EDITORA CONHECIMENTO LIVRE

Ilson Fuzinatto Filho
Wesley Vagner Inês Shirabayashi

APLICAÇÕES DE GEOMETRIA PLANA NO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM PRÁTICA E DIDÁTICA

Ilson Fuzinatto Filho
Wesley Vagner Inês Shirabayashi

Aplicações de Geometria Plana no Ensino Médio: Uma Abordagem Prática e Didática

1ª ed.

Goiâna-GO
Editora Conhecimento Livre

1ª ed.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Fuzinatto Filho, Ilson
F217A Aplicações de Geometria Plana no Ensino Médio: Uma Abordagem Prática e Didática / Ilson Fuzinatto Filho. Wesley Vagner Inês Shirabayashi. – Goiâna-GO

Editora Conhecimento Livre, 2026

143 f.: il
DOI: 10.37423/2026.edcl1249
ISBN: 978-65-5367-756-2
Modo de acesso: World Wide Web
Incluir Bibliografia

1. geometria-plana 2. ensino-médio 3. geogebra 4. história-da-matemática 5. resolução-de-problemas I. Fuzinatto Filho, Ilson II. Shirabayashi, Wesley Vagner Inês III. Título

CDU: 510

https://doi.org/10.37423/2026.edcl1249

O conteúdo dos artigos e sua correção ortográfica são de responsabilidade exclusiva dos seus respectivos autores.

EDITORA CONHECIMENTO LIVRE

MSc Ezequiel Martins Ferreira

MSc Eliane Avelina de Azevedo Sampaio

MSc Carlos Eduardo De Oliveira Gontijo

Dr. Rodrigo Couto Santos

Dra. Milena Gaion Malosso

PHD Marcos Pereira Dos Santos

Editora Conhecimento Livre
Goiânia-GO
2026

Aplicações de Geometria Plana no Ensino Médio: Uma Abordagem Prática e Didática

10.37423/2026.edcl1249

AGRADECIMENTOS

A concretização desta dissertação de mestrado, fruto de dedicação e aprendizado contínuo, não teria sido possível sem o apoio inestimável de diversas pessoas e instituições.

Agradeço a Deus pela força e perseverança em todo o processo de realização desta dissertação.

Ao Prof. Dr. Wesley Vagner Inês Shirabayashi, pela orientação precisa, pela paciência, pelo conhecimento compartilhado e pelo incentivo constante ao longo desta jornada. Sua expertise e visão crítica foram fundamentais para o desenvolvimento desta dissertação.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação Profmat da Universidade Estadual de Maringá, pelo ambiente acadêmico estimulante, pelas discussões enriquecedoras em sala de aula e pelo suporte administrativo essencial.

Aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Jair da Silva - Universidade Federal do Paraná/Campus Jandaia do Sul e Prof. Dr. Rafael Mestrinheire Hungaro - Universidade Estadual do Paraná/Campus de Paranavaí, por dedicarem seu tempo e expertise à leitura e avaliação desta dissertação. Suas valiosas contribuições certamente enriqueceram esta dissertação.

Aos meus colegas de pós-graduação, pelas trocas de ideias, pelo apoio mútuo nos momentos desafiadores e pela construção de laços que transcendem o ambiente acadêmico.

À minha família, esposa Maria Aparecida dos Santos Fuzinatto, filhos Letícia dos Santos Fuzinatto e Vinicius dos Santos Fuzinatto, mãe Zilda Bonetti Fuzinatto, pelo amor incondicional, pela compreensão nos momentos de ausência e por serem a base fundamental que me impulsiona a seguir em frente. Seu apoio emocional foi essencial para superar os obstáculos e celebrar as conquistas.

Aos amigos, que, mesmo distantes em alguns momentos, sempre se fizeram presentes com palavras de incentivo e apoio, lembrando-me da importância do equilíbrio entre a vida acadêmica e pessoal.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta dissertação, meu sincero agradecimento. A jornada foi desafiadora, mas o apoio de cada um tornou-a mais leve e gratificante.

Espera-se que esta dissertação contribua para o ensino de matemática e sirva de inspiração para futuras pesquisas na área.

A conclusão desta etapa representa não apenas um objetivo alcançado, mas também um novo ponto de partida.

Este reconhecimento é uma humilde forma de expressar minha gratidão por todo o apoio recebido.

RESUMO

Esta dissertação propõe mostrar as aplicações práticas da Geometria Plana no Ensino Médio por meio de uma estratégia didática que vincule conceitos teóricos a situações do cotidiano. Mediante o uso de ferramentas tecnológicas e exemplos reais, busca-se transpor a abstração de áreas e perímetros, evidenciando a relevância dessa área da matemática para o desenvolvimento do raciocínio lógico e promovendo atividades que potencializem a aprendizagem e o engajamento discente. A metodologia fundamenta-se em uma pesquisa qualitativa e participativa, estruturada em sequências didáticas que integram materiais manipuláveis, como o Tangram, e recursos de geometria dinâmica, com ênfase no software GeoGebra. A adoção de práticas contextualizadas não apenas estimule os estudantes, mas também consolide o aprendizado de forma sólida. Esse processo permite que o aluno transcenda a simples memorização, desenvolvendo uma percepção crítica e aplicada dos conceitos estudados. Essa abordagem contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da visualização plana e da capacidade de resolver problemas em diferentes contextos. Assim, ao reconhecerem a utilidade da Geometria no mundo ao seu redor, os alunos tendem a se sentir mais motivados no processo de aprendizagem. Esta dissertação sustenta a premissa de que fundir a trajetória histórica da Geometria Plana com a investigação de suas aplicabilidades modernas no Ensino Médio constitui uma abordagem didática produtiva, pertinente e de impacto permanente. Ao desconstruir a percepção da Geometria como um conjunto de saberes puramente teóricos, e ao demonstrar de que maneira ela se manifesta no dia a dia e no progresso da tecnologia, os docentes têm o potencial de despertar nos estudantes um interesse mais genuíno pela matemática, qualificando sua formação para lidar com as complexas exigências do porvir.

Palavras-chave: Geometria Plana; Ensino Médio; GeoGebra; História da Matemática; Resolução de Problemas.

Lista de Figuras

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Geometria Plana é uma área da matemática que desempenha um papel crucial no currículo do ensino médio. No entanto, muitos alunos apresentam dificuldades em assimilar seus conceitos, o que resulta em desmotivação e baixo desempenho. A presente dissertação propõe demonstrar como a Geometria Plana pode ser aplicada de maneira prática no cotidiano dos alunos, promovendo uma aprendizagem mais contextualizada. Por meio de atividades e exemplos práticos, busca-se tornar a geometria mais acessível e interessante para os estudantes. (BRASIL, 2018)

Neste contexto, a dissertação aborda as seguintes questões: como as aplicações práticas da Geometria Plana podem contribuir para uma melhor compreensão dos conceitos geométricos pelos alunos? E como essas aplicações podem ser inseridas de forma eficiente no planejamento pedagógico?

Acredita-se que a abordagem proposta nesta dissertação, ao focar nas aplicações da Geometria Plana e na utilização de metodologias ativas, contribui para um ensino mais eficaz e motivador. Entretanto, é importante que o professor de matemática busque constantemente por novas estratégias e recursos para tornar as aulas mais interessantes e relevantes para os alunos.

A Geometria Plana, quando trabalhada a partir de uma abordagem contextualizada e prática, atua como um instrumento fundamental para o aprimoramento do raciocínio lógico, da inventividade e da aptidão para solucionar problemas (D'AMBRÓSIO, 2012).

Espera-se que esta dissertação possa ser um ponto de partida para a construção de novas práticas pedagógicas que valorizem a Geometria Plana e suas aplicações, despertando nos alunos o interesse pela matemática e pela ciência.

1.1 O que é Geometria Plana?

A Geometria Plana, também conhecida como Geometria Euclidiana em homenagem a Euclides de Alexandria, é o ramo da matemática que se dedica ao estudo das figuras bidimensionais. Diferentemente da Geometria Espacial, que lida com o volume e a profundidade, a Geometria Plana concentra-se em objetos que possuem apenas comprimento e largura, situados em um plano infinito e perfeitamente liso (MUNIZ NETO, 2013). 15

Para visualizar esse conceito, pode-se imaginar um universo bidimensional onde todos os elementos podem ser representados em uma superfície plana, como uma folha de papel ou uma tela de computador. Nesse universo, as formas fundamentais são classificadas de acordo com suas propriedades métricas e posicionais, destacando-se:

- **Círculos e Circunferências:** Definidos pelo conjunto de pontos equidistantes de um centro comum.
- **Quadrados e Retângulos:** Polígonos de quatro lados (quadriláteros) com ângulos internos retos, fundamentais na arquitetura e no design.
- **Triângulos:** A forma poligonal mais simples e rígida, essencial para a trigonometria e construções de engenharia.

Consequentemente, a Geometria Plana não é apenas um exercício teórico de desenho de figuras; ela é a linguagem que permite interpretar o mundo real, desde a demarcação de terrenos até a criação de interfaces digitais, servindo como alicerce para o desenvolvimento do raciocínio lógico e espacial do estudante (DANTE, 2018).

Em resumo:

Figuras planas: São aquelas que podem ser desenhadas em uma superfície plana.

Duas dimensões: Possuem apenas comprimento e largura.

Mundo real: A Geometria Plana está em todo lugar, desde as formas dos objetos até a construção de edifícios.

1.2 A relevância da Geometria Plana no Ensino Médio

A Geometria Plana é um pilar fundamental da matemática e possui uma importância que transcende os muros da sala de aula. Entender suas bases é essencial para:

- **Desenvolver o raciocínio lógico:** A Geometria Plana nos ensina a analisar formas, relações espaciais e a resolver problemas de forma estruturada.

- **Compreender o mundo ao nosso redor:** Desde os objetos mais simples até as grandes construções, a Geometria está presente em tudo.
- **Preparar-se para outras áreas do conhecimento:** É base para o estudo de outras áreas da matemática, como a Geometria Espacial, o Cálculo e a Álgebra Linear.
- **Estimular a criatividade:** A Geometria nos convida a visualizar formas e padrões, o que estimula nossa capacidade de criação.

A Geometria Plana é uma ferramenta poderosa para desenvolver habilidades essenciais para a vida e para o sucesso em diversas áreas do conhecimento como:

- **Matemática**: É a base para o estudo de outras áreas da matemática, como a geometria espacial e o cálculo.
- **Engenharia**: É utilizada para projetar e construir diversas estruturas. Exemplos: Plantas baixas e cortes, triangulação em treliças, cálculo de revestimento etc.
- **Artes**: É a base para a criação de diversas obras de arte. Exemplos: Cubismo, decomposição em formas geométricas (polígonos) etc.
- **Ciências**: É utilizada em diversas áreas das ciências, como a física e a química.

Diante do exposto, compreende-se que a Geometria Plana não deve ser encarada meramente como um conjunto rígido de fórmulas abstratas, mas sim como uma lente poderosa para a interpretação e intervenção na realidade. Ao conectar o rigor euclidiano com as demandas práticas da engenharia, das artes e do cotidiano, rompe-se a barreira do desinteresse discente, transformando o aprendizado em uma experiência significativa, conforme defendido por D'Ambrósio (2012) ao tratar da contextualização. Assim, o estudo das formas bidimensionais deixa de ser um fim em si mesmo para se tornar o alicerce sobre o qual o estudante constrói seu raciocínio lógico e sua capacidade de abstração espacial, competências indispensáveis para o exercício da cidadania (DANTE, 2018).

Portanto, esta dissertação busca preencher a lacuna entre a teoria acadêmica e a prática em sala de aula, apresentando alternativas metodológicas que priorizam a utilização de recursos tecnológicos e materiais manipuláveis. Ao propor uma abordagem que valoriza tanto a trajetória histórica quanto as aplicações modernas da geometria, reafirmando a necessidade de o educador buscar estratégias que tornem o conhecimento relevante para o aluno (BRASIL, 2018). Espera-se que, ao final desta investigação, as estratégias sugeridas possam inspirar novas práticas pedagógicas que não apenas apresentem conceitos de figuras situadas em um plano (MUNIZ NETO, 2013), mas que despertem nos estudantes uma visão crítica e criativa sobre o universo geométrico que os cerca.

2 FUNDAMENTOS MILENARES DA GEOMETRIA PLANA E SUAS APLICAÇÕES ESSENCIAIS ATUAIS

A Geometria Plana não é uma área do conhecimento desconectada. Ela precede a intenção, pois, no princípio, a necessidade humana era muito limitada e simples. Ao longo do tempo e conforme a necessidade, ela evoluiu.

Segundo Howard Eves (2011), a palavra geometria vem do grego Geometrein, que significa “medida de Terra”.

Segundo Carl B. Boyer (1994), os primeiros registros de geometria são atribuídos aos babilônios, por volta de 3000 a.C. Mas também se desenvolveu na Grécia, como um conhecimento livre de aplicações.

No entanto, foi Euclides, um matemático grego que viveu por volta do século III a.C., o primeiro a reunir a geometria em uma obra, conhecida hoje como Os Elementos de Euclides. (EUCLIDES apud BICUDO, 2009)

2.1 A Geometria na Antiguidade: Um Olhar para o Passado

Segundo Howard Eves (2011), a geometria, como a conhecemos hoje, tem suas raízes profundamente fincadas na antiguidade. Civilizações antigas, motivadas por necessidades práticas como a construção de cidades, a medição de áreas agrícolas e a navegação, desenvolveram conhecimentos geométricos fundamentais que deixaram de ser meras observações empíricas para se tornarem a base da matemática estruturada.

No Egito Antigo, por exemplo, a geometria era uma ferramenta de sobrevivência. Boyer (1994) destaca que as inundações anuais do Rio Nilo apagavam as marcações de limites de terras, exigindo que os “esticadores de corda” (agrimensores da época) utilizassem propriedades geométricas para redistribuir os campos de cultivo. Esse pragmatismo egípcio permitiu o desenvolvimento de fórmulas para o cálculo de áreas e volumes que, embora nem sempre exatas para os padrões modernos, demonstravam uma compreensão avançada da proporcionalidade.

Paralelamente, na Mesopotâmia, os babilônios avançaram no estudo de figuras planas e relações numéricas. Eves (2011) aponta que as tabuletas de argila babilônicas revelam um conhecimento precoce sobre o que viria a ser o Teorema de Pitágoras, aplicado em problemas de construção civil e astronomia muito antes da formalização grega. Portanto, a geometria na antiguidade não era uma disciplina isolada, mas uma resposta direta aos desafios impostos pelo ambiente. De acordo com Boyer (1994), foi essa transição das aplicações puramente utilitárias dos egípcios e babilônios para a busca grega por demonstrações lógicas que permitiu a ascensão da geometria ao status de ciência axiomática, culminando, séculos depois, na sistematização realizada por Euclides.

2.2 As Primeiras Civilizações Geométricas

Civilizações como a egípcia e a babilônica foram pioneiras no uso de Geometria Plana para resolver problemas concretos. A construção de pirâmides e templos, a divisão de terras às margens de rios para a agricultura após as cheias, e a complexa navegação estelar exigiam um entendimento rudimentar, mas eficaz, de formas, medidas e relações espaciais (BOYER, 1994). Os gregos foram os primeiros a axiomatizar a geometria, gerando a obra "Os Elementos" de Euclides, que consolidou o saber geométrico da antiguidade e influenciou o pensamento matemático por milênios. Assim, a Geometria Plana se estabeleceu como uma ciência rigorosa, mas com um legado indissociável de sua origem prática e utilitária. (EUCLIDES apud BICUDO, 2009)

2.2.1 A Geometria Egípcia: Uma Breve Análise

Os egípcios desenvolveram métodos sofisticados voltados à agrimensura e à engenharia monumental, evidenciando um domínio avançado de conceitos geométricos. Conforme apontado por Eves (2011), documentos como o Papiro de Rhind atestam que essa civilização possuía uma compreensão sólida de cálculos de áreas e volumes, sendo que o desenvolvimento desse saber era motivado estritamente por demandas práticas, como a reconstrução de divisas agrícolas e a edificação de grandes templos e pirâmides.

Características da Geometria Egípcia:

- **Empírica:** Os egípcios desenvolveram seus conhecimentos geométricos a partir da observação do mundo ao seu redor e da resolução de problemas práticos.

- **Intuitiva:** A geometria egípcia era baseada em regras práticas e aproximações, muitas vezes sem demonstrações formais.
- **Aplicada:** Os conceitos geométricos eram aplicados diretamente em construções e medições, sem a preocupação com a abstração teórica.

Principais Contribuições:

- **Cálculo de áreas:** Os egípcios desenvolveram fórmulas para calcular áreas de figuras planas como triângulos e retângulos, e até mesmo aproximações para a área do círculo.
- **Volume de sólidos:** Dominavam o cálculo de volumes de sólidos como paralelepípedos e cilindros, o que era fundamental para a construção de pirâmides e outras estruturas.
- **Inclinação de rampas:** Os egípcios utilizavam conhecimentos geométricos para calcular a inclinação ideal das rampas utilizadas na construção das pirâmides, garantindo assim a estabilidade das estruturas.
- **Divisão de terras:** A geometria era essencial para a divisão de terras férteis após as inundações do Nilo, garantindo a justiça na distribuição.

Um dos principais documentos que atestam o conhecimento matemático dos egípcios é o Papiro de Rhind. Nele, encontramos uma coleção de problemas matemáticos, incluindo diversos problemas geométricos.

Um exemplo de problema de Geometria Plana encontrado no Papiro de Rhind é o cálculo da área de um círculo. Em vez de usar a fórmula moderna, os egípcios usavam uma aproximação. Um problema comum é calcular a área de um círculo com diâmetro 9, onde a solução é obtida subtraindo 1/9 do diâmetro, e multiplicando o resultado por si mesmo.

Problema: Calcular a área de um círculo com diâmetro 9.

Solução (aproximação egípcia):

- Subtrair 1/9 do diâmetro: 9 - (9/9) = 8.
- Multiplicar o resultado por si mesmo: 8 x 8 = 64.

- Resultado: A área do círculo é aproximadamente 64.

Este método demonstra a abordagem prática dos egípcios para calcular áreas, mesmo sem o conceito de pi (π) como conhecemos hoje.

Figura 1 - Papiro de Rhind. Fonte: Museu Britânico em https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10057

2.2.2 A Geometria Babilônica: Um Legado que perdura

Diferente do rigor axiomático característico da tradição grega, a geometria babilônica possuía uma natureza essencialmente prática e algébrica. Conforme Boyer (1994), os povos da Mesopotâmia utilizavam o saber geométrico como uma ferramenta aplicada à resolução de problemas cotidianos, abrangendo desde a agrimensura e a engenharia civil até cálculos astronômicos complexos, sendo seu desenvolvimento fortemente impulsionado por um sistema numérico e algébrico avançado para a época.

Características da Geometria Babilônica:

- **Base sexagesimal:** Os babilônios utilizavam um sistema de numeração posicional de base 60, o que influenciou nossa divisão do tempo em horas, minutos e segundos, e do círculo em 360 graus.

- **Caráter algébrico:** A geometria babilônica era fortemente ligada à álgebra. Muitos problemas geométricos eram, na verdade, problemas algébricos disfarçados.
- **Tabuletas de argila:** Os babilônios registravam seus conhecimentos matemáticos em tabuletas de argila, o que permitiu a preservação de muitos de seus cálculos e métodos.
- **Teorema de Pitágoras:** Embora o teorema seja atribuído a Pitágoras, os babilônios já conheciam e utilizavam essa relação entre os lados de um triângulo retângulo muito antes.

Contribuições para a Matemática Moderna:

- **Álgebra:** A abordagem algébrica dos babilônios para a geometria influenciou o desenvolvimento da álgebra moderna.
- **Sistemas de numeração:** O sistema sexagesimal babilônico, embora tenha sido substituído pelo sistema decimal, ainda é utilizado em diversas áreas, como a medida do tempo e dos ângulos.
- **Resolução de equações:** Os babilônios desenvolveram métodos para resolver equações quadráticas e cúbicas, que são fundamentais para a matemática moderna.

2.2.3 A Geometria Plana dos Gregos: Um Marco na História da Matemática

Os gregos, em especial Euclides, elevaram a geometria a um novo patamar, introduzindo o método axiomático que, segundo COURANT e ROBBINS (2000) é uma abordagem sistemática para construir um corpo de conhecimento, onde se começa com um conjunto de proposições básicas (axiomas ou postulados) e se deduz outras proposições (teoremas) usando regras lógicas e demonstrando teoremas de forma rigorosa. “Os Elementos” de Euclides é uma obra fundamental que influenciou o pensamento matemático por séculos. (EUCLIDES apud BICUDO, 2009)

A Geometria Plana dos gregos, especialmente no período clássico, representa um marco fundamental na história da matemática. Diferentemente dos egípcios e babilônios, que utilizavam a geometria de forma prática e empírica, os gregos buscaram uma abordagem mais rigorosa e dedutiva, estabelecendo axiomas e teoremas para construir um sistema lógico e coerente.

Características da Geometria Plana Grega:

- **Axiomatização:** Os gregos introduziram o método axiomático, no qual a partir de um conjunto de axiomas (verdades consideradas evidentes), deduziam-se teoremas e propriedades geométricas.
- **Demonstrações:** As demonstrações eram fundamentais para os gregos. Eles buscavam provar a veracidade de cada afirmação através de um raciocínio lógico e rigoroso.
- Abstração: A geometria grega transcendeu o mundo físico, buscando a compreensão de formas e relações abstratas.

Construções geométricas: Os gregos desenvolveram técnicas para construir figuras geométricas utilizando apenas régua não graduada e compasso, como a construção de triângulos equiláteros, pentágonos regulares e a divisão de um segmento em partes iguais.

Figuras Importantes:

Tales de Mileto: Considerado um dos sete sábios da Grécia, Tales de Mileto é conhecido por seus teoremas sobre triângulos semelhantes e a relação entre ângulos inscritos em uma circunferência.

Eratóstenes de Cirene (c. 276-195 a.C.): Foi um notável erudito grego, reconhecido por suas diversas contribuições em áreas como matemática, astronomia e geografia. Ele foi o primeiro a calcular a circunferência da Terra com uma precisão surpreendente para a época, utilizando observações simples e princípios geométricos. Além disso, Eratóstenes é considerado o "Pai da Geografia" por ter sido o primeiro a usar o termo e por desenvolver um sistema de latitude e longitude. Ele também criou o Crivo de Eratóstenes, um método eficiente para encontrar números primos, e foi diretor da famosa Biblioteca de Alexandria.

Pitágoras: Fundador da escola pitagórica, Pitágoras é famoso pelo teorema que leva o seu nome sobre os lados de um triângulo retângulo.

2.3 O Teorema de Pitágoras: Uma Jornada Histórica e Crítica

Segundo Carl B. Boyer (1994) O Teorema de Pitágoras, uma das relações geométricas mais conhecidas e utilizadas, remonta a tempos antigos e continua a ser fundamental em diversas áreas do conhecimento. Nesta seção busca-se apresentar uma fundamentação histórica e crítica sobre o teorema, explorando sua origem, e aplicações, além de discutir algumas controvérsias em torno de sua autoria.

2.3.1 Origem Histórica do Teorema de Pitágoras

Embora o teorema leve o nome de Pitágoras, evidências arqueológicas sugerem que civilizações anteriores, como os babilônios e os egípcios, já conheciam e utilizavam essa relação em seus cálculos (BOYER, 1994). No entanto, foi a escola pitagórica que formalizou o teorema e o inseriu em um contexto mais amplo de estudo da geometria.

A escola pitagórica, fundada por Pitágoras de Samos, era uma sociedade secreta que se dedicava ao estudo da filosofia, matemática e música. Conforme aponta Eves (2011), os pitagóricos acreditavam que os números governavam o universo e que todas as coisas poderiam ser expressas em termos de números inteiros e suas razões. O Teorema de Pitágoras, que estabelece uma relação numérica entre os lados de um triângulo retângulo, se encaixava perfeitamente nessa visão de mundo.

O Teorema de Pitágoras afirma que, em qualquer triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos. Em linguagem matemática, isso pode ser expresso como:

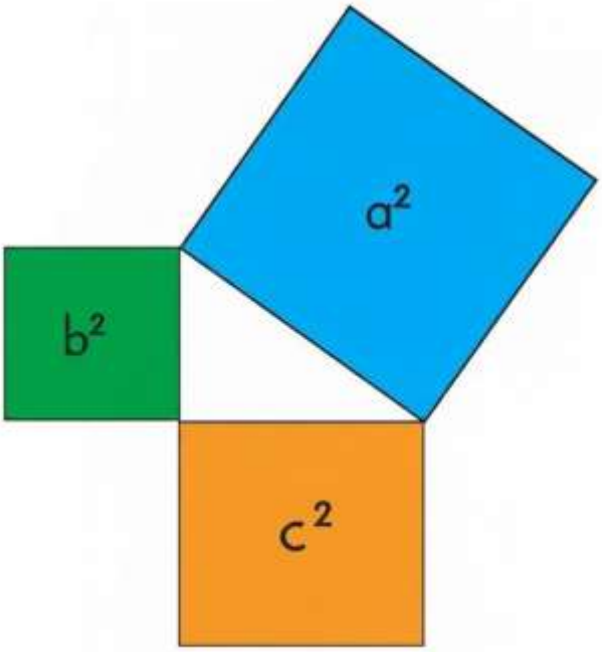
$$a^2=b^2+c^2.$$

Onde:

- “c” e “b” são as medidas dos catetos (lados menores);
- “a” é a medida da hipotenusa (lado maior).

Existem diversas demonstrações para o Teorema de Pitágoras, desde as mais antigas, baseadas em construções geométricas, até as mais modernas, utilizando conceitos de álgebra e trigonometria. A variedade de demonstrações demonstra a importância e a versatilidade desse teorema.

Figura 2 - Demonstração Geométrica do Teorema de Pitágoras.



Fonte: O Autor

2.3.2 Aplicações do Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras possui inúmeras aplicações em diversas áreas do conhecimento, como:

- **Geometria:** Cálculo de distâncias, áreas e volumes de figuras geométricas.
- **Trigonometria:** Definição das funções trigonométricas e resolução de triângulos.

Física: Cálculo de trajetórias, velocidades e forças.

Engenharia: Cálculo de estruturas, construção civil e diversas outras áreas.

Ciências da Computação: Gráficos e animações em 3D.

2.3.3 Controvérsias sobre a Autoria do Teorema de Pitágoras

Segundo Carl B. Boyer (1994), a atribuição do teorema a Pitágoras tem sido objeto de debate entre os historiadores da matemática. Alguns argumentam que o teorema já era conhecido antes de Pitágoras e que a escola pitagórica simplesmente o formalizou e o inseriu em seu sistema filosófico. Outros defendem a originalidade da contribuição de Pitágoras, destacando a importância de sua escola para o desenvolvimento da matemática.

2.4 A Importância da Geometria: Uma Discussão Abrangente

Segundo Ivan Alves Monteiro (2023), para entender a situação atual do ensino de geometria, é necessário analisar as transformações e os momentos-chave que moldaram historicamente o currículo da disciplina no país.

A Geometria, presente em nossas vidas desde a Antiguidade, continua sendo uma ferramenta fundamental para compreender o mundo ao nosso redor. Sua aplicação transcende as salas de aula, permeando diversos aspectos da vida cotidiana, da ciência e da tecnologia.

2.4.1 A Geometria na Vida Cotidiana

A contextualização no ensino da Geometria Plana pressupõe o entendimento de que seus fundamentos derivam de práticas humanas ancestrais e cotidianas. Segundo D'Ambrósio (2012), desde os primórdios, a premência por delimitar espaços e edificar abrigos foi o motor do conhecimento geométrico, o qual permanece essencial na atualidade por conciliar aspectos funcionais e estéticos. Assim, reconhecer a onipresença da geometria na realidade sociocultural é condição fundamental para a construção de um aprendizado significativo.

Organização do Espaço: A geometria nos ajuda a organizar e otimizar espaços, desde a disposição dos

- **Construção e Arquitetura:** A construção de edifícios, pontes e outras estruturas depende de conhecimentos sólidos em geometria.
- **Design e Artes:** A geometria é a base para a criação de designs elegantes e funcionais, presentes em objetos do cotidiano, desde embalagens até obras de arte.
- **Navegação:** A geometria é essencial para a navegação marítima e aérea, permitindo calcular distâncias, direções e posições.

2.4.2 A Geometria na Ciência

A presença da geometria transcende as construções humanas, consolidando-se como uma linguagem universal necessária para a interpretação dos fenômenos naturais. Nas ciências puras e aplicadas, o estudo das formas e proporções permite a modelagem do comportamento do universo, desde as órbitas celestes até as estruturas microscópicas. Essa concepção alinha-se ao pensamento de Galilei (2004), ao defender que o “livro da natureza” foi escrito em linguagem matemática e que seus caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem os quais torna-se humanamente impossível compreender a organização da matéria e da vida, conforme evidenciado nos campos a seguir.

- **Física:** A geometria é fundamental para descrever fenômenos físicos, como o movimento dos corpos, a órbita dos planetas e a propagação da luz.
- **Química:** A geometria molecular, que estuda a forma das moléculas, é essencial para entender suas propriedades e reações.
- **Biologia:** A geometria é utilizada para estudar a forma e a estrutura de células, órgãos e organismos.

2.4.3 A Geometria na Tecnologia

A utilização da Geometria no suporte tecnológico evidencia a habilidade humana de aplicar o raciocínio espacial na solução de desafios complexos e no aperfeiçoamento da produção. De acordo com Radicchi (2015), os fundamentos geométricos são o que assegura a precisão e a funcionalidade de dispositivos e sistemas computacionais, sendo vitais desde a concepção de peças mecânicas até a arquitetura de redes. Essa relevância é observada em domínios específicos: móveis em casa até o planejamento de cidades.

- **Engenharia:** A geometria é aplicada em diversas áreas da engenharia, como a engenharia mecânica, a engenharia civil e a engenharia elétrica.
- **Computação Gráfica:** A criação de imagens e animações em 3D depende de conhecimentos sólidos em geometria.

- **Robótica:** A programação de robôs para realizar tarefas específicas requer o uso de conceitos geométricos.

2.4.4 Legado da Geometria Grega

O legado da Geometria Plana grega é um pilar duradouro para a matemática e a ciência contemporânea, exercendo influência contínua na sociedade atual. Para Boyer (1994), a relevância desse período ultrapassa a catalogação de propriedades de figuras e medidas, pois estabeleceu a base sobre a qual a matemática moderna e a ciência ocidental foram estruturadas. A contribuição essencial dos gregos foi a evolução da geometria empírica, de caráter prático e utilitário, como a praticada por egípcios e babilônios, para uma geometria demonstrativa e fundamentada no rigor lógico e dedutivo.

Dessa forma, a geometria grega não deve ser vista apenas como um saber estático, mas como a estrutura que possibilita à ciência formular hipóteses e buscar leis naturais universais. De acordo com Eves (2011), sem o rigor herdado dos geômetras gregos, o progresso em campos como a física clássica, a engenharia e a computação gráfica não teria alcançado o patamar que conhecemos hoje.

