



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

CRISTIANNY FRANCISCA SOARES BEZERRA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS SOCIAIS:
estudo realizado junto a uma comunidade rural do Semiárido pernambucano**

**JUAZEIRO – BA
2025**

CRISTIANNY FRANCISCA SOARES BEZERRA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS SOCIAIS:
estudo realizado junto a uma comunidade rural do Semiárido pernambucano**

Dissertação apresentada à Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro, como requisito para a obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Prof^a. Ma. Tuanny da Silva Maciel

JUAZEIRO – BA

2025

FICHA CATALOGRÁFICA

B574m Bezerra, Cristianny Francisca Soares
Modelagem Matemática e Tecnologias Sociais: estudo realizado junto a uma comunidade rural do Semiárido pernambucano / Cristianny Francisca Soares Bezerra. – Juazeiro - BA, 2025.
xiv, 100 f.: il. 29 cm.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, 2025.

Orientadora: Tuanny da Silva Maciel

1. Matemática. 2. Tecnologias Sociais. 3. Educação básica. I. Título. II. Maciel, Tuanny da Silva. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Márcio Pataro. CRB - 5 / 1369.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA**

FOLHA DE APROVAÇÃO


CRISTIANNY FRANCISCA SOARES BEZERRA

**MODELAGEM MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS SOCIAIS:
estudo realizado junto a uma comunidade rural do Semiárido pernambucano**


Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Matemática, pela Universidade Federal do Vale do São Francisco.

Aprovada em: 11 de abril de 2025.


Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
 **TUANNY DA SILVA MACIEL**
Data: 05/05/2025 20:33:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Ma. Tuanny da Silva Maciel - UNIVASF

Documento assinado digitalmente
 **LINO MARCOS DA SILVA**
Data: 29/04/2025 11:19:07-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dr. Lino Marcos da Silva - UNIVASF

Documento assinado digitalmente
 **JOAO FREDERICO DA COSTA AZEVEDO MEYER**
Data: 05/05/2025 18:16:58-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dr. João Frederico da Costa de Azevedo Meyer - UNICAMP

Ao meu pai, Francisco de Assis Bezerra (*in memoriam*), pelo seu grande amor e por ter impulsionado minha vida profissional na Educação. E a Elias Correia da Silva (*in memoriam*), pai de Sebastião Alves da Silva (Barrinho), pelo legado de compromisso e dedicação que deixou através de sua família (importante colaboradora desta pesquisa).

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, Yahweh, por ser um Pai gracioso, atencioso e provedor, que me trouxe muitas alegrias por meio da experiência do mestrado e por Sua presença em cada etapa.

À minha família paterna, especialmente às tias Trindade, Tereza, Maria José e ao tio Mário, que me acolheram durante todo o período do curso e se doaram para que pudesse ter conforto e condições de estudo.

À minha família materna, especialmente à minha mãe Margarete e à minha irmã Luciana, por terem ajudado com os cuidados domésticos e familiares enquanto estive fora.

Aos irmãos em Cristo, especialmente à Antônia, Diana, Eugênia, Luana, Luciana e Sara, por terem compartilhado comigo todos os momentos, tanto alegres quanto difíceis, e por me ajudarem por meio de suas orações.

Aos amigos Jadsonlee e Patrícia e à sua filha Lavínia, família que também me acolheu em muitos momentos em sua casa, ajudando-me não apenas com espaço e alimentação, mas também com conselhos e direção espiritual.

Ao Centro de Assessoria e Apoio aos Trabalhadores e Instituições Não Governamentais Alternativas (CAATINGA), pela disponibilidade de material, informações e parceria técnica, fundamentais para a realização deste trabalho.

À Família Delmondes da Silva, experimentadora de Tecnologias Sociais, que nos ajudou em vários momentos, não apenas compartilhando seu conhecimento prático sobre as Tecnologias, mas também transmitindo preciosos valores por meio do seu estilo de vida e respeito ao Meio Ambiente.

Ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), por nos oportunizar um conhecimento aprofundado dos conceitos, métodos e aplicação da Matemática, fortalecendo nossa formação enquanto professores.

Aos professores do PROFMAT UNIVASF, pela dedicação e compromisso com nosso aprendizado, que influenciaram direta ou indiretamente na realização deste trabalho. Sentirei muitas saudades de vocês.

À minha orientadora Ma. Tuanny, por me apresentar à Modelagem Matemática, uma área que tem trazido grande significado à minha prática profissional, e também pela paciência e confiança depositadas em mim para a realização deste trabalho.

Aos professores Drs. Lino Marcos da Silva e João Frederico da Costa de Azevedo Meyer (Joni), componentes da Banca examinadora. Vocês são para mim sinônimo de sabedoria, humildade e amor pela Educação matemática.

Aos colegas de trabalho gestores, coordenadora e professores, pelo apoio e auxílio na realização desta pesquisa, dispondo de tempo de aula para a realização de orientação e atividades com estudantes, pesquisa e escrita dos resultados.

Aos estudantes participantes da Eletiva Matemática e Realidade de Vida, por abraçarem o desafio de realizar esta pesquisa e por compartilharem comigo momentos inesquecíveis de muito aprendizado.

Muito obrigada!

“Peçam, e lhes será dado; busquem, e encontrarão; batam, e a porta lhes será aberta. Pois todo o que pede, recebe; o que busca, encontra; e àquele que bate, a porta será aberta” (Mateus 7:7-8).

RESUMO

As transformações sociais e tecnológicas têm resultado em significativas mudanças no processo de ensino e aprendizagem, exigindo dos educadores o desenvolvimento de planos e ações que promovam atitudes e valores essenciais à resolução de problemas e ao exercício da cidadania pelos educandos. Na Educação Matemática, entre as tendências que buscam uma melhor adaptação do ensino em resposta às mudanças deste tempo está a Modelagem Matemática, que permite a construção de um conhecimento significativo e contextualizado por meio da aplicação da Matemática em situações reais. Para isso, o envolvimento entre escola e comunidade através de projetos voltados para a solução de problemas socioambientais, como os desafios de convivência com o Semiárido, pode proporcionar aos estudantes experiências fundamentais. Dessa forma, buscou-se, por meio desta pesquisa, responder à seguinte questão-problema: Como a aplicação da Matemática pode contribuir para a compreensão, o aprimoramento e a valorização de práticas de convivência com o Semiárido? Tendo como objetivo geral analisar as contribuições da Modelagem Matemática para a utilização de Tecnologias Sociais em uma comunidade rural do Semiárido pernambucano, por meio de sua aplicação em uma turma do Ensino Médio. A pesquisa caracteriza-se como exploratória e descritiva, de natureza qualitativa e utilizou como principais instrumentos de coleta de dados o diário de pesquisa da professora e os registros escritos e fotográficos dos estudantes. As atividades foram desenvolvidas ao longo de uma disciplina eletiva e envolveram a participação de 27 estudantes de uma escola pública do Estado de Pernambuco no estudo das Tecnologias Sociais: Sistema de Reúso de Água Cinza (RAC), Biodigestor, Cisterna de Enxurrada e Sistema Agroflorestal (SAF). A pesquisa mostrou que a Modelagem pode contribuir, por exemplo, para o estabelecimento da relação entre a capacidade de filtração de um RAC e a quantidade de pessoas que podem fazer uso dele diariamente; para calcular o número de bovinos que podem ser utilizados para abastecer um biodigestor, com vista à produção de biogás; na escolha do formato mais econômico para construção de uma cisterna de enxurrada; e no estabelecimento de relações que permitam estimar a produção da colheita em um SAF, com base no cálculo do número de mudas e da relação deste com a área disponível para plantação. A experiência permitiu o reconhecimento do papel sociocultural da Matemática para o desenvolvimento de uma consciência crítica e reflexiva a respeito de questões ambientais. Espera-se, portanto, que novas atitudes de conservação e preservação ambiental possam ser praticadas e que os modelos elaborados incentivem mais famílias a adotarem as Tecnologias estudadas, contribuindo para melhores condições de vida no Semiárido Brasileiro.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Tecnologias Sociais, Educação Básica.

ABSTRACT

Social and technological transformations have resulted in significant changes in the teaching and learning process, requiring educators to develop plans and actions that promote attitudes and values essential for problem-solving and the exercise of citizenship by students. In Mathematics Education, among the trends seeking better adaptation of teaching in response to changes in this era, is Mathematical Modeling, which allows the construction of meaningful and contextualized knowledge through the application of Mathematics in real-world situations. To achieve this, the involvement between school and community through projects aimed at solving socio-environmental problems, such as the challenges of living with the semi-arid climate, can provide students with fundamental experiences. Thus, the aim of this research was to answer the following research question: How can the application of Mathematics contribute to the understanding, improvement, and valorization of practices for living with the semi-arid climate? The general objective was to analyze the contributions of Mathematical Modeling to the use of Social Technologies in a rural community in the Pernambuco hinterland, through its application in a high school class. The research is characterized as exploratory and descriptive, of a qualitative nature, and used as its main data collection instruments the teacher's research diary and the written and photographic records of the students. The activities were developed throughout an elective course and involved the participation of 27 students from a public school in the State of Pernambuco in the study of Social Technologies: Gray Water Reuse System, Biodigester, Rainwater Harvesting Tank, and Agroforestry System. The research showed that Modeling can contribute, for example, to establish the relationship between the filtration capacity of a Gray Water Reuse System and the number of people who can use it daily; to calculate the number of cattle that can be used to supply a biodigester for biogas production; in choosing the most economical format for constructing a rainwater harvesting tank; and in establishing relationships that allow estimating crop production in an Agroforestry System based on the calculation of the number of seedlings and their relationship to the available planting area. The experience allowed for the recognition of the sociocultural role of Mathematics in developing a critical and reflective awareness of environmental issues. It is hoped that new attitudes of environmental conservation and preservation will be practiced, and that the models developed will encourage more families to adopt the studied technologies, contributing to improved living conditions in the Brazilian Semi-Arid region.

Keywords: Mathematical Modeling, Social Technologies, Basic Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estados, número de municípios e de habitantes do Semiárido brasileiro	26
Figura 2 – Dados sobre o Semiárido – Clima.....	27
Figura 3 – Representação geométrica do Sistema Mandala.....	39
Figura 4 – Momento de interação com o tema por meio da leitura de livros e pesquisas em websites.....	47
Figura 5 – Realização de palestra com técnico de campo do CAATINGA.....	48
Figura 6 – Realização de aula de campo com a família experimentadora	49
Figura 7 – Coleta de dados com a instrução da família experimentadora	49
Figura 8 – Realização de orientação de equipes.....	51
Figura 9 – Maquetes: RAC e Biodigestor.....	51
Figura 10 – Maquetes: Cisterna de Enxurrada e SAF.....	52
Figura 11 – Socialização do trabalho em sala de aula entre as equipes.....	53
Figura 12 – Socialização do trabalho com a comunidade escolar na Culminância das Eletivas.....	53
Figura 13 – Socialização do trabalho com a família experimentadora e comunidade rural de Lagoa Comprida.....	54
Figura 14 – Momento de reformulação do modelo do RAC.....	54
Figura 15 – Vista frontal do filtro e do tanque de armazenamento do RAC.....	56
Figura 16 – Vista superior da caixa de gordura, do filtro e do tanque de armazenamento do RAC.....	56
Figura 17 – Vista frontal do Biodigestor	64
Figura 18 – Cisterna 1.....	72
Figura 19 – Planificação da Cisterna 1.....	72
Figura 20 – Cisterna 2.....	74
Figura 21 – Planificação da Cisterna 2.....	74
Figura 22 – Exemplos de formatos de bases de cisternas.....	77
Figura 23 – Representação do Sistema Agroflorestal em estudo.....	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tarefas no processo de Modelagem.....	24
Tabela 2 – Quantidade de dejetos produzidos por um animal.....	36
Tabela 3 – Perfil de consumo doméstico de água.....	58
Tabela 4 – Relação entre o volume de água cinza e o número de pessoas.....	59
Tabela 5 – Relações entre número de pessoa, área de absorção e raio do filtro.....	61
Tabela 6 – Relação entre o tipo de animal, quantidade de dejetos e volume de biogás.....	66
Tabela 7 – Relação entre o número de animais e a soma dos volumes da mistura e do biogás e m ³	68

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Perfil de consumo doméstico de água.....	58
Gráfico 2 – Volume de água cinza em função do número de pessoas.....	60
Gráfico 3 – Área de absorção em função do número de pessoas.....	62
Gráfico 4 – Área de absorção em função do raio do filtro.....	62

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
2 REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA	18
2.1.1 O que é a Modelagem Matemática?.....	18
2.1.2 Histórico da Modelagem Matemática	19
2.1.3 Por que implementar a Modelagem Matemática?	21
2.1.4 Como aplicar a Modelagem Matemática?	23
2.2 TECNOLOGIAS SOCIAIS DE CONVÍVIO COM O SEMIÁRIDO.....	26
2.2.1 Contexto do Semiárido Brasileiro	26
2.2.2 Tecnologias Sociais – O que são?	27
2.2.2.1 Sistema de Reúso de Água Cinza	28
2.2.2.2 Biodigestor	29
2.2.2.3 Cisterna de Enxurrada.....	30
2.2.2.4 Sistema Agroflorestal.....	31
2.3 TRABALHOS ENVOLVENDO MODELAGEM MATEMÁTICA.....	32
2.3.1 O caso das Embalagens.....	32
2.3.2 A Produção de Biogás.....	35
2.3.3 O Sistema Mandala	38
3 METODOLOGIA	42
3.1 TIPO DE PESQUISA	42
3.2 CONTEXTO E LOCAL DA PESQUISA	42
3.3 PARTICIPANTES	43
3.4 TÉCNICA E INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	43
3.5 PROCEDIMENTOS DE COLETA E ANÁLISE DE DADOS.....	44
4 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE	46
4.1 INTERAÇÃO.....	47
4.2 MATEMATIZAÇÃO.....	50
4.3 MODELO MATEMÁTICO.....	52
5 RESULTADOS	55
5.1 AS EQUIPES E OS MODELOS PRODUZIDOS	55
5.1.1 Equipe 1 – Sistema de Reúso de Água Cinza	55
5.1.2 Equipe 2 – Biodigestor	63

5.1.3 Equipe 3 – Cisterna de Enxurrada	69
5.1.4 Equipe 4 – Sistema Agroflorestal – SAF	78
6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	83
6.1 EQUIPE 1	83
6.2 EQUIPE 2.....	84
6.3 EQUIPE 3.....	85
6.4 EQUIPE 4.....	86
6.5 OBSERVAÇÕES GERAIS	87
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	89
REFERÊNCIAS	92

1 INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem tem passado por diversas mudanças ao longo dos últimos anos, em resposta às necessidades geradas pelas transformações sociais e tecnológicas. No Brasil, a implementação de algumas dessas inovações ocorreu com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o Novo Ensino Médio (resultado da Lei nº 13.415/2017) e os programas de Escolas em Tempo Integral (Brasil, 2017a).

Esse contexto de transformações exige dos educadores o planejamento e a execução de ações que favoreçam o desenvolvimento de competências nos educandos. Estas envolvem, além de conhecimentos e habilidades práticas e socioemocionais, “atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (Brasil, 2018).

Em se tratando do ensino de Matemática, o desenvolvimento de atitudes e valores não pode se dar por meio de práticas fragmentadas e descontextualizadas, comuns nos métodos tradicionais de ensino. Faz-se necessário, portanto, o uso de métodos que permitam a significação dos conteúdos e a compreensão da utilidade da Matemática por meio de sua aplicação. Goés e Goés (2023, p. 131) ainda afirmam que

É necessário que o professor se preocupe em não apenas utilizar a Matemática aplicada ao cotidiano dos estudantes, mas também fazer com que eles realizem reflexões sobre como esta Matemática pode contribuir no que se refere aos problemas sociais, às benfeitorias.

A aproximação entre as ações escolares e outros setores da sociedade, bem como o envolvimento em projetos voltados para a solução de problemas socioambientais, pode proporcionar aos estudantes experiências fundamentais para o desenvolvimento de novas atitudes e valores diante dos desafios contemporâneos.

Na Educação Matemática, entre as tendências que buscam uma melhor adaptação do ensino em resposta às mudanças sociais deste tempo está a Modelagem Matemática (Brockveld; Munhoz, 2023), que consiste “em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” (Burak; Aragão, 2012, p. 88).

Assim, com o intuito de promover “um aprendizado significativo e integrado ao contexto local” (Pernambuco, 2024, p. 25) através da Modelagem Matemática,

estabeleceu-se uma parceria com o Centro de Assessoria e Apoio aos Trabalhadores e Instituições Não Governamentais Alternativas (CAATINGA), organização não governamental que busca a garantia dos direitos dos sertanejos por meio de ações de promoção e fortalecimento da agricultura familiar (CAATINGA, 2025). Entre suas ações está o desenvolvimento de Tecnologias Sociais junto a famílias de agricultores do Semiárido pernambucano.

Dessa forma, buscou-se nesta pesquisa, responder à seguinte questão-problema: *Como a aplicação da Matemática pode contribuir para a compreensão, o aprimoramento e a valorização de práticas de convivência com o Semiárido?* Tendo como objetivo geral analisar as contribuições da Modelagem Matemática para a utilização de Tecnologias Sociais em uma comunidade rural do Semiárido pernambucano, por meio de sua aplicação em uma turma do Ensino Médio.

Para alcançar esse objetivo, foi necessário conhecer e compreender a importância das Tecnologias Sociais enquanto práticas de convivência no semiárido; integrar os conhecimentos matemáticos com a educação ambiental no contexto das Tecnologias Sociais; explicar, utilizando conceitos matemáticos, o funcionamento das Tecnologias aplicadas por famílias experimentadoras; investigar as melhores formas de utilização dessas Tecnologias, com o auxílio da Matemática, de modo a contribuir para o seu aprimoramento; consolidar a compreensão dos conceitos e objetos matemáticos por meio de sua aplicação; e estimular a conscientização dos participantes do projeto e da comunidade escolar quanto aos desafios de conservação e ao uso sustentável dos recursos naturais.

Sabe-se que a análise de uma situação a partir dos dados matemáticos relacionados a ela pode contribuir significativamente tanto para sua compreensão quanto para a identificação de fatores limitantes ou potencializadores, e estes podem levar ao desenvolvimento de melhores estratégias.

Além disso, esta pesquisa torna-se relevante por contribuir com o desenvolvimento de uma aprendizagem contextualizada e significativa por parte dos estudantes da Escola de Referência em Ensino Médio São Sebastião, bem como com o desenvolvimento de atitudes e valores que sejam reproduzidos em suas famílias, comunidade escolar e sociedade, permitindo, assim, a transformação da educação escolar em sabedoria social ao “usar o que se aprende para construir conhecimentos na vida, para melhoria da qualidade de vida, para mudar a história” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2021, p. 57).

Este trabalho está estruturado em sete seções, sendo esta introdução a primeira delas. A segunda seção apresenta o Referencial Teórico, que aborda o tema da Modelagem Matemática, conceitos e descrição do funcionamento das Tecnologias Sociais, objeto do estudo, e alguns exemplos de pesquisas, na área de Modelagem, envolvendo essas Tecnologias.

Em seguida, na seção três, é apresentada a Metodologia, com a descrição do tipo de abordagem, contexto e local da pesquisa, participantes, técnica e instrumentos de coleta de dados e os procedimentos de coleta e análise de dados.

A Descrição da Atividade é realizada na seção quatro, na qual é detalhada como foram divididas as equipes de estudantes para o estudo de Tecnologias diferentes em três etapas: Interação, Matematização e Modelo matemático.

Nas três últimas seções, são apresentados os Resultados, a Discussão e as Considerações Finais da pesquisa, respectivamente, com detalhamento dos modelos matemáticos para as Tecnologias: Sistema de Reúso de Água Cinza, Biodigestor, Cisterna de Enxurrada e Sistema Agroflorestal.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1.1 O que é a Modelagem Matemática?

A Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática “cujo surgimento é decorrente da necessidade do ser humano de compreender certos fenômenos que fazem parte do seu cotidiano” (Goés; Goés, 2023, p. 47). Isso conduz ao entendimento de que a Matemática não é apenas algo presente em tudo, mas algo necessário à compreensão da vida ao nosso redor (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2021, p. 13).

Ela se constitui, ainda, numa “alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” (Almeida; Silva; Vertuan, 2022, p. 9). Sua utilização na sala de aula tem se desenvolvido sob diferentes concepções e finalidades, sem, porém, perder o propósito de aplicação da Matemática para a compreensão da realidade, bem como para a proposição de soluções para seus problemas.

No mesmo sentido, Bassanezi (2023, p. 16) conceitua a Modelagem Matemática como a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Uma experiência que leva ao entendimento de que a Matemática não é apenas uma ciência abstrata, mas interessantemente aplicável e necessária em todas as áreas de conhecimento, podendo direcionar o estudante em suas aptidões e escolhas acadêmicas.

Seu caráter artístico também é defendido por Biembengut e Hein (2023, p. 13), quando afirmam que a Modelagem Matemática “é uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”. Um processo que envolve não apenas o conhecimento Matemático, mas também criatividade, intuição e ludicidade. Assim, a Modelagem depende do conhecimento do modelador, podendo ir da Matemática mais simples à sofisticada (Biembengut; Hein, 2023, p. 12), além de ser um processo que desafia a uma busca cada vez maior do conhecimento matemático.

Na perspectiva de Burak e Aragão (2012, p. 87-88) a Modelagem Matemática constitui-se como uma metodologia para o ensino de Matemática, caracterizando-se como “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”. Dessa forma, sua aplicação visa formar cidadãos aptos a atuar na sociedade de maneira crítica, reflexiva e responsável. Pessoas que tenham autonomia, proatividade, capacidade de decisão e, conseqüentemente, de transformação social.

Na concepção de Meyer, Caldeira e Malheiros (2021, p. 33-34) a Modelagem pode ser entendida como o ato de “educar matematicamente”, o que vai além de ser apenas um método de ensino, mas o resgate de “outras formas de se trabalhar com a Matemática”, tendo como característica principal sua aplicação em problemas reais.

Dessa forma, compreende-se que a Modelagem Matemática representa uma excelente oportunidade para a necessária transformação de práticas pedagógicas, viabilizada à medida que, por meio da pesquisa, se constrói um novo olhar sobre uma realidade diferente daquela em que se foi formado, cultivando a esperança de tempos melhores para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

2.1.2 Histórico da Modelagem Matemática

Pode-se dizer que o início da Modelagem Matemática ocorreu à medida que as civilizações passaram a utilizar símbolos, códigos, expressões e equações matemáticas para explicar situações do cotidiano. Ela esteve presente sempre que uma nova teoria científica surgia, como, por exemplo, na descoberta de Pitágoras de que os sons musicais possuem tempos diferentes, utilizando frações e proporções. Outro exemplo é o de William Harvey, que, ao observar que a frequência média de 72 batimentos por minuto do coração faz jorrar o triplo do peso do corpo humano, concluiu que a rota do fluxo sanguíneo é sempre a mesma (Biembengut; Hein, 2023, p. 15-16).

A Modelagem é um conceito comum no campo da Matemática Aplicada, no qual teve um grande avanço após a Segunda Guerra Mundial (Burak, 2016, p. 17), aqui tem-se os chamados modeladores profissionais, matemáticos que se dedicam à explicação e resolução de problemas reais através da Matemática. No entanto, nesse contexto, os objetivos e a dinâmica do trabalho com Modelagem diferem do contexto escolar (Barbosa, 2004, p. 2), no qual esta pesquisa foi desenvolvida.

No que diz respeito à Educação Matemática, a Modelagem teve seu início no final dos anos 70, com a realização do III Congresso Internacional de Educação Matemática, na Alemanha. Na ocasião, ela foi um dos temas compartilhados com dois mil educadores de vários países e surgia com a ideia de ser uma metodologia de ensino de Matemática (Burak, 2016, p. 17).

