INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO PIAUÍ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS- GRADUAÇÃO E INOVAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT
INSTITUIÇÃO ASSOCIADA: IFPI – *CAMPUS* FLORIANO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES.

WYLLAMIS MEDEIROS MARANHÃO

Orientador: Prof(a). Dr. Egnilson Miranda de Moura
Coorientador: Prof. Me. Fábio Pinheiro Luz

FLORIANO
2025

WYLLAMIS MEDEIROS MARANHÃO

DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES.

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/ *Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura
Coorientador: Prof. Me. Fábio Pinheiro Luz

FLORIANO

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD

Maranhão, Wyllamis Medeiros

M311d Desenho geométrico na resolução de problemas : caminho para o desenvolvimento do pensamento crítico dos discentes. / Wyllamis Medeiros Maranhão. - 2025.

154 f.: il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Floriano, 2025.

Orientador : Prof Dr. Egnilson Miranda de Moura.

Coorientador : Prof Me. Fábio Pinheiro Luz.

1. Ensino de Matemática. 2. Resolução de problemas. 3. Desenho geométrico. 4. Pensamento crítico. I.Título.

CDD - 510

Elaborado por Aurilene Araujo da Costa CRB 3/1272

WYLLAMIS MEDEIROS MARANHÃO

DESENHO GEOMETRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal do Piauí/*Campus* Floriano, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovada em: 07/08/2025

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
EGNILSON MIRANDA DE MOURA
Data: 07/08/2025 19:51:51-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Egnilson Miranda de Moura
Universidade Federal do Piauí – UFPI
Orientador

Documento assinado digitalmente
EZEQUIAS MATOS ESTEVES
Data: 07/08/2025 19:23:07-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Ezequias Matos Esteves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí – IFPI
Avaliador Interno

Documento assinado digitalmente
KELLY CRISTINE RODRIGUES DE MOURA
Data: 07/08/2025 19:59:43-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Dr.ª Kelly Cristine Rodrigues de Moura
Universidade Federal do Piauí – UFPI
Avaliadora Externa

Dedico este trabalho, com amor e gratidão, aos meus pais, Alberto Alves Maranhão e Elvira Medeiros Maranhão, por serem meu alicerce e me sustentarem com amor incondicional.

À minha amada esposa Ruticléia, por seu amor preocupação, carinho e incentivo.

À memória da minha avó, Antônia Alves Maranhão *(in memoriam)*, cuja força e sabedoria continuam a me inspirar.

AGRADECIMENTOS

Toda honra e toda glória ao Senhor, meu Deus, minha fortaleza e refúgio. Foi ele quem me sustentou, segurou minha mão e me protegeu em cada instante dessa caminhada. Em meio às incertezas e aos desafios, sua presença me deu coragem, serenidade e esperança.

À minha família, meu porto seguro e maior presente da vida: à minha esposa Ruticléia, que esteve ao meu lado em todos os momentos, me apoiando com amor, paciência e dedicação, mesmo nos dias em que a ausência foi necessária. Às minhas enteadas, Sábyta e Anabella, pelo carinho e compreensão. Ao meu amado filho Nichollas, razão do meu sorriso e da minha força diária, mesmo quando as forças pareciam faltar.

Ao meu pai, Alberto, por cada ensinamento e por todos os valores que me transmitiu e que carrego comigo como guia nesta jornada. À minha mãe, Elvira, pelo amor incondicional, pelo colo, pelas palavras de incentivo e pela fé inabalável em mim — sua força silenciosa me fortaleceu mais do que as palavras podem expressar. Aos meus irmãos, Erivelto e Luiz Alberto, por cada palavra de encorajamento, por estarem sempre comigo, mesmo à distância.

Aos meus tios, Edgard e Saturnina, por abrirem as portas do lar e do coração durante esse período tão importante, acolhendo-me com carinho e incentivo. Aos meus primos, Edivaldo e Everones, por todo apoio logístico, pela presença e disposição em ajudar, sempre.

A cada familiar que, de alguma forma, esteve presente com gestos, palavras ou orações, meu muito obrigado. O carinho de vocês foi alimento para a alma.

À minha querida avó paterna, Antônia Maranhão (in memoriam), cuja partida, durante esse percurso, trouxe tristeza e saudade profundas. Seu legado de amor e sabedoria permanece vivo em mim. Esta conquista é também sua — dedico este título à sua memória com todo meu amor.

Aos amigos do PROFMAT, que fizeram desta jornada mais leve, alegre e rica. Compartilhamos aprendizados, dificuldades, sorrisos e conquistas que levarei para sempre comigo. Ao grupo 03 — Adailton, Antônio Gomes, Marcílio e Wilson Fontinelli — por tantas horas de estudo, por cada conversa construtiva, por cada gesto de parceria verdadeira. E a todos os colegas, minha gratidão sincera, meu respeito e minha admiração profunda.

Aos professores do PROFMAT do IFPI – Campus Floriano, que foram além da transmissão de conhecimento: deixaram marcas em minha trajetória com suas orientações, dedicação e incentivo. Ao IFPI – Campus Floriano, minha gratidão pela oportunidade de viver essa experiência transformadora, em um ambiente de acolhimento e excelência.

À CAPES, pelo suporte fundamental à continuidade dos meus estudos. O incentivo à pesquisa e à formação de mestres no Brasil transforma vidas — a minha é prova disso.

Ao professor Dr. Egnilson Miranda de Moura, meu orientador, pela confiança, paciência e orientação cuidadosa durante este trabalho. Seu apoio foi essencial para que esta pesquisa se concretizasse.

À equipe do CETI Antônio Borges Leal, especialmente à supervisora Arlete Tumaz e à diretora Claudiana Leal, por estarem sempre disponíveis e colaborativas. Suas contribuições enriqueceram profundamente esta pesquisa.

Aos estudantes e professores que participaram da pesquisa, minha gratidão mais sincera. Mesmo em meio a tantos desafios, vocês se dedicaram com entusiasmo e compromisso. O brilho deste trabalho é, em grande parte, reflexo do esforço de vocês.

A cada pessoa que fez parte deste caminho, minha gratidão imensa. Esta conquista é também de vocês.

“Para nós, os grandes homens não são aqueles que resolveram os problemas, mas aqueles que os descobriram.”

(Albert Schweitzer)

RESUMO

MARANHÃO, W. M. **Desenho geométrico na resolução de problemas: caminho para o desenvolvimento do pensamento crítico dos discentes.** 2025. 154 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – *Campus* Floriano, Floriano, 2025.

Esta dissertação teve como objetivo investigar de que maneira o uso do desenho geométrico, articulado à resolução de problemas, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico no ensino de Matemática. Fundamentada em referenciais teóricos que enfatizam o papel do pensamento crítico na educação, o estudo/pesquisa destacou sua relevância para a formação integral do estudante e para a preparação frente às demandas da sociedade contemporânea. O desenho geométrico foi analisado como recurso pedagógico capaz de integrar conceitos teóricos e práticas de resolução de problemas, promovendo não apenas a compreensão de conteúdos geométricos, mas também a construção de habilidades cognitivas superiores, tais como análise, avaliação, argumentação e tomada de decisão. Metodologicamente, a investigação adotou abordagem mista, tanto com vertentes qualitativas como quantitativas, sendo realizada em uma escola pública de Ensino Médio no município de Manoel Emídio–PI. A coleta de dados envolveu entrevistas semiestruturadas com professores de Matemática e aplicação de questionários a docentes e alunos. A análise foi conduzida por meio da técnica de análise de conteúdo, associada à triangulação de dados, garantindo maior rigor e confiabilidade na interpretação dos resultados. Os principais achados indicaram que o desenho geométrico, quando articulado a estratégias de resolução de problemas, favorece a motivação, a autonomia, o raciocínio estruturado e o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes. Entretanto, foram identificados desafios, como limitações de recursos, diversidade de níveis de aprendizagem e condições estruturais do ambiente escolar, que impactam a prática pedagógica. Ainda assim, os resultados confirmam a pertinência da incorporação do desenho geométrico como componente curricular no ensino da Matemática, constituindo-se em uma estratégia eficaz para potencializar processos de ensino e aprendizagem que valorizem a criticidade, a reflexão e a participação ativa dos alunos.

Palavras-chave: Desenho geométrico. Resolução de problemas. Pensamento crítico. Ensino de Matemática. Educação Básica.

ABSTRACT

MARANHÃO, W. M. **Geometric Drawing in Problem Solving: A Pathway to the Development of Students' Critical Thinking.** 2025. 154 f. Dissertation (Master's) – Federal Institute of Piauí – Floriano Campus, Floriano, 2025.

This dissertation aimed to investigate how the use of geometric drawing, articulated with problem-solving activities, can contribute to the development of critical thinking in Mathematics education. Grounded in theoretical frameworks that emphasize the role of critical thinking in education, the study highlighted its relevance for the holistic development of students and their preparation to face the demands of contemporary society. Geometric drawing was analyzed as a pedagogical resource capable of integrating theoretical concepts with problem-solving practices, promoting not only the understanding of geometric content but also the development of higher-order cognitive skills, such as analysis, evaluation, argumentation, and decision-making. Methodologically, the research adopted a mixed-methods approach, incorporating both qualitative and quantitative perspectives, and was conducted in a public high school in the municipality of Manoel Emídio–PI. Data collection involved semi-structured interviews with Mathematics teachers and the application of questionnaires to both teachers and students. The analysis was carried out using content analysis techniques, combined with data triangulation, ensuring greater rigor and reliability in the interpretation of the results. The main findings indicated that geometric drawing, when integrated with problem-solving strategies, enhances students' motivation, autonomy, structured reasoning, and the development of critical thinking. However, challenges were identified, including limited resources, diverse levels of learning, and structural conditions of the school environment, which impact pedagogical practice. Nevertheless, the results confirm the relevance of incorporating geometric drawing as a curricular component in Mathematics education, constituting an effective strategy to enhance teaching and learning processes that value criticality, reflection, and active student participation.

Keywords: Geometric drawing. Problem solving. Critical thinking. Mathematics teaching. Basic education.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O desenho geométrico está presente em diversos aspectos do nosso cotidiano e do processo de ensino-aprendizagem. Em diferentes situações, podemos perceber como as formas, os traços e as representações gráficas contribuem para a compreensão de problemas e para a construção de soluções. No contexto educacional, o uso do desenho geométrico na resolução de problemas estimula a observação, a análise e o raciocínio lógico, favorecendo o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo dos estudantes, ao mesmo tempo em que aproxima a matemática da realidade.

Entretanto, mesmo diante das transformações sociais e dos esforços de pesquisadores da educação em promover práticas interdisciplinares, ainda é possível perceber resistência do sistema educacional em integrar o desenho geométrico de forma efetiva como recurso para a resolução de problemas e o desenvolvimento do pensamento crítico.

A ausência de metodologias que explorem plenamente essa abordagem limita as oportunidades de aprendizagem significativa, contribuindo para a desmotivação dos estudantes e para a persistência de dificuldades na compreensão e aplicação de conceitos matemáticos no contexto escolar.

No atual cenário educacional contemporâneo, a promoção do pensamento crítico entre os estudantes desponta como uma prioridade fundamental. No âmbito da matemática, e especificamente no campo do desenho geométrico, esse tema assume especial relevância, uma vez que tais disciplinas transcendem a mera aplicação de fórmulas e procedimentos mecânicos. Essas disciplinas demandam uma compreensão aprofundada de conceitos por parte dos alunos, bem como a habilidade de analisar e resolver problemas de maneira criativa e reflexiva. Nesse contexto, o desenvolvimento e a implementação de estratégias pedagógicas que fomentam o pensamento crítico no ensino de desenho geométrico tornam-se indispensáveis para a promoção de uma aprendizagem significativa e duradoura.

O desenho geométrico, se parte integrante da grade curricular, oferece uma plataforma rica para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos. Ao trabalhar com formas e figuras geométricas, os estudantes são desafiados a analisar, comparar, classificar e justificar propriedades, características e relações entre diferentes elementos. Essas atividades fortalecem o entendimento conceitual, mas também incentivam os alunos a pensar de forma abstrata e a desenvolver estratégias eficazes para resolver problemas complexos (Gontijo, 2023).

A resolução de problemas desafiadores no contexto do desenho geométrico é uma estratégia eficaz para estimular o pensamento crítico, incentivando a análise criteriosa, o raciocínio lógico e a criatividade. Situações que envolvem construções geométricas ou relações espaciais promovem autonomia intelectual e a busca por múltiplas soluções. Atividades práticas, permitem a exploração concreta de conceitos abstratos, tornando o aprendizado mais dinâmico e significativo, além de estimular a curiosidade, experimentação e colaboração. O uso de recursos tecnológicos, também possibilita visualizar e manipular figuras de forma interativa, favorecendo a compreensão, a investigação e a criatividade. Ferramentas lúdicas, como o tangram, desenvolvem raciocínio espacial, visualização geométrica e habilidades matemáticas, reforçando conceitos e promovendo um ambiente de aprendizagem ativo e engajador.

Promover o debate, a argumentação e a reflexão sobre as soluções propostas, não apenas desenvolvem habilidades de comunicação e pensamento crítico, mas também cultiva uma cultura de aprendizado colaborativo e respeitoso. Ao criar um espaço onde os alunos se sintam incentivados a expressar e argumentar suas ideias, os educadores podem cultivar um pensamento crítico autêntico e sustentável ao longo do tempo (Silva, 2024).

A emergência do pensamento crítico como uma habilidade essencial no campo educacional possui raízes históricas profundas, que remontam à filosofia grega antiga. Pensadores como Sócrates, Platão e Aristóteles enfatizavam o questionamento, a análise rigorosa e a reflexão como pilares do processo de aprendizado. Sócrates, em particular, defendia o diálogo e a investigação como caminhos indispensáveis para alcançar o verdadeiro conhecimento e compreender o mundo de maneira mais profunda (Ferreira, 2022).

No contexto da educação matemática, a valorização do pensamento crítico ganhou força no século XX, especialmente com a transição de abordagens baseadas em memorização para métodos que priorizam a compreensão conceitual e a resolução de problemas. Durante o movimento da Matemática Moderna, por exemplo, houve um foco renovado na construção de conhecimento fundamentado em princípios lógicos e estruturais, o que contribuiu para consolidar o pensamento crítico como um elemento central do ensino matemático (Silva, 2024). Desde formas geométricas básicas até construções mais complexas, o desenho geométrico desafia os alunos a explorar e investigar padrões, propriedades e relações entre figuras e objetos. Esse processo contribui significativamente para o fortalecimento do entendimento conceitual e para o desenvolvimento de habilidades cognitivas essenciais, como análise, síntese, avaliação e resolução de problemas (Alves et al., 2023).

Atividades simples, como identificar formas no ambiente cotidiano, desenhar figuras ou explorar padrões geométricos, desempenham um papel crucial no desenvolvimento de habilidades como observação, raciocínio lógico e análise visual. Simultaneamente, é fundamental cultivar nos alunos uma atitude de curiosidade e questionamento, incentivando-os a investigar as razões por trás de determinadas propriedades geométricas e suas aplicações em diferentes contextos (Gontijo, 2023).

Problemas que envolvem construções geométricas constituem oportunidades valiosas para o desenvolvimento do pensamento independente e de estratégias eficazes na solução de desafios. A proposição de problemas abertos e não estruturados favorece a exploração de múltiplas abordagens, incentivando a argumentação lógica e a justificação fundamentada das escolhas realizadas (do Nascimento Pereira et al., 2023).

Nesse contexto, o pensamento crítico e as habilidades de resolução de problemas assumem papel central no desenvolvimento cognitivo e no êxito acadêmico dos estudantes. Em um cenário educacional marcado por desafios complexos e dinâmicos, a capacidade de propor soluções inovadoras e adaptáveis configura-se como competência essencial. Conforme destaca Gontijo (2023), o pensamento crítico e a resolução de problemas extrapolam o domínio de conteúdos acadêmicos, preparando o aluno para atuar como aprendiz autônomo e cidadão ativo, apto a contribuir de forma significativa para sua comunidade.

O pensamento criativo, por sua vez, emerge como habilidade indispensável, possibilitando que os alunos enfrentem desafios de maneira inovadora e original. Ao estimular a geração de ideias, a análise sob múltiplas perspectivas e a experimentação de soluções não convencionais, o pensamento criativo fomenta a imaginação, a curiosidade e a expressão pessoal. Essas competências, além de enriquecerem o processo de aprendizagem, capacitam os estudantes para enfrentar as demandas contemporâneas com confiança e versatilidade (Branquinho, 2023).

As habilidades de resolução de problemas, portanto, são indispensáveis não apenas ao desempenho escolar e acadêmico, mas também à atuação profissional, por permitirem identificar, analisar e solucionar desafios de forma eficaz em diferentes contextos. Seu desenvolvimento contribui para aprimorar o raciocínio crítico e analítico, a tomada de decisões fundamentadas e a capacidade de trabalho colaborativo, além de fortalecer atributos como perseverança, autoconfiança e resiliência.

No ensino de Matemática, o desenho geométrico destaca-se como recurso que integra raciocínio lógico, visualização espacial e compreensão conceitual, promovendo a identificação de padrões, o estabelecimento de relações e a elaboração de conclusões fundamentadas. Entretanto, a promoção efetiva do pensamento crítico e criativo ainda enfrenta desafios, como a prevalência de práticas tradicionais baseadas em métodos padronizados, a escassez de recursos didáticos e a insuficiente formação docente. Superar essas barreiras requer a adoção de metodologias ativas que despertem a curiosidade, incentivem a investigação e estimulem a exploração de múltiplas soluções, aliadas ao investimento em capacitação profissional e em infraestrutura adequada.

Assim, este estudo/pesquisa assume relevância por contribuir para o desenvolvimento de habilidades cognitivas, a consolidação da compreensão conceitual e o estímulo ao pensamento crítico dos alunos por meio do desenho geométrico. Em um mundo cada vez mais complexo, interconectado e competitivo, a capacidade de pensar criticamente configura-se como requisito fundamental para a formação de cidadãos aptos a tomar decisões embasadas, resolver problemas de forma eficiente e adaptar-se a novas demandas e desafios.

O desenho geométrico assume um papel central nesse contexto, pois desenvolve habilidades visuais e espaciais fundamentais para a compreensão dos conceitos matemáticos e suas aplicações em diversas áreas do conhecimento. A prática do desenho geométrico, que exige atenção e precisão aos detalhes, contribui significativamente para fortalecer a capacidade de análise, promover a disciplina mental e melhorar competências essenciais ao pensamento crítico. Por isso, este trabalho acadêmico tornou-se especialmente relevante, ao propor caminhos para integrar essas práticas ao processo educativo de forma sistemática e eficaz.

Com a realização deste estudo/pesquisa, permitiu a criação de um **Manual Didático de Desenho Geométrico e Resolução de Problemas (E-book)**, abrangendo teorias, e práticas pedagógicas voltadas para o ensino de desenho geométrico e resolução de problemas. Este manual já incluiu exemplos práticos, exercícios, e estratégias didáticas direcionadas a alunos e professores de matemática do ensino médio.

O ensino desvinculado de situações práticas e significativas, vivenciadas dentro e fora do ambiente escolar, conforme aponta a Teoria da Atividade de Leontiev (1978), pode contribuir para o insucesso na aprendizagem na educação básica. No ensino de Matemática, ainda é possível observar a insatisfação de parte dos estudantes, que frequentemente a percebem como uma disciplina difícil e desinteressante, marcada pela memorização mecânica de fórmulas e conceitos. Segundo Santos (2018), a ausência de relação entre o conteúdo e a realidade do aluno, bem como a falta de interação entre o conhecimento escolar e as experiências de vida, desfavorece a aprendizagem, pois não desperta a motivação para aprender.

Essas dificuldades se acentuam diante de fatores que ampliam as barreiras à aprendizagem, como defasagem idade-série, desmotivação e, em alguns casos, a falta de metodologias que estimulem a autonomia intelectual e o pensamento crítico. Nesse contexto, torna-se necessário repensar as práticas de ensino, de modo a torná-las mais dinâmicas, integradas e contextualizadas.

Nesta perspectiva, a presente pesquisa busca estabelecer uma relação entre a Matemática e o Desenho Geométrico aplicado à Resolução de Problemas, como meio de atribuir significado aos conteúdos e tornar o aluno um sujeito ativo no processo de aprendizagem. A proposta é que, por meio de atividades práticas e investigativas, o estudante possa transformar o conhecimento teórico em ações capazes de desenvolver competências cognitivas mais complexas, especialmente o pensamento crítico. Conforme destaca Fonseca (2004), a integração de recursos visuais e construtivos nas aulas de Matemática pode ser um elemento vital para a construção do raciocínio lógico, estimulando a capacidade de análise, tomada de decisão e criatividade.

Acredita-se que o uso do desenho geométrico articulado à resolução de problemas contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes, estimulando análise, argumentação e tomada de decisão fundamentada, como também, a integração do desenho geométrico ao processo de resolução de problemas favorece a compreensão conceitual e o engajamento dos alunos, potencializando sua aprendizagem em Matemática.

A ideia central deste estudo/pesquisa baseia-se na concepção de que a atividade é um meio pelo qual o indivíduo desenvolve ações direcionadas a um objetivo, sendo influenciado por fatores internos e externos. Com essa perspectiva, cada etapa da investigação foi estruturada com atividades de Desenho Geométrico aplicadas à resolução de problemas matemáticos, nas quais os estudantes precisaram mobilizar conhecimentos conceituais e procedimentais para alcançar soluções. A partir dessas abordagens, estabeleceu-se a seguinte pergunta-problema: **Em quais aspectos o uso do Desenho Geométrico, articulado à resolução de problemas, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes no ensino de Matemática?**

Assim, na tentativa de se encontrar respostas a esta questão problema, se definiu o objetivo geral deste estudo/pesquisa que é "investigar de que maneira o uso do desenho geométrico, combinado com a resolução de problemas, pode efetivamente estimular e aprimorar o pensamento crítico dos alunos de uma escola da rede pública de ensino".

Com o intuito de alcançar este objetivo, foram elencados os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar os desafios enfrentados pelos educadores na promoção do pensamento

crítico dos alunos em geometria, considerando as limitações estruturais, pedagógicas e de recursos nas escolas da rede pública.

2. Explorar diferentes estratégias pedagógicas que possam ser utilizadas para estimular o pensamento crítico dos alunos no contexto do desenho geométrico, incluindo o uso de problemas contextualizados, desafios investigativos, que favoreçam a análise, a argumentação e a tomada de decisão.

3. Investigar o impacto do uso de atividades práticas e manipulativas na promoção do pensamento crítico dos alunos em geometria, como a construção de figuras geométricas.

O presente estudo/pesquisa se justifica pela necessidade de superar a abordagem tradicional do ensino de matemática, que foca na memorização e reprodução de fórmulas, e limita o desenvolvimento de habilidades essenciais como o pensamento crítico e a autonomia intelectual. Diante dos desafios educacionais atuais, o estudo propõe o Desenho Geométrico como uma ferramenta pedagógica inovadora e eficaz. Quando integrado à resolução de problemas, ele estimula o raciocínio lógico, a visualização espacial e a aplicação prática de conceitos matemáticos. Essa metodologia visa não apenas aprimorar a compreensão de conceitos geométricos, mas também incentivar a investigação, a formulação de hipóteses e a argumentação fundamentada.

Portanto, busca-se oferecer subsídios teóricos e práticos que possibilitem a incorporação do Desenho Geométrico ao trabalho docente como estratégia para promover um ensino mais dinâmico, investigativo e reflexivo. Essa integração visa não apenas ampliar a compreensão conceitual dos conteúdos, mas também estimular o pensamento crítico e criativo dos estudantes, contribuindo para uma formação mais alinhada às exigências do século XXI e para a superação das lacunas de aprendizagem presentes no contexto educacional brasileiro.

Para uma melhor compreensão do leitor, este trabalho foi estruturado em 5 capítulos, cada um contendo uma parte específica do trabalho, onde são tratados assuntos pontuais de acordo com o processo em que foi se desenvolvendo o estudo/pesquisa:

No Capítulo 1, está apresentada a introdução, que contextualiza o tema, expõe o problema de pesquisa, os objetivos e a justificativa da investigação. Em seguida, o Capítulo 2, é dedicado à revisão de literatura, abordando conceitos fundamentais acerca do pensamento crítico na educação matemática, bem como as estratégias pedagógicas associadas ao ensino de geometria. Esse capítulo também destaca a relevância do desenho geométrico e da resolução de problemas como ferramentas capazes de potencializar o desenvolvimento do raciocínio crítico dos estudantes.

O Capítulo 3, trata da metodologia, explicitando a caracterização da pesquisa, a descrição do local e dos participantes, os instrumentos utilizados para coleta de dados e os procedimentos de análise adotados. Esse capítulo garante a fundamentação necessária para assegurar a validade e a confiabilidade dos resultados.

Na sequência, o Capítulo quatro, apresenta a discussão dos resultados obtidos. Onde primeiramente, analisa-se as entrevistas semiestruturadas com professores, seguidas da apresentação dos dados oriundos do questionário aplicado a esses docentes. Posteriormente, é expostos os resultados do questionário aplicado aos alunos, permitindo uma visão abrangente sobre as práticas pedagógicas, as percepções dos envolvidos e os impactos do uso do desenho geométrico na aprendizagem da geometria e no desenvolvimento do pensamento crítico.

No quinto capítulo, são discutidos os principais indícios de que o uso do desenho geométrico, articulado à resolução de problemas, favorece o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes. A análise evidenciou que as atividades propostas estimularam a argumentação, a reflexão sobre alternativas de solução, a colaboração entre pares e a autonomia intelectual, aspectos que extrapolam a dimensão meramente técnica das construções geométricas. Os dados revelaram que, ao justificar seus procedimentos, comparar estratégias e validar resultados, os alunos assumiram postura ativa e investigativa diante das tarefas, apontando o desenho geométrico como recurso pedagógico significativo para a formação crítica no ensino da Matemática.

O sexto capítulo reúne as considerações finais da pesquisa, apresentando as principais conclusões alcançadas e as contribuições do estudo para o campo da Educação Matemática. Evidenciou-se que o desenho geométrico, quando explorado em uma perspectiva problematizadora, constitui ferramenta eficaz para promover aprendizagens significativas e fomentar o desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade e da reflexão crítica. Além disso, o capítulo aponta limitações e desafios ainda presentes, como a carência de recursos didáticos e a necessidade de maior investimento em formação docente, bem como sugere direções para investigações futuras, incluindo o uso de tecnologias digitais, estudos longitudinais e a inserção curricular do desenho geométrico como componente específico da Matemática. Por fim, reforça-se que esta pesquisa busca contribuir não apenas para a discussão acadêmica, mas também para práticas pedagógicas que valorizem a integração do desenho geométrico ao ensino, alinhando-se às demandas formativas do século XXI.

2 REVISÃO DE LITERATURA

No contexto educacional, entende-se por pensamento crítico a capacidade de analisar, avaliar e interpretar informações de forma reflexiva e fundamentada, a fim de formular julgamentos e tomar decisões conscientes (COSTA et al., 2021). Mais do que memorizar conteúdos ou reproduzir procedimentos, pensar criticamente implica questionar, investigar e estabelecer relações entre conceitos, argumentos e evidências (DE REZENDE et al., 2022). Envolve também a habilidade de identificar pressupostos, reconhecer diferentes perspectivas, ponderar alternativas e justificar escolhas com base em critérios lógicos e consistentes (FONSECA; GONTIJO, 2020).

No ensino de Matemática, o desenvolvimento do pensamento crítico ganha relevância especial, pois o processo de resolução de problemas exige que o estudante interprete enunciados, selecione estratégias adequadas, verifique a coerência das soluções e reflita sobre a validade dos resultados obtidos (FONSECA; GONTIJO, 2024). Quando articulado ao Desenho Geométrico, esse processo amplia-se, uma vez que o aluno é desafiado a visualizar estruturas, identificar padrões, aplicar conceitos e criar representações que demandam raciocínio analítico e criativo (MENTALIDADES MATEMÁTICAS, 2023). Assim, a promoção do pensamento crítico no ensino de Matemática não se limita à aquisição de conhecimento técnico, mas contribui para formar sujeitos autônomos, capazes de argumentar, tomar decisões fundamentadas e aplicar o saber escolar em contextos diversos (GONTIJO, 2023).

2.1 PENSAMENTO CRÍTICO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O pensamento crítico na educação matemática constitui uma habilidade fundamental que possibilita aos estudantes analisar, avaliar e sintetizar informações de maneira reflexiva e fundamentada. Tal competência ultrapassa a simples memorização de conceitos e procedimentos, pois envolve a capacidade de pensar de forma independente, questionar premissas e inferências, bem como elaborar argumentos coerentes e consistentes (COSTA et al., 2021). Entre suas características centrais, destaca-se a habilidade de avaliar informações de forma objetiva e imparcial, questionando suposições e reconhecendo vieses, o que favorece o desenvolvimento de competências cognitivas avançadas. Essa postura permite aos estudantes ampliar e aprofundar a compreensão dos conceitos matemáticos, identificar relações entre ideias distintas e reconhecer a aplicabilidade dos conteúdos em múltiplos contextos (FONSECA;

GONTIJO, 2021).

Nesse cenário, Fonseca e Gontijo (2024) investigaram as potencialidades do Programa *Mentalidades Matemáticas* para o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo em estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental. A pesquisa, de abordagem qualitativa, analisou produções escritas de alunos e relatos de professores participantes de um curso de férias vinculado ao programa. Os resultados indicaram avanços significativos no engajamento, na motivação e na persistência dos estudantes, além de maior fluência, flexibilidade e originalidade nas soluções propostas para problemas abertos. Verificou-se também o fortalecimento da argumentação e a utilização de múltiplas estratégias de resolução. Os autores concluem que atividades planejadas intencionalmente para estimular o pensamento crítico e criativo, desenvolvidas em um ambiente colaborativo e com uso diversificado de representações, favorecem uma aprendizagem matemática significativa e contribuem para o empoderamento dos alunos.

O Programa *Mentalidades Matemáticas* integra esses princípios ao propor uma prática pedagógica que rompe com o ensino baseado apenas na memorização de procedimentos, adotando metodologias que estimulam a participação ativa, a criatividade e a comunicação entre os alunos (MENTALIDADES MATEMÁTICAS, 2023). Nessa perspectiva, Fonseca e Gontijo (2024) demonstram que atividades matemáticas abertas, desafiadoras e colaborativas potencializam tanto o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo quanto o engajamento e a persistência dos estudantes.

Segundo Fonseca e Gontijo (2020), o pensamento crítico e criativo em matemática consiste na ação coordenada de gerar múltiplas e distintas ideias para a resolução de problemas (fluência e flexibilidade de pensamento), aliada ao processo de tomada de decisão durante a elaboração dessas ideias, o qual envolve a análise de dados, a avaliação de evidências e a argumentação em defesa da solução mais adequada e contextualizada. Tal pensamento manifesta-se por meio da fluência (capacidade de produzir várias respostas para um mesmo problema), da flexibilidade (habilidade de propor soluções estruturalmente diferentes) e da originalidade (elaboração de respostas singulares), além da alternância entre criação e crítica, utilizando diversas formas de representação – contextual, visual, verbal, física e simbólica – para comunicar o raciocínio.

Na educação matemática, essa habilidade desempenha papel essencial na resolução de problemas, pois exige não apenas o domínio de conceitos e técnicas, mas também a análise criteriosa das situações, a seleção de estratégias adequadas e a justificativa fundamentada das soluções (DE REZENDE et al., 2022). Entre as abordagens pedagógicas que favorecem o desenvolvimento do pensamento crítico, o construtivismo se destaca ao enfatizar a participação ativa do estudante na construção do conhecimento, estimulando a investigação, a exploração e a descoberta, por meio de atividades desafiadoras que incentivem a reflexão e a resolução de problemas (FONSECA; GONTIJO, 2021).

O estímulo a essas competências pode ser ampliado por meio de oficinas e atividades práticas que incentivem a exploração, a experimentação e a argumentação. Em contextos colaborativos, os estudantes têm oportunidade de compartilhar ideias, discutir conceitos e construir coletivamente estratégias de resolução (GONTIJO, 2023). Entre os referenciais teóricos que fundamentam essa abordagem, a Teoria Sociocultural de Vygotsky destaca-se por evidenciar a importância das interações sociais e do contexto cultural na aprendizagem. Para Vygotsky, o desenvolvimento cognitivo ocorre por meio da mediação social e do uso de ferramentas culturais, sendo o diálogo e a cooperação entre pares elementos essenciais para a construção do conhecimento (GONTIJO; FONSECA, 2020; TAMAYO; RODRIGUES, 2021).

De forma complementar, a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel ressalta que o aprendizado é mais efetivo quando novas informações se relacionam de maneira substantiva com conhecimentos prévios, o que requer que o estudante estabeleça conexões, identifique padrões e generalize conceitos – processos intrinsicamente ligados ao pensamento crítico (FONSECA; GONTIJO, 2021). Já a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) promove a análise, a investigação e a justificativa de soluções diante de problemas autênticos e complexos, estimulando o raciocínio crítico e a criatividade (DE REZENDE et al., 2022).

Essas abordagens convergem ao reconhecer a importância de uma formação holística, que contemple não apenas habilidades lógico-matemáticas, mas também competências interpessoais, intrapessoais e criativas, essenciais para a formação de sujeitos críticos, autônomos e preparados para enfrentar desafios complexos (FONSECA; GONTIJO, 2020).

2.1.1 ESTRATÉGIAS PEDAGÓGICAS PARA ESTIMULAR O PENSAMENTO CRÍTICO EM GEOMETRIA

A promoção do pensamento crítico dos alunos em geometria é uma tarefa fundamental para os educadores, pois essa habilidade é essencial para o desenvolvimento de uma compreensão profunda dos conceitos geométricos e para a capacidade de resolver problemas de maneira eficaz e criativa. Para atingir esse objetivo, é necessário adotar estratégias pedagógicas que incentivem os alunos a pensar criticamente sobre os problemas e questões apresentados, explorando diferentes abordagens e soluções possíveis. Nesse sentido, a resolução de problemas emerge como uma poderosa ferramenta para estimular o pensamento crítico dos alunos em geometria (Fonseca; Gontijo, 2021).

A resolução de problemas em geometria envolve a aplicação de conceitos e princípios geométricos para encontrar soluções para situações desafiadoras. Ao enfrentar problemas geométricos, os alunos são incentivados a analisar cuidadosamente o enunciado, identificar informações relevantes, formular estratégias de resolução e justificar suas soluções de maneira clara e precisa. Esse processo requer não apenas conhecimento matemático, mas também habilidades de raciocínio lógico, criatividade e perseverança (Mendes, 2023).

A resolução de problemas em geometria pode assumir diferentes formas e contextos, desde problemas simples de construção de figuras até problemas mais complexos envolvendo relações espaciais e propriedades geométricas. Ao apresentar uma variedade de problemas desafiadores, os educadores podem estimular a curiosidade dos alunos, promover o pensamento crítico e desenvolver habilidades de resolução de problemas que são essenciais para o sucesso em geometria e em outras áreas da vida (Oliveira, 2023).

Além da resolução de problemas, o uso de atividades práticas, manipulativas e tecnológicas também pode ser uma estratégia eficaz para promover o pensamento crítico dos alunos em geometria. Atividades práticas, como a construção de modelos tridimensionais ou a realização de experimentos geométricos, permitem aos alunos explorarem conceitos abstratos de maneira tangível e concreta, facilitando assim a compreensão e a aplicação dos conceitos geométricos (Azeredo, 2023).

Da mesma forma, o uso de recursos tecnológicos, como softwares de geometria dinâmica ou aplicativos de realidade aumentada, pode enriquecer o processo de ensino e aprendizagem em geometria, oferecendo aos alunos oportunidades de visualização e exploração de figuras geométricas em um ambiente virtual. Essa abordagem não apenas torna o aprendizado mais envolvente e acessível, mas também estimula a experimentação e a descoberta, promovendo assim o pensamento crítico e a resolução de problemas dos alunos (Silva, 2024).

Além disso, abordagens pedagógicas centradas no aluno também podem ser eficazes para promover o pensamento crítico em geometria. Ao invés de simplesmente transmitir conhecimento de forma passiva, os educadores podem adotar uma abordagem mais investigativa e exploratória, incentivando os alunos a fazerem perguntas, explorar conceitos por conta própria e colaborar com os colegas em projetos e atividades (Leal, 2023).

2.2 DESENHO GEOMÉTRICO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ESTRATÉGIAS PARA ESTIMULAR O PENSAMENTO CRÍTICO DOS ALUNOS.

Nos últimos anos, a resolução de problemas tem sido amplamente discutida em diversas áreas do conhecimento, incluindo a Matemática. Essa abordagem não se limita à aplicação mecânica de algoritmos ou à repetição de exercícios rotineiros, mas sim ao desenvolvimento de habilidades como criatividade, raciocínio lógico e autonomia (CONTRERAS, 1987). No contexto do Desenho Geométrico, essa metodologia ganha ainda mais relevância, pois permite que os alunos explorem diferentes estratégias para resolver situações-problema, relacionando conceitos abstratos com representações visuais.

Enquanto os exercícios tradicionais muitas vezes priorizam a memorização de fórmulas e procedimentos padronizados, a resolução de problemas no Desenho Geométrico exige que os alunos interpretem, formulem hipóteses e testem diferentes abordagens. Isso se alinha às definições de Pozo e Crespo (2009), que classificam os problemas em qualitativos (abertos, ligados a situações cotidianas) e quantitativos (baseados em manipulação numérica). No caso do Desenho Geométrico, os problemas podem integrar ambas as dimensões, pois envolvem tanto a análise de formas e propriedades quanto cálculos precisos de medidas e proporções.

O PISA (2012) reforça a importância de os estudantes dominarem processos como formular, empregar e interpretar conhecimentos matemáticos. No Desenho Geométrico, isso se traduz na capacidade de:

- Formular estratégias para construir figuras ou resolver desafios de geometria;
- Empregar conceitos como simetria, congruência e proporcionalidade;
- Interpretar soluções, verificando sua coerência com as propriedades geométricas estudadas.

Além disso, autores como Schoenfeld (1991) destacam que bons problemas devem ser acessíveis, permitir múltiplas soluções e introduzir ideias matemáticas significativas. No Desenho Geométrico, isso pode ser aplicado por meio de atividades que incentivem os alunos a explorar diferentes construções, como divisão de segmentos, traçados de polígonos ou aplicações do teorema de Tales, sempre relacionando a teoria à prática.

A mediação do professor é essencial nesse processo, pois, conforme Dewey (2010) e Pozo e Crespo (1998), o docente deve instigar a reflexão sem fornecer respostas prontas. No contexto do Desenho Geométrico, isso significa propor desafios que exijam pensamento crítico, como a análise de erros em construções ou a justificativa de passos utilizados em uma resolução.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) criticam o ensino baseado em memorização e repetição, defendendo uma abordagem que valorize a resolução de problemas. No Desenho Geométrico, isso implica afastar-se de exercícios mecânicos de traçado e investir em situações que conectem a geometria a contextos reais, como arquitetura, arte ou engenharia, estimulando a criatividade e o raciocínio espacial dos alunos (SALIM, 2013).

Em síntese, a integração entre Desenho Geométrico e resolução de problemas não só enriquece o aprendizado matemático, mas também desenvolve competências como autonomia, criticidade e capacidade de argumentação. Ao enfrentar desafios geométricos, os alunos são convidados a pensar de forma estruturada, explorar múltiplas soluções e refletir sobre seus processos, consolidando uma aprendizagem significativa e duradoura.

2.2.1 O DESENHO GEOMÉTRICO COMO FERRAMENTA DE APRENDIZAGEM.

O desenho geométrico se consolida como uma ferramenta pedagógica fundamental no ensino da matemática, conforme evidenciado por pesquisas recentes. Alves et al. (2023) demonstram em seu estudo sobre metodologias ativas como a representação gráfica facilita a compreensão de conceitos abstratos, permitindo aos alunos visualizar e manipular formas geométricas de maneira concreta. Essa abordagem prática mostra-se particularmente eficaz quando associada a estratégias de resolução de problemas, criando um ambiente propício para o desenvolvimento do pensamento crítico.

Azeredo (2023), em sua investigação sobre o ensino de poliedros, constatou que o ato de desenhar estimula não apenas a compreensão espacial, mas também a capacidade de argumentação matemática. Seus resultados revelam que o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre de forma mais efetiva quando mediado por atividades práticas de construção e representação. Essa perspectiva é corroborada por Costa et al. (2021), que em sua revisão sistemática identificaram três aspectos fundamentais do desenho geométrico como ferramenta cognitiva: a facilitação da transição entre o concreto e o abstrato, a promoção da organização do pensamento matemático e o estímulo à criatividade na resolução de problemas.

No contexto específico da resolução de problemas, Da Silva Lopes et al. (2020) destacam como a representação gráfica se integra naturalmente ao processo investigativo. Quando os alunos representam problemas geometricamente, eles têm a oportunidade de explorar múltiplas estratégias de solução, testar hipóteses visualmente, validar resultados através de construções e estabelecer conexões significativas entre teoria e prática. Esse processo investigativo é enriquecido quando combinado com metodologias ativas, conforme demonstrado por De Rezende et al. (2022), que identificaram como a integração entre desenho geométrico e aprendizagem baseada em jogos potencializa a construção do conhecimento matemático.

Branquinho (2023) aprofunda essa discussão ao analisar como o desenho geométrico favorece o desenvolvimento do pensamento crítico. Sua pesquisa revela que as atividades gráficas exigem que os alunos justifiquem suas construções, analisem relações espaciais, avaliem a validade de diferentes abordagens e reflitam sobre seus processos mentais. Essa dimensão reflexiva é particularmente relevante no contexto da avaliação formativa, como demonstra Costa (2023) em seu estudo com professores.

As produções gráficas dos alunos revelam seu raciocínio matemático, facilitam a identificação de dificuldades e permitem acompanhar a evolução conceitual de maneira mais precisa.

