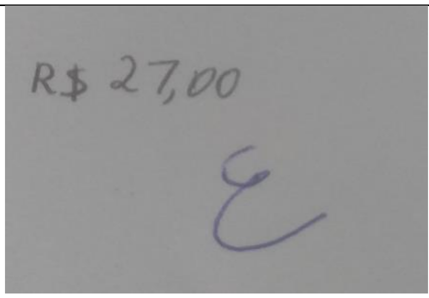
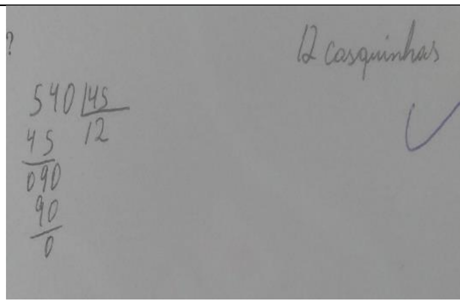
Fonte: Autor (2024)

Analisando o gráfico 10 em comparativo com o gráfico 9, percebemos uma melhoria no percentual de acertos na questão 6 que antes era de 78% e que agora é de 86%, com isso tivemos um aumento de 6%, por outro lado na questão 7 do pós-teste tivemos um decréscimo de 1%, pois no pré-teste tivemos 94% de acerto enquanto no pós-teste 93%. Vale ressaltar que a quantidade de alunos participando do pós-teste foi menor do que no pré-teste, sendo melhor visualizado na Tabela 8 - Comparação das resoluções da questão 6 e 7 do Pré-teste e Pós-teste dos alunos A15 e A16.

Em ambas as questões os alunos acertaram mais de 50%, com um leve decréscimo na questão 7. Dentre os alunos que fizeram parte das duas etapas da pesquisa, destacamos as resoluções dos alunos A15 e A16, como veremos a seguir no comparativo .

Tabela 8 - Comparação das resoluções da questão 6 e 7 do Pré-teste e Pós-teste dos alunos A15 e A16

Aluno	Questão	Pré-teste	Pós-teste
	6	Uma companhia de táxi estabelece uma tarifa inicial de R$ 7,00 e acrescenta R$ 2,50 por cada quilômetro percorrido. Determine a fórmula que representa a função para calcular o valor total cobrado pelos táxis dessa empresa.	Em uma companhia de transporte cobra uma taxa inicial de R$ 5,00 e somando R$ 1,75 por cada quilômetro rodado. Encontre a fórmula que representa a função para calcular o valor total cobrado por essa companhia.
			
A15		Em uma lanchonete o copo de café custa R$ 3,00 e que um grupo de amigos gastaram no R$ 81,00 no total. Quantos copos de café foram comprados pelo grupo de amigos?	Em uma sorveteria, cada casquinha custa R$ 4,50. Se um grupo de amigos foi a sorveteria e gastou R$ 54,00 no total. Quantas casquinhas de sorvete foram compradas pelo grupo?

	7		
A16	6	Uma companhia de táxi estabelece uma tarifa inicial de R$ 7,00 e acrescenta R$ 2,50 por cada quilômetro percorrido. Determine a fórmula que representa a função para calcular o valor total cobrado pelos táxis dessa empresa.	Em uma companhia de transporte cobra uma taxa inicial de R$ 5,00 e somando R$ 1,75 por cada quilômetro rodado. Encontre a fórmula que representa a função para calcular o valor total cobrado por essa companhia.
			
	7	Em uma lanchonete o copo de café custa R$ 3,00 e que um grupo de amigos gastaram no R$ 81,00 no total. Quantos copos de café foram comprados pelo grupo de amigos?	Em uma sorveteria, cada casquinha custa R$ 4,50. Se um grupo de amigos foi a sorveteria e gastou R$ 54,00 no total. Quantas casquinhas de sorvete foram compradas pelo grupo?
			

