PROFMAT
Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS - UFGD
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA - FACET
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

ANDRÉ VIEIRA RUIZ GARCIA

Robótica Educacional e Teoria de Grafos: Modelagem de um Jogo Didático para o Ensino de Matemática

DOURADOS-MS
2026

ANDRÉ VIEIRA RUIZ GARCIA

Robótica Educacional e Teoria de Grafos: Modelagem de um Jogo Didático para o Ensino de Matemática

Dissertação apresentada ao final do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal da Grande Dourados – UFGD como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Universidade Federal da Grande Dourados - UFGD
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

Orientador: PROF. DR. LINO SANABRIA

DOURADOS-MS
2026

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP).

G216r Garcia, Andre Vieira Ruiz

Robótica Educacional e Teoria de Grafos:: Modelagem de um Jogo Didático para o Ensino de Matemática [recurso eletrônico] / Andre Vieira Ruiz Garcia. -- 2026.

Arquivo em formato pdf.

Orientador: LINO SANABRIA .

Dissertação (Mestrado em Matemática)-Universidade Federal da Grande Dourados, 2026.

Disponível no Repositório Institucional da UFGD em:
https://portal.ufgd.edu.br/setor/biblioteca/repositorio

1. Robótica educacional. 2. Teoria de Grafos. 3. Modelagem matemática. 4. Caminhos mínimos. 5. Ensino de Matemática. I. Sanabria, Lino. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Termo de Aprovação

Ministério da Educação
Fundação Universidade Federal da Grande Dourados
Pró-Reitoria de Pós-Graduação
Coordenadoria de Pós-Graduação

ATA DA DEFESA DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE MESTRADO APRESENTADO POR ANDRE VIEIRA RUIZ GARCIA, ALUNO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL , ÁREA DE CONCENTRAÇÃO "ENSINO DE MATEMÁTICA".

Aos vinte e sete dias do mês de fevereiro do ano de dois mil e vinte e seis, às dez horas e trinta minutos, em sessão pública, realizou-se na Universidade Federal da Grande Dourados, a Defesa de Trabalho de Conclusão de Curso de Mestrado intitulado **"Robótica Educacional e Teoria de Grafos: Modelagem de um Jogo Didático para o Ensino de Matemática"**, apresentado pelo mestrando Andre Vieira Ruiz Garcia, do Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional, à Banca Examinadora constituída pelos membros: Prof. Dr. Lino Sanabria/UFGD (presidente/orientador), Prof.ª Dr.ª Irene Magalhaes Craveiro/UFGD (membro titular interno), Prof. Dr. Wellington Lima dos Santos/UFGD (membro titular externo). Iniciados os trabalhos, a presidência deu a conhecer ao candidato e aos integrantes da banca as normas a serem observadas na apresentação do Trabalho de Conclusão de Curso. Após o candidato ter apresentado o seu Trabalho de Conclusão de Curso, os componentes da Banca Examinadora fizeram suas arguições. Terminada a Defesa, a Banca Examinadora, em sessão secreta, passou aos trabalhos de julgamento, tendo sido o candidato considerado **APROVADO**. Nada mais havendo a tratar, lavrou-se a presente ata, que vai assinada pelos membros da Comissão Examinadora.

Dourados/MS, 27 de fevereiro de 2026.

gov.br Documento assinado digitalmente
LINO SANABRIA
Data: 02/03/2026 12:42:57-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

gov.br Documento assinado digitalmente
IRENE MAGALHAES CRAVEIRO
Data: 02/03/2026 13:04:55-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

gov.br Documento assinado digitalmente
WELLINGTON LIMA DOS SANTOS
Data: 02/03/2026 15:12:36-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Lino Sanabria Presidente/orientador	Prof.ª Dr.ª Irene Magalhaes Craveiro Membro Titular Interno	Prof. Dr. Wellington Lima dos Santos Membro Titular Externo

(PARA USO EXCLUSIVO DA PROPG)

ATA HOMOLOGADA PELO(A) PRÓ-REITOR(A) DE PÓS-GRADUAÇÃO DA UFGD
PROPG/UFGD

Agradecimentos

A conclusão deste mestrado representa muito mais do que o encerramento de uma etapa acadêmica; representa a superação de um caminho longo, desafiador e, muitas vezes, interrompido pelas circunstâncias da vida.

Iniciei essa jornada em 2019, cheio de expectativas e sonhos. Pouco tempo depois, o mundo foi atravessado pela pandemia, e, naquele momento, precisei colocar o mestrado em segundo plano para me dedicar integralmente à escola, aos meus alunos e aos meus colegas professores. Foi um período de muito trabalho, entrega e responsabilidade, no qual procurei oferecer suporte tecnológico, criar conteúdos para as plataformas digitais e contribuir da melhor forma possível com a educação em um tempo tão difícil. Com isso, o mestrado foi ficando cada vez mais distante. O tempo passou, novas demandas surgiram, a família cresceu, vieram os filhos, e conciliar tudo isso com a vida acadêmica tornou-se um enorme desafio.

Por isso, chegar até aqui só foi possível porque não caminhei sozinho.

Em primeiro lugar, agradeço à minha esposa, que em todos os momentos me incentivou a continuar. Sua força, paciência, apoio e confiança foram essenciais para que eu não desistisse no meio do caminho.

Agradeço também aos meus pais, que, mesmo à distância, sempre acreditaram em mim e nunca deixaram de me lembrar deste sonho, com perguntas simples, mas cheias de significado, que me impulsionavam a seguir em frente.

Registro minha profunda gratidão ao meu orientador, **Professor Lino Sanabria**, que desde o primeiro momento acreditou no meu potencial e me acompanhou com confiança, orientação e incentivo ao longo deste percurso.

Agradeço ainda a todos que, de alguma forma, contribuíram para que este trabalho fosse concluído, seja com palavras de apoio, compreensão diante das dificuldades ou incentivo nos momentos em que o caminho parecia mais difícil.

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus pais, base da minha formação humana e exemplo de perseverança.

À minha esposa e aos meus filhos, minha linda família, razão maior da minha caminhada e da minha força diária.

E dedico, com muito carinho, aos meus ex-alunos e aos meus futuros alunos, que dão sentido ao meu fazer docente e renovam, todos os dias, minha esperança na educação.

Resumo

Esta dissertação apresenta o desenvolvimento e a modelagem matemática de um jogo didático com robótica educacional voltado ao ensino de Matemática na Educação Básica. A proposta consiste em um tabuleiro físico sobre o qual um robô móvel realiza deslocamentos controlados a partir da leitura sequencial de cartões de comando apresentados pelos estudantes. O objetivo do jogo é conduzir o robô até a posição correspondente à resposta correta de um desafio matemático, utilizando o menor número possível de comandos.

A fundamentação matemática do trabalho baseia-se na Teoria de Grafos, por meio da associação entre o tabuleiro e um grafo, no qual as casas correspondem a vértices e os deslocamentos permitidos correspondem a arestas. A movimentação do robô é interpretada como um caminho no grafo, e a quantidade de cartões utilizados é modelada como função custo, permitindo a análise de estratégias sob a perspectiva de caminhos mínimos e otimização discreta. A modelagem é enriquecida pela interpretação vetorial dos deslocamentos no plano bidimensional.

O trabalho também descreve a construção do robô, a utilização de sensores ópticos para leitura dos comandos e o controle preciso do movimento por meio de encoders acoplados aos motores, com programação desenvolvida no ambiente Mixly BR. Por fim, são apresentadas possibilidades de articulação da modelagem matemática com conteúdos do Ensino Fundamental e Médio, evidenciando o potencial do jogo como produto educacional para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da resolução de problemas e da análise de estratégias.

Palavras-chave: Robótica educacional; Teoria de Grafos; Modelagem matemática; Caminhos mínimos; Ensino de Matemática.

Abstract

This dissertation presents the development and mathematical modeling of an educational game based on educational robotics aimed at teaching Mathematics in Basic Education. The proposal consists of a physical board on which a mobile robot performs controlled movements based on the sequential reading of command cards presented by students. The objective of the game is to guide the robot to the position corresponding to the correct answer of a mathematical challenge using the smallest possible number of commands.

The mathematical foundation of the work is based on Graph Theory, through the association between the board and a graph in which the squares correspond to vertices and the allowed movements correspond to edges. The robot's movement is interpreted as a path in the graph, and the number of command cards used is modeled as a cost function, allowing the analysis of strategies from the perspective of shortest paths and discrete optimization. The modeling is further enriched by a vector interpretation of displacements in the bidimensional plane.

The work also describes the construction of the robot, the use of optical sensors for command reading, and the precise movement control through motor encoders, with programming developed in the Mixly BR environment. Finally, possibilities for articulating the mathematical modeling with Mathematics contents in Elementary and High School are presented, highlighting the potential of the game as an educational product for the development of logical reasoning, problem-solving skills, and strategic thinking.

Keywords: Educational robotics; Graph Theory; Mathematical modeling; Shortest paths; Mathematics education.

Lista de figuras

Sumário

CAPÍTULO 1 - Introdução

1.1 Justificativa e relevância do estudo

O ensino de Matemática na Educação Básica apresenta, historicamente, desafios relacionados à aprendizagem conceitual, à abstração dos conteúdos e ao engajamento dos estudantes. Diversos estudos em Educação Matemática indicam que uma parcela significativa dos alunos desenvolve dificuldades persistentes ao longo de sua trajetória escolar, especialmente em temas que envolvem raciocínio lógico estruturado, interpretação de problemas e tomada de decisões fundamentadas.

Em muitos contextos escolares, práticas de ensino centradas predominantemente na exposição teórica e na resolução mecânica de exercícios mostram-se insuficientes para promover uma aprendizagem significativa e duradoura. Como consequência, observam-se desmotivação, ansiedade matemática e baixo interesse dos estudantes pelas aulas, fatores que impactam negativamente o desempenho acadêmico e a relação dos alunos com a disciplina.

Diante desse cenário, torna-se necessária a adoção de metodologias que favoreçam a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem, estimulem a resolução de problemas e promovam a construção do conhecimento de forma contextualizada. Entre essas abordagens, destacam-se o uso de jogos didáticos, atividades investigativas e recursos tecnológicos, que possibilitam a criação de ambientes de aprendizagem mais dinâmicos e interativos.

A utilização de jogos no contexto educacional não é recente, porém sua valorização pedagógica passou a ser fundamentada teoricamente de forma mais consistente a partir do século XX. Conforme destaca Ribeiro (2020):

> Os jogos já eram utilizados na Educação desde a Roma e Grécia Antiga, mas só foi no século passado que pesquisas teóricas demonstraram a importância da utilização de jogos no ensino, e que esses são substanciais para uma aprendizagem ativa. (RIBEIRO, 2020, p. 76).

Associada a essa perspectiva, a Robótica Educacional surge como um recurso promissor ao integrar conceitos matemáticos, pensamento computacional e resolução de problemas em atividades práticas e desafiadoras. Ao permitir que os estudantes interajam com sistemas físicos programáveis, a robótica contribui para a concretização de conceitos abstratos, favorecendo a visualização de processos matemáticos e o desenvolvimento de estratégias lógicas.

Quando articulados de forma planejada, jogos didáticos e robótica educacional potencializam o engajamento dos estudantes ao introduzirem elementos como desafio, cooperação, competição saudável e feedback imediato. Dessa forma, tornam-se recursos capazes de atuar como mediadores da aprendizagem, auxiliando na consolidação de conceitos matemáticos e no desenvolvimento de habilidades cognitivas relevantes.

Nesse contexto, este trabalho propõe o desenvolvimento de um jogo didático baseado em robótica educacional, no qual os estudantes são desafiados a resolver problemas matemáticos e a planejar estratégias para conduzir um robô em um tabuleiro numérico até uma resposta correta, utilizando o menor número possível de movimentos. A proposta busca integrar aspectos lúdicos, tecnológicos e matemáticos, contribuindo para a construção de um ambiente de aprendizagem ativo, reflexivo e significativo.