A articulação entre desenho geométrico, resolução de problemas e pensamento crítico, conforme evidenciado por essas pesquisas recentes, apresenta-se como uma abordagem pedagógica abrangente e eficaz. Essa integração atende às demandas contemporâneas da educação matemática, que valorizam a aprendizagem ativa e significativa, o desenvolvimento de competências cognitivas superiores e a formação de estudantes capazes de pensar criticamente e resolver problemas de forma criativa. Os estudos analisados convergem ao demonstrar que o desenho geométrico, quando utilizado de forma estratégica, transcende sua função de mera representação visual para se tornar uma poderosa ferramenta de construção do conhecimento matemático.

2.2.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.

A Resolução de Problemas, enquanto metodologia de ensino, tem sido amplamente discutida entre acadêmicos de Licenciatura em Matemática e em programas de formação continuada de professores em atividade, pois se tem mostrado uma alternativa eficaz para a aprendizagem matemática. Isso ocorre porque ela busca construir o conhecimento, em vez de simplesmente reproduzi-lo. O reconhecimento dessa abordagem se deve às razões que impulsionaram o desenvolvimento da Matemática como ciência aplicada, que, sem dúvida, surgiram das tentativas de resolver problemas cotidianos enfrentados pela sociedade (Rodrigues, 2018).

Nesse sentido, D'Ambrósio (2009, 25) afirma que:

> A matemática tem evoluído paralelamente à sociedade, surgindo a partir dos problemas que se apresentavam na vida cotidiana do ser humano, que se via motivado a resolvê-los. Ao longo da história, importantes contribuições dos povos, desde a Antiguidade Mediterrânea, demonstram como eram desafiados pelos obstáculos do dia a dia, como a divisão de terras férteis, as construções no Egito e as necessidades ligadas à atividade de pastoreio na Babilônia. Dessa forma, pode-se compreender que todo o conhecimento matemático disponível atualmente é fruto do esforço de inúmeras pessoas que, dentro de suas próprias culturas, buscavam soluções para os problemas que enfrentavam.

D'Ambrosio (2009) concorda com Polya (1978) sobre a importância da resolução de problemas em situações cotidianas, e vai além, destacando que desde os primeiros tempos, o ser humano tem utilizado a Matemática para resolver problemas que fazem parte de sua cultura e de seu cotidiano. Para Onuchic (1999, p. 210), "o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas" e, discorre ainda que:

> Os problemas permitem atingir uma dupla finalidade: aprender matemática e, ao mesmo tempo, se tornar capaz de aplicá-la para resolver questões do cotidiano. Dessa forma, o processo de resolução de problemas pode ser um caminho para a construção dos conhecimentos matemáticos fundamentais para uma sociedade em constante evolução (ONUCHIC, 1999, p. 210-211).

A Resolução de Problemas pode desempenhar um papel importante no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, proporcionando ao aluno autonomia na aquisição de conhecimento. Atribuir significado ao que é aprendido e propor desafios por meio de situações-problema pode ser uma alternativa eficaz para manter o interesse pelos temas matemáticos e desenvolver as habilidades de raciocínio lógico do aluno.

Para Saviani (2000), no contexto filosófico, "uma questão, em si, não caracteriza o problema, nem mesmo aquela cuja resposta é desconhecida; mas uma questão cuja resposta se desconhece e se necessita conhecer, eis aí um problema" (p. 14).

Ao discutir essa concepção de problema estabelecida por Saviani, podemos afirmar que nem tudo o que é desconhecido para o ser humano ou que não faz parte de sua cultura pode ser considerado um problema para ele. Um problema surge quando o indivíduo se depara com algo que não conhece, mas que precisa conhecer. O autor também enfatiza que a necessidade de resolver o problema só existirá se o indivíduo o perceber como tal.

Aprender a resolver problemas matemáticos deve ser o principal objetivo da instrução matemática. Embora outros objetivos da Matemática também sejam relevantes, mesmo para atingir a competência em resolução de problemas, é essencial desenvolver conceitos, princípios e algoritmos matemáticos por meio de um conhecimento significativo e habilidoso. No entanto, o aspecto mais significativo de aprender esses conteúdos matemáticos é a capacidade de usá-los na construção das soluções para situações-problema (HATFIELD, 2000).

Como vimos, essa primeira interpretação considera a formulação e a resolução de problemas como o principal objetivo a ser alcançado no estudo da Matemática. A formulação e resolução de problemas devem ocorrer ao longo do processo de aprendizagem. Nessa abordagem, o que importa é o processo de formulação e resolução de problemas, e não apenas a obtenção da resposta. O foco está em como o aluno formula e resolve um problema, os métodos, as estratégias e os procedimentos que ele utiliza. Assim, a aprendizagem da Matemática ocorre ao ensinar os alunos a formular e resolver problemas (DANTE, 2005).

A formulação e a resolução de problemas são competências fundamentais e essenciais que todos os alunos devem desenvolver para construir sua cidadania de maneira plena e para aproveitar todos os direitos e responsabilidades que a ela correspondem (DANTE, 2010).

Isso é claramente evidenciado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que estabelecem como um dos objetivos gerais do ensino fundamental, e não apenas do ensino de Matemática, a necessidade de levar os alunos a "questionar a realidade, formulando problemas e buscando resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos adequados e verificando sua eficácia." Este objetivo vai além de simples habilidades matemáticas; ele busca integrar diferentes aspectos do raciocínio e da reflexão, formando cidadãos críticos e preparados para lidar com situações complexas do cotidiano.

Nessa perspectiva, não se pode ignorar o conteúdo que está envolvido nos problemas apresentados, nem os métodos de solução que são empregados. Ambos são elementos essenciais para o processo de aprendizagem, pois não se trata apenas de ensinar aos alunos uma técnica específica, mas de capacitá-los a lidar com uma variedade de situações problemáticas, aplicando seus conhecimentos de maneira adaptativa e eficaz. Com isso, todos os indivíduos têm a oportunidade de dominar habilidades cruciais para sua inserção não apenas no mundo do conhecimento acadêmico, mas também no ambiente profissional, social e pessoal, onde a capacidade de resolver problemas de maneira lógica e crítica é cada vez mais valorizada.

2.2.3 A PRÁTICA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ESTUDO DA GEOMETRIA PLANA.

Uma das principais dificuldades enfrentadas pelos professores é saber distinguir o que é um problema de um exercício. De acordo com Echeverría (1998), para que uma situação seja considerada um problema, é necessário que existam obstáculos entre a proposição e a meta. Assim, para que uma situação seja caracterizada como um verdadeiro problema para os alunos, ela precisa representar um desafio real, no qual os alunos deverão buscar, por meio de uma sequência de ações ou operações, alcançar os resultados desejados.

Em relação aos exercícios, Echeverría (1998) classifica-os em dois tipos: o primeiro se refere à repetição de uma técnica específica previamente ensinada pelo professor. Nesse caso, o professor apresenta o conteúdo a ser estudado e, em seguida, propõe atividades para que os alunos pratiquem a técnica aprendida. O segundo tipo de exercício vai além da simples automatização de técnicas, pois busca ensinar aos alunos procedimentos nos quais essas técnicas estão inseridas, proporcionando uma compreensão mais ampla do conteúdo.

Schroeder e Lester (1989) identificaram três abordagens de ensino relacionadas à resolução de problemas: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para resolução de problemas e ensinar via resolução de problemas.

Na visão dos autores, "ensinar sobre resolução de problemas" refere-se ao ensino baseado no modelo de Polya, no qual os alunos, ao resolverem um problema, devem seguir as quatro fases propostas por ele. Já "ensinar para resolução de problemas" é uma abordagem em que o foco inicial está no ensino de conteúdos matemáticos, com a aplicação desses conteúdos em problemas e exercícios ocorrendo apenas posteriormente. Por fim, "ensinar via resolução de problemas" é uma abordagem que valoriza o uso de problemas como ponto de partida para o aprendizado da Matemática, com a resolução de problemas sendo central no processo de ensino (SCHROEDER; LESTER, 1989).

Em relação às fases ou etapas da resolução de problemas, Brito (2006) analisou diversas pesquisas sobre os aspectos teóricos desse processo e as sintetizou nas seguintes fases:

representação, planejamento, execução e monitoramento.

Na fase de representação, entende-se que consiste na interpretação ou compreensão do problema por parte de quem está buscando a solução. É o momento em que o indivíduo se apropria do problema, entendendo suas características e requisitos, de modo a torná-lo mais claro e acessível para as etapas subsequentes.

A etapa de planejamento envolve a busca por estratégias adequadas para resolver o problema. O solucionador deve considerar diferentes caminhos possíveis, selecionar as abordagens mais eficazes e elaborar um plano de ação para alcançar a solução desejada.

Essa fase é crucial, pois a escolha de uma estratégia eficiente pode determinar o sucesso na resolução do problema.

Na fase de execução, as estratégias planejadas são colocadas em prática. O solucionador utiliza procedimentos específicos, como cálculos, desenhos, ou outras formas de representações matemáticas, para efetivamente trabalhar na solução do problema. Essa etapa envolve a aplicação prática do conhecimento e das ferramentas matemáticas escolhidas durante o planejamento.

A última fase, o monitoramento, refere-se ao ato de avaliar continuamente o progresso da resolução, verificando se a solução obtida é adequada e se o caminho seguido está correto. Esse momento envolve revisitar as etapas anteriores, corrigir erros, ajustar estratégias, e garantir que a solução final esteja correta.

No contexto da resolução de problemas para o ensino de geometria, diversos autores, como Pavanelo (1993), destacam que os conceitos geométricos não devem ser ensinados de forma isolada, mas sim integrados a situações-problema. Isso é importante porque a geometria, além de ser um conteúdo fundamental para a solução de problemas geométricos, constitui uma parte essencial do currículo de Matemática no Ensino Fundamental. Ao trabalhar com problemas geométricos, os alunos não apenas compreendem os conceitos teóricos, mas também aprendem a aplicá-los de maneira prática, o que torna o aprendizado mais significativo e conectado com situações do cotidiano. Dessa forma, a resolução de problemas na geometria promove um entendimento mais profundo e contextualizado dos conceitos, preparando os alunos para utilizar esses conhecimentos de forma mais ampla.

Fazendo relação entre a geometria e a resolução de problemas Farrel (1994), indicou que a geometria:

> Parece que a resolução de problemas é especialmente adequada para atividades de ensino de geometria. A compreensão

> dos conceitos geométricos tende a se aprofundar à medida que os alunos interagem para analisar construções, descobrir demonstrações ou encontrar um modelo geométrico que melhor se ajuste a uma situação-problema. No entanto, o medo do conteúdo pode ser um obstáculo para o sucesso na resolução de problemas. Portanto, no início de um curso, as atividades de resolução de problemas devem ser estruturadas de forma a garantir um alto potencial de sucesso para a maioria dos alunos (FARREL, 1994, p. 296).

A forma como o conteúdo será abordado com os alunos está diretamente ligada à formação que o professor recebeu para conduzir a aula. De acordo com Pirola (2000), uma formação inadequada do professor, especialmente em geometria, pode levá-lo a ensinar apenas o que gosta, negligenciando tópicos importantes relacionados ao conteúdo a ser abordado.

Para o autor, um dos motivos pelos quais a geometria não é adequadamente ensinada nas escolas é a falta de preparação dos professores, que muitas vezes não conseguem resolver problemas simples dessa área.

Dentro do contexto da Matemática, os alunos frequentemente enfrentam dificuldades para resolver problemas, pois, em alguns casos, não compreendem os enunciados, não conseguem associar o problema à realidade e não sabem qual operação aplicar para resolvê-lo. Quando se trabalha com a resolução de problemas, o professor pode estimular os alunos a pensar de forma produtiva, o que só será possível se ele propuser situações-problema que envolvam, desafiem e motivem os alunos a quererem resolvê-las. Dessa forma, o aluno desenvolverá um conjunto de estratégias de resolução que poderá aplicar para solucionar problemas cada vez mais complexos (DOCE, 2013).

Dante (2003) traz uma conceituação sobre as situações que podem estar envolvidas na Resolução de Problemas:

> Situações-problema são desafios de aplicação que representam cenários do cotidiano e demandam o uso da Matemática para sua resolução. Por meio de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos, busca-se transformar uma situação real em um problema matemático, organizando dados em tabelas, criando gráficos, realizando operações, entre outras ações. Em geral, esses problemas

> exigem pesquisa e coleta de dados. Eles podem ser apresentados na forma de projetos que envolvem conhecimentos e princípios de áreas além da Matemática, desde que a solução esteja relacionada a algo que desperte o interesse dos alunos (DANTE, 2003, p.20).

A contextualização dos conceitos matemáticos com situações do cotidiano e a inserção dos alunos em atividades concretas têm grande relevância, e, nesse contexto, a Geometria se destaca, pois está presente em diversas situações do dia a dia dos alunos e educadores. Ela se manifesta na natureza, nas construções, nos objetos utilizados no cotidiano, nas artes, entre outras esferas. Dessa forma, a aprendizagem de conceitos geométricos desempenha um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo dos alunos, ativando suas estruturas mentais e contribuindo para a construção de um pensamento mais reflexivo e crítico (SOUZA, 2013).

Neste cenário, a Geometria é de grande importância para a vida dos alunos, uma vez que, conforme Lorenzato (1995, p. 15), "sem o conhecimento da Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica limitada e a percepção da Matemática torna-se distorcida". A Geometria está diretamente associada à habilidade de se orientar no espaço e de compreender as relações espaciais, o que, por sua vez, melhora o desempenho dos indivíduos em atividades cotidianas. Além disso, ela facilita os processos mentais ao valorizar o processo de construção do conhecimento.

Fiorentini (1995, p. 20) destaca que:

"[...] sem o estudo desses conceitos matemáticos, as pessoas não desenvolvem o pensamento geométrico ou o raciocínio visual. Sem essas habilidades, elas terão grande dificuldade em resolver situações do cotidiano que exigem uma abordagem geométrica."

Esse déficit pode levar a dificuldades na compreensão de questões relacionadas ao conhecimento humano, tornando a leitura interpretativa do mundo limitada e incompleta. De acordo com Lorenzato e Fiorentini (2001, p. 14), "o ensino de Geometria promove o desenvolvimento do pensamento crítico e autônomo do educando", facilitando a análise de fatos e relações, o estabelecimento de conexões entre eles e o processo dedutivo. Nesse sentido, a Geometria é um componente essencial não apenas para o desenvolvimento da Matemática em si, mas também para o entendimento e aprimoramento de outras áreas do conhecimento, como a Aritmética e a Álgebra.

O ensino de Geometria por meio da metodologia de Resolução de Problemas possibilita que o aluno construa seu próprio conhecimento. Ao propor soluções, expressar suas opiniões e esclarecer dúvidas por meio de interações com colegas e professores, o aluno adquire maior autonomia no processo de aprendizagem. Esse processo de troca de ideias e discussões favorece o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo, essencial para a assimilação dos conceitos geométricos.

Dessa maneira, a Resolução de Problemas torna-se uma ferramenta eficaz para promover uma aprendizagem significativa e autônoma dos conceitos estudados.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentada a metodologia que foi adotada neste estudo/pesquisa, ou seja, serão mostrados os meios e as técnicas que foram utilizados para se conseguir alcançar os objetivos elencados. Inicialmente, será feita a caracterização da pesquisa quanto à sua natureza, em seguida, serão apresentados os participantes, o local e as etapas de desenvolvimento da pesquisa.

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Este estudo/pesquisa adotou uma abordagem mista qualiquantitativa, com ênfase em estudo de caso, visando compreender as experiências, percepções e práticas de alunos e professores no contexto do ensino de geometria e resolução de problemas. O estudo/pesquisa foi realizado(a) em uma escola pública da rede estadual no município de Manoel Emídio-PI, especificamente no ensino médio, escolhida por atender a um público diversificado e utilizar metodologias compatíveis com o foco da pesquisa, como a resolução de problemas no ensino de matemática. A escola também enfrenta desafios típicos da rede pública de ensino, como a limitação de recursos, o que permite analisar as estratégias utilizadas para contornar essas dificuldades.

3.2 LOCAL E PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os sujeitos investigados nesse trabalho foram alunos e professores do CETI – Antônio Borges Leal, no município de Manoel Emídio-PI. Os alunos incluídos na pesquisa foram aqueles matriculados no ensino médio, com frequência superior a 75% (setenta e cinco por cento) e que já tivessem tido alguma experiência com o desenho geométrico nas aulas de matemática. Já os professores participantes (Prof.1, Prof.2,...... Prof. 6), eram docentes de matemática com, pelo menos, 08 (oito) anos de experiência no ensino médio da escola e que utilizassem o desenho geométrico como estratégia pedagógica. A seleção dos participantes foi intencional, visando garantir que eles representassem as experiências de ensino e aprendizagem observadas.

3.3 TÉCNICAS/INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS

Como técnica de produção e coleta de dados, foi utilizada entrevista semiestruturada, escolhida por permitir maior flexibilidade e aprofundamento nas respostas (TRIVIÑOS, 1987;

LAVILLE; DIONNE, 1999). O roteiro da entrevista foi elaborado com base nos objetivos específicos da pesquisa e contemplou questões relacionadas ao uso do Desenho Geométrico na resolução de problemas e ao desenvolvimento do pensamento crítico.

As entrevistas foram realizadas individualmente com 06 (seis) professores de Matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental, selecionados por meio de amostragem intencional. As sessões tiveram duração média de 5 (cinco) minutos e foram conduzidas presencialmente e por meio de questionário eletrônico, elaborado no **Google Forms**.

O **Quadro 1**, a seguir, apresenta um resumo dos principais pontos contemplados no roteiro da entrevista semiestruturada realizada com os professores da referida escola para a produção de dados.

Quadro 1 - Principais pontos contemplados no roteiro da entrevista

EIXO TEMÁTICO	PERGUNTAS NORTEADORAS	OBJETIVO
Prática pedagógica	Como o(a) senhor(a) costuma trabalhar o conteúdo de geometria em sala de aula?	Identificar práticas de ensino.
Estratégias de ensino	O senhor(a) utiliza o desenho geométrico como recurso pedagógico? De que maneira?	Analisar a presença do desenho geométrico nas aulas.
Desafios enfrentados	Quais as principais dificuldades encontradas no ensino da geometria?	Levantar limitações pedagógicas e estruturais.
Resolução de problemas	O senhor(a) costuma propor atividades de resolução de problemas? Qual a receptividade por parte dos alunos?	Avaliar o uso da metodologia de resolução de problemas.
Desenvolvimento do pensamento crítico	Em sua percepção, de que forma o ensino de geometria pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes?	Relacionar ensino da matemática e pensamento crítico.

Fonte: elaborado pelo autor (2025), com base em Triviños (1987) e outros.

Todas as entrevistas foram registradas mediante autorização prévia dos participantes e posteriormente transcritas para análise. O conteúdo foi interpretado segundo a técnica de análise de conteúdo proposta por Bardin (2016).

A fim de complementar os dados obtidos por meio das entrevistas, também foram aplicados questionários a professores (Apêndice 2) e alunos da referida escola(Apêndice 3). Vale ressaltar que o questionário é um dos instrumentos mais utilizados em pesquisas educacionais, por possibilitar a coleta de informações de forma padronizada e sistemática junto a um número maior de participantes (GIL, 2019). De acordo com Marconi e Lakatos (2017), o questionário constitui uma técnica eficiente para levantar opiniões, percepções, atitudes e experiências, permitindo ao pesquisador reunir dados tanto de natureza quantitativa quanto qualitativa.

No presente estudo/pesquisa, os questionários foram elaborados com questões abertas e fechadas, de modo a contemplar tanto a obtenção de dados objetivos quanto a exploração de percepções mais detalhadas dos participantes. As questões fechadas favoreceram a análise quantitativa, ao possibilitar a categorização e a tabulação das respostas de maneira mais ágil e comparativa, enquanto as questões abertas possibilitaram compreender nuances e perspectivas individuais que dificilmente seriam captadas por alternativas previamente definidas (FREITAS et al., 2000).

Segundo Lakatos e Marconi (2003), a utilização de questionários deve ser acompanhada de cuidados metodológicos, tais como clareza na formulação das perguntas, adequação à linguagem dos respondentes e alinhamento aos objetivos da pesquisa. Esses critérios foram observados no processo de elaboração e validação do instrumento, a fim de garantir sua confiabilidade e validade. Dessa forma, a aplicação dos questionários se configurou como uma etapa fundamental para ampliar a compreensão sobre as práticas pedagógicas dos professores e as percepções dos alunos no contexto investigado.

No âmbito desta pesquisa, foi elaborada e aplicada uma sequência didática junto às turmas do Ensino Médio, contemplando as construções geométricas fundamentais, com o propósito de fomentar o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes. Paralelamente, foram ofertados conteúdos específicos aos professores de Matemática, voltados à aplicação do desenho geométrico na resolução de problemas (ver Apêndice 8). As atividades propostas contemplaram tanto momentos de experimentação prática quanto de observação in loco, favorecendo a análise do impacto do desenho geométrico no processo de construção do pensamento crítico discente. Além disso, possibilitaram uma reflexão mais ampla sobre as práticas pedagógicas adotadas pelos docentes da instituição, estimulando o diálogo entre teoria e prática e a ressignificação das estratégias metodológicas utilizadas no ensino da Geometria.

A proposição de sequências didáticas, conforme apontam Zabala (1998) e Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004), constitui um recurso metodológico essencial para organizar o processo de ensino-aprendizagem, possibilitando ao professor articular objetivos, conteúdos e estratégias de forma sistematizada. No caso específico do ensino da Geometria, essa abordagem favorece não apenas a compreensão dos conceitos, mas também o desenvolvimento de habilidades cognitivas mais amplas, como a análise, a argumentação e a tomada de decisão. Assim, a utilização do desenho geométrico no contexto investigado assume caráter significativo, uma vez que proporciona aos estudantes, situações concretas de resolução de problemas e de reflexão crítica sobre os fundamentos matemáticos que sustentam tais construções.

3.4 ROTEIRO DE APLICAÇÃO DOS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

A coleta de dados da pesquisa foi organizada em duas etapas complementares, de modo a possibilitar uma compreensão ampla e aprofundada das práticas pedagógicas e percepções dos participantes em relação ao ensino de geometria e à utilização do desenho geométrico na resolução de problemas.

1ª Etapa – Entrevistas com professores

Inicialmente, foram realizadas entrevistas semiestruturadas com os professores de Matemática da mencionada escola. Essa etapa teve como finalidade compreender as práticas docentes, as estratégias pedagógicas utilizadas e as percepções dos professores sobre o uso do desenho geométrico e sua contribuição para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos. As entrevistas permitiram maior aprofundamento nas respostas, favorecendo a coleta de dados qualitativos ricos e contextualizados (TRIVIÑOS, 1987; LAVILLE; DIONNE, 1999).

2ª Etapa – Questionários a professores e alunos

Na segunda etapa, foram aplicados questionários a professores e alunos. Essa etapa teve caráter complementar à anterior, permitindo ampliar o alcance da pesquisa e coletar informações de um número maior de participantes.

De acordo com Gil (2019), o questionário é um instrumento eficiente para levantar dados de forma padronizada, possibilitando análises comparativas. Além disso, a combinação entre entrevistas e questionários favorece a triangulação metodológica, aumentando a consistência e a validade dos resultados (DENZIN; LINCOLN, 2011; FLICK, 2009).

3ª Etapa – Sequência didática aplicada em sala de aula aos alunos e apresentação de conteúdos aos professores.

Na terceira etapa da pesquisa, foram realizadas atividades de desenho geométrico voltadas às principais construções fundamentais, com o intuito de analisar em que medida tais práticas influenciam tanto a resolução de problemas quanto o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Nessa etapa também foi feita uma exposição para os professores de matemática da escola, das principais aplicações do desenho geométrico na resolução de problemas.

O **Quadro 2**, traz um resumo dos conteúdos abordados em sala de aula com os alunos e também dos conteúdos abordados na sessão formativa com professores.

Quadro 2 - Sequência didática aplicada em sala de aula aos alunos e apresentação de conteúdos aos professores

AULA(S)	CONTEÚDO ABORDADO	OBJETIVOS ALMEJADOS
1	Transporte de segmento	Construir um segmento congruente a outro dado, compreendendo a ideia de transporte gráfico.
2	Soma de segmentos	Compreender e construir a adição de dois segmentos em uma reta, utilizando régua e compasso.
3	Subtração de segmentos	Compreender e construir a subtração de dois segmentos em uma reta, utilizando régua e compasso.
4	Mediatriz de um segmento	Compreender e construir geometricamente a mediatriz de um segmento de reta.
05–07	Retas perpendiculares (três casos)	Traçar e construir geometricamente: (a) perpendicular a uma reta em um ponto qualquer; (b) perpendicular a uma reta por um ponto externo; (c) perpendicular a um segmento em sua extremidade.
08–09	Retas paralelas (dois casos)	Traçar e construir geometricamente: (a) paralela a uma reta por um ponto externo; (b) paralelas a uma reta, distantes de um segmento dado.
10	Transporte de ângulo	Construir um ângulo congruente a outro previamente dado.
11–12	Operações com ângulos	Realizar graficamente a soma e a subtração de ângulos.
13–14	Arco capaz	Construir e compreender o conceito de arco capaz, articulando teoria e prática por meio do uso de régua, compasso e experimentação.

Sessão formativa com professores	Outras construções relevantes (divisão de segmentos proporcionais; terceira e quarta proporcionais; obtenção de raízes; resolução gráfica de equações do 1º e 2º grau; expressões racionais e irracionais; média geométrica, dentre outras).	Fomentar reflexões pedagógicas sobre a integração do desenho geométrico no ensino de Matemática e sobre seu potencial no desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes.

Fonte: o autor (2025).

O **Quadro 2** apresenta o roteiro de aplicação dos instrumentos de coleta de dados, organizado a partir da sequência didática desenvolvida em sala de aula. Cada aula foi planejada com a definição do conteúdo abordado, dos objetivos de aprendizagem e da duração prevista, possibilitando o acompanhamento sistemático do processo formativo. A utilização desse roteiro permitiu não apenas orientar a execução das atividades propostas aos alunos, mas também subsidiar a observação das práticas pedagógicas, constituindo-se em fonte essencial para a análise dos dados obtidos no decorrer da pesquisa (ZABALA, 1998).

A ordem de aplicação – entrevistas seguidas de questionários – foi definida estrategicamente para que os dados qualitativos iniciais, obtidos nas falas dos professores, subsidiassem a elaboração e o refinamento dos questionários, garantindo que estes contemplassem aspectos relevantes identificados nas entrevistas. Assim, foi possível alinhar os instrumentos de coleta aos objetivos da pesquisa e assegurar maior confiabilidade e profundidade na análise dos dados.

3.5 ANÁLISE DE DADOS

A análise dos dados foi realizada por meio da codificação temática, que envolveu a identificação de padrões, temas e tendências nos dados coletados, permitindo a organização das informações de forma sistemática (FLICK, 2009; BARDIN, 2011). Além disso, foi adotada a triangulação de dados, que consistiu na comparação das informações provenientes de diferentes fontes (entrevistas e observações), a fim de verificar a consistência e a validade das conclusões (DENZIN; LINCOLN, 2011; CRESWELL; CLARK, 2013). A triangulação aumentou a confiabilidade dos resultados, permitindo identificar padrões comuns nos diferentes tipos de dados.

O estudo/pesquisa seguiu rigorosos princípios éticos, garantindo o respeito aos direitos dos participantes (BRASIL, 2012). Todos os participantes foram informados sobre os objetivos da pesquisa e as atividades envolvidas, e o consentimento informado foi obtido por meio de um termo assinado. A confidencialidade das informações foi assegurada, garantindo o anonimato dos participantes. Além disso, a pesquisa respeitou as diferenças culturais e sociais dos participantes, promovendo um ambiente de respeito e compreensão (TRIVIÑOS, 1987; LÜDKE; ANDRÉ, 2013). Os participantes também foram livres para desistir da pesquisa a qualquer momento, sem qualquer prejuízo.

Dessa forma, a metodologia adotada proporcionou uma análise detalhada e confiável sobre o impacto do uso do desenho geométrico na resolução de problemas no desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos. A combinação dos métodos adotados e a triangulação de dados garantiram uma visão abrangente das práticas pedagógicas e das percepções dos participantes, permitindo uma compreensão rica e detalhada do processo de ensino-aprendizagem na referida escola do município de Manoel Emídio-PI (MARCONI; LAKATOS, 2017; YIN, 2015).

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta e discute os resultados obtidos a partir da aplicação de uma abordagem mista, que combinou procedimentos qualitativos e quantitativos, a fim de compreender a importância do tema em epígrafe e saber até que ponto ele pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos do Ensino Médio de uma escola da rede pública no município de Manoel Emídio-PI.

A dimensão qualitativa foi desenvolvida por meio de entrevistas semiestruturadas com 06 (seis) professores do CETI – Antônio Borges Leal, que atuam no Ensino Médio e possuem, em média, 08 (oito) anos de experiência profissional. Todos têm formação em Licenciatura em Matemática, sendo que dois possuem especialização em áreas da Matemática. Paralelamente, foi elaborada e aplicada uma sequência didática em sala de aula com os estudantes, contemplando as principais construções geométricas, e foram abordados conteúdos específicos com os professores, com o intuito de reforçar a relevância do desenho geométrico no desenvolvimento do pensamento crítico (ZABALA, 1998; DUVAL, 2003).

A dimensão quantitativa, por sua vez, foi desenvolvida com os professores e com 64 (sessenta e quatro) estudantes da 2ª série do Ensino Médio, por meio da aplicação de questionários que permitiram mensurar indicadores de aprendizagem, níveis de engajamento e percepções sobre o uso do Desenho Geométrico na resolução de problemas e no desenvolvimento do pensamento crítico. Os dados numéricos foram sistematizados em tabelas e/ou representações gráficas, oferecendo um panorama mensurável do impacto da metodologia adotada.

A análise dos dados qualitativos seguiu a técnica de análise de conteúdo proposta por Bardin (2016), permitindo a identificação de categorias temáticas que dialogam diretamente com os objetivos específicos do estudo/pesquisa. Os dados quantitativos, por sua vez, foram tratados por meio de estatística descritiva, com cálculo de frequências e percentuais, possibilitando uma interpretação integrada e comparativa entre os resultados das duas dimensões (MARTINS; THEÓPHILO, 2016; PESTANA; GAGEIRO, 2014).

Essa combinação metodológica favoreceu uma visão mais abrangente do fenômeno investigado, permitindo identificar tanto a profundidade das experiências relatadas quanto a extensão dos efeitos observados. Ao longo deste capítulo, os resultados serão apresentados de forma articulada, iniciando-se pela exposição e análise das categorias emergentes, sempre acompanhadas de trechos ilustrativos das falas dos entrevistados e/ou dados numéricos.

4.1 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DAS ENTREVISTAS SEMIESTRUTURADAS (COM PROFESSORES).

A análise dos dados qualitativos, coletados por meio das entrevistas semiestruturadas, (conforme Apêndice 1), constituiu a etapa inicial e exploratória desta pesquisa. Conforme o delineamento metodológico, foram entrevistados 06 (seis) professores da instituição de ensino, escolhidos intencionalmente por sua experiência e relevância no contexto escolar. As entrevistas, que ocorreram em ambiente reservado e foram devidamente transcritas, permitiram aprofundar a compreensão sobre as percepções e experiências desses profissionais.

A partir da análise de conteúdo temático, as falas dos entrevistados foram categorizadas, o que possibilitou a emergência de temas e padrões que refletem suas vivências e opiniões. Os resultados a seguir não apenas ilustram as perspectivas individuais de alguns professores, mas também apontam para aspectos recorrentes que nortearam a construção da etapa quantitativa da pesquisa.

O **Quadro 3,** a seguir, sintetiza algumas respostas de professores entrevistados, o que contribuiu para a contextualização do tema em comento, como também para a compreensão dos dados apresentados nas seções seguintes.

Quadro 3 - Resultados das entrevistas semiestruturadas com professores de matemática

EIXO TEMÁTICO	SÍNTESE DAS RESPOSTAS	EXEMPLOS DE FALAS DOS PROFESSORES
Prática pedagógica	Predomínio de aulas expositivas, complementadas por atividades práticas.	“Costumo iniciar com explicações na lousa e depois passo exercícios de construção geométrica para fixar o conteúdo.” (Prof. 2)
Estratégias de ensino	Uso de régua, compasso e, em alguns casos, vídeos e recursos digitais (datashow, projetor).	“Utilizo bastante o compasso e a régua, mas também gosto de mostrar vídeos curtos para facilitar a visualização.” (Prof. 4)
Desafios enfrentados	Limitações de tempo, falta de recursos didáticos e dificuldade de concentração dos alunos.	“A maior dificuldade é o tempo; o currículo é muito extenso e não conseguimos aprofundar.” (Prof. 1)

Resolução de problemas	Professores reconhecem a importância, mas relatam pouca frequência devido ao currículo.	"Procuro trazer problemas para os alunos discutirem em grupo, mas nem sempre é possível com a carga horária." (Prof. 3)
Desenvolvimento do pensamento crítico	Reconhecimento de que o desenho geométrico favorece a argumentação e a autonomia.	"Quando eles justificam as construções, aprendem a pensar melhor e até a questionar." (Prof. 5)

Fonte: elaborado pelo autor (2025).

As entrevistas semiestruturadas permitiram compreender como os professores de Matemática do CETI – Antônio Borges Leal desenvolvem suas práticas pedagógicas no ensino da Geometria e, em especial, no uso do desenho geométrico no desenvolvimento do pensamento crítico. Os relatos revelam que as aulas seguem predominantemente um formato expositivo, mas com espaço para atividades práticas, sobretudo com o uso de régua e compasso. Conforme destacou um docente: *"Costumo iniciar com explicações na lousa e depois passo exercícios de construção geométrica para fixar o conteúdo"* (Prof. 2). Esse dado dialoga com a literatura, que aponta a importância de equilibrar a transmissão de conteúdos com a prática investigativa na aprendizagem da Geometria (LORENZATO, 2006; PAVANELLO; NOGUEIRA, 2019).

No que se refere às estratégias de ensino, observou-se que além dos instrumentos tradicionais, alguns professores recorrem a recursos digitais. Um dos entrevistados afirmou: *"Utilizo bastante o compasso e a régua, mas também gosto de mostrar vídeos curtos para facilitar a visualização"* (Prof. 4). Essa utilização de recursos variados confirma as indicações de Fiorentini e Lorenzato (2006), que defendem a diversificação metodológica como meio de ampliar a compreensão dos estudantes.

Quanto aos desafios enfrentados, os principais pontos levantados foram a falta de tempo devido ao currículo extenso, a escassez de recursos didáticos e a dificuldade de concentração dos alunos. Nesse sentido, um professor observou: *"A maior dificuldade é o tempo; o currículo é muito extenso e não conseguimos aprofundar"* (Prof. 1). Pesquisas semelhantes já haviam apontado limitações estruturais e curriculares como barreiras para o ensino significativo da Matemática (BRASIL, 2018; D'AMBROSIO, 2012).

A resolução de problemas foi reconhecida como uma estratégia importante para desenvolver o pensamento crítico dos alunos, embora ainda pouco explorada por limitações de tempo. Como ressaltou um dos participantes: *"Procuro trazer problemas para os alunos discutirem em grupo, mas nem sempre é possível com a carga horária"* (Prof. 3). Esse achado converge com a perspectiva de Onuchic e Allevato (2011), que compreendem a resolução de problemas como caminho essencial para a aprendizagem ativa da Matemática.

Por fim, em relação ao desenvolvimento do pensamento crítico, os professores reconhecem que o desenho geométrico contribui para a autonomia e a argumentação dos estudantes. Segundo um dos entrevistados: *"Quando eles justificam as construções, aprendem a pensar melhor e até a questionar"* (Prof. 5). Essa percepção encontra respaldo em autores como Facione (2015) e Ennis (2011), que relacionam a prática argumentativa e a justificativa lógica ao fortalecimento do pensamento crítico.

Esses achados evidenciam que, apesar das dificuldades estruturais e pedagógicas, os professores percebem o potencial do desenho geométrico não apenas como ferramenta de ensino de Geometria, mas como estratégia para o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de argumentação dos alunos, em consonância com o que destaca Bardin (2016), ao apontar a relevância da análise e da reflexão no processo educativo.

4.2 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO 1 (APLICADO AOS PROFESSORES).

O presente subitem tem como objetivo apresentar e analisar os dados obtidos a partir do questionário aplicado aos professores do CETI - Antônio Borges Leal, bem como discutir as informações coletadas à luz do referencial teórico adotado. A investigação buscou compreender de que maneira o desenho geométrico é utilizado no ensino da Matemática e como contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

A escolha do questionário como instrumento de coleta de dados permitiu explorar percepções individuais e experiências pedagógicas dos docentes, possibilitando identificar padrões, desafios e práticas de ensino efetivas (MARCONI; LAKATOS, 2017). Além disso, a análise detalhada das respostas proporciona uma compreensão mais profunda sobre a aplicação do desenho geométrico em diferentes contextos e sua relevância para a promoção de habilidades cognitivas superiores, especialmente aquelas relacionadas à reflexão, análise e argumentação (GIL, 2019).

Os resultados apresentados no **Quadro 4**, a seguir, foram organizados de forma a evidenciar tanto as práticas docentes quanto os efeitos observados pelos professores nos alunos, permitindo a articulação entre os dados empíricos e os conceitos teóricos discutidos no referencial. Tal abordagem possibilita uma avaliação crítica do impacto do uso do desenho geométrico na aprendizagem da Matemática e na formação de habilidades de pensamento crítico, alinhando-se aos objetivos propostos neste estudo/pesquisa.

Quadro 4 - Resultado da aplicação do questionário 1 aplicados aos professores da escola.

CATEGORIA INVESTIGADA	PERGUNTA REALIZADA	RESPOSTAS DOS PROFESSORES Pn, com (1≤n≤6).
1. Papel do desenho geométrico	Em sua opinião, qual o papel do desenho geométrico no processo de ensino-aprendizagem da Matemática?	P1: Facilita a compreensão de conceitos abstratos.
		P2: Ajuda na visualização de problemas.
		P3: Torna as aulas mais dinâmicas.
		P4: Contribui para a organização do pensamento lógico.
		P5: Auxilia na interpretação de figuras e gráficos.
		P6: Desenvolve habilidades de observação e análise.
2. Métodos utilizados	Quais métodos e recursos o(a) senhor(a) utiliza para ensinar conteúdos relacionados ao desenho geométrico?	P1: Roteiros passo a passo com régua e compasso.
		P2: Atividades práticas em sala.
		P3: Uso de software de geometria dinâmica.
		P4: Exemplos no quadro e exercícios dirigidos.
		P5: Jogos didáticos envolvendo formas geométricas.
		P6: Projetos de construção de figuras e maquetes.
3. Resolução de problemas	De que forma o(a) senhor(a) utiliza o desenho geométrico em atividades de resolução de problemas?	P1: Aplicando problemas contextualizados.
		P2: Propondo desafios visuais que exigem análise.
		P3: Solicitando interpretação de figuras geométricas.
		P4: Integrando desenho com cálculo e fórmulas.
		P5: Desenvolvendo atividades em grupo para solução colaborativa.
		P6: Incentivando a experimentação prática.
4. Estímulo ao pensamento crítico	De que maneira o uso do desenho geométrico pode	P1: Incentiva a reflexão sobre soluções alternativas.

	estimular o pensamento crítico dos alunos?	P2: Estimula análise e argumentação. P3: Ajuda a questionar hipóteses e resultados. P4: Permite comparações e generalizações. P5: Desenvolve autonomia na tomada de decisões. P6: Favorece a identificação de erros e inconsistências.
5. Exemplos de reflexão crítica	Poderia citar exemplos de situações em que o uso do desenho geométrico promoveu reflexões críticas entre os alunos?	P1: Identificação de erros em construções. P2: Discussão sobre diferentes métodos de resolução. P3: Interpretação de problemas do cotidiano usando geometria. P4: Avaliação de soluções em projetos coletivos. P5: Comparação de figuras e propriedades geométricas. P6: Debate sobre estratégias para resolver desafios complexos.
6. Dificuldades dos alunos	Quais são as principais dificuldades apresentadas pelos alunos ao trabalhar com o desenho geométrico?	P1: Falta de precisão no uso de instrumentos. P2: Dificuldade em interpretar figuras planas e espaciais. P3: Problemas de concentração em atividades longas. P4: Compreensão limitada de conceitos abstratos. P5: Desmotivação frente a tarefas complexas. P6: Lentidão na execução prática de desenhos.
7. Desafios do professor	Quais os principais desafios enfrentados pelo(a) professor(a) no ensino de desenho geométrico?	P1: Tornar o conteúdo atraente. P2: Manter todos os alunos engajados. P3: Integrar teoria e prática de forma equilibrada. P4: Disponibilidade de materiais adequados. P5: Diversidade de níveis de habilidade na turma. P6: Tempo limitado para exercícios práticos.
8. Ambiente escolar	Como o ambiente escolar favorece ou dificulta o	P1: Salas bem iluminadas favorecem a visualização.

	trabalho com o desenho geométrico?	P2: Falta de recursos pode limitar atividades.
		P3: Biblioteca e laboratórios contribuem positivamente.
		P4: Espaço físico restrito dificulta dinâmicas de grupo.
		P5: Apoio da gestão facilita projetos maiores.
		P6: Ambientes motivadores incentivam participação.
9. Recursos e formações desejadas	Quais recursos e formações continuadas o(a) senhor(a) considera necessários para melhorar o ensino de desenho geométrico?	P1: Cursos de atualização em tecnologias educacionais.
		P2: Oficinas práticas sobre métodos inovadores.
		P3: Softwares e aplicativos de geometria.
		P4: Materiais manipuláveis e kits de geometria.
		P5: Seminários sobre ensino de pensamento crítico.
		P6: Troca de experiências com outros professores.
10. Avaliação do impacto	Na sua visão, de que forma o desenho geométrico contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos?	P1: Incentiva questionamentos e argumentações.
		P2: Melhora a capacidade de análise.
		P3: Estimula soluções alternativas.
		P4: Facilita a compreensão de relações lógicas.
		P5: Desenvolve autonomia e raciocínio estruturado.
		P6: Permite autoavaliação e correção de erros.
11. Envolvimento dos alunos	Como o(a) senhor(a) percebe o envolvimento dos alunos nas atividades que envolvem desenho geométrico?	P1: Em geral participam com interesse.
		P2: Alguns demonstram grande entusiasmo.
		P3: A maioria se engaja em trabalhos em grupo.
		P4: Alunos mais críticos se destacam.
		P5: Atividades práticas aumentam o foco.
		P6: Motivação cresce quando aplicam em situações reais.
	Que mudanças o(a) senhor(a) tem observado nos alunos a	P1: Melhora na organização do pensamento.