Fonte: Autor (2024)

Em relação a essas questões sobre situação problema de função afim, o aluno A15 teve 80% de acertos no pré-teste e 80% no pós-teste, ou seja, manteve o mesmo percentual, já o aluno A16 fez 60% de acertos no pré-teste e 100% de acertos no pós-teste, com isso teve um aumento de 40%. E na Figura 16 - Aplicação do pós-teste, temos a aplicação do pós-teste que envolvia questões de modo a verificar os possíveis efeitos da nossa pesquisa.

Figura 16 - Aplicação do pós-teste

Fonte: Autor (2024)

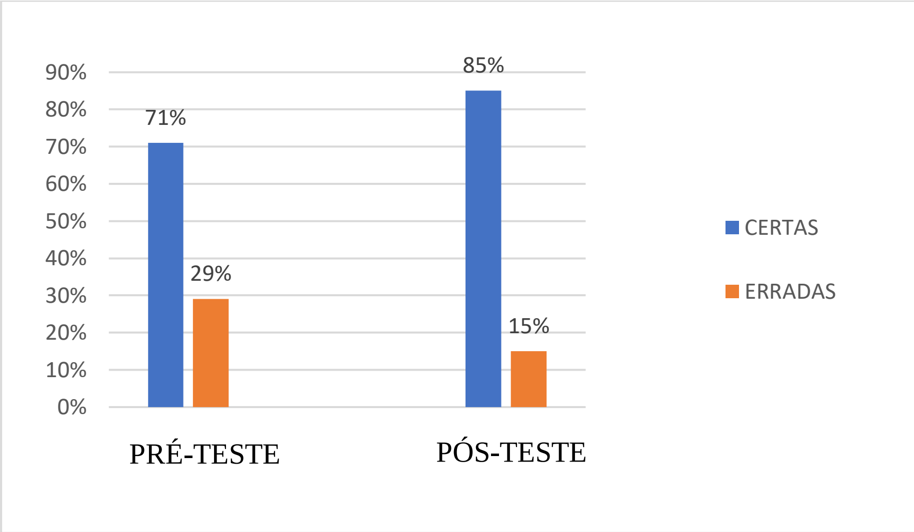
4.11 ANÁLISE GERAL

Para a análise de dados dos percentuais médios, é importante ressaltar a quantidade de participantes em cada etapa, pois em cada fase tivemos alguns alunos que faltavam. Na turma escolhida são 40 alunos matriculados, na primeira fase que foi a aplicação do pré-teste estavam presentes 32 alunos, já no pós-teste tivemos 28 alunos participando da pesquisa, ou seja, 4 alunos a menos em relação a etapa anterior.

No Gráfico 11 – Percentuais médios do pré-teste e pós-teste, podemos observar que os percentuais médios aumentaram de 71% para 85% de pré-teste e pós-teste, respectivamente, tendo um aumento de 14%. Isso mostra que a turma apresentou uma melhoria no conteúdo de função afim.

Desse modo, tivemos um resultado favorável, tendo uma melhoria significativa no conteúdo de funções por meio aplicação de criptografia. Assim, tanto com os resultados mostrados em forma de gráficos, também ressaltar o envolvimento dos alunos nas atividades desenvolvidas na sala de aula durante a aplicação da sequência didática que abordava diversos aspectos, como aulas expositivas com uso de slides, filmes e atividades em grupo que favorecia na interação do grupo que tinha como enfoque a resolver as questões que eram pedidas, sendo possível perceber o entusiasmo dos alunos.

Gráfico 11 – Percentuais médios do pré-teste e pós-teste



Fonte: Autor (2024)

Essa evolução da turma pode ser verificada de maneira mais detalha na Tabela 9 - comparação individual dos alunos no pré-teste e pós-teste, onde mostra todos os participantes que responderam o pré-teste e/ou pós-teste, uma vez que alguns alunos fizeram um, mas deixava de fazer o outro. Dessa forma, podemos ver a evolução ou não dos que fizeram os testes, assim como ver os que não fizeram o pré-teste ou o pós-teste.