2.4.5 Aplicações dos Polígonos em Diferentes Áreas

A presença constante dos polígonos na natureza e nas atividades humanas demonstra que tais formas transcendem a abstração teórica, fundamentando a eficiência das estruturas e a estética visual. Stewart (1996) observa que padrões geométricos, como a rigidez dos triângulos e a otimização dos hexágonos em colmeias, representam soluções naturais e técnicas para problemas de resistência e economia de espaço. Essa lógica de aplicabilidade se projeta na atualidade por meio da computação gráfica, onde a malha poligonal se estabelece como a unidade essencial para a criação de ambientes virtuais (AZEVEDO; CONCI, 2003). Sob essa ótica, o ensino de Geometria no Ensino Médio permite ao aluno interpretar a disciplina como uma linguagem que integra o mundo natural ao digital, servindo como ferramenta prática de leitura e atuação na realidade.

Os polígonos, figuras geométricas planas formadas por segmentos de reta, estão presentes em diversas áreas do nosso cotidiano, desde a arquitetura e o design até os jogos e a natureza. Explorar essas aplicações em sala de aula pode tornar o ensino da geometria mais interessante e relevante para os alunos do ensino médio. Corroborando essa perspectiva, Dante (2018, p. 12) afirma que: “A geometria está por toda parte, na natureza, nas artes, nas construções, nos objetos. O estudo da geometria é um meio de ler o mundo e compreender a organização do espaço". Sob essa ótica, ao integrar o estudo das formas a cenários práticos, o docente permite que o estudante identifique padrões geométricos em sua própria cultura e tecnologia, o que, conforme preconiza a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), é fundamental para o desenvolvimento de competências voltadas à resolução de problemas e à interpretação crítica de fenômenos do mundo físico.

A Geometria Aplicada ao Design

- **Logotipos**: Empresas e marcas utilizam polígonos em seus logotipos para transmitir mensagens e conceitos. Triângulos podem representar dinamismo e força, enquanto quadrados e retângulos podem sugerir estabilidade e solidez.

- **Embalagens**: A forma dos polígonos influencia a funcionalidade e a estética de embalagens de produtos. Hexágonos, por exemplo, são utilizados em embalagens de alimentos por sua praticidade e otimização de espaço.

- **Design de interiores**: Polígonos são utilizados em projetos de interiores para criar ambientes harmoniosos e funcionais. A escolha dos polígonos influencia a sensação transmitida pelo espaço, como aconchego, amplitude ou modernidade.

Polígonos no Entretenimento: Jogos e Arte

- **Jogos de tabuleiro**: Tabuleiros de jogos como damas, xadrez e gamão são compostos por polígonos regulares, como quadrados e hexágonos. A forma dos polígonos influencia as regras e a dinâmica dos jogos.

- **Jogos digitais**: Polígonos são utilizados em jogos digitais para criar personagens, cenários e objetos 3D. A modelagem poligonal é uma técnica fundamental na computação gráfica para a criação de mundos virtuais imersivos.

- **Origami**: A arte japonesa do origami utiliza polígonos para criar figuras de papel. A combinação de diferentes polígonos permite a criação de animais, plantas, objetos e personagens.

Aplicação de Geometria na Arquitetura e Engenharia

A geometria poligonal constitui a base estrutural e estética do ambiente construído. Segundo Ching (2017), a forma arquitetônica é o ponto de contato primário entre a massa e o espaço, onde as propriedades geométricas determinam a integridade do projeto.

- **Estruturas**: Triângulos são amplamente utilizados em estruturas como pontes, edifícios e torres, devido à sua rigidez e capacidade de suportar peso. A forma triangular distribui as forças, evitando deformações e garantindo a estabilidade das construções.
- **Plantas baixas**: Plantas baixas de edifícios e casas utilizam polígonos para representar cômodos e ambientes. A forma dos polígonos influencia a funcionalidade e a distribuição dos espaços.
- **Design de telhados**: Telhados com diferentes formas poligonais são utilizados em construções, como telhados triangulares, quadrados ou hexagonais. A escolha do polígono influencia a estética e a funcionalidade do telhado.

A Geometria da Natureza: Polígonos no Mundo Natural

A natureza não distribui formas aleatoriamente; ela segue leis de eficiência energética, estabilidade estrutural e economia de materiais. Os polígonos que observamos são, na verdade, soluções matemáticas para problemas de sobrevivência e crescimento.

Cristais e a Ordem Atômica

A geometria dos cristais é a manifestação macroscópica de sua organização microscópica. Os átomos se arranjam em redes cristalinas que se repetem no espaço.

- **Quartzo (Hexágonos):** Apresenta um sistema cristalino trigonal/hexagonal. Essa forma permite que as moléculas de dióxido de silício (SiO_2) se empilhem de maneira estável sob altas pressões e temperaturas.
- **Pirita (Cubos):** Conhecida como “ouro dos tolos”, a pirita frequentemente forma cubos perfeitos devido ao seu arranjo atômico isométrico.
- **Flocos de Neve:** São exemplos clássicos de simetria hexagonal. A estrutura da molécula de água (H_2O) dita que, ao congelar, as ligações de hidrogênio formem uma rede hexagonal, resultando em polígonos de seis lados com infinitas variações de detalhes.

Favos de Mel: A Eficiência da Estrela de Seis Pontas

O uso de **hexágonos regulares** pelas abelhas é um dos maiores exemplos de "otimização matemática" na biologia.

- **Economia de Cera:** Entre as formas que preenchem um plano sem deixar lacunas (ladrilhamento), como o triângulo, o quadrado e o hexágono, o hexágono é o que possui o menor perímetro para a maior área. Isso significa que as abelhas usam a quantidade mínima de cera para armazenar a quantidade máxima de mel.
- **Resistência Estrutural:** A geometria hexagonal distribui as tensões de forma equilibrada por toda a colmeia, permitindo que as paredes finas de cera suportem um peso muitas vezes superior ao seu próprio.

Flores e Frutos: Simetria e Atração

Na botânica, os polígonos servem tanto para a proteção das sementes quanto para a comunicação com polinizadores.

- **Pentágonos (Estrelas de 5 pontas):** Muitas flores, como as de macieiras e roseiras, exibem uma simetria pentagonal. Essa forma está frequentemente ligada à **Sequência de Fibonacci**, que dita a disposição eficiente de pétalas e sementes para maximizar a exposição solar.
- **A Carambola:** Ao ser cortada transversalmente, a carambola revela um **pentágono estrelado**. Essa forma não é apenas estética; ela reflete a divisão interna do ovário da flor em cinco carpelos, garantindo uma distribuição uniforme das sementes.
- **Cascas de Frutos:** Frutos como o abacaxi exibem padrões de polígonos (hexágonos e pentágonos) em sua casca, criando uma armadura rígida que protege a polpa interna enquanto o fruto cresce.

2.4.6 A Importância dos Números e a Busca pela Harmonia nas Proporções

A interconexão entre o campo numérico, a geometria e a harmonia musical constituem um legado fundamental do pensamento grego, consolidado primordialmente pela escola pitagórica. Segundo Boyer (1994), a convicção de que o cosmos é regido por leis numéricas e que a ordem universal pode ser traduzida por relações matemáticas estabeleceu as bases que influenciaram o desenvolvimento científico e as expressões artísticas ao longo da história ocidental. 30

A Escola Pitagórica e a Numerologia

A Escola Pitagórica, sob a liderança de Pitágoras de Samos, estabeleceu uma ontologia onde o número não era apenas uma ferramenta de contagem, mas a essência fundamental da realidade e da ordem universal. Segundo Boyer (1994), essa perspectiva mística e cosmológica defendia que a harmonia do cosmos poderia ser decifrada através das relações numéricas. Essa convicção levou os pitagóricos a explorarem as proporções e as razões entre números inteiros, identificando conexões entre fenômenos naturais, como a música, e as propriedades matemáticas. Por exemplo, eles perceberam que as cordas de um instrumento musical produziam sons harmoniosos quando seus comprimentos estavam em proporções simples, como 2:1, 3:2 ou 4:3. Essa descoberta os levou a associar os números à música e à beleza.

A Geometria e a Proporção Áurea

Para a escola pitagórica, a geometria transcendia a mera medição, sendo um campo de investigação focado na descoberta de padrões numéricos intrínsecos às formas. Segundo Boyer (1994), os pitagóricos associavam a estética das figuras a proporções harmoniosas, estabelecendo conexões fundamentais entre a geometria e a aritmética, como exemplificado no estudo da proporção áurea, uma razão irracional considerada o símbolo da harmonia universal, representada pela letra grega ϕ (fi), com valor exato de $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, e seu valor decimal é infinito e não periódico, sendo aproximadamente 1,6180339887...

A proporção áurea é encontrada em diversas formas naturais e construções humanas, desde conchas de moluscos até a arquitetura grega. Acreditava-se que a proporção áurea representava a perfeição e a harmonia, sendo utilizada como padrão de beleza em diversas áreas, como a arte e a arquitetura.

A Influência do Pitagorismo na Cultura Ocidental

O pitagorismo teve uma profunda influência na cultura ocidental, moldando o pensamento filosófico, científico e artístico por séculos. A ideia de que a ordem e a harmonia do universo podem ser expressas em termos matemáticos permeia diversas disciplinas, desde a física até a música.

- **Ciências Naturais:** A busca por leis naturais expressas em linguagem matemática é uma herança direta do pensamento pitagórico.
- **Artes:** A proporção áurea e outros conceitos matemáticos foram utilizados por artistas como Leonardo da Vinci para criar obras de arte consideradas esteticamente perfeitas.

Música: A teoria musical ocidental baseia-se nas relações numéricas entre as notas musicais, uma herança direta da escola pitagórica.

Filosofia: A ideia de que a matemática é a linguagem do universo influenciou filósofos como Platão e Aristóteles.

2.4.7 O Método Dedutivo na Geometria

O método dedutivo consiste em partir de um conjunto de axiomas (verdades consideradas evidentes e indiscutíveis) e, através de um processo lógico de demonstração, chegar a novas verdades chamadas de teoremas. Essa abordagem permite construir um sistema de conhecimento coerente e organizado, no qual cada afirmação é justificada por outras já demonstradas ou pelos axiomas.

A obra de Euclides, “Os Elementos”, é considerada a primeira tentativa sistemática de apresentar a geometria de forma dedutiva. Nela, Euclides estabelece um conjunto de cinco postulados (axiomas) e, a partir deles, demonstra uma série de teoremas que cobrem diversos aspectos da Geometria Plana e espacial. (EUCLIDES apud BICUDO, 2009)

O método dedutivo, estabelecido historicamente por Euclides na obra “Os Elementos”, transcende a mera técnica de resolução para se tornar o fundamento da validade matemática. De acordo com Boyer (1994), a relevância desse método está na ruptura com o empirismo e na transição para um sistema de certeza lógica, onde o conhecimento deixa de depender da observação sensível e passa a ser sustentado estritamente pela razão dedutiva.

Rigor: A Blindagem Contra o Erro

Diferente das ciências experimentais, onde uma teoria pode ser derrubada por uma nova observação, o rigor dedutivo cria verdades imutáveis dentro de seu sistema.

Demonstração Formal: Cada passo de uma prova deve ser justificado por uma regra de inferência lógica. Isso elimina a subjetividade e a intuição enganosa (como ilusões de ótica que podem falhar na geometria).

Eliminação de Contradições: O rigor assegura que não seja possível provar que uma afirmação P e sua negação ~P sejam ambas verdadeiras simultaneamente.

Coerência: A Construção de Sistemas Axiomáticos

O sistema dedutivo funciona como um edifício onde os alicerces são os **axiomas** (verdades autoevidentes que não precisam de prova).

- **Interdependência:** A coerência garante que todos os teoremas derivados "conversem" entre si. Se partirmos de axiomas sólidos, toda a estrutura construída acima deles será logicamente inabalável.

- **Sistemas Não-Euclidianos:** A importância da coerência é tão grande que, ao alterarmos apenas um axioma (como o postulado das paralelas), criamos geometrias inteiramente novas e coerentes, fundamentais para a Teoria da Relatividade de Einstein.

Generalização: Da Unidade para a Universalidade

Enquanto o método indutivo parte de casos específicos para tentar prever o geral, o dedutivo faz o caminho inverso com certeza.

- **Validade Universal:** Ao provar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°, a dedução garante que isso se aplica a *todo e qualquer* triângulo no plano euclidiano, seja ele um desenho no papel ou uma órbita planetária, sem a necessidade de medir cada triângulo existente.

- **Economia de Pensamento:** Uma vez demonstrado o teorema, ele se torna uma "ferramenta pronta", dispensando novas verificações para casos futuros que se encaixem na mesma categoria.

Fundação para Outras Áreas: O Modelo Euclidiano

A geometria dedutiva serviu como o "padrão-ouro" de conhecimento para a civilização ocidental.

- **Lógica e Filosofia:** Filósofos como Spinoza e Descartes tentaram aplicar o "estilo geométrico" de raciocínio à ética e à metafísica para alcançar o mesmo grau de certeza.

- **Física e Ciência Moderna:** A física clássica de Newton é estruturada de forma dedutiva (Principia Mathematica), partindo de leis universais para explicar o movimento de todos os corpos celestes. Sem a estrutura dedutiva da geometria, a linguagem das ciências naturais, o cálculo e a álgebra, não teria o suporte lógico necessário para evoluir.

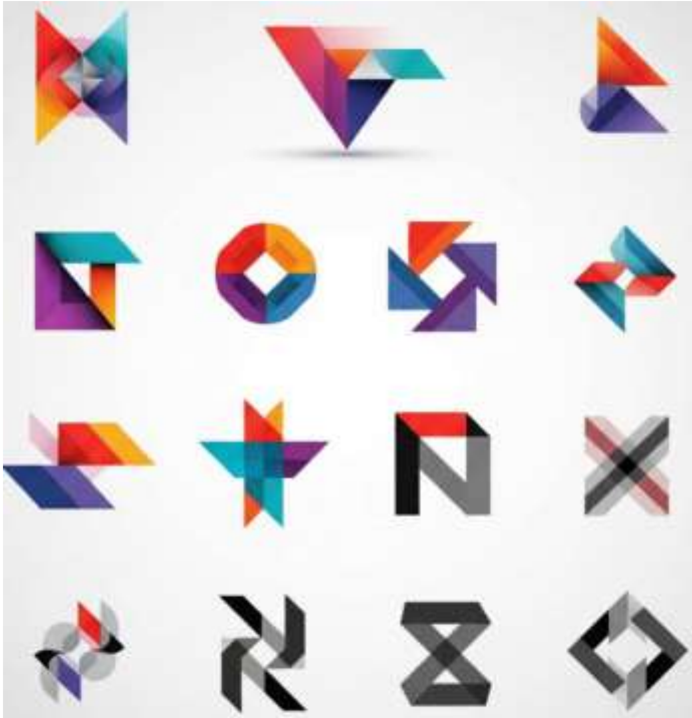
2.5 Aplicações Modernas da Geometria Plana

Embora a Geometria Plana possa parecer desconectada da era digital, ela constitui o alicerce de inúmeras inovações tecnológicas e atividades cotidianas. Segundo Stewart (2014), os princípios geométricos fundamentais estão intrinsecamente ligados ao desenvolvimento de gráficos computacionais, sistemas de navegação e diversas outras aplicações de ponta que moldam a sociedade moderna. A seguir, exploraremos algumas dessas aplicações:

2.5.1 Design Gráfico e Arquitetura:

- **Criação de logotipos e interfaces:** A Geometria Plana é fundamental na criação de elementos visuais, como logotipos, ícones e interfaces de aplicativos. As formas geométricas básicas (círculos, quadrados, triângulos) e suas combinações são utilizadas para transmitir mensagens e criar designs atraentes e funcionais.

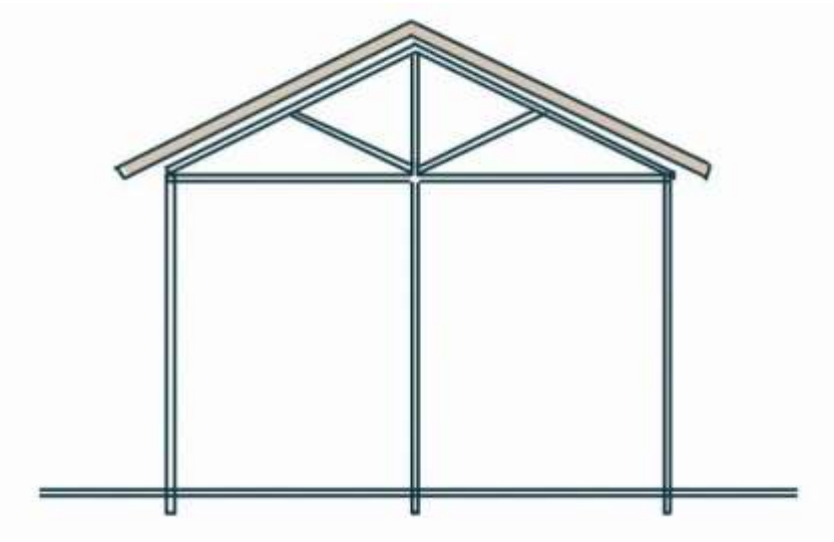
Figura 3 - Logotipos



Fonte: O Autor

- Projetos arquitetônicos: A Geometria Plana é essencial para a elaboração de plantas baixas, fachadas e projetos estruturais de edifícios. O cálculo de áreas, perímetros e ângulos é fundamental para garantir a funcionalidade e a estética das construções.

Figura 4 - Projeto Arquitetônico.



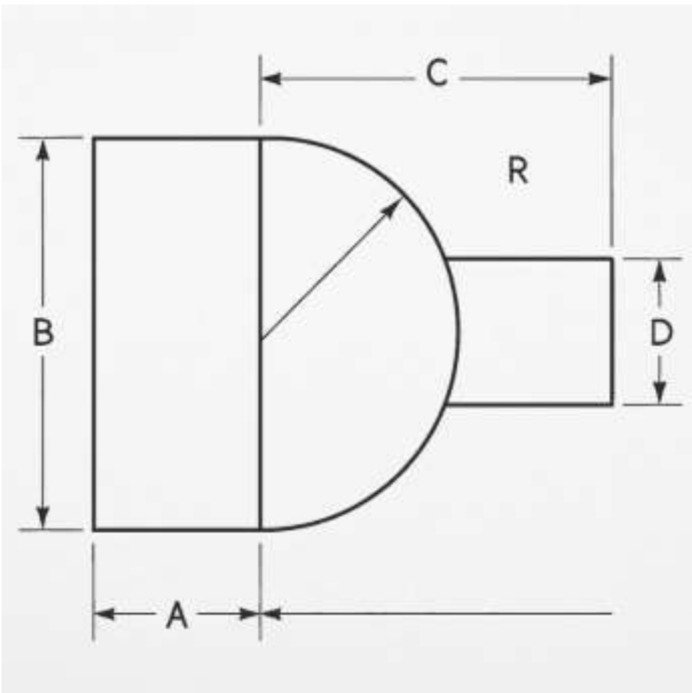
Fonte: O Autor

2.5.2 Engenharia e Manufatura

No ambiente fabril, a Geometria Plana transcende a teoria para atuar como a linguagem técnica da precisão e da fabricação. A conversão de um projeto mental em um produto físico demanda a definição rigorosa de ângulos e contornos, assegurando a intercambiabilidade de componentes produzidos globalmente. Conforme explicam Silva *et al*. (2006), o domínio das formas bidimensionais e das normas geométricas é o que fundamenta o desenho técnico, permitindo a otimização de cortes, a programação de trajetórias em sistemas automatizados e a redução de falhas em projetos complexos da engenharia contemporânea:

- **Desenho técnico:** A Geometria Plana é a base do desenho técnico, utilizado para representar peças e componentes de forma precisa e detalhada.
- **Corte a laser e impressão 3D:** A Geometria Plana é utilizada para definir os contornos e as dimensões das peças a serem cortadas a laser ou impressas em 3D.
- **Automação industrial:** Robôs industriais utilizam coordenadas cartesianas (baseadas em eixos x, y e z) para realizar tarefas de precisão, como soldagem e pintura.

Figura 5 - Desenho Técnico.



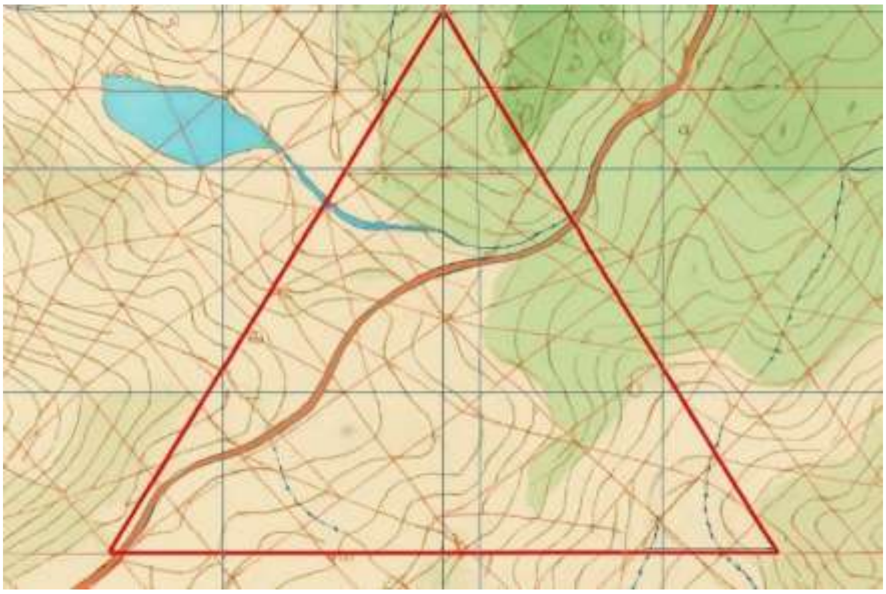
Fonte: O Autor

2.5.3 Cartografia e Geoprocessamento

A transposição da realidade tridimensional para o plano visual exige a conversão de formas espaciais em elementos bidimensionais. Nesse processo, a Geometria Plana constitui a base matemática essencial para interpretar o espaço, convertendo o relevo terrestre em dados organizados. De acordo com Martinelli (2020), a utilização de figuras geométricas e sistemas de coordenadas é o que viabiliza o cálculo de distâncias, a delimitação de fronteiras e a navegação. Na contemporaneidade, essa base geométrica permite a transformação de coordenadas geográficas em representações gráficas estratégicas, manifestando-se em:

- **Criação de mapas:** A Geometria Plana é utilizada para representar a superfície da Terra em mapas bidimensionais, utilizando projeções cartográficas.
- **Sistemas de informação geográfica (SIG):** Os SIG utilizam a Geometria Plana para armazenar e analisar dados geográficos, como a localização de pontos, linhas e polígonos.

Figura 6 - Cartografia.



Fonte: O Autor

2.5.4 Ciência da Computação e Jogos

A interface entre o usuário e a máquina é estruturada sobre uma arquitetura de coordenadas e formas que converte abstrações matemáticas em experiências visuais. De acordo com Foley *et al*. (2014), a geometria plana atua como o alicerce dos ambientes digitais, permitindo que o hardware processe e renderize desde elementos simples até cenários complexos. Ao transformar propriedades geométricas em algoritmos, torna-se possível simular movimentos e organizar dados visuais de maneira otimizada para o processamento em tempo real.

- **Gráficos 2D:** A Geometria Plana é fundamental para a criação de gráficos 2D em jogos, softwares de edição de imagens e animações. (MARQUES, 2024)

Figura 7 - Gráfico 2D.

Fonte: O Autor

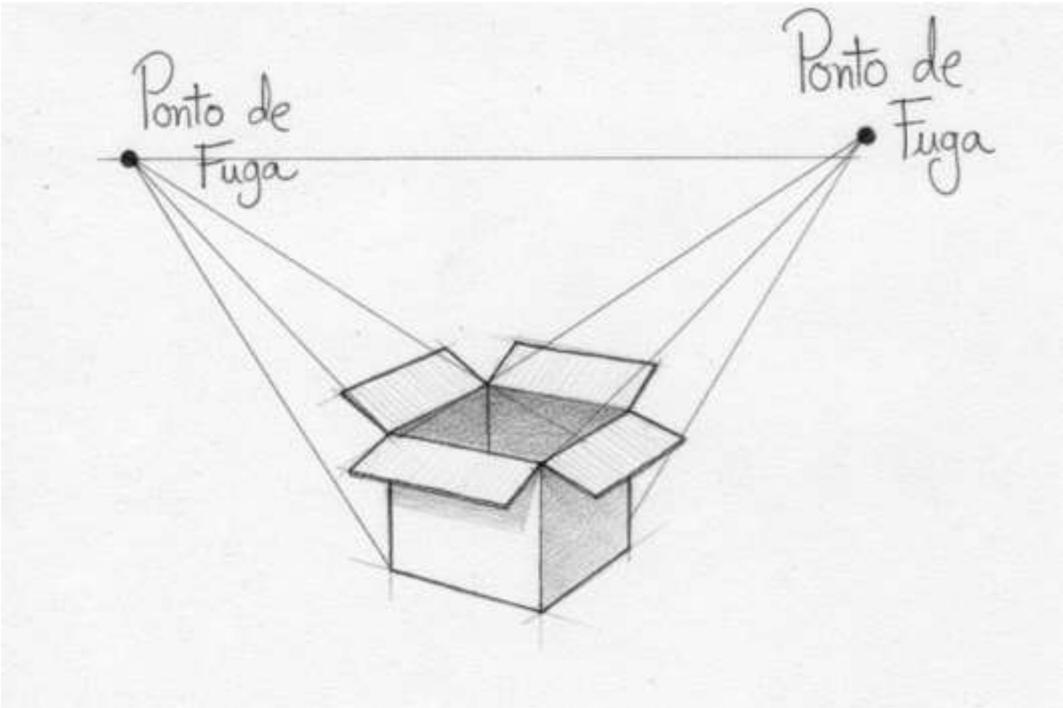
- **Geometria computacional:** A geometria computacional é um ramo da ciência da computação que se dedica ao estudo de algoritmos e estruturas de dados para resolver problemas geométricos.

2.5.5 Fundamentos Geométricos na Arte: Perspectiva e Composição

A conexão entre a arte e a Geometria Plana vai além do aspecto visual, configurando-se como um recurso técnico que permite a estruturação do espaço e a transposição da tridimensionalidade para o plano. Segundo Ostrower (2013), desde o Renascimento, a aplicação da matemática das formas busca estabelecer uma ordem racional que organiza a percepção do espectador e confere equilíbrio à obra. Ao dominar os fundamentos geométricos, o artista deixa de meramente copiar o real para construir espaços dotados de lógica interna e harmonia profunda.

- **Perspectiva:** A Geometria Plana é o instrumento essencial para criar a ilusão de profundidade em superfícies bidimensionais. Através do uso do ponto de fuga e da linha do horizonte, o artista aplica princípios geométricos para fazer com que linhas paralelas pareçam convergir à distância. Esse sistema, conhecido como perspectiva linear, permite que formas planas sejam transformadas visualmente em volumes que recuam no espaço, simulando a percepção ocular humana**.**

Figura 8 - Desenho em Perspectiva.



Fonte: O Autor

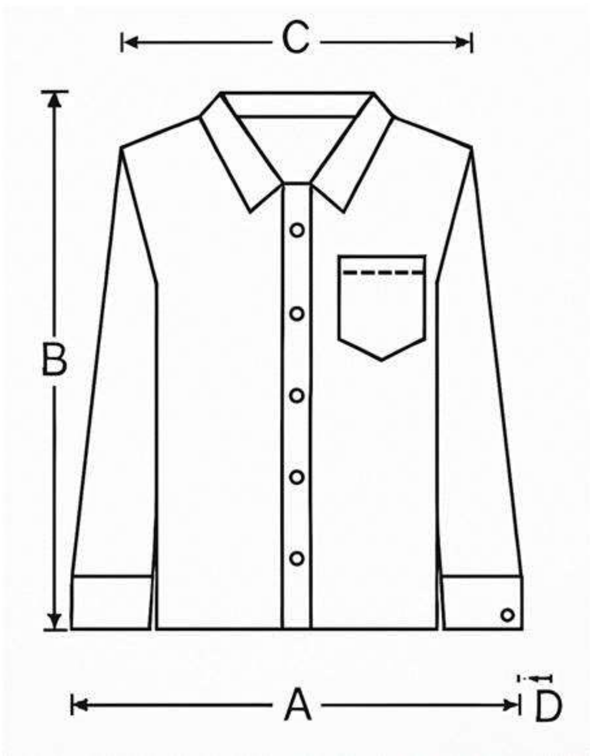
- **Composição:** A geometria é utilizada para organizar elementos visuais em uma composição harmoniosa e equilibrada.

2.5.6 Outras Aplicações (moda e embalagens)

A versatilidade da Geometria Plana permite que ela atue como o elo entre a criatividade estética e a viabilidade produtiva em setores industriais variados. No campo do design e da produção industrial, conforme apontam Abe e Paschoarelli (2010), a aplicação de conceitos geométricos é essencial para conciliar a complexidade das formas com a eficiência dos processos de fabricação.

Moda e Design Têxtil: Na indústria da moda, a geometria é o alicerce da modelagem plana. O corpo humano, embora tridimensional, é vestido por superfícies bidimensionais de tecido. O processo de "graduação" (criação de diferentes tamanhos) depende de cálculos precisos de perímetros e áreas para garantir o caimento. Além disso, no design de estamparias, utiliza-se o conceito de tesselação (ou pavimentação), onde polígonos se repetem sem deixar espaços ou se sobrepor, criando padrões visuais dinâmicos. A aplicação de formas geométricas como triângulos e losangos em padronagens confere modernidade e ritmo visual às coleções.

Figura 9 - Moda.



Fonte: O Autor

Design de Embalagens e Eficiência Logística: A geometria é crucial para a otimização de recursos. O design de uma embalagem busca a maior capacidade volumétrica com o menor gasto de material possível (relação área de superfície vs. volume). Polígonos regulares facilitam o empilhamento e o transporte, reduzindo custos logísticos. O estudo das planificações de sólidos permite que uma única folha de papelão ou plástico seja dobrada e transformada em uma estrutura complexa, minimizando sobras de material durante o corte industrial (nesting).

Figura 10 - Modelo de Embalagem.

Fonte: O Autor

A Geometria Plana, portanto, não se limita a um campo abstrato de estudo, mas se manifesta como uma linguagem universal presente no cotidiano. Desde as tramas de um tecido até a engenharia de uma caixa de transporte, a aplicação desses conceitos demonstra sua grande importância para o desenvolvimento tecnológico e para a organização do espaço humano. Ao dominar os fundamentos geométricos, o indivíduo desenvolve uma percepção crítica que permite apreciar tanto a estética das formas quanto a sua funcionalidade intrínseca.

2.6 2.6 Ubiquidade da Geometria: Síntese das Observações Cotidianas

1. Você já parou para pensar em como a geometria está presente em todos os aspectos da sua vida?

Desde o momento em que você acorda e olha para o relógio circular até quando você desenha um círculo no papel, a geometria está lá, moldando o mundo ao nosso redor.

2. Mas afinal, o que é a geometria e por que ela é tão importante?

   A geometria é a parte da matemática que estuda as propriedades do espaço, as formas, as dimensões e as relações entre pontos, linhas, ângulos, superfícies e sólidos. Ela nos ajuda a entender o mundo de forma mais precisa e a resolver problemas complexos do dia a dia.