1.2 Problema de pesquisa

As dificuldades enfrentadas por estudantes da Educação Básica no aprendizado de Matemática, especialmente no que se refere à resolução de problemas e à aplicação prática de conceitos, evidenciam a necessidade de investigar abordagens didáticas que promovam maior envolvimento dos alunos e favoreçam a construção do conhecimento de forma ativa.

Embora jogos e recursos tecnológicos sejam frequentemente apontados como estratégias promissoras, ainda existem limitações quanto à sua integração efetiva aos conteúdos matemáticos e à sua utilização como instrumentos estruturados de ensino, e não apenas como atividades complementares. No caso específico da robótica educacional, muitas propostas concentram-se no ensino de programação, o que pode restringir sua aplicabilidade quando o foco principal é o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Diante desse cenário, formula-se a seguinte questão de pesquisa:

De que maneira um jogo didático baseado em robótica educacional, com robô previamente programado, pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica, especialmente no que se refere à resolução de problemas e ao desenvolvimento do pensamento lógico e estratégico?

1.3 Metodologia da pesquisa

A presente pesquisa caracteriza-se como de natureza teórico-aplicada, com abordagem qualitativa. O trabalho envolve o desenvolvimento de um jogo didático com robótica educacional e sua análise sob a perspectiva pedagógica e matemática, sem a realização de aplicação empírica em sala de aula.

Inicialmente, é realizado um estudo conceitual da Teoria de Grafos, apresentando definições, propriedades e exemplos matemáticos que fundamentam a modelagem do jogo proposto. Em seguida, é descrito o desenvolvimento do jogo didático, contemplando o tabuleiro, os cartões de comando, as regras e o protótipo robótico, bem como os aspectos relacionados à sua programação.

Posteriormente, o jogo é modelado matematicamente por meio da Teoria de Grafos, associando posições do robô a vértices, movimentos a arestas e introduzindo funções de custo relacionadas à quantidade de comandos utilizados. Por fim, é proposta uma articulação do jogo com objetos de conhecimento da Matemática na Educação Básica, sob a forma de planejamento didático, caracterizando o produto educacional do trabalho.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo geral

Desenvolver e analisar um jogo didático baseado em robótica educacional, utilizando um robô previamente programado para percorrer um tabuleiro numérico, como recurso pedagógico de apoio ao ensino de Matemática na Educação Básica, com foco na resolução de problemas e no desenvolvimento do raciocínio lógico e estratégico.

1.4.2 1.4.2 Objetivos específicos

- Projetar e construir um protótipo de robô capaz de se movimentar em um tabuleiro físico por meio de comandos representados por cartões coloridos;
- Desenvolver um tabuleiro didático com casas numeradas e elementos de obstáculo, adequado à aplicação de diferentes tipos de desafios matemáticos;
- Definir as regras do jogo e suas variações de configuração, contemplando diferentes níveis de dificuldade;
- Implementar o algoritmo de controle do robô utilizando o software Mixly BR, descrevendo sua lógica de funcionamento;
- Modelar matematicamente o tabuleiro e os deslocamentos do robô, explorando conceitos como grafos, caminhos mínimos e funções de custo;
- Analisar o potencial pedagógico do jogo no ensino de Matemática na Educação Básica;
- Propor um plano de utilização do jogo em sala de aula como produto educacional.

1.5 Organização dos capítulos

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

O **Capítulo 1** apresenta a introdução do trabalho, contemplando a justificativa e relevância do estudo, o problema de pesquisa, a metodologia adotada e a organização geral da dissertação.

O **Capítulo 2** é dedicado à fundamentação matemática, abordando conceitos da Teoria de Grafos que serão utilizados na modelagem do jogo, tais como grafos, vértices, arestas, caminhos e funções de custo.

No **Capítulo 3**, descreve-se o desenvolvimento do jogo didático com robótica educacional, detalhando o tabuleiro, os cartões de comando, as regras, o protótipo robótico e os aspectos relacionados à sua programação.

O **Capítulo 4** apresenta a modelagem do jogo por meio da Teoria de Grafos, estabelecendo a correspondência entre os elementos do tabuleiro e estruturas matemáticas formais.

O **Capítulo 5** discute a articulação entre a modelagem do jogo e os objetos de conhecimento da Matemática na Educação Básica, sob a perspectiva de planejamento didático.

Por fim, são apresentadas as **Considerações Finais**, nas quais se destacam as contribuições do trabalho e possibilidades de continuidade da proposta.

CAPÍTULO 2 - Fundamentação Matemática: Teoria de Grafos

Este capítulo apresenta os conceitos fundamentais da Teoria de Grafos que serão utilizados ao longo deste trabalho. Trata-se de um capítulo de natureza exclusivamente matemática, no qual são introduzidas definições, propriedades e exemplos formais, sem qualquer referência a jogos, robótica ou aplicações didáticas. O objetivo é estabelecer a base teórica necessária para a modelagem matemática desenvolvida em capítulos posteriores.

2.1 Grafos: definições básicas

Definição 2.1.

Um **grafo** é um par ordenado $G = (V, E)$, em que V é um conjunto finito e não vazio de elementos chamados **vértices**, e E é um conjunto de pares não ordenados de elementos distintos de V, chamados **arestas**.

Cada aresta $e \in E$ é da forma $e = \{u, v\}$, com $u, v \in V$ e $u \neq v$. Diz-se que a aresta e **liga** os vértices u e v, os quais são chamados de vértices adjacentes.

Exemplo 2.1. Seja $V = \{v_1, v_2, v_3\}$ e $E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}\}$. O grafo $G = (V, E)$ possui três vértices e duas arestas, sendo v_2 adjacente a v_1 e v_3.

2.2 Tipos de grafos

A Teoria de Grafos contempla diferentes classes de grafos, definidas a partir de propriedades específicas de seus conjuntos de vértices e arestas.

Definição 2.2.

Um grafo $G = (V, E)$ é dito **simples** se não possui laços (arestas da forma $\{v, v\}$) nem arestas múltiplas entre o mesmo par de vértices.

Definição 2.3.

Um grafo $G = (V, E)$ é chamado de **grafo orientado** quando o conjunto de arestas é formado por pares ordenados (u, v), indicando uma orientação do vértice u para o vértice v. Nesse caso, as arestas são denominadas **arcos**.

Definição 2.4.

Um grafo $G = (V, E)$ é dito **não orientado** quando suas arestas são pares não ordenados, não havendo distinção de sentido entre os vértices incidentes.

Definição 2.5.

Um **grafo ponderado** é um grafo no qual se associa a cada aresta um número real não negativo, denominado **peso** ou **custo**. Formalmente, um grafo ponderado é um par $G = (V, E, w)$, em que $w: E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$.

Exemplo 2.2.

Considere um grafo com conjunto de vértices $V = \{v_1, v_2, v_3\}$ e arestas $E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}\}$, com pesos $w(\{v_1, v_2\}) = 2$ e $w(\{v_2, v_3\}) = 3$. Trata-se de um grafo não orientado e ponderado.

2.3 Grau de um vértice

Definição 2.6.

Em um grafo não orientado $G = (V, E)$, o **grau** de um vértice $v \in V$, denotado por deg (v), é o número de arestas incidentes em v.

Exemplo 2.3.

No grafo do Exemplo 2.1, tem-se deg $(v_1) = 1$, $\deg(v_2) = 2$ e deg $(v_3) = 1$.

2.4 Caminhos e ciclos

Definição 2.7.

Um **caminho** em um grafo $G = (V, E)$ é uma sequência de vértices $(v_0, v_1, \ldots, v_k)$ tal que, para todo $i = 0,1, \ldots, k-1$, o par $\{v_i, v_{i+1}\}$ pertence a E.

O número k é chamado de **comprimento** do caminho.

Definição 2.8.

Um caminho é dito **simples** se não repete vértices.

Definição 2.9.

Um **ciclo** é um caminho $(v_0, v_1, \ldots, v_k)$, com $k \geq 2$, tal que $v_0 = v_k$ e os demais vértices são distintos.

Exemplo 2.4. Em um grafo com vértices $\{v_1, v_2, v_3\}$ e arestas $\{\{v_1, v_2\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_1\}\}$, a sequência (v_1, v_2, v_3, v_1) constitui um ciclo.

2.5 Distância e caminhos mínimos

Definição 2.10.

Em um grafo não orientado e ponderado $G = (V, E, w)$, a **distância** entre dois vértices u e v é definida como o menor valor da soma dos pesos das arestas ao longo de todos os caminhos que ligam u a v. Essa distância é denotada por $d(u, v)$.

Um caminho que realiza essa menor soma é denominado **caminho mínimo** ou **caminho ótimo**.

Exemplo 2.5. Considere um grafo ponderado no qual existem dois caminhos distintos ligando u a v, um com custo total 5 e outro com custo total 7. O caminho de custo 5 é um caminho mínimo entre u e v.

2.6 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo foram apresentados os principais conceitos da Teoria de Grafos que servirão de base para as modelagens matemáticas desenvolvidas ao longo do trabalho. As definições de grafos, vértices, arestas, tipos de grafos, caminhos e caminhos mínimos fornecem o arcabouço teórico necessário para a formalização matemática que será explorada nos capítulos seguintes.

CAPÍTULO 3 – Desenvolvimento do Jogo Didático com Robótica Educacional

Este capítulo apresenta o desenvolvimento do jogo didático com robótica educacional proposto neste trabalho, descrevendo sua estrutura geral, componentes e dinâmica de funcionamento. A abordagem adotada é descritiva e técnica, com o objetivo de explicitar como o jogo opera e quais são seus elementos constitutivos, sem recorrer a formalizações matemáticas, que serão tratadas em capítulo próprio.

Optou-se por manter neste capítulo uma descrição enxuta e conceitualmente organizada do jogo. Os detalhes técnicos relativos à construção do robô e à sua programação no software Mixly BR são apresentados de forma complementar em apêndice, de modo a preservar a clareza do texto principal e, ao mesmo tempo, documentar adequadamente o produto educacional desenvolvido.

3.1 Estrutura geral do jogo

O jogo didático desenvolvido consiste em um tabuleiro físico sobre o qual um robô móvel realiza deslocamentos controlados, a partir de comandos previamente definidos. Os estudantes, organizados em grupos, recebem desafios matemáticos cujas respostas estão associadas a posições específicas do tabuleiro.

O objetivo do jogo é conduzir o robô, partindo de uma posição inicial, até a casa correspondente à resposta correta, utilizando o menor número possível de comandos. Essa dinâmica exige dos estudantes o planejamento prévio das ações, a análise de alternativas e a tomada de decisões estratégicas.

O robô atua como mediador da atividade, executando os deslocamentos planejados pelos estudantes, enquanto o foco principal do jogo permanece na resolução dos desafios matemáticos e na elaboração das estratégias.

Figura 3.1 Protótipo do robô
Fonte: Elaboração própria

3.2 Descrição do tabuleiro

O tabuleiro utilizado no jogo é um modelo físico específico, definido para fins de descrição e análise neste trabalho. Trata-se de um tabuleiro plano, de formato retangular, dividido em casas dispostas em linhas e colunas, formando uma malha regular, podendo ser confeccionado com diferentes tipos de materiais, como papel cartão, papel paraná, papelão, MDF ou outros suportes planos, desde que garantam a estabilidade necessária para o deslocamento do robô.

Cada casa do tabuleiro contém um número inteiro, que pode representar a resposta correta de um desafio matemático proposto. Além das casas numeradas, o tabuleiro pode conter casas bloqueadas ou obstáculos, que não podem ser ocupadas pelo robô, conforme as regras estabelecidas.

A configuração do tabuleiro é flexível, permitindo variações na distribuição dos números e na disposição dos obstáculos, de modo a possibilitar a adaptação do jogo a diferentes níveis de complexidade e a distintos conteúdos matemáticos.

3.3 Cartões de comando e regras de movimentação

A movimentação do robô no tabuleiro é controlada por meio de cartões de comando, cada um representando uma ação elementar. Esses cartões são utilizados pelos estudantes para planejar a sequência de movimentos necessária para alcançar o objetivo do jogo.