Tabela 9 - comparação individual dos alunos no pré-teste e pós-teste

Aluno	**Pré-teste**	**Pós-teste**
A1	60%	100%
A2	70%	90%
A3	80%	90%
A4	70%	80%
A5	70%	90%
A6	80%	NÃO
A7	70%	100%
A8	90%	90%
A9	90%	NÃO
A10	90%	NÃO
A11	80%	100%
A12	90%	NÃO
A13	90%	NÃO

A14	90%	100%
A15	80%	80%
A16	60%	100%
A17	80%	40%
A18	80%	90%
A19	80%	100%
A20	100%	NÃO
A21	40%	60%
A22	100%	70%
A23	50%	80%
A24	30%	50%
A25	70%	90%
A26	70%	90%
A27	30%	50%
A28	70%	70%
A29	70%	80%
A30	80%	80%
A31	60%	90%
A32	40%	60%
A33	NÃO	80%
A34	NÃO	80%

Fonte: Autor (2024)

Com base na tabela acima que mostra os percentuais dos alunos sobre a sequência didática aplicada na sala, temos como destaque os participantes que tiveram melhor desempenho na evolução do pré-teste para o pós-teste, sendo os alunos A1, A16 e A31, com melhorias de 40%, 40% e 30% respectivamente. Por outro, os alunos que não apresentaram um aumento percentual destacamos o aluno A22 e A17, que tiveram no caso uma diminuição de 30% e 40% na quantidade de acertos e os alunos A8, A15, A28 e A30 que não tiveram nem aumento nem diminuição no percentual.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo de função afim é de suma importância para o desenvolvimento de habilidades dos alunos, como a exemplo do raciocínio lógico, construção de gráficos e de interpretação de situações problemas do cotidiano. Além disso, o estudo de função afim serve de base para o estudos em outras funções como função exponencial e quadrática, de fato, uma vez que esses conteúdos exigem alguns tópicos em comum como a aplicação desses conteúdos em situações do dia a dia.

Na aplicação do pré-teste na turma do terceiro ano notamos que mesmo uma quantia dos alunos responderem algumas questões corretamente, ainda assim existem vários com déficit em alguns tópicos de função afim, sendo o mais recorrente a intersecção de duas funções e de encontrar o zero da função.

Para tanto, em uma sala de aula ser formada por alunos que aprendem de forma heterogênea, ou seja, composta por alunos que tem facilidade para aprender matemática, mas também de alunos que possuem dificuldade em aprender matemática. Nesse sentido, é importante que o professor enquanto sujeito formador tenha algumas metodologias de ensino para que possa facilitar no aprendizado dos alunos que possuem dificuldades.

Assim, uma possibilidade de metodologia de ensino no conteúdo de funções é por meio do ensino contextualizado, como a aplicação da criptografia, sendo esta presente na vida do aluno, dessa forma com uma sequência didática que envolva esses tópicos podem favorecer na aprendizagem. Além disso, nas demais fases após o pré-teste foi possível perceber mais atenção, tanto na aula expositiva em que era mostrado alguns fatos curiosos de criptografia, ao assistirem o filme e também na atividade em grupo, pois houve uma troca de informações entre os participantes que veio a agregar no conhecimento de função afim.

Com a aplicação da sequência didática que envolvia diferentes maneira de abordar o conteúdo de funções, tivemos um resultado favorável como é possível perceber na tabela 08, onde os alunos em sua maioria tiveram um aumento percentual de 10% a 40%. Nesse sentido, espera-se que esse trabalho sirva para inspirar novos professores na busca de novas metodologias de ensino que melhore no processo de ensino aprendizagem de dos alunos, sendo a criptografia uma alternativa para o ensino de funções.

5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com a presente pesquisa possa servir como base para novas abordagens no ensino de matemática, favorecendo assim para uma aula mais contextualizada que favoreça na aprendizagem dos alunos. Como a respeito do uso da criptografia, sendo na proposta de atividade em grupo (Apêndice III) que também poderia usar outras funções e requisitar para os alunos descobrissem quais admitiam inversa.

Outra sugestão, é que os grupos formulassem suas próprias funções e palavras ou frases e posteriormente trocassem entre si, de modo que vai ser mais exigido dos alunos interação entre eles, favorecendo o trabalho em equipe, tornando assim a aprendizagem mais significativa.

