Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Welison Fernando da Silva

Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

Belo Horizonte
2025

Welison Fernando da Silva

FORMAS QUE ENSINAM: A GEOMETRIA COMO PORTA DE ENTRADA PARA O MUNDO OLÍMPICO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientadora
Marcela Richele Ferreira

Coorientação
Davidson Paulo Azevedo Oliveira

Banca Examinadora
Marcela Richele Ferreira
Davidson Paulo Azevedo Oliveira
Carlos Magno Martins Cosme
Erica Marlúcia Leite Pagani
Kleyton Vinicyus Godoy
André Augusto Deodato

Belo Horizonte
2025

Silva, Welison Fernando da
S586f Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática / Welison Fernando da Silva. – 2025.
170 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Orientadora: Marcela Richele Ferreira.
Coorientador: Davidson Paulo Azevedo Oliveira.
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Matemática – Competições – Brasil – Teses. 2. Imagem tridimensional – Matemática – Teses. 3. Manipuláveis (Educação) – Teses. 4. Matemática – Estudo e ensino (Fundamental) – Teses. 5. Perímetros (Geometria) – Teses. 6. Superfícies (Matemática) – Teses. I. Ferreira, Marcela Richele. II. Oliveira, Davidson Paulo Azevedo. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 516.35

Elaboração da ficha catalográfica pela bibliotecária Jane Marangon Duarte, CRB 6ª 1592 / Cefet/MG

WELISON FERNANDO DA SILVA

FORMAS QUE ENSINAM: A GEOMETRIA COMO PORTA DE ENTRADA PARA O MUNDO OLÍMPICO DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

APROVADA: 25 de setembro de 2025.

Welison Fernando da Silva

Welison Fernando da Silva
(Autor)

Marcela Ferreira

Marcela Richele Ferreira
(Orientadora)

BELO HORIZONTE
2025

Dedico este trabalho a pessoas muito especiais que, embora não estejam mais fisicamente comigo, permanecem vivas em minha memória e jornada. À minha mãe, Maria Geralda, que me deu o primeiro conselho antes mesmo de eu entrar na escola, mostrando-me que o conhecimento poderia transformar vidas. À minha avó Francisca e às minhas tias Maria Sebastiana, Maria José e Maria Conceição, que sempre acreditaram em mim e me deram a oportunidade de focar nos estudos e continuar acreditando no poder do aprendizado.

Agradecimentos

Agradeço a Deus pela oportunidade de viver e de superar cada desafio que a vida me apresentou.

Sou imensamente grato à minha esposa, Cristiane, e aos meus filhos, Heloísa e Davi, por todo amor, paciência e compreensão. Mesmo diante das minhas ausências durante os anos dedicados ao estudo e ao aprimoramento, sempre me acolheram com um abraço, renovando minhas forças para seguir em frente.

Agradeço à minha prima Alyne e ao seu esposo, Sebastião, pela hospedagem, amizade e constante disposição em me ajudar neste período.

Expresso minha gratidão especial à minha tia Elza, pelo apoio, incentivo e palavras de encorajamento ao longo da minha trajetória como professor.

Registro também meu sincero agradecimento aos meus orientadores, Marcela Richele Ferreira e Davidson Paulo Azevedo Oliveira, por me fazerem acreditar que era possível. Sua orientação, paciência e compreensão diante das dificuldades de conciliar o trabalho integral com as demandas do mestrado foram fundamentais para a concretização deste trabalho.

Sou grato aos colegas e professores do Profmat, que proporcionaram um ambiente acolhedor e colaborativo, mesmo diante dos desafios enfrentados ao longo do curso.

Por fim, agradeço ao meu pai, Adão, quem me ensinou, desde cedo, que a caneta é mais leve que a enxada.

Concluo esta etapa com a certeza de que é preciso sempre tentar, pois, ao tentar, algo novo sempre pode acontecer.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

Esta pesquisa propõe a elaboração de um minicurso preparatório para Olimpíadas de Matemática, voltado para os alunos do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental. A proposta surgiu a partir da experiência do autor com o ensino de Matemática em escolas públicas, que, historicamente, têm poucas oportunidades de preparação para a participação em competições olímpicas. O trabalho inclui uma revisão bibliográfica em repositórios acadêmicos de acesso online, analisando artigos e dissertações que tratam das Olimpíadas de Matemática e do ensino de Geometria, em especial, os conteúdos de área e perímetro. Essa revisão justifica a escolha pelo uso de materiais manipuláveis e a resolução de problemas, como recursos pedagógicos para potencializar a aprendizagem desses conceitos geométricos. Destaca-se ainda a relevância das Olimpíadas Científicas, em especial da OBMEP, cujo caráter desafiador contribui significativamente para o desenvolvimento de habilidades matemáticas, possibilitando a participação em competições internacionais. Apresentam-se os conceitos fundamentais de área e perímetro, incluindo definições, propriedades de figuras planas e deduções de fórmulas frequentemente exigidas nas provas. Por fim, foi realizada uma categorização das questões de área e perímetro presentes na 1ª fase e no Nível 1 da OBMEP (2024 e 2025). A partir dessa análise, propõe-se a estruturação do minicurso, fundamentado na resolução de problemas da OBMEP, com o uso de materiais concretos, incluindo sugestões de abordagens pedagógicas para exploração das questões selecionadas.

Palavras-chave: OBMEP, Olimpíadas de Matemática,Materiais Manipuláveis, Minicurso, Área e Perímetro.

Abstract

This research proposes the development of a short preparatory course for Math Olympiads, aimed at 6th and 7th grade students. The proposal arose from the author's experience teaching Mathematics in public schools, which historically have had few opportunities to prepare for Olympic competitions. The work includes a bibliographic review of online academic repositories, analyzing articles and dissertations that address Math Olympiads and Geometry teaching, particularly the areas and perimeters. This review justifies the choice of manipulative materials and problem-solving as pedagogical resources to enhance the learning of these geometric concepts. The relevance of Science Olympiads, especially the OBMEP, is also highlighted, whose challenging nature contributes significantly to the development of mathematical skills, enabling participation in international competitions. The course presents the fundamental concepts of area and perimeter, including definitions, properties of plane figures, and derivations of formulas frequently required on exams. Finally, the area and perimeter questions from the first phase and Level 1 of the OBMEP (2024 and 2025) were categorized. Based on this analysis, the proposed mini-course is structured around OBMEP problem-solving, using concrete materials, and includes suggested pedagogical approaches for exploring the selected questions.

Keywords: OBMEP; Mathematics Olympiads; Manipulable Materials; Mini-course; Area and Perimeter.

Lista de Símbolos

Símbolos e notações utilizadas neste trabalho:

α Letra grega Alfa

β Letra grega Beta

Γ Letra grega Gama

θ Letra grega Teta

Lista de Figuras

2.1 Evolução do Número de Dissertações e Artigos ao Longo de 10 Anos 26
2.2 Prisma resumo da revisão. 37

3.1 Quadro de Medalhas do Brasil em Olimpíadas Científicas Internacionais no Ano de 2022 41

4.1 Ilustração de terreno no livro Praticando Matemática 50
4.2 Malha quadriculada do livro Praticando Matemática 51
4.3 Representação do lote conforme o livro A Conquista da Matemática 51
4.4 Definição de área apresentada no livro A Conquista da Matemática 52
4.5 Polígono de 6 lados e seus elementos. 54
4.6 Duas figuras congruentes. 56
4.7 Heptágono decomposto em pentágono e triângulos. 56
4.8 Quadrado de lado 1 56
4.9 Quadrados de lado n antes e após a divisão do mesmo em quadrados menores. 57
4.10 Retângulos de dimensões m x n antes e após a divisão do mesmo em quadrados menores. 58
4.11 Paralelogramo de base b e altura h antes e após baixar as alturas relativas a base formando triângulos congruentes. 59
4.12 Triângulo qualquer ABC antes e após traçar paralelas para obter um paralelogramo. 60
4.13 Trapézio $CDEF$ antes e após traçar uma das diagonais para obter 2 triângulos. 62
4.14 Losango $ABCD$ antes e após a decomposição deste em dois triângulos. . . 63
4.15 Dois triângulos com a mesma base e a mesma altura. 64
4.16 Triângulo Retângulo. 66
4.17 Triângulo equilátero. 67
4.18 Triângulo ABC conhecido dois lados e o ângulo entre eles. 68
4.19 Círculo de cento O e raio r 69
4.20 Triângulo ABC circunscrito a um círculo. 70
4.21 Triângulo ABC inscrito em um círculo. 72
4.22 Triângulo qualquer com lados: a, b e c. 73
4.23 Triângulos Semelhantes 76

5.1 Gráfico sobre Frequência temas em cada Ano da OBMEP 81

6.1 Modelo de Figuras recortadas em papel cartão. 88
6.2 Simetria entre Retângulos, quadrados e triângulos 90
6.3 Retângulo de dimensões 10 cm × 3 cm antes e após uma rotação de 90º. . . 90
6.4 Rotações de um triângulo escaleno apoiado sobre diferentes bases 91

6.5 Medindo Perímetro com fita métrica 92
6.6 Composição de figuras planas para cálculo do perímetro 94
6.7 Molde do terreno retangular dividido em duas partes. 96
6.8 Quadrado menor sobreposto sobre quadrado maior 98
6.9 Dois triângulos retângulos que formam um quadrado. 100
6.10 Imagens das alternativas da questão 9 OBMEP de 2023 100
6.11 Figura do item A da questão 9 da OBMEP-203 nível 1-Perímetro 102
6.12 Figura do item A da questão 9 da OBMEP-203 nível 1-Área 103
6.13 Figura do Item B da questão 9 da OBMEP-2023 nível 1 103
6.14 Decomposição de um quadrado em partes menores: um quadrado e triângulos retângulos. 105
6.15 Composição de um retângulo a partir da justaposição de quadrados. 107

Lista de Tabelas

2.1 Quantidades de dissertações por repositório 24
2.2 Frequência de aparições das Dissertações 25
2.3 Distribuição das dissertações por categoria temática no ensino de Geometria e OBMEP 27

3.1 Número de vagas na 2ª Fase da OBMEP de acordo com o número de inscritos na 1ª Fase. 45
3.2 A premiação dos alunos na 20ª OBMEP 2025 46

4.1 Classificação dos polígonos quanto aos lados. 54

5.1 Quantidade de Questões de Área e Perímetro na OBMEP (2005-2024) . . . 80
5.2 Subcategorização das Questões de Área e Perímetro na OBMEP (2005-2024) 82

Sumário

1 Introdução **13**
1.1 Sobre o Autor 13
1.2 Apresentação do tema 18

2 Revisão Bibliográfica **20**
2.1 Introdução 20
2.2 Metodologia 21
2.2.1 Processo de Triagem e Análise Preliminar 24
2.2.2 Classificação das Dissertações 26
2.3 Analise das Dissertações por Categoria 28
2.3.1 Uso de Tecnologia no Ensino de Geometria 28
2.3.2 OBMEP e Resolução de Problemas em Geometria 30
2.3.3 Ensino de Área e Perímetro na OBMEP 32
2.3.4 Ensino de Geometria e Estratégias Didáticas 33
2.3.5 Análise de Questões e Erros em Geometria na OBMEP 34
2.3.6 Engenharia Didática e Situações Didáticas Olímpicas 35
2.3.7 Ensino de Geometria Espacial e Motivação Olímpica 36
2.3.8 Conclusão da Revisão Sistemática 37

3 Olimpíadas Científicas **39**
3.1 Relevância das Olimpíadas Científicas 39
3.2 Um pouco sobre a OBMEP 43

4 Área e Perímetro de Figuras Planas **47**
4.1 Área e Perímetro: Conceito 49
4.2 Polígonos 53
4.3 Área das figuras planas e suas propriedades 55
4.3.1 Área de triângulos 64

5 Categorização de Questões da 1ª Fase da OBMEP (2005-2024) - Nível 1 **78**
5.1 Definindo tema das Questões 78
5.2 1ª Categorização das questões 79
5.3 Sub categorização das Questões de Área e Perímetro 80

6 Proposta de Minicurso **85**
6.1 Minicurso: Olimpíadas de Matemática – Área e Perímetro 85
6.2 Apresentação dos materiais manipuláveis: 86
6.3 Primeira atividade – Reconhecendo e manipulando as figuras 87
6.4 Segunda atividade – Exploração das figuras: Perímetro 91

6.5 Terceira atividade – Exploração das composições de figuras 92
6.6 Quarta atividade – Resolvendo Problemas da OBMEP 94
6.6.1 Resolução didática com apoio de material manipulável: 95
6.7 Quinta Atividade – Área 97
6.8 Sexta Atividade- Questão 9 OBMEP 2023: Investigando Área, Perímetro e Justaposição de Figuras 99
6.8.1 Proposta didática 101
6.8.2 Exploração prática 101
6.8.3 Abordagem complementar 103
6.9 Sétima Atividade - Decompondo Figuras para Resolver um Desafio da OBMEP 104
6.10 Oitava Atividade- Compondo Figuras para Resolver um Desafio da OBMEP 106
6.10.1 Proposta didática 107
6.11 Reflexões sobre a Proposta do Minicurso 108

7 Conclusão **109**

Referências **112**

Apêndices

A Apêndices **119**
A.1 Apêndice A – Modelo de Fita métrica para impressão 119
A.2 Apêndice B – Figuras Criadas para o Minicurso 122
A.3 Apêndice C – Arquivos de figuras planas para corte formato .dxf e .sgv. . . 135
A.4 Apêndice D – Ficha individual 135

B Anexos **151**
B.1 Anexo A – Questões da OBMEP Categorizadas 151
B.1.1 Transformações geométricas (Questões 1–14) 152
B.1.2 Decomposição de Figuras (Questões 15–26) 157
B.1.3 Composição de Figuras (Questões 27–35) 161
B.1.4 Problema Misto (Questões 36–44) 164
B.1.5 Malha (Questões 45–52) 167
B.1.6 Justaposição (Questão 53) 170

1 Introdução

1.1 Sobre o Autor

Atualmente, sou professor efetivo na rede pública do estado de Minas Gerais. Minha trajetória educacional teve início em uma escola pública, na qual ingressei no final da década de 1980, no distrito de São João da Chapada, em Diamantina, Minas Gerais. Durante o Ensino Fundamental, não tive contato com nenhum tipo de competição de conhecimento, como as Olimpíadas Científicas, nem mesmo com a informação sobre a existência delas, apesar de já existirem competições como a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM), a Olimpíada Brasileira de Física (OBF) e a Olimpíada Brasileira de Química (OBQ). Naquele período, meados da década de 1990, sem acesso à internet, as informações eram escassas. Mesmo ao ingressar no Ensino Médio, na mesma escola estadual continuei sem conhecimento sobre as competições científicas, contudo foi nesta etapa decidi seguir a carreira de professor, motivado especialmente pelas aulas de Matemática que tive. Em uma feira escolar realizada nesse período, participei de um trabalho cujo tema era *Geometria Espacial*, momento em que descobri meu interesse em aprender mais sobre essa ciência.

Em 2002, concluí o Ensino Médio. Após um ano de pausa, em 2003, ingressei, em 2004, na Fundação Educacional do Vale do Jequitinhonha (FEVALE), no curso de Licenciatura em Matemática. Durante esse período, minhas experiências com o meio acadêmico eram limitadas, uma vez que minha vivência na Educação Básica não apresentava grandes desafios. No entanto, adaptei-me rapidamente a essa nova jornada, participando, inclusive, de um programa de extensão voltado para a reestruturação do laboratório de Física da instituição . Essa experiência foi enriquecedora, pois tive a oportunidade de participar dos primeiros seminários sobre o tema. Concluí minha graduação em 2007, mas não encontrei muitas oportunidades de trabalho, realizando apenas substituições nas escolas da região. Em 2008, ao me mudar para Sete Lagoas (MG), iniciei minha trajetória como professor de Matemática na rede pública estadual de ensino lecionando para o Ensino

Fundamental II e Ensino Médio.

Entre 2008 e 2015, atuei como professor designado[1] na rede estadual de ensino, passando por mais de 15 escolas em Sete Lagoas e em cidades vizinhas, exercendo dois cargos distintos. Lecionei para turmas do 6º ano do Ensino Fundamental até o 3º ano do Ensino Médio, dedicando a maior parte desse período ao Ensino Fundamental. Essa etapa foi crucial para minha percepção de que o conhecimento matemático não deve se limitar à transmissão de conteúdo curricular, mas também deve abrir portas para que alunos com facilidade em determinados conteúdos possam desenvolver suas habilidades . Com o tempo, compreendi a importância de oferecer oportunidades diferenciadas, estimulando o desenvolvimento intelectual desses estudantes de maneira mais aprofundada, como será abordado nos parágrafos seguintes.

Em busca de novas abordagens para o ensino, decidi investir em minha formação continuada. Participei do Curso de Novas Tecnologias no Ensino da Matemática, em nível de Pós-Graduação *Lato Sensu*, na modalidade Educação a Distância, oferecido pela Universidade Federal Fluminense (UFF), o que me possibilitou aprofundar conhecimentos em recursos tecnológicos e estratégias pedagógicas inovadoras para o ensino de Matemática. Apesar das limitações tecnológicas nas escolas, como a escassez de internet no início da década de 2010, procurei aplicar os conhecimentos adquiridos. Desenvolvi então um trabalho com uma turma da 1ª série do Ensino Médio da Escola Estadual Ruth Brandão de Azeredo, voltado à construção de figuras geométricas planas inscritas em um círculo, utilizando apenas régua e compasso, como forma de ensinar Geometria de maneira prática e acessível. A proposta visava retomar conhecimentos de Geometria abordados em séries anteriores, como triângulos e suas propriedades, além de promover o uso de recursos que, embora simples, eram inéditos para muitos daqueles estudantes.

Meu primeiro contato com as olimpíadas de matemática ocorreu quando passei a atuar com maior regularidade em sala de aula, em 2008. A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), que permanece até hoje como uma competição amplamente acessível às escolas públicas, tornou-se familiar por meio da aplicação e correção das provas da 1ª fase, responsabilidade atribuída à escola.

Embora já existissem outras competições, como a Olimpíada Brasileira de Matemá-

[1] Um professor designado é um profissional contratado de forma temporária pela rede pública de ensino para suprir a ausência de um professor efetivo ou preencher vagas remanescentes. A designação é um processo seletivo, que não garante estabilidade no emprego, ao contrário do concurso público.

tica (OBM), criada em 1979, e a Olimpíada Mineira de Matemática (OMM), iniciada em 2004, apenas tomei conhecimento delas posteriormente. Seja por questões relacionadas ao regulamento ou por outros fatores, essas competições não estavam tão presentes no meu contexto inicial. Meu interesse pelo tema despertou-se por meio da OBMEP, o que me levou a conhecer outras olimpíadas e a explorar atividades relacionadas, ampliando significativamente minha compreensão desse universo.

Em 2015, fui nomeado para o primeiro cargo efetivo na rede pública estadual, na cidade de Sete Lagoas, Minas Gerais, na Escola Estadual Eponina Soares dos Santos, onde trabalho atualmente. No ano seguinte, iniciei a preparação de meus alunos para a OBMEP, por iniciativa própria. Esse era um desejo antigo durante o período que atuava como professor designado, quando, em diversas ocasiões, presenciei estudantes desmotivados e até mesmo descrentes quanto à possibilidade de participação na Olimpíada, considerando que era apenas para "Gênios". Entretanto, a condição de professor contratado não me possibilitou desenvolver um trabalho mais consistente voltado à OBMEP, uma vez que os vínculos temporários não garantiam a permanência necessária para a implementação de um projeto de médio ou longo prazo. Essa limitação permitia apenas pequenas contribuições pontuais, como aulas isoladas dedicadas a esse propósito.

Em 2016, diante das condições favoráveis, decidi, juntamente com um grupo de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, formar um grupo de estudos para a 2ª fase da OBMEP daquele ano. O primeiro passo foi comunicar à direção da escola, que disponibilizou uma sala no período vespertino, visto que os estudantes frequentavam o turno matutino. A partir dessa organização inicial, convidamos todos os alunos das turmas de 8º e 9º ano interessados em participar da preparação para a OBMEP, incluindo aqueles que não haviam sido selecionados para a 2ª fase. Das quatro turmas convidadas, sendo duas de cada série, cerca de 10 alunos decidiram participar.

Após a comunicação e a autorização dos responsáveis, os encontros foram realizados ao longo de aproximadamente dois meses, com sessões semanais de cerca de 2 horas e 30 minutos de duração. Inicialmente, o foco era aproximar os estudantes das Olimpíadas de Matemática. Para isso, foram apresentadas questões de raciocínio lógico. Nos encontros seguintes o trabalho se concentrou nas questões das provas anteriores da 2ª fase, tanto do Nível 1 quanto do Nível 2. A resolução ou tentativa de resolução dessas questões era discutida em grupo, com o professor atuando como mediador. Essa preparação resultou em pelo menos três menções honrosas entre os alunos participantes, o que aumentou o entusiasmo tanto dos estudantes em continuar os estudos quanto do professor em dar continuidade ao projeto.

Na mesma data em que os estudantes realizavam a prova da segunda fase da OBMEP, realizei a prova de seleção para o Programa OBMEP na Escola e fui aprovado. Criado pelo IMPA em 2014, O programa tinha como objetivo selecionar professores da rede pública para preparar estudantes não premiados nas Olimpíadas, complementando o trabalho do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC). Minhas responsabilidades no programa incluíam organizar turmas para encontros regulares e participar de uma formação continuada. Essa iniciativa do IMPA tinha como objetivo, conforme seu regulamento, aprimorar a qualidade do ensino de Matemática nas escolas públicas, incentivar novas práticas pedagógicas, o uso do material didático da OBMEP, e promover atividades extraclasse.

Entre os anos de 2017 e 2019, atuei com alunos do Ensino Fundamental II. O foco principal foi o Nível I, devido às lacunas de aprendizado, mas também houve a participação de estudantes do Nível II. Durante esse período, utilizei os materiais disponibilizados pelo programa, como as quatro apostilas do PIC: Teorema de Pitágoras e Áreas; Métodos de Contagem e Probabilidade; Encontros de Aritmética; Encontros de Geometria Parte 1. Os conceitos básicos e as propriedades fundamentais de geometria foram temas recorrentes em nossas atividades.

A experiência foi bastante enriquecedora, especialmente por conta dos encontros quinzenais de formação na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), onde trocávamos experiências e discutíamos questões da OBMEP. Os encontros anuais na UFMG também foram importantes, pois ofereciam atividades e palestras para alunos e participantes do programa.

Como resultado do projeto, a escola obteve menções honrosas e uma medalha de bronze em 2019, o que demonstra o impacto positivo da iniciativa.

Em 2020, a pandemia da COVID-19[2] interrompeu as atividades presenciais, impactando significativamente o ensino tradicional e exigindo novas abordagens para o ensino.

[2]A COVID-19 é uma infecção respiratória aguda causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, potencialmente grave, de elevada transmissibilidade e de distribuição global. O SARS-CoV-2 é um betacoronavírus descoberto em amostras de lavado broncoalveolar obtidas de pacientes com pneumonia de causa desconhecida na cidade de Wuhan, província de Hubei, China, em dezembro de 2019 [1].

A plataforma online Mangahigh[3] mostrou-se uma ferramenta valiosa, utilizando jogos e quizzes de matemática para manter os alunos engajados.

A escola alcançou a 30ª colocação entre centenas de instituições, conforme registro da própria Mangahigh Brasil. Essa competição contou com a predominância de escolas da Rede SESI e de escolas particulares. Além disso, os alunos conquistaram: 9 medalhas de ouro; 4 medalhas de prata; 2 medalhas de bronze. Esses resultados demonstram o impacto positivo da plataforma em um período desafiador para a educação.

Um aspecto relevante sobre o uso desta ferramenta é que, embora seja paga, ela já era utilizada desde 2015 pelos estudantes da escola. No momento do cadastro da instituição, era oferecido um período experimental de 30 dias, com todos os recursos liberados. Após esse período, ainda era possível acessar algumas atividades gratuitas e participar da competição 'Copa Brasil de Matemática', na qual os recursos da plataforma eram totalmente liberados durante o evento.

A 6ª edição dessa competição representou uma grande oportunidade para os estudantes, considerando que se tratava do início da pandemia de COVID-19 e que não estávamos preparados para dar continuidade ao processo de ensino-aprendizagem de forma inteiramente remota. Diante desse cenário, o acesso irrestrito e gratuito à plataforma Mangahigh [2] por pelo menos 30 dias foi essencial para minimizar os impactos da crise.

Nesse contexto, foi muito útil contar com uma ferramenta de ensino online alinhada à Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A própria plataforma Mangahigh [3] afirma que seus recursos "são alinhados à BNCC e proporcionam aprendizagem personalizada, informações sobre o aprendizado e várias formas de abordagem, com um suporte abrangente para os docentes".

Mesmo com o sucesso das atividades na plataforma, que contribuíram para o aprendizado dos alunos e aprimoraram minhas práticas docentes durante o período intenso de novidades e trabalho remoto, percebi a necessidade de investir mais profundamente na minha formação no período pós-pandemia.

Diante desse cenário, em 2023, ingressei no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), com o objetivo de aprimorar minhas habilidades e adquirir novas ferramentas para o ensino da Matemática. Ao longo de dois anos no curso, a interação com colegas docentes - que, assim como eu, atuam na rede pública de ensino,

[3] https://www.mangahigh.com/pt-br/

reforçou a necessidade de estratégias inovadoras que motivem e inspirem os estudantes no aprendizado da Matemática.

Durante essa jornada, percebi que, especialmente no 6º ano do Ensino Fundamental, os alunos possuem um brilho nos olhos e uma curiosidade que devemos cultivar ao ao longo da vida escolar. Foi essa motivação que me levou a dar continuidade aos estudos sobre as Olimpíadas de Matemática.

Quando meus orientadores sugeriram que eu ministrasse um minicurso sobre olimpíadas de matemática, vi ali a chance de concretizar um antigo projeto: ensinar Matemática de uma forma inspiradora. Juntar esse propósito com o potencial transformador das competições me fez abraçar a ideia com grande entusiasmo.

1.2 Apresentação do tema

A matemática, presente em diversas áreas do conhecimento, auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico e estimula o pensamento crítico e a resolução de problemas. Ao aprender matemática, o estudante amplia sua capacidade de compreender e interagir com o mundo à sua volta, construindo significados e produzindo soluções para situações do cotidiano.

Nesse sentido, o ensino da Matemática no Ensino Fundamental II deve propiciar oportunidades para que os estudantes desenvolvam competências matemáticas por meio da exploração de conceitos, da resolução de problemas e do uso de diferentes estratégias e representações. A BNCC [4], documento orientador da Educação Básica no Brasil, estabelece que, ao longo da escolaridade, os estudantes devem compreender conceitos matemáticos fundamentais, como número, álgebra, geometria, grandezas e medidas, estatística e probabilidade.

Além do currículo formal nas escolas, eventos como as Olimpíadas de Matemática ganham cada vez mais espaço no cenário educacional, promovendo desafios e incentivando o estudo da disciplina. No Brasil, a OBMEP, criada em 2005, destaca-se com o objetivo de estimular o interesse pela Matemática e descobrir jovens talentos, contribuindo, assim, para a melhoria da qualidade do ensino.

A OBMEP tem sido considerada um importante instrumento de promoção da inclusão educacional e social, atingindo milhões de estudantes. Suas atividades envolvem resolução de problemas que trabalham o raciocínio lógico e a criatividade, sendo, portanto, um espaço propício para o desenvolvimento de competências essenciais à formação matemática.

A área da Geometria, muitas vezes negligenciada em sala de aula, é importante para o desenvolvimento da percepção espacial, da visualização e da capacidade de abstração dos estudantes. Conforme Dante [5], a Geometria permite compreender, descrever e representar o espaço e as formas, estando presente em diversas situações do cotidiano.

Os conceitos de área e perímetro, em especial, são conteúdos relevantes nessa área, por tratarem da medida de superfícies e do contorno de figuras planas, podendo ser aplicados em diferentes contextos. Dessa forma, explorar esses conceitos de maneira significativa contribui para a formação matemática dos alunos e para sua participação em situações sociais diversas que exigem tais conhecimentos.

Entretanto, um grande número de participantes enfrenta dificuldades na resolução das questões por não dominarem conteúdos básicos, como área e perímetro. Essas dificuldades podem estar relacionadas à forma como esses temas são ensinados em sala de aula — muitas vezes de modo mecânico, descontextualizado e distante da realidade dos alunos.

Diante desse cenário, este trabalho apresenta uma proposta de minicurso preparatório para a OBMEP, voltado aos alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental II, com foco no estudo de área e perímetro de figuras planas. A proposta é fundamentada em uma análise das questões da 1ª fase da OBMEP (Nível 1), no período de 2005 a 2024, e tem por objetivo oferecer uma alternativa didática que contribua para a aprendizagem desses conteúdos e para uma participação mais qualificada dos estudantes na competição.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Introdução

A BNCC define as aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas pelos estudantes ao longo da Educação Básica. Nela (BRASIL, 2018), a Matemática contribui para que o estudante compreenda o mundo, raciocine de forma lógica e argumentativa, interprete informações, avalie resultados e tome decisões. A proposta é que os estudantes utilizem os conhecimentos matemáticos para resolver problemas em diferentes contextos, interpretar dados e informações, bem como elaborar conjecturas e formular conclusões fundamentadas.

A BNCC estrutura o ensino da Matemática em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. A presente proposta didática está relacionada especialmente à unidade temática Grandezas e Medidas, e, de forma transversal, à unidade Geometria, que visa desenvolver a capacidade de compreender, utilizar e relacionar representações espaciais, formas e estruturas geométricas.

Para o Ensino Fundamental II, a BNCC enfatiza a importância da exploração de conceitos geométricos por meio de investigações com materiais concretos, malhas quadriculadas e tecnologias digitais, visando a uma aprendizagem significativa e contextualizada. Nessa perspectiva, espera-se que os estudantes compreendam, entre outros conteúdos, área e perímetro de figuras planas, realizando medições, estimativas, comparações e cálculos, e relacionando essas medidas com situações da vida cotidiana e com problemas de maior complexidade, como os propostos na OBMEP.

A proposta deste trabalho está alinhada a essa perspectiva, ao propor um minicurso que estimula a aprendizagem dos conceitos de área e perímetro por meio da experimentação, da manipulação de objetos e da resolução de problemas.

Esta revisão bibliográfica visa mapear as produções acadêmicas sobre o ensino de Geometria, especialmente área e perímetro, no contexto da OBMEP, a fim de embasar a proposta de um minicurso para estudantes do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental II. A partir deste desafio, iniciou-se a busca por referências pertinentes ao tema, considerando sua relevância e recorrência na literatura. Como destaca Romberg [6, p. 6]: "Uma atividade importante é examinar o que outras pessoas pensam sobre o fenômeno e determinar se suas ideias podem ser usadas para esclarecer, ampliar ou modificar o modelo proposto." Nesse sentido, conhecer as produções existentes sobre o tema é essencial para fundamentar e qualificar o trabalho acadêmico.

Dessa forma, esta revisão sistemática foi conduzida com o objetivo de identificar dissertações, artigos e outros trabalhos correlacionados à OBMEP e às olimpíadas de Matemática. Para isso, foram consultados os repositórios do PROFMAT, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Portal de Periódicos da CAPES. O foco principal desta revisão recai sobre o ensino de Geometria, mais especificamente sobre os conceitos de área e perímetro de polígonos no Ensino Fundamental II. Essa delimitação temática justifica-se pela constatação de que, embora tais conceitos estejam fortemente presentes nas habilidades previstas na BNCC desde os anos iniciais, muitos estudantes ainda demonstram dificuldades em sua compreensão.

Segundo Henriques e Silva [7, p. 51], "a principal dificuldade observada no processo de aprendizagem de área e de perímetro é a confusão que os alunos estabelecem entre estas grandezas geométricas, o que inclui a não dissociação entre suas medidas." Diante desse cenário, o presente estudo busca analisar os conhecimentos já produzidos e responder à seguinte questão de pesquisa: Quais metodologias são utilizadas no ensino de área e perímetro em materiais relacionados à OBMEP?

2.2 Metodologia

A pesquisa de dissertações sobre a temática da OBMEP foi realizada entre maio de 2024 e março de 2025. Inicialmente, o acervo de dissertações do PROFMAT foi consultado, resultando em 82 dissertações para o termo "OBMEP" e 37 para "olimpíadas", sem a necessidade de especificar "matemática" devido à área de ensino do repositório.

Em seguida, a investigação foi expandida para outros repositórios, incluindo a BDTD. A pesquisa pelo termo "OBMEP" retornou 130 dissertações pertinentes. Já a busca pelo termo "olimpíadas", o número de dissertações ultrapassou 1.200, muitos dos quais não estavam relacionados à Matemática, tornando essa abordagem menos viável para os objetivos do estudo. Ao refinar a busca para "olimpíadas matemáticas", identificamos 355 dissertações alinhadas ao nosso tema de interesse.

Além disso, realizamos consultas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e no conteúdo assinado do Portal de Periódicos da CAPES, utilizando o login institucional do CEFET-MG. Em ambos os repositórios, conduzimos a busca com os termos "OBMEP" e "Olimpíadas Matemáticas", identificando um conjunto adicional de dissertações relevantes.

A análise dos títulos da busca por "olimpíadas matemáticas" revelou grande diversidade, incluindo dissertações sem relação direta com o tema. Para refinar a pesquisa, um filtro temático foi aplicado. Contudo, mesmo após essa filtragem, ainda foram encontrados trabalhos não diretamente ligados ao objetivo do estudo, como a dissertação de Araújo (2024), 'Uma proposta de ensino sobre o sistema solar para a educação básica', classificada em Física.

Para lidar com esse problema, adotamos uma abordagem mais sistemática: criamos uma planilha eletrônica no *Google Sheets*[1] para organizar os trabalhos encontrados e aplicamos filtros a fim de selecionar apenas aqueles que continham termos-chave relacionados ao estudo. Nomeamos a planilha como "Dissertações e Artigos: PROFMAT, BDTD, CAPES, PERIÓDICOS" e teve seus dados organizados em guias nomeadas de acordo com o repositório e o termo pesquisado:

- BDTD-OBMEP
- BDTD-Olimpíadas Matemáticas
- PROFMAT-OBMEP
- PROFMAT-Olimpíadas
- CTD-CAPES-OBMEP
- CTD-CAPES-Olimpíadas Matemáticas
- Periódicos-CAPES-OBMEP
- Periódicos-CAPES-Olimpíadas Matemáticas

Por se tratarem de bancos de dados distintos, optamos por manter as informações organizadas de acordo com a estrutura de cada fonte. No repositório do PROFMAT,

[1] *Google Sheets* é uma ferramenta *online* gratuita para criação e compartilhamento de planilhas.

classificamos as colunas da planilha com os seguintes campos: data de defesa, autor, título, instituição e link de acesso ao PDF.

O processo de extração dos dados variou conforme o repositório. No caso do PROFMAT, a pesquisa foi realizada acessando o menu lateral *Dissertações*, disponível na página inicial, que permite busca por título, nome do aluno ou instituição. Já no BDTD, o próprio sistema possibilita a exportação de resultados em formato CSV, o que facilitou o tratamento das informações. O arquivo exportado foi convertido para o Google Planilhas, permitindo a organização automática dos dados em colunas.

No repositório BDTD, os metadados disponíveis apresentam maior nível de detalhamento. As colunas originais incluem: autor(a), ID Lattes do(a) autor(a), orientadores, ID Lattes dos orientadores, membros da banca, ID Lattes dos membros da banca, título, ano de defesa, instituição de defesa, sigla da instituição de defesa, país da instituição de defesa, departamento da instituição de defesa, programa de pós-graduação, área do conhecimento CNPq, tipos de acesso, tipo de documento, assuntos em português, assuntos em inglês, idioma, resumo e link de acesso. Entretanto, considerando que muitas dessas informações não eram relevantes para a análise optamos por manter visíveis apenas as colunas essenciais: autor(a), título, ano de defesa, sigla da instituição de defesa, assuntos em português e link de acesso. A coluna referente ao programa de pós-graduação foi ocultada, pois a maioria dos trabalhos não informava esse dado; contudo, sempre que necessário, essa informação foi consultada.

Os trabalhos encontrados no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e no Portal de Periódicos da CAPES foram obtidos a partir da pesquisa por palavras-chave nos campos de assunto, resultando em uma lista de dissertações e artigos acompanhada de informações básicas de cada trabalho. Esses dados foram extraídos e organizados em guias específicas da planilha do Google, utilizando as seguintes colunas: data de defesa, autor, título, instituição de ensino e programa de pós-graduação. No caso dos periódicos, adotamos a mesma estrutura, utilizando a coluna *programa* para registrar o nome da revista à qual o artigo pertence.

Uma primeira análise desses dados está sintetizada na Tabela 2.1, que apresenta o quantitativo de dissertações encontradas por repositório e palavra-chave utilizada. Cabe destacar que, apenas no repositório do PROFMAT, a busca foi realizada com o termo “Olimpíadas”, enquanto nos demais acrescentamos o termo “Matemática”, visto que o termo "Olimpíadas" pode se referir a outras áreas além da matemática.

Tabela 2.1: Quantidades de dissertações por repositório

REPOSITÓRIOS	PALAVRAS CHAVES	NÚMEROS
PROFMAT	OBMEP	82
	Olimpíadas	37
BDTD	OBMEP	130
	Olimpíadas Matemática	355
Catálogos CAPES	OBMEP	183
	Olimpíadas Matemática	209
Periódicos CAPES	OBMEP	96
	Olimpíadas Matemática	70
Total		1162

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para qualificar a análise, um recorte temporal de 10 anos (2015 a 2024) foi aplicado ao conjunto inicial de 1.162 dissertações. Esse limite para a investigação alinha-se à necessidade de abordar o fenômeno de forma delimitada, como proposto por Lakatos e Marconi [8]. O período escolhido permite a análise de pesquisas recentes, alinhadas às diretrizes educacionais vigentes, incluindo a BNCC, e garante a pertinência dos estudos ao contexto da OBMEP e ao ensino de área e perímetro no Ensino Fundamental.

A aplicação desse recorte resultou em 931 dissertações. Contudo, identificamos repetições tanto entre diferentes repositórios quanto dentro de um mesmo repositório, consequência, em parte, das estratégias de busca utilizadas. A Tabela 2.2 ilustra a frequência de títulos duplicados no PROFMAT, Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e BDTD. Para garantir a precisão da análise, as duplicatas foram removidas, totalizando 506 dissertações únicas. Os trabalhos encontrados no Portal de Periódicos da CAPES, devido à estrutura diferenciada de indexação, foram analisados separadamente. Após remoção de duplicatas, totalizaram 134 trabalhos únicos.

2.2.1 Processo de Triagem e Análise Preliminar

Do total de 931 títulos inicialmente identificados, após a remoção das duplicatas restaram 640 dissertações. Entretanto, em uma nova verificação, identificamos casos de duplicidade não detectados na etapa anterior, decorrentes de variações na grafia dos títulos, tais como diferenças entre letras maiúsculas e minúsculas, pontuação, espaçamentos entre palavras e outras pequenas alterações.

Após a aplicação de filtros e ajustes de formatação na da planilha Google, elimina-

Tabela 2.2: Frequência de aparições das Dissertações

Número de dissertações	Frequência
185	1 vez
196	2 vezes
74	3 vezes
38	4 vezes
11	5 vezes
2	6 vezes
0	mais que 6 vezes

Fonte: Elaborada pelo autor.

mos os textos repetidos e chegamos a um total de 468 dissertações únicas. De posse desse conjunto, e após uma breve leitura dos títulos e dos respectivos assuntos, constatou-se a necessidade de restringir o escopo da análise. Assim, dentro do tema geral "Olimpíadas", foram priorizados os trabalhos que abordavam conteúdos relacionados à geometria, especialmente área e perímetro. Segundo Lakatos e Marconi [8, p. 163], "Após a escolha do assunto, o pesquisador pode optar por estudar todo o universo da pesquisa ou apenas uma amostra. Nesse caso, será o conjunto de informações que possibilitará a escolha da amostra, a qual deve ser representativa ou significativa." Neste sentido, a amostra selecionada mostrou-se representativa e relevante para a presente pesquisa.

Dos 468 trabalhos únicos, utilizaram-se palavras-chave como "Geometria", "Área" e "Perímetro" para direcionar a seleção inicial, que resultou em 48 títulos. A partir da leitura de resumos, palavras-chave e, quando necessário, conclusões, esse número foi refinado para 43 títulos (incluindo dissertações e artigos). Foram excluídos cinco títulos considerados não contributivos para a pesquisa, como aqueles voltados à geometria avançada.

Com base nesses 43 trabalhos, buscou-se compreender a abordagem da geometria no contexto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), identificando metodologias, recursos e práticas, além de mapear lacunas e possíveis contribuições para a presente dissertação.

A análise do gráfico apresentado na Figura 2.1 evidencia que a distribuição temporal dessas dissertações é relativamente equilibrada, com maior concentração de publicações no ano de 2019. Nos demais anos, observa-se variação na produção, alternando períodos de maior e menor volume de trabalhos. Entre os programas e periódicos acadêmicos analisados — PROFMAT, ENCIMA, PPGECE, PPGECM e diversas revistas científicas — destaca-se o PROFMAT, responsável por aproximadamente 70% dos títulos identificados.

Figura 2.1: Evolução do Número de Dissertações e Artigos ao Longo de 10 Anos

Fonte: Elaborada pelo autor.

2.2.2 Classificação das Dissertações

Com o objetivo de compreender a exploração da geometria nos trabalhos analisados, as dissertações foram organizadas em sete categorias principais, conforme a Tabela **??**. Essa classificação visa destacar as diversas abordagens do ensino de geometria no contexto da OBMEP e a forma como é apresentada pelos autores. Embora cada dissertação tenha sido inserida em uma categoria predominante, reconhece-se que muitas poderiam se enquadrar em mais de uma. Por exemplo, estudos com foco principal em tecnologias digitais, como o *software* GeoGebra, foram classificados em *Uso de Tecnologia no Ensino de Geometria*. No entanto, se o GeoGebra era utilizado em uma abordagem de resolução de problemas, a dissertação foi categorizada em *Resolução de Problemas em Geometria*. Similarmente, dissertações que combinavam *Situações Didáticas Olímpicas* com resolução de problemas e uso de tecnologia foram incluídas em *Engenharia Didática e Situações Didáticas Olímpicas*.

Essa estrutura de categorização visa não apenas organizar as dissertações, mas também evidenciar a interconexão entre diferentes metodologias, permitindo uma visão mais ampla sobre o ensino da geometria no contexto da OBMEP.

Essa categorização foi elaborada a partir da leitura dos resumos dos trabalhos, com o propósito de aprimorar a análise de suas abordagens. Conforme apresentado na Tabela 2.3, ela oferece um panorama das principais abordagens metodológicas e temáticas utilizadas nas dissertações analisadas, permitindo uma compreensão mais detalhada de como o ensino de geometria, especialmente dos conceitos de área e perímetro, é tratado no contexto da OBMEP.

Tabela 2.3: Distribuição das dissertações por categoria temática no ensino de Geometria e OBMEP

Categoria	**Número de Dissertações**
Uso de Tecnologia no Ensino de Geometria	8
OBMEP e Resolução de Problemas em Geometria	7
Ensino de Área e Perímetro na OBMEP	6
Ensino de Geometria e Estratégias Didáticas	6
Análise de Questões e Erros em Geometria na OBMEP	6
Engenharia Didática e Situações Didáticas Olímpicas	6
Ensino de Geometria Espacial e Motivação Olímpica	4
TOTAL	43

Fonte: Elaborada pelo autor.