Cada cartão corresponde a um único comando e pode ser utilizado mais de uma vez ao longo de uma rodada, inclusive em sequência, desde que apresentado de forma individual. Embora a sequência de movimentos seja planejada previamente, a execução ocorre cartão a cartão: o estudante apresenta um cartão, aguarda a conclusão do movimento correspondente do robô e, somente após o término desse movimento, apresenta o próximo cartão.

As regras de movimentação estabelecem que o robô só pode se deslocar entre casas adjacentes, respeitando sua orientação, não sendo permitidos movimentos diagonais nem a travessia de casas bloqueadas. Caso uma sequência de comandos leve o robô a uma posição inválida, a estratégia deve ser revista pelo grupo.

3.4 Robô e estrutura tecnológica do jogo

O jogo utiliza um robô móvel simples, construído a partir de um kit de robótica educacional adequado ao uso em ambientes escolares. O robô é previamente montado e programado, não sendo objeto de modificação pelos estudantes durante a execução do jogo.

Do ponto de vista do funcionamento do jogo, o robô tem a função de executar, de forma fiel, a sequência de comandos planejada pelos estudantes, permitindo a materialização concreta das estratégias elaboradas. A descrição detalhada do kit utilizado, dos componentes do robô e do processo de montagem encontra-se apresentada no Apêndice A.

3.5 Programação e lógica de execução dos comandos

A programação do robô é responsável por interpretar os cartões de comando apresentados e executar os movimentos correspondentes no tabuleiro. Essa programação foi desenvolvida no ambiente Mixly BR, utilizando programação em blocos.

O algoritmo implementado adota uma lógica sequencial: cada comando é processado individualmente, o movimento correspondente é executado e somente após sua finalização o sistema aguarda a apresentação do próximo cartão. Essa lógica garante que não ocorra a leitura duplicada de comandos e assegura a correspondência entre o planejamento realizado pelos estudantes e os deslocamentos efetivamente executados pelo robô.

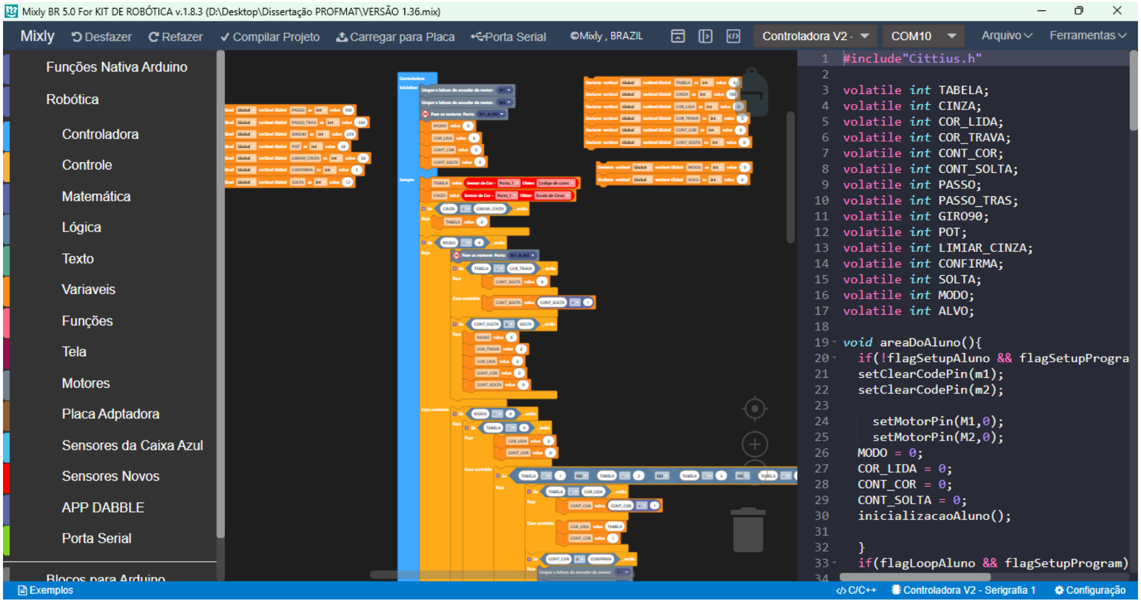


Figura 3.2 Interface do software Mixly BR utilizada na programação do robô.
Fonte: Elaboração própria

Os detalhes relativos à implementação do algoritmo, à organização dos blocos de programação e às estruturas de controle utilizadas são apresentados no Apêndice B, de modo a complementar a descrição aqui realizada.

3.6 Funcionamento integrado do jogo

O funcionamento do jogo resulta da integração entre o tabuleiro, os cartões de comando, o robô físico e o algoritmo de controle. Inicialmente, os estudantes analisam o desafio matemático proposto, identificam a posição de destino no tabuleiro e planejam a sequência de comandos necessária.

Durante a execução, os cartões são apresentados um a um, permitindo que os estudantes acompanhem os deslocamentos do robô e avaliem a adequação da estratégia adotada. Essa dinâmica favorece a discussão coletiva, a comparação entre diferentes soluções possíveis e a revisão das estratégias quando necessário.

3.7 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo foi apresentado o desenvolvimento do jogo didático com robótica educacional, destacando sua estrutura, componentes e dinâmica de funcionamento. A descrição realizada fornece a base necessária para a modelagem matemática apresentada no capítulo seguinte, na qual o tabuleiro, os deslocamentos e os comandos serão formalizados por meio da Teoria de Grafos.

CAPÍTULO 4 – Modelagem do Jogo por meio da Teoria de Grafos

Este capítulo apresenta a modelagem matemática do jogo didático descrito no Capítulo 3, utilizando conceitos da Teoria de Grafos. O objetivo é estabelecer uma correspondência formal entre os elementos do jogo — tabuleiro, posições do robô, comandos de movimentação e restrições — e estruturas matemáticas bem definidas, permitindo analisar rigorosamente os deslocamentos do robô, os custos associados a cada estratégia e a noção de caminho ótimo.

Diferentemente do capítulo anterior, a abordagem aqui é essencialmente matemática, ainda que contextualizada pela estrutura do jogo, buscando conferir rigor formal à proposta e evidenciar seu potencial de exploração conceitual.

4.1 Representação do tabuleiro como grafo

Considere o tabuleiro do jogo como uma grade retangular composta por casas dispostas em linhas e colunas. Cada casa válida do tabuleiro pode ser associada a um vértice de um grafo, e cada movimento permitido do robô corresponde a uma aresta entre dois vértices.

Formalmente, associa-se ao tabuleiro um grafo $G = (V, E)$, em que:

- Vé o conjunto de vértices que representa as casas do tabuleiro nas quais o robô pode se posicionar;
- Eé o conjunto de arestas que representa os deslocamentos possíveis entre casas adjacentes.

Dois vértices são ligados por uma aresta se, e somente se, as casas correspondentes forem adjacentes horizontal ou verticalmente, respeitando as regras de movimentação do robô. Movimentos diagonais não são considerados, o que caracteriza o grafo como uma malha ortogonal no plano.

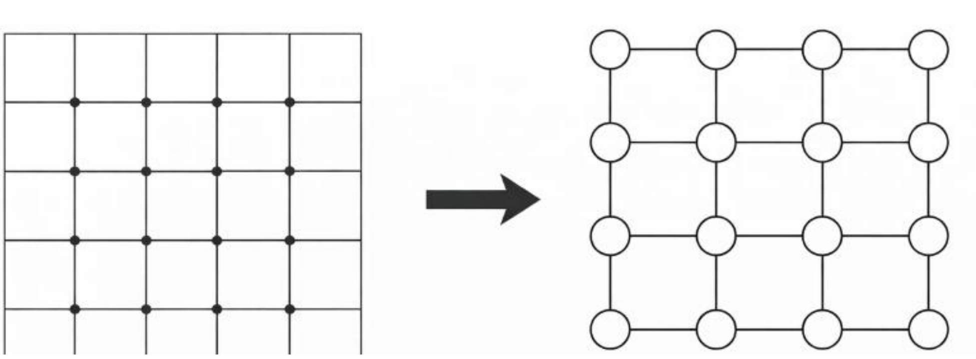


Figura 4.1 - Representação conceitual do tabuleiro como grafo.
Fonte: Elaboração própria.

4.2 Vértices e coordenadas no plano

Para formalizar essa associação, identifica-se cada casa do tabuleiro por um par ordenado de inteiros. Seja uma casa localizada na linha ie coluna j, com $i, j \in \mathbb{Z}$. A essa casa associa-se o vértice $v_{i,j} \in V$.

Assim, o conjunto de vértices pode ser escrito como

$$V = \{v_{i,j} \mid (i, j) \text{ corresponde a uma casa válida do tabuleiro}\}.$$

Casas que representam obstáculos podem ser excluídas do conjunto Vou, alternativamente, consideradas como vértices isolados, sem arestas incidentes.

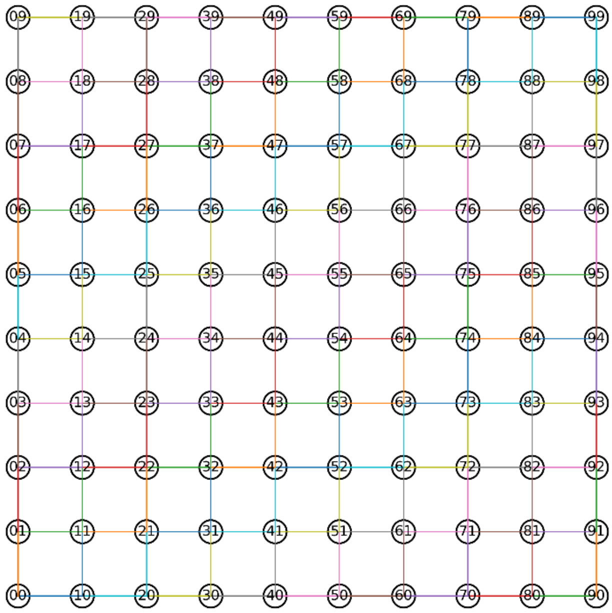


Figura 4.2 – Malha cartesiana 10×10 com vértices identificados por coordenadas (x,y).
Fonte: Elaboração própria.

4.3 Definição das arestas e restrição de adjacência

As arestas do grafo representam os deslocamentos elementares permitidos ao robô. Existe uma aresta entre os vértices $v_{i,j}$ e $v_{k,l}$ se, e somente se, a casa (k, l) puder ser alcançada a partir da casa (i, j) por um único comando de movimento.

Proposição 4.1 (Restrição de adjacência na malha retangular).

Considere o grafo $G = (V, E)$ associado ao tabuleiro do jogo, no qual cada vértice $v_{i,j} \in V$corresponde a uma posição $(i, j) \in \mathbb{Z}^2$ da malha retangular, e as arestas representam deslocamentos permitidos entre posições adjacentes.

Então, dois vértices $v_{i,j}$e $v_{k,l}$ são adjacentes se, e somente se,

$$| i - k | + | j - l | = 1.$$

Demonstração.

Suponha inicialmente que $v_{i,j}$ e $v_{k,l}$ sejam adjacentes. Pela definição do modelo adotado, a adjacência ocorre apenas quando há deslocamento unitário horizontal ou vertical entre as posições correspondentes.

Assim, existem apenas duas possibilidades:

1. Deslocamento horizontal unitário:

   $i = k$ e $| j - l | = 1$;

2. Deslocamento vertical unitário:

   $j = l$ e $| i - k | = 1$.

Em ambos os casos, tem-se

$$| i - k | + | j - l | = 1.$$

Reciprocamente, suponha que

$$| i - k | + | j - l | = 1.$$

Como os valores absolutos são números inteiros não negativos, a igualdade só pode ocorrer se exatamente uma das diferenças for igual a 1 e a outra igual a 0. Portanto, ou

- $| i - k | = 1$ e $j = l$, ou
- $| j - l | = 1$ e $i = k$.

Em ambos os casos, as posições diferem por um único deslocamento unitário horizontal ou vertical, o que caracteriza adjacência no grafo modelado.

Logo, a condição

$$| i - k | + | j - l | = 1$$

caracteriza exatamente a adjacência entre vértices da malha retangular.