REFERÊNCIAS

BRAGA, Guilherme Inácio Lemos. **A criptografia como recurso didático no ensino médio**. 2020. Disponível em: <https://www.locus.ufv.br/handle/123456789/27731> . Acesso em: 16 maio. 2024.

BRASIL, **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**, Brasília: MEC/SEF, 1998.

FALEIROS, Antonio Cândido. **Criptografia. Notas em Matemática Aplicada**. SBMAC. (2011). Disponível em: < https://www.sbmac.org.br/wp-content/uploads/2022/08/livro_52.pdf> . Acesso em 15/05/25.

FERNANDES, Fernanda Maria da Silva. **A aplicação da metodologia de Resolução de Problemas no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Poliedros da Geometria Espacial**. 2024. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=8000&id2=171057648> Acesso em: 16 maio. 2025.

IEZZI, Gelson, **Fundamentos de matemática elementar, 1: conjuntos, funções** / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais**. Rio de Janeiro: SBM, 2013. 297 p. (Coleção PROFMAT, 07). ISBN 978-85-85818-81-4.

OLIVEIRA, E. M. .**Construção dos quadrados mágicos e aplicação na criptografia como ferramentas educacionais**. 2023. 115p. Dissertação de Mestrado , Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=7217&id2=171055815> Acesso em: 16 maio. 2025.

OLIVEIRA, D.; KRIPKA, R. M. L. **O Uso da Criptografia no Ensino de Matemática**. 2011. Disponível em: < https://docplayer.com.br/5004244-O-uso-da-criptografia-no ensino-de-matematica.html >. Acesso em: 09 maio. 2024.

ROSSETO, Cintia Kohori. **Criptografia como Recurso Didático: Uma Proposta Metodológica aos Professores de Matemática**. UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO" Campus de Presidente Prudente Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Presidente Prudente 2018.

SBC HORIZONTES. **Alan Turing e a Enigma**. Disponível em: < http://horizontes.sbc.org.br/index.php/2016/11/alan-turing-e-a-enigma/ > . Acesso em: 15 maio. 2024.

SILVA, A. A. **Números, Relações e Criptografia.** Departamento de Matemática - UFPB, Paraíba, 2000.

SILVA, Danthy Marcio Barbosa EXPLORANDO COMO A INTERDISCIPLINARIDADE MELHORA A APRENDIZAGEM NA MATEMÁTICA [manuscrito]: os conhecimentos matemáticos empregados a um ensino motivador via velocidade média e taxa de variação / Danthy Marcio Barbosa Silva. - 2025. Disponível em: < https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=7960&id2=171057583 >. Acesso em: 15 maio. 2025.

SINGH, Simon. **O livro dos códigos** / Simon Singh; tradução de Jorge Calife. - Rio de Janeiro: Record, 2001.

STALLINGS, William. Criptografia e segurança de redes: princípios e práticas. 6. ed. São Paulo: Pearson Education, 2015. Disponível em: < https://www.kufunda.net/publicdocs/Criptografia%20e%20Seguran%C3%A7a%20de%20Redes%20-%206%C2%AA%20Ed.%202014.pdf> . Acesso em: 16 maio. 2024.

SUETÔNIO. A Vida dos Doze Césares. trad. Sady-Garibaldi. 2 ed. São Paulo. Ediouro. 2002.

TAMAROZZI, Antônio Carlos. **Codificando e decifrando mensagens**. In Revista do Professor de Matemática 45, São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM45/RPM45_08.PDF>. Acesso em: 08 maio. 2024.

APÊNDICE I – TERMO DE AUTORIZAÇÃO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – *CAMPUS* FLORIANO

Termo de autorização da instituição

Eu, Jopson Carlos Borges de Moraes, diretor geral do **Instituto Federal De Educação, Ciência E Tecnologia Do Piauí – *CAMPUS* São João do Piauí,** localizado Avenida Abel Modesto, s/n - Parque de Exposição, São João do Piauí - PI, 64760-000, autorizo a realização da pesquisa intitulada **a utilização de criptografia no ensino de funções na educação básica**, a ser conduzida pelos pesquisadores relacionados abaixo. Fui informado pelo mestrando Lucas Gabriel Lima Viana, sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como as atividades que serão realizadas na instituição a qual representamos. O objetivo principal da pesquisa é **a implementação da criptografia no ensino de funções**.