Um aspecto relevante observado é o uso da tecnologia no ensino de geometria, que se destaca em diversas pesquisas. Nesse sentido, 15 dissertações mencionam explicitamente o *GeoGebra* evidenciando sua recorrência como ferramenta didática na exploração de conceitos geométricos.

Além do uso da tecnologia, a resolução de problemas está fortemente presente nas dissertações sobre geometria e OBMEP. A metodologia baseada nas quatro fases de resolução de problemas sugeridas por Polya (1995) é adotada por Vieira [9], Souza [10] e Modolo [11] juntamente com o uso de sequências didáticas e materiais concretos. Temos ainda Santana [12] que utiliza a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, proposta e desenvolvida principalmente por Onuchic e Allevato (2011).Os demais trabalhos abordam a resolução de problemas sem utilizar de uma metodologia especifica. A categoria Engenharia Didática e as Situações Didáticas Olímpicas aparecem como categorias mencionadas em trabalhos desenvolvidos com predominância no estado do Ceará.

Os níveis de ensino abordados nos trabalhos variam desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior, incluindo estudos voltados para a formação de professores. Os conteúdos de geometria contemplados são igualmente diversificados: embora haja predominância da geometria plana, foram identificados trabalhos voltados para geometria espacial e geometria analítica. Ressalta-se que o número de trabalhos voltados especificamente ao Ensino Fundamental é relativamente baixo, correspondendo a aproximadamente 25% do total analisado.

2.3 Analise das Dissertações por Categoria

2.3.1 Uso de Tecnologia no Ensino de Geometria

Entre as categorias identificadas nas dissertações analisadas, evidencia-se o uso de tecnologias no ensino de Geometria, com destaque para os recursos digitais. Nesse âmbito, o GeoGebra configura-se como a ferramenta mais recorrente, por se tratar de uma plataforma interativa que possibilita a construção, a visualização e a manipulação de figuras geométricas, permitindo aos estudantes explorar transformações de forma dinâmica e intuitiva, além de se constituir em um recurso metodológico relevante para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Segundo Brasil [4, p. 276]:

> Recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização.

Entre os *softwares* de geometria dinâmica mencionados por Brasil [4], o GeoGebra figura como uma das ferramentas centrais nos trabalhos analisados, sendo utilizado tanto na resolução de problemas quanto no desenvolvimento de estratégias metodológicas para o ensino de geometria.

Nesse contexto, Martins [13] destaca que a sociedade atual está inserida no contexto da Educação 5.0[2], no qual as tecnologias desempenham um papel essencial na transformação das práticas e metodologias educacionais. O autor enfatiza o GeoGebra como um recurso tecnológico que potencializa a abordagem de conceitos matemáticos, promovendo maior interação e compreensão dos conteúdos. Em seu estudo, Martins [13] utiliza o *software* para explorar conceitos básicos de geometria com alunos do Ensino Médio, analisando suas potencialidades e limitações tanto na compreensão de conceitos da Geometria Plana quanto na resolução de questões da OBMEP.

O autor ressalta que o GeoGebra pode ser empregado como uma ferramenta metodológica no ensino da Matemática, sendo especialmente útil na demonstração de

[2]Felcher, Blanco e Folmer (2022, p. 11) destacam que a Educação 5.0 é “uma abordagem que prioriza as tecnologias digitais como uma aliada no processo educacional e no desenvolvimento socioemocional do estudante” conforme Martins[13, p. 21]

teoremas da Geometria Plana. Sua aplicação abrange desde conceitos fundamentais, como ponto, reta, plano e os axiomas de Euclides, até a exploração de figuras planas e suas propriedades, incluindo a construção e análise de áreas. Além disso, o estudo contempla demonstrações clássicas, como o Teorema de Pitágoras e o Teorema de Tales, evidenciando como o software pode auxiliar na compreensão e experimentação desses conteúdos matemáticos.

Para Santos [14], um dos grandes desafios dos docentes na atualidade é integrar os conteúdos teóricos da matemática com as tecnologias digitais. Nesse sentido, o autor utiliza o GeoGebra como ferramenta de apoio, para que os estudantes possam resolver problemas da OBMEP explorando a tecnologia como um recurso didático auxiliar. O objetivo do estudo foi analisar o impacto do uso do GeoGebra no ensino e na aprendizagem dos estudantes. A pesquisa adotou a metodologia de estudo de caso, aplicada a uma turma de 31 alunos do Ensino Médio, com abordagem qualitativa. O autor descreve detalhadamente os procedimentos empregados, que envolveram a implementação de uma sequência didática baseada na resolução de questões da OBMEP, as quais permitiram a construção de figuras geométricas dinâmicas. Durante uma série de encontros com os estudantes, os dados foram coletados por meio de gravações de áudio, anotações, arquivos digitais das construções geométricas elaboradas pelos estudantes, relatórios e aplicação de questionários.

Santos [14] ainda destaca que o o ensino do uso da tecnologia ocorreu simultaneamente à realização das construções geométricas. Segundo o autor, essa simultaneidade pode ter impactado a aprendizagem, reforçando a importância de uma preparação prévia dos estudantes no manejo das ferramentas tecnológicas, de modo que o foco principal permaneça na construção e no aprendizado matemático.

Em Alves [15], o software GeoGebra é utilizado para construções geométricas por sua capacidade de facilitar a compreensão e visualização das questões olímpicas pelos estudantes, especialmente aquelas do Programa de Iniciação Científica da OBMEP (PIC). O objetivo central do estudo é desenvolver materiais de apoio para professores, promovendo o uso da ferramenta no ensino de geometria.

Na mesma linha, Prina [16] também explora o uso do GeoGebra, porém com um foco voltado ao professor. Seu principal objetivo é incentivar os docentes a utilizarem o software como ferramenta didático-pedagógica em sua prática docente. Para isso, o autor aplica o GeoGebra na resolução de problemas de geometria plana da segunda fase da XI Olimpíada de Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT).

Por sua vez, Alves [17] apresenta o Portal OBMEP do Saber como uma ferramenta de suporte ao ensino-aprendizagem de Geometria Analítica na 3ª série do Ensino Médio. O autor destaca que o ambiente virtual possibilita a criação de procedimentos dinâmicos de ensino-aprendizagem, permitindo que professores adaptem suas aulas ao ensino remoto. Em tempos de pandemia, o portal foi utilizado como suporte para aulas *online*, explorando conceitos da Geometria Analítica, como plano cartesiano, distância entre dois pontos, ponto médio e baricentro.

Ainda no que se refere ao uso da tecnologia no ensino de geometria, podemos citar os trabalhos de Cruz [18] e Vargas [19]. Em seu estudo, Vargas [19] argumenta que o GeoGebra favorece o desenvolvimento do raciocínio crítico e reflexivo dos alunos, conduzindo-os à resolução de problemas matemáticos. Já Cruz [18] explora uma questão da OBMEP de 2017 – primeira fase, nível três, utilizando o GeoGebra na construção de figuras para auxiliar a resolução. Esse estudo evidenciou como um único problema de Geometria Plana pode contemplar uma ampla gama de conceitos matemáticos, incluindo semelhança de triângulos, mediana, bissetriz, Teorema de Pitágoras e trigonometria.

2.3.2 OBMEP e Resolução de Problemas em Geometria

A resolução de problemas tem sido uma abordagem amplamente explorada no ensino de Geometria Plana, especialmente no contexto da OBMEP. Diversos estudos propõem metodologias e materiais que auxiliam tanto estudantes quanto professores a compreender e aplicar conceitos geométricos de maneira mais acessível e dinâmica.

Segundo Pontes [20, p. 4] :

> Diversas abordagens dos conteúdos de matemática na Educação Básica podem ser tratadas a partir da resolução de problemas, de maneira, que leve a criança a compreender melhor o tema proposto e consequentemente desenvolver o raciocínio lógico e sua criatividade. A proposta não é apenas de encontrar a solução do problema, e sim, acompanhar todo o processo de construção desta solução.

Neste sentido, Santana [12] investigou as contribuições e desafios do ensino de Geometria Plana por meio da Metodologia de Resolução de Problemas, utilizando materiais do Programa de Iniciação Científica da OBMEP (PIC/OBMEP). A pesquisa baseou-se em revisão bibliográfica e análise documental, abordando conceitos como ângulos, perímetros e áreas. Fundamentado nos princípios da Metodologia de Resolução de Problemas, esses princípios se baseiam em Onuchic e Allevato (2011). Com caráter exploratório, a pesquisa adotou uma abordagem qualitativa do tipo intervenção pedagógica, utilizando observação do pesquisador, registros escritos dos estudantes e análise das respostas a um questionário como instrumentos de coleta de dados.

Seguindo uma abordagem semelhante, Vieira [9] propõe uma metodologia para o Ensino Fundamental, baseada nas quatro fases da resolução de problemas sugeridas por Pólya (1995). Além disso, o autor sugere o uso de materiais manipulativos, como suporte didático para auxiliar os estudantes na visualização concreta das formas geométricas presentes nos problemas da OBMEP. Essa abordagem visa garantir que a geometria não seja percebida como um conceito abstrato, mas como uma ideia tangível e interativa.

Enquanto os estudos anteriores focam na Educação Básica, Ferreira [21] apresenta uma proposta voltada tanto para estudantes quanto para professores e entusiastas da matemática. O autor busca incentivar a prática da resolução de desafios geométricos, apresentando conceitos menos conhecidos, como o Teorema de Menelaus, o Teorema de Ceva, a Relação de Stewart, as Lúnulas de Hipócrates, o Teorema dos Carpetes e a relação entre áreas e cevianas em um triângulo. A proposta visa despertar o interesse pelo desafio e estimular a busca ativa por soluções. Além disso, o autor destaca a importância do uso de figuras vibrantes e coloridas como um elemento atrativo na apresentação dos desafios, especialmente em fóruns e redes sociais voltadas para professores e entusiastas da Matemática.

No contexto da preparação olímpica, Aires [22] propõe um material voltado para estudantes do Ensino Médio, com o objetivo de auxiliar na preparação para competições matemáticas e oferecer suporte aos professores de Matemática. O autor seleciona problemas olímpicos resolvidos, demonstrando a aplicação de conceitos e teoremas clássicos da Geometria Euclidiana Plana. No entanto, não apresenta uma discussão aprofundada sobre estratégias para resolução de problemas, nem um parecer conclusivo sobre a aplicabilidade desses problemas no ensino. O autor sugere que, futuramente, pretende aprofundar a exploração dos conceitos apresentados.

Por fim, Silva [23] propõe uma sequência didática que integra diferentes abordagens pedagógicas, incluindo materiais manipulativos, para explorar conceitos geométricos relacionados à área de polígonos. A pesquisa foi aplicada a estudantes do 8º ano do Ensino

Fundamental, com o objetivo de estimular o desenvolvimento do pensamento estratégico na resolução de problemas da OBMEP. Durante a implementação, foram utilizados recursos como malha quadriculada, recorte de figuras e colagem a fim de explorar áreas de diferentes polígonos. Após a aplicação, os resultados foram analisados e validados sob a ótica da Engenharia Didática, demonstrando a eficácia da abordagem proposta.

2.3.3 Ensino de Área e Perímetro na OBMEP

Dentre os trabalhos que abordam resolução de problemas, destacamos as estrategias didáticas que envolvem o ensino de área e perímetro, sendo possível notar o uso frequente de sequências didáticas, materiais manipuláveis ou concretos e a utilização do *software* dinâmico: GeoGebra.

Segundo Brasil [4, p. 267] :

> Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético–dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido, tanto os materiais concretos quanto o GeoGebra permitem as experimentações, especialmente no ensino de área e perímetro. A dinâmica da manipulação, seja por meio de um objeto físico ou das construções interativas no *software*, possibilita ao estudante compreender propriedades geométricas, visualizar relações entre diferentes formas e explorar conceitos matemáticos de maneira mais intuitiva e significativa.

Kiefer [24] investiga como licenciandos em Matemática mobilizam representações semióticas ao realizarem uma atividade adaptada da OBMEP. Inspirados na teoria de Raymond Duval, os autores destacam a importância da mobilização simultânea de registros figurais e da língua natural para facilitar a compreensão de conceitos geométricos. A pesquisa, desenvolvida com acadêmicos da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) na disciplina Recursos Tecnológicos no Ensino da Matemática II, explora a área de hexágonos a partir da decomposição em triângulos, com o apoio do GeoGebra. Os resultados reforçam o valor da resolução de problemas, demonstrando que o *software* possibilitou aos acadêmicos explorar figuras geométricas de maneira interativa e heurística.

No que se refere às dificuldades enfrentadas no ensino de perímetro e área, Cruz [25] destaca os desafios de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental na visualização, interpretação e cálculo de dessas medidas em polígonos. O autor reforça a importância do uso de materiais concretos, como geoplano e papel quadriculado, para melhorar a compreensão. Após a aplicação de dois testes, um antes e outro depois da utilização desses materiais, o os resultados indicaram a necessidade de revisão das práticas docentes, considerando os erros cometidos pelos alunos como elementos essenciais para o redirecionamento pedagógico.

Modolo [11] também explora os desafios no ensino de Geometria Plana na Educação Básica, mas com o foco direcionado ao professor. Sua pesquisa tem como objetivo criar um banco de questões da OBMEP, para auxiliar docentes no trabalho com problemas de área e perímetro. O estudo, caráter documental, analisou questões da segunda fase dessa Olimpíada de 2005 a 2022, apresentando soluções oficiais e propostas fundamentada nos métodos de Pólya. A autora concluiu que a resolução de problemas não apenas favorece a compreensão matemática, mas também estabelece conexões com o mundo real, tornando a aprendizagem mais significativa.

Sousa [10] amplia essa discussão ao ressaltar que, desde o final do século XX, a resolução de problemas é recomendada por órgãos nacionais e internacionais como prática essencial para o ensino de Matemática. Nesse contexto a OBMEP é analisada como uma política pública de incentivo à aprendizagem matemática. O autor propõe uma sequência didática para o ensino de área e perímetro de polígonos no 6º ano do Ensino Fundamental,fundamentada na resolução de problemas. A metodologia inclui a coleta documental de questões da OBMEP e a elaboração de roteiros que fornecem subsídios para a aplicação em sala de aula.

Santos Neto [26] propõe uma sequência didática fundamentada em questões de geometria da OBMEP, utilizando como recursos um texto dialógico e o *software* GeoGebra. Além de trabalhar a resolução de problemas e uso da tecnologia, a proposta explora o texto dialógico como um método de construção coletiva do conhecimento, incentivando a autonomia dos alunos na busca por soluções. A proposta foi aplicada em uma turma do 1º ano do curso Técnico em Redes de Computadores Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), campus Catanduva, a metodologia demonstrou resultados positivos na interação dos estudantes com os conceitos geométricos, reforçando a importância de múltiplas estratégias no ensino da Matemática.

2.3.4 Ensino de Geometria e Estratégias Didáticas

Entre os trabalhos que abordam estratégias didáticas para o ensino de geometria, destacam-se a utilização de recursos manipulativos, análise de erros e investigações sobre a presença da geometria na Educação Básica.

Queiroz [27] explora a técnica milenar do origami como uma ferramenta para a resolução de problemas de geometria, destacando suas aplicações na medicina, *airbag* de carros, arquitetura e engenharia espacial. O autor discute fundamentos matemáticos do origami, abordando axiomas de Huzita-Justin e Huzita-Hatori, além dos teoremas de Maekawa-Justin, Kawasaki-Justin e Haga. A pesquisa relaciona o uso do origami à resolução de problemas, evidenciando-o como recurso manipulativo relevante. Entre os exemplos apresentados, destaca-se a demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo por meio de dobraduras. O estudo conclui que o origami não apenas aprimora habilidades manuais, mas também desenvolve raciocínio lógico, imaginação e análise matemática, contribuindo significativamente para o aprendizado da geometria.

2.3.5 Análise de Questões e Erros em Geometria na OBMEP

A análise de erros cometidos por estudantes em provas de geometria da OBMEP constitui uma ferramenta relevante para compreender as dificuldades enfrentadas no ensino e aprendizagem da geometria.

Amarante [28] utiliza a metodologia da Análise de Erros proposta por Cury (2007) para investigar as principais dificuldades enfrentadas por alunos de duas escolas públicas de Óbidos-PA na resolução de questões de geometria da 2ª fase da 13ª OBMEP. A pesquisa, de abordagem mista (qualitativa e quantitativa), identificou elevado índice de erros relacionados a conceitos geométricos que deveriam ter sido consolidados nas séries iniciais. Outro problema identificado foi a dificuldade interpretativa dos conceitos matemáticos, evidenciando a necessidade de aprimorar o ensino da geometria desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Seguindo essa mesma linha de investigação, Silva [29] analisa o nível de aprendizado de 50 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II, em uma escola pública de Nova Viçosa-BA. Utilizando uma metodologia quantitativa, com a aplicação de um questionário envolvendo questões da Prova Brasil e da OBMEP, os resultados indicaram um desempenho insatisfatório em Geometria Plana. O autor relaciona esse resultado a falhas no ensino, à ausência de inovação metodológica e ao desinteresse docente em buscar estratégias mais eficazes.

Rodrigues [30] propõe uma investigação detalhada das questões de geometria da 2ª fase da OBMEP nos níveis 1 e 2, analisando complexidade, estrutura e tópicos abordados.

O estudo classifica as questões por nível de dificuldade e organiza um catálogo de referencias para professores e alunos interessados em resolver problemas olímpicos de geometria.

Lima Rodrigues [31] investiga os motivos pelos quais alunos do Ensino Médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana. O estudo realiza uma análise documental de legislações educacionais, publicações e livros didáticos desde 1940, revelando a baixa visibilidade da geometria nos currículos escolares e a reduzida carga horária destinada a esse conteúdo. O autor destaca que aulas mais dinâmicas e metodologias aplicadas poderiam contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem.

Lopes Silva [32] propõe uma abordagem mais prática, utilizando materiais concretos recicláveis — como Tangram e tabuleiro Geoplano — para ensinar conceitos geométricos. O estudo, voltado para a preparação de alunos de escola pública para a OBMEP (níveis 1 e 2), não chegou a aplicar as atividades, mas concluiu que tais recursos podem aumentar o interesse dos estudantes, constituindo uma alternativa viável para o ensino de geometria.

2.3.6 Engenharia Didática e Situações Didáticas Olímpicas

Os trabalhos incluídos nessa categoria buscam estruturar metodologias específicas para o ensino de geometria olímpica, muitas vezes utilizando o GeoGebra como ferramenta de suporte.

Segundo Almouloud e Coutinho [33, p. 66]:

> A Engenharia Didática, vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino. Caracteriza-se também como pesquisa experimental pelo registro em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori. Tal tipo de validação é uma das singularidades dessa metodologia, por ser feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste.

Silva e Alves [34] propõem a aplicação da Engenharia Didática (ED) na construção de Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de Geometria Euclidiana Plana. O estudo utiliza o GeoGebra para explorar estratégias pedagógicas que favorecem a movimentação e visualização de figuras geométricas, auxiliando a compreensão de conceitos abstratos. A pesquisa analisou a questão 13 da 1ª fase da OBMEP 2017, abordando Teorema de Pitágoras, classificação de triângulos, simetria e áreas. Os resultados indicaram que a metodologia adotada pode servir como material de apoio para professores, ampliando as possibilidades de ensino da geometria.

Seguindo essa linha, Santiago [35] investiga a aplicação de Situações Didáticas Olímpicas no ensino da geometria plana, utilizando o GeoGebra em sala de aula. A pesquisa foi realizada com alunos da 2ª e 3ª série do Ensino Médio que participavam de encontros preparatórios para a OBMEP. O estudo gerou um produto educacional, composto por um site e um e-book, contendo atividades interativas para o ensino de geometria.

Alves Rodrigues [36] apresenta uma proposta didática para professores em formação inicial, baseada em Problemas Olímpicos (PO) da Olimpíada Internacional de Matemática (IMO). Seu estudo tem como objetivo investigar Situações Didáticas Olímpicas e o uso do GeoGebra na formação docente, adotando a terminologia Engenharia Didática de Formação (EDF). A experimentação ocorreu na Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), em Sobral - CE, com cinco estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. Foi observado que, mesmo com conhecimento geométrico limitado, os participantes conseguiram desenvolver estratégias eficazes de resolução, demonstrando o potencial da ferramenta na exploração de conceitos matemáticos.

Outros trabalhos, como os de Araújo Filho [37] e Oliveira Neto [38], também desenvolveram materiais educacionais a partir de uma proposta metodológica de ensino denominada Situação Didática Olímpica[3]. Para a elaboração desses materiais, os autores utilizaram, de forma transversal, o software GeoGebra como recurso de apoio ao ensino de problemas olímpicos de Geometria Plana no Ensino Médio.

2.3.7 Ensino de Geometria Espacial e Motivação Olímpica

A abordagem da geometria espacial no Ensino Médio e sua relação com a OBMEP tem sido explorada em algumas pesquisas, especialmente aquelas que enfatizam a visualização tridimensional e o uso de materiais manipulativos.

Paula Rodrigues [39] relata uma experiência em uma turma da 2ª série do Ensino Médio, por meio da oficina “Visualização Espacial", baseada em uma questão da 1ª fase da OBMEP 2016, nível 1. Durante a atividade, os alunos exploraram conceitos tridimensionais

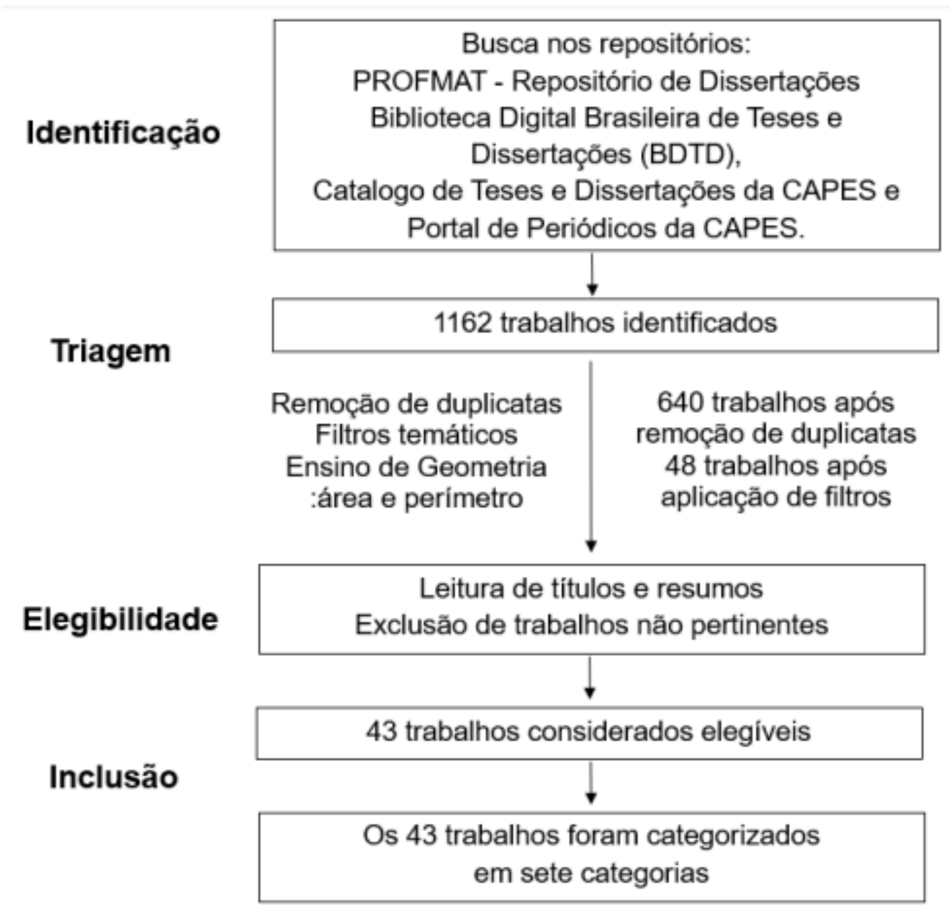
[3]Situação Didática Olímpica (SDO), recente na literatura, mas que se fundamenta na didática matemática francesa que surgiu no final da década de 60 do século XX. A SDO está alicerçada na Engenharia Didática (ED) de Michèle Artigue, metodologia de pesquisa, e consubstanciada na Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau conforme [38].

e manipulação de um cubo, desenvolvendo habilidades de percepção espacial. O estudo conclui que estratégias pedagógicas que incentivam a manipulação concreta, associadas ao engajamento dos alunos em atividades práticas, podem ser fundamentais para a aprendizagem da geometria espacial.

2.3.8 Conclusão da Revisão Sistemática

Esta revisão analisou trabalhos acadêmicos produzidos nos últimos 10 anos (2015-2024) sobre o ensino de geometria no contexto das Olimpíadas de Matemática, com foco na OBMEP. As dissertações e artigos foram coletados em repositórios como PROFMAT, BDTD, Portal de Periódicos da CAPES e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. O repositório do PROFMAT destacou-se com o maior número de contribuições sobre o tema. A Figura 2.2 apresenta uma síntese do percurso adotado nesta revisão.

Figura 2.2: Prisma resumo da revisão.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Após a aplicação de filtros temáticos, foram selecionadas 43 produções relacionadas à geometria, especialmente aos conceitos de área e perímetro. Entre as principais abordagens metodológicas identificadas, destacam-se: a resolução de problemas, o uso de tecnologia como ferramenta didática, materiais manipulativos, sequências didáticas, engenharia didática e situações didáticas, análise de erros, além de estratégias de motivação para a aprendizagem.

Os trabalhos analisados abrangem desde o Ensino Fundamental II até o Ensino Superior, contemplando conteúdos diversos dentro da geometria. Para melhor organização da revisão, as dissertações foram classificadas em eixos de análise, permitindo evidenciar diferentes perspectivas metodológicas no ensino da geometria no contexto da OBMEP.

Um aspecto que merece destaque é a baixa produção de trabalhos voltados para o Ensino Fundamental, etapa essencial para a formação matemática dos alunos. Nesse sentido, Lima Rodrigues [31] levanta o questionamento: Por que alunos do Ensino Médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana? O autor sugere que a resposta pode estar na base da formação matemática, ou seja, no Ensino Fundamental, onde muitos conceitos deveriam ser consolidados.

A revisão também revelou uma lacuna significativa na produção acadêmica sobre o ensino de área e perímetro no Ensino Fundamental. Essa carência pode impactar diretamente o aprendizado em níveis mais avançados, gerando a necessidade de intervenções pedagógicas no Ensino Médio e Superior que poderiam ser evitadas com uma base mais sólida nas séries iniciais.

Diante disso evidencia-se a necessidade de mais estudos e propostas pedagógicas voltadas para o ensino de área e perímetro no Ensino Fundamental. O fortalecimento desses conceitos desde os primeiros anos de escolaridade pode prevenir dificuldades futuras e contribuir para um aprendizado matemático mais consistente, eficiente e estruturado.

3 Olimpíadas Científicas

3.1 Relevância das Olimpíadas Científicas

O ensino-aprendizagem praticado atualmente nas escolas tende a ser repetitivo e preso a um currículo que, embora apresente sugestões para o trabalho criativo dos estudantes, muitas vezes se torna excessivamente metódico. Esse cenário decorre, em grande parte, devido à necessidade de lidar com turmas compostas por alunos com níveis de conhecimento muito distintos. Como resultado, muitas vezes não se favorecem momentos de reflexão mais profunda ou desafios matemáticos que realmente contribuam para a construção do conhecimento. Nesse contexto, as Olimpíadas de Matemática podem atuar como um importante complemento pedagógico.

Segundo Robinson [40, p. e289252]:

> As olimpíadas científicas têm o papel de desafiar os estudantes com problemas de ciências, incentivando a criatividade, a engenhosidade e a perícia em uma disciplina, diversificando as formas de aprendizagem.

As olimpíadas científicas têm ganhado crescente destaque, não apenas a matemática, mas também outros campos das ciências exatas, como física e química. Segundo a Agência Universitária de Notícias (AUN) [41], essas competições consolidaram-se como um marco importante para o desenvolvimento científico e educacional no Brasil, inclusive com participação expressiva de brasileiros em eventos internacionais.

> Nessa seara, o Brasil é destaque em todo o mundo. Na Olimpíada Internacional de Economia (IEO, na sigla em inglês), por exemplo, o país foi o primeiro lugar geral da competição por três anos consecutivos, de 2019 a 2021. Em 2022, levamos a prata, atrás apenas dos EUA. Em terceiro lugar, ficou a seleção canadense, treinada por um brasileiro, Guilherme Pita, que fez parte do time do Brasil em 2019.

Os resultados obtidos em olimpíadas internacionais, além do reconhecimento individual, envolvem um trabalho coletivo com equipes compostas por 3 a 5 participantes, além de dois *team leaders*[1]. Esse caráter colaborativo impacta também outros estudantes que, mesmo sem receber premiações, encontram inspiração nas conquistas de seus colegas.

Subotnik, Miserandino e Olszewski-Kubilius [42, p. 4] discutem os impactos dessas competições na vida profissional dos participantes, enfatizando o papel das Olimpíadas de Matemática no desenvolvimento de talentos e na promoção de reformas educacionais.

> Nem todos os vencedores das Olimpíadas estavam em programas escolares especiais. No entanto, participar do processo das Olimpíadas permitiu oportunidades de conhecer, competir e se comparar com outros alunos muito brilhantes que compartilhavam um profundo interesse em matemática. A filiação a um grupo que valoriza as atividades intelectuais e acadêmicas pode ser especialmente importante em escolas onde o clima é distintamente anti-intelectual[2].(Tradução nossa.)

Assim o que para muitos pode parecer apenas uma competição por medalhas, revela-se uma oportunidade para jovens estudantes aprimorarem seus talentos. Essas oportunidades vão desde o nível mais básico, como competições locais dentro da escola, até desafios internacionais. Segundo AUN [41]:

> ...encerramos 2022 como o país com mais premiações em olimpíadas universitárias do Continente Americano. Na Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) deste ano, disputada entre estudantes do Ensino Médio e considerada a maior olimpíada mundial de conhecimentos, com mais de cem países participantes, o Brasil bateu seu recorde de medalhas conquistadas, com dois ouros, uma prata e dois bronzes.

A Figura 3.1 apresenta o quadro de medalhas conquistadas pelo Brasil em olimpíadas no ano de 2022.

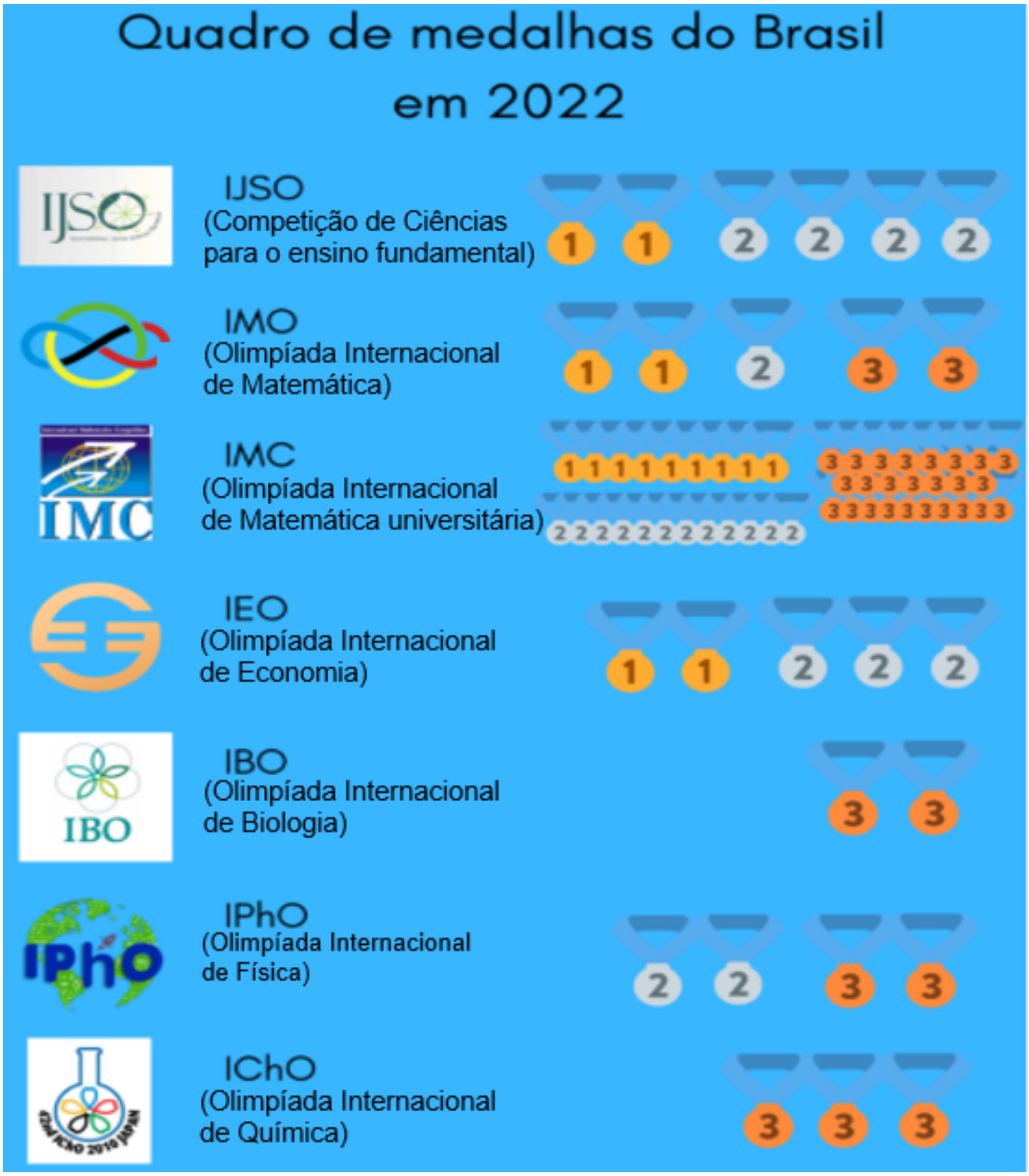
Ao se preparar para essas competições, os participantes encontram oportunidades para crescer e trocar ideias com pares igualmente interessados no aprendizado e na exploração de novos conhecimentos. Esse ambiente contribui não apenas para o desenvolvimento individual, mas também para a sociedade como um todo, promovendo habilidades valorizadas pelo meio científico. Sob a perspectiva educacional, essa dinâmica alinha-se aos argumentos presentes em Brasil [4, p. 267]:

> Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletiva-

[1] Líder da equipe.

[2] Not all the Olympiad winners were in special school programs. However, participating in the Olympiad process allowed for opportunities to meet, compete, and compare oneself with other very bright students who shared a deep interest in mathematics. Membership in a group that values intellectual and academic pursuits can be especially important in schools where the climate is distinctly anti-intellectual

Figura 3.1: Medalhas do Brasil em Olimpíadas Científicas Internacionais



Fonte: AUN [41]

> mente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

O processo olímpico, contudo, transcende o dia da avaliação. Ele se inicia muito antes, com o desejo de bom desempenho e uma preparação dedicada que proporciona aprendizado contínuo, desenvolvimento de habilidades e novas formas de enxergar desafios. É nessa jornada que reside o maior beneficio dessa competição: o conhecimento adquirido. Esse aprendizado, frequentemente construído em grupos e por meio da troca de experiências, possui um valor inegável para o desenvolvimento pessoal e intelectual dos participantes, mesmo que seus aspectos não sejam diretamente medidos pela competição.

Como destaca Zawaira [43, pag. 12]:

> Naturalmente, os jovens também gostam de participar de competições por causa da diversão e camaradagem que podem experimentar com espíritos semelhantes. O antigo ideal (completamente olímpico) de verdadeiro 'espírito esportivo' está ameaçado de muitas maneiras hoje, mas representa algo nobre e que vale a pena proteger a todo custo; em nossa arena matemática, podemos chamá-lo de 'espírito matemático'. Ganhar medalhas não é tudo, competidores rivais podem se tornar amigos próximos, a competição não é acirrada![3] (Tradução nossa.)

Assim, a experiência olímpica vai além das medalhas, promovendo não só o desenvolvimento intelectual, mas também a formação de laços entre os participantes e a construção de uma comunidade unida pelo interesse comum na matemática.

Não menos importante, as olimpíadas científicas oferecem oportunidades de ganhos futuros, como bolsas de estudos em universidades, o que representa um impacto inimaginável para muitos estudantes. Esse benefício é particularmente relevante no caso da OBMEP, voltada para alunos de escolas públicas e que reúne participantes de todas as classes sociais e etnias, sem distinção. Muitos desses estudantes, inclusive, são reconhecidos e premiados em competições internacionais.

Segundo o IMPA [44], no ano de 2023 :

[3] Naturally, young people also enjoy participation in competitions because of the fun and fellowship they can experience with kindred spirits. The ancient (thoroughly Olympic) ideal of true 'sportsmanship' is under threat in many ways today, but it represents something noble and worth protecting at all costs; in our mathematical arena we may dub it 'mathsmanship'. Winning medals is not everything, rival competitors can become close friends, competition is not cut-throat!

> O Brasil conquistou a 16ª posição no ranking geral da 64ª Olimpíada Internacional de Matemática (IMO, na sigla em inglês), a maior competição matemática a nível estudantil. A equipe brasileira ganhou 6 medalhas: 1 de ouro, 2 de prata e 3 de bronze. Dos seis estudantes que integraram a IMO deste ano, cinco são medalhistas da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas).

Atualmente, diversas iniciativas têm sido desenvolvidas para apoiar medalhistas da OBMEP em sua formação acadêmica e profissional. Entre elas, destaca-se a Bolsa-Tech Fundação Behring, que oferece auxílio financeiro a estudantes ingressantes em cursos das áreas tecnológicas em universidades públicas. Além disso, a Bolsa IHS[4] tem como objetivo apoiar financeiramente alunas talentosas das áreas de Ciências e Exatas. Outra iniciativa relevante é o Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME), que possibilita a estudantes medalhistas a realização de estudos avançados em Matemática durante a graduação. Essas ações representam oportunidades concretas para os participantes, promovendo o incentivo à continuidade dos estudos e à especialização em áreas estratégicas do conhecimento conforme site da OBMEP [45].

Tais oportunidades devem ser vistas como metas a serem alcançadas por aqueles que participam das olimpíadas, especialmente porque, para muitos alunos das escolas públicas, ingressar em uma universidade é um dos grandes objetivos acadêmicos e profissionais.

3.2 Um pouco sobre a OBMEP

A OBMEP é um projeto de alcance nacional, inicialmente voltado para escolas públicas, e que incluiu as escolas privadas a partir de 2017. A OBMEP, no entanto, mantém premiações distintas para alunos de instituições públicas e privadas, conforme informações disponíveis em seu site.

Criada em 2005, a competição é organizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e financiada pelos Ministérios da Educação (MEC) e da Ciência, Tecnologia e Inovação (MCTI). Em sua primeira edição, a OBMEP alcançou 93,5% dos municípios brasileiros, com a participação de 10,5 milhões de estudantes de 31.031 escolas apenas na primeira fase.

Ao longo dos anos, a OBMEP expandiu-se significativamente, consolidando-se como uma das maiores competições matemáticas do mundo em número de participantes. Em

[4] A sigla IHS refere-se à empresa patrocinadora — IHS Towers uma empresa multinacional de infraestrutura de telecomunicações, fundada em 2001, que atua em vários países, inclusive no Brasil.

2024, por exemplo, o evento alcançou 99,9% dos municípios brasileiros, envolvendo 18,5 milhões de estudantes de 56.513 instituições públicas e privadas.

A competição organiza-se em três níveis para o Ensino Fundamental II e Ensino Médio: o Nível 1 (6º e 7º anos), o Nível 2 (8º e 9º anos) e o Nível 3 (Ensino Médio). Além disso, foi criada a Olimpíada Mirim para o Ensino Fundamental I. Inicialmente surgiu em 2018 como OBMEP Nível A para alunos do 4º e 5º anos. Em 2022, foi ampliada para incluir 2º e 3º anos, consolidando-se no formato atual com o nome OBMEP Mirim.

Ao longo de quase 20 anos, as provas da OBMEP têm sido realizadas anualmente em duas etapas, exceto em 2020 devido à pandemia. O Regulamento da OBMEP [46] destaca os seguintes objetivos:

- Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil;
- Contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica, ampliando o acesso dos alunos brasileiros a materiais didáticos de qualidade;
- Promover a difusão da cultura matemática;
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas;
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores, contribuindo para sua valorização profissional;
- Fortalecer a integração entre escolas, universidades públicas, institutos de pesquisa e sociedades científicas; e
- Promover a inclusão social por meio da disseminação do conhecimento.

Cada escola realiza a inscrição no evento, sendo que as instituições particulares devem pagar uma taxa. A prova da 1ª fase é aplicada na própria escola na data estabelecida pelos organizadores. A primeira fase consiste em uma prova com 20 questões de múltipla escolha, cada uma com 5 alternativas (A, B, C, D e E) em todos os níveis, com 1 ponto atribuído a cada questão. Essa etapa tem como objetivo selecionar os alunos que avançarão para para a 2ª fase, de acordo com o número de inscritos, veja Tabela 3.1, segundo regulamento da OBMEP [46].

A 2ª fase é composta por seis questões discursivas, cada uma valendo 20 pontos, totalizando 120 pontos. São premiados os alunos com as maiores pontuações, considerando o estado de residência. Há questões comuns aos três níveis em ambas as fases, normalmente voltadas ao raciocínio lógico, sendo que o conteúdo específico é mais exigido no Nível 1.

As escolas são classificadas nos grupos A, B, C, D e E de acordo com o número de alunos inscritos na OBMEP. A quantidade de vagas destinadas a alunos na 2ª Fase no nível 1 está apresentada na Tabela 3.1, os valores de vagas para os nível 2 e nível 3 seguem o mesmo padrão.

Tabela 3.1: Número de vagas na 2ª Fase da OBMEP de acordo com o número de inscritos na 1ª Fase.

Grupo	**Quantidade de alunos inscritos na Primeira Fase**	**Quantidade de vagas para a Segunda Fase**
1A	1 aluno	1 vaga
	2 a 40 alunos	2 vagas
1B	41 a 80 alunos	4 vagas
1C	81 a 140 alunos	7 vagas
1D	141 a 240 alunos	12 vagas
1E	241 alunos ou mais	5% do total de alunos inscritos na Primeira Fase

Fonte: Regulamento da OBMEP [46].

Além dos estudantes, a OBMEP também premia professores, escolas e Secretarias Municipais de Educação. Os alunos recebem medalhas de ouro, prata e bronze, além de certificados de menção honrosa, que representam não apenas um reconhecimento simbólico, mas também um estímulo à continuidade dos estudos.

Na Tabela 3.2 apresentamos os números de medalhas e menção honrosa por Escolas Públicas, Escolas Públicas Seletivas, e Escolas Privadas em todo o território nacional.

Segundo Moreira [47, pag. 18], o impacto das premiações da OBMEP vai além do aluno vencedor:

> Meu principal resultado mostra que os prêmios levam a um melhor desempenho por parte do participante e seus colegas de classe. Os efeitos colaterais sobre os colegas de classe são economicamente significativos. O impacto sobre o a média dos colegas de classe é cerca de 1/5 do impacto no participante e tem consequências a longo prazo,pois aumenta em 10% a matrícula dos colegas do vencedor em faculdades seletivas.[5] (Tradução nossa.)