Vamos explorar algumas situações do seu dia a dia em que a geometria está presente:

- **Ao se vestir:** As roupas que você usa são confeccionadas com base em moldes geométricos, garantindo que se adaptem perfeitamente ao seu corpo.
- **Ao se alimentar:** Os alimentos que você consome são embalados em caixas, latas ou potes com formas geométricas específicas, otimizando o espaço e facilitando o transporte.
- **Ao se locomover:** As ruas, as casas, os carros, diversos elementos do entorno foram projetados com base em princípios geométricos.
- **Ao utilizar a tecnologia:** Seus smartphones, tablets e computadores possuem telas com proporções específicas, garantindo a melhor experiência visual.
- **Ao apreciar a arte:** Pinturas, esculturas e fotografias utilizam a geometria para criar composições harmoniosas e transmitir emoções.

2.6.1 Benefícios da Compreensão Geométrica

A compreensão dos conceitos geométricos transcende o mero acúmulo de fórmulas, atuando como um agente de reestruturação do pensamento crítico. De acordo com Guzmán (2002), os benefícios dessa área do saber alcançam diversas dimensões da formação humana, uma vez que a geometria desenvolve a intuição, a capacidade de visualização espacial e o rigor lógico necessários para a resolução de problemas complexos.

1. **Desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo:** A geometria é uma das melhores ferramentas para exercitar a lógica. Ao lidar com axiomas, teoremas e demonstrações, o estudante aprende

a construir argumentos encadeados, analisar evidências e chegar a conclusões fundamentadas. Esse processo de pensamento é transferível para qualquer tomada de decisão que exija análise e comparação de dados.

2. **Melhora da capacidade de resolução de problemas e abstração:** O estudo das formas permite que o indivíduo "enxergue" soluções onde outros veem apenas obstáculos. Ao entender como decompor uma figura complexa em partes simples (como triângulos ou retângulos), o aluno desenvolve a habilidade de fragmentar problemas cotidianos ou profissionais em etapas gerenciáveis, aplicando soluções criativas e matematicamente viáveis.

3. **Fundamentação para a Interdisciplinaridade:** A geometria atua como o alicerce de sustentação para disciplinas técnicas e científicas. Na Física, é essencial para a compreensão de vetores e óptica; na Engenharia e Arquitetura, é a linguagem que permite a viabilidade estrutural de edifícios; no Design, dita as regras de ergonomia e proporção. Sem o domínio geométrico, o progresso nessas áreas torna-se limitado à intuição, desprovido da precisão necessária.

4. **Apreciação Estética e Reconhecimento de Padrões:** Existe uma geometria intrínseca na natureza (como na estrutura das colmeias ou na simetria das flores) e nas artes. Compreender as proporções, como a Razão Áurea, permite uma apreciação mais profunda da beleza, revelando que a harmonia visual é, muitas vezes, o resultado de propriedades matemáticas rigorosas.

A geometria ultrapassa os limites da sala de aula, constituindo-se como um instrumento analítico essencial para a percepção espacial e o fortalecimento do raciocínio lógico-formal. Conforme defende Skovsmose (2001), o domínio desses conhecimentos é o que permite ao sujeito interpretar a realidade tecnológica e as demandas do mundo moderno. Dessa forma, a Geometria Plana atua como a base para a modelagem de formas físicas, operando como o elo necessário entre a abstração teórica e as aplicações práticas do cotidiano.

3 DESENVOLVIMENTO DA GEOMETRIA PLANA: UMA ABORDAGEM PRÁTICO-DIDÁTICA

3.1 Objetivo Geral

- Promover o ensino e a aprendizagem de Geometria Plana no ensino médio por meio de atividades práticas que demonstrem a aplicabilidade dos conceitos geométricos no cotidiano dos alunos.

3.2 Objetivos Específicos

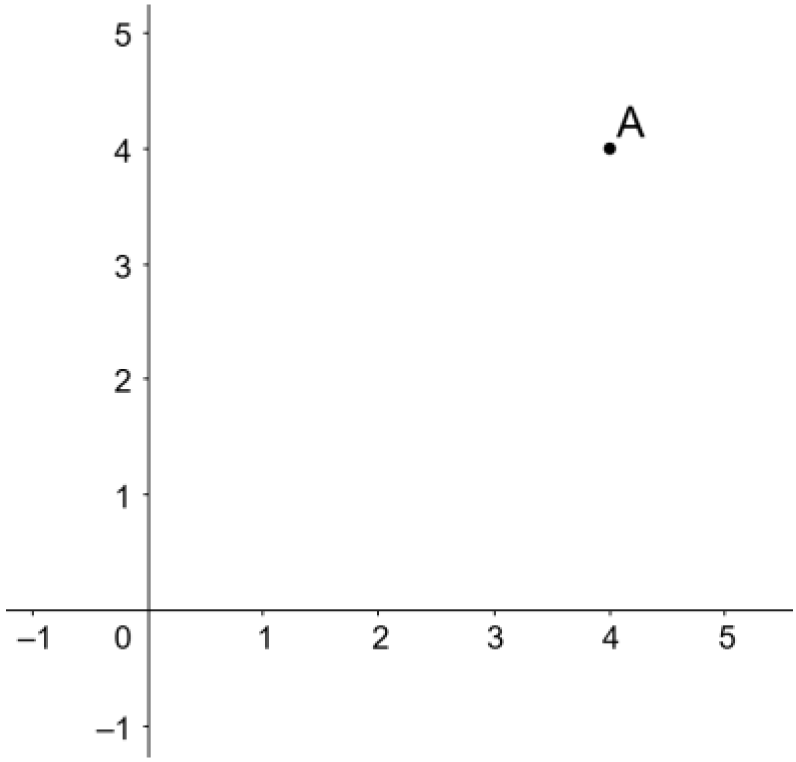
- Demonstrar a importância da Geometria Plana no desenvolvimento do raciocínio lógico e espacial dos alunos;
- Propor atividades práticas e contextualizadas que envolvam o uso de conceitos geométricos;
- Identificar as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo de Geometria Plana;
- Avaliar a eficácia de atividades práticas no entendimento dos conceitos geométricos;
- Analisar como a utilização de exemplos do cotidiano pode aumentar o interesse dos alunos pela geometria.

3.3 A Geometria Plana no Ensino Médio

A Geometria Plana dedica-se à análise de figuras bidimensionais, fundamentando-se no estudo de elementos como pontos, retas, ângulos e polígonos. De acordo com Dolce e Iezzi (2013), esse campo do saber não se restringe apenas à compreensão de áreas, perímetros e semelhanças, mas constitui uma base conceitual indispensável para o desenvolvimento de outras áreas do conhecimento, a exemplo da física e da engenharia.

- **Ponto**: A unidade fundamental da geometria, sem dimensão, representado em um plano, e que constitui um conceito primitivo e intuitivo. (DANTE, 2018, vol. 2, pg. 143)

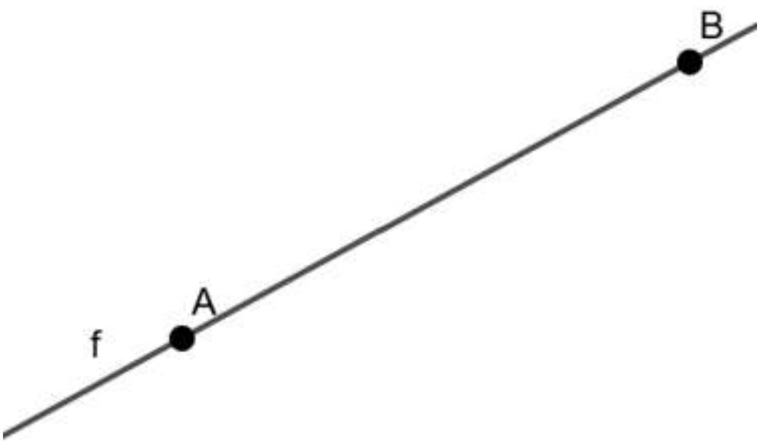
Figura 11 - Ponto.



Fonte: O Autor

- **Reta**: Conforme a definição de Dante (2018), trata-se de uma figura geométrica formada por pontos colineares infinitos que se estendem para as duas direções e não possuem medidas de espessura e largura, nem início ou fim.

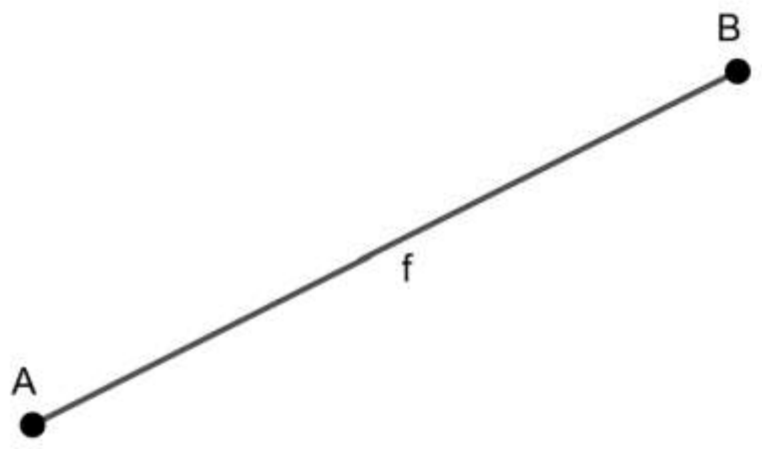
Figura 12 - Reta.



Fonte: O Autor

- **Segmento de Reta**: é uma porção finita de uma reta, que é delimitada por dois pontos distintos, denominados extremidades do segmento. Em outras palavras, dados dois pontos A e B em uma reta, o segmento de reta AB (ou BA) é o conjunto de todos os pontos da reta que estão entre A e B, incluindo os próprios pontos A e B (as extremidades). O segmento de reta possui um comprimento definido, ou seja, tem início e tem fim. (GONÇALVES, 2025) .

Figura 13 - Segmento de Reta.



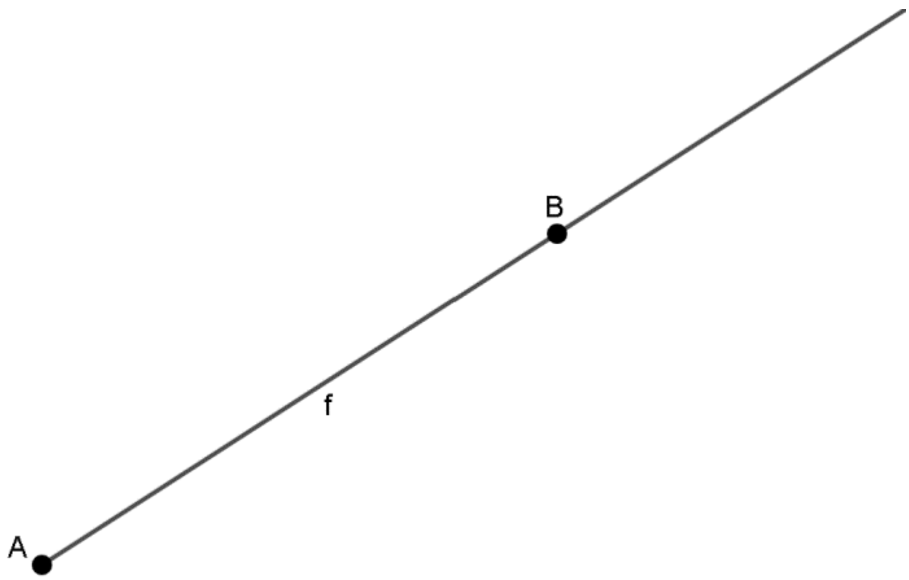
Fonte: O Autor

- **Semirreta**: Uma semirreta é uma parte de uma reta que tem um ponto de início bem definido, chamado de origem, e se estende infinitamente em uma única direção. Quando um ponto *A* é marcado em uma reta, ele divide a reta em duas semirretas opostas. A semirreta é, portanto, o conjunto de todos os pontos de uma reta a partir de um ponto de origem ***A*** em uma determinada direção, passando por um segundo ponto **B**. A semirreta é denotada pelas letras dos dois pontos (a origem primeiro, seguida de um ponto que define a direção), por exemplo, AB. (ASTH, 2025).

Características Principais:

- Possui origem (ponto de início).
- É ilimitada (infinita) em apenas um sentido.

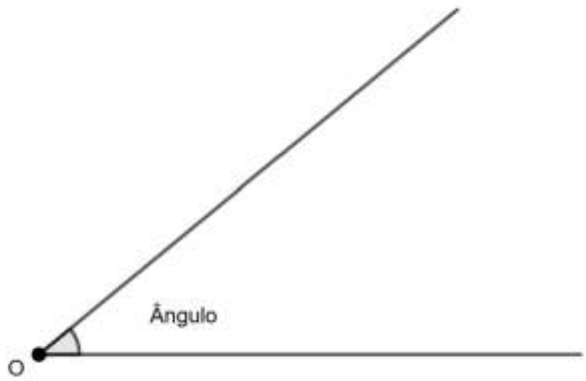
Figura 14 - Semirreta.



Fonte: O Autor

- **Ângulo**: A abertura formada por duas semirretas que partem de um ponto comum, chamado vértice. (GERÔNIMO; FRANCO, 2010, p. 45)

Figura 15 - Ângulo.



Fonte: O Autor

3.3.1 Importância da Geometria no Ensino Médio

Segundo a BNCC (2018) a Geometria Plana é essencial no currículo do ensino médio por várias razões:

1. **Desenvolvimento do Pensamento Lógico**: Estudar geometria ajuda os alunos a desenvolverem habilidades de raciocínio lógico e dedutivo, fundamentais para a resolução de problemas.

2. **Aplicações Práticas**: A Geometria Plana é amplamente utilizada em diversas áreas do conhecimento e da vida cotidiana, como arquitetura, engenharia, design gráfico, e até mesmo em atividades simples como medir um terreno ou desenhar um mapa.

3. **Base para Estudos Avançados**: Compreender os conceitos básicos de Geometria Plana é crucial para o estudo de outras áreas da matemática, como geometria espacial, trigonometria e cálculo.

4. **Desenvolvimento de Habilidades Visuais e Espaciais**: Através da visualização e manipulação de figuras geométricas, os alunos melhoram suas habilidades espaciais, o que é benéfico em muitas profissões e atividades diárias.

5. **Preparação para Exames**: A Geometria Plana é um componente significativo em exames nacionais e internacionais, como o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) no Brasil, e outros testes de admissão universitária.

3.3.2 Dificuldades no Ensino de Geometria

Segundo Reginaldo de Lima Pereira (2010), apesar de sua importância, a Geometria Plana costuma ser vista pelos alunos como abstrata e de difícil aplicação. Muitos estudantes enfrentam dificuldades em visualizar e compreender as relações espaciais entre as figuras geométricas, o que impacta negativamente seu desempenho.

Ainda segundo Reginaldo de Lima Pereira (2010), uma das dificuldades encontradas no ensino de Geometria Plana, está na interpretação dos textos matemáticos propostos, e que muitas vezes leva ao desestímulo.

3.3.3 A Importância das Aplicações Práticas

A eficácia do ensino da Geometria Plana no Ensino Médio reside na conversão de conceitos abstratos em ferramentas de leitura da realidade. Ao romper com a abordagem puramente teórica, as aplicações práticas permitem que o estudante perceba a matemática como uma linguagem operacional indispensável. Segundo Skovsmose (2001), o ensino fundamentado na investigação e na experimentação, da construção tátil ao cálculo em cenários reais, permite que o aluno desenvolva uma percepção crítica sobre a aplicação do rigor geométrico nas complexidades e imprecisões do mundo físico.

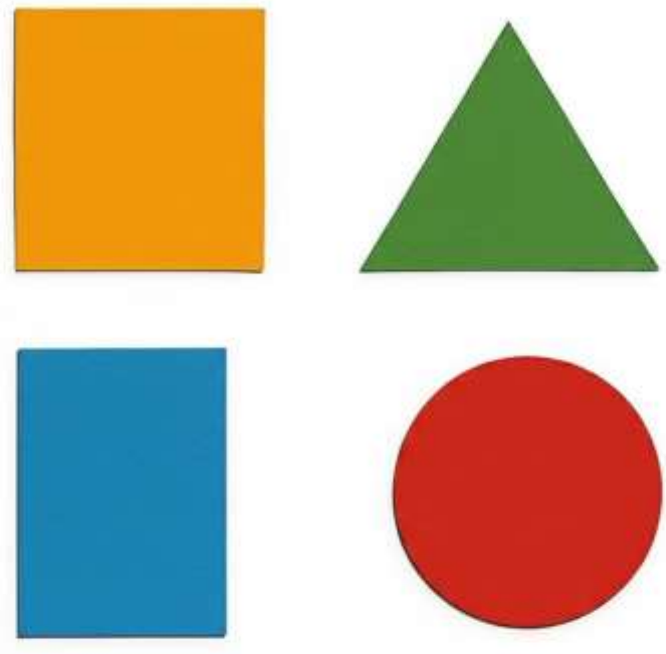
3.3.3.1 Construção de Figuras Geométricas

Esta seção aborda a transição do pensamento abstrato para a experimentação concreta. A construção de figuras utilizando materiais simples, como papel, tesoura e régua, permite que o estudante visualize propriedades que muitas vezes passam despercebidas em desenhos estáticos de livros didáticos, com atividades baseadas na técnica da geometria dinâmica manual, onde o aluno manipula elementos para compreender conceitos como:

- Identificação de Lados e Vértices: Ao recortar um polígono, o aluno identifica fisicamente os pontos de encontro (vértices) e os segmentos de reta (lados).
- Simetria e Dobradura: Através de dobraduras (origami matemático), é possível visualizar eixos de simetria e a congruência entre as partes de uma figura, como o triângulo isósceles ou o quadrado.
- Decomposição de Figuras: Ao utilizar a tesoura para dividir um retângulo em dois triângulos retângulos, o aluno compreende a origem das fórmulas de área, percebendo que a área de um triângulo é, na verdade, a metade da área de um quadrilátero com a mesma base e altura.

A utilização desses materiais fomenta a coordenação visomotora e o raciocínio espacial. O conhecimento geométrico na fase escolar é construído a partir da ação do sujeito sobre o objeto; portanto, recortar e montar figuras geométricas é o primeiro passo para a formalização do pensamento lógico-matemático. (PIAGET; INHELDER, 1993)

Figura 16 - Modelos de Figuras Geométrica.

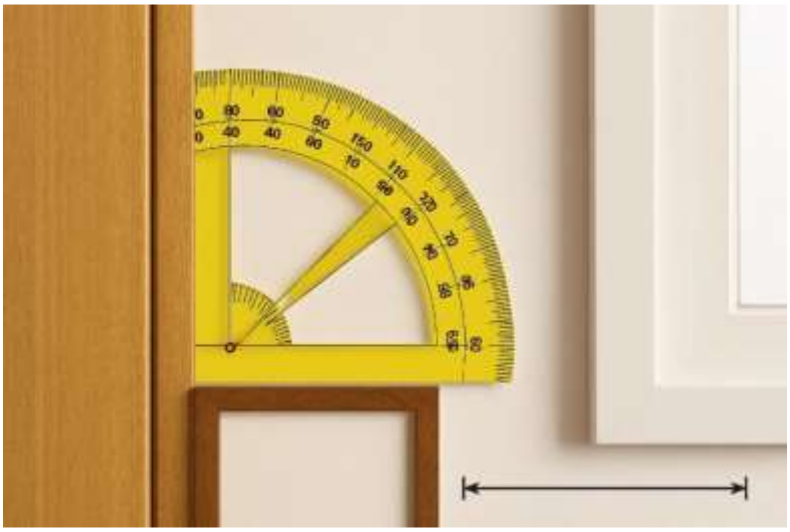


Fonte: O Autor

3.3.3.2 Medição de Ângulos em Objetos Reais

Utilizar instrumentos de medida (como o transferidor) para aferir ângulos em objetos do cotidiano, como portas, quadros e janelas. Embora, na teoria, esses ângulos devam ser retos, na prática eles costumam ser apenas aproximações. O objetivo da atividade é que os valores encontrados se aproximem ao máximo do ideal teórico.

Figura 17 - Exemplo de Medida de Ângulo em Objetos.



Fonte: O Autor

3.3.3.3 Cálculo de Áreas em Projetos Práticos

Aplicar fórmulas de área em projetos práticos, como a planta baixa de uma residência, o cálculo de lotes em terrenos irregulares ou o planejamento de paisagismo.

A expectativa é que essas atividades resultem em maior compreensão dos alunos sobre os conceitos geométricos, além de uma melhora significativa em seu desempenho nas avaliações. Além disso, espera-se um aumento no interesse pela geometria e uma percepção mais positiva da disciplina.

A transposição dos conceitos de Geometria Plana para contextos profissionais e cotidianos permite que o aluno visualize a utilidade pragmática das fórmulas matemáticas. Em vez de operar apenas com figuras abstratas, o estudante passa a manipular dimensões reais que impactam o planejamento urbano e arquitetônico.

- **Planejamento de Plantas Baixas:** A aplicação de fórmulas em plantas residenciais envolve a setorização de polígonos (geralmente quadriláteros e triângulos). O aluno compreende que o cálculo da área total é a soma das áreas parciais de cada cômodo, introduzindo conceitos de composição e decomposição de figuras planas.

- **Lotes e Terrenos Irregulares:** Em situações de agrimensura, onde os terrenos raramente apresentam formas geométricas perfeitas, utiliza-se a técnica da **triangulação**. Ao dividir um lote irregular em diversos triângulos, o aluno aplica a Fórmula de Heron ou a base da trigonometria para encontrar a área total, uma habilidade essencial para engenheiros e arquitetos.

3.3.3.4 **Cálculo de Áreas em Projetos Práticos**

- Planejamento de Plantas Baixas: A aplicação de fórmulas em plantas residenciais envolve a setorização de polígonos (geralmente quadriláteros e triângulos). O aluno compreende que o cálculo da área total é a soma das áreas parciais de cada cômodo, introduzindo conceitos de composição e decomposição de figuras planas.

- Lotes e Terrenos Irregulares: Em situações de agrimensura, onde os terrenos raramente apresentam formas geométricas perfeitas, utiliza-se a técnica da triangulação. Ao dividir um lote irregular em diversos triângulos, o aluno aplica a Fórmula de Heron ou a base da trigonometria para encontrar a área total, uma habilidade essencial para engenheiros e arquitetos.

- Paisagismo e Otimização de Recursos: O planejamento de áreas verdes exige o cálculo preciso para a compra de materiais (grama, pavimentação, cercas). Essa atividade trabalha a relação entre área (superfície) e perímetro (contorno), auxiliando na compreensão de desperdício e economia de materiais em projetos reais.

A expectativa é que a imersão em projetos práticos proporcione uma aprendizagem significativa, conforme definido por Ausubel (2003), onde o novo conhecimento se ancora em conceitos relevantes já conhecidos ou vivenciados. Ao perceber a geometria como uma ferramenta resolutiva para o "mundo real", espera-se:

1. **Aumento da Autoconfiança:** Melhora no desempenho em avaliações formais devido à compreensão profunda do "porquê" das fórmulas.

2. **Engajamento Cognitivo:** Redução da aversão à disciplina, substituindo a memorização mecânica pelo interesse genuíno na resolução de problemas espaciais.

3. **Desenvolvimento do Raciocínio Proporcional:** Ao trabalhar com escalas (ex: 1:50 ou 1:100), o aluno integra conhecimentos de geometria, razão e proporção de forma simultânea.

3.4 Módulo 1: Proposta de Atividades

O Módulo 1 apresenta um conjunto de intervenções pedagógicas desenhadas para materializar os conceitos abstratos da Geometria Plana por meio da experimentação direta. A seção estrutura-se em duas frentes complementares: a "Oficina de Construção Geométrica", voltada à manipulação de formas e desenvolvimento da visão espacial, e o "Projeto de Medição", que transpõe o cálculo métrico para o ambiente real do estudante. Essa abordagem fundamenta-se na premissa de que a aprendizagem geométrica é potencializada quando o aluno deixa de ser um receptor passivo e passa a construir seu conhecimento através da resolução de problemas e da investigação de propriedades poligonais no espaço físico (LORENZATO, 1995).

3.4.1 Proposta 1 - Oficina de Construção Geométrica

Utilizar materiais recicláveis para criar figuras geométricas e entender suas propriedades, como área e perímetro.

A oficina “Construção Geométrica” visa proporcionar aos participantes uma experiência prática e interativa na compreensão das propriedades das figuras geométricas planas (como quadrados, retângulos, triângulos e círculos) através da construção física com materiais recicláveis. A atividade não apenas reforça conceitos matemáticos fundamentais, como área e perímetro, mas também promove a conscientização ambiental e o desenvolvimento da criatividade e do raciocínio espacial.

Objetivos:

- ✓ Compreender e identificar as características de diferentes figuras geométricas planas e espaciais;
- ✓ Aprender e aplicar os conceitos de área e perímetro de forma prática e visual;
- ✓ Desenvolver habilidades de manipulação, coordenação motora fina e raciocínio lógico-espacial;
- ✓ Estimular a criatividade na utilização de materiais recicláveis para a construção de modelos.
- ✓ Promover a discussão sobre sustentabilidade e o reuso de materiais.

Materiais Necessários:

- ✓ **Bases:** Papelão (caixas diversas), cartolinas usadas, bases de isopor.
- ✓ **Estruturas/Conectores:** Palitos de churrasco, canudos, varetas de revistas enroladas, prendedores de roupa.
- ✓ **União:** Cola (branca, quente), fita adesiva, barbante, elásticos.
- ✓ **Medição e Marcação:** Réguas, fitas métricas, tesouras (com ponta arredondada), estiletes (uso supervisionado), lápis, canetas.
- ✓ **Decoração (Opcional):** Retalhos de tecido, jornais, tintas, giz de cera.

Público-Alvo: Estudantes do Ensino Médio, ou qualquer grupo interessado em matemática e sustentabilidade.

Duração Sugerida: 2 a 3 horas (divididas entre introdução, construção e apresentação).

Passo a Passo da Oficina:

1. **Introdução (15-20 minutos):**

- ✓ Breve contextualização sobre a importância da geometria no cotidiano e na natureza.
- ✓ Discussão sobre a relevância da sustentabilidade e o reuso de materiais.
- ✓ Apresentação dos materiais recicláveis disponíveis e suas potencialidades.
- ✓ Revisão rápida dos conceitos de figuras geométricas, lados, vértices, área e perímetro.

2. **Planejamento e Design (30-45 minutos):**

- ✓ Os participantes são divididos em grupos.
- ✓ Cada grupo escolhe uma ou mais figuras geométricas para construir (ex: um quadrado com lados de 15cm, um triângulo equilátero, um cubo, uma pirâmide).
- ✓ Em uma folha de rascunho, os grupos desenham suas figuras, definem as medidas e planejam quais materiais usarão e como irão conectá-los.
- ✓ Calculam a área e o perímetro (ou volume e área da superfície, para figuras 3D) esperados de suas construções.

3. **Construção (60-90 minutos):**

- ✓ Com base no planejamento, os grupos iniciam a construção de suas figuras usando os materiais recicláveis.
- ✓ Os facilitadores circulam, oferecendo apoio, tirando dúvidas e incentivando a experimentação.

- ✓ Durante a construção, os participantes medem os lados das figuras construídas e recalculam a área e o perímetro/volume reais, comparando com o que foi planejado.

4. Apresentação e Discussão (30-45 minutos):

- ✓ Cada grupo apresenta suas construções, explicando a figura geométrica, os materiais utilizados, os desafios encontrados e como aplicaram os conceitos de área/perímetro/volume.
- ✓ Os facilitadores conduzem uma discussão sobre as diferentes abordagens, a criatividade na resolução de problemas e a importância de pensar de forma sustentável na engenharia e no design.

Resultados Esperados:

Ao final da oficina, espera-se que os participantes tenham construído modelos geométricos funcionais e esteticamente interessantes, compreendendo de forma tátil e visual as propriedades das formas e a relevância da geometria no mundo real, tudo isso utilizando materiais que seriam descartados.

3.4.2 Proposta 2 - Projeto de Medição

Organizar uma atividade em que os alunos meçam ângulos e distâncias em ambientes reais, como na escola ou em suas casas.

O projeto consiste em uma imersão prática dividida em três etapas: a investigação histórica, a coleta de dados em campo e a resolução de problemas reais. Os alunos atuarão como “agrimensores” (medidores de terras), utilizando instrumentos de medição para mapear e calcular áreas do ambiente escolar ou doméstico.

Objetivos:

- ✓ Aplicar conceitos de **Geometria Plana** (áreas, perímetros, ângulos e semelhança de triângulos) em situações reais;
- ✓ Desenvolver habilidades de estimativa e precisão métrica;
- ✓ Compreender a evolução histórica das técnicas de medição.

Estrutura da Atividade (Passo a Passo)

- **Contextualização Histórica: "O Estirador de Cordas"**

✓ Inicie a aula contando como o conhecimento surgiu da necessidade prática. No Antigo Egito, os "estiradores de cordas" (agrimensores) utilizavam cordas com nós para marcar ângulos retos e calcular áreas após as cheias do Rio Nilo. Isso humaniza a disciplina, mostrando que a teoria nasceu da prática humana para resolver problemas de sobrevivência e impostos.

- **Atividade de Campo: Medição e Coleta**

✓ Os alunos serão divididos em grupos e cada um receberá um "setor" da escola (uma quadra, um canteiro triangular, a sala de aula).

- **Instrumentos:** Trenas, fitas métricas e transferidores manuais (ou aplicativos de teodolito no celular).
- **Tarefa:** Eles devem desenhar um **esboço (croqui)** da área escolhida, anotando as medidas dos lados e os ângulos internos.
- Desafio Matemático: O Laudo Técnico

✓ De volta à sala, o grupo deve transformar o croqui em um desenho em escala e resolver os seguintes problemas:

- **Cálculo de Área e Perímetro:** Se o terreno for irregular, eles deverão utilizar a técnica da **triangulação** (dividir a forma em triângulos menores) para somar as áreas.
- **Problema de Otimização:** Se precisássemos trocar o piso desta área e cada caixa de cerâmica cobre 2,5m2, quantas caixas seriam necessárias? Ou se fôssemos colocar uma cerca em volta desse lote, quantos metros de arame seriam gastos?

Um recurso adicional a essas propostas de atividades é inserção da História da Matemática nas aulas, visto que a inclusão histórica permite aos alunos identificarem a evolução do conhecimento por meio de erros e acertos, resultando em uma visão mais ampla e motivadora da disciplina, uma vez que a prática humana construiu a teoria ao longo dos séculos.

3.5 Módulo 2: Fundamentos e Práticas de Exploração Geométrica (4 semanas) - Sugestão de Atividades

O Módulo 2 dedica-se à construção das bases do pensamento geométrico, articulando a sistematização dos conceitos fundamentais, como ponto, reta, plano e ângulos, à sua aplicação empírica e criativa. A proposta organiza-se de modo que a revisão teórica seja imediatamente validada pela manipulação de materiais recicláveis e pelo uso de softwares de geometria dinâmica, como o GeoGebra, promovendo uma aprendizagem que une o rigor matemático à ludicidade (FIORENTINI; LORENZATO, 2006). Através de atividades que variam da confecção de mandalas e brinquedos à resolução de jogos pedagógicos, as subseções a seguir oferecem um roteiro prático para que o estudante deixe de ser um receptor passivo e passe a construir ativamente a compreensão das propriedades geométricas e suas simetrias.