Declaro ainda que, os pesquisadores devem estar cientes e sujeitos ao regulamento da instituição para acesso a ambientes, profissionais, pacientes e bancos de dados (considerando o que apregoa a Lei de Geral de Proteção de Dados no tocante a dados pessoais sensíveis), além da observância das regras de biossegurança, até o término da pesquisa, sob pena da retirada da autorização, sem aviso prévio. Declaro ainda ter lido, conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 466/12 e a CNS 510/16. Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso com o resguardo da segurança e bem-estar dos participantes de pesquisa nela recrutados, possibilitando condições mínimas necessárias para garantia de tal segurança e bem-estar.

São João do Piauí – PI, 21 de novembro de 2024

Documento assinado digitalmente
JOPSON CARLOS BORGES DE MORAES
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Jopson Carlos Borges de Moraes

Lista nominal dos pesquisadores:

Mestrando: Prof. Lucas Gabriel Lima Viana

Orientador: Prof. Dr. Rui Marques Carvalho.

APÊNDICE II – PRÉ-TESTE

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – *CAMPUS* FLORIANO

PRÉ-TESTE DIAGNÓSTICO

INFORMAÇÕES PARA O(A) PARTICIPANTE VOLUNTÁRIO(A):

I. Você está convidado(a) a responder este pré-teste diagnóstico que faz parte da coleta de dados da pesquisa **"A utilização de criptografia no ensino de funções na educação básica"** sob responsabilidade do mestrando Professor Lucas Gabriel Lima Viana.

II. Caso você concorde em participar da pesquisa, leia com atenção os seguintes pontos:

a) Sua identidade será mantida em sigilo;

b) Caso você queira, poderá ser informado(a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa;

c) Não poderá fazer consulta a nenhum tipo de material durante a realização desse pré-teste, seja ele escrito ou eletrônico, como, por exemplo, calculadora.

d) As informações serão unicamente utilizadas para fins desta pesquisa. Desde já, agradecemos sua colaboração.

Nome:____ Idade: _________
Ano: ____________ Turma: ____________

AS VARIAÇÕES DE UMA FUNÇÃO AFIM

1) Encontre o zero das seguintes funções afim, deixando os cálculos que utilizou para justificar o resultado.

a) $-4x + 232 = 0$	b) $\frac{16}{4}x - 960 = 0$
c) $10x - 522 = -2x$	d) $7x - 9 = -2x + 15$

2) Seja $f(x) = 5x$ e $g(x) = -7x$, calcule o valor de $f(5) - g(6)$.

3) Podemos afirmar que o zero da função $f(x) = -\frac{4}{5}x + 20$ é igual a:

4) Calcule o ponto de intersecção das seguintes funções: $y = x + 1$ e $y = 2x - 1$.

5) Dada a função afim $f(x) = ax + b$, sabendo-se que $f(2) = 6$ e $f(-1) = -3$, o valor do coeficiente angular dessa função é:

6) Uma companhia de táxi estabelece uma tarifa inicial de R$ 7,00 e acrescenta R$ 2,50 por cada quilômetro percorrido. Determine a fórmula que representa a função para calcular o valor total cobrado pelos táxis dessa empresa.

7) Em uma lanchonete o copo de café custa R$ 3,00 e que um grupo de amigos gastaram no R$ 81,00 no total. Quantos copos de café foram comprados pelo grupo de amigos?

8) Você apresenta dificuldades em alguma no conteúdo de função afim (conceito e definição, representação algébrica, resolução de problemas)? ( ) Sim ( ) Não

Se sim, em qual(is)? ( ) Conceito e definição ( ) Representação algébrica ( ) Resolução de problemas

I. Se você marcou que sente dificuldade em conceito e definição, qual seria essa dificuldade?

- ( ) Compreender o que é uma função afim.
- ( ) Dificuldade em aplicar a definição de função afim nas questões.
- ( ) Distinção entre função afim e outras funções, como a função quadrática.