Goés e Goés (2023, p. 48) afirmam que o avanço das tecnologias levou à substituição do trabalho humano por máquinas e que, em consequência disso, “os conceitos matemáticos passam pelo cotidiano sem serem notados, trazendo a crença de que a Matemática é utilizada somente nos bancos escolares”. Isso fez com que, a partir dos anos 1980, alguns pesquisadores passassem a se dedicar ao estudo do tema.

No Brasil, entre os precursores da Modelagem para o ensino da Matemática estão Ubiratan D’Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi que, por meio de pesquisas, publicação de livros e artigos, promoção de cursos de especialização e palestras, difundiram o método, buscando romper com o modelo clássico, descontextualizado, que priorizava a memorização dos conteúdos (Burak, 2016, p. 18). “Foi a partir dessa época que professores [...] de diferentes níveis de escolaridade passaram a ser os personagens principais dessa história” (Almeida, 2021, p. 9).

No final dos anos 1980, com o avanço das experiências e produção científica sobre o assunto, vários pesquisadores começaram a tecer diferentes concepções a respeito da Modelagem Matemática. Nessa época, destaca-se o trabalho de Dionísio Burak na introdução da metodologia em questão para o Ensino Fundamental e Médio (Burak, 2016, p. 19).

A partir de então, surgiram “alguns grupos de pesquisa que defendem a Modelação Matemática [como é chamada a Modelagem enquanto metodologia de ensino] como importante linha de pesquisa” (Ferreira; Silveira; Silva, 2013, p. 15). Entre eles estão: o Grupo de Trabalho (GT) de Modelagem Matemática, criado em 2001 pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), e o Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino (CREMM), criado em 2006, vinculado à Universidade Regional de Blumenau (Ferreira; Silveira; Silva, 2013, p. 13).

Além dos grupos de estudo, a promoção de revistas e realização de eventos na área da Educação Matemática envolvendo a Modelagem mostram como ela vem ganhando cada vez mais espaço no cenário educacional brasileiro. Na Rede Estadual de Ensino de Pernambuco, por exemplo, ela tem sido introduzida nos últimos anos

por meio da publicação de materiais de apoio à ação docente (Pernambuco, 2024) e da sua inclusão em ementas de disciplinas optativas e obrigatórias (Pernambuco, 2023).

2.1.3 Por que implementar a Modelagem Matemática?

Na introdução deste trabalho falou-se sobre os desafios educacionais frente às várias transformações sociais deste tempo e da necessidade de mudança quanto aos métodos de ensino, de modo a tornar a aprendizagem da Matemática mais significativa. Nesse sentido, Burak e Aragão (2012, p. 87) afirmam:

Entendemos que as necessidades atuais da nossa sociedade do século XXI são diferentes das necessidades do século XX, [...] embora reconheçamos não ser esse o principal motivo para a mudança que consideramos inevitável. A própria mudança de mundo é inevitável, os novos desafios, o surgimento das novas tecnologias de comunicação e da informação, sobretudo pelos desafios colocados aos professores de Matemática da Educação Básica na condução da formação dos nossos estudantes. Não podemos prever que Matemática eles usarão daqui a alguns anos, mas temos a certeza de que deverão tomar decisões, ter autonomia e tornarem-se responsáveis por grandes transformações no âmbito da sociedade (Burak; Aragão, 2012, p.87).

Considerando esses desafios e a necessidade de adaptação do ensino às mudanças da sociedade, compreende-se que a Modelagem Matemática não é apenas uma alternativa eficaz, mas torna-se necessária “para se viver de modo pleno uma cidadania republicana proativa” (Meyer, 2020, p. 143).

Dessa forma, torna-se imprescindível compreender as razões que justificam a adoção da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, uma vez que sua utilização vem sendo estimulada e sua adesão vem crescendo por várias razões, que também respondem ao “Por que Modelagem?”:

Pelas suas possibilidades metodológicas, pela visão ampla que proporciona em relação a um assunto, pela visão de totalidade, por envolver de forma natural e indissociável o ensino e a pesquisa e pela possibilidade de, por meio dela, almejar-se um dos principais objetivos da educação: o desenvolvimento da autonomia do educando. E, também, porque satisfaz as necessidades de um ensino da Matemática mais dinâmico, revestido de significado nas ações desenvolvidas, tornando o estudante mais atento, crítico e independente (Burak, 2016, p. 37-38).

No mesmo sentido, Biembengut e Hein (2023, p. 18-19) listam alguns objetivos para utilização da Modelagem enquanto metodologia de ensino:

aproximar uma outra área do conhecimento da Matemática; enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno; despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade; melhorar a apreensão dos conceitos

matemáticos; desenvolver a habilidade para resolver problemas; e estimular a criatividade.

Barbosa (2004, p. 2) também apresenta diferentes argumentos para sua utilização: como “motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilização da Matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da Matemática”.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2021, p. 55-56) afirmam que a Modelagem Matemática se apoia em três aspectos paradigmáticos. O primeiro é a *necessidade de aprender*, levando em consideração que a Modelagem, para além de possuir uma motivação lúdica, “pode ser resultado de um anseio da comunidade, da escola e dos alunos”. O segundo é a *mudança do sujeito*, ou seja, dos estudantes, à medida que assumem a responsabilidade de que o seu trabalho, esforço e crítica podem atender às necessidades de sua comunidade. O terceiro consiste no fato de que *algo novo pode ser feito*, mesmo quando um modelo é considerado errado, pois isso ainda pode levar “a uma nova compreensão do problema original e também do modelo matemático”.

Almeida, Silva e Vertuan (2022, p. 29-30), ao tratar do “porquê”, listam alguns aspectos favorecidos pelo uso da Modelagem:

A ativação de aspectos motivacionais e relações com a vida fora da escola ou com as aplicações da Matemática; a viabilização ou solicitação do uso do computador nas aulas de Matemática; a realização de trabalhos cooperativos; o desenvolvimento do conhecimento crítico e reflexivo; o uso de diferentes registros de representação; a ocorrência da aprendizagem significativa.

Ainda respondendo ao “Por quê?”, Almeida e Silva (2014, p. 18-19) destacam algumas potencialidades da Modelagem Matemática para a aprendizagem dos estudantes: “oportunidade de fazer matematização, apropriar-se de diferentes linguagens, realizar semioses, desenvolver seu próprio monitoramento cognitivo e favorecer uma aprendizagem significativa”.

Por estar diretamente ligada aos processos matemáticos de resolução de problemas, a Modelagem Matemática tem o potencial de desenvolver a “capacidade de aprender do estudante, indicando o método da busca por soluções, e não apenas por respostas prontas” (Goés; Goés, 2023, p. 51).

Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (Brasil, 2018, p. 266).

Diante dos argumentos apresentados, destacam-se alguns fatores motivadores para este estudo: a integração dos conhecimentos matemáticos com a educação ambiental no contexto das Tecnologias Sociais; a melhor compreensão dos conceitos e objetos matemáticos; a ampliação da percepção do papel sociocultural da Matemática; o estímulo à consciência ambiental dos estudantes em nível regional; e a promoção de uma aprendizagem contextualizada e significativa.

2.1.4 Como aplicar a Modelagem Matemática?

A Modelagem Matemática, seja vista como uma alternativa pedagógica, uma arte, uma metodologia de ensino, um campo de estudo ou um meio de educar matematicamente, segue etapas que variam de autor para autor, mas que, em essência, são equivalentes.

Os procedimentos para a realização da Modelagem Matemática adotados por Meyer, Caldeira e Malheiros (2021, p. 16-17) dividem-se em três etapas: *Formulação*, fase na qual é definido o problema a ser trabalhado e realizada sua simplificação; *Resolução*, que, em muitos casos, ocorre de forma aproximada; e *Avaliação*, etapa na qual se faz necessária a questão: “Esse resultado obtido na abstração matemática ou por processos matemáticos de resolução e aproximação se presta ao problema inicialmente proposto?” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2021, p. 16-17).

Para Biembengut e Hein (2023, p.13) o ‘Como aplicar Modelagem?’ também pode ser dividido em três etapas: a *Interação*, na qual ocorre o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado; a *Matematização*: que inclui a formulação do problema e sua resolução em termos de modelo; e o *Modelo matemático*, fase em que se realiza a interpretação da solução e a validação do modelo.

Já Almeida e Silva (2014, p. 4-5), propõem quatro fases no processo de Modelagem: *Inteiração*, que envolve a escolha de um tema e a busca de informações a seu respeito; *Matematização*, fase em que a linguagem natural da situação-problema é transformada em linguagem matemática; *Resolução*, que corresponde à construção do modelo; e *Interpretação de resultados e validação*, que consiste na validação matemática associada ao problema.

Burak (1998, 2004 *apud* Burak; Aragão, 2012, p. 89), sugere cinco etapas: “1) escolha de um tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do(s) problema(s); 4) resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema; 5) análise crítica da(s) solução(ões).”

Barbosa (2004, p. 4-5), respondendo ao ‘Como?’, classificou a experiência com Modelagem em três casos segundo a sua extensão e participação do professor e alunos em cada etapa. O caso 1, aplica-se a pequenos projetos de investigação em que o professor apresenta o problema com todos os seus dados e os estudantes ficam responsáveis pela sua investigação, a experiência pode ocorrer na própria sala de aula, sem a necessidade de ir à campo para a coleta de dados. Os casos 2 e 3 aplicam-se a projetos maiores, onde a coleta de dados pode ser feita fora da sala de aula ou mesmo do espaço escolar. No caso 2, o professor formula o problema, mas a coleta de dados e a investigação ficam à cargo dos estudantes, sob orientação do professor. Já no caso 3, os problemas são gerados a partir de temas ‘não-matemáticos’, “que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos”, e estes estão envolvidos em todas as fases do processo.

“Do caso 1 para o 3, a responsabilidade do professor sobre a condução das atividades vai sendo mais compartilhada com os alunos” (Barbosa, 2004, p. 5). A Tabela 1 representa a participação desses atores em cada fase do processo de Modelagem.

Tabela1 – Tarefas no processo de Modelagem

		CASO 1	CASO 2	CASO 3
Formulação do problema		Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação		Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Coleta de dados		Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Solução		Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004, p. 5).

Apesar das variações entre os autores, todos os modelos apresentados envolvem três aspectos fundamentais: a escolha e a interação com um tema, a matematização (incluindo a elaboração de hipóteses e formulação de questões) e a

modelagem (com a resolução dos problemas e sua avaliação). Para a realização da experiência descrita neste trabalho utilizou-se as etapas propostas por Biembengut e Hein (2023), em um estudo do tipo Caso 3 (Barbosa, 2004), que serão detalhadas a seguir.

A etapa de *Interação* começa com a escolha do tema, que pode ser definido pelo professor ou pelos alunos, conforme mencionado anteriormente. Em seguida, os estudantes se familiarizam com o assunto por meio de pesquisas em diversas fontes, como livros, revistas, internet, entrevistas e/ou palestras. Para tornar esse processo mais dinâmico e colaborativo, os estudantes podem ser organizados em pequenos grupos.

Após a interação com o tema, na segunda etapa, chamada de *Matematização*, os estudantes irão elaborar hipóteses e questionamentos sobre o tema. Esse processo pode ocorrer espontaneamente, pois à medida em que os estudantes pesquisam, questionamentos que requerem a Matemática para sua solução podem surgir naturalmente. E, por vezes, pode demandar maior esforço, dada a dificuldade em transformar a linguagem natural da situação em linguagem matemática. “Faz-se necessário que as primeiras hipóteses sejam simples e possam ser resolvidas por meio da Matemática já estudada” (Goés; Goés, 2023, p. 55). Nesta etapa o papel do professor é primordial, ajudando os estudantes a permanecerem motivados e a compreenderem melhor o propósito da Modelagem.

A *Matematização* culmina com a elaboração do *Modelo Matemático*, nome que Biembengut e Hein (2023, p. 13) usam para a terceira etapa. “Quando o problema é resolvido, há continuidade da Modelagem Matemática na interpretação dos resultados encontrados, que precisam ser verificados, conferindo-se se são válidos para o problema” (Goés; Goés, 2023, p. 55). Esta validação envolve o retorno à fonte dos dados, àqueles que foram consultados na etapa de interação, para saber se o modelo elaborado faz sentido na prática. E, a partir daí, tomar decisões, que podem ser a reformulação do modelo, quando este não consegue representar bem a realidade, ou a divulgação do modelo com vista à promoção de novas atitudes frente ao problema, esse passo “é aquele do compromisso com a sociedade e a natureza” (Meyer, 2020, p. 145).

Embora a avaliação do estudante não esteja listada entre as etapas da Modelagem Matemática, ela deve ser feita analisando cada fase e o desenvolvimento

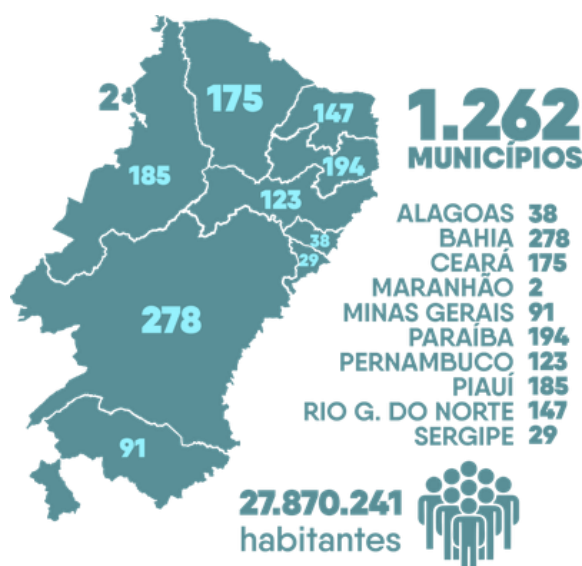
do processo em geral. Assim, o professor poderá orientar os estudantes para que estes saibam se atingiram o objetivo proposto em cada etapa.

2.2 TECNOLOGIAS SOCIAIS DE CONVÍVIO COM O SEMIÁRIDO

2.2.1 Contexto do Semiárido Brasileiro

A região do Brasil caracterizada pelo clima semiárido, conhecida como Semiárido brasileiro, abrange os 9 estados da região Nordeste e o norte de Minas Gerais. Corresponde a 12% do território nacional, com quase 28 milhões habitantes, dos quais 38% vive na zona rural, conforme dados do Instituto Nacional do Semiárido - INSA (2025), representados da Figura 1.

Figura 1 – Estados, número de municípios e de habitantes do Semiárido brasileiro



Fonte: INSA (2025).

Esse clima, representado na Figura 2, caracteriza-se por chuvas irregulares e altas taxas de evapotranspiração, ou seja, a quantidade de chuva é três vezes menor do que a água que evapora (Barbosa, 2010, p. 32). Além disso, os índices pluviométricos são baixos, com uma média anual de 800 mm, sendo que, nos períodos de estiagem, a precipitação de chuvas cai para 200 mm anuais (INSA, 2025; e Barbosa, 2010, p. 32). Todos esses fatores levam a uma menor disponibilidade de água na região.

Figura 2 – Dados sobre o Semiárido – Clima



Fonte: INSA (2025).

Nos períodos de estiagem, a escassez de água impacta as atividades agrícolas, industriais e econômicas da região. Barbosa (2010, p. 32) afirma que “uma pessoa pode passar até 36 dias/ano em busca de água”, o que tem levado à necessidade do desenvolvimento de práticas que ajudem no convívio com esse tipo de clima.

Em resposta às necessidades da região, famílias agricultoras camponesas passaram a testar, adaptar e inventar novas formas de captar e armazenar a água das chuvas (Barbosa, 2010, p. 32-33). Nesse contexto, várias Tecnologias Sociais foram surgindo com o objetivo de proporcionar qualidade de vida na região, não apenas pelo acesso à água, mas também por meio de melhores condições de saneamento, produção de alimentos, gás, energia, entre outros benefícios.

2.2.2 Tecnologias Sociais – O que são?

Geralmente, quando se fala em tecnologia, as primeiras ideias estão relacionadas às máquinas e equipamentos eletrônicos, softwares, robôs, entre outros equipamentos cuja produção envolve insumos artificiais, de alto custo, realizada por grandes empresas, gerando impactos ambientais, além de possuir um acesso limitado por boa parte da população. Estas são as tecnologias convencionais (Almeida, 2010, p. 14).

“A defesa do que se convencionou chamar de Tecnologia Social (TS) fundamenta-se na oposição às tecnologias convencionais” (Almeida, 2010, p. 13). Trata-se de métodos, técnicas e produtos que se desenvolvem na interação com a comunidade, à medida que o conhecimento científico dialoga com o saber popular, gerando efetivas soluções de transformação para comunidades e regiões que vivem em condições de vulnerabilidade social (Barreto; Piazzalunga, 2012, p. 4; Souza, 2010, p. 47; Pena, 2010, p. 43-44).

As TS possuem como característica a necessidade de serem sustentáveis, replicáveis e por “incorporar os membros da comunidade, tanto no processo de planejamento quanto de execução da pesquisa e de sua implementação local” (Barreto; Piazzalunga, 2012, p. 4).

Fonseca (2010, p. 71) afirma que “a sociedade constrói a ciência e a tecnologia, ao mesmo tempo, a ciência e a tecnologia constroem a sociedade”, é nesse sentido que as TS são desenvolvidas, com o objetivo de promover a inclusão social, a qualidade de vida e o cuidado coletivo com a vida na terra (Lima, 2010, p. 93).

Segundo Maciel e Fernandes (2010, p. 25), elas “vem obtendo um reconhecimento crescente no que se refere à capacidade de promover um novo modelo de produção da ciência e da aplicação da tecnologia em prol do desenvolvimento social”.

“A convivência com o Semiárido pressupõe a adoção da cultura do estoque” (ASA, 2025). Estoque de água, alimentos, sementes, de modo suprir as necessidades das famílias em tempo de seca. Esse é um dos objetivos que levam à criação de TS, podendo estas atenderem a diferentes áreas. Neste trabalho serão estudadas apenas quatro delas relacionadas ao saneamento básico, ao armazenamento de água, à produção de gás de cozinha e à produção de alimentos.

2.2.2.1 Sistema de Reúso de Água Cinza

O Sistema de Reúso de Água Cinza (RAC) consiste numa importante e eficaz Tecnologia Social de reaproveitamento dos efluentes domésticos, estando, portanto, relacionada ao saneamento básico. Na zona rural, cerca de 70 % das residências não têm acesso a este serviço. Isso faz com que aumente o risco de contaminação das águas e do solo, além da proliferação de doenças (Veras *et al.*, 2023, p. 10).

Para a compreensão do funcionamento de um RAC, faz-se necessário definir, primeiramente, águas cinzas. Águas cinzas são as águas geradas a partir de atividades como “lavagem de roupa, louças, mãos, escovação de dentes e banho” (Melo; Silva; Lima, 2023). Ou seja, não se deve incluir a água dos vasos sanitários rica em fezes e urina. As águas cinzas produzida por uma família, “compõe mais da metade dos efluentes residenciais” (Santana *et al.*, 2020, p. 44).

O RAC é composto por três estruturas principais: a caixa de gordura, o filtro de areia (ou biofiltro, no caso do Bioágua Familiar) e o tanque de armazenamento ou de reúso. Além dessas, fazem parte do Sistema uma rede coletora, uma rede de distribuição e equipamentos de irrigação (Moraes *et al.*, 2023, p. 19).

As águas cinzas são conduzidas por gravidade da residência até a caixa de gordura, por meio da rede coletora. A caixa de gordura tem a função principal de reter gorduras e sólidos, evitando obstruções no sistema. Após essa etapa, a água passa pelo filtro, onde as impurezas são removidas. Em seguida, é direcionada para o tanque de armazenamento, de onde será distribuída para o sistema de irrigação.

Vale salientar que a água de reúso deve ser utilizada para irrigação de plantas frutíferas e forrageiras, mas não é recomendada para hortaliças (Moraes *et al.*, 2023, p. 18).

O filtro é uma parte do sistema que sofre variações dependendo do modelo adotado (biológico, de carvão, de areia), podendo ser composto por camadas de seixo, brita, areia fina e grossa, raspas de madeira e, em alguns casos, carvão. A quantidade de camadas, a altura de cada uma delas, bem como sua composição, varia dependendo do tipo de filtro utilizado (Santiago *et al.*, 2015; Moraes *et al.*, 2023; ABNT, 1997; Pereira *et al.*, 2019).

2.2.2.2 Biodigestor

O biodigestor é uma Tecnologia Social que transforma dejetos de animais em Biogás, podendo substituir os botijões de Gás Liquefeito de Petróleo (GLP) ou mesmo a necessidade de lenha para uso doméstico (Mattos; Farias Júnior, 2011, p. 6-7). Desse modo, é um equipamento que traz benefícios econômicos para a família e ambientais, pois “mesmo sendo a lenha uma fonte de energia potencialmente renovável, seu uso tem sido em geral pouco racional, muito acima da capacidade natural de renovação da vegetação” (Mattos; Farias Júnior, 2011, p. 6).

Além da preservação do meio ambiente, outros benefícios advindos pelo uso dos biodigestores são a economia de petróleo e a produção de biofertilizantes que podem ser usados na mesma propriedade para o cultivo de plantas e/ou criação de peixes (Deganutti, 2002; Mattos; Farias Júnior, 2011, p. 7).

Existem diferentes tipos de biodigestores (indiano, chinês, baleata), porém o funcionamento e as estruturas que os compõem são geralmente as mesmas: caixa de carga ou de entrada, tanque principal ou caixa de combustão e a caixa de descarga ou de saída (Deganutti, 2002; Mattos; Farias Júnior, 2011, p. 11).

Na caixa de carga é colocada uma mistura de dejetos de animais com água; esta escorre até a caixa de combustão, onde, por fermentação anaeróbica, ocorre a formação do biogás; por fim, o excedente da mistura é empurrado pela pressão do gás para a caixa de descarga, de onde é retirado para ser utilizado como fertilizante natural (Deganutti, 2002; Mattos; Farias Júnior, 2011, p. 7).

A formação do biogás leva, em média, 10 dias, podendo ser mais rápida em dias mais quentes. O biogás é um composto de vários gases, o principal deles é o Metano, que corresponde de 60 a 80% da mistura total, e responsável por sua utilização como gás de cozinha por ser inflamável (Deganutti, 2002; Barbosa; Langer, 2011, p. 91).

Alguns cuidados para o manejo dos biodigestores são listados por Oliveira *et al.* (2008 *apud* Barbosa; Langer, 2011, p. 91-92), são eles:

Manter os animais presos no curral uma parte do dia ou à noite; coletar esterco pela manhã e depositar na caixa de entrada; adicionar água na proporção correta [1 para 1]; misturar e liberar para o biodigestor; retirar e aplicar o biofertilizante nas hortas; utilizar o biogás para cozinhar, ligar motores, etc.

2.2.2.3 Cisterna de Enxurrada

Um dos principais problemas do Semiárido brasileiro é o acesso à água, recurso fundamental para manutenção da vida, sua escassez possui impactos na saúde, agricultura, criação de animais, e no próprio exercício da cidadania. Como forma de solucionar este problema, foram desenvolvidas as Tecnologias Sociais Hídricas (TSH) (Sousa *et al.*, 2017a, p. 2-3).

Entre as TSH mais utilizadas está a cisterna de enxurrada, cujo objetivo é “proporcionar o acesso à água para produção de alimentos e/ou dessedentação

animal a famílias de baixa renda e residentes na zona rural [...] e promover a inclusão social [...] por meio do serviço de acompanhamento familiar” (Brasil, 2017b, p. 3).

Esta Tecnologia foi elaborada de modo a aproveitar “o caminho que a água da chuva percorre” (Sousa *et al.*, 2017b, p. 204). A enxurrada é recebida, primeiramente, por um sistema de coleta formado por dois decantadores, nos quais ficam retidos o excesso de terra e sujeiras, antes de seguir, por gravidade, para a cisterna.