Os únicos pares de pontos (i, j) que satisfazem a equação em relação a um ponto central (k, l) são:

1. $(k + 1, l)$ e (k, l) - Direita
2. $(k - 1, l)$ e (k, l) - Esquerda
3. $(k, l + 1)$ e (k, l) - Cima
4. $(k, l - 1)$ e (k, l) - Baixo

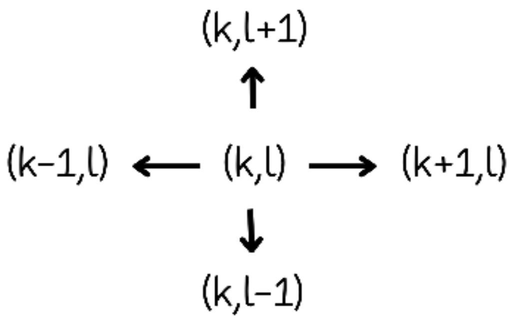


Figura 4.3 - Representação dos vértices adjacentes a (k,l) no grafo em malha retangular, correspondentes aos deslocamentos unitários horizontais e verticais.
Fonte: Elaboração própria

Portanto $| i - k | + | j - l | = 1$ demonstra que (i, j) sempre será vizinho ortogonal de (k, l)

Qualquer movimento na diagonal $|i - k| = 1$ e $|j - l| = 1$ resultaria em $| i - k | + | j - l | = 2$ o que não satisfaz a equação.

Dessa forma, o conjunto de arestas pode ser definido por

$$E = \{\{v_{i,j}, v_{k,l}\} \in V \times V \mid \mid i - k \mid + \mid j - l \mid = 1\}.$$

O grafo associado ao tabuleiro é, portanto, um grafo não orientado, uma vez que os deslocamentos entre duas casas adjacentes podem ocorrer em ambos os sentidos.

4.4 Caminhos e deslocamentos do robô

Um deslocamento do robô ao longo do tabuleiro corresponde, do ponto de vista matemático, a um caminho no grafo G. Se o robô parte de uma posição inicial representada pelo vértice v_0e, após uma sequência de comandos, alcança o vértice v_n, então sua trajetória pode ser representada por um caminho

$$P = (v_0, v_1, v_2, \dots, v_n),$$

no qual cada par consecutivo $\{v_{k-1}, v_k\}$pertence ao conjunto de arestas E.

Cada cartão de comando apresentado durante o jogo corresponde, portanto, à transição entre dois vértices adjacentes do grafo.

4.5 Grafos ponderados e função custo

Para analisar a eficiência das estratégias adotadas pelas equipes, associa-se um custo aos deslocamentos do robô. Esse custo está relacionado à quantidade de cartões de comando utilizados.

Inicialmente, considera-se que cada comando possui custo unitário. Nesse caso, define-se uma função custo

$$w: E \to \mathbb{N}, \;\; w(e) = 1, \;\; \forall e \in E.$$

Assim, o custo total de um caminho

$$P = (v_0, v_1, \dots, v_n)$$

é dado por

$$C(P) = \sum_{k=1}^{n} w(\{\, v_{k-1}, v_k\}) = n,$$

ou seja, o número total de movimentos realizados pelo robô.

Em configurações mais gerais do jogo, podem ser introduzidos cartões que representem deslocamentos múltiplos ou regressivos. Nesses casos, torna-se natural considerar um modelo de grafo ponderado mais geral, no qual o peso de cada aresta representa o custo do comando utilizado, independentemente da distância geométrica percorrida.

4.6 Caminhos mínimos e estratégias ótimas

Dados um vértice inicial $v_0 \in V$ e um vértice destino $v_d \in V$, o problema central consiste em determinar um caminho Pque minimize o custo total $C(P)$. Esse problema corresponde, em termos matemáticos, à determinação de um caminho de custo mínimo em um grafo ponderado.

Na configuração mais simples do jogo, em que cada comando corresponde a um deslocamento unitário e todos os cartões possuem custo unitário, a distância mínima entre duas casas (i_1, j_1) e (i_2, j_2) coincide com a chamada **distância de Manhattan**, definida por

$$D((i_1, j_1), (i_2, j_2)) = | i_1 - i_2 | + | j_1 - j_2 |$$

que expressa o número mínimo de movimentos necessários quando não há obstáculos.

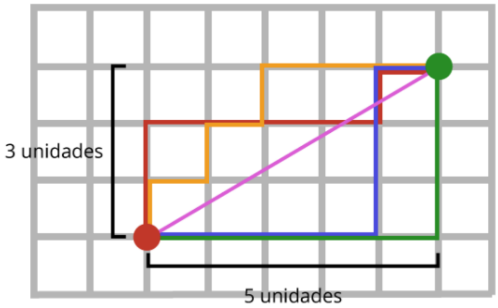


Figura 4.4 - Exemplo de caminho mínimo entre dois vértices em malha retangular, ilustrando a distância $| x_1 - x_2 | + | y_1 - y_2 |$.
Fonte: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE (s.d.).

Proposição 4.2 – Distância mínima em malha retangular (distância Manhattan)

Considere o grafo $G = (V, E)$ associado a uma malha retangular $m \times n$, no qual cada vértice corresponde a um ponto de coordenadas inteiras (x, y) e as arestas ligam apenas vértices adjacentes horizontal ou verticalmente.

Então, para dois vértices (x_1, y_1) e (x_2, y_2), o comprimento de um caminho mínimo entre eles é dado por

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = | x_1 - x_2 | + | y_1 - y_2 |.$$

Demonstração.

Em uma malha retangular com adjacência ortogonal, cada movimento permitido altera exatamente uma das coordenadas em uma unidade: ou a coordenada $x$varia em ± 1, mantendo-se $y$constante, ou a coordenada $y$varia em ± 1, mantendo-se $x$constante.

Para transformar (x_1, y_1) em (x_2, y_2), é necessário:

- realizar $| x_1 - x_2 |$ movimentos horizontais;
- realizar $| y_1 - y_2 |$ movimentos verticais.

Como cada movimento altera apenas uma unidade em uma das coordenadas, qualquer caminho entre os dois vértices deve conter pelo menos

$$| x_1 - x_2 | + | y_1 - y_2 | \text{ movimentos.}$$

Por outro lado, é sempre possível construir um caminho realizando primeiro todos os movimentos horizontais necessários e, em seguida, todos os movimentos verticais (ou vice-versa). Esse caminho possui exatamente

$$| x_1 - x_2 | + | y_1 - y_2 | \text{ movimentos.}$$

Logo, esse valor corresponde ao comprimento de um caminho mínimo entre os dois vértices.

No contexto do jogo proposto, quando não há obstáculos e todos os movimentos possuem custo unitário, a quantidade mínima de cartões necessários para conduzir o robô entre duas posições coincide com a distância definida na proposição anterior.

Entretanto, o jogo permite a introdução de cartões com deslocamentos variados, tais como $+2$, $+3$ ou deslocamentos regressivos como -1. Nesses casos, o problema deixa de ser puramente geométrico e passa a envolver a decomposição de um deslocamento total em combinações de deslocamentos elementares disponíveis.

Exemplo 4.2 – Diferentes estratégias para percorrer uma mesma distância

Considere a necessidade de percorrer uma distância linear de cinco casas em uma determinada direção. Dependendo do conjunto de cartões disponíveis, diversas sequências podem conduzir ao mesmo deslocamento final, porém com custos distintos. Por exemplo:

- a sequência $+1, +1, +1, +1, +1$ produz o deslocamento desejado com custo total igual a 5;
- a sequência $+2, +1, +1, +1$ produz o mesmo deslocamento com custo total igual a 4;
- a sequência $+2, +3$ produz o mesmo deslocamento com custo total igual a 2;
- a sequência $+3, +3, -1$ também resulta no deslocamento de cinco casas, com custo total igual a 3.

Embora todas as sequências conduzam o robô à mesma posição final, os custos associados são distintos, o que caracteriza um problema de otimização discreta, no qual se busca minimizar o número total de cartões utilizados.

Do ponto de vista matemático, esse processo pode ser interpretado como a busca por uma combinação linear de inteiros que represente o deslocamento desejado, sujeita à minimização de uma função custo definida no conjunto de comandos disponíveis.

Observação 4.1 – Algoritmos clássicos de caminhos mínimos

Do ponto de vista teórico, a determinação de caminhos de custo mínimo em grafos ponderados pode ser realizada por meio de algoritmos clássicos da Teoria de Grafos, como o algoritmo de Dijkstra, amplamente utilizado para encontrar caminhos mínimos a partir de um vértice inicial quando todos os pesos são não negativos. Embora tais algoritmos não sejam explicitamente aplicados no contexto do jogo, a estratégia adotada pelos estudantes ao planejar a sequência de comandos é matematicamente análoga à resolução intuitiva desse tipo de problema.

Proposição 4.3 – Existência de caminho mínimo em grafos finitos

Seja $G = (V, E)$ um grafo finito e conexo, e seja $c: E \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ uma função custo não negativa definida sobre as arestas. Então, para quaisquer vértices $u, v \in V$, existe um caminho de custo mínimo ligando ua v.

Demonstração.

Como G é finito, o conjunto de vértices V e o conjunto de arestas E são finitos. Consequentemente, o conjunto de todos os caminhos simples que ligam u a v é finito, pois um caminho simples não pode conter mais vértices do que o número total de vértices do grafo. Como a função custo c é não negativa, o custo de cada caminho é obtido pela soma dos custos das arestas que o compõem, resultando em um número real não negativo. Sendo o conjunto de caminhos simples finito e seus custos números reais não negativos, existe um valor mínimo entre esses custos. O caminho correspondente a esse valor mínimo é, portanto, um caminho de custo mínimo entre u e v.

A proposição anterior garante, no contexto do modelo adotado, que sempre existe uma estratégia ótima para conduzir o robô da posição inicial até a posição de destino, desde que o grafo associado ao tabuleiro seja finito e conexo.

4.7 Interpretação vetorial dos deslocamentos no plano bidimensional

A modelagem dos deslocamentos do robô pode ser enriquecida por uma interpretação vetorial no plano bidimensional. Para isso, considera-se um sistema de coordenadas cartesianas no qual cada posição do tabuleiro é representada por um par ordenado $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$.

Nessa representação, os comandos básicos de movimentação podem ser associados a vetores do plano, por exemplo:

- deslocamento para a direita: $(1, 0)$;
- deslocamento para a esquerda: $(-1,0)$;

- deslocamento para cima: $(0, 1)$;
- deslocamento para baixo: $(0, -1)$.

De forma análoga, cartões que representam deslocamentos múltiplos ou regressivos podem ser associados a vetores inteiros, tais como $(2, 0)$, $(3, 0)$, $(0, -1)$ ou $(0, -2)$. Assim, uma sequência de comandos corresponde à soma de vetores no plano bidimensional.

Se o robô parte da posição inicial (x_0, y_0) e deve alcançar a posição final $\left(x_f, y_f\right)$, o deslocamento total necessário é dado pelo vetor

$$(x_f - x_0, y_f - y_0).$$

O problema enfrentado pelas equipes pode, então, ser interpretado matematicamente como a busca por uma combinação linear de vetores pertencentes a um conjunto finito de comandos disponíveis, de modo que a soma resultante coincida exatamente com o deslocamento desejado, minimizando simultaneamente o número total de vetores utilizados. Essa minimização corresponde à função custo definida anteriormente, associada à quantidade de cartões empregados.

Essa interpretação evidencia que o jogo envolve um problema de otimização discreta em $\mathbb{Z}^2$, no qual diferentes decomposições vetoriais podem produzir o mesmo deslocamento final, porém com custos distintos. Dessa forma, o jogo articula conceitos da Teoria de Grafos, da Álgebra Vetorial elementar e da otimização, conferindo maior densidade matemática à modelagem proposta.

4.8 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo foi apresentada uma modelagem matemática rigorosa do jogo didático por meio da Teoria de Grafos. A associação entre o tabuleiro e um grafo, a formalização dos deslocamentos como caminhos e a introdução de uma função custo permitem interpretar o jogo como um problema de otimização discreta, envolvendo caminhos mínimos em grafos ponderados.

