UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

GEVANILSON TEIXEIRA BEZERRA

ELETIVA DE MATEMÁTICA AGRÁRIA PARA O ENSINO MÉDIO: INTEGRAÇÃO ENTRE GEOMETRIA E ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO RURAL

JUAZEIRO DO NORTE
2025

GEVANILSON TEIXEIRA BEZERRA

ELETIVA DE MATEMÁTICA AGRÁRIA PARA O ENSINO MÉDIO: INTEGRAÇÃO ENTRE GEOMETRIA E ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO RURAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Cariri, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Matemática.
Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Pereira Chaves

JUAZEIRO DO NORTE
2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Cariri
Sistema de Bibliotecas

B586e Bezerra, Gevanilson Teixeira.
Eletiva de Matemática Agrária para o Ensino Médio: Integração entre Geometria e Etnomatemática no Contexto Rural/ Gevanilson Teixeira Bezerra. – 2025.
XIII, 137 p.: il.; 29, 7cm. (Inclui referências bibliográficas, p. 134 – 137).

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Cariri, Centro de Ciências e Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional, Juazeiro do Norte, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Pereira Chaves.

1. Matemática agrária. 2. Etnomatemática. 3. Unidades de medida. 4. Ensino contextualizado. 5. Planilhas automatizadas. I. Chaves, Francisco Pereira - orientador. II. Título.

CDD 519

Bibliotecário: João Bosco Dumont do Nascimento – CRB 3/1355

GEVANILSON TEIXEIRA BEZERRA

ELETIVA DE MATEMÁTICA AGRÁRIA PARA O ENSINO MÉDIO: INTEGRAÇÃO ENTRE GEOMETRIA E ETNOMATEMÁTICA NO CONTEXTO RURAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Cariri, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Matemática.
Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Aprovada em: 27 de agosto de 2025.

BANCA EXAMINADORA

gov.br Documento assinado digitalmente
FRANCISCO PEREIRA CHAVES
Data: 22/10/2025 14:05:36-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Francisco Pereira Chaves
UFCA

gov.br Documento assinado digitalmente
ERICA BOIZAN BATISTA
Data: 23/10/2025 11:00:12-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Dr.ª Erica Boizan Batista
UFCA

gov.br Documento assinado digitalmente
ANTONIO ANDERSON PINHEIRO
Data: 22/10/2025 15:13:30-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Me. Antonio Anderson Pinheiro
SEDUC

Dedico este trabalho à minha filha Naara Freitas Bezerra.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pela vida, pela saúde e pela responsabilidade que me foram concedidas ao longo desta caminhada. Sem Sua graça, não seria possível concluir esta etapa tão importante da minha trajetória.

À minha esposa e à minha filha, pelo amor, paciência e compreensão nos momentos em que precisei me ausentar. Vocês foram meu alicerce e minha motivação diária.

Ao meu amigo Valter Ferreira, pela parceria nos estudos, pelas conversas, viagens, brincadeiras e pelo apoio constante em todos os momentos deste processo. Sua companhia foi fundamental para tornar essa jornada mais leve.

Ao meu orientador, professor Dr. Francisco Pereira Chaves, pela orientação e pela dedicação ao longo do mestrado. Sua contribuição foi essencial para a concretização deste trabalho.

Aos meus colegas de turma, com quem compartilhei aprendizados, desafios e conquistas, deixo o meu reconhecimento e gratidão pela convivência e troca de experiências.

Agradeço também aos demais professores e a toda equipe da Universidade Federal do Cariri (UFCA), que contribuíram significativamente para minha formação e para a realização deste sonho. Cada disciplina, cada ensinamento e cada desafio enfrentado contribuíram para meu crescimento pessoal e acadêmico.

A todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte desta conquista, deixo minha sincera gratidão.

RESUMO

Este trabalho tem como principal objetivo elaborar uma disciplina eletiva intitulada Introdução à Matemática Agrária, destinada aos estudantes do Ensino Médio da rede pública estadual do Ceará. A proposta surge da constatação de que muitos alunos, mesmo oriundos de zonas rurais, desconhecem o significado e a aplicação de unidades agrárias tradicionais ainda utilizadas em suas comunidades, como a braça, o palmo, a légua e a tarefa. A pesquisa baseia-se em três pilares fundamentais: a geometria como campo da matemática aplicada ao espaço físico; a etnomatemática, como abordagem que valoriza os saberes culturais; e a matemática agrária, como expressão concreta do conhecimento empírico rural. A metodologia adotada inclui uma revisão teórica fundamentada em autores como D'Ambrosio (2019), Boyer (2018), Freitas (2018) e Silva (2016), além da análise das diretrizes da BNCC, da LDB e dos PCNs, que reforçam a importância de uma educação contextualizada e culturalmente significativa. O produto educacional resultante é um material didático completo, composto por 40 encontros de 2 h/a cada organizados em módulos, nos quais se abordam conteúdos como medidas de comprimento e área, unidades do Sistema Internacional, unidades agrárias tradicionais, perímetro, cálculo de áreas de figuras planas e o uso de planilhas automatizadas. A proposta inclui ainda o uso de tecnologias como o Excel e o Google Earth para favorecer o ensino de matemática em situações contextualizadas. A eletiva visa não apenas ao desenvolvimento das competências matemáticas previstas na BNCC, mas também ao fortalecimento do vínculo entre escola e comunidade, à valorização dos saberes populares e à formação de estudantes mais críticos, conscientes de seu território e preparados para lidar com desafios do campo e da vida. Ao articular teoria e prática, tradição e inovação, o trabalho apresenta uma contribuição significativa para o ensino da matemática em contextos rurais e promove uma educação mais inclusiva e equitativa.

Palavras-chave: Matemática agrária . Etnomatemática. Unidades de medida. Ensino contextualizado. Planilhas automatizadas.

ABSTRACT

This work has as its main objective the development of an elective course entitled *Introduction to Agrarian Mathematics*, aimed at high school students of the public school system of Ceará, Brazil. The proposal arises from the observation that many students, even those coming from rural areas, are unfamiliar with the meaning and application of traditional agrarian units still used in their communities, such as *braça* (approx. 2.2 *meters*), *palmo* (approx. 22 *centimeters*), *légua* (approx. 6 *kilometers* in Ceará), and *tarefa* (a traditional land area unit, approx. 3 025 m^2 in Ceará). The research is based on three fundamental pillars: geometry, as a field of mathematics applied to physical space; ethnomathematics, as an approach that values cultural knowledge; and agrarian mathematics, as a concrete expression of rural empirical knowledge. The adopted methodology includes a theoretical review grounded in authors such as D'Ambrosio (2019), Boyer (2018), Freitas (2018), and Silva (2016), in addition to the analysis of the guidelines of BNCC, LDB, and PCNs, which reinforce the importance of a contextualized and culturally meaningful education. The resulting educational product is a complete didactic material, consisting of 40 meetings of 2 class hours each, organized into modules, in which contents such as length and area measurements, International System units, traditional agrarian units, perimeter, calculation of areas of plane figures, and the use of automated spreadsheets are addressed. The proposal also includes the use of technologies such as Excel and Google Earth to enhance the teaching of mathematics in contextualized situations. The elective aims not only at the development of mathematical competences established in the BNCC but also at strengthening the bond between school and community, valuing popular knowledge, and forming more critical students, aware of their territory and prepared to deal with the challenges of the countryside and life. By articulating theory and practice, tradition and innovation, this work presents a significant contribution to the teaching of mathematics in rural contexts and promotes a more inclusive and equitable education.

