Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

CINTHIA CRISTINA DE MORAES

PARA LÁ, PARA CÁ, SE CHEGA A TODO LUGAR

Belo Horizonte
2025

CINTHIA CRISTINA DE MORAES

PARA LÁ, PARA CÁ, SE CHEGA A TODO LUGAR

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientador
Carlos Alberto Salazar Mercado

Coorientador
Luiz Gustavo Perona Araujo

Banca Examinadora
Fernanda Aparecida Ferreira
Wilfredo Renato Lavado Enco

Belo Horizonte
2025

Cinthia Cristina de Moraes
C575p Para lá, para cá, se chega a todo lugar / Cinthia Cristina de Moraes. – 2025.
100 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Orientador: Carlos Alberto Salazar Mercado.
Coorientador: Luiz Gustavo Perona Araújo.
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Robótica – Educação – Teses. 2. Geometria analítica – Estudo e ensino – Teses. 3. Matemática – Estudo e ensino – Teses. 4. Educação básica – Teses. I. Mercado, Carlos Alberto Salazar. II. Araújo, Luiz Gustavo Perona. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 510.07

Elaboração da ficha catalográfica pela bibliotecária Jane Marangon Duarte, CRB 6ª 1592 / Cefet/MG

CINTHIA CRISTINA DE MORAES

PARA LÁ, PARA CÁ, SE CHEGA A TODO LUGAR

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

APROVADA: 02 de outubro de 2025.

CINTHIA CRISTINA DE MORAES
(Autora)

Carlos Alberto Salazar Mercado
(Orientador)

BELO HORIZONTE
2025

Dedico este trabalho a todos aqueles cujo apoio e contribuições foram fundamentais para o meu desenvolvimento acadêmico, em especial, à minha família, marido, professores e orientadores. Que esta pesquisa possa contribuir de alguma forma para a melhoria do ensino de Matemática na Educação Básica.

Agradecimentos

A Deus, pelo dom da vida e por me permitir ultrapassar todos os obstáculos encontrados ao longo da realização deste trabalho; aos familiares, por todo o apoio e ajuda; aos orientadores e aos professores pelos ensinamentos que permitiram apresentar um melhor desempenho; e às pessoas com as quais convivi ao longo desse percurso, pelos incentivos que certamente tiveram impacto em minha formação profissional.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

Este trabalho teve como objetivo geral refletir sobre como os jogos, em especial aqueles que envolvem robótica, podem contribuir para o processo de ensino-aprendizagem. Como objetivos específicos, buscamos: analisar as contribuições de Jean Piaget, Seymour Papert e Robert Sternberg para o processo de ensino-aprendizagem, explorar os documentos oficiais que regem a Educação Básica, identificando orientações relacionadas às habilidades de Geometria Analítica, bem como o uso de jogos e tecnologias digitais, compreender a robótica educacional e sua relação com o ensino de Matemática, desenvolver um jogo educativo baseado em Arduino, proporcionar o ensino do plano cartesiano de forma prática e lúdica, favorecer o desenvolvimento de habilidades de programação e resolução de problemas, estimular a autonomia e o pensamento crítico dos estudantes. Para atingir esses objetivos, foi realizada uma pesquisa qualitativa, cujas principais fontes de referência foram o Catálogo de Teses da Capes e a Biblioteca Digital. Os termos de busca utilizados foram: Robótica Educacional e Geometria Analítica. Os principais autores consultados foram: Piaget (1983), Sternberg (2008), Papert (1980), entre outros. Por fim, apresentamos o produto educacional Pacmat: Jogo do Come-come com Arduino, no qual um robô deve ser conduzido em uma malha quadriculada sobre o plano cartesiano. O jogo é ambientado no universo Pac-man e o objetivo é apanhar o máximo de fantasmas (pontos), descrevendo uma trajetória quadrada de lado 3×3. Dessa forma, o jogo busca ensinar às crianças sobre coordenadas cartesianas e orientação no plano, de forma prática e divertida, além de permitir o desenvolvimento de habilidades em programação e resolução de problemas, durante o seu processo de criação.

Palavras-chave: Geometria Analítica; Robótica Educacional; Educação Matemática.

Abstract

This work aimed to reflect on how games, especially those involving robotics, can contribute to the teaching and learning process. The specific objectives were to analyze the contributions of Jean Piaget, Seymour Papert, and Robert Sternberg to the teaching and learning process; to explore the official documents that govern Basic Education, identifying guidelines related to Analytical Geometry skills as well as the use of games and digital technologies; to understand educational robotics and its relationship with Mathematics teaching; to develop an educational game based on Arduino; to provide practical and playful teaching of the Cartesian plane; to foster the development of programming and problem-solving skills; and to stimulate students' autonomy and critical thinking. To achieve these goals, a qualitative research study was conducted, whose main reference sources were the CAPES Thesis Catalog and the Digital Library. The search terms used were "Educational Robotics" and "Analytical Geometry." The main authors consulted included Piaget (1983), Sternberg (2008), Papert (1980), among others. Finally, we present the educational product Pacmat: The Arduino Muncher Game, in which a robot must be guided on a grid representing the Cartesian plane. The game is set in the Pac-Man universe, and the objective is to collect as many ghosts (points) as possible, following a square path with a 3×3 side length. In this way, the game aims to teach children about Cartesian coordinates and spatial orientation in a practical and engaging way, while also fostering the development of programming and problem-solving skills throughout its creation process.

Keywords: Analytical Geometry; Educational Robotics; Mathematics Education.

Lista de Figuras

Sumário

1 Introdução

Ensinar matemática é uma tarefa desafiadora, pois frequentemente esta disciplina é vista como difícil e sem sentido. Essa dificuldade constitui-se como memória discursiva, perpetuando-se das enunciações dos sujeitos, através do tempo. Nos anos iniciais, é comum que a matemática seja ministrada por professores generalistas, que muitas das vezes enfrentam seus próprios receios em relação a tal disciplina. Simultaneamente, as crianças estão cada vez mais passivas e dispersas em relação aos estímulos escolares, imersas nas novas tecnologias e redes sociais.

Sob essa perspectiva, a integração de tecnologias educacionais, como a robótica e o uso de plataformas de prototipagem como o Arduino [1], representa uma oportunidade para transformar a didática tradicional, tornando o aprendizado mais interativo e envolvente.

Diante disso, a questão que orienta esta pesquisa é: "o uso de jogos que envolvem robótica, em especial do Pacmat, é capaz de ajudar na construção do senso de direção pelas crianças, favorecendo uma melhor aprendizagem de conceitos matemáticos?"

A partir dessa questão central, foi estabelecido como objetivo geral refletir sobre como os jogos, em especial aqueles que envolvem robótica, podem contribuir para o processo de ensino-aprendizagem.

Para alcançar o objetivo geral, estabelecemos como objetivos específicos:

- Analisar as contribuições de Jean Piaget, Seymour Papert e Robert Sternberg para o processo de ensino-aprendizagem.
- Explorar os documentos oficiais que regem a Educação Básica, identificando orientações relacionadas às habilidades de Geometria Analítica, bem como o uso de jogos e tecnologias digitais.
- Compreender a robótica educacional e sua relação com o ensino de Matemática.
- Desenvolver um jogo educativo baseado em Arduino.
- Proporcionar o ensino do plano cartesiano de forma prática e lúdica.
- Favorecer o desenvolvimento de habilidades de programação e resolução de problemas.
- Estimular a autonomia e o pensamento crítico dos estudantes.

Para responder nossa questão de pesquisa e atingir os objetivos propostos, adotamos uma pesquisa qualitativa de caráter bibliográfico. Primeiramente, foram investigados os documentos oficiais que regem a educação básica para compreender as orientações acerca do ensino da geometria analítica do Ensino Fundamental. Em seguida, foi realizada uma revisão de literatura, explorando as teorias de Jean Piaget, Seymour Papert e Robert Sternberg, que fundamentaram o olhar sobre o protagonismo do estudante e o uso da robótica como mediadora no processo de ensino-aprendizagem.

Por fim, desenvolvemos o produto educacional Pacmat, integrando robótica e ludicidade para apoiar a aprendizagem de conceitos da geometria analítica e coordenadas cartesianas para crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Inspirado no clássico Pacman[1], trata-se de um robô controlado via *bluetooth* que se move em uma malha quadriculada com a intenção de capturar fantasmas. Acreditamos no seu potencial como alternativa didática para tornar o conteúdo matemático mais acessível, atrativo e significativo para os alunos.

A justificativa para este trabalho baseia-se na minha observação do cotidiano escolar, enquanto professora da Educação básica há quase duas décadas, me deparando com estudantes desmotivados a aprender e que apresentam dificuldades em conceitos matemáticos, em especial, relacionados ao plano cartesiano e à orientação espacial. Este cenário me levou a repensar minha prática, a fim de resgatar o processo de ensino-aprendizagem, retomando e consolidando habilidades, de forma mais atrativa e significativa para os estudantes. Nesse sentido, Nóvoa (2005, apud Danyluk, 2012, p.96) [9] destaca a necessidade de o professor entender as tendências no ensino da matemática, a presença de um conteúdo em detrimento de outro e a escolha da metodologia mais indicada, argumentando que

> o mínimo que se exige de um educador é que seja capaz de pensar a sua ação nas continuidades e mudanças do tempo, participando criticamente na renovação da escola e da pedagogia. (Nóvoa, 2005, p.38, apud Danyluk, 2012, p.96).

A estrutura da dissertação é composta pelos seguintes capítulos: o Capítulo 1, intitulado "Introdução", onde são apresentados a relevância, justificativa, objetivos, o recurso educacional e a estrutura do trabalho; o Capítulo 2, apresenta os principais documentos que orientam o ensino de Matemática na Educação Básica e explora o alinhamento do recurso educacional com as diretrizes curriculares e as competências desenvolvidas; o Capítulo 3 apresenta as teorias educacionais que orientam nossa proposta em unir jogo, robótica e matemática; o Capítulo 4 trata da relação da Matemática com a Robótica; o Capítulo 5 nos fala sobre os diferentes tipos de jogos e a importância do seu uso no

[1] Para informações sobre o jogo original Pacman, que serviu como inspiração para o Pacmat, acesse o site https://pacman.com/en/history/ .

processo de ensino e aprendizagem; o Capítulo 6 traz um panorama histórico da Geometria Analítica e apresenta uma formalização dos principais tópicos matemáticos, que podem ser trabalhados com o nosso recurso educacional; o Capítulo 7 traz a construção do carrinho Pacmat, apresentando os passos da montagem e configuração no *smartphone*, bem como as regras do jogo propriamente dito; e o Capítulo 8 traz as considerações finais.

2 O que dizem os documentos oficiais

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) [6], Lei nº 9.394/1996, é um documento que norteia a educação brasileira em todos os níveis e modalidades e estabelece princípios fundamentais que garantem a formação integral do sujeito. Ela é fundamental para definir o currículo, a formação de professores, a gestão escolar e outros aspectos importantes do sistema educacional brasileiro.

No que se refere às Tecnologias, a LDB incentiva o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) como ferramentas pedagógicas, preparando os alunos para a era digital. Quanto à Matemática, o ensino deve desenvolver o pensamento lógico, crítico e habilidades para a resolução de problemas, além de promover a interdisciplinaridade. Esta abordagem torna a aprendizagem mais significativa e relevante para os alunos, facilitando na compreensão de conceitos e sua aplicação no cotidiano.

Por sua vez, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [5] é um documento que define o conjunto de conhecimentos, habilidades e competências essenciais que todos os estudantes brasileiros devem aprender ao longo da educação básica. Ela serve como uma orientação para as escolas, garantindo que o ensino seja uniforme e de qualidade em todo o país, independentemente da região ou da instituição, buscando promover uma formação integral que prepare os estudantes para a vida, o trabalho e a cidadania.

A BNCC reforça as diretrizes, priorizando a aprendizagem contextualizada e significativa da Matemática e da Tecnologia. Em relação ao ensino de Matemática no Ensino Fundamental, por meio da conexão de seus diferentes campos, como Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade, deve-se garantir que os alunos sejam capazes de relacionar observações empíricas do mundo real com representações matemáticas, associando essas representações a atividades matemáticas, fazendo induções e conjecturas. Para a implementação desses princípios, recomenda-se o uso de metodologias ativas, como resolução de problemas, projetos colaborativos e ferramentas tecnológicas, promovendo uma aprendizagem dinâmica e eficaz.

Dentro do campo da Geometria, o ensino deve envolver o estudo de um conjunto amplo de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Estudar posição e deslocamentos no plano ou no espaço contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, o que é fundamental para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. Nesse sentido, Sternberg [23] afirma que:

> [...] A fim de sobreviver, precisamos conseguir nos movimentar no ambiente em que vivemos. Precisamos ir de um lugar para outro. Às vezes, para imaginar a rota, teremos que viajar dentro de nosso ambiente. [...] a capacidade de navegação com a ajuda de muito poucas pistas é uma questão de vida ou morte. Se os marinheiros não forem capazes de fazê-lo, podem se perder e morrer de desidratação e inanição. (Sternberg, 1997, p.256).

Segundo a BNCC, nos anos iniciais, espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando como suporte mapas, croquis e outras representações.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Contudo, nem sempre os alunos chegam aos anos finais do Ensino Fundamental com todas essas habilidades desenvolvidas de maneira satisfatória, demandando uma retomada de conteúdos de anos anteriores.

Por sua vez, no Ensino Médio, a BNCC propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental, retomando e trabalhando de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, sob a ótica de sua aplicação à realidade. Em relação ao pensamento geométrico, eles devem desenvolver habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, a BNCC incentiva o uso das tecnologias, para que os alunos possam ser estimulados a desenvolver o pensamento computacional, por meio da interpretação e da elaboração de algoritmos.

Nesse contexto, destaca-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional que, segundo a Política Nacional de Educação Digital (PNED) [7], sancionada em janeiro de 2023, trata-se da [...] capacidade de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento da capacidade de criar e adaptar algoritmos, com aplicação de fundamentos da computação para alavancar e aprimorar a aprendizagem e o pensamento criativo e crítico nas diversas áreas do conhecimento.

De acordo com Brackmann (2017, p. 33) [3], o Pensamento Computacional se baseia em quatro pilares, conforme ilustrado na Figura 2.1 que orientam o processo de solução de problemas - decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo:

- Decomposição: Dividir o desafio em problemas menores para facilitar a compreensão.
- Abstração: Reconhecer o que é mais importante na situação-problema e deixar de lado o que não for essencial.
- Reconhecimento de padrões: Identificar as repetições e similaridades dos problemas para auxiliar na resolução;
- Algoritmos: Propor uma ordem ou uma sequência de passos para resolver o problema.

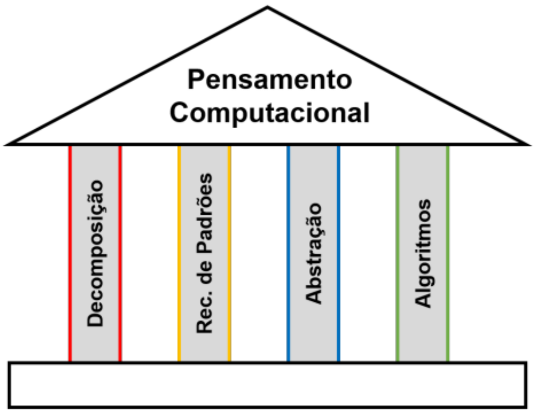


Figura 2.1: Os Quatro Pilares do Pensamento Computacional [3]

Em suma, o pensamento computacional tem uma relevância muito grande no processo de ensino-aprendizagem, pois permite que as crianças aprendam a pensar de forma crítica e a revisar o que produzem. Quando bem aplicado, os alunos se tornam capazes de resolverem situações com base nos quatro pilares do pensamento computacional, notando padrões e chegando a conclusões de maneira lógica. Trata-se de uma habilidade importante, pois favorece a resolução de problemas, promove a inovação, a tomada de decisões embasadas em dados, capacitando os alunos em relação à tecnologia tão presente nos dias atuais.

Dito isso, as habilidades pretendidas com o ensino de Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que devem ser retomadas e consolidadas nos anos finais e Ensino Médio, conforme a BNCC, podem ser vistas no Quadro 1:

Vale ressaltar que estas competências são fundamentais para o desenvolvimento integral do aluno e devem ser continuamente reforçadas ao longo do processo educacional. O

Ano	**Habilidade**
1º ano	**(EF01MA11)** Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás. **(EF01MA12)** Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial.
2º ano	**(EF02MA12)** Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido. Esboço de roteiros e de plantas simples. **(EF02MA13)** Esboçar roteiros a ser seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência.
3º ano	**(EF03MA12)** Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência.
4º ano	**(EF04MA16)** Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, interseção, transversais, paralelas e perpendiculares.
5º ano	**(EF05MA14)** Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas. **(EF05MA15)** Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.

Quadro 1: Habilidades de Geometria Analítica por ano do Ensino Fundamental (adaptado) [5]

nosso produto educacional busca seguir as diretrizes da LDB e da BNCC, unindo jogo, robótica e matemática, no intuito de favorecer uma aprendizagem mais prazerosa e efetiva, além de aumentar a motivação dos alunos. O uso de jogos pode ser uma ferramenta pedagógica interessante para retomar, trabalhar e consolidar tais habilidades, pois permite o protagonismo do aluno na construção do seu próprio conhecimento, conforme discutiremos no próximo capítulo.

3 Teorias educacionais

Para dar suporte teórico à proposta que une jogo, robótica e matemática, optamos por examinar as teorias de Jean Piaget, importante nome da psicologia da educação, de Seymour Papert, defensor do construcionismo e de Robert Sternberg, defensor da inteligência triárquica. Essa análise visa compreender as particularidades de cada abordagem e identificar os pontos de interseção entre elas que apoiam as ideias apresentadas neste trabalho.

3.1 A epistemologia genética de Piaget

Jean William Fritz Piaget (1896 – 1980) foi um biólogo, psicólogo e epistemólogo suiço , cuja grande contribuição de seus estudos para o entendimento do desenvolvimento humano destaca-se até os dias atuais. É considerado um pensador construtivista, afirmando que o conhecimento é construído através da interação do sujeito com o meio, de forma ativa.

Figura 3.1: Jean Piaget [10]

Sua Teoria da Epistemologia Genética, fundamentada no desenvolvimento biopsicológico, buscava explicar a evolução das funções mentais no processo de aprendizagem através de estágios que envolvem equilibração, acomodação e assimilação. Nas palavras de Munari [15], a adaptação intelectual, como qualquer outra, é uma equilibração progressiva entre um mecanismo assimilador e uma acomodação complementar. Só há adaptação à realidade quando há uma acomodação perfeita, isto é, quando nada nesta realidade modifica os esquemas do sujeito. Só há adaptação quando existe coerência e assimilação. A Figura 3.2 esquematiza este processo :

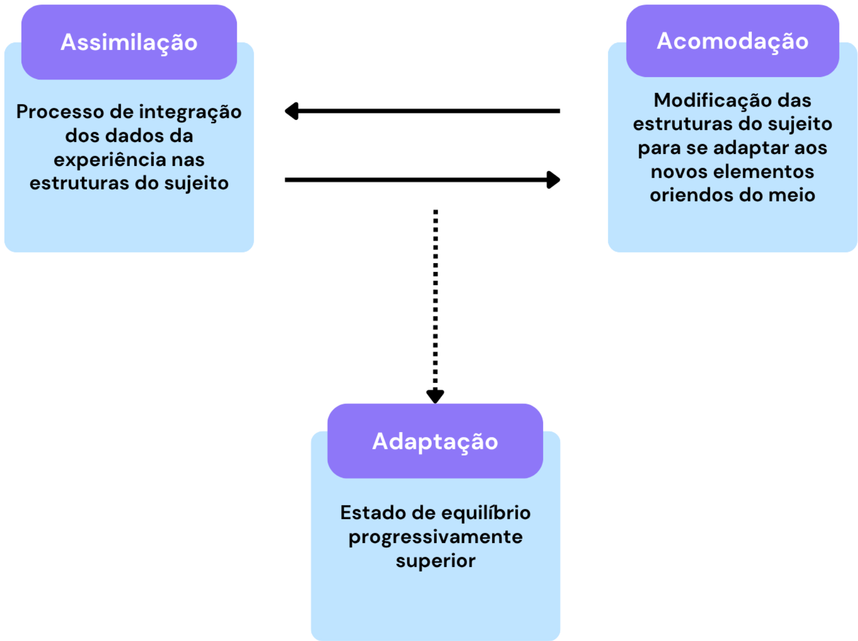


Figura 3.2: O processo de equilibração segundo Piaget

Em outras palavras, trata-se de um processo que conduz a um melhoramento constante dos equilíbrios progressivos até a obtenção de um equilíbrio perfeitamente estável. Sob essa perspectiva, Piaget (2003b, p. 13, apud Treviso, 2013, p. 41) [24] argumenta que

> o desenvolvimento psíquico, que começa quando nascemos e termina na idade adulta, é comparável ao crescimento orgânico: como este, orienta-se, essencialmente, para o equilíbrio. Da mesma maneira que um corpo está em evolução até atingir um nível relativamente estável – caracterizado pela conclusão do crescimento e pela maturidade dos órgãos -, também a vida mental pode ser concebida como evoluindo na direção de uma forma de equilíbrio final, representada pelo espírito adulto (Piaget, 2003b, p. 13, apud Treviso, 2013, p. 41).