Muitas famílias foram beneficiadas com a construção de cisternas por meio de programas sociais, um dos mais conhecidos, o Programa Uma Terra e Duas Águas (P1+2) implantou 34.169 cisternas até agosto de 2020 (Silva *et al.*, 2020, p. 214), entre elas estão as cisternas de enxurrada, que, segundo o Programa, tem forma e tamanho padronizado (cilíndrica com cobertura cônica) para comportar 52 mil litros de água.

2.2.2.4 Sistema Agroflorestal

O Sistema Agroflorestal (SAF), ou, simplesmente, Agrofloresta, é uma Tecnologia Social ampla em seus benefícios, uma vez que envolve a recuperação do solo, a retenção de água pelo solo, a produção de alimentos, a preservação de plantas nativas, entre outros benefícios.

O SAF consiste em uma forma de fazer agricultura em que são cultivadas em uma mesma área várias espécies de plantas, podendo ser frutíferas, adubadeiras, forrageiras, medicinais e plantas de lavoura, procurando sempre imitar a forma como a natureza se organiza (Ramos; Pires; Angola, 2013, p. 7).

Uma característica peculiar desse sistema é a necessidade de deixar o solo sempre coberto por matéria orgânica. “Essa cobertura é responsável pela proteção da água, reduzindo a perda pelo processo de evaporação e garantindo mais umidade ao solo” (Ramos; Pires; Angola, 2013, p. 8).

A matéria orgânica, juntamente com a água, proporciona uma maior disponibilidade de nutrientes, permitindo, por exemplo, a recuperação de áreas degradadas ou que estavam em processo de desertificação (Fávero; Lovo; Mendonça, 2008, p. 864).

Esse tipo de agricultura ainda evita o desmatamento, as queimadas, o uso de agrotóxicos e fertilizantes, promovendo, assim, a proteção do meio ambiente. (Ramos; Pires; Angola, 2013, p. 7).

2.3 TRABALHOS ENVOLVENDO MODELAGEM MATEMÁTICA

Para a realização deste trabalho de pesquisa, foram consultados vários exemplos de aplicação da Modelagem Matemática em situações relacionadas ou que se aproximassem do tema TS. As fontes de pesquisa foram livros e a base de dados *Google Scholar*, onde foram encontrados desde propostas de atividade até teses de doutorado.

A maioria dos trabalhos encontrados que envolviam diretamente o tema foi desenvolvida na área da Matemática Aplicada e não envolvia a participação de estudantes, nem tinham como foco o ensino e a aprendizagem. Outros, embora não abordassem especificamente o tema, promoveram experiências de ensino e aprendizagem de conceitos e objetos matemáticos relevantes para o estudo das TS. Poucos foram os trabalhos que uniram os dois propósitos ao mesmo tempo: o estudo das TS por meio da Modelagem.

No entanto, foram selecionados três trabalhos para análise com os estudantes: uma proposta de atividade presente em um livro, um trabalho de conclusão de curso de especialização e uma dissertação de mestrado. Esses serviram de inspiração para a formulação de algumas questões que fundamentaram a elaboração dos modelos apresentados na seção Resultados. Segue a síntese das publicações analisadas.

2.3.1 O caso das Embalagens

O tema Embalagens foi apresentado por Biembengut e Hein (2023, p. 33-51), no livro *Modelagem Matemática no Ensino*, como uma proposta aplicável ou adaptável por professores que desejem utilizar a Modelagem. Os autores seguem três etapas fundamentais: Interação, Matematização e Modelo.

A princípio, realizou-se uma problematização do tema abordando a importância da escolha de formas e materiais adequados para embalagens, a fim de obter uma maior valorização dos produtos, facilitar seu manuseio, garantir proteção durante o transporte e resistência à ação do tempo.

A proposta foi subdividida em quatro questões norteadoras e suas respectivas soluções e reflexões.

2.3.1.1 Analisando formas e tipos

“Que formas geométricas estão presentes nas caixas e nas latas?” (Biembengut; Hein, 2023, p. 33).

Para responder a essa questão, os autores orientam o trabalho com materiais concretos, como embalagens de diversas formas e tamanhos que possam ser exploradas em sala de aula com os estudantes.

Observa-se que as embalagens apresentam formas de sólidos geométricos, como prismas, pirâmides, cilindros, cones, esferas, ou mesmo composições desses sólidos. No caso apresentado, são exploradas as embalagens em forma de prisma e cilindro retos.

A partir dessa classificação, podem ser trabalhados vários conceitos de geometria plana e espacial, incluindo elementos de cada sólido, relações entre retas e planos, entre planos, ângulos, circunferência e círculo, entre outros.

2.3.1.2 Fazendo uma caixinha

“Como se faz uma caixinha?” (Biembengut; Hein, 2023, p. 35).

Nessa fase do processo, os estudantes devem ser incentivados a confeccionar uma caixa considerando um tipo de produto, consumidor e forma de transporte.

No decorrer da experiência, conceitos como medidas lineares, volume e capacidade podem ser trabalhados. A caixa elaborada já constitui um modelo.

2.3.1.3 Verificando a quantidade de material utilizado

“Qual a quantidade de material utilizada em uma embalagem?” (Biembengut; Hein, 2023, p. 37).

Refletindo sobre a influência do custo da embalagem no preço final do produto, os estudantes devem ser estimulados a calcular, de uma forma prática, a área total de um prisma e de um cilindro, além de elaborar expressões matemáticas para calcular a área desses sólidos. As relações apresentadas pelos autores, consideradas como modelos são:

- Área total de um prisma de dimensões a , b , h : $A_p = 2ab + 2ah + 2bh$.
- Área total de um cilindro de raio r e altura h : $A_c = (2\pi rh) + (2\pi r^2)$

$$\Rightarrow A_c = (2\pi r) \cdot (h + r).$$

2.3.1.4 A forma ótima: mínima área X máximo volume

“Qual é a forma ideal para uma embalagem?” (Biembengut; Hein, 2023, p. 42).

Pensando em questões de custo-benefício, é preciso estabelecer um formato que utilize uma menor quantidade de material e, ao mesmo tempo, apresente um maior volume.

Para trabalhar essa questão, os autores propõem, primeiramente, uma comparação prática entre as áreas calculadas na última questão, considerando que as embalagens tenham uma mesma área da base e uma mesma altura, ou seja, tenham um mesmo volume (V). Depois, estimulam a generalização do problema por meio de manipulações algébricas que levam à conclusão de que a área total de um cilindro é menor que a área total de um prisma.

Seja V_1 o volume do prisma e V_2 o volume do cilindro, tem-se que

$$V_1 = V_2 \Rightarrow abh = \pi r^2 h \Rightarrow ab = \pi r^2.$$

E ainda,

$$ab = \pi r^2 \Rightarrow a = \frac{\pi r^2}{b};$$

$$ab = \pi r^2 \Rightarrow b = \frac{\pi r^2}{a}.$$

Substituindo as igualdades acima na fórmula da área total de um prisma, tem-se que:

$$A_p = 2ab + 2ah + 2bh$$

$$\Rightarrow A_p = 2[ab + h(a + b)]$$

$$\Rightarrow A_p = 2 \left[\pi r^2 + h \left(\frac{\pi r^2}{b} + \frac{\pi r^2}{a} \right) \right]$$

$$\Rightarrow A_p = 2\pi r^2 + 2h \left(\frac{\pi r^2}{b} + \frac{\pi r^2}{a} \right)$$

$$\Rightarrow A_p = 2\pi r^2 + 2\pi r h \left(\frac{r}{b} + \frac{r}{a} \right).$$

Comparando as duas áreas: A_p e A_c . Verifica-se que

$$2\pi r^2 + 2\pi rh \left(\frac{r}{b} + \frac{r}{a} \right) > (2\pi r^2) + (2\pi rh).$$

Uma vez que os valores de r , h , a e b são positivos e que, a igualdade das áreas das bases ($ab = \pi r^2$), faz com que a soma $\left(\frac{r}{b} + \frac{r}{a} \right)$ corresponda a um número maior que 1, pode-se concluir que o primeiro membro a equação é, de fato, maior que o segundo, ficando comprovado que $A_p > A_c$.

Os autores também sugerem a comparação entre prismas de diferentes bases, demonstrando que, quanto maior o número de lados do polígono da base, ou seja, quanto mais ele se aproxima de um círculo, menor será a área total do prisma e menor será o desperdício de material.

Por fim, enfatizam que “uma conscientização sobre o meio ambiente, a reciclagem do lixo e a visita às fábricas de embalagens e reciclagem de materiais são essenciais!” (Biembengut; Hein, 2023, p. 51).

2.3.2 A Produção de Biogás

A proposta de atividade envolvendo Modelagem Matemática no estudo da produção de biogás foi aplicada e recomendada por Darlan Lappe (2018, p. 85-88) em sua dissertação de mestrado em Matemática intitulada *Transformações nas concepções de alunos do Ensino Médio Técnico sobre Matemática e Agricultura*.

O objetivo da pesquisa foi “analisar as transformações das concepções de um grupo de alunos, sobre a importância da Matemática em atividades agrícolas” (Lappe 2018, p. 12). Para isso o professor aplicou questionários antes e após a aplicação de atividades de Modelagem Matemática. Essas atividades foram divididas em três etapas, de modo a proporcionar aos estudantes uma experiência gradativa com a Modelagem.

Entre as atividades aplicadas, destacou-se a “Produção de Biogás”, cujo problema, proposto pelo professor, consistia em “calcular o tempo necessário para que o investimento retorne lucro ao agricultor, para produção de energia elétrica e gás

de cozinha” (Lappe, 2018, p. 32). Nessa proposta, os estudantes deveriam coletar os dados e solucionar o problema.

Nos anexos da dissertação, Lappe (2018, p. 85-88) oferece uma solução. Primeiramente, o autor observa que o biogás produzido por um biodigestor pode ser transformado em gás de cozinha, energia elétrica ou combustível. Em seguida, apresenta a Tabela 2 relacionando a quantidade de dejetos produzidos por um animal com a quantidade de biogás, gás de cozinha (denominado na pesquisa de GLP) e energia produzidos.

Tabela 2 – Quantidade de dejetos e produção de energia por animal

ANIMAL	DEJETO (kg/dia)	BIOGÁS (m³/dia/animal)	GLP (kg/dia)	ENERGIA (kwh/dia)
Suínos terminação	7	0,08	0,03	0,08
Suínos matrizes	16	0,19	0,08	0,19
Bovinos de leite	45	0,54	0,22	0,54

Fonte: Lappe (2018, p. 85).

Na sequência, o autor estabelece algumas relações importantes, que podem ser usadas na solução do problema, utilizando como base os dados da Tabela, são elas:

2.3.2.1 Quantidade de dejetos produzidos em um dia

- Dada por: $vt = ns \cdot v$.

Onde:

vt é o volume total de dejetos em kg/dia;

ns é a quantidade de suínos;

v é o volume de dejetos produzidos por um animal.

2.3.2.2 Quantidade de gás de cozinha produzido em um dia e renda diária

- Quantidade: $qt_{GLP} = glp \cdot ns$.
- Renda diária: $R = qt_{GLP} \cdot P$.

Onde:

qt_{GLP} é a quantidade de total de GLP produzida (*kg/dia*);

ns é a quantidade de suínos;

glp é a quantidade de GLP produzida pelos dejetos de um suíno (*kg/dia*);

R é a renda em reais;

P é o preço por *kg* de GLP.

2.3.2.3 Quantidade de energia elétrica produzida em um dia e renda obtida

- Quantidade: $qe = qea \cdot ns$.
- Renda diária: $R = qe \cdot tr$.

Onde:

qe é a quantidade total de energia elétrica produzida (*Kw/h/dia*);

ns é a quantidade de suínos;

qea é a quantidade de energia elétrica produzida pelos dejetos de um suíno (*kg/dia*);

R é a renda em reais;

tr é a tarifa (valor do *Kw/h*).

2.3.2.4 Cálculo do tempo necessário para que o investimento retorne lucro produzindo GLP e Energia

No modelo principal, o autor apresenta uma função para calcular o tempo necessário para que o investimento retorne lucro produzindo gás de cozinha ou energia elétrica.

- O modelo obtido é uma função do tipo afim: $y = ax + b$.

Onde,

y representa o lucro;

x , a quantidade de dias;

$b = VI$, o valor investido, ou seja, o custo para implantação do biodigestor;

$a = R$, a receita diária obtida com a produção de gás de cozinha ou energia elétrica.

Assim, o cálculo do tempo x pode ser dado por $y = Rx - VI$, obtendo lucro quando $y > 0$. Logo,

$$Rx - VI > 0 \Rightarrow x > \frac{VI}{R}.$$

Por fim, considerando uma situação prática onde um produtor rural, com mil suínos estabelece valores para a venda do gás de cozinha e da energia elétrica, fazendo uso dos dados da Tabela, das equações e dos gráficos das funções, chega-se à conclusão de que o lucro é obtido mais rapidamente pela venda do gás de cozinha do que pela venda da energia elétrica.

Ao final do estudo, a maioria dos estudantes demonstraram um aprofundamento na concepção da Matemática enquanto ferramenta fundamental na prática do profissional técnico agrícola. Além disso, o estudo demonstra a importância da Modelagem na transformação da percepção e no engajamento dos estudantes.

2.3.3 O Sistema Mandala

A proposta de modelo matemático para um sistema Mandala foi aplicada por Anderson Kerlly Rodrigues de Sousa (2019) em seu trabalho de conclusão de curso de especialização em Matemática, intitulado *Modelagem Matemática Aplicada no Sistema Mandala: um estudo voltado para a produção sustentável*.

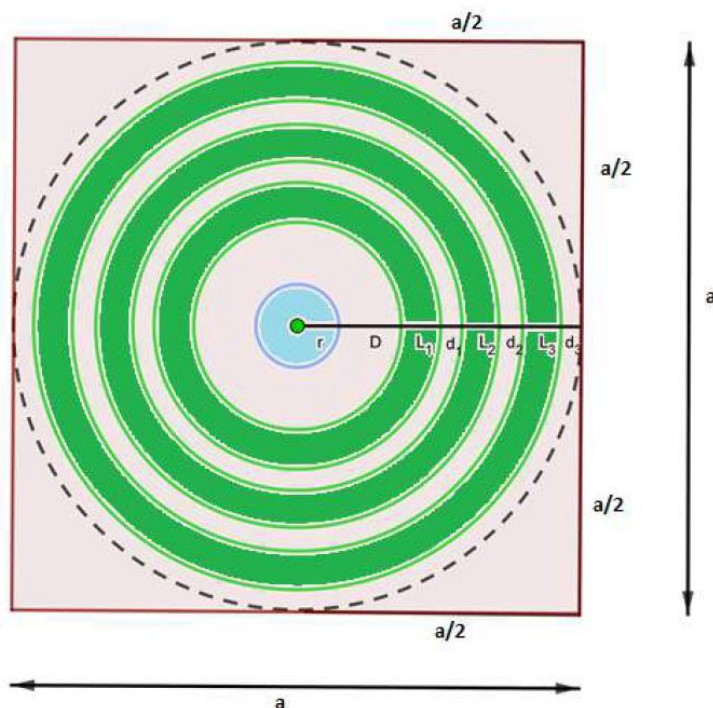
O objetivo desse estudo foi “analisar a melhor forma de produção no sistema Mandala a partir da construção de um modelo matemático coerente” (Sousa, 2019, p. 8). Trata-se de uma proposta caracterizada como uma aplicação profissional da Matemática, sem envolver estudantes. No entanto, apresenta modelos simplificados, de fácil reprodução tanto em um contexto escolar quanto pelos agricultores que fazem uso do Sistema.

O autor inicia sua abordagem definindo o Sistema Mandala, que consiste em uma forma de cultivo na qual os canteiros formam um “conjunto de círculos concêntricos uniformemente distribuídos [...] onde são cultivados vários tipos de culturas” (Sousa, 2019, p. 12). Esse tipo de agricultura tem por finalidade, além do

suprimento das necessidades da família, favorecer o empreendedorismo e o cooperativismo.

Na Figura 3, “a distância da fonte ao primeiro canteiro é D . As medidas L_1 , L_2 e L_3 representam as larguras dos canteiros, d_1 , e d_2 representam as distâncias entre os mesmos e d_3 é a distância do último canteiro à margem da Mandala (Sousa, 2019, p. 22).

Figura 3 – Representação geométrica do Sistema Mandala



Fonte: Sousa (2019, p. 22).

Na seção quatro é apresentado o modelo matemático dividido em seis processos:

2.3.3.1 Cálculo do número de canteiros em função das distâncias entre ambos

Este cálculo usou como ponto de partida o raio da Mandala (R), considerando que os canteiros tenham a mesma largura (L) e estejam separados por uma mesma distância (d). Assim,

$$R = r + D + L_1 + d_1 + L_2 + d_2 + L_3 + d_3 \Rightarrow R = r + D + L + d + L + d + L + d$$

$$\Rightarrow R = r + D + 3L + 3d \Rightarrow R = r + D + 3(L + d).$$

Considerando o resultado para n canteiros, tem-se que

$$R = r + D + n(L + d) \Rightarrow n = \frac{R - (r + D)}{L + d}.$$

2.3.3.2 Relação entre comprimento do canteiro e o número de mudas

Seja C o comprimento do canteiro, N_m o número de mudas e d_m a distância entre elas. Após mostrar algumas relações de proporcionalidade entre essas variáveis, e considerando $C = 2\pi R$, o autor apresenta a seguinte relação:

$$N_m = \frac{C}{d_m} \Rightarrow N_m = \frac{2\pi R}{d_m}.$$

2.3.3.3 Relação entre o número de mudas e a área de plantio

Como a área do canteiro (A_c) corresponde a uma coroa circular, sua área é dada por $A_c = \pi(R^2 - r^2)$. Sendo A_m a área ocupada por cada muda, a relação entre o número de mudas e a área de plantio será dada por

$$N_m = \frac{A_c}{A_m} \Rightarrow N_m = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{A_m}.$$

2.3.3.4 Cálculo do número de fileiras

Seja N_f o número de fileiras, L a largura do canteiro e Y a distância entre as fileiras, de forma simplificada, o autor considera que

$$N_f = \left\lceil \frac{L}{Y} \right\rceil.$$

2.3.3.5 Cálculo do peso total da produção

O cálculo do peso total (P_{total}) da produção leva em consideração a soma dos pesos individuais ($P_{individual}$) de cada cultura plantada no mesmo canteiro.

$$P_{total} = \sum_{i=1}^n P_{individual} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n.$$

No caso de os pesos individuais serem iguais (P), tem-se que

$$P_{total} = n \cdot P.$$

2.3.3.6 Cálculo do ganho estimado em termos de produção

Seja G_e o ganho real (em R\$), p o preço por unidade negociada e n a quantidade de unidades na produção, o cálculo do ganho estimado será:

$$G_e = P_{total} \cdot p \Rightarrow G_e = n \cdot P \cdot p.$$

Os resultados obtidos pelo autor foram aplicados em uma situação real de produção, evidenciando a importância da Matemática no cálculo da produtividade. Além disso, constatou-se que o cultivo em canteiros curvilíneos proporciona um ganho estimado superior em comparação ao sistema convencional (retilíneo).

3 METODOLOGIA

Os procedimentos metodológicos, utilizados para alcançar os objetivos propostos neste trabalho, serão detalhados nesta seção com a descrição dos métodos, do tipo de abordagem e das ferramentas utilizadas ao longo da pesquisa.

A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética e Pesquisa do Hospital Universitário da Universidade Federal do Vale do São Francisco (HU/UNIVASF), parecer número 7.128.293/2024. Os participantes menores de idade assinaram o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido, enquanto seus responsáveis legais, bem como os participantes maiores de idade, assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e o Termo de Autorização para Uso de Imagem.

3.1 TIPO DE PESQUISA

Quanto à sua natureza a pesquisa caracteriza-se como qualitativa, uma vez que se pretende observar, compreender e descrever determinado fenômeno (Pocinho; Matos, 2022, p. 8), tendo “o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador [ou os pesquisadores] como seu principal instrumento” (Oliveira, 2011, p. 24). E quanto aos seus objetivos, terá caráter exploratório e descritivo. Exploratório porque, de acordo com Oliveira (2011, p. 20), nesse tipo de pesquisa pretende-se “descobrir ideias e intuições, na tentativa de adquirir maior familiaridade com o fenômeno pesquisado”, através de levantamentos de fontes secundárias, experiências e observação informal. E descritivo porque, segundo o mesmo autor, após o desenvolvimento e esclarecimento de ideias, pretende-se “descrever as características de determinado [...] fenômeno” (Oliveira, 2011, p. 21), ou seja, descrever as contribuições da Modelagem Matemática para a utilização das Tecnologias Sociais estudadas.

3.2 CONTEXTO E LOCAL DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada na cidade de Ouricuri, estado de Pernambuco, no período de 29 de agosto a 20 de dezembro de 2024, com ajustes adicionais realizados em fevereiro de 2025. Foram utilizados três ambientes, a saber: a Escola de Referência em Ensino Médio (EREM) São Sebastião, pertencente ao Programa de

Ensino Integral do Estado de Pernambuco e campo de atuação profissional da professora pesquisadora; a sede do Centro de Assessoria e Apoio aos Trabalhadores e Instituições Não Governamentais Alternativas (CAATINGA), escolhido pelo relevante trabalho que realiza junto à famílias experimentadoras no desenvolvimento de Tecnologias Sociais; e a comunidade rural de Lagoa Comprida, especificamente a propriedade de Sebastião Alves da Silva, popularmente conhecido como Barrinho, uma vez que sua família atua como uma das famílias experimentadoras associadas ao CAATINGA.

3.3 PARTICIPANTES

O desenvolvimento da pesquisa envolveu 27 estudantes do 1º ano do Ensino Médio com idade média de 15 anos, matriculados em uma das disciplinas eletivas da EREM São Sebastião; 02 integrantes do CAATINGA; e uma família experimentadora com 05 integrantes. O critério de inclusão dos estudantes se deu pela escolha dos mesmos pela disciplina na qual seria realizado o estudo. A participação do CAATINGA se deu por meio de sua coordenação e um técnico de campo, selecionados por conveniência, considerando disponibilidade e acessibilidade. E a família experimentadora, escolhida de forma intencional, foi indicada pelo CAATINGA por possuir um maior número de Tecnologias implantadas na propriedade em que habitam. Apesar do método envolver diretamente essas 34 pessoas, a disseminação dos seus resultados teve como alvo a comunidade escolar e a comunidade de Lagoa Comprida.

3.4 TÉCNICA E INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

A principal técnica utilizada na coleta de dados foi a observação assistemática, participante, em equipe, efetuada na vida real, que, segundo Lakatos e Marconi (2003, p. 191), “desempenha papel importante nos processos observacionais, no contexto da descoberta, e obriga o investigador a um contato mais direto com a realidade. É o ponto de partida da investigação social”.

Como instrumentos para registro das observações foram utilizados: o diário de pesquisa da professora, os registros escritos e fotográficos dos estudantes, além de gravações de áudios e vídeos envolvendo os participantes.

Segundo Vieira (2001, p. 98),

O diário como recurso de pesquisa favorece o registro do fenômeno investigado com toda a variabilidade do objeto em diferentes momentos. Cabe salientar que o diário, dada a sequencialidade do fenômeno descrito, permite obter o resumo e o comentário dos fatos. Desse modo, o diário torna-se um poderoso descritor e um auxiliar inestimável para o(a) pesquisador(a).

As aulas expositivas e dialogadas e de campo, além da organização e construção de maquetes, foram utilizadas como instrumentos indiretos de coleta de dados, uma vez que permitiram a observação do entendimento, dificuldades e interesses dos estudantes.

3.5 PROCEDIMENTOS DE COLETA E ANÁLISE DE DADOS

Para a realização do estudo foi ofertada aos estudantes da EREM São Sebastião uma disciplina eletiva chamada Matemática e Realidade de Vida. A disciplina teve duração de duas horas-aula semanais e foi desenvolvida por meio da aplicação da Modelagem Matemática, seguindo as etapas propostas por Biembengut e Hein (2023, p.13): *Interação*, na qual se faz o reconhecimento da situação-problema e a familiarização com o assunto a ser modelado; *Matematização*, em que ocorrem a formulação e resolução do problema em termos de modelo; e o *Modelo Matemático*, finalizando com a interpretação da solução e validação do modelo.