Keywords: Agrarian mathematics. Ethnomathematics. Units of measurement. Contextualized teaching. Automated spreadsheets.

Lista de Figuras

Lista de Quadros

Sumário

Capítulo 1

Introdução

A matemática, desde suas origens, esteve profundamente ligada às necessidades práticas da vida cotidiana. Em especial, a geometria nasceu da necessidade de medir terrenos, dividir espaços e construir edificações. Povos da Antiguidade, como os egípcios e os babilônios, já realizavam cálculos geométricos para fins agrários, aplicando conhecimentos empíricos na organização e na exploração da terra.

Segundo Boyer e Merzbach (2018), por volta de 2 000 a.C., no Egito, técnicos agrimensores trabalhavam com precisão para redesenhar os limites das propriedades após as cheias do Nilo, prática que deu origem à palavra "geometria", do grego *geo* ("terra") e *metron* ("medida"). Documentos egípcios, como os famosos Papiros de Matemática (Moscou, Rhind), contêm fórmulas para calcular áreas de triângulos, retângulos e círculos, evidenciando que a matemática era empregada para calcular áreas cultiváveis, tributos e dimensões de canais de irrigação. Na Mesopotâmia, evidências arqueológicas, como as tábuas de argila dinásticas, mostram que, já em torno de 2 600 a.C., havia tabelas para calcular áreas de figuras planas, um claro indício do uso matemático prático em contextos agrários e administrativos. Esses registros revelam que a medição de terra era vital para definir propriedades, planejar plantações e regular obrigações civis.

Ainda de acordo com os autores, a transição para um pensamento geométrico mais teórico ocorreu com Euclides, no século III a.C., ao organizar e publicar *os Elementos*, obra que sistematizou a geometria com base em um método dedutivo. Mesmo assim, suas proposições eram amplamente aplicadas na arquitetura, navegação, construção e delimitação de propriedades.

No Brasil, desde o período colonial, a aplicação da geometria no campo foi essencial para a demarcação de sesmarias (grandes lotes de terra doados pela Coroa portuguesa) e para o ordenamento do território. Unidades tradicionais como a légua, a braça e o alqueire tornaram-se ferramentas importantes na organização do espaço rural, mesmo com variações regionais. Essas medidas permitiram atender a necessidades como a medição de cercas, áreas de cultivo e o planejamento das atividades rurais (Silva, 2016). Embora não integrem o Sistema Internacional de Unidades (SI), continuam a ser amplamente utilizadas em zonas rurais, especialmente no Nordeste do país, mantendo-se como herança cultural e funcional de um saber tradicional.

Nesse contexto, surge a matemática agrária como uma proposta educativa que valoriza os saberes locais e os aproxima dos conceitos matemáticos formais. Trata-se de uma abordagem que considera os conhecimentos empíricos historicamente construídos e utilizados no campo como parte integrante do ensino de matemática. Ao articular o saber tradicional com a matemática escolar, promove-se não apenas a aprendizagem de conteúdos curriculares, mas também o reconhecimento da cultura e da realidade dos estudantes (D'Ambrosio, 2019).

Embora não seja reconhecida como um ramo formal da matemática, a matemática agrária representa uma importante aplicação prática dos conhecimentos matemáticos no contexto do campo. Trata-se de um conjunto de saberes populares e técnicos que se desenvolveram a partir da necessidade de medir, dividir e organizar espaços rurais, além de controlar recursos naturais e planejar atividades como a agricultura, a pecuária e a apicultura. Esse tipo de matemática está presente em práticas como o uso da braça para medir comprimentos de cercas, a tarefa para delimitar áreas de plantio ou a conversão de unidades para calcular insumos e produção.

Essa matemática aplicada está intimamente ligada à vivência cotidiana de agricultores e comunidades rurais. Por essa razão, pode ser compreendida dentro da abordagem da etnomatemática, que, segundo D'Ambrosio (2019), é o estudo das práticas matemáticas realizadas por diferentes grupos culturais em seus contextos próprios. Nesse sentido, a matemática agrária é uma expressão legítima do saber matemático contextualizado, desenvolvido fora do ambiente escolar, mas com grande potencial educativo.

A presente proposta tem como principal objetivo a criação de uma disciplina eletiva intitulada "Introdução à Matemática Agrária", voltada para estudantes do ensino médio da rede pública estadual do Ceará. Essa eletiva será submetida ao catálogo de Unidades Curriculares Eletivas da Secretaria da Educação do Estado do Ceará (SEDUC-CE) como um componente curricular inovador e contextualizado. O produto deste trabalho será o material didático para a execução da eletiva.

Este trabalho busca resgatar a relação entre matemática e medidas de território, mostrando aos estudantes que unidades como o palmo, a braça, a tarefa, o alqueire e o hectare fazem parte de uma tradição histórica de organização e compreensão do espaço. Ao compreenderem essas unidades no contexto atual, os alunos desenvolvem não apenas competências matemáticas, mas também uma valorização do conhecimento popular que sustenta o trabalho e a vida no meio rural.

A matemática, muitas vezes percebida pelos estudantes como um conjunto de fórmulas abstratas e desconectadas da realidade, pode se tornar significativa quando articulada a contextos concretos e próximos da vivência dos alunos. No interior do estado do Ceará, ainda é comum o uso de unidades tradicionais como a braça, a tarefa, o alqueire e a légua. Essas unidades, embora historicamente enraizadas nas práticas de medição de terras e no cotidiano do campo, são pouco abordadas nos currículos escolares. Como consequência, mesmo alunos oriundos de comunidades rurais e cujas famílias fazem uso dessas medidas muitas vezes desconhecem seus significados exatos ou as relações que guardam com as unidades do Sistema Internacional (SI).

Esse distanciamento entre o conhecimento popular e o conteúdo escolar compromete não apenas o aprendizado matemático, mas também o reconhecimento de saberes locais. Ao trazer para a sala de aula elementos da matemática agrária, o ensino passa a dialogar com a realidade do estudante, despertando maior interesse, promovendo a compreensão conceitual e fortalecendo a identidade cultural dos alunos.