Sobre o desenvolvimento da inteligência, Piaget (1978) [18] considerava que a hereditariedade influenciava no desenvolvimento, mas era insuficiente para explicá-lo. Ele considerava que a inteligência era diretamente influenciada pela hereditariedade e pelo crescimento orgânico do indivíduo, este último diretamente relacionado com o domínio do ambiente no qual está inserido, conforme ilustrado na Figura 3.3.

Para Piaget, o desenvolvimento humano se divide em períodos conforme a faixa etária da criança: período sensório-motor (0 a 2 anos), período pré-operatório (2 a 7 anos), período das operações concretas (7 a 12 anos) e período das operações formais, (a partir de 12

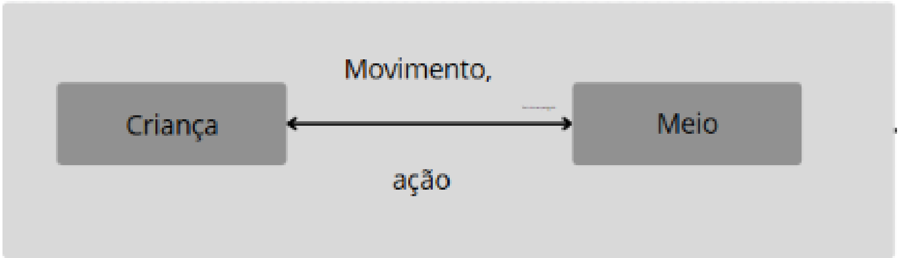


Figura 3.3: Influência do meio sobre o indivíduo, segundo Piaget

anos), conforme Quadro 2. Segundo o autor, os estágios de desenvolvimento do pensamento existem em qualquer cultura, mais ou menos na mesma época e o que determina o limite de aprendizagem das crianças é a capacidade das estruturas mentais.

Sensório-motor **(0–2 anos)**	**Pré-operatório** **(2–7 anos)**	**Operatório concreto** **(7–12 anos)**	**Operatório formal** **(12 anos em diante)**
Exploração sensorial e motora.	Linguagem e pensamento simbólico.	Lógica aplicada a situações concretas.	Pensamento abstrato e hipotético.

Quadro 2: Estágios de Desenvolvimento Cognitivo

Acreditamos que os professores precisam estar atentos aos estágios do desenvolvimento porque a compreensão desses estágios auxilia na construção de suas práticas pedagógicas. No cotidiano escolar, o professor precisa considerar as adaptações dos conteúdos às necessidades referentes à faixa etária das crianças e sua capacidade de raciocínio. Deve atuar como provocador, incentivar as interações, a reflexão e a criatividade, respeitando as peculiaridades dos estágios em que o educando se encontra, mediando a construção ativa do conhecimento.

3.2 A teoria construcionista de Papert

Seymour Papert (1928–2016) foi um matemático e educador sulafricano, precursor da Teoria construcionista, uma filosofia educacional que busca promover a aprendizagem máxima com o mínimo de ensino. Essa abordagem incentiva as crianças a construírem, por conta própria, o conhecimento necessário.

De acordo com Papert (1985) [24], o construcionismo é capaz de tornar os alunos mais motivados e criativos por participarem ativamente da atividade, seja um jogo, um problema ou, até mesmo, uma brincadeira. O professor é o mediador que incentiva a aprendizagem

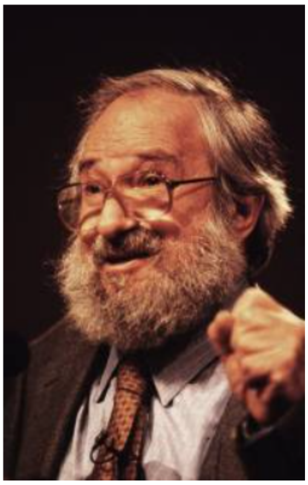


Figura 3.4: Seymour Papert [12]

dos alunos por meio de atividades contextualizadas. Cabe a ele criar condições para que mais conhecimento possa ser adquirido pela criança.

O fluxograma, representado na Figura 3.5, mostra a relação entre professor e aluno no processo de aprendizagem, segundo Papert. O professor atua como mediador, oferecendo orientação e suporte. Por sua vez, o aluno é protagonista no processo, construindo seu próprio conhecimento a partir da exploração e experimentação.

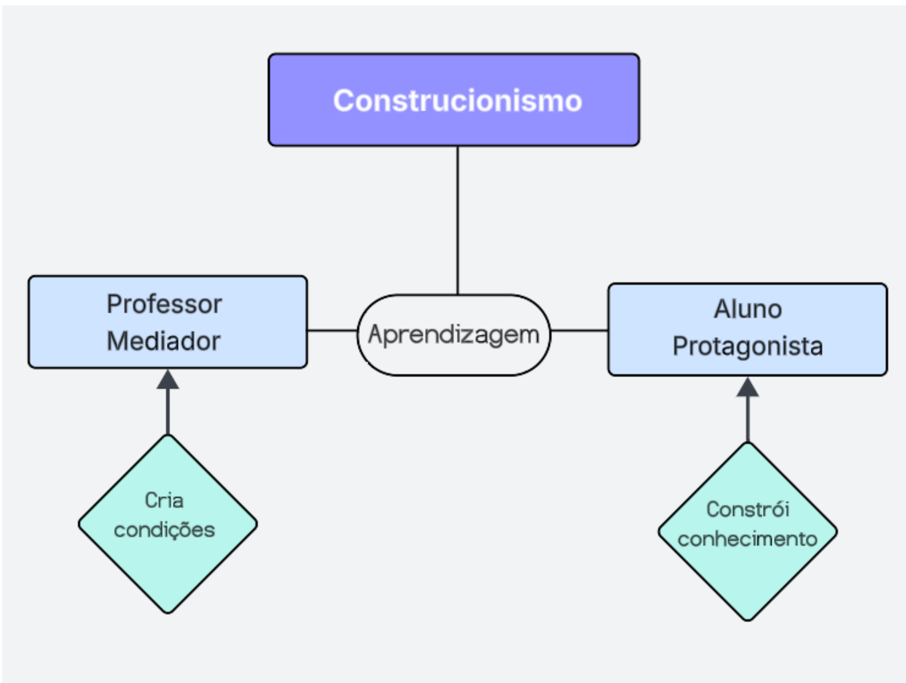


Figura 3.5: Professor e aluno no processo de ensino aprendizagem

Para Papert, o aprendizado mais significativo ocorre quando o estudante é o protagonista, construindo seu conhecimento por meio da interação com o mundo e a criação de artefatos significativos, como robôs e programas de computador. Papert (2008, p.135, apud MASSA et. al., 2022, p. 110) [14] argumenta que

> [...] as crianças farão melhor descobrindo ('pescando') por si mesmas o conhecimento específico de que precisam; a educação organizada ou informal poderá ajudar mais se certificar-se de que elas estarão sendo apoiadas moral, psicológica, material e intelectualmente em seus esforços. O tipo de conhecimento que as crianças mais precisam e o que as ajudará a obter mais conhecimento (Papert, 2008, p.135, apud Massa et. al., 2022, p. 110).

Trata-se de uma reconstrução teórica a partir do construtivismo piagetiano. Para Papert, a criança é um "ser pensante" e construtora de suas próprias estruturas cognitivas, mesmo sem ser ensinada. Outro ponto abordado por Papert diz respeito ao que deve ser ensinado em sala de aula e que as crianças deveriam entender a necessidade de aprender determinado conteúdo, pois só assim o aprendizado se tornaria significante, concreto e efetivo. Ainda, aspectos afetivos e a dinâmica de modelos e assimilação facilitaria o acesso a ideias abstratas e, consequentemente, a aprendizagem.

3.3 A inteligência triárquica de Sternberg

Robert Sternberg (1949) é um psicólogo americano cognitivista cujas preocupações estão voltadas para a análise de como as crianças constroem conhecimentos, como memorizam, como estruturam a linguagem, como exploram sua criatividade. Também dedica-se a analisar como os indivíduos tomam decisões para a resolução de problemas. Conseguiu elaborar uma teoria mais completa e coerente sobre os componentes da informação utilizados na execução de tarefas. Analisando um grande número de tarefas de raciocínio dedutivo e indutivo, estudou como essas funções intervêm no cumprimento de tarefas e quais estratégias os estudantes utilizam para realizar as tarefas e processar as informações recebidas.

Figura 3.6: Robert Jeffrey Sternberg [20]

Segundo Sternberg [23], deve-se equilibrar várias formas de aprendizagem e instrução, pois os estudantes aprendem melhor quando aprendem conteúdos de diversas formas e a partir de pontos de vista diferenciados. Isto se deve ao fato de que inteligência não é apenas um conjunto de capacidades acadêmicas. Ela se manifesta em três dimensões: analítica, criativa, prática.

- Analítica: analisar, comparar, julgar e contrastar. Os problemas são resolvidos usando estratégias que manipulam os elementos de um problema ou a relação entre eles.
- Criativa: criar, inventar, descobrir, imaginar e supor. Procura-se resolver novos tipos de problemas, exigindo ponderação sobre o problema e seus elementos de uma nova maneira.
- Prática: aplicar, usar, utilizar. Execução das habilidades conquistadas. Os problemas são resolvidos, aplicando-se conhecimentos previamente adquiridos do cotidiano.

A Figura 3.7 ilustra a teoria triárquica de Sternberg e essa visão dialoga diretamente à proposta de se exigir do aluno que analise, crie estratégias e aplique o conhecimento de forma prática.

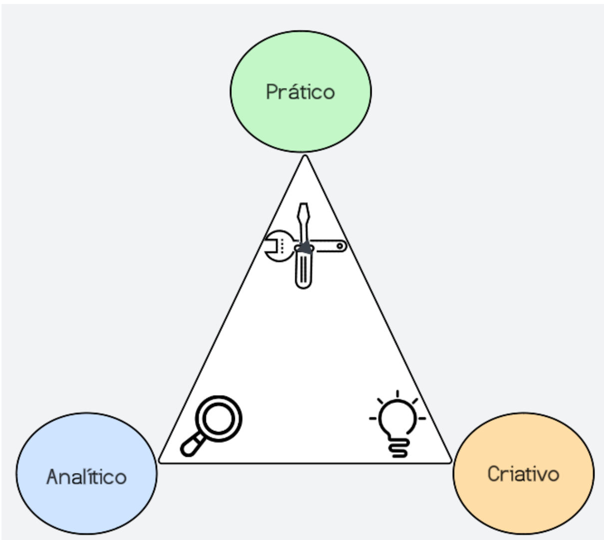


Figura 3.7: Teoria triárquica de Sternberg

Em suma, Sternberg procura relacionar a inteligência com diferentes aspectos do mundo interno do sujeito, com as experiências que ele tem e com o mundo externo com o qual ele interage.

Diante disso, acreditamos que é muito importante que os professores se conscientizem de que o ato de educar não envolve somente transmissão de conhecimento, mas também está voltado para a promoção do desenvolvimento dos processos psicológicos que envolvem os conhecimentos. Portanto, faz-se necessário que os professores conheçam a forma como se constitui a inteligência dos seus alunos e desenvolvam estratégias de aprendizagem eficazes para o aprimoramento do ensino.

3.4 Convergência entre as teorias

Jean Piaget lança foco sobre o protagonismo do aluno e o papel dos esquemas mentais desenvolvidos na interação do indivíduo e do meio, o que pode se dar na simples manipulação de objetos. Sua teoria da epistemologia genética entende o desenvolvimento humano como um processo contínuo de construção de estruturas cognitivas, em que a inteligência vai se reorganizando por meio de equilibrações sucessivas. Nesse processo chamado processo de equilibração, a criança assimila novas informações, adapta seus esquemas pela acomodação e, desse modo, surge um novo equilíbrio, que nunca é definitivo pois sempre pode ser superado por novos desafios.

Ainda de acordo com Piaget, o desenvolvimento cognitivo resulta tanto das interações constantes do sujeito com o meio quanto de fatores internos, como a hereditariedade e o crescimento biológico, conforme a faixa etária do sujeito, que ele classificou como estágios de desenvolvimento. Esses estágios ajudam a compreender como diferentes faixas etárias podem interagir com jogos e atividades de programação.

A teoria construcionista de Papert, apesar de pautada no construtivismo de Piaget, sugere que o sujeito constrói ativamente seu conhecimento a partir de suas vivências. Para ele, o papel do professor não é apenas transmitir conhecimento, mas criar condições para que o aluno descubra e construa. Isso se torna especialmente relevante no uso de jogos e atividades de programação, pois ao montar e programar, a criança entende a necessidade de aprender determinados conteúdos para resolver problemas concretos.

Já Sternberg, propõe que a construção do conhecimento está vinculada tanto ao indivíduo quanto às suas interações com o meio. A inteligência oferece meios pelos quais os indivíduos organizam os seus pensamentos e ações de forma coerente e apropriada para lidar tanto com as necessidades internas quanto com as externas.

Apesar de partirem de perspectivas distintas, esses estudiosos convergem em pontos centrais:

- O aluno é protagonista no processo de construção do conhecimento;
- A experiência prática é essencial para o desenvolvimento cognitivo;
- A reflexão sobre a ação é parte integrante do aprendizado;
- O conhecimento consiste na reconstrução significativa da realidade.

E é nessa interseção que se insere nosso recurso educacional. Sua construção, programação, lógica e regras do jogo permitem que o aluno atue de forma ativa e prática, trazendo significado ao conteúdo que é ensinado em sala de aula, desenvolvendo habilidades cognitivas - como decomposição de problemas, reconhecimento de padrões, abstração e formulação de algoritmos - e emocionais. Tais habilidades podem ser melhor trabalhadas no ambiente da Robótica Educacional, como veremos no próximo capítulo.

4 A robótica e a matemática

De acordo com estudos realizados por Barcelos e Silveira (2012, apud Brackmann, 2017, p.47) [3], uma estratégia eficaz para a inserção do Pensamento Computacional no Ensino Básico consiste em integrá-lo às disciplinas já existentes no currículo, como a Matemática, por exemplo. A inclusão de novas tecnologias no ambiente escolar pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem, favorecendo a compreensão e a construção de novos conceitos de forma mais dinâmica e significativa.

Por sua vez, Valente (2016, apud Brackmann, 2017, p.49) [3] argumenta que o desenvolvimento do Pensamento Computacional pode ser incorporado ao ambiente escolar sob a dimensão da Robótica educacional através da utilização de aspectos/abordagens da robótica industrial em um contexto no qual as atividades de construção, automação e controle de dispositivos robóticos propiciam a aplicação concreta dos conceitos em um ambiente de ensino e de aprendizagem.

Para entender o conceito de robótica educacional se faz necessário conceituar o que é robótica. Silva e Oliveira (2022) [22] afirmam que:

> A robótica é um campo de conhecimento interdisciplinar, pois conecta as definições de muitos campos da tecnologia, sendo um campo de aplicação para uso no trabalho educacional. A interligação das capacidades mentais necessárias para a evolução da racionalidade na robótica possibilita que o aluno perceba que os conceitos aprendidos em diferentes disciplinas são utilizáveis e devem ser usados em conjunto para desobstruir obstáculos que não são apresentados no ensino convencional (Silva e Oliveira, 2022, Pag. 5).

Segundo Barros (2015) [2], a robótica é uma área da tecnologia que integra mecânica, eletrônica e computação, dedicada ao desenvolvimento de sistemas compostos por máquinas e componentes mecânicos automatizados. Esses sistemas são controlados por circuitos integrados, permitindo a criação de mecanismos motorizados que podem ser operados manualmente ou de forma automática por meio de circuitos elétricos.

Com base nessa perspectiva, além de envolver a construção de robôs, a Robótica envolve o aprendizado de conceitos por meio da montagem e manipulação desses sistemas robóticos, o que torna relevante não apenas o produto final, bem como todo o processo de construção e experimentação. Seu uso proporciona uma abordagem interdisciplinar e enriquecedora, preparando o aluno para os desafios da atualidade.

A robótica e a matemática estão profundamente interligadas, pois a matemática oferece as bases teóricas e práticas necessárias para compreender, projetar e operar sistemas robóticos. No contexto educacional, a robótica pode desempenhar um papel crucial no ensino da matemática, tornando os seus conceitos mais concretos, acessíveis e envolventes para os alunos.

Ao estimular habilidades cognitivas essenciais para o desenvolvimento da racionalidade e da tomada de decisões, a robótica permite que os alunos vejam a aplicação prática dos conceitos aprendidos em diversas disciplinas. A combinação desses conhecimentos oferece uma nova abordagem para superar desafios que, muitas vezes, não são abordados nos métodos de ensino tradicionais.

4.1 A robótica educacional

Devido a suas características, acreditamos que o uso da robótica na prática docente pode desmistificar a matemática para os alunos, que a consideram difícil e sem sentido. Essa crença é reforçada na maioria das vezes pela educação tradicional que, com sua ênfase no conhecimento formal e abstrato, cria barreiras ao aprendizado efetivo. A sobrecarga de conceitos teóricos, sem uma aplicação prática que os tornem tangíveis, pode gerar um ciclo de frustração, dificultando o entendimento e o interesse dos alunos. Nesse viés, Papert [17] afirma que

> a "matofobia", endêmica à cultura contemporânea impede muitas pessoas de aprenderem qualquer coisa que reconheçam como "matemática", embora elas não tenham dificuldades com o conhecimento matemático quando não o percebem como tal (Papert, 1985, p. 21).

Nesse sentido, a robótica educacional se torna uma estratégia eficaz para superar esse obstáculo, ao proporcionar um ambiente de aprendizagem mais concreto e interativo, no qual os alunos podem visualizar e aplicar os conceitos de forma prática. Ela se apresenta como uma estratégia pedagógica inovadora e interdisciplinar, permitindo o desenvolvimento de habilidades cognitivas, motoras e socioemocionais e favorecendo o aprendizado ativo e significativo.

Ao envolver as crianças na construção e programação de robôs, elas têm a oportunidade de experimentar conceitos de geometria, cálculo de distâncias e resolução de problemas de forma concreta e lúdica. Segundo Gomes Et.al (2010, apud Pirola, p. 206) [19]

> A robótica educativa não é jovem, tendo surgido por volta da década de 1960, quando seu pioneiro Seymour Papert desenvolvia sua teoria sobre o construcionismo e defendia o uso do computador nas escolas como um recurso que atraía as crianças. Pode ser definida como um conjunto de conceitos tecnológicos aplicados à educação, em que o aprendiz tem acesso a computadores e *softwares*, componentes eletromecânicos como motores, engrenagens, sensores, rodas e um ambiente de programação para que os componentes acima possam funcionar (Gomes Et al, 2010, apud Pirola, p. 206).

Por sua vez, Cardozo [8] argumenta que a Robótica Educacional surge, nesse cenário, como um recurso dinâmico e interativo, capaz de aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, especialmente nas áreas que exigem raciocínio lógico e matemático. Além de incentivar a participação em atividades criativas e colaborativas, a Robótica Educacional também estimula o interesse dos estudantes por temas relacionados à ciência e à tecnologia.

É um tipo de aprendizagem ativa, proposta pelo construcionismo de Seymour Papert, que visa justamente promover o engajamento dos alunos no processo de construção do conhecimento, possibilitando a aprendizagem máxima com o mínimo de ensino e incentivando as crianças a construírem, por conta própria, o conhecimento necessário.

Importante notar como esse protagonismo do estudante e sua interação com o objeto de conhecimento corrobora com o que foi proposto por Piaget, que afirma que a criança adquire conhecimento a partir de sua interação constante com o ambiente e a sociedade. Ela enfrenta conflitos cognitivos que, ao serem resolvidos, ampliam seus sistemas de compreensão, conduzindo-a a um equilíbrio cada vez mais refinado em suas estruturas cognitivas. Esse processo de construção contínua é essencial, especialmente, para o desenvolvimento do senso de direção e localização no espaço, competências diretamente estimuladas pela robótica educacional. Ao manipular robôs e realizar tarefas que envolvem orientação espacial, as crianças fortalecem sua capacidade de entender e se situar no espaço de maneira mais eficiente e dinâmica.

Segundo a BNCC (2018) [5]:

> Essa capacidade de deslocar-se mentalmente e de perceber o espaço de diferentes pontos de vista são condições necessárias à coordenação espacial e nesse processo está a origem das noções de direção, sentido, distância, ângulo e muitas outras essenciais à construção do pensamento geométrico. (BNCC, 2018, p.81).

Nesse cenário, a robótica educacional desponta como uma ferramenta valiosa para o desenvolvimento do conhecimento nas crianças, especialmente no que se refere à matemática, visto que para compreendermos a matemática, precisamos exercitar nosso raciocínio lógico e nossa capacidade analítica.