[5]My main result shows that awards lead to higher performance on the part of the participant and

Tabela 3.2: A premiação dos alunos na 20ª OBMEP 2025

Premiação Nacional	**Escolas Públicas**	**Escolas Públicas Seletivas**	**Escolas Privadas**
Medalhas de ouro	500	150	650
Medalhas de prata	1500	450	1950
Medalhas de bronze	4500	1350	5850
Menção honrosa	45000	6000	51000

Fonte: Regulamento da OBMEP [46].

O impacto da premiação com Menção Honrosa contribui para melhorar o desempenho tanto do estudante vencedor quanto de seus colegas de classe, indicando que o clima criado pelas Olimpíadas dentro da sala de aula é benéfico para todos, inclusive para aqueles que não participam diretamente das competições.

Nesse contexto, a proposta deste trabalho — o desenvolvimento de um minicurso sobre área e perímetro para alunos do 6º e 7º anos — busca contribuir para a ampliação das oportunidades de participação e sucesso na OBMEP, além de fomentar o desenvolvimento de competências matemáticas fundamentais.

Oportunidades como essa são relevantes não apenas pelo aspecto motivacional mas também pelo valor pedagógico. Mais do que a busca por premiações, trata-se de dar valor as pequenas conquistas: superar um problema até então considerado impossível ou adquirir e aprimorar habilidades anteriormente não desenvolvidas. Participar desse tipo de atividade demonstra o potencial transformador de experiências desafiadoras e significativas no processo de ensino-aprendizagem.

her classmates. The spillovers on classmates are economically meaningful. The impact on the average classmates is about 1/5 of the impact on the participant and has long-run consequences, as it increases the winner's classmates' enrollment in selective colleges by 10%.

4 Área e Perímetro de Figuras Planas

O conceito de área, no senso comum, é intuitivo, bastando delimitar um espaço para referir-se a ele como *área.* Contudo, no contexto matemático, sua definição demanda maior rigor e formalização. Brasil [4, p. 277] destaca que o aprendizado matemático deve ser entendido como um processo contínuo de construção do saber:

> Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem.

Esse direcionamento reforça a necessidade de desenvolver nos estudantes não apenas a capacidade de resolver exercícios, mas também a compreensão conceitual de área e perímetro, favorecendo a aplicação em diferentes contextos.

No Ensino Fundamental, os conceitos de área e perímetro são introduzidos gradualmente, de forma prática e contextualizada. Inicialmente, os alunos comparam áreas por meio de superposição de figuras segundo Brasil [4, p. 289]. Em etapas posteriores, avançam para o cálculo utilizando malhas quadriculadas, decomposição de figuras geométricas e transformações entre unidades de medida.

As habilidades relacionadas ao tema *Área* e *Perímetro* são desenvolvidas ao longo de todo o Ensino Fundamental I. À medida que os estudantes avançam nos anos escolares, espera-se que sejam capazes não apenas de reconhecer e comparar figuras geométricas, mas também de elaborar problemas envolvendo essa temática, com base em suas próprias conclusões. Conforme apontam as habilidades descritas em Brasil [4, p. 297], espera-se que o aluno seja capaz de:

> (EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade,

> recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.
>
> (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Neste nível, o conhecimento sobre área e perímetro envolve a medida de áreas, incluindo as transformações entre as unidades de medida. Além disso, os alunos devem ser capazes de relacionar as grandezas área e perímetro por meio de figuras geométricas que tenham uma unidade de medida igual, concluindo que a outra não necessariamente será igual.

No Ensino Fundamental I, os alunos são introduzidos a conceitos básicos de mensuração e geometria. Ao ingressarem no Ensino Fundamental II, especialmente no 6º ano, espera-se que aprofundem e ampliem esses conhecimentos, desenvolvendo habilidades mais complexas relacionadas a essas áreas. Nesse sentido Brasil [4, p. 303] propõe, para o 6º ano, habilidades como:

> (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
>
> (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

Os conceitos abordados no 6º ano visa reforçar as habilidades já abordadas nas series anteriores. Asim nesta etapa o ensino de área já contempla o entendimento de figuras geométricas específicas, como triângulos e retângulos, e a capacidade de analisar as mudanças no perímetro e na área com a alteração das medidas dos lados. Essa habilidade desenvolve a compreensão dos alunos sobre a relação entre as grandezas e destaca a distinção entre as propriedades de perímetro e área.

No entanto, nessa etapa escolar, não há menção aos cálculos por meio de fórmulas, uma vez que a álgebra é introduzida formalmente apenas no 7º ano. Dessa forma, os estudantes realizam os cálculos utilizando a comparação entre figuras, a composição e decomposição de formas geométricas e o uso de malhas quadriculadas, que auxiliam a compreensão intuitiva e gradual do conceito.

Embora este trabalho não se dedique à análise aprofundada do tema área e perímetro em todo o Ensino Fundamental, observou-se que, no 8º e 9º anos, esse conceito é ampliado, incluindo o estudo do círculo. Nesse percurso, destaca-se o 7º ano como etapa fundamental para a consolidação dos conceitos, conforme indica Brasil [4, p. 309]:

> (EF07MA31) – Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
>
> (EF07MA32) – Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas .

A formulação de expressões gerais para o cálculo da área de triângulos envolve a utilização da base e da altura, abrangendo inclusive o caso particular do triângulo equilátero. No que se refere aos quadriláteros, destacam-se os principais paralelogramos (quadrados, retângulos e losangos), bem como os trapézios.

No caso da habilidade (EF07MA32), a abordagem é ampliada para figuras planas que podem ser decompostas em quadrados, retângulos e/ou triângulos. Essa perspectiva sugere, intuitivamente, que inúmeros polígonos, incluindo os regulares com mais de três lados, podem ser decompostas em triângulos. Deste modo, ao final do 7ºano, espera-se que o estudante seja capaz de calcular a área de qualquer polígono, seja utilizando uma expressão algébrica, seja decompondo a figura em partes menores, cujas áreas possam ser determinadas com facilidade através das figuras já conhecidas.

Contudo, é importante ressaltar que esse conhecimento não esgota o estudo do tema, especialmente no que diz respeito às competições matemáticas, que frequentemente abordam propriedades mais específicas e aprofundadas, muitas vezes não contempladas pela BNCC. Nesse sentido, este trabalho busca contribuir para a ampliação das competências matemáticas dos estudantes, fornecendo suporte adicional para desafios que extrapolam o currículo convencional

4.1 Área e Perímetro: Conceito

Para conceituar os temas abordados, utilizamos como fonte inicial o dicionário, por ser uma referência acessível para definições, significados e informações sobre palavras em um idioma. Nesse sentido, o Dicionário Online [48] apresenta as seguintes definições para Área e Perímetro:

> [*Área*] Valor da medida de uma superfície (geométrica ou não): área do terreno; área do triângulo.
>
> [*Área*] Extensão que, num plano ou superfície curva, é limitada por uma linha fechada; a medida dessa extensão.
>
> [*Perímetro*] Linha de contorno de uma figura geométrica; soma dos lados de um polígono ou figura.

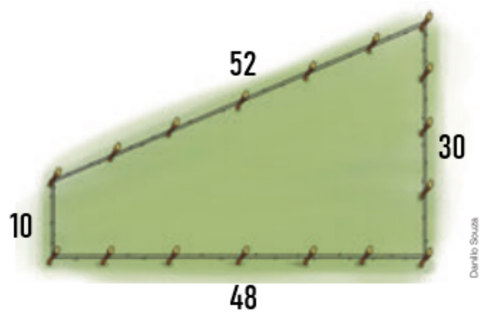
Embora o dicionário forneça um ponto de partida, é fundamental concentrar-se nas definições matemáticas de área e perímetro, que estabelecem a base conceitual para a compreensão e aplicação desses elementos no ensino.

Ao buscarmos fontes comumente utilizadas nas escolas por estudantes e professores, destacamos os livros didáticos, que passam por processos de seleção realizados por especialistas e são amplamente adotados no cotidiano escolar. Espera-se que esses materiais apresentem definições claras e didáticas dos conceitos. Ao Analisamos dois títulos do ensino fundamental: Praticando Matemática de Andrini e Vasconcelos, [49] e A Conquista da Matemática de Giovanni Júnior e Castrucci, [50], com o objetivo de entender como o tema é tratado e apresentado aos alunos.

Segundo Andrini e Vasconcelos [49, p. 166], o perímetro é definido como a medida do contorno de uma figura geométrica plana, obtida pela soma de seus lados. Já a área corresponde à medida de uma superfície, sendo necessário recorrer a unidades de medida de superfície (e não lineares) para sua determinação. O autor ilustra a aplicação prática desses conceitos por meio de problemas contextualizados, como o exemplo a seguir:

> O senhor Lima possui um terreno em forma de trapézio. Ele pretende cercar esse terreno com arame. Para isso, faremos um desenho representando o terreno, marcando as medidas necessárias como ele marcou:

Figura 4.1: Ilustração de terreno no livro Praticando Matemática



Fonte: Livro Praticando Matemática [49]

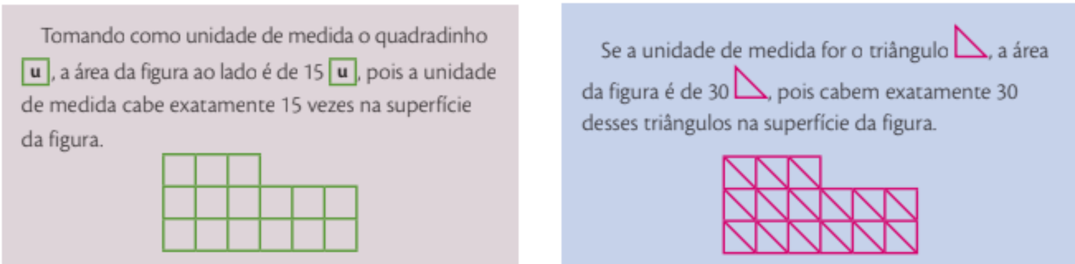
$10 + 48 + 30 + 52 = 140$

> A soma das medidas dos lados do terreno é 140 m. Para contornar o seu terreno, o senhor Lima precisa de 140 m de arame.

A definição de área é apresentada de forma prática, conforme apontam Andrini e Vasconcelos [49, p. 250]:

> Quando se coloca carpete no piso de uma sala, forra-se a superfície desse piso. À sua volta, você pode observar várias superfícies: no tampo de uma mesa, na folha do caderno, no vidro da janela, nas paredes. Uma superfície pode ser medida. Sabendo a área da sala, por exemplo, podemos comprar a quantidade correta de carpete, evitando a falta ou o desperdício de material.

Figura 4.2: Malha quadriculada do livro Praticando Matemática

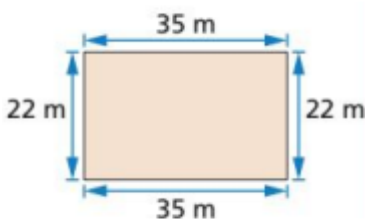


Fonte: Livro Praticando Matemática [49]

De forma semelhante, Giovanni Júnior e Castrucci [50, p. 242] introduzem os conceitos de área e perímetro por meio de um exemplo contextualizado, acompanhado de uma imagem ilustrativa, para, ao final, conceituar o perímetro:

> Seu Olavo trabalha para uma empresa que está loteando uma área. A cada venda de um lote, ele cerca o contorno do terreno com um fio de arame.

Figura 4.3: Representação do lote conforme o livro A Conquista da Matemática



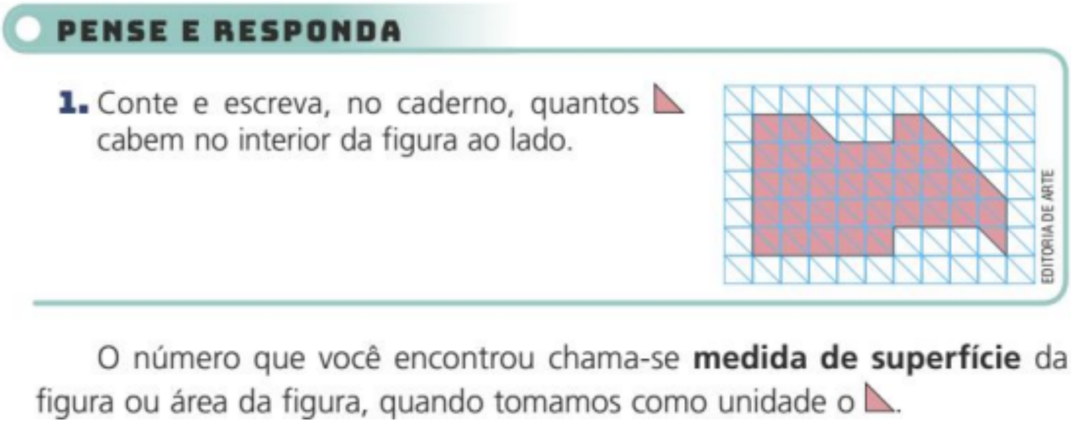
Fonte: Livro A Conquista da Matemática [50]

> 1. A próxima tarefa de seu Olavo é cercar um terreno de 35 m de frente por 22 m de fundo (lateral). Como você faria para calcular a metragem de fio que seu Olavo vai precisar para cercar todo o terreno? De quantos metros de fio precisará?

> Quando obtemos a soma das medidas dos lados de um polígono, estamos encontrando o seu perímetro.

Para definir o conceito de área, Giovanni Júnior [50, p. 244] primeiramente apresentam a definição de unidade de área, conforme ilustrado na Figura 4.4:

Figura 4.4: Definição de área apresentada no livro A Conquista da Matemática


PENSE E RESPONDA

1. Conte e escreva, no caderno, quantos cabem no interior da figura ao lado.

EDITORIA DE ARTE

O número que você encontrou chama-se **medida de superfície** da figura ou área da figura, quando tomamos como unidade o .

Fonte: Livro A Conquista da Matemática [50]

Nos dois livros, a definição de área é explorada inicialmente com o uso de malhas quadriculadas para estabelecer a unidade de medida. O cálculo da área é apresentado pela contagem das unidades em figuras maiores representadas na malha. Já o conceito de perímetro segue a mesma abordagem prática, utilizando exemplos contextualizado seguidos pela definição teórica.

De forma complementar, na Apostila do PIC *Encontros de Geometria*, especificamente no Encontro 7, encontra-se uma definição mais formal relacionada ao conceito de área. Conforme Cadar e Dutenhefner [51, p. 83]:

> Dada uma figura no plano, vamos definir a área desta figura como o resultado da comparação da figura dada com uma certa unidade de medida. No caso do conceito de área de figuras planas, a unidade de medida utilizada é um quadrado de lado 1 (uma unidade de comprimento). Assim, um quadrado de lado 1 tem, por definição, uma unidade de área.

Já a definição de perímetro também vem de encontro as apresentadas nos livros didáticos. Segundo Cadar e Dutenhefner [51, p. 42]:

> O perímetro de um triângulo é a soma dos comprimentos de seus três lados. O perímetro de um quadrilátero é a soma dos comprimentos de seus quatro lados. De modo geral, se temos uma figura com n lados, o perímetro dessa figura é a soma dos comprimentos de seus n lados, ou seja, é o comprimento do contorno da figura.

Em síntese, nota-se que os livros didáticos analisados introduzem os conceitos de área e perímetro de forma prática e contextualizada, utilizando situações do cotidiano e o apoio de malhas quadriculadas para favorecer a compreensão concreta dos estudantes. Essa abordagem busca aproximar o conteúdo da realidade dos alunos, tornando o aprendizado mais acessível e significativo. Por outro lado, a Apostila do PIC Encontros de Geometria apresenta definições mais formais e precisas, voltadas para a sistematização do conhecimento e o desenvolvimento do pensamento geométrico em níveis mais avançados. Assim, enquanto os livros didáticos priorizam a construção intuitiva e exploratória dos conceitos, o material do PIC amplia essa compreensão, oferecendo fundamentos teóricos que consolidam a aprendizagem e permitem uma argumentação matemática mais rigorosa.

4.2 Polígonos

Nesta seção, apresentam-se algumas propriedades e definições referentes aos polígonos que, embora não constituam o foco central deste trabalho e não sejam abordadas diretamente nas atividades do minicurso, são fundamentais para a compreensão das nomenclaturas e dos elementos que compõem essas figuras geométricas. Utilizamos como referencia Giovanni et al. [52] e Andrini e Vasconcelos [49].

Definição 4.1 (Linha Poligonal): Uma *linha poligonal* é formada pela reunião de segmentos de reta consecutivos e não colineares.

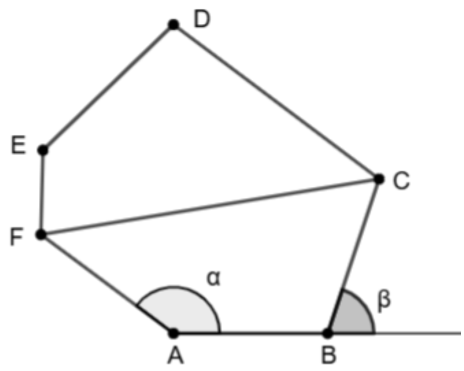
Definição 4.2 (Polígono): É uma figura geométrica plana formada por uma linha poligonal fechada. Conforme a Figura 4.5.

Elementos de um polígono

- **Lados:** são os segmentos que formam o polígono da Figura 4.5. Por exemplo: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{FA}$.

- **Vértice:** é o ponto comum de dois lados adjacentes. Por exemplo: o ponto A liga os dados $\overline{FA}$ e $\overline{AB}$.

Figura 4.5: Polígono de 6 lados e seus elementos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

- **Diagonais:** são todos os segmentos com extremos em dois vértices não consecutivos. Por exemplo: $\overline{FC}$ é uma diagonal.
- **Ângulos internos:** são os ângulos formados por dois lados consecutivos. Por exemplo α é a medida de um ângulo interno do polígono da Figura 4.5.
- **Ângulos externos:** são os lados formados por um lado e o prolongamento de outro lado adjacente a ele. Por exemplo β é a medida do ângulo externo do polígono da Figura 4.5.

Os polígonos são nomeados de acordo com o número de lados que possui.Veja a Tabela 4.1:

Tabela 4.1: Classificação dos polígonos quanto aos lados.

Nome do polígono	**Número de lados**
Triângulo	3
Quadrilátero	4
Pentágono	5
Hexágono	6
Heptágono	7
Octógono	8
Eneágono	9
decágono	10
Undecágono	11
Dodecágono	12
Pentadecágono	15
Icoságono	20

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Tabela 4.1 não abrange todas as possibilidades, mas contempla as mais recorrentes, incluindo o polígono de 3 lados, o triângulo, e o polígono de 4 lados, o quadrilátero. Faremos um estudo mais aprofundado das definições e propriedades destes polígonos mais notáveis além de definir também outros conceitos importantes.

Propriedades dos polígonos

Para um polígono qualquer de n lados, são validas as seguintes propriedades que admitiremos como verdadeira sem apresentarmos uma demonstração. O leitor pode encontrá-las em [52].

- A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono de n lados é:

$$S_i = (n - 2) \cdot 180 \tag{4.1}$$

- A soma dos ângulos externos de um polígono qualquer é:

$$S_e = 360^o \tag{4.2}$$

- O número de diagonais de um polígono de n lados é:

$$D = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \tag{4.3}$$

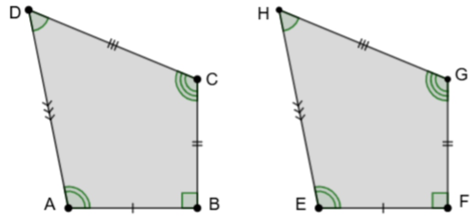
4.3 Área das figuras planas e suas propriedades

Com o propósito de promover uma organização mais sistemática das definições de área das figuras planas, optamos por utilizar uma notação formal, adequada ao rigor matemático necessário. Ademais, serão apresentados alguns axiomas tomados como verdades fundamentais, tendo como referencial teórico Muniz Neto [53]. Essa fundamentação teórica constitui a base que sustenta o desenvolvimento deste trabalho, bem como o minicurso, o qual se apoia nesses conceitos para o estudo das propriedades e demonstrações das áreas dos quadriláteros e triângulos. Em seguida, apresentamos os três axiomas que fundamentam o estudo das áreas das figuras planas.

Definição 4.3 (Figuras congruentes): Dois objetos geométricos são congruentes quando possuem a mesma forma e o mesmo tamanho, ou seja, podem ser sobrepostos perfeitamente sem necessidade de redimensionamento.

Axioma 4.4: Figuras congruentes possuem a mesma área. Veja Figura 4.6.

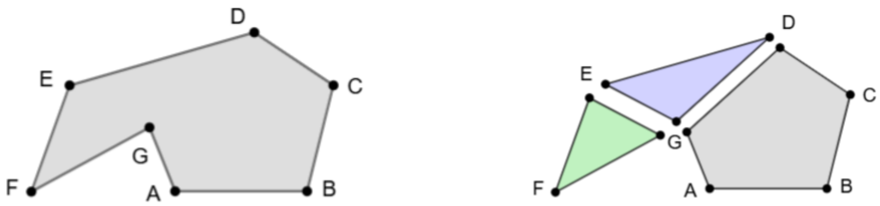
Figura 4.6: Duas figuras congruentes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Axioma 4.5: Se uma figura maior está dividida em duas ou mais figuras menores disjuntas, então a soma das áreas dessas figuras menores é igual à área da figura maior. Veja Figura 4.7.

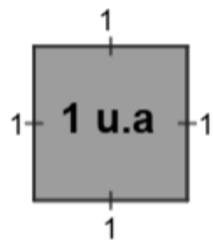
Figura 4.7: A área do heptágono $ABCDEFG$ é igual a soma das áreas do pentágono $ABCDG$ e dos triângulos DEG e EFG



Fonte: Elaborada pelo autor.

Axioma 4.6: A área de um quadrado de lado 1 é igual a 1 unidade de área (u.a). Veja Figura 4.8.

Figura 4.8: Quadrado de lado 1 possui uma unidade de área **(1 u.a)**.



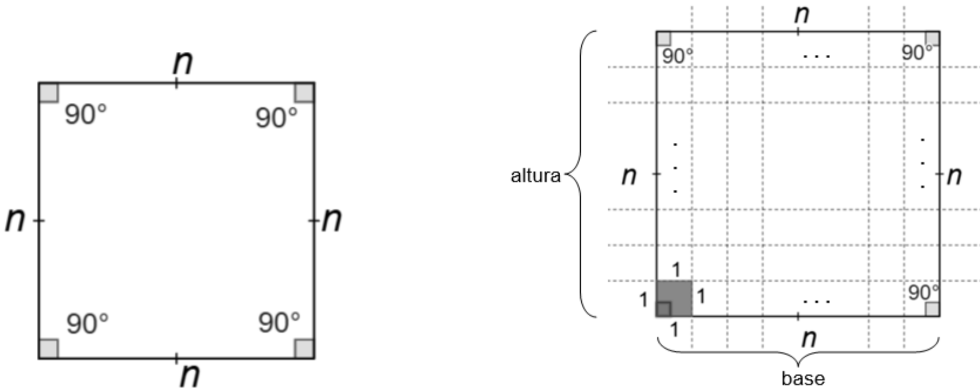
Fonte: Elaborada pelo autor.

Definição 4.7 (Quadrado): É um quadrilátero com quatro lados de mesma medida e quatro ângulos internos retos (90º).

Proposição 4.8: A área de um quadrado de lado n, com $n \in \mathbb{N}^*$, é igual ao produto de seus lados, ou seja: $A_Q = n^2$

Demonstração. Ao tomarmos um quadrado de lado n, em que n é um número inteiro positivo, e o dividirmos em pequenos quadradinhos de lado 1, sabemos, pelo axioma 4.6, que a área de cada quadradinho é igual a 1 unidade de área (1 u.a). Além disso, conforme o axioma 4.5, a área do quadrado de lado n é a soma de todas as áreas dos quadradinhos de lado 1.

Figura 4.9: Quadrados de lado n antes e após a divisão do mesmo em quadrados menores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Dessa forma, para calcular o total de quadradinhos presentes no quadrado maior, utilizamos a seguinte estratégia: dado que há n quadradinhos na base e n quadradinhos na altura, conforme observamos na Figura 4.9, obtemos um total de n^2 quadradinhos de área 1 u.a. Assim, podemos definir a área do quadrado como o produto de seus lados.

$$A_Q = n \cdot n = n^2 \tag{4.4}$$

□

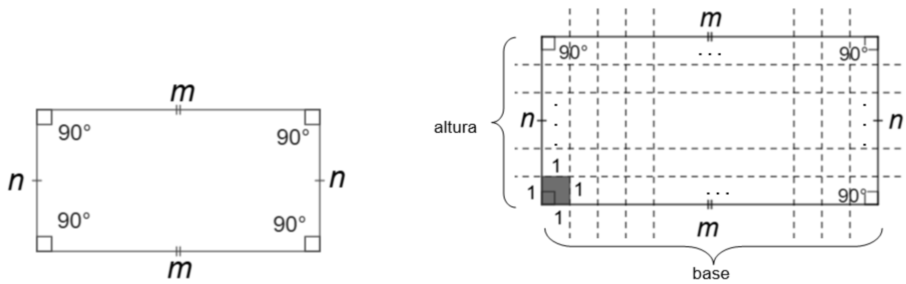
É importante mencionar que essa construção considera n como um número inteiro, pois parte da contagem de unidades de área. No entanto, a expressão 4.4 permanece válida para qualquer valor real positivo de n, nesse caso, sua demonstração não pode ser realizada por meio da contagem de quadradinhos.

Definição 4.9 (Retângulo): Um retângulo é um quadrilátero com quatro ângulos retos (90°).

Proposição 4.10: Seja um retângulo de base m e altura n, com $m, n \in \mathbb{N}^*$. Então, a área desse retângulo é igual ao produto da base pela altura: $A_R = m \cdot n$.

Demonstração. Dado um retângulo cujos lados são números inteiros, por exemplo, com base m e altura n, podemos determinar sua área aplicando os axiomas 4.5 e 4.6 apresentados anteriormente. De maneira semelhante ao que foi feito para o quadrado, consideremos que o retângulo pode ser dividido em pequenos quadrados de lado 1. Pelo axioma 4.6, sabemos que cada um desses quadrados tem área igual a 1 unidade de área (1 u.a). Pelo axioma 4.5, a área do retângulo será a soma das áreas de todos os pequenos quadrados que o compõem.

Figura 4.10: Retângulos de dimensões m x n antes e após a divisão do mesmo em quadrados menores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Sabemos que há m quadradinhos dispostos ao longo da base do retângulo e n quadradinhos ao longo de sua altura (veja a Figura 4.10). Assim, o número total de quadradinhos no interior do retângulo é dado pelo produto m x n, o que nos leva à fórmula da área total do retângulo:

$$A_R = m \cdot n \tag{4.5}$$

□

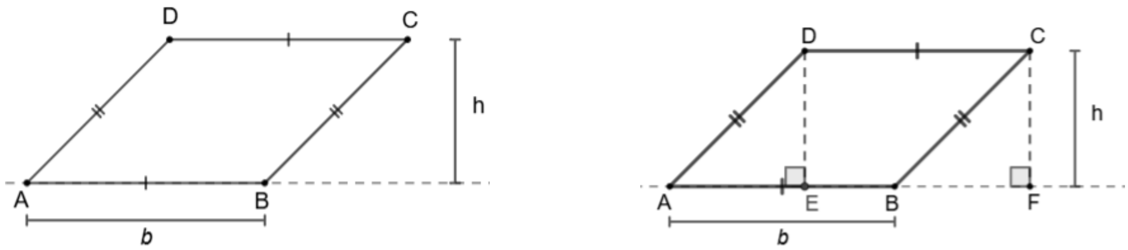
Essa argumentação considera que m e n são números inteiros, ou seja, que o retângulo foi dividido exatamente em quadradinhos inteiros. Nos casos em que m e n são números não inteiros, a fórmula da área 4.5 ainda é válida, mas não pode ser demonstrada por meio da contagem de quadradinhos, é necessário utilizar outros conceitos da geometria ou da análise para justificá-la.

Definição 4.11 (Paralelogramo): É um quadrilátero cujos lados opostos são paralelos.

Proposição 4.12: A área de um paralelogramo é igual ao produto da medida de sua base pela medida de sua altura. Isto é, se b é a base e h é a altura correspondente, então a área do paralelogramo é dada por: $A_P = b \cdot h$.

Demonstração. Seja $ABCD$ um paralelogramo com diagonais AC e BD (conforme a Figura 4.11). Sejam E e F os pés das perpendiculares baixadas dos vértices D e C até a reta $\overleftrightarrow{AB}$. Suponhamos, sem perda de generalidade, que $E \in AB$. Dessa forma, os triângulos retângulos 4.20 ADE e BCF são congruentes pelo caso (CH)[1] cateto hipotenusa[2], o que implica que $AE = BF$. Pelo axioma 4.4, sabemos que as áreas desses dois triângulos também são iguais.

Figura 4.11: Paralelogramo de base b e altura h antes e após baixar as alturas relativas a base formando triângulos congruentes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para simplificar nossa notação, definimos a área do paralelogramo como $A(ABCD)$ e usamos a mesma notação para as demais partes da figura. Assim, temos:

$$\begin{aligned} A(ABCD) &= A(ADE) + A(BEDC) \\ &= A(BCF) + A(BEDC) \\ &= A(CDEF) \end{aligned}$$

Como $CDEF$ é um retângulo de altura h e sua base é:

$$EF = EB + BF = EB + AE = AB = b$$

Sabemos que a área do retângulo dada pela equação 4.5 nos garante que:

$$A(ABCD) = A(CDEF) = bh$$

Portanto, concluímos que a área de um paralelogramo pode ser calculada pelo

[1] Se, em dois triângulos retângulos, um cateto e a hipotenusa de um triângulo forem, respectivamente, congruentes a um cateto e à hipotenusa do outro triângulo, então os dois triângulos são congruentes.

[2] Em um triângulo retângulo, o lado oposto ao ângulo reto é chamado de *hipotenusa*, e os outros dois lados, que formam o ângulo reto, são chamados de *catetos*.

produto de sua base pela sua altura:

$$A_P = b \cdot h \tag{4.6}$$

□

Definição 4.13 (Triângulo): É um polígono formado por três lados.

Para determinar a área do triângulo, utilizamos uma construção geométrica apropriada.

Proposição 4.14: A área de qualquer triângulo é igual ao produto da medida de sua base pela medida de sua altura, dividido por dois. Isto é, se b é a base e h é a altura correspondente, então a área do triângulo é dada por:

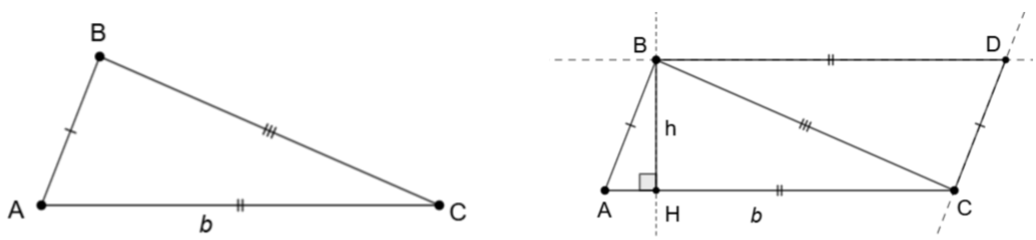
$$A_T = \frac{bh}{2}$$

.

Demonstração. Seja ABC um triângulo qualquer, onde b representa a medida do lado AC. Seja H o pé da perpendicular baixada de B sobre AC, de modo que $AH = h$ seja a altura do triângulo em relação à base AC.

Sem perda de generalidade, traçamos por C uma reta paralela ao lado AB e, por B, uma reta paralela ao lado AC, de modo que a interseção dessas duas retas defina o ponto D. Assim, por construção, obtemos o paralelogramo $ACDB$, cuja altura é h, a mesma do triângulo ABC.

Figura 4.12: Triângulo qualquer ABC antes e após traçar paralelas para obter um paralelogramo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Sabemos da equação 4.6 que a área do paralelogramo é dada por:

$$A(ACDB) = b \cdot h.$$

Por outro lado, os triângulos ABC e BCD são congruentes pelo critério LLL (Lado-Lado-Lado). Assim, pelo axioma 4.4, suas áreas são iguais, ou seja:

$$A(ABC) = A(BCD) = A_T.$$

Pelo axioma 4.5, a área do paralelogramo é a soma das áreas dos dois triângulos congruentes:

$$A(ACDB) = A(ABC) + A(BCD).$$

Substituindo as expressões conhecidas:

$$bh = A_T + A_T.$$

Ou seja,

$$bh = 2A_T.$$

Dividindo ambos os lados por 2, obtemos:

$$A_T = \frac{bh}{2}.$$

Portanto, concluímos que a área do triângulo ABC é igual ao produto de sua base pela altura, dividido por dois:

$$A_T = \frac{bh}{2}. \tag{4.7}$$

$\square$

Definição 4.15 (Trapézio): Trapézio é um quadrilátero com um par de lados paralelos.

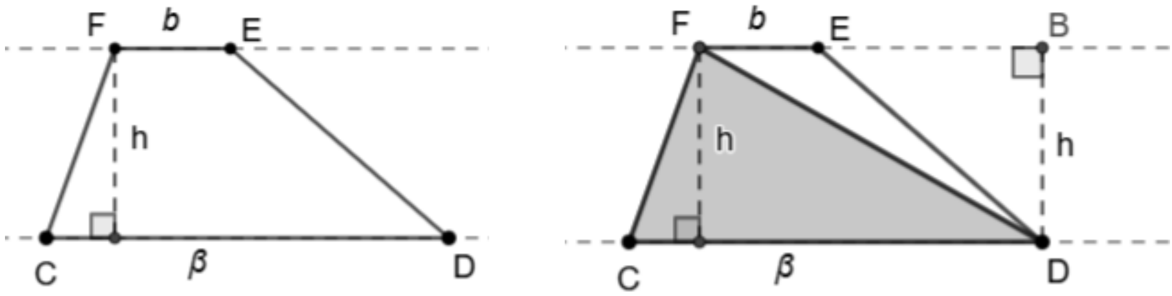
Proposição 4.16: A área de qualquer trapézio é igual ao produto da sua altura pela soma das medidas das bases, dividido por dois. Isto é, se as bases medem β e b, e h é a altura, então a área do trapézio é dada por:

$$A_{TZ} = \frac{(\beta + b)h}{2}$$

Demonstração. Seja $CDEF$ um trapézio, onde os lados $CD = \beta$ e $EF = b$ são suas bases. A altura do trapézio, representada por h, é a medida do segmento perpendicular às bases.

Ao traçarmos a diagonal FD, (conforme Figura 4.13) o trapézio é dividido em dois triângulos: FCD e DEF.

Figura 4.13: Trapézio $CDEF$ antes e após traçar uma das diagonais para obter 2 triângulos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Sabemos, pela equação 4.7 da área do triângulo, que:

$$A(FCD) = \frac{\beta h}{2}, \quad A(DEF) = \frac{bh}{2}.$$

Pelo Axioma 4.5, a área total do trapézio é dada pela soma das áreas desses dois triângulos:

$$A(CDEF) = A(FCD) + A(DEF).$$

Substituindo os valores conhecidos:

$$A(CDEF) = \frac{\beta h}{2} + \frac{bh}{2}.$$

Colocando $\frac{h}{2}$ em evidência obtemos:

$$A(CDEF) = \frac{h}{2}(\beta + b)$$

Portanto, concluímos que a área de um trapézio qualquer é dada por:

$$A_{TZ} = \frac{(\beta + b)h}{2}. \tag{4.8}$$

□

Definição 4.17 (Losango): O losango é um quadrilátero com os quatro lados de mesmo comprimento.

Além disso, seus lados opostos são paralelos e os ângulos opostos possuem a mesma medida. As diagonais de um losango são perpendiculares e se intersectam em seu ponto médio comum.

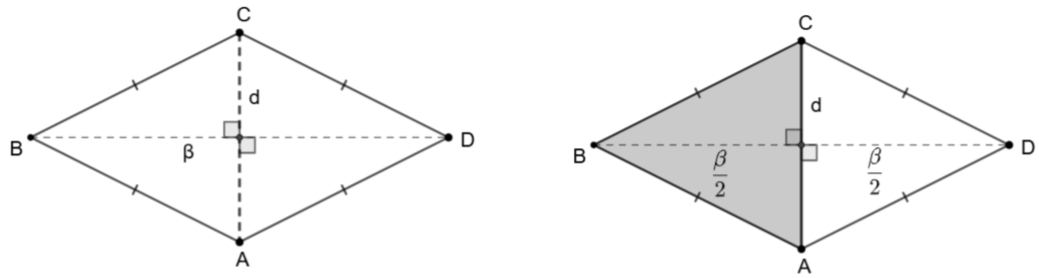
Proposição 4.18: A área de qualquer losango é igual ao produto das medidas de suas diagonais dividido por dois. Isto é, se d e β são as medidas das diagonais, então a área do losango é dada por:

$$A_L = \frac{d \cdot \beta}{2}$$

Demonstração. Considere um losango $ABCD$. Sem perda de generalidade, seja $BD = \beta$ e $AC = d$, onde BD representa a diagonal maior e AC a diagonal menor.

Podemos decompor esse losango em dois triângulos: ABC e ADC.

Figura 4.14: Losango $ABCD$ antes e após a decomposição deste em dois triângulos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Note que a base de ambos os triângulos é a diagonal menor d, e a altura de cada triângulo é metade da diagonal maior, ou seja, $\beta/2$. Assim, pela equação 4.7 da área do triângulo, temos:

$$A(ABC) = \frac{d \cdot (\beta/2)}{2}, \quad A(ADC) = \frac{d \cdot (\beta/2)}{2}.$$

Pelo axioma 4.5, a área total do losango é a soma das áreas dos dois triângulos:

$$A(ABCD) = A(ABC) + A(ADC).$$

Substituindo os valores conhecidos:

$$A(ABCD) = \frac{d \cdot (\beta/2)}{2} + \frac{d \cdot (\beta/2)}{2}.$$

Somando os termos, obtemos:

$$A(ABCD) = \frac{d \cdot \beta}{2}.$$

Portanto, concluímos que a área do losango é dada por:

$$A_L = \frac{d \cdot \beta}{2}. \tag{4.9}$$

□

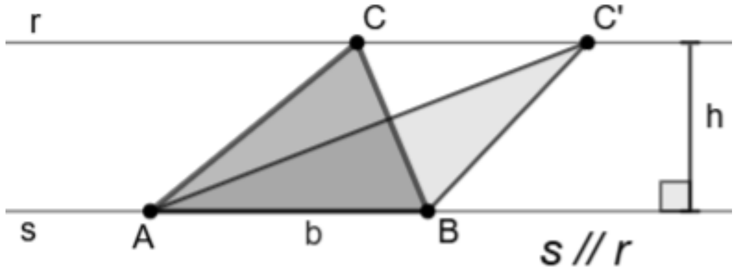
4.3.1 Área de triângulos

Após a apresentação da área de um triângulo qualquer, obtida a partir de sua base e altura, passamos agora à análise das áreas de triângulos considerando outros elementos, como apenas os lados, ou a relação entre lados e ângulos, a depender do tipo de triângulo. Nessa abordagem, destacaremos suas propriedades e particularidades.

Proposição 4.19: Triângulos que possuem a mesma base e a mesma altura apresentam áreas equivalentes.

Demonstração. Sejam duas retas paralelas, denominadas r e s. Consideremos dois pontos A e B pertencentes a r e um ponto C pertencente a s. Definimos $AB = b$ como a base do triângulo ABC e h como a distância entre as retas, ou seja, a altura do triângulo em relação à base AB.

Figura 4.15: Dois triângulos com a mesma base e a mesma altura.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Sabemos que a área de um triângulo ABC é dada por:

$$A(ABC) = \frac{bh}{2}.$$

Agora, tomemos um ponto $C' \neq C$ qualquer sobre a reta s. O triângulo ABC' é distinto de ABC, mas possui a mesma base AB e a mesma altura h, pois a distância entre as retas paralelas permanece inalterada.

Como a área apresentada na equação 4.7 de um triângulo depende apenas da base e da altura, segue que:

$$A(ABC) = A(ABC').$$

Portanto, demonstramos que dois triângulos que compartilham a mesma base e mesma altura possuem áreas iguais. □

Área do triângulo retângulo

Definição 4.20 (Triângulo Retângulo): Um triângulo é retângulo se possuir um ângulo interno reto, isto é, um ângulo interno de medida igual a 90º.

Proposição 4.21: A área de um triângulo retângulo é igual à metade do produto das medidas de seus catetos. Isto é, se os catetos são b e c, então :

$$A_{\text{T.retângulo}} = \frac{b \cdot c}{2}.$$

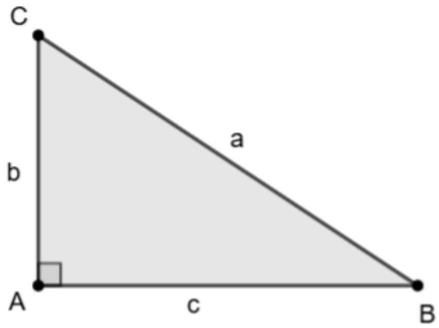
Demonstração. Seja ABC um triângulo retângulo com ângulo reto em A. Denotamos os lados $BA = c$ e $AC = b$ como os catetos, e o lado oposto ao ângulo reto, $BC = a$, como a hipotenusa.

Sabemos que a área de um triângulo é dada pela equação 4.7. No caso do triângulo retângulo, os catetos formam a base e a altura, pois são perpendiculares. Assim, temos:

$$A_{\text{T.retângulo}} = \frac{\text{cateto} \times \text{cateto}}{2}.$$

Portanto, substituindo as medidas dos catetos , mostramos que a área de um triângulo retângulo é dada por:

Figura 4.16: Triângulo Retângulo



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$A_{\text{T.retângulo}} = \frac{b \cdot c}{2}. \tag{4.10}$$

□

Área do triângulo Equilátero

Definição 4.22 (Triângulo Equilátero): Um triângulo é equilátero se os seus três lados tiverem o mesmo comprimento. De modo equivalente, um triângulo é equilátero se os seus três ângulos internos tiverem a mesma medida..

Antes de iniciar a demonstração da área de um triângulo equilátero, citaremos e assumiremos como verdadeiro o teorema de Pitágoras, sem a necessidade de apresentarmos sua demonstração. O leitor interessado poderá encontrá-la em [53].

Teorema 4.23: Teorema de Pitágoras: Se um triângulo retângulo possui hipotenusa de medida a e catetos de medidas b e c, então $a^2 = b^2 + c^2$. Em palavras, o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos catetos.

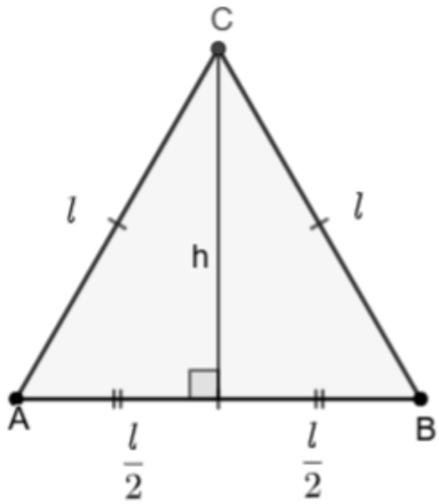
Proposição 4.24: Dado um triângulo equilátero de lado l, temos que sua área é:

$$A_{\text{T. equilátero}} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}.$$

Demonstração. Considere um triângulo equilátero ABC com lado de comprimento l. Vamos encontrar uma fórmula para calcular sua área em função de l.