Outro ponto importante diz respeito às demandas do próprio território. O estado do Ceará possui vocação agropecuária e vínculos com atividades como a agricultura familiar, a pecuária extensiva e a apicultura, que é uma atividade em expansão. A presença de cursos técnicos e superiores voltados para as ciências agrárias, como os ofertados por Institutos Federais e outras instituições de ensino da região, reforça a importância de que os alunos do ensino médio tenham contato prévio com noções fundamentais da matemática aplicada ao campo. Conhecimentos como conversão entre unidades, cálculo de perímetros, estimativas de uso do solo e medidas de produção são competências valiosas para quem pretende seguir nessas áreas.

Dessa forma, este trabalho busca preencher uma lacuna no ensino da matemática, conectando os conteúdos escolares à realidade agrária da região. Trata-se de uma ação de valorização dos saberes tradicionais e de fortalecimento do vínculo entre escola e comunidade. Ao oferecer uma eletiva sobre matemática agrária, espera-se contribuir para a formação de estudantes mais críticos, conscientes de seu território e preparados para atuar de maneira mais eficaz nas realidades locais, seja no campo profissional, acadêmico ou comunitário.

Na perspectiva da educação matemática, esse tipo de conteúdo promove a valorização da cultura local e torna o aprendizado mais significativo para os estudantes, especialmente aqueles do meio rural. Ao conectar o conhecimento escolar com práticas do cotidiano, é possível desenvolver competências previstas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Embora a BNCC não mencione diretamente o termo "matemática agrária", ela incentiva o ensino de matemática com base na realidade dos alunos e propõe o uso de situações do mundo do trabalho, da cultura e do meio social e natural como contexto para o desenvolvimento das habilidades.

De acordo com a BNCC (Brasil, 2018), no Ensino Médio, a área de Matemática deve possibilitar que o estudante compreenda o papel da matemática na organização e transformação do mundo. Entre as competências específicas, destacam-se: "relacionar e aplicar os conhecimentos adquiridos em situações significativas para o estudante" e "utilizar diferentes ferramentas, linguagens e tecnologias para representar, comunicar e resolver problemas".

Essas diretrizes abrem espaço para abordagens que envolvam a matemática agrária como proposta didática. Dessa forma, o trabalho com esse conteúdo contribui para o desenvolvimento de competências como a resolução de problemas, a argumentação, o pensamento crítico e a valorização dos saberes tradicionais, em consonância com os princípios de contextualização e interdisciplinaridade defendidos pela BNCC.

O material didático desenvolvido busca apresentar, de maneira acessível e contextualizada, os principais conteúdos relacionados às unidades de comprimento e área do Sistema Internacional, bem como às unidades agrárias tradicionais. São abordadas também as conversões entre essas unidades, os cálculos de perímetro e área de figuras planas, além da aplicação de tecnologias como planilhas eletrônicas e o Google Earth, com o intuito de tornar as aprendizagens mais significativas e conectadas à realidade dos alunos.

A estrutura deste trabalho está organizada da seguinte forma: o segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica, discutindo os conceitos de geometria, etnomatemática e matemática agrária. O terceiro capítulo disserta acerca da metodologia utilizada para o desenvolvimento desta pesquisa. Neste capítulo, são apresentados o tipo de pesquisa, os procedimentos metodológicos, o contexto e o público alvo da pesquisa, além dos instrumentos e técnicas de análise.

O quarto capítulo aborda as unidades de medida de comprimento do Sistema Internacional de Unidades (SI), bem como as unidades de comprimento utilizadas no campo e suas aplicações na resolução de problemas. O quinto capítulo apresenta as unidades de superfície do Sistema Internacional de Unidades (SI), as unidades de superfície utilizadas no meio agrário, além de suas aplicações no cálculo de áreas e na resolução de problemas.

O sexto capítulo trata da utilização de planilhas automatizadas como ferramenta auxiliar na conversão de unidades, tanto de comprimento quanto de superfície, facilitando a conversão entre unidades agrárias e do SI, além da utilização de aplicativos como o "Google Earth". O sétimo capítulo traz uma reflexão sobre o Catálogo de Componentes Curriculares Eletivos da SEDUC-CE e descreve o recurso educacional elaborado no contexto deste trabalho. Por fim, o oitavo capítulo reúne as considerações finais, retomando os principais pontos abordados e destacando as contribuições do recurso educacional e das ferramentas utilizadas.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

A construção da proposta pedagógica apresentada neste trabalho apoia-se em três pilares fundamentais: a geometria enquanto campo tradicional da matemática aplicada ao espaço, a etnomatemática como abordagem que valoriza os saberes culturais e a matemática agrária como expressão prática do conhecimento matemático no contexto rural. Neste capítulo, abordaremos cada um desses aspectos individualmente, seguindo a ordem em que foram apresentados. A partir de estudos e publicações acadêmicas como Boyer e Merzbach (2018), D'Ambrosio (2019) e Freitas (2018), evidenciaremos como esses campos se apoiam e se entrelaçam, formando a base conceitual para a proposta da disciplina eletiva em matemática agrária. Desse modo, buscaremos fundamentar a matemática agrária tanto como uma necessidade cognitiva quanto como uma expressão legítima da cultura local, reforçando sua relevância no currículo escolar.

2.1 A Geometria e sua Função Prática

Historicamente, a geometria surgiu da necessidade humana de organizar e compreender o espaço físico ao seu redor. Seu nome, derivado dos termos gregos geo (terra) e metron (medida), reflete seu uso original: medir terras, traçar limites, construir edificações e planejar o uso do solo. Como explicam Boyer e Merzbach (2018, p. 27), "o desenvolvimento da geometria pode muito bem ter sido estimulado pela necessidade prática de construção e de demarcação de terras, ou pelo sentimento estético de design e ordem". As origens da geometria remontam à Antiguidade, quando povos como os egípcios, motivados por necessidades administrativas, agrárias e religiosas, desenvolveram métodos baseados na experiência para medir áreas e volumes, estabelecer proporções e resolver problemas de natureza prática. Relatos históricos sugerem, inclusive, que a geometria tenha surgido dessas necessidades no Egito. Nesse sentido, Boyer e Merzbach (2018, p. 29) relatam:

> Em cerca de 450 a.C., Heródoto, o inveterado viajante grego e historiador narrativo, visitou o Egito. [...] Ao tratar da matemática, ele manteve que a geometria tinha-se originado no Egito, pois acreditava que o assunto tinha aparecido lá a partir da necessidade prática de redemarcar terras depois da enchente anual das margens do vale do rio.

O conhecimento geométrico estava, portanto, intimamente associado à observação e à repetição de procedimentos úteis no cotidiano. As cheias periódicas do Nilo, que apagavam os limites das propriedades, exigiam métodos para redefinir os campos agrícolas. Esse tipo de aplicação levou à criação de regras empíricas para o cálculo de áreas, realizadas com o uso de cordas esticadas, comumente atribuídas aos agrimensores, os chamados "estiradores de corda". A esse respeito, Boyer e Merzbach (2018, p. 29) acrescentam: "O debate, que se estende bem além das fronteiras do Egito, sobre creditar o progresso em matemática aos homens práticos (os demarcadores de terras ou "esticadores de corda") ou aos elementos contemplativos da sociedade (os sacerdotes e o filósofos) continua até nossos tempos."