Para a etapa de Interação foi realizada, em parceria com o CAATINGA, uma palestra e uma primeira visita à comunidade de Lagoa Comprida, na qual foram apresentadas aos estudantes algumas Tecnologias Sociais: Cisterna de Enxurrada, Sistema de Reúso de Água Cinza; Biodigestor e Agrofloresta.

Com os dados obtidos na Interação foi possível realizar a *Matematização*, que se desenvolveu no ambiente escolar e em alguns encontros síncronos online. Esta etapa consiste na aplicação de conhecimentos matemáticos adquiridos na escola para a compreensão da realidade, bem como para a proposição de soluções para seus problemas.

Por fim, na etapa do Modelo Matemático, realizou-se a apresentação oral dos resultados da *Matematização* para a comunidade escolar e para a comunidade visitada na zona rural, em uma segunda visita, promovendo assim a validação dos modelos na interação entre escola e comunidade e a compreensão do papel

sociocultural da Matemática, que, segundo Barbosa (2004, p. 2), é fundamental na formação de sujeitos para atuar ativamente na sociedade.

É necessário, ainda, salientar que uma das principais limitações do estudo foi a insuficiência do tempo de aula da disciplina eletiva para a realização dos trabalhos, fazendo-se necessária sua complementação em aulas de outros professores (que prestaram importante contribuição), aulas de forma remota pelo Google Meet (para orientação de equipes e entrevista) e aulas no contraturno (especialmente para a conclusão das maquetes). Alguns atrasos também foram provocados pela variada assiduidade dos estudantes, pois nem sempre as equipes estavam completas. Ao todo foram realizados 25 encontros.

Outro fator limitante foi a incompletude de algumas anotações dos estudantes durante a aula de campo, sendo necessária a realização de mais duas visitas de um dos estudantes (com residência próxima à comunidade) para coleta de dados complementares.

No entanto, o estudo revelou diversas potencialidades, sobretudo no que se refere ao envolvimento da escola com a comunidade rural, promovendo a compreensão da importância das TS para a convivência com o Semiárido e do papel essencial da Matemática em sua construção, utilização e aprimoramento.

4 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE

A disciplina eletiva *Matemática e Realidade de Vida*, ofertada pela EREM São Sebastião, teve como objetivos:

- Aplicar a Modelagem Matemática às Tecnologias Sociais desenvolvidas no Semiárido, de modo a contribuir com a sua compreensão, utilização e valorização através do trabalho com estudantes do Ensino Médio;
- Conhecer e compreender a importância do desenvolvimento de práticas de convivência no Semiárido;
- Explicar, utilizando conceitos matemáticos, aspectos do funcionamento e utilização de Tecnologias Sociais aplicadas pelo CAATINGA;
- Analisar as melhores formas de utilização das Tecnologias Sociais em estudo, com o auxílio da Matemática;
- Promover a conscientização dos participantes do projeto e da comunidade escolar quanto aos desafios de preservação e uso sustentável dos recursos naturais.

A metodologia de ensino da disciplina foi orientada pelas etapas de aplicação da Modelagem Matemática seguindo a lógica proposta por Biembengut e Hein (2023, p. 23-26), cujos procedimentos envolvem a escolha do tema, estudo e levantamento de questões, planejamento do trabalho a ser desenvolvido pelos grupos, resoluções das questões, validação e extensão do trabalho para além da sala de aula.

Para garantir um acompanhamento contínuo do aprendizado, os procedimentos avaliativos foram integrados a essas etapas, considerando tanto aspectos subjetivos (participação, assiduidade, trabalho em equipe), quanto objetivos, como a elaboração de sínteses, a qualidade dos questionamentos, as discussões e decisões sobre o problema, a coleta de dados, a confecção de maquetes e a apresentação oral dos trabalhos.

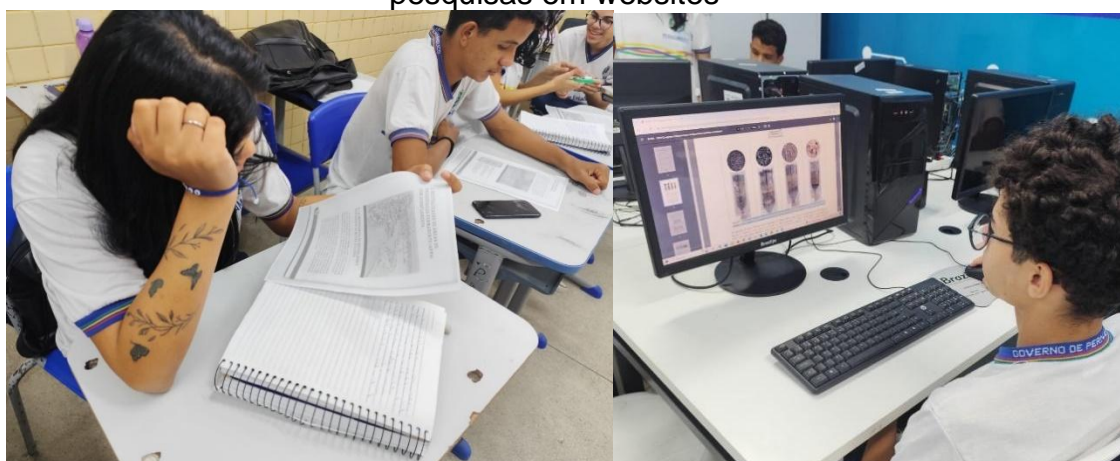
Com essa estrutura definida, a disciplina foi apresentada aos estudantes, seguida da exposição e discussão de alguns exemplos de trabalhos desenvolvidos com a Modelagem Matemática. A partir desse momento, o desenvolvimento das atividades foi organizado em três fases, alinhadas às etapas de execução da Modelagem: Interação, Matematização e Modelo Matemático.

4.1 INTERAÇÃO

O processo de Modelagem começa então com a escolha do tema, momento em que a professora propôs aos estudantes a parceria com o CAATINGA para o estudo de Tecnologias Sociais de convívio com o Semiárido. Assim, o estudo se enquadra no Caso 3 de implementação da Modelagem, segundo a classificação de Barbosa (2004, p. 5), uma vez que se trata de um tema “não-matemático” e que a escolha do tema foi realizada pela professora.

Após a escolha, seguiu-se a familiarização com o tema Tecnologias Sociais, através da leitura de livros, pesquisas em websites (Figura 4) e participação em uma palestra realizada na escola, proporcionada pelo CAATINGA, na qual o técnico de campo Alexandre Emerson Silva Holanda (Figura 5) faz a apresentação de algumas Tecnologias desenvolvidas junto a famílias experimentadoras da região. Enquanto ex-aluno da escola, o palestrante incentivou os estudantes na busca por conhecimento e desenvolvimento de práticas sustentáveis.

Figura 4 – Momento de interação com o tema por meio da leitura de livros e pesquisas em websites



Fonte: Fotos produzidas pela autora (2024).

Figura 5 – Realização de palestra com técnico de campo do CAATINGA



Fonte: Foto produzida pela autora (2024).

Em posterior discussão sobre a palestra, os estudantes salientaram a necessidade de as Tecnologias virem a se tornar políticas públicas para que mais famílias possam ser beneficiadas através das mesmas. Evidenciando, já de início, o desenvolvimento de uma consciência crítica diante da relevância do tema para o contexto social.

Contando com a disponibilidade de uma das famílias experimentadoras, família Delmondes da Silva, para apresentação de quatro das Tecnologias Sociais por ela desenvolvidas, a turma foi dividida em equipes para escolha da Tecnologia a ser estudada, sendo enumeradas da seguinte forma:

- Equipe 1 – Sistema de Reúso de Água Cinza (RAC), com sete integrantes;
- Equipe 2 – Biodigestor, com sete integrantes;
- Equipe 3 – Cisterna de Enxurrada, com sete integrantes; e
- Equipe 4 – Sistema Agroflorestal (SAF), com seis integrantes.

Com as Tecnologias escolhidas, a etapa de Interação tornou-se mais específica e os estudantes foram estimulados à leitura e discussão de artigos com vista ao reconhecimento da situação-problema, ou seja, identificar possíveis contribuições da Matemática para a utilização da Tecnologia Social escolhida.

Quando o aluno se depara com uma situação-problema que pretende investigar, inicialmente precisa compreender o problema fazendo algumas aproximações ou idealizações, chegando ao que denominamos representação mental da situação. Consideramos que a transição da situação-problema para a representação mental da situação implica diversas habilidades [...]. Assim, entendemos que nesta transição a ação cognitiva que se pretende identificar é a compreensão da situação (Almeida; Silva; Vertuan, 2022, p. 17-18).

Uma das aulas mais importantes para a Interação foi realizada em campo, na propriedade da família supracitada, que pratica a Agroecologia como um estilo de vida¹. Na oportunidade Barrinho e seus dois filhos mais velhos, Guilherme Delmondes da Silva e Gabriel Delmondes da Silva, apresentaram as Tecnologias escolhidas, seu funcionamento e sua importância para o sustento da família, preservação e recuperação do solo e criação de plantas e animais. Ainda na oportunidade, os estudantes fotografaram, mediram e fizeram anotações sobre as Tecnologias apresentadas, com auxílio de celulares, fita métrica e prancheta de anotações, como é possível ver nas Figuras 6 e 7.

Figura 6 – Realização de aula de campo com a família experimentadora



Fonte: Fotos produzidas pela autora (2024).

Figura 7 – Coleta de dados com a instrução da família experimentadora



Fonte: Fotos produzidas pela autora (2024).

¹ Informação fornecida por Sebastião Alves da Silva (Barrinho) durante a aula de campo, na comunidade de Lagoa Comprida, Ouricuri/PE, em setembro de 2024.

É importante ressaltar que essa etapa da Modelagem se fez presente em vários outros momentos da pesquisa, ocorrendo de forma simultânea com as demais, à medida em que a busca por novas informações sobre as Tecnologias se fazia necessária. Conforme aponta Goés e Goés (2023, p. 57), “a modelagem matemática pode ser considerada de modo dinâmico e não linear, ou seja, sempre que necessário, pode-se retomar qualquer uma das etapas durante o processo”. O que se fez necessário, por exemplo, na validação do modelo do RAC, quando novas referências teóricas levaram à reformulação do modelo.

4.2 MATEMATIZAÇÃO

A etapa de Matemática, que consiste na formulação e resolução das questões em termos de modelo (Biembengut; Hein, 2023, p.13), iniciou-se na escola, logo após a aula de campo.

Motivados pela questão-problema apresentada pela professora: “*Quais as contribuições da Modelagem Matemática para a utilização de Tecnologias Sociais?*”, os estudantes começaram a levantar hipóteses e elaborar questões sobre cada Tecnologia em estudo (Figura 8). As questões serão apresentadas na seção Resultados.

A elaboração de hipóteses e questões geralmente é considerada uma das etapas mais difíceis para os estudantes. Algumas equipes apresentaram perguntas que demonstravam a necessidade de conhecer melhor a Tecnologia em questão, outras as fizeram com o intuito de aplicá-las aos seus interlocutores, demonstrando a falta de compreensão quanto ao processo.

Os estudantes foram, então, estimulados pela professora por meio de questionamentos que os levaram à reflexão acerca das Tecnologias e esclarecidos quanto à metodologia, com o objetivo de auxiliar as equipes a compreender melhor o propósito do trabalho. Dificuldades desse tipo também foram registradas por Almeida e Silva (2014, p.9), quando afirmam:

Em experiências utilizando a Modelagem Matemática em sala de aula, verificamos que os alunos tentam, invariavelmente, seguir os mesmos padrões de uma aula em que a apresentação de conteúdos pelo professor vem seguida de exercícios que serão resolvidos pelos alunos. Alguns expressam resistência em trabalhar com atividades de Modelagem, já que não sabem ao certo o que deve ser feito. Outros reclamam que precisam pensar muito nesse tipo de atividade, o que depõe a favor e não contra a modelagem em sala de aula.

Figura 8 – Realização de orientação de equipes

Fonte: Fotos produzidas pela autora (2024).

As questões elaboradas culminaram em modelos matemáticos que detalharam aspectos da utilização das Tecnologias estudadas. Para torná-los mais representativos, foram construídas maquetes (Figuras 9 e 10), também consideradas como modelos conforme apontam Goés e Goés (2023, p. 57). A confecção dessas maquetes demandou a revisão de conceitos como razão, proporção e escala, aplicados por cada equipe sob orientação.

Figura 9 – Maquetes: RAC e Biodigestor

Fonte: Fotos produzidas pela autora (2024).

Figura 10 – Maquetes: Cisterna de Enxurrada e SAF



Fonte: Fotos produzidas pela autora (2024).

A longo de todo o processo de Matematização, os encontros realizados com cada equipe proporcionaram oportunidades de revisão e consolidação de vários outros conteúdos matemáticos, entre os quais: área de figura planas e espaciais, capacidade e volume de sólidos geométricos, Teorema de Pitágoras, equações do primeiro grau, funções afim e quadrática, média aritmética, conversão de unidades de medida, tabelas e gráficos, entre outros.

4.3 MODELO MATEMÁTICO

Nesta etapa, os modelos foram apresentados pelos estudantes de forma oral em três momentos: em sala de aula (Figura 11), onde cada equipe compartilhou sua experiência com as demais; no evento escolar chamado “Culminância das Eletivas” (Figura 12), no qual esteve presente a comunidade escolar; e na mostra do projeto realizada na comunidade de Lagoa Comprida (Figura 13), no espaço da Associação dos Moradores, onde estiveram presentes a família experimentadora participante da pesquisa e representantes da comunidade rural.

Essa última oportunidade foi fundamental para a realização da validação e extensão do trabalho desenvolvido, pois “uma vez elaborado um modelo, por mais simples que seja, retorna-se à fonte de pesquisa para verificar o seu grau de validade” (Biembengut e Hein, 2023, p.26). Assim, a família experimentadora e representantes da comunidade fizeram observações quanto a adequação dos modelos e sugeriram melhoras, tendo finalização com a fala de Barrinho, que ressaltou a importância do diálogo entre o conhecimento acadêmico e o popular, além de destacar a necessidade

de adotar novos hábitos de proteção ao meio ambiente, especialmente diante da urgência evidenciada pelas mudanças climáticas.

Figura 11 – Socialização do trabalho em sala de aula entre as equipes



Fonte: Fotos produzidas pela autora (2024).

Figura 12 – Socialização do trabalho com a comunidade escolar na Culminância das Eletivas



Fonte: Fotos produzidas pela autora (2024).

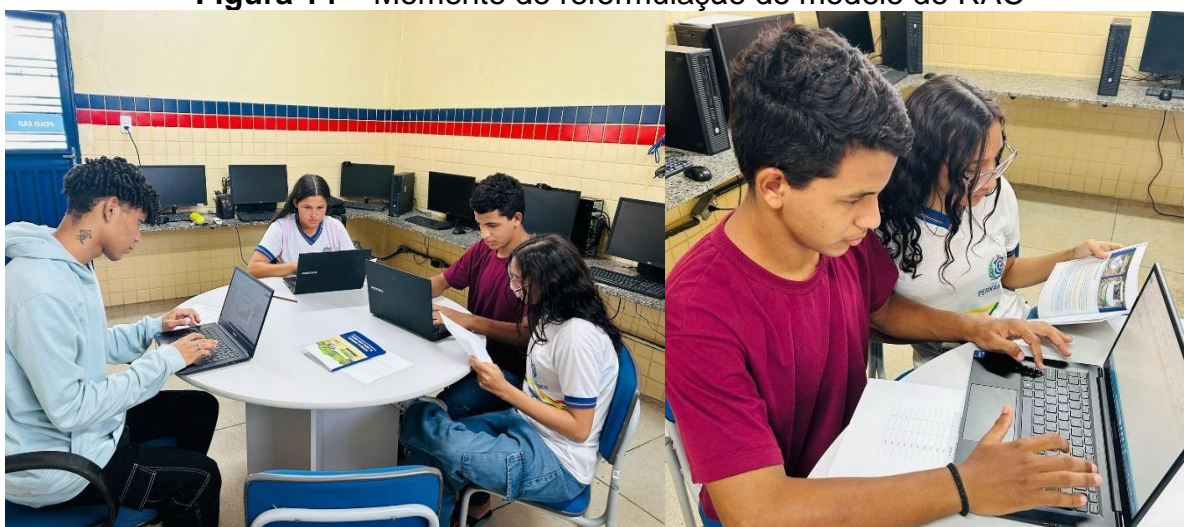
Figura 13 – Socialização do trabalho com a família experimentadora e comunidade rural de Lagoa Comprida



Fonte: Fotos produzidas pela autora (2024).

Tendo a disciplina eletiva como encerrada, outros momentos de avaliação e discussão dos resultados obtidos fizeram-se necessários, como, por exemplo, na reformulação do modelo da equipe 1 (Figura 14), que ocorreu em fevereiro de 2025.

Figura 14 – Momento de reformulação do modelo do RAC



Fonte: Fotos produzidas pela autora (2025).

5 RESULTADOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos pelo trabalho das equipes, abrangendo desde a formulação de questões relacionadas aos temas específicos, passando pela etapa de matematização e confecção de maquetes, até a validação dos modelos matemáticos construídos pelos estudantes, conforme estabelecido nos objetivos desta pesquisa.

Para solução dos problemas apresentados nas questões as equipes utilizaram pesquisas na internet; leitura de livros, artigos e manuais indicados pela professora; e realizaram uma entrevista semiestruturada (síncrona online por videoconferência, pela plataforma *Google Meet*), com Barrinho e seu filho Guilherme, na qual várias dúvidas puderam ser dirimidas quanto às Tecnologias estudadas.

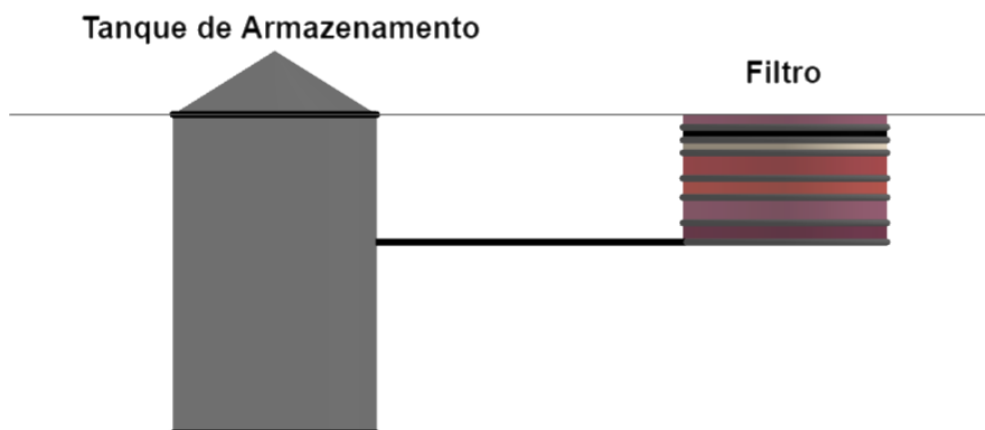
Vale salientar que os modelos aqui apresentados tiveram por base as Tecnologias implantadas pela família experimentadora, com suas especificidades. As medidas, os formatos e a maneira como são utilizados foram colhidos durante as duas visitas à comunidade rural. Outros dados e modelos matemáticos foram utilizados como complementares aos dados colhidos em campo. No entanto, algumas recomendações técnicas relacionadas à construção e ao manuseio de determinadas tecnologias não foram consideradas, pois só foram identificadas após a realização do trabalho.

5.1 AS EQUIPES E OS MODELOS PRODUZIDOS

5.1.1 Equipe 1 – Sistema de Reúso de Água Cinza

O Sistema de Reúso de Água Cinza (RAC) estudado é composto por uma caixa de gordura, um filtro e um tanque de armazenamento. Para a realização do modelo matemático, convencionou-se explorar o filtro, que possui formato cilíndrico, medindo 0,8 m de raio e 1 m de profundidade; e o tanque de armazenamento, também cilíndrico de cobertura cônica, medindo 0,8 m de raio e 2,5 m de profundidade. A Figura 15 representa uma vista subterrânea do filtro e do tanque de armazenamento de acordo com suas proporções.

Figura 15 – Vista frontal do filtro e do tanque de armazenamento do RAC



Fonte: Imagem produzida pela autora (2024).

O Sistema permite a reutilização da água de uma cisterna de 16.000 L, que abastece a casa da família. A água cinza passa primeiro pela caixa de gordura, higienizada quinzenalmente, depois pelo filtro, onde é purificada e enriquecida com minerais, e, por fim, é armazenada no tanque, de onde será distribuída na plantação, exceto nas hortaliças (informação verbal)².

Figura 16 – Vista superior da caixa de gordura, do filtro e do tanque de armazenamento do RAC



Fonte: Foto produzida pela autora (2024).

O filtro recebe a água cinza por meio de um cano da rede conectado a uma estrutura chamada “garfo” (Figura 16), o qual despeja a água nas camadas dispostas de cima para baixo na seguinte ordem: carvão, raspas de madeira, areia grossa, areia

² Informação fornecida por Guilherme Delmondes da Silva durante a aula de campo, na comunidade de Lagoa Comprida, Ouricuri/PE, em setembro de 2024.

fina, brita e seixo. Cada camada possui de 10 a 15 cm, exceto a areia grossa que possui 20 cm (informação verbal)³.

Para a construção do modelo, a equipe 1, após realizar pesquisas sobre o tema e analisar os materiais indicados, demonstrou interesse em explorar questões relacionadas à espessura dos canos utilizados e sua relação com a capacidade de filtração do RAC. Esse processo levou à formulação de oito questões, das quais cinco se destacaram por estarem diretamente conectadas ao propósito da Modelagem Matemática, foram elas:

1. É necessário um diâmetro específico para os canos?
2. Se os canos forem menores, atrapalham na filtração da água?
3. Dependendo do diâmetro do cano, quanto de água pode passar por eles?
4. O filtro pode ser de um tamanho pequeno?
5. Quanto tempo demora a filtração?

As questões um e dois foram respondidas por Barrinho quando, na entrevista, relatou que o diâmetro dos canos da rede mede 50 mm e que o diâmetro dos canos do “garfo” mede 32 mm. E que, se os diâmetros forem menores, podem sim atrapalhar na filtração (informação verbal)⁴.

Esclarecidos pelas respostas às primeiras questões, em reuniões de orientação com a professora, as curiosidades relacionadas ao diâmetro dos canos foram gradualmente substituídas pela questão da quantidade de pessoas que poderiam fazer uso do RAC, considerando o volume de água cinza produzido. Assim, percebeu-se que as demais questões convergiam para a seguinte situação-problema: *Qual a relação entre o tamanho (diâmetro) do RAC e o número de pessoas que poderiam utilizá-lo?*

Uma das primeiras necessidades nesta fase foi identificar o volume de água cinza produzida por pessoa, para isso foi sugerido a leitura de tabelas presentes no livro *Abastecimento de Água*, de Tsutiya (2006, p.37). Do qual foram selecionados os dados de consumo doméstico referentes aos pontos de utilização de água que geram “água cinza”, expressos na Tabela 3.

³ Informação fornecida por Guilherme Delmondes da Silva durante a aula de campo, na comunidade de Lagoa Comprida, Ouricuri/PE, em setembro de 2024.

⁴ Informação fornecida por Sebastião Alves da Silva (Barrinho) durante entrevista online pela plataforma *Google Meet*, Ouricuri/PE, em outubro de 2024.