Seja H o pé da perpendicular traçada de C sobre a base AB, de forma que $CH = h$. Assim, formam-se dois triângulos retângulos congruentes, CHA e CHB,

Figura 4.17: Triângulo equilátero



Fonte: Elaborada pelo autor.

pois compartilham o cateto CH e possuem hipotenusas iguais ($AC = BC = l$). Dado que o triângulo é equilátero, temos:

$$AH = BH = \frac{l}{2}.$$

Aplicando o teorema de Pitágoras 4.23 ao triângulo CHA, obtemos:

$$AC^2 = CH^2 + AH^2.$$

Substituindo os valores conhecidos:

$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2.$$

Isolando h^2:

$$h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{4l^2 - l^2}{4} = \frac{3l^2}{4}.$$

Portanto, a altura h é:

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}.$$

Agora utilizando a equação 4.7 da área de um triângulo, e substituindo a base $AB = l$ e a altura $CH = \frac{l\sqrt{3}}{2}$ obtemos:

$$A_{\text{T. equilátero}} = \frac{l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}.$$

Assim, a área de um triângulo equilátero em função do seu lado l é dada por:

$$A_{\text{T. equilátero}} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}. \tag{4.11}$$

□

A área de um triângulo qualquer pode ser determinada quando são conhecidos dois de seus lados e o seno do ângulo formado entre eles.

Definição 4.25 (Razão trigonométrica seno): Dado um triângulo retângulo cujo dois ângulos são agudos, tomaremos qualquer um deles por α e denotaremos por seno de α a razão entre o cateto oposto a este ângulo α e a hipotenusa :

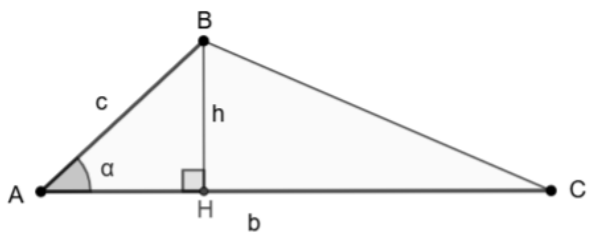
$$sen(\alpha) = \frac{\text{Medida do cateto oposto ao ângulo } (\alpha)}{\text{Medida da hipotenusa}}$$

Proposição 4.26: A área de um triângulo ABC, conhecendo dois lados b e c e o ângulo α entre eles, é dada por:

$$A_\alpha = \frac{1}{2} bc \operatorname{sen}(\alpha).$$

Demonstração. Considere ABC um triângulo qualquer. Denotando $AB = c$, $AC = b$ e o ângulo $\angle BAC = \alpha$. Seja H o pé da perpendicular baixada de B sobre o lado AC, tal que $BH = h$.

Figura 4.18: Triângulo ABC qualquer conhecido dois lados e o ângulo entre eles.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Pela área do triângulo 4.7 temos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}.$$

Utilizando a razão trigonométrica do seno 4.25 no triângulo retângulo BHA, temos:

$$\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{h}{c} \quad \Rightarrow \quad h = c \operatorname{sen}(\alpha).$$

Substituindo $h = c \operatorname{sen}(\alpha)$ na equação da área, obtemos:

$$A_\alpha = \frac{b \cdot (c \operatorname{sen}(\alpha))}{2}.$$

Assim, a área do triângulo em função dos lados b, c e do ângulo α é dada por:

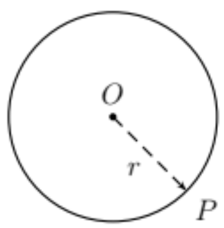
$$A_\alpha = \frac{1}{2} bc \operatorname{sen}(\alpha). \tag{4.12}$$

□

Área de um triângulo circunscrito a um circulo de raio r e conhecido seu semiperímetro.

Definição 4.27 (Círculo): Dados um ponto O e um número real $r > 0$ (que deve ser pensado como o comprimento de um segmento), o círculo de centro O e raio r é o conjunto dos pontos P do plano que estão à distância r de O, i.e., tais que $\overline{OP} = r$:

Figura 4.19: Circulo de centro O e raio r



Fonte: Muniz Neto [53]

Definição 4.28 (Círculo Inscrito): Todo triângulo admite um único círculo contido no mesmo e tangente[3] a seus lados. Tal círculo é dito **inscrito** no triângulo e seu centro é o incentro do mesmo.

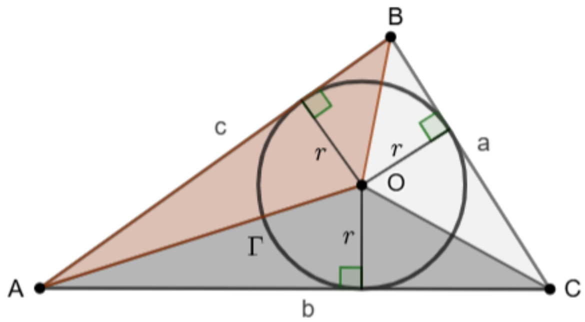
Proposição 4.29: Seja ABC um triângulo com lados a, b e c e semiperímetro $p = \frac{a+b+c}{2}$.

[3]Propriedade da Tangente ao Círculo: Seja um círculo de centro O e uma reta tangente que toca o círculo em um ponto P . O raio OP que liga o centro do círculo ao ponto de tangência será perpendicular à reta tangente

Se Γ é o círculo inscrito no triângulo, de raio r, então a área do triângulo é dada por: $A_{TC} = p \cdot r$.

Demonstração. Considere o círculo Γ de centro O e raio r, inscrito no triângulo ABC. Denotando $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ e $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ como o semiperímetro do triângulo ABC, temos que os lados do triângulo ABC são tangentes ao círculo Γ.

Figura 4.20: Triângulo ABC circunscrito a um círculo Γ de centro O e raio r.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O raio r é a altura dos triângulos OBC, OAC e OAB. Assim, pelo axioma 4.5 a área do triângulo ABC pode ser expressa como a soma das áreas desses três triângulos:

$$A(ABC) = A(OBC) + A(OAC) + A(OAB).$$

Utilizando a equação da área do triângulo, temos:

$$A(ABC) = \frac{r \cdot a}{2} + \frac{r \cdot b}{2} + \frac{r \cdot c}{2}.$$

Fatorando r e somando os termos:

$$A(ABC) = \frac{r(a+b+c)}{2}.$$

Como o semiperímetro de um triângulo é dado por

$$p = \frac{a+b+c}{2} \tag{4.13}$$

temos que a área do triângulo ABC pode ser expressa como:

$$A(ABC) = r \cdot p.$$

Portanto, a área de um triângulo circunscrito a um círculo de raio r é dada pelo produto do seu semiperímetro p pelo raio r:

$$A_{TC} = p \cdot r. \tag{4.14}$$

□

Área de um triângulo inscrito em um circulo de raio R conhecido seus lados.

Definição 4.30 (Circulo circunscrito ao Triângulo): Todo triângulo admite um único círculo passando por seus vértices. Tal círculo é dito **circunscrito** ao triângulo e seu centro é o circuncentro[4] do mesmo.

Proposição 4.31 (Lei dos senos): Se R é o raio do circulo circunscrito a um triângulo de lados a, b e c, então:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = 2R$$

Proposição 4.32: Seja ABC um triângulo de lados a, b e c, e seja Γ o círculo circunscrito ao triângulo,de raio R. Então, a área do triângulo é dada por:

$$A_{TI} = \frac{abc}{4R}$$

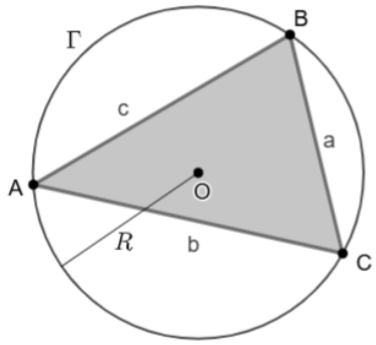
Demonstração. Dado um circulo Γ de raio R circunscrito a um triângulo ABC . Denotemos as medidas dos lados do triângulo por $BC = a$, $AC = b$ e $AB = c$. O objetivo é determinar a área do triângulo ABC em função de seus lados e do raio R do círculo circunscrito.

Para isso, utilizamos a lei dos senos e a equação da área de um triângulo com dois lados conhecidos e o ângulo entre eles.

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = 2R \ (4.31)$$

[4] O circuncentro de um triângulo é o ponto de interseção das três mediatrizes de seus lados.

Figura 4.21: Triângulo ABC inscrito em um círculo Γ de centro O e raio R.



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$A = \frac{1}{2} bc \operatorname{sen} \alpha \ (4.12)$$

Sem perda generalidade tomamos no triangulo ABC as medidas dos lados b e c e também o ângulo formado entre eles que denotaremos por α.

Como o ângulo α é oposto ao lado de medida a na equação 4.31, isolamos $\operatorname{sen} \alpha$:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{a}{2R}$$

Substituindo essa expressão na fórmula da área 4.12, obtemos:

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \frac{a}{2R}$$

Assim, concluímos que a área de um triângulo inscrito em um círculo de raio R, conhecida a medida de seus lados a, b e c, é dada por:

$$A_{TI} = \frac{abc}{4R} \tag{4.15}$$

□

Área de um triângulo conhecido as medidas de seus três lados

Apresentamos, a seguir, a definição de cosseno e duas proposições que serão assumidas como verdadeiras, sem a necessidade de demonstração, a fim de manter o foco principal de nosso trabalho nas demonstrações relacionadas à área. Essas proposições servirão como ferramentas para o nosso propósito maior, que é compreender o processo de construção das fórmulas de área. As demonstrações completas dessas proposições podem ser encontradas em Muniz Neto [53].

Definição 4.33 (Razão trigonométrica cosseno): Dado um triângulo retângulo cujo dois ângulos são agudos, tomaremos qualquer um deles por α e denotaremos por cosseno de α a razão entre o cateto adjacente[5] a este ângulo α e a hipotenusa :

$$cos(\alpha) = \frac{\text{Medida do cateto adjacente ao ângulo } (\alpha)}{\text{Medida da hipotenusa}}$$

Proposição 4.34 (Lei dos cossenos): Se ABC é um triângulo de lados $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$, então:

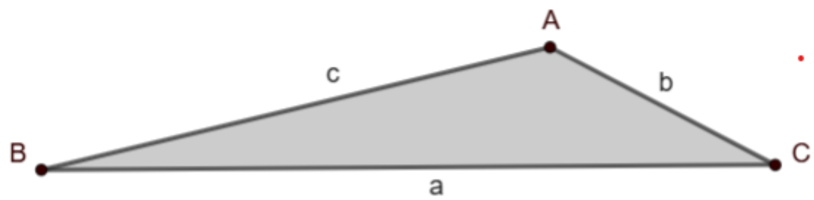
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$$

Proposição 4.35 (Identidade Fundamental da trigonometria): A identidade fundamental da trigonometria é expressa pela seguinte equação:

$$\cos^2\theta + sen^2\theta = 1$$

Antes de iniciarmos a demonstração, apresentamos algumas relações que serão utilizadas, obtidas a partir da equação 4.13.

Figura 4.22: Triângulo qualquer com lados: a, b e c.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Dessa equação, obtemos as seguintes relações úteis:

$$2p = a + b + c,$$

$$2p - 2a = b + c - a,$$

$$2p - 2b = a + c - b,$$

[5]Cateto adjacente é o lado que forma o ângulo junto com a hipotenusa, ou seja, o lado que está ao lado do ângulo, sem ser a hipotenusa.

$2p - 2c = a + b - c.$

Essas expressões serão empregadas na sequência para simplificar a dedução da área do triângulo em função de seus lados, conduzindo à conhecida *fórmula de Heron*[6].

Proposição 4.36: Seja ABC um triângulo com lados a, b e c, e semiperímetro $p = \frac{a+b+c}{2}$. Então, a área do triângulo é dada por:

$$A_h = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}.$$

Demonstração. Considere o triângulo ABC, de lados a, b e c, e semiperímetro $p = \frac{a+b+c}{2}$. Para a dedução da expressão da área em função dos lados, utilizaremos as fórmulas apresentadas nas Proposições 4.34 e 4.12.

A partir da equação (4.34), isolamos o cosseno do ângulo $\widehat{A}$:

$$\cos(\widehat{A}) = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

Por outro, lado elevando ambos os membros da equação (4.12) ao quadrado, obtemos:

$$(A_h)^2 = \left(\frac{1}{2} bc \operatorname{sen}(\widehat{A})\right)^2 \implies 4A_h^2 = b^2c^2 \operatorname{sen}^2(\widehat{A})$$

Pela identidade fundamental da trigonometria 4.35 sabemos que:

$$\operatorname{sen}^2(\widehat{A}) = 1 - \cos^2(\widehat{A}).$$

Substituindo o valor de $\operatorname{sen}^2(\widehat{A})$ em (4.12) após esta ter sido elevada ao quadrado, obtemos:

$$4A_h^2 = b^2c^2(1 - \cos^2(\widehat{A}))$$

Agora substituímos o valor do $\cos(\widehat{A})$ encontrado na relação obtida da equação (4.34) e desenvolvemos a expressão aplicado propriedades algébricas necessárias:

$$4A_h^2 = b^2c^2 \left(1 - \frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{4b^2c^2}\right)$$

[6] Heron de Alexandria, ou ainda Hero ou Herão (10 d.C. - 80 d.C.) foi um matemático e mecânico grego. É especialmente conhecido pela fórmula que leva seu nome e se aplica ao cálculo da área do triângulo. [54]

$$4A_h^2 = b^2c^2\left(\frac{(2bc)^2 - (b^2+c^2-a^2)^2}{4b^2c^2}\right)$$

$$16A_h^2 = (2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2)$$

$$16A_h^2 = ((b+c)^2 - a^2)(a^2 - (b-c)^2)$$

$$16A_h^2 = (b+c+a)(b+c-a)(a+b-c)(a+c-b)$$

$$16A_h^2 = 2p \cdot 2(p-a) \cdot 2(p-b) \cdot 2(p-c)$$

$$A_h^2 = p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)$$

Portanto podemos concluir que a área do triangulo ABC em função do semiperímetro p e seus lados a, b e c é:

$$A_h = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)} \tag{4.16}$$

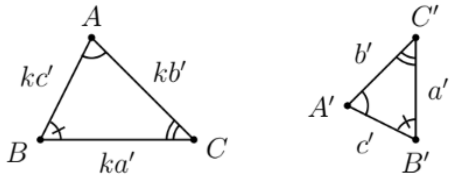
□

Se dois triângulos são semelhantes, a razão entre suas áreas é igual ao quadrado da razão de semelhança entre seus lados correspondentes.

Para finalizar este capítulo, apresentaremos, a partir da definição de semelhança de triângulos, uma relação entre as áreas dessas figuras que é bastante útil na resolução de diversos problemas. Esse conceito oferece uma importante noção sobre o comportamento das áreas quando ocorrem transformações geométricas. Vale destacar que, embora a relação seja demonstrada inicialmente para triângulos, ela é válida para quaisquer figuras planas semelhantes.

Definição 4.37 (Triângulos semelhantes): Dizemos que dois triângulos são semelhantes quando existir uma correspondência biunívoca entre os vértices de um e outro triângulo, de modo que os ângulos em vértices correspondentes sejam iguais e a razão entre os comprimentos de lados correspondentes seja sempre a mesma.

Figura 4.23: Triângulos Semelhantes



Fonte: Muniz Neto [53]

... e existe k > 0 tal que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}} = k$$

Tal real positivo k é denominado a razão de semelhança entre os triângulos ABC e $A'B'C'$, nessa ordem (observe que a razão de semelhança entre os triângulos $A'B'C'$ e ABC, nessa ordem, é $\frac{1}{k}$.

Proposição 4.38: Se dois triângulos são semelhantes com razão de semelhança k, então a razão entre suas áreas é igual ao quadrado dessa razão de semelhança.

Ou seja, se o triângulo ABC semelhante ao triângulo $A'B'C'$ com razão de semelhança k, então:

$$\frac{A(ABC)}{A(A'B'C')} = k^2.$$

Demonstração. Sejam ABC e $A'B'C'$ dois triângulos semelhantes 4.37, com razão de semelhança k , isto é, cada lado de ABC é k vezes maior que o lado correspondente de $A'B'C'$.

Sejam $BC = a$ e $B'C' = a'$ as bases dos respectivos triângulos e h e h' as alturas relativas a essas bases. Pela definição de semelhança de triângulos, temos que os lados correspondentes são proporcionais, ou seja:

$$a = ka' \quad \text{e} \quad h = kh'.$$

A equação da área de um triângulo 4.7 é dada por:

$$A(ABC) = \frac{ah}{2}, \quad A(A'B'C') = \frac{a'h'}{2}.$$

Substituindo as relações $a = ka'$ e $h = kh'$, obtemos:

$$A(ABC) = \frac{(ka')(kh')}{2}.$$

Rearranjando os termos:

$$A(ABC) = k^2 \frac{a'h'}{2}.$$

Mas sabemos que:

$$A(A'B'C') = \frac{a'h'}{2}.$$

Portanto, concluímos que:

$$A(ABC) = k^2 A(A'B'C').$$

Ou seja, se dois triângulos são semelhantes com razão de semelhança k, então suas áreas são proporcionais ao quadrado da razão de semelhança:

$$\frac{A(ABC)}{A(A'B'C')} = k^2. \tag{4.17}$$

□

5 Categorização de Questões da 1ª Fase da OBMEP (2005-2024) - Nível 1

5.1 Definindo tema das Questões

O processo de categorização das questões analisadas neste trabalho envolveu diversos filtros até a escolha final. Inicialmente, foram consideradas as quatro áreas temáticas que estruturam as questões da OBMEP: Aritmética, Álgebra, Geometria e Combinatória. Para evitar a dispersão, optou-se por focar em uma área específica. Após análises e discussões, a Geometria[1] foi selecionada com o objetivo de investigar como este tema é abordado no contexto da OBMEP.

A pesquisa no banco de dissertações do PROFMAT revelou 37 títulos contendo a palavra "olimpíadas" e, ao menos, 82 com a sigla "OBMEP" em seus títulos, sugerindo a maior recorrência desta última. Essa constatação é corroborada pela observação de que os primeiros trabalhos relacionados à OBMEP no repositório surgem em 2013. Nesse ano, seis dissertações vinculadas ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática do IMPA destacam-se por análises críticas das provas da primeira fase da OBMEP: Araújo [55] e Silva [56] para o Nível 1; Matta [57] e Albuquerque [58] para o Nível 2; e Souza [59] e Silva [60] para o Nível 3.

Ainda, em 2013, seis outros trabalhos diretamente relacionados à resolução de questões da OBMEP foram desenvolvidos na Universidade Federal do Pará (UFPA). A análise das dissertações demonstra uma predominância de pesquisas voltadas para o Ensino Médio. Um exemplo é o estudo de Leal [61], intitulado *Resolução de Problemas de Geometria no Ensino Médio: Uma Análise de Erros em Provas da OBMEP no Maranhão*, é um dos nove títulos com a expressão *Ensino Médio*, em contraste com apenas quatro

[1] O objetivo é, após o término desta dissertação, desenvolver uma proposta semelhante a esta para as demais áreas, a saber: Aritmética, Álgebra e Combinatória.

que contêm a palavra *Fundamental*.

Diante desse cenário, identificou-se uma lacuna e, ao mesmo tempo, uma oportunidade para o desenvolvimento de pesquisas voltadas ao Ensino Fundamental II, especialmente nas séries iniciais, quando os estudantes demonstram maior abertura a novidades e desafios. Assim, o Nível 1 foi definido como o recorte deste estudo. Essa escolha fundamenta-se também na compreensão de que uma aprendizagem significativa em Geometria exige o fortalecimento de pré-requisitos nas séries iniciais do Ensino Fundamental, como axiomas, definições de formas e propriedades, essenciais para a resolução de problemas mais complexos.

5.2 1ª Categorização das questões

Após a compreensão do tema, iniciou-se a seleção de questões da OBMEP – Nível 1, tomando como referência as provas disponibilizadas no site oficial da olimpíada, no período de 2005 a 2024. Das 360 questões analisadas (excluindo 2020, quando a prova não ocorreu, e 2021[2], quando apenas a versão carioca foi encontrada), 90 abordavam geometria em seus enunciados.

Como nosso estudo estava direcionado aos conceitos de área e perímetro, concentramos a análise nas questões relacionadas a esses tópicos. Na amostra de 90 questões, mais da metade abordava conteúdos de área e perímetro, evidenciando a relevância desses conceitos. As questões restantes tratavam de outros temas, como probabilidade, contagem, padrões, sequências numéricas e raciocínio lógico.

A análise foi então refinada, permitindo identificar os tipos mais recorrentes de questões e suas abordagens. Como resultado, estabeleceu-se uma categorização em três grupos principais:

- **Área** – questões que solicitam:
  - o cálculo direto da área;
  - a determinação de frações da área;
  - a utilização desse conceito como parte do raciocínio para a resposta.
- **Perímetro** – questões que requerem:

[2] Conforme presente no site da OBMEP [62] não temos provas físicas enviadas a escola no ano de 2021, apenas no formato online, devido a COVID-19.

- o cálculo do perímetro;
- a soma de lados em figuras dispostas em malhas.

- **Área e Perímetro** – questões que articulam ambos os conceitos, exigindo o conhecimento de um deles como etapa necessária para a resolução do outro.

Dos 53 problemas analisados, os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.1:

Tabela 5.1: Quantidade de Questões de Área e Perímetro na OBMEP (2005-2024)

Temas	Número de questões
Área e Perímetro	5
Perímetro	16
Área	32
Total	53

Fonte: Elaborada pelo autor.

As 53 questões analisadas apresentam uma distribuição equilibrada ao longo dos 18 anos considerados. Questões que envolvem apenas área estão presentes em todas as edições, enquanto as de perímetro estiveram presentes em 16 das 18 edições (aproximadamente 88%), confirmando a relevância da compreensão sólida desses conceitos geométricos.

Alem disso a Figura 5.1 demonstra que questões que abordam área e perímetro simultaneamente concentram-se na primeira metade dos anos analisados, indicando uma mudança na abordagem das provas da 1ª fase do Nível 1 em edições mais recentes.

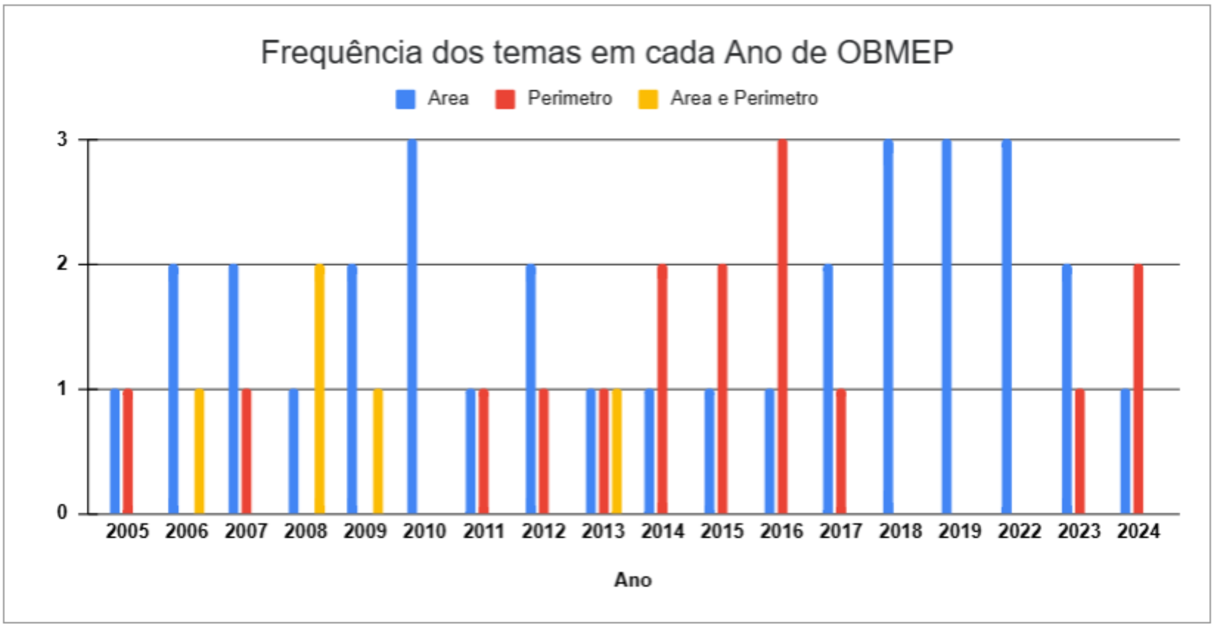
5.3 Sub categorização das Questões de Área e Perímetro

Além da classificação geral, realizamos uma categorização mais detalhada das 53 questões, considerando a abordagem predominante na resolução dos problemas. Os critérios adotados foram:

- **Composição de Figuras:** questões em que a figura original é formada por mais de uma figura plana combinada lado a lado, com ou sem sobreposição.

- **Decomposição de Figuras:** figura decomposta em figuras menores para calcular áreas, proporções ou resolver problemas específicos.

Figura 5.1: Frequência dos temas Área e Perímetro de 2005 a 2024



Fonte: Elaborada pelo autor.

- **Transformações Geométricas:** problemas que envolvem dobrar, cortar ou reorganizar uma figura para formar outras. Além disso pode envolver transladar, rotacionar e reflexão entre figuras planas

- **Malhas:** quando o problema faz uso de uma malha quadriculada ou outras para encontrar a área ou o perímetro de uma figura.

- **Problemas Mistos:** quando a questão envolve mais de um conceito, como decomposição de figuras e uso de proporções, ou ainda recursos algébricos, especialmente se a abordagem for mais abrangente ou envolver várias etapas.

- **Justaposição:** refere-se ao ato de sobrepor uma ou mais figuras sobre outra de forma alinhada, garantindo que os lados das figuras coincidam perfeitamente, sem sobras. Esse processo é utilizado para verificar aspectos específicos, como congruência ou ajuste entre as figuras.

A análise evidencia que as transformações geométricas constituem a categoria mais recorrente, representando 26,4% das questões. Ressalta-se que os problemas mistos frequentemente também mobilizam transformações, ampliando sua presença na avaliação. Esse dado dialoga com a BNCC, que destaca a importância desse conteúdo no desenvolvimento de habilidades matemáticas desde os primeiros anos escolares. Nas séries iniciais, Brasil [4,

Tabela 5.2: Subcategorização das Questões de Área e Perímetro na OBMEP (2005-2024)

Temas	**Número de questões**
Justaposição	1
Malha	8
Composição de Figuras	9
Problemas Mistos	9
Decomposição de Figuras	12
Transformações Geométricas	14
Total	53

Fonte: Elaborada pelo autor.

p. 283e 294] aponta que os estudantes devem:

> (EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
>
> (EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria.

A incorporação de atividades com transformações geométricas em sala de aula é fundamental, não apenas para estudantes que almejam competições matemáticas – onde o tema é recorrente –, mas também para a formação de todos os alunos, pois fortalece a visualização espacial, o raciocínio lógico e a compreensão das propriedades geométricas. Assim, suas aplicações práticas em áreas como arte, arquitetura e engenharia conferem relevância e contextualização ao seu ensino. Nesse processo de ensino-aprendizagem, a utilização do *software* GeoGebra, pode ser altamente benéfica.

Outro tema recorrente identificado foi a decomposição de figuras planas, presente em cerca de 22% das questões analisadas. Esse recurso, essencial na resolução de problemas de geometria, permite simplificar figuras complexas em partes conhecidas, facilitando o cálculo da área total. Por exemplo, um hexágono regular pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros, ou um quadrilátero pode ser dividido em dois triângulos, facilitando a determinação de sua área. Muitas questões utilizam como base figuras simples, como quadrados e triângulos. Mesmo aquelas que apresentam figuras em malhas quadriculadas, quando os contornos não estão perfeitamente alinhados à malha, exigem a decomposição em partes menores para facilitar a resolução.

Complementar à decomposição, a composição de figuras também se destaca, consistindo no processo inverso: a junção de figuras menores para formar uma figura maior. Essa abordagem é utilizada, sobretudo, em questões que trabalham o conceito de perímetro de forma não tradicional, desafiando o estudante a identificar o contorno resultante de figuras compostas antes de calcular a soma dos lados. Essa etapa de análise promove a aplicação significativa do conceito de perímetro, fortalecendo a compreensão geométrica no processo de resolução de problemas.

Embora a justaposição de figuras tenha aparecido em menor número, apenas uma ocorrência, trata-se de um recurso didático relevante, principalmente por possibilitar comparações entre figuras planas. Ao utilizar materiais manipuláveis, a justaposição favorece o aprendizado de estudantes que estão em fase inicial de letramento matemático, permitindo-lhes comparar áreas de forma concreta, o que os prepara para conceitos mais abstratos e problemas mais complexos.

As malhas quadriculadas, assim como a justaposição, oferecem inúmeras possibilidades para o ensino de área e perímetro. Elas permitem a visualização clara das figuras, facilitando a contagem de unidades de área e o entendimento do perímetro ao acompanhar os contornos sobre a grade. Além disso, possibilitam a introdução de conceitos como fração e proporção de maneira intuitiva, contribuindo para a apropriação gradual e significativa dos conceitos geométricos pelos estudantes, ao possibilitar comparações diretas entre figuras e explorar relações de igualdade e proporcionalidade.

Por fim, as questões categorizadas como problemas mistos envolvem múltiplas abordagens, sendo impossível definir uma única temática como central. Esses problemas exigem que o estudante mobilize diferentes estratégias e conhecimentos, integrando conteúdos geométricos, algébricos e outras áreas da matemática. Essa complexidade está alinhada com as orientações de Brasil [4, p. 266], que enfatiza a importância da resolução de problemas como estratégia de ensino e aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental:

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Compreendendo essa dinâmica, a preparação para as Olimpíadas de Matemática se consolida como um espaço privilegiado para o desenvolvimento do pensamento crítico e do letramento matemático. Por meio da tentativa e erro, do raciocínio e da resiliência, os estudantes são estimulados a construir conhecimentos de forma significativa, enfrentando desafios diários que fortalecem suas habilidades cognitivas e socioemocionais. Esse processo se configura como uma oportunidade única para os jovens que desejam se aprofundar na matemática, fortalecendo a aprendizagem e contribuindo de forma efetiva para sua formação cidadã e científica.

6 Proposta de Minicurso

6.1 Minicurso: Olimpíadas de Matemática – Área e Perímetro

Neste capítulo apresentamos a proposta de um minicurso voltado ao estudo de área e perímetro, com o objetivo de contribuir para o ensino e a aprendizagem desses conceitos por meio do uso de objetos manipuláveis e de uma abordagem prática e exploratória. As atividades foram elaboradas de modo a favorecer o raciocínio geométrico e o desenvolvimento de estratégias pessoais de resolução, aproximando o estudante da linguagem matemática de forma lúdica e significativa.

O minicurso foi concebido para estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental II da rede pública de ensino, priorizando uma metodologia que una exploração prática, curiosidade e resolução de problemas. Parte-se do pressuposto de que os participantes, apesar de apresentarem diferentes níveis de domínio dos conteúdos geométricos, compartilham o interesse pela Matemática e pelas Olimpíadas do Conhecimento, especialmente pela OBMEP. Assim, busca-se não apenas reforçar conteúdos curriculares, mas também estimular o raciocínio lógico, o pensamento geométrico e o interesse por desafios matemáticos, promovendo uma aprendizagem significativa e prazerosa.

A proposta inicia-se com a exploração livre de objetos manipuláveis, conforme os modelos descritos no Apêndice A.2, buscando identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre figuras planas e suas propriedades. Em seguida, os alunos são convidados a medir o contorno (perímetro) das figuras utilizando referências informais — como borracha, lápis, dedos ou a palma da mão — conduzindo-os à percepção da necessidade de uma unidade padrão de medida. Nesse momento, são introduzidos a régua e a fita métrica, cujos modelos estão apresentados no Apêndice A.1, consolidando o centímetro como unidade padrão para expressar o perímetro.

Na sequência, os estudantes são incentivados a compor novas figuras a partir das peças geométricas disponíveis. A junção de duas ou mais formas possibilita a criação de novas formas, estimulando a criatividade, o raciocínio espacial e a visualização geométrica. Essa atividade também serve como base para a introdução de problemas de caráter olímpico, envolvendo o cálculo do perímetro de figuras compostas.

Em um segundo momento, o minicurso aborda o conceito de área, destacando a diferença entre área e perímetro, uma dificuldade comum entre os alunos. Para isso, propõem-se comparações entre figuras, como um quadrado de lado 3 cm e um retângulo de 3 cm $\times$ 6 cm, evidenciando que o retângulo pode ser preenchido por dois quadrados menores. Essa atividade introduz a noção de unidade de medida de superfície, estabelecendo o centímetro quadrado (cm^2) como referência.

Outras atividades podem incluir a medição da área de triângulos utilizando quadrados como unidade e a estimativa da área de superfícies do cotidiano, como mesas, pisos e pequenos espaços abertos. Tais experiências conduzem naturalmente à compreensão de medidas maiores, como o metro quadrado (m^2) e o quilômetro quadrado (km^2).

Por fim, a composição e a decomposição de figuras reforçam a ideia de que a área de uma figura composta é a soma das áreas de suas partes, conceito validado em situações concretas e em questões da OBMEP que envolvem a decomposição e a justaposição de formas. Dessa forma, o minicurso é estruturado em etapas progressivas, nas quais os estudantes são conduzidos dos conceitos mais simples aos mais complexos, aproximando-se gradualmente do pensamento geométrico formal.

As questões da OBMEP são utilizadas como porta de entrada para o desenvolvimento de conceitos geométricos mais abstratos e para o exercício do raciocínio lógico, promovendo tanto o aprendizado conceitual quanto a motivação para a participação em competições acadêmicas.

6.2 Apresentação dos materiais manipuláveis:

A aprendizagem significativa ocorre, em grande medida, quando o estudante atua como protagonista, participando ativamente da construção do conhecimento. Aquilo que observamos ou assistimos tende a ser esquecido com o tempo, mas aquilo que fazemos tende a ser compreendido de maneira mais significativa. Por essa razão, a prática não apenas por meio de exercícios, mas também pela apropriação dos conceitos com o uso de elementos concretos e palpáveis, é fundamental para o processo de aprendizagem.

Vieira [9, p. 30] afirma que:

> O aluno pode se tornar protagonista do saber quando ele manipula, observa, constrói. Com essa didática o estudante deixa de ser aquele que apenas ouve e reproduz, mas se apresenta como sujeito do aprender. Ele é aquele que constrói.

Nesse sentido, os materiais manipuláveis constituem ferramentas importantes no processo de ensino-aprendizagem da matemática. No minicurso proposto, além de peças recortadas em MDF ou material similar, serão explorados objetos do ambiente escolar — como mesas, cadeiras e pisos — a fim de aproximar os conceitos geométricos da realidade cotidiana dos estudantes. Os materiais recortados incluem:

- **Quadrados**: lados de 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm.
- **Triângulos equiláteros**: lados de 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm.
- **Retângulos**: de lados 3 cm $\times$ 5 cm, 3 cm $\times$ 6 cm, 3 cm $\times$ 10 cm, 5 cm $\times$ 6 cm, 5 cm $\times$ 10 cm, 6 cm $\times$ 10 cm.
- **Triângulos isósceles**: base de 10 cm e lados de 6 cm; base de 3 cm e lados de 5 cm.
- **Triângulos escalenos**: lados de 10 cm, 6 cm e 5 cm; lados de 6 cm, 5 cm e 3 cm.

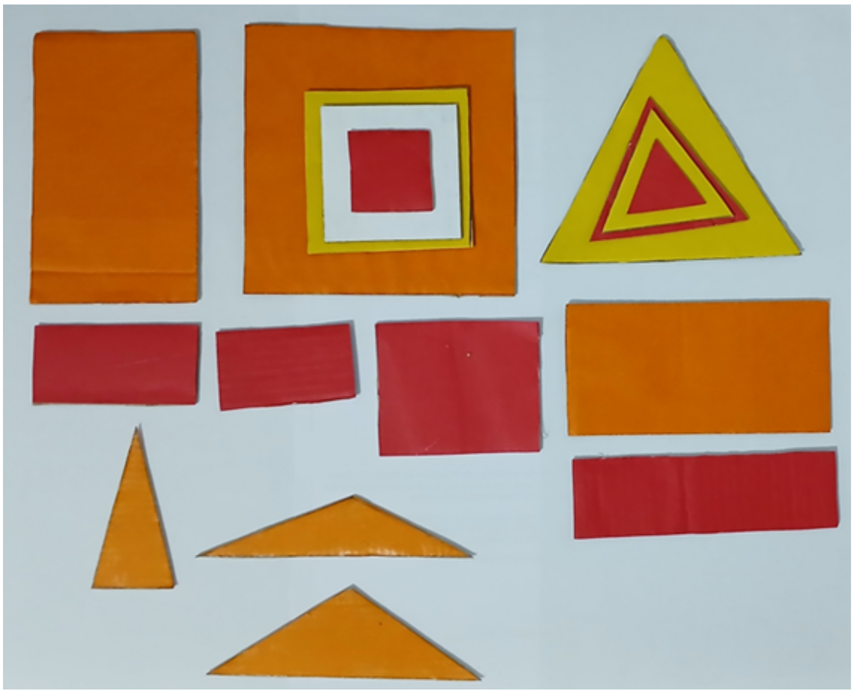
Além dos materiais apresentados na Figura 6.1, serão utilizados instrumentos de medição como a régua centimétrica e a fita métrica graduada em centímetros, para facilitar a medição do contorno das figuras, e quando pertinente, o transferidor. O uso desses instrumentos permitirá maior precisão nas medições, contribuindo para a compreensão das grandezas envolvidas nas atividades propostas.

Também será incentivado o uso de elementos presentes no ambiente escolar, como o tampo das mesas e cadeiras, o piso da sala e outros objetos que apresentem superfícies planas, com o intuito de ampliar a exploração dos conceitos geométricos para além dos materiais manipuláveis, aproximando o conteúdo da realidade cotidiana dos estudantes.

6.3 Primeira atividade – Reconhecendo e manipulando as figuras

Objetivo de Aprendizagem:

Figura 6.1: Modelo de Figuras recortadas em papel cartão



Fonte: Elaborada pelo autor.

Reconhecer e nomear figuras planas (quadrado, retângulo e triângulos) a partir de suas propriedades geométricas (número de lados e ângulos), compreendendo que transformações geométricas (rotação, translação e simetria) não alteram suas medidas ou características fundamentais.

Habilidades (BNCC):

EF05MA17- Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

EF06MA18- Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

EF06MA19- Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

EF06MA20 Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles

EF07MA21- Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros

Tempo estimado: 50 minutos.

Materiais Utilizados:

O kit 6.2 com as 18 peças geométricas em MDF ou papelão conforme Apêndice A.2 ou Apêndice A.3 , fita métrica conforme Apêndice A.1, transferidor e ficha individual Apêndice A.4.

Neste primeiro momento, os alunos poderão se reunir em grupos de até quatro integrantes para explorar e reconhecer as figuras, nomeando-as de acordo com o número de lados e analisando também os ângulos internos, utilizando um transferidor. Cada grupo receberá um kit contendo 18 peças geométricas, entre quadrados, retângulos e triângulos de diferentes tipos, o que permitirá a observação e a comparação entre formas com distintas dimensões e propriedades.

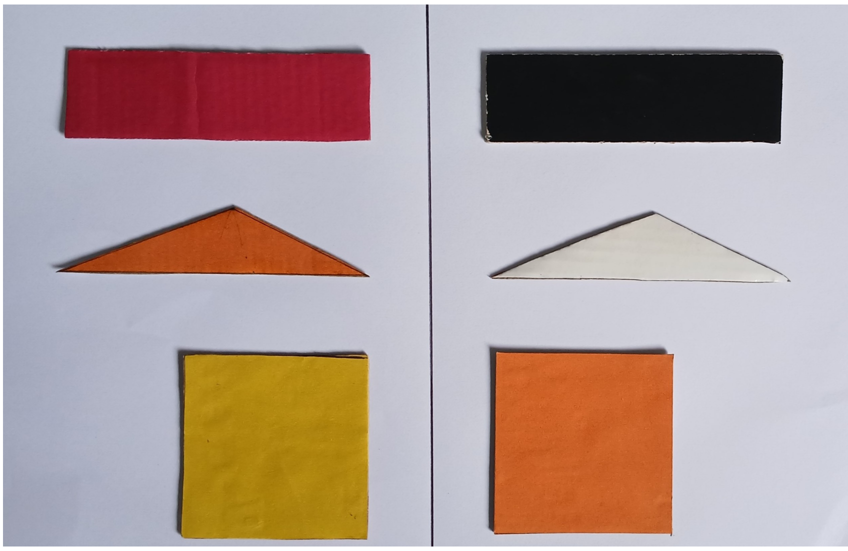
Durante a manipulação das figuras, os alunos poderão construir uma compreensão inicial sobre as características geométricas fundamentais, reconhecendo, por exemplo, que:

- o **quadrado** possui quatro lados iguais e quatro ângulos retos;
- o **retângulo** também possui quatro ângulos retos, mas apresenta lados de comprimentos distintos;
- os **triângulos** podem ser:
  - **equilátero**: três lados iguais;
  - **isósceles**: dois lados iguais;
  - **escaleno**: todos os lados diferentes.

Em seguida, serão realizados movimentos de rotação, translação e simetria das peças, a fim de que os alunos percebam que essas transformações não alteram as medidas da figura, apenas sua posição no plano.

Neste momento é importante explorar as transformações geométricas, incentivando os alunos a compreender que a orientação ou a posição de uma figura não altera suas propriedades fundamentais. As translações podem ser realizadas diretamente sobre o plano da mesa, deslizando algumas figuras, com e sem rotação, para que os estudantes percebam visualmente a natureza dessas transformações.

Figura 6.2: Simetria entre Retângulos, quadrados e triângulos



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 6.3: Retângulo de dimensões 10 cm $\times$ 3 cm antes e após uma rotação de 90º.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por exemplo, um retângulo, que comumente é representado com sua maior dimensão na horizontal, pode ser rotacionado em um ângulo de 90º, permitindo que os alunos reconheçam tratar-se da mesma figura, apenas apresentada sob outra orientação, conforme ilustrado na Figura 6.3.

O mesmo procedimento pode ser realizado com os triângulos, especialmente com o triângulo escaleno, aplicando rotações que alterem a posição de sua base. Essa atividade favorece a compreensão de que as figuras mantêm suas medidas e propriedades, independentemente da orientação em que são apresentadas, como podemos observar na Figura 6.4. Essa atividade introduz, de forma concreta e visual, noções que serão essenciais em momentos posteriores do minicurso, como composição, decomposição e cálculo de medidas.

Figura 6.4: Rotações de um triângulo escaleno apoiado sobre diferentes bases

Fonte: Elaborada pelo autor.

6.4 Segunda atividade – Exploração das figuras: Perímetro

Objetivo de Aprendizagem: Compreender o conceito de perímetro como a medida do contorno de uma figura plana, realizando medições diretas e indiretas com diferentes instrumentos, e comparar os resultados obtidos para verificar relações e regularidades.

Habilidades (BNCC):

EF03MA17- Reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida.

EF04MA20- Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.