3.5.1 Apresentação do Projeto e Discussão Sobre a Importância da Geometria Plana

A etapa inicial desta proposta pedagógica consiste na apresentação detalhada do projeto aos estudantes, estabelecendo um diálogo necessário sobre a onipresença e a importância da Geometria Plana nas diversas esferas do conhecimento e da vida cotidiana. Reconhecendo as dificuldades recorrentes na transição entre a teoria abstrata e a compreensão espacial no Ensino Médio, este momento busca sensibilizar o aluno para uma aprendizagem que transcende a memorização. Segundo Smole (2003), ao integrar metodologias lúdicas e interdisciplinares, pretende-se não apenas mitigar as lacunas de desempenho, mas também fundamentar os objetivos de desenvolvimento cognitivo e tecnológico que nortearão toda a execução do projeto.

A Geometria Plana é um ramo fundamental da matemática, presente em diversas áreas do conhecimento e do cotidiano. No entanto, Smole, Diniz e Cândido (2003) ressaltam que, apesar de sua relevância, muitos alunos do ensino médio apresentam dificuldades na compreensão dos conceitos geométricos, o que pode prejudicar seu desempenho em outras disciplinas e em situações do dia a dia.

Este projeto busca promover o aprendizado da Geometria Plana de forma lúdica e significativa, explorando suas aplicações em diversas áreas do conhecimento, como a tecnologia, a arte, a arquitetura e a física. Essa abordagem corrobora a visão de que o ensino da geometria deve favorecer a exploração de conceitos por meio de diferentes registros de representação, conectando o saber matemático à realidade do estudante (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2003). Assim espera-se que os alunos assimilem:

- Os conceitos básicos da Geometria Plana, como ponto, reta, plano, ângulos, triângulos, quadriláteros, circunferências e polígonos.
- Identifique e apliquem as propriedades geométricas em diferentes contextos.
- Desenvolvam o raciocínio lógico e a capacidade de resolução de problemas geométricos.
- Aprendam a utilizar as ferramentas tecnológicas e recursos visuais para auxiliar na aprendizagem da Geometria Plana.
- Explorem as aplicações da Geometria Plana em diversas áreas do conhecimento.
- Estimulem o trabalho em equipe, a colaboração e a troca de conhecimentos entre os alunos.

3.5.2 Revisão dos Conceitos Básicos (ponto, reta, plano, ângulos, segmentos)

A compreensão aprofundada das formas geométricas complexas e de suas aplicações práticas exige, invariavelmente, o domínio dos elementos primitivos que as sustentam. Nesta etapa, propõe-se uma revisão sistemática dos conceitos estruturais da Geometria Plana: ponto, reta e plano, bem como das entidades derivadas, como ângulos e segmentos. Segundo Dolce e Iezzi (2013), a construção do conhecimento geométrico depende da aceitação desses entes primitivos, que servem de base para toda a dedução lógica subsequente.

Mais do que meras definições abstratas, esses conceitos são os “tijolos” fundamentais que permitem a formalização do espaço bidimensional. A revisão a seguir busca consolidar essa base terminológica e conceitual, fundamentada em referenciais teóricos clássicos, garantindo que o estudante possua o repertório necessário para identificar e manipular propriedades geométricas em contextos reais e tecnológicos.

A Geometria Plana é um ramo fundamental da matemática que estuda as figuras bidimensionais, ou seja, aquelas que possuem apenas duas dimensões: comprimento e largura. Para compreender a Geometria Plana, é essencial dominar alguns conceitos básicos, como ponto, reta, plano, ângulos e segmentos. (GERÔNIMO; FRANCO, 2010)

Ponto

O ponto é o elemento mais básico da Geometria Plana. Ele não possui dimensão, ou seja, não tem comprimento, largura ou altura. Um ponto é representado por uma letra maiúscula do alfabeto (ex: A, B, C). (MUNIZ NETO, pg. 3, 2013). Ver Figura 6.

Reta

Como já mencionado uma reta é uma entidade geométrica definida como um conjunto infinito de pontos colineares que se estendem indefinidamente em ambas as direções, não possuindo largura, espessura ou começo ou fim. É um objeto unidimensional e serve como base para a geometria, sem curvas ou desvios, e representada por uma letra minúscula do alfabeto (ex: r, s, t). (MUNIZ NETO, pg. 3, 2013). Ver Figura 12.

Plano

O plano é um conjunto infinito de pontos que se estende indefinidamente em todas as direções. Um plano é representado por uma letra grega (ex: α, β, γ) ou por três pontos não colineares que pertencem a ele (ex: plano ABC). (MUNIZ NETO, pg. 2, 2013)

Ângulos

Um ângulo é a região do plano delimitada por duas semirretas que têm a mesma origem. As semirretas são os lados do ângulo, e a origem é o vértice do ângulo. Os ângulos são medidos em graus (°). (MUNIZ NETO, pg. 12, 2013).

Tipos de ângulos

Ângulo agudo: Mede menos de 90°.

Ângulo reto: Mede exatamente 90°.

Ângulo obtuso: Mede mais de 90° e menos de 180°.

Ângulo raso: Mede exatamente 180°.

Segmentos

Um segmento é uma parte da reta que possui dois pontos extremos. Os pontos extremos são os pontos que delimitam o segmento. Um segmento é representado por dois pontos distintos que pertencem a ele e são os seus extremos (ex: segmento AB). (MUNIZ NETO, pg. 4, 2013)

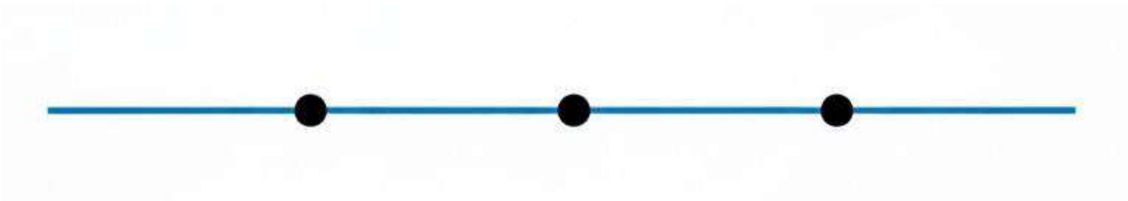
3.5.3 Outros Conceitos Importantes (organização de pontos e retas)

Dando continuidade à sistematização teórica, esta seção apresenta conceitos auxiliares que são determinantes para a análise das relações espaciais e de posicionamento entre os elementos geométricos. Conforme a abordagem de Dolce e Iezzi (2013), a compreensão de como os pontos se organizam em uma mesma reta ou plano, bem como a forma como as retas interagem entre si por meio de paralelismo ou perpendicularismo, é essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico-geométrico. Tais definições, embora elementares, constituem o vocabulário técnico necessário para que o estudante consiga transpor observações do cotidiano, como o alinhamento de estruturas ou a ortogonalidade em projetos arquitetônicos, para a linguagem formal da Geometria Euclidiana.

Semirreta: Parte da reta que possui um ponto de origem e se estende indefinidamente em uma direção. Ver Figura 14.

Pontos colineares: Pontos que pertencem à mesma reta.

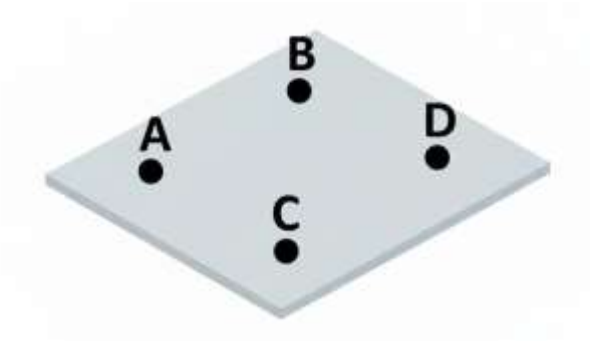
Figura 18 *- Pontos Colineares.*



Fonte: O Autor.

Pontos coplanares: Pontos que pertencem ao mesmo plano.

Figura 19 *- Pontos Coplanares*



Fonte: O Autor.

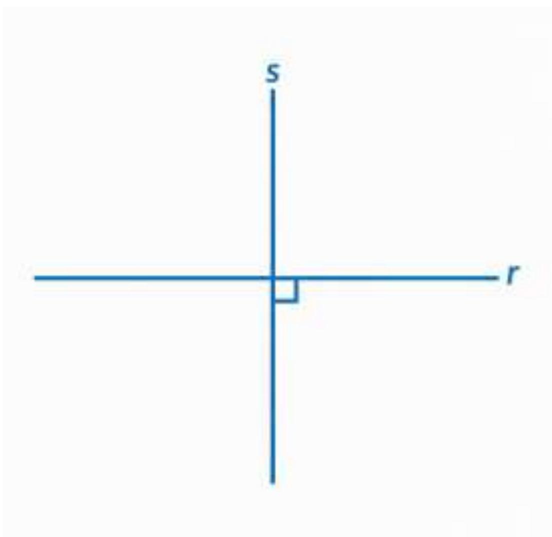
Retas paralelas: Retas que não se intersectam.

Figura 20 - Retas Paralelas.

Fonte: O Autor.

Retas perpendiculares: Retas que se intersectam formando um ângulo de 90°.

Figura 21 *- Retas Perpendiculares.*



Fonte: O Autor.

Dominar esses conceitos básicos é fundamental para compreender a Geometria Plana e suas aplicações em diversas áreas do conhecimento.

3.5.4 Construção de Figuras Geométricas com Materiais Reciclados

A materialização dos conceitos geométricos por meio da utilização de recursos recicláveis constitui uma estratégia pedagógica que une a abstração matemática à experimentação tátil. Conforme defende Lorenzato (2006), ao converter resíduos domésticos e industriais, como papelão, plásticos e outros descartes, em modelos de figuras planas, o estudante deixa de ser um observador passivo para tornar-se um construtor do saber. Essa abordagem não apenas facilita a visualização das propriedades de polígonos e circunferências, como também estabelece uma conexão ética com a sustentabilidade, demonstrando que a Geometria está presente na reutilização criativa do mundo material. A seguir, detalham-se os materiais selecionados para esta prática lúdica e as diretrizes para sua aplicação em sala de aula.

Construir figuras geométricas com materiais reciclados é uma maneira criativa e educativa de aprender sobre formas planas e desenvolver habilidades manuais. Além disso, essa prática corrobora a visão de que o ensino da matemática deve contribuir para a conscientização sobre a importância da reciclagem e da sustentabilidade, permitindo que o aluno compreenda a aplicação social e ambiental do conhecimento geométrico (LORENZATO, 2006).

Materiais

- ✓ Reúna diversos materiais reciclados, como:

Papelão

caixas de papelão, tubos de papelão, rolos de papel higiênico.

Figura 22 - Modelos de Caixa de Papelão.

Fonte: O Autor

Papel

jornais, revistas, embalagens, caixas de papel. Revestir caixas com folhas de jornal ou revistas.

Figura 23 - Revestimento de Caixas.

Fonte: O Autor

Plástico

garrafas PET, tampinhas, embalagens plásticas.

***Figura 24** - Garrafa PET.*

Fonte: O Autor

Outros

- ✓ Palitos de picolé;
- ✓ Botões, canudos;
- ✓ Barbante;
- ✓ Cola;
- ✓ Tesoura;
- ✓ Régua;
- ✓ Lápis.

3.5.5 Construção Material e Validação de Propriedades Geométricas

A transição do plano teórico para a construção material das figuras geométricas representa o estágio de consolidação do aprendizado, no qual o estudante aplica as propriedades de paralelismo, perpendicularismo e congruência na criação de objetos tangíveis. Conforme a perspectiva de Papert (1985), o conhecimento é construído de forma mais sólida quando o indivíduo se engaja na elaboração de um produto concreto, permitindo que conceitos abstratos ganhem significado real.

Esta etapa não se limita apenas ao recorte e à colagem, mas configura-se como um exercício de precisão geométrica e verificação de propriedades: ao utilizar o transferidor para garantir ângulos retos em um retângulo ou ao unir triângulos para formar um losango, o aluno valida as definições matemáticas através da experimentação. Essa prática de manipulação permite que o estudante confronte a teoria com as limitações e possibilidades do material físico.

Além disso, a proposta de transformar esses modelos em recursos criativos, como móbiles, jogos de memória e protótipos mecânicos, estimula a percepção da Geometria como uma ferramenta de design e engenharia, reforçando o caráter interdisciplinar do projeto. Essa abordagem converte o aprendizado técnico em uma atividade inventiva, aproximando a matemática das aplicações práticas no mundo contemporâneo.

Círculo

Use um prato ou outro objeto circular como molde e recorte no material escolhido. Você também pode usar um compasso para desenhar o círculo.

Figura 25 –Prato.

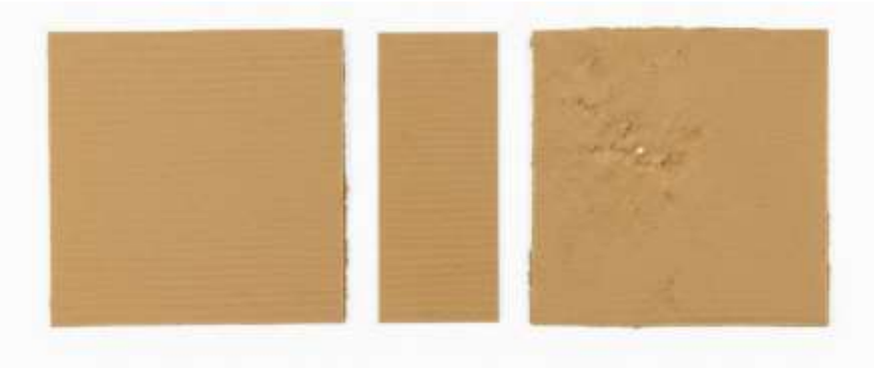
Fonte: O Autor

Retângulo e quadrado: Quadrado é um polígono convexo que possui quatro lados congruentes e quatro ângulos retos, já o retângulo, recebe esse nome pelo fato de possuir os quatro ângulos retos, no qual os lados opostos são paralelos e iguais. Como ambos possuem quatro lados daí a expressão quadriláteros.

- Recorte pedaços de papelão ou papel em formatos retangulares ou quadrados. Use a régua para medir os lados e usando transferidor para garantir que os ângulos sejam retos.

Veja os modelos:

Figura 26 - Recorte de Papelão.

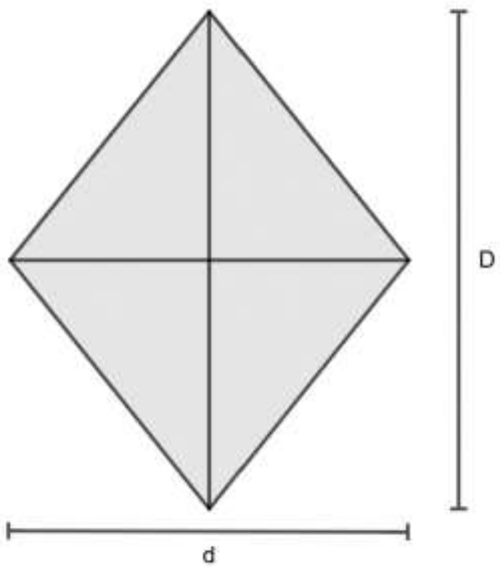


Fonte: O Autor

Losango: figura geométrica que possui quatro lados iguais e, como consequência, seus lados opostos são paralelos.

- Una dois triângulos isósceles pela base. Você pode usar palitos de picolé para estruturar o losango. Veja o modelo esperado.

Figura 27 – Losango

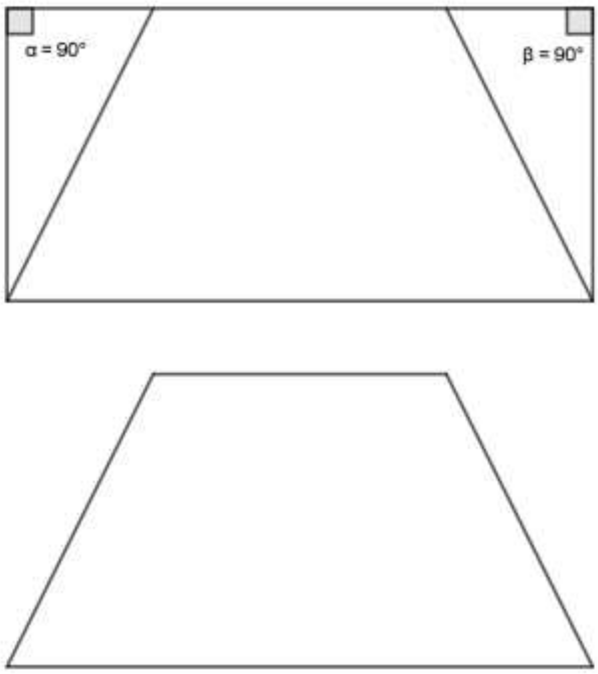


Fonte: O Autor

Trapézio: figura geométrica plana pertencente ao grupo dos quadriláteros que possui um par de lados paralelos.

- Recorte um retângulo e depois, retire dois triângulos nas laterais do retângulo, conforme Figura a seguir formando o trapézio.

Figura 28 - Trapézio.

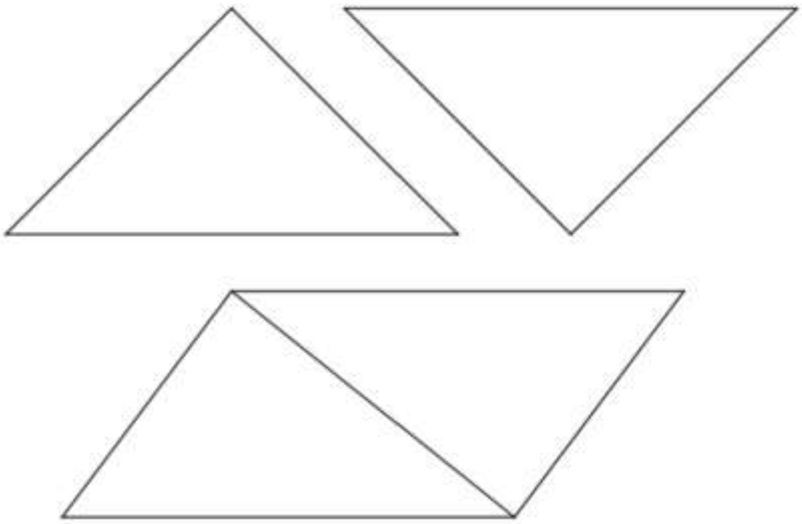


Fonte: O Autor

Paralelogramo: figuras geométricas que possuem apenas quatro lados, sendo os lados opostos paralelos.

- Una dois triângulos congruentes (com lados e ângulos iguais) por um dos lados. Você também pode usar palitos de picolé para estruturar o paralelogramo.

Figura 29 - Paralelogramo.



Fonte: O Autor

Dicas

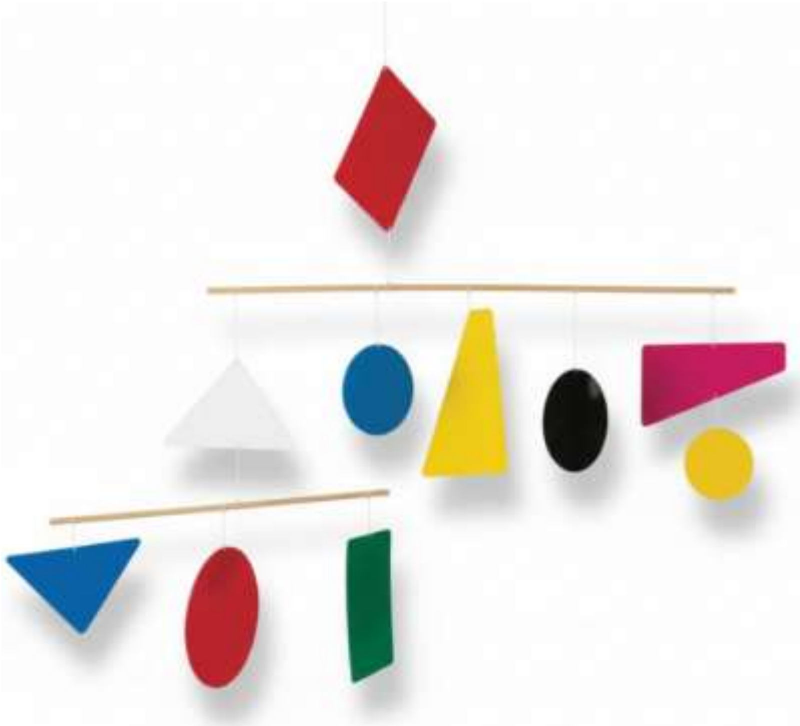
- Use moldes para garantir que as figuras fiquem com as medidas corretas.
- Use diferentes materiais para criar figuras com texturas e aparências variadas.
- Pinte e decore as figuras para torná-las mais coloridas e divertidas.
- Explore a criatividade, crie figuras geométricas combinando diferentes formas e materiais.

Observações: Um quadrado é também um losango. Quadrados, retângulos e losangos são também paralelogramos.

Exemplos de atividades

Crie um móbile: são peças que são expostas de forma suspensa (geralmente preso por uma linha de nylon ao teto)**,** com as figuras geométricas.

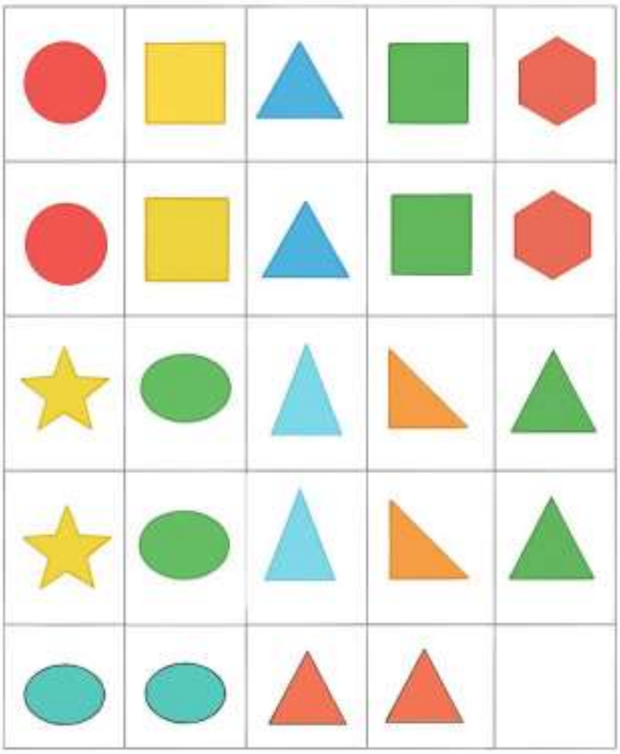
Figura 30 - Móbile de Figuras Geométricas Planas.



Fonte: O Autor

Faça um jogo da memória: com as figuras e seus nomes.

Figura 31 - Jogo da Memória.



Fonte: O Autor

Construa um mosaico: com as figuras geométricas.

Figura 32 *- Modelo de Mosaico.*

Fonte: O Autor

3.5.6 Recursos Adicionais (construção de figuras e brinquedos)

Para complementar as atividades propostas e ampliar as possibilidades de intervenção em sala de aula, esta seção apresenta uma curadoria de recursos adicionais que exploram a construção de modelos e brinquedos didáticos. De acordo com Kaleff (2016), o objetivo é fornecer ao docente um roteiro prático para a elaboração de materiais que estimulem não apenas o reconhecimento das formas geométricas planas, mas também a compreensão de conceitos como simetria, cores e mecânica básica.

Ao utilizar materiais de baixo custo e técnicas de montagem acessíveis, busca-se democratizar o acesso ao conhecimento geométrico, transformando conceitos teóricos em objetos de interação que promovem a criatividade, o trabalho colaborativo e o compromisso com a sustentabilidade ambiental (KALEFF, 2016).

3.5.6.1 Como Fazer Formas Geométricas de Papelão

Figura 33 - Modelo com Figuras Planas.

Fonte: O Autor

Materiais Necessários para a Atividade com Figuras Geométricas Planas

Materiais Básicos

- ✓ Tesoura sem ponta (preferencial para crianças);
- ✓ Cola branca ou bastão;
- ✓ Régua;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha;
- ✓ Compasso (opcional, para círculos perfeitos).

Papéis Coloridos - Papel cartão nas cores:

- ✓ Azul.

- ✓ Rosa.
- ✓ Amarelo.
- ✓ Verde.
- ✓ Laranja.
- ✓ Vermelho.
- ✓ Preto (para contornos ou detalhes).
- ✓ Branco (base ou fundo).

Formas Geométricas a Recortar

- ✓ Triângulos (para cabelo, torso, detalhes).
- ✓ Círculos (olhos, pupilas, cabeça).
- ✓ Retângulos (braços, pernas).
- ✓ Semicírculos (colar, detalhes decorativos).
- ✓ Quadrados (opcional para variações).
- ✓ Formas livres com padrão de chamas (para decorar como na perna da figura).

Complementos Criativos

- ✓ Canetinhas ou lápis de cor para detalhes.
- ✓ Olhos móveis (opcional, para dar vida à figura).
- ✓ Moldes de figuras geométricas (para facilitar o recorte).
- ✓ Cartolina ou papel kraft para montar o fundo da composição.

Essa atividade pode ser usada para ensinar formas geométricas, cores, simetria e estimular a criatividade dos alunos.

3.5.6.2 Ideias de Brinquedos com Materiais Reciclados

Figura 34 - Modelo de brinquedos.

Fonte: O Autor

Materiais necessários

- ✓ Caixa de leite vazia e limpa;
- ✓ Tampinhas de refrigerante (iguais de preferência);
- ✓ Canudos rígidos;
- ✓ Palitos de madeira (tipo espeto ou de pirulito);
- ✓ Fita adesiva ou cola quente;
- ✓ Tesoura ou estilete (com cuidado!);
- ✓ Papel colorido para decorar (opcional).

Passo a passo

1. Prepare a caixa de leite.
2. Lave e seque bem a caixa. Feche a parte superior com fita ou dobre e cole para formar o corpo do carrinho.

3. Monte os eixos.
4. Corte os canudos no tamanho da largura da caixa. Eles serão os suportes dos eixos. Cole ou fixe com fita na parte inferior da caixa — um na frente e outro atrás.
5. Prepare as rodas.
6. Faça um pequeno furo no centro de cada tampinha. Encaixe os palitos de madeira atravessando os canudos e fixe uma tampinha em cada ponta. Certifique-se de que as rodas giram livremente.
7. Fixe os eixos.
8. Passe os palitos com as tampinhas pelos canudos já colados na caixa. Desta forma, obtém-se um carrinho com rodas.
9. Decore como quiser.
10. Use papel colorido, adesivos ou tinta para personalizar o carrinho. Pode até criar janelas e faróis!

Ao construir figuras geométricas com materiais reciclados, O aluno aprenderá sobre Geometria Plana de forma prática e divertida, além de contribuir para um futuro mais sustentável.

3.5.7 Jogos e Atividades Lúdicas para Fixar os Conceitos Básicos.

A consolidação dos saberes geométricos no Ensino Médio encontra no lúdico um aliado estratégico para a superação de barreiras cognitivas e a promoção do engajamento discente. Conforme ressalta Kishimoto (2017), a introdução de jogos e atividades dinâmicas nesta etapa do projeto visa converter a abstração das fórmulas e definições em experiências práticas de raciocínio lógico e percepção visual. Ao manipular ferramentas consagradas, como o milenar Tangram, o estudante é desafiado a mobilizar conceitos de congruência, semelhança e composição de áreas de forma intuitiva e criativa.

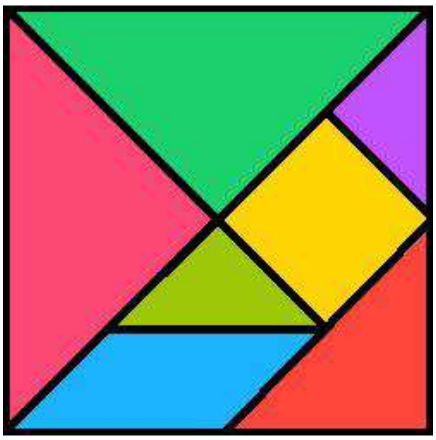
Tais atividades não apenas facilitam a fixação de conteúdos básicos, mas também estimulam a autonomia e o trabalho colaborativo, transformando a sala de aula em um laboratório de investigação geométrica onde o erro é parte integrante da descoberta. De acordo com essa perspectiva teórica, a ludicidade atua como um facilitador da aprendizagem, permitindo que o aluno construa o conhecimento em vez de apenas memorizá-lo.

A Geometria Plana pode ser um desafio para muitos alunos do ensino médio, mas com o suporte de jogos e atividades lúdicas, torna-se viável converter o processo de aprendizagem em uma experiência mais dinâmica e eficaz. Como sugestões práticas para a fixação dos conceitos fundamentais, destacam-se o uso do Tangram para o estudo de polígonos e áreas, e o software GeoGebra para a exploração dinâmica de construções geométricas.

Tangram: Segundo Amelia Hamze (2007), o tangram é um quebra-cabeça chinês composto por sete peças geométricas que se combinam para formar figuras. É um jogo popular em todo o mundo e é utilizado para estimular a criatividade e o raciocínio lógico. Com apenas sete peças, é possível construir uma infinidade de silhuetas diferentes, estimulando o raciocínio, a criatividade e a percepção visual. Sua origem exata é incerta, mas acredita-se que tenha surgido na China durante a Dinastia Song (960-1279 d.C.). (HAMZE, 2007)

- **Objetivo**: Formar figuras geométricas combinando as 7 peças do tangram.
- **Como desenvolver a atividade**: Distribua um tangram para cada aluno ou grupo. Peça-lhes que formem diferentes figuras geométricas (triângulos, quadrados, retângulos etc.) ou figuras representadas em cartas (animais, objetos, pessoas).
- **Conceitos trabalhados**: Formas geométricas, áreas, perímetros, congruência, semelhança.

Figura 35 - Tangram.



Fonte: O Autor

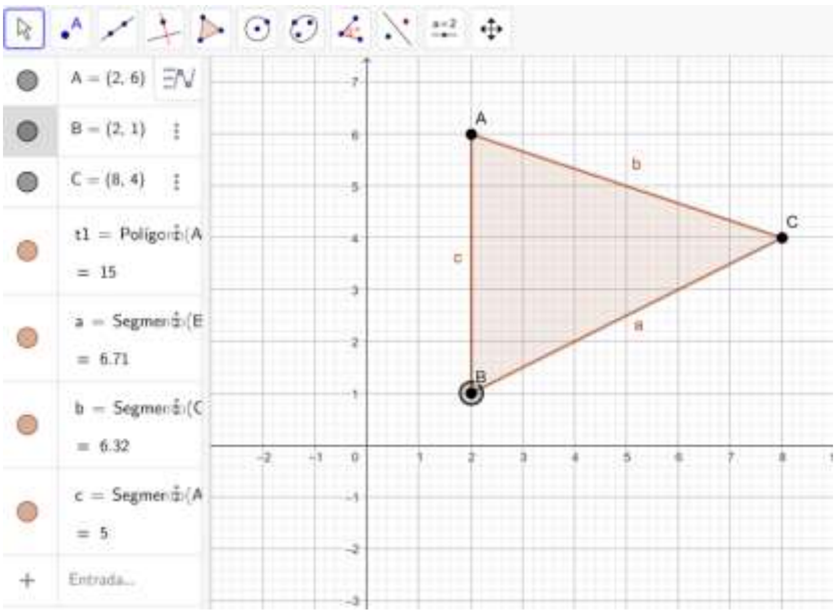
3.5.7.1 Usando o GeoGebra

Integrando as ferramentas tecnológicas ao processo de ensino, esta seção introduz o uso do software GeoGebra como um ambiente de geometria dinâmica fundamental para a abstração e experimentação. Diferente das construções estáticas em papel ou papelão, o ambiente digital permite que o estudante manipule vértices e arestas em tempo real, observando como as propriedades geométricas se mantêm ou se alteram sob diferentes condições de movimento. Essa abordagem computacional visa modernizar o ensino da Geometria Plana, permitindo que os alunos validem teoremas e explorem conceitos de proporcionalidade e simetria de forma interativa, desenvolvendo competências digitais essenciais para a compreensão da matemática contemporânea.