12. Mudanças observadas nos alunos	partir do uso do desenho geométrico em suas aulas?	P2: Maior capacidade de argumentação.
		P3: Aumento do interesse por Matemática.
		P4: Desenvolvem autonomia para resolver problemas.
		P5: Mais atenção a detalhes e precisão.
		P6: Crescimento da colaboração e do trabalho em grupo.

Fonte: o autor (2025)

A análise das respostas dos seis professores revela que o desenho geométrico é percebido como ferramenta central no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, promovendo tanto a compreensão de conceitos quanto o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos. Como discutem Gil (2019) e Marconi e Lakatos (2017), a exploração de instrumentos e metodologias variadas favorece a aprendizagem significativa e o engajamento estudantil.

Os docentes relatam que utilizam estratégias diversificadas, incluindo atividades práticas, uso de software educativo e resolução de problemas contextualizados, o que está em consonância com as recomendações de ensino ativo no referencial teórico. O uso do desenho geométrico estimula a reflexão, análise de alternativas e argumentação, corroborando a ideia de que o ensino da Matemática pode contribuir para habilidades cognitivas superiores (GONTIJO, 2007).

Entre os desafios identificados estão a disponibilidade de recursos, a diversidade de níveis de habilidade e limitações estruturais do ambiente escolar. Por outro lado, os professores destacam mudanças positivas nos alunos, como aumento da autonomia, capacidade de raciocínio estruturado, motivação e colaboração em grupo, evidenciando a eficácia das práticas investigadas (GONTIJO, 2007).

4.3 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS DA APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO 2 (APLICADO AOS ALUNOS).

A presente seção tem por finalidade apresentar e discutir os resultados do questionário aplicado a 64 alunos da 2ª série do Ensino Médio do CETI – Antônio Borges Leal. O instrumento buscou compreender suas percepções sobre a disciplina de Geometria, o contato com atividades de desenho geométrico, os recursos utilizados, as dificuldades enfrentadas, bem como o impacto dessas práticas no interesse, na aprendizagem e no desenvolvimento do pensamento crítico.

De acordo com Gil (2019), a aplicação de questionários é uma estratégia eficaz para obter informações sistematizadas sobre opiniões e atitudes dos sujeitos da pesquisa. Para Marconi e Lakatos (2017), esse tipo de instrumento é especialmente útil quando se pretende identificar tendências e padrões em grupos específicos, como no caso dos estudantes desta investigação.

Os resultados apresentados na **Tabela 1**, a seguir, foram organizados de modo a evidenciar as percepções e experiências dos alunos em relação ao ensino de Geometria e, em especial, ao uso do desenho geométrico nas aulas de Matemática. Essa organização permite compreender não apenas o contato dos estudantes com atividades práticas, mas também os efeitos percebidos em sua aprendizagem, interesse, motivação e desenvolvimento de habilidades cognitivas. Nesse sentido, a análise dos resultados contribui para verificar o impacto das práticas pedagógicas no processo de aprendizagem e para refletir sobre caminhos de aprimoramento do ensino, alinhando-se aos objetivos propostos nesta pesquisa.

Tabela 1 - Resultados do questionário 2 aplicado aos alunos

CATEGORIA INVESTIGADA	PERGUNTA REALIZADA	RESPOSTAS DOS ALUNOS (EXEMPLOS)	FREQ. SIMPLES (N)	FREQ. RELATIVA (%)
1. Perfil do aluno	Qual sua idade, série e frequência escolar aproximada?	Idades entre 16 e 18 anos; alunos da 2ª série do Ensino Médio; frequência entre 70% e 95%.	64	100%
2. Experiência com geometria	Como você avalia a disciplina de Geometria: fácil, difícil ou intermediária? Por quê?	20 alunos: difícil (abstração e cálculos). 30 alunos: intermediária (com prática melhora). 14 alunos: fácil (boa afinidade com figuras).	Difícil: 20 Intermediário: 30 Fácil: 14	31,30% 46,90% 21,80%
3. Contato com desenho geométrico	Você já realizou atividades com desenho geométrico em suas aulas de Matemática? Como foi a experiência?	55 alunos: sim, experiências positivas.	55	85,90%

		9 alunos: poucas atividades ou superficiais.	9	14,10%
4. Recursos utilizados	Quais instrumentos (régua, compasso, transferidor etc.) você já utilizou para realizar construções geométricas?	64: régua.	Régua: 64	100%
		50: compasso.	Compasso: 50	78,10%
		30: transferidor.	Transferidor: 30	46,90%
5. Resolução de problemas	Com que frequência seus professores propõem problemas de Geometria em grupo?	15: raramente.	15	23,40%
		35: às vezes.	35	54,70%
		14: frequentemente.	14	21,90%
6. Pensamento crítico	Você acredita que o uso do desenho geométrico ajuda a pensar de forma mais crítica e criativa? Justifique.	48: sim, estimula reflexão e análise.	48	75%
		10: às vezes, depende da atividade.	10	15,60%
		6: não perceberam diferença.	6	9,40%
7. Interesse e motivação	As atividades com desenho geométrico aumentam seu interesse pelas aulas de Matemática?	40: sim, tornam as aulas mais dinâmicas.	40	62,50%
		16: parcialmente.	16	25%
		8: não observaram mudança.	8	12,50%
8. Dificuldades enfrentadas	Quais as principais dificuldades encontradas?	28: uso do compasso.	28	43,80%
		20: precisão.	20	31,30%
		16: interpretação de problemas.	16	25%
9.Aprendizagem percebida	O que você considera ter aprendido de mais importante?	30: construção correta de figuras.	30	46,90%
		18: interpretação de ângulos.	18	28,10%
		16: aplicação em problemas práticos.	16	25%

10. Sugestões dos alunos	O que mudaria nas aulas para tornar a Geometria mais interessante?	25: mais aulas práticas.	25	39,10%
		22: uso de tecnologia/software.	22	34,40%
		17: maior contextualização.	17	26,50%

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2025).

A seguir, apresenta-se a interpretação crítica dos dados do questionário aplicado a 64 alunos, tomando como base a **Tabela 1** e articulando os resultados com o referencial teórico (GIL, 2019; MARCONI; LAKATOS, 2017; GONTIJO, 2007).

Em relação ao perfil do alunado, o conjunto de respostas indicaram alunos com idades entre 16 e 18 anos, frequência escolar autorreferida entre 70% e 95% e matrícula majoritária na 2ª série do Ensino Médio (cobertura de 100%). Esse perfil é adequado aos objetivos do estudo e aponta um público com experiência mínima necessária para opinar sobre práticas de Geometria e desenho geométrico. Em termos metodológicos, a caracterização do respondente contribui para a validade interna das inferências (GIL, 2019; MARCONI; LAKATOS, 2017).

A disciplina é percebida como intermediária por 46,9%, difícil por 31,3% e fácil por 21,8%. A predominância do nível intermediário sugere espaço para avanço mediante mediações didáticas que reduzam a abstração, sobretudo via tarefas de construção e visualização. Isso converge com Gontijo (2007), ao defender que situações de resolução de problemas e representações geométricas diminuem a distância entre o formalismo e a compreensão significativa.

No contexto, 85,9% dos alunos relataram experiências positivas com a disciplina desenho geométrico e 14,1% apontam contato escasso/superficial. A alta exposição indica que a prática já integra o cotidiano de parte relevante dos alunos, mas ainda há lacunas de sistematicidade. Conforme Gontijo (2007), o contato frequente com tarefas de construção amplia repertórios heurísticos e apoia o desenvolvimento do pensamento crítico ao exigir justificativas e escolhas de procedimentos.

Relatos de uso de régua (100%), compasso (78,1%) e transferidor (46,9%) revelam familiaridade instrumental, mas também apontam uma “escada” de complexidade (o compasso é menos dominado que a régua, e o transferidor menos que ambos). A natureza de múltipla resposta explica a soma superior a 100%. Do ponto de vista didático, a ampliação do domínio de compasso e transferidor é estratégica para transitar de reproduções mecânicas a construções justificadas, o que reforça a dimensão argumentativa preconizada por Gontijo (2007).

No que tange a resolução de problemas em grupo a prática aparece “às vezes” para 54,7%, “raramente” para 23,4% e “frequentemente” para 21,9%. A centralidade do “às vezes” sugere intermitência. À luz de Gontijo (2007), a colaboração em torno de problemas geométricos favorece a explicitação de raciocínios, a crítica entre pares e a escolha de estratégias, elementos-chave para o pensamento crítico. Os dados indicam potencial para institucionalizar rotinas colaborativas com maior regularidade.

Em relação ao desenvolvimento do Pensamento crítico, 75% afirmam que o desenho geométrico ajuda a pensar de forma mais crítica e criativa, 15,6% dizem que depende da atividade e 9,4% não percebem diferença. A predominância do reconhecimento positivo corrobora o objetivo do estudo: o desenho geométrico, quando bem mediado, demanda análise de condições, comparação de caminhos e justificativas, aproximando-se do que Gontijo (2007) descreve como prática orientada pela problematização e pela argumentação.

No tocante ao interesse e motivação 62,5% relatam aumento de interesse, 25% aumento parcial e 12,5% nenhuma mudança. A motivação é um efeito pedagógico relevante, pois sustenta engajamento em tarefas cognitivamente desafiadoras. Em termos de método, resultados desse tipo reforçam a importância de integrar evidências percebidas pelos estudantes às análises (GIL, 2019) e de relacioná-las às condições de oferta (MARCONI; LAKATOS, 2017).

Sobre as dificuldades encontradas pelos alunos, destacam-se uso do compasso (43,8%), precisão (31,3%) e interpretação de problemas (25%). Essas dificuldades são coerentes com os recursos reportados e com a carga cognitiva da tarefa: dominar o compasso exige coordenação fina e compreensão de propriedades; precisão relaciona-se à norma e ao controle de procedimento; interpretação de enunciados demanda leitura crítica. Intervenções didáticas focadas nessas frentes tendem a elevar a qualidade das justificativas e do controle de erros (GONTIJO, 2007).

Sobre a aprendizagem percebida os alunos enfatizam construção correta de figuras (46,9%), interpretação de ângulos (28,1%) e aplicações em problemas práticos (25%). Observa-se um eixo de aprendizagem que vai do técnico-procedimental (construção/ângulos) ao aplicado. A passagem do “saber fazer” ao “saber justificar e aplicar” é compatível com a ideia de progressão de complexidade e com a centralidade da resolução de problemas para o desenvolvimento do pensamento crítico (GONTIJO, 2007).

Quanto as sugestões dos alunos, as prioridades foram mais aulas práticas (39,1%), uso de tecnologia/software (34,4%) e maior contextualização (26,5%). Tais sugestões alinham-se ao referencial: metodologias ativas e tecnologias ampliam oportunidades de exploração e feedback (GIL, 2019), enquanto a contextualização favorece sentido e transferibilidade (MARCONI; LAKATOS, 2017). Do ponto de vista de Gontijo (2007), essas condições potencializam episódios de problematização e argumentação, base do pensamento crítico.

No contexto geral, o conjunto de dados apresentados corroboram com o objetivo da pesquisa ao indicar que o desenho geométrico, quando articulado a resolução de problemas, é percebido pelos estudantes como favorecedor do desenvolvimento do pensamento crítico (75% afirmam esse efeito), além de elevar interesse/motivação (62,5%). Persistem desafios instrumentais (compasso, precisão) e organizacionais (regularidade de tarefas em grupo), que, se enfrentados, tendem a converter percepções intermediárias de dificuldade (46,9%) em ganhos de compreensão e autonomia. Em termos metodológicos, as evidências sustentam recomendações de ampliação de práticas ativas, inclusão de tecnologias e maior contextualização, em consonância com Gontijo (2007) e com as diretrizes de organização e interpretação de dados propostas por Gil (2019) e Marconi e Lakatos (2017).

4.4 ANÁLISES DO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO A PARTIR DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA EM DESENHO GEOMÉTRICO.

A aplicação da sequência didática possibilitou identificar, em diferentes etapas, avanços significativos no desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes, quando o desenho geométrico foi articulado à resolução de problemas. Logo nas primeiras aulas, como no transporte de segmentos, percebeu-se que os alunos tendiam a executar os procedimentos de forma reprodutiva, sem compreender integralmente os fundamentos matemáticos implicados. No entanto, ao serem estimulados a justificar seus passos e discutir a validade de suas construções, começaram a compreender que cada procedimento está sustentado em propriedades geométricas e que tais propriedades poderiam ser aplicadas em novos contextos. Esse movimento está em consonância com Polya (1995), ao afirmar que a resolução de problemas envolve não apenas a execução de estratégias, mas, sobretudo, a capacidade de compreender o raciocínio subjacente a cada solução.

Ao avançar para as aulas de soma e subtração de segmentos e para a construção da mediatriz, os registros de sala de aula revelaram que os estudantes desenvolveram gradualmente maior autonomia intelectual. Além de realizar os traçados com régua e compasso, buscaram explicitar os fundamentos teóricos, apresentando justificativas e discutindo possíveis alternativas de resolução. Esse tipo de postura se aproxima da concepção de pensamento crítico discutida por Ennis (2011) e Facione (2015), que a entendem como a capacidade de interpretar informações, analisar argumentos, avaliar alternativas e tomar decisões fundamentadas. No contexto educacional, tal habilidade não se restringe à obtenção de respostas corretas, mas implica avaliar o processo, reconhecer pressupostos e validar a lógica interna dos procedimentos utilizados.

As aulas dedicadas às retas perpendiculares e paralelas se mostraram especialmente férteis para o desenvolvimento de um olhar investigativo. O professor registrou que os alunos passaram a identificar que o mesmo problema poderia ser resolvido por diferentes caminhos, comparando métodos e discutindo suas vantagens e limitações. Alguns estudantes, inclusive, propuseram procedimentos distintos dos previstos inicialmente na sequência, evidenciando uma atitude de investigação e autoria. Essa prática está em consonância com a perspectiva de Alrø e Skovsmose (2006), que destacam a importância de criar ambientes de aprendizagem críticos e dialógicos, nos quais a exploração de alternativas, o questionamento e a argumentação são elementos centrais para a formação de um sujeito crítico e participativo.

Nos blocos voltados às operações com ângulos (transporte, soma e subtração) e, em seguida, ao estudo do arco capaz, os estudantes demonstraram progressiva capacidade de articular conhecimentos já construídos a situações inéditas. O conceito de congruência, explorado anteriormente no transporte de segmentos, foi recuperado e ampliado para justificar as construções de ângulos. Essa capacidade de mobilizar saberes prévios para compreender novas situações pode ser entendida como um dos principais indícios de desenvolvimento do pensamento crítico, pois demonstra a habilidade de estabelecer conexões, elaborar hipóteses e verificar resultados. Lorenzato (2006) defende que o desenho geométrico, quando explorado de forma intencional, extrapola o caráter técnico e contribui para a construção de significados matemáticos mais amplos, fomentando a capacidade investigativa e reflexiva dos alunos.

O estudo do arco capaz foi particularmente significativo, pois evidenciou a necessidade de articular teoria e prática. Inicialmente, os estudantes apresentaram dificuldades em compreender sua definição teórica, mas, por meio da experimentação prática com régua e compasso, conseguiram construir o conceito de forma mais clara. Essa experiência confirma a análise de Gravina (2001), para quem a atividade de construção geométrica deve ser problematizada, pois a experimentação e a manipulação de instrumentos permitem que os alunos testem hipóteses, formulem conjecturas e consolidem conceitos de maneira mais autônoma. Ao longo das aulas, foi possível observar momentos de diálogo entre os próprios estudantes, em que discutiam a validade de suas construções, comparavam resultados e corrigiam estratégias, revelando um processo de aprendizagem coletivo e colaborativo.

A culminância da sequência ocorreu na sessão formativa com professores, espaço que se revelou não apenas como encerramento do percurso didático, mas como momento de reflexão pedagógica. Foram exploradas construções avançadas, como divisões proporcionais, obtenção de médias geométricas e resolução gráfica de equações. Nessa ocasião, destacou-se que o desenho geométrico não deve ser reduzido a um conjunto de técnicas ou procedimentos isolados, mas precisa ser entendido como recurso metodológico que favorece a investigação e a formação crítica dos estudantes. Onuchic e Allevato (2011) ressaltam que a resolução de problemas constitui um caminho potente para tornar a sala de aula um ambiente de pesquisa, no qual o professor atua como mediador e os estudantes assumem papel ativo na construção do conhecimento.

A análise da sequência, à luz da análise de conteúdo (BARDIN, 2016), permite inferir que houve um deslocamento progressivo na postura dos alunos: de executores de técnicas geométricas para sujeitos ativos, capazes de justificar, questionar, validar e comparar estratégias. Esse processo evidencia que o desenho geométrico, articulado à resolução de problemas, contribui não apenas para a aprendizagem de conteúdos matemáticos específicos, mas também para a formação de um pensamento crítico e reflexivo.

Em termos pedagógicos, pode-se afirmar que as observações realizadas reforçam a necessidade de superar uma abordagem meramente expositiva do ensino da geometria, valorizando práticas que envolvam a argumentação, a problematização e a construção coletiva do conhecimento. Nesse sentido, o desenho geométrico assume um papel duplo: ao mesmo tempo em que fornece instrumentos para o desenvolvimento de habilidades técnicas e cognitivas, constitui um meio de promover a formação cidadã crítica, conforme preconizam Ennis (2011) e Alrø e Skovsmose (2006).

Portanto, a experiência relatada confirma que a inserção planejada do desenho geométrico em uma perspectiva problematizadora é capaz de transformar a sala de aula em um espaço de investigação e reflexão, onde o aprender matemática se articula diretamente à formação de sujeitos críticos, criativos e autônomos.

4.5 CONTRIBUIÇÕES DO DESENHO GEOMÉTRICO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO.

A análise conjunta dos dados obtidos por meio das entrevistas, questionários, atividades práticas e observações em sala de aula, organizados nas tabelas e quadros apresentados anteriormente, permitiram compreender em profundidade os aspectos pelos quais o uso do desenho geométrico, articulado à resolução de problemas, favorece o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes no ensino da Matemática.

Um dos primeiros aspectos evidenciados foi a compreensão conceitual aprimorada. Nas atividades propostas na sequência didática (Quadro 2), os alunos demonstraram avanços significativos na interpretação das construções geométricas, deixando de atuar apenas como reprodutores de técnicas. Esse movimento de superação da simples execução mecânica em direção à compreensão do "porquê" de cada procedimento demonstra que o desenho geométrico se constitui em uma ferramenta didática que contribui para a internalização de conceitos, além de estimular a reflexão sobre a lógica subjacente às construções.

Outro aspecto relevante identificado foi o fortalecimento da capacidade de argumentação e justificativa. Os dados qualitativos, resultantes das entrevistas com os professores e da análise das falas dos estudantes, evidenciaram que a prática do desenho geométrico exigiu dos alunos explicações consistentes sobre suas escolhas, além da defesa de seus raciocínios diante da turma. Essa necessidade de justificar procedimentos contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, estimulando não apenas a memorização de fórmulas ou passos, mas, sobretudo, a formação de uma postura crítica e fundamentada no processo de resolução de problemas matemáticos.

Além disso, o estudo/pesquisa apontou para a resolução de problemas com maior autonomia. As tabelas ou quadros referentes à aplicação dos questionários indicaram que uma parcela significativa dos estudantes relatou maior segurança e confiança ao se deparar com situações-problema após a realização das atividades práticas com régua e compasso. Esse resultado sugere que o desenho geométrico, quando trabalhado de forma articulada à resolução de problemas, não apenas favorece a aprendizagem de conteúdos específicos da geometria, mas também amplia a capacidade dos alunos de mobilizar estratégias variadas para enfrentar desafios matemáticos de forma criativa e independente.

As análises das produções escritas pelos alunos em sala de aula ainda evidenciaram um movimento de reflexão crítica sobre diferentes estratégias. Ao comparar métodos de construção, os estudantes foram incentivados a reconhecer vantagens, limitações e possíveis erros em seus próprios procedimentos e nos de seus colegas. Esse exercício de análise comparativa reforçou uma postura crítica diante do processo de aprendizagem, tornando-os mais conscientes da importância da precisão, da clareza dos argumentos e da consistência lógica no desenvolvimento de suas soluções.

Outro ponto que merece destaque é o engajamento e a motivação dos estudantes. observados em sala de aula (Apêndice 8) e nas falas dos professores participantes, as atividades práticas despertaram maior interesse e participação dos alunos, que se mostraram mais dispostos a contribuir com ideias, dialogar em grupo e construir coletivamente o conhecimento. Esse envolvimento favoreceu a criação de um ambiente de aprendizagem colaborativo, no qual o erro foi tratado como oportunidade de reflexão e crescimento, fortalecendo a autoconfiança e a interação entre os estudantes.

Esses resultados permitem concluir que o desenho geométrico, quando integrado à resolução de problemas, se configura como um recurso pedagógico de grande relevância para o desenvolvimento do pensamento crítico no Ensino Médio. Ao estimular a compreensão conceitual, a argumentação lógica, a autonomia na resolução de problemas, a reflexão sobre estratégias e o engajamento nas aulas, essa prática didática promove não apenas a aprendizagem de conteúdos matemáticos, mas também a formação de sujeitos capazes de analisar, questionar, justificar e tomar decisões de maneira fundamentada. Assim, a proposta investigada neste estudo/pesquisa reforça o papel da Matemática como campo de desenvolvimento intelectual que vai além do domínio técnico, contribuindo para a formação de cidadãos críticos e participativos na sociedade contemporânea.

5 INDÍCIOS QUE O DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DESPERTA O PENSAMENTO CRÍTICO.

Diante do exposto, os resultados obtidos neste estudo/pesquisa apontam indícios consistentes de que o uso do desenho geométrico, quando articulado à resolução de problemas, contribui de forma significativa para o despertar e o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes. A análise dos dados, tanto qualitativos quanto quantitativos, permitiu identificar diferentes dimensões desse desenvolvimento, que se manifestaram nas aulas observadas, nas produções dos alunos e nas falas registradas nas entrevistas.

Em primeiro lugar, destacou-se a capacidade de raciocínio lógico e argumentação. Os estudantes, ao realizarem construções geométricas com régua e compasso, não se limitaram à execução mecânica de procedimentos, mas passaram a justificar os passos adotados, apresentar hipóteses e defender suas escolhas metodológicas. Essa necessidade de explicitar o raciocínio fortaleceu a habilidade de argumentar matematicamente, característica essencial do pensamento crítico.

Outro aspecto observado foi a resolução de problemas com maior autonomia e criatividade. As atividades propostas possibilitaram que os alunos relacionassem conceitos geométricos a situações práticas, rompendo com a ideia de um ensino restrito à memorização de fórmulas e procedimentos. Muitos passaram a elaborar estratégias próprias de resolução, demonstrando maior segurança diante de desafios matemáticos e desenvolvendo a capacidade de tomar decisões fundamentadas.

A pesquisa também revelou avanços na análise crítica de procedimentos e estratégias de construção. Ao compararem diferentes formas de resolver uma mesma atividade, os estudantes foram incentivados a avaliar a pertinência dos métodos utilizados, identificando erros, inconsistências e limitações. Essa postura investigativa contribuiu para a formação de um olhar crítico sobre os próprios processos de aprendizagem, tornando-os sujeitos mais conscientes e reflexivos.

Além disso, verificou-se um impacto positivo no engajamento e na participação ativa dos estudantes. As práticas com desenho geométrico despertaram interesse e motivação, favorecendo um ambiente de diálogo, colaboração e troca de ideias. Esse contexto coletivo de aprendizagem não apenas fortaleceu o vínculo dos alunos com a disciplina de Matemática, mas também contribuiu para a construção compartilhada do conhecimento.

Dessa forma, os indícios evidenciados neste estudo permitem afirmar que o desenho geométrico, associado à resolução de problemas, constitui um recurso pedagógico relevante para além da aprendizagem de conteúdos matemáticos. Ele atua como um meio para a formação de sujeitos críticos, reflexivos e autônomos, capazes de analisar informações, propor soluções e sustentar argumentos. Assim, confirma-se a hipótese de que a prática do desenho geométrico no Ensino Médio pode desempenhar um papel central no desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes.

A análise dos dados coletados junto a professores e alunos possibilitou verificar em que medida os objetivos estabelecidos neste trabalho foram alcançados.

Em relação ao objetivo geral, constatou-se que o uso do desenho geométrico, quando articulado à resolução de problemas, efetivamente contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes. Essa contribuição manifesta-se na ampliação da capacidade de análise, na formulação de estratégias alternativas e na argumentação fundamentada, aspectos destacados tanto nos relatos docentes quanto nas percepções dos alunos. Assim, a investigação respondeu ao problema inicial ao evidenciar que a prática do desenho geométrico pode ir além da mera técnica de representação, assumindo um papel formativo mais amplo (GONTIJO, 2007; BARDIN, 2016).

No que se refere ao primeiro objetivo específico – identificar as percepções de professores e alunos sobre o uso do desenho geométrico –, os resultados apontaram que ambos reconhecem sua relevância para a aprendizagem da Geometria. Professores destacaram a possibilidade de promover aulas mais dinâmicas e reflexivas, enquanto alunos relataram maior interesse e engajamento nas atividades que envolveram construções geométricas.

Quanto ao segundo objetivo específico – analisar as contribuições do desenho geométrico para o interesse, a motivação e a aprendizagem dos estudantes –, verificou-se que a utilização de instrumentos como régua e compasso, bem como a realização de atividades práticas, aumentaram significativamente a motivação discente. Observou-se, ainda, que tais práticas favoreceram a aprendizagem de conceitos geométricos de forma mais significativa, corroborando estudos que ressaltam o potencial motivador das metodologias ativas (GIL, 2019; MARCONI; LAKATOS, 2017).

Em relação ao terceiro objetivo específico – verificar em que medida o desenho geométrico auxilia na superação de dificuldades relacionadas ao ensino e à compreensão da Geometria –, identificou-se que, embora os alunos ainda enfrentem obstáculos como a manipulação correta dos instrumentos e a visualização espacial, a prática sistemática do desenho contribuiu para diminuir tais dificuldades. Professores também relataram que o trabalho com construções geométricas promoveu maior autonomia dos estudantes na resolução de problemas.

Por fim, no que tange ao quarto objetivo específico – discutir a relação entre desenho geométrico e o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico –, os dados revelaram que a prática do desenho geométrico estimulou a reflexão, a análise de alternativas e a argumentação dos estudantes diante de situações-problema. Essa constatação confirma o pressuposto teórico de que o ensino da Matemática, quando associado a metodologias ativas, pode favorecer o desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores, fundamentais à formação crítica e cidadã (GONTIJO, 2007).

Dessa forma, é possível afirmar que os objetivos propostos foram atingidos e que a investigação contribui para a compreensão do papel do desenho geométrico como recurso pedagógico no ensino da Matemática, especialmente na promoção do pensamento crítico e na formação integral dos estudantes.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.

A presente dissertação teve como propósito investigar de que maneira o uso do desenho geométrico, articulado à resolução de problemas, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes no ensino da Matemática. A análise dos dados obtidos por meio de questionários aplicados a professores e alunos, associada à revisão de literatura, evidenciou que o desenho geométrico extrapola a dimensão técnica e instrumental, assumindo um papel formativo mais amplo no contexto escolar.

Os resultados apontaram que tanto professores quanto alunos reconhecem o potencial do desenho geométrico para promover aprendizagens significativas, favorecer a motivação e ampliar as oportunidades de reflexão crítica. As práticas relatadas indicaram que atividades de construção geométrica, especialmente quando articuladas à resolução de problemas, estimularam a análise de alternativas, a argumentação fundamentada e a colaboração entre os estudantes, aspectos essenciais ao desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores (GONTIJO, 2007; BARDIN, 2016).

Apesar dos avanços, também foram identificadas limitações a serem enfrentadas, tais como a carência de recursos didáticos adequados, dificuldades estruturais no ambiente escolar e a necessidade de maior investimento em formação continuada de professores. Tais elementos demonstram que o pleno aproveitamento do desenho geométrico como ferramenta pedagógica depende não apenas do esforço individual dos docentes, mas também de políticas educacionais que valorizem a inovação metodológica e a melhoria das condições de ensino.

A partir desses achados, algumas direções para pesquisas futuras podem ser indicadas. Primeiramente, sugere-se a investigação do impacto de outras abordagens pedagógicas que integrem o desenho geométrico ao uso de tecnologias digitais, como softwares de modelagem geométrica, aplicativos interativos ou recursos de realidade aumentada. O emprego dessas tecnologias pode ampliar as possibilidades de experimentação, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e atraente, além de potencializar o desenvolvimento do pensamento crítico.

Outra recomendação é a realização de estudos longitudinais, que acompanhem os alunos em períodos mais extensos, permitindo avaliar os efeitos contínuos do desenho geométrico e da resolução de problemas sobre o pensamento crítico e o aprendizado matemático em diferentes etapas da educação básica. Do mesmo modo, a análise do impacto da formação continuada de professores surge como campo de investigação relevante, visto que a capacitação docente em metodologias inovadoras é fundamental para a eficácia da implementação em sala de aula.

Estudos comparativos entre escolas das redes pública e privada também constituem possibilidade promissora, uma vez que poderiam evidenciar variações na adoção de práticas pedagógicas inovadoras e revelar desigualdades de acesso. A partir dessa análise, seria possível sugerir políticas e estratégias para superar tais barreiras.

Outra contribuição relevante seria o desenvolvimento de instrumentos de avaliação específicos para medir o pensamento crítico dos alunos em atividades de desenho geométrico e resolução de problemas. Avaliar apenas respostas corretas não é suficiente: é necessário considerar dimensões qualitativas, como a originalidade, a criatividade e a argumentação dos estudantes na resolução das tarefas.

Por fim, destaca-se a importância de considerar a inserção curricular do desenho geométrico como componente específico do ensino da Matemática, sobretudo na rede pública. Tal medida fortaleceria sua relevância pedagógica e ampliaria as possibilidades de aprendizagem significativa. Mais do que possibilitar o domínio técnico de construções geométricas, essa inserção contribuiria para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da autonomia intelectual e do pensamento crítico, competências essenciais para a formação integral dos sujeitos e para sua atuação cidadã no século XXI (GONTIJO, 2007; D'AMBROSIO, 2012). Ademais, a integração do desenho geométrico a outras áreas, como as ciências e as artes, pode ampliar seu alcance pedagógico, estimulando tanto o raciocínio lógico quanto a criatividade dos alunos.

Em síntese, este estudo reforça que o desenho geométrico, quando articulado à resolução de problemas, constitui um recurso eficaz para promover a reflexão, a argumentação e a criatividade dos estudantes, alinhando-se às demandas formativas de uma sociedade em constante transformação. Ao mesmo tempo, abre caminhos para novas investigações e para a formulação de políticas educacionais que valorizem práticas inovadoras no ensino da Matemática. Espera-se, assim, que esta dissertação contribua para o debate acadêmico e para a prática pedagógica, subsidiando reflexões que permitam integrar o desenho geométrico ao currículo de maneira mais dinâmica, crítica e significativa, consolidando sua importância não apenas para a aprendizagem de conteúdos, mas para a formação integral e crítica dos sujeitos.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique. Dordrecht: Springer/Kluwer, 2002.

AZERÊDO, Maria Alves de. Conhecimentos para o ensino de figuras geométricas planas. João Pessoa: Universidade Federal da Paraíba, 2021. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/22209. Acesso em: 21 jul. 2025.

BARDIN, L. Análise de conteúdo. 4. ed. São Paulo: Edições 70, 2016.

BOALER, J. Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching. San Francisco: Jossey-Bass / Penso (tradução PT: *Mentalidades Matemáticas*), 2017.

BRANQUINHO, L. R.; BRIÃO, G. F. Sequência de planos de aula: Divisão por frações — compreensão profunda da matemática fundamental de professores que ensinam Matemática. Livro digital. Rio de Janeiro: Universidade do Estado do Rio de Janeiro (PPGEB), 2023. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/738661. Acesso em: 26 ago. 2025.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais — Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2006.

BRASIL. INEP. Programme for International Student Assessment (PISA) 2012 — Resultados. Brasília: INEP/OECD, 2012.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília: MEC, 2018.

CONTRERAS, J. A autonomia de professores. São Paulo: Cortez, 1987.

COSTA, Ildenice Lima; GONTIJO, Cleyton Hércules. Avaliação formativa e o pensamento crítico e criativo em Matemática: mapeamento de práticas pedagógicas. *Revista Paradigma*, [S. l.], v. 24, n. 1, p. 1–15, 2025. DOI: 10.22456/1982-6190.111589. Disponível em:

https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1537. Acesso em: 15 ago. 2025.

DA SILVA LOPES, C. A.; RODRIGUES, K. C.; RODRIGUES, S. R. C. — *Jogos cooperativos e argumentação: potencialidades para a promoção do pensamento crítico e reflexivo no ensino de Matemática*. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática – RENCIMA*, v. 11, n. 3, p. 244–263, 2020. DOI: 10.26843/rencima.v11i3.2293. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/34211. Acesso em: 26 ago. 2025.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (orgs.). The Sage Handbook of Qualitative Research. 4. ed. Thousand Oaks: Sage, 2011.

D'AMBROSIO, U. Educação matemática: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 2012.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de Matemática. São Paulo: Ática, 2003.

DEWEY, J. How We Think — A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process. Boston: D.C. Heath, 1933. (PT: *Como pensamos*. São Paulo: Martins Fontes, 2010 — consultar edição PT usada.)

DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. Gêneros orais e escritos na escola: análise de práticas. Campinas: Mercado de Letras, 2004.

DUVAL, R. Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Campinas: Papirus, 2003.

ECHEVERRÍA, M. P. P. A resolução de problemas e a aprendizagem matemática. São Paulo: Cortez, 1998.

ENNIS, R. H. Critical Thinking. Upper Saddle River: Pearson, 2011.

FACIONE, P. A. Critical Thinking: What It Is and Why It Counts. Millbrae: Insight Assessment, 2015.

FIORENTINI, D. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 1995.

FONSECA, M. G.; GONTIJO, C. H. Pensamento crítico e criativo em Matemática: uma abordagem a partir de problemas fechados e problemas abertos. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, v. 14, n. 34, p. 1–18, 2021. Disponível em bases científicas. Acesso em: 26 ago. 2025.

FLICK, U. Introdução à pesquisa qualitativa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FERREIRA, Maria Alves de. Conhecimentos para o ensino de figuras geométricas planas. João Pessoa: Universidade Federal da Paraíba, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/22209. Acesso em: 21 ago. 2025.

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

GONTIJO, C. H. Geometria e resolução de problemas: fundamentos para a prática docente. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

LEAL, Sandra Leal de Melo. Reflexões sobre empirismo em psicologia: contribuições do pensamento de Vigotski ao debate. João Pessoa: Universidade Federal da Paraíba, 2023. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/31900?libras=Sim&locale=en&mode=full. Acesso em: 26 jul. 2025.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Porto Alegre: Artmed, 1999.

LEONTIEV, A. N. O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? Campinas: Autores Associados, 1995.

LORENZATO, S. O ensino da matemática: dificuldades e desafios. Campinas: Autores Associados, 2006.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. Fundamentos de metodologia científica. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MARTINS, G. A.; THEÓPHILO, C. R. Metodologia da investigação científica para ciências sociais aplicadas. São Paulo: Atlas, 2016.

MENTALIDADES MATEMÁTICAS (Grupo / Iniciativa). Dossiê Temático — Mentalidades Matemáticas. Revista *Nova Paideia*, 2024. Disponível em: https://mentalidadesmatematicas.org.br/wp-content/uploads/2024/09/Dossie-Tematico-Mentalidades-Matematicas-Revista-Nova-Paideia.pdf. Acesso em: 26 jun. 2025.

NASCIMENTO PEREIRA, W. (PEREIRA, Wedson Nascimento). Uma sequência didática para o ensino do cone. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) — Universidade do Estado do Pará (UEPA), Belém, 2020. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/570165. Acesso em: 26 ago. 2025.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *Bolema*, Rio Claro, v. 24/25, n. 40/41, p. 73–98, 2011. (verificar volume/número conforme exemplar consultado). DOI/URL se disponível.

OLIVEIRA, Iara Lima Mariano. Laces e enlaces do aprendizado de geometria a partir do desenho geométrico: uma proposta pedagógica para o ensino médio. João Pessoa: Instituto Federal da Paraíba, 2023. Disponível em: https://repositorio.ifpb.edu.br/handle/177683/3430. Acesso em: 206 ago. 2025.

PAVANELLO, R. M. Resolução de problemas e o ensino da Matemática. Campinas: Papirus, 1993.

PIROLA, J. Resolução de problemas em Matemática. São Paulo: Moderna, 2000.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POZO, J. I.; CRESPO, M. Á. Aprender e ensinar ciência: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico. Porto Alegre: Artmed, 1998 (ed. PT) / 2009 ed. revisada. (Usar a edição citada no texto).

RODRIGUES, Márcia Rodrigues Leal. *Análise das atividades desenvolvidas em uma disciplina de ensino de geometria em curso de licenciatura em matemática: potencial para o desenvolvimento da criatividade dos futuros professores*. Brasília: Universidade de Brasília, 2022. Disponível em: https://sigaa.unb.br/sigaa/public/programa/noticias_desc.jsf?id=977&lc=pt_BR&noticia=7973238. Acesso em: 26 ago. 2025.

REZENDE, V. de (org.). Educação Matemática Crítica: práticas e reflexões. Curitiba: Appris, 2022.

SAVIANI, D. Escola e democracia. Campinas: Autores Associados, 2000.

SILVA, Fabrizio Fidelis da. *Explorando o Teorema de Pitágoras na perspectiva do desenho geométrico: uma abordagem crítica e criativa no ensino de geometria*. Brasília: Universidade de Brasília, 2023. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Disponível em: https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/47455/1/FabrizioFidelisDaSilva_DISSERT.pdf. Acesso em: 26 ago. 2025.

SILVA, Izabela de Lima. Percepções dos estudantes durante a utilização de material concreto no processo de ensino e aprendizagem de geometria. Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica – Instituto Federal Fluminense, Campus Macaé, 2024. Disponível em: https://portal1.iff.edu.br/o-iffluminense/pesquisa/pos-graduacao-stricto-sensu/mestrado-profissional-em-educacao-profissional-e-tecnologica/dissertacoes-1/percepcoes-dos-estudantes-durante-a-utilizacao-de-material-concreto-no-processo-de-ensino-e-aprendizagem-de-geometria/view/%2B%2Bwidget%2B%2Bform.widgets.dissertacao/%40%40download/Disserta%C3%A7%C3%A3o_Izabela_vers%C3%A3o%2Bfinal%2B27052024.pdf. Acesso em: 20

ago. 2025.

SCHOENFELD, A. H. Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press, 1991.

SILVA, Rinaldo Rodopiano da. *Desenhar e olhar com as mãos: o desenho geométrico acessível às pessoas com deficiência visual*. João Pessoa: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), 2024. Disponível em: https://repositorio.ifpb.edu.br/bitstream/177683/3669/1/01-DISSERTAC%CC%A7A%CC%83O%20DESENHAR%20E%20OLHAR%20COM%20AS%20MA%CC%83OS-RINALDO%20RODOPIANO%20FINALIZADA-COMP.pdf. Acesso em: 25 ago. 2025

TRIVIÑOS, A. N. S. Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VYGOTSKY, L. S. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

YIN, R. K. Estudo de caso: planejamento e métodos. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICES

APENDICE 1: ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA – APLICADA AOS PROFESSORES ATRAVÉS DO GOOGLE FORMS.

CETI – ANTÓNIO BORGES LEAL – MANOEL EMIDIO – PIAUI.

ROTEIRO DA ENTREVISTA

1 - Como o(a) senhor(a) costuma trabalhar o conteúdo de geometria em sala de aula?

____

____

____

2 - O senhor(a) utiliza o desenho geométrico como recurso pedagógico? De que maneira?

____

____

____

3 - Quais as principais dificuldades encontradas no ensino da geometria?

____

____

____

4 - O senhor(a) costuma propor atividades de resolução de problemas? Qual a receptividade por parte dos alunos?

____

____

____

5 - Em sua percepção, de que forma o ensino de geometria pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes?

____

____

____

DISPONÍVEL EM:
https://docs.google.com/forms/d/1xzKxCPuvW3tu3IIkWaxLCUQTl4r8J_1w4VvvnSZX8W0/edit

APÊNDICE 2 – QUESTIONÁRIO 01 – APLICADO AOS PROFESSORES

CETI – ANTÓNIO BORGES LEAL – MANOEL EMIDIO – PIAUI.
QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES DA ESCOLA

QUESTÃO 01:

Em sua opinião, qual o papel do desenho geométrico no processo de ensino-aprendizagem da Matemática?

____

____

QUESTÃO 02:

Quais métodos e recursos o(a) senhor(a) utiliza para ensinar conteúdos relacionados ao desenho geométrico?

____

____

QUESTÃO 03:

De que forma o(a) senhor(a) utiliza o desenho geométrico em atividades de resolução de problemas?

____

____

QUESTÃO 04:

De que maneira o uso do desenho geométrico pode estimular o pensamento crítico dos alunos?

____

____

QUESTÃO 05:

Poderia citar exemplos de situações em que o uso do desenho geométrico promoveu reflexões críticas entre os alunos?

____

____

QUESTÃO 06:

Quais são as principais dificuldades apresentadas pelos alunos ao trabalhar com o desenho geométrico?