Tempo estimado: 50 minutos.

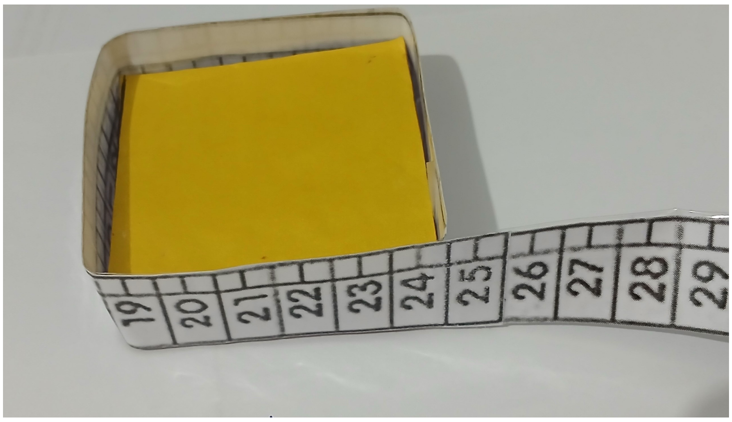
Materiais utilizados:

O kit 6.2 com as 18 peças geométricas em MDF ou papelão conforme Apêndice A.2 ou Apêndice A.3, fita métrica conforme Apêndice A.1, barbante e ficha individual Apêndice A.4.

Nessa segunda atividade, os alunos utilizarão um barbante ou uma fita métrica para explorar os contornos das peças geométricas. O procedimento consiste em contornar as figuras com o barbante, marcando o ponto de início e fim, e, em seguida, medir o comprimento obtido com uma régua ou fita métrica. Alternativamente, poderão medir diretamente os lados das figuras e somar as medidas, comparando o resultado com a medida obtida pelo contorno.

Essa proposta possibilita compreender de forma prática o conceito de perímetro, identificando-o como a medida total do contorno de uma figura plana conforme podemos observar na Figura 6.5. A atividade também permite discutir erros experimentais, variações nas medições e a importância da precisão ao utilizar instrumentos.

Figura 6.5: Medindo o perímetro de um quadrado de lado 6 cm com fita métrica



Fonte: Elaborada pelo autor.

Após esse contato inicial, os alunos poderão reforçar os conceitos explorados, retomando as definições das figuras e o significado de perímetro. Para orientar a reflexão e consolidar o aprendizado, o professor pode propor questionamentos como:

- O que é o perímetro de uma figura?
- Como podemos calcular o perímetro sem usar o barbante?
- O que acontece com o perímetro quando ampliamos uma figura proporcionalmente?

Essas discussões contribuem para consolidar o conceito e promovem o desenvolvimento de habilidades de argumentação e comparação de medidas, articulando teoria e prática de forma coerente com os objetivos da atividade.

6.5 Terceira atividade – Exploração das composições de figuras

Objetivo de Aprendizagem:

Compreender que novas figuras planas podem ser obtidas pela composição e decomposição de outras figuras, identificando relações entre suas dimensões e medidas.

Habilidades (BNCC):

EF03MA18- Escolher a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo e capacidade

EF06MA24- Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

Tempo estimado: 50 minutos.

Materiais utilizados:

O kit 6.2 com as 18 peças geométricas em MDF ou papelão conforme Apêndice A.2 ou Apêndice A.3, fita métrica conforme Apêndice A.1, barbante e ficha individual Apêndice A.4.

Nesta etapa, os estudantes serão convidados a criar novas figuras planas a partir da junção das peças manipuláveis, observando o formato e calculando o novo perímetro obtido.

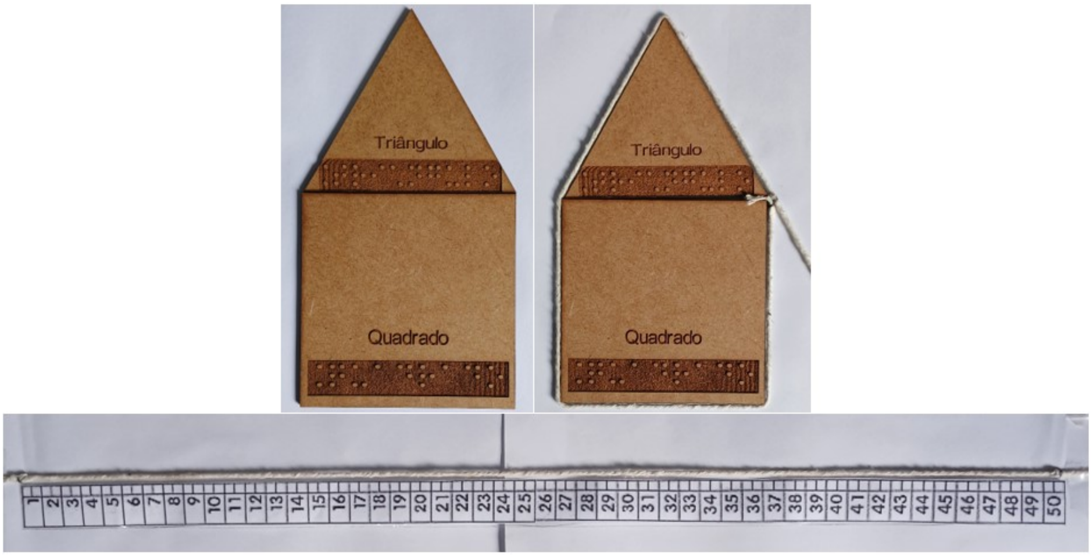
Como atividade inicial, sugere-se a junção de um quadrado de lado 10 cm com um triângulo equilátero de lado 10 cm, formando uma nova figura. Após a composição, os alunos deverão medir o contorno da nova figura utilizando uma régua ou um barbante, registrando as medidas obtidas conforme Figura 6.6.

O objetivo principal desta atividade é evidenciar que o perímetro da figura composta não corresponde à simples soma dos perímetros das figuras originais, mas sim à soma apenas dos lados que permanecem no contorno externo, desconsiderando os lados coincidentes na junção das peças. Essa composição pode resultar, por exemplo, em uma figura com cinco lados, um pentágono.

Aqui, os estudantes devem ser incentivados a utilizar a fita métrica ou o barbante para contornar a figura composta e comparar essa medida com a soma dos perímetros das figuras iniciais, verificando a relação entre ambas. O uso combinado da régua, da fita métrica e do barbante contribui para a apropriação dos conceitos, permitindo que os alunos percebam diferentes formas de medir e compreender o perímetro. Além disso, a ficha individual da atividade apresenta sugestões adicionais de composição de figuras, oferecendo novas possibilidades de exploração e cálculo, o que amplia o repertório dos estudantes e enriquece o processo de aprendizagem.

Após a exploração inicial, os estudantes podem ser desafiados a criar outras figuras compostas, comparando os perímetros obtidos e identificando padrões. Em seguida, podem ser incentivados a prever o perímetro de novas figuras antes de medi-lo, ou ainda compor

Figura 6.6: Composição de um quadrado e um triângulo equilátero de 10 cm e medida do perímetro.



Fonte: Elaborada pelo autor.

figuras cujo perímetro corresponda a um valor determinado previamente, aplicando o raciocínio lógico e consolidando o conceito de perímetro.

6.6 Quarta atividade – Resolvendo Problemas da OBMEP

Objetivo de Aprendizagem:

Resolver e interpretar problemas geométricos envolvendo o cálculo de perímetro em figuras compostas, aplicando raciocínio lógico e estratégias de decomposição com apoio de material manipulável.

Habilidades (BNCC):

EF06MA24- Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

EF06MA28- Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.

Tempo estimado: 40 minutos.

Materiais utilizados:

Moldes retangulares de papel-cartão (10 cm x 6 cm) conforme Apêndice A.2, tesoura, fita métrica conforme Apêndice A.1 e ficha individual Apêndice A.4.

Após o contato inicial com os conceitos, serão trabalhadas questões da OBMEP relacionadas a perímetro e decomposição de figuras. Essa etapa promove a transição entre o ambiente manipulativo e a resolução de problemas mais abstratos, aproximando o estudante da realidade olímpica e favorecendo a consolidação dos conceitos explorados. Um exemplo interessante é a seguinte questão:

Questão 10 (1ª Fase 2014)

Os irmãos Luiz e Lúcio compraram um terreno cercado por um muro de 340 metros. Eles construíram um muro interno para dividir o terreno em duas partes. A parte de Luiz ficou cercada por um muro de 260 metros e a de Lúcio, por um muro de 240 metros. Qual é o comprimento do muro interno?

A) 80 m

B) 100 m

C) 160 m

D) 180 m

E) 200 m

Esse tipo de problema é interessante por exigir que o aluno compreenda que o muro interno é contabilizado duas vezes: uma no perímetro da parte de Luiz e outra no perímetro da parte de Lúcio. Assim, o desafio envolve perceber que, ao somar os dois perímetros, a medida do muro interno aparece duplicada.

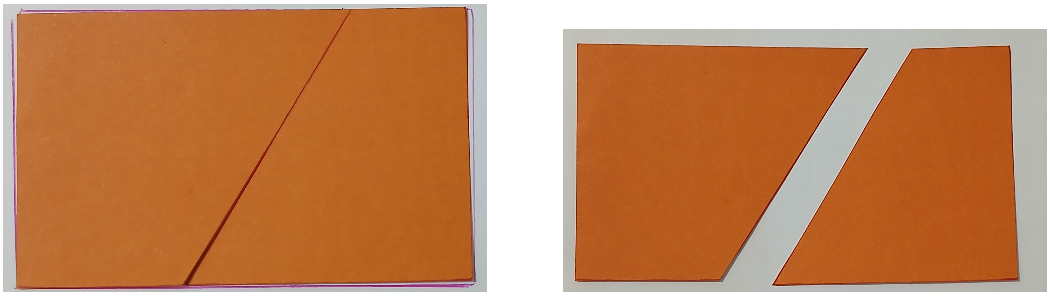
6.6.1 Resolução didática com apoio de material manipulável:

Nesta atividade, utilizaremos um retângulo de dimensões 10 cm $\times$ 6 cm em papel-cartão, representando o terreno original conforme Figura 6.7. Esse molde terá as seguintes etapas de exploração:

1. Reconhecimento do terreno: O aluno terá em mãos o retângulo completo, representando o terreno original, que possui um perímetro de 340 metros (considerando uma escala apropriada entre a representação e a medida real).

2. Divisão do terreno: Em seguida, o retângulo será dividido em duas partes, representando as porções destinadas a Luiz e Lúcio.

Figura 6.7: Molde do terreno retangular dividido em duas partes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

3. Observação do contorno: Ao separar as duas partes, os estudantes perceberão que a faixa do corte corresponde a um novo contorno adicionado a cada um dos terrenos. Esta faixa é, portanto, acrescida igualmente aos perímetros individuais de Luiz e Lúcio.

4. Cálculo matemático:

Somar os perímetros das duas partes: 260 m + 240 m = 500 m

Subtrair o perímetro original do terreno: 500 m - 340 m = 160 m.

Portanto, o muro interno tem 160 metros no total, o que representa a soma das duas faces do corte.

5. Interpretação final: Assim, cada lado do muro interno mede 80 metros.

Essa atividade é interessante, pois associa a manipulação concreta à resolução algébrica, permitindo que os estudantes percebam de forma clara como o perímetro se transforma em situações compostas. Além disso, trabalha uma habilidade recorrente nas provas da OBMEP: a capacidade de interpretar o enunciado e identificar informações implícitas.

Com base no raciocínio desenvolvido ao longo das atividades anteriores, reforça-se que a composição e a decomposição de figuras permitem compreender como o perímetro se comporta em situações variadas, especialmente em problemas compostos como os da OBMEP. A manipulação das peças e a análise dos contornos evidenciaram que o perímetro depende apenas dos lados que permanecem expostos, conceito fundamental para resolver desafios desse tipo. Tendo consolidado essa etapa do estudo, a próxima atividade introduzirá o conceito de área, estabelecendo uma nova perspectiva: em vez de observar apenas o contorno das figuras, os estudantes passarão a analisar a superfície ocupada por elas. Essa transição permitirá aprofundar a compreensão geométrica, conectando os dois conceitos de forma coerente e progressiva.

6.7 Quinta Atividade – Área

Objetivo de Aprendizagem:

Compreender o conceito de área como medida da superfície de uma figura plana, por meio de atividades manipulativas que envolvam contagem e comparação de unidades de medida (cm^2), distinguindo-o do conceito de perímetro. Desenvolver estratégias de medição e padronização a partir da observação, cobertura e decomposição de figuras geométricas.

Habilidades (BNCC):

EF03MA21- Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.

EF04MA21- Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.

EF07MA31- Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

EF07MA32- Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Tempo estimado: 50 minutos.

Materiais utilizados:

O kit 6.2 com as 18 peças geométricas em MDF ou papelão conforme Apêndice A.2 ou Apêndice A.3, fita métrica conforme Apêndice A.1 e ficha individual Apêndice A.4.

Após a exploração das figuras planas para a compreensão do conceito de perímetro, propomos a introdução do conceito de área, permitindo que os estudantes compreendam simultaneamente essas duas noções fundamentais, frequentemente abordadas em problemas de olimpíadas de matemática. Em todas as ciências, as definições precisas desempenham papel essencial na construção de conhecimentos, desde os conceitos mais simples até os mais complexos. Uma boa definição constitui uma base sólida para a resolução de problemas que, à primeira vista, podem parecer difíceis.

Nesse sentido, é importante que os estudantes compreendam que, assim como no estudo do perímetro foi necessário adotar uma unidade padrão de medida (como o centímetro), o mesmo se aplica à área. Para esse fim, propõe-se uma atividade investigativa: solicitar aos alunos que, diante de um quadrado qualquer, proponham maneiras de medir o espaço plano que ele ocupa.

Espera-se, nessa etapa, o surgimento de estratégias espontâneas como medir o contorno com régua, cobrir a figura com as mãos, dispor objetos (borrachas, lápis) sobre ela ou tentar medir alguma dimensão interna.

A partir das diversas tentativas, nas quais os estudantes muitas vezes confundem perímetro com área, o professor poderá intervir de forma orientadora, especialmente quando as propostas apresentadas não forem viáveis ou coerentes. Os estudantes poderão manifestar diferentes posicionamentos na tentativa de construir definições e métodos próprios, o que naturalmente os conduzirá à necessidade de padronizar a medida de área.

Neste momento, introduz-se o conceito de unidade de área, utilizando um quadrado de lado 1 centímetro como referência. Define-se, assim, a unidade padrão de medida de área como 1 centímetro quadrado (1 cm^2). Essa abordagem concreta favorece a visualização e auxilia os estudantes a compreenderem a eficácia da padronização, permitindo cobrir figuras maiores com unidades menores de forma clara e objetiva. O Apêndice A.2 poderá ser utilizado para auxiliar esta e as demais atividades.

Para ilustrar essa ideia, propõe-se a seguinte sequência didática com apoio visual conforme Figura 6.8 : apresenta-se inicialmente um quadrado maior e um menor, sendo este último a unidade de 1 cm^2. Em seguida, os estudantes são convidados a sobrepor o quadrado menor sobre o maior, repetindo o processo até preencher completamente a figura. Ao observarem que quatro quadrados menores são suficientes para cobrir o quadrado maior, conclui-se que a área do quadrado maior é de 4 cm^2. Esse procedimento pode ser estendido a outras figuras planas, favorecendo uma compreensão mais sólida do conceito de área como medida de superfície.

Figura 6.8: Quadrado menor sobreposto sobre quadrado maior

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para reforçar a apropriação do conceito, propõe-se repetir a atividade com figuras de diferentes formatos e tamanhos, como quadrados menores e retângulos maiores. Em seguida, os alunos são desafiados a cobrir a superfície de um triângulo maior com quadrados de 1 cm^2. Nesse processo, observarão que os quadrados não se ajustam perfeitamente à figura triangular, o que levará à necessidade de ajustar a unidade, seja utilizando quadrados menores ou até mesmo metades de quadrados.

Essa reflexão induz, de forma natural e exploratória, à percepção de que a metade de um quadrado pode ser um triângulo, antecipando intuitivamente conceitos que serão formalizados posteriormente, como a fórmula para cálculo da área de triângulos.

6.8 Sexta Atividade- Questão 9 OBMEP 2023: Investigando Área, Perímetro e Justaposição de Figuras

Objetivo de Aprendizagem:

Investigar relações entre área e perímetro por meio da composição e decomposição de figuras geométricas, desenvolvendo a capacidade de estimar, medir e comparar superfícies, além de estimular o raciocínio lógico e a visualização espacial.

Habilidades (BNCC):

EF03MA21- Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.

EF04MA21- Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área

EF05MA20- Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

EF07MA32- Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Tempo estimado: 50 minutos.

Materiais utilizados:

Peças geométricas em papel cartão ou MDF Apêndice A.3 (8 quadrados de lado 3 cm , 9 triângulos retângulos isósceles de catetos 3 cm.), barbante ou palito de madeira para contorno tátil, cola de silicone liquida e ficha individual Apêndice A.4.

O Anexo B.1 apresenta um conjunto de questões da OBMEP cuidadosamente selecionadas e categorizadas com o propósito de contribuir para o ensino e a aprendizagem de conceitos relacionados à área e ao perímetro. Além de servir como referência para professores e estudantes interessados nessa temática, o anexo inclui, em algumas questões, como a Questão 9, um *link* para um *applet* do *GeoGebra*. Esse recurso possibilita que os alunos explorem as situações propostas de forma interativa e visual, integrando recursos tecnológicos ao processo de resolução.

Aqui, iremos explorar e apresentar uma proposta de solução visual que reforça o conceito de área por meio da Questão 9 da OBMEP 2023. Essa atividade busca evidenciar como a decomposição e a recomposição de figuras geométricas podem auxiliar na compreensão das relações entre medidas e áreas

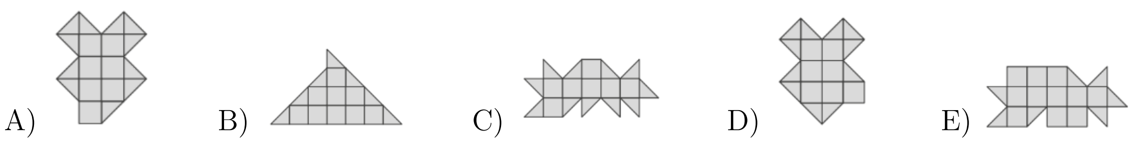
Questão 9 (1ª Fase 2023) GeoGebra

José tem várias peças que se encaixam perfeitamente nos espaços dos tabuleiros abaixo. São 8 peças iguais em forma de quadrado () e 9 peças iguais em forma de triângulo (). É possível juntar duas peças em forma de triângulo para formar um quadrado que se encaixa no tabuleiro:

Figura 6.9: Dois triângulos retângulos que formam um quadrado.

Qual dos tabuleiros abaixo José pode cobrir, sem sobreposição, usando todas as suas peças?

Figura 6.10: Imagens das alternativas da questão 9 OBMEP de 2023



6.8.1 Proposta didática

Para esta atividade, utilizaremos a sobreposição de figuras geométricas com o objetivo de reforçar a definição de área e possibilitar a investigação de figuras não convexas. A proposta envolve o uso de quadrados e triângulos como unidades de medida, possibilitando que os estudantes percebam, por meio da manipulação tátil ou visual, que dois triângulos retângulos justapostos formam um quadrado conforme Figura 6.9. Para tornar a atividade acessível, as alternativas serão apresentadas em folhas individuais, com tamanho ampliado, e as peças de quadrados e triângulos terão dimensões de 3 cm $\times$ 3 cm, permitindo que todos os alunos, com ou sem deficiência visual, participem ativamente da exploração.

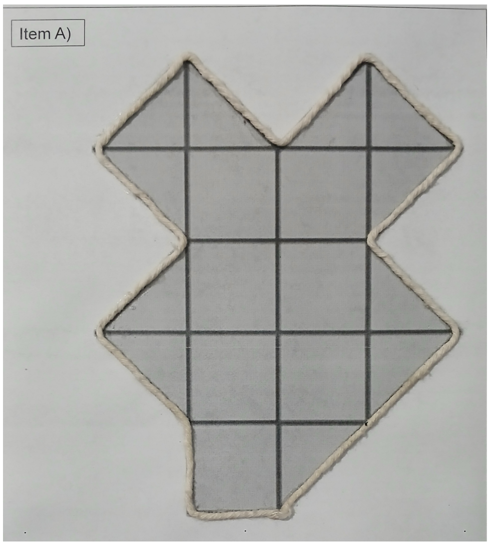
As peças fornecidas serão utilizadas para cobrir as Figuras 6.10 apresentadas em cada alternativa da questão. A tarefa consiste em sobrepor essas peças, de modo a verificar quais figuras podem ser completamente cobertas, sem que haja sobreposição. Para tornar a atividade acessível a todos, recomenda-se que, ao apresentá-la a estudantes com deficiência visual, as figuras das alternativas tenham seus contornos demarcados com palitos de madeira ou cordões, conforme ilustrado na Figura 6.11. Essa adaptação possibilita que o estudante, por meio do tato, identifique os limites das figuras e cubra suas partes internas com os quadrados e triângulos, sendo orientado a priorizar o uso dos quadrados sempre que possível. Essa prática promove uma aprendizagem concreta e significativa, além de desenvolver habilidades de visualização espacial, raciocínio lógico e abstração geométrica.

6.8.2 Exploração prática

No início, propõe-se trabalhar com a figura da alternativa A. Os estudantes podem utilizar fios de barbante para contornar todas as linhas, conforme apresentado na Figura 6.11, ou recorrer a outros recursos disponíveis e mais acessíveis à sua realidade, desde que permitam a percepção tátil das formas. Nessa figura, é possível identificar dois lados de um quadrado de 3 cm e onze diagonais do mesmo quadrado, cada uma com comprimento aproximado entre 4,2 cm e 4,3 cm (ou entre 42 mm e 43 mm).

Esse momento é oportuno para introduzir a noção de aproximação de medidas, pois ao considerar a diagonal como 4,2 cm o perímetro total da Figura 6.12 será de 52,2 cm; já com 4,3 cm, será de 53,3 cm. Embora a diferença seja de apenas 1,1 cm, ela evidencia a importância da precisão em cálculos matemáticos, sobretudo em contextos reais, como na indústria e na engenharia.

Figura 6.11: Figura do item A da questão 9 da OBMEP-2014 nível 1, com contorno destacado em alto relevo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Da mesma forma, é possível calcular os perímetros das demais figura:

- **Figura B:** 53,4 cm (com 4,2 cm) e 54,1 cm (com 4,3 cm)
- **Figura C:** 76,2 cm (com 4,2 cm) e 77,3 cm (com 4,3 cm)
- **Figura D:** 52,2 cm (com 4,2 cm) e 53,3 cm (com 4,3 cm)
- **Figura E:** 71,4 cm (com 4,2 cm) e 72,1 cm (com 4,3 cm)

Essa exploração contribui não apenas para a compreensão de área e perímetro, mas também para o entendimento da importância da precisão nas medidas.

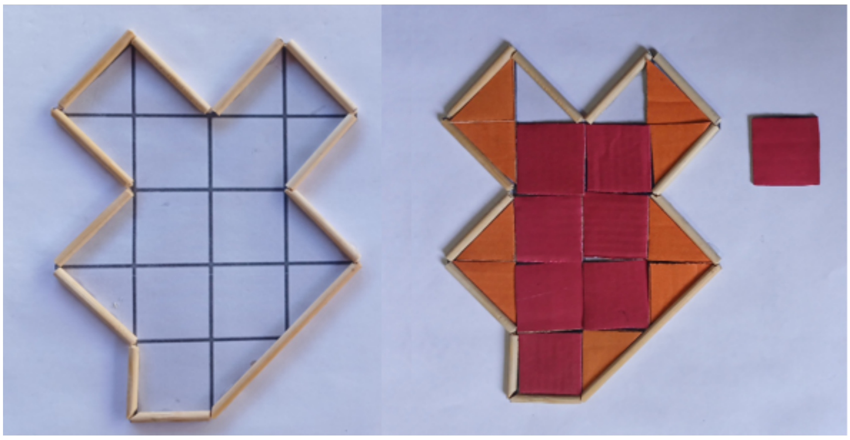
Aplicação das peças

Na sequência, os alunos devem tentar cobrir cada figura com as 8 peças quadradas e 9 triangulares fornecidas:

- **Figura A:** ao tentar a cobertura, percebe-se que restam lacunas equivalentes a dois triângulos, e o oitavo quadrado não encontra encaixe adequado. Logo, não é possível completá-la conforme observado na Figura 6.12.
- **Figura B:** a cobertura é possível, utilizando exatamente todas as peças fornecidas (Figura 6.13). Essa situação instiga questionamentos como:

  1. Se as áreas das figuras A e B são iguais, por que apenas a figura B pôde ser coberta?

Figura 6.12: Figura do item A da questão 9 da OBMEP-2014 nível 1, antes e após ser coberta com quadrados e triângulos menores cobrindo sua superfície.

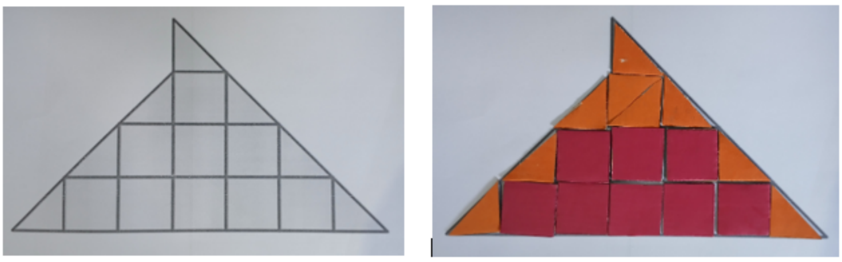


Fonte: Elaborada pelo autor.

2. O perímetro das figuras A e B também é igual, considerando a mesma aproximação da diagonal?

Esse tipo de questionamento contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de formular hipóteses.

Figura 6.13: Figura do Item B da Questão 9 da OBMEP-2023 nível 1, antes e após ser coberta com quadrados e triângulos menores cobrindo sua superfície.



Fonte: Elaborada pelo autor.

6.8.3 Abordagem complementar

Por fim, uma alternativa complementar para direcionar a resolução da questão é aplicar diretamente o conceito de área, analisando a quantidade de quadrados e triângulos que compõem cada figura, e comparando com as quantidades fornecidas no enunciado. Essa estratégia reforça a compreensão conceitual e a aplicação prática da medida de superfície de forma integrada e significativa.

Assim, a Questão 9 da OBMEP-2023 configura-se como um excelente recurso didático, permitindo trabalhar simultaneamente conceitos de área, perímetro, precisão de medidas, composição e justaposição de figuras, em uma abordagem colaborativa, inclusiva e investigativa.

6.9 Sétima Atividade - Decompondo Figuras para Resolver um Desafio da OBMEP

Objetivo de Aprendizagem: Compreender o cálculo de áreas de figuras planas por meio da decomposição em partes menores e reconhecer relações proporcionais entre as áreas de diferentes regiões.

Habilidades (BNCC):

EF03MA21- Comparar, visualmente ou por superposição, áreas de faces de objetos, de figuras planas ou de desenhos.

EF06MA24- Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

EF07MA32- Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Tempo estimado: 50 minutos.

Materiais utilizados:

Figuras geométricas recortadas em papel cartão ou MDF Apêndice A.3 (Dois quadrados um de lado 6 cm e outro de 3 cm , 8 triângulos retângulos isósceles de catetos 3 cm) e Ficha individual Apêndice A.4.

Questão 7 (1ªFase 2017) GeoGebra

A figura mostra um quadrado de centro O e área 20 cm^2. O ponto M é o ponto médio de um dos lados. Qual é a área da região sombreada?

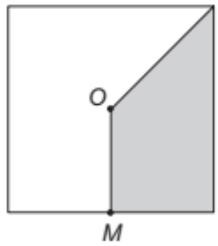
A) 6 cm^2

B) 6,5 cm^2

C) 7 cm^2

D) 7,5 cm^2

E) 8 cm^2



Nesta atividade, propõe-se inicialmente a exploração da superfície da figura por meio da sobreposição de formas geométricas menores. A decomposição da área do quadrado em figuras mais simples favorece a visualização e a compreensão do problema. A parte não sombreada da figura pode ser completada com dois quadrados menores e um triângulo retângulo cuja área corresponde à metade da área de um quadrado menor. Considerando que cada quadrado pode ser subdividido em dois triângulos retângulos congruentes, conclui-se que a superfície total do quadrado maior pode ser representada por oito triângulos retângulos iguais conforme a Figura 6.14.

Figura 6.14: Decomposição de um quadrado em partes menores: um quadrado e triângulos retângulos.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observando a figura proposta na atividade, identifica-se que a região sombreada é composta por 3 desses triângulos. Assim, considerando que a área total do quadrado maior é de 20 cm^2, a área da região colorida corresponde a $\frac{3}{8}$ de 20 cm^2, o que resulta em 7,5 cm^2.

Essa questão mostra como a decomposição de figuras em partes menores pode facilitar a compreensão da área, além de mostrar aos estudantes que problemas aparentemente complexos podem ser resolvidos por meio de raciocínios simples e visualizações estratégicas.

6.10 Oitava Atividade- Compondo Figuras para Resolver um Desafio da OBMEP

Objetivo de Aprendizagem:

Compreender a ideia de área por meio da decomposição e recomposição de figuras planas, identificando que diferentes formas podem possuir a mesma medida de área. Desenvolver estratégias para calcular áreas de figuras compostas, aplicando o raciocínio lógico e geométrico.

Habilidades (BNCC):

EF06MA24- Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

EF07MA32- Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Tempo estimado: 50 minutos.

Recursos utilizados:

Figuras geométricas recortadas em papel cartão ou MDF Apêndice A.3 (Três quadrados um de lado 8 cm e outro de 6 cm e 3 quadrados de lado 2 cm) e Ficha individual Apêndice A.4.

Questão 7 (1ª Fase 2014)

A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região cinza?

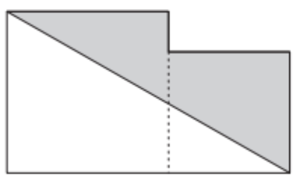
A) 44 cm^2

B) 46 cm^2

C) 48 cm^2

D) 50 cm^2

E) 56 cm^2



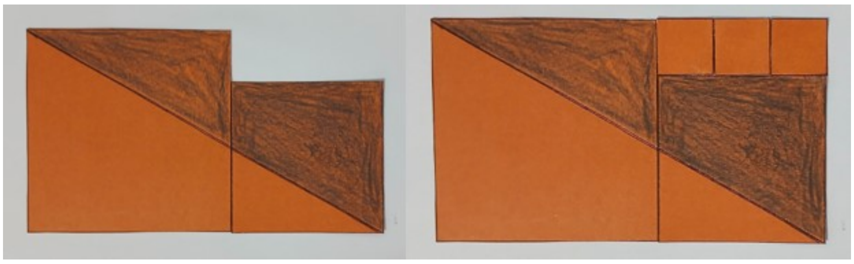
6.10.1 Proposta didática

Nesta questão, os estudantes se deparam com uma figura côncava cuja área deve ser determinada. Para isso, é necessário realizar composições ou decomposições da figura original, completando ou retirando partes de sua forma.

Com o uso de objetos manipuláveis, a proposta consiste em representar a figura utilizando dois quadrados colocados lado a lado: um com lado de 8 cm e o outro com lado de 6 cm. Para facilitar a visualização e o cálculo da área, sugere-se uma composição conforme Figura 6.15 com três quadrados menores, cada um com lado de 2 cm, de forma a transformá-la em um retângulo de base 14 cm e altura 8 cm.

Sabendo que a área de um quadrado de lado 1 cm é igual a 1 cm^2, pode-se deduzir que a área de um quadrado de lado 2 cm é de 4 cm^2. Verificamos, por exemplo, que dentro do quadrado de lado 6 cm cabem 9 quadradinhos de 2 cm de lado, totalizando uma área de 9×4 cm$^2 = 36$ cm^2.

Figura 6.15: Composição de um retângulo a partir da justaposição de quadrados.



Fonte: Elaborada pelo autor.

No quadrado maior, de lado 8 cm, cabem 1 quadrado de lado 6 cm e 7 quadradinhos de 2 cm de lado, resultando em 36 cm^2 + 7 x 4 cm^2 = 64 cm^2. Com isso, ao unirmos os dois quadrados e acrescentarmos os três quadrados de 2 cm de lado, obtemos um retângulo com área total de $64 + 36 + (3 \times 4) = 112$ cm ^{2}.

No entanto, o que desejamos encontrar é a área da região cinza, que corresponde à metade do retângulo, subtraída dos três quadrados de lado 2 cm.

Dado que a metade da figura composta é 56 cm^2, devemos subtrair os 3 quadrados adicionados artificialmente para completar a figura, ou seja, $56 - 12 = 44$ cm^2. Assim, a área da região cinza corresponde a 44 cm^2.

Essa questão permite trabalhar com os estudantes o raciocínio de completar figuras para facilitar o cálculo de áreas, mostrando que a decomposição e a recomposição são estratégias fundamentais em problemas de olimpíada.

6.11 Reflexões sobre a Proposta do Minicurso

O minicurso proposto representa uma integração entre a prática pedagógica e a resolução de problemas matemáticos de caráter olímpico, propondo atividades que articulam teoria e experimentação.

Sua estrutura, organizada em etapas sequenciais, foi pensada para favorecer o desenvolvimento gradual dos conceitos geométricos, partindo do reconhecimento das figuras e de suas propriedades até a resolução de problemas que envolvem composição, decomposição e justaposição. O uso de materiais concretos foi planejado como estratégia para facilitar a compreensão de conceitos abstratos, estimulando uma aprendizagem ativa, colaborativa e acessível a todos os estudantes.

As atividades foram elaboradas com o intuito de despertar a curiosidade, a autonomia e o raciocínio lógico, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico e o uso de diferentes estratégias de resolução. Ao articular o estudo de área e perímetro às questões da OBMEP, o minicurso propõe uma abordagem contextualizada e alinhada às competências gerais e específicas da BNCC.

Embora ainda não tenha sido aplicado, acredita-se que a proposta aqui apresentada possa contribuir para o planejamento de práticas pedagógicas voltadas à exploração investigativa e inclusiva da Geometria. Sua implementação em contextos escolares poderá fornecer subsídios para futuras análises sobre o impacto de metodologias ativas e acessíveis no ensino e aprendizagem de Matemática.

7 Conclusão

Este trabalho teve como objetivo principal a criação de um minicurso preparatório para as Olimpíadas de Matemática, com foco em área e perímetro, direcionado aos estudantes das séries iniciais do Ensino Fundamental II. A proposta foi fundamentada na experiência profissional do autor e na literatura, visando suprir lacunas na aprendizagem desses conceitos geométricos, frequentemente marcadas pela confusão entre área e perímetro. Assim, esta pesquisa busca contribuir ao apresentar uma proposta didática baseada no uso de materiais manipuláveis, permitindo ao aluno explorar os conceitos geométricos por meio de múltiplos sentidos e experiências concretas.

A revisão bibliográfica, analisou a relação entre as Olimpíadas de Matemática e o ensino de Geometria, especialmente após a implementação e eficácia de tecnologias educacionais, como os *softwares* de geometria dinâmica. Entre eles o GeoGebra se destacou por sua versatilidade e capacidade de promover a visualização e compreensão de conceitos geométricos. Neste trabalho, esse recurso foi explorado de forma secundária, por meio de *applets* criados ou selecionados dos repositórios, como complemento à resolução das questões da OBMEP previamente categorizadas.

A análise da literatura confirmou a relevância de abordagens metodológicas como sequências didáticas, engenharia didática e resolução de problemas para o ensino de área e perímetro. As Olimpíadas de Matemática, ao priorizarem a resolução de problemas, configuram-se como um espaço privilegiado de aprendizagem, pois estimulam o raciocínio lógico, a criatividade e a autonomia intelectual. Além disso, favorecem um ambiente colaborativo que contribui para a formação de sujeitos críticos, criativos e engajados com o conhecimento científico. Essa perspectiva alinha-se à BNCC, que enfatiza a importância do pensamento crítico e da competência para resolver problemas como aspectos essenciais da educação matemática.

No contexto das olimpíadas científicas no Brasil, observa-se sua presença consolidada em diversas áreas do conhecimento, especialmente nas Ciências Exatas. Além do reconhecimento por meio de medalhas, essas competições representam oportunidades reais de crescimento acadêmico. No caso da OBMEP, o mérito é ampliado pela oferta de bolsas de estudo e programas de iniciação científica, reforçando seu caráter formativo e motivador. Nesse contexto, o tratamento dos temas área e perímetro na BNCC, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, evidencia sua relevância. A unidade temática "Grandezas e Medidas" contempla estratégias como comparações por superposição de figuras e uso de unidades de medida, destacando a importância desses conceitos para o desenvolvimento das competências matemáticas.

Ao estabelecer uma relação entre os conhecimentos abordados nas olimpíadas e os objetivos da BNCC, percebe-se uma forte convergência em relação à valorização da resolução de problemas, do pensamento crítico e da autonomia do estudante. Diante das lacunas existentes no ensino público, a oferta de minicursos preparatórios, representar uma oportunidade para estudantes dedicados.

Compreendendo essa dinâmica, este trabalho buscou integrar, de forma objetiva, o uso de objetos manipuláveis ao ensino de área e perímetro. Para a etapa prática do minicurso, desenvolveu-se um conjunto de figuras planas confeccionadas em MDF com o objetivo de explorar os conceitos de forma concreta e acessível, conforme orienta a BNCC, utilizando esses materiais também como recurso para a resolução de questões da OBMEP (Nível 1).

A análise das definições de perímetro em materiais didáticos revelou uma introdução frequentemente superficial nas séries finais do Ensino Fundamental I e iniciais do Ensino Fundamental II geralmente limitada a exemplos com polígonos e soma dos lados. Nesse trabalho, buscou-se apresentar o conceito de perímetro como medida do contorno da figura, independente da forma. O uso da fita métrica foi fundamental, tornando a noção de perímetro mais concreta para estudantes em fase inicial de aprendizagem.

Por outro lado, o conceito de área, embora presente nas mesmas etapas escolares é aprofundado nos anos finais com novas figuras, fórmulas e estratégias mais sofisticadas. Assim, trabalhando com figuras básicas, o minicurso propõe a retomada dos conceitos fundamentais, promovendo uma base sólida para aprofundamentos futuros. A categorização das questões da OBMEP permitiu perceber que área e perímetro são conteúdos recorrentes especialmente em problemas que envolvem transformações geométricas, composição e decomposição de figuras. Nesse sentido, um minicurso que explore o uso de objetos manipuláveis contribui significativamente para a compreensão desses conceitos, pois as figuras físicas oferecem múltiplas possibilidades (podem ser giradas, sobrepostas, comparadas, desmontadas e remontadas), favorecendo uma aprendizagem ativa e visual.

Espera-se que esta pesquisa contribua para um ensino de Geometria mais dinâmico, que ofereça novos caminhos para a exploração dos conceitos de área e perímetro. A valorização da resolução de problemas como estratégia central do ensino-aprendizagem, destacada por diversos autores, constitui o alicerce desta proposta. Nesse contexto, o minicurso aqui apresentado configura-se como uma alternativa pedagógica promissora, ao utilizar objetos manipuláveis como recurso para a construção dos conceitos e desenvolvimento do pensamento crítico-matemático.

Referências

1 Ministério da Saúde, M. da. *Portal COVID-19*. 2023. Acesso em: 21 jan. 2025. Disponível em: https://www.gov.br/saude/covid-19.

2 MANGAHIGH. *Mangahigh - Free Access for Schools to Online Maths During Coronavirus*. 2020. Acesso em: 21 jan. 2025. Disponível em: <https://www-.mangahigh.com/en/blog/2020-03-06-free-access-schools-online-maths-coronavirus-ptbr>https://www.mangahigh.com/en/blog/2020-03-06-free-access-schools-online-maths-coronavirus-ptbr.

3 MANGAHIGH. *Atividades de Matemática - Mangahigh*. 2025. Acesso em: 17 jan. 2025. Disponível em: <https://www.mangahigh.com/pt-br/activities-/home>https://www.mangahigh.com/pt-br/activities/home.

4 BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.

5 DANTE, L. R. *Matemática: Contexto e Aplicações*. 6. ed. São Paulo: Ática, 2009.

6 ROMBERG, T. A. *Perspectivas sobre o Conhecimento e Métodos de Pesquisa*. Cidade: Editora, 2003. Tradução de Lourdes de la Rosa Onuchic e Maria Lúcia Boero.

7 HENRIQUES, M. D.; SILVA, A. M. de. Dificuldades de aprendizagem de Área e perímetro na perspectiva da produção de significados. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, FISEM, Madrid, v. 37, p. 31–55, 2014. ISSN 1815-0640. Acesso em: 23 jan. 2025. Disponível em: <https://www.fisem.org/web-/union>https://www.fisem.org/web/union.

8 LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. *Fundamentos de Metodologia Científica*. 5. ed.. ed. São Paulo: Atlas, 2003. ISBN 85-224-3397-6.

9 VIEIRA Ívia N. *Aplicando ideias de Pólya na resolução de problemas de geometria da OBMEP para o ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Ilhéus, BA, 2020. 60 f., il. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática).

10 SOUSA, L. R. P. de. *Sequência didática e OBMEP: uma proposta para o ensino de áreas e perímetros de polígonos por meio da resolução de problemas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), Programa de Pós-Graduação em Educação, Mossoró, RN, 2020. 132 f., il. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2020.

11 MODOLO, T. M. *O ensino da Matemática por meio da resolução de problemas: um estudo das questões da OBMEP sobre perímetro e área*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Centro de Ciências Exatas, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Vitória, ES, 2023. 47 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2023.

12 SANTANA, M. de S. *A OBMEP e a metodologia de resolução de problemas: uma proposta didática visando o ensino e aprendizagem de Geometria Plana*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), Programa de Pós-Graduação em Educação, Campos dos Goytacazes, RJ, 2024. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2024.

13 MARTINS, W. H. B. da S. *A utilização do software GeoGebra como instrumento para compreensão dos conceitos e resultados da geometria plana*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Alagoas (UFAL), Instituto de Matemática, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Maceió, AL, 2024. 181 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2024.

14 SANTOS, R. de C. R. *GeoGebra como instrumento de mediação no ensino de geometria: o processo de transformação dos alunos que atuaram na OBMEP*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí (IFPI), Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Floriano, PI, 2018. 180 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto Federal do Piauí, 2018.

15 ALVES, L. A. *GeoGebra como suporte para o ensino de Geometria por meio de construções geométricas abordadas no Programa de Iniciação Científica da OBMEP*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo (USP), Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), São Carlos, SP, 2019. 137 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade de São Paulo, 2019.

16 PRINA, A. F. *O ensino de geometria plana a partir da construção de figuras geométricas: uma aplicação do GeoGebra*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática, Sinop, MT, 2017. 61 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade do Estado de Mato Grosso, 2017.

17 ALVES, D. P. *O Portal OBMEP do Saber como ferramenta de suporte para o ensino de Geometria Analítica na 3ª série do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Tocantins (UFT), Câmpus Universitário de Arraias, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática, Arraias, TO, 2021. 77 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, 2021.

18 CRUZ, M. P. M. da; FILHO, I. de O. H. Variação de soluções na geometria com a utilização do geogebra. *Revista COCAR*, v. 8, n. 2, p. 78–101, 2019. Artigo sobre o uso do GeoGebra na resolução de questões da OBMEP.