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em uma única aplicação.

- **Objetivo**: Utilizar o software GeoGebra para construir e manipular figuras geométricas.
- **Como desenvolver a atividade:** Peça aos alunos que construam diferentes figuras geométricas no GeoGebra, explorem suas propriedades (ângulos, lados, áreas etc.) e resolvam problemas geométricos.
- **Conceitos trabalhados:** Todos os conceitos básicos da Geometria Plana, construções geométricas, propriedades das figuras, resolução de problemas.

Figura 36 - GeoGebra.



Fonte: O Autor

3.5.7.2 Caça-Palavras Geométrico

Além do raciocínio lógico e da manipulação dinâmica, a apropriação do vocabulário técnico específico é um passo fundamental para o letramento matemático no Ensino Médio. A atividade de Caça-palavras Geométrico apresenta-se como uma estratégia de reforço mnemônico e fixação terminológica, permitindo que o estudante se familiarize com os nomes de entes e figuras geométricas de maneira descontraída. Ao identificar termos como “colinear”, “perpendicular” ou “escaleno” em um contexto lúdico, o aluno fortalece a conexão cognitiva entre a nomenclatura e o conceito, facilitando a interpretação de enunciados mais complexos em avaliações e problemas cotidianos. A utilização de ferramentas digitais para a personalização desses desafios, como o portal Geniol, permite ainda que o docente adapte o nível de dificuldade à realidade de sua turma.

- **Objetivo**: Encontrar palavras relacionadas à Geometria Plana em um caça-palavras.
- **Como jogar**: Crie um caça-palavras com palavras relacionadas à Geometria Plana (ponto, reta, plano, ângulo, triângulo, quadrado etc.). Peça aos alunos que encontrem as palavras no caça-palavras.
- **Conceitos trabalhados**: Vocabulário da Geometria Plana.

O site Geniol oferece uma ferramenta interativa que permite criar caça-palavras personalizados com diferentes níveis de dificuldade, promovendo atividades lúdicas e educativas (GENIOL, 2024). Veja um modelo elaborado através do site: https://www.geniol.com.br/palavras/caca-palavras/criador/.

Figura 37 *- Caça Palavras*

Figuras Geométricas Planas

As palavras deste caça palavras estão escondidas na horizontal, vertical e diagonal, sem palavras ao contrário.

P	A	R	A	L	E	L	O	G	R	A	M	O	F	A	O	W	T
O	R	E	P	I	O	O	T	I	A	I	L	C	A	D	N	T	A
M	O	Y	R	R	K	B	L	E	L	R	S	E	O	D	H	I	Q
R	S	M	U	R	C	I	R	C	U	L	O	A	G	L	G	U	K
E	S	S	M	E	I	S	W	D	A	O	E	T	I	M	A	O	O
M	I	L	R	T	E	L	D	I	I	S	R	M	K	D	I	E	E
M	I	T	O	Â	I	A	S	E	D	A	O	E	R	G	W	H	E
H	E	N	S	N	E	T	E	W	P	N	O	A	I	S	P	R	T
S	O	A	O	G	W	T	M	É	R	G	D	E	O	L	G	A	S
L	T	O	R	U	D	W	Z	C	I	O	E	R	U	E	L	I	N
L	A	S	I	L	L	I	O	A	O	C	M	G	U	R	Y	H	O
N	S	Y	F	O	O	O	T	O	A	A	S	Y	T	O	I	I	K

CIRCULO	PARALELOGRAMO	RETÂNGULO
LOSANGO	QUADRADO	TRAPÉZIO

Fonte: https://www.geniol.com.br/palavras/caca-palavras/criador/

3.5.7.3 Dominó Geométrico

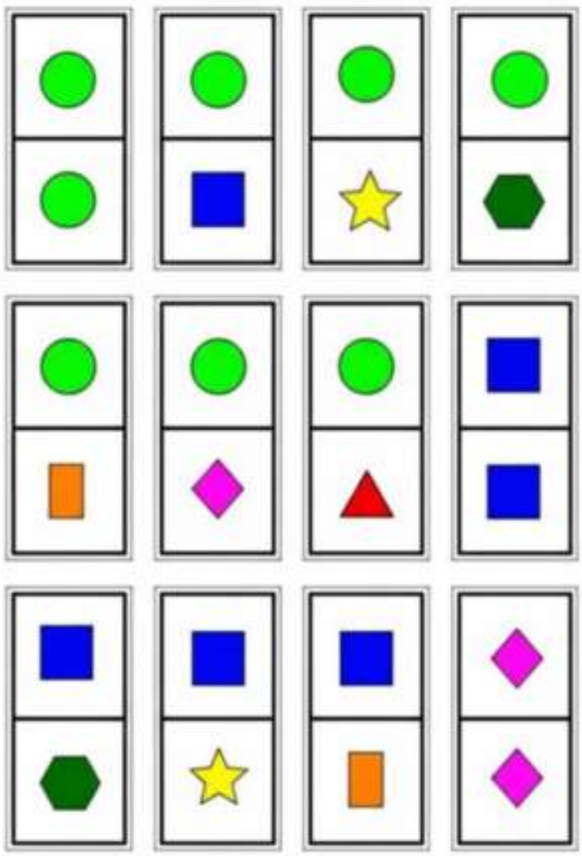
A utilização do Dominó Geométrico como recurso didático visa estimular o reconhecimento imediato de figuras e a associação de padrões visuais, elementos cruciais para a alfabetização geométrica. De acordo com Smole, Diniz e Cândido (2007), a ludicidade integrada ao ensino permite que conceitos abstratos se tornem mais acessíveis através da manipulação e do prazer do jogo.

Ao adaptar as regras de um jogo tradicionalmente conhecido, remove-se a barreira da complexidade inicial, permitindo que o foco do estudante se concentre na identificação das propriedades e nomenclaturas das formas planas. Esta atividade lúdica promove o desenvolvimento da percepção espacial e da atenção seletiva, uma vez que o êxito no jogo depende da correta correspondência entre as representações gráficas (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2007).

Além de consolidar o vocabulário geométrico, o dominó favorece a interação social e a troca de conhecimentos entre os pares, reforçando o aprendizado colaborativo de maneira dinâmica e competitiva na medida certa. Como reforça Kishimoto (2017), o uso de jogos no ambiente escolar é fundamental para que o aluno desenvolva autonomia e habilidades sociais enquanto constrói o conhecimento matemático.

- **Objetivo**: Encaixar as peças do dominó com figuras geométricas.
- **Como jogar**: Crie peças de dominó com figuras geométricas. Os jogadores devem encaixar as peças, combinando as figuras geométricas. Veja a Figura a seguir.
- **Conceitos trabalhados**: Formas geométricas.

Figura 38 - Dominó Figuras Geométricas.



Fonte: O Autor

3.5.7.4 Jogo da Memória dos Polígonos

A introdução do Jogo da Memória dos Polígonos como ferramenta pedagógica visa converter o esforço de classificação geométrica em um exercício de percepção visual e retenção cognitiva. De acordo com Smole, Diniz e Cândido (2007), a utilização de jogos no ambiente escolar permite que o aluno desenvolva habilidades de observação e comparação de forma significativa, superando a mera repetição de definições.

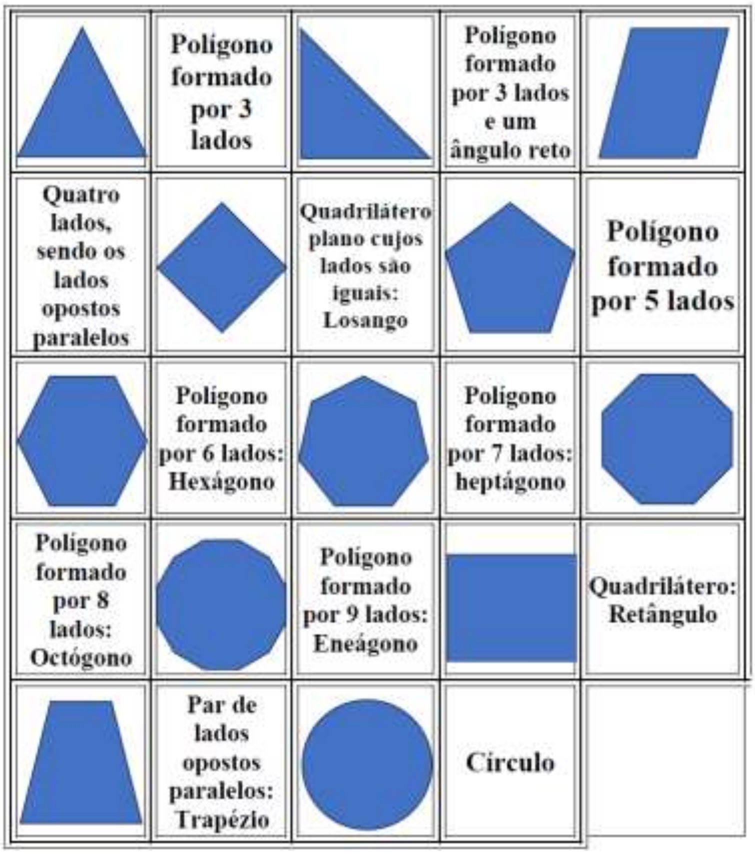
No Ensino Médio, a distinção clara entre diferentes tipos de polígonos, como pentágonos, hexágonos e as variadas formas de quadriláteros, é frequentemente negligenciada pela memorização mecânica; o jogo, contudo, exige que o estudante identifique e classifique as propriedades das figuras em tempo real para obter êxito na partida. Ao integrar essa dinâmica lúdica, promove-se não apenas o domínio da taxonomia geométrica, mas também o desenvolvimento da atenção concentrada, uma vez que o aspecto lúdico favorece a estruturação do pensamento lógico (SMOLE; DINIZ; CÂNDIDO, 2007).

- **Objetivo**: Identificar e classificar diferentes polígonos, e memorizar a posição das cartas para encontrar os pares correspondentes. O jogo continua até que todas as cartas tenham sido removidas. Vence quem tiver o maior número de pares.

- **Como jogar**: Apresente aos alunos diferentes polígonos (triângulos, quadriláteros, pentágonos etc.) e peça-lhes que os identifiquem e classifiquem de acordo com o número de lados, ângulos etc. O jogo da memória com figuras geométricas planas é uma forma divertida e educativa de aprender sobre formas. As regras são simples: o jogo é composto por pares de cartas idênticas. Todas as cartas são embaralhadas e colocadas com a face para baixo. O primeiro jogador vira duas cartas. Se as figuras nas cartas forem idênticas, ele as remove do jogo e joga novamente. Se as figuras forem diferentes, ele vira as cartas de volta para baixo, no mesmo lugar, e a vez passa para o próximo jogador.

- **Conceitos trabalhados**: Polígonos, classificação de polígonos.

Figura 39 - *Jogo Memória dos Polígonos.*



Autor

A utilização de jogos didáticos, como o “Geomemória” no ensino de conceitos de Geometria Plana, provou ser um método eficaz para romper com a abordagem tradicional de sala de aula e possibilitar uma percepção mais positiva e engajadora da Matemática pelos estudantes, contribuindo significativamente para um aprendizado efetivo (LIMA; SILVA; PANOSSIAN, 2019).

3.5.7.5 Criação de Mandalas (diagrama composto de formas geométricas concêntricas)

A construção de mandalas no ambiente escolar oferece uma oportunidade singular de integrar o rigor geométrico à expressão artística e cultural. De acordo com a perspectiva da Etnomatemática de D'Ambrósio (2012), enquanto diagrama composto por formas concêntricas, a mandala exige que o estudante aplique, na prática, conceitos fundamentais de simetria, rotação e repetição de padrões.

Esta atividade transcende a simples identificação de figuras, desafiando o aluno a planejar a distribuição espacial de polígonos e circunferências em torno de um eixo comum. Essa prática pedagógica permite que o educando conecte o saber matemático formal com manifestações simbólicas de diferentes grupos sociais.

Ao projetar suas próprias mandalas, os estudantes exercitam a precisão nas medidas e a harmonia estética, percebendo como as propriedades da Geometria Plana servem de base para a criação de formas complexas e simbólicas, presentes tanto em contextos ancestrais quanto no design contemporâneo.

- **Objetivo**: Utilizar formas geométricas para criar mandalas.
- **Como jogar**: Explique o conceito de mandala e sua relação com a geometria. Peça aos alunos que criem suas próprias mandalas, utilizando diferentes formas geométricas e cores.
- **Conceitos trabalhados**: Formas geométricas, simetria, padrões geométricos.

Figura 40 - Mandala Geométrica.

Fonte: O Autor

3.6 Módulo 3: Polígonos Fundamentais, Propriedades e Aplicações de Triângulos e Quadriláteros (6 semanas)

O estudo dos polígonos fundamentais, especificamente os triângulos e quadriláteros, constitui a base da geometria plana, permitindo a compreensão de propriedades métricas e estruturais que regem o espaço bidimensional. Este módulo detalha as classificações taxonômicas dessas figuras, tanto pela métrica dos lados quanto pela natureza dos ângulos, e avança para a investigação de pontos notáveis, como o incentro e o baricentro, essenciais na análise de equilíbrio e simetria (DOLCE; IEZZI, 2013). Para além da abstração teórica, a seção integra práticas lúdicas e manuais, como o uso de Tangram e a construção rigorosa com régua e compasso, metodologias que favorecem a transposição do conceito geométrico para aplicações reais, desde a criação de mosaicos artísticos até o desenvolvimento de estruturas arquitetônicas resistentes (PAVANELLO, 1993). Assim, a abordagem proposta não apenas revisita perímetros e áreas, mas estabelece o domínio das propriedades geométricas como uma ferramenta indispensável para o raciocínio lógico e a resolução de problemas práticos.

3.6.1 Estudo dos Triângulos (classificação, propriedades, áreas e perímetros)

Dentre os polígonos da Geometria Plana, o triângulo destaca-se como a unidade fundamental de rigidez e estabilidade. Conforme explicita Iezzi (2013), essa figura é o único polígono que apresenta uma estrutura indeformável sob pressão, o que a diferencia das demais formas geométricas que exigem articulações ou reforços para manter sua configuração.

Esta propriedade física singular faz com que o estudo de suas características transcenda a abstração matemática, encontrando eco em aplicações que moldam a sociedade moderna. Segundo Wong (2001), o triângulo sugere estabilidade quando apoiado em sua base, mas transmite dinamismo quando inclinado, sendo essencial na comunicação visual e em estruturas complexas. Desse modo, os triângulos aplicam-se em diversas áreas, tais como:

- **Estruturas:** Utilizados em pontes e torres devido à capacidade de distribuir forças sem deformação;
- **Engenharia e Navegação:** Através da triangulação para determinar distâncias no GPS e na astronomia;
- **Design e Artes:** Presentes em logotipos e arquitetura para conferir modernidade e equilíbrio;
- **Tecnologia:** Base para a computação gráfica e modelagem 3D, onde imagens complexas são formadas por malhas triangulares;

- **Ciências Exatas:** Fundamentais na óptica (prismas), mecânica (treliças) e na própria matemática (trigonometria).

Para avançar na resolução de problemas complexos, torna-se indispensável a organização dos triângulos em categorias baseadas em suas características intrínsecas. Conforme Oliveira (2021), o estudo completo dessas figuras engloba a análise de elementos como perímetro, altura e métodos de cálculo de área, o que exige um domínio das classificações por lados e ângulos.

Ao compreender se um triângulo é equilátero, isósceles ou escaleno, e como seus ângulos determinam sua natureza seja ela acutângula, retângula ou obtusângula, o estudante adquire o repertório necessário para interpretar os modelos geométricos apresentados anteriormente. As seções a seguir detalham essas classificações:

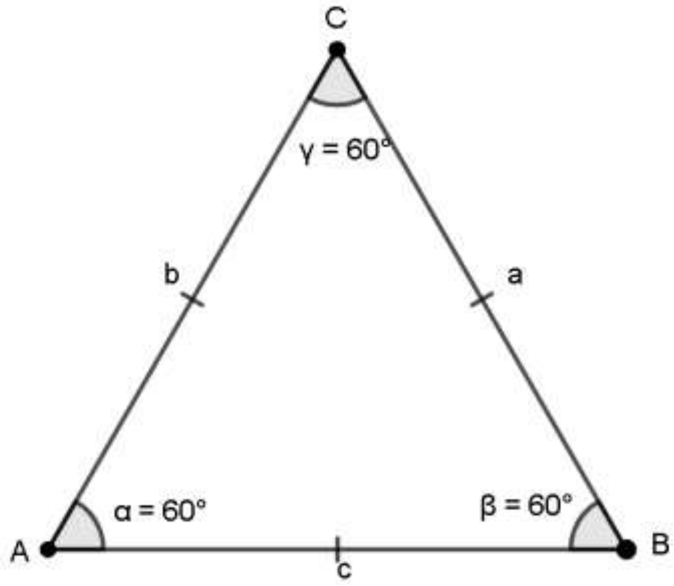
3.6.1.1 *Triângulos: Classificação Quanto aos Lados*

A compreensão das variadas formas que um triângulo pode assumir requer uma sistematização fundamentada em dois critérios fundamentais de classificação: a medida de seus lados e a natureza de seus ângulos internos. Esta distinção taxonômica é essencial para o desenvolvimento do raciocínio geométrico, pois permite ao estudante identificar as condições de simetria e as propriedades métricas particulares de cada tipo de polígono (DOLCE; IEZZI, 2013).

Enquanto a análise dos lados revela relações de congruência, diferenciando os triângulos equiláteros, isósceles e escalenos, a análise angular determina a conformação da figura no plano, classificando-a como acutângula, retângulo ou obtusângula, conforme as diretrizes clássicas da geometria plana (DOLCE; IEZZI, 2013).

- **Equilátero**: Possui os três lados congruentes (mesma medida).

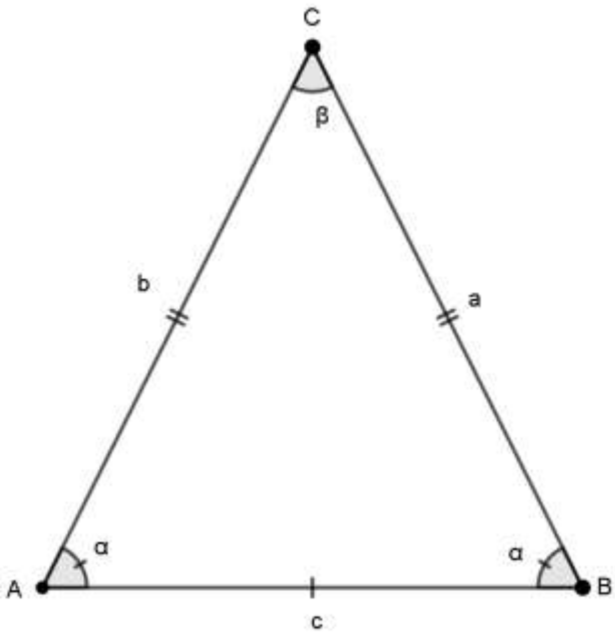
Figura 41 - Triângulo Equilátero.



Fonte: O Autor

- Isósceles: Possui dois lados congruentes.

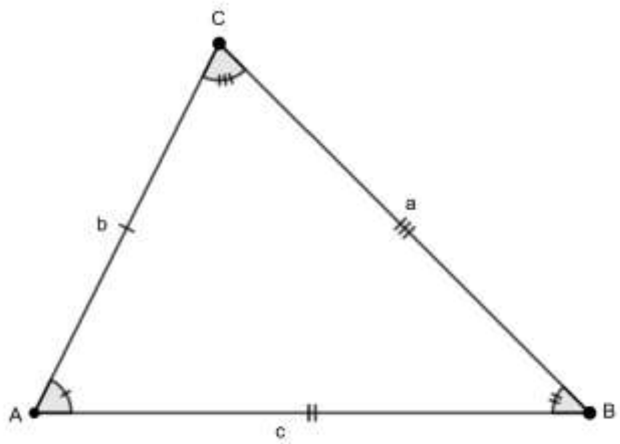
Figura 42 - Triângulo Isósceles.



Fonte: O Autor

- Escaleno: Possui os três lados com medidas diferentes.

Figura 43 - *Triângulo Escaleno.*



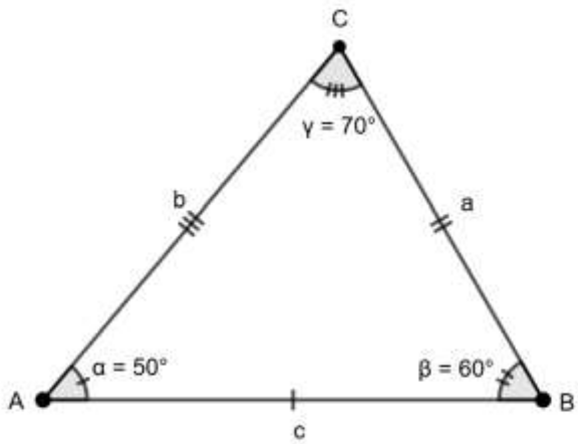
Fonte: O Autor

3.6.1.2 Triângulos: Classificação Quanto aos Ângulos

A análise das propriedades angulares dos triângulos é um passo fundamental para a compreensão da geometria plana, visto que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo no plano euclidiano é invariavelmente igual a 180°. A partir dessa premissa, os triângulos são categorizados de acordo com a amplitude de seus ângulos internos, recebendo denominações específicas que orientam o estudo de suas relações métricas e trigonométricas (DOLCE; IEZZI, 2013). Tal taxonomia permite diferenciar as figuras em três grupos distintos, conforme detalhado a seguir:

- **Acutângulo**: Possui os três ângulos internos agudos (medida inferior a 90°).

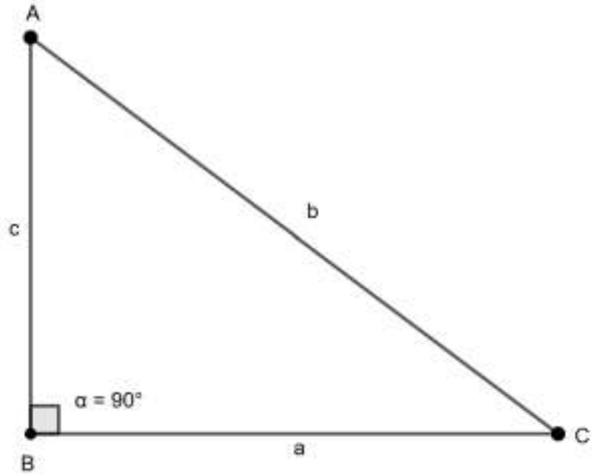
Figura 44 - Triângulo Acutângulo.



Fonte: O Autor

- **Retângulo**: Possui um ângulo interno reto (medida igual a 90°).

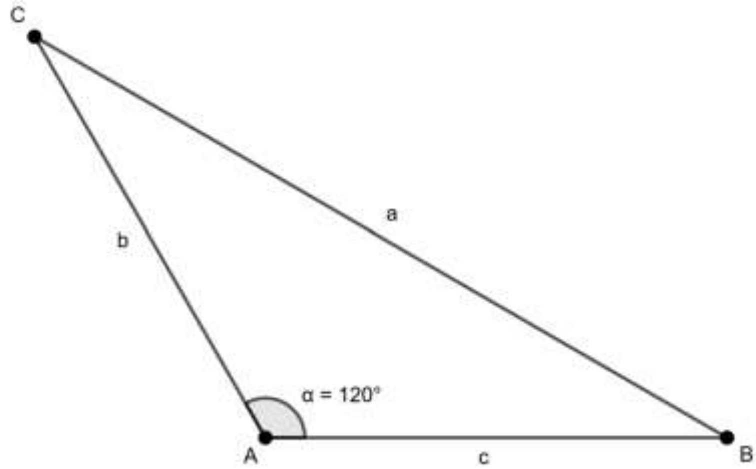
Figura 45 - Triângulo Retângulo.



Fonte: O Autor

- Obtusângulo: Possui um ângulo interno obtuso (medida superior a 90°).

Figura 46 - Triângulo Obtusângulo.



Fonte: O Autor

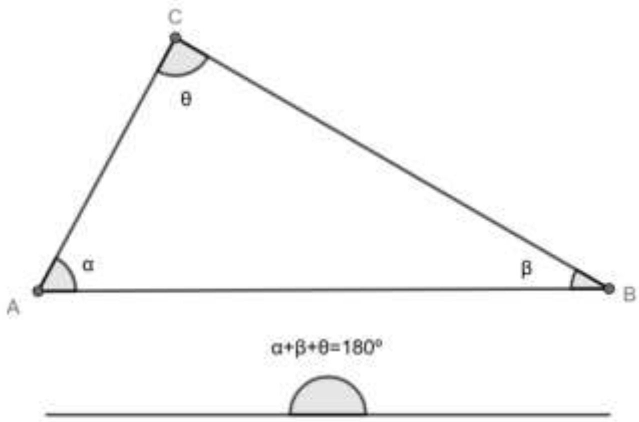
3.6.1.3 Outras Propriedades dos Triângulos

Para além da simples identificação e classificação, o estudo dos triângulos é regido por leis e propriedades métricas que determinam sua existência e comportamento no plano euclidiano. Conforme estabelecido por Dolce e Iezzi (2013), a análise rigorosa dessa figura geométrica pressupõe a compreensão de teoremas fundamentais, como a soma invariável dos ângulos internos e a condição de existência imposta pela desigualdade triangular, que valida a construção da figura.

Complementarmente, a investigação de seus elementos notáveis, a altura, que estabelece a ortogonalidade; a mediana, que conecta o vértice ao ponto médio; e a bissetriz, responsável pela bissecção dos ângulos internos, revela a organização estrutural e o equilíbrio métrico do polígono. Tais conceitos são indispensáveis para transitar da observação visual para o raciocínio dedutivo, capacitando a resolução de problemas complexos em áreas como engenharia e arquitetura com o rigor matemático necessário.

- **Soma dos ângulos internos**: A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre 180°.

Figura 47 - Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo.



Fonte: O Autor

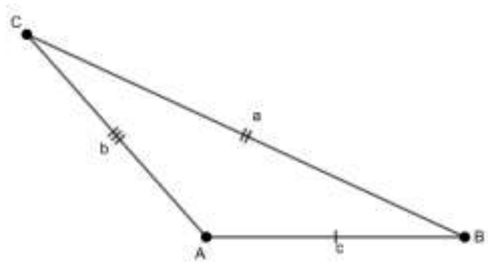
- **Desigualdade triangular**: Em qualquer triângulo, a medida de cada lado é sempre menor que a soma das medidas dos outros dois lados.

Figura 48 - Desigualdade Triangular

$$a<b+c$$

$$b<a+c$$

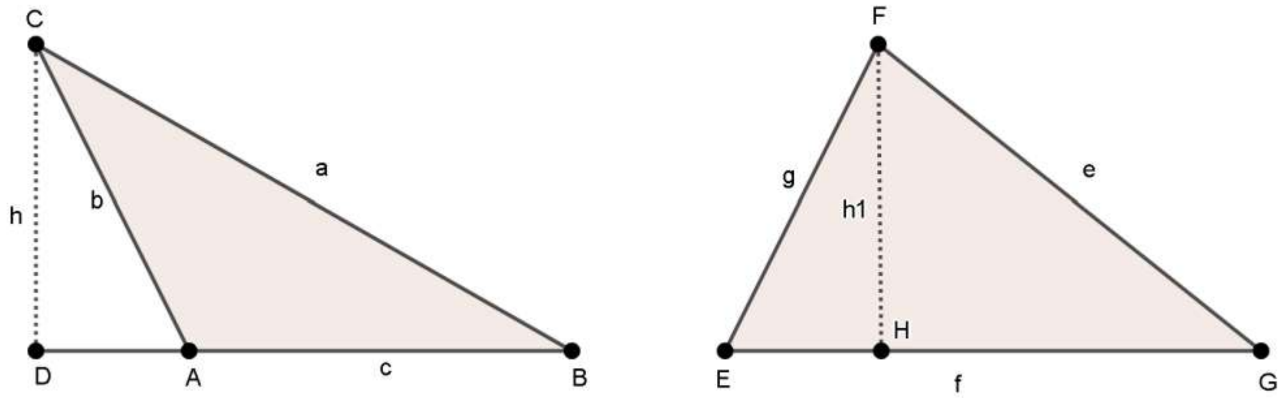
$$c<a+b$$



Fonte: O Autor

- Altura: Segmento de reta perpendicular traçado de um vértice à reta que contém o lado oposto (base).

Figura 49 - Altura de um Triângulo.

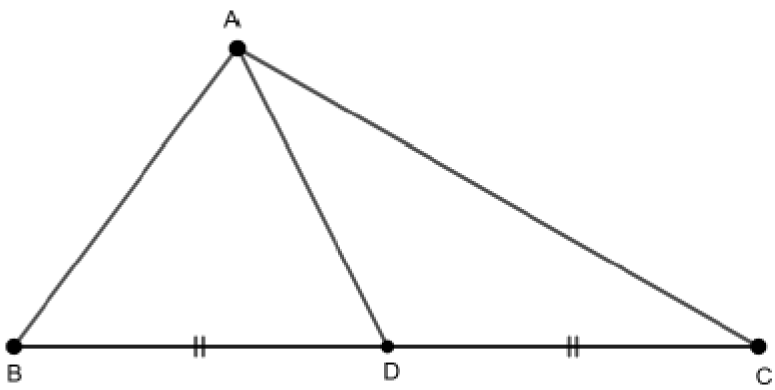


Fonte: O Autor

- Mediana: Segmento de reta traçado de um vértice ao ponto médio do lado oposto.

Figura 50 - Mediana.

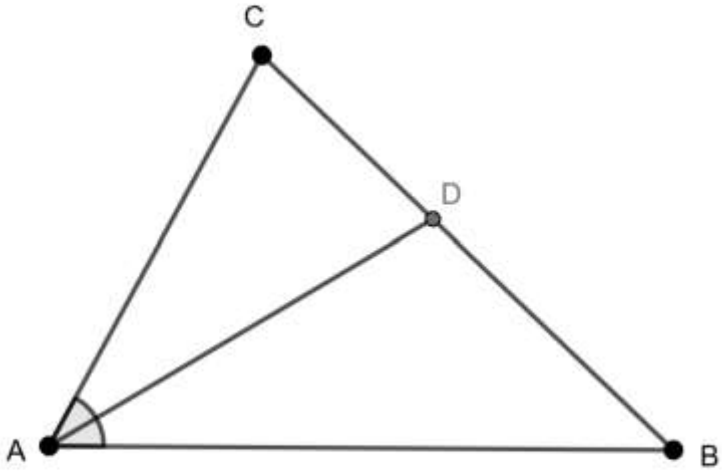
$$\overline{BD} = \overline{CD}$$



Fonte: O Autor

- Bissetriz: Segmento de reta que divide um ângulo interno em dois ângulos congruentes.