____

____

QUESTÃO 07:

Quais os principais desafios enfrentados pelo(a) professor(a) no ensino de desenho geométrico?

____

____

QUESTÃO 08:

Como o ambiente escolar favorece ou dificulta o trabalho com o desenho geométrico?

____

____

QUESTÃO 09:

Quais recursos e formações continuadas o(a) senhor(a) considera necessários para melhorar o ensino de desenho geométrico?

____

____

QUESTÃO 10:

Na sua visão, de que forma o desenho geométrico contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos?

____

____

QUESTÃO 11:

Como o(a) senhor(a) percebe o envolvimento dos alunos nas atividades que envolvem desenho geométrico?

____

____

QUESTÃO 12:

Que mudanças o(a) senhor(a) tem observado nos alunos a partir do uso do desenho geométrico em suas aulas?

____

____

APÊNDICE 3 – QUESTIONÁRIO 02 – APLICADO AOS ALUNOS

CETI – ANTÓNIO BORGES LEAL – MANOEL EMIDIO – PIAUI.
QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

QUESTÃO 01

Qual sua idade, série e frequência escolar aproximada?

____

____

QUESTÃO 02

Como você avalia a disciplina de Geometria: fácil, difícil ou intermediária? Por quê?

____

____

QUESTÃO 03

Você já realizou atividades com desenho geométrico em suas aulas de Matemática? Se sim, como foi a experiência?

____

____

QUESTÃO 04

Quais instrumentos (régua, compasso, transferidos etc.) você já utilizou para realizar construções geométricas?

____

____

QUESTÃO 05

Com que frequência seus professores propõem problemas de Geometria para serem resolvidos em grupo?

____

____

QUESTÃO 06

Você acredita que o uso do desenho geométrico ajuda a pensar de forma mais crítica e criativa? Justifique sua resposta.

____

____

QUESTÃO 07

As atividades com desenho geométrico aumentam seu interesse pelas aulas de Matemática? De que forma?

____

____

QUESTÃO 08

Quais as principais dificuldades que você encontra ao realizar atividades de desenho geométrico?

____

____

QUESTÃO 09

O que você considera ter aprendido de mais importante com o uso do desenho geométrico nas aulas?

____

____

QUESTÃO 10

O que você mudaria ou acrescentaria nas aulas de Matemática para que o ensino de Geometria fique mais interessante?

____

____

APÊNDICE 4 – CARTA DE ANUENCIA E AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA

CARTA DE ANUÊNCIA

ESCLARECIMENTOS

Esta é uma solicitação para realização do estudo/pesquisa intitulada como **DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES.** A ser realizada no CETI – ANTÓNIO BORGES LEAL, pelo(s) pesquisador(es) Wyllamis Medeiros Maranhão, que utilizará a seguinte metodologia. Aplicação de questionários aos alunos e professores como também entrevistas semiestruturadas aos professores, os principais objetivos é investigar de que maneira o uso do desenho geométrico, combinado com a resolução de problemas, pode efetivamente estimular e aprimorar o pensamento crítico dos alunos de uma escola da rede pública de ensino, necessitando, portanto, da concordância e autorização institucional para a realização desse estudo/pesquisa.

Ressaltamos que os dados coletados serão mantidos em absoluto sigilo, de acordo com as Resoluções nº 466/2012 ou 510/2016 - Conselho Nacional de Saúde/Ministério da Saúde, que tratam da Pesquisa envolvendo Seres Humanos. Salientamos ainda que tais dados serão utilizados tão somente para realização deste estudo.

Assinatura do(a) Pesquisador(a) Responsável

Wyllamis Medeiros Maranhão – CPF 659.651.323-87

(Mesmo nome inserido na Plataforma Brasil)

CONSENTIMENTO

Por ter sido informado verbalmente e por escrito sobre os objetivos e metodologia desta pesquisa, concordo em autorizar a realização da mesma nesta Instituição que represento CETI – ANTÓNIO BORGES LEAL, com sede a Rua São José, s/n – centro do município de Manoel Emídio – PI. Esta Instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa, dispondo de infraestrutura necessária para realização das etapas supracitadas.

Esta autorização está condicionada ao cumprimento das determinações éticas das Resoluções nº 466/2012 ou 510/2016 - Conselho Nacional de Saúde/Ministério da Saúde e suas complementares, que tratam da Pesquisa envolvendo Seres Humanos.

O descumprimento desses condicionamentos assegura-me o direito de retirar minha anuência a qualquer momento da pesquisa.

Manoel Emídio (PI), 01 de abril de 2025.

Claudiana Borges Leal

Carimbo responsável da Instituição*

APÊNDICE 5 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do Estudo: **DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES.**

Pesquisador Responsável: **WYLLAMIS MEDEIROS MARANHÃO**

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O(A) Senhor(a) está sendo convidado(a) a autorizar a participação de seu(sua) filho(a) em uma pesquisa. Por favor, leia este documento com bastante atenção antes de assiná-lo. Caso haja alguma palavra ou frase que o(a) senhor(a) não consiga entender, converse com o pesquisador responsável pelo estudo ou com um membro da equipe desta pesquisa para esclarecê-las. A proposta deste termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) é explicar tudo sobre o estudo e solicitar a sua permissão para participar do mesmo.

O objetivo geral deste estudo/pesquisa que é "investigar de que maneira o uso do desenho geométrico, combinado com a resolução de problemas, pode efetivamente estimular e aprimorar o pensamento crítico dos alunos de uma escola da rede pública de ensino".

Com o intuito de alcançar este objetivo, foram elencados os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar os desafios enfrentados pelos educadores na promoção do pensamento crítico dos alunos em geometria, considerando as limitações estruturais, pedagógicas e de recursos nas escolas da rede pública.

2. Explorar diferentes estratégias pedagógicas que possam ser utilizadas para estimular o pensamento crítico dos alunos no contexto do desenho geométrico, incluindo o uso de problemas contextualizados, desafios investigativos, que favoreçam a análise, a argumentação e a tomada de decisão.

3. Investigar o impacto do uso de atividades práticas e manipulativas na promoção do pensamento crítico dos alunos em geometria, como a construção de figuras geométricas.

Se o(a) Sr.(a) autorizar a participação de seu(sua) filho(a), os procedimentos envolvidos em sua participação são os seguintes: entrevistas através da aplicação de questionários, participiparam de aulas de desenho geométrico e faram atividades comprovando o aprendizado

Toda pesquisa com seres humanos envolve algum tipo de risco. No nosso estudo, os possíveis riscos ou desconfortos decorrentes da participação na pesquisa são. Responder questionários, desenhar algumas construções geométricas com lápis, borracha, papel, esquadros, régua, compasso, etc.

Contudo, esta pesquisa também pode trazer benefícios. Os possíveis benefícios resultantes da participação na pesquisa são desenvolver o pensamento crítico, através do desenho geométrico na resolução de problemas, aprender um pouco de algumas construções geométricas. Dentre outros.

A participação de seu(sua) filho(a) na pesquisa na pesquisa é totalmente voluntária, ou seja, não é obrigatória. Caso o(a) Sr.(a) decida não participar, ou ainda, desistir de participar e retirar seu consentimento durante a pesquisa, não haverá nenhum prejuízo ao atendimento que você recebe ou possa vir a receber na instituição.

Não está previsto nenhum tipo de pagamento pela sua participação na pesquisa e o(a) Sr.(a) não terá nenhum custo com respeito aos procedimentos envolvidos.

Solicitamos também sua autorização para apresentar os resultados deste estudo em eventos da área de educação e publicar em revista científica nacional e/ou internacional. Por ocasião da publicação dos resultados, seu nome será mantido em sigilo absoluto, bem como em todas fases da pesquisa.

É assegurada a assistência durante toda pesquisa, bem como é garantido ao Sr.(a), o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que o(a) Sr.(a) queira saber antes, durante e depois da participação do seu(sua) filho(a).

Caso o(a) Sr.(a) tenha dúvidas, poderá entrar em contato com o pesquisador responsável Wyllamis Medeiros Maranhão, pelo telefone 89 99423-544, endereço Conjunto Marcos António, QD-01 – CS-04 – Altamira – Manoel Emídio-PI, e/ou pelo e-mail: wyllamis.maranhao@gmail.com,

Esse Termo é assinado em duas vias, sendo uma do(a) Sr.(a) e a outra para os pesquisadores.

DECLARAÇÃO DE CONSENTIMENTO

Concordo em participar do estudo intitulado: **DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES.**

______________________________ Nome do participante ou responsável ______________________________ Assinatura do participante ou responsável	Data: _____/_____/_____

Eu, Wyllamis Medeiros Maranhão, DECLARO cumprir as exigências contidas nos itens IV.3 e IV.4, da Resolução nº 466/2012 MS.

______________________________ Assinatura e carimbo do Pesquisador	Data: _____/_____/_____

APÊNDICE 6 – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Título do Estudo: **DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES.**

Pesquisador Responsável: **Wyllamis Medeiros Maranhão**

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)

Você está sendo convidado a participar da pesquisa **DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES,** coordenada pelo pesquisador **Wyllamis Medeiros Maranhão, Cel (89) 99423-5544**. Seus pais permitiram que você participe.

Queremos saber os principais objetivos é investigar de que maneira o uso do desenho geométrico, combinado com a resolução de problemas, pode efetivamente estimular e aprimorar o pensamento crítico dos alunos de uma escola da rede pública de ensino.

Você só precisa participar da pesquisa se quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. As crianças que irão participar desta pesquisa têm de [15] a [19] anos de idade.

A pesquisa será feita no/a CETI – ANTÓNIO BORGES LEAL, onde as crianças participaram de entrevistas através da aplicação de questionários, participaram de aulas de desenho geométrico e faram atividades comprovando o aprendizado. Para isso, será usado/a Lápis, Borracha e material de desenho geométrico, ele é considerado (a) seguro (a), mas é possível ocorrer alguns riscos. Caso aconteça algo errado, você pode nos procurar pelos telefones que tem no começo do texto. Mas há coisas boas que podem acontecer como: aprendizado sobre o tema proposto, aprender a construir figuras geométricas, dentre outros.

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as crianças que participaram.

APÊNDICE 7 - CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO

Eu ____ aceito participar da pesquisa **DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES.**

Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer.

Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar com raiva de mim.

Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis.

Recebi uma via deste termo de assentimento. A outra via ficará com o pesquisador responsável Wyllamis Medeiros Maranhão. Li o documento e concordo em participar da pesquisa.

Esse Termo é assinado em duas vias, sendo uma do(a) Sr.(a) e a outra para os pesquisadores.

Declaração de Consentimento

Concordo em participar do estudo intitulado: “**DESENHO GEOMETRICO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: CAMINHO PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CRÍTICO DOS DISCENTES”**

___________________________________ Nome do participante menor ___________________________________ Assinatura do participante menor	Data: _____/_____/_____

Eu, Wyllamis Medeiros Maranhão, DECLARO cumprir as exigências contidas nos itens

IV.3 e IV.4, da Resolução nº 466/2012 MS.

______________________________________ Assinatura e carimbo do Pesquisador	Data: _____/_____/_____

APÊNDICE 8 - CONSTRUÇÕES FUNDAMENTAIS APLICADAS EM SALA DE AULA COM OS ALUNOS AFIM DE ESTIMULAR O PENSAMENTO CRÍTICO DOS ALUNOS.

Na sequência, serão apresentadas algumas construções fundamentais aplicadas em sala de aula, indispensáveis aos estudos dos alunos, para o desenvolvimento do pensamento critico.

AULA 01 - TRANSPORTE DE SEGMENTO – DURAÇÃO (50 MINUTOS)

Nesta aula foi desenvolvido com os alunos, uma atividade com o objetivo de realizar o transporte gráfico de um segmento, que consiste em construir um segmento congruente a um segmento dado.

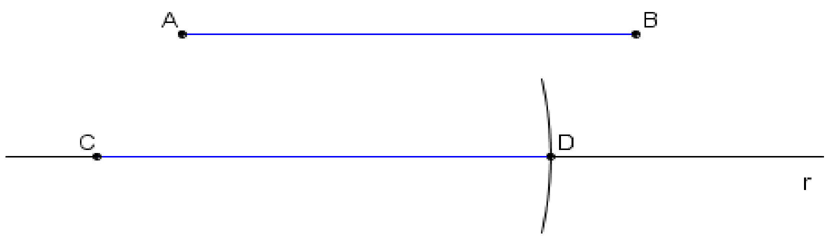
Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio:

Dado um segmento AB, construa um segmento CD tal que $\overline{CD} = \overline{AB}$. Onde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Trace uma reta suporte r e marque sobre ela um ponto C. Com o compasso, centre em C, abertura $\overline{AB}$ e marque sobre r o ponto D, obtendo o segmento CD, tal que $\overline{CD} = \overline{AB}$.

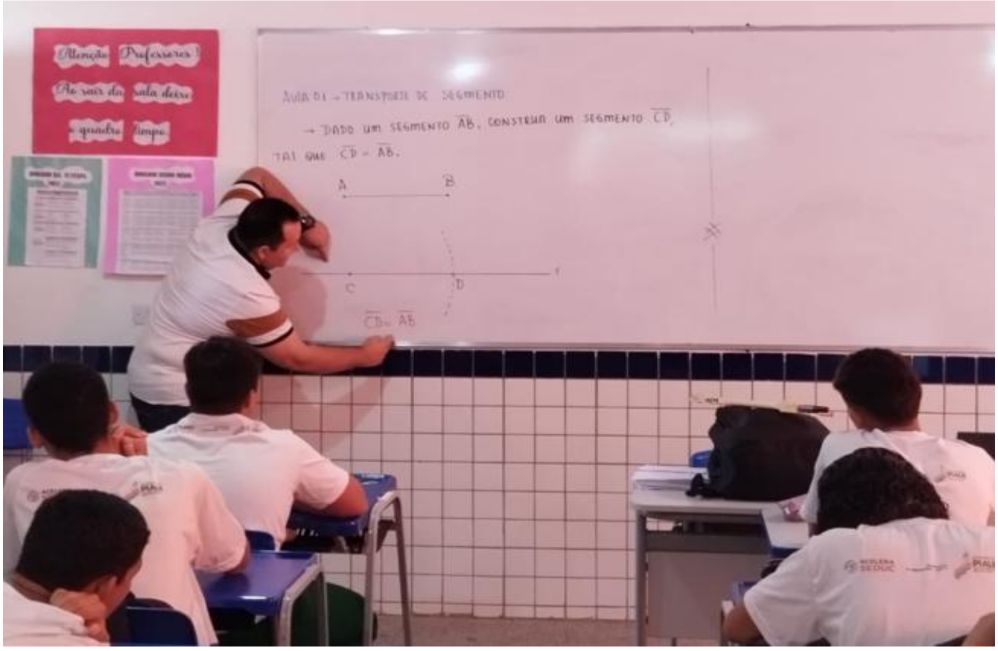
Figura 1 - Transporte de segmento.



Fonte: PAPA NETO, Ângelo. *Geometria plana e construções geométricas*. Fortaleza: UAB/IFCE, 2017. 226 p. ISBN 978-85-475-0059-7.

Foi observado ao final da aula, que todos os participantes conseguiram êxito na construção e também assimilaram o conceito de congruência entre dois segmentos de reta como também fazer o transporte desse segmento, (conforme Figura 9). Portanto, os objetivos foram alcançados.

Figura 2 - Aula 01 - Abordagem da aula 01



Fonte: o autor (2025).

OPERAÇÕES COM SEGMENTOS

Veremos, nesta seção, duas operações gráficas com segmentos, a soma e a subtração de segmentos.

AULA 02 - SOMA DE SEGMENTOS - DURAÇÃO (50 MINUTOS)

Nesta aula foi desenvolvido com os alunos uma atividade com o objetivo de realizar e compreender o conceito de adição de segmentos em uma reta, como também construir geometricamente a soma de dois segmentos utilizando régua e compasso.

Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio:

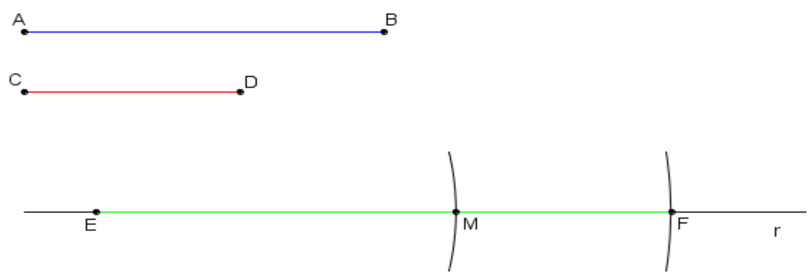
Dados os segmentos AB e CD, construa o segmento EF, tal que $\overline{EF} = \overline{AB} + \overline{CD}$. Onde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Trace uma reta suporte r e marque sobre ela um ponto E. Com o compasso, centre em E, abertura $\overline{AB}$ e marque, sobre r, o ponto M, obtendo o segmento EM, tal que $\overline{AM} = \overline{AB}$.

Agora, centre em M, abertura $\overline{CD}$ e marque, sobre r, o ponto F, obtendo o segmento MF, tal que $\overline{MF} = \overline{CD}$ e M∈EF. Das operações realizadas, resulta que $\overline{EF} = \overline{AB} + \overline{CD}$.

Figura 3 - Soma de segmentos.



Fonte: PAPA NETO, Ângelo. Geometria plana e construções geométricas. Fortaleza: UAB/IFCE, acesso 2025.

Foi observado ao final da aula, que a maioria dos participantes conseguiram êxito na construção.

Foi verificado também, que os mesmos assimilaram o conceito de soma de dois segmentos de reta como também representar graficamente a soma desses segmentos. A Figura 11 mostra a atividade desenvolvida. Portanto, os objetivos foram alcançados.

Figura 4 - Aula 02 – Abordagem da aula 02

Fonte: o autor (2025).

AULA 03 - SUBTRAÇÃO DE SEGMENTOS – DURAÇÃO (50 MINUTOS)

Nesta aula foi desenvolvido com os alunos uma atividade com o objetivo de realizar e compreender o conceito de subtração de segmentos em uma reta, como também construir geometricamente a subtração entre dois segmentos utilizando régua e compasso.

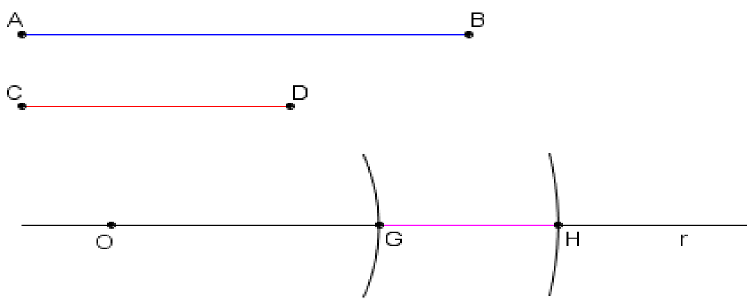
Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio:

Dados os segmentos AB e CD, com $\overline{AB} > \overline{CD}$. Construa o segmento GH, tal que $\overline{\mathrm{GH}} = \overline{\mathrm{AB}} - \overline{\mathrm{CD}}$. Onde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Trace uma reta suporte r e marque sobre ela um ponto O. Com o compasso, centre em O, com abertura $\overline{AB}$ marque, sobre r, o ponto H, obtendo o segmento OH, tal que $\overline{OH} = \overline{AB}$. Agora, centre em O, com abertura $\overline{CD}$ marque, sobre r, o ponto G, obtendo o segmento OG, tal que $\overline{OG} = \overline{CD}$ e G∈OH. Com essas construções, obtemos $\overline{GH} = \overline{AB} - \overline{CD}$.

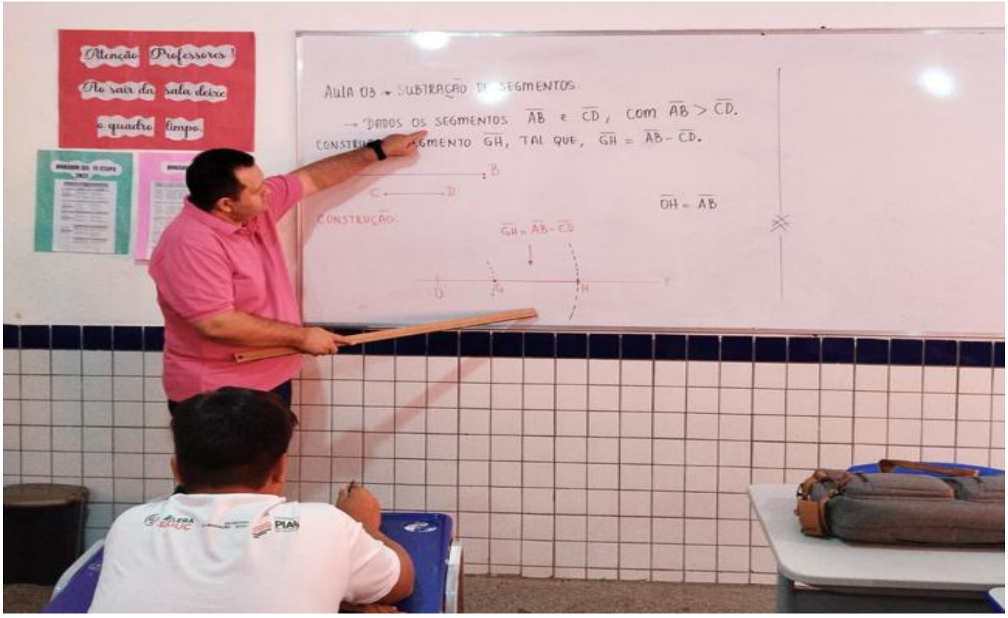
Figura 5 - subtração de segmentos



Fonte: PAPA NETO, Ângelo. Geometria plana e construções geométricas. Fortaleza: UAB/IFCE, acesso 2025.

Foi observado ao final da aula, que a maioria dos participantes conseguiram êxito na construção e também assimilaram o conceito de subtração entre dois segmentos de reta como também representar graficamente a diferença entre esses segmentos, (conforme Figura 13). Portanto, os objetivos foram alcançados.

Figura 6 - Aula 03 - Abordagem da aula 03



Fonte: o autor (2025).

AULA 04 - MEDIATRIZ DE UM SEGMENTO – DURAÇÃO (50 MINUTOS)

Nesta aula foi desenvolvido com os alunos uma atividade com o objetivo de realizar e compreender como se traça a mediatriz de um segmento de reta, e também como construir geometricamente a mediatriz de um segmento de reta utilizando régua e compasso.

Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio:

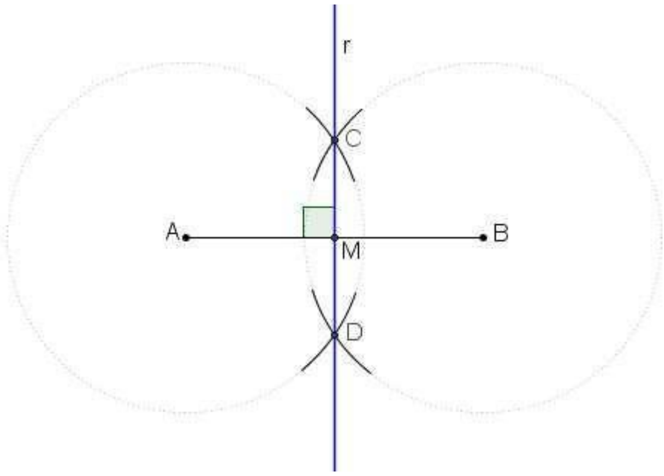
Encontre o ponto médio de um segmento AB, e nesse ponto trace a mediatriz (reta perpendicular que passa pelo ponto médio do segmento). Tal construção nos permitirá construir retas perpendiculares a outras retas, como veremos mais adiante.

Donde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Dado o segmento AB. Trace os círculos de centro em A e B, com raio R maior do que a metade do segmento AB. Esses dois círculos se intersectam em dois pontos, C e D, que ligados com a régua, oferece-nos a reta *r* que passa pelo ponto médio M do segmento AB e é perpendicular a ele.

Figura 7 - Mediatriz de um segmento



Fonte: PAPA NETO, Ângelo. Geometria plana e construções geométricas. Fortaleza: UAB/IFCE, acesso 2025.

Justificativa.

Observe que, $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AD} = \overline{BD}$, portanto ACBD forma um losango, que sabemos ter as diagonais $\overline{AB}$e $\overline{CD}$ perpendiculares entre si e se intersectando no ponto médio.

Foi observado ao final da aula, que a maioria dos participantes conseguiram êxito na construção e também assimilaram o conceito e interpretação geométrica de uma mediatriz de segmento. Portanto, os objetivos foram alcançados.

Figura 8 - Aula 04 - Abordagem da aula 04

Fonte: o autor (2025).

AULAS 05, 06 E 07 - RETAS PERPENDICULARES – DURAÇÃO (150 MINUTOS).

Veremos nesta seção, três casos para construção de retas perpendiculares realizado em sala de aula com os alunos.

Construção da perpendicular que passa por um ponto qualquer, pertencente a uma reta.

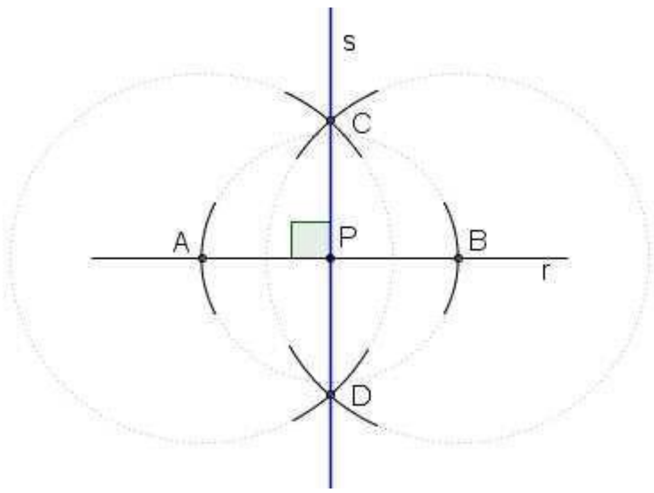
Nestas três aulas, foram desenvolvidos com os alunos uma atividade com o objetivo de aprender a traçar uma reta perpendicular a outra reta em qualquer ponto, como também construir geometricamente a situação, utilizando régua e compasso.

Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio: Trace uma reta perpendicular a uma reta *r*, que passe por um ponto P, pertencente à *r*. Onde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Seja a reta *r* e um ponto P pertencente a ela. Centre em P, com abertura R qualquer, trace um círculo que intersecte a reta *r* nos pontos A e B. Agora, trace os círculos de centro em A e B, com raio $R' > R$. Esses dois círculos se intersectam em dois pontos, C e D, que ligados com a régua, oferece-nos a reta s que passa por P e é perpendicular à reta *r*.

Figura 9 - Reta perpendicular à reta r passando por um ponto P∈r.



Fonte: PAPA NETO, Ângelo. Geometria plana e construções geométricas. Fortaleza: UAB/IFCE, acesso 2025.

Justificativa:

Note que P é ponto médio do segmento AB, daí o item 4.1.3 justifica a construção.

Foi observado ao final da aula, que a maioria dos participantes conseguiram êxito na construção e interpretação geométrica de como traçar uma reta perpendicular a outra reta em um ponto P determinado. Sendo assim, alcançado os objetivos.

CONSTRUÇÃO DA PERPENDICULAR QUE PASSA POR UM PONTO DADO, NÃO PERTENCENTE À RETA.

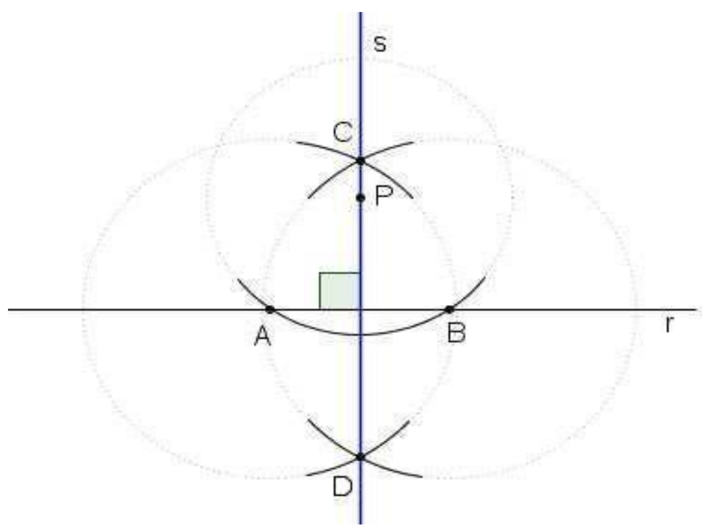
Dando continuidade, foi desenvolvido com os alunos outra atividade com o objetivo de aprender a traçar uma reta perpendicular a outra reta por um ponto dado, não pertencente à reta, como também construir geometricamente a situação, utilizando régua e compasso.

Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio: Trace uma reta perpendicular a uma reta *r*, que passe por um ponto P, não pertencente à *r*. Onde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Seja a reta *r* e um ponto P fora dela. Centre em P, com abertura R qualquer, trace um círculo que intersecte a reta *r* em pelo menos dois pontos, A e B. Agora, trace os círculos de centro em A e B, com raio R' maior do que a metade do segmento AB. Esses dois círculos se intersectam em dois pontos, C e D, que ligados com a régua nos dá a reta s que passa por P e é perpendicular à reta *r*.

Figura 10 - Reta perpendicular à reta r, passando por um ponto P não pertencente a r.



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Justificativa:

Veja que P é equidistante de A e B, portanto pertence à mediatriz do segmento AB, na figura, representada pela reta s. E como já sabemos, *s* é perpendicular ao segmento AB.

Foi observado ao final da aula, que a maioria dos participantes conseguiram êxito na construção e interpretação geométrica de como traçar uma reta perpendicular a outra reta em um determinado P fora dela. Sendo assim, alcançado os objetivos.

CONSTRUÇÃO DA PERPENDICULAR QUE PASSA PELA EXTREMIDADE DE UM SEGMENTO DE RETA.

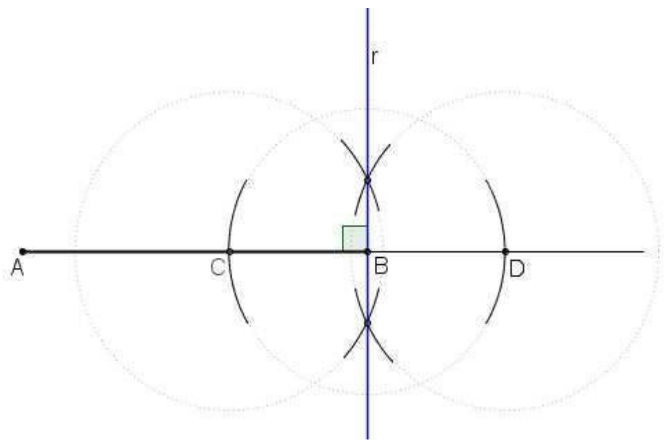
Dando continuidade, foi desenvolvido com os alunos outra atividade com o objetivo de aprender a traçar uma reta perpendicular a um segmento de reta, em sua extremidade, como também construir geometricamente a situação, utilizando régua e compasso.

Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio: Trace uma reta perpendicular a um segmento de reta, em sua extremidade. Onde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Seja o segmento AB. Para construir uma perpendicular passando por B (passando por A, a construção é análoga), basta fazer o prolongamento do segmento a partir da extremidade B, à direita, de modo que, ao traçar o círculo de centro B e raio R, intersecte o segmento e o prolongamento, obtendo os pontos C e D. Então proceda como em 4.1.3, determinando a mediatriz do segmento CD.

Figura 11 - Reta perpendicular ao segmento AB, passando pela extremidade B.



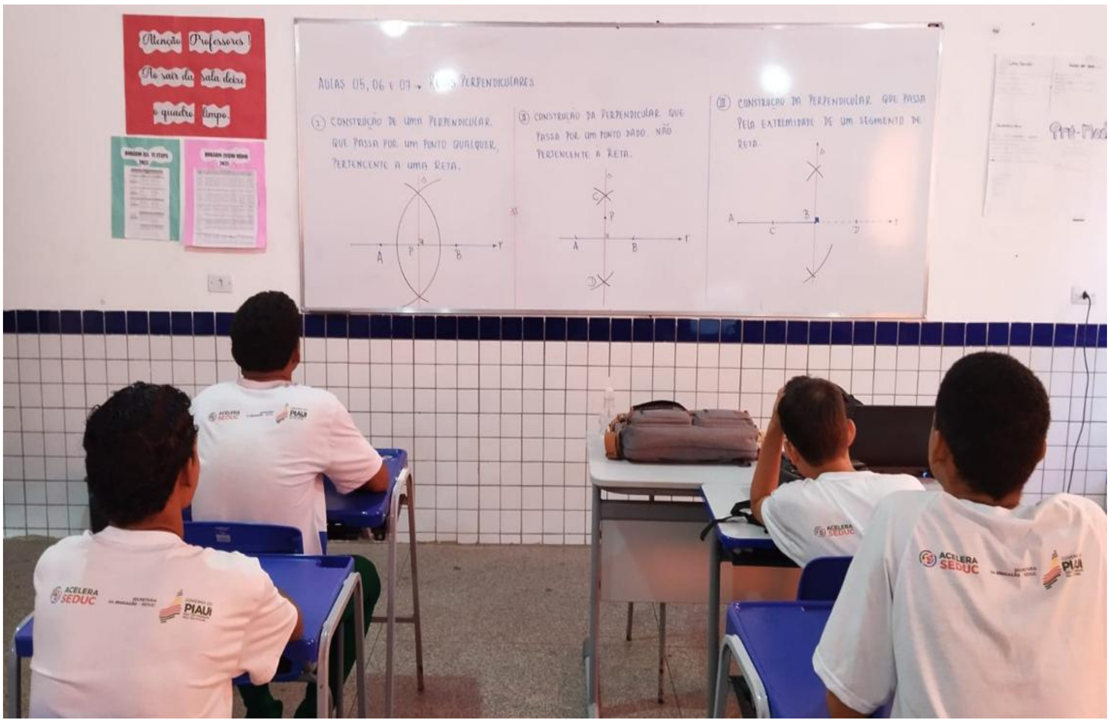
Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Justificativa:

Note que B é ponto médio do segmento CD. Portanto a mediatriz do segmento CD passa por B e é perpendicular a ele, e, consequentemente, também ao segmento AB.

Foi observado ao final da aula, que a maioria dos participantes conseguiram êxito na construção e interpretação geométrica de como traçar uma reta perpendicular por uma extremidade de um segmento de reta dado. Portanto, objetivos alcançados.

Figura 12 - Aulas 05, 06 e 07 - Abordagem dos conteúdos



Fonte: o autor (2025).

AULAS 08 E 09 - RETAS PARALELAS – DURAÇÃO (100 MINUTOS).

Veremos, nesta seção, dois casos para construção de retas paralelas, apresentados aos alunos em sala de aula.

CONSTRUÇÃO DA PARALELA A UMA RETA POR UM PONTO DADO FORA DELA.

Nesta aula, foi desenvolvido com os alunos uma atividade com o objetivo de aprender a traçar uma reta paralela a outra reta por um ponto dado fora dela, como também construir geometricamente a situação, utilizando régua e compasso.

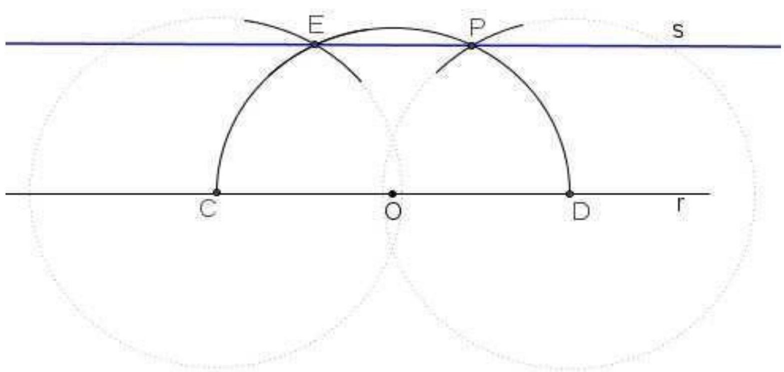
Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio: Trace uma reta paralela a uma reta *r*, que passe por um ponto P, fora dela. Onde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Seja a reta *r* e um ponto P fora dela. Tome sobre *r*, um ponto O, que não seja a projeção ortogonal de P sobre *r*, trace o círculo de centro O e raio $\overline{OP}$, obtendo os pontos C e D, interseções com a reta *r*. Agora, trace o círculo de centro C e raio $\overline{DP}$, que intersectará o círculo de centro O e raio $\overline{OP}$ no ponto E, situado no mesmo semiplano de P em relação à reta r.

Ligando, com a régua, os pontos E e P, obtemos a reta *s* que passa por P e é paralela à reta *r*.

Figura 13 - Reta paralela à reta r passando por um ponto P∉r.



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Justificativa:

Como os triângulos COE e DOP são congruentes (caso LAL), suas alturas são congruentes, logo, EP é paralela a *r*.

Foi observado ao final da aula, que a maioria dos participantes conseguiram êxito na construção e interpretação geométrica de como traçar uma reta paralela a outra reta, por um ponto P fora dela. Portanto, os objetivos foram alcançados.

CONSTRUÇÃO DAS PARALELAS À RETA *R*, DADA, DELA DISTANDO UM SEGMENTO DADO.

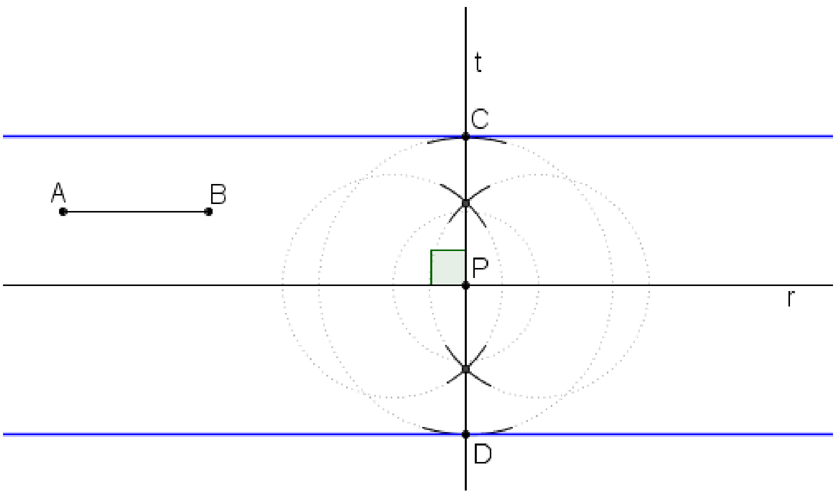
Nesta aula, foi desenvolvido com os alunos uma atividade com o objetivo de aprender a traçar duas retas paralelas a outra reta, dela distando um segmento dado, como também construir geometricamente a situação, utilizando régua e compasso.

Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio: Trace duas retas paralelas a uma reta *r*, dela distando um segmento dado. Onde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Seja a reta *r* e um segmento AB. Por um ponto P qualquer pertencente à reta *r*, trace uma reta *t* perpendicular a *r*, conforme descrito em itens anteriores. Em seguida, trace o círculo de centro P e raio $\overline{AB}$, obtendo os pontos C e D, interseções com a reta *t*. Construa agora, por C e D, as retas paralelas à reta r, como descrito anteriormente.

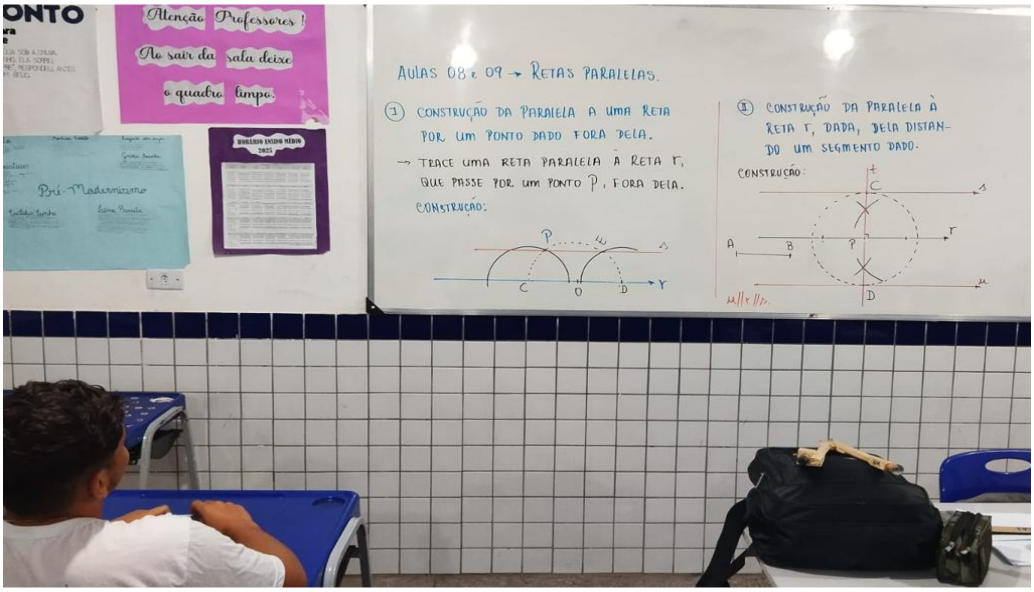
Figura 14 - Construção das paralelas à reta r, dela distando o segmento AB



Fonte: PAPA NETO, Ângelo. Geometria plana e construções geométricas. Fortaleza: UAB/IFCE, acesso 2025.

Foi observado ao final da aula, que a maioria dos alunos conseguiram êxito na construção e interpretação geométrica de como traçar duas retas paralelas a outra reta, distando um segmento dado. Portanto, os objetivos foram alcançados.

Figura 15 - Aulas 08 e 09 - Abordagem dos conteúdos



Fonte: o autor (2025).

AULA 10 - TRANSPORTE DE ÂNGULO – DURAÇÃO (50 MINUTOS)

Nesta aula, foi desenvolvido uma atividade de como construir um ângulo com mesma medida de outro ângulo já existente, e consiste, a partir de um ângulo conhecido, obter um ângulo congruente a ele. Essa atividade foi desenvolvida com os alunos em sala de aula.