19 VARGAS, R. N.; LINHARES, R. R. Utilizando o geogebra para a resolução de questões de geometria da obmep. *Revista Contemporânea Contemporary Journal*, v. 4, n. 4, p. 01–14, 2024. ISSN 2447-0961. Artigo aceito em 15 abr. 2024. Uberlândia, MG, Brasil.

20 PONTES, E. A. S. Método de polya para resolução de problemas matemáticos: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. *HOLOS*, Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Natal, v. 35, n. 3, p. e6703, 2019.

21 FERREIRA, L. do C. *O uso de resolução de problemas no auxílio do ensino da Geometria Plana*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Instituto de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Juiz de Fora, MG, 2023. 100 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, 2023.

22 AIRES, H. da C. *Técnicas de resolução de problemas olímpicos de Geometria Plana*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Pará (UFPA), Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Belém, PA, 2018. 119 f., il. color. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Pará, 2018.

23 SILVA, S. L. da. *Além das medidas: abordagens lúdicas e desafios da OBMEP na compreensão do conceito de área*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Campus São Carlos, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), São Carlos, SP, 2023. 117 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São Carlos, 2023.

24 KIEFER, J. G.; MARIANI, R. d. C. P.; SOARES, M. A. d. S. Área de hexágonos através da decomposição em triângulos: um estudo a partir do software geogebra. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, CINTED-UFRGS, v. 18, n. 1, jul 2020.

25 CRUZ, G. N. d. *Estudo de áreas e de perímetros de polígonos, com o auxílio do geoplano e do papel quadriculado, numa turma de sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2020. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

26 NETO, J. A. d. S. *Uma sequência didática sobre área e perímetro utilizando o banco de questões da OBMEP e o GeoGebra*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos, 2018.

27 QUEIROZ, G. T. *Ensino da Geometria: uma abordagem a partir do uso do Origami*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Manaus, AM, 2019. 47 f., il. color. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Amazonas, 2019.

28 AMARANTE, J. M. N. do. *Análise de erros: reflexões sobre o ensino de Geometria no município de Óbidos-PA a partir de questões da OBMEP*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Instituto de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Santarém, PA, 2019. 117 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Oeste do Pará, 2019.

29 SILVA, G. R. da. *Avaliação de desempenho dos alunos em questões sobre Geometria Plana*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Teófilo Otoni, MG, 2019. 111 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, 2020.

30 RODRIGUES, V. O. *Geometria Plana na OBMEP: um estudo das questões de Geometria na segunda fase da OBMEP nos níveis 1 e 2*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Piauí (UFPI), Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teresina, PI, 2024. 170 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Piauí, 2024.

31 RODRIGUES, J. G. L. *Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana?* Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília (UnB), Programa de Pós-Graduação em Matemática, Brasília, DF, 2016. 154 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de Brasília, 2016.

32 SILVA, G. L. da. *Um olhar para as questões de Geometria Plana da OBMEP dos níveis 1 e 2 com o uso de materiais concretos manipuláveis: o que fazer para levar os problemas para a realidade dos alunos da rede pública de ensino*. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ), Instituto de Matemática e Estatística, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Rio de Janeiro, RJ, 2022. 223 f., il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2022.

33 ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. de Queiroz e S. Engenharia didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no gt-19 / anped. *REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática*, UFSC, Florianópolis, v. 3, n. 6, p. 62–77, 2008.

34 SILVA, J. G. A. da; ALVES, F. R. V.; MENEZES, D. B. Uma engenharia didática (ed) aplicada à olimpíada brasileira de matemática das escolas públicas e privadas (obmep): Situações didáticas olímpicas (sdo) para o ensino de geometria euclidiana plana. *Revista de Educação Matemática*, Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) - Regional São Paulo, São Paulo, SP, v. 17, p. 1–16, 2020. ISSN 2526-9062. Disponível em: <https://doi.org/10.37001-/remat25269062v17id416>https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id416.

35 SANTIAGO, P. V. d. S. *Olimpíada Internacional de Matemática: Situações Didáticas Olímpicas no Ensino de Geometria Plana*. 160 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional)) — Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2021.

36 RODRIGUES, J. A. *O Ensino de Geometria com o Auxílio do Software GeoGebra: uma Engenharia Didática de Formação para a Olimpíada Internacional de Matemática sob a Perspectiva da Teoria das Situações Didáticas.* Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Instituto Federal do Ceará, Campus Fortaleza, 2023.

37 FILHO, J. E. A. *Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o Ensino de Geometria Plana: um Contributo da Engenharia Didática.* Dissertação (Dissertação de Mestrado Profissional) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

38 NETO, J. E. de O. *Situações Didáticas Olímpicas Aplicadas a Problemas de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).* Dissertação (Dissertação de Mestrado Profissional) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

39 RODRIGUES, G. A. de P. et al. Oficina de geometria espacial: estratégias para o ensino eficaz da matemática. *Revista de Gestão e Secretariado (GeSec)*, São José dos Pinhais, Paraná, Brasil, v. 15, n. 6, p. 01–14, 2024. ISSN 2178-9010. Disponível em: <http://doi.org/10.7769/gesec.v15i6.3763>http://doi.org/10.7769/gesec.v15i6.3763.

40 ROBINSON, M. Um estudo bibliométrico sobre o papel das olimpíadas científicas. *Revista Brasileira de Educação*, São Paulo, v. 28, n. 92, p. e289252, 2023. Acesso em: 3 jun. 2025. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/xMBy9RnHnzzycxh4GjXkBcC-/>https://www.scielo.br/j/rbedu/a/xMBy9RnHnzzycxh4GjXkBcC/.

41 NOTíCIAS, A. U. de. *Olimpíadas científicas: as competições onde o Brasil é campeão mundial.* 2023. Acesso em: 18 jan. 2025. Disponível em: <https://aun.webhostusp.sti.usp.br/index.php/2023/02/16-/olimpiadas-cientificas-as-competicoes-onde-o-brasil-e-campeao-mundial-/>https://aun.webhostusp.sti.usp.br/index.php/2023/02/16/olimpiadas-cientificas-as-competicoes-onde-o-brasil-e-campeao-mundial/.

42 SUBOTNIK, R. F.; MISERANDINO, A. D.; OLSZEWSKI-KUBILIUS, P. *Implications of the Olympiad Studies for the Development of Mathematical Talent in Schools.* 1996. Acesso em: 23 jan. 2025. Disponível em: https://www.academia.edu/19932017.

43 ZAWAIRA, A. *A Primer for Mathematics Competitions.* Oxford, UK: Oxford University Press, 2009. 10 p.

44 APLICADA, I. . I. de Matemática Pura e. *Brasil leva 6 medalhas e é o 16º na IMO.* 2025. Acesso em: 17 jan. 2025. Disponível em: <https://impa.br/noticias/brasil-leva-6-medalhas-e-e-o-16-na-imo/>https://impa.br/noticias/brasil-leva-6-medalhas-e-e-o-16-na-imo/.

45 Organização Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. *Programas e iniciativas: Bolsa-Tech, Bolsa IHS e PICME.* 2025. Acesso em: 13 jan. 2025. Disponível em: https://www.obmep.org.br.

46 OBMEP. *Regulamento da OBMEP.* 2025. Acesso em: 18 jan. 2025. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/regulamento-.htm>http://www.obmep.org.br/regulamento.htm.

47 MOREIRA, D. Recognizing performance: How awards affect winners' and peers' performance in Brazil. *Job Market Paper*, 2017. Disponível em: http://www.obmep.org.br/docs/Moreira_JMP.pdf. Acesso em: 14 jan. 2025.

48 DICIO. *Dicio - Dicionário Online de Português*. 2024. Acesso em: 27 jan. 2025. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/>https://www.dicio.com.br/.

49 ANDRINI Álvaro; VASCONCELOS, M. J. *Praticando Matemática*. 4. ed. renovada. ed. São Paulo: Editora Brasil, 2015. (Coleção Praticando Matemática, v. 6).

50 JúNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática, 6º ano*. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

51 CADAR, L.; DUTENHEFNER, F. *Encontros de Geometria - Parte 1*. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. 156 p. Distribuição: IMPA/OBMEP, Estrada Dona Castorina, 110, 22460-320 Rio de Janeiro, RJ. E-mail: cad_obmep@obmep.org. ISBN 978-85-244-0396-5.

52 GIOVANNI, J. R. et al. *360° Matemática: volume único*. São Paulo: FTD, 2015. Edição Português, Capa comum – 7 abr. 2015.

53 NETO, A. C. M. *Geometria*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. 502 p. (Coleção Profmat). ISBN 9788585818937.

54 LIVRE, W. . a enciclopédia. *Heron de Alexandria*. 2025. Consultado em 18 outubro 2025. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Heron_de_Alexandria>https://pt.wikipedia.org/wiki/Heron__de__Alexandria.

55 ARAUJO, S. V. L. d. *Uma Análise Crítica das Provas da Primeira Fase da OBMEP – Nível 1*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)) — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, fev. 2013.

56 SILVA, C. G. *Uma Análise Crítica das Provas da Primeira Fase da OBMEP – Nível 1*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)) — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, fev. 2013.

57 MATTA, A. A. d. *Uma Análise Crítica das Provas da Primeira Fase da OBMEP – Nível 2*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)) — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, fev. 2013.

58 ALBUQUERQUE, C. F. M. d. *Uma Análise Crítica das Provas da Primeira Fase da OBMEP – Nível 2*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)) — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, fev. 2013.

59 SOUZA, C. S. d. *Uma Análise Crítica das Provas da Primeira Fase da OBMEP – Nível 3*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)) — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, fev. 2013.

60 SILVA, J. J. d. *Uma Análise Crítica das Provas da Primeira Fase da OBMEP – Nível 3*. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)) — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, fev. 2013.

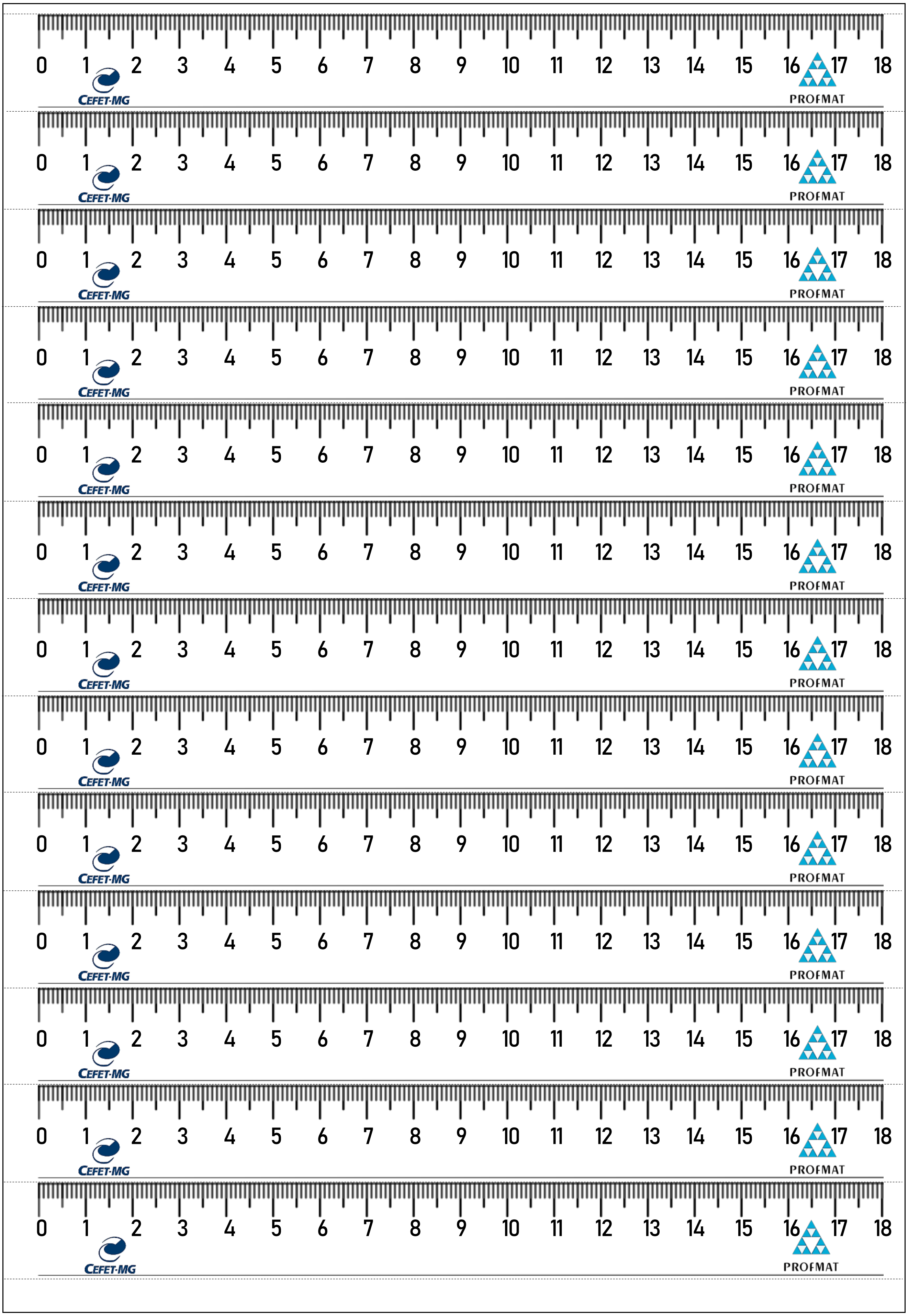
61 LEAL, W. M. *Resolução de problemas de geometria no ensino médio: uma análise de erros em provas da OBMEP no Maranhão*. 68 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT)) — Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2021. Programa de Pós-Graduação em Rede - Matemática em Rede Nacional/CCET.

62 OBMEP. *Notícias da OBMEP*. 2025. Acesso em: 23 jan. 2025. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/noticias-.DO?id=730>http://www.obmep.org.br/noticias.DO?id=730.

Apêndice A
Apêndices

A.1 Apêndice A – Modelo de Fita métrica para impressão

1	Cole aqui	1	Cole aqui	1	Cole aqui	1	Cole aqui
2	26	2	26	2	26	2	26
3	27	3	27	3	27	3	27
4	28	4	28	4	28	4	28
5	29	5	29	5	29	5	29
6	30	6	30	6	30	6	30
7	31	7	31	7	31	7	31
8	32	8	32	8	32	8	32
9	33	9	33	9	33	9	33
10	34	10	34	10	34	10	34
11	35	11	35	11	35	11	35
12	36	12	36	12	36	12	36
13	37	13	37	13	37	13	37
14	38	14	38	14	38	14	38
15	39	15	39	15	39	15	39
16	40	16	40	16	40	16	40
17	41	17	41	17	41	17	41
18	42	18	42	18	42	18	42
19	43	19	43	19	43	19	43
20	44	20	44	20	44	20	44
21	45	21	45	21	45	21	45
22	46	22	46	22	46	22	46
23	47	23	47	23	47	23	47
24	48	24	48	24	48	24	48
25	49	25	49	25	49	25	49
	50		50		50		50

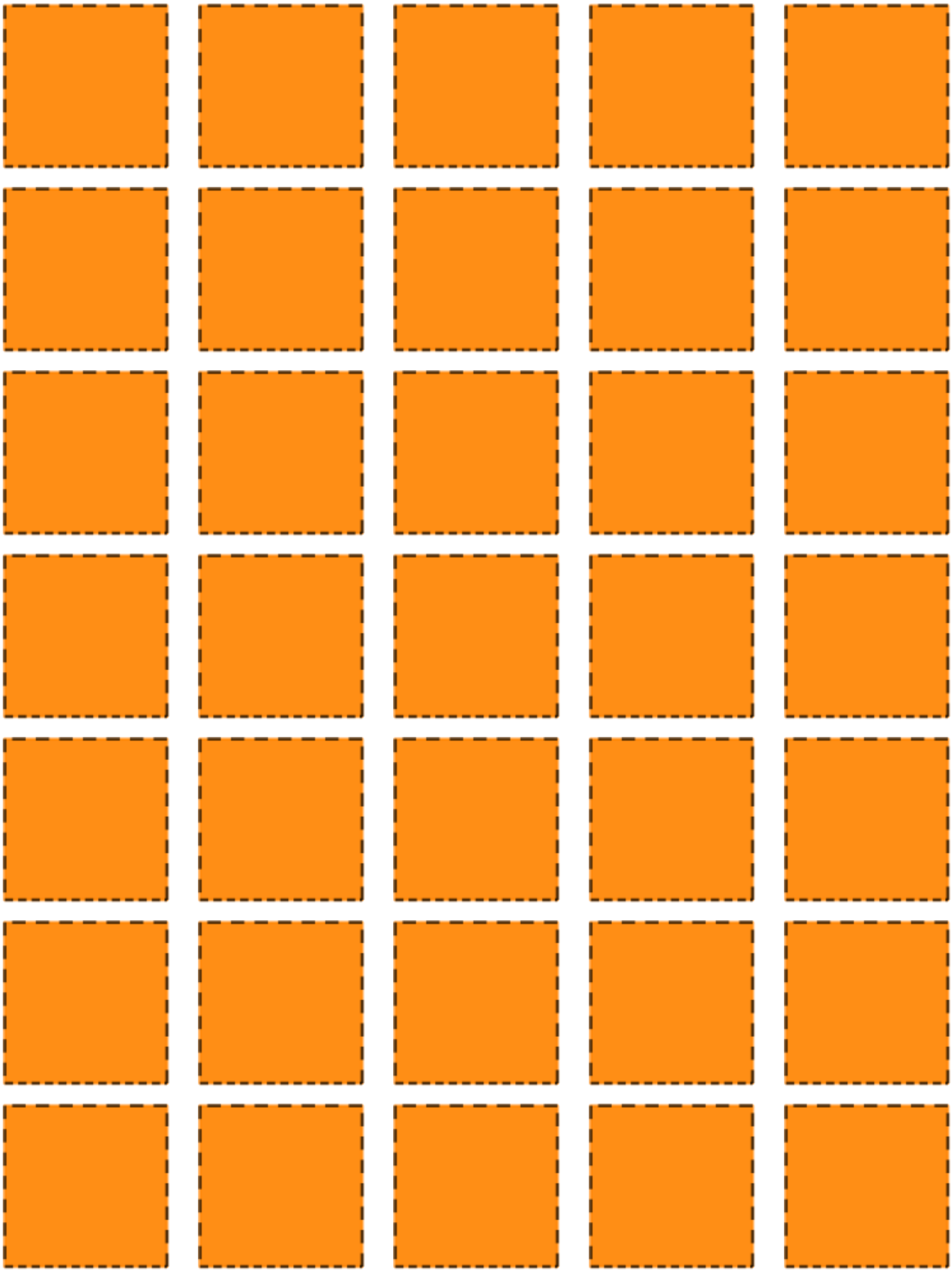

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
CEFET-MG
PROFMAT

A.2 Apêndice B – Figuras Criadas para o Minicurso

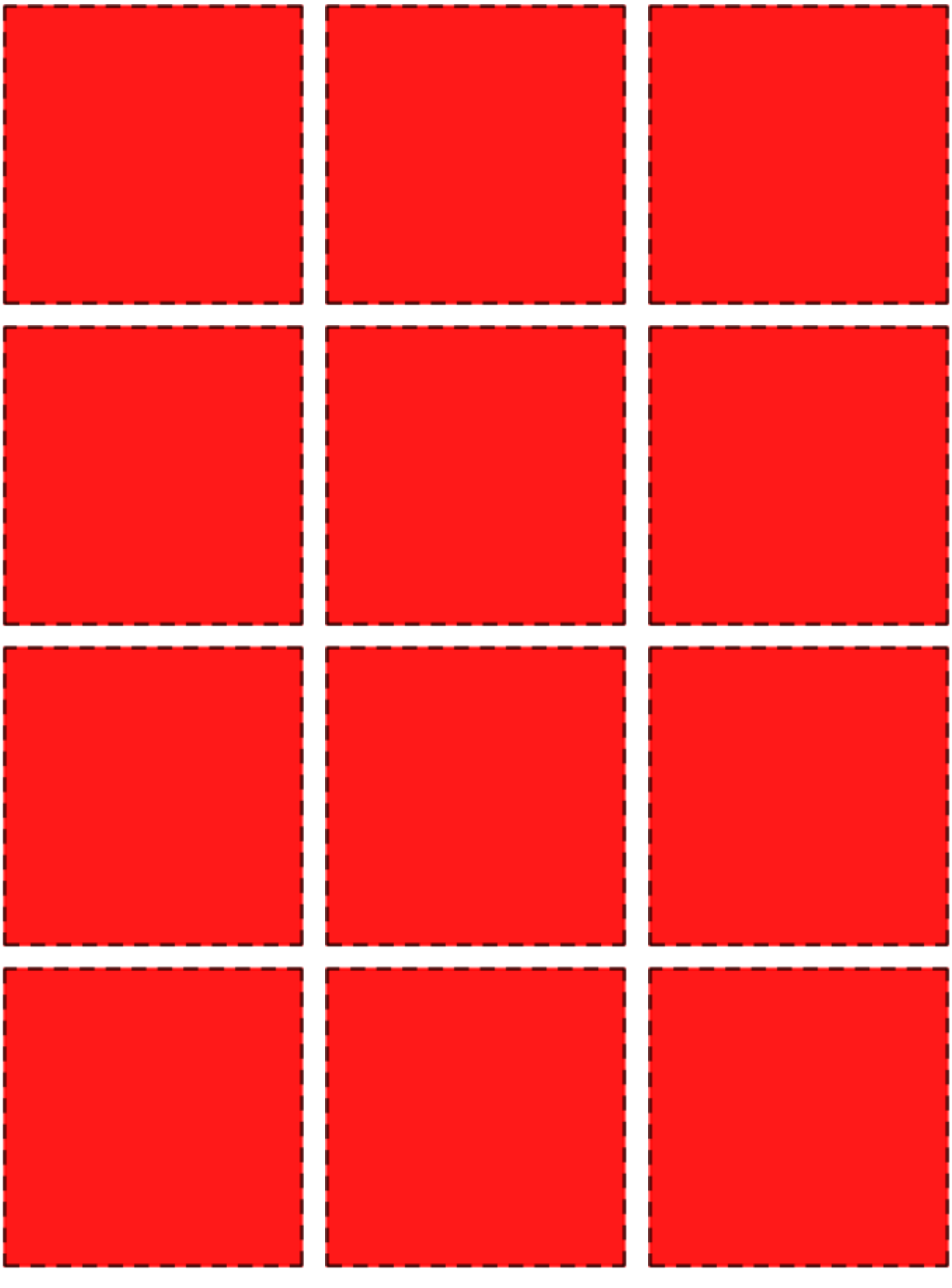
Todos os anexos que compõem este trabalho estão disponíveis no seguinte link: **Acessar anexos**.

Para a impressão dos materiais, recomenda-se configurar a escala em 100% (tamanho real), a fim de preservar as dimensões e proporções originais das figuras e atividades apresentadas.

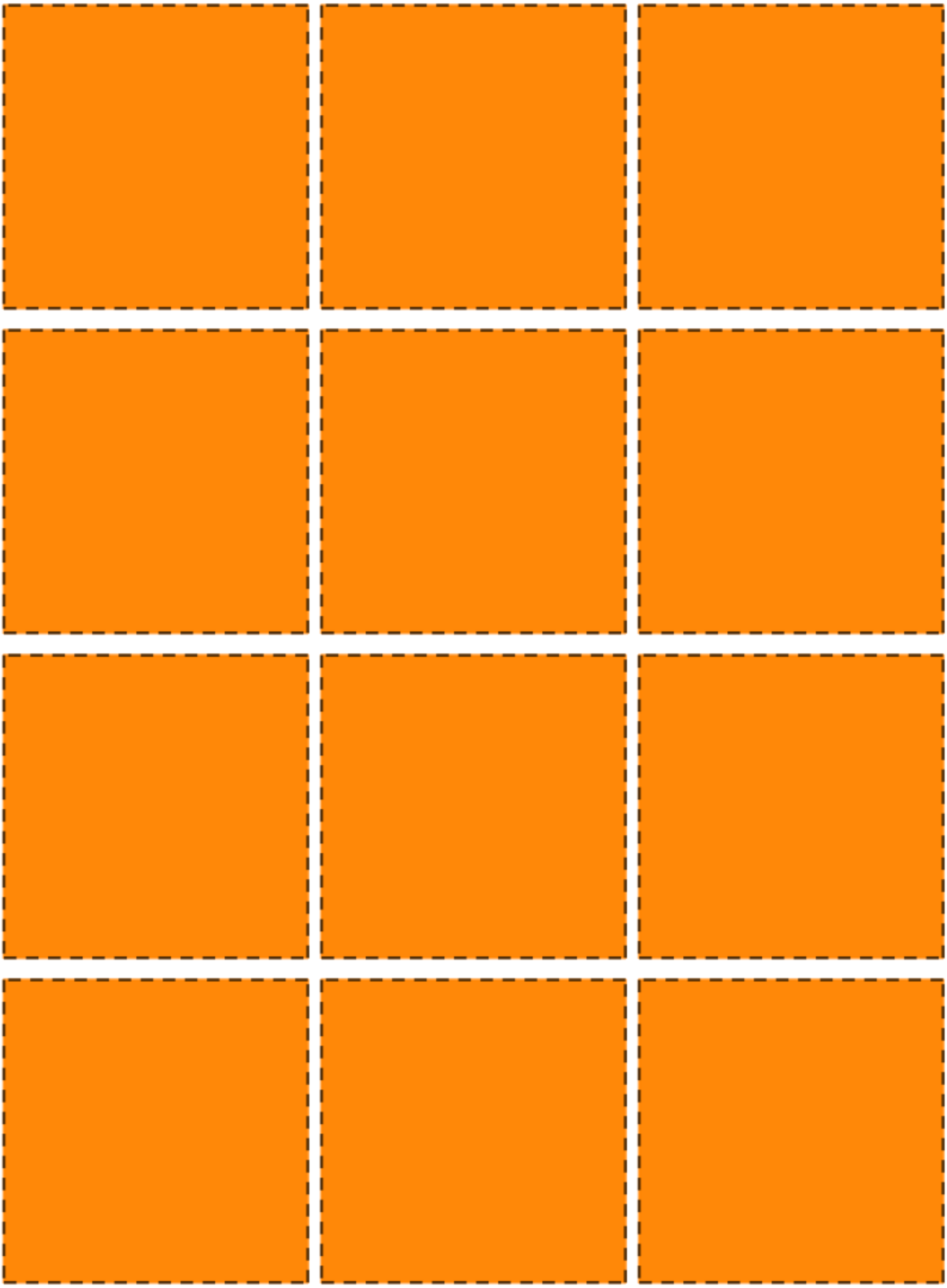
Quadrados de lado 3 centímetros.



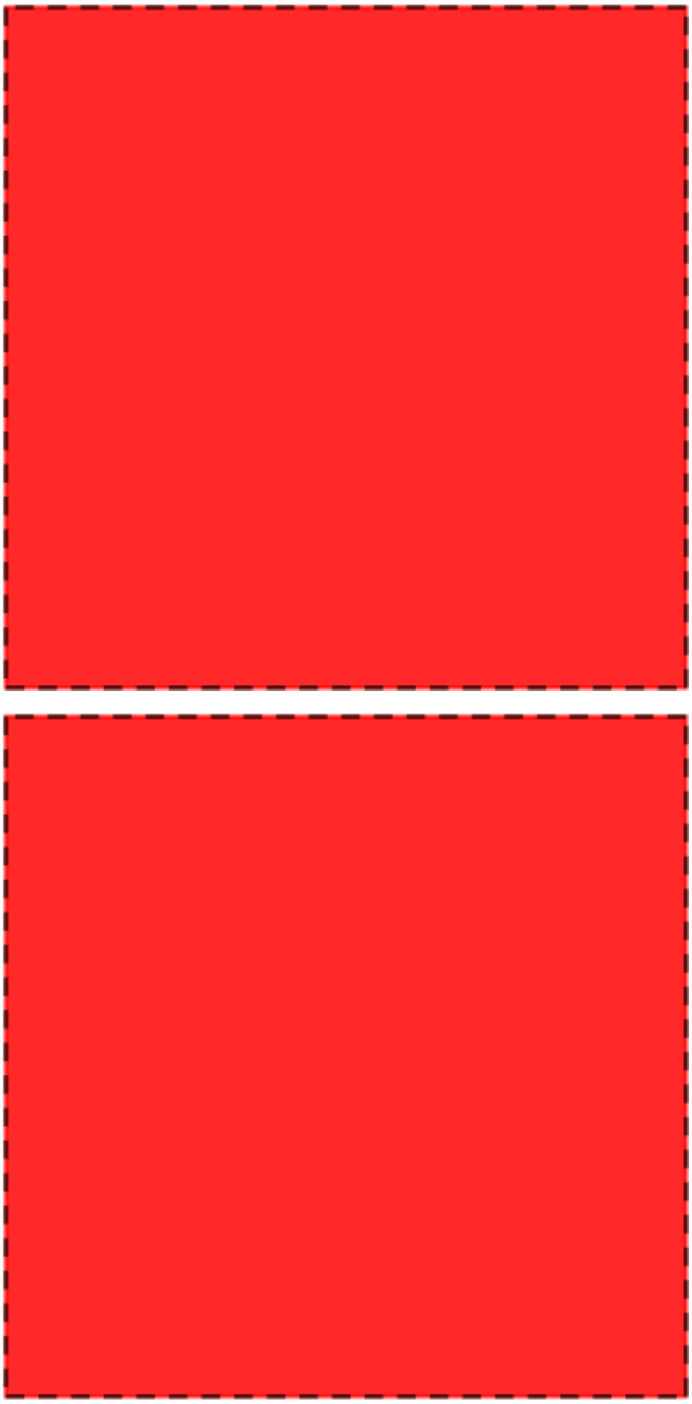
Quadrados de lado 5 centímetros.



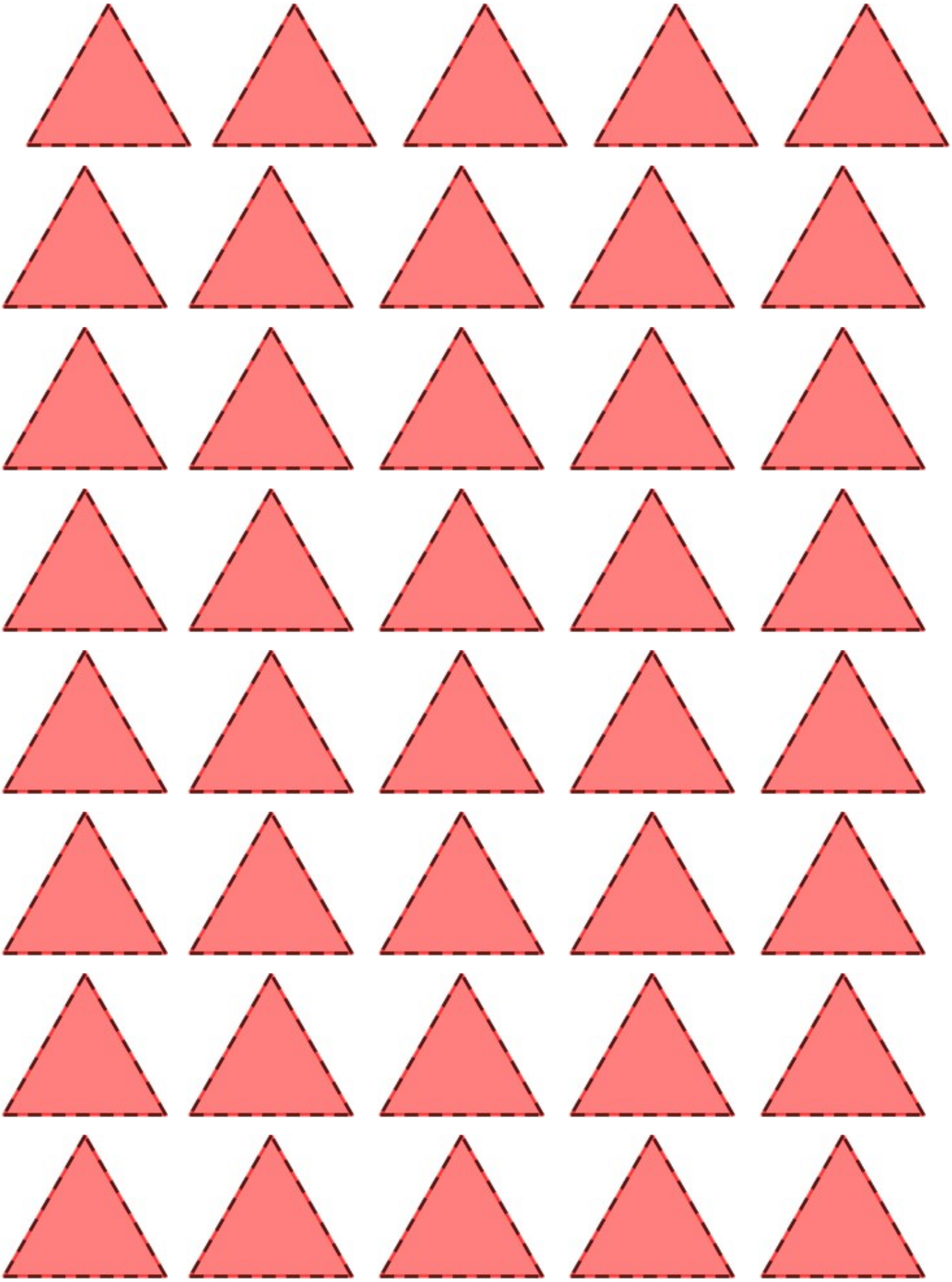
Quadrados de lado 6 centímetros.



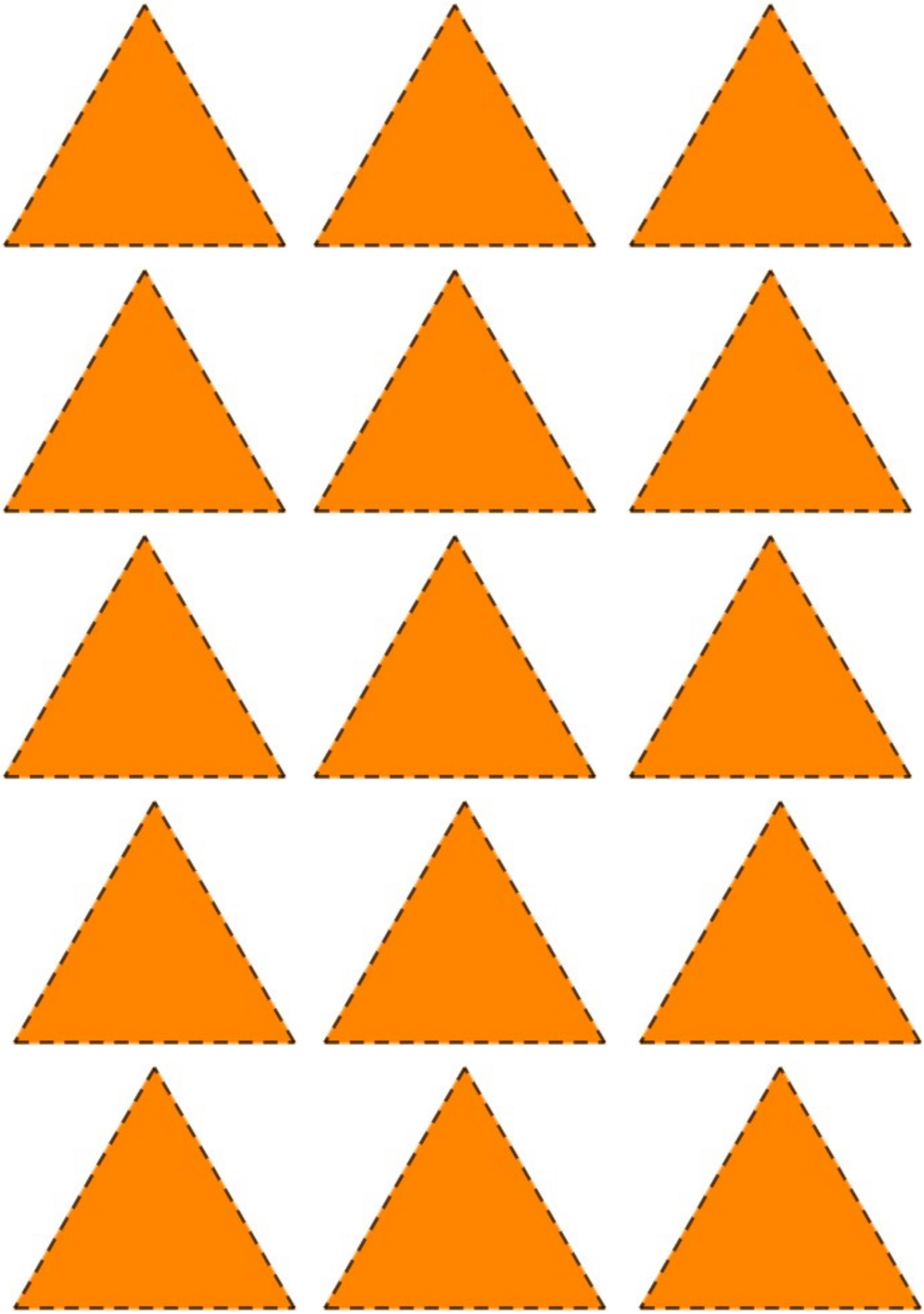
Quadrados de lado 10 centímetros



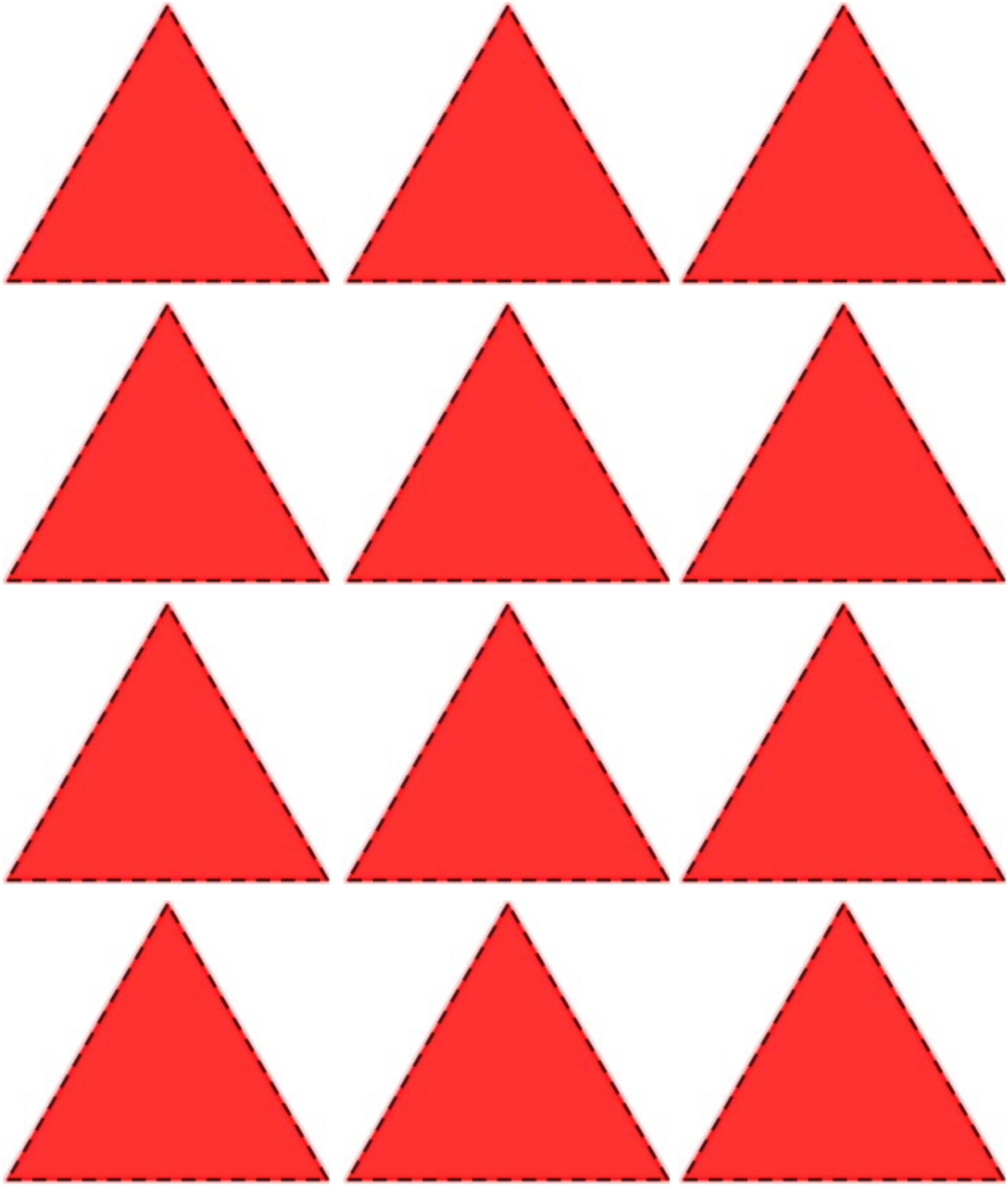
Triângulos equiláteros de lado 3 centímetros



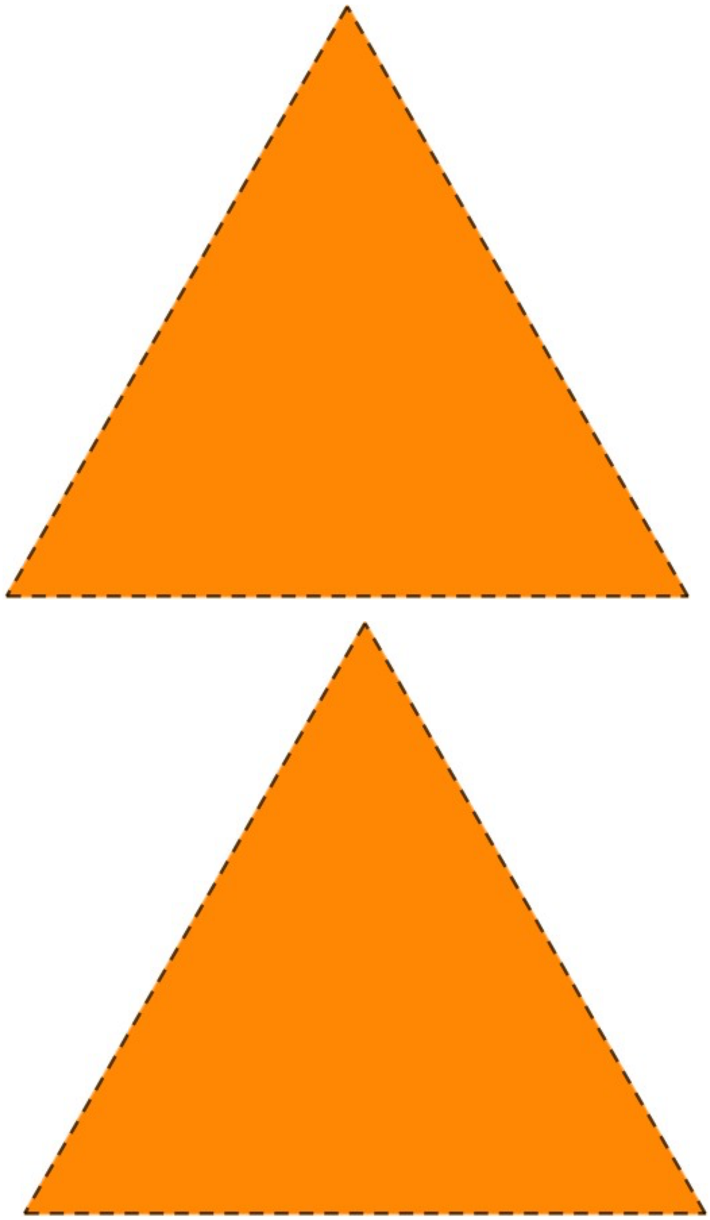
Triângulos equiláteros de lado 5 centímetros