Figura 51 - Bissetriz de um Triângulo.



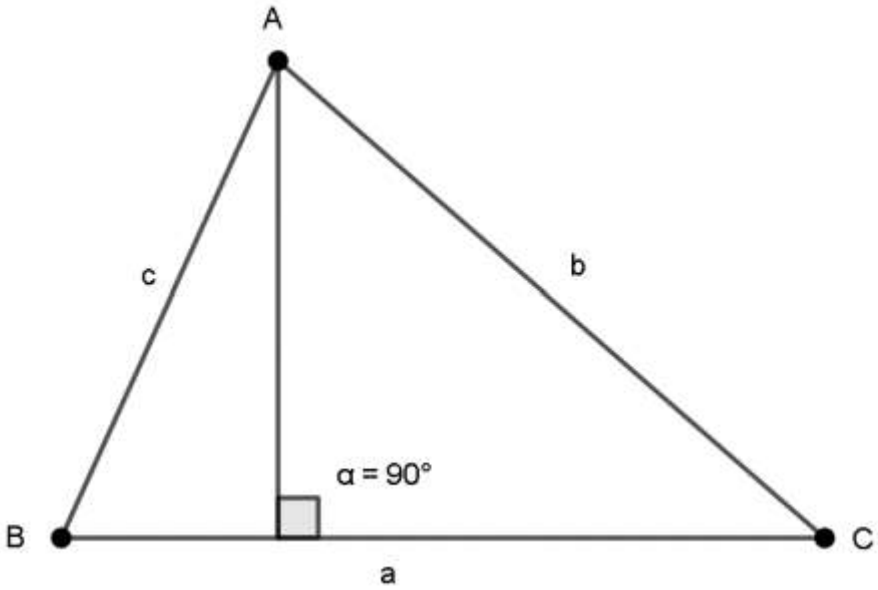
Fonte: O Autor

3.6.1.4 Áreas e Perímetros de Triângulos

A quantificação das dimensões de um triângulo representa uma etapa fundamental para a aplicação prática da Geometria em problemas de mensuração espacial. Enquanto o perímetro define a extensão do contorno da figura, essencial em contextos que envolvem cercamentos ou delimitações lineares, a área determina a superfície interna ocupada pelo polígono. Para o cálculo da área, a matemática oferece diferentes caminhos analíticos que se adaptam à natureza dos dados disponíveis: desde a relação clássica entre base e altura até a sofisticação da Fórmula de Heron, que viabiliza o cálculo da superfície utilizando exclusivamente as medidas dos lados e o conceito de semiperímetro (DOLCE; IEZZI, 2013). O domínio dessas equações confere ao estudante a precisão necessária para resolver situações-problema reais, onde o cálculo correto de áreas é o diferencial em projetos de engenharia, arquitetura e agrimensura.

- Perímetro: O perímetro de um triângulo é a soma das medidas de seus três lados.

Figura 52 - Perímetro de um Triângulo.



Fonte: O Autor

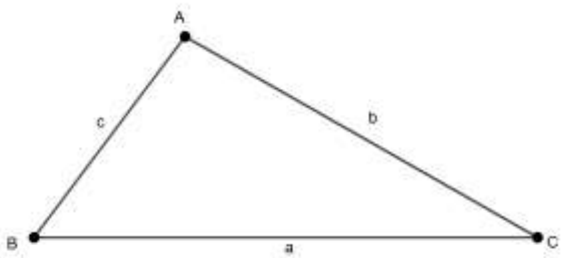
$$p = a + b + c$$

- Área: A área de um triângulo pode ser calculada por diferentes fórmulas, dependendo das informações disponíveis:

$$Área = \frac{base\ x\ altura}{2}$$

Área $=\sqrt{(p(p-a)(p-b)(p-c))}$, onde p é o semiperímetro e "a", "b" e "c" as medidas dos lados (Fórmula de Heron).

Figura 53 - Fórmula de Heron.



Fonte: O Autor

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Em que: $p = \frac{a+b+c}{2}$, representa o semiperímetro do triângulo.

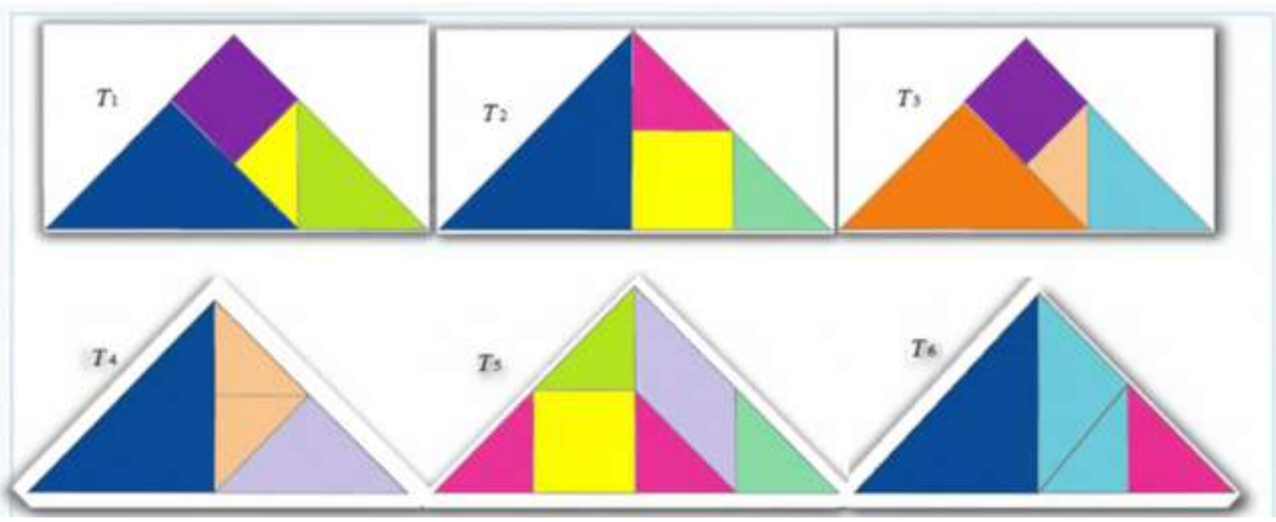
3.6.1.5 Abordagem Lúdica (tangram como ferramenta pedagógica)

A consolidação do aprendizado sobre a diversidade dos triângulos encontra, no uso do Tangram, um recurso metodológico de grande valor tátil e visual. Ao afastar-se temporariamente das fórmulas estáticas, a abordagem lúdica permite que o estudante explore a composição de formas, percebendo como polígonos podem ser reorganizados para formar novos triângulos, o que desafia o aluno a identificar propriedades de congruência e proporcionalidade de maneira intuitiva (SCHELLER; BONOTTO; BIEMBENGUT, 2015). Esta atividade não apenas reforça a classificação dos triângulos quanto aos seus lados e ângulos, mas também estimula a percepção espacial, transformando o conteúdo teórico em um processo investigativo.

É possível construir até seis tipos diferentes de triângulos utilizando apenas quatro peças do Tangram, conforme ilustrado em estudos sobre modelagem matemática aplicada em formação continuada de professores (SCHELLER; BONOTTO; BIEMBENGUT, 2015)

- Tangram: Utilize as peças do tangram para formar diferentes triângulos e explorar suas propriedades.

Figura 54 - Tangram na Forma de Triângulos.



Fonte: O Autor

3.6.1.6 Construção de Triângulos com Régua e Compasso (construções básicas).

A arte das construções geométricas com régua e compasso constitui um dos pilares mais tradicionais do pensamento matemático, permitindo que o estudante explore propriedades abstratas por meio da precisão técnica e do desenho manual. Esta prática não se limita apenas à reprodução de formas, mas funciona como um exercício de raciocínio lógico que fundamenta a compreensão de conceitos complexos, como a localização de pontos notáveis como, incentro, circuncentro, baricentro e ortocentro. Integrando a tradição clássica à modernidade, o uso complementar de softwares de geometria dinâmica, como o GeoGebra, amplia as possibilidades pedagógicas ao permitir a visualização imediata das propriedades invariáveis dos polígonos. Ao alternar entre o traçado físico no papel e a manipulação digital, o aluno desenvolve tanto a habilidade motora quanto a capacidade de abstração, percebendo a Geometria como uma disciplina viva que articula rigor, criatividade e aplicações práticas no cotidiano.

O *software* GeoGebra é uma ferramenta didática valiosa para a introdução e construção de triângulos, permitindo a visualização e manipulação dos elementos geométricos de forma interativa (PEIXOTO, 2016).

Construir triângulos com régua e compasso é uma atividade que permite explorar as propriedades geométricas de forma prática e intuitiva. Além de desenvolver habilidades de desenho e precisão, essa prática pode ser abordada de maneira lúdica e abstrata, incentivando a criatividade e o raciocínio lógico.

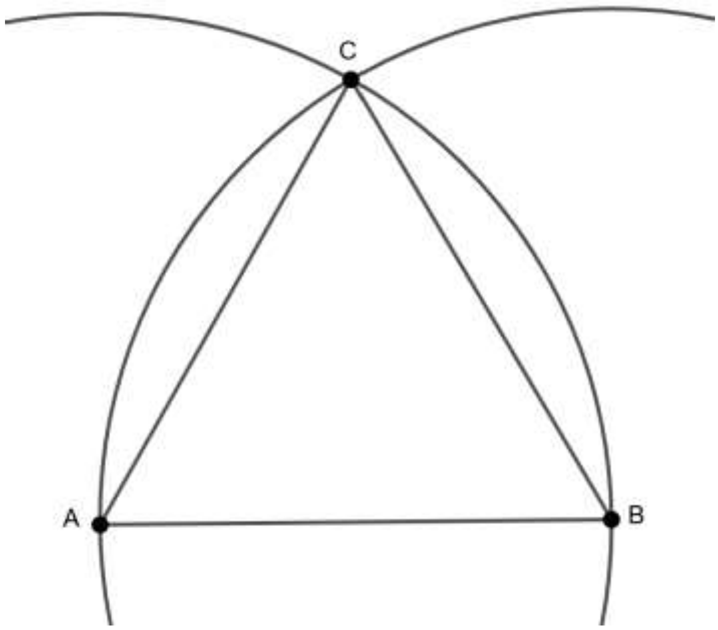
Materiais

- ✓ Régua;
- ✓ Compasso;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha;
- ✓ Papel.

3.6.1.7 Construção do Triângulo Equilátero

1. Desenhe um segmento de reta AB com a medida desejada.
2. Com o compasso centrado em A, trace um arco com abertura igual à medida de AB.
3. Com o compasso centrado em B, trace outro arco com a mesma abertura, intersectando o primeiro arco no ponto C.
4. Ligue os pontos A, B e C para formar o triângulo equilátero ABC.

Figura 55 - Construção do Triângulo Equilátero.



Fonte: O Autor

Veja a construção de um triângulo a partir das medidas de seus três lados é realizada por meio da utilização da régua para traçar a base e do compasso para definir os arcos que se intersectam, formando o terceiro vértice do polígono em: Construção de um triângulo equilátero com régua e compasso O Baricentro da Mente. (KILHIAN. 2018)

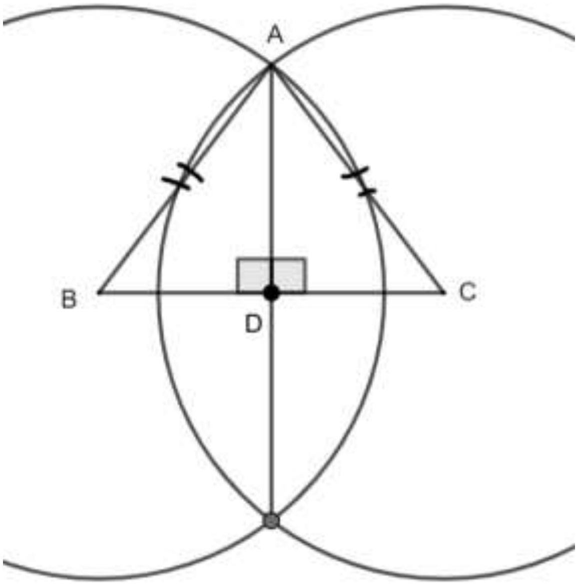
3.6.1.8 Construção do Triângulo Isósceles

1. Desenhe um segmento de reta BC com a medida desejada (base do triângulo).
2. Com o compasso centrado em B, trace um arco com abertura maior ou menor da medida BC.

3. Com o compasso centrado em C, trace outro arco com a mesma abertura, intersectando o primeiro arco no ponto A.

4. Ligue os pontos A, B e C para formar o triângulo isósceles ABC.

Figura 56 - Construção do Triângulo Isósceles.



Fonte: O Autor

3.6.1.9 Construção do Triângulo Escaleno

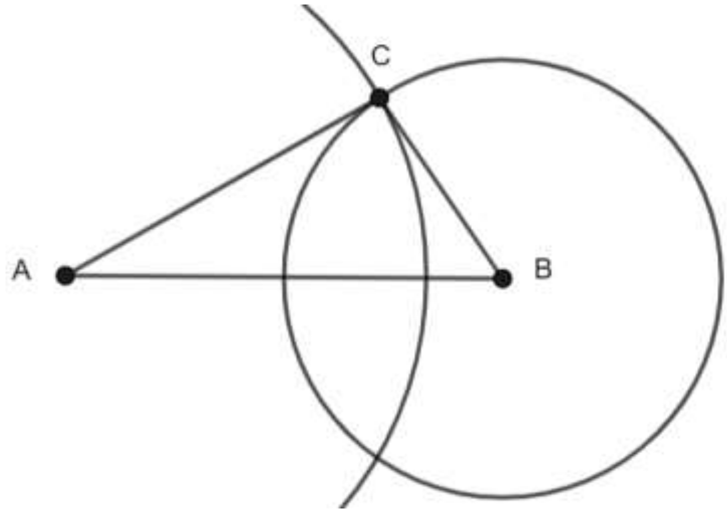
1. Desenhe um segmento de reta BC com a medida desejada.

2. Com o compasso centrado em A, trace um arco com uma abertura diferente da medida de BC.

3. Com o compasso centrado em B, trace outro arco com uma abertura diferente das duas anteriores, intersectando o primeiro arco no ponto C.

4. Ligue os pontos A, B e C para formar o triângulo escaleno ABC.

Figura 57 - Construção do Triângulo Escaleno.

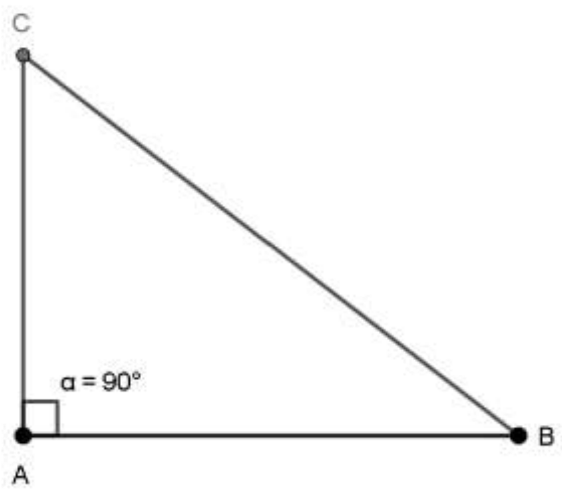


Fonte: O Autor

3.6.1.9.1 Construção do Triângulo Retângulo

1. Desenhe um segmento de reta BC com a medida desejada (cateto).
2. Trace uma reta perpendicular a AB no ponto A, conforme Figura a seguir.
3. Com o compasso centrado em A, marque um ponto C na reta perpendicular, definindo o segundo cateto.
4. Ligue os pontos B e C para formar a hipotenusa do triângulo retângulo ABC.

Figura 58 - Construção do Triângulo Retângulo.

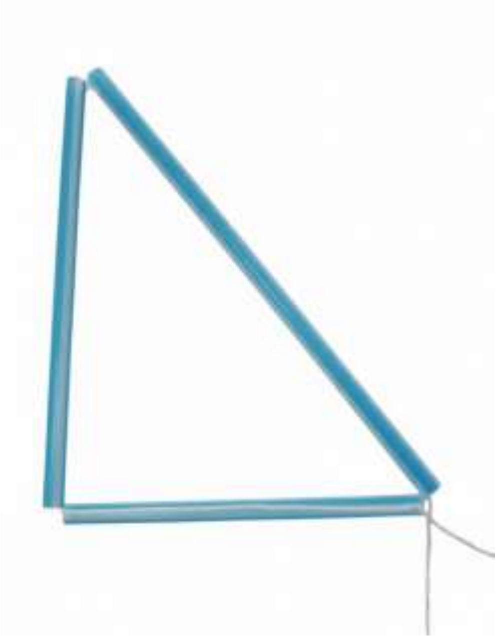


Fonte: O Autor

3.6.1.9.2 Abordagem Lúdica (uso de canudinhos)

- **Desafios de construção**: Proponha desafios de construção de triângulos com medidas específicas, utilizando diferentes materiais e ferramentas. Uma sugestão é o uso de canudinhos, veja a Figura a seguir: (JÚNIOR; OLIVEIRA; LINO, 2025)

Figura 59 - Construção de Triângulo Usando Canudinho.



Fonte: O Autor

3.6.1.9.3 Propriedades Geométricas dos Triângulos (incentro, circuncentro, baricentro e ortocentro)

Mostre as propriedades dos triângulos por meio de construções geométricas e teoremas, incentivando o raciocínio lógico e a capacidade de abstração.

As propriedades dos triângulos podem ser mostradas por meio de construções geométricas, que são feitas com um compasso e uma régua não graduada.

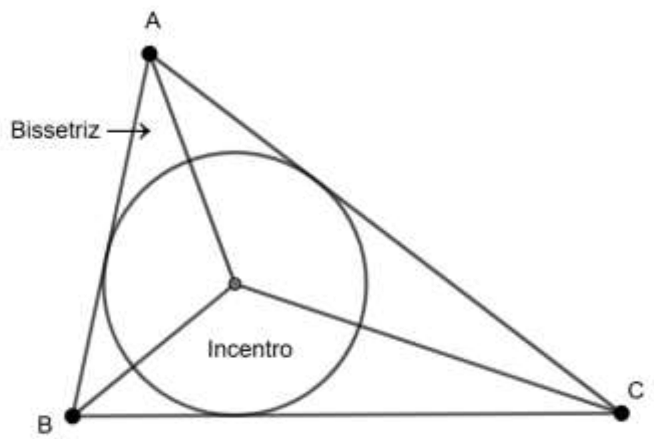
- A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180°.
- A soma dos ângulos externos de um triângulo é sempre 360°.
- O lado menor de um triângulo é sempre oposto ao menor ângulo interno.
- O lado maior de um triângulo é sempre oposto ao maior ângulo interno.
- A soma de dois lados de um triângulo é sempre maior que a medida do terceiro lado.

Exploração de propriedades: Investigue as propriedades dos triângulos por meio de construções geométricas, como a localização do incentro, circuncentro, baricentro e ortocentro.

Incentro

- É o ponto de encontro das três bissetrizes de um triângulo.
- É o centro da circunferência inscrita no triângulo.
- Está à mesma distância de todos os lados do triângulo.
- Localiza-se sempre no interior do triângulo.

Figura 60 - Incentro.

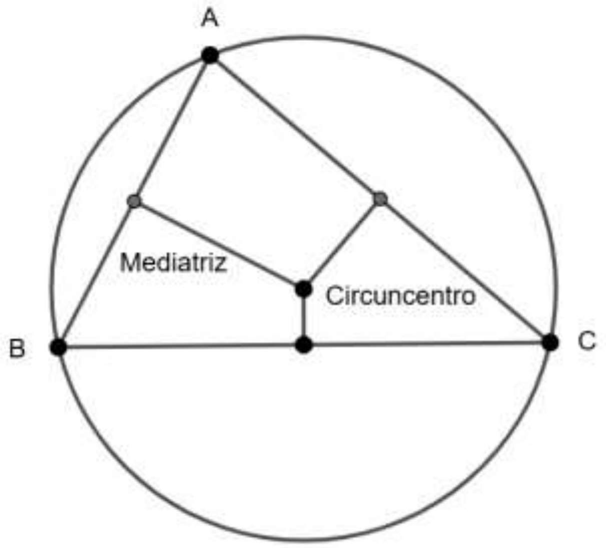


Fonte: O Autor

Circuncentro

- É o ponto de encontro das três mediatrizes de um triângulo.
- É o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.
- Está à mesma distância dos três vértices do triângulo.

Figura 61 - Circuncentro.

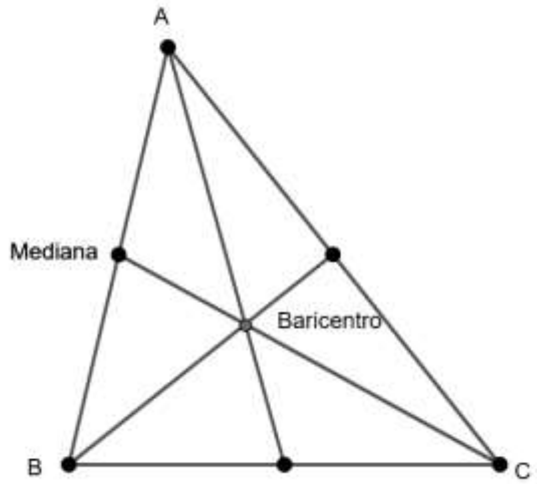


Fonte: O Autor

Baricentro

- É o ponto de encontro das três medianas de um triângulo.
- É o centro de gravidade do triângulo.
- Está a uma distância de dois terços da mediana em relação ao vértice correspondente.

Figura 62 - Baricentro.

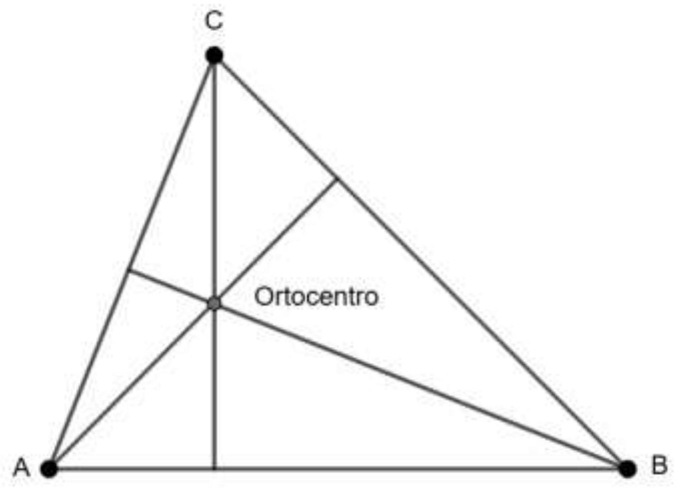


Fonte: O Autor

Ortocentro

- É o ponto de encontro das três alturas de um triângulo.
- É um ponto notável de um triângulo.
- A localização do ortocentro depende do tipo de triângulo.
- No triângulo agudo, o ortocentro está no interior do triângulo.
- No triângulo retângulo, o ortocentro é o vértice oposto à hipotenusa.
- No triângulo obtusângulo, o ortocentro está fora do triângulo.

Figura 63 - Ortocentro.



Fonte: O Autor

3.6.1.9.4 Recursos Adicionais (vídeos e sites)

Vídeos:

- Conforme Rafael Dombrauskas (2025), a construção de triângulos com régua e compasso é explicada, (https://www.youtube.com/watch?v=1A1B6RSJOdI).
- Triângulos Classificação dos triângulos quanto às medidas dos lados e ângulos Matemática Básica aula 04: https://www.youtube.com/watch?v=Ka3GluTldeY. (BEZERRA, 2020)

Sites:

- Triângulos:https://www.mundodeportivo.com/uncomo/educacion/articulo/tipos-de-triangulos-nombres-y-caracteristicas-53495.html. (CALVO, 2023)

3.6.1.9.5 Orientações Pedagógicas para Construções Geométricas

1. Comece com construções simples e avance gradualmente para construções mais complexas.
2. Utilize materiais de qualidade para garantir a precisão das construções.
3. Incentive a experimentação e a criatividade na construção de triângulos.
4. Relacione as construções geométricas com conceitos matemáticos e aplicações práticas.

Ao explorar a construção de triângulos com régua e compasso de forma lúdica e abstrata, você desenvolverá habilidades importantes para o aprendizado da geometria e da matemática em geral.

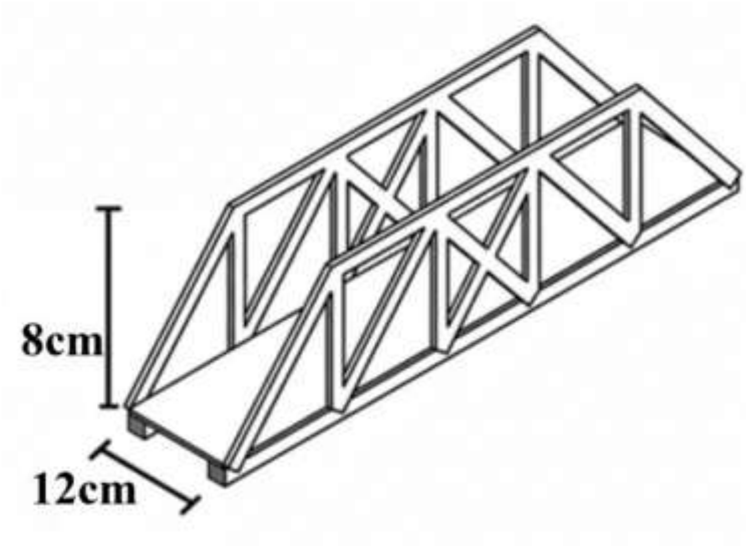
3.6.1.9.6 Abordagens para o Ensino Médio (construção de estruturas usando triângulos)

Para que o estudo dos triângulos no Ensino Médio ultrapasse a abstração das fórmulas, é fundamental adotar estratégias que coloquem o estudante como protagonista na investigação de suas propriedades. Ao explorar a característica de indeformabilidade do triângulo, princípio básico da engenharia e da arquitetura, o professor pode utilizar metodologias ativas que estimulem a observação e a experimentação. As abordagens a seguir visam consolidar o conhecimento geométrico por meio da prática direta, da análise crítica de estruturas reais e do diálogo, tornando o aprendizado uma experiência concreta e contextualizada.

Projetos práticos: Desenvolver projetos que envolvam a construção de estruturas triangulares, como pontes de palito de picolé, maquetes de edifícios ou modelos de instrumentos musicais.

Análise de imagens: Analisar imagens de obras arquitetônicas, peças de design e obras de arte, identificando a presença de triângulos e discutindo seus significados e funções.

Figura 64 - Ponte de Palito de Picolé



Fonte: O Autor

Visitas a museus e empresas: Promover visitas a museus, exposições e empresas que utilizam triângulos em seus produtos ou processos, como escritórios de arquitetura, empresas de design ou indústrias de construção.

Debates e discussões: Promover debates e discussões sobre a importância dos triângulos em diferentes áreas, incentivando os alunos a expressarem suas opiniões e ideias.

Ao abordar as aplicações dos triângulos em diferentes áreas, o professor pode tornar o ensino da geometria mais dinâmico e interessante, mostrando aos alunos a importância da matemática para a compreensão e transformação do mundo ao seu redor.

3.6.2 Estudo dos Quadriláteros (classificação, propriedades, áreas e perímetros)

O estudo dos quadriláteros representa um avanço fundamental na compreensão das formas poligonais, introduzindo conceitos de paralelismo e simetria que são pilares da geometria euclidiana e do design estrutural. Diferente dos triângulos, os quadriláteros apresentam uma diversidade de classificações que dependem diretamente da relação entre seus lados e da medida de seus ângulos internos (DOLCE; IEZZI, 2013). Esta seção propõe uma abordagem que integra o rigor das construções geométricas com régua e compasso à ludicidade de atividades práticas, como a criação de mosaicos e o uso do Tangram. Ao manipular essas formas, conforme defendem as diretrizes para o ensino de geometria, o estudante não apenas fixa as definições de quadrados, retângulos, losangos e trapézios, mas também desenvolve habilidades analíticas para o cálculo de áreas e perímetros, percebendo como a organização desses polígonos permite o preenchimento de planos (PAVANELLO, 1993).

3.6.2.1 Construindo Quadriláteros

Objetivo

- ✓ Fixar a classificação dos quadriláteros e suas propriedades.

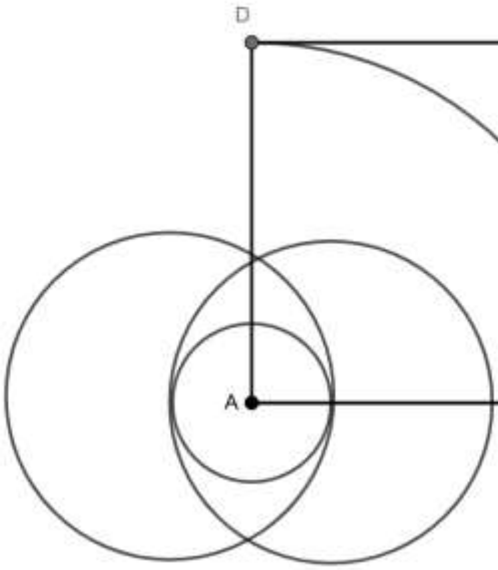
Materiais

- ✓ Régua;
- ✓ Compasso;
- ✓ Transferidor;
- ✓ Papel;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha.

Passo a passo

1. Com o auxílio da régua e compasso, construa diferentes quadriláteros: quadrado, retângulo, losango, paralelogramo e trapézio. Veja um modelo na Figura a seguir:

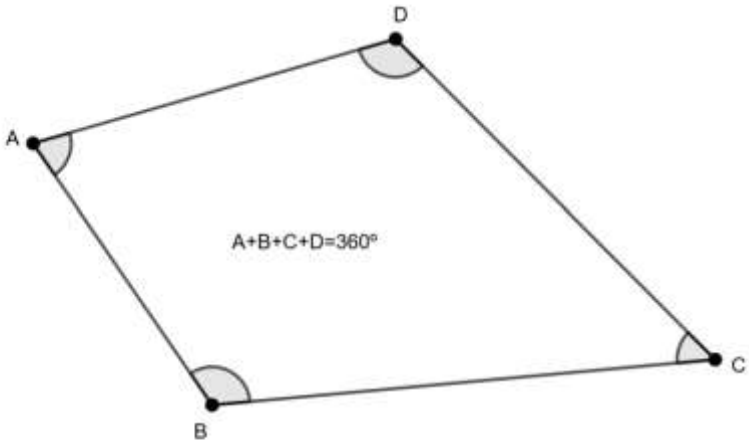
Figura 65 - Construção de Quadrado com Régua e Compasso.