Tabela 3 – Perfil de consumo doméstico de água

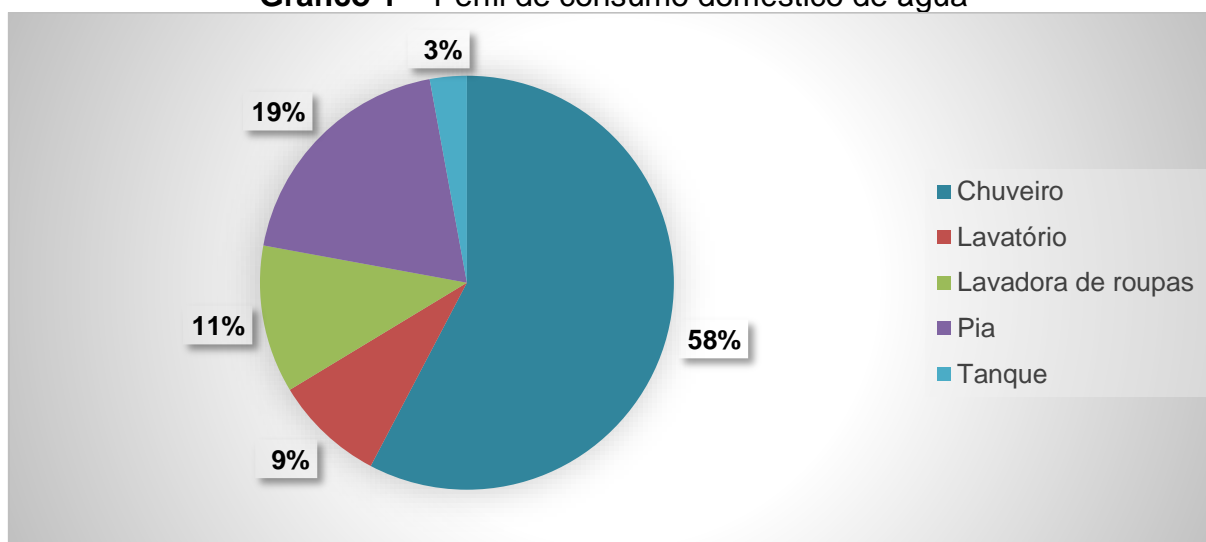
PONTOS DE UTILIZAÇÃO	L / DIA / HABITANTE	PORCENTAGEM
Chuveiro	60	58 %
Lavatório	9	9 %
Lavadora de roupas	12	11 %
Pia	20	19%
Tanque	3	3 %
TOTAL	104	100%

Fonte: Rocha e Barreto (1999 apud Tsutiya, 2006, p. 37).

Assim, volume de água cinza (v_p) produzido diariamente por p pessoas, em litros, pode ser calculado pela função:

$$v_p = 104p. \quad (I)$$

O Gráfico 1 apresenta os dados da Tabela 3, facilitando a comparação entre os pontos de utilização de água e o volume de água cinza gerado por pessoa a cada dia.

Gráfico 1 – Perfil de consumo doméstico de água

Fonte: Gráfico produzido pela autora e estudantes (2025).

Na Tabela 4 é apresentada uma relação entre o número de pessoas e o volume de água cinza, calculado pela fórmula (I).

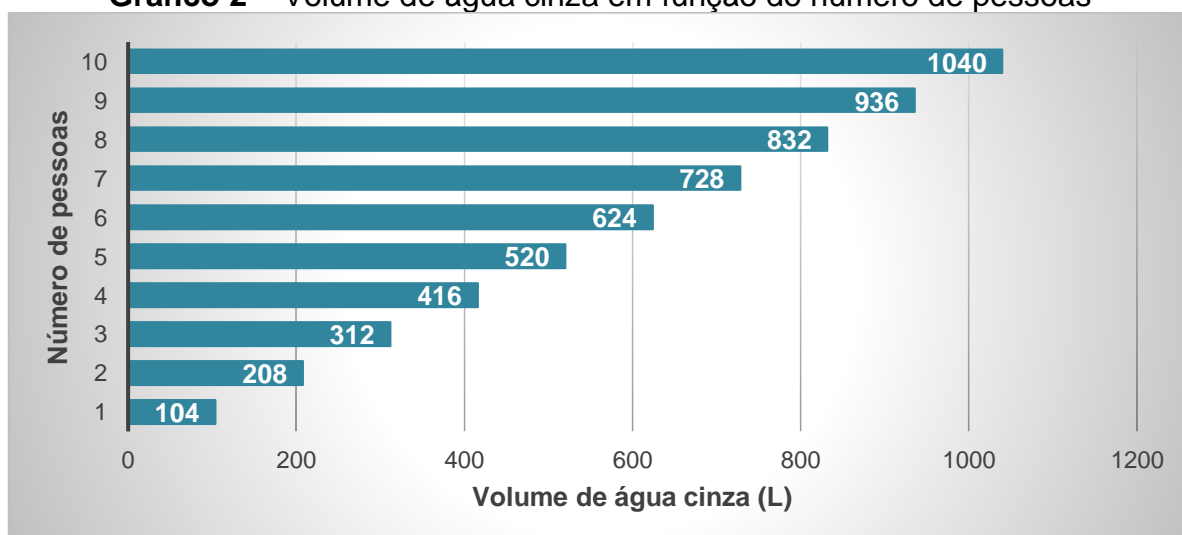
Tabela 4 – Relação entre o volume de água cinza e o número de pessoas

Nº DE PESSOAS	VOLUME DE ÁGUA CINZA (L)
1	104
2	208
3	312
4	416
5	520
6	624
7	728
8	832
9	936
10	1040

Fonte: Tabela produzida pela autora e estudantes (2024).

O Gráfico 2, referente à Tabela 4, apresenta o crescimento linear do volume de água cinza produzido por pessoa.

Gráfico 2 – Volume de água cinza em função do número de pessoas



Fonte: Gráfico produzido pela autora e estudantes (2025).

Segundo Moraes *et al.* (2023, p. 24) uma das principais recomendações para o manejo e manutenção do Sistema é assegurar $0,44 m^2$ de filtro por pessoa. Ou seja, o número de pessoas está diretamente relacionado à área de absorção do filtro (A).

Assim, tem-se que

$$A = 0,44p. \quad (\text{II})$$

Sabendo que o raio do filtro (r) do RAC estudado é de $0,8 m$, sua área de absorção, utilizando a fórmula para o cálculo de área de uma região circular, é:

$$A = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A = \pi \cdot (0,8)^2 \Rightarrow A \cong 2 m^2.$$

Logo, o filtro estudado deve ser utilizado por

$$2 \div 0,44 \cong 4,54 \Rightarrow [4,54] = 4 \text{ pessoas.}$$

Ou seja, apenas por quatro pessoas. Uma vez que a família experimentadora é composta por cinco integrantes, mas um dos filhos não reside na mesma casa, conclui-se que o sistema é suficiente para a mesma.

Como a área de absorção é dada por $A = \pi \cdot r^2$, e sua relação com o número de pessoas é $A = 0,44p$, para construção de um RAC, faz-se necessário também estabelecer uma relação entre o número de pessoas e o raio do filtro.

$$A = \pi \cdot r^2 \Rightarrow 0,44p = \pi \cdot r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{0,44p}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{0,44p}{\pi}}. \quad (\text{III})$$

A Tabela 5 apresenta a relação entre diferentes números de pessoas com a área de absorção e o raio necessário para o filtro, sendo utilizados valores aproximados para a medida do raio.

Tabela 5 – Relações entre número de pessoa, área de absorção e raio do filtro

Nº DE PESSOAS	ÁREA DE ABSORÇÃO (m ²)	RAIO DO FILTRO (m)
1	0,44	0,37
2	0,88	0,53
3	1,32	0,65
4	1,76	0,75
5	2,20	0,84
6	2,64	0,92
7	3,08	1,00
8	3,52	1,06
9	3,96	1,12
10	4,40	1,18

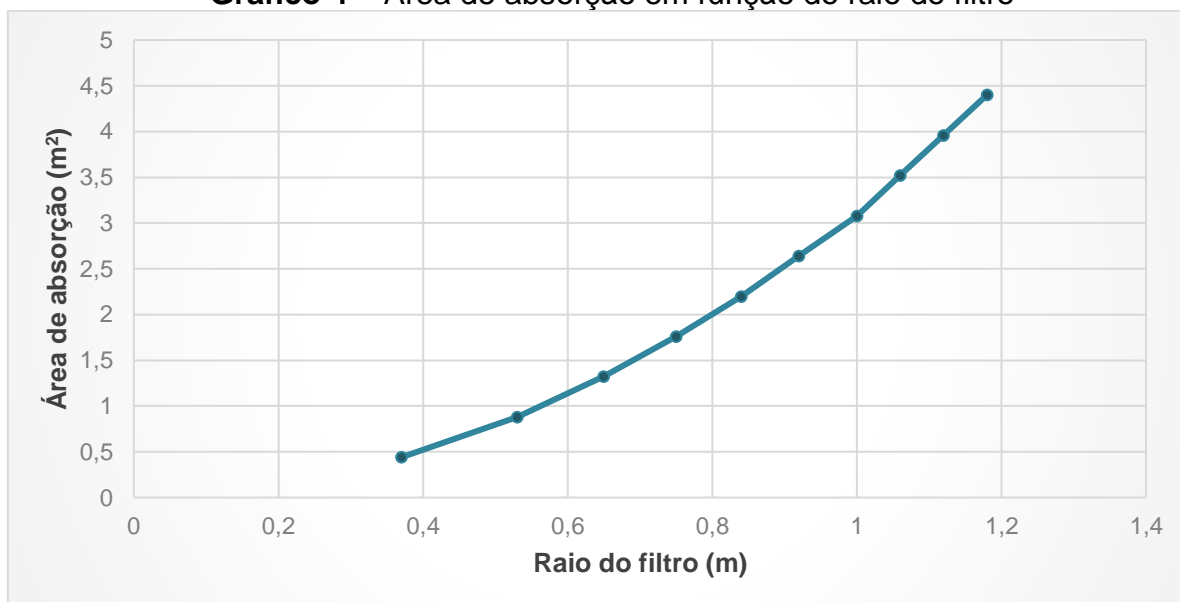
Fonte: Tabela produzida pela autora e estudantes (2025).

No Gráfico 3 é apresentada a relação entre a área de absorção e o número de pessoas, estabelecida na Tabela 5.

Gráfico 3 – Área de absorção em função do número de pessoas

Fonte: Gráfico produzido pela autora e estudantes (2025).

Já no Gráfico 4, buscou-se apresentar a relação entre as variáveis contínuas: área de absorção e raio do filtro, também apresentadas na Tabela 5.

Gráfico 4 – Área de absorção em função do raio do filtro

Fonte: Gráfico produzido pela autora e estudantes (2025).

Tendo respondido à situação-problema, surgiu uma curiosidade: *a capacidade do tanque de armazenamento é suficiente para receber o volume de água cinza produzido?*

A capacidade (c) do tanque de armazenamento depende de sua profundidade e raio (r). No entanto, como recebe água do filtro, sua capacidade deve ser medida a partir de um metro de profundidade (correspondente à profundidade do filtro), ou seja, sua profundidade útil (h) é de 1,5 m. Logo,

$$c = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow c = \pi \cdot (0,8)^2 \cdot 1,5 \Rightarrow c = \pi \cdot 0,64 \cdot 1,5 \Rightarrow c \cong 3m^3 \text{ ou } 3.000 L.$$

Assim, a capacidade diária do tanque é suficiente para receber o volume de água cinza de

$$3000 \div 104 \cong 29 \text{ pessoas.}$$

Ou, armazenar o volume produzido por quatro pessoas da família experimentadora por

$$3000 \div 416 \cong 7 \text{ dias,}$$

caso a água do tanque não esteja sendo reutilizada concomitantemente.

O modelo apresentado destaca, no planejamento de construção de um RAC, a importância de estimar corretamente o número de pessoas que produzirão água cinza. Isso porque, dependendo do volume produzido, o sistema pode ficar sobrecarregado, resultando no transbordamento do filtro ou na insuficiência da capacidade do tanque de armazenamento.

Documentos orientadores como o *Manual de Implantação e Manejo do Sistema Bioágua Familiar*, Tecnologia semelhante ao RAC, sugerem que, “nos casos em que a família tiver uma oferta média diária de mais de 500 litros de água cinza, é preciso fazer um segundo filtro biológico” (Santiago, 2015, p. 52).

Algumas divergências entre as referências utilizadas na primeira versão e aquelas adotadas na versão apresentada deste modelo levaram a uma reavaliação. Como resultado, optou-se por esta última versão. Para que isso fosse possível, a equipe 1 voltou a se reunir na penúltima semana de fevereiro de 2025 para concluir o modelo.

Para a confecção da maquete, utilizou-se a escala de 1: 10, ou seja, cada 1 *cm* na maquete corresponde a 10 *cm* na realidade. Assim, o filtro possui um raio de 8 *cm* e uma profundidade de 10 *cm*, com camadas variando entre 1 e 2 *cm*. O tanque de armazenamento tem um raio de 8 *cm* e uma profundidade de 25 *cm*. Os demais elementos da maquete não seguiram a escala.

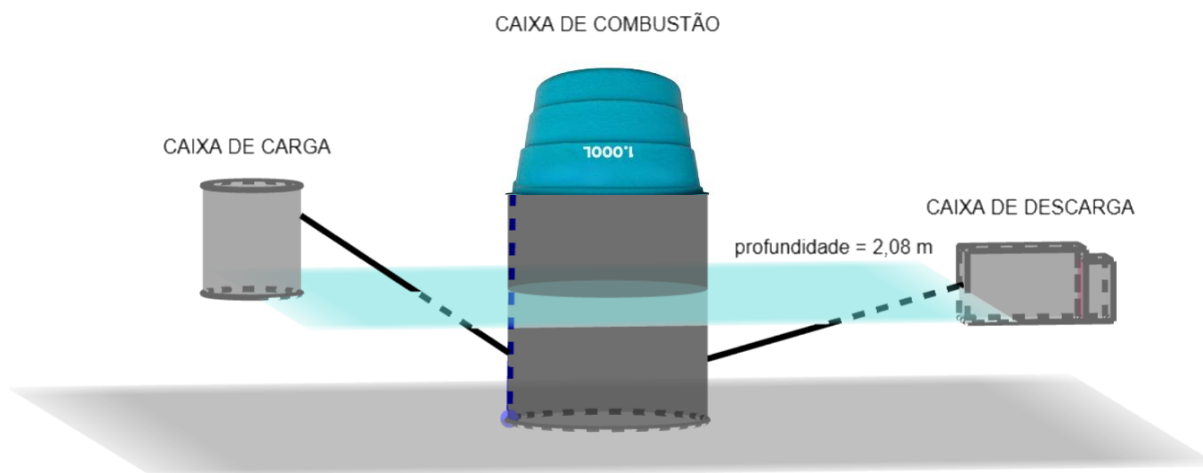
5.1.2 Equipe 2 – Biodigestor

O biodigestor objeto desta pesquisa é composto por uma caixa de carga, uma caixa de combustão e uma caixa de descarga, interligadas por canos de PVC conforme indicado na Figura 17. Na caixa de carga coloca-se a mistura de água com esterco bovino; na caixa de combustão, ocorre a fermentação da mistura gerando o biogás; e na caixa de descarga, a mistura fermentada sai na forma de biofertilizante, utilizado para adubar as plantas. No caso em questão, o biogás produzido é utilizado como gás de cozinha, que é diretamente encanado para a residência da família.

A caixa de carga possui formato de cilindro, com diâmetro medindo 0,83 *m* e altura de 0,77 *m*; a caixa de combustão é composta por um tanque cilíndrico, com diâmetro de 1,67 *m* e profundidade de 2,08 *m*, e por uma caixa de fibra de 1.000 *L*, emborcada e sobreposta ao tanque; e a caixa de descarga é composta por dois

recipientes prismáticos conjugados, com comprimento de 1,25 m e largura de 0,8 m no total.

Figura 17 – Vista frontal do Biodigestor



Fonte: Figura produzida pela autora (2024).

Para fins do modelo, a equipe 2, nas primeiras reuniões de orientação, observou que a Matemática estava presente desde os primeiros momentos de utilização do biodigestor, quando para a realização da mistura de água e esterco utilizava-se a proporção de um para um; e também na relação de 10 kg de esterco serem suficientes para produzir gás durante dois dias para a família experimentadora (informação verbal)⁵.

À princípio, a equipe formulou questões com o intuito de aplicá-las junto à comunidade escolar, seguindo os modelos de exercícios de fixação. Percebendo a não compreensão dos estudantes, a professora sugeriu a leitura de um exemplo de Modelagem Matemática envolvendo um biodigestor, presente na dissertação de Lappe (2018), apresentada na seção Referencial Teórico. Após a leitura e discussão do material, a equipe formulou novas questões, das quais foram selecionadas as principais:

1. Uma pessoa quer implantar um biodigestor em sua casa, como ela pode saber a quantidade de esterco que ela vai precisar para produzir gás suficiente para sua família de x pessoas?
2. Qual o tipo de gás produzido pelo biodigestor de Barrinho?

⁵ Informação fornecida por Sebastião Alves da Silva (Barrinho) durante a aula de campo, na comunidade de Lagoa Comprida, Ouricuri/PE, em setembro de 2024.

3. Cada vaca de nossa região produz quantos quilos de dejetos por dia?
4. Quantos metros cúbicos de biogás são produzidos por cada quilo de dejetos ou por cada animal, em média?
5. Qual a relação entre a quantidade de animais e o tamanho do biodigestor?

Como a solução das quatro primeiras questões são base para a resposta da quinta, a equipe, juntamente com a professora decidiu que teria como foco a seguinte situação-problema: *Qual a relação entre a quantidade de animais, o volume de gás produzido e a capacidade do biodigestor?*

Seguindo o exemplo de Lappe (2018, p.85-88), buscou-se inicialmente estabelecer a relação entre o tipo de animal, a quantidade de dejetos e a quantidade de biogás produzida. Para isso, um dos integrantes da equipe, criador de bovinos, ficou responsável por realizar a experiência de isolar uma vaca e coletar seus dejetos por três dias, a fim de estabelecer uma média de sua quantidade em quilogramas.

No primeiro dia, a massa de dejetos mediu 12,583 kg; no segundo dia mediu 13,196 kg; e no terceiro dia mediu 12,274 kg. Assim, utilizou-se como média (\underline{x}) de produção diária de dejetos bovinos:

$$\underline{x} = \frac{12,583+13,196+12,274}{3} \Rightarrow \underline{x} = \frac{38,053}{3} \Rightarrow \underline{x} = 12,684 \Rightarrow \underline{x} \cong 12,7 \text{ kg}.$$

Segundo Otenio (2013, p. 66), “1 kg de dejetos bovino produz em um biodigestor 0,041 m³ de biogás”. Assim, para calcular a quantidade de biogás produzida pelo biodigestor em estudo, fez-se a seguinte proporção, na qual x representa a quantidade de biogás produzido pelos dejetos de uma vaca:

$$\frac{1}{12,7} = \frac{0,041}{x} \Rightarrow x \cong 0,52 \text{ m}^3.$$

Logo a relação entre o tipo de animal, quantidade de dejetos e volume de biogás pôde ser organizada como apresentado na Tabela 6.

Tabela 6 – Quantidade de dejetos e volume de biogás produzidos por um animal

ANIMAL	DEJETO (kg/dia)	BIOGÁS (m ³ /dia)
Bovinos	12,7	0,52

Fonte: Tabela produzida pela autora e estudantes (2024).

Com base na Tabela 6, algumas relações puderam ser representadas pelas seguintes relações, nas quais n corresponde à quantidade de animais:

- Relação entre a quantidade de dejetos (y), em kg , e o número de animais (n)

$$y = 12,7n \quad (\text{IV})$$

- Relação entre o volume de biogás (z), em m^3 , e o número de animais (n)

$$z = 0,52n \quad (\text{V})$$

- Relação entre o volume de biogás (z), em m^3 , e a quantidade de dejetos (y), em kg .

De (IV), tem-se que $n = \frac{y}{12,7}$ e de (V), tem-se que $n = \frac{z}{0,52}$.

Assim,

$$\begin{aligned} n = n &\Rightarrow \frac{y}{12,7} = \frac{z}{0,52} \Rightarrow 0,52y = 12,7z \Rightarrow z = \frac{0,52y}{12,7} \\ &\Rightarrow z \cong 0,04y. \quad (\text{VI}) \end{aligned}$$

A fim de atender à situação-problema proposta, fez-se necessário estabelecer outra relação:

- Relação entre o volume da mistura (w) de água e dejetos, em m^3 , com o número de animais (n)

Segundo Machado (2024), 1 litro de dejetos bovinos frescos pode variar entre 1 kg e 1,05 kg . Considerando que a densidade do esterco seja a mesma da água, ou seja 1 $kg = 1 L$, então, 12,7 kg correspondem a 12,7 L ou 0,0127 m^3 . Como a mistura utilizada para abastecer o biodigestor é composta por água e esterco na proporção de

1 para 1, então a mistura por animal possui 25,4 L ou, aproximadamente, $0,025 m^3$. Logo,

$$w = 0,025n. \quad (\text{VII})$$

Para estimar a quantidade máxima de animais que podem ser utilizados para abastecer o biodigestor, verificou-se o volume total dele.

Seja c_t a capacidade total da caixa de combustão, c_1 a capacidade do cilindro e c_2 a capacidade da caixa de fibra que o compõe. Seja r o raio do cilindro e h sua profundidade. E dados, $r \cong 0,83$ e $h = 2,08m$. Então,

- $c_1 = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow c_1 = \pi \cdot (0,83)^2 \cdot 2,08 \Rightarrow c_1 = \pi \cdot 0,6889 \cdot 2,08 \Rightarrow c_1 \cong 4,5 m^3$,
- $c_2 = 1000 L$ ou $1 m^3$ e
- $c_t = c_1 + c_2 \Rightarrow c_t = 4,5 + 1 \Rightarrow c_t = 5,5 m^3$.

Levando em consideração que o volume da mistura (VII) somada ao volume do biogás (V) produzido por ela deve somar, no máximo, a capacidade da caixa de combustão (c_t), tem-se que

$$w + z = 0,025n + 0,52n \Rightarrow w + z = 0,545n. \quad (\text{VIII})$$

Assim,

$$w + z = c_t \Rightarrow 0,545n = 5,5 \Rightarrow n = \frac{5,5}{0,545} \Rightarrow n \cong 10,09.$$

Ou seja, o número de bovinos que podem ser utilizados para abastecer o biodigestor em questão, é de 10 animais. Na Tabela 7 é apresentada a variação dos valores de $(w + z)$ para diferentes números de animais.

Tabela 7 – Relação entre o número de animais e a soma dos volumes da mistura e biogás em m^3

NÚMERO DE BOVINOS	VOLUME DA MISTURA (m^3)	VOLUME DE GÁS PRODUZIDO (m^3)	VOLUME DA MISTURA + VOLUME DO GÁS
1	0,025	0,52	0,545
2	0,05	1,04	1,09
3	0,075	1,56	1,635
4	0,10	2,08	2,18
5	0,125	2,6	2,725
6	0,15	3,12	3,27
7	0,175	3,64	3,815
8	0,2	4,16	4,36
9	0,225	4,68	4,905
10	0,25	5,2	5,45
11	0,275	5,72	5,995
12	0,3	6,24	6,54

Fonte: Tabela produzida pela autora e estudantes (2024).

Vale salientar que o modelo acima leva em consideração que a caixa de combustão esteja inicialmente desabastecida e que, uma vez abastecida, à medida que o gás é produzido, não esteja sendo utilizado de forma imediata. Outra observação importante é que, dependendo do consumo da família, essa produção não precisa ser máxima, como é o caso da família em questão que utiliza apenas 10 kg de dejetos para o abastecimento diário.

Na apresentação do modelo para a comunidade de Lagoa Comprida, o cálculo do número de animais foi feito utilizando apenas a fórmula V, relacionando diretamente o volume do biogás produzido com a capacidade da caixa de combustão, sem considerar o volume da mistura:

$$z = 0,52n \Rightarrow 5,5 = 0,52n \Rightarrow n = \frac{5,5}{0,52} \Rightarrow n \cong 10,57.$$

Após sugestão dos participantes, de levar em consideração o volume da mistura, os cálculos foram refeitos, utilizando a fórmula (VIII), conforme apresentado na Tabela 7. No entanto, o número de animais permaneceu o mesmo (máximo de 10).