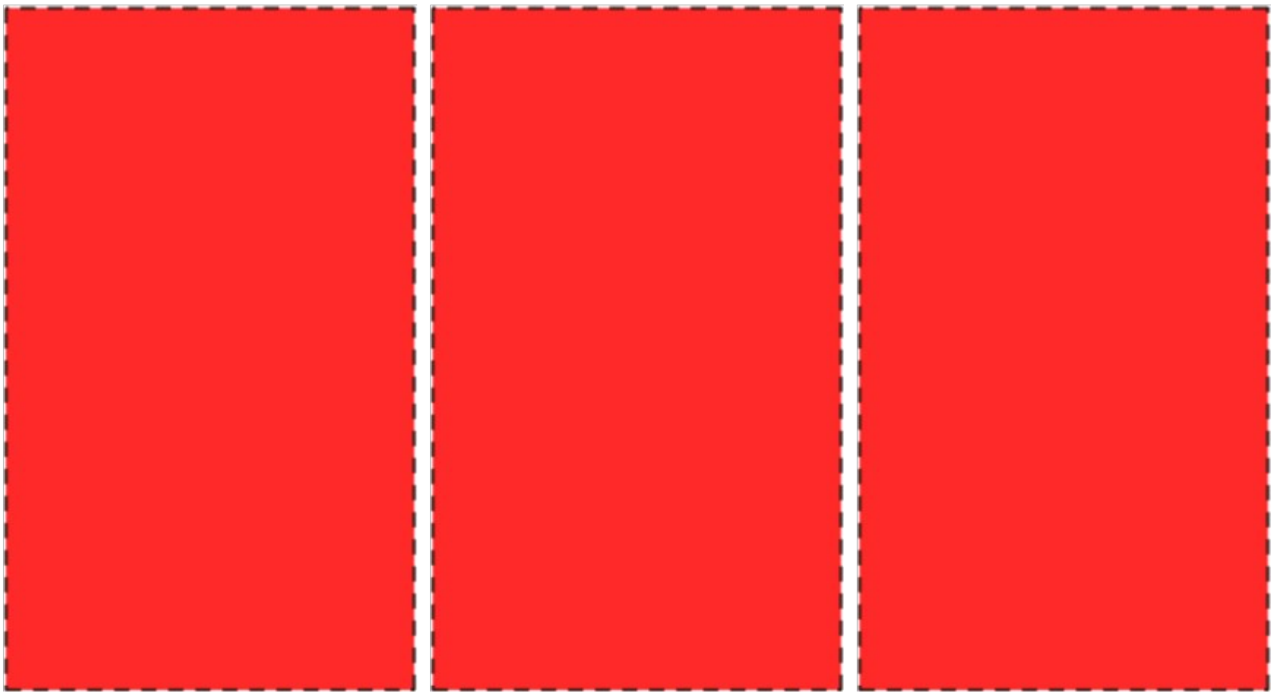
Triângulos equiláteros de lado 6 centímetros



Triângulos equiláteros de lado 10 centímetros



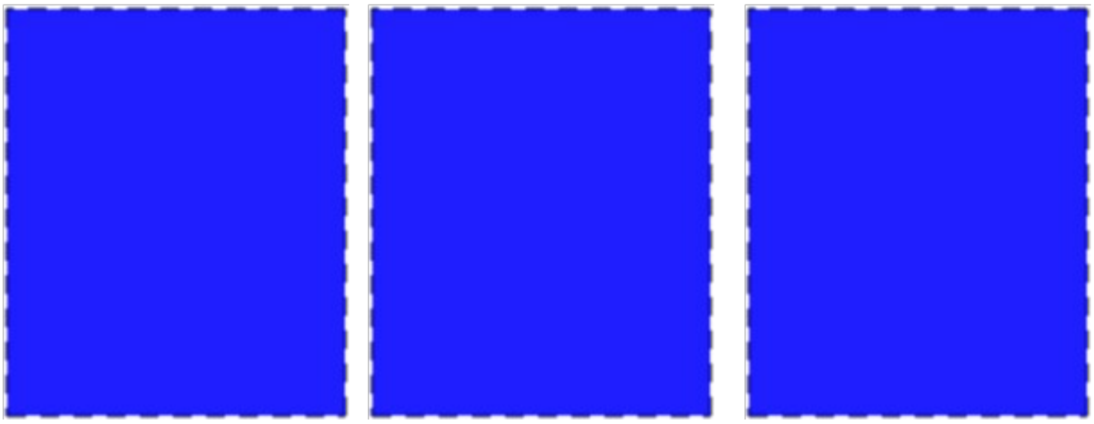
Retângulos 10 cm x 6cm



Retângulos 10 cm x 5cm

Retângulos 5 cm x 3 cm

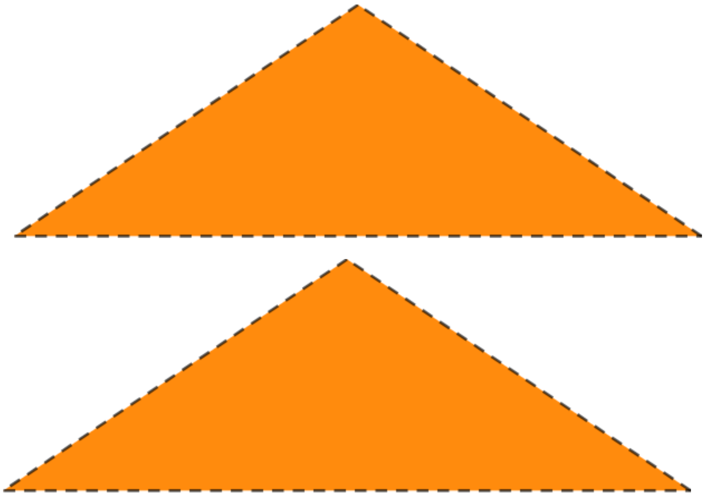
Retângulos 6 cm x 5 cm



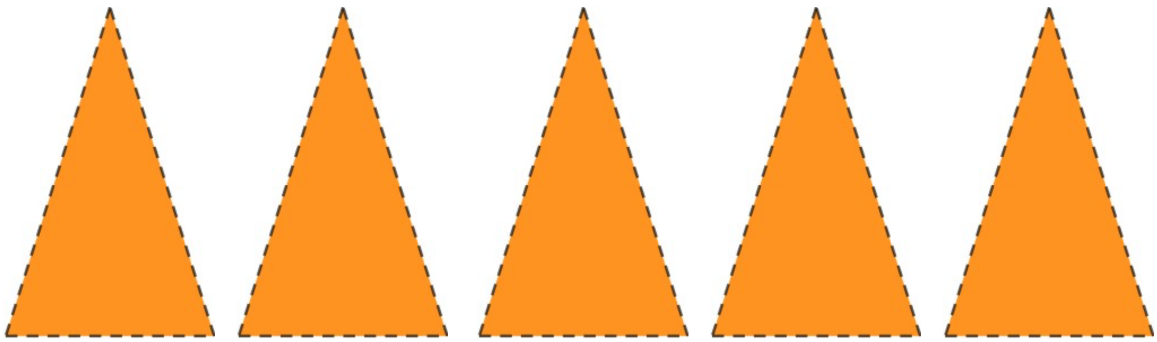
Retângulos 6 cm x 3 cm

Retângulos 10 cm x 3 cm

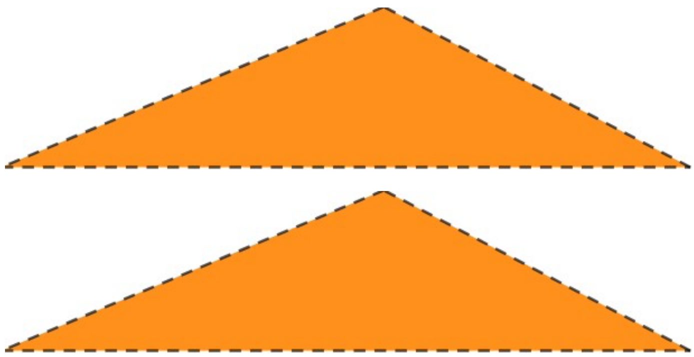
Triângulos isósceles de base 10 centímetros e lados 6 centimetros



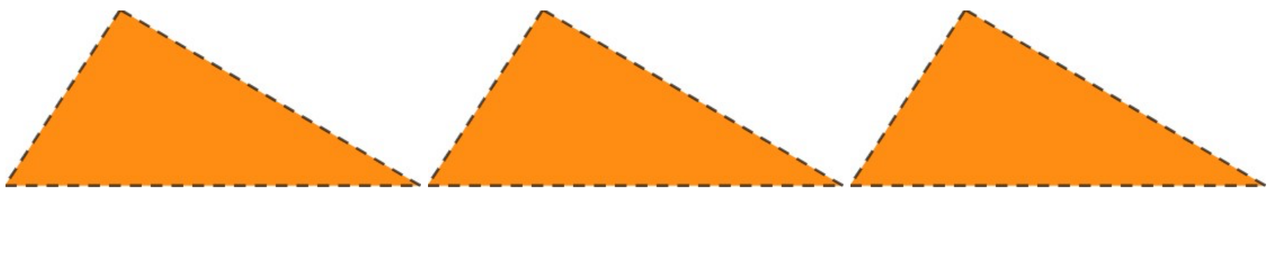
Triângulos isósceles de base 3 centímetros e lados 5 centímetros



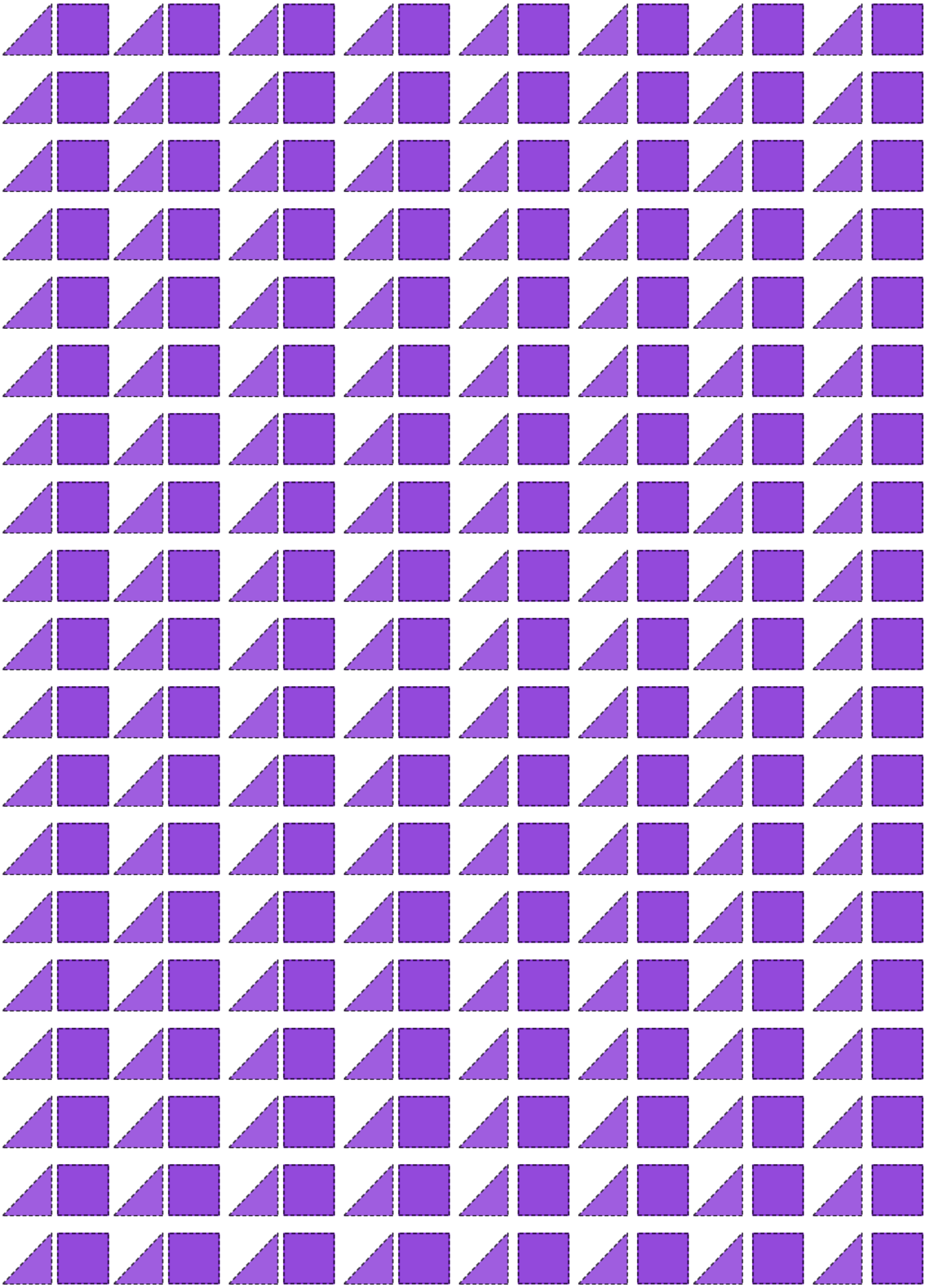
Triângulos escalemos de lados 10 centímetros, 6 centímetros e 5 centímetros



Triângulos escalemos de lados 6 centímetros, 5 centímetros e 3 centímetros



Quadrado de lado 1 cm e triângulo retângulo



A.3 Apêndice C – Arquivos de figuras planas para corte formato .dxf e .sgv.

O software autolaser foi desenvolvido para gerenciar e otimizar o uso de máquinas a laser, pois possui uma ampla gama de funções que permitem aos operadores maximizar a eficiência e a precisão dos seus processos de corte e gravação a laser.

Os arquivos digitais em formato `.dxf` e `.svg` foram desenvolvidos para o corte a laser. Eles podem ser baixados no link a seguir:

- Clique aqui para baixar o Autolaser
- Clique aqui para baixar o arquivo DXF ou arquivo SVG

A.4 Apêndice D – Ficha individual

Orientações aos Professores e Interessados na Utilização do Material

Antes de iniciar a aplicação destas fichas, recomenda-se a leitura atenta do texto desta dissertação, especialmente o **Capítulo 6**, que apresenta e descreve o Minicurso para o qual as fichas foram idealizadas.

O material necessário para a aplicação encontra-se nos Anexos desta dissertação, incluindo:

- Modelos de fita métrica e régua;
- Peças do kit com dezoito figuras, elaboradas para introduzir e orientar os estudantes na preparação para as Olimpíadas de Matemática;
- Outros elementos complementares acompanham cada ficha individual, sendo descritos detalhadamente na subseção Materiais utilizados correspondente a cada atividade.

Dicas para Melhor Aproveitamento do Material

1. As peças, figuras e réguas devem ser impressas em papel de gramatura 180 g/m^2.
2. Para maior resistência e durabilidade, recomenda-se colar as figuras sobre papelão antes do recorte.
3. A fita métrica pode ser impressa em papel comum, recortada e colada com precisão.

4. Para reforço e maior durabilidade, as tiras da fita podem ser plastificadas com fita adesiva larga e transparente, unindo duas tiras lado a lado.

Essas orientações visam facilitar o uso e a conservação do material, tornando as atividades mais acessíveis, dinâmicas e eficazes durante a aplicação do minicurso.

MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

PRIMEIRA ATIVIDADE – RECONHECENDO E MANIPULANDO AS FIGURAS

Estudante: ____ Data____ /____/ _____

Nesta atividade, você vai explorar as figuras geométricas do seu kit! Observe, toque, compare e descubra o que cada uma tem de especial. Tente identificar o nome de cada figura, perceba quantos lados e ângulos ela tem e veja o que muda (ou não!) quando você gira ou muda sua posição. Siga as orientações do professor e participe das descobertas — observe também se alguma figura tem simetria e compartilhe suas observações com o grupo!

1) Use a tabela para registrar o que você descobrir sobre cada figura.

Nome da Figura	Quantos lados?	Medidas dos lados?	Quantos ângulos?	Medida dos ângulos? (aproximadamente)

2) O que se altera ao rotacionar as figuras?

3) O que ocorre ao mudar esta figura de lugar no plano da mesa?

4) O que torna essas figuras diferentes umas das outras?
É possível reconhecer o tipo de figura apenas observando o número de lados e ângulos?

MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

SEGUNDA ATIVIDADE – EXPLORAÇÃO DAS FIGURAS: PERÍMETRO

Estudante: ____ Data____ /____/ _____

1) Agora é a sua vez! Observe as figuras, meça o contorno com o barbante ou fita métrica e anote.

Nome da Figura.	Medida do contorno.	Medida dos lados.	Soma dos lados.

2) O que é o perímetro de uma figura?

3) Como podemos calcular o perímetro sem usar o barbante?

4) O que escreveu no item **(3)** pode ser aplicado a todas as figuras planas?

5) O que acontece com o perímetro quando ampliamos uma figura proporcionalmente?

MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

TERCEIRA ATIVIDADE – EXPLORAÇÃO DAS COMPOSIÇÕES DE FIGURAS

Estudante: ____ Data____ /____/ _____

1) Use seu kit com 18 peças para formar figuras maiores, unindo duas de cada vez. Faça 5 combinações diferentes e registre tudo na tabela. Lembre-se: os lados em comum podem variar, mas as figuras não devem se sobrepor.

Nome da Figura	Perímetro da Figura.	Medida do Lado em Comum.	Nome da Nova Figura Formada	Medida do contorno da Nova Figura
1				
2				
Total				

Nome da Figura	Perímetro da Figura.	Medida do Lado em Comum.	Nome da Nova Figura Formada	Medida do contorno da Nova Figura
1				
2				
Total				

Nome da Figura	Perímetro da Figura.	Medida do Lado em Comum.	Nome da Nova Figura Formada	Medida do contorno da Nova Figura
1				
2				
Total				

Nome da Figura	Perímetro da Figura.	Medida do Lado em Comum.	Nome da Nova Figura Formada	Medida do contorno da Nova Figura
1				
2				
Total				

Nome da Figura	Perímetro da Figura.	Medida do Lado em Comum.	Nome da Nova Figura Formada	Medida do contorno da Nova Figura
1				
2				
Total				

2) Como podemos descobrir o perímetro da figura sem precisar contornar com barbante ou fita métrica? Que estratégias você pode usar apenas observando e medindo os lados das peças?

3) Ao compor figuras com três ou mais peças, conseguimos aplicar o mesmo método para descobrir o perímetro? Quais cuidados precisamos ter ao somar os lados para não contar medidas repetidas?

MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

QUARTA ATIVIDADE – RESOLVENDO PROBLEMAS DA OBMEP

Estudante: ____ Data____ /____/ _____

Questão 10 (1ª Fase 2014) Os irmãos Luiz e Lúcio compraram um terreno cercado por um muro de 340 metros. Eles construíram um muro interno para dividir o terreno em duas partes. A parte de Luiz ficou cercada por um muro de 260 metros e a de Lúcio, por um muro de 240 metros. Qual é o comprimento do muro interno?

A) 80 m
B) 100 m
C) 160 m
D) 180 m
E) 200 m

Resolução:

MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

QUINTA ATIVIDADE – ÁREA

Estudante: ____ Data____ /____/ _____

Nesta atividade, após definir a área de um quadrado de lado 1 cm como 1 cm², os estudantes deverão utilizar essa unidade de medida para cobrir retângulos e quadrados maiores, de modo a compreender a área de figuras maiores e, inclusive, elaborar uma expressão ou método para calcular essas áreas.

Utilize quadrados de 1 cm² para cobrir completamente os seguintes quadrados e descubra a área de cada um:

- Quadrado de lado 3 cm tem área igual ___________.
- Quadrado de lado 5 cm tem área igual ___________.
- Quadrado de lado 6 cm tem área igual ___________.

1) Quantas unidades de 1 cm² foram necessárias para preencher completamente cada um dos quadrados?

2) Agora, utilize quadrados de 1 cm² e quadrados de 3 cm de lado para cobrir completamente cada figura e preencha os dados na tabela a seguir.

Peças	Nº de quadrados de 1 cm² de área.	Nº de quadrados de 9 cm² de área.	Cálculo da soma das áreas	Área
Quadrado 10 cm x 10 cm.				
Retângulo 3 cm x 6 cm.				
Retângulo 3 cm x 5 cm.				
Retângulo 5 cm x 6 cm.				
Retângulo 10 cm x 3 cm.				
Retângulo 10 cm x 5 cm.				
Retângulo 10 cm x 6 cm				

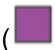
3) Após registrar o número de quadradinhos utilizados nos itens 1 e 2, escreva uma forma de calcular a área destas figuras sem precisar cobri-la novamente.

4) Ao traçarmos a diagonal de um quadrado ou de um retângulo, que figura obtemos?
Será possível representar a área dessa nova figura por meio de uma expressão matemática?

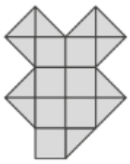
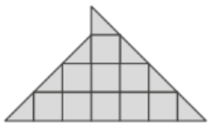
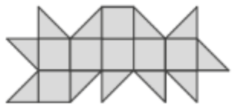
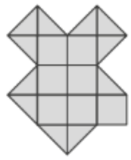
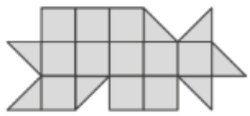
MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

SEXTA ATIVIDADE- QUESTÃO 9 OBMEP 2023: INVESTIGANDO ÁREA, PERÍMETRO E JUSTAPOSIÇÃO DE FIGURAS

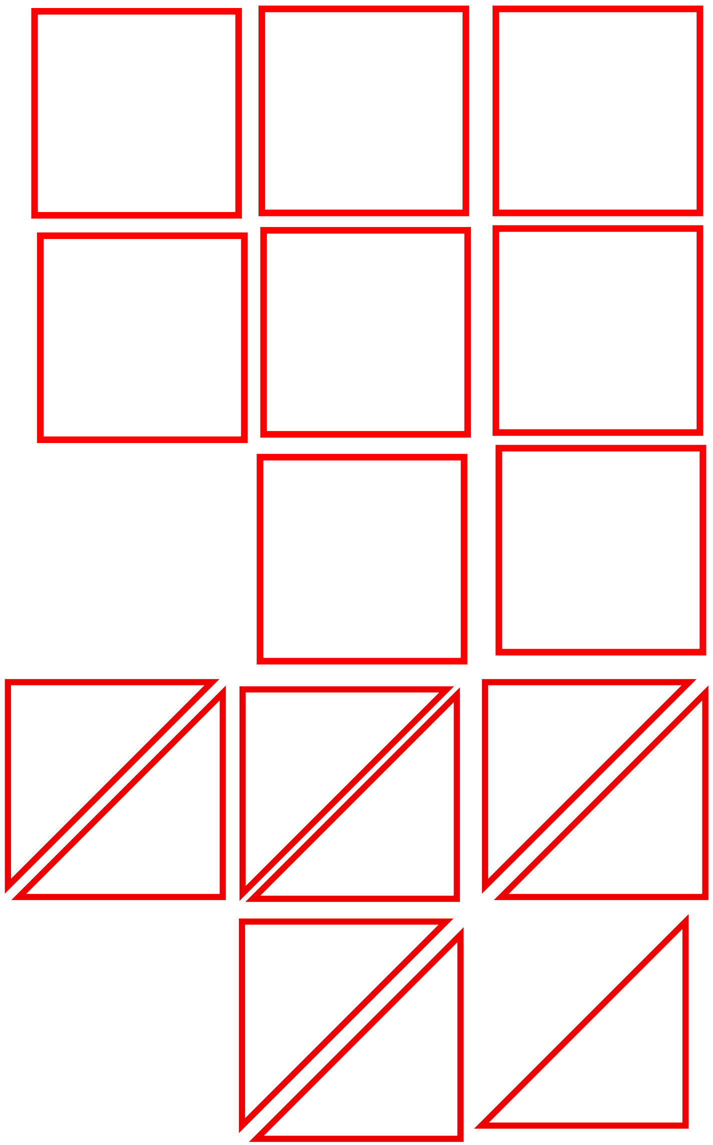
Estudante: ____ Data____ /____/ _____

Questão 9 (1ª Fase 2023) José tem várias peças que se encaixam perfeitamente nos espaços dos tabuleiros abaixo. São 8 peças iguais em forma de quadrado () e 9 peças iguais em forma de triângulo (). É possível juntar duas peças em forma de triângulo para formar um quadrado que se encaixa no tabuleiro:

Qual dos tabuleiros abaixo José pode cobrir, sem sobreposição, usando todas as suas peças?

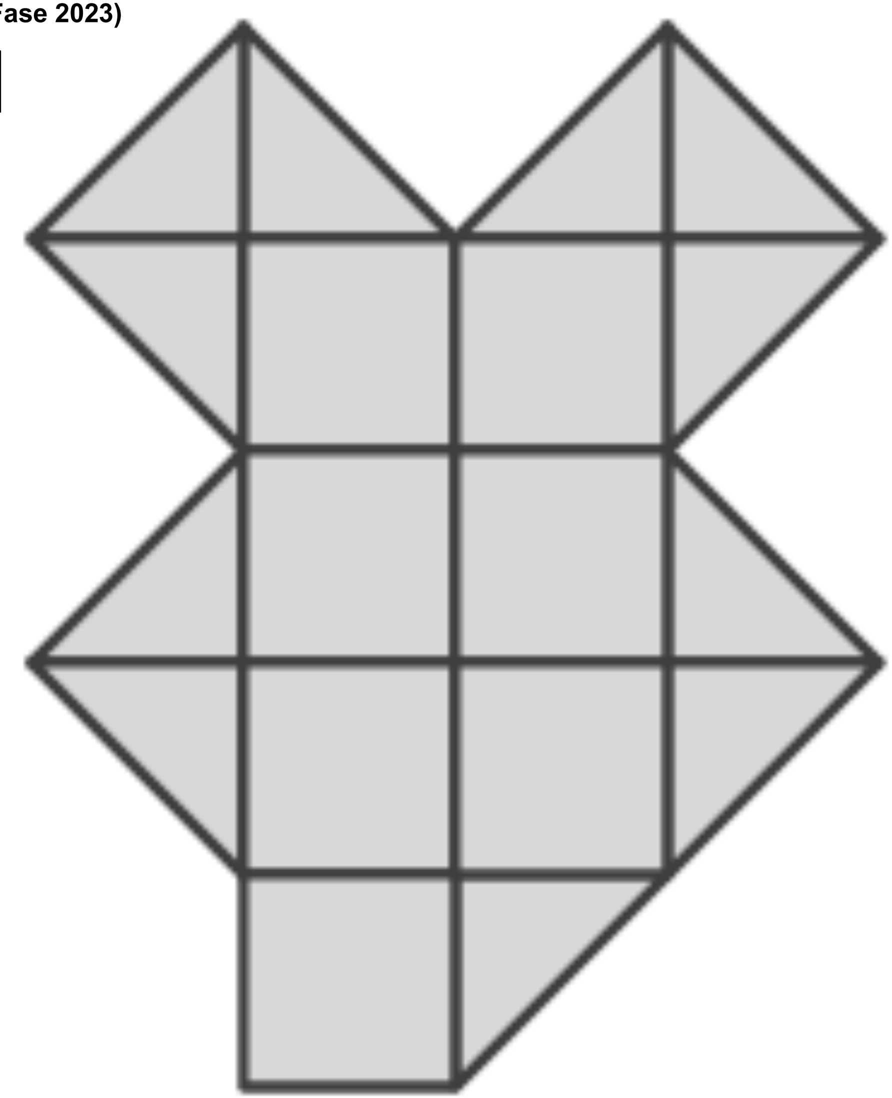
A) 
B) 
C) 
D) 
E) 

Resolução:

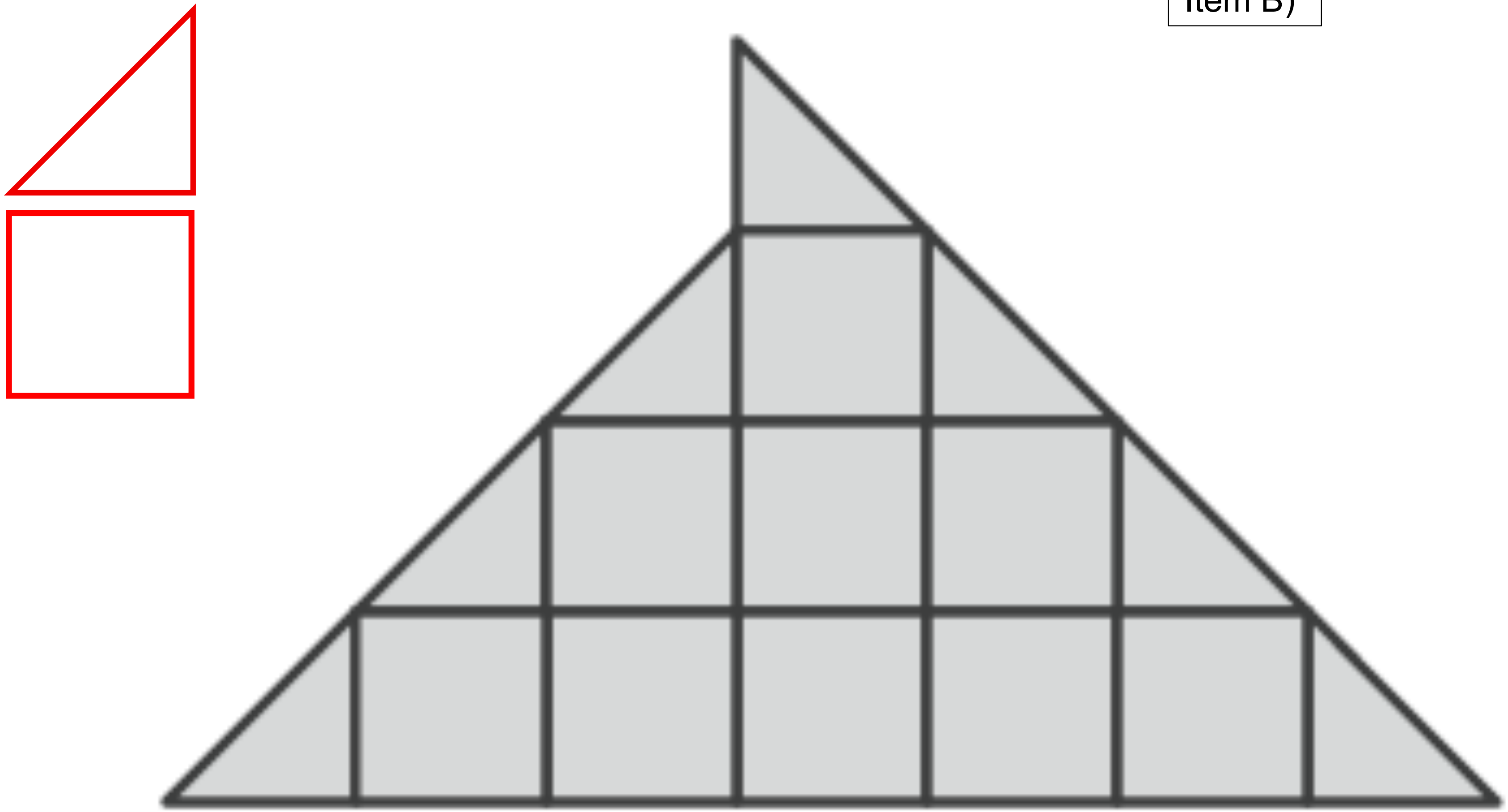


Questão 9 (1ª Fase 2023)

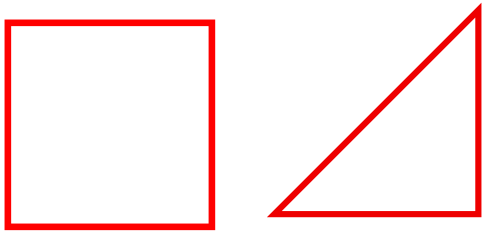
Item A)

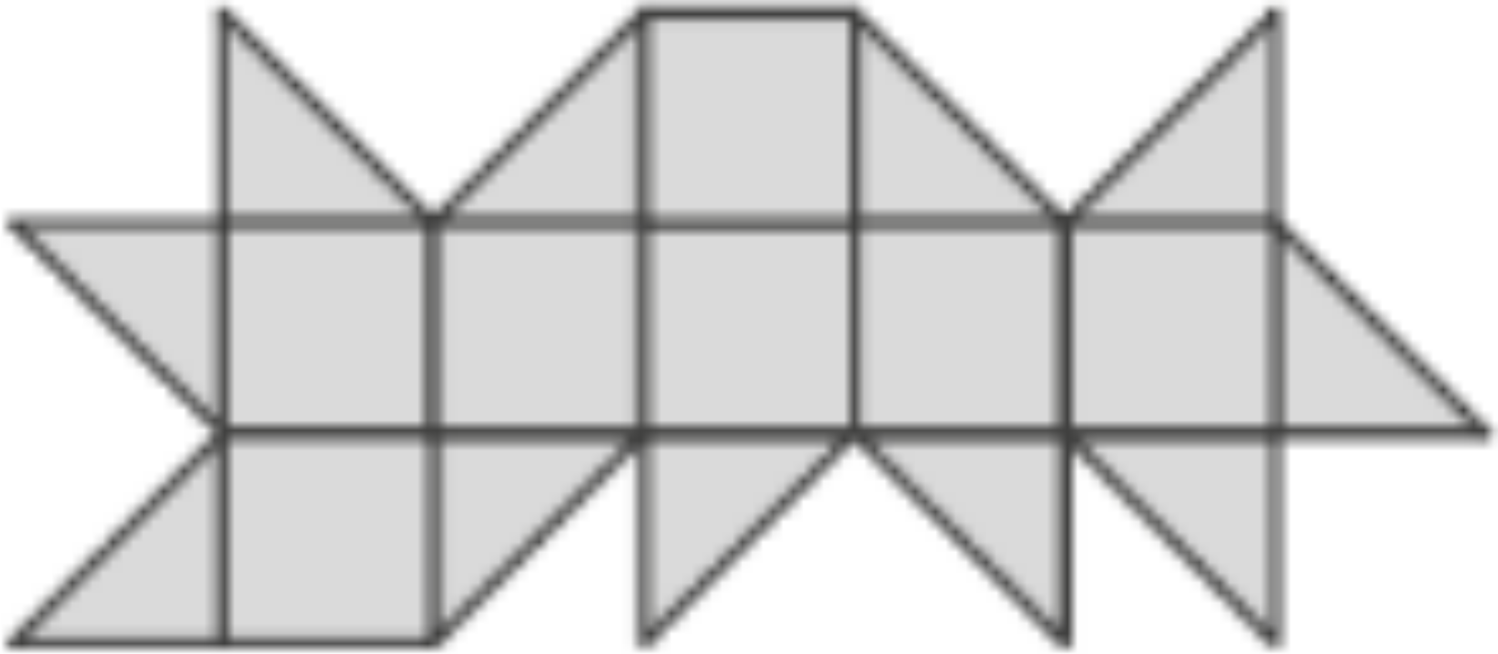


Item B)

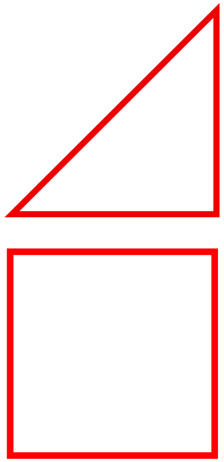


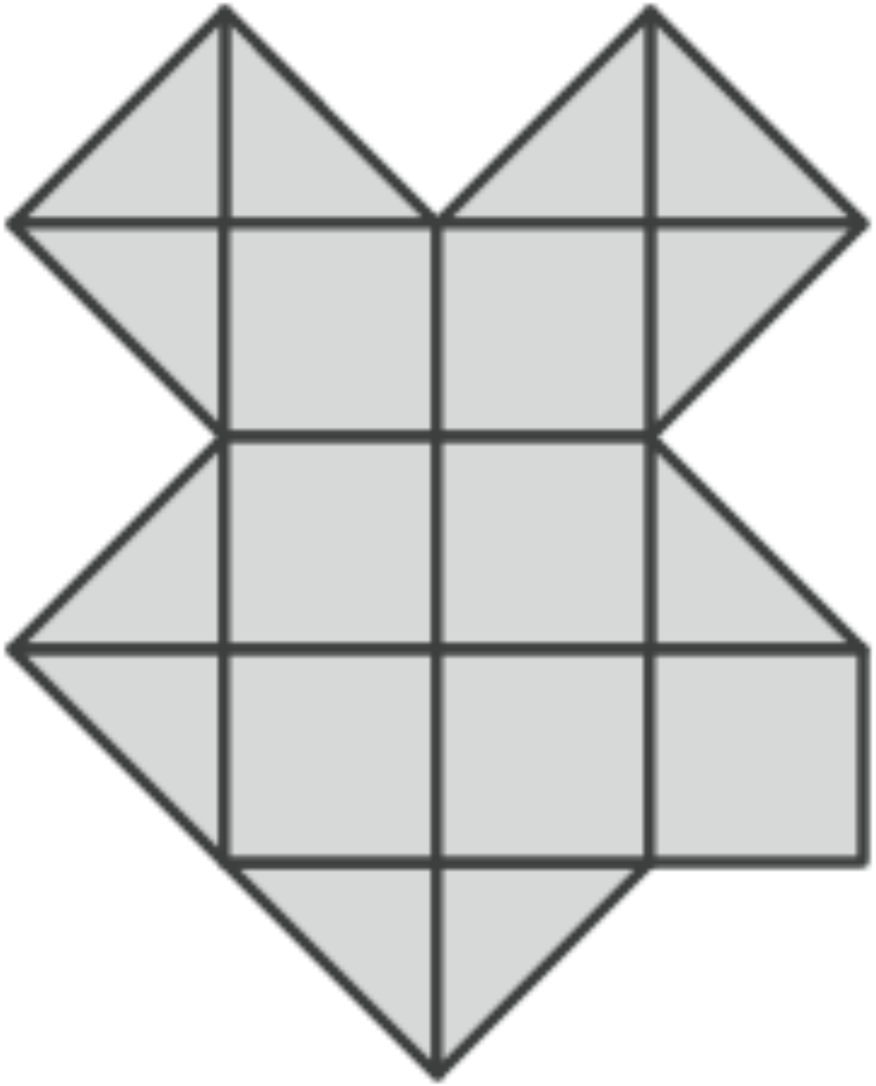
Item C)



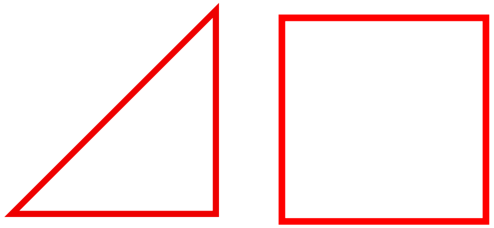


Item D)

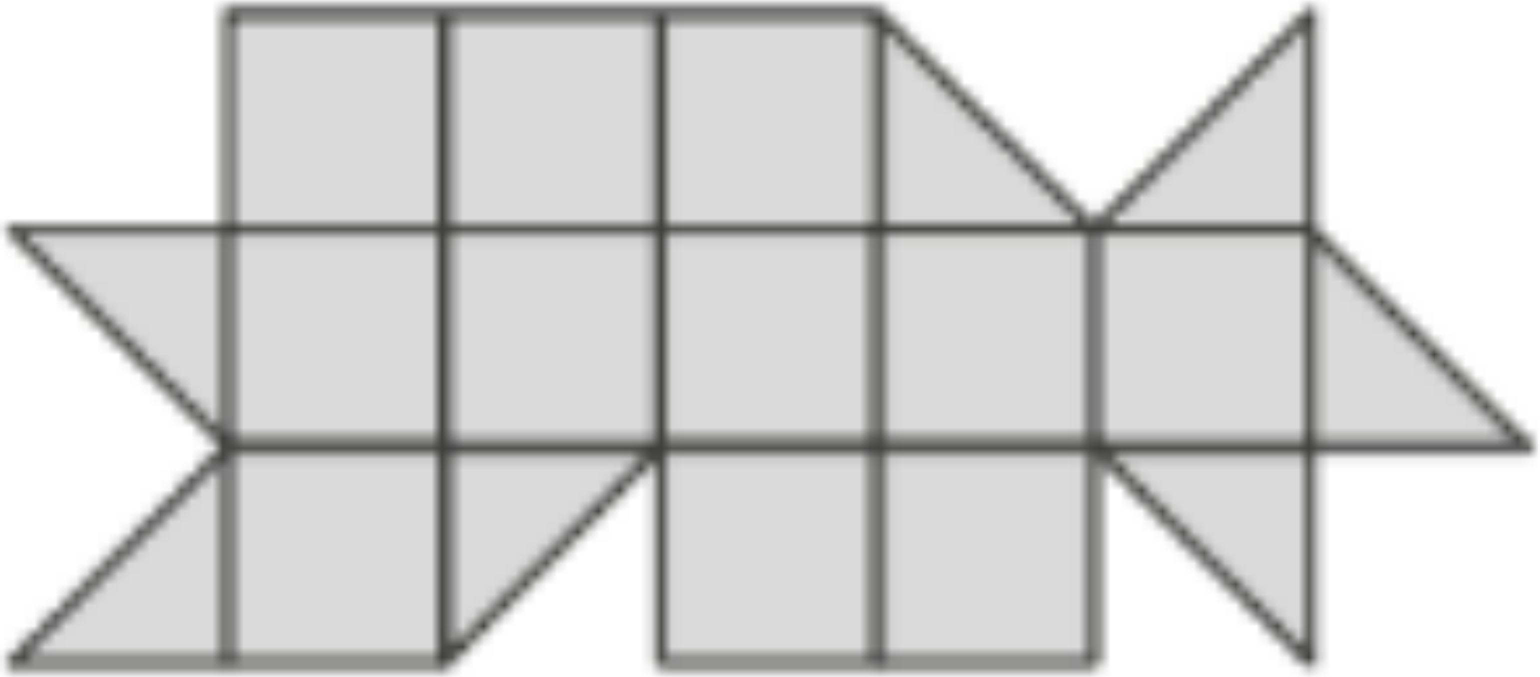




MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática



Item E)



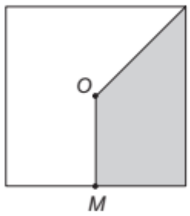
MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

SÉTIMA ATIVIDADE - DECOMPONDO FIGURAS PARA RESOLVER UM DESAFIO DA OBMEP

Estudante: ____ Data____ /____/ _____

Questão 7 (1ª Fase 2017) A figura mostra um quadrado de centro O e área 20 cm². O ponto M é o ponto médio de um dos lados. Qual é a área da região sombreada?

A) 6 cm²
B) 6,5 cm²
C) 7 cm²
D) 7,5 cm²
E) 8 cm²



Resolução:

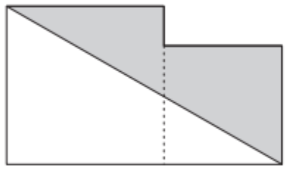
MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

OITAVA ATIVIDADE - COMPONDO FIGURAS PARA RESOLVER UM DESAFIO DA OBMEP

Estudante: ____ Data____ /____/ _____

Questão 7 (1ª Fase 2014) A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região cinza?