Fonte: O Autor

2. Utilize o transferidor para medir os ângulos internos de cada quadrilátero e anote as medidas.

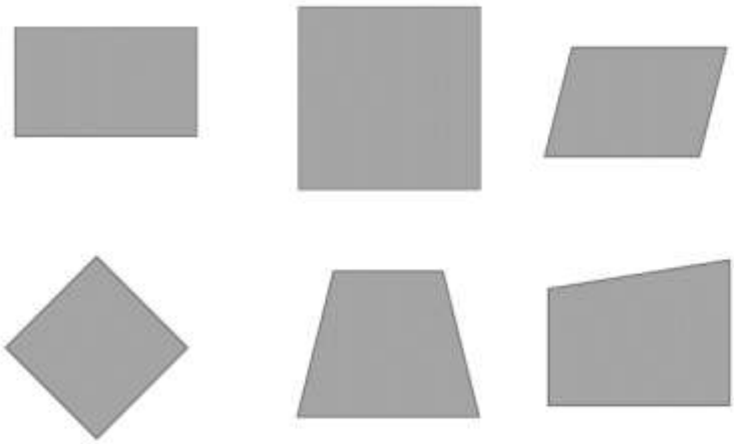
Figura 66 - Medidas dos Ângulos Internos de um Quadrilátero.



Fonte: O Autor

3. Observe as propriedades de cada quadrilátero, como lados paralelos, ângulos retos, diagonais etc. Classifique os quadriláteros construídos de acordo com suas propriedades.

Figura 67 – *Quadriláteros*



Fonte: O Autor.

3.6.2.2 Mosaicos com Quadriláteros

Objetivo

- ✓ Explorar a criatividade e o conceito de área e perímetro.

Materiais

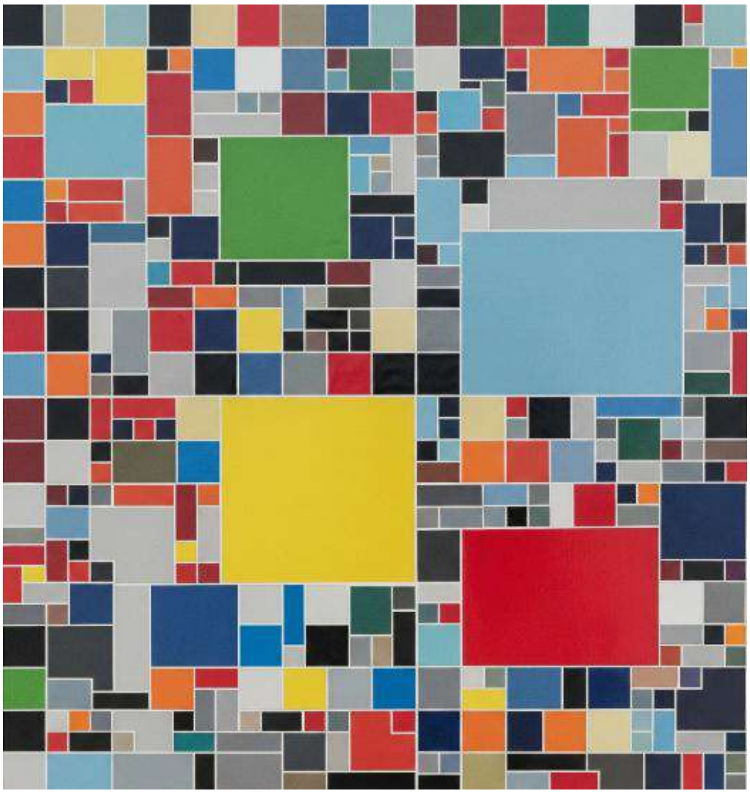
- ✓ *Papel colorido;*
- ✓ *Tesoura;*
- ✓ *Cola;*
- ✓ *Canetas coloridas.*

Passo a passo

1. Recorte quadrados, retângulos e outros quadriláteros em diferentes tamanhos e cores.
2. Cole os quadriláteros em uma folha de papel, formando um mosaico.
3. Calcule a área e o perímetro de cada quadrilátero utilizado no mosaico.

4. Calcule a área total do mosaico.

Figura 68 - Mosaicos de Quadriláteros.



Fonte: O Autor

3.6.2.3 Tangram dos Quadriláteros

Objetivo

✓ Desenvolver o raciocínio lógico e a criatividade na formação de figuras.

Materiais

✓ Peças do Tangram e modelos de figuras.

Passo a passo

1. Utilize as peças do Tangram para formar diferentes figuras, como casas, animais, objetos etc.

2. Identifique os quadriláteros presentes nas figuras formadas.

3. Crie seus próprios modelos de figuras para montar com o Tangram.

Figura 69 - Tangram dos Quadriláteros.

Fonte: O Autor

3.7 Módulo 4: Circunferência e Polígonos (6 semanas)

O Módulo 4 propõe uma imersão nas propriedades fundamentais da circunferência e dos polígonos, estruturando-se a partir da dialética entre o rigor da Geometria Euclidiana e a experimentação prática. Ao longo de seis semanas, o conteúdo progride do estudo analítico dos elementos circulares, como raio, diâmetro e setores, para o desenvolvimento de competências de modelagem e abstração. Esta abordagem é complementada pela manipulação de instrumentos tradicionais, como régua e compasso, e ferramentas didáticas como o Geoplano, visando não apenas a reprodução de formas, mas a compreensão das propriedades métricas e angulares que regem as figuras planas (WAGNER, 2007). Assim, a sequência didática, que abrange desde a criação de mandalas até a construção de polígonos regulares e o cálculo de áreas irregulares, consolida a percepção espacial necessária para a resolução de problemas complexos e a compreensão da harmonia geométrica.

3.7.1 Estudo da Circunferência (raio, diâmetro, corda, arco e setor circular)

O estudo da circunferência introduz o estudante a uma nova dimensão da Geometria Plana, onde a linearidade dos polígonos cede lugar à perfeição da curvatura constante e à simetria radial. Esta seção propõe uma abordagem que transcende a mera aplicação de fórmulas, incentivando a investigação empírica de seus elementos constituintes como raio, diâmetro, corda e arco. Por meio de estratégias que unem o lúdico ao experimental, como a “Caça ao Tesouro Circular” e a construção de mandalas, o aluno é conduzido a descobrir a origem de uma das constantes mais fascinantes da Matemática: o número π, compreendido aqui como a razão invariável entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro (DOLCE; IEZZI, 2013). Ao integrar o manuseio de materiais concretos, como barbantes e compassos, ao rigor analítico necessário para o cálculo de setores circulares e tangências, busca-se consolidar uma compreensão significativa que fundamente a resolução de problemas reais de engenharia, arquitetura e navegação.

3.7.1.1 Atividades Lúdicas e Abstratas sobre a Circunferência para o Ensino Médio

Com este guia de atividades, o estudo da circunferência se tornará mais dinâmico e interessante, permitindo uma compreensão significativa dos conceitos de raio, diâmetro, corda, arco e setor circular.

Materiais

- ✓ Régua;
- ✓ Compasso;
- ✓ Transferidor;
- ✓ Papel;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha;

- ✓ Tesoura;
- ✓ Canetas coloridas;
- ✓ Material reciclado (caixas, embalagens, objetos circulares etc.);
- ✓ Barbante;
- ✓ Moedas ou objetos circulares.

3.7.1.2 Caça ao Tesouro Circular

Objetivo

- ✓ Identificar objetos circulares no ambiente e aplicar os conceitos de raio, diâmetro e corda.

Passo a passo

1. Esconda objetos circulares (moedas, tampinhas etc.) pela sala de aula ou pátio da escola.
2. Divida os alunos em grupos e entregue um mapa com pistas para encontrar os objetos.
3. As pistas devem envolver a identificação de elementos da circunferência nos objetos escondidos (raio e diâmetro).
4. Ao encontrar um objeto, o grupo deve medir o raio e o diâmetro.
5. O grupo que encontrar mais objetos e identificar corretamente Os Elementos da circunferência vence o jogo.

3.7.1.3 Construindo Mandalas Circulares

A geometria das mandalas, especialmente as baseadas na divisão da circunferência em seis partes iguais, é um campo que une matemática e arte, e pode ter diferentes níveis de complexidade, dependendo dos elementos decorativos adicionados (MATHEUS, 2021).

Objetivo

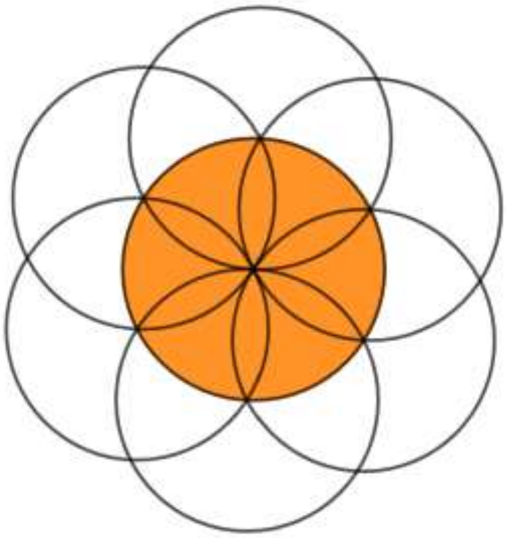
- ✓ Explorar a criatividade e a simetria da circunferência na criação de mandalas.

- ✓ Materiais
- ✓ Papel;
- ✓ Compasso;
- ✓ Régua;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha;
- ✓ Canetas coloridas.

Passo a passo

1. Explique o conceito de mandala e sua relação com a circunferência.
2. Utilize o compasso para construir circunferências de diferentes tamanhos no papel.
3. Com a régua, trace raios, diâmetros e cordas nas circunferências, criando diferentes desenhos.
4. Pinte os desenhos com canetas coloridas, explorando a simetria e a criatividade.

Figura 70 - Mandala Circular.



Fonte: O Autor

3.7.1.4 Como Mostrar a Relação entre Diâmetro e Comprimento da Circunferência

Objetivo

- ✓ Compreender a relação entre o diâmetro e a circunferência de um círculo.

Materiais

- ✓ Barbante;
- ✓ Régua;
- ✓ Objetos circulares de diferentes tamanhos.

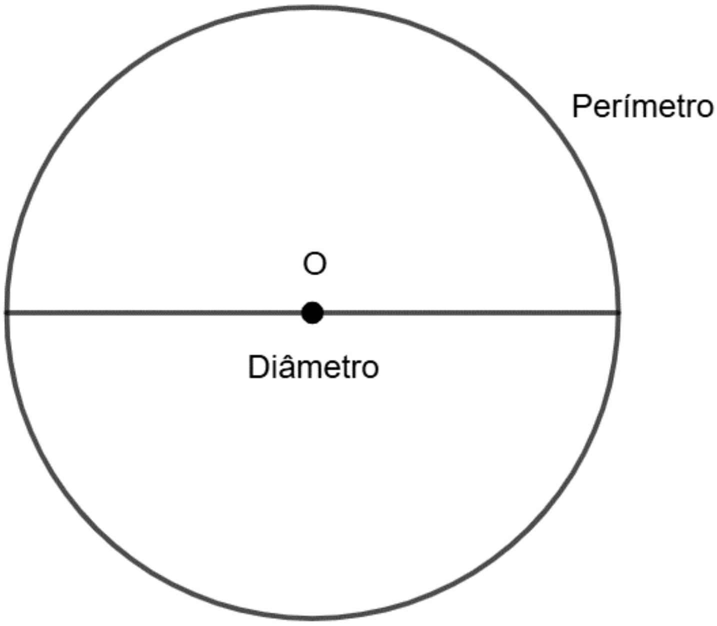
Passo a passo

1. Meça o diâmetro de diferentes objetos circulares com a régua.
2. Envolva cada objeto com o barbante, medindo o comprimento da circunferência.
3. Divida o comprimento da circunferência pelo diâmetro e observe o resultado.
4. Conclua que a razão entre a circunferência e o diâmetro é sempre um valor próximo de π (pi).

***Figura 71** - Objetos Circulares.*

Fonte: O Autor

Figura 72 *- Razão entre Circunferência e Diâmetro (π).*



Fonte: O Autor

$$\text{Lembre-se: } \pi = \frac{Perímetro\ da\ circunferência}{diâmetro}$$

3.7.1.5 Cálculo da Área do Setor Circular

Objetivo

- ✓ Aplicar os conhecimentos sobre circunferência e setor circular no cálculo de áreas. (GUZMAN, 2025)
- ✓ Materiais
- ✓ Papel;
- ✓ Compasso;
- ✓ Régua;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha.

Passo a passo

1. Desenhe uma circunferência no papel com o compasso.

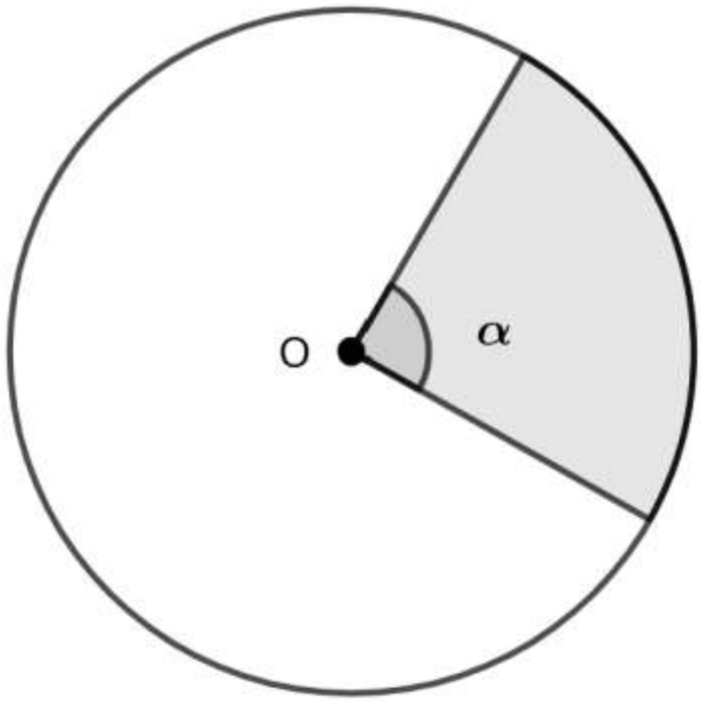
2. Trace um setor circular na circunferência, definindo o ângulo central e o raio.

3. Meça o ângulo central do setor circular com o transferidor.

4. Calcule a área do setor circular utilizando a fórmula:

$$Área = \frac{ângulo\ central}{360^o}.\pi.r^2 \text{ ou } A_{setor} = \frac{\alpha}{360^o}.\pi.r^2.$$

Figura 73 - Área Setor Circular.



Fonte: O Autor

3.7.1.6 Resolução de Problemas envolvendo Círculo e Circunferência

Objetivo

✓ Aplicar os conceitos de circunferência na resolução de problemas práticos.

Materiais

- ✓ Lista de problemas envolvendo circunferências e seus elementos.

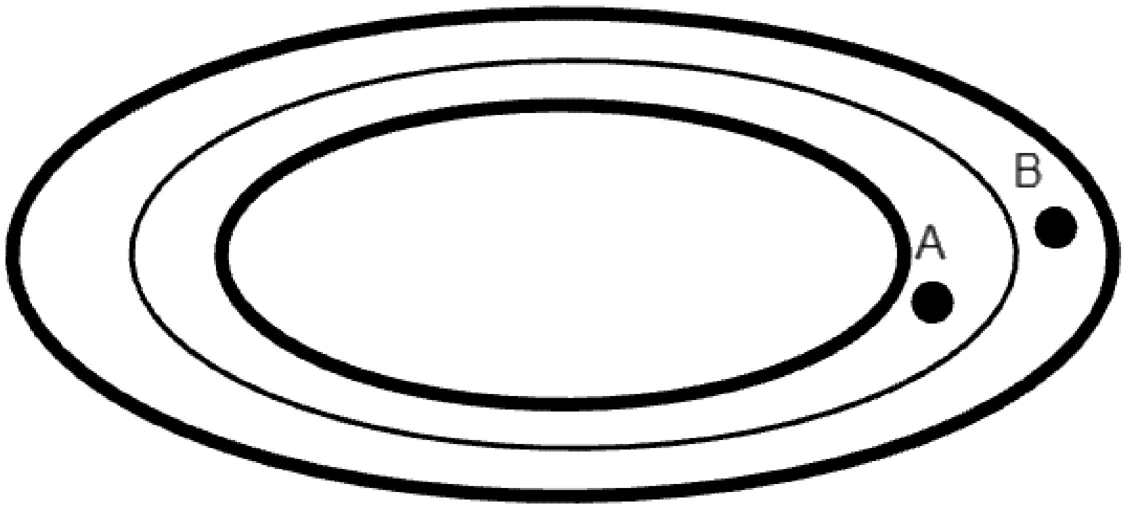
Exemplos de problemas

Calcular o comprimento de uma pista circular com base no raio. Não esqueça que o comprimento da circunferência depende diretamente do comprimento do raio dessa figura geométrica. Para calcular o comprimento da circunferência, utilize a fórmula $C = 2\pi r$.

Exemplo:

Em uma pista de atletismo circular com 2 raias, a raia A possui raio igual a 80 metros, e a raia B possui raio igual a 100 metros, conforme figura a seguir. Qual o comprimento que cada corredor percorre em uma volta? (COIMBRA, 2017)

Figura 74 - *Pista Circular.*



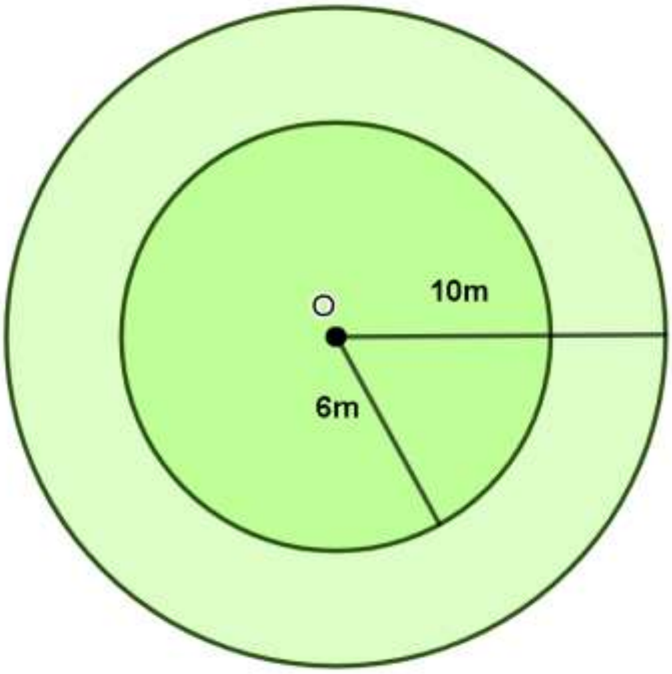
Fonte: O Autor

Determinar a área de um jardim circular com base no diâmetro. Lembre-se que a área de um círculo é a medida da superfície interna do círculo, ou seja, a região delimitada pela sua circunferência. A fórmula para calcular a área de um círculo é $A = \pi r^2$, onde "A" representa a área, "π" é a constante matemática pi (aproximadamente 3,14159) e "r" é o raio do círculo.

Exemplo:

Em um jardim, Alice fará um canteiro circular, onde plantará algumas árvores de médio porte. Ao redor desse canteiro, ela plantará algumas flores. Veja, abaixo, o esboço que ela fez com as respectivas medidas desse canteiro. Qual é a área do canteiro onde ela plantará algumas flores, considerando que $\pi = 3,14$?

Figura 75 - Modelo de Jardim Circular



Fonte: O Autor

Dicas

- ✓ Adapte as atividades à faixa etária e aos conhecimentos prévios dos alunos.
- ✓ Incentive a participação e a colaboração entre os alunos.
- ✓ Utilize materiais coloridos e variados para tornar as atividades mais atraentes.
- ✓ Promova a reflexão e a discussão sobre os conceitos trabalhados.
- ✓ Avalie o aprendizado dos alunos de forma contínua, observando seu envolvimento e compreensão dos conceitos.

3.7.1.7 Traçando Tangentes a uma Circunferência

Uma reta tangente é caracterizada por tocar uma curva em um único ponto, sem atravessá-la, sendo este denominado ponto de tangência ou ponto de contato. Nesse sentido, conforme explicam Dolce e Iezzi (2013), uma reta tangente a uma circunferência é definida especificamente como aquela que intercepta a referida figura em apenas um ponto comum, mantendo-se perpendicular ao raio no ponto de contato.

Objetivo

- ✓ Explorar a relação entre circunferências e retas tangentes.

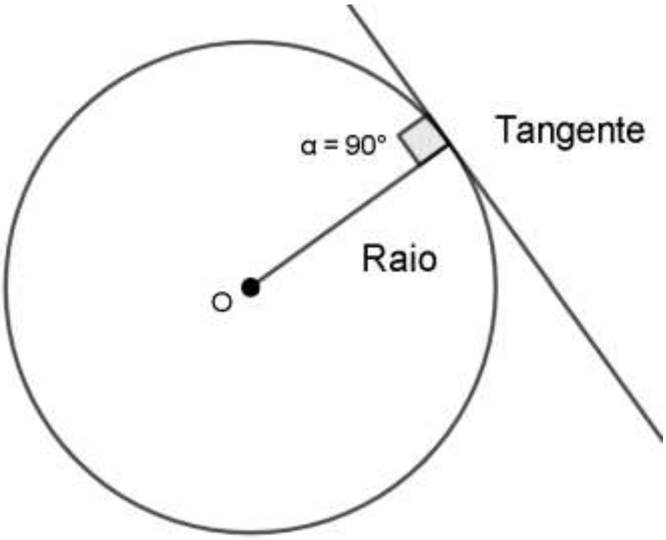
Materiais

- ✓ Compasso;
- ✓ Régua;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha.

Passo a passo

1. Desenhe uma circunferência com o compasso.
2. Marque um ponto fora da circunferência.
3. Utilize o compasso e a régua para traçar as retas tangentes à circunferência que passam pelo ponto externo.
4. Explore as propriedades das retas tangentes, como a perpendicularidade ao raio no ponto de tangência.

Figura 76 - Reta Tangente a Circunferência.

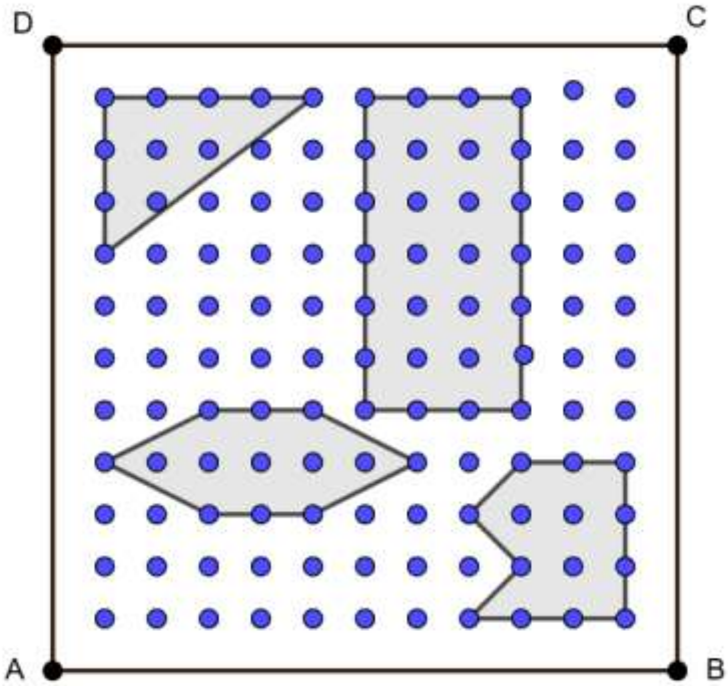


Fonte: O Autor

3.7.1.8 Geoplano

Geoplano é uma ferramenta de ensino da Geometria Plana, que consiste numa placa com pinos e elásticos, normalmente quadrada, com uma grade de pinos equidistantes, elásticos são usados para formar figuras geométricas ao redor dos pinos.

Figura 77 - Modelo de Geoplano



Fonte: O Autor

Objetivo

- ✓ Explorar as propriedades dos polígonos e suas transformações.

Materiais

- ✓ Geoplano;
- ✓ Elásticos.

Passo a passo

1. Distribua geoplanos e elásticos para os alunos.
2. Peça-lhes que construam diferentes polígonos utilizando os elásticos.
3. Incentive-os a explorar as propriedades dos polígonos, como a soma dos ângulos internos, as diagonais e a simetria.
4. Peça aos alunos que transformem os polígonos, alterando o número de lados ou a medida dos ângulos internos, e observem as mudanças nas propriedades.

Dicas

- ✓ Adapte as atividades à faixa etária e aos conhecimentos prévios dos alunos.
- ✓ Incentive a participação e a colaboração entre os alunos.
- ✓ Utilize materiais coloridos e variados para tornar as atividades mais atraentes.
- ✓ Promova a reflexão e a discussão sobre os conceitos trabalhados.
- ✓ Avalie o aprendizado dos alunos de forma contínua, observando seu envolvimento e compreensão dos conceitos.

Com este guia de atividades lúdicas e abstratas, a construção de circunferências com compasso se tornará mais dinâmica e interessante.

3.7.2 Modelagem Geométrica: Da Decomposição à Abstração de Fórmulas

O avanço para o nível das atividades abstratas marca o momento em que o estudante deixa de observar as figuras apenas como formas isoladas e passa a compreender as leis matemáticas subjacentes que regem todos os polígonos. Esta seção foca no desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, explorando a decomposição geométrica como estratégia central para a compreensão da estrutura interna das formas (DOLCE; IEZZI, 2013).

Ao aprender a fragmentar um polígono qualquer em triângulos, o aluno não apenas deduz a fórmula geral da soma dos ângulos internos ($S=(n-2).180°$), como também adquire uma ferramenta poderosa para o cálculo de áreas de superfícies irregulares. Essa habilidade de simplificar o complexo por meio da análise de seus componentes elementares é essencial para a resolução de problemas reais em topografia, cartografia e engenharia, consolidando uma transição segura entre a percepção visual e o rigor do cálculo algébrico (DOLCE; IEZZI, 2013).

3.7.2.1 Soma dos Ângulos Internos de um Polígono

Objetivo

- ✓ Compreender a relação entre o número de lados de um polígono e a soma de seus ângulos internos.

Materiais

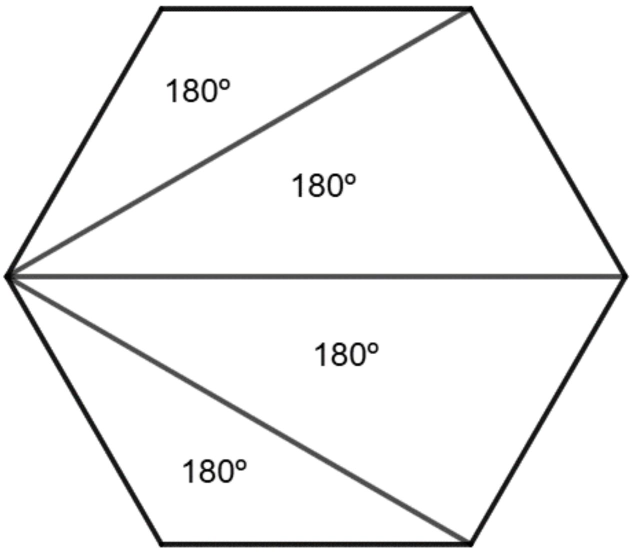
- ✓ Papel;
- ✓ Lápis;
- ✓ Régua;
- ✓ Transferidor.

Passo a passo

1. Desenhe um polígono qualquer no papel.

2. Divida o polígono em triângulos traçando diagonais a partir de um vértice.
3. Utilize o transferidor para medir os ângulos internos de cada triângulo.
4. Some os ângulos internos de todos os triângulos e observe o resultado.
5. Conclua que a soma dos ângulos internos de um polígono é igual a S=(n-2).180°, onde n é o número de lados do polígono.

Figura 78 *- Soma dos Ângulos Internos de um Polígono Qualquer*



Fonte: Autor

3.7.2.2 Cálculo da Área de um Polígono Irregular

Objetivo

- ✓ Aplicar os conhecimentos sobre polígonos no cálculo de áreas.

Materiais

- ✓ Papel;
- ✓ Lápis;

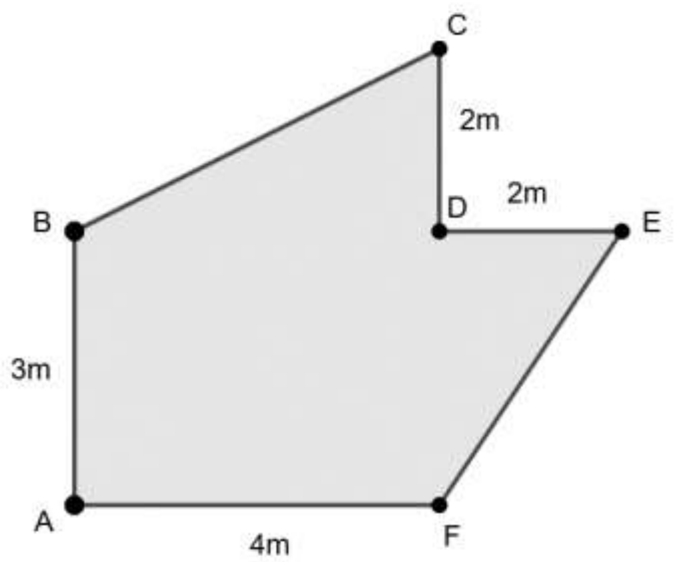
- ✓ Régua;
- ✓ Tesoura.

Passo a passo

1. Desenhe um polígono irregular no papel.
2. Divida o polígono em outros polígonos, no qual a área é fácil de se calcular ou a fórmula da área seja conhecida, traçando segmentos de reta internos.
3. Calcule a área de cada novo polígono usando as fórmulas conhecidas, como área de quadrado, retângulo, triângulo, losango, trapézio etc.
4. Some as áreas de todos os polígonos para obter a área total do polígono.

Veja o modelo a seguir:

Figura 79 - *Área de um Polígono Qualquer.*



Fonte: O Autor

3.7.3 Construção de Polígonos Regulares com Régua e Compasso.

A construção de polígonos regulares utilizando exclusivamente régua e compasso representa um dos desafios mais emblemáticos da Geometria Euclidiana, exigindo do estudante não apenas habilidade técnica, mas uma compreensão profunda da divisão da circunferência em partes congruentes. Esta seção aprofunda o estudo das formas poligonais ao introduzir métodos rigorosos para a obtenção do pentágono, hexágono e octógono regulares, onde a harmonia entre lados e ângulos é garantida pela precisão dos traçados. Ao explorar algoritmos clássicos, como o método de Hirano (KILHIAN, 2013) para o pentágono, o aluno é estimulado a perceber a conexão entre a álgebra das medidas e a beleza da simetria radial. Mais do que um exercício de desenho, estas atividades práticas consolidam conceitos de bissetrizes, mediatrizes e arcos, preparando a base cognitiva para estudos posteriores em trigonometria e desenho técnico, conectando a tradição matemática milenar às exigências de rigor do Ensino Médio.

Construir polígonos regulares com régua e compasso é uma atividade clássica da geometria que permite aos alunos explorarem conceitos, como ângulos, simetria e proporção de forma prática e intuitiva. Dominar essa técnica é fundamental para a compreensão da Geometria Plana e suas aplicações em diversas áreas do conhecimento.