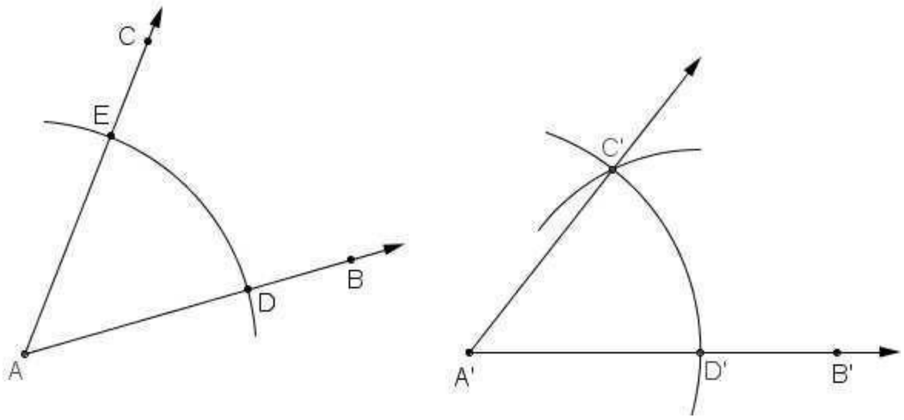
Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio: dado um ângulo com medida conhecida, construa um outro ângulo com a mesma medida do ângulo anterior dado. Onde, para a solução do desafio foi feita a construção a seguir.

Construção:

Dado um ângulo $B\hat{A}C$. Para construção do ângulo $B'\hat{A}'C'$ congruente ao ângulo $B\hat{A}C$, trace um círculo com centro em A e raio R qualquer, obtendo os pontos D e E, interseções com os lados do ângulo $B\hat{A}C$. Agora, considere a semirreta A' B', centre em A' com abertura R e trace um círculo que intersectará a semirreta A'B' no ponto D'. Em seguida, centre em D', com abertura $\overline{DE}$, trace um círculo, obtendo o ponto C', uma das interseções com o círculo de centro A' e raio R. Ligue, com a régua, os pontos A' e C', obtendo o ângulo $B'\hat{A}'C'$. A figura

16 ilustra a construção.

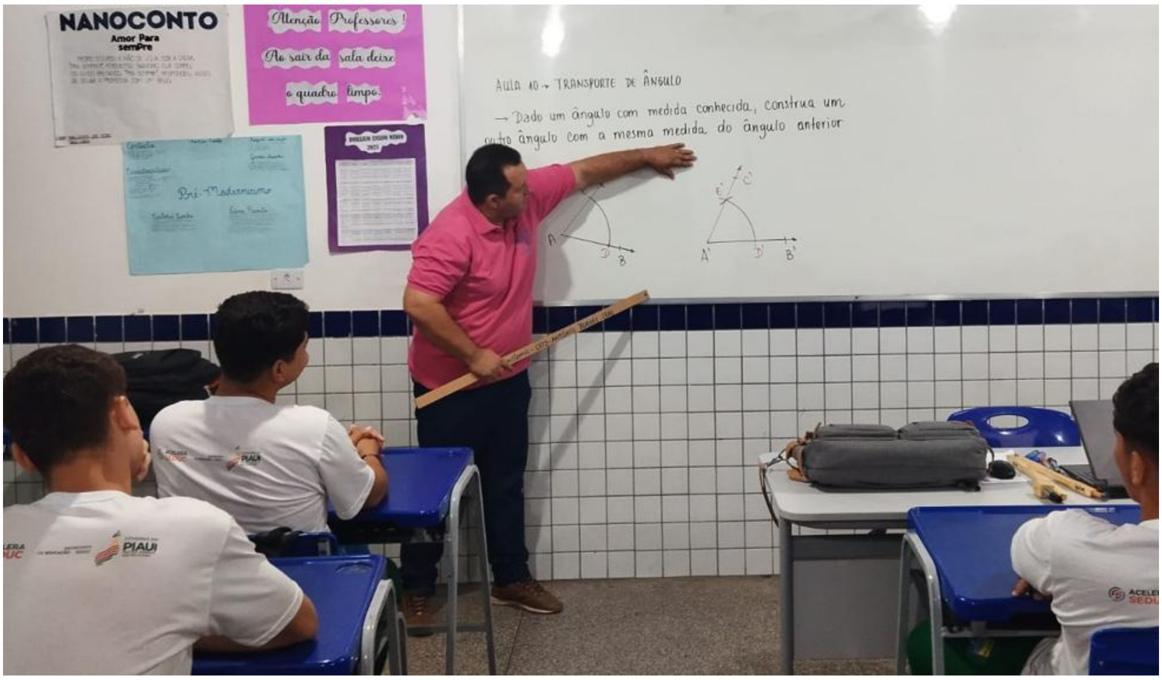
Figura 16 - Transporte de ângulo.



Fonte: PAPA NETO, Ângelo. Geometria plana e construções geométricas. Fortaleza: UAB/IFCE, acesso 2025.

Ao final da aula, foi observado, que a maioria dos alunos conseguiram êxito na construção e interpretação geométrica de como construir e transportar a medida de um angulo com igual medida. Portanto, os objetivos foram alcançados.

Figura 17 - Aula 10 - Explanação do conteúdo



Fonte: o autor (2025).

AULAS 11 E 12 - OPERAÇÕES COM ÂNGULOS – DURAÇÃO (100 MINUTOS).

Nestas aulas, foram desenvolvidas duas operações gráficas com ângulos, a soma e a subtração de ângulos. Desenvolvidas com os alunos na sala de aula.

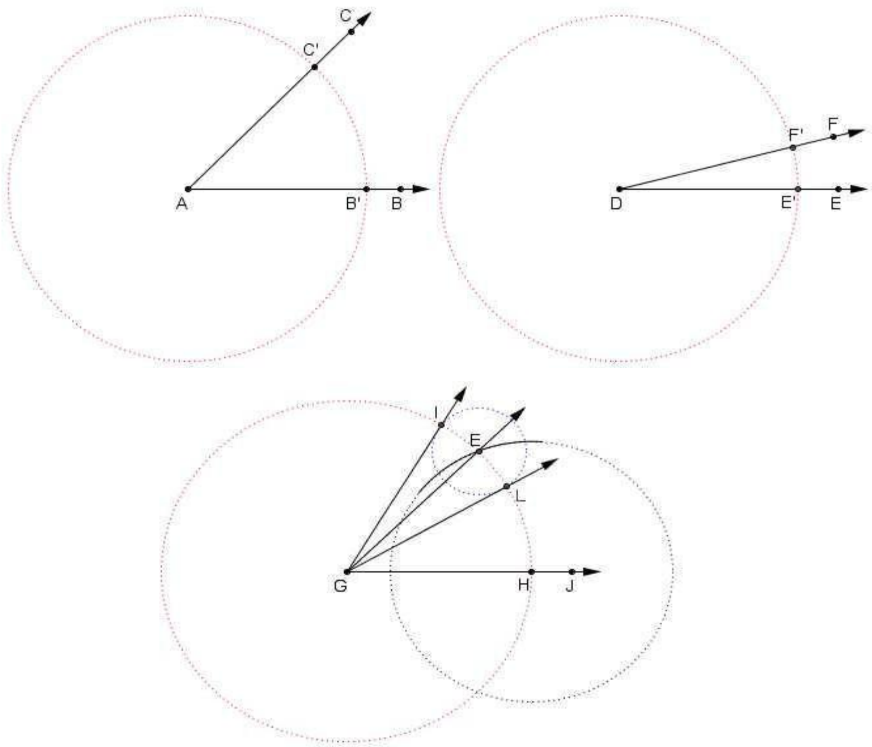
SOMA E SUBTRAÇÃO DE ÂNGULOS.

Foram utilizados equipamentos de desenho geométrico (régua, compasso, lápis, borracha, papel, quadro, pincel). Foi proposto no momento o seguinte desafio: Dados os ângulos $B\hat{A}C$ e $E\widehat{D}F$, com $B\hat{A}C > E\widehat{D}F$, construa os ângulos $H\hat{G}I$ e $H\hat{G}L$, tais que $H\hat{G}I = B\hat{A}C + E\widehat{D}F$ e $H\hat{G}L = B\hat{A}C - E\widehat{D}F$. Onde, para as soluções dos desafios, foram feitas as construções a seguir.

Construção:

Trace um círculo com centro em A e abertura R, obtendo os pontos B' e C', respectivamente, interseções com as semirretas AB e AC. Agora, trace um círculo com centro D e raio R, obtendo os pontos E' e F', respectivamente, interseções com as semirretas DE e DF. Considere, agora, a semirreta GJ. Centre em G e trace o círculo de raio R, obtendo o ponto H $\in \overrightarrow{GJ}$. Trace o círculo de centro H e raio $\overline{B'C'}$, obtendo o ponto E, uma das interseções com o círculo de centro G e raio R. Para finalizar, centre em E, com abertura $\overline{E'F'}$ e trace o círculo, obtendo os pontos I e L, interseções com o círculo de centre G e raio R. Na construção realizada, pelo item 4.1.6, transporte de ângulos, temos que $B\hat{A}C = H\hat{G}E$ e $E\widehat{D}F = L\hat{G}E = E\hat{G}I$. Donde concluímos que, $H\hat{G}I = B\hat{A}C + E\widehat{D}F$ e $H\hat{G}L = B\hat{A}C - E\widehat{D}F$. A figura 18 ilustra a construção

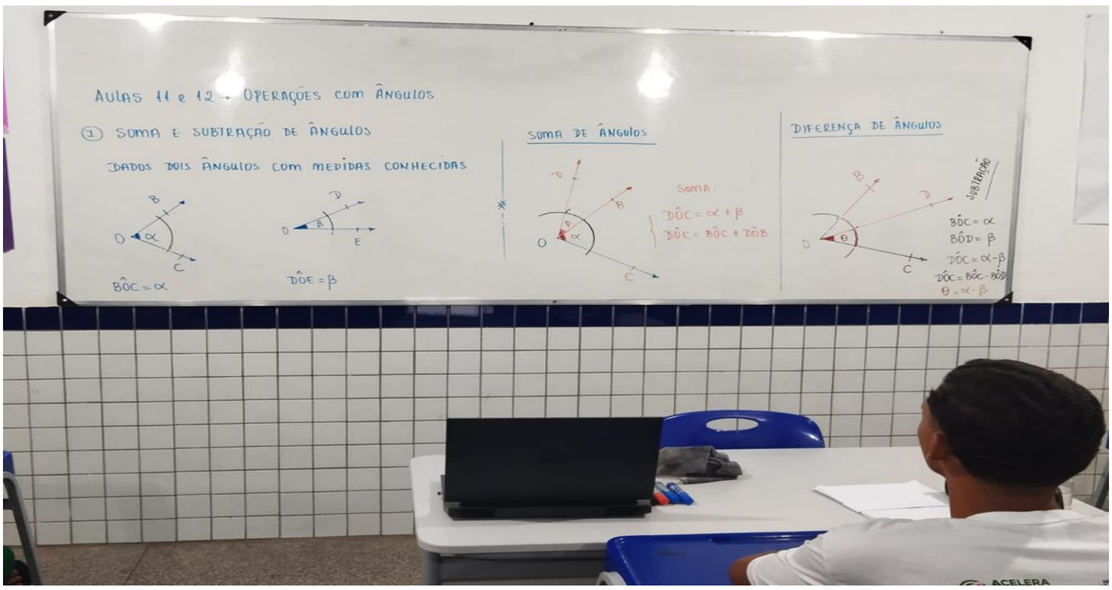
Figura 18 - Soma e subtração de ângulos



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Ao final das aulas, foi observado, que a maioria dos alunos conseguiram êxito na construção e interpretação geométrica de como fazer operações com ângulos, tanto a adição como a subtração de ângulos. Portanto, os objetivos foram alcançados.

Figura 19 - Aulas 11 e 12 - Explanação dos conteúdos



Fonte: o autor (2025).

AULAS 13 E 14 - ARCO CAPAZ – DURAÇÃO (100 MINUTOS).

Nessas duas aulas observadas, foi proposta aos alunos uma atividade voltada à construção e representação geométrica de arcos capazes. A atividade teve como finalidade promover a compreensão dos conceitos envolvidos por meio da experimentação prática, favorecendo a articulação entre teoria e prática no ensino da geometria.

Para a realização da atividade, foram utilizados instrumentos clássicos do desenho geométrico, como régua, compasso, lápis, borracha, papel, além do quadro e pincel para a mediação do conteúdo pelo professor. O uso desses materiais permitiu aos estudantes vivenciar o processo construtivo das figuras geométricas, desenvolvendo habilidades relacionadas à precisão, à observação e à visualização espacial.

A escolha dessa atividade visou estimular a participação ativa dos alunos, permitindo a exploração de propriedades geométricas em um contexto de resolução de problemas, coerente com os princípios da abordagem qualitativa adotada na pesquisa, que valoriza os significados atribuídos pelos sujeitos às práticas educativas vivenciadas em sala de aula.

O arco capaz é o lugar geométrico dos pontos do plano que possuem a propriedade de ver um segmento dado sob um mesmo ângulo, também dado, ou seja, qualquer ponto desse arco, unido às extremidades do segmento dado, determina o mesmo ângulo.

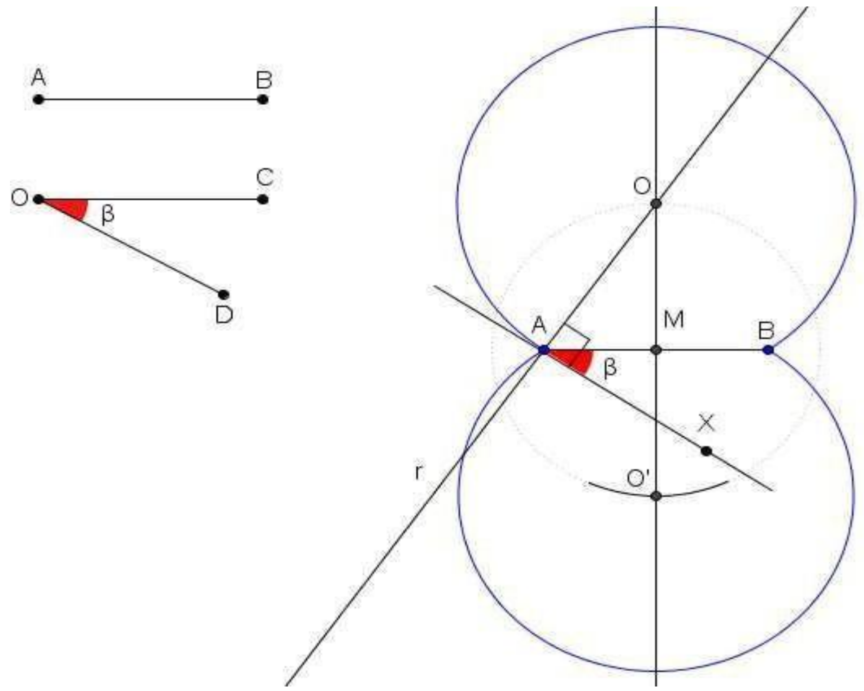
Foi proposto no momento o seguinte desafio: Dado um segmento de reta AB no plano, construa um arco que de qualquer ponto desse arco, enxergue o segmento AB sobre um mesmo ângulo θ (com $0^0 < \theta < 180^0$).

Onde, para resolver o desafio proposto, foram feitas as construções a seguir.

Construção:

Dado o ângulo $D\hat{O}C$ e um segmento AB. Construa o angulo $B\hat{A}X$ congruente ao ângulo $D\hat{O}C$, de forma que $B\hat{A}X$ fique no semiplano inferior determinado por $\overleftrightarrow{AB}$. Trace, agora, uma reta r, perpendicular à semirreta AX, passando por A. Em seguida, construa a mediatriz do segmento AB, que intersectará a reta r no ponto O. Para finalizar, construa o círculo de centro O e raio $\overline{OA} = \overline{OB}$. O arco capaz do ângulo $D\hat{O}C$, sobre o segmento AB é o arco de extremidades A e B, situado no semiplano superior determinado por $\overleftrightarrow{AB}$. Para obter o arco capaz do ângulo $D\hat{O}C$ sobre o segmento AB, situado no semiplano inferior determinado por $\overleftrightarrow{AB}$, basta traçar o círculo de centro M, ponto médio de $\overleftrightarrow{AB}$, e raio $\overline{M0}$, que intersectará a mediatriz de $\overleftrightarrow{AB}$ no ponto O’. De modo análogo ao anterior, desta vez centrando em O’, com abertura $\overline{O'A} = \overline{O'B}$, faça ocírculo, obtendo o arco de extremidades A e B, situado no semiplano inferior determinado por $\overleftrightarrow{AB}$. A figura abaixo ilustra a construção.

Figura 20 - Arco capaz.



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Ao final das aulas, foi observado, que boa parte dos alunos conseguiram êxito na construção e interpretação geométrica de como traçar um arco capaz de um segmento. Portanto, os objetivos foram alcançados parcialmente.

Figura 21 - Aulas 13 e 14 - explanação do conteúdo

Fonte: o autor (2025).

Dessa forma, realizou-se o desenvolvimento de uma série de construções geométricas com os alunos das turmas do 2º ano "A" e "B" do CETI – Antônio Borges Leal, contabilizando um total de 14 (quatorze) horas-aula. Os resultados obtidos revelaram-se satisfatórios, conforme será analisado em capítulo subsequente.

OUTRAS CONSTRUÇÕES IMPORTANTES APRESENTADAS AOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REFERIDA ESCOLA.

Nesta etapa da pesquisa/estudo, foi promovida uma sessão formativa com professores da rede pública de ensino do CETI – Antônio Borges Leal, com o intuito de apresentar uma sequência estruturada de conteúdos voltados à integração do desenho geométrico no ensino de Matemática. A iniciativa teve como propósito fomentar reflexões pedagógicas acerca do desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes, especialmente no contexto da resolução de problemas.

A atividade buscou sensibilizar os docentes quanto à importância do uso do desenho geométrico como estratégia didática capaz de potencializar as capacidades cognitivas dos alunos, contribuindo para a construção de significados e para a melhoria do desempenho em situações-problema. Durante a sessão, foram discutidas experiências e abordagens que articulam a prática geométrica com o raciocínio lógico e a argumentação matemática.

Ao final do encontro, foi aplicado um questionário (vide Apêndice 2) com o objetivo de captar as percepções dos professores sobre a temática abordada, bem como suas impressões a respeito da aplicabilidade das estratégias discutidas em seus contextos escolares. As respostas coletadas servirão como subsídio para a análise qualitativa dos dados, contribuindo para a compreensão dos sentidos atribuídos pelos docentes ao uso do desenho geométrico como recurso pedagógico.

DIVISÃO DE SEGMENTOS EM PARTES DIRETAMENTE PROPORCIONAIS.

Inicialmente, trataremos, neste capítulo, sobre a divisão de um segmento em partes diretamente proporcionais a outros segmentos dados. Nas seções seguintes, trataremos da quarta e terceira proporcionais, ferramentas importantes para a construção das raízes das equações do 1º grau e outras aplicações.

Os fundamentos geométricos para realizar tal divisão encontram-se no Teorema de Thales. Vejamos algumas definições antes de enunciá-lo.

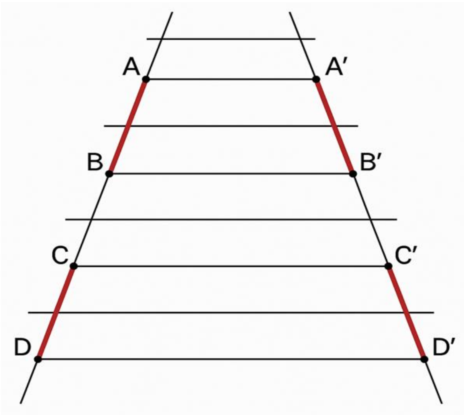
Definição 4.2.1.1. *Feixe de retas paralelas é um conjunto de retas coplanares paralelas* *entre si.* ***Definição 4.2.1.2.*** *Transversal do feixe de retas paralelas é uma reta do plano do feixe que concorre com todas as retas do feixe.*

Definição 4.2.1.3. *Pontos correspondentes de duas transversais são pontos destas transversais que estão numa mesma reta do feixe.*

Definição 4.2.1.4. *Segmentos correspondentes de duas transversais são segmentos cujas extremidades são os respectivos pontos correspondentes.*

Na figura abaixo, temos A e A', B e B', C e C', D e D' *são pontos correspondentes e* $\overline{AB}$ *e* $\overline{A'B'}$, $\overline{CD}$ *e* $\overline{C'D'}$ *são segmentos correspondentes.*

Figura 22 - Feixe de paralelas cortado por transversais



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Destacamos a propriedade abaixo envolvendo retas transversais e feixe de retas paralelas.

Se duas retas transversais de um feixe de retas paralelas distintas e um segmento de uma delas é dividido em ***p*** *partes congruentes entre si e pelos pontos de divisão são conduzidas retas do feixe, então o segmento correspondente da outra transversal também é dividido em* ***p*** *partes e essas partes também são congruentes entre si.*

Proposição 4.2 (Teorema de Thales). *Se duas retas são transversais de um feixe de retas paralelas, então a razão entre dois segmentos quaisquer de uma delas é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes da outra.*

Vejamos agora, através do exemplo abaixo, como se obtém a divisão de um segmento dado em partes diretamente proporcionais a outros segmentos, também dados.

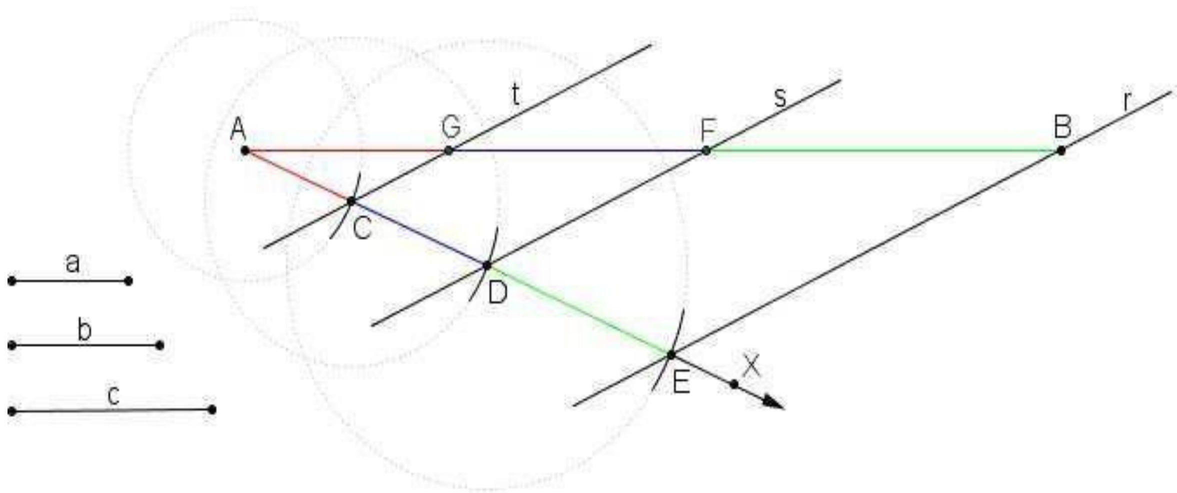
Exemplo 4.1. Dado o segmento AB, dividi-lo em partes diretamente proporcionais aos segmentos de medidas a, b e c.

Construção

Traça-se uma semirreta de origem em A, extremidade do segmento AB, passando pelo ponto X, situado no semiplano inferior determinado por $\overleftrightarrow{AB}$. Construa a circunferência de centro em A e raio a. A interseção dessa circunferência com $\overrightarrow{AX}$, determina o ponto C, tal que $\overline{AC} = a$. Repita o procedimento, agora construindo a circunferência de centro C e raio b determinando o ponto D, interseção dessa circunferência com $\overrightarrow{AX}$, tal que $\overline{CD} = b$. Agora, construa a circunferência de centro em D e raio c. A interseção dessa circunferência com $\overrightarrow{AX}$, determina o ponto E, tal que $\overline{DE} = c$.

Trace a reta r que passa pelos pontos E e B, e construa as retas *s* e *t*, paralelas à reta *r*, passando, respectivamente, pelos pontos D e C. As retas *s* e *t* intersectam o segmento AB, respectivamente, nos pontos F e G. A figura 21 ilustra a construção.

Figura 23 - Divisão de segmento em partes diretamente proporcionais.



Fonte: PAPA NETO, Ângelo. Geometria plana e construções geométricas. Fortaleza: UAB/IFCE, acesso 2025.

Note que, pelo Teorema de Thales, $\frac{\overline{AG}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{GF}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{FB}}{\overline{DE}}$

Quarta e terceira proporcionais de segmentos dados.

Nesta seção, será apresentada a construção gráfica das terceiras e quartas proporcionais de segmentos dados, com base no Teorema de Thales. Tal procedimento geométrico constitui uma aplicação prática desse teorema, permitindo explorar, de forma visual e concreta, a noção de proporcionalidade entre segmentos de reta.

Conforme estabelecido pela definição clássica, a **quarta proporcional** a três números reais positivos é um quarto número real positivo que, juntamente com os três anteriores, forma uma proporção. Dado um conjunto de três números *a*, *b* e *c*, todos positivos e reais, o valor de *x* será considerado a quarta proporcional se for satisfeita a relação:

$$\boldsymbol{\frac{a}{b} = \frac{c}{x}}$$

A depender da ordem em que os três primeiros números são apresentados, diferentes soluções podem ser obtidas, sendo possível construir graficamente até três configurações distintas para a quarta proporcional. A atividade de construção permite, portanto, que os estudantes visualizem os efeitos da ordem dos segmentos na obtenção das proporções, o que favorece a compreensão conceitual e a ampliação do raciocínio lógico-matemático.

Da mesma forma, o conceito de **terceira proporcional** pode ser explorado por meio de construções geométricas, contribuindo para o desenvolvimento da intuição espacial dos alunos e para a internalização das propriedades das razões e proporções. Ambas as construções reforçam a articulação entre teoria matemática e prática geométrica, objetivo central deste estudo.

Assim, sejam dados os números a, b e c, o número x que com eles formam uma proporção pode ser determinado através das expressões abaixo.

1ª) $x = \frac{b.c}{a}$

2ª) $x = \frac{a.c}{b}$

3ª) $x = \frac{a.b}{c}$

O nosso propósito é determinar, graficamente, a partir de três segmentos conhecidos, um segmento que, com eles formam uma proporção. Para dar um tratamento gráfico ao problema, utilizaremos a construção apresentada no início do capítulo, por meio da qual mostramos como dividir um segmento dado, em partes proporcionais a outros segmentos conhecidos.

Exemplo. Sejam dados os segmentos de reta AB, CD e EF. Obtenha o segmento GH, tal que $\overline{GH} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}{\overline{EF}}$. Da igualdade, obtemos a proporção $\frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{GH}}$, donde concluímos que o segmento GH é a quarta proporcional dos segmentos EF, AB e CD, dados nessa ordem. Observe que o segmento GH poderia ser obtido, também, através da proporção $\frac{\overline{EF}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{GH}}$.

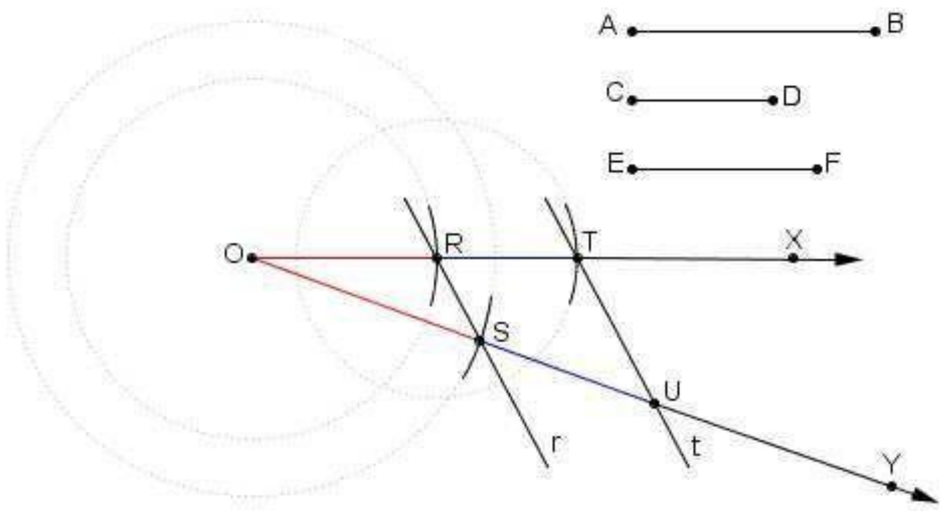
Para obter, graficamente, o segmento GH, façamos a construção descrita abaixo.

Construção:

Inicialmente, traçam-se as semirretas $\overrightarrow{OX}$ e $\overrightarrow{OY}$, conforme figura 22. Construa a circunferência de centro em O e raio $\overline{EF}$. A interseção dessa circunferência com $\overrightarrow{OX}$, determina o ponto R, tal que $\overline{OR} = \overline{EF}$. Repita o procedimento, agora construindo a circunferência de centro O e raio AB, determinando o ponto S sobre $\overrightarrow{OY}$, tal que $\overline{OS} = \overline{AB}$.

Agora, construa a circunferência de centro em R e raio $\overline{CD}$. A interseção dessa circunferência com $\overrightarrow{OX}$, determina o ponto T, tal que $\overline{RT} = \overline{CD}$. Trace a reta r definida por R e S e em seguida a reta t paralela à reta r, passando por T. A interseção da reta t com $\overrightarrow{OY}$ nos dá o ponto U. Daí, pelo Teorema de Thales, temos que $\frac{\overline{OR}}{\overline{OS}} = \frac{\overline{RT}}{\overline{SU}}$, donde concluímos que $\overline{GH} = \overline{SU} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}{\overline{EF}}$.

Figura 24 - Quarta proporcional.



Fonte: PAPA NETO, Ângelo. Geometria plana e construções geométricas. Fortaleza: UAB/IFCE, acesso 2025.

Chamamos de proporção contínua à proporção que tem meios ou extremos iguais. Nela qualquer dos termos não repetidos é a terceira proporcional ao que se repete e ao outro. Por exemplo, na proporção $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, **a** é a terceira proporcional a **b** e **c**, e **c** é a terceira proporcional a **b** e **a**. Portanto, dados dois números reais positivos e distintos, há duas possibilidades de se obter um terceiro número, que com eles formam uma proporção contínua e que será chamado de **terceira proporcional**.

Sejam dados os números a e b. O número x que com eles formam uma proporção contínua, pode ser determinado através das expressões abaixo.

1ª) $\frac{a}{b} = \frac{b}{x} \Rightarrow x = \frac{b^2}{a}$

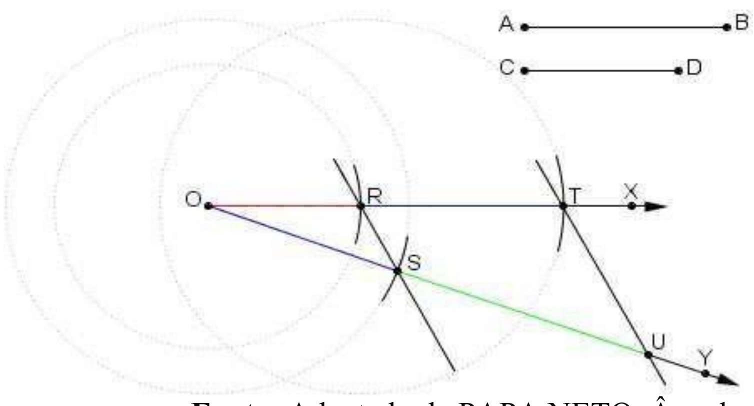
2ª) $\frac{b}{a} = \frac{a}{x} \Rightarrow x = \frac{a^2}{b}$

Assim como no estudo da quarta proporcional, o nosso propósito é determinar, graficamente, a terceira proporcional de dois segmentos dados. Portanto, basta observar que, onde se lê $x = \frac{b^2}{a}$, podemos entender como $x = \frac{b.b}{a}$ donde tiramos a proporção $\frac{a}{b} = \frac{b}{x}$. Daí, utilizando o processo visto no exemplo anterior, determina-se o segmento de comprimento x.

Exemplo 3.3. Sejam dados os segmentos de reta AB e CD. Obtenha o segmento EF, tal que $\overline{EF} = \frac{[\overline{AB}]^2}{\overline{CD}}$.

Da igualdade, obtemos $\overline{EF} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AB}}{\overline{CD}}$ e a proporção $\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}$, donde concluímos que o segmento EF é a terceira proporcional dos segmentos AB e CD, com o segmento AB se repetindo. A construção é idêntica à feita para determinar a quarta proporcional. A figura 23 ilustra a construção e nela temos: $\overline{OR} = \overline{CD}, \overline{OS} = \overline{AB}$, $\overline{RT} = \overline{AB}$ e $\overline{SU} = \overline{EF}$.

Figura 25 - Terceira proporcional.



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

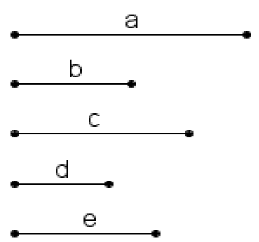
Quarta e terceira proporcionais reiteradas.

É um processo que permite determinar expressões do tipo $x = \frac{a \cdot b \cdot c}{d \cdot e}$. Consiste em fazer transformações na expressão dada, a fim de se obter uma expressão equivalente e que apareça em sua composição, quartas ou terceiras proporcionais.

Veja que na expressão $x = \frac{a \cdot b \cdot c}{d \cdot e}$, após efetuarmos algumas operações, sem com isso alterá-la, encontramos $x = \frac{a \cdot b}{d} \cdot \frac{c}{e}$ e, nela, identificamos uma quarta proporcional $\alpha = \frac{ab}{d}$. Após obter α, pelo processo descrito no estudo da quarta proporcional, ficamos com $x = \frac{\alpha \cdot c}{e}$, recaindo, mais uma vez, numa quarta proporcional.

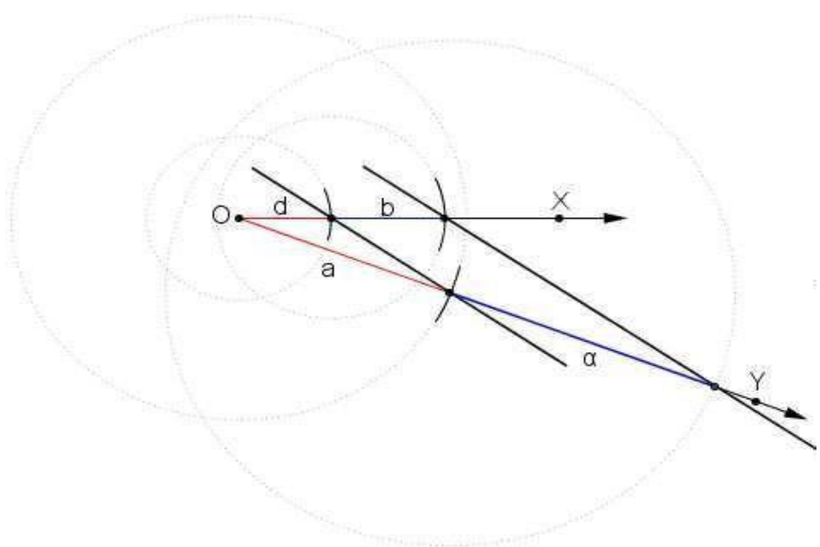
Veja como fica a solução gráfica, e considere *a, b, c, d* e *e* como sendo as medidas dos segmentos que compõem a expressão acima. Para a determinação gráfica de *x*, façamos, inicialmente, a construção que determina o α, para em seguida, de posse de α, determinar o x.

Dados:



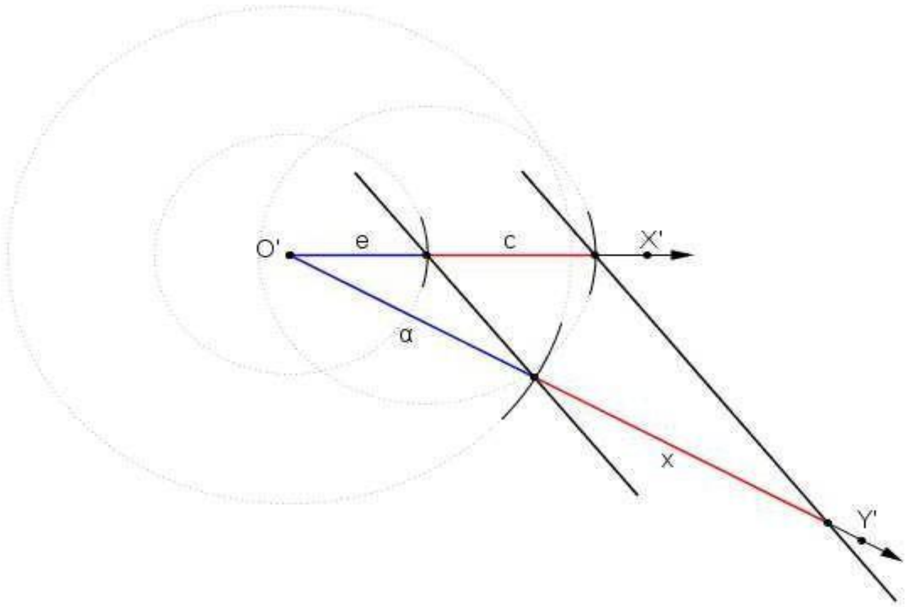
Construção de α.

Figura 26 - Quarta e terceira proporcionais reiteradas



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Construção de x.



Cabe ressaltar que uma expressão pode ser expressa como uma composição de quartas e terceiras proporcionais. Por exemplo, a expressão $x = \frac{a^2 \cdot b}{c \cdot d} = \frac{\left(\frac{a^2}{c}\right) \cdot b}{d}$. Fazendo $\alpha = \frac{a^2}{c}$, que é a terceira proporcional, a expressão que determina x, fica $x = \frac{\propto . b}{d}$, que é uma quarta proporcional.

MÉDIA PROPORCIONAL

Já aprendemos a construir as principais expressões racionais do primeiro grau por intermédio da quarta e terceira proporcionais. Estudaremos, neste capítulo, algumas expressões irracionais do primeiro grau que possuem apenas radicais de índice dois, tais como $x = \sqrt{2ab}$, $x = a\sqrt{3}$ e $x = \sqrt{3a^2 - 2b^2}$.

Para construir expressões dessa natureza, faremos uso da média proporcional e de algumas relações métricas no triângulo retângulo. Vejamos, então, esses conceitos.

Definimos, como média proporcional ou geométrica dos n números positivos n_1, n_2,...,n_n, o número p dado por $p = \sqrt[n]{n_1 n_2 n_3 \cdot \ldots n_n}$.

No nosso caso, trabalharemos apenas com a média proporcional de duas grandezas ou dois segmentos dados. Portanto, conforme definição, dados dois segmentos de comprimentos a e b, o comprimento x do segmento que expressa a média proporcional entre ambos, será dado por $x = \sqrt{ab}$. Mais adiante, veremos como obter tal resultado graficamente.

Antes, vejamos algumas relações métricas no triângulo retângulo.

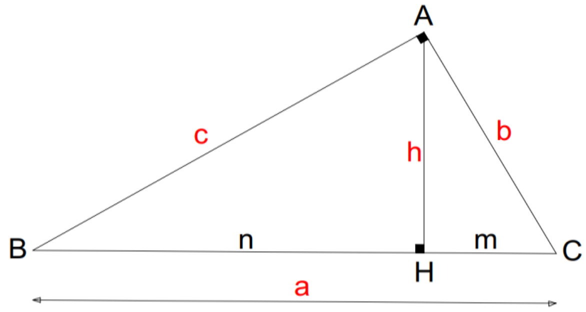
Seja ABC um triângulo retângulo em A, com catetos, $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e a hipotenusa $\overline{BC} = a$. Sendo H o pé da altura relativa à hipotenusa, $\overline{CH} = m$, $\overline{BH} = n$ e $\overline{AH} = h$, temos:

(a) $h^2 = m.n.$

(b) $b^2 = a.m.$

(c) $c^2 = a.n.$

Figura 27 - Triângulo Retângulo



Fonte: o autor (2025)

Demonstração: Conforme figura 34, os triângulos ABH e ACH; ABH e ABC; e ACH e ABC são semelhantes, pelo caso AA. Assim, nessa ordem de semelhança entre os triângulos, concluímos que $\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{AH}}, \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}, e\ \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CH}}{\overline{AC}}$ ou ainda, $\frac{h}{m} = \frac{n}{h}, \frac{c}{a} = \frac{n}{c}$ e $\frac{b}{a} = \frac{m}{b}$, donde vem que $h^2 = m.n$, $c^2 = a.n$ e $b^2 = a.m$. Somando, membro a membro, as relações $c^2 = a.n$ e $b^2 = a.m$, obtemos $a.(m+n) = b^2 + c^2$. Mas m + n = a, donde concluímos que $a^2 = b^2 + c^2$. Tal relação é o conteúdo do famoso **teorema de Pitágoras**.

Agora, estamos em condições de determinar, graficamente, expressões do tipo x = y.z. Observe que a expressão ainda pode ser dada como $x^2 = y.z$, o que nos faz recordar uma das relações métricas no triângulo retângulo vista acima.

Pois bem, associando a expressão $x^2 = y.z$ à relação $h^2 = m.n$, entendemos que o x corresponde à altura h relativa à hipotenusa e, y e z, como sendo as projeções m e n dos catetos sobre a hipotenusa.