Ao proporcionar experiências práticas e colaborativas, a robótica permite que as crianças construam seu conhecimento de maneira ativa e significativa, promovendo o desenvolvimento de habilidades cognitivas, motoras e socioemocionais. Alinhada aos princípios de Piaget, Papert e Sternberg, a robótica educacional permite uma didática que integra teoria e prática, facilitando a construção do conhecimento de forma mais eficaz e motivadora.

Sob a perspectiva da aprendizagem ativa como abordagem pedagógica, que destaca a importância do desenvolvimento ativo do sujeito na construção do conhecimento, a robótica educacional pode ser uma importante ferramenta para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico e interessante para os estudantes e professores. Trata-se de uma metodologia de ensino que utiliza robôs e kits de montagem para desenvolver habilidades e competências nas mais diferentes áreas, trazendo inúmeras contribuições para o processo de ensino-aprendizagem.

Segundo Ribeiro (2006, apud Cardozo, 2017, p.29) [8], outro ponto relevante da robótica educacional é seu caráter interdisciplinar. Ao interagir com o computador e com os dispositivos robóticos, o estudante é levado a trabalhar com conceitos das ciências exatas, como lógica, matemática e até física. Além disso, o professor pode incluir conteúdos de língua portuguesa de forma natural, por exemplo, ao solicitar relatórios sobre as atividades realizadas com os robôs em sala de aula — prática que, sem dúvida, favorece o desenvolvimento intelectual do aluno.

Nesse viés, o uso da robótica educacional pode aprimorar a prática educativa, elevando o potencial dos alunos, através da integração de conhecimentos matemáticos e da aplicação desses conhecimentos na compreensão da realidade. A contextualização do conteúdo matemático no âmbito da robótica torna a aprendizagem mais significativa, conectando fórmulas e conceitos matemáticos diretamente à programação e ao controle de *hardware*. Essa união não apenas fortalece as habilidades cognitivas dos alunos, mas também promove competências essenciais como resolução de problemas, pensamento computacional e colaboração, enriquecendo a experiência educacional e aumentando a motivação dos estudantes.

Diante do exposto, acreditamos que a robótica educacional pode ser uma ferramenta poderosa para um aprendizado mais significativo da matemática. Uma metodologia interessante para implementação dessa ferramenta na sala de aula é utilizar uma abordagem pedagógica que adote elementos e dinâmicas de jogos para estimular o engajamento e a motivação dos alunos em variados ambientes de aprendizagem, como veremos no próximo capítulo.

5 O valor educativo dos jogos

Segundo Oliveira (2017) [16], as atividades lúdicas, como jogos e brincadeiras, são formas de comunicação utilizadas pelo indivíduo para atribuir novos significados à realidade, enfrentando-a e desenvolvendo-se como um sujeito autônomo e capaz. O jogo pode representar, para o indivíduo, um momento de alívio, ou seja, um certo distanciamento das exigências constantes de adaptação e sobrevivência. Para ela, o ato de jogar envolve constantemente dimensões do desenvolvimento humano, como o físico, o intelectual, o cognitivo, o artístico, o criativo, o sensorial, o social, o ético, o funcional e o psicomotor.

Ainda de acordo com a autora, no ambiente educacional, essa ideia pode ser compreendida como uma oportunidade para que o educador, por meio dos jogos, trabalhe conteúdos que favoreçam a assimilação do conhecimento de forma que o aluno se envolva integralmente, ativando, nesse processo, suas funções cognitivas, emocionais e sociais. A vivência promovida pelo jogo influencia diretamente na habilidade humana de elaborar um pensamento prévio à ação, isto é, de refletir antes de agir impulsivamente, o que fortalece o indivíduo diante de conflitos.

Piaget (1978) [18] atribui ao jogo um papel essencial para o desenvolvimento infantil. Ele argumenta que o jogo é uma condição vital para o desenvolvimento da criança, inicialmente egocêntrico e espontâneo, vai se tornando cada vez mais uma atividade social, na qual as relações individuais são fundamentais. Através do jogo a criança assimila e se apropria daquilo que percebe na realidade.

Por sua vez, Dohme (2003, apud Oliveira 2017) [16] argumenta que, ao incorporar o jogo em seu planejamento pedagógico, o professor possibilita ao estudante vivenciar uma variedade de emoções e transferir a experiência escolar para situações do cotidiano. Além disso, o educador cria condições para que o aluno descubra suas potencialidades, supere desafios, desenvolva princípios e respeite as diferenças individuais.

Diante do que foi exposto, acreditamos que é possível estabelecer uma conexão intrínseca entre o ato de brincar e o processo de aprendizagem, pois os jogos favorecem o desenvolvimento de conhecimentos essenciais para a construção de saberes mais complexos.

Segundo Visca (1991, p. 20 In: Oliveira, 2017, p.128) [16], os jogos se classificam como jogos lógicos, jogos afetivos ou jogos sociais, conforme Quadro 3.

TIPOS DE JOGOS		
JOGOS LÓGICOS	**JOGOS AFETIVOS**	**JOGOS SOCIAIS**
Jogos que permitem o exercício da correspondência termo a termo, figurativa e numeral, a classificação, a seriação e a compensação, elaboração de estratégias espaciais, capacidade de antecipação, motricidade, controle da impulsividade, ampliação do campo visual e percepção. Desenvolvem o raciocínio.	Além dos conteúdos lógicos desenvolvidos pelos jogos, o educador pode também classificá-los com base nos conteúdos afetivos e sociais, que sempre aparecem relacionados (DOHME, 2003). Esses conteúdos podem ser: autodescoberta, autonomia, relações interpessoais saudáveis, cooperação, capacidade de liderar e ser liderado, entre outras. Estimulam a emoção.	Além dos conteúdos lógicos desenvolvidos pelos jogos, o educador pode também classificá-los com base nos conteúdos afetivos e sociais, que sempre aparecem relacionados (DOHME, 2003). Esses conteúdos podem ser: autodescoberta, autonomia, relações interpessoais saudáveis, cooperação, capacidade de liderar e ser liderado, entre outras. Auxiliam na aquisição de condutas próprias do meio.

Quadro 3: Tipos de jogos (adaptado) [16]

Tanto os jogos de natureza lógica, emocional ou social carregam, em sua proposta intencional, além do aspecto recreativo, a capacidade de aproximar o universo real do imaginário, de preparar o indivíduo para lidar com situações desafiadoras e de estimular diversas habilidades essenciais para a assimilação de conteúdos sistematizados. Esses conhecimentos são considerados pela instituição escolar como fundamentais para o bom desempenho do estudante.

Na obra de Oliveira (2017, p.129) [16], discutiu-se sobre as funções e processos mentais que podem ser promovidas por meio da utilização de atividades lúdicas, especialmente através dos jogos, no ambiente educacional, onde foi possível a geração de uma nuvem de palavras com os termos utilizados. O resultado do processo de geração da nuvem de palavras encontra-se na Figura 5.1:

Vale ressaltar que, ao optar-se por trabalhar com jogos, deve-se ter claro a postura a ser adotada pelo educador, pois ela que realmente vai garantir o valor interventivo da ludicidade no processo de aprendizagem. É preciso jogar, brincar, propiciar espaços de autorias de aprendizagem, tanto pelo educador quanto pelo educando, nos quais ensinar e aprender passem a ser processos indissociáveis e complementares.

Figura 5.1: Nuvem de palavras gerada a partir funções e processos mentais que podem ser desenvolvidos pelos jogos [16]

5.1 O jogo e a Matemática

Para Huizinga (1990, p. 16, apud Brandt e Moretti, 2016, p. 66)[4], jogo é uma atividade que se processa dentro de certos limites temporais e espaciais, segundo uma determinada ordem e um dado número de regras livremente aceitas, e fora da esfera da necessidade ou da utilidade material. Proporcionando um ambiente de arrebatamento e entusiasmo, torna-se sagrado ou festivo de acordo com a circunstância, e vem acompanhado de sentimentos de exaltação, alegria, tensão e distensão.

A utilização de jogos na sala de aula, traz a ludicidade como apoio no processo de ensino aprendizagem, pois segundo Brandt e Moretti (2016) [4], a ludicidade permite a criação de brincadeiras, brinquedos e jogos que auxiliam no desenvolvimento de algumas funções essenciais para o crescimento humano, como a linguagem, a memória, a percepção, a atenção, a motricidade e a formação de relações sociais.

Sob essa perspectiva, acreditamos que a utilização do jogo Pacmat pode contribuir para a criação de um ambiente propício à reflexão que o aluno, pois trata-se de uma atividade lúdica e agradável, que normalmente é bem acolhida pelas crianças. Sua aplicação, embora fora do ambiente escolar e de maneira informal, mostrou-nos ser vantajosa em relação a alguns aspectos que listamos a seguir:

- Possibilidade de diversificação na abordagem de diferentes assuntos, como operações com números naturais e inteiros, coordenadas cartesianas, deslocamentos no plano, entre outros;.

- Estímulo ao pensamento lógico, uma vez que para somar o maior número de pontos é necessário estabelecer estratégias para percorrer trajetórias que levem a apanhar fantasmas do jogador adversário;
- Socialização a partir das regras, mesmo as mais simples. Durante o jogo aconteceram discussões, debates, trocas de ideias, confronto de opiniões, situações de interação, que contribuem para a construção do conhecimento.

No próximo capítulo, faremos uma breve exposição sobre o principal ramo da Matemática a ser trabalhado com o uso do Pacmat: a Geometria Analítica. Faremos um breve apanhado histórico sobre o assunto, bem como apresentaremos alguns conceitos elementares.

6 A geometria analítica

> Plutarco nos diz que, conforme Platão, “Deus sempre geometriza” ou, como exprime Spinoza, o mesmo pensamento, Deus e as leis universais de estrutura e operação são a mesma e única realidade. Para Platão, assim como para Bertrand Russel, a matemática é, consequentemente, o prelúdio indispensável à filosofia e à sua forma mais elevada; em cima das portas de sua Academia, Platão colocou, dantescamente, as seguintes palavras: “Que nenhum homem que ignore geometria entre aqui” (Duran, 1998, p. 67, In: Danyluk, 2012, p. 73). [9]

A Geometria Analítica é uma área da Matemática que trata a reta e o plano como conjuntos de pontos que podem ser representados em um sistema de coordenadas. Essa representação permite que sejam equacionados, facilitando sua análise e aplicação em diversos contextos. Sua origem remonta desde a antiguidade. Nas palavras de Silva (1994, apud Danyluk, 2012, p.175)[9]

> Alguns historiadores da matemática veem nos trabalhos dos gregos sobre cônicas o início da geometria analítica, chegando a considerá-los como verdadeiros inventores desta parte da matemática. [...] Pode-se dizer que os gregos tinham um geometria analítica das Seções Cônicas, mas não tinham uma geometria analítica no sentido geral (SILVA, 1994, apud Danyluk, 2012, p.175).

Conforme afirma Danyluk [9], ao longo da história, o ser humano, motivado por diversas razões, buscou identificar lugares, medir distâncias e calcular áreas de diferentes regiões. Desde a antiguidade, os gregos já utilizavam corretamente as ordenadas em relação a dois ou mais eixos em um plano e produziam mapas baseados em coordenadas para determinar a localização de um ponto. Esses sistemas, ainda que distintos dos modelos atuais, já eram aplicados na Astronomia e na Geografia, como evidenciam as obras de Hiparco, por volta de 150 a.C., e o famoso mapa-múndi de Cláudio Ptolomeu, elaborado entre os anos 85 e 165 d.C.

A autora afirma que, posteriormente, Nicole Oresme (1323-1382) modificou o uso de sistemas de coordenadas para criar gráficos que representavam a variação de uma grandeza, como a velocidade, em função de outra, como o tempo. Em sua obra, ele utilizou pela primeira vez os termos "latitude" e "longitude". Esse trabalho foi ampliado ao longo de um século, preservando sua forma original.

Segundo a autora, a Geometria Analítica moderna foi desenvolvida de forma quase simultânea e independente por Pierre de Fermat, em 1629, e René Descartes, em 1637, respectivamente. Enquanto o trabalho de Fermat foi publicado apenas em 1679, Descartes apresentou suas contribuições em "La Géométrie", um apêndice de sua obra Discurso do Método, estruturada em três partes. Na primeira, foram distribuídos os fundamentos da Geometria Algébrica, superando os conceitos matemáticos gregos. Na segunda parte, ele classificou curvas planas e propôs um método para construir tangentes, antecipando ideias que seriam formalizadas no Cálculo. Já na terceira, abordou a resolução de equações cúbicas ou de graus superiores. Além disso, Descartes modificou o uso de expoentes para representar potências, consolidando sua contribuição para a Matemática. A respeito das descobertas quase simultâneas de Fermat e Descartes , a autora afirma que

> estudando a história da matemática, percebe-se que por muitas vezes dois matemáticos chegam aos mesmos resultados, quase ao mesmo tempo, embora por meios diferentes. O que ocorreu com Descartes e Fermat, no que se refere à geometria analítica, parece ser uma dessas coincidências, pois com teorias diferentes chegaram a resultados muito próximos. (Danyluk, 2012, p.187) [9]

Esses foram apenas alguns nomes dentre tantos que contribuíram de alguma forma para a trajetória da Geometria Analítica, seja através de trabalhos dedicados exclusivamente à área, seja através de outros voltados a outras áreas que de certa forma esbarravam na geometria analítica. A Figura 6.1 mostra como evolução da Geometria Analítica, desde os gregos até os matemáticos clássicos, como Hiparco e Ptolomeu, até pensadores da Idade Média, como Oresme e Fermat, culminando em René Descartes, que sistematizou a Geometria Analítica como conhecemos hoje:

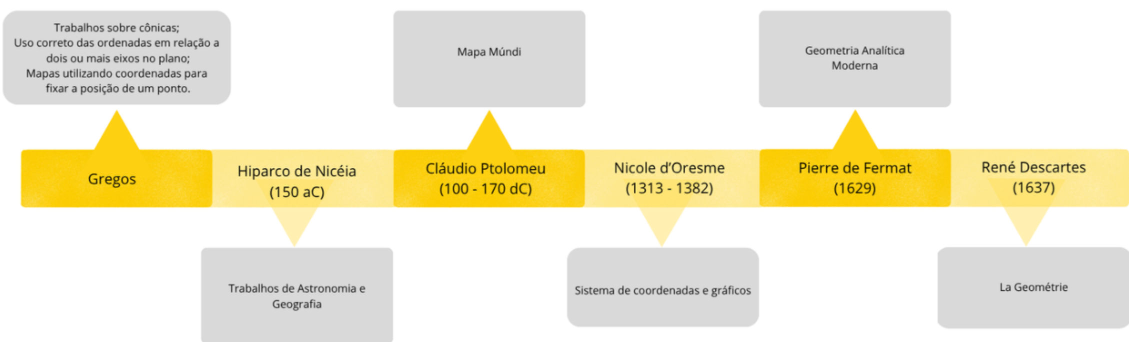


Figura 6.1: Linha do tempo esboçando algumas das principais contribuições à Geometria Analítica

Podemos notar que os avanços da Geometria Analítica acompanharam a evolução da sociedade, desde os primórdios até os dias atuais. Suas aplicações são bastante relevantes em diversas áreas, desde a arquitetura à tecnologia. Um exemplo bastante popular nos dias atuais é o Sistema de Posicionamento Global (GPS), que é uma tecnologia que permite determinar a localização exata de um objeto ou pessoa na superfície terrestre, usando satélites. Ele funciona recebendo sinais de vários satélites em órbita e, com essas informações, consegue calcular a sua posição com bastante precisão. É muito usado em celulares, carros, navegação, mapas e até em atividades ao ar livre, ajudando as pessoas a se orientarem e a chegarem aos seus destinos. Na construção civil, a geometria analítica é imprescindível para garantir a precisão de medidas, alinhamento e nivelamento de estruturas, conferindo estabilidade e segurança das edificações. Na informática, é essencial para gráficos de computadores e jogos digitais, bem como na computação gráfica, na criação de imagens e modelagem 3D. Em suma, ela é uma ferramenta poderosa que facilita a resolução de problemas do cotidiano e impulsiona muitas inovações tecnológicas.

Enquanto disciplina acadêmica, conforme Danyluk (2012) [9], a geometria analítica passou a ser considerada uma área essencial da matemática e tornou-se parte fundamental da formação básica em praticamente todos os programas educacionais e cursos de nível superior, como, por exemplo, as engenharias.

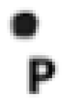
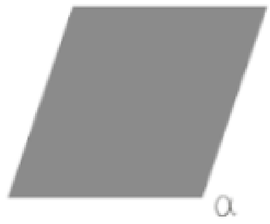
Dada sua relevância, algumas das suas noções básicas devem ser trabalhadas, conforme orientado pelos documentos oficiais, já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, as quais veremos a seguir.

6.1 Algumas noções elementares

Para construirmos e entendermos os conceitos da geometria analítica, precisamos ter em mente algumas definições e axiomas estabelecidos pelo matemático grego Euclides[1], os quais formam um sistema lógico de postulados capazes de estruturar toda a geometria plana. São eles:

- Por dois pontos distintos passa uma e somente uma única reta, conforme Figura 6.2. Este axioma, conhecido como axioma de incidência, estabelece a ideia de que dois pontos determinam uma linha reta única, formando a base para o conceito de linha reta na geometria.
- Dados uma reta r e um ponto P, fora de r, existe uma e somente uma reta paralela à reta r e passando por P. Conhecido como axioma das paralelas, este axioma

[1]Para informações sobre Euclides, acesse https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Euclid/

Ponto	Reta	Plano
		

Quadro 4: Noções primitivas

Figura 6.2: Axioma de incidência

estabelece que não há múltiplas retas distintas que sejam paralelas a r passando por P, garantindo a unicidade das paralelas e sendo fundamental para a geometria euclidiana. Vide Figura 6.3

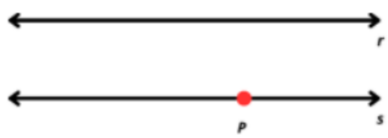


Figura 6.3: Unicidade da paralela

- Dados uma reta r e um ponto P, fora de r, existe apenas uma reta perpendicular a r que passa por P, conforme ilustrado na Figura 6.4. Este axioma estabelece que não há múltiplas retas distintas formando ângulos retos com r no mesmo ponto P, garantindo a unicidade da perpendicular e sendo um princípio fundamental da geometria euclidiana.
- Dados dois pontos distintos A e B, sempre existem um ponto C entre A e B e um ponto D, tal que B está entre A e D , de modo que o conjunto formado pelos pontos A e B e pelos pontos C entre A e B é chamado de segmento AB, e a semirreta AB é o conjunto formado pelo segmento AB e por todos os pontos D tais que B está entre A e D. Além disso, dado um ponto E tal que A está entre E e B, a semirreta AE é dita oposta à semirreta AB. Esses conceitos definem a natureza infinita das linhas retas, permitindo que elas se prolonguem sem limites. Vide Figura 6.5:

Ainda em relação a pontos no plano, fixada uma unidade comprimento, a cada par

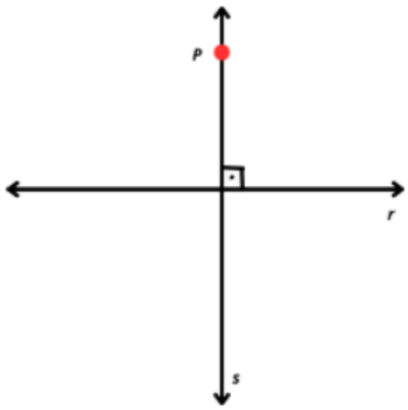


Figura 6.4: Unicidade da perpendicular

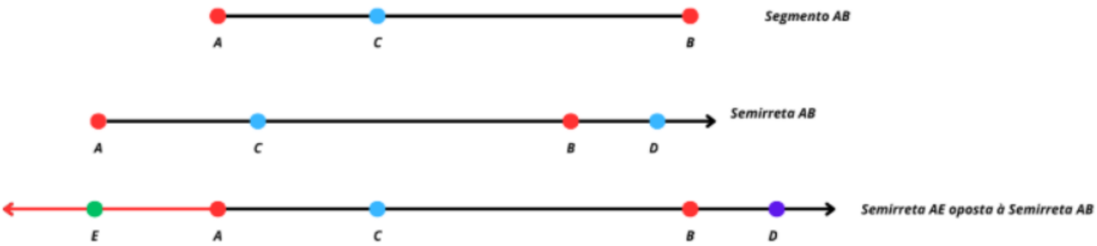


Figura 6.5: Definição da natureza infinita das linhas retas

de pontos A e B corresponde um número real, denominado distância entre os pontos A e B ou comprimento do segmento AB, designado por $d(A,B)$ e que satisfaz as seguintes propriedades:

- $d(A,B) \geq 0$;
- $d(A,B) = 0 \Rightarrow A = B$;
- $d(A,B) = d(B,A)$;
- $d(A,B) = d(A,C) + d(C,B)$ (desigualdade triangular);
- $d(A,B) = d(A,C) + d(C,B)$ se A, B e C são colineares e C está entre A e B;
- Dados uma semirreta CD e um número real $\epsilon > 0$, existe um único ponto $F \in CD$, tal que $d(C,D) = \epsilon$.

