



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

IAGO DOUGLAS BARROS ARAUJO

**CADERNO COM ALGUMAS ATIVIDADES SOBRE CONSTRUÇÕES
GEOMÉTRICAS COM RÉGUA E COMPASSO PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA.**

FORTALEZA – CEARÁ

2025

1 INTRODUÇÃO

O caderno de atividades aqui proposto surge como produto educacional, sendo parte da dissertação intitulada por “o corpo dos números construtíveis com régua e compasso: os problemas clássicos da duplicação do cubo, da quadratura do círculo e da trissecção do ângulo” apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Programa de Pós-Graduação em Matemática do Centro de Ciências e Tecnologias da Universidade Estadual do Ceará, com autoria de Iago Douglas Barros Araujo e sob orientação do Prof. Dr. Tiago Caúla Ribeiro. Para ter acesso ao texto de forma integral ver [ARAUJO].

Conforme destacamos nas considerações finais da referida dissertação, uma possibilidade de trabalhos futuros era o desenvolvimento de uma pesquisa sobre a utilização das construções geométricas com régua e compasso em uma disciplina eletiva de Matemática em turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental, bem como do Ensino Médio. Assim, o presente produto educacional irá trazer algumas orientações e atividades que poderão servir de apoio para as primeiras aulas de professores(as) que, ao lerem a dissertação, optem por ministrar disciplinas eletivas de geometria sob o viés das construções geométricas.

Dividiremos este material em seis momentos, contemplando um total de onze aulas, em que, em cada um deles, traremos orientações a serem seguidas pelo(a) professor(a) ao longo de cada aula, culminado em atividades que poderão ser resolvidas pelos(as) alunos(as). Em todas as construções, os(as) estudantes precisam mostrar os passos necessários para realizá-las. Ressaltamos que este material contempla apenas construções que tenham sido realizadas ou comentadas na dissertação a qual faz parte.

2 CADERNO DE ATIVIDADES

Caro(a) professor(a), apresentaremos a seguir uma sequência de alguns momentos didáticos que poderão ser aplicados para trabalhar conceitos de geometria plana por meio das construções geométricas. Em cada um deles você terá acesso aos objetos do conhecimento que serão abordados, às habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) relacionadas a estes objetos (quando necessário) e às atividades que poderão ser resolvidas pelos(as) alunos(as) ao longo da aula. Para auxiliar no planejamento de suas aulas veja as construções realizadas no capítulo 5 e no apêndice A da referência [ARAUJO], bem como em [WAGNER].

2.1 Primeiro momento.

Duração: uma aula de 50 minutos.

Objeto(s) do conhecimento: noções primitivas da geometria plana (ponto, reta e plano), proposições primitivas (postulados da existência, postulado da determinação da reta, postulado da determinação do plano e postulado da inclusão), posições entre dois pontos e entre ponto e reta, pontos colineares, pontos coplanares, instrumentos de construção euclidianos (régua e compasso).

Objetivos:

- Apresentar os conceitos primitivos da geometria plana (ponto, reta e plano);
- Mostrar as notações utilizadas para pontos, retas e planos;
- Abordar o conceito de proposições primitivas (ou postulados ou axiomas);
- Apresentar os postulados da existência de pontos, retas e planos;
- Mostrar as posições relativas entre dois pontos no plano e entre um ponto e uma reta;
- Abordar o conceito de pontos colineares;
- Apresentar os postulados da determinação da reta e do plano;
- Apresentar o postulado da inclusão;
- Abordar o conceito de pontos coplanares;

- Apresentar os instrumentos euclidianos que serão utilizados nas construções geométricas das próximas aulas: a régua e o compasso.

Passo a passo: Esta primeira aula tem o caráter introdutório. O(A) professor(a) pode cumprir os objetivos da aula apresentando todos os conceitos listados acima, de preferência na mesma ordem, a fim de preparar os(as) alunos(as) para as próximas aulas.

2.2 Segundo momento.

Duração: duas aulas de 50 minutos cada.

Objeto(s) do conhecimento: noção primitiva de “estar entre”, segmentos, semirretas e ponto médio de um segmento.