Mesmo não sendo possível saber com exatidão a quem creditar os avanços dessa área da matemática, é notável perceber que, desde os primórdios, a geometria já atuava na resolução de problemas concretos, servindo como ferramenta para o planejamento e a execução de atividades rurais. É relevante destacar que, em uma era tão remota, os egípcios já solucionavam problemas envolvendo o cálculo da área de triângulos isósceles e trapézios isósceles. Sobre isso, Boyer e Merzbach (2018, p. 33) afirmam:

> O problema 51 mostra que a área de um triângulo isósceles era achada tomando a metade do que chamaríamos de base e multiplicando isso pela altura. [...] O trapézio isósceles é tratado de modo semelhante no Problema 52, em que a base maior de um trapésio é 6, a menor é 4 e a distância entre elas é 20. Tomando $\frac{1}{2}$ da soma das bases, "de modo a fazer um retângulo", Ahmes multiplica isso por 20 para achar a área.

Na Mesopotâmia, por sua vez, as tábuas de argila revelam um saber mais avançado em relação à geometria prática. Os escribas babilônicos resolveram problemas envolvendo triângulos, quadriláteros, círculos, prismas, pirâmides e cilindros, além de utilizarem aproximações numéricas sofisticadas. Como relatam os autores:

> [...] é importante notar que não era tanto o contexto geométrico que interessava aos babilônios quanto as aproximações numéricas que usavam na mensuração. A geometria para eles não era uma disciplina matemática no nosso sentido, mas uma espécie de álgebra ou aritmética aplicada em que números são ligados a figura (Boyer; Merzbach, 2018, p. 48).

Segundo os mesmos autores, a contribuição dos egípcios para o desenvolvimento da matemática foi menor que a dos mesopotâmicos. No entanto, é difícil medir com precisão essa diferença, já que os registros egípcios eram feitos em papiros que é um material frágil, enquanto os mesopotâmicos escreviam em argila, que apresenta maior durabilidade.

O surgimento da geometria como ciência dedutiva ocorreu posteriormente, na Grécia Antiga, especialmente a partir do século VI a.C., com Tales de Mileto e os pitagóricos. Como comentam Boyer e Merzbach (2018, p. 55), "que foram os gregos que acrescentaram à geometria o elemento novo da estrutura lógica é quase universalmente admitido hoje". Mais sistematicamente, a geometria dedutiva se consolida com Euclides, no século III a.C. Em sua obra *Os Elementos*, ele reuniu o conhecimento geométrico disponível até então, organizando-o de forma axiomática e dedutiva. Os autores descrevem a obra da seguinte forma: "Os elementos de Euclides [...] trata-se de um texto introdutório cobrindo toda a matemática elementar, isto é, aritmética [...], geometria sintética [...] e álgebra." (Boyer; Merzbach, 2018, p. 89).

Esse marco estabeleceu um novo paradigma para a matemática: a busca por verdades universais a partir de definições, postulados e demonstrações rigorosas.

A trajetória da geometria seguiu com importantes contribuições, como as de Arquimedes (c. 287 a.C. – 212 a.C.), que elaborou invenções práticas e desenvolveu estudos fundamentais sobre figuras circulares e volumes. Boyer e Merzbach (2018, p. 99) registram:

> Arquimedes, o principal matemático da época, inventou engenhosas máquinas de guerra para conservar o inimigo à distância — catapultas para lançar pedras; cordas, polias e ganchos para levantar e espatifar os navios romanos; invenções para queimar os navios. Por fim, no entanto, durante o saque da cidade em 212, Arquimedes foi morto por um soldado romano, apesar das ordens [...] para que a vida do geômetra fosse poupada.

Entre suas contribuições destacam-se o engenho conhecido como parafuso de Arquimedes, criado para elevar as águas do Nilo e irrigar áreas agrícolas, bem como seus estudos sobre o círculo e a aproximação da constante π. A importância de seus trabalhos é ressaltada na redescoberta de sua obra O Método: "Entre os aspectos assombrosos da proveniência das obras de Arquimedes, está a descoberta no século vinte de um de seus mais importantes trabalhos — um que Arquimedes chamou simplesmente O método" (Boyer; Merzbach, 2018, p. 108).

Ao longo dos séculos, a geometria expandiu-se em múltiplas direções, acompanhando o avanço da matemática e as transformações culturais, científicas e tecnológicas da humanidade. Surgiram diversos ramos específicos, cada um com características próprias e campos de aplicação distintos. A geometria projetiva, por exemplo, desenvolveu-se entre os séculos XVII e XIX no contexto da perspectiva e da arte, estudando as propriedades que se mantêm invariantes sob projeções, como alinhamento e incidência. A geometria analítica, criada por René Descartes no século XVII, associou figuras geométricas a equações algébricas por meio de sistemas de coordenadas, permitindo a fusão entre álgebra e geometria (Boyer; Merzbach, 2018).

No século XIX, o surgimento da geometria não euclidiana, com Gauss, Bolyai e Lobachevsky, desafiou os postulados clássicos de Euclides e abriu caminho para novas estruturas espaciais, como as estudadas na geometria hiperbólica e na geometria elíptica. Essas ideias serviriam, posteriormente, de base para a geometria riemanniana, formulada por Bernhard Riemann, que se tornaria fundamental para a física moderna, especialmente na Teoria da Relatividade Geral de Einstein. A geometria diferencial, que analisa curvas e superfícies com o auxílio do cálculo diferencial e integral, teve grande impacto na descrição de fenômenos naturais e estruturas complexas (Boyer; Merzbach, 2018).

Outros desdobramentos importantes incluem a geometria algébrica, que estuda soluções geométricas de sistemas de equações polinomiais; a geometria descritiva, sistematizada por Gaspard Monge, essencial para a representação de objetos tridimensionais em superfícies planas, com aplicações diretas na engenharia e no desenho técnico; a geometria fractal, surgida no século XX com Benoît Mandelbrot, que investiga formas auto-semelhantes presentes na natureza; a geometria topológica, focada nas propriedades que permanecem inalteradas sob deformações contínuas; e, mais recentemente, a geometria computacional, voltada à resolução de problemas geométricos por meio de algoritmos, com aplicação em robótica, inteligência artificial e gráficos computacionais (Boyer; Merzbach, 2018).

Ainda que tenha sido sistematizada como ciência teórica, a geometria jamais perdeu seu vínculo com o mundo concreto. Permaneceu essencial em campos como a arquitetura, a navegação, a agrimensura, a cartografia, a física e as artes, integrando a base do pensamento científico e da modelagem espacial. No mundo contemporâneo, a geometria segue como uma linguagem fundamental para descrever, analisar e transformar o espaço. Suas aplicações abrangem desde a engenharia estrutural ao design industrial, da computação gráfica à robótica, da agricultura de precisão à biomedicina, demonstrando sua relevância contínua tanto no âmbito acadêmico quanto nas mais diversas práticas sociais.