6.2 Coordenadas na Reta e no Plano

Se tomarmos uma reta r e dois pontos distintos O, A em r, tais pontos determinam a semirretra OA e consequentemente o sentido de percurso dessa reta r. Tal reta é denominada eixo orientado, como pode ser visto na Figura 6.6 .

Seja B um ponto qualquer de r, tal que O esteja entre B e A. A semirreta OB é chamada oposta à semirreta OA, como mostra a Figura 6.7:

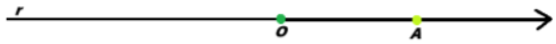


Figura 6.6: Eixo orientado

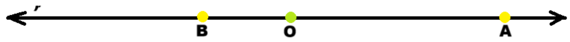


Figura 6.7: Semirretas opostas

Tal eixo orientado pode corresponder-se de forma biunívoca com os números reais da seguinte maneira:

- O número 0 (zero) corresponde ao ponto O, também chamado Origem;
- A cada ponto $P \neq O$ da semirreta OA corresponde o número real positivo $x = d(O,P)$;
- A cada ponto $P \neq O$ da semirreta OB corresponde o número real negativo $x = -d(O,P)$.

Tal número real x que corresponde ao ponto P é chamado coordenada do ponto P. A Figura 6.8 ilustra as coordenadas do ponto P, conforme sua localização na reta r, em relação ao ponto O.

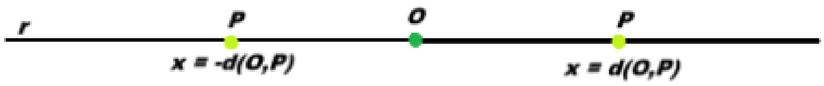


Figura 6.8: Coordenadas dos pontos no eixo orientado

Sejam P e Q pontos distintos no eixo orientado, conforme a Figura 6.9. Dizemos que P está à esquerda de Q (ou que Q está à direita de P) quando as semirretas PQ e OA determinam o mesmo sentido de percurso sobre a reta r.

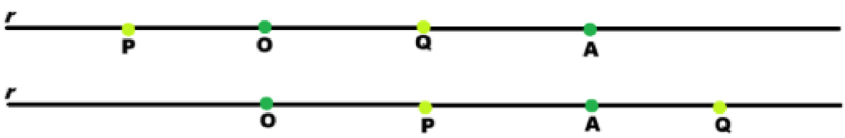


Figura 6.9: P à esquerda Q

Note que se x e y são coordenadas dos pontos P e Q, respectivamente, e o ponto P está à esquerda do ponto Q, equivale dizer que $x < y$. Ainda, a distância entre os pontos P e Q é dada por $d(P,Q) = |x - y|$. De maneira análoga, verifica-se na Figura 6.10 que, se o ponto P está à direita do ponto Q, pode-se dizer que x>y e a distância entre os pontos P e Q é dada por d(P,Q)=|x-y|.

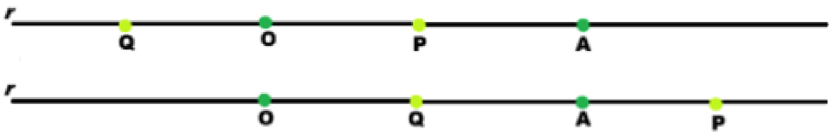


Figura 6.10: P à direita Q

No Sistema de Coordenadas Euclidiano, para localizarmos pontos em um plano, é necessário estabelecermos um sistema de eixos ortogonais que intersectam-se perpendicularmente na origem comum O. O eixo OX é chamado eixo horizontal ou eixo das abscissas e o eixo OY é chamado eixo vertical ou eixo das ordenadas. Tais eixos dividem o plano em quatro regiões chamadas quadrantes, como pode ser visto na Figura 6.11:

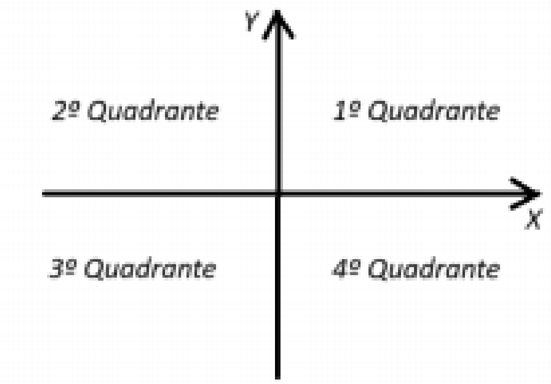


Figura 6.11: Quadrantes

A escolha de um sistema de eixos ortogonais possibilita uma correspondência biunívoca entre os pontos do plano e os pares ordenados de números reais, de modo que a um ponto P qualquer do plano fazemos corresponder o par ordenado (x, y), onde x é a coordenada correspondente ao pé da perpendicular que passa por P baixada ao eixo OX e y é a coordenada do pé da perpendicular ao eixo OY que passa por P.

Conforme ilustrado na Figura 6.12, os números x e y do par ordenado (x, y) associado ao ponto P são as coordenadas cartesianas do ponto P, onde x é a abscissa ou primeira coordenada e y é a ordenada ou segunda coordenada.

O conceito de coordenadas cartesianas é o conteúdo mais relevante na lógica do jogo Pacmat, pois determina o ponto de partida do robô e também a localização dos fantasmas. Acreditamos que o processo de repetição de identificar um novo ponto de partida do robô

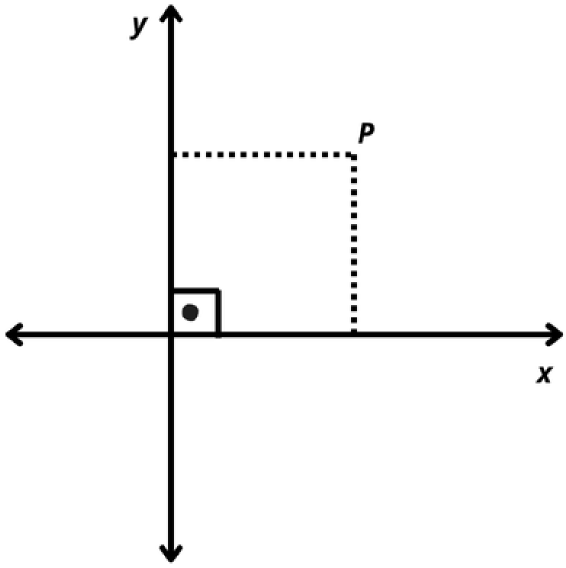


Figura 6.12: Par ordenado (x, y)

a cada jogada, possa conduzir a criança a compreender a ideia de deslocamento no plano e a praticar operações com números naturais ou inteiros.

Contudo, ainda podemos trabalhar outros conceitos interessantes de acordo com a faixa etária e ano escolar em que o aluno se encontra. Em seguida, apresentamos alguns conceitos que podem ser explorados por meio do Pacmat, experimentando e comparando os resultados do jogo com a formalização matemática, conforme [13]:

- **Distância entre pontos**

AP é horizontal e BP é vertical $\}$ APB é retângulo em $P \to d_{AB}^2 = PA^2 + PB^2$.

Mas $PA = XB - XA$ e $PB = YB - YA$.

Assim, $d_{AB}^2 = (XB - XA)^2 + (YB - YA)^2$ e

$d_{AB} = \sqrt{(XB - XA)^2 + (YB - YA)^2}$

- **Ponto médio de um segmento**

Seja M o ponto médio do segmento AB.

Os triângulos AMN e ABP são semelhantes (AAA).

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AP}$

Mas $AB = 2(AM)$ pois M é ponto médio de AB. Logo,

$\frac{AM}{2AM} = \frac{AN}{AP} = \frac{1}{2}$, donde $AP = 2(AN)$.

Assim, temos:

$X_P - X_A = 2(X_N - X_A) \to X_B - X_A = 2(X_M - X_A) \to X_B - X_A = 2X_M - 2X_A$
$\to X_M = \frac{X_A + X_B}{2}$

Do mesmo modo, mostra-se que $Y_M = \frac{Y_A + Y_B}{2}$.

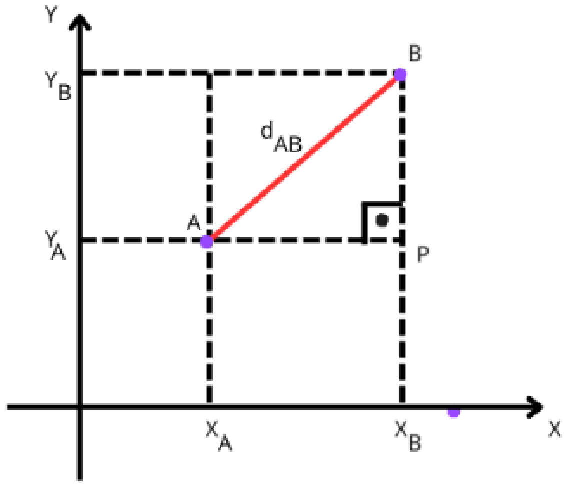


Figura 6.13: Distância entre pontos

Portanto, sendo M o ponto médio do segmento AB, temos
$M(\frac{X_A+X_B}{2}, \frac{Y_A+Y_B}{2})$

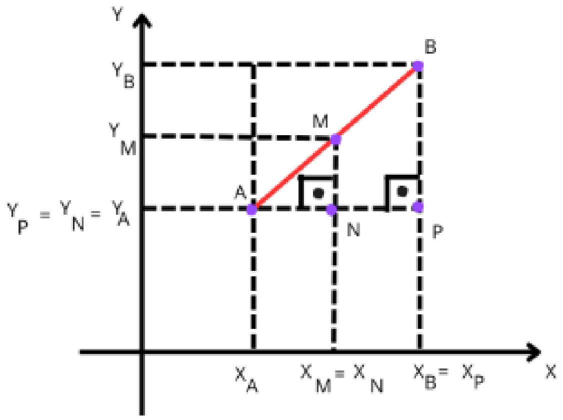


Figura 6.14: Ponto médio de um segmento

- **Equação da reta**

Tomemos uma reta r qualquer, não vertical, e um ponto P de r, distinto de P_0, conforme Figura 6.15:

Sendo $P(x,y)$, temos para r:

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y-y_0}{x-0}$,

onde m é o coeficiente angular de r. Daí:

$y - y_0 = m(x - x_0)$.

No próximo capítulo, apresentamos o jogo Pacmat e a metodologia de seu desenvolvimento.

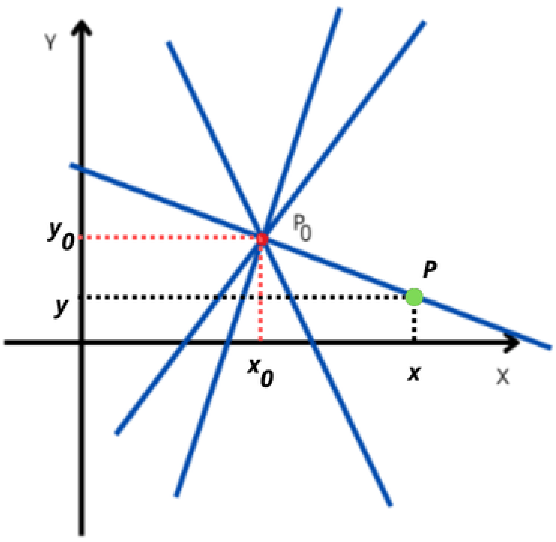


Figura 6.15: Equação da reta

7 Projetando e Construindo o Pacmat

Para a criação do nosso robozinho, optamos por utilizar o Arduino que, no contexto educacional, tem se tornado uma plataforma poderosa por ser acessível, aberta e permitir que os alunos passem da teoria para a prática. Segundo o site do fabricante [1], esse dispositivo é descomplicado, simples e poderoso, pronto para atender às necessidades de usuários de todos os níveis, desde estudantes e makers até desenvolvedores profissionais.

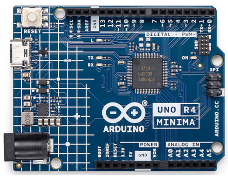
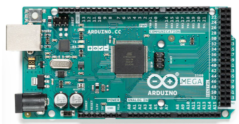
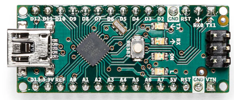
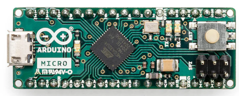
Desse modo, antes de detalharmos o processo de montagem e programação do Pacmat, conheceremos um pouco sobre o Arduino, como ele funciona como interface física (*hardware*) e cérebro lógico (*software* embarcado) do projeto, permitindo a criação de experiências interativas e tangíveis que vão além da tela do computador.

7.1 O Arduino

O Arduino é uma placa de circuito integrado, que pode ser programada para realizar tarefas específicas. Segundo Gabriel [11], o Arduino é uma plataforma eletrônica de código aberto desenvolvido na Itália que une *hardware* e *software* simples para uso. As placas Arduino conseguem ler Entradas (sinais enviados ao Arduino, por exemplo, ao apertar um botão que pode ativar algo) e transformar em Saídas (resposta do Arduino, como acionamento de um LED, motor, buzzer, entre outros). Isso acontece graças a um microcontrolador, que é uma junção de *software* e *hardware* que através da programação conseguimos controlá-los para desempenhar tarefas.

Dessa forma, é possível dizer à placa o que ela deve fazer, utilizando códigos, que podem ser facilmente encontrados na Internet ou na própria biblioteca do ambiente de desenvolvimento integrado (Arduino IDE). Por ser uma plataforma de código aberto, qualquer pessoa pode modificar, melhorar e personalizar, utilizando o mesmo *hardware* do Arduino.

Há vários modelos de Arduino para atender a diferentes necessidades, como exemplificado no Quadro 5:

Arduino Uno	Arduino Mega	Arduino Nano	Arduino Micro
			

Quadro 5: Alguns modelos de Arduino [1]

- **Arduino Uno:** segundo o site do fabricante [1], é a melhor placa para começar a explorar a eletrônica e a programação. É a placa mais robusta para começar a experimentar, a mais utilizada e documentada de toda a família Arduino;
- **Arduino Mega:** ideal para projetos mais complexos;
- **Arduino Nano:** é considerada a placa mais compacta para você desenvolver seus projetos.
- **Arduino Micro:** mais compacto e adequado para projetos com restrição de espaço, vem com uma porta USB integrada, o que faz com que ele seja reconhecido como um mouse ou teclado.

Para o nosso projeto, optamos por usar o Arduino Nano Clássico. De acordo com o fabricante [1], a família Nano é um conjunto de placas com dimensões reduzidas e repletas de recursos, composta de diferentes modelos. Essas placas também possuem sensores integrados, como temperatura/umidade, pressão, gestos, microfone e muito mais.

Em suas especificações, o fabricante descreve a placa Arduino Nano como pequena, completa e compatível com *protoboard* (placa com furos e conexões condutoras utilizada para a montagem de protótipos e projetos que estão na fase inicial, dispensando o uso de solda), não possui um conector de alimentação de corrente contínua (CC) e utiliza um cabo USB Mini-B para comunicação com o computador, na hora da programação.

Como já mencionado, a placa Arduino é programada por meio do IDE Arduino, um ambiente de desenvolvimento integrado de código aberto, obtido no site do fabricante com versões online e para instalar no computador, gratuitamente. Nele, os códigos (*sketches*) são escritos em uma linguagem de programação baseada no C/C++ e enviados para o microcontrolador via USB. Após o *upload*, o Arduino executa o código e interage com os componentes conectados.

No Arduino IDE, os esquemas, códigos e projetos podem ser acessados e modificados livremente, o que possibilita que pessoas de diversas áreas possam criar soluções inovadoras de forma acessível e criativa.

Agora que conhecemos um pouco sobre o Arduino, vamos montar nosso robôzinho para então partirmos para a programação.

7.2 Montagem

Para construção do robozinho Pacmat, serão necessários os seguintes materiais, que podem ser adquiridos em lojas de eletrônica, a preços relativamente acessíveis e que, muitas vezes, estão disponíveis na forma de kits de robótica já prontos. Segue a lista:

- 1×placa Arduino Nano;
- 1×Regulador de Tensão CI 7805;
- 1×Diodo Retificador 1N4007;
- 1×Capacitor Eletrolítico 10uF;
- 3×Baterias 9V;
- 3×Adaptadores de Bateria 9V;
- 1×Kit Chassi 2WD Robô para Arduino, contendo 2 motores DC com rodinhas emborrachadas, 1 roda boba, parafusos e porcas;
- 1×módulo *Bluetooth* HC-06;
- Módulo *Driver* Ponte H L298N;
- 1×chave seletora;
- *Protoboard* 400 pontos;
- *Jumpers* Macho/Fêmea;
- *Jumpers* Macho/Macho;
- 4x Fio flexível (12cm).

Iniciamos soldando os fios flexíveis de aproximadamente 12 cm nos motores DC, conforme Figura 7.1:

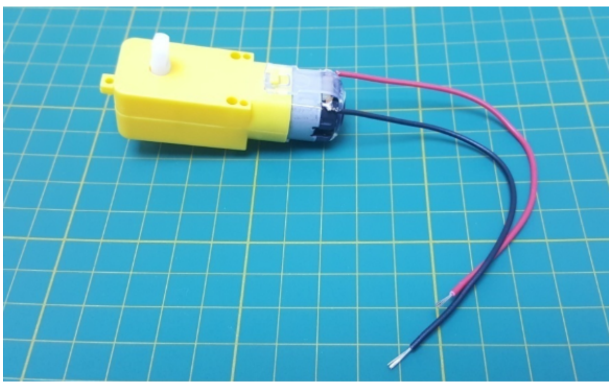


Figura 7.1: Soldagem dos fios dos motores DC [21]

O segundo passo é complementar os fios dos adaptadores das baterias de 9 Volts com *jumpers* com o objetivo de possibilitar que a bateria seja conectada facilmente na *protoboard*. A Figura 7.2 mostra o efeito desejado:

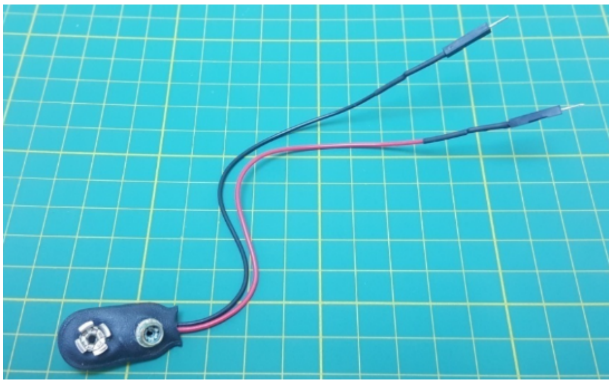


Figura 7.2: Colocação dos *jumpers* no adaptador da bateria de 9 Volts [21]

Agora é só fixar os motores e a roda boba no chassi. A Figura 7.3 mostra um chassi redondo 2WD apenas com a base montada (sem o segundo andar). Aconselhamos usar para este projeto o chassi menor possível, pois os componentes são poucos e o deslocamento na malha quadriculada torna-se mais fácil.

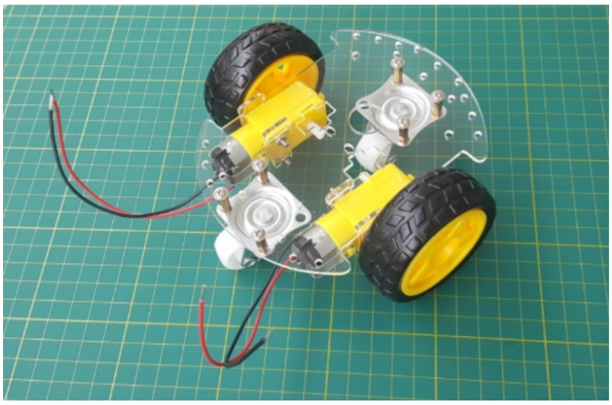


Figura 7.3: Base do chassi [21]

Como fonte de alimentação, utilizaremos três baterias comuns de 9 Volts em paralelo. Este tipo de conexão é necessário para que se tenha uma maior corrente com a mesma tensão. Conexões paralelas são feitas conectando os terminais positivos entre si e também os terminais negativos entre si. Isso significa que os terminais positivos das três baterias devem ser conectados em uma mesma linha do *protoboard* e os terminais negativos devem ser conectados em uma outra mesma linha. Isto essencialmente cria uma bateria maior, com a mesma tensão de 9 Volts e corrente do conjunto igual à soma das correntes de cada bateria.