A maquete do biodigestor seguiu a escala de 1:8,35 ou seja, a caixa de combustão ficou com diâmetro de 20 *cm* e profundidade próxima de 25 *cm*; a caixa de carga, com diâmetro de, aproximadamente, 10 *cm* e altura de 9,2 *cm*; e a caixa de descarga com comprimento e largura aproximados de 15 *cm* e 9,6 *cm*, respectivamente. Os demais elementos da maquete não seguiram a escala.

5.1.3 Equipe 3 – Cisterna de Enxurrada

A cisterna de enxurrada em questão possui formato cilíndrico e cobertura cônica e é utilizada para captar água da chuva em um terreno cujo declive provoca uma enxurrada. Além da cisterna, fazem parte dessa Tecnologia dois decantadores, nos quais ocorre a decantação da terra e outros sólidos carregados junto à água. Logo, sua posição é estratégica, assim como as plantações à sua volta, pois podem ajudar a diminuir a quantidade de entulhos na água.

A equipe 3, após a realização de pesquisas sobre cisternas de enxurrada e da coletada de dados em campo, elaborou oito questões, das quais foram selecionadas cinco, apresentadas na ordem em que serão comentadas.

1. Qual é o volume da cisterna de enxurrada?
2. É preciso fazer uma medida antes para fazer a cisterna? Também é preciso saber quantos litros de água?
3. A cisterna de enxurrada só pode ser formada de um único jeito ou pode ser do jeito que quiserem?
4. Tem uma quantidade ideal para os materiais da cisterna?
5. Quanto que gasta para fazer uma cisterna de enxurrada?

Uma vez que a cisterna da família experimentadora foi construída por meio do Programa Nacional de Apoio à Captação de Água de Chuva e Outras Tecnologias Sociais de Acesso à Água, a professora orientou a equipe a realizar a leitura do manual técnico *Cisterna de enxurradas de 52 mil litros com serviço de acompanhamento familiar* (Brasil, 2017b) para responder às duas primeiras questões.

Para desenvolver o raciocínio necessário às demais questões, foi sugerida à equipe a leitura da proposta apresentada no livro *Modelagem Matemática no Ensino*, de Biembengut e Hein (2023, p. 33-51), descrita na seção Referencial Teórico, que aborda o ensino de sólidos geométricos utilizando embalagens como contexto.

Inspirada pelas leituras mencionadas e orientada pela professora, a equipe decidiu consolidar as três últimas perguntas em uma única situação-problema: *Qual seria a forma ideal para uma cisterna de enxurrada que permita obter o menor custo e o maior volume?* A partir dessa questão, foi desenvolvida a matematização apresentada a seguir.

Para solucionar o problema apresentado, torna-se necessário comparar a área total da cisterna em estudo com a de cisternas de diferentes formatos com a mesma capacidade, uma vez que a área total serve como base para o cálculo da quantidade de materiais necessários à sua construção e, conseqüentemente, de seu custo.

Na aula de campo, foram feitas algumas medições, quais sejam: cisterna com profundidade medindo $1,8\text{ m}$ e geratriz medindo $3,34\text{ m}$; e decantadores de comprimento e largura de 1 m e profundidade de $1,17\text{ m}$. Para matematização, foram utilizadas as medidas do modelo padrão apresentadas em Brasil (2017b, p.16).

O modelo padrão, denominado aqui de Cisterna 1 (C1), representado pela Figura 18, possui as seguintes características: tanque de armazenamento de água em formato cilíndrico, cobertura em forma de cone, capacidade (c) de 52.000 L , raio da base medindo (r) de $3,25\text{ m}$ e altura total (h_t) medindo $2,5\text{ m}$. Com esses dados pôde-se calcular a altura da parte cilíndrica (h_1), na qual fica armazenada a água; a altura da cobertura (h_2); e a geratriz (g) da cobertura.

Primeiramente precisou-se converter 52.000 L em m^3 , utilizando-se de regra de três simples:

$$\frac{1}{d} = \frac{1000}{52000} \Rightarrow d = \frac{52000}{1000} \Rightarrow d = 52\text{ m}^3.$$

Então, empregando a fórmula do volume (capacidade) do cilindro e considerando $\pi = 3,14$, obteve-se a altura da parte cilíndrica:

$$\begin{aligned} c &= \pi r_1^2 h_1 \Rightarrow 52 = 3,14 \cdot (3,25)^2 \cdot h_1 \Rightarrow 52 = 3,14 \cdot 10,5625 \cdot h_1 \\ \Rightarrow 52 &= 33,1662 h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{52}{33,1662} \Rightarrow h_1 = 1,5678 \Rightarrow h_1 \cong 1,57\text{ m}. \end{aligned}$$

Com as medidas h_t e h_1 , tem-se h_2 :

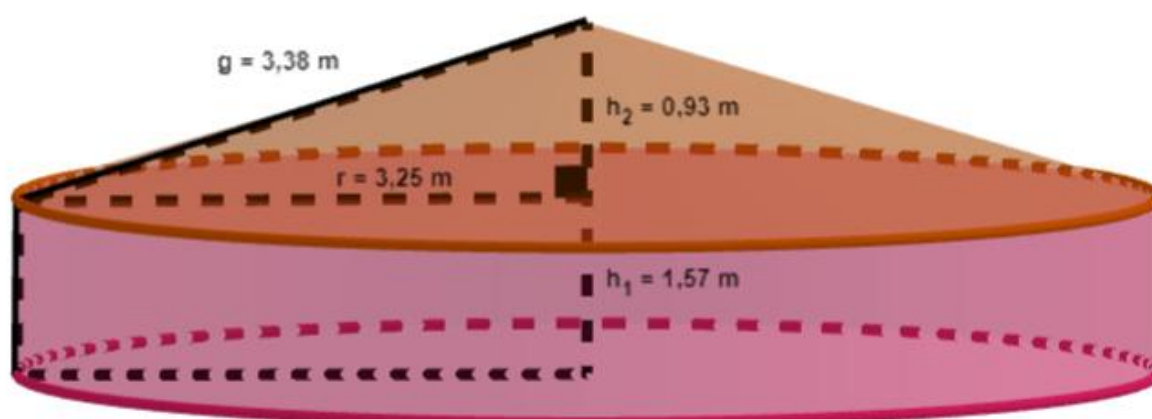
$$h_t = h_1 + h_2 \Rightarrow 2,5 = 1,57 + h_2 \Rightarrow h_2 = 2,5 - 1,57 \Rightarrow h_2 = 0,93 \text{ m.}$$

Assim, utilizando o Teorema de Pitágoras, foi possível calcular a geratriz da cobertura em cone:

$$\begin{aligned} g^2 &= h_2^2 + r^2 \Rightarrow g^2 = (0,93)^2 + (3,25)^2 \Rightarrow g^2 = 0,8649 + 10,5625 \\ &\Rightarrow g = \sqrt{11,4274} \Rightarrow g \cong 3,38 \text{ m.} \end{aligned}$$

Observa-se, portanto, que as medidas calculadas são aproximadas às medidas coletadas em campo.

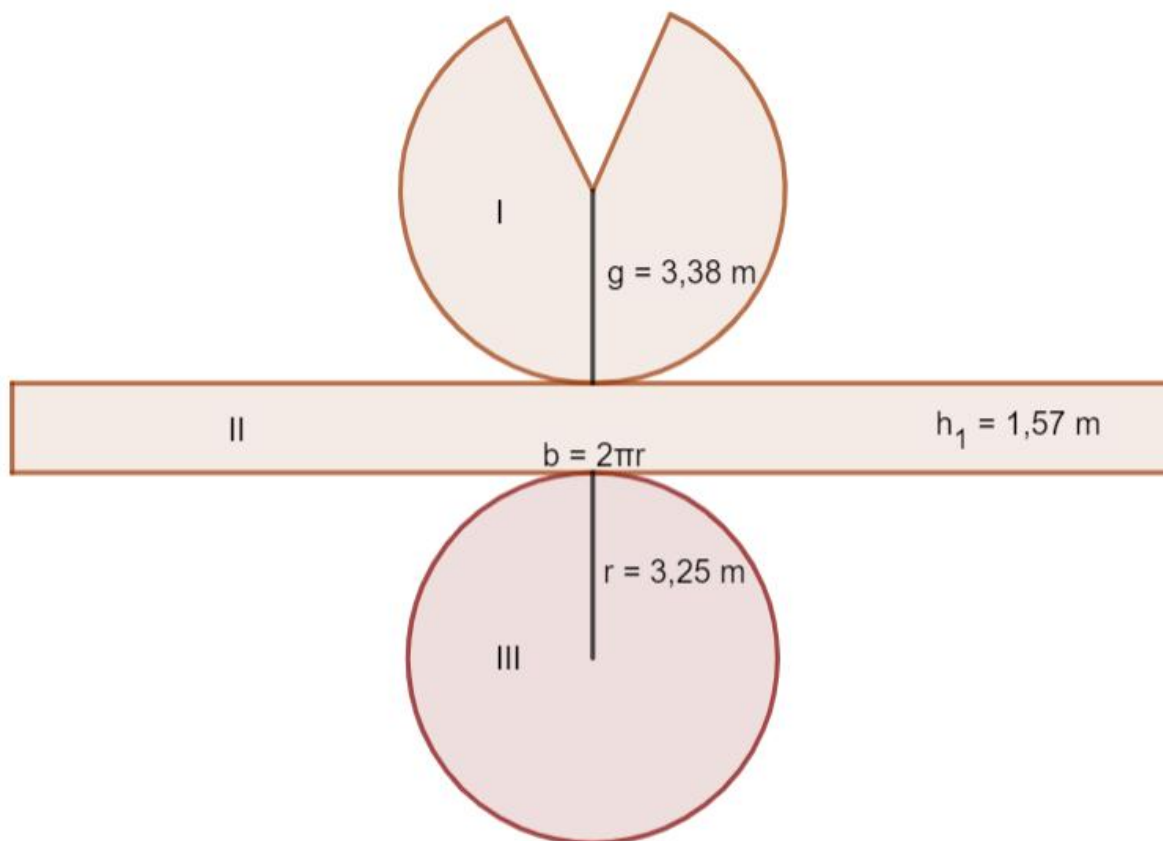
Figura 18 – Cisterna 1



Fonte: Imagem produzida pela autora e estudantes (2024).

Para calcular a área total (A_t), elaborou-se a planificação da cisterna com suas dimensões, apresentada na Figura 19:

Figura 19 – Planificação da Cisterna 1



Fonte: Imagem produzida pela autora e estudantes (2024).

Na Figura 19, a parte I representa a planificação do cone da cobertura, a parte II a planificação da lateral do cilindro, a parte III a base do cilindro e b o comprimento da circunferência da base, qual seja o comprimento do retângulo resultante da planificação do cilindro.

Assim, a área total de C1 (A_{t_1}) será a soma das áreas das partes I, II e III, denominadas de A_I , A_{II} e A_{III} , respectivamente.

- $A_I = \pi \cdot r \cdot g \Rightarrow A_I = 3,14 \cdot 3,25 \cdot 3,38 \Rightarrow A_I = 34,4929 \Rightarrow A_I \cong 34,5 \text{ m}^2$.
- $A_{II} = b \cdot h_1 \Rightarrow A_{II} = 2\pi r \cdot h_1 \Rightarrow A_{II} = 2 \cdot 3,14 \cdot 3,25 \cdot 1,57$
 $\Rightarrow A_{II} = 32,0437 \Rightarrow A_{II} \cong 32 \text{ m}^2$.
- $A_{III} = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_{III} = 3,14 \cdot (3,25)^2 \Rightarrow A_{III} \cong 33,2 \text{ m}^2$.

Logo,

$$A_{t_1} = A_I + A_{II} + A_{III} \Rightarrow A_{t_1} = 34,5 + 32 + 33,2 \Rightarrow A_{t_1} = 99,7 \Rightarrow A_{t_1} \cong 100 \text{ m}^2.$$

Objetivando uma comparação prática, considerou-se um novo modelo de cisterna, Cisterna 2 (C2), representada pela Figura 20, com um tanque de armazenamento em formato prismático, de base quadrada e cobertura piramidal, mantendo a mesma capacidade (52 m^3), área da base ($33,2 \text{ m}^2$), altura total ($2,5 \text{ m}$) e altura do tanque ($1,57 \text{ m}$) da C1.

Para cálculo da área total, faz-se necessário encontrar a medida das arestas da base (l) e a altura das faces triangulares da cobertura (h_3).

Sendo a base de C2 (b_2) de mesma área (A) que a base de C1 (b_1), tem-se que

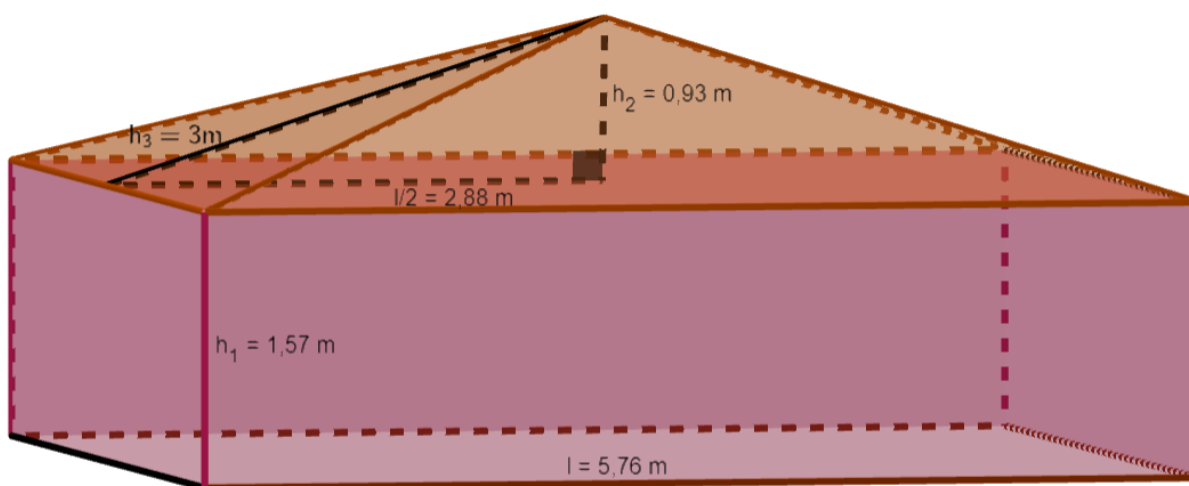
$$A_{b_2} = A_{b_1} \Rightarrow l^2 = \pi r^2 \Rightarrow l^2 = 33,2 \Rightarrow l = \sqrt{33,2} \Rightarrow l \cong 5,76 \text{ m}.$$

Pelo Teorema de Pitágoras tem-se que

$$h_3^2 = h_2^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow h_3^2 = (0,93)^2 + (2,88)^2 \Rightarrow h_3^2 = 0,8649 + 8,2844^2 \Rightarrow$$

$$h_3^2 = 9,1593 \Rightarrow h_3 = \sqrt{9,1593} \Rightarrow h_3 \cong 3 \text{ m}.$$

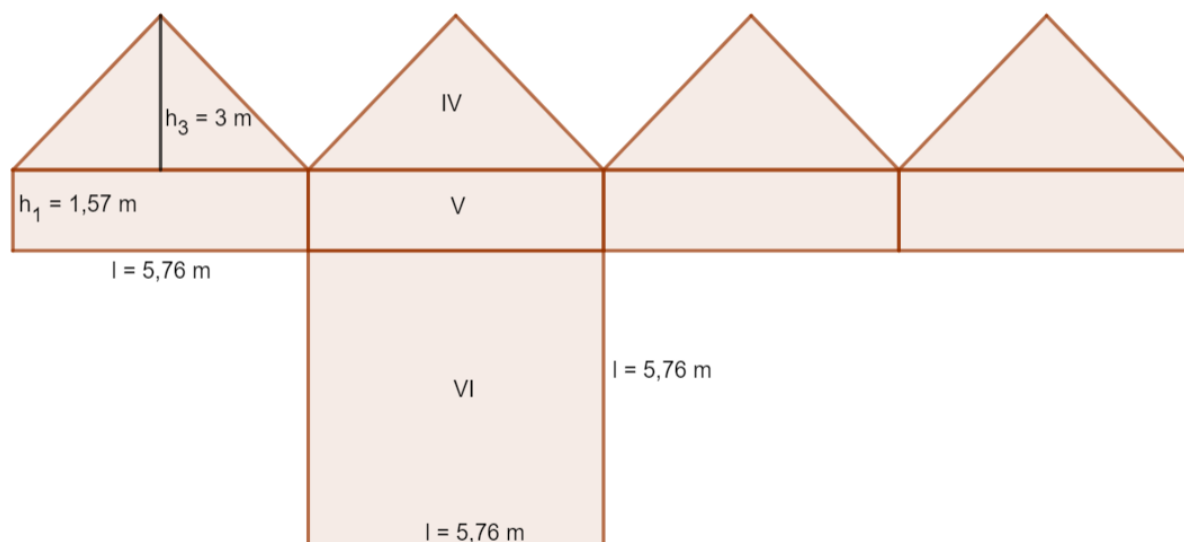
Figura 20 – Cisterna 2



Fonte: Imagem produzida pela autora e estudantes (2024).

Para calcular a área total, elaborou-se a planificação (Figura 21) da Cisterna 2 com as seguintes dimensões:

Figura 21 – Planificação da Cisterna 2



Fonte: Imagem produzida pela autora e estudantes (2024).

Em que a parte IV representa a planificação de uma face lateral da cobertura piramidal, a parte V a planificação de uma face lateral do prisma e a parte VI a base quadrada do prisma.

Assim, a área total de C2 (A_{t_2}) será a soma das áreas das Figuras IV e V multiplicadas por 4, com a área VI, chamadas de A_{IV} , A_V e A_{VI} , respectivamente.

- $4 \cdot A_{IV} = 4 \cdot \frac{l \cdot h_3}{2} \Rightarrow 4 \cdot A_{IV} = 4 \cdot \frac{5,76 \cdot 3}{2} \Rightarrow 4 \cdot A_{IV} = 2 \cdot 5,76 \cdot 3$
 $\Rightarrow 4 \cdot A_{IV} = 34,56 \text{ m}^2.$
- $4 \cdot A_V = l \cdot h_1 \Rightarrow 4 \cdot A_V = 4 \cdot 5,76 \cdot 1,57 \Rightarrow 4 \cdot A_V \cong 36,17 \text{ m}^2.$
- $A_{VI} = l^2 \Rightarrow A_{VI} = (5,76)^2 \Rightarrow A_{VI} \cong 33,18 \text{ m}^2.$

Logo,

$$A_{t_2} = 4 \cdot A_{IV} + 4 \cdot A_V + A_{VI} \Rightarrow A_{t_2} = 34,56 + 36,17 + 33,18 \Rightarrow A_{t_2} = 103,91$$

$$\Rightarrow A_{t_2} \cong 104 \text{ m}^2.$$

Observa-se, então, que a área total de C2 é maior que a área total de C1, com diferença de 4 m^2 .

Conforme Biembengut e Hein (2023, p. 50), “alisando a relação entre área e volume dos prismas de mesma altura h , podemos observar que quanto maior o

número de lados do polígono da base, isto é, quanto mais o polígono se aproxima de um círculo, menor será a área total do prisma”.

Comparando tanques prismáticos de base retangular e base quadrada, é possível verificar que o tanque de base retangular tem área total maior que o tanque de base quadrada, considerando terem ambos uma mesma área da base e uma mesma altura. Dessa forma, supõe-se que qualquer cisterna cujo tanque de armazenamento seja prismático terá área total maior que a cisterna de tanque cilíndrico, desde que tenham a mesma capacidade, ou seja, área da base e alturas equivalentes.

Considerando cisternas de tanque cilíndrico e cobertura cônica (C) e cisternas de tanque prismático e cobertura piramidal (P), procurou-se generalizar o problema comparando a área total de uma cisterna de tanque cilíndrico (A_{t_c}) com a área total de uma cisterna de tanque prismático (A_{t_p}) de base quadrada.

Como a área total é a soma das áreas da base, da lateral e da cobertura, buscou-se representar as áreas em função de r , h_1 e h_2 .

Assim, seja

$$g^2 = h_2^2 + r^2 \Rightarrow g = \sqrt{h_2^2 + r^2}, \text{ então}$$

$$A_{t_c} = \pi r^2 + 2\pi r h_1 + \pi r g$$

$$\Rightarrow A_{t_c} = \pi r^2 + 2\pi r h_1 + \pi r \sqrt{h_2^2 + r^2}.$$

Seja

$$h_3^2 = h_2^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow h_3 = \sqrt{h_2^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \Rightarrow h_3 = \sqrt{h_2^2 + \frac{l^2}{4}} \Rightarrow h_3 = \sqrt{h_2^2 + \frac{\pi r^2}{4}},$$

então

$$A_{t_p} = l^2 + 4lh_1 + 4\frac{lh_3}{2} \Rightarrow A_{t_p} = \pi r^2 + 4r\sqrt{\pi}h_1 + 2r\sqrt{\pi}h_3$$

$$\Rightarrow A_{t_p} = \pi r^2 + 4r\sqrt{\pi}h_1 + 2r\sqrt{\pi}\sqrt{h_2^2 + \frac{\pi r^2}{4}}.$$

Uma vez que as áreas das bases são iguais, basta comparar as áreas laterais e das coberturas.

As áreas laterais são respectivamente $2\pi rh_1$ e $4\sqrt{\pi}rh_1$. Ora, como $2\pi (\cong 6,28) < 4\sqrt{\pi} (\cong 7,08)$, conclui-se que a área lateral de C é menor que a área lateral de P.

Para verificar a desigualdade entre as áreas das coberturas, sabendo que todos os termos são positivos, comparou-se os dois membros por meio de manipulações algébricas válidas.

$$\pi r \sqrt{h_2^2 + r^2} < 2r\sqrt{\pi} \sqrt{h_2^2 + \frac{\pi r^2}{4}}$$

Dividindo os dois membros por r , obtém-se:

$$\pi \sqrt{h_2^2 + r^2} < 2\sqrt{\pi} \sqrt{h_2^2 + \frac{\pi r^2}{4}}$$

Elevando os dois membros ao quadrado, obtém-se:

$$\pi^2(h_2^2 + r^2) < 4\pi \left(h_2^2 + \frac{\pi r^2}{4} \right)$$

Expandindo os termos, tem-se:

$$\pi^2 h_2^2 + \pi^2 r^2 < 4\pi h_2^2 + 4\pi \frac{\pi r^2}{4} \Rightarrow \pi^2 h_2^2 + \pi^2 r^2 < 4\pi h_2^2 + \pi^2 r^2$$

Subtraindo $\pi^2 r^2$ dos dois membros, chega-se a:

$$\pi^2 h_2^2 < 4\pi h_2^2$$

Dividindo os membros por πh_2^2 , conclui-se que

$$\pi < 4.$$

O que é verdadeiro, ou seja, $A_{tc} < A_{tp}$.

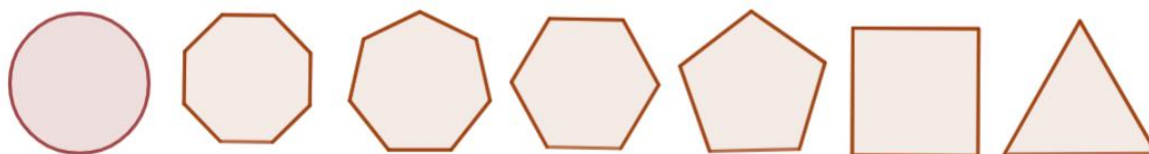
Portanto, a área total de uma cisterna de tanque cilíndrico (C) é menor do que a de uma cisterna de tanque prismático (P) de base quadrada e tende a ser menor que qualquer cisterna de tanque prismático.