No campo educacional, a geometria é considerada um dos pilares do ensino da matemática, pois estimula o raciocínio lógico, a visualização espacial e a capacidade de abstração. Por isso, permanece como conteúdo essencial nos currículos escolares, articulando saberes formais com situações concretas da vida cotidiana.

2.2 A Etnomatemática e os Saberes Locais

A etnomatemática, conceito proposto por Ubiratan D'Ambrosio, refere-se ao estudo das práticas matemáticas desenvolvidas por diferentes grupos culturais em seus contextos próprios. Nas palavras do autor, "etnomatemática é matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos" (D'Ambrosio, 2019, p. 9).

Diante disso, é possível perceber que a matemática não se manifesta apenas de forma técnica e científica, mas também está presente em contextos práticos e culturais. Ela atua como ferramenta didática na construção do conhecimento de grupos étnicos e comunidades rurais, além de contribuir para sua sobrevivência ao auxiliar em práticas como a agricultura, o manejo dos recursos naturais e outras atividades do cotidiano. Essa abordagem rompe com a visão de uma matemática única e universal, valorizando os saberes construídos fora do ambiente escolar. "Etnomatemática é hoje considerada uma subárea da História da Matemática e da Educação Matemática, com uma relação muito natural com a Antropologia e as Ciências da Cognição. É evidente a dimensão política da Etnomatemática." (D'Ambrosio, 2019, p. 9).

Para compreender a proposta da etnomatemática em sua totalidade, é fundamental refletir sobre o conceito de cultura que a sustenta. Segundo D'Ambrosio (2019, p. 45), "Cultura é o conjunto de conhecimentos compartilhados e comportamentos compatibilizados". Essa definição ressalta que o conhecimento não é produzido de maneira isolada, mas se constitui coletivamente, sendo continuamente ajustado entre os membros de um grupo social.

Essa perspectiva permite reconhecer que práticas matemáticas diversas, como contar, medir, classificar, comparar e organizar o espaço, fazem parte de heranças culturais transmitidas entre gerações. Em outro trecho, D'Ambrosio (2019, p. 27) afirma que:

> o cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura.

Com isso, evidencia-se que o fazer matemático não está restrito à escola ou aos currículos oficiais, mas se manifesta de maneira legítima nas práticas cotidianas de diferentes comunidades.

Ao relacionarmos a matemática com sua aplicação prática, conferimos a ela significado e, de certa forma, contribuímos para sua valorização. Apresentá-la como uma ferramenta fundamental em atividades agrárias, por exemplo, e reconhecer as diversas formas como se manifesta de maneira espontânea no cotidiano é também uma forma de incentivar os jovens a estudá-la, ao mesmo tempo em que se valorizam os saberes culturais presentes em diferentes contextos sociais. Nesse sentido, em conformidade com os princípios da Etnomatemática, torna-se essencial que o ensino da matemática ultrapasse a abordagem limitada aos livros didáticos, incorporando metodologias que promovam a aprendizagem por meio da experiência, da observação e da prática cotidiana. Assim, a proposta da eletiva Introdução à Matemática Agrária baseia-se em ideias que defendem uma matemática diretamente ligada às aplicações no campo, evidenciando sua presença no cotidiano do educando e destacando seu potencial na resolução de problemas.

Nesse sentido, a etnomatemática propõe uma valorização dos conhecimentos populares, como aqueles presentes em comunidades indígenas, quilombolas, ribeirinhas e rurais. Tais saberes incluem formas próprias de contar, medir, comparar e organizar o espaço, frequentemente ignoradas pelos currículos formais. Ao reconhecer essas práticas, o ensino de matemática torna-se mais inclusivo, contextualizado e significativo, aproximando-se da vivência dos estudantes.

Vale destacar que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática, voltados para as quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, já reconheciam a importância de considerar o contexto cultural dos alunos na construção do conhecimento matemático escolar. Segundo o documento:

> O programa etnomatemática [...] do ponto de vista educacional, procura entender os processos de pensamento, os modos de explicar, de entender e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural do próprio indivíduo. A Etnomatemática procura partir da realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural, mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural (Brasil, 1997, p. 21).

Para além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, na seção destinada às bases legais, embora não utilizem diretamente o termo "etnomatemática", evidenciam a valorização dos saberes culturais ao destacarem competências que ultrapassam o domínio técnico da matemática. O documento aponta a importância do desenvolvimento da abstração, do pensamento sistêmico, da criatividade, da curiosidade e da capacidade de buscar múltiplas soluções para um mesmo problema. Além disso, enfatiza habilidades como o trabalho em equipe, o pensamento crítico, a disposição para o risco e a comunicação eficaz, competências que devem estar presentes nas esferas social e cultural e que são indispensáveis para o exercício pleno da cidadania em um contexto democrático. Tais princípios se alinham com a proposta etnomatemática ao reconhecer que a formação matemática não se restringe a conteúdos formais, mas envolve também práticas culturais e vivências diversas que contribuem para a construção do conhecimento (Brasil, 2000, p. 11).

Nessa perspectiva, podemos compreender que os conhecimentos matemáticos empíricos desenvolvidos por diferentes grupos sociais, sejam eles étnicos ou ligados a características funcionais, como as comunidades da zona rural, são indissociáveis da formação do ser humano. Portanto, tais saberes podem e devem ser valorizados e integrados ao processo educativo. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, na seção destinada à área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, reconhecem essa dimensão ao afirmar que "a Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas" (Brasil, 2002, p. 40).

Além dos Parâmetros Curriculares Nacionais, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) também apresenta fundamentos que se alinham aos princípios da etnomatemática. Ainda que o termo não apareça explicitamente, diversas competências gerais da Educação Básica promovem a valorização dos saberes culturais, da diversidade e do pensamento crítico, elementos centrais à proposta etnomatemática. A competência 1, por exemplo, orienta os educandos a "valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva" (Brasil, 2018, p. 9), o que inclui os saberes matemáticos tradicionais de diferentes comunidades. Já a competência 3 incentiva o reconhecimento e a fruição das manifestações culturais locais e globais, e a competência 6 reforça a valorização da diversidade de saberes e vivências culturais como parte essencial da formação cidadã.

Tais diretrizes apontam para uma concepção de matemática que ultrapassa os limites da sala de aula e se enraíza na experiência social, favorecendo um ensino mais inclusivo, contextualizado e culturalmente significativo, exatamente como propõe a etnomatemática.

A BNCC também estabelece competências específicas para a área de Matemática no Ensino Médio que dialogam diretamente com a abordagem etnomatemática. Entre elas, destaca-se a competência 1, que orienta os estudantes a utilizarem estratégias e procedimentos matemáticos para interpretar situações em "diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas" (Brasil, 2018, p. 523). Já a competência 2 propõe que os conhecimentos matemáticos sejam articulados à investigação de desafios contemporâneos e à tomada de decisões socialmente responsáveis, promovendo um ensino que valorize a ética, a sustentabilidade e o compromisso com as demandas da comunidade.