Contudo, o Arduino Nano precisa de 5 Volts para funcionar. Então, devemos usar um circuito regulador de tensão para reduzir e regular a tensão de entrada para uma tensão de saída desejada. Utilizaremos o regulador de tensão CI 7805 que disponibilizará 5 Volts em sua saída e servirá perfeitamente para alimentar o Arduino Nano, conforme a Figura 7.4:

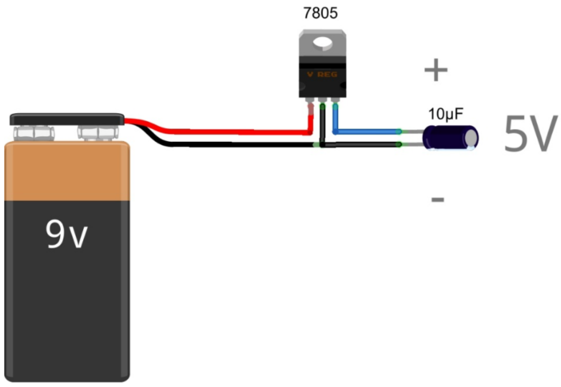


Figura 7.4: Circuito regulador de tensão [21]

Para isolar os circuitos de alimentação dos motores e de alimentação do Arduino Nano, usaremos um diodo na saída da bateria que alimenta os motores, evitando que qualquer tipo de corrente reversa atinja o regulador de tensão de 5 Volts. Assim, isolamos 5 Volts para o circuito lógico e aproximadamente 8,3 Volts para os motores (8,3 Volts é o resultado de 9 Volts da bateria com uma queda de 0,7 Volts do diodo). A Figura 7.5 mostra a montagem da fonte com o acréscimo de uma chave liga/desliga, utilizando um *protoboard*, o que facilita a montagem do circuito. Note que para conectar dois ou mais componentes, basta inseri-los nos furos de uma mesma fileira ou conectar um componente a uma fileira diferente usando um fio *jumper*.

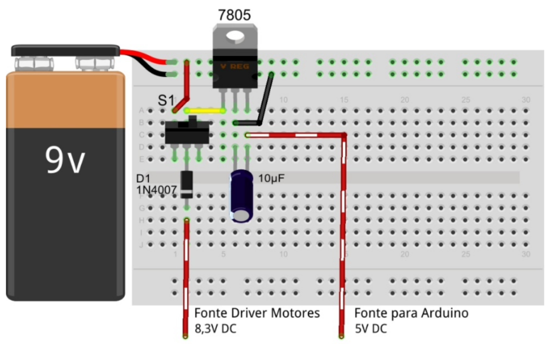


Figura 7.5: Acréscimo do diodo e da chave [21]

Agora, devemos colocar o Arduino no *protoboard* e conectar a saída regulada de 5 Volts no pino de alimentação do Arduino (VIN) e o negativo da fonte (GND) ao negativo do Arduino (GND). E montar o módulo *Bluetooth* HC-06, utilizando apenas a comunicação do transmissor (TX) do módulo *Bluetooth* para o receptor (RX) do Arduino Nano, não sendo necessário utilizar o pino RX (Receptor) do módulo *Bluetooth*. Assim, basta conectar os pinos 5 Volts e GND do módulo *Bluetooth* ao pino VCC (5Volts) do Arduino Nano e ao negativo (GND) do circuito respectivamente, conforme Figura 7.6:

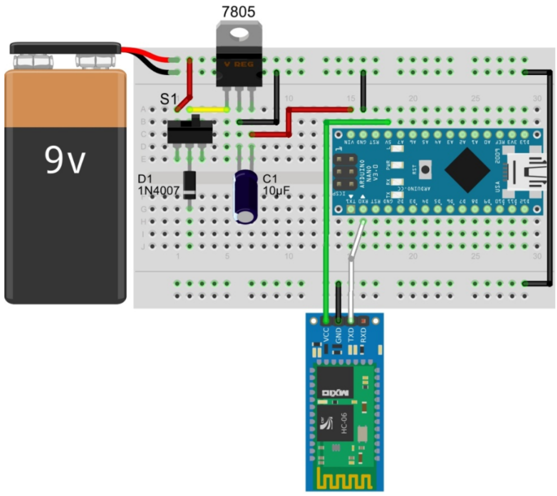


Figura 7.6: Comunicação Módulo *Bluetooth* com Arduino [21]

Para controlar o sentido de rotação dos motores DC e sua velocidade, utilizaremos o Módulo Ponte H L298N, ilustrado na Figura 7.7, cujo funcionamento se dá resumidamente da seguinte maneira:

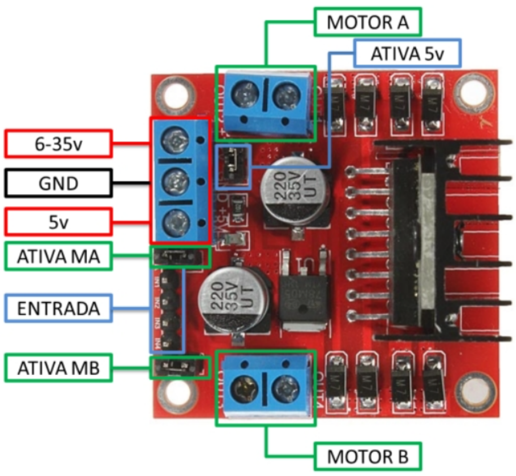


Figura 7.7: Módulo Ponte H L298N [21]

- MOTOR A (OUT1 e OUT2) e MOTOR B (OUT3 e OUT4): São os conectores para ligarmos o Motor A e o Motor B;
- ATIVA MA (ENA) e ATIVA MB (ENB): Para este projeto, devemos retirar os *jumpers* destes pinos, pois iremos controlar a velocidade dos motores com o Arduino. Caso não fossemos alterar a velocidade, deveríamos manter os *jumpers*;

- ATIVA 5V: Devemos manter este *jumper*, pois iremos utilizar alimentação de aproximadamente 8 Volts e o mesmo ativa um regulador de tensão interno do módulo que garante os 5 Volts de alimentação para o circuito;
- 6-35V e GND: Conectaremos a fonte dos motores nestes terminais, positivo (VCC) e negativo (GND);
- ENTRADA (IN1, IN2, IN3 e IN4): Pinos responsáveis pelo sentido de rotação do Motor A (IN1 e IN2) e Motor B (IN3 e IN4).

Abaixo segue o Quadro 6 para entendermos a configuração necessária:

STATUS MOTOR	IN1 (ou IN3)	IN2 (ou IN4)
Rotação Sentido Horário	5 V	GND
Rotação Sentido Anti-Horário	GND	5 V
Ponto Morto	GND	GND
Freio	5 V	5V

Quadro 6: Configuração dos sinais de controle para o motor [21]

Conforme ilustrado na Figura 7.8, vamos conectar os motores nos conectores OUT1/OUT2 e OUT3/OUT4, ligar a alimentação de energia nos conectores 6-35V e GND, e conectar os pinos IN1, IN2, IN3 e IN4 do Módulo aos pinos D2, D3, D4 e D5 do Arduino respectivamente. Finalmente, conectamos os pinos ENA e ENB do Módulo aos pinos D9 e D10 do Arduino, nesta ordem.

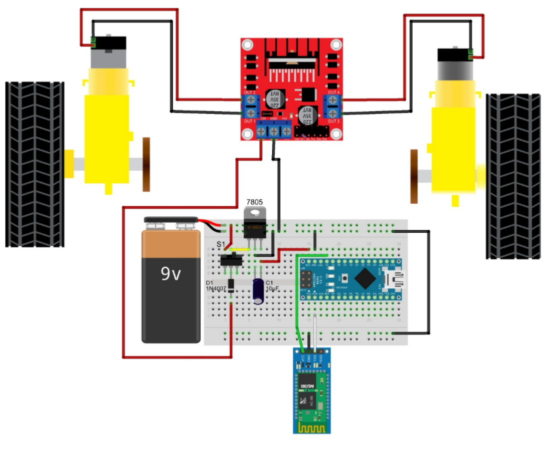


Figura 7.8: Conexão da ponte com motores e fonte [21]

O resultado real da montagem pode ser visto na Figura 7.9. Note que a cúpula foi feita utilizando uma garrafa pet:

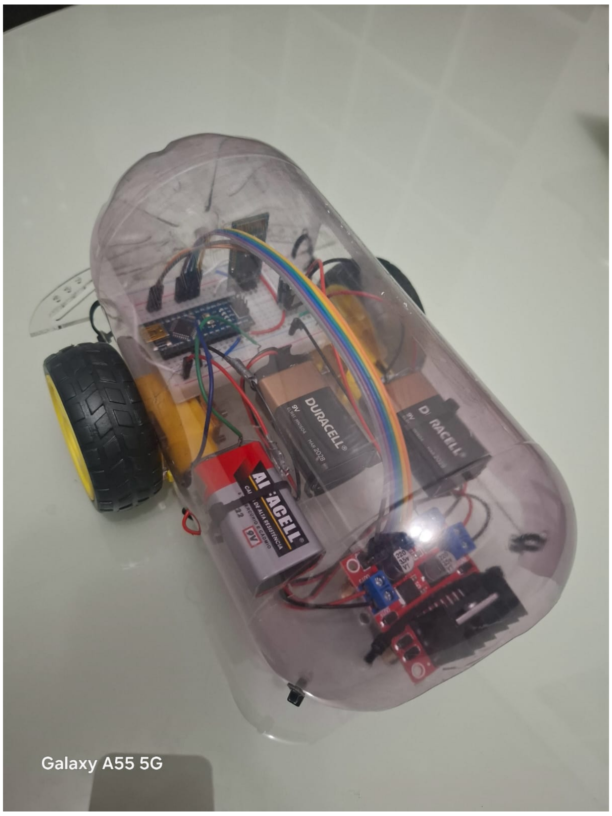


Figura 7.9: Robozinho Pacmat

7.3 Programação

Agora, precisamos programar o carrinho. Para começarmos esta etapa, precisamos configurar o Arduino Nano no *Windows*, fazendo a instalação do *driver* CH341SER.ZIP[1], que é um *software* que faz a comunicação entre o sistema operacional do computador e a placa Arduino Nano. Esta etapa é fundamental para que o *Windows* reconheça a placa Nano e o *upload* do código para o Arduino Nano, isto é, sua programação, se torne possível. Esse *driver* se encontra disponível no link disponível na nota de rodapé abaixo.

Em seguida, na interface *Sketch* no ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) do Arduino, devemos digitar o código, disponível no Anexo I, ilustrado na Figura 7.10.

Antes de fazer o *upload* do código para o Arduino, o *jumper* que liga o pino receptor (RX) do Arduino ao pino transmissor (TX) do módulo *Bluetooth* HC-06 deve ser desconectado, para que a comunicação serial do Arduino seja utilizada pela IDE para *upload* do código. Caso o *jumper* não seja desconectado, o código não será carregado. Após gravar o código, conecte o *jumper* novamente no devido lugar.

[1]https://blog.arduinoomega.com/ebooks/Arduino$_{N}ano_{C}H340.pdf$

Figura 7.10: Código para programação do carrinho controlado por celular

7.4 Instalação e configuração do aplicativo de controle remoto via *Bluetooth* no *Smartphone*

É possível utilizar qualquer aplicativo de controle via *Bluetooth* para Arduino que encontrar disponível para *Android* ou *IOS* e que seja compatível com o módulo *Bluetooth* HC-06, desde que feitas as devidas correções no código. No nosso projeto, optamos por usar o App Android (Arduino *Bluetooth controller*) desenvolvido pela *Giristudio*. Neste caso, é preciso buscá-lo na *Play Store*, como mostrado na Figura 7.11, e instalá-lo em um *smartphone*.

Passo 1: Parear o módulo *bluetooth* HC-06 com o *bluetooth* do *smartphone*

- Ligar o robô. Neste momento o LED do módulo *bluetooth* estará piscando;
- Ativar o *bluetooth* do *smartphone* e procurar por HC-06 em dispositivos disponíveis;
- Para o pareamento será solicitado o PIN. Geralmente os módulos vêm com a senha padrão: 1234;
- Pronto. O módulo já está pareado. Neste momento o LED ainda estará piscando.

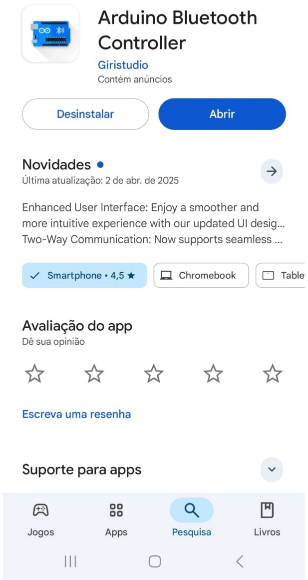


Figura 7.11: Aplicativo de controle remoto via *bluetooth*

Isso significa que o mesmo está aguardando conexão com o *software*.

Passo 2: Conectar o módulo *bluetooth* HC-06 ao aplicativo

- Abra o aplicativo.
- Caso ele solicite para permitir acesso do local do dispositivo, aceite.
- Selecione o HC-06 da lista de dispositivos pareados, conforme ilustrado na Figura 7.12.
- Neste momento será possível visualizar o indicador verde, no canto superior direito, indicando que o aplicativo está conectado com o módulo *bluetooth*. Note que o LED do módulo deixa de piscar e fica aceso.

Passo 3: Selecione Car controller

- Essa interface, como pode ser visto nas Figuras 7.13 e 7.14, respectivamente, já está previamente configurada conforme nosso código. Os caracteres 'F', 'B', 'R' e 'L' são enviados para o módulo *Bluetooth* HC-06 quando as setas correspondentes forem apertadas. F= Frente, B= Trás, R= Direita e L= Esquerda. É importante frisar que neste procedimento, letras maiúsculas são diferentes de letras minúsculas.

7.5 O jogo Pacmat

O Pacmat é um jogo pedagógico que une sorte e estratégia, cuja mecânica envolve conduzir o come-come (figura tridimensional ou robô confeccionado, conforme o Capítulo 7), de modo a capturar o maior número de fantasmas dispostos sobre o tabuleiro contendo uma malha quadriculada. Este tabuleiro funciona como um elemento tátil e visual, através

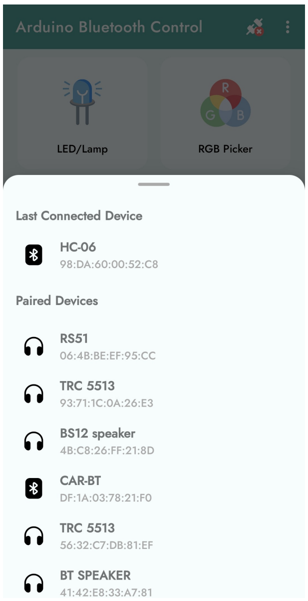


Figura 7.12: Localizando o módulo no aplicativo

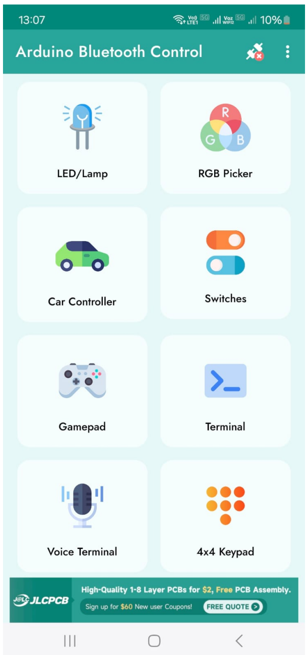


Figura 7.13: Interface do aplicativo

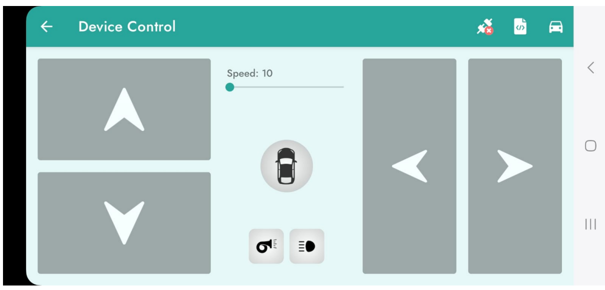


Figura 7.14: Car Controller

do qual os jogadores interagem com as regras, fantasmas e come-come. Pode ser jogado por dois jogadores ou duas equipes, com um terceiro jogador atuando como juiz. As regras influenciam na dinâmica do jogo, como o sorteio do ponto de partida do robô e o formato da trajetória a ser percorrida.

A estética foi inspirada no universo Pacman e, juntamente com a automatização do come-come (robozinho), foram pensadas para atrair a atenção dos estudantes. Nasceu da minha tentativa em ensinar coordenadas cartesianas de uma maneira diferenciada. Caso queira saber mais, acesse meu blog Pacmath: um recurso educacional para aprender brincando [2].

O tema central explora o deslocamento no plano e coordenadas cartesianas. A cada jogada é necessário que o jogador estude a trajetória que o conduza a somar o maior número de pontos. Fantasmas do jogador oponente valem o dobro de pontos e, dado o ponto de partida, o jogador deve decidir em que sentido percorrerá a trajetória quadrada de lado $3x3$, que pode ser percorrida no sentido horário ou anti-horário. A única obrigatoriedade é que o ponto de partida coincida com um dos vértices do quadrado a ser descrito pelo robô.

Essa estratégia dos jogadores torna-se determinante, pois o sentido em que a trajetória será descrita pode determinar o resultado final. Dependendo dessa decisão, o jogador que encerrar o jogo pode não ser necessariamente o vencedor. O jogo é projetado para dois jogadores ou duas equipes, com a possibilidade de um terceiro jogador atuar como juiz. O objetivo final é capturar o último fantasma do tabuleiro ou, ao final do tempo estipulado, obter a maior pontuação.

7.5.1 Componentes do jogo

A seguir, apresentaremos uma descrição dos componentes do jogo, que incluem o tabuleiro, os fantasmas, as fichas de localização, as fichas para sorteio e o manual. Também descreveremos as regras que orientam o desenvolvimento da partida. E importante ressaltar que o tabuleiro, os fantasmas, as fichas de localização, as fichas para sorteio e o manual encontram-se nos Anexos II e III.

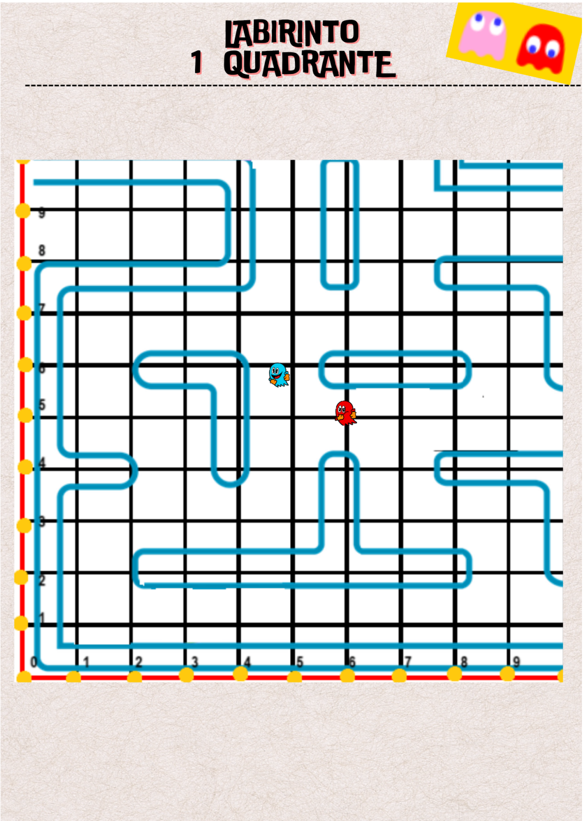
O tabuleiro

Há dois tipos de tabuleiros no jogo:

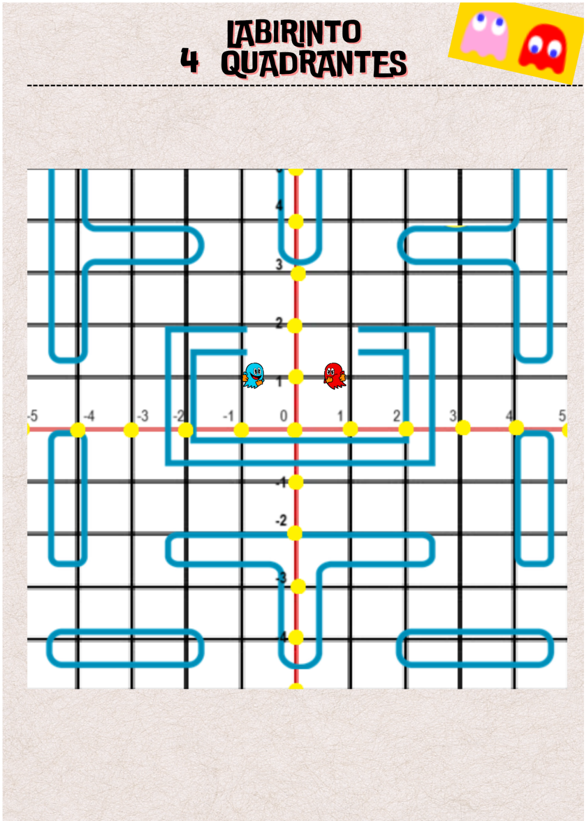
- Tabuleiro contendo os quatro quadrantes: contém uma malha quadriculada sobre os quatro quadrantes, com $-5 \leq x \leq 5$ e $-5 \leq y \leq 5$. Ideal para explorar coordenadas cartesianas inteiras.
- Tabuleiro contendo apenas o primeiro quadrante: contém uma malha quadriculada

[2] https://pacmathoficial.blogspot.com/2025/09/pacmat-em-acao.html

sobre o primeiro quadrante, com $0 \leq x \leq 10$ e $0 \leq y \leq 10$. Ideal para explorar coordenadas cartesianas naturais.