Conseqüentemente, nessas condições, a construção de uma cisterna cilíndrica com cobertura cônica custará menos do que a de uma cisterna prismática com cobertura piramidal. Logo, esse é o tipo de cisterna mais vantajoso a se construir.

No entanto, caso se deseje uma cisterna em formato prismático, quanto maior o número de lados do polígono da base (Figura 22), menor será o custo, já que:

área total do cilindro < área total do prisma octogonal < área total do prisma heptagonal < área total do prisma hexagonal < área total do prisma pentagonal < área total do prisma quadrangular < área total do prisma triangular.

Figura 22 – Exemplos de formatos de bases de cisternas



Fonte: Imagem produzida pela autora e estudantes (2024).

Durante a apresentação do modelo mencionado aos representantes da comunidade rural de Lagoa Comprida, onde muitas famílias possuem cisternas em suas propriedades, foi observado que algumas delas optam por não construir a cobertura em formato cônico ou piramidal, em vez disso, preferem uma laje paralela à base, o que, embora diferente, não compromete a validade do modelo.

Sobre este modelo, é importante destacar uma observação feita pela família experimentadora a respeito da significativa integração entre as Tecnologias: em 2013, quando ainda não utilizavam a Agrofloresta, a cisterna de enxurrada era preenchida com chuvas de 45 a 55 mm; já em 2024, com a Agrofloresta em estágio de desenvolvimento, a mesma cisterna foi preenchida apenas após 526 mm de chuva. Esse aumento expressivo na quantidade de chuvas necessária para encher a Cisterna

deve-se à maior capacidade de retenção de água pelo solo, proporcionada pela Agrofloresta (informação verbal)⁶.

Para confecção da maquete, utilizou-se a escala 1:25. Assim, o protótipo da cisterna ficou com raio medindo 13 cm e altura medindo 10cm. Os decantadores foram representados em formato cúbico com 4 cm de aresta cada.

5.1.4 Equipe 4 – Sistema Agroflorestal – SAF

A equipe 4, em reuniões de orientação, fez observações quanto ao formato, dimensões e área da agrofloresta estudada e foi estimulada a buscar relações entre área e produção, o que levou a elaboração das seguintes questões pela equipe:

1. Para que serve o Sistema Agroflorestal?
2. Qual o formato do Sistema Agroflorestal?
3. Qual a área do Sistema Agroflorestal?
4. Uma propriedade com essa área pode produzir uma colheita suficiente para aquela família?
5. Qual a diferença de produção do Sistema Agroflorestal para a agricultura convencional?

Durante a entrevista, a equipe conseguiu obter respostas para quatro das cinco questões apresentadas.

Quanto à primeira questão, Barrinho observou que o SAF é especialmente útil para recuperação do solo e do bioma nativo, além de contribuir para a produção de alimentos. Sobre o formato do terreno, acrescentou que para fazer esta escolha o conhecimento do “caminho das águas” era crucial. No caso específico, o terreno era retangular, com canteiros dispostos de forma perpendicular ao sentido do escoamento da água da chuva, de modo a acumular a maior quantidade de água possível no solo, uma vez que a plantação funciona como barreira natural (informação verbal)⁷.

Quanto à produção ser suficiente para a família, Barrinho respondeu que mais de 70% do que a família consome vem do “sistema alimentar da família”, que inclui o SAF. E em resposta à questão cinco, ele relatou uma experiência de plantação vivenciada em 2022, quando constatou que a produtividade do SAF chegava a 65%,

⁶ Informação fornecida por Sebastião Alves da Silva (Barrinho) durante a aula de campo, na comunidade de Lagoa Comprida, Ouricuri/PE, em setembro de 2024.

⁷ Informação fornecida por Sebastião Alves da Silva (Barrinho) durante entrevista online pela plataforma *Google Meet*, Ouricuri/PE, em outubro de 2024.

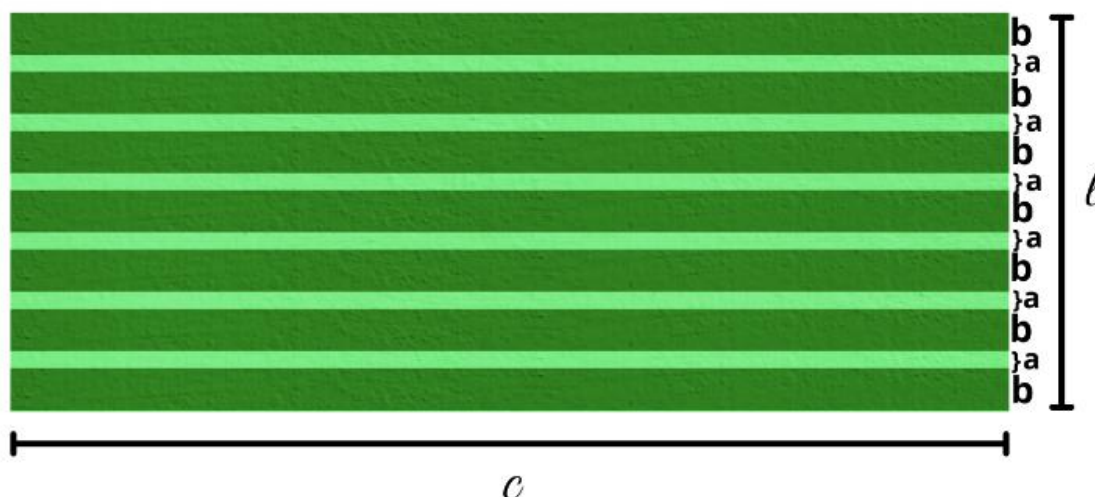
em contraste aos 10% de produtividade na agricultura convencional. Observou, ainda, que à medida que o SAF se desenvolve, sua produtividade aumenta (informação verbal)⁸.

No intuito de estimular o raciocínio da equipe e aprofundar a matematização, a professora propôs a leitura do artigo de Souza (2019), intitulado: *Modelagem Matemática Aplicada ao Sistema Mandala: um estudo voltado para a produção sustentável*, apresentado na seção Referencial Teórico, no qual é apresentado um modelo matemático para um sistema de plantação em forma de mandala.

Nesse sentido, inspirados pela leitura do artigo e buscando estabelecer as relações propostas anteriormente entre área e produção do SAF, elaborou-se o modelo que segue, no intuito de solucionar a situação-problema: *Que relações podem ser úteis para estimar a produção em um Sistema Agroflorestal?*

Considerando os dados coletados em campo, o SAF estudado possui as características apresentadas na Figura 23, na qual l é a medida da largura do terreno; c a medida do comprimento, b a largura de cada canteiro e a a distância entre os canteiros.

Figura 23 – Representação do Sistema Agroflorestal em estudo



Fonte: Imagem produzida pela autora e estudantes (2024).

Sabendo que o terreno possui formato retangular, com 115 m de comprimento, 45 m de largura e entre os canteiros existem fileiras de palmas com 0,5 m de largura, em resposta à questão três, tem-se que a área (A) do terreno é dada por:

⁸ Informação fornecida por Sebastião Alves da Silva (Barrinho) durante entrevista online pela plataforma *Google Meet*, Ouricuri/PE, em outubro de 2024.

$$A = c \cdot l \Rightarrow A = 115 \cdot 45 \Rightarrow A = 5.175 m^2.$$

Para o estabelecimento de relações com a produção de alimentos, convinha, ainda, questionar qual seria a área de cada canteiro (A_c) reservado para tal fim. Sabendo que a largura de cada canteiro mede 6 m e que a distância entre eles é de 0,5 m, correspondente às fileiras de palmas, tem-se que

$$A_c = b \cdot c \Rightarrow A_c = 6 \cdot 115 \Rightarrow A_c = 690 m^2.$$

E ainda, questionar qual seria a área total dos canteiros (A_{t_c}).

Seja n o número de canteiros e $(n - 1)$ a quantidade de espaços entre eles, é possível encontrar o número de canteiros por meio da equação:

$$\begin{aligned} 6n + 0,5(n - 1) = 45 &\Rightarrow 6n + 0,5n - 0,5 = 45 \Rightarrow 6,5n = 45 + 0,5 \Rightarrow 6,5n = 45,4 \\ &\Rightarrow n = \frac{45,4}{6,5} \Rightarrow n = 7. \end{aligned}$$

Logo, a área total dos canteiros será dada por:

$$A_{t_c} = b \cdot c \cdot n \Rightarrow A_{t_c} = A_c \cdot 7 \Rightarrow A_{t_c} = 690 \cdot 7 \Rightarrow A_{t_c} = 4.830 m^2.$$

Seguindo o modelo apresentado por Souza (2019, p. 21-27), pôde-se estabelecer as seguintes relações:

- Relação 1: Relação entre o número de canteiros (n) e a distância (a) entre eles

$$l = 7b + 6a \Rightarrow l = 7b + (7 - 1)a,$$

generalizando para n canteiros, tem-se

$$\begin{aligned} l = nb + (n - 1)a &\Rightarrow l = nb + na - a \Rightarrow l = n(b + a) - a \Rightarrow n(b + a) = l + a \\ &\Rightarrow n = \frac{l + a}{b + a}. \end{aligned}$$

- Relação 2: Relação entre o número de mudas (m) e o comprimento do canteiro (b)

Seja d a distância entre as mudas, o número de mudas em cada fileira (m_f) é dado por:

$$m_f = \frac{c}{d}.$$

O número de fileiras (f) pode ser dado por:

$$f = \frac{b}{d}.$$

Assim, o número de mudas em cada canteiro de largura b é dado por:

$$\begin{aligned} m &= m_f \cdot f \Rightarrow m = \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{d} \\ \Rightarrow m &= \frac{bc}{d^2} \text{ ou } m = \frac{A_c}{d^2}. \end{aligned}$$

- Relação 3: Relação entre o número de mudas (m) e a área de plantio (A_{t_c})

$$\begin{aligned} m &= \frac{A_c}{d^2} \cdot n \Rightarrow m = \frac{bcn}{d^2} \\ \Rightarrow m &= \frac{A_{t_c}}{d^2}. \end{aligned}$$

Na apresentação do modelo para a família experimentadora e representantes da comunidade de Lagoa Comprida, Barrinho observou que, no cálculo do número de mudas, os agricultores devem levar em consideração a porcentagem de aproveitamento da colheita, que nem sempre chega a 100%. Como exemplo citou o milho, em que, de cada muda, espera-se obter duas espigas caso as chuvas sejam “boas”, e uma espiga caso não haja muita chuva (informação verbal)⁹.

⁹ Informação fornecida por Sebastião Alves da Silva (Barrinho) durante a apresentação dos modelos para a comunidade de Lagoa Comprida, Ouricuri/PE, em dezembro de 2024.

Os materiais utilizados para confecção da maquete não foram suficientes para representar o comprimento de forma proporcional, no entanto as demais dimensões seguiram a proporção de 1:100. Assim, a largura do terreno foi representada com 45 cm, a largura dos canteiros com 6 cm e a distância entre os canteiros ou largura das fileiras de palmas com 0,5 cm.

6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Diante dos objetivos propostos nesta pesquisa, serão discutidas, nesta seção, as contribuições da Modelagem Matemática para a utilização das Tecnologias Sociais estudadas por cada equipe.

6.1 EQUIPE 1

Durante a etapa de Interação, a equipe 1 pôde perceber que o Sistema de Reúso de Água Cinza (RAC) é uma Tecnologia cuja utilização pode ocorrer desde pequenas residências rurais até grandes prédios urbanos, estabelecimentos públicos ou comerciais (ANA, 2005, p. 73).

No caso em estudo, sua utilização tinha como objetivo primordial o reaproveitamento da água cinza no cultivo de frutíferas e plantas forrageiras, conforme orienta Moraes *et al.* (2023, p. 17), estratégia extremamente importante diante das condições climáticas da região.

Apesar de ser uma Tecnologia de funcionamento relativamente simples, sua matematização possibilitou a identificação de detalhes que não foram percebidos durante a aula de campo. Numa primeira versão do modelo foi possível, por exemplo, a diferenciação da capacidade total e capacidade útil do tanque de abastecimento (Lopes; Santos, 2002, p.6), permitindo aos estudantes uma maior noção de aplicação dos conceitos de capacidade e volume.

No momento de validação, constatou-se a necessidade de refazer parte do modelo, levando a uma na segunda versão, apresentada na seção Resultados, cuja matematização envolveu uma maior aplicação da estatística, quando na diferenciação das frequências relativa e absoluta da Tabela 3, verificou-se que o gasto diário com chuveiro representa mais de 50% da água cinza produzida diariamente.

Na aplicação dos principais tipos de gráficos (setores, barras, colunas e linhas), identificou-se, por exemplo, que o volume de água cinza diária por pontos de utilização era a única grandeza adequada para representação em um gráfico de setores, uma vez que os dados podem ser representados como parte de um todo. Além disso, a relação entre área e raio foi considerada a única apropriada para um gráfico de linhas, pois envolve variáveis contínuas. Experiência semelhante foi relatada por Barbosa (2003, p. 9, *apud* Goés; Goés, 2023, p. 130).

A partir das relações encontradas, espera-se que o modelo possa ser útil a outras famílias, ajudando-as a obterem um aproveitamento máximo de sua capacidade e a usar corretamente o sistema, sem provocar sobrecarga. Isso é possível por meio do correto dimensionamento da Tecnologia RAC, que deve ser feito de acordo com o número de integrantes que a família possui.

6.2 EQUIPE 2

A leitura de artigos possibilitou, para a equipe 2, o conhecimento da existência de vários tipos de biodigestores, com diferentes fins: produção de energia, gás combustível ou gás de cozinha. Também é uma Tecnologia que pode ser desenvolvida em pequenas propriedades, como é o caso do estudo, ou associada a grandes atividades pecuaristas (Lappe, 2018, p. 85-89).

Na matematização, as relações estabelecidas entre as variáveis quantidade de dejetos, volume de biogás, volume da mistura e número de animais, possibilitaram a aplicação dos conceitos básicos de funções, com diferenciação entre variáveis dependentes e independentes e representações por meio de funções afim do tipo lineares crescentes $f(x) = ax$, cujas grandezas são expressas apenas por números positivos, ou seja, $f: R^+ \rightarrow R^+$, onde $R^+ = \{x \in R; x > 0\}$ (Lima *et al.*, 1997, pg. 96-97).

Numa primeira versão do modelo também foram realizadas observações de como a capacidade do tanque cilíndrico (parte da caixa de combustão) varia em função do quadrado do raio, aplicando conceitos de funções quadráticas. Segundo Beltrão e Igliori (2010, p. 24), “a noção de função é de importância central na concepção e no estudo de modelos [...], qualquer que seja a sua natureza, continuando por isso a ser uma noção-chave na Matemática atual”.

Durante a validação do modelo, a correção de que a capacidade total do biodigestor não corresponde diretamente ao volume do biogás, mas sim à sua soma com o volume da mistura de água com dejetos bovinos, permitiu uma reflexão quanto a existência de vários fatores que podem interferir na produção e no volume real do biogás, como, por exemplo, temperatura, pH do meio, umidade, composição dos dejetos (Soares; Feiden; Tavares, 2017, p. 524), o que deixaria o modelo mais complexo e demandaria mais tempo para solução.

No entanto, o modelo proposto, ao relacionar a capacidade do biodigestor ao número de animais, pode incentivar a exploração de seu potencial máximo. Essa ideia foi levantada por um dos estudantes durante as discussões com a equipe, sugerindo a construção de um biodigestor para manutenção de uma panificadora na comunidade de Lagoa Comprida.

6.3 EQUIPE 3

A cisterna de enxurrada, por sua vez, Tecnologia já consolidada como política pública através do Programa Nacional de Apoio à Captação de Água de Chuva e Outras Tecnologias Sociais de Acesso à Água (Brasil, 2017b), chamou a atenção da equipe 3 por sua relação com outras Tecnologias, como a Agrofloresta, e com a vegetação à sua volta. A plantação de mandioca, por exemplo, feita, propositalmente, à frente dos decantadores, ajuda a reter a parte mais grossa dos entulhos carregados pela enxurrada.

Apesar da simplicidade de funcionamento das cisternas, a matematização quanto ao seu formato e custo demandou uma maior mobilização de conhecimentos de geometria plana e espacial e manipulações algébricas de desigualdades conhecidas para chegar à conclusão de que a cisterna de tanque cilíndrico tem área total menor. Corroborando com a proposta de Biembengut e Hein (2023, p. 33-51) e com a experiência de Caldeira (1998, apud Meyer; Caldeira; Malheiros, 2021, p. 95-101).

Um diferencial no modelo apresentado para os demais modelos pesquisados foi a necessidade de realizar composições de sólidos geométricos para representação das cisternas: cilindro com cone na Cisterna 1 e prisma com pirâmide na Cisterna 2.

Na oportunidade, os estudantes foram estimulados, através de perguntas, a refletir sobre o cálculo do volume desses sólidos, recordando que o método é o mesmo para prismas e cilindros: $\text{volume} = (\text{área da base}) \times (\text{altura})$; e igualmente para pirâmides e cones: $\text{volume} = \frac{1}{3} \times (\text{área da base}) \times (\text{altura})$, uma vez que “a relação entre o prisma e o cilindro é a mesma que entre a pirâmide e o cone, ou seja, o primeiro é caso particular do segundo” (Lima *et al.*, 1998, p. 265).

Também foram aplicados conceitos de planificação, Teorema de Pitágoras, cálculo de área total, além da capacidade útil das cisternas. Permitindo, assim, uma importante experiência com conceitos da geometria. Sobre isso, Lima *et al.* (1998,

p.264), afirmam: “quando prismas e pirâmides são apresentados ao aluno do segundo grau, a motivação natural é o cálculo dos volumes. Entretanto, paralelamente a isso, diversas outras relações métricas e propriedades desses poliedros devem ser estudados”.

O modelo elaborado, além de ser uma importante justificativa para a escolha do formato cilíndrico do tanque da cisterna, cuja construção demanda menor custo, oferece também ideias quanto às melhores escolhas de tanque prismáticos, sempre levando em consideração maior capacidade e menor custo, conforme apresentado na seção Resultados.

6.4 EQUIPE 4

Na propriedade da família experimentadora, o Sistema Agroflorestal (SAF) foi desenvolvido de modo a recuperar áreas que estavam em processo de desertificação, promovendo a recuperação do solo, aumento de sua capacidade de absorção de água e biodiversidade, sendo possível perceber na fala de seus representantes que, de todas as Tecnologias estudadas, esta é aquela que provocou maior impacto no estilo de vida da família.

Por meio de seu trabalho, a equipe 4 constatou que até mesmo a escolha do formato e da posição de um SAF envolve estratégias essenciais para a captação de água pelo solo. No caso estudado, a estrutura foi construída em formato retangular, com canteiros dispostos perpendicularmente ao fluxo da água.

É importante observar que no SAF pretende-se cultivar uma grande variedade de espécies (Ramos; Pires; Angola, 2013, p. 7), assim, o cálculo da produtividade de determinada espécie vai depender do número de canteiros dedicados a ela. E o cálculo da produtividade geral deve levar em consideração o somatório das produtividades individuais, assim como ocorre no Sistema Mandala (Sousa, 2019).

Na Matemática, utilizou-se de manipulações algébricas para se chegar a algumas generalizações que possam ser usadas como fórmulas para cálculo do número de canteiros, número de mudas por fileira e, conseqüentemente, estimativa de produção geral. Para Araújo (2008, p. 341), “trabalhos com proporcionalidade e generalizações podem auxiliar o desenvolvimento do pensamento algébrico”, sendo este entendido como

A percepção de regularidades, a percepção de aspectos invariantes em contraste de outros que variam, as tentativas de expressar ou explicar a estrutura de uma situação problema e a presença do processo de generalização (Miorim; Miguel; Fiorentini, 1993, p. 37 *apud* Araújo, 2008, p. 341).

Assim, percebe-se que a experiência contribuiu, também, para dar significado às “letras” e para demonstrar a importância da Álgebra em situações cotidianas, corroborando com Santos e Madruga (2024, p. 49-50), quando afirmam que a Modelagem Matemática é “uma abordagem eficiente para o ensino da álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico, principalmente pela vertente da modelação, que é considerada como habilidade de fazer generalizações com situações cotidianas”.

6.5 OBSERVAÇÕES GERAIS

Considera-se que as intervenções da professora e as informações apresentadas nos textos de atividades de Modelagem, consultados pelas equipes 2, 3 e 4, funcionaram como os principais “gatilhos criativos”, conforme classificam Setti e Vertuan (2023, p. 11), estimulando os estudantes a fazerem comparações e adaptações que levaram à construção de modelos próprios. À inspiração advinda dos textos consultados também se atribui o fato de as equipes 3 e 4 não apresentarem a necessidade de alteração do modelo após a validação, sendo, além disso, as primeiras a concluí-lo.

No entanto, também pode-se destacar algumas “intervenções inibidoras” de criatividade, como o tempo disponível para a realização da atividade e a complexidade de algumas situações (Setti; Vertuan, 2023, p. 12), o que levou, em todos os casos, à necessidade de simplificação dos modelos, pois, à medida que se aprofundava o conhecimento sobre as Tecnologias e se avançava na matematização, mais fatores surgiam, tornando a representação do modelo mais complexa.

Assim, optou-se por um equilíbrio, com o desenvolvimento de modelos mais acessíveis, pois, conforme afirmam Biembengut e Hein (2023, p. 12),

A elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento matemático restringe-se a uma matemática elementar, como aritmética e/ou medidas, o modelo pode ficar delimitado a esses conceitos. Tanto maior o conhecimento matemático, maiores serão as possibilidades de resolver questões que exijam uma matemática mais sofisticada. Porém o valor do modelo não está restrito à sofisticação matemática”.

Faz-se necessário, ainda, observar que o diálogo com a família experimentadora e representantes da comunidade rural visitada, foi essencial para o aprendizado das Tecnologias estudadas, atuando estes como interlocutores da área na qual as situações-problema foram escolhidas. Essa relação entre comunidade e estudantes também foi experienciada por Meyer, Caldeira e Malheiros (2021, p. 56), que afirmam que esses interlocutores passam “a ser ‘professores’ dos temas, promovendo um aprendizado de todo um entorno a ser aprendido”.

Observa-se, então, que não apenas a Matemática contribuiu para a compreensão das Tecnologias, mas também o estudo das Tecnologias favoreceu a compreensão de diversos conceitos e objetos matemáticos, atribuindo-lhes significado e valor, além de reafirmar sua relevância sociocultural.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho objetivou-se analisar as contribuições da Modelagem Matemática para a utilização de Tecnologias Sociais, o que envolve a aplicação da Matemática com vistas à compreensão do funcionamento, possibilidades de aprimoramento e reconhecimento da importância de tais Tecnologias para a sociedade.

Os referenciais teóricos permitiram o delineamento da metodologia a ser seguida, orientando as ações necessárias para cada etapa de aplicação da Modelagem. Permitiram também a apropriação dos conceitos fundamentais das Tecnologias Sociais e o desenvolvimento do pensamento criativo a partir de outras experiências com modelagem.

Os resultados apresentados foram produto do trabalho realizado pela professora junto a quatro equipes de estudantes de uma escola estadual de Ensino Médio de Pernambuco, ao longo de uma disciplina eletiva.

A experiência não se restringiu ao ambiente escolar, sendo parte do trabalho realizado em uma propriedade rural, onde foram apresentadas e analisadas quatro Tecnologias Sociais utilizadas por uma família experimentadora, a saber: o Sistema de Reúso de Água Cinza (RAC), o Biodigestor, a Cisterna de Enxurrada e o Sistema Agroflorestal (SAF).

A Modelagem mostrou-se uma metodologia completa, em que cada etapa permitiu identificar detalhes que não seriam percebidos em uma única etapa isoladamente, possibilitando a compreensão do funcionamento das Tecnologias estudadas, tanto por parte dos estudantes e a professora quanto pelas comunidades escolar e rural envolvidas.