II. Se você marcou que sente dificuldade em Representação algébrica, qual seria essa dificuldade?

- ( ) Compreender o significado dos coeficientes *a* e *b* na construção do gráfico.
- ( ) Em encontrar a função afim a partir de dois pontos.
- ( ) Na substituição de valores em uma função afim.

III. Se você marcou que sente dificuldade em resolução de problemas, qual seria essa dificuldade?

- ( ) Em encontrar uma função afim a partir de um problema.
- ( ) Em aplicar a função afim na resolução de questões práticas.
- ( ) Verificação da solução encontrada para garantir que ela se alinha com as condições do problema original.

APÊNDICE III – ATIVIDADE EM GRUPO

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – *CAMPUS* FLORIANO

GRUPO – 01, 02, 03 e 04

1) Dado a função $\boldsymbol{f(x) = x + 7}$, responda os seguintes itens:

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

a) Elabore uma frase ou palavra com base na tabela ___________________________

b) Frase aplicada na tabela ____

c) Aplicando a função $\boldsymbol{f(x) = x + 7}$ em (b) _________________________________

d) Calcule a função inversa em $\boldsymbol{f(x) = x + 7}$ _________________________________

e) Aplique a função inversa obtida no item (d) em (c) ________________________

f) Com base na sequência de números obtidas do item (e), utilize a tabela e escreva a frase ou palavra correspondente ______________________________________

RASCUNHO:

APÊNDICE IV – PÓS-TESTE

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – *CAMPUS* FLORIANO

PÓS-TESTE DIAGNÓSTICO

INFORMAÇÕES PARA O(A) PARTICIPANTE VOLUNTÁRIO(A):

I. Você está convidado(a) a responder este pós-teste diagnóstico que faz parte da coleta de dados da pesquisa **"a utilização de criptografia no ensino de funções na educação básica"** sob responsabilidade do mestrando Professor Lucas Gabriel Lima Viana.

II. Caso você concorde em participar da pesquisa, leia com atenção os seguintes pontos:

a) Sua identidade será mantida em sigilo;

b) Caso você queira, poderá ser informado(a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa;

c) Não poderá fazer consulta a nenhum tipo de material durante a realização desse pós-teste, seja ele escrito ou eletrônico, como, por exemplo, calculadora.

d) As informações serão unicamente utilizadas para fins desta pesquisa.

Desde já, agradecemos sua colaboração.

Nome:____

Idade:___________ Ano: ____________ Turma: __________

AS VARIAÇÕES DE UMA FUNÇÃO AFIM

1) Encontre o zero das seguintes funções afim, deixando os cálculos que utilizou para justificar o resultado.

a) $-5x + 250 =$	b) $\frac{20}{4}x - 160 = 0$
c) $8x - 20 = 2x + 22$	d) $4x + 10 - 2 + x = 58$

2) Sejam as funções afins $f(x) = 4x$ e $g(x) = -8x$, calcule o valor de $f(5) - g(6)$.

3) De acordo com a função afim $f(x) = -\frac{10}{9}x + 50$, pode-se afirmar que o zero da função é igual a:

4) Determine o ponto de encontro das seguintes funções: $y = -2x + 5$ e $y = 4x + 20$.

5) Determine o valor do coeficiente angular da função $f(x) = ax + b$, sendo $f(3) = -4$ e $f(-2) = 5$.

6) Em uma companhia de transporte cobra uma taxa inicial de R$ 5,00 e somando R$ 1,75 por cada quilômetro rodado. Encontre a fórmula que representa a função para calcular o valor total cobrado por essa companhia.

7) Em uma sorveteria, cada casquinha custa R$ 4,50. Se um grupo de amigos foi a sorveteria e gastou R$ 54,00 no total. Quantas casquinhas de sorvete foram compradas pelo grupo?