(a) Tabuleiro primeiro quadrante.



(b) Tabuleiro quatro quadrantes.

Figura 7.15: Tipos de tabuleiros

Fantasmas

O jogo dispõe de 20 fantasmas, sendo 10 fantasmas vermelhos e 10 fantasmas azuis, conforme ilustrado na Figura 7.16. Estes fantasmas devem ser distribuídos no tabuleiro a critério de cada equipe, de acordo com a cor escolhida.

Fichas de localização

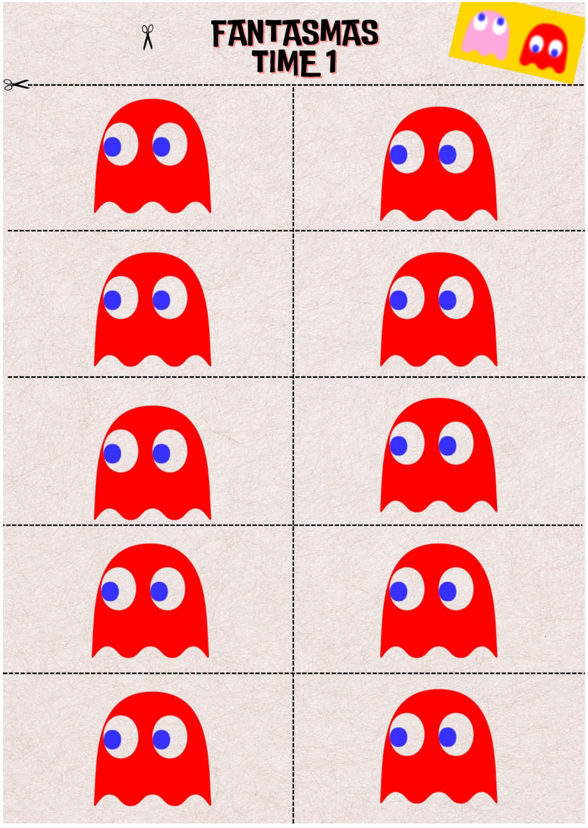
O jogo dispõe de duas fichas, ilustradas na Figura 7.17, contendo lacunas para serem preenchidas conforme a localização de cada fantasma no plano cartesiano, objetivando melhorar a memorização e o aprendizado, sendo:

- 1 ficha de localização dos fantasmas vermelhos;
- 1 ficha de localização dos fantasmas azuis.

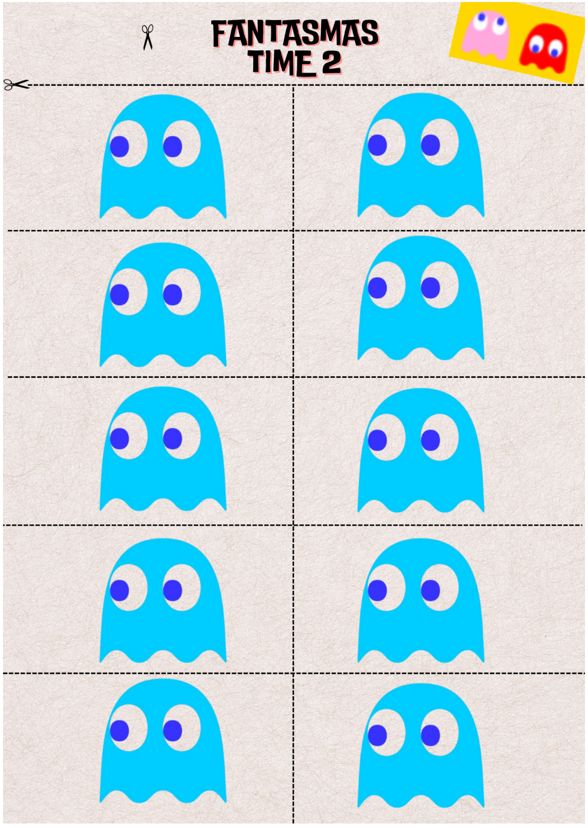
Fichas para sorteio

O jogo é composto de dois grupos de fichas para sorteio, conforme Figura 7.18, sendo:

- 11 fichas numeradas de 0 a 10: Para serem usadas no sorteio, quando o tabuleiro escolhido for o do 1 quadrante.



(a) Fantasmas vermelhos.



(b) Fantasmas azuis.

Figura 7.16: Fantasmas

- 11 fichas numeradas de -5 a 5: Para serem usadas no sorteio, quando o tabuleiro escolhido for 4 quadrantes.

Come-come Pacmat (robozinho ou 3D)

O jogo contém um come-come Pacmat 3D, Figura 7.19a que é a versão manual para execução do jogo sem o advento da robótica, isto é, para aqueles que querem fazer uso da lógica do jogo, sem usar o robô.

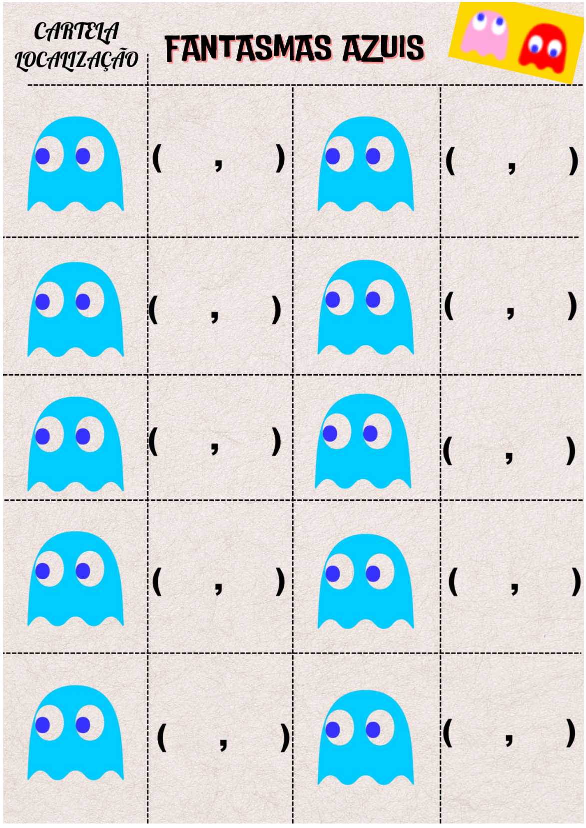
Manual

O jogo vem acompanhado de um manual, que fornece explicações sobre suas regras, os componentes envolvidos e as instruções para a sua execução, cuja capa é ilustrada na Figura 7.19b:

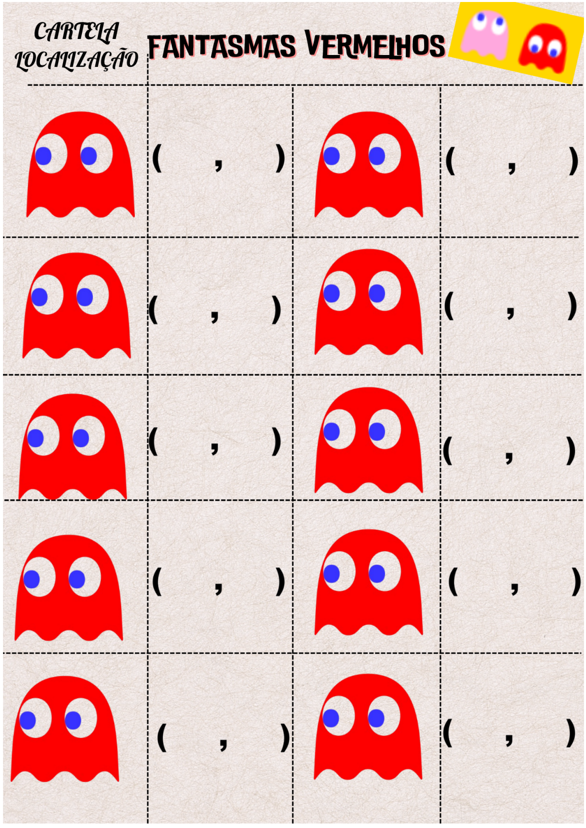
7.5.2 Como jogar

Preparação para o jogo

1. Escolher o tabuleiro e posicioná-lo em uma superfície plana e estável;
2. Cada equipe receberá dez fantasmas da mesma cor e será responsável por distribuí-los aleatoriamente no tabuleiro;



(a) Ficha fantasmas azuis.



(b) Ficha fantasmas vermelhos.

Figura 7.17: Fichas de localização

3. Após distribuírem os fantasmas no tabuleiro, as equipes devem anotar as posições de cada fantasma na sua respectiva ficha de localização;
4. Definir quem inicia a partida, tirando par ou ímpar, por exemplo.

Durante o jogo

Definido quem inicia a partida, o juiz do jogo deve sortear, sucessivamente, pares ordenados, que indicarão o ponto de partida do Pacmat.

Este sorteio será do seguinte modo: em um recipiente com as fichas correspondentes ao tipo de tabuleiro escolhido (1 quadrante ou 4 quadrantes), serão realizados dois sorteios, com reposição. O primeiro sorteio indicará a abscisa do par e, por sua vez, o segundo sorteio indicará a ordenada do par. Cabe ao juiz ser responsável pelos sorteios e registrar os pares ordenados na ordem conforme forem sorteados para fins de conferência. A cada partida, um novo sorteio deve ser realizado.

Após cada sorteio, as equipes se revezam na condução do Pacmat, partindo do ponto cujas coordenadas foram sorteadas, de modo que ele coincida com um dos vértices do quadrado de lado $3x3$ a ser descrito pelo come-come.

Para que o aluno consiga pontuar, o par ordenado referente a localização do fantasma,

(a) Coordenadas naturais de 0 a 10. **(b)** Coordenadas inteiras de -5 a 5.

Figura 7.18: Fichas de localização

deve pertencer aos lados ou vértices ou interior desse quadrado. Fantasmas do seu próprio time valem 5 pontos e fantasmas do time oponente valem 10 pontos.

Fim da partida

O jogo será finalizado quando todos os fantasmas forem capturados ou pode ser interrompido pelo juiz, contando o total de pontos de cada equipe. O ganhador será aquele que obtiver a maior quantidade de pontos.

Uma prévia de uma partida do Pacmat pode ser vista no Anexo IV. Apesar da experimentação do jogo apenas em ambiente informal, por inviabilidade temporal, acreditamos que o jogador terá maior noção da localização dos pontos no plano cartesiano.

(a) Come-come Pacmat.

(b) Manual Pacmat.

Figura 7.19: Jogo Pacmat

8 Considerações Finais

O presente trabalho teve como objetivo principal refletir sobre como os jogos, em especial aqueles que envolvem robótica, podem contribuir para o processo de ensino-aprendizagem. Ao final, desenvolvemos um jogo educativo baseado em Arduino, a fim de proporcionar o ensino do plano cartesiano de forma prática e lúdica.

A pesquisa foi estruturada a partir de objetivos específicos que orientaram as diferentes etapas do estudo. Com base nos estudos sobre a construção do conhecimento pelas crianças, no uso de jogos como metodologia de ensino e nas diretrizes que orientam o ensino da Geometria Analítica na Educação Básica, foi possível conceber o Pacmat, um jogo de tabuleiro que combina teoria e prática de forma criativa.

Inicialmente, realizou-se um estudo acerca de alguns dos principais nomes da construção do conhecimento como Piaget, Papert e Sternberg. Esse levantamento bibliográfico proporcionou a compreensão da importância da construção ativa do conhecimento, do protagonismo do estudante e da valorização de diferentes dimensões da inteligência. Essas teorias conectadas serviram de base para a construção, programação, lógica e regras do jogo permitem que o aluno atue de forma ativa e prática, trazendo significado ao conteúdo que é ensinado em sala de aula, desenvolvendo habilidades cognitivas - como decomposição de problemas, reconhecimento de padrões, abstração e formulação de algoritmos - e emocionais.

Foram analisados também os documentos oficiais de modo a identificar as habilidades da Geometria Analítica a serem trabalhadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, para nos certificar de que o jogo Pacmat estava adequado ao público a que se destina, além de direcionar a confecção do tabuleiro.

Estudamos ainda a relação da Robótica com a Matemática e a importância dos jogos para implementação dessa metodologia. Essa análise destacou as diversas possibilidades de utilização dessas ferramentas como recurso pedagógico. O estudo sobre Robótica, juntamente com a plataforma Arduino, possibilitou a construção e programação do robô Pacmat.

Desta forma, a Robótica se configurou como uma ferramenta valiosa para contextualizar conceitos matemáticos, evidenciando sua aplicabilidade em situações cotidianas. A visualização das propriedades geométricas relacionadas a formas e trajetórias do robô, facilita a compreensão de conceitos abstratos, tornando-os mais acessíveis.

Além disso, as diferentes alternativas que envolvem as trajetórias para movimentar o robô, de modo a obter mais pontos, desafiam os estudantes a pensar de forma criativa. Esse processo contribui para o desenvolvimento do Pensamento Computacional, fundamental para a formação integral dos alunos. Por outro lado, a possibilidade de se movimentar o robozinho manualmente amplia os cenários de utilização do jogo, mesmo sem o advento do celular.

A análise das potencialidades e desafios do uso de jogos como ferramenta pedagógica no ensino de matemática, foi essencial para a criação das regras do jogo, visando incrementar o dinamismo e aprimorar a experiência ao jogar. Essas abordagens permitiram equilibrar o desafio e a habilidade dos jogadores, para promover uma imersão profunda e uma aprendizagem mais ativa e envolvente.

Acreditamos que o jogo configura-se como um recurso didático versátil, com potencial não apenas para a consolidação e aplicação de conceitos geométricos, mas também, a depender da dinâmica adotada pelo professor e ao público a que se destina, para a introdução de novos conceitos. Para isso, é possível elaborar planos de ensino que dialoguem com outras metodologias, ampliando a abordagem tradicional e promovendo conexões interdisciplinares.

Além do campo da Matemática, a Robótica, juntamente com o jogo, também suscita reflexões e aprendizagens em outras áreas, desenvolvendo habilidades como a cooperação, a tomada de decisões e o pensamento crítico. Outro aspecto relevante está na diversidade de cenários que a aplicação do jogo pode gerar. Mesmo com orientações bem definidas, acreditamos que a dinâmica de cada turma e as intervenções pedagógicas permitem explorar diferentes questões e possibilidades.

Diante disso, os capítulos 2 a 6 embasaram nossa pesquisa, de modo que os professores da Educação Básica possam utilizar o Pacmat como recurso didático, viabilizando alcançar os objetivos educacionais almejados e beneficiando os estudantes com uma abordagem diferenciada no ensino da matemática.

Apesar da sua aplicação em ambiente informal, devido a limitações temporais, os resultados indicam seu potencial para enriquecer a experiência educacional e promover a aprendizagem. Esperamos que seja o ponto de partida para adoção de práticas pedagógicas apoiadas na criatividade e na boa vontade de cada professor.

referencias

Referências

1 ARDUINO - Home. Disponível em: <https://www.arduino.cc/>. Acesso em: 7 nov. 2025.

2 BARROS, F. *Arduino para Iniciantes*. 1. ed. São Paulo: Clube de Autores, 2015. P. 63.

3 BRACKMANN, C. P. *Desenvolvimento do Pensamento Computacional através de atividades desplugadas na Educação Básica*. 2017. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

4 BRANDT, C. F.; (ORGS.), M. T. M. *Ensinar e Aprender Matemática: possibilidaes para a prática educativa[online]*. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. P. 307.

5 BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.

6 BRASIL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília: MEC, 2023.

7 BRASIL. *Política Nacional de Educação Digital*. Brasília: MEC, 2023.

8 CARDOZO, G. D. *A robótica como ferramenta aplicada a educação*. 2017. IFBA. Disponível em: <https://portal.ifba.edu.br/valenca/cursos/superior/comput/tcc/2017GEORGECARDOZO.pdf>. Acesso em: 25 out. 2024.

9 COMIN, A. et al. *História da Educação Matemática: escrita e reescrita de histórias*. 1. ed. Porto Alegre: Sulina, 2012. P. 207.

10 FRAZÃO, D. *Jean Piaget: Psicólogo e pesquisador em pedagogia*. 2020. Disponível em: <https://www.ebiografia.com/jean_piaget/>. Acesso em: 25 mar. 2025.

11 GABRIEL, R. *Ebook Arduino Júnior*. Belo Horizonte: Arduino Ômega Blog, sd. P. 111.

12 HERBELE, M. *Seymour Papert: Biografia*. 2022. Disponível em: <https://wiki.inf.ufpr.br/computacao/doku.php?id=s:seymour_papert>. Acesso em: 25 mar. 2025.

13 IEZZI, G. et al. *Matemática: volume único*. São Paulo: Atual Editora, 2002. P. 660.

14 MASSA, N. P.; OLIVEIRA, G. S.; SANTOS, J. A. O construcionismo de Seymour Papert e os computadores na educação. *Cadernos da Fucamp, v.21, n.52, p.110-122*, 2022.

15 MUNARI, A. *Jean Piaget*. 1. ed. Recife: Massangana, 2010. P. 156.

16 OLIVEIRA, M. Â. C. *Fundamentos da psicopedagogia*. 1. ed. Curitiba: IESDE Brasil S/A, 2017. P. 144.

17 PAPERT, S. *Logo: Computadores e Educação*. 1. ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 1985. P. 253.

18 PIAGET, J. *A Formação do Símbolo na Criança: imitação, jogo e sonho*. Rio de Janeiro: LTC, 1978.

19 PIROLA, N. A. *Ensino de ciências e matemática, IV: temas de investigação [online]*. 1. ed. Bauru: Editora UNESP, 2010. P. 244. ISBN 9788579830815. Disponível em: <https://books.scielo.org/id/bpkng>. Acesso em: 25 out. 2024.

20 ROBERT Sternberg - Home. Disponível em: <http://www.robertjsternberg.com/>. Acesso em: 9 nov. 2024.

21 ROCHA MATTOS, A. DA. *Robô Básico controlado via Bluetooth por Smartphone*. 2019. Disponível em: <https://blog.arduinoomega.com/robo-basico-controlado-viabluetooth-por-smartphone-portal-do-arduino/>. Acesso em: 24 jan. 2025.

22 SILVA, L. S.; OLIVEIRA, R. N. *Robótica educacional: perspectivas e desafios no ensino de ciências e matemática*. 2022. IFG. Disponível em: <http://repositorio.ifg.edu.br:8080/handle/prefix/1282>. Acesso em: 25 out. 2024.

23 STERNBERG., R. J. *Psicololgia cognitiva*. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008. P. 584. ISBN 0-534-51421-9.

24 TREVISO, V. C. *As relações sociais para Jean Piaget: implicações para a educação escolar*. 2013. Diss. (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista - "Júlio de Mesquita Filho"- Faculdade de Ciências e Letras Campus de Araraquara - SP.

Anexo I
O Código

O código para programação do robozinho foi escrito na interface *Sketch*, versão 2.3.6, do Arduino, no ambiente de desenvolvimento integrado Arduino IDE. Na primeira parte do programa foram definidas os pinos para os motores A, B e os pinos de entrada e saída. No código, foi criado também uma parte onde se a conexão *Bluetooth* entre os aparelhos for perdida o robô irá parar de andar imediatamente. A última parte do código é responsável pela movimentação livre do robô utilizando o aplicativo.