Essa modelagem fornece a base conceitual necessária para, no capítulo seguinte, articular essas estruturas matemáticas com objetos de conhecimento da Matemática na Educação Básica, sob a perspectiva de planejamento didático.

CAPÍTULO 5 – Articulação da Modelagem com os Conteúdos de Matemática

Este capítulo tem como objetivo articular a modelagem matemática apresentada no Capítulo 4 com os objetos de conhecimento da Matemática na Educação Básica, evidenciando o potencial do jogo didático desenvolvido como recurso para o planejamento de aulas. A abordagem adotada não consiste em um relato de aplicação empírica, mas na proposição de possibilidades didáticas, indicando como o jogo pode ser explorado pelo professor para induzir conceitos matemáticos e desenvolver habilidades cognitivas relevantes.

5.1 Objetivos didáticos da proposta

A utilização do jogo didático com robótica educacional, modelado por meio da Teoria de Grafos, visa criar um ambiente de aprendizagem no qual os estudantes sejam levados a analisar situações-problema, planejar estratégias e tomar decisões fundamentadas. Do ponto de vista didático, a proposta busca favorecer:

- o desenvolvimento do raciocínio lógico e estratégico;
- a compreensão de que diferentes estratégias podem conduzir a um mesmo resultado, porém com eficiências distintas;
- a valorização do planejamento prévio antes da execução de uma tarefa;
- a articulação entre representações concretas e modelos matemáticos abstratos.

Esses objetivos dialogam diretamente com competências gerais previstas para o ensino de Matemática, especialmente aquelas relacionadas à resolução de problemas e à análise de situações envolvendo restrições e otimização.

5.2 Conteúdos matemáticos mobilizados

A modelagem do jogo permite mobilizar diferentes conteúdos matemáticos, de forma integrada, ao longo de sua exploração. Entre os principais conteúdos envolvidos, destacam-se:

- noções de plano cartesiano e pares ordenados;
- operações com números inteiros;
- interpretação e decomposição de deslocamentos;
- conceitos elementares da Teoria de Grafos, como vértices, arestas e caminhos;
- noções intuitivas de custo, otimização e caminho mínimo;
- interpretação vetorial de deslocamentos no plano.

Esses conteúdos podem ser explorados em diferentes níveis de aprofundamento, conforme a etapa de ensino considerada, permitindo ao professor adequar a complexidade das discussões ao perfil da turma.

5.3 Planejamento da atividade em sala de aula

No planejamento de uma aula que utilize o jogo proposto, o professor pode organizar a atividade em etapas bem definidas. Inicialmente, apresenta-se aos estudantes o tabuleiro, o robô e os cartões de comando, explicando as regras básicas de funcionamento do jogo.

Em seguida, propõem-se desafios matemáticos cujas respostas estejam associadas a determinadas casas do tabuleiro. Os estudantes, organizados em grupos, são convidados a analisar a situação, identificar a posição de destino e planejar a sequência de comandos necessária para conduzir o robô até essa posição.

Durante o planejamento das estratégias, o professor pode incentivar os alunos a justificar suas escolhas, comparar diferentes sequências possíveis e refletir sobre a eficiência de cada uma delas. Após a execução dos movimentos, a turma pode discutir coletivamente os resultados obtidos, analisando por que determinadas estratégias utilizaram mais ou menos cartões.

Essa organização favorece a participação ativa dos estudantes e cria oportunidades para a mediação docente, sem que o foco da atividade se desloque para a programação do robô.

5.4 Analogias com sistemas de navegação e otimização de rotas

A modelagem do jogo por meio da Teoria de Grafos possibilita estabelecer analogias com situações do cotidiano dos estudantes, favorecendo a compreensão intuitiva dos conceitos matemáticos envolvidos. Um exemplo particularmente significativo é a comparação com sistemas de navegação por GPS, amplamente utilizados em aplicativos de mapas.

Em um aplicativo de navegação, o usuário informa uma posição inicial e um destino, e o sistema determina uma rota considerada ótima, geralmente aquela que minimiza a distância, o tempo ou outro critério previamente definido. Do ponto de vista matemático, essa situação pode ser modelada como um problema de caminhos mínimos em um grafo, no qual interseções correspondem a vértices, vias correspondem a arestas e pesos representam custos associados ao deslocamento.

De forma análoga, no jogo proposto, o tabuleiro pode ser interpretado como um grafo, a posição inicial do robô como o ponto de partida e a casa correspondente à resposta correta como o destino. A sequência de cartões escolhida pelos estudantes desempenha papel semelhante à rota sugerida por um aplicativo de GPS, buscando conduzir o robô até o objetivo com o menor custo possível.

A introdução de obstáculos no tabuleiro pode ser comparada a situações em que determinadas vias estão interditadas ou congestionadas, exigindo a escolha de rotas alternativas. Essa analogia contribui para que os estudantes compreendam que a presença de restrições altera o conjunto de caminhos possíveis e pode modificar a estratégia considerada ótima.

5.5 Possibilidades de exploração no Ensino Fundamental e Médio

No Ensino Fundamental, o jogo pode ser utilizado como suporte para a exploração de noções de deslocamento, orientação espacial, contagem de movimentos e operações com números inteiros. Nessa etapa, a ênfase recai sobre a compreensão intuitiva das estratégias e sobre a comparação entre diferentes sequências de comandos.

No Ensino Médio, a proposta pode ser aprofundada por meio da formalização de conceitos, como a representação de posições no plano cartesiano, a interpretação vetorial dos deslocamentos e a introdução explícita de grafos e caminhos mínimos. O professor pode explorar, ainda, discussões relacionadas à otimização e à eficiência de algoritmos, sem necessidade de implementar formalmente procedimentos computacionais.

Em ambos os níveis de ensino, o jogo oferece oportunidades para o desenvolvimento de habilidades relacionadas à argumentação, à tomada de decisões e à análise crítica de estratégias.

5.6 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo foram discutidas possibilidades de articulação entre a modelagem matemática do jogo e objetos de conhecimento da Matemática na Educação Básica, sob a perspectiva de planejamento didático. A proposta evidencia como um recurso lúdico e tecnológico pode ser utilizado para induzir conceitos matemáticos relevantes, mantendo coerência com a modelagem formal apresentada anteriormente.

Essa articulação reforça o potencial do jogo como produto educacional, ao mesmo tempo em que preserva o rigor conceitual necessário à formação matemática.

CAPÍTULO 6 – Considerações finais

Esta dissertação teve como objetivo desenvolver e modelar matematicamente um jogo didático com robótica educacional voltado ao ensino de Matemática na Educação Básica, articulando aspectos tecnológicos, lúdicos e conceituais sob a perspectiva da Teoria de Grafos.

Partindo das dificuldades historicamente observadas no ensino de Matemática, especialmente no que se refere à resolução de problemas, ao planejamento estratégico e à compreensão de conceitos abstratos, buscou-se propor um recurso pedagógico que favorecesse a participação ativa dos estudantes e estimulasse a análise de estratégias e a tomada de decisões fundamentadas.

O jogo desenvolvido consiste em um tabuleiro físico sobre o qual um robô móvel realiza deslocamentos controlados a partir da leitura sequencial de cartões de comando. A dinâmica proposta exige planejamento prévio das ações, comparação entre alternativas e revisão de estratégias, aspectos diretamente relacionados ao desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolução de problemas.

Do ponto de vista matemático, o trabalho fundamentou-se na Teoria de Grafos, estabelecendo a correspondência entre o tabuleiro e um grafo, no qual as casas são modeladas como vértices e os deslocamentos permitidos como arestas. A movimentação do robô foi interpretada como um caminho no grafo, e a quantidade de cartões utilizados foi modelada como função custo, permitindo a análise das estratégias sob a perspectiva de caminhos mínimos e otimização discreta. A interpretação vetorial dos deslocamentos no plano bidimensional ampliou a densidade conceitual da modelagem, evidenciando a articulação entre grafos, números inteiros e vetores.

Além da modelagem matemática, foram descritos os aspectos técnicos relacionados à construção do robô e à sua programação no ambiente Mixly BR, incluindo o uso de sensores ópticos para leitura de comandos e o controle preciso do movimento por meio de encoders acoplados aos motores. Esses elementos reforçam a viabilidade do produto educacional e demonstram sua coerência entre concepção matemática e implementação prática.

No campo didático, o trabalho apresentou possibilidades de articulação do jogo com objetos de conhecimento do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, evidenciando como a atividade pode favorecer a compreensão de deslocamentos, planejamento estratégico, comparação de estratégias e noções intuitivas de otimização. Foram também propostos instrumentos de avaliação e um guia estruturado de aplicação, ampliando o potencial de utilização do produto por outros docentes.

Importa destacar que esta pesquisa não se configurou como estudo empírico de aplicação em larga escala, mas como desenvolvimento e modelagem de um produto educacional fundamentado teoricamente. Nesse sentido, o trabalho oferece uma base estruturada para futuras investigações que possam analisar, em contexto real de sala de aula, os impactos da proposta na aprendizagem dos estudantes.

Como possibilidades de continuidade, sugerem-se: a aplicação sistemática do jogo em diferentes níveis de ensino, a análise comparativa de estratégias adotadas pelos estudantes, o aprimoramento do sistema de controle do robô e a ampliação da modelagem matemática para incluir novas restrições e variações de deslocamento.

Conclui-se que a articulação entre robótica educacional e Teoria de Grafos, quando conduzida de forma planejada e conceitualmente fundamentada, pode constituir um caminho promissor para a construção de ambientes de aprendizagem que integrem rigor matemático, experimentação e reflexão estratégica, contribuindo para o fortalecimento do ensino de Matemática na Educação Básica.

Referências

BOTTENTUIT JUNIOR, João Batista; **PIEDADE, João Manuel Nunes**; **WUNSCH, Luana Priscila**; **MEDEIROS, Luciano Frontino de** (org.). **Formação no contexto do pensamento computacional, da robótica e da inteligência artificial na educação** [recurso eletrônico]. São Luís: EDUFMA, 2020. 164 p. ISBN 978-65-86619-69-0.

CONHECENDO O MIXLY BR: manual técnico. [S.l.]: [s.n.], [s.d.]. *"Disponível em: <https://drive.google.com/drive/folders/1Epr4D6gPt1o7qJGC6-T1oGRSPDAdxJIE>. Acesso em:11 de abril de 2025")*

MATO GROSSO DO SUL. Secretaria de Estado de Educação. Transformando a educação básica: a contribuição da robótica educacional em Mato Grosso do Sul. [S.l.]: [s.n.], 2024.

MATO GROSSO DO SUL. Secretaria de Estado de Educação. Superintendência de Informação e Tecnologia. Coordenadoria de Tecnologia Educacional. Orientações didáticas: Kit de Robótica Astral: documento orientador 2025. [S.l.]: [s.n.], 2025.

SOUZA, Donizeth Jacinto de. Geometria em movimento: Arduino e robótica no ensino de matemática. 2024. 76 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2024.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE. Coordenadas cartesianas e distância entre dois pontos: a matemática das localizações. 2026. Disponível em: https://materialpublic.imd.ufrn.br/curso/disciplina/5/2/1/11. Acesso em: 10 jan. 2026.

APÊNDICE A - Construção do Robô

Este apêndice apresenta a descrição detalhada da construção do robô utilizado no jogo didático desenvolvido neste trabalho. Diferentemente do texto principal da dissertação, cuja função é discutir aspectos conceituais, matemáticos e didáticos, este apêndice tem caráter documental, registrando informações técnicas que permitem a compreensão do produto educacional e sua eventual reprodução em outros contextos.

A.1 Kit de robótica educacional utilizado

O robô foi construído a partir de um kit de robótica educacional voltado ao uso em ambientes escolares, composto por um microcontrolador programável, motores de corrente contínua, chassi modular, rodas e sensores básicos. A escolha desse tipo de kit deve-se à sua ampla utilização em projetos educacionais, à facilidade de montagem e à compatibilidade com ambientes de programação em blocos, como o software Mixly BR.