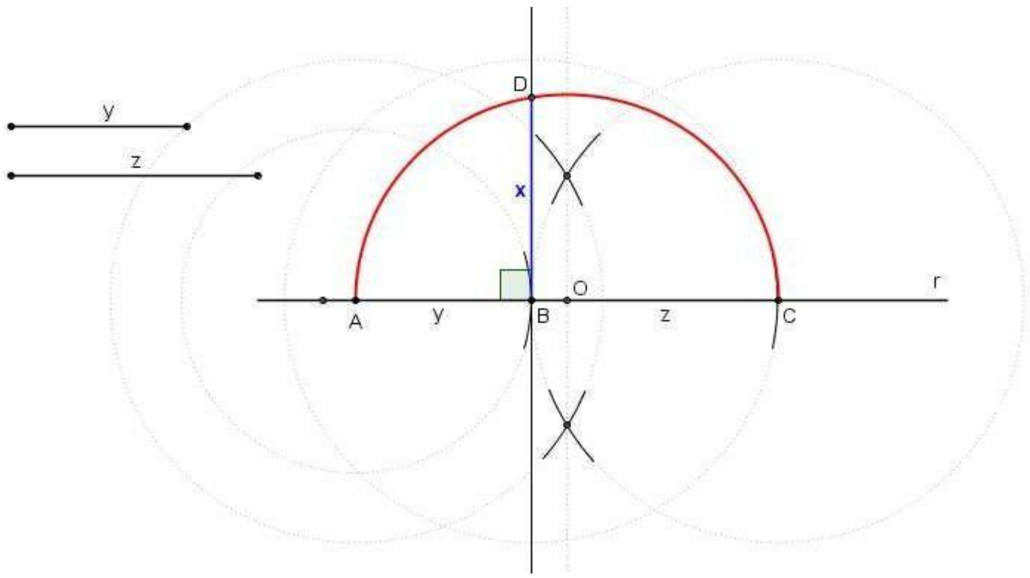
Considere, então, y e z como sendo as medidas dos segmentos que representam as projeções dos catetos sobre a hipotenusa e x o comprimento, a ser determinado, da altura relativa à hipotenusa.

O processo que nos permite obter o segmento de medida x, está descrito abaixo e, é conhecido como **processo aditivo**.

Construção:

Trace uma reta suporte r e marque sobre ela o ponto A. Centre em A, com abertura y, obtenha o ponto B, sobre a reta r, tal que $\overline{AB} = y$. Agora centre em B, com abertura z, obtenha o ponto C, sobre a reta r, tal que $\overline{BC} = z$ e B$\in\overline{AB}$. O que fizemos foi realizar dois transportes de segmentos, conforme visto na seção 4.1.1. O próximo passo é determinar o ponto médio do segmento AC. Para tal, faça a construção da mediatriz do segmento AC, conforme descrito na seção 4.1.3. A interseção da mediatriz com a reta r nos dá o ponto O, ponto médio do segmento AC. Em seguida, construa o semicírculo de centro O e raio $\overline{OA}$ que, como sabemos corresponde ao arco capaz de 90º. Logo qualquer ponto pertencente ao semicírculo, ligado com as extremidades A e C do segmento AC, formará um triângulo retângulo. Portanto, para determinar o segmento de medida x pretendido, basta traçar uma perpendicular pelo ponto B, construção feita na seção 2.4.1, e obter o ponto D, interseção da perpendicular com o semicírculo. O segmento de medida x procurado é o segmento BD. Veja figura 28.

Figura 28 - Média proporcional pelo processo aditivo



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

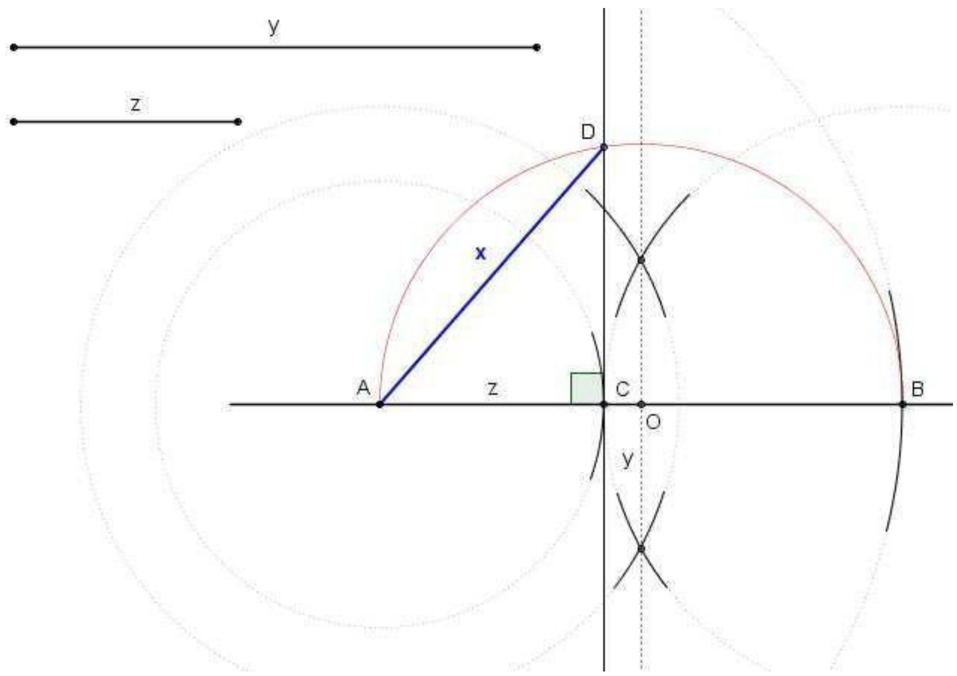
No caso de associar a expressão $x^2 = y \cdot z$ à relação $b^2 = a \cdot m$, entendemos que o x corresponde ao cateto b e, y e z, como sendo, respectivamente, a hipotenusa a e a projeção m do cateto b sobre a hipotenusa.

Considere, então, y e z como sendo as medidas dos segmentos que representam, respectivamente, a hipotenusa a, e a projeção m do cateto b sobre a hipotenusa e x o comprimento, a ser determinado, do cateto b. O processo que nos permite obter o segmento de medida x, está descrito abaixo e, é conhecido como **processo subtrativo.**

Construção:

Trace uma reta suporte r e marque sobre ela o ponto A. Centre em A, com abertura y, obtenha o ponto B, sobre a reta r, tal que AB = y. Agora centre em A, com abertura z, obtenha o ponto C, sobre a reta r, tal que $\overline{AC} = z$ e C$\in \overline{AB}$. O que fizemos foi realizar dois transportes de segmentos, conforme visto na seção 4.1.1. O próximo passo é determinar o ponto médio do segmento AB. Para tal, faça a construção da mediatriz do segmento AB, conforme descrito na seção 4.1.3. A interseção da mediatriz com a reta r, nos dá o ponto O, ponto médio do segmento AB. Em seguida, construa o semicírculo de centro O e raio $\overline{OA}$ que, como sabemos corresponde ao arco capaz de 90º. Logo, qualquer ponto pertencente ao semicírculo, ligado com as extremidades A e B do segmento AB, formará um triângulo retângulo. Portanto, para determinar o segmento de medida x pretendido, basta traçar uma perpendicular pelo ponto C, construção feita na seção 4.1.4.1, e obter o ponto D, interseção da perpendicular com o semicírculo. O segmento de medida x procurado é o segmento AD. Veja figura 27.

Figura 29 - Média proporcional pelo processo subtrativo



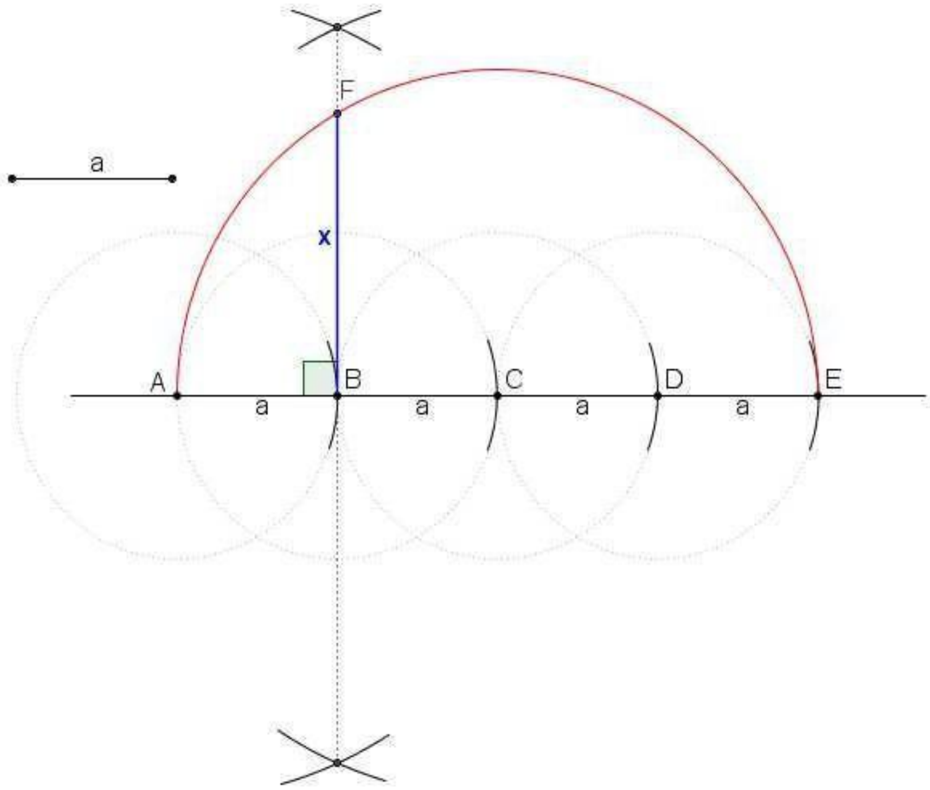
Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Vejamos alguns exemplos de aplicação da média proporcional.

Exemplo 4.3. Determine, graficamente, o comprimento x de um segmento, dado pela expressão

x = $a\sqrt{3}$, onde a é o comprimento de um segmento conhecido. A ideia é fazer com que x fique determinado a partir de uma média proporcional, a fim de utilizar uns dos processos já vistos. Portanto reescrevemos a expressão x = $a\sqrt{3}$, como $x = \sqrt{a^2 \cdot 3}$ =$\sqrt{a(3a)}$. Logo, para se determinar a expressão x = $a\sqrt{3}$, é suficiente construir a média proporcional entre ***a*** e ***3a***. A figura 28 ilustra a construção pelo processo aditivo.

Figura 30 - Aplicação da média proporcional pelo processo aditivo.

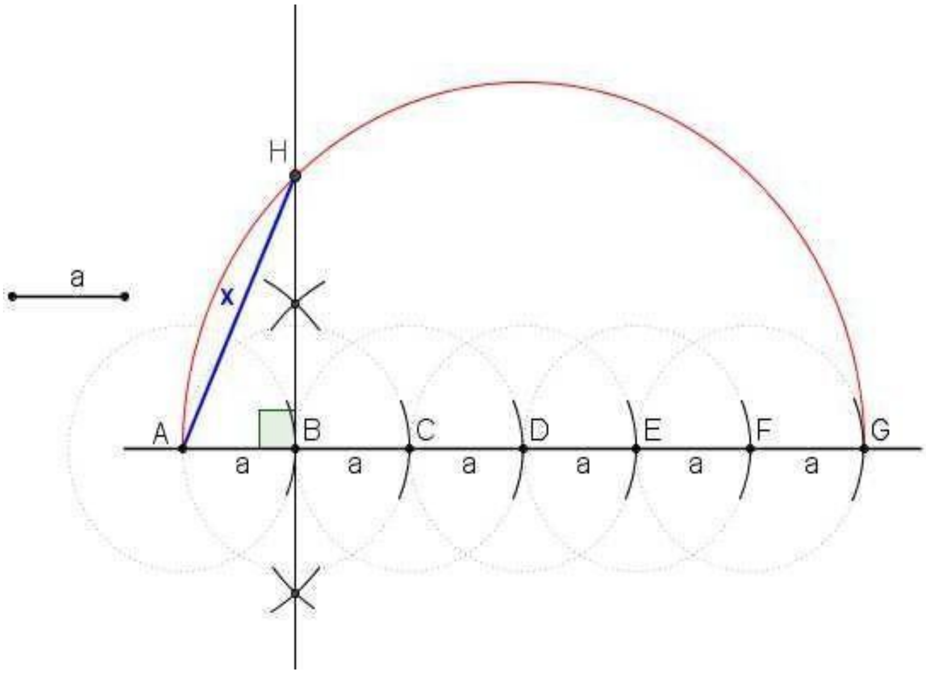


Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Exemplo 4.4. Determine, graficamente, o comprimento x de um segmento, dado pela expressão $x = a\sqrt{6}$, onde ***a*** é o comprimento de um segmento conhecido.

Fazendo como no exemplo anterior, a expressão $x = a\sqrt{6}$, após sofrer algumas operações, fica $x = a\sqrt{6} = \sqrt{a^2 \cdot 6} = \sqrt{a(6a)}$. Logo, para se determinar a expressão $x = a\sqrt{6}$, é suficiente construir a média proporcional entre ***a*** e ***6a***. A figura 29 ilustra a construção pelo método subtrativo.

Figura 31 - Aplicação da média proporcional pelo processo subtrativo.



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Note que, no segundo exemplo, não foi preciso fatorar o radicando, mas em algumas situações, no caso quando ele for muito grande, sempre que possível devemos decompô-lo em dois fatores diferentes da unidade. Por exemplo, $x = a\sqrt{15} = \sqrt{a^2 \cdot 3.5} = \sqrt{3a \cdot 5a}$ e, obteríamos o x como a média proporcional entre *3a* e *5a*.

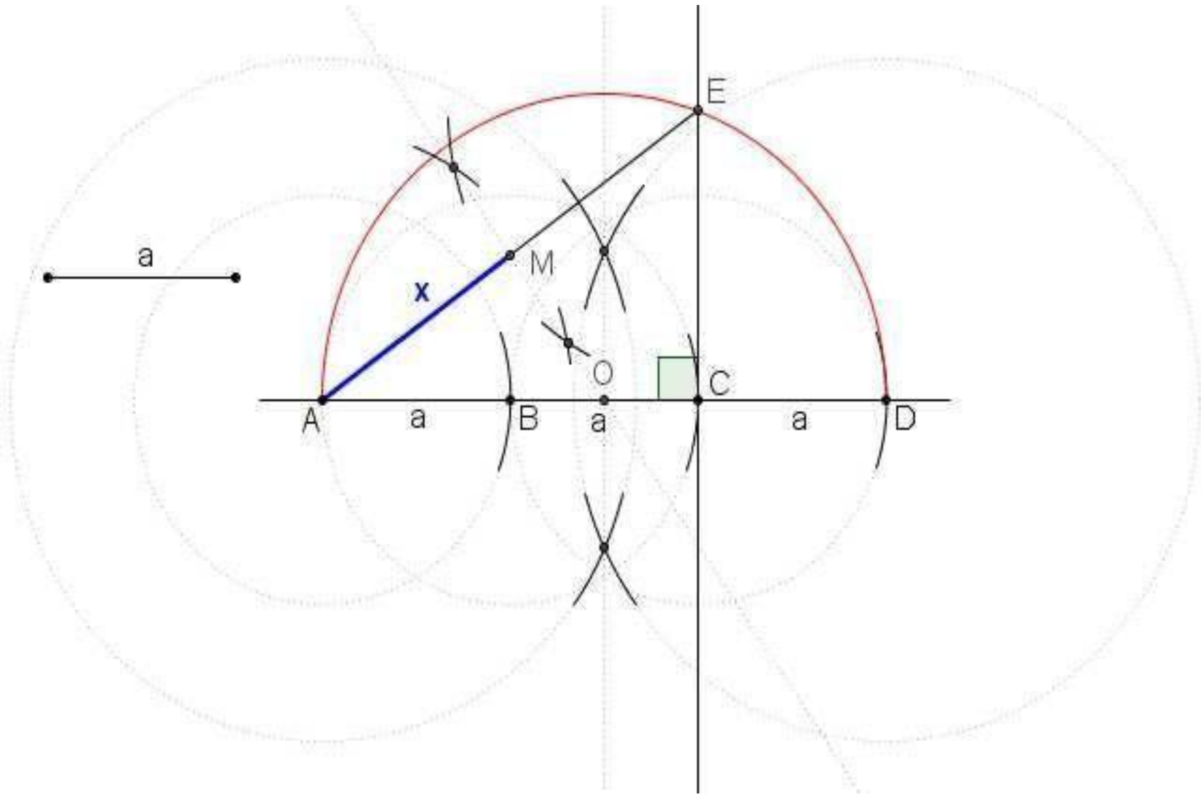
Exemplo 4.5. Determine, graficamente, o comprimento x de um segmento, dado pela expressão, $x = a\sqrt{\frac{3}{2}}$, onde *a* é o comprimento de um segmento conhecido.

Após realizar algumas operações na expressão, obtemos

$$x = a\sqrt{\frac{3}{2}} = a\ .\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a.\frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{a\ .\ 6a}}{2} = \frac{\sqrt{2a \cdot 3a}}{2}$$

Portanto, x pode ser obtido fazendo-se a média proporcional entre ***a*** e ***6a*** (exemplo 4.3) ou ***2a*** e ***3a*** e, depois, dividindo o resultado por dois. A figura 30 ilustra a construção pelo método subtrativo com os valores ***2a*** e ***3a***.

Figura 32 - Aplicação da média proporcional pelo processo subtrativo



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

APLICAÇÕES DIVERSAS

Neste capítulo, veremos várias aplicações envolvendo as construções vistas até agora. São aplicações que visam mostrar, e desta forma alcançar nosso objetivo, que a disciplina Desenho Geométrico desenvolve, no aluno, a imaginação, o planejamento e o raciocínio lógico, deixando claro a importância dessa disciplina, que desde 1971, deixou de ser obrigatória, pois com a promulgação da Lei 5692 - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, o Desenho Geométrico passou a fazer parte do núcleo das disciplinas optativas.

Nas diversas aplicações a seguir, procuramos descrever todos os passos feitos para a sua resolução, mencionando as construções, vistas até o momento, necessárias à resolução do problema apresentado.

OBTENÇÃO DA RAIZ DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU PELO MÉTODO EUCLIDIANO.

Considere a equação $ax + b = 0$. Isolando x no 1 º membro, obtemos $x = -\frac{b}{a}$, x

$= -\frac{1 \cdot b}{a}$. Note que a variante x, raiz da equação, a menos do sinal negativo, é a quarta proporcional entre os números a, 1 e b ou a, b e 1, conforme estudado na seção 4.2.1.2. Adotando a unidade gráfica u conveniente, a raiz x será dada pela quarta proporcional entre as medidas au, u e bu que, na solução gráfica, corresponderão às medidas dos comprimentos dos segmentos. Na determinação gráfica da raiz, construiremos o módulo da mesma, para ao final, após uma análise dos valores envolvidos, determinarmos o sinal dela. Esse método de solução, em que a raiz de uma equação do 1º grau é interpretada como uma quarta proporcional, eventualmente, uma terceira proporcional, é chamado **método Euclidiano**.

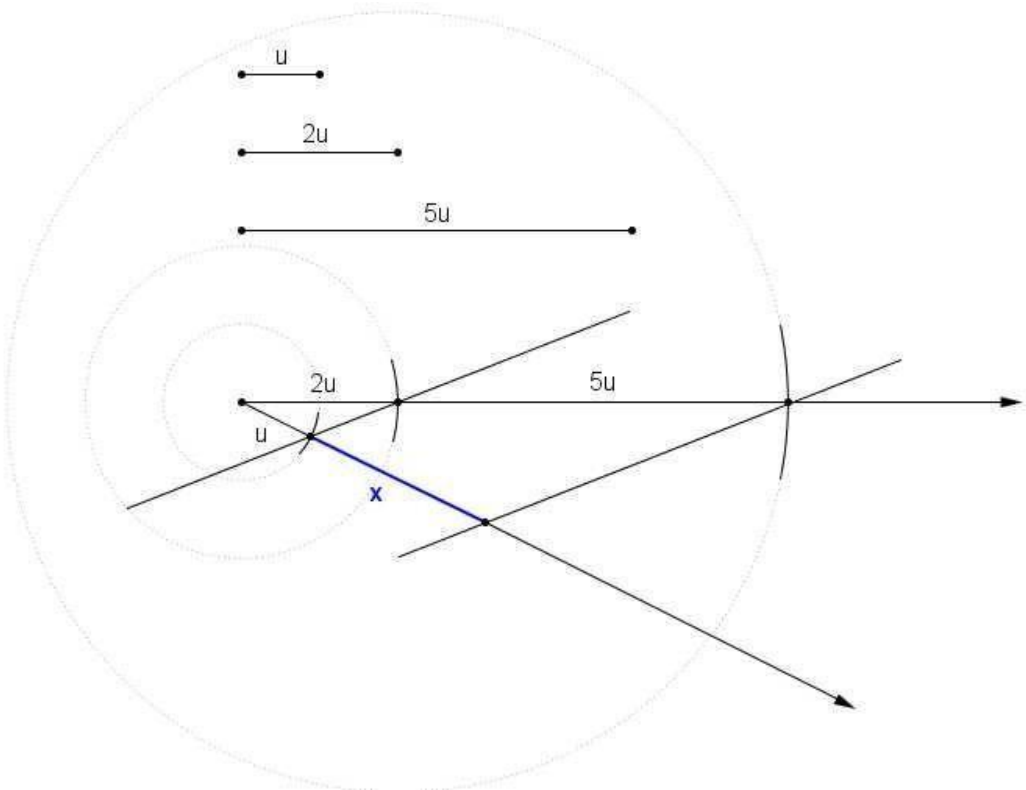
Aplicação 5.1. Dada a equação $2x - 5 = 0$, determine sua raiz pelo método Euclidiano.

Para a determinação gráfica da raiz da equação, basta isolar o x no primeiro membro e determiná-lo utilizando a construção da quarta proporcional.

Construção:

A raiz será dada por $x = \frac{5}{2} = \frac{1.5}{2}$, donde tiramos a proporção $\frac{2}{1} = \frac{5}{x}$. Portanto, para determinar graficamente o segmento de comprimento x, basta fazer a construção vista no capítulo 4, seção 4.2, que trata sobre quarta proporcional. A figura 31 ilustra a construção.

Figura 33 - Aplicação 5.1



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Aplicação 5.2. Dada a equação $\frac{1}{b-x} = \frac{a}{bx+cd}$, determine sua raiz pelo método Euclidiano.

Dados:

Unidade gráfica u.

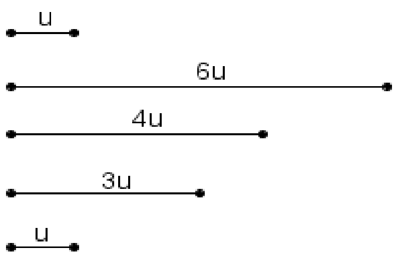
Os valores $a = 6u$, $b = 4u$, $c = 3u$ e $d = u$.

Após algumas operações sobre a equação, chegamos à raiz, dada pela expressão $x = \frac{ab-cd}{a+b}$. Com a finalidade de utilizarmos as construções já conhecidas, para obtenção gráfica da raiz, façamos $x = \frac{a\left[\left(b-\frac{cd}{a}\right)\right]}{a+b}$. Com isso, podemos identificar na expressão uma quarta proporcional, dada por $\alpha = \frac{cd}{a}$, uma subtração de segmentos, dada por $\beta = b - \alpha$ uma soma de segmentos, dada por $\delta = a + b$, e por fim $x = \frac{a\beta}{\delta}$, dado por uma quarta proporcional.

Construção:

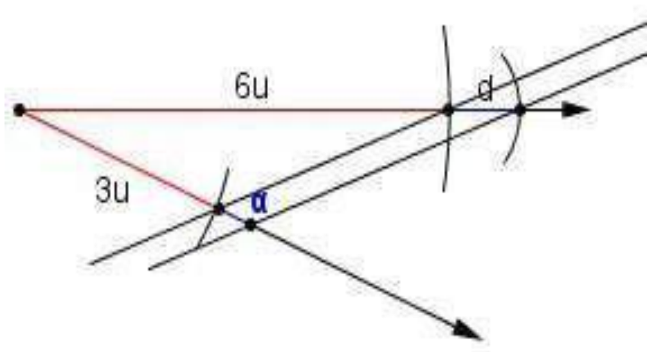
Para a determinação de α, β, δ e x façamos, respectivamente, as construções de uma quarta proporcional, uma subtração de segmentos, uma soma de segmentos e uma quarta proporcional, conforme visto anteriormente. A figura 25 ilustra as construções.

Dados:



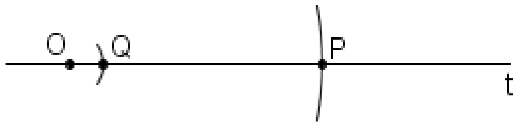
Construção de α.

Temos que $\alpha = \frac{cd}{a} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{d}{\alpha}$. Portanto α é a quarta proporcional entre a, c e d, nessa ordem.



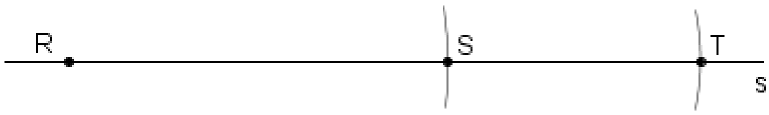
Construção de β.

Temos que $\beta = b - \alpha$. Fazendo $\overline{OP} = b$ e $\overline{OQ} = \alpha$, concluímos que $\beta = \overline{QP}$.



Construção de δ.

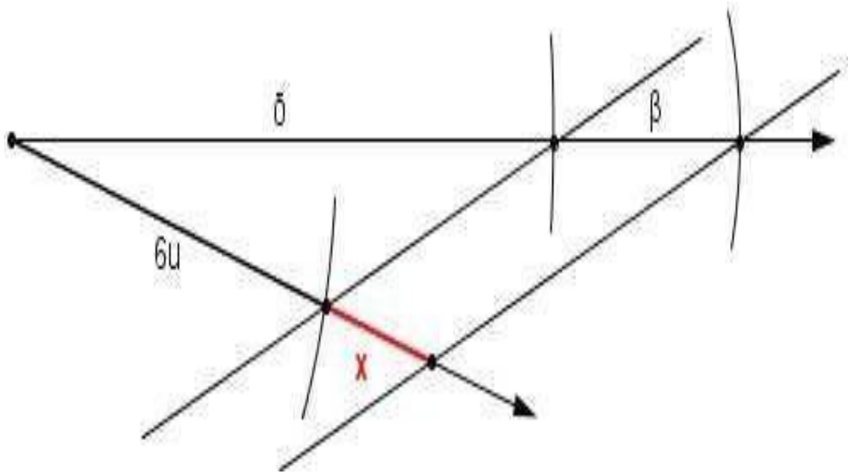
Temos que $\delta = a + b$. Fazendo $\overline{RS} = a$ e $\overline{ST} = b$, obtemos $\delta = \overline{RT}$.



Construção de x.

Temos que $x = \frac{ab}{\delta} \Rightarrow \frac{\delta}{a} = \frac{\beta}{x}$. Portanto, x é a quarta proporcional entre δ, a e β, nessa ordem.

Figura 34 - Aplicação 5.2



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Aplicação 5.3. Dada a equação $a(x-a)+b(x-b)+c(x-c)=0$, determine sua raiz pelo método Euclidiano.

Dados:

Unidade gráfica u.

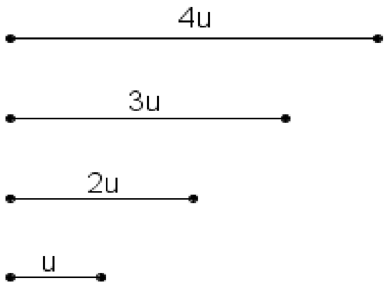
Os valores a = 4u, b = 3u e c = 2u.

Assim como foi feito na aplicação 5.1, precisamos obter a expressão que nos dá a raiz da equação. Então, após algumas operações sobre a equação, chegamos à raiz, dada pela expressão $x = \frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$. Com a finalidade de utilizarmos as construções já conhecidas e obtermos a raiz pelo método Euclidiano, façamos $x = \frac{a\left(a+\frac{b^2}{a}+\frac{c^2}{a}\right)}{a+b+c}$. Portanto, $\alpha = \frac{b}{a}$ e $\beta = \frac{c^2}{b}$ duas somas de segmentos, dada por $\delta = a + \alpha + \beta$ e $\varepsilon = a + b + c$, e por fim, $x = \frac{a \cdot \delta}{\varepsilon}$, dado por uma quarta proporcional.

Construção:

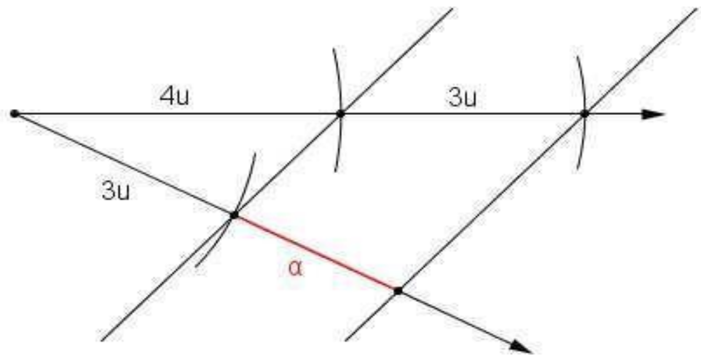
Para a determinação de α, β, δ, ε e x façamos, respectivamente, as construções de duas terceiras proporcionais, duas somas de segmentos e uma quarta proporcional, conforme visto anteriormente.

Dados:



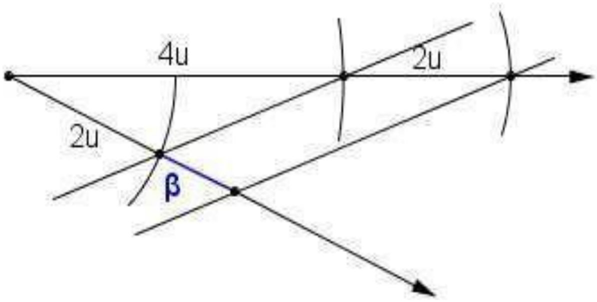
Construção de α.

Temos que $\alpha = \frac{b^2}{a} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{\alpha}$. Portanto α é a terceira proporcional entre **a** e **b.**



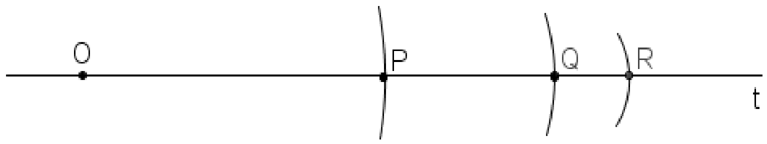
Construção de β.

Temos que $\beta = \frac{c^2}{a} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{c}{\beta}$. Portanto β é a terceira proporcional entre **a** e **c.**



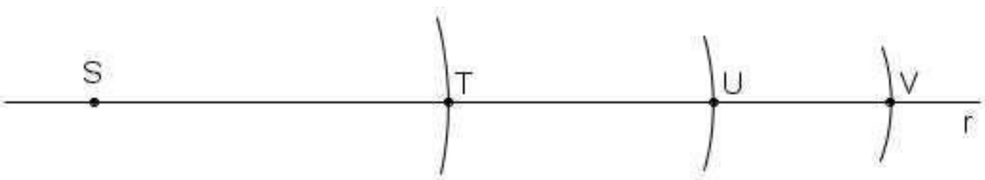
Construção de δ .

Temos que $\delta = a + \alpha + \beta$. Fazendo $\overline{OP} = a$, $\overline{PQ} = \alpha$ e $\overline{QR} = \beta$, obtemos $\delta = \overline{OR}$.



Construção de ε .

Temos que $\varepsilon = a + b + c$. Daí fazendo $\overline{ST} = a$, $\overline{TU} = b$ e $\overline{UV} = c$ obtemos $\varepsilon = \overline{SV}$.



Construção de x .

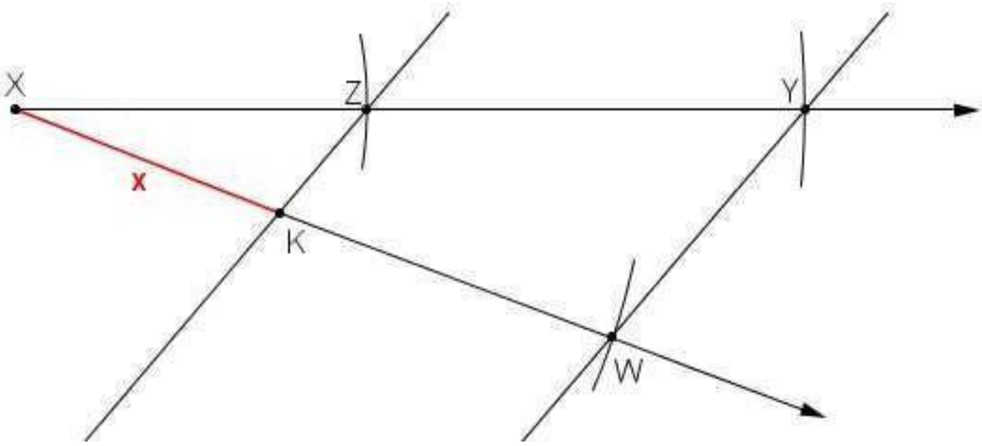
Temos que $x = \frac{a\delta}{\varepsilon} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{a} = \frac{\delta}{x}$. Portanto x é a quarta proporcional entre ε, a e δ, nessa ordem.

A fim de economizar espaço, utilizaremos uma importante consequência do teorema de Thales nos triângulos.

Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intersecta os outros dois em pontos distintos, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro.

Sendo assim, na figura temos: $\overline{XY} = \varepsilon, \overline{XZ} = a$, $\overline{XW} = \delta$ e $\overline{XK} = x$, portanto $\frac{\varepsilon}{a} = \frac{\delta}{x}$.

Figura 35 - Aplicação 5.3



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

RESOLUÇÃO GRÁFICA DE EXPRESSÕES IRRACIONAIS.

Nesta seção, veremos como determinar os valores de expressões da forma $x = \sqrt{a^2 \pm b^2}$, $x = \sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2 \pm d^2} \ldots$ e $x = \sqrt{ma^2 \pm n}b^2$, em que **m** e **n** são números naturais e **a**, **b**, **c**, **d**, são comprimentos de segmentos dados, todos diferentes de zero. Obviamente, em alguns casos, será necessário impor condições entre as medidas desses segmentos para possibilitar a construção.

Para o cálculo geométrico de tais expressões, são necessárias, basicamente, as construções da média proporcional e algumas aplicações já estudadas, bem como a aplicação do teorema de Pitágoras e, consequentemente, a construção de triângulo retângulo.

Vejamos, então, como determinar o valor de x, na expressão $x = \sqrt{a^2 \pm b^2}$, em que **a** e **b** são os comprimentos de segmentos dados, ambos diferentes de zero.

Façamos, inicialmente, para o caso $x = \sqrt{a^2 + b^2}$. Veja que $x = \sqrt{a^2 + b^2}$ pode ser escrito como $x^2 = a^2 + b^2$, que comparada com o teorema de Pitágoras, concluímos que o x será a hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos são **a** e **b**. Portanto, para determinar o valor de x, graficamente, nos resta construir um triângulo retângulo a partir dos segmentos de medidas **a** e **b**, no caso os catetos do triângulo, que como sabemos são perpendiculares.

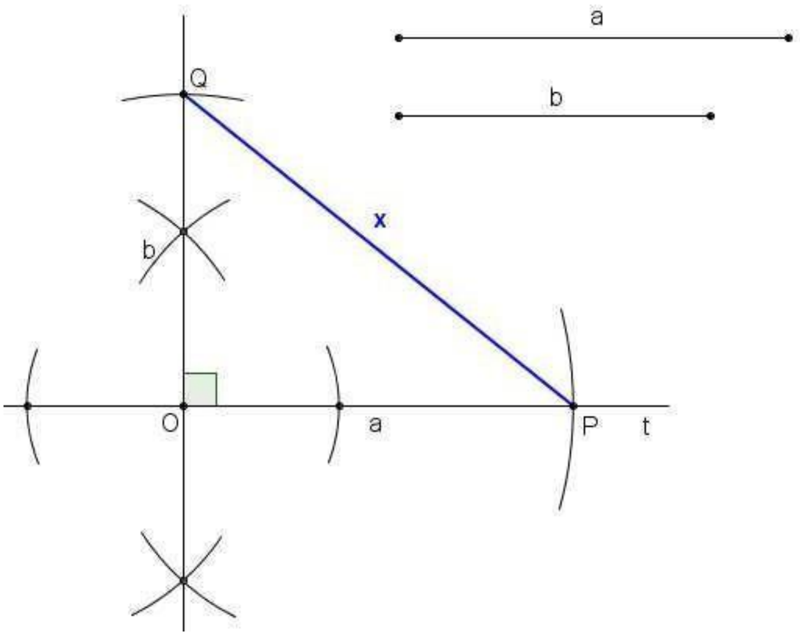
Aplicação 5.4. Determinar, graficamente, o valor de x na expressão $x = \sqrt{a^2 + b^2}$, sabendo-se que a = 5,0u e b = 3,0u, onde u é a unidade gráfica.

Considerando que os valores de **a**, **b** e **x** correspondem às medidas dos comprimentos dos segmentos que representam os lados do triângulo retângulo e identificando o x como a hipotenusa desse triângulo de catetos a e b, façamos a construção abaixo para obtê- lo.

Construção:

Para a construção do triângulo retângulo, trace uma reta suporte *t* e, em seguida, a partir de um ponto arbitrário, por exemplo O, transporte o cateto de medida **a**, obtendo o segmento OP, tal que $\overline{OP} = a$. Então, pela extremidade O do segmento OP, construa uma perpendicular e transporte o outro cateto **b**, a partir de O, sobre ela, obtendo o segmento OQ, tal que $\overline{OQ} = b$. Para finalizar, ligue os pontos **P** e **Q** obtendo o triângulo retângulo OPQ. O valor do **x** procurado é o comprimento da hipotenusa $\overline{PQ}$.

Figura 36 - Aplicação 5.4



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

No caso de $x = \sqrt{a^2 - b^2}$, que pode ser escrito como $x^2 = a^2 - b^2$, concluímos que, após comparar a relação com o teorema de Pitágoras, o **x** será um dos catetos de um triângulo retângulo de hipotenusa a, cujo outro cateto é o **b**. Cabe ressaltar que o valor de a deverá ser maior do que o valor de **b**, para que seja possível a solução. Portanto, para determinar o valor de **x**, graficamente, nos resta construir um triângulo retângulo a partir dos segmentos de medidas **a** e **b**, sendo o segmento de medida a e o segmento de medida **b**, respectivamente, a hipotenusa e um dos catetos.

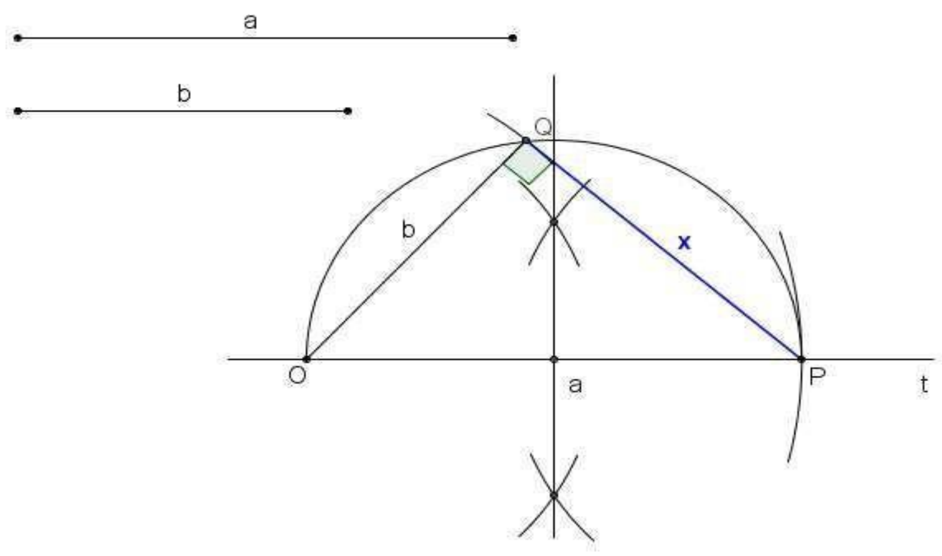
Aplicação 5.5. Determinar, graficamente, o valor de x na expressão $x = \sqrt{a^2 - b^2}$ sabendo-se que $a = 5{,}0\,u$ e $b = 3{,}0\,u$, onde **u** é a unidade gráfica.

Considerando que os valores de **a**, **b** e **x** correspondem às medidas dos comprimentos dos segmentos que representam os lados do triângulo retângulo e identificando o **x** como um dos catetos e, **a** e **b**, respectivamente, como a hipotenusa e o outro cateto, façamos a construção abaixo para obter o x.

Construção:

Para a construção do triângulo retângulo, trace uma reta suporte t e, em seguida, a partir de um ponto arbitrário, por exemplo O, transporte a hipotenusa a, obtendo o segmento OP, tal que $\overline{OP} = a$. Construa o arco capaz de 90º relativo ao segmento OP e, em seguida, construa a circunferência de centro O e raio b. A interseção da circunferência com o arco capaz nos dá o ponto Q, que ligado com O, obtemos o segmento OQ, tal que $\overline{OQ} = b$. Para finalizar, ligue os pontos P e Q obtendo o triângulo retângulo OPQ. O valor do x procurado é o comprimento do cateto $\overline{PQ}$. A figura 37 ilustra a construção.

Figura 37 - Aplicação 5.5



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Vamos ao caso em que x é dado por $x = \sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2 \pm d^2}$ .... As expressões desta forma constroem-se por etapas, utilizando reiteradamente os dois casos vistos anteriormente.

Assim, fazendo $\alpha^2 = b^2 \pm c^2$, ficamos com $x = \sqrt{\alpha^2 \pm b^2 \pm c^2 \pm d^2} \ldots$, com α determinado conforme os casos anteriores.