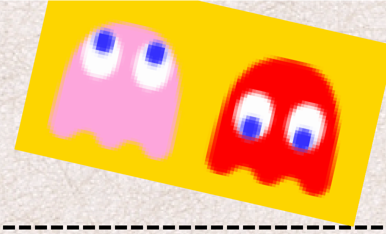
```
char comando = 'S';

void setup() {
  Serial.begin(9600);

  // Pinos da ponte H
  pinMode(2, OUTPUT);  // IN1
  pinMode(3, OUTPUT);  // IN2
  pinMode(4, OUTPUT);  // IN3
  pinMode(5, OUTPUT);  // IN4
  pinMode(9, OUTPUT);  // ENA (PWM motor esquerdo)
  pinMode(10, OUTPUT); // ENB (PWM motor direito)
}

void loop() {
  // Se recebeu novo caractere via Bluetooth, atualiza comando
  if (Serial.available()) {
    comando = Serial.read();
  }

  // Executa o último comando recebido
  switch (comando) {
    case 'F': // Frente
      digitalWrite(2, HIGH);  digitalWrite(3, LOW);
      digitalWrite(4, HIGH);  digitalWrite(5, LOW);
      analogWrite(9, 200);    analogWrite(10, 200);
      break;

    case 'B': // Ré
      digitalWrite(2, LOW);   digitalWrite(3, HIGH);
      digitalWrite(4, LOW);   digitalWrite(5, HIGH);
      analogWrite(9, 200);    analogWrite(10, 200);
      break;

    case 'L': // Esquerda
      digitalWrite(2, LOW);   digitalWrite(3, LOW);
      digitalWrite(4, HIGH);  digitalWrite(5, LOW);
      analogWrite(9, 0);      analogWrite(10, 200);
      break;

    case 'R': // Direita
      digitalWrite(2, HIGH);  digitalWrite(3, LOW);
      digitalWrite(4, LOW);   digitalWrite(5, LOW);
      analogWrite(9, 200);    analogWrite(10, 0);
      break;

    case 'S': // Parar
    default:
      // Desliga tudo
      digitalWrite(2, LOW);   digitalWrite(3, LOW);
      digitalWrite(4, LOW);   digitalWrite(5, LOW);
      analogWrite(9, 0);      analogWrite(10, 0);
      break;
  }
```

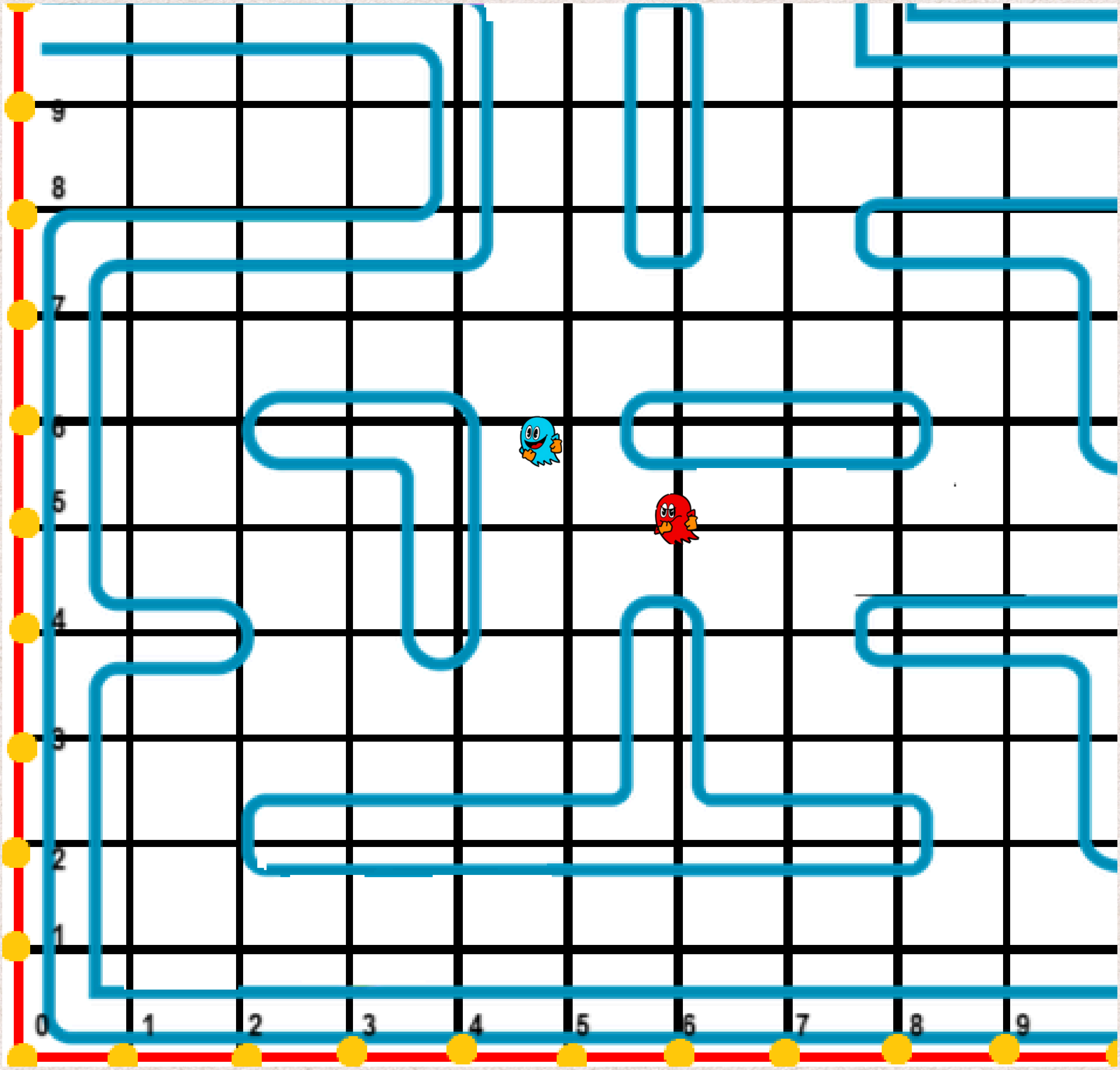
```
}
```

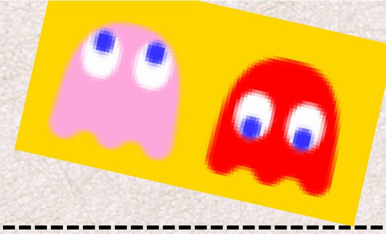
Anexo II
Componentes Pacmat

Sugerimos que o tabuleiro seja confeccionado no formato 1,3m x 1,3m, garantindo um espaço amplo para o deslocamento do carrinho. As páginas com as cartelas, fichas e fantasmas devem ser impressas em papel cartão, formato A4, ideal para facilitar o destaque e manuseio.

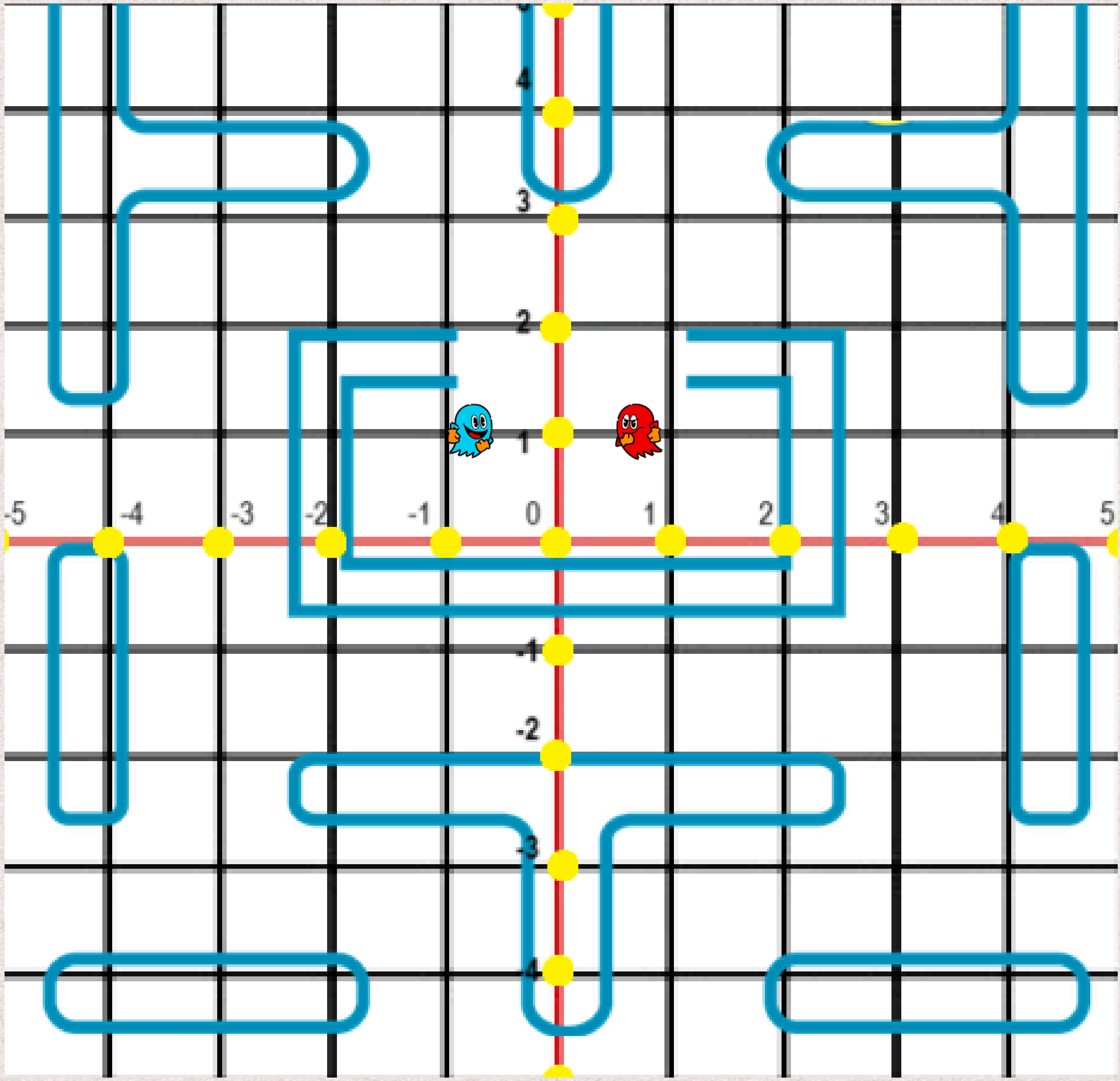
LABIRINTO
1 QUADRANTE





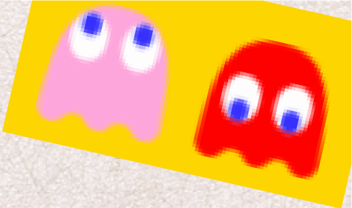


LABIRINTO
4 QUADRANTES



FICHAS SORTEIO

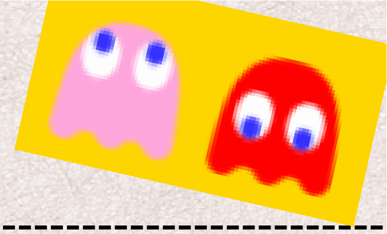
LABIRINTO 1º QUADRANTE



0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	

FICHAS SORTEIO

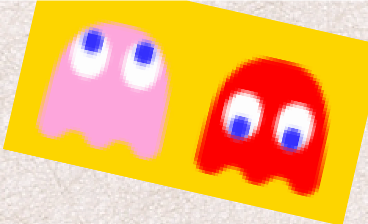
LABIRINTO 4 QUADRANTES

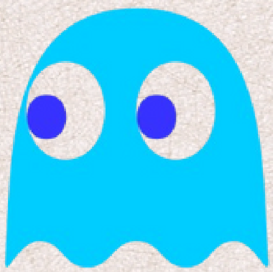
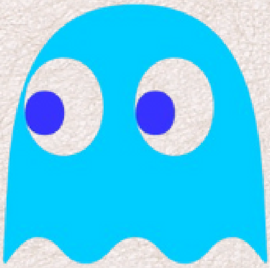
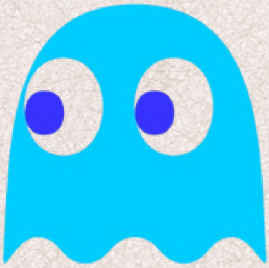
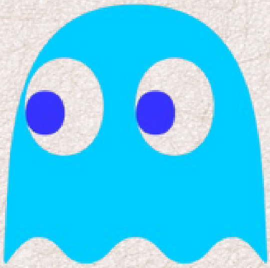
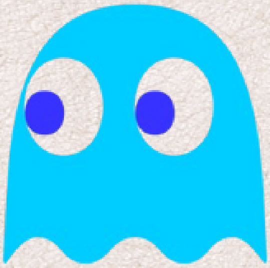


	-5	-4	-3
-2	-1	0	1
2	3	4	5

CARTELA LOCALIZAÇÃO

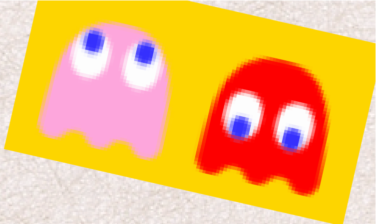
FANTASMAS AZUIS

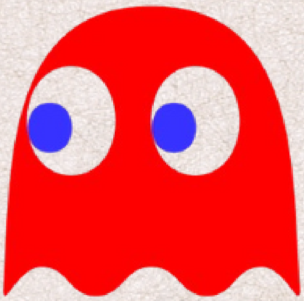
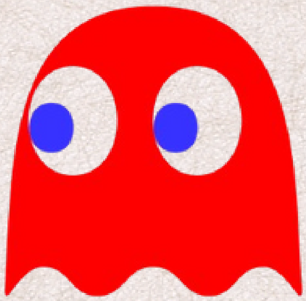
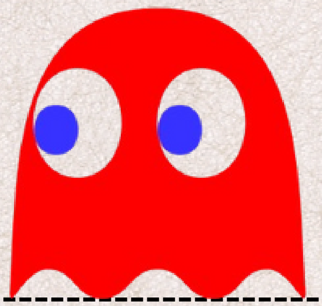
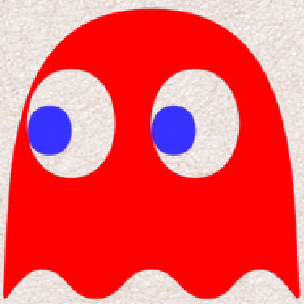


	(,)		(,)
	(,)		(,)
	(,)		(,)
	(,)		(,)
	(,)		(,)

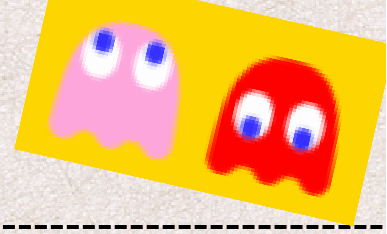
CARTELA LOCALIZAÇÃO

FANTASMAS VERMELHOS

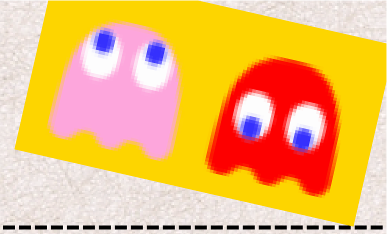


	(,)		(,)
	(,)		(,)
	(,)		(,)
	(,)		(,)
	(,)		(,)

FANTASMAS
TIME 1



FANTASMAS
TIME 2



PACMAN
3D

Anexo III
Manual Pacmat

Recomendamos que o manual seja produzido no formato A5, de modo a garantir a praticidade e facilitar sua consulta durante as partidas.

CINTHIA MORAES
CARLOS SALAZAR
LUIZ PERONA

MANUAL PACMAT

Para lá, para cá, se chega a todo lugar.

O JOGO PACMAT

Trata-se de um jogo ambientado no universo Pac-man, onde o objetivo É apanhar o máximo de fantasmas (pontos), em um labirinto sobre uma malha quadriculada, que representa o plano cartesiano.

O jogo Pacmat foi inspirado no clássico Pacman. No jogo original, o alvo principal da comilança são as pastilhas distribuídas pelo labirinto, enquanto os fantasmas funcionam como obstáculos.

Na proposta do jogo Pacmat, a essência do labirinto é mantida, mas são adicionados elementos que influenciam na dinâmica do jogo.

O objetivo também envolve comer, mas desta vez, o alvo são os fantasmas. Porém a trajetória do Pacman não é livre. Ele deve se mover, descrevendo um quadrado de lado 3, partindo do ponto, cujas coordenadas correspondam ao par de números sorteados.

ESTRATÉGIA

A estratégia dos jogadores torna-se determinante, pois o sentido em que a trajetória será descrita pode determinar o resultado final. Dependendo dessas decisões, o jogador que encerrar o jogo pode não ser necessariamente o vencedor.

O jogo é projetado para dois jogadores ou dois times, com a possibilidade de um terceiro jogador atuar como juiz.

O jogo termina quando um jogador come o último fantasma do labirinto ou, ao final do tempo estipulado. O vencedor será aquele com a maior pontuação ao final do jogo.

OBJETIVO

O objetivo do jogo é comer os fantasmas espalhados pelo labirinto, de modo a somar a maior quantidade de pontos.

Cada fantasma do time adversário devorado vale dez pontos, cada fantasma do próprio time devorado vale 5 pontos. O jogo deve durar no máximo 1 hora-aula.

A cada jogada, o Pacmat deve mover-se até o ponto de partida sorteado para, a partir deste ponto, descrever uma trajetória quadrada 3X3, de modo que o ponto inicial e final coincidam.

Este ponto deve ser um dos vértices desse quadrado e suas coordenadas correspondem ao par de números sorteados pelo juiz.

A cada jogada, um novo sorteio é realizado e um novo ponto de partida e uma nova trajetória é descrita pelo Pacmat.

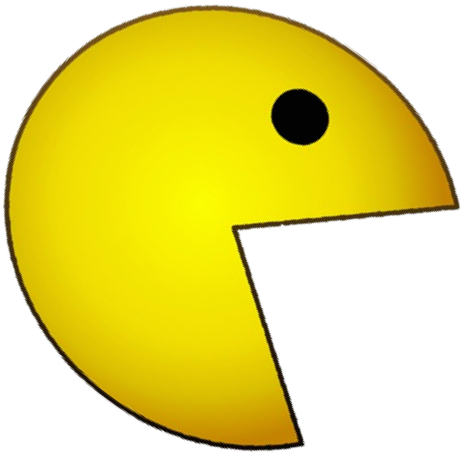
Não há a opção de não movimentar o Pacmat.
Caso o par de números sorteados coincida por 4 vezes consecutivas, retira-se essas fichas e realiza-se um novo sorteio.

Termina a partida quando todos os fantasmas forem capturados ou ao término do tempo estipulado pelo juiz.

Vence o time que somar mais pontos.

COMPONENTES

- 1 labirinto 1° quadrante;
- 1 labirinto 4 quadrantes;
- 10 fantasmas vermelhos;
- 10 fantasmas azuis;
- 11 fichas enumeradas de 0 a 10;
- 11 fichas enumeradas de -5 a 5 ;
- 2 cartelas de localização dos fantasmas;
- 1 boneco Pacmat.



COMEÇANDO

Montagem

Cuidadosamente, destaque todas as peças da folha cartonada. Jogue no lixo reciclável o que sobrou da folha cartonada.

DISTRIBUIÇÃO DAS PEÇAS

Cada jogador/time deverá distribuir os seus 10 fantasmas em pontos diferentes do labirinto, conforme sua escolha. Em seguida, anotar as coordenadas escolhidas na sua respectiva cartela. Cada ponto não pode receber mais do que um fantasma.

Após os dois jogadores posicionarem todos os seus fantasmas no labirinto e anotarem suas posições na tabela, os fantasmas não poderão ser trocados de lugar e o jogo pode ser iniciado.

INÍCIO DO JOGO

Regras e ações

Há dois modos de jogo:

- **labirinto 1° quadrante:** apenas coordenadas não negativas, com fichas enumeradas de 0 a 10.
- **labirinto 4 quadrantes:** com coordenadas positivas e negativas, variando de -5 a 5, indicado para crianças a partir do sétimo ano do Ensino Fundamental.

Escolhido o modo de jogo, os jogadores devem decidir na sorte quem iniciará a partida, por exemplo, realizando a disputa clássica de “par ou ímpar”, “cara ou coroa”, etc. Após essa decisão, o juiz deve realizar dois sorteios consecutivos, com repetição, a cada nova jogada.