O kit apresenta como principal característica a modularidade, permitindo a montagem de diferentes configurações de robôs móveis sem a necessidade de conhecimentos avançados de eletrônica. Essa característica é fundamental para o contexto educacional, pois possibilita que o foco da atividade permaneça no planejamento de estratégias e na resolução de problemas matemáticos.

A.2 Componentes do robô

Os principais componentes utilizados na construção do robô são descritos a seguir:

- **Controladora a base de Arduino:** responsável pelo processamento das informações provenientes dos sensores e pela execução do algoritmo de controle dos movimentos.

Figura A.1- Interface controladora robótica utilizada no protótipo. Fonte: Elaboração própria.

- **Motores de corrente contínua com encoder:** utilizados para a locomoção do robô. Os encoders acoplados aos motores permitem a leitura do número de rotações ou pulsos, possibilitando maior precisão no controle dos deslocamentos.

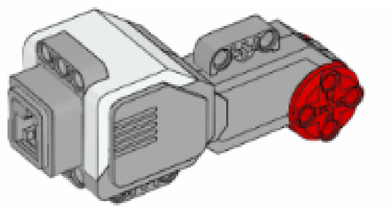


Figura A.2 - Motor com caixa de redução Fonte: Elaboração própria

- **Rodas:** acopladas aos motores, permitem o deslocamento do robô sobre o tabuleiro físico.
- **Chassi modular:** estrutura que sustenta os componentes do robô, garantindo estabilidade durante os movimentos.
- **Sensores ópticos de cor:** o protótipo possui três sensores desse tipo, sendo dois posicionados na parte inferior do robô e um posicionado na parte superior.
    - Os **sensores inferiores** são voltados para o solo e destinam-se à leitura de cores ou marcas no tabuleiro, podendo ser utilizados para correção de trajetória, de maneira semelhante a sistemas seguidores de linha e para identificação de possíveis obstáculos.
    - O **sensor superior** é voltado para cima e é utilizado para a leitura dos cartões de comando apresentados pelos estudantes durante o jogo.

Figura A.3 – Sensor ótico
Fonte: Elaboração própria

- **Fonte de alimentação:** responsável por fornecer energia elétrica aos componentes do robô.

A seleção desses componentes priorizou a simplicidade do sistema, a confiabilidade dos deslocamentos e a possibilidade de controle mais preciso do movimento, aspectos essenciais para o funcionamento do jogo.

A.3 Montagem da estrutura física

A montagem do robô foi realizada a partir da fixação dos motores ao chassi modular, assegurando alinhamento adequado das rodas e estabilidade durante o deslocamento. Os motores com encoder foram posicionados de modo a permitir a leitura precisa dos pulsos gerados durante a rotação das rodas.

Os sensores ópticos inferiores foram instalados na parte frontal inferior do robô, próximos ao solo, possibilitando a leitura de cores ou marcações no tabuleiro durante o deslocamento. O sensor óptico superior foi posicionado na parte superior do robô, em local que favorece a leitura direta dos cartões de comando apresentados sequencialmente pelos estudantes.

A controladora foi instalada em posição central, facilitando a conexão com motores, sensores e demais componentes do sistema e mantendo centro de gravidade.

A montagem do robô foi realizada a partir da fixação dos motores ao chassi modular, de modo a garantir alinhamento adequado das rodas e estabilidade durante o deslocamento. O microcontrolador foi posicionado de forma central, facilitando a conexão com os motores e sensores.

As rodas foram acopladas aos eixos dos motores, assegurando que o robô pudesse realizar deslocamentos ortogonais sobre o tabuleiro. A configuração adotada permite que cada comando de movimento resulte em um deslocamento aproximadamente equivalente ao tamanho de uma casa do tabuleiro, após a devida calibração.

Os sensores foram instalados em posições estratégicas, de modo a auxiliar no controle dos movimentos e na correção de eventuais desvios durante a execução dos comandos. Ressalta-se que a função dos sensores no contexto do jogo é complementar, não sendo exploradas funcionalidades avançadas de detecção.

A.4 Calibração e ajustes de movimento

Após a montagem física, foram realizados procedimentos de calibração com o objetivo de ajustar a velocidade dos motores e o tempo de execução dos comandos. Essa etapa é fundamental para garantir que os deslocamentos do robô sejam consistentes e repetíveis ao longo das partidas.

A calibração foi realizada de forma empírica, ajustando-se parâmetros de tempo e potência dos motores até que o robô percorresse corretamente a distância correspondente a uma casa do tabuleiro em cada comando de avanço. De modo semelhante, os comandos de rotação foram ajustados para garantir mudanças precisas de direção.

A.5 Esquemas e registros visuais

Figura A.6 - Visão frontal do robô
Fonte: Elaboração própria.

Figura A.4 - Visão lateral do robô
Fonte: Elaboração própria.

Figura A.5 - Visão inferior do robô
Fonte: Elaboração própria

A.6 Considerações finais do apêndice

Este apêndice apresentou a descrição da construção do robô utilizado no jogo didático, detalhando o kit empregado, os componentes principais, o processo de montagem e os ajustes realizados. As informações aqui registradas complementam o Capítulo 3 da dissertação, fornecendo documentação técnica do produto educacional desenvolvido, sem comprometer a clareza e a organização do texto principal.

APÊNDICE B - Programação do Robô no Software Mixly BR

Este apêndice apresenta a descrição da lógica de programação implementada no robô utilizado no jogo didático. Embora a programação tenha sido desenvolvida no ambiente Mixly BR por meio de blocos gráficos, o software gera automaticamente a versão correspondente em linguagem C++, permitindo a análise estruturada do algoritmo.

O objetivo deste apêndice é documentar a lógica de funcionamento do sistema de controle do robô, destacando os principais elementos responsáveis pela leitura dos cartões de comando, pelo processamento dos sinais dos sensores e pelo controle preciso dos movimentos por meio dos encoders dos motores.

B.1 Estrutura geral do programa

O programa segue a estrutura padrão de aplicações embarcadas, composta por três partes principais:

- inicialização (setup);
- laço principal de execução (loop);
- rotina de controle implementada na função areaDoAluno().

A função setup() é responsável pela definição dos parâmetros iniciais do sistema, tais como:

- número de pulsos correspondentes a um avanço unitário (PASSO);
- número de pulsos para movimento para trás (PASSO_TRAS);
- número de pulsos para rotação de 90 graus (GIRO90);
- potência aplicada aos motores (POT);
- limiar para identificação de cor (LIMIAR_CINZA);
- parâmetros de confirmação e liberação de leitura (CONFIRMA e SOLTA).

Esses valores determinam o comportamento dinâmico do robô e podem ser ajustados conforme a calibração realizada.

B.2 Leitura e confirmação dos cartões de comando

O sensor óptico superior é responsável pela leitura das cores dos cartões apresentados pelos estudantes. O valor lido é armazenado na variável TABELA.

Para evitar leituras instáveis ou ruídos, o algoritmo utiliza um mecanismo de confirmação baseado em repetição. A variável CONT_COR contabiliza quantas vezes consecutivas a mesma cor foi detectada. Apenas quando essa contagem atinge o valor definido por CONFIRMA, o comando é considerado válido.

Esse procedimento garante robustez à leitura e evita a execução indevida de movimentos devido a variações momentâneas na leitura do sensor.

B.3 Máquina de estados do sistema

O controle do robô é estruturado como uma máquina de estados finitos, definida pela variável MODO.

Os principais estados são:

- **MODO = 0**: estado de espera por leitura válida de cartão;
- **MODO = 1**: movimento para frente;
- **MODO = 2**: movimento para trás;
- **MODO = 3**: rotação em um sentido;
- **MODO = 4**: rotação no sentido oposto;
- **MODO = 9**: estado de bloqueio temporário, aguardando a retirada do cartão.

Após a confirmação da cor lida, o algoritmo associa essa cor a um tipo de movimento, define o valor alvo de pulsos (ALVO) e altera o estado do sistema para executar o comando correspondente.

O estado 9 impede a repetição imediata do mesmo comando, exigindo que o cartão seja retirado antes que um novo comando possa ser processado.

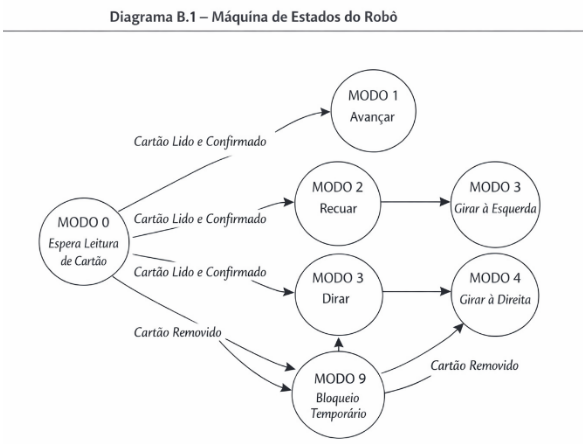


Figura B.1 - - Máquina de estados organiza o fluxo de execução do programa.
Fonte: Elaboração própria

B.4 Controle preciso do movimento por meio dos encoders

A movimentação do robô é controlada por meio da leitura dos encoders acoplados aos motores. Cada motor gera pulsos proporcionais à rotação de seu eixo, permitindo medir com precisão o deslocamento realizado.

Para cada tipo de movimento, o algoritmo compara o valor atual do encoder com o valor alvo definido em ALVO.

Por exemplo:

Para avançar uma casa do tabuleiro, define-se ALVO = PASSO, onde PASSO corresponde ao número de pulsos necessário para esse deslocamento.

- Para girar 90 graus, define-se ALVO = GIRO90.

Enquanto o número de pulsos não atinge o valor alvo, os motores permanecem acionados com potência definida por POT. Ao atingir o valor estipulado, os motores são desligados e os contadores são zerados.

Esse método permite que os deslocamentos sejam mais precisos e reprodutíveis do que aqueles baseados exclusivamente em temporização.

B.5 Integração com sensores inferiores

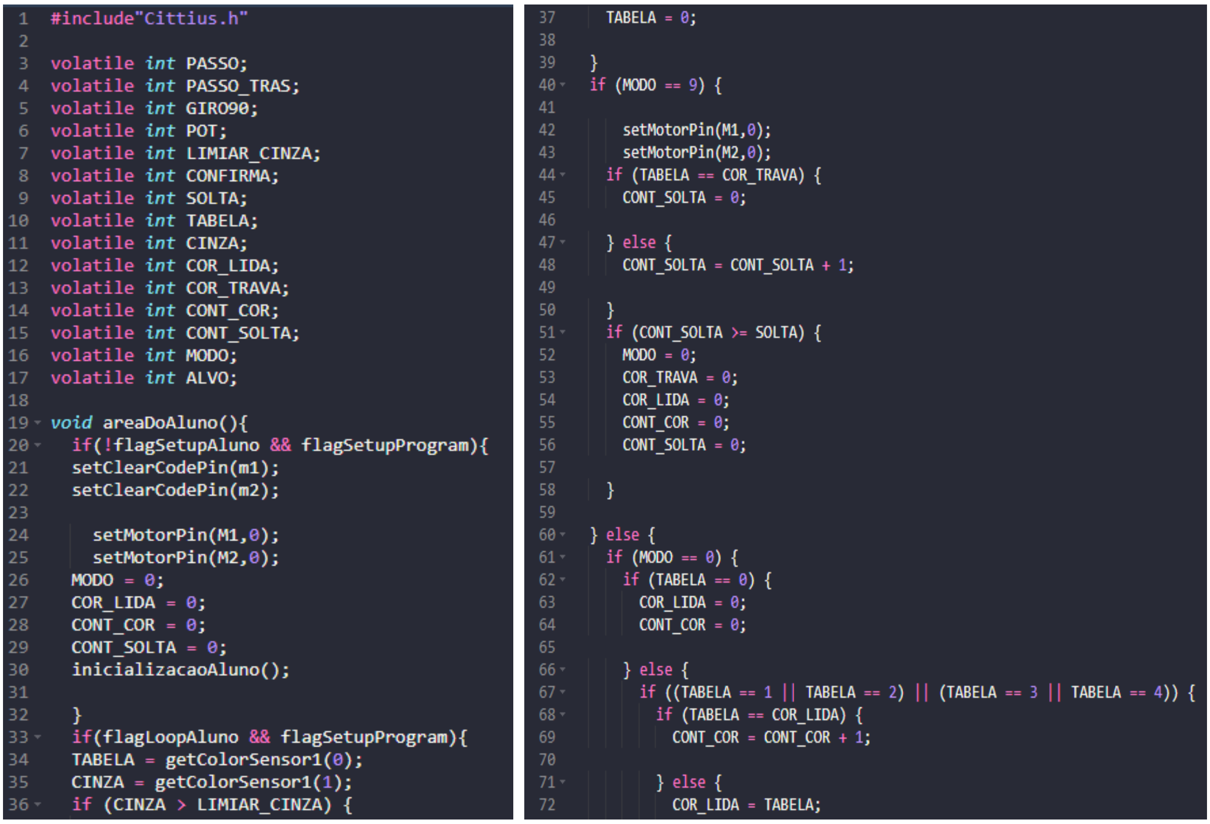
O protótipo possui ainda dois sensores ópticos posicionados na parte inferior do robô, voltados para o solo. Esses sensores permitem a leitura de cores ou marcações no tabuleiro e podem ser utilizados para correção de trajetória, de forma semelhante a sistemas seguidores de linha.