Essa perspectiva amplia a noção de matemática escolar, ao reconhecer sua presença em práticas culturais, produtivas e sociais, como aquelas encontradas em comunidades rurais, quilombolas, indígenas e urbanas populares, justamente os espaços que a etnomatemática busca valorizar e integrar ao currículo.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB — Lei nº 9.394/96) oferece suporte legal à perspectiva etnomatemática, ao reconhecer que a educação deve se desenvolver em ambientes familiares, culturais e laborais (art. 1º) e garantir "liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar a cultura, o pensamento, a arte e o saber" (art. 3º, II) (Carneiro, 2010).

A LDB também valoriza a "experiência extraescolar" e o vínculo com "práticas sociais" (art. 3º, X e XI), reforçando a legitimidade dos saberes matemáticos que emergem das vivências comunitárias. Além disso, determina que os currículos da educação básica contenham uma base nacional comum com complementação diversificada, adequada ao contexto histórico-social e cultural dos estudantes (art. 26), e torna obrigatória a inclusão de conteúdos sobre as culturas afro-brasileira e indígena (art. 26-A) (Carneiro, 2010). Esses dispositivos legais determinam uma educação que enraíza o ensino da matemática em práticas culturais e reais, em plena consonância com a proposta da etnomatemática.

Dessa forma, a etnomatemática revela-se não apenas como uma abordagem alternativa ao ensino tradicional da matemática, mas como uma perspectiva pedagógica profundamente comprometida com a valorização dos saberes locais, a inclusão cultural e o fortalecimento da identidade dos sujeitos. Ao reconhecer práticas matemáticas presentes no cotidiano de diferentes grupos sociais, especialmente em contextos rurais e populares, essa proposta amplia o horizonte do conhecimento escolar e o torna mais significativo para os estudantes.

Além disso, encontra respaldo legal e curricular nos Parâmetros Curriculares Nacionais, na Base Nacional Comum Curricular e na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, que apontam para a necessidade de uma educação contextualizada, plural e culturalmente enraizada. Nesse sentido, a etnomatemática oferece fundamentos sólidos para propostas pedagógicas inovadoras, como a eletiva Introdução à Matemática Agrária, ao articular teoria e prática em diálogo com a realidade sociocultural dos educandos.

2.3 A Matemática Agrária como Saber Matemático Cultural

Conforme discutido na seção anterior, a etnomatemática legitima as práticas matemáticas desenvolvidas em contextos culturais específicos, reconhecendo-as como formas válidas de raciocínio. No caso da matemática agrária, esse reconhecimento se concretiza nas expressões do saber popular presentes no cotidiano das comunidades rurais.

Ao realizar suas atividades, o trabalhador do campo que, por exemplo, utiliza o palmo para definir o espaçamento entre fios de arame em uma cerca, em vez de centímetros; emprega a braça em vez do metro para marcar a distância entre estacas; refere-se à distância até a roça em léguas, em vez de quilômetros; ou utiliza a tarefa como unidade para expressar o tamanho da área de plantio, em vez do metro quadrado, revela uma compreensão matemática enraizada na cultura e na experiência prática.

Essas práticas, construídas coletivamente e transmitidas entre gerações, revelam um conhecimento que vai além dos currículos formais, mas que é essencial para a organização e o funcionamento das atividades produtivas no meio rural.

Nesse sentido, a matemática agrária representa uma manifestação concreta dos saberes locais aplicados à vivência rural. Mais do que um conjunto de procedimentos técnicos, ela expressa práticas carregadas de sentido cultural e histórico, enraizadas no modo de vida das comunidades do campo. Freitas (2018, p. 81) reforça essa ideia ao afirmar que:

> Alinhar a Etnomatemática ao papel histórico cultural do trabalhador agrário e a inter-relação de suas convicções, no seu linguajar próprio e forma de viver sem perder seus costumes, é uma forma de atestar que a Matemática, nos ensina que tudo que está ao nosso redor é importante, principalmente, quando a maioria destes costumes, deixa fluir outros fatores na aplicação da Braça nos canaviais, para a preservação cultural.

Essa perspectiva encontra respaldo em estudos sobre a etnomatemática no contexto rural. Por exemplo, Freitas (2010, p. 14), ao tratar da braça nos canaviais pernambucanos, afirma:

> com todo conhecimento que o homem dispunha em sua época, a captação de sistemas de medidas cada vez mais precisos e fieis à realidade o levou sem dúvida, a novas tecnologias. Embora, apesar de várias convenções e transformações praticadas pela comunidade científica, a preservação do não oficial em diversas regiões do país, [...], continua a prezar todo legado histórico refletindo-o como um de seus maiores bens.

Essa citação evidencia que unidades tradicionais são instrumentos de preservação cultural, dotados de valor social e cognitivo.

Segundo o site do Programa Etnomatemática, o livro *Etnomatemática: saberes do campo*, organizado por José Roberto Linhares de Mattos, reúne estudos que evidenciam como agricultores e trabalhadores rurais utilizam saberes matemáticos em suas práticas cotidianas (Mattos, 2016).

Ainda na mesma obra, Mattos e Brito (2016) abordam a produção e comercialização agrícola em uma colônia do Amapá, destacando o uso espontâneo de conceitos de geometria em atividades práticas. Santos analisa a educação do campo em Nova Friburgo (RJ), propondo abordagens ligadas à Pedagogia da Alternância.

Em outro capítulo, Brito discute a interação entre agentes rurais e produtores no Crato (CE), revelando a presença da matemática na relação entre o conteúdo escolar e a prática agrícola. Matos e Mattos investigam o saber matemático de agricultores de Minas Gerais com pouca escolaridade, reforçando a importância de considerar esses conhecimentos no ensino.

Esses estudos reforçam a relevância da matemática agrária como campo aplicado e culturalmente significativo, apontando seu potencial de articulação entre os conteúdos escolares e a realidade vivida pelas populações rurais.

Outro estudo relevante, publicado na Revista Eletrônica de Educação Matemática, trata da etnomatemática no contexto agrícola e conclui que "este trabalho valorizou os saberes do contexto agrícola, aproximando a Matemática produzida por esse grupo social à Matemática escolar" (Pranke; Frison; Fonseca, 2020).

Dessa forma, a matemática agrária atua como uma ponte entre o conhecimento empírico de agricultores e apicultores e o ensino formal, reafirmando sua legitimidade enquanto saber cultural e seu potencial como ferramenta pedagógica.

Concomitantemente, a LDB, os PCNs, a BNCC e a etnomatemática reforçam que o currículo escolar deve integrar saberes locais e práticas comunitárias, como vimos na seção anterior. Ao reconhecer a matemática agrária como parte desse patrimônio cultural, legitima-se sua inclusão no ensino, promovendo um currículo mais significativo e inclusivo.