Objetivos:

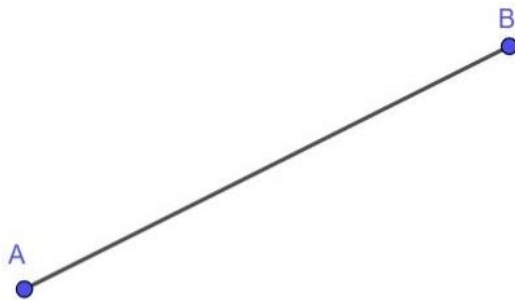
- Apresentar a noção primitiva de “estar entre” e os postulados por ela obedecidos;
- Definir segmento de reta e semirreta;
- Definir segmentos consecutivos, segmentos colineares e segmentos adjacentes;
- Abordar sobre congruência de segmentos, comparação de segmentos e adição de segmentos;
- Definir ponto médio de um segmento;
- Construir o ponto médio de um segmento.

Passo a Passo: O(A) professor(a) pode cumprir os objetivos da aula apresentando todos os conceitos listados acima, de preferência na mesma ordem, e posteriormente ele(a) pode mostrar o passo a passo para construir o ponto médio de um segmento com régua e compasso.

Atividades propostas: Com base nos conhecimentos adquiridos ao longo deste segundo momento, os(as) estudantes podem resolver a seguinte atividade:

ATIVIDADE 01

Construa, com régua e compasso, o ponto médio dos seguintes segmentos, apresentando os passos realizados ao longo das construções:



Passos das construções

2.3 Terceiro momento.

Duração: duas aulas de 50 minutos cada.

Objeto(s) do conhecimento: conceito de ângulo, ângulos consecutivos, ângulos adjacentes, ângulos opostos pelo vértice, congruência e comparação de ângulos, adição de ângulos, bissetriz de um ângulo, tipos de ângulos (reto, agudo e obtuso), medidas de ângulos, ângulos complementares e ângulos suplementares.

Objetivos:

- Definir ângulo;
- Apresentar os conceitos de ângulos consecutivos, ângulos adjacentes e ângulos opostos pelo vértice;
- Definir bissetriz de um ângulo;
- Mostrar os tipos de ângulos;
- Abordar sobre medida de um ângulo e as unidades de medida;
- Tratar de ângulos complementares e suplementares;
- Construir a bissetriz de um ângulo.

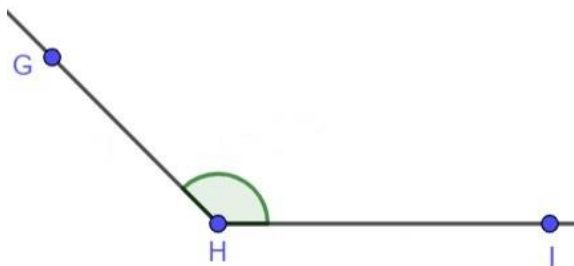
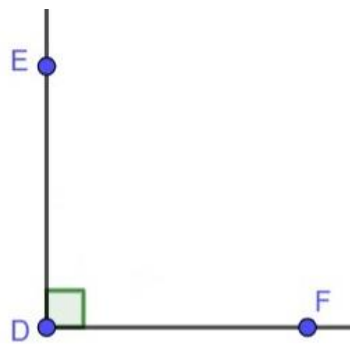
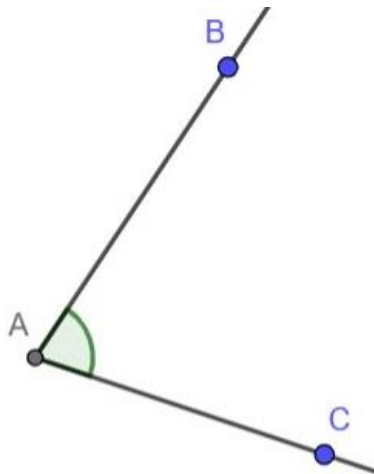
Habilidades da BNCC: (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

Passo a Passo: O(A) professor(a) pode cumprir os objetivos da aula apresentando todos os conceitos listados acima, de preferência na mesma ordem, e posteriormente ele(a) pode mostrar o passo a passo para construir a bissetriz de um ângulo.