Embora o controle principal de deslocamento esteja sendo realizado por meio dos encoders dos motores, a presença desses sensores amplia as possibilidades de aprimoramento do sistema, especialmente no que se refere à estabilidade e à precisão da navegação.

B.6 Código gerado em C++

A seguir, apresenta-se a versão em linguagem C++ correspondente ao programa desenvolvido no ambiente Mixly BR.

Listagem B.1 – Código gerado no Mixly BR



```cpp
#include"Cittius.h"

volatile int PASSO;
volatile int PASSO_TRAS;
volatile int GIRO90;
volatile int POT;
volatile int LIMIAR_CINZA;
volatile int CONFIRMA;
volatile int SOLTA;
volatile int TABELA;
volatile int CINZA;
volatile int COR_LIDA;
volatile int COR_TRAVA;
volatile int CONT_COR;
volatile int CONT_SOLTA;
volatile int MODO;
volatile int ALVO;

void areaDoAluno(){
  if(!flagSetupAluno && flagSetupProgram){
  setClearCodePin(m1);
  setClearCodePin(m2);

    setMotorPin(M1,0);
    setMotorPin(M2,0);
  MODO = 0;
  COR_LIDA = 0;
  CONT_COR = 0;
  CONT_SOLTA = 0;
  inicializacaoAluno();

  }
  if(flagLoopAluno && flagSetupProgram){
  TABELA = getColorSensor1(0);
  CINZA = getColorSensor1(1);
  if (CINZA > LIMIAR_CINZA) {
    TABELA = 0;

  }
  if (MODO == 9) {

      setMotorPin(M1,0);
      setMotorPin(M2,0);
    if (TABELA == COR_TRAVA) {
      CONT_SOLTA = 0;

    } else {
      CONT_SOLTA = CONT_SOLTA + 1;

    }
    if (CONT_SOLTA >= SOLTA) {
      MODO = 0;
      COR_TRAVA = 0;
      COR_LIDA = 0;
      CONT_COR = 0;
      CONT_SOLTA = 0;

    }

  } else {
    if (MODO == 0) {
      if (TABELA == 0) {
        COR_LIDA = 0;
        CONT_COR = 0;

      } else {
        if ((TABELA == 1 || TABELA == 2) || (TABELA == 3 || TABELA == 4)) {
          if (TABELA == COR_LIDA) {
            CONT_COR = CONT_COR + 1;

          } else {
            COR_LIDA = TABELA;
```

Figura B.2 – Código em linguagem C++ gerado no Mixly BR (partes 1 e 2).
Fonte: Elaboração própria.

```cpp
          CONT_COR = 1;

        }
        if (CONT_COR >= CONFIRMA) {
          setClearCodePin(m1);
          setClearCodePin(m2);
          COR_TRAVA = COR_LIDA;
          CONT_SOLTA = 0;
          if (COR_TRAVA == 2) {
            MODO = 1;
            ALVO = PASSO;

          } else if (COR_TRAVA == 1) {
            MODO = 2;
            ALVO = PASSO_TRAS;
          } else if (COR_TRAVA == 3) {
            MODO = 3;
            ALVO = GIRO90;
          } else if (COR_TRAVA == 4) {
            MODO = 4;
            ALVO = GIRO90;
          }
          COR_LIDA = 0;
          CONT_COR = 0;

        }

      } else {
        COR_LIDA = 0;
        CONT_COR = 0;

      }

    }

  }
```

```cpp
    if (MODO == 1) {
      if (getCodePin(m1) < ALVO) {
        setMotorPin(M1,POT);
        setMotorPin(M2,POT);
        delay(10);

      } else {
        setMotorPin(M1,0);
        setMotorPin(M2,0);
        setClearCodePin(m1);
        setClearCodePin(m2);
        COR_LIDA = 0;
        MODO = 9;
        CONT_SOLTA = 0;
        delay(50);

      }

    }
    if (MODO == 2) {
      if (getCodePin(m1) > ALVO) {
        setMotorPin(M1,(-1 * POT));
        setMotorPin(M2,(-1 * POT));
        delay(10);

      } else {
        setMotorPin(M1,0);
        setMotorPin(M2,0);
        setClearCodePin(m1);
        setClearCodePin(m2);
        COR_LIDA = 0;
        MODO = 9;
        CONT_SOLTA = 0;
        delay(50);

      }
```

```cpp

    }
    if (MODO == 3) {
      if (getCodePin(m1) < ALVO) {
        setMotorPin(M1,POT);
        setMotorPin(M2,(-1 * POT));
        delay(10);

      } else {
        setMotorPin(M1,0);
        setMotorPin(M2,0);
        setClearCodePin(m1);
        setClearCodePin(m2);
        COR_LIDA = 0;
        MODO = 9;
        CONT_SOLTA = 0;
        delay(50);

      }

    }
    if (MODO == 4) {
      if (getCodePin(m2) < ALVO) {
        setMotorPin(M1,(-1 * POT));
        setMotorPin(M2,POT);
        delay(10);

      } else {
        setMotorPin(M1,0);
        setMotorPin(M2,0);
        setClearCodePin(m1);
        setClearCodePin(m2);
        COR_LIDA = 0;
        MODO = 9;
        CONT_SOLTA = 0;
        delay(50);
```

```cpp

      }

    }

  }


  }
}

void setup(){
 initSetup();
 PASSO = 360;
  PASSO_TRAS = -360;
  GIRO90 = 220;
  POT = 60;
  LIMIAR_CINZA = 60;
  CONFIRMA = 5;
  SOLTA = 12;
  TABELA = 0;
  CINZA = 100;
  COR_LIDA = 0;
  COR_TRAVA = 0;
  CONT_COR = 0;
  CONT_SOLTA = 0;
  MODO = 0;
  ALVO = 0;
}

void loop(){
 updateLoop();
 areaDoAluno();


}
```

Figura B.3 – Código em linguagem C++ gerado no Mixly BR (partes 3, 4, 5 e 6).
Fonte: Elaboração própria.

B.7 Código em blocos no Mixly BR

A seguir, apresenta-se a versão em linguagem em blocos correspondente ao programa desenvolvido no ambiente Mixly BR.

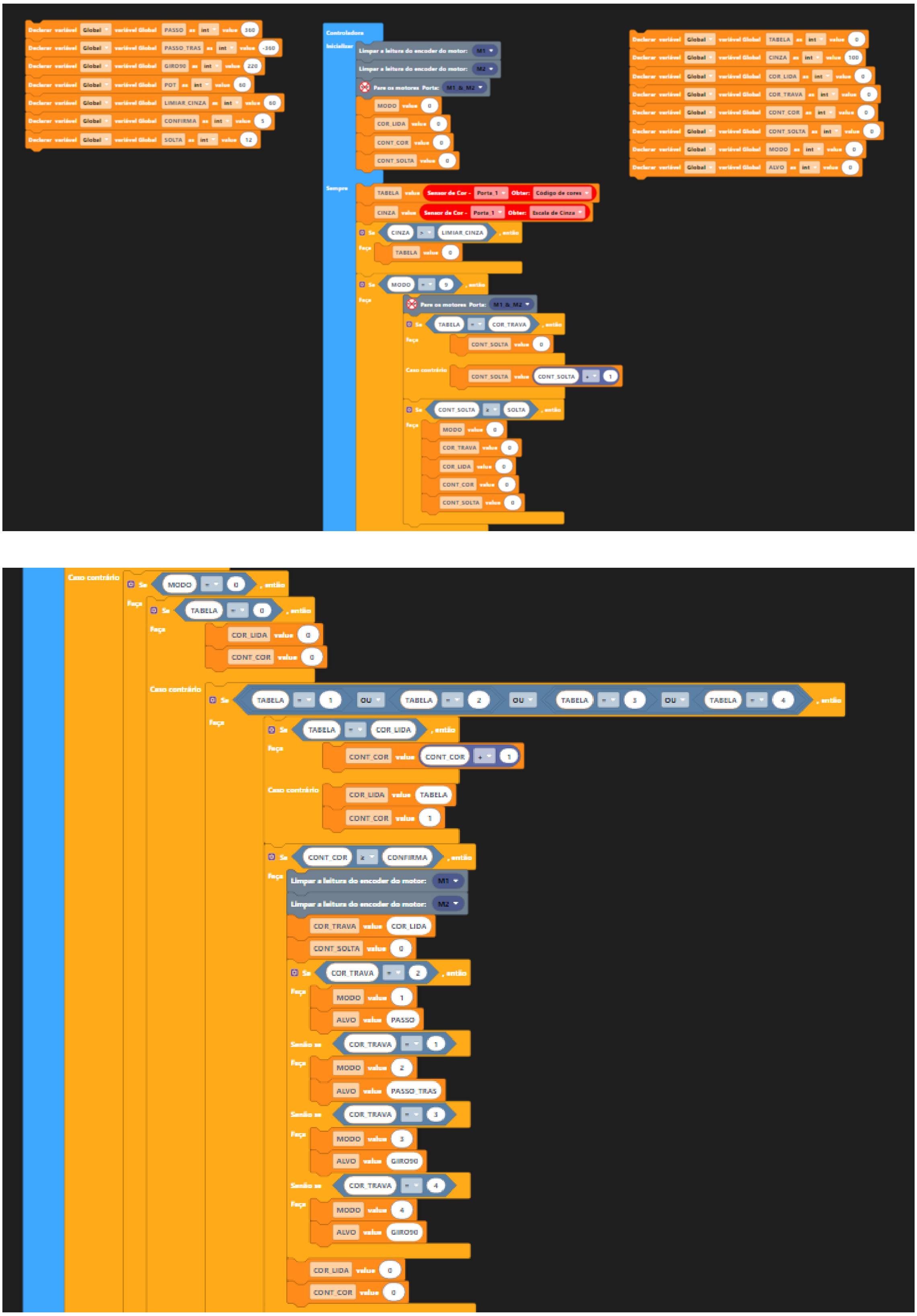


Figura B.4 – Código em Bloco gerado no Mixly BR (partes 1 e 2).
Fonte: Elaboração própria.