Além disso, o domínio dessas noções é fundamental para os jovens que pretendem seguir trajetórias profissionais ligadas à agropecuária, à agricultura familiar, à apicultura ou à gestão territorial, atividades de grande relevância no cenário socioeconômico do Ceará. Mesmo para aqueles que optarão por outras áreas, o contato com esse tipo de conhecimento contribui para dar maior sentido ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois permite trabalhar com uma matemática viva, contextualizada, cujos conteúdos apresentam aplicações concretas e imediatas no cotidiano dos estudantes.

Nesse sentido, é indispensável considerar que a aprendizagem da matemática se torna mais significativa quando conectada ao contexto sociocultural dos estudantes. A descontextualização dos conteúdos pode levar à percepção da matemática como algo abstrato e alheio à realidade local. D'Ambrosio (2019, p. 106) questiona essa abordagem ao defender que:

> Contextualizar a matemática é essencial para todos. Afinal, como deixar de relacionar os Elementos de Euclides com o panorama cultural da Grécia Antiga? Ou a adoção da numeração indo-arábica na Europa com o florescimento do mercantilismo nos séculos XIV e XV? E não se pode entender Newton descontextualizado. Será possível repetir alguns teoremas, memorizar tabuadas e mecanizar a efetuação de operações, e mesmo efetuar algumas derivadas e integrais, que nada tem a ver com qualquer coisa nas cidades, nos campos ou nas florestas.

Essa reflexão evidencia que o ensino da matemática precisa dialogar com a realidade dos estudantes, seja na zona rural ou na zona urbana, reconhecendo seus saberes prévios e suas experiências como parte do processo educativo.

Capítulo 3

Metodologia

Neste capítulo, apresentam-se os procedimentos metodológicos utilizados, as abordagens teóricas que orientaram a pesquisa e os instrumentos empregados na construção do recurso didático, constituindo assim um elemento essencial deste trabalho, pois descreve o percurso adotado para alcançar os objetivos propostos.

Nesse sentido, buscou-se apresentar de que forma se estruturou a investigação, desde a escolha da abordagem qualitativa até a elaboração da disciplina eletiva Introdução à Matemática Agrária. Assim, este capítulo encontra-se dividido em cinco subseções: tipo de pesquisa, procedimentos metodológicos, contexto e público-alvo, instrumentos e técnicas de análise, e justificativa da metodologia adotada.

3.1 Tipo de pesquisa

Este trabalho configura-se como uma pesquisa qualitativa, de natureza aplicada e de caráter exploratório e descritivo.

A abordagem qualitativa, conforme Minayo (2001), busca compreender significados e processos, o que se mostra adequado ao estudo de práticas culturais e educacionais. No que se refere à natureza aplicada, Fleury e Werlang (2016) destacam que esse tipo de pesquisa se caracteriza por gerar impacto social, articulando rigor metodológico e relevância prática, o que se justifica neste estudo pela necessidade de integrar saberes da geometria, da etnomatemática e da matemática agrária ao currículo do ensino médio.

Por sua vez, o caráter exploratório evidencia-se na investigação de um campo ainda pouco estudado e que demanda aprofundamento, enquanto o caráter descritivo, tem como objetivo central descrever as características de fenômenos ou populações, estabelecendo relações entre variáveis e utilizando técnicas sistematizadas de análise, (Gil, 2008).

A opção por essa abordagem deve-se ao fato de que o objetivo central foi elaborar e analisar uma proposta pedagógica contextualizada, voltada ao ensino médio, fundamentada na articulação entre geometria, etnomatemática e matemática agrária.

3.2 Procedimentos metodológicos

A metodologia envolveu três etapas principais:

1. A primeira etapa consistiu em uma pesquisa bibliográfica, sendo esta definida por Fonseca (2002, p. 31) da seguinte maneira:

   > A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites sobre o tema a estudar. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto.

   Nesse sentido, foram consultados livros, artigos científicos e dissertações relacionadas à história da matemática, à etnomatemática e ao ensino de matemática contextualizado. Entre os principais autores considerados estão Boyer e Merzbach (2018), D'Ambrosio (2019), Freitas (2018) e Silva (2016).

2. A segunda etapa correspondeu à análise documental, realizada a partir das diretrizes da BNCC, da LDB e dos PCNs, de modo a verificar os fundamentos legais e pedagógicos que sustentam a inserção da matemática agrária no currículo escolar.

3. Por fim, a elaboração do recurso didático, que resultou em uma disciplina eletiva denominada Introdução à Matemática Agrária, composta por 40 encontros de duas horas-aula cada, com conteúdos distribuídos em módulos, atividades práticas e uso de recursos tecnológicos. Essa etapa possibilitou a sistematização de um recurso pedagógico inovador, contextualizado com a realidade agrária e em conformidade com os objetivos deste trabalho.

3.3 Contexto e público-alvo

A elaboração do recurso didático teve como referência a realidade da Escola de Ensino Médio em Tempo Integral Edson Luiz Cavalcante de Gouvêa, localizada na cidade de Iguatu, região centro-sul do Ceará, integrante da rede pública estadual. O público-alvo da proposta são estudantes do ensino médio dessa rede, especialmente aqueles oriundos de comunidades rurais, nos quais a valorização dos saberes locais e a aproximação com conteúdos matemáticos formais adquirem maior relevância.

Contudo, considera-se que a proposta também pode ser aplicada em outras redes de ensino, inclusive municipais e privadas, adequando-se às especificidades de cada contexto educacional.

3.4 Instrumentos e técnicas de análise

O material didático é estruturado de forma a articular conteúdos matemáticos fundamentais com situações práticas do campo, de modo a aproximar o estudante da realidade agrária. Para isso, são utilizados diferentes instrumentos e técnicas de análise, que combinam fundamentos clássicos da geometria plana com recursos tecnológicos contemporâneos.

A proposta contempla o estudo das unidades de medida do Sistema Internacional de Unidades (SI) e das unidades agrárias tradicionais, explorando a conversão entre sistemas e a relevância de cada um em contextos distintos. Entretanto, o trabalho não se limita às unidades de medida: ele também abrange conteúdos estruturantes, como o cálculo do perímetro e da área de figuras planas como quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, trapézio, losango e círculo. O domínio das fórmulas específicas, aliado ao reconhecimento de definições geométricas básicas, permite que os estudantes compreendam a aplicação desses conceitos em situações reais, como a medição de terrenos, a divisão de lotes, a estimativa de produção agrícola envolvendo cálculos de plantio, colheita e quantidade de grãos, bem como o planejamento de áreas destinadas à agropecuária.

Além disso, é desenvolvido um estudo voltado para a importância dos algoritmos no ensino da matemática, tendo como destaque a utilização da planilha eletrônica *Excel*. Esse recurso é apresentado como ferramenta auxiliar que, além de realizar cálculos de forma automatizada, contribui para a inserção da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem, otimiza o tempo de resolução das atividades e favorece a obtenção de resultados mais precisos, ao mesmo tempo em que favorece o desenvolvimento da competência digital dos estudantes.