A compreensão, que normalmente se limitaria a uma simples interação com o tema por meio da internet, foi enriquecida pela problematização e matematização, proporcionando novas descobertas. Além disso, a etapa de validação dos modelos acrescentou significado aos achados, à medida que a comunidade oferecia retorno sobre sua aplicabilidade.

No estudo do RAC foi possível estabelecer uma relação entre a área de absorção com a quantidade de pessoas que podem usá-lo diariamente. O que pode auxiliar outras famílias, que desejem adotá-lo, no dimensionamento do filtro e do tanque de armazenamento.

No caso do Biodigestor, uma das principais relações estabelecidas diz respeito à quantidade de bovinos que podem ser utilizados para abastecê-lo com vista à produção de biogás. O que, também, pode ajudar na escolha do diâmetro da caixa de combustão, de acordo com a quantidade de animais que a família possua. Além de estimular um melhor aproveitamento do biogás produzido para outros fins.

Quanto à Cisterna de Enxurrada, os modelos apresentados justificam o formato cilíndrico, comumente utilizado, e permitem a escolha de outros formatos de tanques prismáticos de modo a obter menor custo na sua construção.

Já no caso do SAF, o modelo estabeleceu relações que permitem estimar a produção da colheita com base no cálculo do número de mudas e da relação deste com a área disponível para plantação.

Os modelos desenvolvidos não representam um fim definitivo, mas sim um ponto de partida para aprimoramentos e novas pesquisas. Como afirma Meyer (2020, p. 146), a respeito do processo de Modelagem, “é inevitável aprender mais sobre o fenômeno modelado, permitindo-nos voltar às hipóteses de simplificação do modelo e refazê-las de modo melhor”.

Dentro das condições do estudo, foi possível perceber o papel sociocultural da Matemática evidenciando a complementaridade entre o conhecimento científico e o saber popular no desenvolvimento de uma consciência crítica e reflexiva a respeito de questões ambientais.

A experiência, no entanto, não ficou limitada ao conhecimento científico adquirido, possibilitando, por meio dos encontros entre escola e comunidade, a geração de vínculos, sentimentos e valores fundamentais para o desenvolvimento de novas atitudes frente aos desafios de proteção ao meio ambiente. Elementos que fogem à capacidade de descrição dos pesquisadores neste trabalho.

Reconhece-se, também, a existência de limitações ao longo do estudo, tanto no conhecimento prático sobre o uso das Tecnologias Sociais quanto no conhecimento matemático aplicado, refletindo a complexidade da realidade e os desafios de descrevê-la com precisão. No entanto, essas limitações não diminuem a importância de continuar buscando compreender e aprimorar esses processos.

Como propostas de atividades futuras, propõe-se investigações quanto à vazão específica para o tipo de RAC utilizado pela família, uma vez que a composição e altura das camadas do filtro variam entre os modelos encontrados na literatura, podendo levar a diferenças quanto à sua capacidade de filtração. No caso dos

Biodigestores, o cálculo da economia possível com a produção do biogás, levando em consideração sua capacidade máxima, pode ser um incentivo à adoção dessa Tecnologia.

Ainda, a experiência de trabalhar a Matemática na realização de um orçamento para construção de uma cisterna, levando em consideração os formatos mais econômicos também pode ser uma excelente experiência para os estudantes. Quanto ao SAF, a estimativa de produção, considerando o que a família costuma plantar seria uma importante experiência para demonstração da importância e utilidade da Matemática, trazendo benefícios tanto para a aprendizagem dos estudantes quanto para a família que faz uso do Sistema.

Além dessas, outras Tecnologias podem ser estudadas através da Modelagem Matemática como, por exemplo, a Barragem de Base Zero e a Bacia de Evapotranspiração, que envolvem muitos conhecimentos matemáticos em sua construção e utilização.

Espera-se, portanto, que os modelos desenvolvidos neste trabalho possam ser replicados em outras turmas, ampliando a compreensão dos conceitos e objetos matemáticos envolvidos e promovendo a interação com a comunidade. Permitindo, assim, o desenvolvimento de atitudes e valores essenciais à resolução de problemas e ao exercício da cidadania.

Adicionalmente, almeja-se estimular mais famílias a adotarem as Tecnologias estudadas, auxiliando na escolha do formato e das dimensões mais adequadas, bem como no melhor aproveitamento dessas práticas. Contribuindo, portanto, para a melhoria das condições de vida, por meio do acesso ao biogás, de terras mais férteis e do armazenamento e reaproveitamento da água, fundamentais para a manutenção das atividades produtivas, especialmente em períodos de estiagem.

REFERÊNCIAS

Agência Nacional de Águas (ANA). **Manual de Conservação e Reúso de Água em Edificações**. São Paulo: ANA, 2005. Disponível em:

<https://smastr16.blob.core.windows.net/municipioverdeazul/2011/11/ManualConservacaoReusoAguaEdificacoes.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2025.

ALMEIDA, Aelson Silva de. A contribuição da extensão universitária para o desenvolvimento de Tecnologias Sociais. In: REDE DE TECNOLOGIA SOCIAL - RTS (Brasil) (Org.). **Tecnologia Social e Desenvolvimento Sustentável: Contribuições da RTS para a formulação de uma Política de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação**. Brasília: Secretaria Executiva da Rede de Tecnologia Social (RTS), 2010. p. 9-15. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/128117/%20tecsocialdessust.pdf?sequence=6>. Acesso em: 05 mar. 2025.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Prefácio. In: MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. 4.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021. Coleção Tendências em Educação Matemática.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. **Modelagem Matemática em foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2014.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 1. ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2022.

ARAÚJO, Elizabeth Adorno de. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740/1130>. Acesso em: 20 fev. 2025.

ARTICULAÇÃO SEMIÁRIDO BRASILEIRO (ASA). **Ações - P1MC**. Disponível em: <https://www.asabrasil.org.br/acoes/p1mc>. Acesso em: 5 mar. 2025.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 13969:1997 - Tanques sépticos: unidades de tratamento complementar e disposição final dos efluentes líquidos – Projeto, construção e operação**. São Paulo, 1997. Disponível em: <https://www.ipaam.am.gov.br/wp-content/uploads/2021/01/NBR-13969-97-TS-Unid-trat-complem-e-disposi%C3%A7%C3%A3o-final.pdf>. Acesso em: 8 fev. 2025.

BARBOSA, Antônio Gomes. A inovação tecnológica a serviço da democratização do acesso à água – A experiência da ASA no Semiárido brasileiro. In: REDE DE TECNOLOGIA SOCIAL - RTS (Brasil) (Org.). **Tecnologia Social e Desenvolvimento Sustentável: Contribuições da RTS para a formulação de uma Política de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação**. Brasília: Secretaria Executiva da Rede de Tecnologia Social (RTS), 2010. p. 31-35. Disponível em:

<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/128117/%20tecsocialdessust.pdf?sequence=6>. Acesso em: 05 mar. 2025.

BARBOSA, George; LANGER, Marcelo. Uso de biodigestores em propriedades rurais: uma alternativa à sustentabilidade ambiental. **Unoesc & Ciência – ACSA**, Joaçaba, v. 2, n. 1, p. 87-96, jan./jun. 2011. Disponível em: <https://periodicos.unoesc.edu.br/acsa/article/view/864>. Acesso em: 04 mar. 2025.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n.4, p. 73-80, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf. Acesso em: 30 jun. 2024.

BARRETTO, Saulo Faria Almeida; PIAZZALUNGA, Renata. Tecnologias Sociais. **Ciência e Cultura**. São Paulo, v.64, n.4, out./dez. 2012. Disponível em: <http://cienciaecultura.bvs.br/pdf/cic/v64n4/a02v64n4.pdf>. Acesso em: 04 mar. 2025.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. 1.ed., 1. reimpressão. São Paulo: Contexto, 2023.

BELTRÃO, Maria Eli Puga; IGLIORI, Sônia Barbosa Camargo. Modelagem Matemática e Aplicações: Abordagens Para o Ensino de Funções. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 1, 2010. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2171>. Acesso em: 19 fev. 2025.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5.ed. São Paulo: Contexto, 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017**. Dispõe sobre a instituição da Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 17 fev. 2017a. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm. Acesso em: 08 jun. 2024.

BRASIL. Ministério do Desenvolvimento Social. **Cisterna de enxurradas de 52 mil litros com serviço de acompanhamento familiar**: modelo da tecnologia social de acesso à água nº 22. Anexo da Instrução Operacional SESAN nº 16, de 19 de dezembro de 2017b. Disponível em: https://www.mds.gov.br/webarquivos/arquivo/seguranca_alimentar/cisternas_marcol_egal/tecnologias_sociais/Cisterna_Enxurrada_52mil_22/Anexo_IO_N16_19122017.pdf. Acesso em: 30 set. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=78631-pcp015-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 08 jun. 2024.

BROCKVELD, Thainá Cristhina; MUNHOZ, Regina Helena. Tendências em educação matemática: formação de professores e práticas educativas na área de matemática para os diferentes níveis de ensino. In: SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 33., 2023. **Anais** [...]. Universidade do Estado de Santa Catarina. 2023. Disponível em:

https://www.udesc.br/arquivos/udesc/id_cpmenu/16931/TEND_NCIAS_EM_EDUCA_O_MATEM_TICA_FORMA_O_DE_PROFESSORES_E_PR_TICAS_EDUCATIVA_S_NA__REA_DE_MATEM_TICA_PARA_OS_DIFERENTES_N_VEIS_DE_E_16950467362924_16931.pdf. Acesso em: 09 jun. 2024.

BURAK, Dionísio. Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática. In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (Orgs.). **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações** [online]. 2.ed. rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, 226 p. Disponível em: <https://static.scielo.org/scielobooks/b4zpq/pdf/brandt-9788577982325.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2024.

BURAK, Dionísio; ARAGÃO, Rosália Maria Ribeiro de. **A Modelagem Matemática e relações com a aprendizagem significativa**. 1.ed. Curitiba: CVR, 2012.

Centro de Assessoria e Apoio aos Trabalhadores e Instituições Não-Governamentais Alternativas (CAATINGA). **O Caatinga**. Disponível em: <https://caatinga.org.br/sobre/>. Acesso em: 04 mar. 2025.

DEGANUTTI, Roberto *et al.* Biodigestores rurais: modelo indiano, chinês e batelada. In: ENCONTRO DE ENERGIA NO MEIO RURAL, 4., 2002, Campinas (SP). **Anais** [...] 2002. Disponível em: http://www.proceedings.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=MSC0000000022002000100031&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 04 mar. 2025.

FÁVERO, Cláudio; LOVO, Ivane Cristina; MENDONÇA, Eduardo de Sá. Recuperação de área degradada com Sistema Agroflorestal no Vale do Rio Doce, Minas Gerais. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 32, n. 5, p. 861-868, 2008. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rarv/a/p39GxQP5hyksMJBKf4CPxRG/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 05 mar. 2025.

FERREIRA, Gessé Pereira; SILVEIRA, Alexis; SILVA, Leonardo Andrade da. A Modelagem Matemática ao longo da história e o surgimento da Modelação Matemática no Brasil. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/971_903_ID.pdf. Acesso em: 3 mar. 2025.

FONSECA, Rodrigo. Ciência, Tecnologia e Sociedade. In: REDE DE TECNOLOGIA SOCIAL - RTS (Brasil) (Org.). **Tecnologia Social e Desenvolvimento Sustentável: Contribuições da RTS para a formulação de uma Política de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação**. Brasília: Secretaria Executiva da Rede de Tecnologia Social (RTS), 2010. p. 71-77. Disponível em:

<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/128117/%20tecsocialdessust.pdf?sequence=6>. Acesso em: 05 mar. 2025.

GÓES, Anderson Roges Teixeira; GÓES, Heliza Colaço. **Modelagem Matemática: teoria, pesquisa e práticas pedagógicas**. 2.ed. rev. e atual. Curitiba: Editora Intersaberes, 2023.

INSTITUTO NACIONAL DO SEMIÁRIDO (INSA). **O Semiárido brasileiro**. Disponível em: <https://www.gov.br/insa/pt-br/semiarido-brasileiro>. Acesso em: 4 mar. 2025.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LAPPE, Darlan. **Transformações nas concepções de aluno do ensino médio técnico sobre matemática e agricultura**. 2018. 96f. Dissertação (Mestrado em matemática) - Universidade Federal da Fronteira Sul, Campus Chapecó, Chapecó – SC, 2018. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFFS_8dfd905a3065077ca48c4da3543a258c/Description. Acesso em: 16 set. 2024.

LIMA, Elon Lages *et al.* **A Matemática do Ensino Médio**. v. 1. 8.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1997. Coleção do Professor de Matemática.

LIMA, Elon Lages *et al.* **A Matemática do Ensino Médio**. v. 2. 5.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1998. Coleção do Professor de Matemática.

LIMA, Valquiria. Tecnologia social e agricultura familiar: uma questão de igualdade. In: REDE DE TECNOLOGIA SOCIAL - RTS (Brasil) (Org.). **Tecnologia Social e Desenvolvimento Sustentável: Contribuições da RTS para a formulação de uma Política de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação**. Brasília: Secretaria Executiva da Rede de Tecnologia Social (RTS), 2010. p. 93-96. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/128117/%20tecsocialdessust.pdf?sequence=6>. Acesso em: 05 mar. 2025.

LOPES, João Eduardo G.; SANTOS, Raquel Chinaglia P. **Capacidade de reservatórios**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002. Disponível em: <https://www.esalq.usp.br/departamentos/leb/disciplinas/Fernando/leb1440/Aula%206/Capacidade%20de%20Reservatorios.pdf>. Acesso em: 18 fev. 2025.

MACHADO, Anderson Wolf. Esterços: vantagens do adubo. Como usar? **Agrolink**, 2024. Disponível em: https://www.agrolink.com.br/fertilizantes/adubacao-organica/esterços---adubos-organicos-de-origem-animal_460064.html. Acesso em: 14 out. 2024.

MACIEL, Ana Lúcia Suárez; FERNANDES, Rosa Maria Castilhos. A importância das dinâmicas estaduais para a difusão de Tecnologias Sociais. In: REDE DE TECNOLOGIA SOCIAL - RTS (Brasil) (Org.). **Tecnologia Social e Desenvolvimento Sustentável: Contribuições da RTS para a formulação de uma**

Política de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação. Brasília: Secretaria Executiva da Rede de Tecnologia Social (RTS), 2010. p. 25-30. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/128117/%20tecsocialdessust.pdf?sequence=6>. Acesso em: 05 mar. 2025.

MATTOS, Luiz Cláudio; FARIAS JÚNIOR, Mário. **Manual do biodigestor sertanejo**. Recife: Projeto Dom Helder Camara, 2011. Disponível em: <https://bibliotecasemiáridos.ufv.br/jspui/bitstream/123456789/3364/1/Texto%20completo.pdf>. Acesso em: 04 mar. 2025.

MELO, Roseli Freire de; SILVA, Paula Tereza de Souza; LIMA João Ricardo Ferreira de. **Bioágua familiar**: reúso de águas cinzas para produção de alimentos. Folders. Petrolina: Embrapa Semiárido, 2023. Disponível em: <https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/handle/doc/1156018> . Acesso em: 8 fev. 2025.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo. Modelagem Matemática: O desafio de se 'fazer' a Matemática da necessidade.... **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista - BA, v. 5, n.11, janeiro-abril, 2020. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/559> Acesso em: 04 jul. 2024.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. 4.ed. - Belo Horizonte: Autêntica, 2021. Coleção Tendências em Educação Matemática.

MORAES, Victor Leonam Aguiar de *et al.* **Sistema de Tratamento de Esgoto e Reúso Agrícola**: uma contribuição ao saneamento básico rural. Juazeiro, BA: Instituto Regional da Pequena Agropecuária Apropriada – IRPAA, 2023.

OLIVEIRA, Maxwell Ferreira de. **Metodologia científica**: um manual para a realização de pesquisas em Administração. Catalão: UFG, 2011. 72 p. Disponível em: https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/567/o/Manual_de_metodologia_cientifica_-_Prof_Maxwell.pdf. Acesso em: 09 jan. 2025.

OTENIO, Marcelo Henrique. Energia a partir de dejetos. **Revista Balde Branco**, ano 49, n. 585, 2013. Disponível em: <https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/bitstream/doc/961673/1/Energia-a-partir-de-dejetos.pdf>. Acesso em: 14 out. 2024.

PENA, Jacques de Oliveira. O papel da tecnologia social para o desenvolvimento sustentável. In: REDE DE TECNOLOGIA SOCIAL - RTS (Brasil) (Org.). **Tecnologia Social e Desenvolvimento Sustentável**: Contribuições da RTS para a formulação de uma Política de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação. Brasília: Secretaria Executiva da Rede de Tecnologia Social (RTS), 2010. p. 43-46. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/128117/%20tecsocialdessust.pdf?sequence=6>. Acesso em: 05 mar. 2025.

PEREIRA, Wanderson Silvino *et al.* Tratamento de águas cinzas empregando filtro de carvão e esterco: escala de laboratório. In: SEMINÁRIO NACIONAL SOBRE ESTAÇÕES SUSTENTÁVEIS DE TRATAMENTO DE ESGOTO: RECUPERAÇÃO

DE RECURSOS EM ETES E PRODUÇÃO DE ÁGUA PARA REÚSO, 2., 2019, Fortaleza. **Anais [...]** Belo Horizonte: INCT ETES Sustentáveis: UFMG, 2019. Disponível em:

<https://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/bitstream/doc/1116462/1/TRATAMENTOD EAGUASCINZASEMPREGANDOFILTRO2019.pdf>. Acesso em: 4 mar. 2025.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Matemática Experimental:** material de apoio à ação docente. Recife: SEE-PE, 2024. Disponível em: <https://portal.educacao.pe.gov.br/wp-content/uploads/2024/07/Matematica-Experimental.pdf>. Acesso em: 08 jun. 2024.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Portfólio Trilha Matemática, Design e Criatividade.** Recife: SEE-PE, 2023. Disponível em: https://portal.educacao.pe.gov.br/wp-content/uploads/2023/08/Portfólio_Trilha_Matematizacao_Design.pdf. Acesso em: 2 mar. 2025.

POCINHO, Margarida Tenente dos Santos; MATOS, Fátima Regina Ney. **Metodologias de Pesquisa e de Investigação:** qualitativa, quantitativa, quantiquantitativa, qualiquantitativa e revisões sistemáticas. 2022. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/360061984_Metodologias_de_Pesquisa_e_de_Investigacao_qualitativa_quantitativa_quantiquantitativa_qualiquantitativa_e_revisoes_sistematicas. Acesso em 14 jan. 2025.

RAMOS, Betânia; PIRES, Alexandre Henrique; ANGOLA, Catarina de. **Agrofloresta:** na recuperação de áreas de preservação permanente. Recife: Centro Sabiá, 2013.

SANTANA, Carlos Maciel *et al.* Bioágua no tratamento das águas cinzas para fins de irrigação. In: JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA EMBRAPA SEMIÁRIDO, 15., 2020, Petrolina. **Anais [...]** Petrolina: Embrapa Semiárido, 2020. Disponível em: <https://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/bitstream/doc/1129939/1/Bioagua-no-tratamento-das-aguas-cinzas-para-fins-2020.pdf> . Acesso em: 4 mar. 2025.

SANTIAGO, Fábio *et al.* **Manual de implantação e manejo do sistema bioágua familiar:** reúso de água cinza doméstica para a produção de alimentos na agricultura familiar do Semiárido brasileiro. Caraúbas: ATOS, 2015. Disponível em: https://bioaguafamiliar.wordpress.com/wp-content/uploads/2015/09/manual_bioagua_familiar_2015.pdf. Acesso em: 04 mar. 2025.

SANTOS, Milena Passos dos; MADRUGA, Zulma Elizabete de Freitas. Música, Álgebra e Modelagem Matemática: a construção de um modelo como possibilidade para Educação Básica. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 85, p. 26-51, 2024. DOI: 10.69906/GEPEM.2176-2988.2024.963. Disponível em: <https://periodicos.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/963>. Acesso em: 20 fev. 2025.

SETTI, Elenice Josefa Kolancko; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Constituição da ação criativa em Modelagem Matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 31, n. 00, p. e023001, 2023. DOI: 10.20396/zet.v31i00.8672178. Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8672178/32642>. Acesso em: 03 jun. 2024.

SILVA, Maria Sonia Lopes da *et al.* **Tecnologias sociais hídricas para a convivência com o Semiárido brasileiro**. In: RODRIGUES, L. N.; ZACCARIA, D. (ed.). Agricultura irrigada: um breve olhar. Fortaleza: Inovagri, 2020. cap. 26, p. 211-219. Disponível em: <https://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/bitstream/doc/1130101/1/Tecnologias-sociais-hidricas-para-a-convivencia-com-o-semiarido-2020.pdf>. Acesso em: 5 mar. 2025.

SOARES, Caroline Monique Tietz; FEIDEN, Armin; TAVARES, Sidnei Gregório. Fatores que influenciam o processo de digestão anaeróbia na produção de biogás. **Nativa**, Sinop, v. 5, esp., p. 509-514, dez. 2017. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/nativa/article/download/5155/4715/23990>. Acesso em: 15 fev. 2025.

SOUSA, Aline Bezerra de *et al.* A experiência das Tecnologias Sociais hídricas como instrumento para gerenciamento dos recursos hídricos no Semiárido. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 22., 2017a, Florianópolis. **Anais [...]** Porto Alegre: ABRHidro, 2017. Disponível em: <https://files.abrhidro.org.br/Eventos/Trabalhos/60/PAP022401.pdf>. Acesso em: 4 mar. 2025.

SOUSA, Aline Bezerra de *et al.* Tecnologias Sociais de convivência com o Semiárido na região do cariri cearense. **Cadernos de Ciência & Tecnologia**, Brasília, v. 34, n. 2, p. 197-220, maio/ago. 2017b. Disponível em: [file:///C:/Users/crist/AppData/Local/Temp/MicrosoftEdgeDownloads/fdf49a38-244f-44e2-86b9-35c177638af5/26327-125182-1-SM%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/crist/AppData/Local/Temp/MicrosoftEdgeDownloads/fdf49a38-244f-44e2-86b9-35c177638af5/26327-125182-1-SM%20(2).pdf). Acesso em: 5 mar. 2025.

SOUSA, Anderson Kerlly Rodrigues de. **Modelagem Matemática Aplicada ao Sistema Mandala**: um estudo voltado para a produção sustentável. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, Campus Cajazeiras, Cajazeiras - PB, 2019. Disponível em <https://repositorio.ifpb.edu.br/handle/177683/1018>. Acesso em: 29 out. 2024.

SOUZA, Jerônimo Rodrigues. Tecnologias Sociais e Políticas Públicas – Um exercício de Democratização para o Desenvolvimento Social. In: REDE DE TECNOLOGIA SOCIAL - RTS (Brasil) (Org.). **Tecnologia Social e Desenvolvimento Sustentável**: Contribuições da RTS para a formulação de uma Política de Estado de Ciência, Tecnologia e Inovação. Brasília: Secretaria Executiva da Rede de Tecnologia Social (RTS), 2010. p. 47-52. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/128117/%20tecsocialdessust.pdf?sequence=6>. Acesso em: 05 mar. 2025.

TSUTIYA, Milton Tomoyuki. **Abastecimento de água**. 3. Ed. São Paulo: Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2006. 643 p.

VERAS, Antônio Leopoldino *et al.* Luís Eduardo Sobral Fernandes, Maria Neila Ferreira dos Santos, Miguel Cela Saraiva (orgs.). **Tecnologia social**: reúso de águas cinzas. Tradução de Matheus Aguiar. Fortaleza: CETRA - Centro de Estudos do Trabalho e de Assessoria ao Trabalhador e à Trabalhadora, 2023. Disponível em: <https://bibliotecasemiarios.ufv.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/440/Texto%20completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 05 mar. 2025.

VIEIRA, Josênia Antunes. O Uso do Diário em Pesquisa Qualitativa. **Cadernos de Linguagem e Sociedade**, v. 5, 2001. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/les/article/view/6518/5597>. Acesso em: 14 jan. 2025.