Atividades propostas: Com base nos conhecimentos adquiridos ao longo deste terceiro momento, os(as) estudantes podem resolver a seguinte atividade:

ATIVIDADE 02

Construa, com régua e compasso, a bissetriz dos seguintes ângulos, apresentando os passos realizados ao longo das construções:



Passos das construções

2.4 Quarto momento.

Duração: duas aulas de 50 minutos cada.

Objeto(s) do conhecimento: posições relativas entre retas, paralelismo, perpendicularidade e mediatriz de um segmento.

Objetivos:

- Apresentar as posições relativas entre retas;
- Definir paralelismo e perpendicularidade;
- Definir mediatriz de um segmento;
- Construir a reta que passa por um ponto P e é perpendicular a uma reta dada;
- Construir a mediatriz de um segmento;
- Construir a reta que passa por um ponto P e é paralela a uma reta dada.

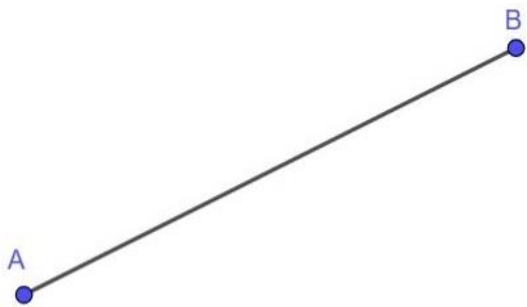
Habilidades da BNCC: (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

Passo a Passo: O(A) professor(a) pode cumprir os objetivos da aula apresentando todos os conceitos listados acima, de preferência na mesma ordem, e posteriormente ele(a) pode mostrar o passo a passo para construir a reta paralela, a reta perpendicular e a mediatriz de um segmento.

Atividades propostas: Com base nos conhecimentos adquiridos ao longo deste quarto momento, os(as) estudantes podem resolver as seguintes atividades:

ATIVIDADE 03

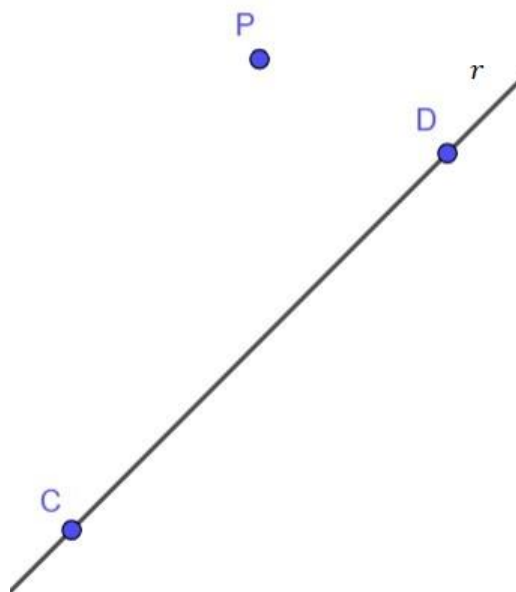
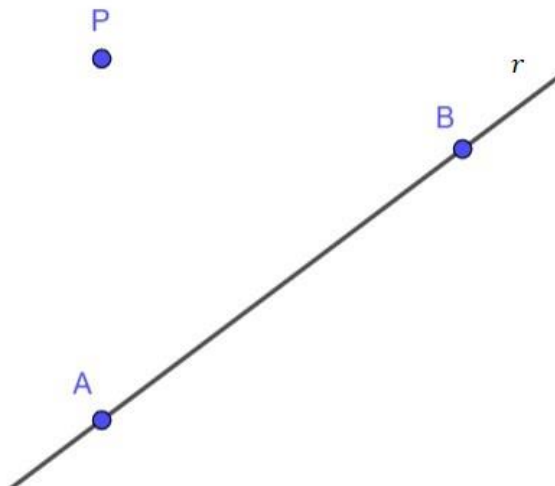
Construa, com régua e compasso, a mediatriz dos seguintes segmentos, apresentando os passos realizados ao longo das construções:



Passos das construções

ATIVIDADE 04

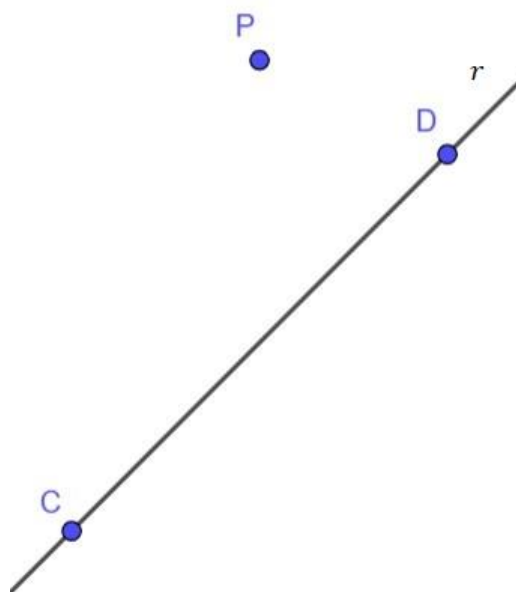
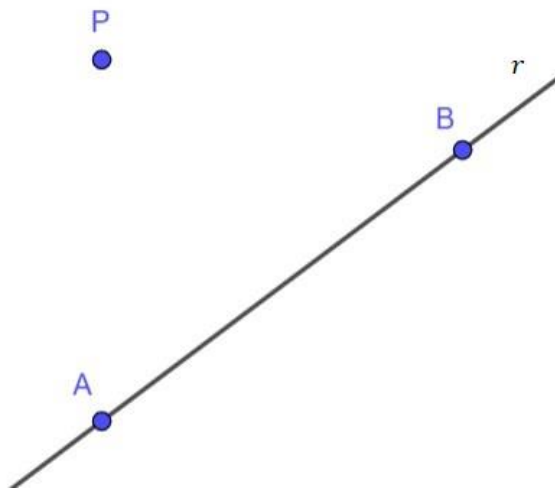
Construa, com régua e compasso, a reta perpendicular à reta r , passando pelo ponto P , nos seguintes casos, apresentando os passos realizados ao longo das construções:



Passos das construções

ATIVIDADE 05

Construa, com régua e compasso, a reta paralela à reta r , passando pelo ponto P , nos seguintes casos, apresentando os passos realizados ao longo das construções:



Passos das construções

2.5 Quinto momento.

Duração: três aulas de 50 minutos cada.

Objeto(s) do conhecimento: conceito de triângulo, elementos de um triângulo, classificação de triângulos, congruência de triângulos, mediana de um triângulo, bissetriz interna de um triângulo, altura de um triângulo e pontos notáveis de um triângulo (baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro).

Objetivos:

- Conceituar e classificar triângulo, destacando seus elementos;
- Abordar sobre congruência de triângulos;
- Definir mediana e baricentro de um triângulo;
- Definir bissetriz interna e incentro de um triângulo;
- Definir circuncentro de um triângulo;
- Definir altura e ortocentro de um triângulo.

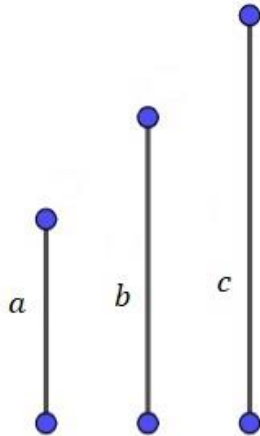
Habilidades da BNCC: (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

Passo a Passo: O(A) professor(a) pode cumprir os objetivos da aula apresentando todos os conceitos listados acima, de preferência na mesma ordem, e posteriormente ele(a) pode mostrar o passo a passo para construir um triângulo conhecendo a medida de cada um dos seus lados. Além disso, o(a) docente pode mostrar a construção dos pontos notáveis do triângulo, uma vez que os(as) alunos(as) já devem saber como construir o ponto médio e a mediatriz de um segmento, a reta perpendicular e a bissetriz de um ângulo.

Atividades propostas: Com base nos conhecimentos adquiridos ao longo deste quinto momento, os(as) estudantes podem resolver as seguintes atividades:

ATIVIDADE 06

Construa, com régua e compasso, o triângulo ABC , conhecidos $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$.