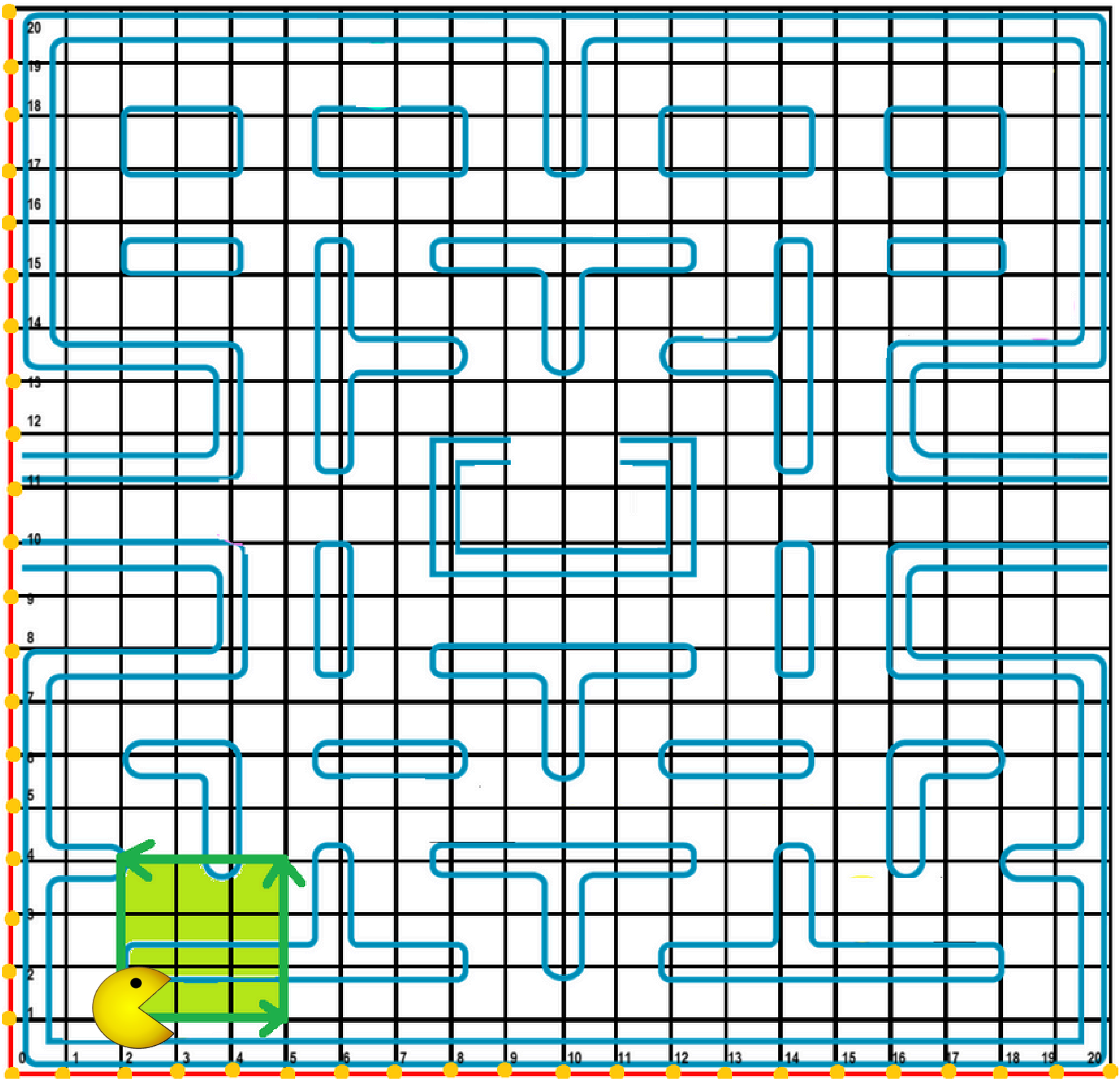
PRIMEIRA JOGADA

O primeiro sorteio definirá a abscissa do ponto e o segundo sorteio, a ordenada.

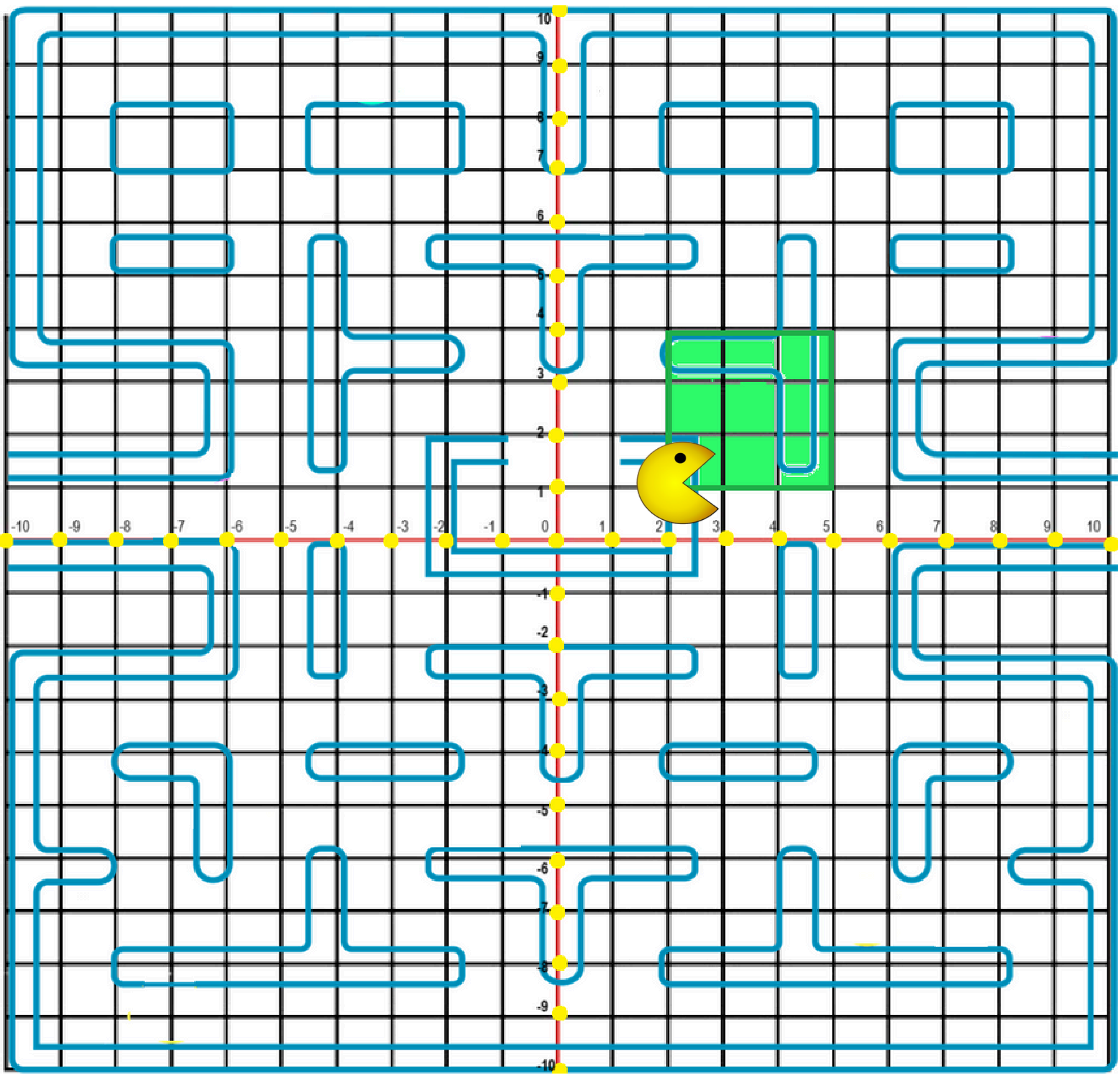
Este ponto será o ponto de partida do Pacmat e deve corresponder a um dos vértices da trajetória quadrada 3x3 a ser descrita pelo Pacmat. A trajetória deve estar inteiramente contida no labirinto.

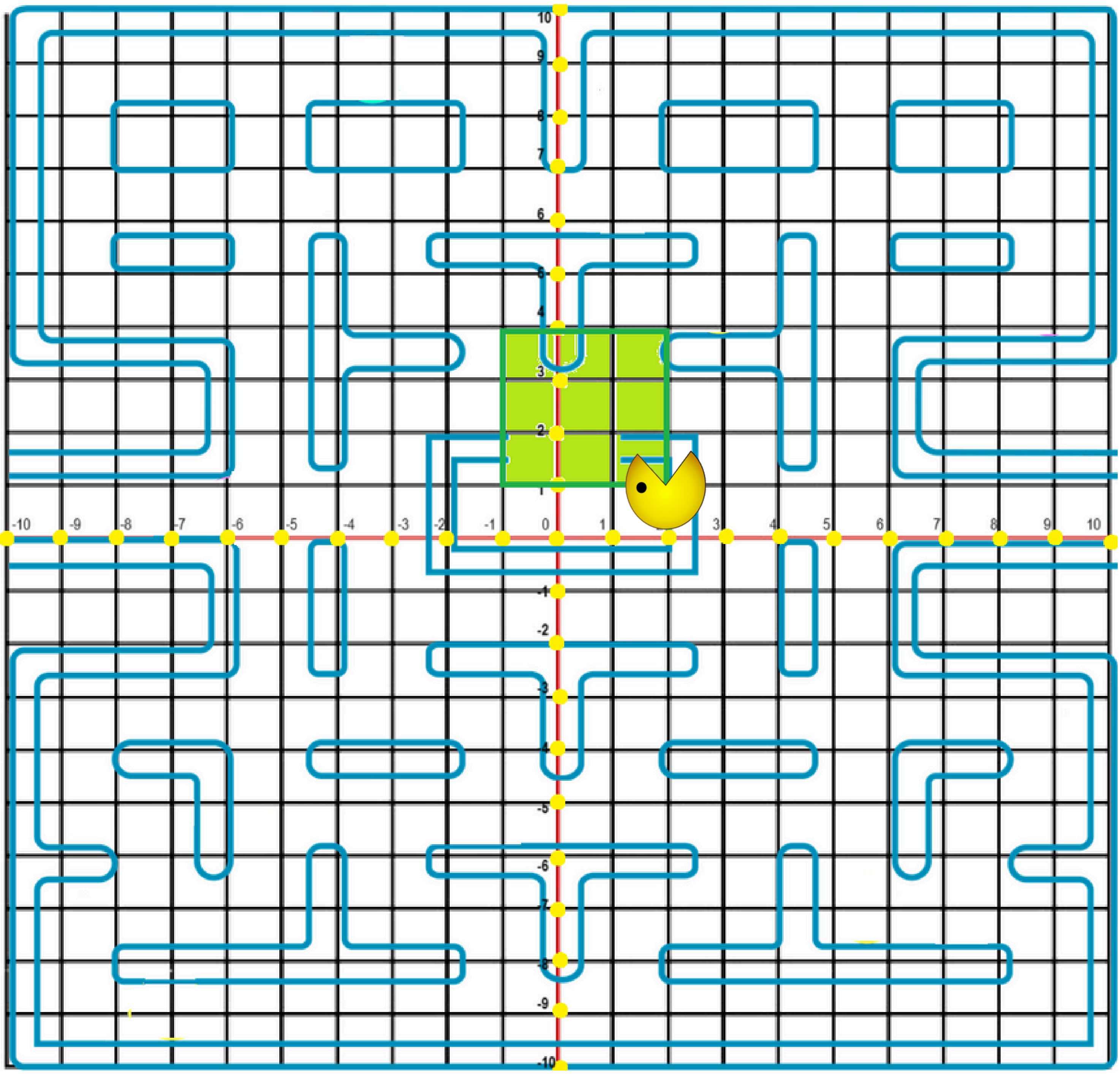
Por exemplo, suponha que o primeiro número sorteado seja o número 2 e o segundo número sorteado seja o número 1. Significa que o ponto de partida do Pacmat será o ponto de coordenadas (2,1).

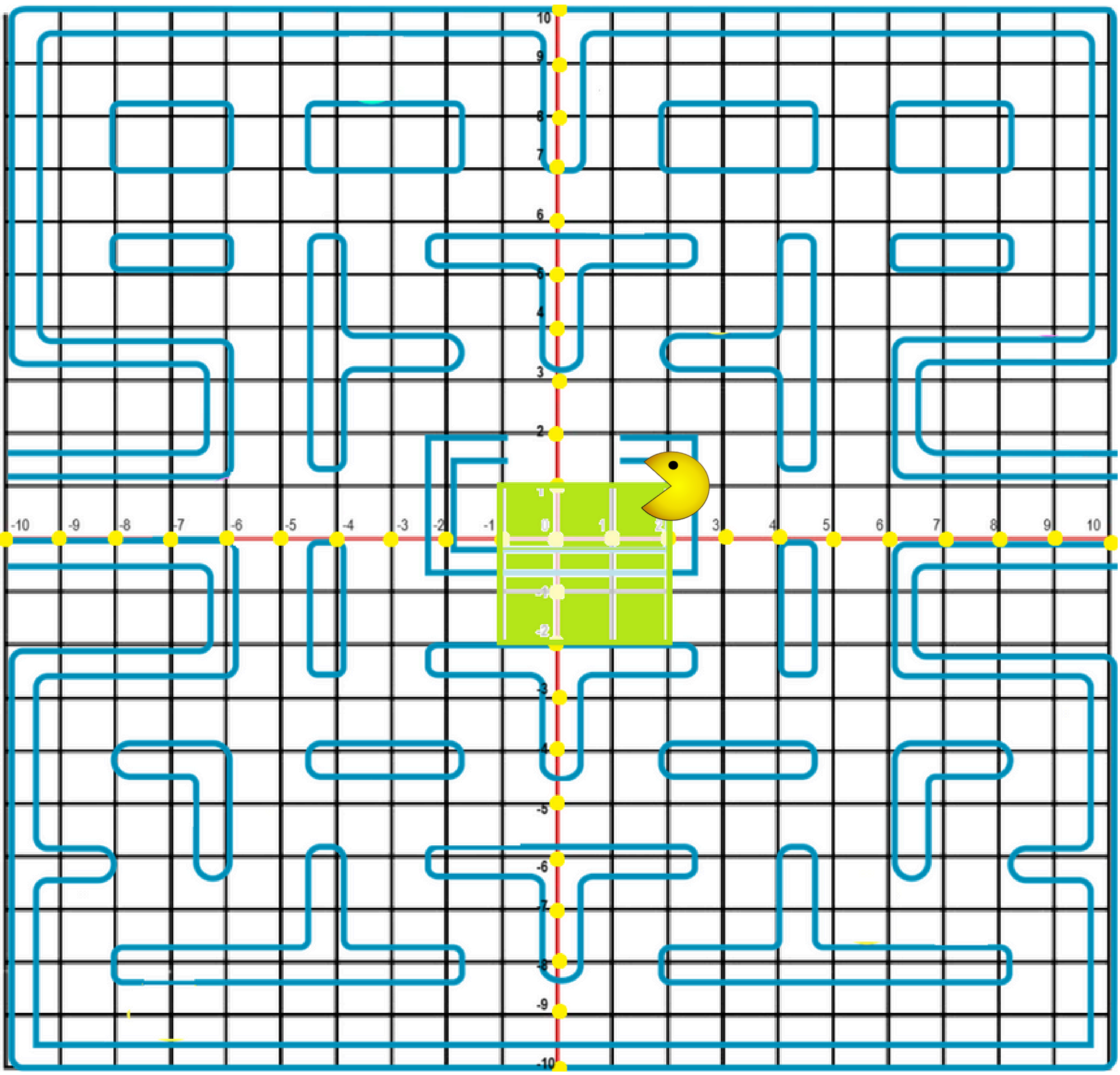
Se o modo de jogo é labirinto 1° quadrante, só só há uma trajetória possível a ser descrita pelo Pacmat, saindo do ponto (2,1). Note que o ponto inicial coincide com o ponto final.

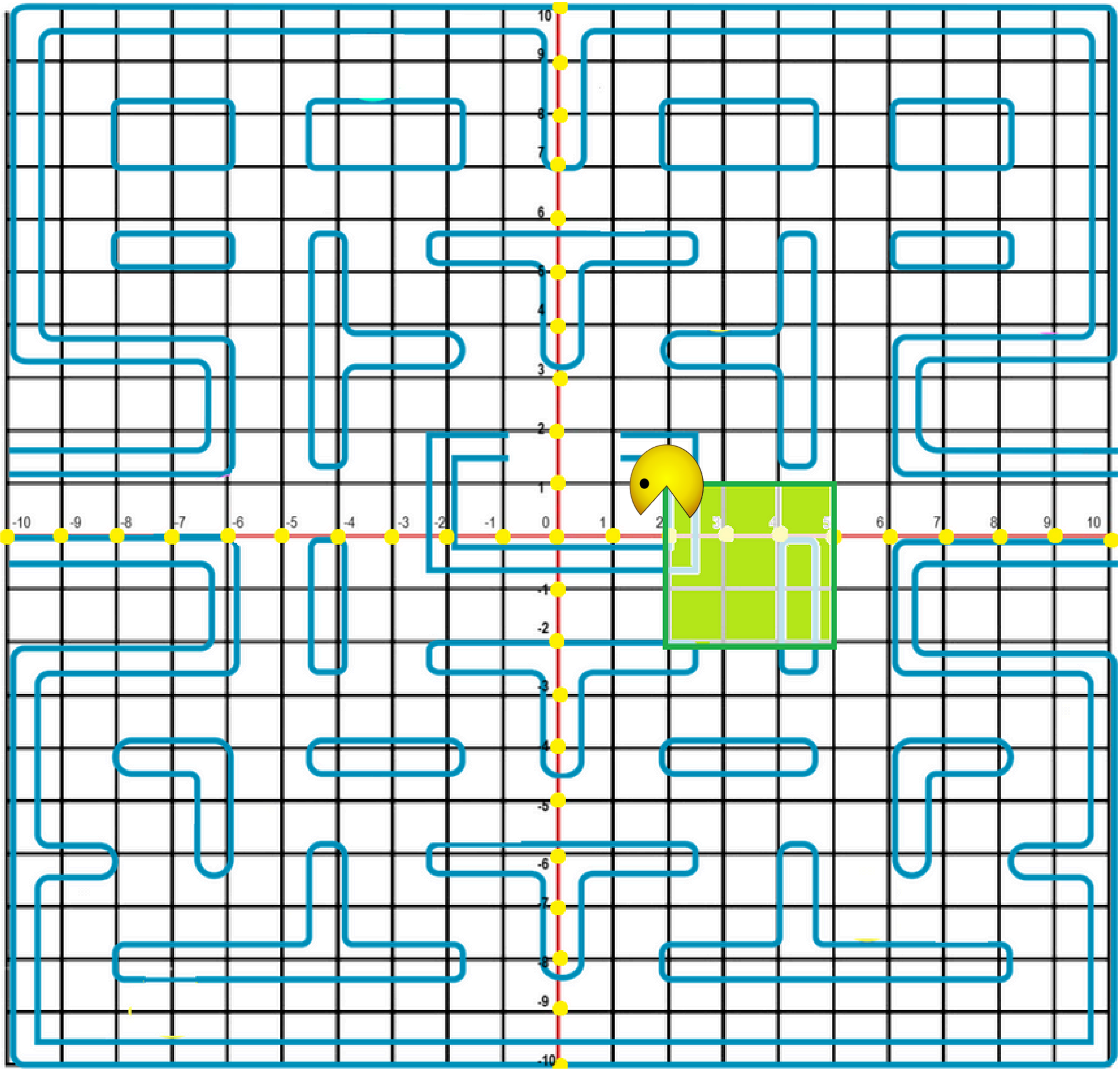


Se o modo de jogo é labirinto 4 quadrantes, há quatro maneiras de traçar uma trajetória quadrada 3x3 saindo do ponto (2,1).




-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 3 4 5 6 7 8 9 10
10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 -1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10

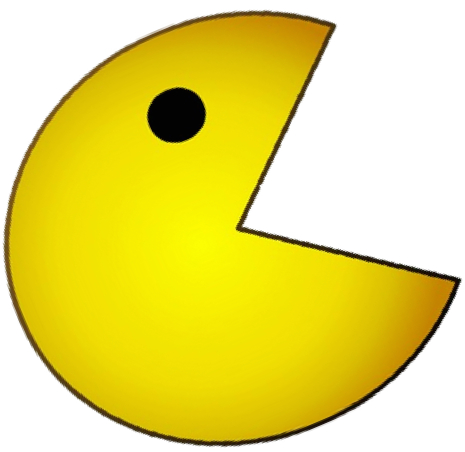

-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
10 9 8 7 6 5 4 3 2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10



-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 -1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10

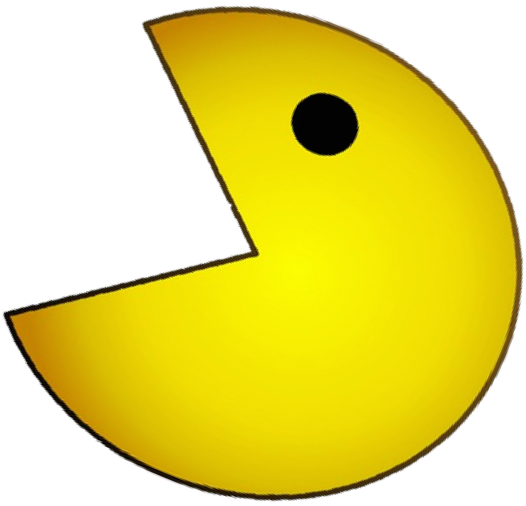
cabe ao jogador usar a melhor estratégia para decidir qual trajetória traçar, de modo a somar mais pontos.

Para que o jogador consiga pontuar, o par ordenado referente a localização do fantasma, deve pertencer aos lados ou vértices ou interior desse quadrado. Fantasmas do seu próprio time valem 5 pontos e fantasmas do time oponente valem 10 pontos.



a cada jogada, um novo sorteio deve ser realizado. o Pacmat deve ser conduzido ao novo ponto sorteado e novamente traçar sua trajetória quadrada 3x3.

Fantasmas encontrados no percurso de uma jogada para a outra, não podem ser contabilizados.



ENCERRAMENTO DO JOGO

O jogo será finalizado quando todos os fantasmas forem capturados ou pode ser interrompido pelo juiz ao término do tempo estipulado, contando o total de pontos de cada grupo. O ganhador será o grupo/jogador que obtiver a maior quantidade de pontos.

O principal tópico abordado é coordenadas no plano cartesiano, com tópicos secundários de lógica, estratégia E NÚMEROS INTEIROS. Após o jogo, é esperado que o JOGADOR tenha maior noção da localização dos pontos no plano cartesiano.


IMPACT
WAKA

Anexo IV
Pacmat em ação

Prévia de uma partida do Pacmat