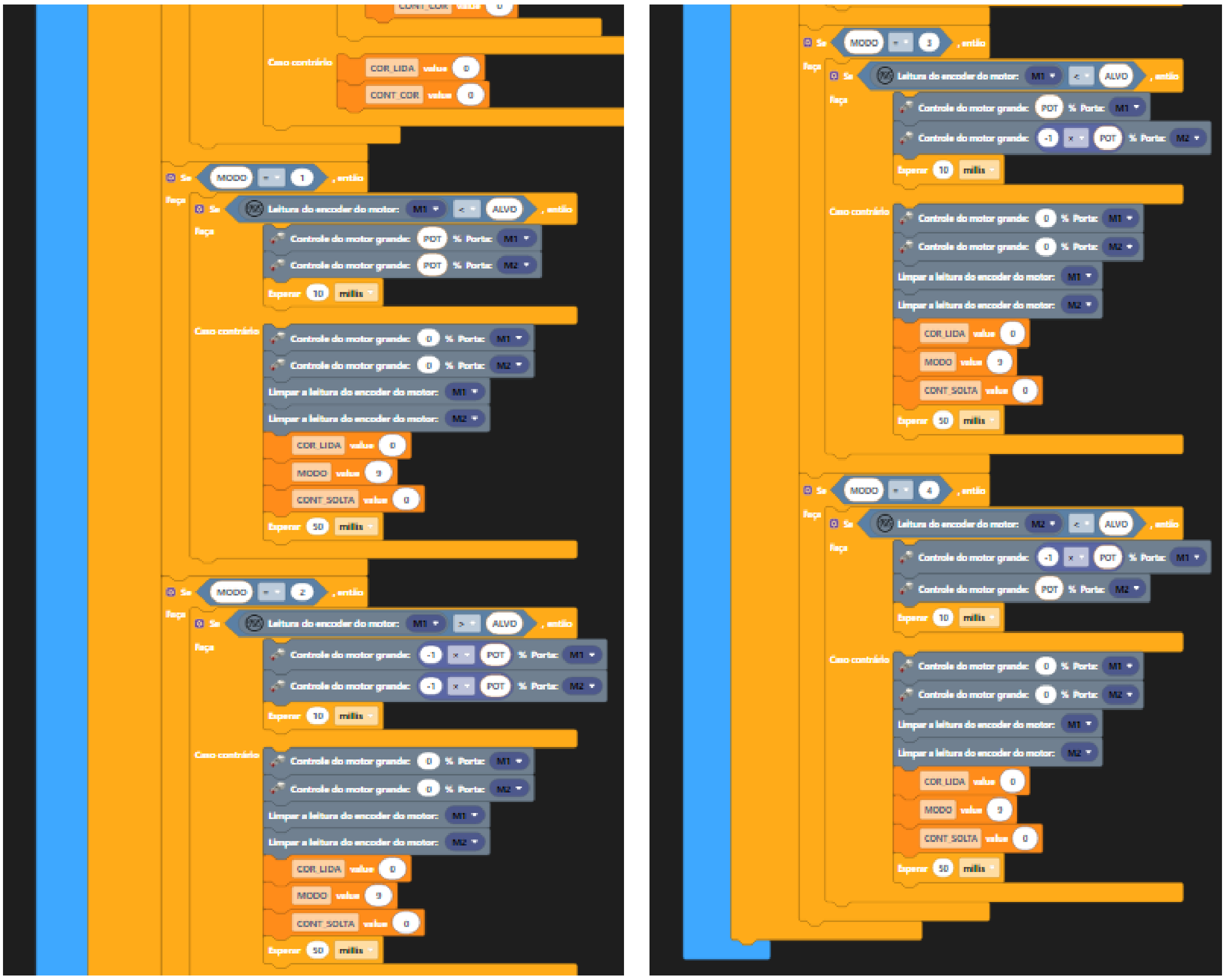


Figura B.5 – Código em Blocos gerado no Mixly BR (parte 3 e 4).
Fonte: Elaboração própria.

B.8 Considerações finais do apêndice

A programação implementada no robô combina leitura robusta de comandos por sensor óptico, controle por máquina de estados e movimentação precisa baseada em encoders. Essa estrutura assegura que os deslocamentos executados correspondam fielmente às estratégias planejadas pelos estudantes durante o jogo.

O detalhamento apresentado neste apêndice complementa o Capítulo 3 da dissertação, documentando tecnicamente o produto educacional sem interferir na organização conceitual do texto principal.

APÊNDICE C - Guia de Aplicação do Produto Educacional

C.1 Apresentação do guia

Este guia tem como finalidade orientar o professor na organização e condução da atividade didática envolvendo o jogo com robótica educacional descrito ao longo desta dissertação. Trata-se de um roteiro estruturado para aplicação em sala de aula, elaborado de modo coerente com o planejamento didático apresentado no Capítulo 5.

O objetivo deste documento não é prescrever uma única forma de utilização do jogo, mas oferecer subsídios práticos que auxiliem o professor na preparação do ambiente, na organização da turma e na condução das discussões matemáticas decorrentes da atividade.

C.2 Objetivos da atividade em sala

Ao aplicar o jogo em sala de aula, o professor pode ter como objetivos:

- estimular o planejamento estratégico antes da execução de ações;
- desenvolver o raciocínio lógico e a tomada de decisões;
- explorar noções de deslocamento, orientação espacial e operações com números inteiros;
- introduzir ou consolidar conceitos relacionados a grafos e caminhos mínimos (conforme o nível da turma);
- promover a argumentação e a comparação entre diferentes estratégias.

C.3 Materiais necessários

Para a realização da atividade, recomenda-se que o professor disponha dos seguintes materiais:

- tabuleiro numérico configurado conforme o nível da turma;
- robô previamente montado e calibrado;
- cartões de comando organizados por tipo de movimento;
- conjunto de desafios matemáticos preparados antecipadamente;
- quadro ou projetor para registro das estratégias discutidas.

Antes do início da aula, recomenda-se verificar:

- funcionamento dos motores e sensores;
- carga da fonte de alimentação;
- correta leitura dos cartões pelo sensor óptico superior;
- alinhamento do robô com as casas do tabuleiro.

C.4 Organização da turma

A turma pode ser organizada em pequenos grupos, preferencialmente com três a cinco estudantes por equipe. Recomenda-se que cada grupo tenha papéis definidos, tais como:

- leitor do desafio;
- planejador da sequência de comandos;
- responsável pela apresentação dos cartões;
- observador e registrador da estratégia adotada.

A definição de papéis contribui para maior participação e organização durante a atividade.

C.5 Etapas sugeridas para aplicação

Etapa 1 – Apresentação da dinâmica

O professor apresenta o tabuleiro, o robô e os cartões de comando, explicando as regras de movimentação e a forma sequencial de leitura dos cartões.

Etapa 2 – Proposição do desafio

É apresentado um desafio matemático cuja resposta corresponde a uma posição específica no tabuleiro.

Etapa 3 – Planejamento da estratégia

Os grupos devem:

- identificar a casa correspondente à resposta;
- planejar previamente a sequência completa de comandos;
- estimar o número de cartões que serão utilizados;
- discutir alternativas possíveis.

Etapa 4 – Execução

Os cartões são apresentados um a um, aguardando-se a conclusão de cada movimento antes da apresentação do próximo. Caso o robô não alcance a posição esperada, o grupo deve revisar sua estratégia.

Etapa 5 – Discussão coletiva

Após a execução, o professor promove discussão com a turma, abordando questões como:

- existia um caminho com menor número de comandos?
- diferentes grupos encontraram estratégias distintas?
- quais obstáculos alteraram o planejamento inicial?

C.6 Pontos de atenção do professor

Durante a aplicação, recomenda-se que o professor observe:

- se os estudantes estão planejando antes de executar;

- se conseguem justificar suas escolhas;
- se comparam estratégias de forma argumentativa;
- se identificam a relação entre número de comandos e eficiência do percurso.

É importante evitar que a atividade se reduza à simples manipulação do robô, mantendo o foco na reflexão matemática.

C.7 Possíveis variações

O professor pode variar a atividade por meio de:

- inserção de obstáculos adicionais;
- limitação do número máximo de cartões;
- introdução de cartões com deslocamentos múltiplos;
- alteração da posição inicial do robô;
- desafios com múltiplas soluções possíveis.

Essas variações permitem ajustar o nível de complexidade conforme a etapa de ensino.

C.8 Checklist para aplicação

Antes da aula:

☐ Robô calibrado e testado

☐ Sensores funcionando adequadamente

☐ Cartões organizados

☐ Desafios preparados

☐ Tabuleiro configurado

Durante a aula:

☐ Estudantes organizados em grupos

☐ Planejamento realizado antes da execução

☐ Discussão coletiva promovida

☐ Estratégias registradas no quadro

Após a aula:

☐ Reflexão sobre estratégias mais eficientes

☐ Registro das principais dificuldades observadas

☐ Avaliação da adequação do nível de desafio

C.9 Considerações finais do apêndice

Este guia complementa os capítulos anteriores ao oferecer um roteiro estruturado para aplicação do jogo em sala de aula. Sua finalidade é apoiar o professor na organização da atividade, preservando o foco na reflexão matemática, no planejamento estratégico e na análise de diferentes soluções possíveis.

APÊNDICE D - Instrumentos Propostos de Avaliação

D.1 Apresentação

Este apêndice apresenta instrumentos de avaliação propostos para eventual aplicação do jogo didático com robótica educacional descrito nesta dissertação. Os instrumentos aqui organizados têm caráter sugestivo e visam auxiliar o professor na coleta de evidências relacionadas ao desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de planejamento e da análise de estratégias pelos estudantes.

Ressalta-se que os instrumentos apresentados não correspondem a dados coletados nesta pesquisa, mas constituem propostas de avaliação coerentes com o planejamento didático discutido no Capítulo 5.

D.2 Questionário diagnóstico (pré-atividade)

O questionário diagnóstico tem como finalidade identificar concepções prévias dos estudantes sobre planejamento de trajetórias, economia de movimentos e resolução de problemas.

D.2.1 Sugestão de questões

1. Ao precisar se deslocar de um ponto a outro utilizando o menor número possível de movimentos, quais fatores você considera antes de escolher o caminho?

2. Observe uma malha quadriculada e determine quantos movimentos mínimos são necessários para ir do ponto A ao ponto B, considerando apenas movimentos horizontais e verticais.

3. Se existirem obstáculos no caminho, o que muda em sua estratégia de deslocamento?

4. É possível chegar ao mesmo destino utilizando diferentes sequências de movimentos? Justifique sua resposta.

5. Quando duas estratégias levam ao mesmo resultado, como decidir qual delas é melhor?

O professor pode adaptar o nível de formalização das questões conforme a etapa de ensino.

D.3 Instrumento de observação durante a atividade

Durante a realização do jogo, o professor pode utilizar um roteiro de observação estruturado para registrar evidências do desenvolvimento das habilidades pretendidas.

D.3.1 Ficha de observação

Critério observado	Evidência registrada
Planejamento prévio antes da execução	
Discussão de alternativas dentro do grupo	
Justificativa das escolhas realizadas	
Comparação entre estratégias distintas	
Revisão da estratégia após erro	
Relação entre número de comandos e eficiência	

Essa ficha pode ser utilizada como instrumento formativo, orientando intervenções pedagógicas durante a atividade.

D.4 Atividade avaliativa pós-jogo

Após a realização da atividade prática, o professor pode propor situações-problema que retomem os conceitos explorados durante o jogo.

D.4.1 Exemplos de atividades

1. Em uma malha quadriculada 4×4, determine o número mínimo de movimentos necessários para ir de (0,0) até (3,2).

2. Considere que você pode utilizar movimentos de +1, +2 e -1 em uma direção. Apresente três sequências diferentes que resultem em um deslocamento total de 4 unidades e compare o número de comandos utilizados.

3. Represente, por meio de um desenho, diferentes caminhos possíveis entre dois pontos e identifique qual deles é o mais eficiente segundo o critério de menor número de movimentos.

4. Explique com suas palavras o que significa escolher o “melhor caminho” em uma situação de deslocamento com restrições.

D.5 Critérios de avaliação

Os critérios de avaliação podem considerar:

- clareza na justificativa das estratégias;
- coerência entre planejamento e execução;
- compreensão da relação entre custo e eficiência;
- capacidade de comparar soluções distintas;
- uso adequado de linguagem matemática compatível com o nível de ensino.

A avaliação pode assumir caráter formativo, priorizando a análise qualitativa das estratégias adotadas pelos estudantes.

D.6 Considerações finais do apêndice

Os instrumentos apresentados neste apêndice visam complementar o planejamento didático proposto nesta dissertação, oferecendo ao professor possibilidades estruturadas de acompanhamento e avaliação da atividade. Sua utilização pode contribuir para a sistematização das observações pedagógicas e para o aprofundamento das discussões matemáticas decorrentes do jogo.