Materiais

- ✓ Régua (sem graduação, para enfatizar a construção com compasso);
- ✓ Compasso;
- ✓ Lápis;
- ✓ Borracha;
- ✓ Papel (sugere-se papel sulfite ou vegetal para maior precisão).

3.7.3.1 Construção do Pentágono Regular

O método de construção do Pentágono Regular desenvolvido por Hirano é original, elementar e excelente. (KILHIAN, 2013)

Passo a Passo

1. Descreva uma circunferência C1 de centro O com diâmetros horizontal FG e vertical DH.

2. Trace as mediatrizes dos segmentos OF e OG e marque-as como P e Q, respectivamente.

3. Com centro em P, descreva a circunferência C_2 de diâmetro OF e com centro em Q descreva a circunferência C3 de diâmetro OG.

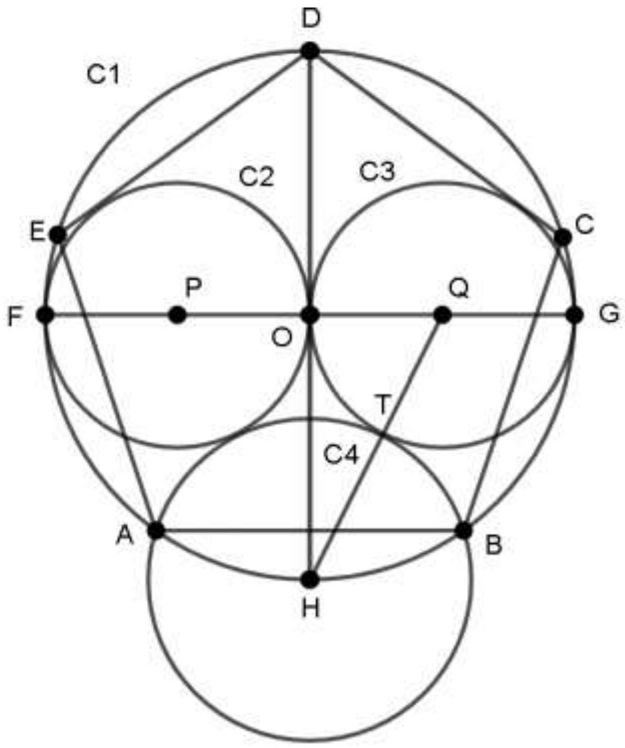
4. Trace o segmento HQ e marque como T a intersecção com a circunferência C_3

5. Com centro em H, descreva a circunferência C4 de raio HT e marque como A e B as intersecções com a circunferência C_1.

6. O segmento AB fornece o comprimento dos lados do pentágono regular inscrito na circunferência C_1.

Construção

Figura 80 - *Pentágono Regular usando Régua e Compasso.*



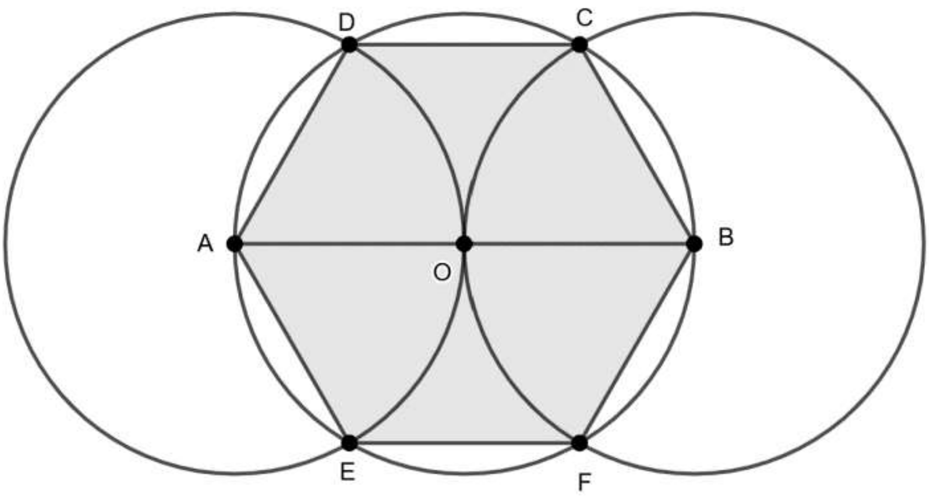
Fonte: O Autor

3.7.3.2 Construção do Hexágono Regular

Passo a Passo

1. Construa um segmento de reta, com uma medida qualquer de ponto A e B.
2. E no ponto médio O desse segmento de reta desenhe uma circunferência de centro O e raio metade desse segmento de reta.
3. Com a mesma abertura do compasso utilizada para traçar a circunferência, construa uma circunferência a partir do ponto A e outra a partir do ponto B, assim teremos a intersecção nos pontos C, D, E e F.
4. Agora ligue os pontos para formar o hexágono regular.

Figura 81 - Hexágono Regular usando Régua e Compasso



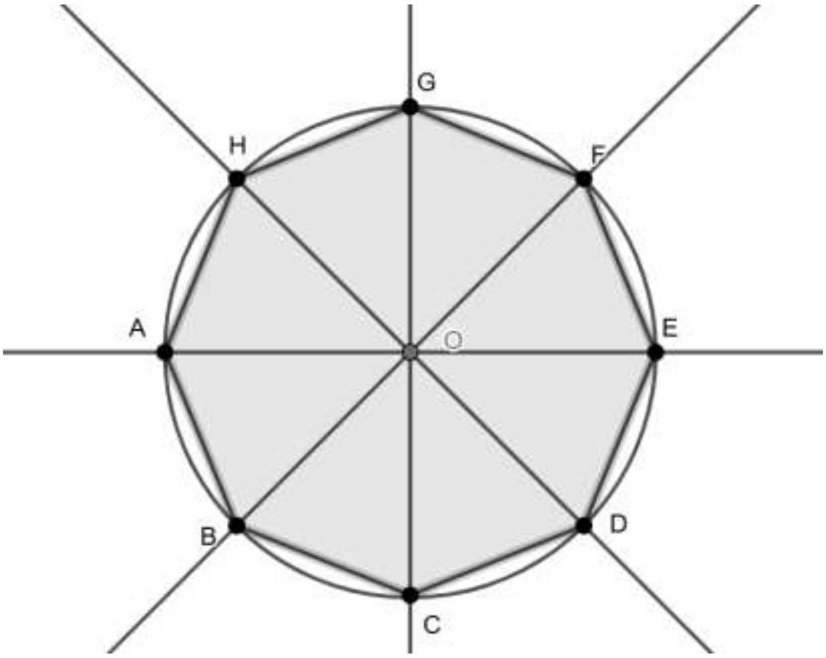
Fonte: O Autor

3.7.3.3 Construção do Octógono Regular

Passo a Passo

1. Desenhe uma circunferência de centro O e raio qualquer.
2. Trace dois diâmetros perpendiculares entre si.
3. Trace as bissetrizes dos ângulos retos formados pelos diâmetros.
4. Ligue os pontos de interseção das bissetrizes com a circunferência para formar o octógono regular.

Figura 82 - Octógono Regular usando Régua e Compasso.



Fonte: O Autor

Dicas

- ✓ Comece com construções mais simples (triângulo equilátero, quadrado) e avance gradualmente para polígonos com mais lados.
- ✓ Utilize materiais de qualidade para garantir a precisão das construções.
- ✓ Incentive a experimentação e a exploração de diferentes métodos de construção.
- ✓ Discuta com os alunos as propriedades dos polígonos regulares, como a relação entre o lado e o raio da circunferência circunscrita, a soma dos ângulos internos e a simetria.

3.7.3.4 Conexões e Aprofundamentos em Construções Geométricas

A construção de polígonos regulares utilizando apenas régua e compasso configura-se como uma temática abrangente, passível de exploração em diversos graus de complexidade pedagógica e teórica.

Essa prática possibilita a articulação interdisciplinar com outros ramos da matemática, integrando conceitos de trigonometria, geometria analítica e o estudo dos números complexos no processo de aprendizagem (PUTNOKI, 1993).

Para além dos traçados elementares, existem procedimentos metodológicos gerais que viabilizam a edificação de polígonos regulares com número par de faces. Todavia, conforme aponta Putnoki (1993), tais métodos demandam um domínio técnico superior e maior profundidade nos conhecimentos geométricos.

Dessa forma, a proficiência no manuseio da régua e do compasso para a criação dessas figuras permite que o estudante desenvolva uma base sólida para aplicar fundamentos geométricos em múltiplos contextos acadêmicos e profissionais.

3.8 Módulo 5: Geometria e Sociedade, Educação não Formal e Projeto Integrador (4 semanas)

O encerramento do itinerário formativo proposto neste Guia ocorre com o Módulo 5, intitulado “Geometria e Sociedade, Educação não Formal e Projeto Integrador”, etapa dedicada integralmente à observação da Geometria Plana em contextos reais e institucionais. Esta fase final visa consolidar a aprendizagem por meio da educação não formal, transportando os conceitos de polígonos, circunferências e padrões geométricos para ambientes de preservação científica e cultural. Ao visitar espaços como o Museu Dinâmico Interdisciplinar (MUDI) ou o Museu de Geologia da UEM, o estudante é incentivado a realizar uma leitura geométrica do acervo, percebendo como a matemática estrutura desde a formação de cristais e fósseis até a concepção de aparatos tecnológicos. Essa imersão externa fundamenta-se na necessidade de humanizar o conhecimento matemático, demonstrando que a geometria é, simultaneamente, uma herança histórica e uma ferramenta indispensável para a leitura e transformação da realidade sociocultural (D’AMBRÓSIO, 2001). Assim, ao conectar o rigor acadêmico à atuação profissional e à compreensão dos fenômenos da bacia regional, o módulo promove o protagonismo juvenil através de um projeto integrador que materializa o saber geométrico em soluções para o mundo real.

3.8.1 Visita a Museus, Exposições ou Empresas que Utilizam a Geometria Plana em suas

A realização de visitas a museus e espaços não formais de educação configura-se como uma estratégia metodológica essencial para consolidar a aprendizagem da Geometria Plana, permitindo que o aluno visualize a aplicação prática dos conceitos teóricos em contextos reais e históricos. Ao transpor os limites da sala de aula, essas experiências proporcionam uma percepção multissensorial dos objetos geométricos, estimulando a curiosidade e o pensamento crítico sobre como as formas e medidas estruturam o mundo físico (LORENZATO, 2006). Dessa forma, o contato direto com exposições científicas e acervos geológicos, como os oferecidos pelas instituições listadas a seguir, auxilia na construção de um conhecimento mais significativo, onde o rigor matemático se funde à observação da natureza e da produção humana.

- **Museu Dinâmico Interdisciplinar (MUDI)**: Exposição permanente reúne tópicos diversos das ciências, com programa educacional participativo e recreativo. Aberto de segunda a sexta-feira das 8h30 às 11h e das 14h às 17h, e aos domingos das 14h às 17h. Site: http://www.mudi.uem.br/.

- **Museu de Geologia UEM**: Aberto de segunda a sexta-feira das 9h às 11h20 e das 13h30 às 17h20. Site: https://www.instagram.com/museu_geologia/.

- **Museu da Bacia do Paraná**: Aberto de segunda a sexta-feira das 9h às 11h20 e das 13h30 às 17h20. Site: https://cpr.uem.br/international/index.php/br/extensao-br/mbp.

Você pode visitar esses lugares para aprender mais sobre a Geometria Plana e suas aplicações.

3.8.2 Projeto Integrador: Geometria Plana em Ação (uma sugestão para professores)

O projeto surge como uma proposta didática integradora, concebida para aproximar o rigor acadêmico da Geometria Euclidiana das experiências cotidianas e profissionais dos estudantes. Esta estrutura de apresentação, organizada em uma sequência lógica de slides, visa fornecer ao docente um roteiro dinâmico que transcende a lousa e o giz, conectando conceitos de polígonos, circunferências e simetrias a áreas vitais como a arquitetura, o design digital e as formas orgânicas da natureza. Ao incentivar a pesquisa ativa e o desenvolvimento de projetos práticos, a proposta busca transformar o aluno em um investigador da realidade, capaz de identificar padrões geométricos em estruturas complexas e aplicar o raciocínio matemático para solucionar problemas reais (PAVANELLO, 1993). Mais do que uma simples revisão de conteúdo, esta abordagem lúdica e tecnológica pretende despertar o protagonismo juvenil, demonstrando que o domínio da Geometria Plana é uma competência essencial para a compreensão e a transformação do espaço em que vivemos.

3.8.2.1 *Slide 1 - Geometria Plana em Ação: Aplicações*

- Esta apresentação é uma sugestão para iniciar a discussão sobre as aplicações da Geometria Plana.
- O professor pode adaptar a apresentação e as atividades de acordo com o nível e os interesses dos alunos.
- É importante incentivar a participação dos alunos, promovendo debates, pesquisas e atividades práticas que explorem a Geometria Plana em diferentes contextos.

3.8.2.2 ***Slide 2 - Introdução***

- Uma breve revisão dos conceitos básicos da Geometria Plana: ponto, reta, plano, ângulos, polígonos etc.
- A importância da Geometria Plana no nosso dia a dia, presente em diversas áreas como arquitetura, design, arte, tecnologia e natureza.
- O objetivo do projeto: explorar as aplicações da Geometria Plana em diferentes contextos, através de atividades práticas e pesquisas.

3.8.2.3 ***Slide 3 - Áreas de Aplicação***

Arquitetura e Engenharia:

- ✓ Formas geométricas em plantas baixas de casas e edifícios.
- ✓ Cálculo de áreas e perímetros de terrenos e construções.
- ✓ Utilização de triângulos para estruturas mais resistentes, como pontes.

Design:

- ✓ Criação de logotipos, embalagens e estampas com formas geométricas.
- ✓ Utilização de polígonos regulares em layouts e interfaces de aplicativos.
- ✓ A importância da simetria e proporção em projetos de design.

Arte:

- ✓ Presença de formas geométricas em pinturas, esculturas e mosaicos.
- ✓ Utilização de padrões geométricos em obras de arte e artesanato.
- ✓ A geometria como elemento de expressão e criatividade.

Tecnologia:

- ✓ Modelagem 3D de objetos e personagens em jogos e animações.
- ✓ Criação de interfaces de aplicativos e websites com layouts geométricos.
- ✓ A Geometria Plana como base para a computação gráfica e o design digital.

Natureza:

- ✓ Formas geométricas em flores, frutos, cristais e estruturas de animais.
- ✓ Padrões geométricos em favos de mel, teias de aranha e conchas marinhas.
- ✓ A geometria como expressão da beleza e da organização na natureza.

3.8.2.4 Slide 4 - Atividades (maquetes, jogos de tabuleiro, logotipos etc.)

- Construção de maquetes de edifícios ou objetos, utilizando formas geométricas planas.
- Criação de jogos de tabuleiro ou digitais com regras baseadas em conceitos geométricos.
- Desenvolvimento de projetos de design, como logotipos, embalagens ou estampas, utilizando polígonos e padrões geométricos.
- Análise de obras de arte, identificando e interpretando as formas geométricas presentes.
- Pesquisa sobre a presença da Geometria Plana em diferentes áreas da natureza, como flores, frutos e cristais.
- Elaboração de apresentações ou vídeos sobre as aplicações da Geometria Plana em diferentes áreas, utilizando recursos visuais e exemplos práticos.

3.8.2.5 Slide 5 - Discussão em Grupo (Abertura para discussão e debate)

- Abertura para perguntas e comentários dos alunos sobre as diferentes aplicações da Geometria Plana.
- Debate sobre a importância da Geometria Plana em diferentes profissões e áreas do conhecimento.
- Reflexão sobre como a Geometria Plana nos ajuda a compreender e interagir com o mundo ao nosso redor.

3.8.2.6 Slide 6 - Conclusão

- Reforçar a importância da Geometria Plana como ferramenta para resolver problemas e compreender o mundo.
- Incentivar os alunos a explorarem a Geometria Plana em diferentes contextos e a desenvolver projetos criativos e inovadores.
- Destacar a conexão da Geometria Plana com outras áreas do conhecimento e a sua relevância para o futuro profissional dos alunos.

3.8.2.7 Recursos Adicionais (vídeos e sites)

- **Vídeo:**

✓ A Geometria Plana e suas Aplicações: https://www.youtube.com/watch?v=lhuJfARy3z0

- **Sites:**

✓ Geometria Plana: https://es.wikipedia.org/wiki/Plano_%28geometr%C3%ADa%29

✓ Geometria Plana: https://cppravia.es/10-ejemplos-de-geometria-en-la-vida-diaria/

4 CONCLUSÃO

A exploração da Geometria Plana no Ensino Médio, enriquecida pela contextualização histórica e pela demonstração de suas aplicações práticas, revela-se um componente fundamental na formação integral dos estudantes. Ao longo desta dissertação, buscou-se demonstrar que a Geometria não é um corpo de conhecimento estático e abstrato, mas sim uma ciência viva, com raízes profundas no desenvolvimento da civilização e com uma influência que se infiltra em diversas áreas do conhecimento e da vida cotidiana.

Sob a ótica do docente, o desenvolvimento deste itinerário formativo reforça a necessidade de uma postura mediadora em sala de aula. Para que o ensino de Geometria supere as tradicionais dificuldades de abstração, o professor deve atuar como um provocador que conecta o rigor euclidiano às imprecisões e aplicações do mundo físico. Esta dissertação demonstra que, ao integrar a história da matemática e a ludicidade ao planejamento pedagógico, é possível revitalizar a prática docente, transformando a sala de aula num laboratório de investigação onde o erro e a descoberta caminham juntos.

A análise do contexto histórico da Geometria mostra que, desde as necessidades práticas das civilizações antigas até a formalização axiomática pelos gregos, o percurso permite aos alunos compreenderem a gênese dos conceitos e teoremas que estudam. Essa perspectiva histórica humaniza a matemática, desmistificando a figura do matemático isolado e mostrando a evolução gradual das ideias ao longo do tempo. Compreender como Tales de Mileto utilizou a semelhança de triângulos para medir a altura das pirâmides ou como Eratóstenes calculou a circunferência da Terra com notável precisão conecta o aprendizado com a realidade e estimula a curiosidade.

É importante destacar que a proposta didática aqui apresentada está em plena consonância com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Ao priorizar a investigação e a resolução de problemas por meio de ferramentas tecnológicas (GeoGebra) e materiais manipuláveis, esta dissertação fomenta o desenvolvimento da competência específica de utilizar conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações e construir modelos. Assim, a Geometria Plana deixa de ser um conteúdo isolado e passa a contribuir para a formação de um estudante capaz de realizar uma leitura crítica e geométrica do espaço em que está inserido.

Ademais, a análise das aplicações da Geometria Plana transcende os exercícios puramente matemáticos, revelando sua importância em campos como a arquitetura, o design, a engenharia, a cartografia, a computação gráfica e até mesmo nas artes. Ao reconhecerem a presença dos conceitos geométricos no mundo que os cerca, os estudantes podem desenvolver uma visão mais crítica e engajada, compreendendo a relevância do conteúdo para a resolução de problemas práticos e para o desenvolvimento tecnológico. A visualização de como um teorema aparentemente abstrato, como o Teorema de Pitágoras, fundamenta a navegação por GPS ou como as propriedades dos polígonos regulares são essenciais no design de embalagens, confere significado e motivação ao aprendizado.

Em suma, a abordagem da Geometria Plana no Ensino Médio que integra o contexto histórico e as aplicações práticas pode contribuir para um aprendizado mais significativo e duradouro. Ao invés de memorizar fórmulas e procedimentos isolados, os alunos são incentivados a construir seu próprio conhecimento, permitindo uma compreensão profunda dos conceitos, o desenvolvimento do raciocínio lógico e o reconhecimento da beleza e utilidade da matemática em suas vidas.

Espera-se que esta dissertação sirva como um estímulo para que educadores incorporem cada vez mais essas abordagens em suas práticas pedagógicas, enriquecendo a experiência de aprendizagem da Geometria e preparando os estudantes para os desafios do século XXI.

A Geometria Plana, quando apresentada com história e aplicações, deixa de ser apenas um conjunto de figuras e teoremas para se tornar uma ferramenta poderosa de compreensão e interação com o mundo.

Enfim, esta dissertação valida a hipótese de que a contextualização e a prática são caminhos eficazes para um aprendizado duradouro e motivador. Embora o foco tenha sido a Geometria Plana, a metodologia de ensino aqui estruturada, fundamentada na tríade história, tecnologia e experimentação, apresenta um potencial replicável para outras áreas, como a Geometria Espacial e a Trigonometria. Espera-se que este guia sirva de subsídio para que outros educadores possam humanizar o conhecimento matemático, inspirando nos alunos uma percepção mais profunda e estética das formas que regem o universo.

REFERÊNCIAS

ABE, Jair Minoro; PASCHOARELLI, Luis Carlos (org.). Design e ergonomia: aspectos tecnológicos e operacionais. São Paulo: Estação das Letras e Cores, 2010.

ASTH, Rafael C. O que é Semirreta? Toda Matéria. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/semirreta/. Acesso em: 16 out. 2025.

AUSUBEL, David P. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Universitárias, 2003.

AZEVEDO, Eduardo; CONCI, Aura. Computação gráfica: teoria e prática. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.

BEZERRA, Gisleine. CLASSIFICAÇÃO dos TRIÂNGULOS quanto às medidas dos LADOS e ÂNGULOS | Matemática Básica | #04. YouTube, 29 de jul. 2020. 13min15s. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Ka3GluTldeY. Acesso em: 25 fev. 2025.

BONGIOVANNI, Vincenzo; FERRARO, Giovanni; GIAQUINTO, Mario. Geometria Plana. São Paulo: Ática. 1992.

BONOTTO, Danusa de Lara. SCHELLER, Morgana. BIEMBENGUT, Maria Salett. Professores de Matemática em Ação: Ideias de Modelagem Matemática a partir do Tangram. Educação Matemática em Revista, v. 20 (46), p. 82-91, 2015. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/506. Acesso em: 21 fev. 2025.

BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Edgard Blucher, 1974, reimpressão 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular - BNCC. Brasília: MEC, 2018.

BRITISH MUSEUM. The Rhind Mathematical Papyrus. Disponível em: https://www.britishmuseum.org/collection/object/Y_EA10057. Acesso em: 28 set. 2025.

CALVO, Brian. Tipos de triângulos: nombres y características. 11 de maio de 2023. Disponível em: https://www.mundodeportivo.com/uncomo/educacion/articulo/tipos-de-triangulos-nombres-y-caracteristicas-53495.html. Acesso em: 28 fev. 2025.

CHING, Francis D. K. Arquitetura: forma, espaço e ordem. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2017.

COIMBRA, Saulo. Questão 16 IFPE - 2017 Integrado. 16 de junho de 2017. Disponível em: https://10vendematematica.blogspot.com/2017/06/questao-16-ifpe-2017-integrado.html. Acesso em 28 fev. 2025.

COURANT, Richard & ROBBINS, Hebert. O que é matemática? Rio de Janeiro. Editora Ciência Moderna Ltda. 2000.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. 23. ed. Campinas: Papirus, 2012.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contextos e Aplicações. Vol. 2. São Paulo: Editora Ática. 2018.

DOLCE, Osvaldo; IEZZI, Gelson. Fundamentos de matemática elementar, 9: geometria plana. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

DOMBRAUSKAS, Rafael. Como construir um triângulo usando régua e compasso? YouTube, 7 de setembro de 2020. 02min18s. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=1A1B6RSJOdI. Acesso em: 25 jan. 2025.

EUCLIDES. Os Elementos. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FOLEY, James D. et al. Computer Graphics: principles and practice. 3. ed. Upper Saddle River: Addison-Wesley, 2014.

GALILEI, Galileu. O ensaiador. Tradução de Helda Barracco. San Diego: Editora Nova Alexandria, 2004.

GENIOL. Criador de Caça Palavras. Disponível em: https://www.geniol.com.br/palavras/caca-palavras/criador/. Acesso em: 28 set. 2024.

GEOPLAN - PROF. GABRIEL. Construção de Triângulos (régua e compasso). 1 vídeo (2 min 14 seg). Publicado pelo canal GeoPlan - Prof. Gabriel. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=mjvPYrXQmV0. Acesso em: 17 out. 2025.

GERÔNIMO, João Roberto; FRANCO, Valdeni Soliani. Geometria Plana e espacial: um estudo axiomático. 2. ed. Maringá: EDUEM, 2010.

GONÇALVES, Amanda. Segmentos de Retas. Brasil Escola. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/segmentos-retas.htm. Acesso em: 16 out. 2025.

GUZMAN, Jefferson Huera. Área de um Setor Circular - Fórmulas e Exercícios. Disponível em: https://br.neurochispas.com/geometria/area-de-um-setor-circular-formulas-e-exercicios/. Acesso em 28 fev. 2025.

GUZMÁN, Miguel de. O ensino da matemática através da resolução de problemas. Porto Alegre: Artes Médicas, 2002.

HAMZE, Amélia. A Configuração Geométrica do Tangram. Brasil Escola. Disponível em: https://educador.brasilescola.uol.com.br/trabalho-docente/a-configuracao-geometrica-tangram.htm. Acesso em: 28 set. 2025.

JÚNIOR, Antônio da Silva Gomes. OLIVEIRA, Izabela Caren Maffi & LINO, Eliedete Pinheiro. Uso de Materiais Concretos no Ensino da Desigualdade Triangular. Revista Interdisciplinar de Educação do Campus de Três Lagoas/MS - CPTL, UFMS V. 1. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/anacptl/article/view/1922/1259. Acesso em 25 fev. 2025.

KALEFF, Ana Maria. Veredas da geometria: da construção de materiais didáticos à prática de sala de aula. 2. ed. Niterói: EdUFF, 2016.

KILHIAN, Kleber. Construção de um Pentágono Regular com Régua e Compasso (Parte 4) - Método de Hirano. O Baricentro da Mente. Disponível em: https://www.obaricentrodamente.com/2013/10/construcaodeumpentagonoregularmetodohirano.html. Publicado em: 10 out. 2013. Acesso em: 28 set. 2025.

KILHIAN, Kleber. Construção de um triângulo equilátero com régua e compasso. Disponível em: https://www.obaricentrodamente.com/2018/12/construcao-de-um-triangulo-equilatero-com-regua-e-compasso.html. Publicado em: 30 dez. 2018. Acesso em: 11 abr. 2025.

KISHIMOTO, Tizuko Morchida. Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. 20. ed. São Paulo: Cortez, 2017.

LIMA, Gustavo Marcondes de, SILVA, Renata Aparecida da; & PANOSSIAN, Maria Lucia. Anais da III Semana das Licenciaturas, Curitiba, out. 2019. ACTIO: Docência Em Ciências. Geomemória: um jogo da memória para fixação de termos da Geometria Plana no 6º ano. Em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/download/10881/6999. Acesso em: 18 fev. 2025.

LORENZATO, Sergio. Para aprender matemática. Campinas: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 4, n. 4, p. 3-13, 1995.

MARQUES, Marcio. Arte 2D: Perdurando Gerações no Desenvolvimento de Games. Disponível em: https://warpzone.me/arte-2d-perdurando-geracoes-no-desenvolvimento-de-games. Acesso em: 12 fev. 2024.

MARTINELLI, Marcello. Cartografia temática: caderno de mapas. São Paulo: Editora da USP, 2020.

MATEMÁTICA PT. Pontos notáveis de um triângulo. Disponível em: https://matematica.pt/util/resumos/pontos-notaveis-triangulo.php. Acesso em: 28 set. 2025.

MATHEUS, Aline. Geometria das mandalas - hexagonais. Disponível em: https://www.matematicapraquem.com.br/post/geometria-das-mandalas-1. Acesso em: 22 abr. 2025.

MONTEIRO, Ivan Alves. O Desenvolvimento Histórico do Ensino de Geometria no Brasil. Monografia: Curso de Graduação em Matemática - Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho”, São Paulo - SP, 2023, 30 páginas. Disponível em: https://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/o-desenvolvimento-historico--ivan-alves-monteiro.pdf. Acesso em: 02 fev. 2024.

MUNIZ NETO, Antônio Caminha. Tópicos de Matemática Elementar: Geometria Plana. 2ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

MUSEU DA BACIA DO PARANÁ. Histórico e extensão. Maringá: UEM, [202-]. Disponível em: https://cpr.uem.br/international/index.php/br/extensao-br/mbp. Acesso em: 03 dez. 2025.

MUSEU DE GEOLOGIA UEM. Acervo e visitas. Maringá: UEM, [202-]. Disponível em: https://www.instagram.com/museu_geologia/. Acesso em: 03 dez. 2025.

MUSEU DINÂMICO INTERDISCIPLINAR (MUDI). Exposição permanente. Maringá: UEM, [202-]. Disponível em: http://www.mudi.uem.br/ Acesso em: 02 dez. 2025.

OLIVERIA, Rodrigo. Triângulos | Estudo Completo (Geometria Plana) # Aula 1 [Equilátero, isósceles, escaleno]. YouTube, 11 de março de 2021. 21min50. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=2UZASG7FEzY. Acesso em: 21 fev. 2025.

OSTROWER, Fayga. A sensibilidade do intelecto: visões paralelas de espaço e tempo na arte e na ciência. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2013.

PAPERT, Seymour. Logo: computadores e educação. Tradução de José Armando Valente. São Paulo: Brasiliense, 1985.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. Zetetiké, Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

PEIXOTO, Leandro. GeoGebra - Aula 1 - Introdução Construção de Triângulos. YouTube, 4 de agosto de 2016. 08min14s. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=_aV4re-4Gfg. Acesso em: 21 fev. 2025.

PEREIRA, Reginaldo de Lima. Interpretação de textos matemáticos: dificuldades na resolução de problemas de Geometria Plana. 2010. 152 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, 2010. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Disponível em: https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/2674. Acesso em: 16 fev. 2025.

PIAGET, Jean; INHELDER, Barbel. A representação do espaço na criança. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

PUTNOKI, José Carlos. Elementos de geometria e desenho geométrico. São Paulo: Scipione, v. 1. 1993.

RADICCHI, Sandro. Desenho Técnico. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2015.

SILVA, Arlindo; RIBEIRO, Carlos T.; DIAS, João; SOUSA, Luís. Desenho Técnico Moderno. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

SKOVSMOSE, Ole. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia. Figuras e formas. 2. ed. rev. Porto Alegre: Artmed. (Série Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental, v. 3). 2003.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia. Figuras e formas: ler e escrever na matemática. Porto Alegre: Artmed. (Série Jogos de Matemática de 1º a 5º ano). 2007.

STEWART, Ian. Em busca do desconhecido: 17 equações que mudaram o mundo. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2014.

STEWART, Ian. Nature’s numbers: the unreal reality of mathematics. New York: Basic Books, 1995. (Ou a edição em português: STEWART, Ian. Os números da natureza: a realidade irreal da matemática. Rio de Janeiro: Rocco, 1996.

WAGNER, Eduardo. Construções geométricas. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

WONG, Wucius. Princípios de forma e desenho. Tradução de Alvimar Trindade. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

EDITORA CONHECIMENTO LIVRE

Ilson Fuzinatto Filho
Wesley Vagner Inês Shirabayashi

conhecimentolivre.org/home
contato@conhecimentolivre.org
editoraconhecimentolivre

APLICAÇÕES DE GEOMETRIA PLANA NO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM PRÁTICA E DIDÁTICA