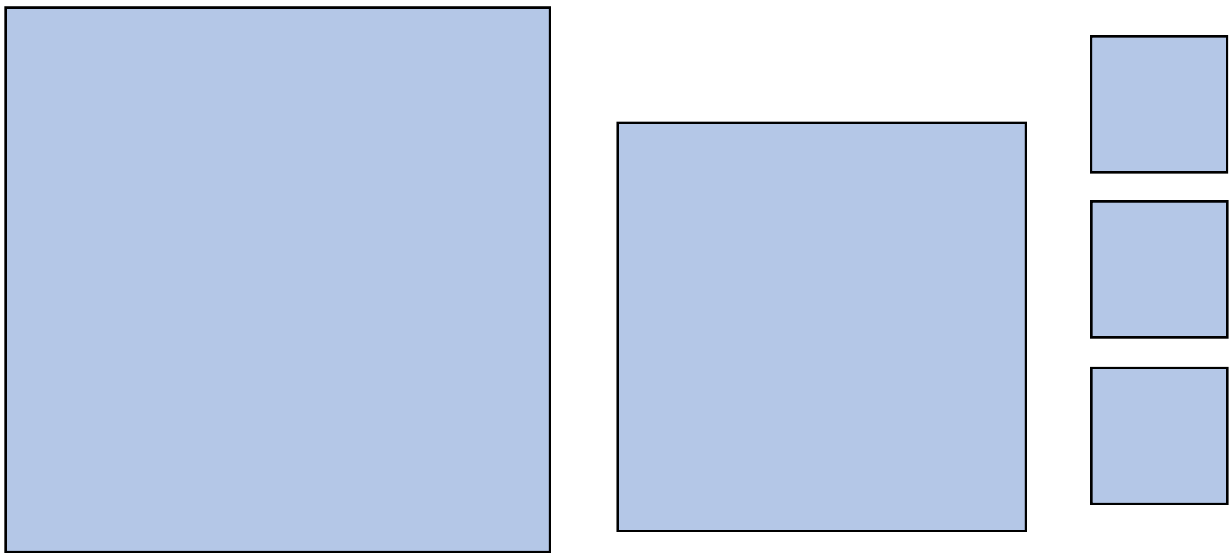
A) 44 cm²
B) 46 cm²
C) 48 cm²
D) 50 cm²
E) 56 cm²



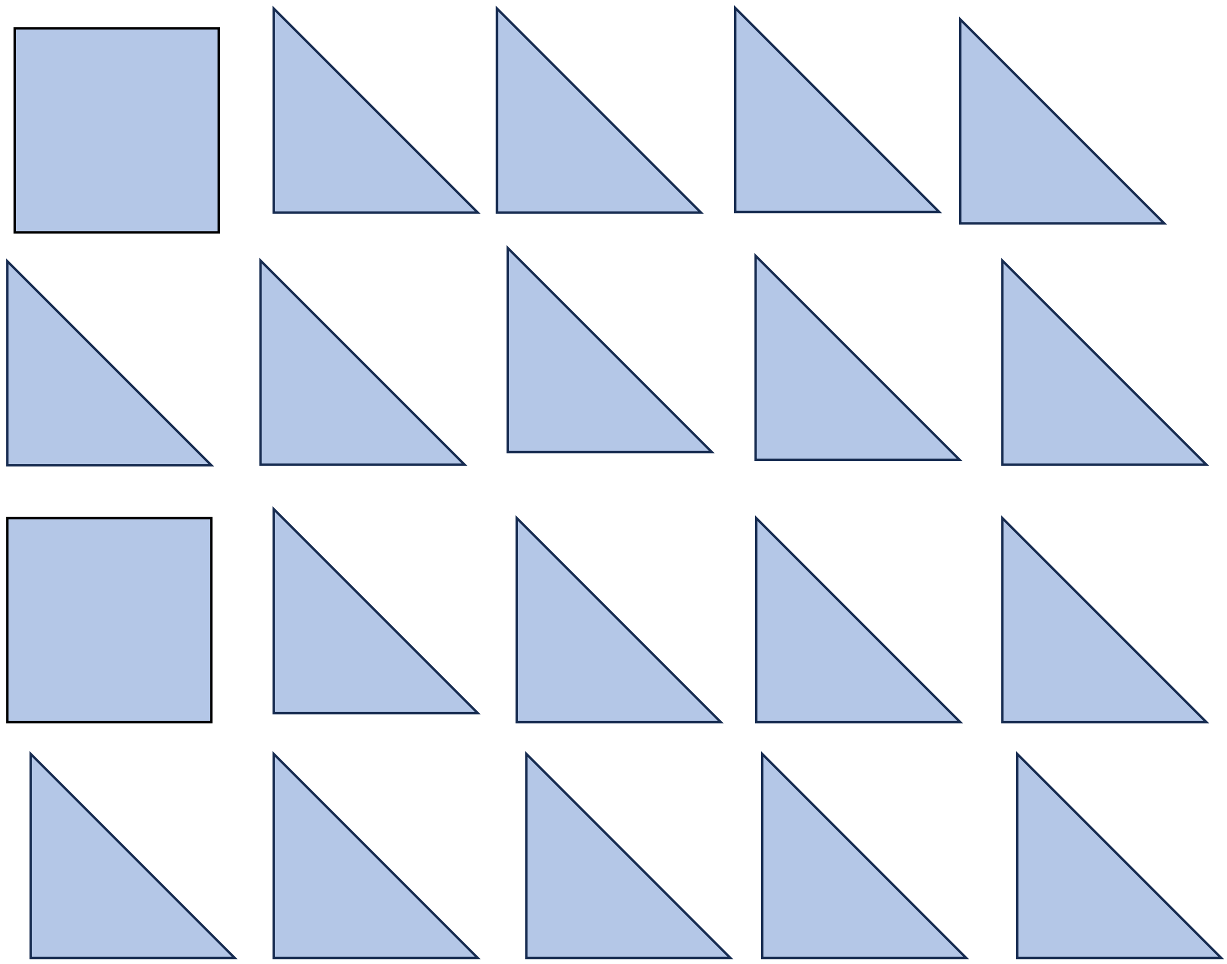
Resolução:

MINICURSO: Formas que ensinam: a geometria como porta de entrada para o mundo olímpico da matemática

Oitava Atividade - Questão 7 (1ª Fase 2014)



SÉTIMA ATIVIDADE - QUESTÃO 7 (1ª FASE 2017)



Apêndice B
Anexos

B.1 Anexo A – Questões da OBMEP Categorizadas

Geometria é a área da Matemática que estuda as propriedades e as relações espaciais de figuras, como pontos, linhas, superfícies e sólidos. Ela investiga medidas, ângulos, áreas, volumes e outras características das formas geométricas, além de explorar as transformações que essas figuras podem sofrer.

Foram selecionadas as questões da OBMEP, Nível I, da 1ª fase, no período de 2005 a 2024, com exceção dos anos de 2020, em que a prova não ocorreu devido à pandemia, e de 2021, ano em que não foi localizada a versão nacional da prova no site da OBMEP. As questões contemplam o tema de Geometria, com foco específico em área e perímetro.

Essas questões foram organizadas em seis categorias principais, de acordo com a natureza do problema e o tipo de raciocínio geométrico envolvido, sendo elas:

B.1.1 Transformações Geométricas (Questões 1–14);

B.1.2 Decomposição de Figuras (Questões 15–26)

B.1.3 Composição de Figuras (Questões 27–35)

B.1.4 Problema Misto (Questões 36–44)

B.1.5 Malha (Questões 45–52)

B.1.6 Justaposição (Questão 53)

Nesta analise foram adicionadas as questões algumas informações complementares para facilitar o estudo. A presença de uma mesma questão em mais de um nível foi sinalizada da seguinte forma: * indica que a questão também aparece no Nível II, enquanto ** indica ocorrência no Nível II e no Nível III. Outra marcação utilizada foi o apóstrofo simples ('), ou duplo ("), para indicar que a questão é semelhante a de outro nível.

Além do material físico apresentado no Apêndice A.2, utilizado como apoio à resolução das atividades, algumas questões apresentam ainda um link para um *applet* do *GeoGebra*, permitindo que os estudantes explorem as soluções com o auxílio de recursos tecnológicos.

B.1.1 Transformações geométricas (Questões 1–14)

Voltar ao início B.1

(Área) Questão 7 (1ª Fase 2023) GeoGebra

1) Os segmentos horizontais dividem o retângulo da figura em quatro faixas de mesma largura. A área da região amarela corresponde a qual fração da área do retângulo?

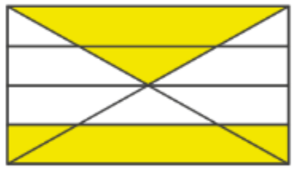
A) 1/3

B) 5/12

C) 1/2

D) 7/12

E) 2/3



(Área) Questão 8 (1ª Fase 2022)

2) O retângulo $ABCD$ tem área igual a 1 cm^2 e os pontos E, F, G e H são pontos médios dos lados aos quais pertencem conforme indicado na figura . Qual é soma das áreas das regiões coloridas de azul?

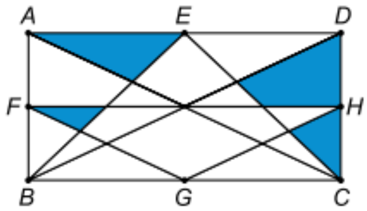
A) 2/7 cm^2

B) 1/3 cm^2

C) 1/4 cm^2

D) 2/9 cm^2

E) 1/6 cm^2



(Área) Questão 13 (1ª Fase 2022)

3) Alice colocou uma folha de papel cinzento de lados 40 cm e 50 cm em cima de uma folha branca de lados 70 cm e 80 cm como indicado na figura. Em seguida ela dobrou a folha branca em cima da cinzenta pelas linhas pontilhadas. Qual é a área da parte cinzenta que não ficou coberta?

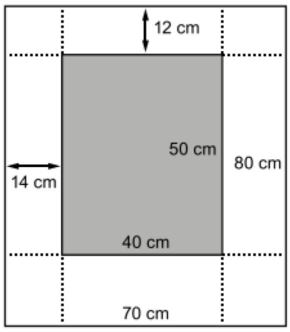
A) 100 cm^2

B) 200 cm^2

C) 300 cm^2

D) 400 cm^2

E) 500 cm^2



(Área) Questão 4 (1ª Fase 2019) Geogebra

4) O quadrado abaixo está dividido em nove quadradinhos iguais. A área pintada de vermelho mede 6 cm^2. Quanto mede a área pintada de azul?

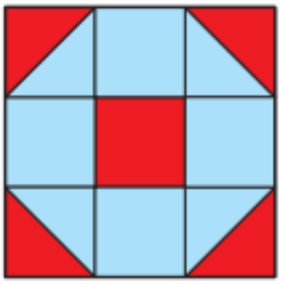
A) 10 cm^2

B) 12 cm^2

C) 14 cm^2

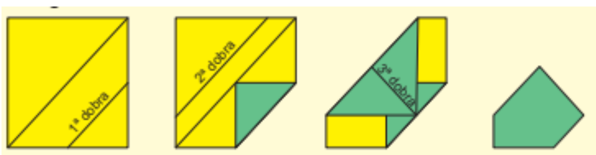
D) 16 cm^2

E) 18 cm^2



(Área) Questão 20 (1ª Fase 2019)

5) Uma folha quadrada de 8 cm de lado foi dobrada três vezes como na figura. A primeira e a segunda dobras ficaram paralelas a uma diagonal da folha, e a terceira dobra ficou perpendicular a essa diagonal. Qual é a área da figura final?



A) 10 cm^2

B) 13 cm^2

C) 19 cm^2

D) 26 cm^2

E) 38 cm^2

(Área) Questão 11 (1ª Fase 2016)

6) Alice fez três dobras numa folha de papel quadrada de lado 20 cm, branca na frente e cinza no verso. Na primeira dobra, ela fez um vértice coincidir com o centro do quadrado e depois fez mais duas dobras, como indicado na figura. Após a terceira dobra, qual é a área da parte cinza da folha que ficou visível?

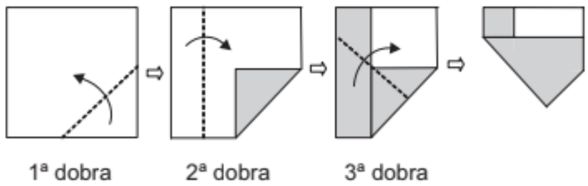
A) 70,5 cm^2

B) 100,5 cm^2

C) 112,5 cm^2

D) 162,5 cm^2

E) 225,5 cm^2



(Área) Questão 14 (1ª Fase 2012) Geogebra

7) Juliana cortou uma tira de papel de 4 cm por 12 cm e a dobrou do modo indicado na figura, obtendo assim um quadrado. Em seguida, ela cortou o quadrado diagonalmente, como mostra a figura. Com os pedaços obtidos, ela montou dois novos quadrados. Qual é a diferença entre as áreas desses quadrados?

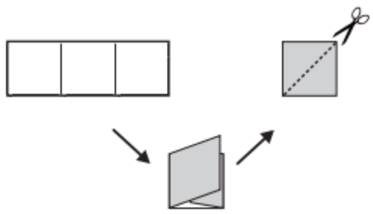
A) 9 cm^2

B) 12 cm^2

C) 16 cm^2

D) 18 cm^2

E) 32 cm^2



(Área) Questão 7* (1ª Fase 2010)

8) Um cartão da OBMEP, medindo 11 cm por 18 cm, foi cortado para formar um novo cartão, como na figura. Qual é a área da parte com as letras O e B?

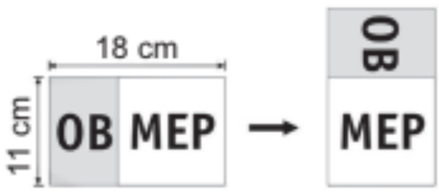
A) 77 cm^2

B) 88 cm^2

C) 99 cm^2

D) 125 cm^2

E) 198 cm^2



(Área) Questão 11*' (1ª Fase 2008)

9) Uma tira retangular de cartolina, branca de um lado e cinza do outro, foi dobrada como na figura, formando um polígono de 8 lados. Qual é a área desse polígono?

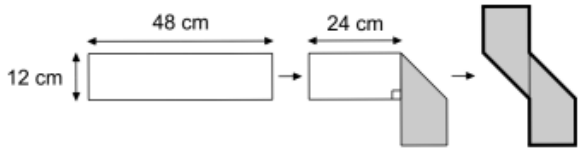
(A) 216 cm^2

(B) 264 cm^2

(C) 348 cm^2

(D) 432 cm^2

(E) 576 cm^2



(Área) Questão 10 (1ª Fase 2007)

10) Priscila tem uma folha de papel quadrada de 20 cm de lado, branca de um lado e cinza do outro. Ela dobrou essa folha duas vezes, como indicado abaixo. Qual foi a área da parte branca que ficou visível?

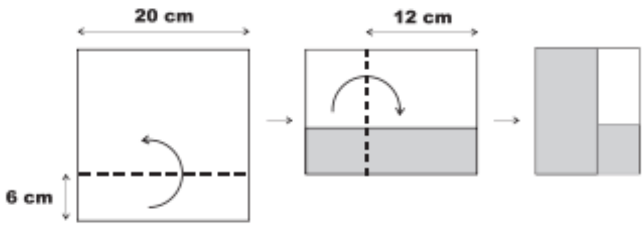
(A) 18 cm^2

(B) 32 cm^2

(C) 36 cm^2

(D) 72 cm^2

(E) 84 cm^2



(Área) Questão 12 (1ª Fase 2005)

11) Uma folha quadrada foi cortada em quadrados menores da seguinte maneira: um quadrado de área 16 cm^2, cinco quadrados de área 4 cm^2 cada um e treze quadrados de área 1 cm^2 cada um. Qual era a medida do lado da folha, antes de ela ser cortada?

A) 3 cm

B) 4 cm

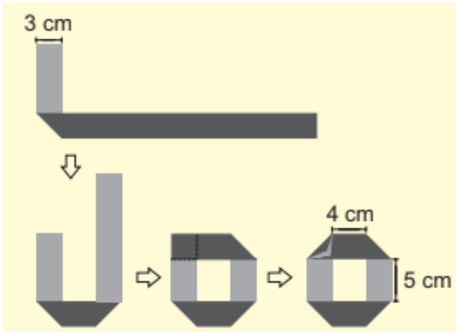
C) 5 cm

D) 7 cm

E) 8 cm

(Perímetro) Questão 18** (1ª Fase 2015)

12) Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3 cm de largura, como na figura. Todas as dobras formam um ângulo de 45º com os lados da tira. Qual é o comprimento dessa tira?



A) 21 cm

B) 27 cm

C) 30 cm

D) 33 cm

E) 36 cm

(Perímetro) Questão 5' (1ª Fase 2011)

13) Márcia cortou uma tira retangular de 2 cm de largura de cada um dos quatro lados de uma folha de papel medindo 12 cm por 20 cm. Qual é o perímetro do pedaço de papel que sobrou?

A) 48 cm

B) 50 cm

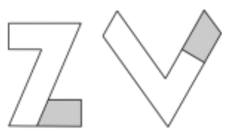
C) 52 cm

D) 54 cm

E) 56 cm

(Área e Perímetro) Questão 14 (1ª Fase 2008)

14) A figura mostra as letras **V** e **Z**, ambas montadas com as mesmas duas peças de cartolina, uma branca e uma cinza, sem sobreposição. Qual das afirmativas abaixo é verdadeira?



(A) O **V** e o têm perímetros iguais e áreas iguais.

(B) O **V** e o **Z** têm perímetros iguais, mas a área do **Z** é menor do que a do **V**.

(C) O **V** e o **Z** têm perímetros iguais, mas a área do **Z** é maior do que a do **V**.

(D) O **V** e o **Z** têm áreas iguais, mas o perímetro do **Z** é maior do que o do **V**.

(E) O **V** e o **Z** têm áreas iguais, mas o perímetro do **Z** é menor do que o do **V**.

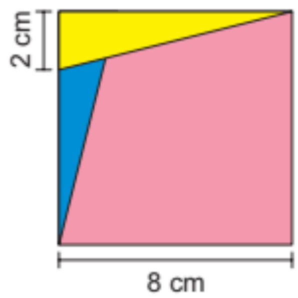
B.1.2 Decomposição de Figuras (Questões 15–26)

Voltar ao início B.1

(Área) Questão 11 (1ª Fase 2019)

15) O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um quadrilátero. O triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul. Qual é a área do quadrilátero rosa?

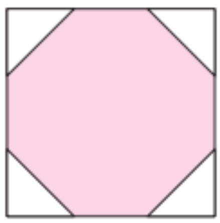
A) 36 cm^2
B) 48 cm^2
C) 52 cm^2
D) 56 cm^2
E) 60 cm^2



(Área) Questão 5 (1ª Fase 2018)

16) A área da figura destacada em rosa é 28 cm^2, e seus vértices dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Qual é a área do quadrado?

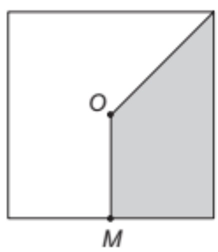
A) 34 cm^2
B) 36 cm^2
C) 38 cm^2
D) 40 cm^2
E) 42 cm^2



(Área) Questão 7 (1ª Fase 2017)

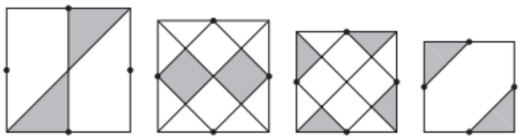
17) A figura mostra um quadrado de centro O e área 20 cm^2. O ponto M é o ponto médio de um dos lados. Qual é a área da região sombreada?

A) 6cm^2
B) 6,5cm^2
C) 7cm^2
D) 7,5cm^2
E) 8cm^2



(Área) Questão 7 (1ª Fase 2015)

18) Os pontos destacados nos quadrados abaixo são pontos médios dos lados.



Quantos desses quadrados têm área sombreada igual a $\frac{1}{4}$ de sua área?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

(Área) Questão 6 (1ª Fase 2013)

19) A figura representa um retângulo de área 36 m^2, dividido em três faixas de mesma largura. Cada uma das faixas está dividida em partes iguais: uma em quatro partes, outra em três e a terceira em duas. Qual é a área total das partes sombreadas?

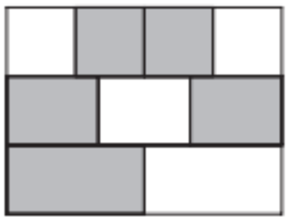
A) 18 m^2

B) 20 m^2

C) 22 m^2

D) 24 m^2

E) 26 m^2



(Área) Questão 10 (1ª Fase 2009)

20) Na figura, o quadrado $ABCD$ tem área 40 cm^2. Os pontos P, Q, R e S são pontos médios dos lados do quadrado e T é o ponto médio do segmento RS. Qual é a área do triângulo PQT?

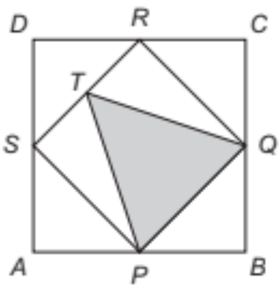
A) 10 cm^2

B) 12 cm^2

C) 14 cm^2

D) 16 cm^2

E) 18 cm^2



(Área) Questão 3 (1ª Fase 2006)

21) Os quadrados abaixo têm todos o mesmo tamanho.

Em qual deles a região sombreada tem a maior área?

A) I

B) II

C) III

D) IV

E) V

(Perímetro) Questão 19** (1ª Fase 2016)

22) O retângulo $ABCD$ foi dividido em nove retângulos menores, alguns deles com seus perímetros indicados na figura. O perímetro do retângulo $ABCD$ é 54 cm. Qual é o perímetro do retângulo cinza?

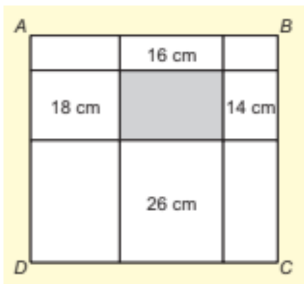
A) 15 cm

B) 19 cm

C) 20 cm

D) 22 cm

E) 24 cm



(Perímetro) Questão 10* (1ª Fase 2014)

23) Os irmãos Luiz e Lúcio compraram um terreno cercado por um muro de 340 metros. Eles construíram um muro interno para dividir o terreno em duas partes. A parte de Luiz ficou cercada por um muro de 260 metros e a de Lúcio, por um muro de 240 metros. Qual é o comprimento do muro interno?

A) 80 m

B) 100 m

C) 160 m

D) 180 m

E) 200 m

(Perímetro) Questão 8 (1ª Fase 2005)

24) Daniela quer cercar o terreno representado pela figura. Nessa figura dois lados consecutivos são sempre perpendiculares e as medidas de alguns lados estão indicadas em metros. Quantos metros de cerca Daniela terá que comprar?

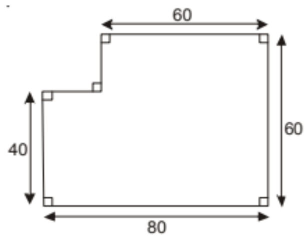
A) 140

B) 280

C) 320

D) 1 800

E) 4 800



(Área e Perímetro) Questão 9 (1ª Fase 2013)

25) A figura representa um polígono em que todos os lados são horizontais ou verticais e têm o mesmo comprimento. O perímetro desse polígono é 56 cm. Qual é sua área?

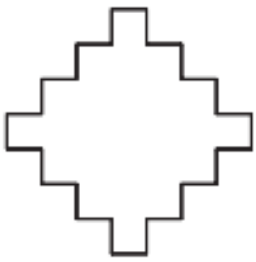
A) 25 m^2

B) 50 m^2

C) 75 m^2

D) 100 m^2

E) 125 m^2



(Área e Perímetro) Questão 17' (1ª Fase 2009)

26) A figura mostra um quadrado de lado 12 cm, dividido em três retângulos de mesma área. Qual é o perímetro do retângulo sombreado?

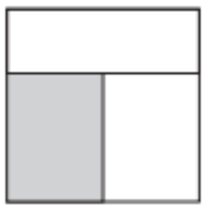
A) 28 cm

B) 26 cm

C) 24 cm

D) 22 cm

E) 20 cm



B.1.3 Composição de Figuras (Questões 27–35)

Voltar ao início B.1

(Área) Questão 5 (1ª Fase 2022)

27) A figura abaixo é formada por três quadrados. A área do maior deles é 36 cm^2 e a área do menor é 4 cm^2. Qual é a área do terceiro quadrado?

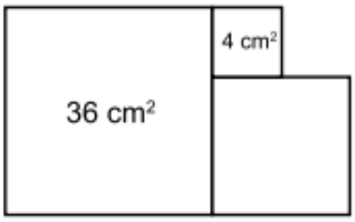
A) 8cm^2

B) 9cm^2

C) 12cm^2

D) 16cm^2

E) 25cm^2



(Área) Questão 11 (1ª Fase 2007) Geogebra

28) Nanci tem seis quadrados de cartolina iguais, como na figura I. Com esses cartões ela montou a figura II. Qual é a área dessa figura?

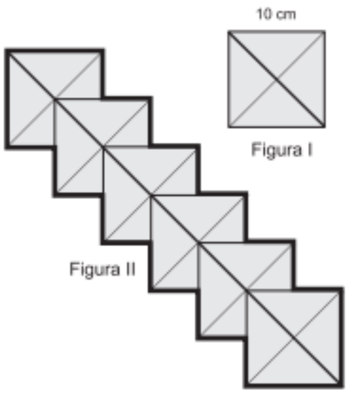
A) 450 cm^2

B) 475 cm^2

C) 525 cm^2

D) 540 cm^2

E) 600 cm^2



(Perímetro) Questão 16 (1ª Fase 2024-1)

29) A figura foi formada por quatro quadrados iguais de lado 3 cm, e seu perímetro está destacado em vermelho. Qual é o valor desse perímetro?

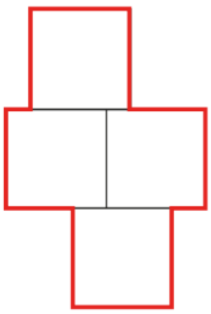
A)30 cm

B)33 cm

C)27 cm

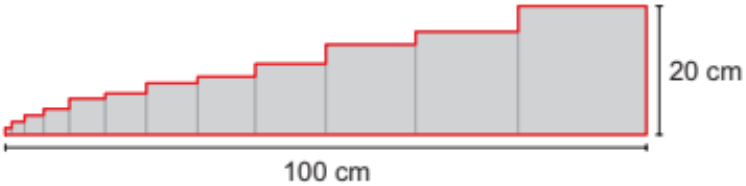
D)24 cm

E)21 cm



(Perímetro) Questão 8 (1ª Fase 2017)

30) Vários quadrados foram dispostos um ao lado do outro, em ordem crescente de tamanho, formando uma figura com 100 cm de base. O lado do maior quadrado mede 20 cm. Qual é o perímetro (medida do contorno em vermelho) da figura formada por esses quadrados?



A) 220 cm

B) 240 cm

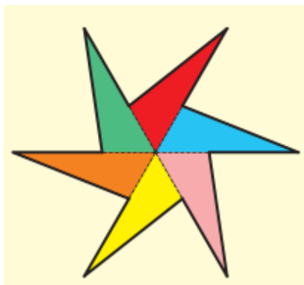
C) 260 cm

D) 300 cm

E) 400 cm

(Perímetro) Questão 4 (1ª Fase 2016) Geogebra

31) A figura foi construída com triângulos de lados 3 cm, 7 cm e 8 cm. Qual é o perímetro da figura?



A) 60 cm

B) 66 cm

C) 72 cm

D) 90 cm

E) 1O8 cm

(Perímetro) Questão 13 (1ª Fase 2016) Geogebra

32) Abaixo temos uma sequência de figuras formadas por quadradinhos de 1 cm de lado. Cada figura da sequência, a partir da segunda, é formada acrescentando-se à figura anterior um retângulo igual ao da Figura 1, deslocando-o de um quadradinho, ora para cima, ora para baixo, como mostra a ilustração. Qual é o perímetro da figura com 1000 quadradinhos?

A) 220 cm

B) 380 cm

C) 400 cm

D) 414 cm

E) 418 cm

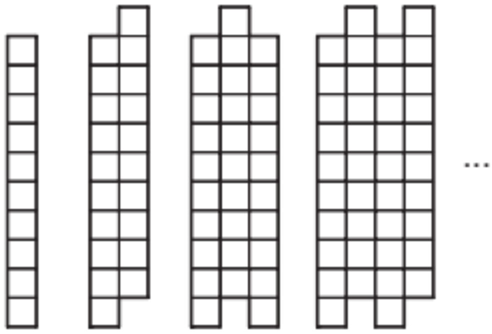


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

(Perímetro) Questão 3 (1ª Fase 2014)

33) Juntando, sem sobreposição, quatro ladrilhos retangulares de 10 cm por 45 cm e um ladrilho quadrado de lado 20 cm, Rodrigo montou a figura abaixo. Com uma caneta vermelha ele traçou o contorno da figura. Qual é o comprimento desse contorno?

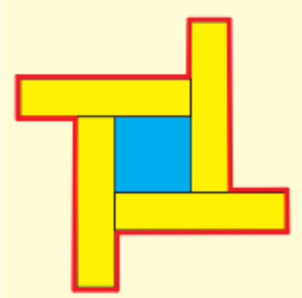
A) 180 cm

B) 200 cm

C) 220 cm

D) 280 cm

E) 300 cm



(Perímetro) Questão 7 (1ª Fase 2007)

34) Juliana tem 8 cartões de papelão, retangulares e iguais. Se ela enfileirar todos os cartões juntando apenas lados de mesma medida, a maior fila que ela poderá obter terá comprimento 176 cm e a menor terá comprimento 96 cm. Qual é o perímetro de cada cartão?

A) 54 cm

B) 68 cm

C) 76 cm

D) 80 cm

E) 96 cm

(Área e Perímetro) Questão 8 (1ª Fase 2006)

35) A figura é formada por três quadrados, um deles com área de 25 cm^2 e o, outro com 9 cm^2. Qual é o perímetro da figura?

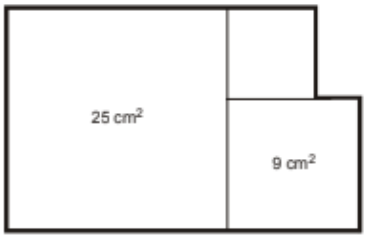
A) 20 cm

B) 22 cm

C) 24 cm

D) 26 cm

E) 38 cm



B.1.4 Problema Misto (Questões 36–44)

Voltar ao início B.1

(Área) Questão 9 (1ª Fase 2024-1)

36) Ladrilhos quadrados com 1 metro de lado, como o da figura, foram utilizados para fazer um piso retangular. Quando se juntam quatro desses ladrilhos com um vértice em comum, sem sobreposição, forma-se um quadrado preto central. Se o piso mede 20 metros por 30 metros, qual é o número de quadrados pretos formados nesse piso?

A)551

B)600

C)580

D)504

E)560

(Área) Questão 10 (1ª Fase 2018)

37) Na figura temos um retângulo com área igual a 120 cm^2, um círculo com área igual a 81 cm^2 e um triângulo com área igual a 29 cm^2. Qual é a diferença entre a soma das áreas das regiões azuis e a área da região vermelha?

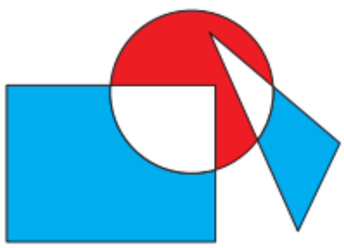
A) 68 cm^2

B) 55 cm^2

C) 35 cm^2

D) 29 cm^2

E) 10 cm^2

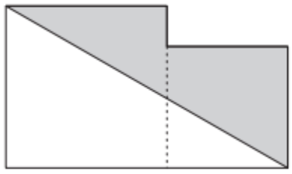


(Área) Questão 7 (1ª Fase 2014)

38) A figura é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região cinza?

A) 44 cm^2

B) 46 cm^2



C) 48 cm^2

D) 50 cm^2

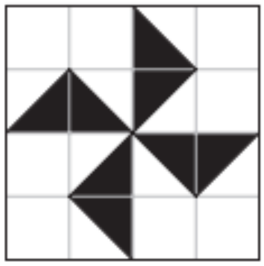
E) 56 cm^2

(Área) Questão 10 (1ª Fase 2010)

39) A figura mostra um quadrado dividido em 16 quadradinhos iguais. A área em preto corresponde a que fração da área do quadrado?

A)$\frac{1}{2}$

B)$\frac{1}{3}$



C)$\frac{1}{4}$

D)$\frac{1}{8}$

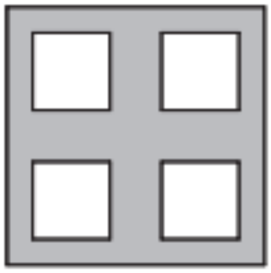
E)$\frac{1}{16}$

(Área) Questão 14 (1ª Fase 2010)

40) A figura mostra quatro quadrados iguais dentro de um quadrado maior. A área em cinza é 128 cm^2 e a área de cada quadrado menor é igual a 9% da área do quadrado maior. Qual é a área do quadrado maior?

A) 128 cm^2

B) 162 cm^2



C) 200 cm^2

D) 210 cm^2

E) 240 cm^2

(Área) Questão 14 (1ª Fase 2006)

41) Na figura, os cinco quadrados são iguais e os vértices do polígono sombreado são pontos médios dos lados dos quadrados. Se a área de cada quadrado é 1 cm^2, qual a área do polígono sombreado?

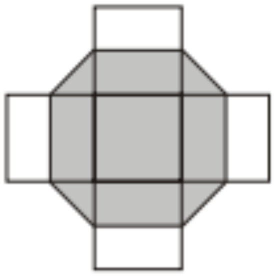
A) 2 cm^2

B) 2,5 cm^2

C) 3 cm^2

D) 3,5 cm^2

E) 4 cm^2



(Perímetro) Questão 18 (1ª Fase 2023)

42) Uma formiga percorreu o trajeto indicado na figura, formado por segmentos verticais e horizontais, começando e terminando no mesmo ponto. Quantos centímetros ela andou?

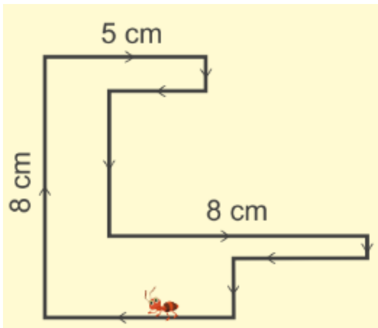
A) 21

B) 26

C) 38

D) 40

E) 42



(Perímetro) Questão 10 (1ª Fase 2013)

43) Uma piscina quadrada tem a borda formada por pedras quadradas brancas e pretas alternadas, como na figura. Em um dos lados da piscina há 40 pedras pretas e 39 pedras brancas. Quantas pedras pretas foram usadas na borda?

A) 156

B) 157

C) 158

D) 159

E) 160

(Área e Perímetro) Questão 8 (1ª Fase 2008)

44) A região cinza na figura é um quadrado de área 36 cm^2 que corresponde $\frac{3}{8}$ a da área do retângulo $ABCD$. Qual é o perímetro desse retângulo?

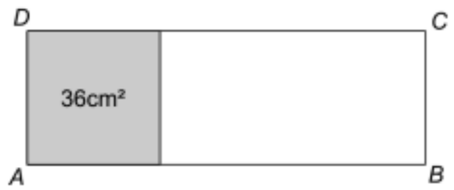
A) 28 cm

B) 26 cm

C) 24 cm

D) 22 cm

E) 20 cm

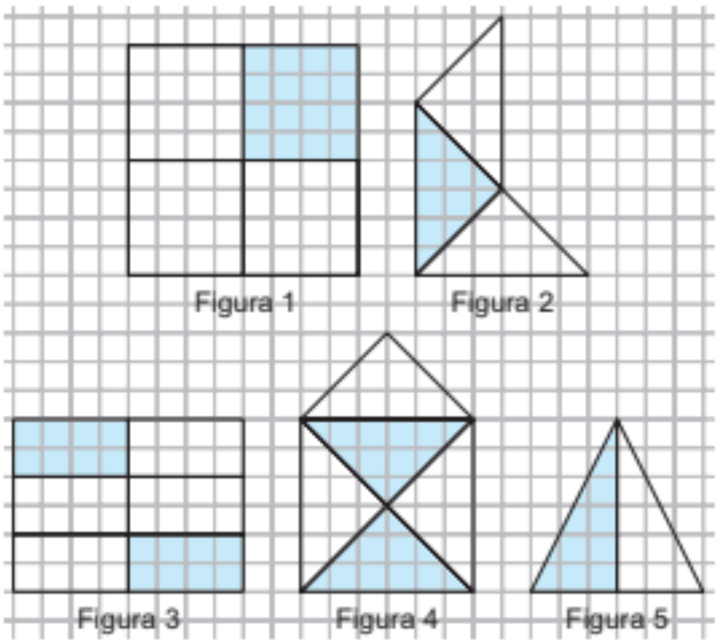


B.1.5 Malha (Questões 45–52)

Voltar ao início B.1

(Área) Questão 7 (1ª Fase 2018)

45) Na Figura 1 a área pintada corresponde a $\frac{1}{4}$ da área total. Em qual figura a fração correspondente à área pintada é a maior?



A) Figura 1

B) Figura 2

C) Figura 3

D) Figura 4

E) Figura 5

(Área) Questão 2 (1ª Fase 2017)

46) A área da figura azul é igual à soma das áreas de quantos quadradinhos do quadriculado?

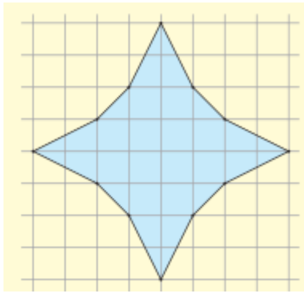
A) 12

B) 22

C) 32

D) 64

E) 100



(Área) Questão 12* (1ª Fase 2012)

47) O retângulo ao lado, que foi recortado de uma folha de papel quadriculado, mede 4 cm de largura por 5 cm de altura. Qual é a área da região cinzenta?

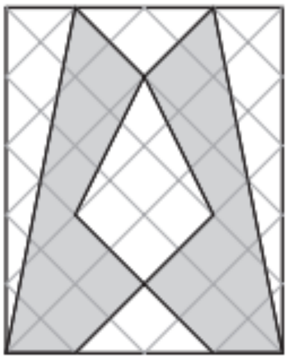
A) 10 cm^2

B) 11 cm^2

C) 12,5 cm^2

D) 13 cm^2

E) 14,5 cm^2



(Área) Questão 11 (1ª Fase 2011)

48) Na figura, o lado de cada quadradinho mede 1 cm. Qual é a área da região cinza?

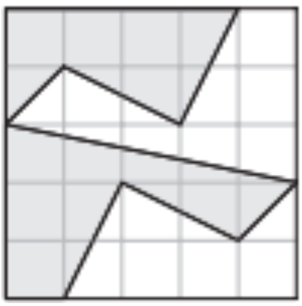
A) 10 cm^2

B) 12,5 cm^2

C) 14,5 cm^2

D) 16 cm^2

E) 18 cm^2



(Área) Questão 2 (1ª Fase 2009)

49) O quadriculado da figura é feito com quadradinhos de 1 cm de lado. Qual é a área da região sombreada?

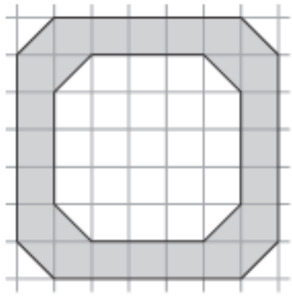
A) 16 cm^2

B) 18 cm^2

C) 20 cm^2

D) 24 cm^2

E) 30 cm^2



(Perímetro) Questão 13 (1ª Fase 2024-1)

50) Uma formiga e uma aranha partem juntas do ponto indicado no quadriculado de 5 metros por 5 metros, no sentido horário, e caminham sempre 1 metro por minuto. A formiga anda na borda do quadriculado e a aranha na borda da região cinza, até retornarem ao ponto de partida. Durante quanto tempo elas andarão juntas, lado a lado?

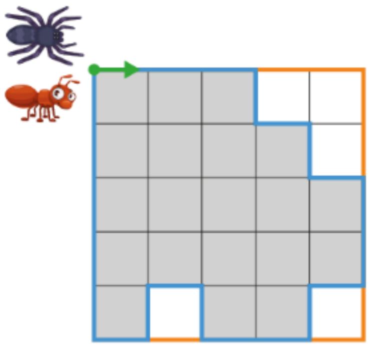
A)11 minutos

B) 6 minutos

C) 12 minutos

D) 7 minutos

E) 10 minutos



(Perímetro) Questão 10 (1ª Fase 2015)

51) Quais dos polígonos desenhados no quadriculado têm o mesmo perímetro?

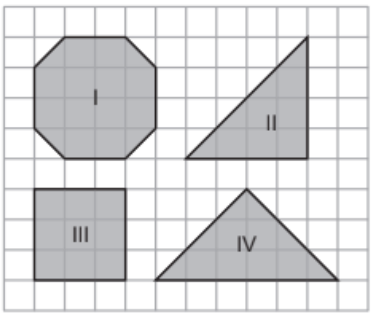
A) IV e III

B) IV e II

C) IV e I

D) III e II

E) II e I



(Perímetro) Questão 5 (1ª Fase 2012)

52) As ruas de Quixajuba formam uma malha de retângulos iguais. A figura mostra, em parte do mapa de Quixajuba, os caminhos percorridos por Alfredo, Bela e Cecília de suas

casas até a praia. Nesses caminhos Alfredo e Bela percorrem, respectivamente, 290 e 230 metros. Qual é a distância, em metros, que Cecília percorre?

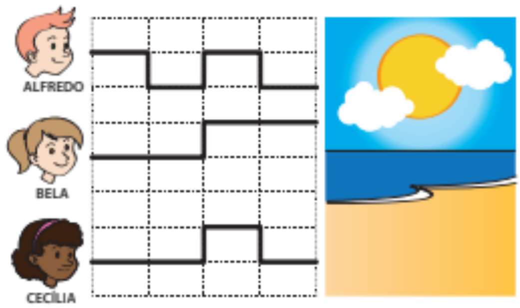
A) 220

B) 230

C) 240

D) 250

E) 260



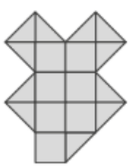
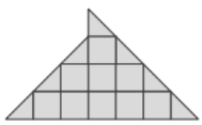
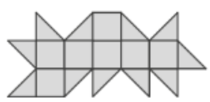
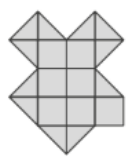
B.1.6 Justaposição (Questão 53)

Voltar ao início B.1

Questão 9 (1ª Fase 2023) GeoGebra

53) José tem várias peças que se encaixam perfeitamente nos espaços dos tabuleiros abaixo. São 8 peças iguais em forma de quadrado () e 9 peças iguais em forma de triângulo (). É possível juntar duas peças em forma de triângulo para formar um quadrado que se encaixa no tabuleiro:

Qual dos tabuleiros abaixo José pode cobrir, sem sobreposição, usando todas as suas peças?

A)  B)  C)  D)  E)