Passos da construção

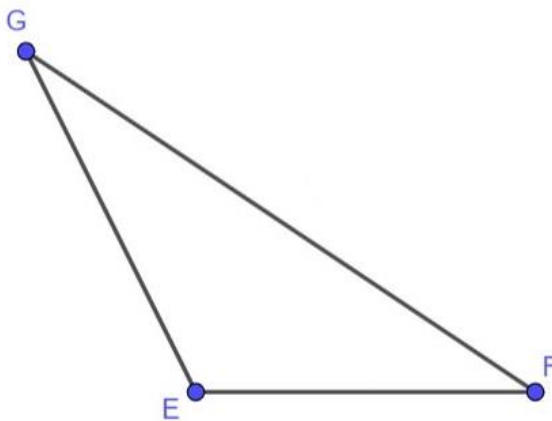
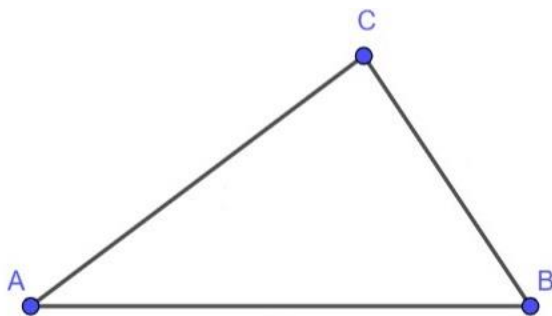
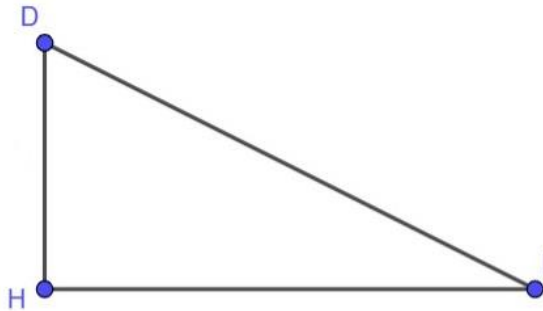
Construa, com régua e compasso, o triângulo equilátero ABC dado o lado AB deste triângulo.



Passos da construção

ATIVIDADE 07

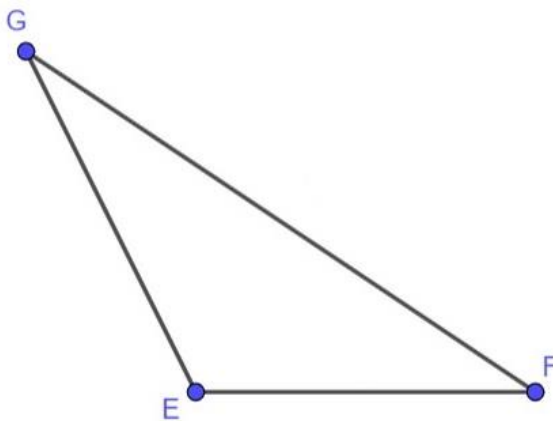
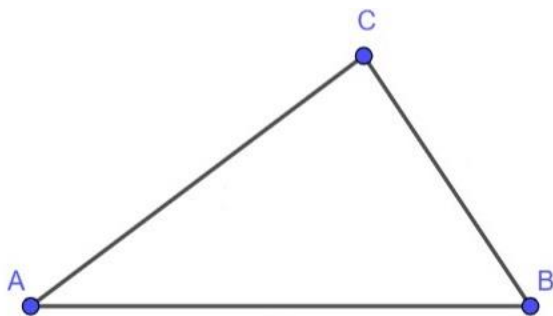
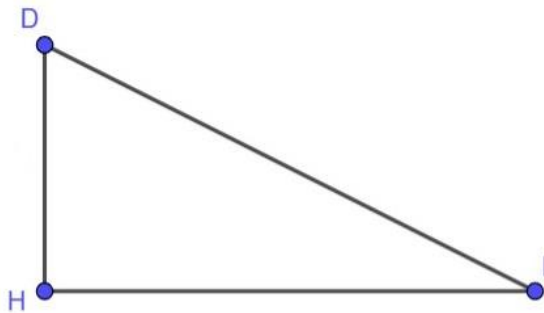
Construa, com régua e compasso, as medianas de cada um dos seguintes triângulos, apresentando os passos realizados ao longo das construções, e determine o baricentro de cada um:



Passos das construções

ATIVIDADE 08

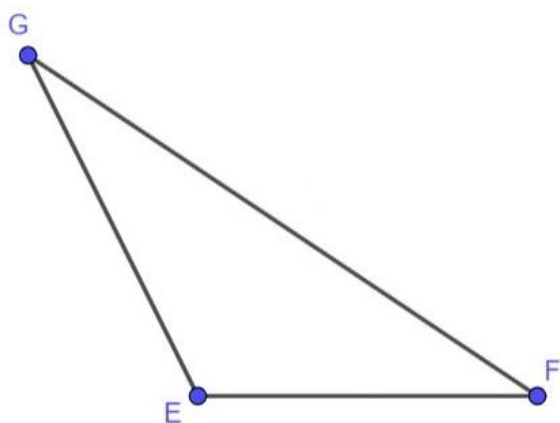
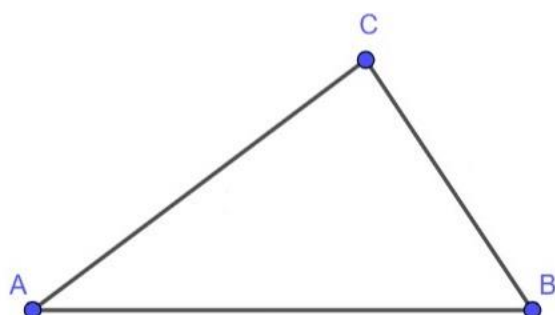
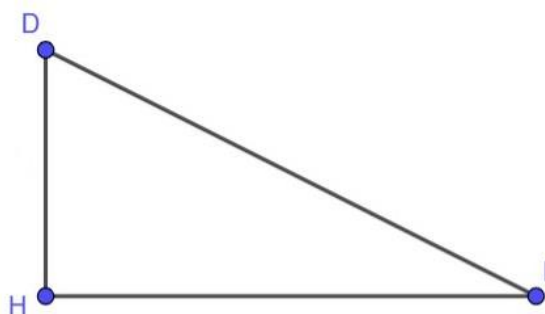
Construa, com régua e compasso, as alturas de cada um dos seguintes triângulos, apresentando os passos realizados ao longo das construções, e determine o ortocentro de cada um:



Passos das construções

ATIVIDADE 09

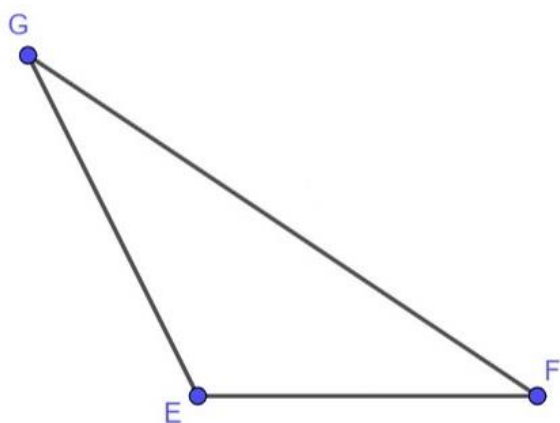
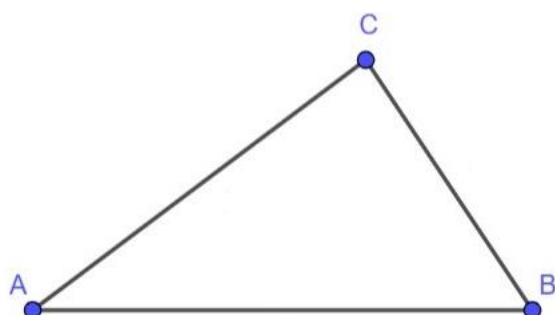
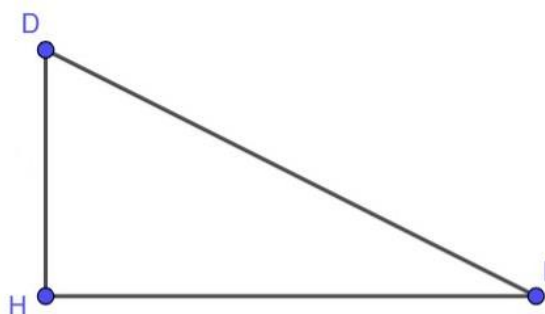
Construa, com régua e compasso, as três bissetrizes internas de cada um dos seguintes triângulos, apresentando os passos realizados ao longo das construções, e determine o incentro de cada um:



Passos das construções

ATIVIDADE 10

Construa, com régua e compasso, as mediatrizes de cada um dos lados dos seguintes triângulos, apresentando os passos realizados ao longo das construções, e determine o circuncentro de cada um:



Passos das construções

2.6 Sexto momento.

Duração: uma aula de 50 minutos.

Objeto(s) do conhecimento: construção do ângulo de medida igual a 30° e do ângulo de medida igual a 60° .

Objetivos:

- Construir ângulos que medem 30° e que medem 60° a partir da trissecção do ângulo reto.

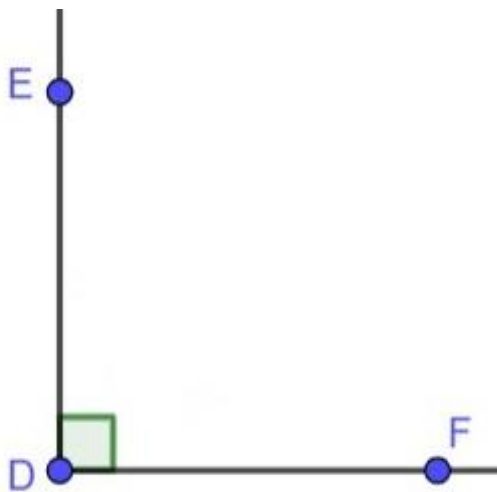
Habilidade da BNCC: (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

Passo a Passo: Apesar de o terceiro momento já tratar sobre ângulos, deixamos a construção dos ângulos de 30° e 60° para o final deste material, visto que envolve uma construção mais complexa que é a de trissectar o ângulo reto. Como os(as) alunos(as) já sabem construir a reta perpendicular e bissectar um ângulo qualquer, eles(as) conseguem construir o ângulo reto e o ângulo que mede 45° . O(A) docente pode mostrar como realizar a trissecção do ângulo reto, destacando como, a partir desta construção, pode-se obter os ângulos de medida 30° e 60° .

Atividades propostas: Com base nos conhecimentos adquiridos ao longo deste sexto momento, os(as) estudantes podem resolver a seguinte atividade:

ATIVIDADE 11

Realize a trisseção do ângulo reto, com régua e compasso, apresentando os passos realizados ao longo da construção, e destaque os ângulos de 30° e 60° obtidos a partir desta construção.



Passos das construções

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que esse caderno de atividades possa auxiliar os(as) docentes de Matemática no planejamento de suas primeiras aulas de uma disciplina eletiva de construções geométricas com régua e compasso, trazendo como possível consequência a melhoria da qualidade na aprendizagem dos(as) alunos(as), uma vez que em cada atividade realizada eles(as) precisarão mostrar o passo a passo utilizado, o que permite que ao longo do processo suas hipóteses sejam testadas, levando à descoberta de novas propriedades geométricas. Em alguns casos o(a) professor(a) pode abordar as justificativas de cada construção, levando em conta, já que se trata de uma disciplina eletiva, se os(as) estudantes apresentam os conhecimentos prévios para tal. Além disso, conforme o curso for avançando, o(a) docente tem a possibilidade de retomar construções anteriores e mostrar a justificativa da validade dessas construções, por meio dos novos conhecimentos adquiridos pelos(as) estudantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, I. **O corpo dos números construtíveis com régua e compasso: os problemas clássicos da duplicação do cubo, da quadratura do círculo e da trissecção do ângulo**. Dissertação de mestrado (PROFMAT) – Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza, p. 70. 2024. Disponível em <<https://siduece.uece.br/siduece/pesquisarItemPublico.jsf;jsessionid=796C87261D4B92F14F9D240E507F131B>>.

DOLCE, Osvaldo; POMPEU, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar**. 1. ed. São Paulo: Atual, 2006. v.9.

WAGNER, Eduardo. **Construções geométricas**. 6. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2007.