Fazendo, agora, $\beta^2 = \alpha^2 \pm c^2$, ficamos com $x = \sqrt{\beta^2 \pm d^2}$ ... com β determinado conforme o α. E, assim por diante, até x ficar determinado por uma das expressões do tipo $x = \sqrt{\delta^2 \pm \varepsilon^2}$. Cabe lembrar que os valores envolvidos na construção, deverão atender as condições já mencionadas.

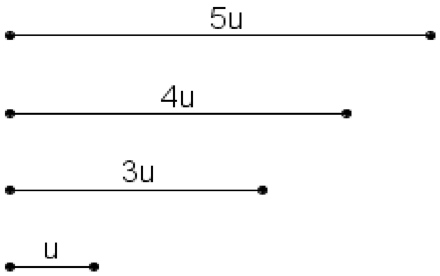
Aplicação 5.6. Determinar, graficamente, o valor de x na expressão $x = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$, sabendo-se que $a = 5{,}0\,u$, $b = 4{,}0\,u$ e $c = 3{,}0\,u$, onde u é a unidade gráfica.

De acordo com o comentado acima, façamos $\alpha^2 = a^2 + b^2$ e após obtermos o α, conforme aplicação 5.4, o x fica determinado pela expressão $x = \sqrt{\alpha^2 - c^2}$, recaindo na aplicação 5.5.

Construção:

Para a obtenção de α, faça conforme descrito na aplicação 5.4. Após determinado o **α**, **x** é obtido conforme descrito em 5.5. A figura 35 ilustra a construção.

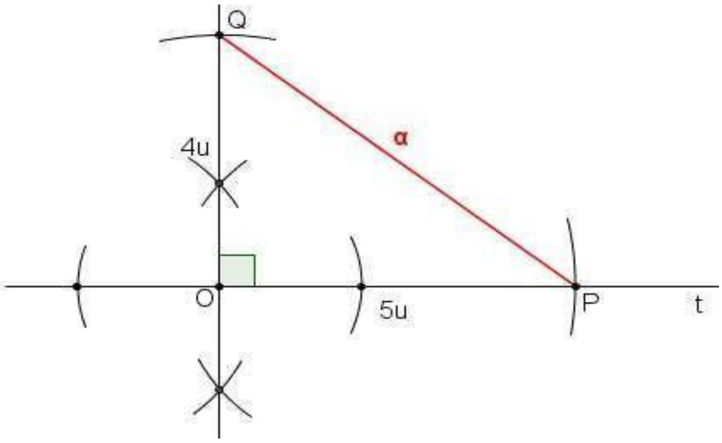
Dados:



Construção de α.

Temos que $\alpha^2 = a^2 + b^2$. Portanto α é a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos **a** e **b**.

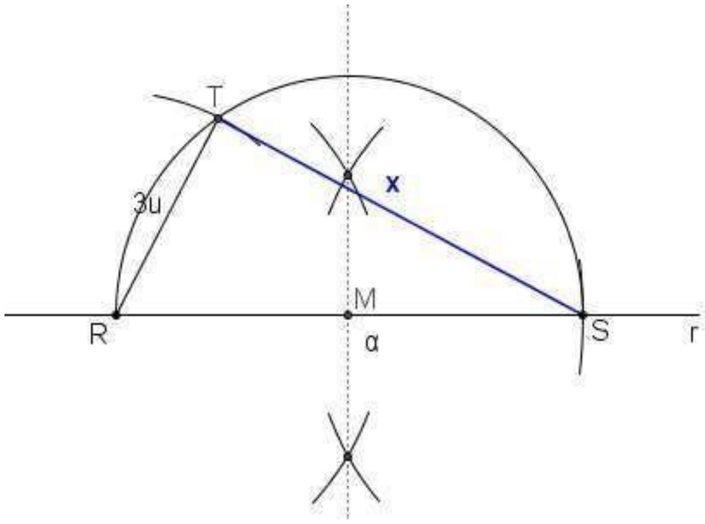
Construção de x.



Temos que $x^2 = \alpha^2 - c^2$. Portanto **x** é um dos catetos de um triângulo retângulo e,

α e **c**, respectivamente, como a hipotenusa e o outro cateto.

Figura 38 - Aplicação 5.6.



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Finalmente, vamos ao caso em que **x** é dado por $x = \sqrt{ma^2 \pm nb^2}$. Para obter o valor de **x**, basta escrever $ma^2 = \left(a\sqrt{m}\right)^2$e $nb^2 = \left(b\sqrt{n}\right)^2$. Por meio desses artifícios, reescrevemos a expressão obtendo $x = \sqrt{\left(a\sqrt{m}\right)^2 \pm \left(b\sqrt{n}\right)^2}$, recaindo nos primeiros casos. Veja que para determinar $\left(a\sqrt{m}\right)$ e $b\sqrt{n}$, faremos uso da média proporcional vista no capítulo 4.

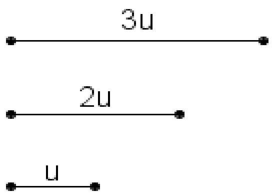
Aplicação 5.7. Determinar, graficamente, o valor de x na expressão $x = \sqrt{3a^2 + 2b^2}$, sabendo- se que $a = 3{,}0\text{u}$ e $b = 2{,}0\text{u}$, onde u é a unidade gráfica.

Utilizando o artificio sugerido acima, façamos $3a^2 = \left(a\sqrt{3}\right)^2$ e $2b^2 = \left(b\sqrt{2}\right)^2$, o que nos dá $x = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$, com $\alpha = a\sqrt{3}$ e $\beta = b\sqrt{2}$, que será obtido conforme aplicação 5.4. Para tanto, precisamos determinar o α e o β fazendo uso da média proporcional.

Construção:

As construções para obtenção do α e β estão descritas no capítulo 4, média proporcional pelo processo aditivo ou subtrativo. Para a construção do x, após determinação do α e do β, faça conforme aplicação 5.4. A figura 30 ilustra a construção.

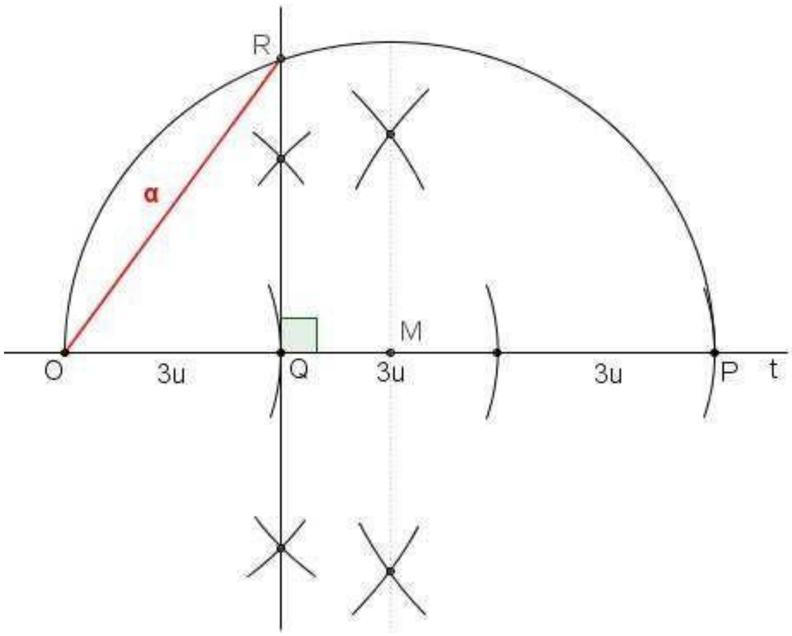
Dados:



Construção de α.

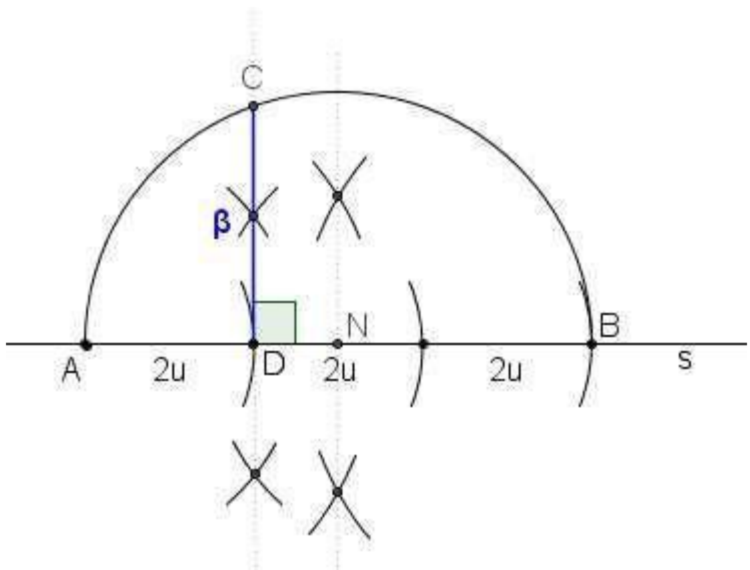
Temos que $\alpha = a\sqrt{3} = \sqrt{a \cdot 3a}$. Portanto α é a média proporcional entre **a** e **3a**.

Determinemos α, pelo processo subtrativo.



Construção de β.

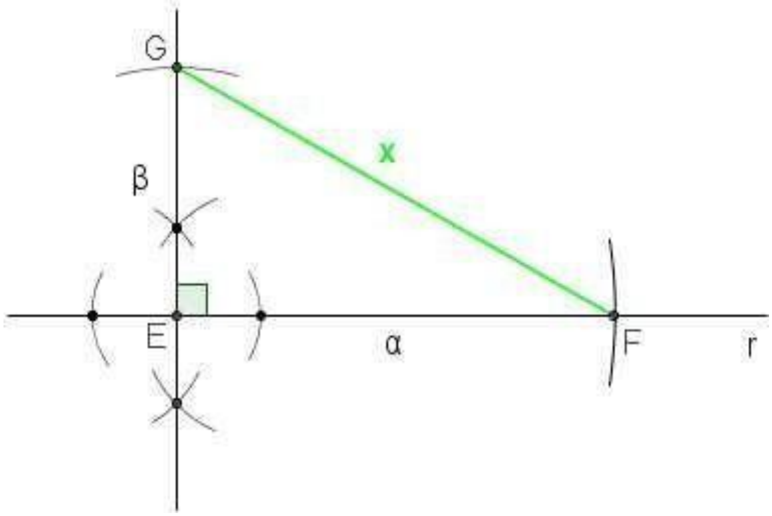
Temos que $\beta = a\sqrt{2} = \sqrt{a\,.2a}$. Portanto β é a média proporcional entre a e 2a. Determinemos β, pelo processo aditivo.



Construção de x.

Temos que $x^2 = \alpha^2 + \beta^2$. Portanto **x** é a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos α e β.

Figura 39 - Aplicação 5.7.



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

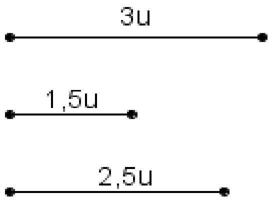
Aplicação 5.8. Determinar, graficamente, o valor de x na expressão $x = \sqrt{3a^2 - \frac{5b^2}{4} + \frac{c^2}{3}}$, sabendo-se que $a = 3{,}0u$ e $b = 1{,}5u$ e $c = 2{,}5u$, em que u é a unidade gráfica.

Utilizando o artifício sugerido na aplicação 5.7, façamos $3a^2 = \left(a\sqrt{3}\right)^2$, $\frac{5b^2}{4} = \left(b\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$ e $\frac{c^2}{3} = \left(c\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$, daí x fica determinado por $x = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2 + \delta^2}$, com $\alpha = a\sqrt{3}, \beta = b\sqrt{\frac{5}{4}}$ e $\delta = c\sqrt{\frac{1}{3}}$, que será obtido conforme aplicação 5.6 , para tanto precisamos determinar o α, β *e* δ, fazendo uso da média proporcional e suas aplicações vistas no capítulo 4.

Construção:

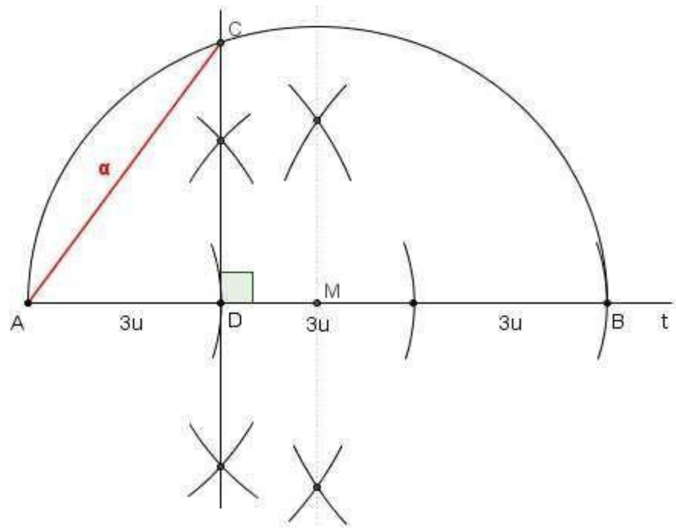
As construções para obtenção do α , β e δ estão descritas no capítulo 4, média proporcional pelo processo aditivo ou subtrativo. Para a construção do x, após a determinação do α , do β e do δ , faça conforme aplicação 5.6. A figura 31 ilustra a construção.

Dados:



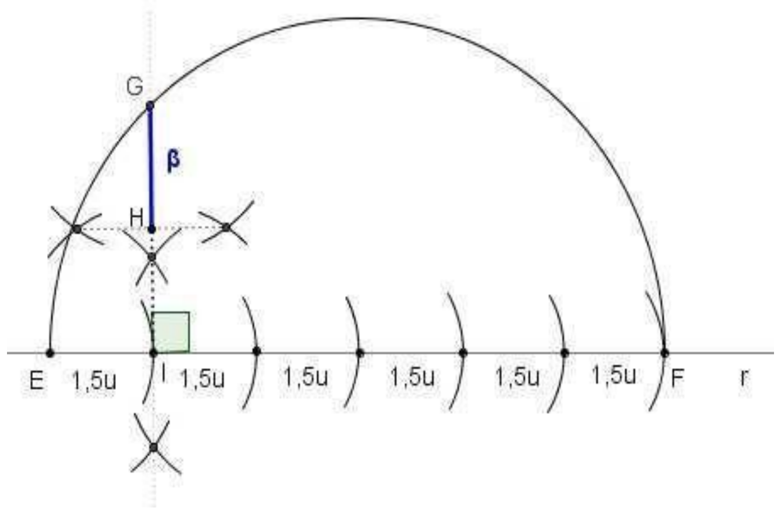
Construção de α.

Temos que $\alpha = a\sqrt{3} = \sqrt{a \cdot 3a}$. Portanto podemos determiná-lo usando a média proporcional, com utilização do processo subtrativo.



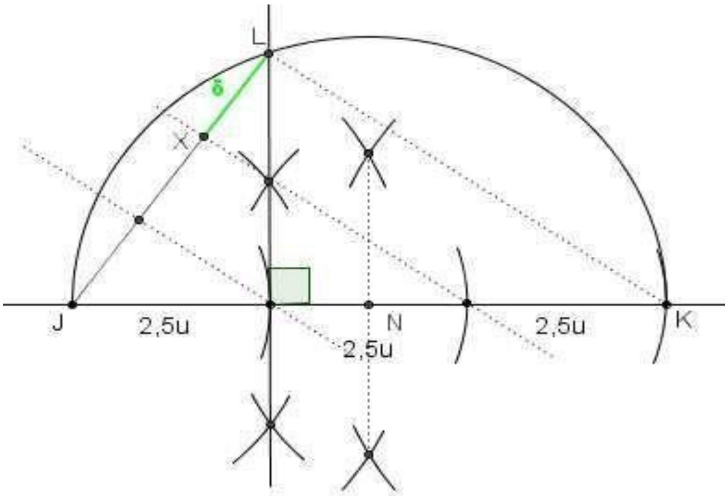
Construção de β.

Temos que $\beta = b\sqrt{\frac{5}{4}} = \left(\sqrt{\frac{b \cdot 5b}{4}}\right) = \frac{\sqrt{b \cdot 5b}}{2}$, portanto podemos determiná-lo usando a média proporcional, com utilização do processo aditivo para obter $\sqrt{b \cdot 5b}$ e, em seguida dividir o resultado por dois para obter o β.



Construção de δ

Temos que $\delta = c\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{c \cdot 3c}}{3}$, portanto podemos determiná-lo usando a média proporcional, com utilização do processo subtrativo para obter $\sqrt{c \cdot 3c}$ e, em seguida, dividir o resultado por três para obter δ.

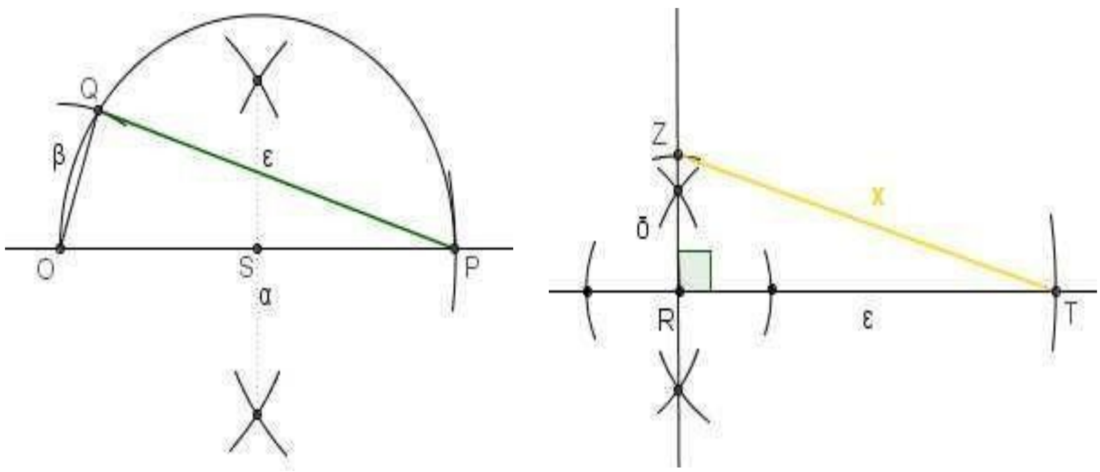


Construção do x.

Temos que $x = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \delta^2}$. Portanto, para obter o **x**, façamos $\varepsilon^2 = \alpha^2 + \beta^2$, que será

obtido conforme aplicação 5.4, para, em seguida, determinarmos o x, dado por $x = \sqrt{\varepsilon^2 + \delta^2}$, pelo mesmo processo.

Figura 40 - Aplicação 5.8



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

RESOLUÇÃO GRÁFICA QUE ENVOLVEM EXPRESSÕES RACIONAIS E IRRACIONAIS.

Nesta seção, trataremos da resolução gráfica das expressões que envolvem todas as construções feitas no estudo das expressões racionais e irracionais. Portanto dada a expressão que representa o comprimento de um segmento, nela poderá figurar, explicita ou implicitamente, uma soma e/ou diferença de segmentos; um produto e/ou quociente de segmentos; uma quarta e/ou terceira proporcionais reiteradas; uma média aritmética e/ou geométrica de segmentos; e aplicações do teorema de Pitágoras. Vejamos as aplicações.

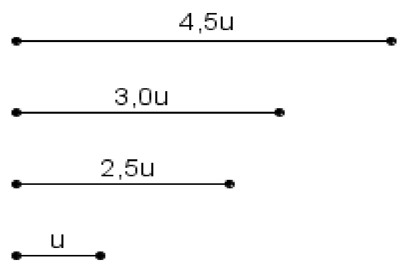
Aplicação 5.9. Determinar, graficamente, o valor de x na expressão $x = \frac{a\sqrt{2}\cdot c}{\sqrt{a^2-b^2}}$, sabendo-se que $a = 4{,}5u$, $b = 3{,}0u$ e $c = 2{,}5u$, onde u é a unidade gráfica.

O valor de x é obtido fazendo-se $\alpha = a\sqrt{2}$ e $\beta = \sqrt{a^2 - b^2}$, portanto, x é dado pela expressão $x = \frac{\alpha\cdot c}{\beta}$, ou seja, por uma quarta proporcional.

Construção:

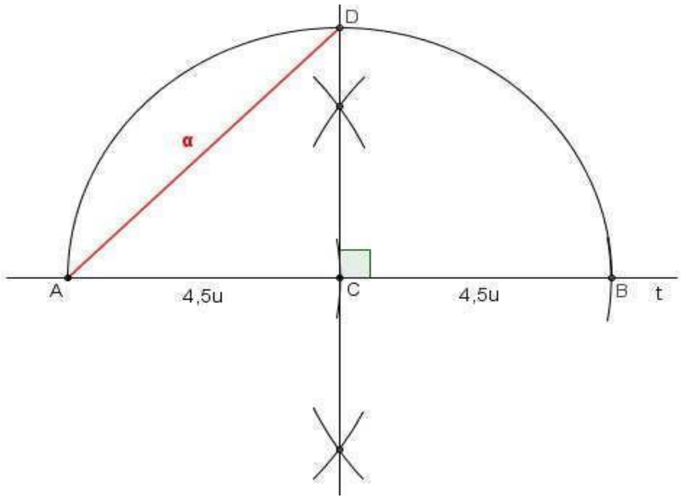
As construções para obtenção de α e β são, respetivamente, uma média proporcional e as aplicações do teorema de Pitágoras, ambas vistas em aplicações anteriores. A figura 39 ilustra a construção.

Dados:



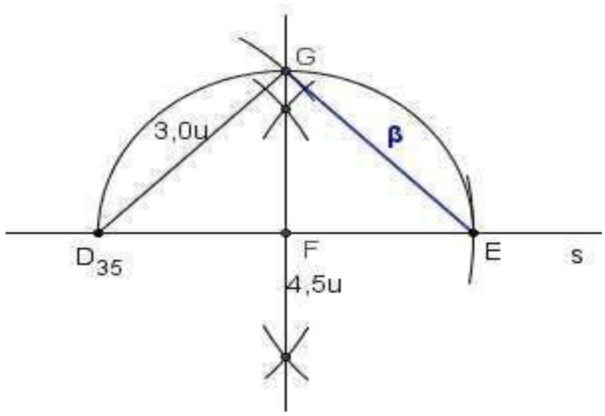
Construção de α.

Temos que $\alpha = a\sqrt{2} = \sqrt{a\cdot 2a}$. Portanto podemos determiná-lo usando a média proporcional, com utilização do processo aditivo.



Construção de β.

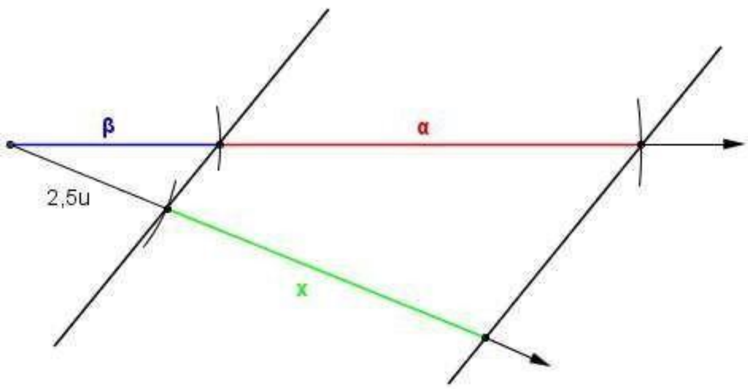
Temos que $\beta = \sqrt{a^2 - b^2}$. Portanto, podemos determiná-lo usando as aplicações do teorema de Pitágorás.



Construção de x.

Temos que $x = \frac{\alpha \cdot c}{\beta}$. Portanto podemos determiná-lo usando a quarta proporcional.

Figura 41 - Aplicação 5.9.



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Aplicação 5.10. Determinar, graficamente, o valor de x na expressão $x = \frac{\sqrt{\frac{a^2}{3}+\frac{3b^2}{4}}\cdot(4a^2-2c^2)}{(b+c)^2}$, sabendo-se que a = 4,0u, b = 2,0u e c = 3,0u, onde u é a unidade gráfica. Para determinarmos x, façamos como nas aplicações anteriores, reescrevendo a expressão dada da seguinte forma.

$$x = \frac{\sqrt{\frac{a^2}{3}+\frac{3}{4}b^2}\cdot 2a\left(2a-\frac{c^2}{a}\right)}{(b+c)^2}$$

E nela, identificamos:

$$\alpha = \sqrt{\frac{a^2}{3}+\frac{3b^2}{4}}$$

$$\beta = 2a$$

$$\gamma = \frac{c^2}{a}$$

$$\delta = \beta - \gamma$$

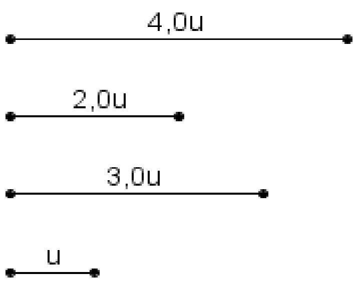
$$\varepsilon = b + c$$

Daí x fica determinado pela expressão $x = \frac{\alpha\cdot\beta\cdot\delta}{\varepsilon^2}$, como já foi visto, representa uma quarta proporcional reiterada.

Construção:

Inicialmente, façamos as construções de α, conforme aplicação 5.8, de β, uma multiplicação de segmento, de γ, uma terceira proporcional, de δ, uma subtração de segmentos, de ε, uma soma de segmentos e, por fim, a construção de x, uma quarta proporcional reiterada. Todas as construções já realizadas em atividades anteriores.

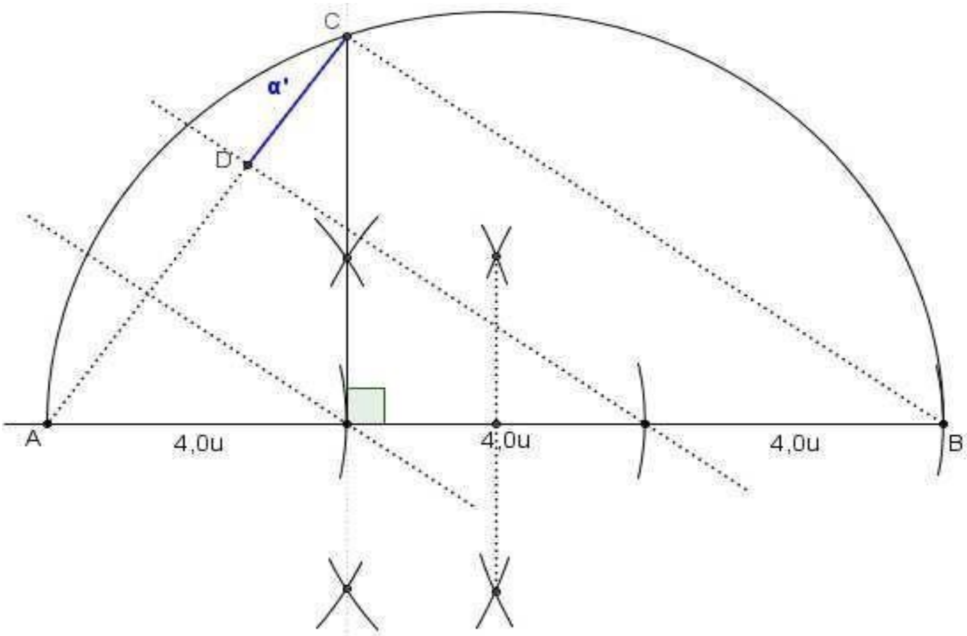
Dados:



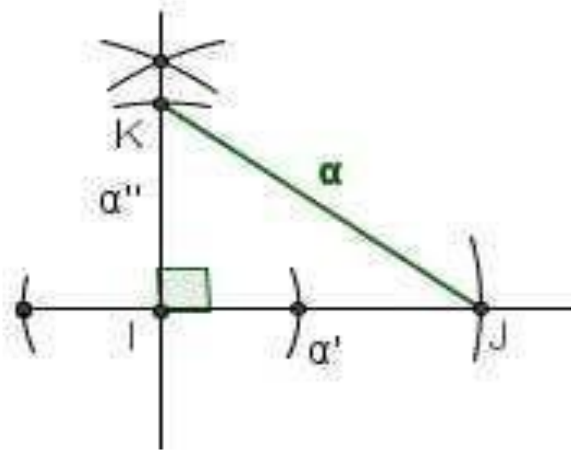
Construção de α.

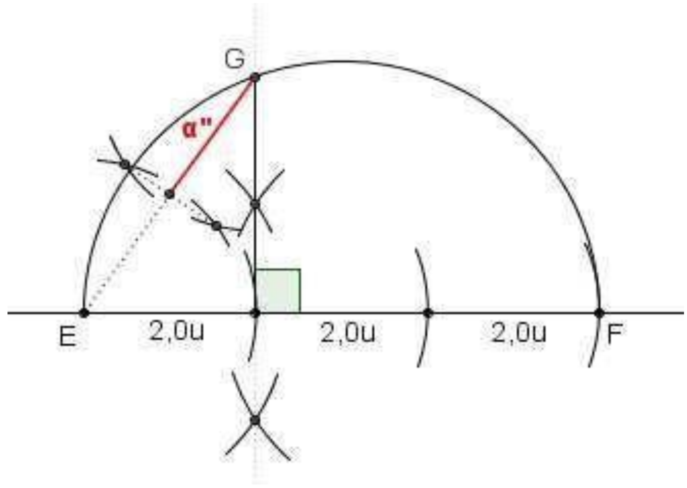
Temos que $\alpha = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{3b^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{a \cdot 3a}}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{b \cdot 3b}}{4}\right)^2}$, fazendo $\alpha' = \sqrt{a.3a}$ e $\alpha'' = \sqrt{\frac{b \cdot 3b}{4}}$, ficamos com $\alpha = \sqrt{(\alpha')^2 + (\alpha'')^2}$. Portanto, para obter α, façamos inicialmente a construção de $\alpha'\ e\ \alpha''$, utilizando a média proporcional, para depois, construir α pela aplicação do teorema de Pitágoras.

Construção de α'.



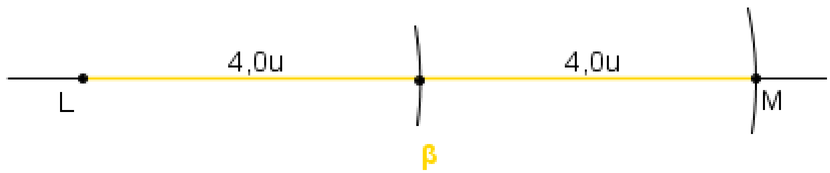
Construção de α'' e Construção de α.





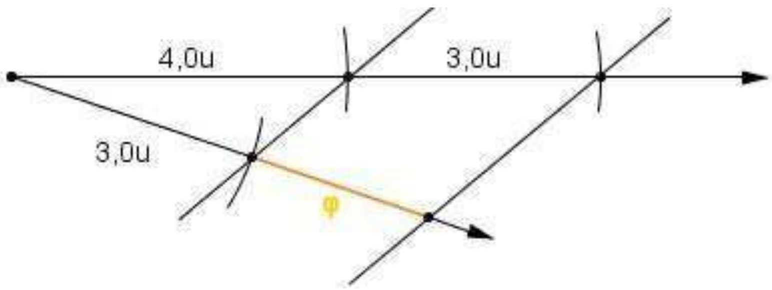
Construção de β .

Temos que $\beta = 2a$. Portanto trata-se de uma multiplicação de segmentos, que pode ser construído através do transporte de segmento visto na seção 2.1.



Construção de φ.

Temos que $\varphi = \frac{c^2}{a} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{c}{\varphi}$. Portanto, podemos determiná-lo utilizando a construção da terceira proporcional.

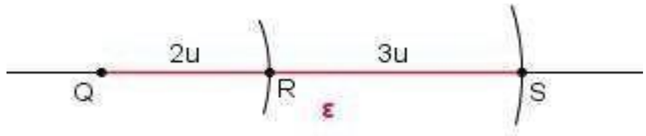


Construção de δ .

Temos que $\delta = \beta - \varphi$. Portanto, trata-se de uma subtração de segmentos.

Construção de ε .

Temos que $\varepsilon = b + c$. Portanto, trata-se de uma soma de segmentos.

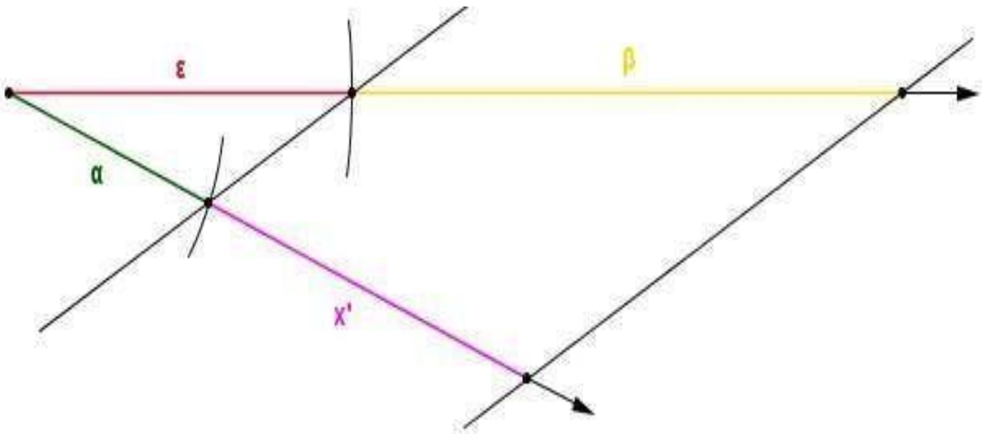


Construção de x.

Temos que $x = \frac{\sqrt{\frac{a^2}{3}+\frac{3b^2}{4}}\cdot(4a^2-2c^2)}{(b+c)^2}$, daí, x fica determinado pela expressão $x = \frac{\alpha\cdot\beta\cdot\delta}{\varepsilon^2}$, como já visto, representa uma quarta proporcional reiterada. Podemos reescrever a expressão como $x = \frac{\alpha\cdot\beta}{\varepsilon}\cdot\frac{\delta}{\varepsilon}$.

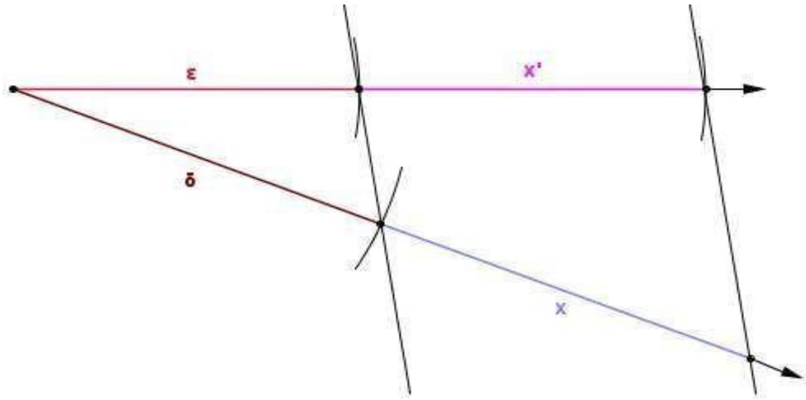
Fazendo $x' = \frac{\alpha\cdot\beta}{\varepsilon}$, ficamos com $x = \frac{x'\cdot\delta}{\varepsilon}$. Portanto determinaremos x', utilizando a quarta proporcional, para em seguida determinar o x, mais uma vez, utilizando-se da quarta proporcional.

Construção de x'.



Construção de x.

Figura 42 - Aplicação 5.10



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

DETERMINAÇÃO DE SEGMENTO CONHECENDO-SE SUA SOMA E SUA MÉDIA GEOMÉTRICA.

Para a determinação das medidas de dois segmentos conhecendo-se sua soma e sua média geométrica, faremos uso do processo aditivo para determinação da média proporcional, visto no capítulo 4.

Aplicação 5.11. Determinar, graficamente, as medidas $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$, com $\boldsymbol{x < y}$, de dois segmentos, cuja soma é 10 u e o produto 16 u, onde u é a unidade gráfica.

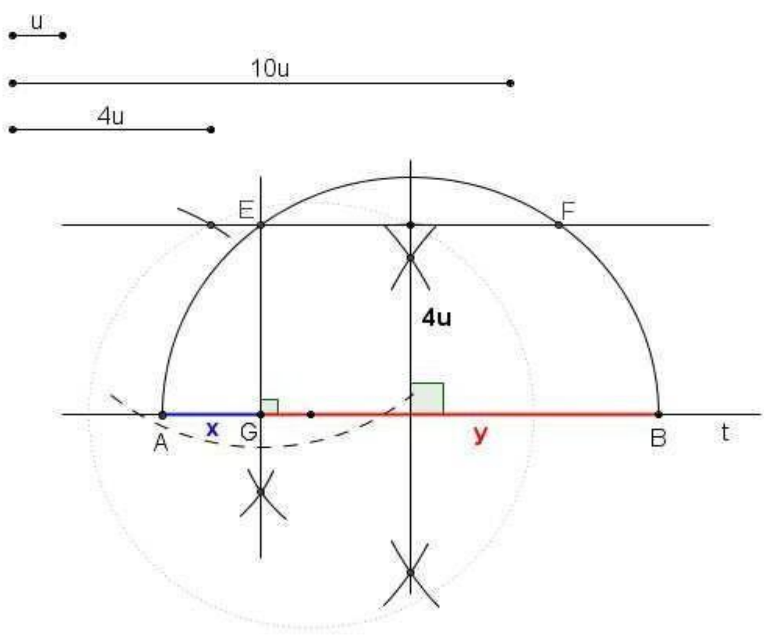
Sabemos que $x + y = 10$ e que $x \cdot y = 16 \Rightarrow x \cdot y = 4^2$, donde concluímos que *4* é a média proporcional entre $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$. Então, com os elementos fornecidos e utilizando-se do processo aditivo para a determinação da média proporcional determinaremos os segmentos x e y.

Construção:

Trace uma reta suporte *t* e, sobre ela, tome um segmento AB de comprimento 10 u. Determine o ponto médio do segmento AB para, então, construir a semicircunferência de diâmetro $\overline{AB}$ (arco capaz de 90º). Faça a construção de uma paralela à $\overleftrightarrow{AB}$ distando 4u , conforme visto na seção 2.5.2. A interseção da paralela com a semicircunferência nos dá os pontos E e F. Por E, trace uma perpendicular à $\overleftrightarrow{AB}$ determinando o ponto G, interseção entre a perpendicular e $\overleftrightarrow{AB}$. Os segmentos AG e BG são, respectivamente, os segmentos de medidas x e y procurados. A figura 50 ilustra a construção.

Note que esta construção está sujeita à condição de termos a média proporcional menor do que ou igual à metade da soma dos segmentos.

Figura 43 - Aplicação 5.11.



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Aplicação 5.12. Construir um triângulo retângulo, sabendo-se que a hipotenusa é igual ao segmento de medida a e a soma das medidas dos catetos é igual a **s.**

Chamando de $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ as medidas dos catetos do triângulo e sabendo-se que $x^2 + y^2 = a^2$ e que $x^2 + 2xy + y^2 = s^2$, após subtrairmos membro a membro as duas igualdades e isolarmos *xy*, obtemos $xy = \frac{s^2 - a^2}{2}$. Portanto, com a soma e o produto das medidas de dois segmentos, que são os catetos do triângulo retângulo, faremos como na aplicação anterior.

A média proporcional dos segmentos será dada por $n = \sqrt{\frac{s^2-a^2}{2}} = \frac{\sqrt{s^2-a^2}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{s^2-a^2}}{2} \cdot \sqrt{2}$.

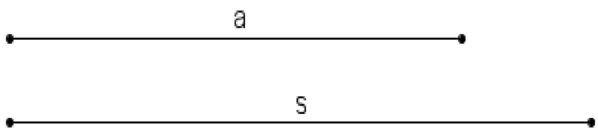
Fazendo $\alpha = \sqrt{s^2 - a^2}$, ficamos com $n = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2}$. Assim, procedendo como na aplicação anterior, determinaremos os catetos **x** e **y**, e, consequentemente, o triângulo retângulo pedido.

Construção:

Para a construção do segmento que representa a média proporcional, faremos, inicialmente, a construção do segmento de medida α, dado por $\alpha = \sqrt{s^2 - a^2}$. Para tal, façamos como na aplicação 5.5. Após a construção de α, a média proporcional n ficará dada por $n = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2}$, e será determinada conforme mostrado em capítulos anteriores.

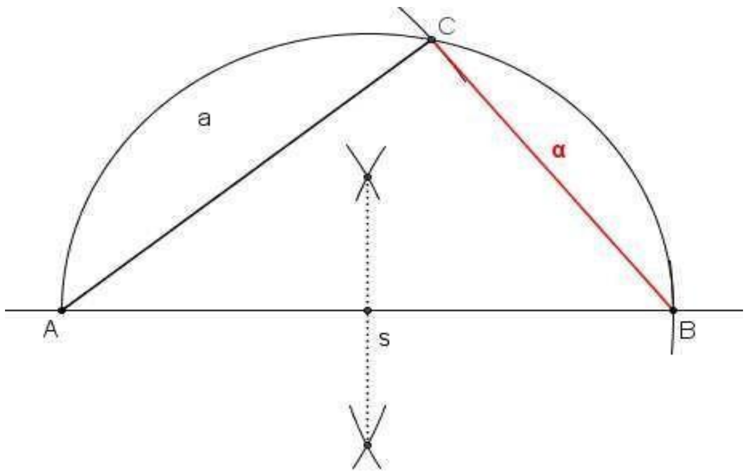
De posse do segmento de medida **n**, que representa a média proporcional, e de **m**, que representa a soma das medidas dos segmentos, façamos como na aplicação anterior para determinar **x** e **y**, e, finalizar, construindo o triângulo retângulo conforme feito na aplicação 5.4.

Dados:



Construção de α.

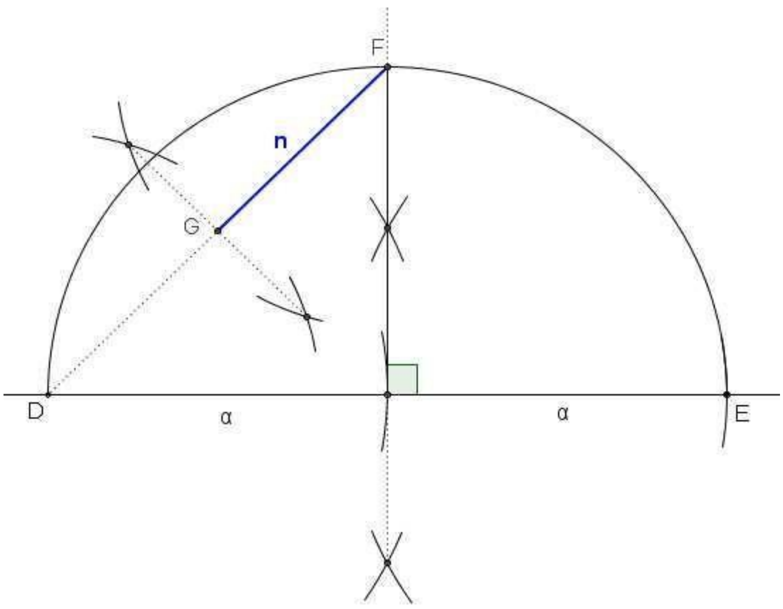
O α é dado por $\alpha = \sqrt{s^2 - a^2}$. Assim, para determiná-lo, faremos uso da aplicação do teorema de Pitágoras, onde o segmento de medida s é a hipotenusa, o segmento de medida a um dos catetos e, α, o outro cateto



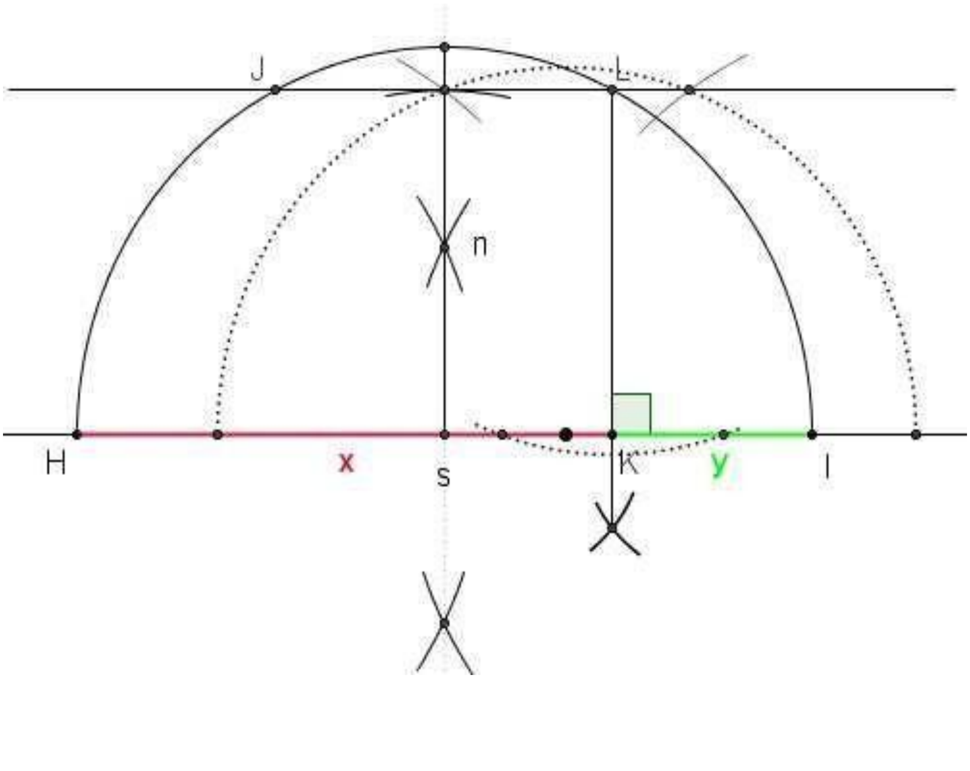
construção de x e y.

Construção de n.

Sabemos que $\boldsymbol{n}$ é dado por $n = \sqrt{\frac{s^2-a}{2}} = \frac{\sqrt{s^2-a}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{\alpha\cdot\sqrt{2}}{2}$. Então $\boldsymbol{n}$ é determinado construindo a media proporcional entre $\boldsymbol{\alpha}\ e\ \boldsymbol{2\alpha}$, e, ao final, dividindo-a por dois.



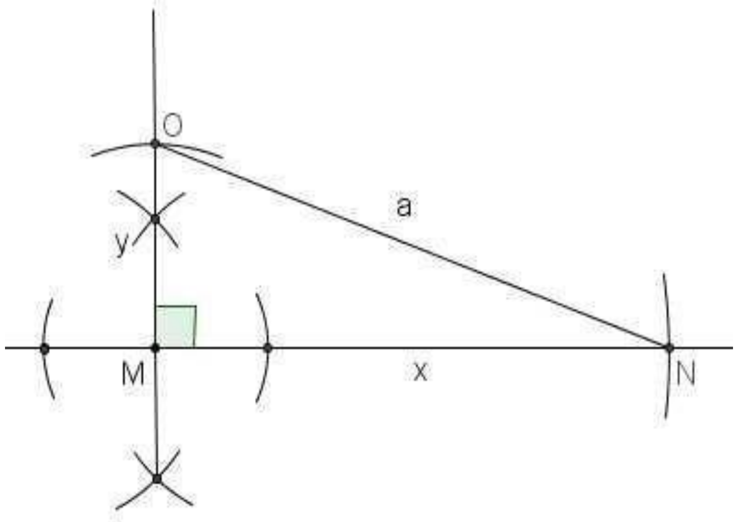
Conhecendo-se ***m*** e ***n***, a construção de ***x*** e ***y*** será feita como na aplicação anterior.



Construção do triângulo retângulo.

A construção do triângulo, será feita como descrito na aplicação 5.4.

Figura 44 - Aplicação 5.12.



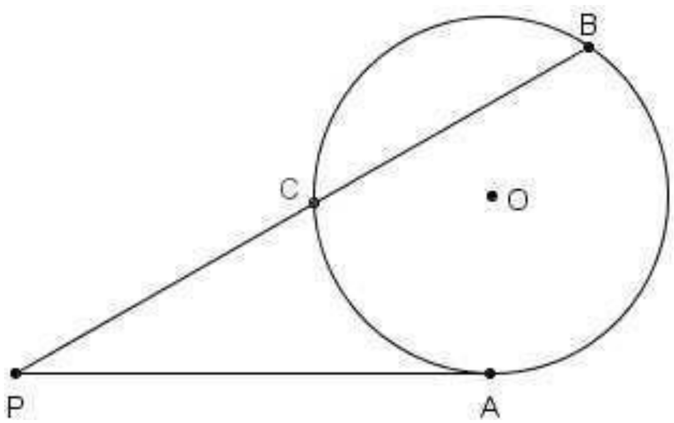
Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

DETERMINAÇÃO DE SEGMENTO CONHECENDO-SE SUA DIFERENÇA E SUA MÉDIA GEOMÉTRICA.

Nesse caso, faremos uso da seguinte relação métrica na circunferência “Se de um ponto exterior a uma circunferência, traçarmos um segmento tangente e um segmento secante à circunferência, o comprimento da tangente será a média proporcional entre o comprimento da secante inteira com o comprimento da sua parte exterior”. Veja a figura abaixo.

Figura 45 - Relação métrica na circunferência.

$$(\overline{PA})^2 = (\overline{PB}) \cdot (\overline{PC})$$



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

Aplicação 5.13. Determinar, graficamente, as medidas **x** e **y**, com **x** > **y**, de dois segmentos, cuja diferença é 6 u e o produto 16 u, onde u é a unidade gráfica.

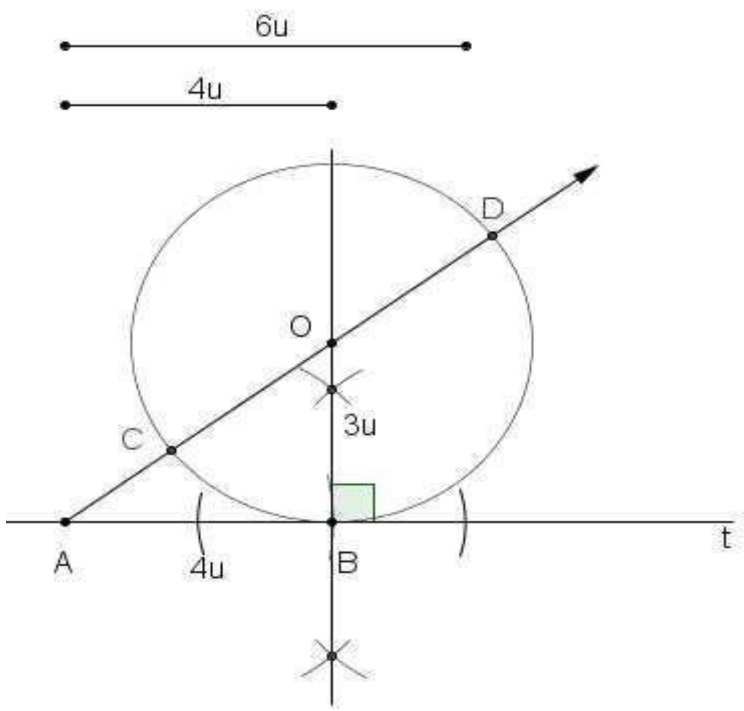
Sabemos que $x - y = 10$ e que $x \,.\, y = 16 \Rightarrow x \,.\, y = 4^2$, donde concluímos que 4 é a média proporcional entre **x** e **y**. Então, com os elementos fornecidos e utilizando-se da relação métrica enunciada acima, determinaremos os segmentos de medidas **x** e **y**.

Analisando os dados fornecidos, concluímos que a média proporcional entre **x** e **y** será o segmento tangente e, o **x** e o **y** serão, respectivamente, o comprimento inteiro e o comprimento da parte exterior da secante.

Construção:

Trace uma reta suporte *t* e tome sobre ela o segmento AB de medida 4u. Construa uma perpendicular pela extremidade B do segmento AB, conforme descrito na seção 2.4.3. Sobre a perpendicular e a partir de B, tome o segmento BO de medida 3u (semidiferença entre x e y). Trace a semirreta AO e em seguida, a circunferência de centro O e raio 3u, obtendo os pontos C e D, interseções com a semirreta AO. Os segmentos AC e AD são, respectivamente, os segmentos de medidas y e x procurados. A figura 46 ilustra a construção.

Figura 46 - Aplicação 5.13



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

RESOLUÇÃO GRÁFICA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU.

Veremos, agora, como obter, graficamente, ou seja, pelo método Euclidiano, as raízes das equações do 2º grau.

Tal como nas resoluções gráficas das equações do 1º grau, a resolução gráfica das equações do 2º grau será precedida de uma análise para determinar os sinais das raízes, uma vez que, nas resoluções gráficas, elas exprimem os comprimentos dos segmentos. Portanto, após apresentada a equação a ser resolvida, faremos uma análise dos sinais das raízes e, caso apresente como solução raízes negativas, utilizaremos o seu módulo para exprimir a medida do segmento na resolução gráfica.

No nosso estudo, analisaremos equações da forma:

$x^2 - mx + n^2 = 0$, $x^2 + mx + n^2 = 0$, $x^2 + mx - n^2 = 0$ e $x^2 - mx - n^2 = 0$

Cabe ressaltar que consideraremos sempre o coeficiente do termo x^2 igual a unidade, em todas as formas apresentadas. Caso seja diferente da unidade, deveremos prepará- la de forma a obter o coeficiente desejado. Designaremos por x_1 e x_2 as raízes da equação, com $|x_1| \geq |x_2|$.

Antes de iniciarmos o nosso estudo, recordemos as relações existentes entre as raízes da equação do 2º grau e seus coeficientes.

Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação $ax^2 \pm bx \pm c = 0$, com a, b e c reais, com $a \neq 0$.

Temos que $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $x_1 \,.\, x_2 = \frac{c}{a}$, o que nos faz lembrar de imediato as construções vistas na seção anterior.

Vamos ao estudo das quatro formas apresentadas.

Equação da forma $x^2 - mx + n^2 = 0$.

Analisando os sinais dos coeficientes, concluímos que ambas as raízes são positivas. Portanto sendo x_1 e x_2 valores que exprimem os comprimentos dos segmentos na resolução gráfica e, que, pelas relações entre as raízes e os coeficientes, temos $x_1 + x_2 = m$ e $x_1 . x_2 = n^2$, donde concluímos que $\boldsymbol{n}$ é a média proporcional entre x_1 e x_2.

Daí, de posse da soma e da média proporcional dos comprimentos dos segmentos, podemos obter a solução gráfica da equação, conforme apresentado na seção anterior.

Aplicação 5.14. Dê a solução Euclidiana da equação $x^2 - 10x + 16 = 0$.

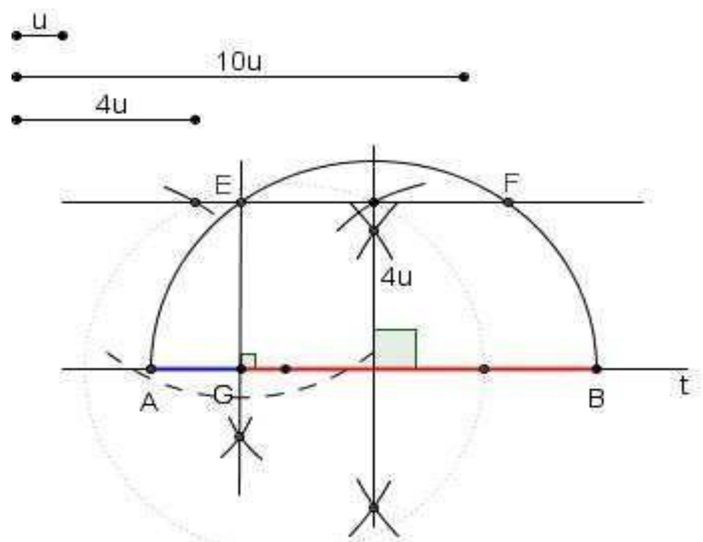
Analisando os sinais dos coeficientes, concluímos que ambas as raízes são positivas.

Portanto sendo x_1 e x_2 valores que exprimem os comprimentos dos segmentos na resolução gráfica e, que, pelas relações entre as raízes e os coeficientes, temos $x_1 + x_2 = 10$ e $x_1 . x_2 = 4^2$, donde concluímos que 4 é a média proporcional entre x_1 e x_2 . Daí, para obter graficamente os valores de x_1 e x_2 , faremos como na seção anterior. Veja que as raízes procuradas são os resultados obtidos na aplicação 5.11.

Construção:

Conforme aplicação 5.11. A figura 54 ilustra a construção

Figura 47 - Aplicação 5.14



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

A solução gráfica será dada pelos segmentos $\overline{AG} = \beta = x_2$ e $\overline{BG} = \alpha = x_1$.

Equação da forma $x^2 + mx + n^2 = 0$.

Analisando os sinais dos coeficientes, concluímos que ambas as raízes são negativas. Portanto sendo $|x_1| = -x_1 = \alpha$ e $|x_2| = -x_2 = \beta$ os valores que exprimem os comprimentos dos segmentos na resolução gráfica e, que, pelas relações entre as raízes e os coeficientes, temos $x_1 + x_2 = -m \Rightarrow (-x_1) + (-x_2) = m \Rightarrow \alpha + \beta = m$ e $x_L \cdot x_2 = n^2 \Rightarrow (-x_1) \cdot (-x_2) = n^2 \Rightarrow \alpha \cdot \beta = n^2$, donde concluímos que ***n*** é a média proporcional entre α e β.

Daí, de posse da soma e da média proporcional dos módulos das raízes e utilizando-se da construção vista na seção anterior, chegaremos a solução gráfica da equação.

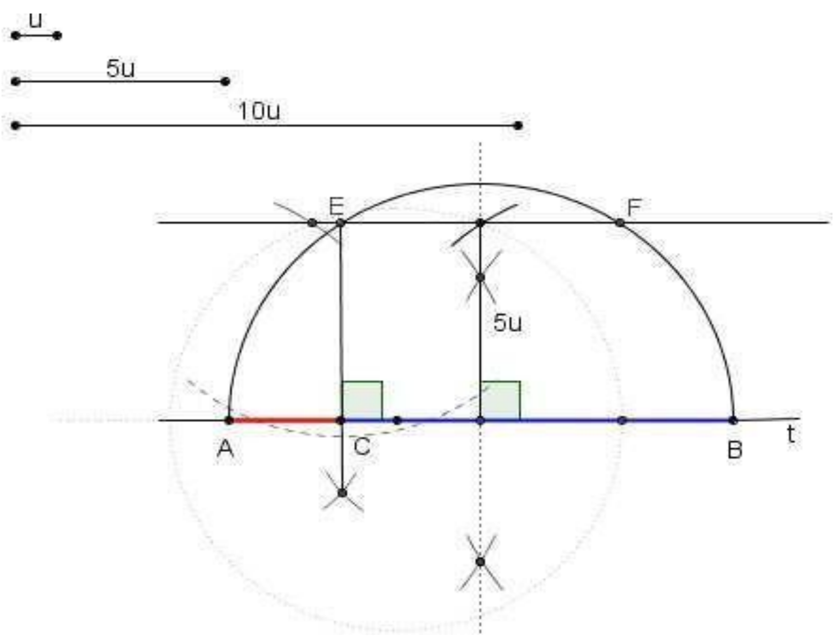
Aplicação 5.15. Determinar, graficamente, as raízes da equação $x^2 + 12x + 25 = 0$.

Analisando os sinais dos coeficientes, concluímos que ambas as raízes são negativas. Portanto sendo $|x_1| = -x_1 = \alpha$ e$|x_2| = -x_2 = \beta$ os valores que exprimem os comprimentos dos segmentos na resolução gráfica e, que, pelas relações entre as raízes e os coeficientes, temos $x_1 + x_2 = -12 \Rightarrow (-x_1) + (-x_2) = 12 \Rightarrow \alpha + \beta = 12$ e $x_1 \cdot x_2 = 5^2 \Rightarrow (-x_1) \cdot (-x_2) = 5^2 \Rightarrow \alpha \cdot \beta = 5^2$, donde concluímos que 5 é a média proporcional entre α e β. Daí, de posse da soma e da média proporcional dos módulos das raízes e utilizando-se da construção vista na seção anterior, chegaremos a solução gráfica da equação.

Construção:

A construção é a apresentada na aplicação 5.4. A figura 48 ilustra a construção.

Figura 48 - Aplicação 5.15



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

A solução gráfica será dada pelos segmentos $\overline{AC} = \beta = -x_2$ e $\overline{BC} = \alpha = -x_1$.

Equação da forma $x^2 + mx - n^2 = 0$.

Analisando os sinais dos coeficientes, concluímos que a raiz de maior módulo tem sinal negativo e a de menor módulo positivo. Portanto, de acordo com o estabelecido inicialmente $|x_1| > |x_2|$, considerando $|x_1| = -x_1 = \alpha$ e x_2 os valores que exprimem os comprimentos dos segmentos na resolução gráfica e, que, das relações existentes entre as raízes e os coeficientes, temos $x_1 + x_2 = -m\bar{r} > (-x_1) + (-x_2) = m \Rightarrow \alpha - x_2 = 12$ e $x_1 \cdot x_2 = -n^2 \Rightarrow (-x_1) \cdot x_2 = n^2 \Rightarrow \alpha \cdot x_2 = n^2$, donde concluímos que $\boldsymbol{n}$ é a média proporcional entre α e x_2. Daí, de posse da diferença e da média proporcional entre α e x_2, e utilizando-se da construção vista na seção 5.5, chegaremos à solução gráfica da equação.

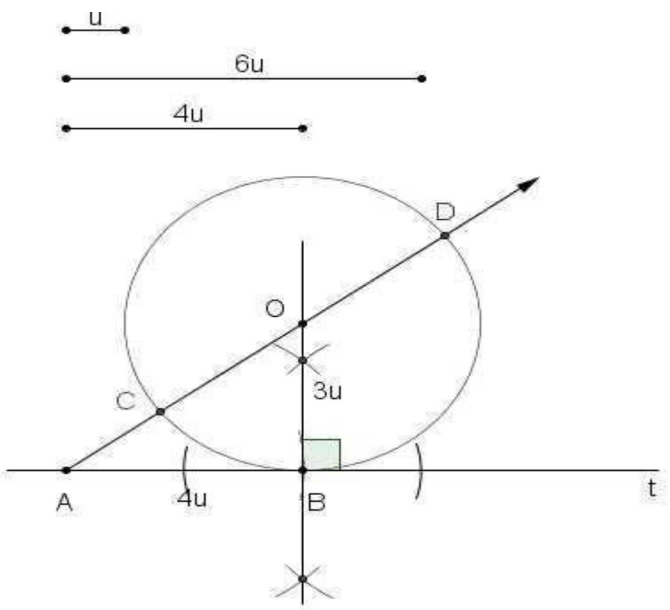
Aplicação 5.16. Determinar graficamente as raízes da equação $x^2 + 6x - 16 = 0$.

Analisando os sinais dos coeficientes, concluímos que a raiz de maior módulo tem sinal negativo e a de menor módulo positivo. Portanto, de acordo com o estabelecido inicialmente, $|x_1| > |x_2|$, considerando $|x_1| = -x_1 = \alpha$ e x_2 os valores que exprimem os comprimentos dos segmentos na resolução gráfica e, que, das relações existentes entre as raízes e os coeficientes, temos $x_1 + x_2 = -6 \Rightarrow (-x_1) + (-x_2) = 6 \Rightarrow \alpha - x_2 = 6$ e $x_1 \cdot x_2 = -4^2 \Rightarrow (-x_1) \cdot x_2 = 4^2 \Rightarrow \alpha \cdot x_2 = 4^2$, donde concluímos que 4 é a média proporcional entre α e x_2 . Daí, de posse da diferença e da média proporcional entre α e x_2 , e utilizando-se da construção vista na seção 5.5, chegaremos à solução gráfica da equação.

Construção:

A construção é a apresentada na aplicação 5.15. A figura 49 ilustra a construção.

Figura 49 - Aplicação 5.15



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

A solução gráfica será dada pelos segmentos $\overline{AD} = \alpha = -x_1$ e $\overline{AC} = x_2$.

Equação da forma $x^2 - mx - n^2 = 0$.

Analisando os sinais dos coeficientes, concluímos que a raiz de maior módulo tem sinal positivo e a de menor módulo negativo. Portanto, de acordo com o estabelecido inicialmente, $|x_1| > |x_2|$, considerando x_1 e $|x_2| = -x_2 = \alpha$ os valores que exprimem os comprimentos dos segmentos na resolução gráfica e, que, pelas relações existentes entre as raízes e os coeficientes, temos $x_1 + x_2 = m \Rightarrow x_1 - (-x_2) = m \Rightarrow x_1 - \alpha = m$ e $x_1 \cdot x_2 = -n^2 \Rightarrow (x_1) \cdot (-x_2) = n^2 \Rightarrow x_1 \cdot \alpha = n^2$, donde concluímos que $\boldsymbol{n}$ é a média proporcional entre x_1 e α. Daí, de posse da diferença e da média proporcional entre x_1 e α, e utilizando-se da construção vista na seção 5.5, chegaremos a solução gráfica da equação.

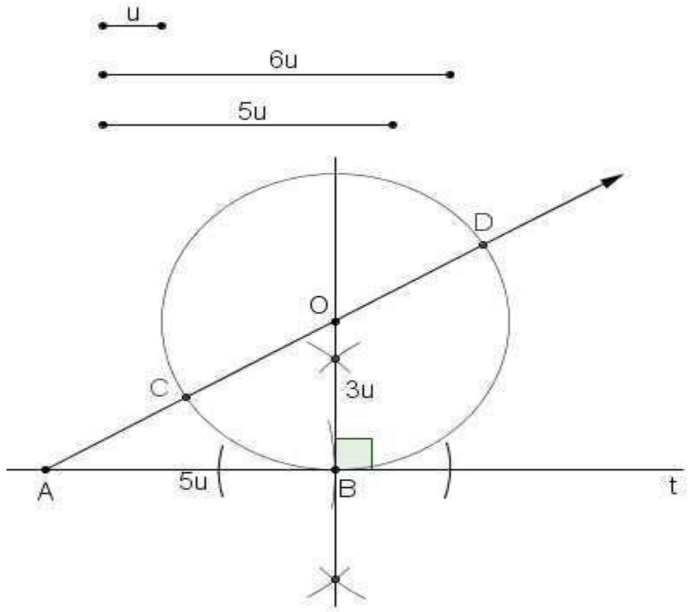
Aplicação 5.17. Determinar graficamente as raízes da equação $3x^2 - 18x - 75 = 0$. Precisamos, inicialmente, preparar a equação de forma que o coeficiente de x^2 seja a unidade. Para tal, basta dividir toda a equação por 3, e assim obteremos $x^2 - 6x - 25 = 0$.

Analisando os sinais dos coeficientes, da nova equação, concluímos que a raiz de maior módulo tem sinal positivo e a de menor módulo negativo. Portanto, de acordo com o estabelecido inicialmente, $|x_1| > |x_2|$, considerando x_1 e $|x_2| = -x_2 = \alpha$ os valores que exprimem os comprimentos dos segmentos na resolução gráfica e, que, pelas relações existentes entre as raízes e os coeficientes, temos $x_1 + x_2 = 6 \Rightarrow x_1 - (-x_2) = 6 \Rightarrow x_1 - \alpha = 6$ e $x_1 \cdot x_2 = -5^2 \Rightarrow x_1 \cdot (-x_2) = 5^2 \Rightarrow x_1 \cdot \alpha = 5^2$ donde concluímos que 5 é a média proporcional entre x_1 e α. Daí, de posse da diferença e da média proporcional entre x_1 e α, e utilizando-se da construção vista na seção 5.5, chegaremos à solução gráfica da equação.

Construção:

A construção é a apresentada na aplicação 5.5. A figura 50 ilustra a construção.

Figura 50 - Aplicação 5.17



Fonte: Adaptado de PAPA NETO, Ângelo. 2025.

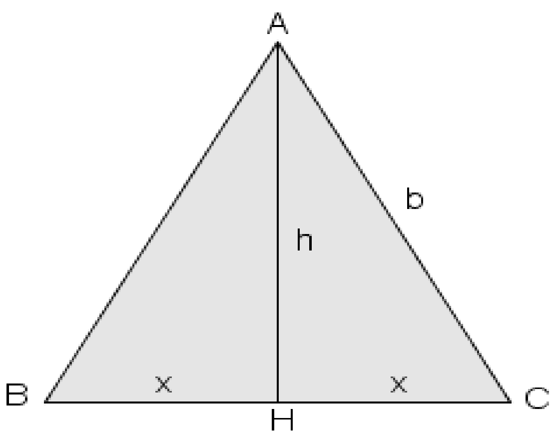
A solução gráfica será dada pelos segmentos $\overline{AD} = x_1$ e $\overline{AC} = \alpha = -x_2$.

Aplicação 5.18. Construir um triângulo isósceles ABC, sabendo-se que a diferença entre a base

$\overline{BC}$ e a altura $\overline{AH}$ é igual ao segmento de comprimento de que o lado $\overline{AC}$ é igual ao segmento de comprimento ***b***.

A figura 58 representa um esboço do triângulo a ser construído.

Figura 51 - Triângulo isósceles



Fonte: o autor (2025).

Sabe-se que $d = 2x - h \Rightarrow h = 2x - d$ e que no triângulo ACH temos $b^2 = x^2 + h^2$. Então, substituindo $h = 2x - d$ em $b^2 = x^2 + h^2$, e, após efetuarmos algumas operações, encontraremos a equação do 2º grau $x^2 - \frac{4d}{5}x + \frac{d^2-b^2}{5} = 0$, a qual resolveremos conforme a aplicação 5.14.

O objetivo é determinar, graficamente, o segmento de comprimento x, para, então, construir o triângulo ABC.

Considerando, como nas aplicações anteriores, x' e x" as raízes da equação temos:

$$x' + x'' = \frac{4}{5}d = m$$

$$x' \cdot x'' = \frac{d^2-b^2}{5} = \left(\sqrt{\frac{d^2-b^2}{5}}\right)^2 = n^2.$$

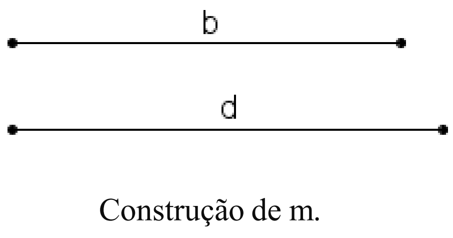
Daí, de posse da soma ***m*** e da média proporcional ***n*** dos comprimentos dos segmentos, podemos obter graficamente a solução gráfica da equação.

Construção:

Inicialmente, determinaremos o segmento de medida *m*, utilizando-se da divisão de segmentos em partes diretamente proporcionais, conforme estudado no capítulo 4. Nesse caso, para obter a fração do segmento *d* pretendida, basta dividi-lo em cinco partes iguais e pegar quatro partes, obtendo o segmento de medida *m*. Em seguida, construiremos o segmento de medida *n*.

Veja que *n*, após algumas operações será obtido pela expressão $n = \frac{\alpha\sqrt{5}}{5}$, com $\alpha = \sqrt{d^2 - b^2}$. Para obtenção de α, faça conforme visto na seção 4.2 e, para obter *n*, conforme visto no capítulo 4. De posse de *m* e *n*, obteremos x_1 e x_2, conforme a aplicação 5.12. Feito isso, com x_1 e x_2 determinados, façamos com a construção do triângulo pedido. A figura 50 ilustra a construção.

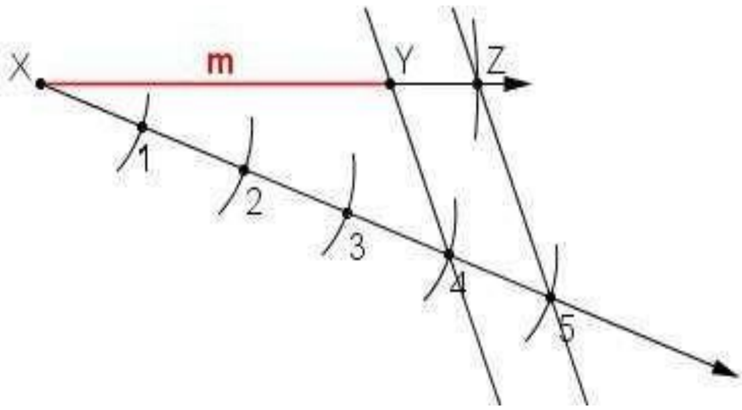
Dados:



Construção de m.

Temos que $m = \frac{4}{5}d$. Portanto, para determinar ***m***, utilizaremos o conceito da divisão de segmento em partes diretamente proporcionais, visto no capítulo 3. Para tal, adotaremos um segmento de medida arbitrária e faremos a divisão do segmento de medida ***d*** em cinco partes diretamente proporcionais a ele, consequentemente, o segmento ***d***, ficará dividido em cinco partes congruentes. Assim, o segmento ***m*** é facilmente determinado.

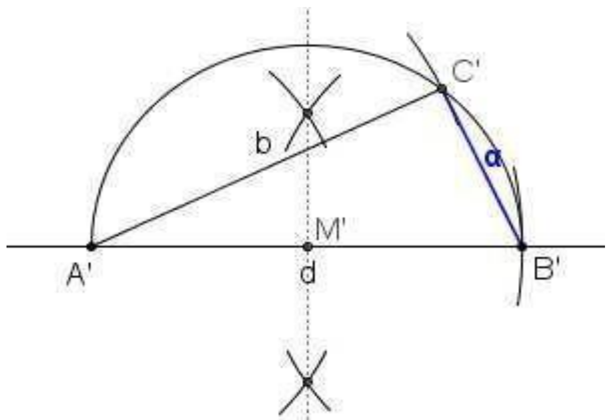
Temos, na figura abaixo, que $\overline{XZ} = d$ e $X_1 = \overline{12} = \overline{23} = \overline{34} = \overline{45}$ são os segmentos de medida arbitrária. Após a construção, m fica determinado pelo segmento XY.



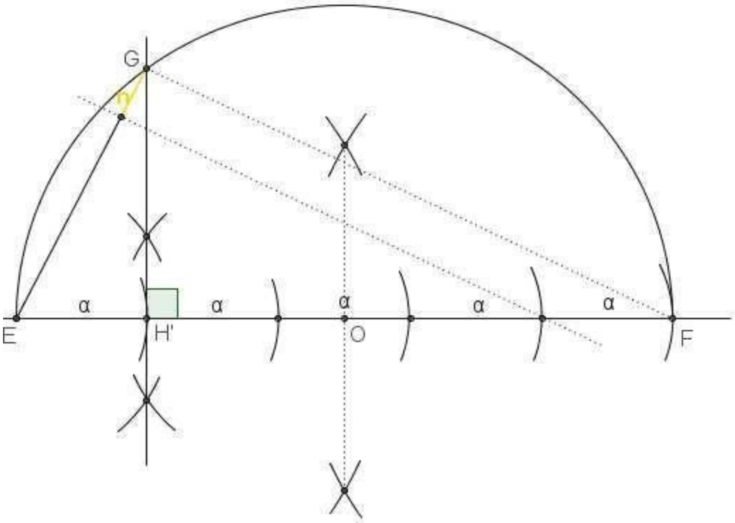
Construção de α.

Temos que α é dado por $\alpha = \sqrt{d^2 - b^2}$. Portanto α é determinado aplicando-se o teorema de Pitágoras. Na expressão, ***d*** é a hipotenusa, ***b***, um dos catetos e, α, o outro cateto.

Construção de n.

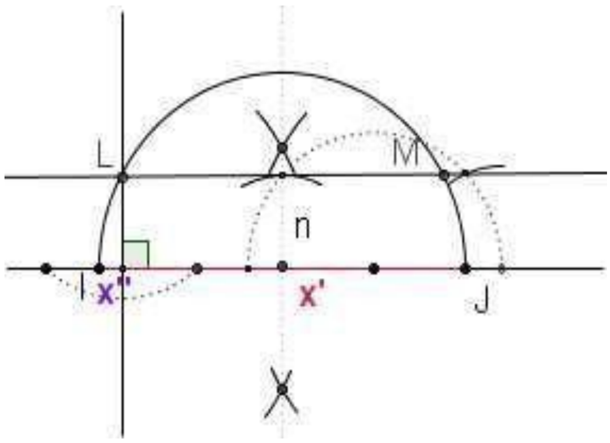


Temos que ***n*** é dado por $n = \frac{\alpha\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{\alpha \cdot 5\alpha}}{5}$. Assim, para determinar ***n***, basta determinar a média proporcional entre α e 5α, para em seguida, dividi-la em cinco partes congruentes.



Construção de x’ e x’’.

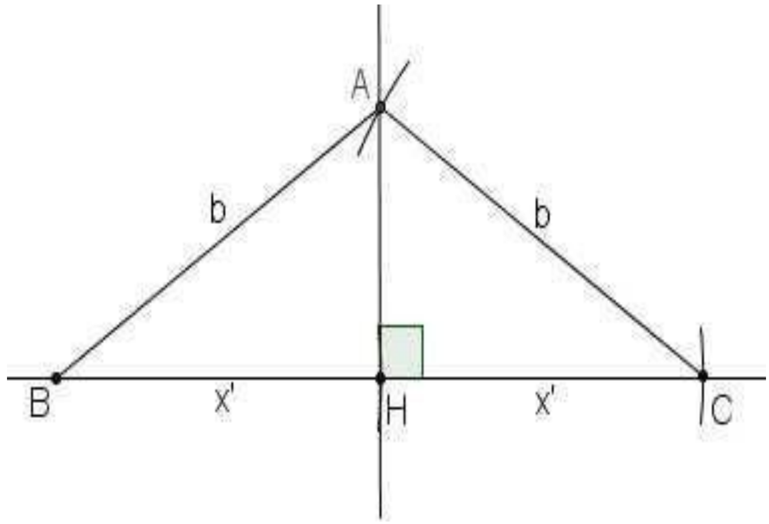
Temos que x’ e x’’ são as raízes da equação $x^2 - \frac{4d}{5}x + \frac{d^2-b^2}{5} = 0$. Sabemos, também, que $x' + x'' = \frac{4}{5}d = m$ e que $x' \cdot x'' = \frac{d^2-b^2}{5} = \left(\sqrt{\frac{d^2-b^2}{5}}\right)^2 = n^2$. Portanto, façamos como nas aplicações anteriores para determiná-las.



Construção do triângulo ABC.

Note que apenas x' é solução do problema. Para construção do triângulo ABC, trace uma reta suporte e transporte a partir de um ponto B qualquer, pertencente a ela, obtendo o ponto C, tal que $\overline{BC} = 2x'$. Então, construa a mediatriz do segmento AC e, em seguida, construa a circunferência de centro C e raio $\boldsymbol{b}$. A interseção da circunferência com a mediatriz, nos dá o ponto A, que ligado com B e C forma o triângulo procurado.

Figura 52 - Aplicação 5.18



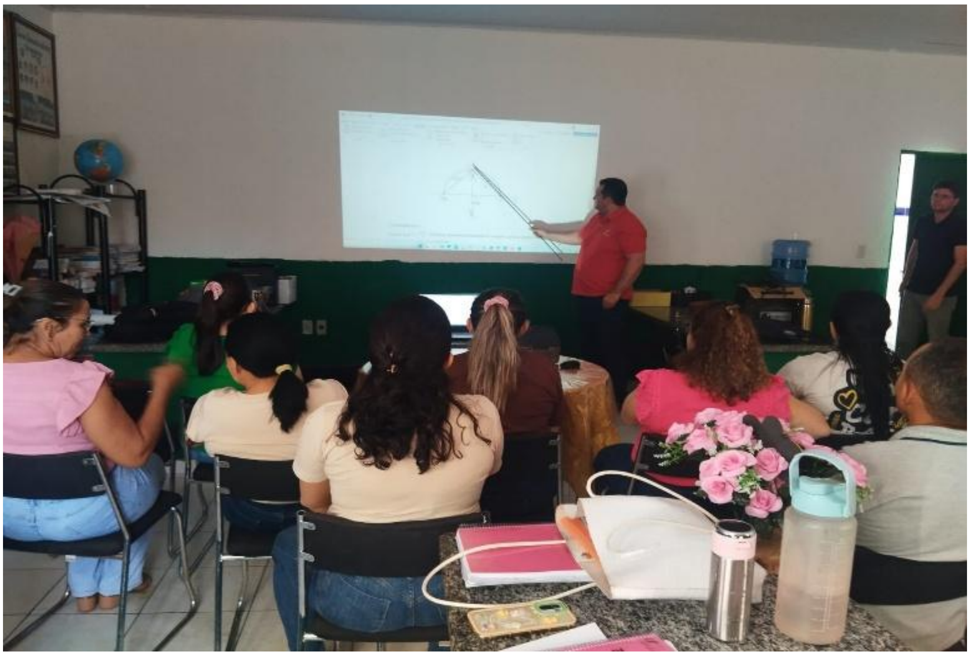
Fonte: o autor (2025).

EXPLANAÇÃO DIDÁTICA: DESENHO GEOMÉTRICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA PARA OS PROFESSORES DO CETI – ANTÓNIO BORGES LEAL.

No contexto da prática docente na rede estadual de ensino, especialmente na escola onde foi desenvolvido este trabalho/pesquisa, tornou-se cada vez mais evidente a necessidade de repensar as estratégias pedagógicas utilizadas no ensino da Matemática, em especial da Geometria. A realidade observada em sala de aula aponta para dificuldades recorrentes por parte dos estudantes em compreender conceitos geométricos e aplicá-los de forma significativa.

Diante disso, foi proposto aos colegas professores que trabalham com a disciplina de matemática, uma reflexão sobre o papel do **desenho geométrico na resolução de problemas** como ferramentas didáticas integradas e eficazes para o fortalecimento da aprendizagem. Onde no momento foi explanado uma série de construções geométricas utilizadas na resolução de problemas, conforme figura 60 a seguir.

Figura 53 - Explanação de conteúdos aos professores



Fonte: o autor (2025)

É notório que desenho geométrico, muitas vezes limitado a atividades mecânicas de traçado, pode e deve ser resgatado como prática investigativa e exploratória. Quando os alunos desenham, constroem, ajustam e analisam figuras geométricas, eles desenvolvem habilidades cognitivas essenciais, como a visualização espacial, o raciocínio dedutivo e a capacidade de abstração. Essa prática, longe de ser ultrapassada, ganha novo significado quando articulada à resolução de problemas reais e contextualizados.

Enquanto isso, a resolução de problemas, por sua vez, representa uma mudança de paradigma no ensino da Matemática. Em vez de ensinar fórmulas e procedimentos prontos para posterior aplicação, essa abordagem propõe que o ensino parta de situações-problema que desafiem o aluno a pensar, formular hipóteses, testar estratégias e refletir sobre seus próprios processos de construção do conhecimento. O foco desloca-se da resposta correta para o caminho percorrido, promovendo autonomia, criticidade e envolvimento ativo com o conteúdo.

Na prática pedagógica observada na escola, atividades que envolveram construção geométrica com régua e compasso, mediadas por desafios reais e contextualizados, despertaram maior engajamento dos alunos. A proposta foi, portanto, que os professores da referida escola, exploremos mais intencionalmente o potencial pedagógico dessas abordagens em suas aulas. Para tanto, é necessário planejar situações que envolvam problematizações geométricas e reservar tempo didático para que os alunos construam, discutam e analisem suas próprias soluções.

Por fim, a adoção dessas práticas exige um processo contínuo de formação docente e troca de experiências entre os professores. A construção de uma cultura escolar voltada para o desenvolvimento do pensamento crítico em Matemática passa, necessariamente, pelo nosso compromisso em propor atividades que desafiem os alunos a pensar, fazer, justificar e reconstruir. O desenho geométrico e a resolução de problemas, quando bem integrados, tornam-se não apenas instrumentos de ensino, mas pontes para uma educação mais significativa, reflexiva e transformadora.