Por fim, são apresentados aplicativos de georreferenciamento, como o *Google Earth*, que desempenham um papel essencial na visualização e medição de áreas em ambientes reais. Essa ferramenta associa os conteúdos geométricos à observação do espaço físico da região, fortalecendo a aprendizagem significativa e a percepção da matemática como ciência aplicada ao cotidiano.

Assim, a combinação entre conteúdos matemáticos clássicos, problemas contextualizados, uso de planilhas e exploração de tecnologias digitais resulta em um material pedagógico dinâmico e inovador.

3.5 Justificativa da metodologia adotada

A adoção dessa metodologia se justifica pela necessidade de integrar o conhecimento científico às práticas culturais locais, promovendo um ensino contextualizado, interdisciplinar e significativo.

A opção pela abordagem qualitativa é adequada porque permite interpretar a realidade educacional em sua complexidade, enquanto a natureza aplicada direciona o trabalho para a elaboração de uma proposta pedagógica concreta, voltada ao ensino médio.

Nesse processo, também é realizada uma consulta ao Catálogo de Componentes Curriculares Eletivos da SEDUC-CE, com o objetivo de compreender as diretrizes institucionais e verificar a presença de disciplinas relacionadas à matemática. Essa análise passa a compor o conjunto de procedimentos metodológicos adotados, oferecendo subsídios para a definição e organização da disciplina proposta.

Capítulo 4

Medidas de comprimento

Neste capítulo, abordaremos as unidades de comprimento presentes no Sistema Internacional de Unidades, assim como as unidades de comprimento utilizadas no meio agrário. Em seguida, será apresentado o conceito de perímetro de figuras planas e as aplicações desses conceitos no campo e em atividades como agricultura, apicultura e agropecuária, tomando como base, entre outras fontes, as abordagens de Dolce e Pompeo (2005) e Chavante e Prestes (2020).

4.1 Sistema Internacional de Unidades (SI)

Ao longo da história, as sociedades desenvolveram diversas formas de mensurar grandezas como comprimento, massa e tempo. Muitas dessas unidades eram baseadas em partes do corpo humano, como o pé (aproximadamente 30 cm), o palmo (22 cm) e o côvado (45 cm). No entanto, essas medidas variavam significativamente de uma cultura para outra, o que comprometia a precisão em transações comerciais, construções e registros científicos. Silva (2016, p. 21) afirma:

> Os povos antigos possuíam padrões diferentes de comprimento. A unidade de comprimento dos Babilônios era o dedo, aproximadamente 16 milímetros. Usavam também o cúbito, que equivalia a 30 dedos. O pé e a polegada foram, em geral, para esses povos, as unidades padrões. Os egípcios usaram o "cúbitus" ou "côvados", distância que ia do cotovelo às pontas dos dedos esticados, e que correspondia a $52,4$ centímetros. Posteriormente os gregos usaram o "dígitus" ou dedo, que correspondia a $19,3$ milímetros, a qual deu origem à atual polegada (medida esta adotada ao equivalente a $2,54$ centímetros).

A existência de diferentes sistemas de medição ao redor do mundo, historicamente fundamentados em padrões locais ou corporais, gerava sérias limitações para a comunicação e o intercâmbio entre os povos. Cada civilização estabelecia suas próprias unidades com base em referências cotidianas, como partes do corpo humano, objetos ou fenômenos naturais. Como resultado, surgiam dificuldades para realizar conversões confiáveis e comparações exatas entre medidas. Essas discrepâncias frequentemente resultavam em prejuízos ou injustiças, sobretudo em situações de trocas comerciais e acordos envolvendo grupos de culturas distintas. Mesmo com a expansão do comércio global, que possibilitou o contato e a disseminação de diferentes unidades entre os povos, a ausência de um padrão unificado mantinha os conflitos e os obstáculos práticos. Como lembra Silva (2016, p. 21):

> Com o passar dos tempos as medidas usadas nas civilizações antigas eram levadas a outras civilizações através do comércio ou da conquista. Assim, no início da Idade Média, as unidades adotadas eram as dos romanos, o último e maior império da antiguidade, que as levaram por toda a parte da Europa, oeste da Ásia e África. Sem dúvida, as medidas mais usadas eram ainda aquelas das dimensões humanas.

Diante dessa realidade, tornou-se cada vez mais evidente a necessidade de criar um sistema de unidades que fosse reconhecido e adotado internacionalmente. A padronização das unidades de medida surgiu, portanto, como uma necessidade urgente para garantir a exatidão das medições, a equidade nas relações comerciais e a confiabilidade nos registros científicos. Essa padronização exigiu cooperação entre diferentes países e apoio de instituições científicas, resultando, ao longo do tempo, na criação de sistemas métricos. posteriormente, na criação do Sistema Internacional de Unidades (SI). Esse sistema não apenas organiza as grandezas fundamentais e derivadas com base em critérios científicos rigorosos, mas também facilita o diálogo entre diferentes áreas do conhecimento e entre diferentes nações, promovendo a integração e a universalização do saber científico.

Segundo (Silva, 2016), a padronização das unidades de medida ganhou força durante a Revolução Francesa, surgiram iniciativas importantes para a padronização das unidades de medida, impulsionadas tanto pelo ideal de universalização do conhecimento quanto pelas exigências da nascente era industrial. Na França, uma comissão composta por cientistas renomados, como Lagrange e Laplace, foi encarregada de estabelecer padrões que pudessem ser reproduzidos com base em fenômenos naturais, evitando variações futuras. Após intensos estudos, definiu-se que o metro seria baseado em uma fração do meridiano terrestre medido de Dunkerque/FRANÇA a Barcelona/ESPANHA, surgindo assim as primeiras unidades padronizadas: o metro, o quilograma e o segundo. Essas medidas foram oficializadas na França e, com o tempo, adotadas por diversos países, inclusive o Brasil, que recebeu cópias dos padrões originais para formalizar o uso do sistema métrico.

Com o avanço científico e a necessidade de representar novas grandezas, foi necessário aprimorar esse sistema. Em 1875, foi fundado o Bureau Internacional de Pesos e Medidas, com a participação de trinta países, incluindo o Brasil.

Diante da necessidade de uniformização, foi instituído, em 1960, durante a 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), o Sistema Internacional de Unidades (SI). Trata-se de um conjunto padronizado de unidades com validade internacional, voltado para a padronização das medições em diferentes áreas do conhecimento e da prática técnica. Segundo Chavante e Prestes (2020, p. 16):

> O Brasil adotou o Sistema Internacional de Unidades – SI em 1962. A Resolução nº 12 de 1988 do Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial – CONMETRO, ratificou a adoção do SI no país e tornou seu uso obrigatório em todo o território nacional.

O SI é constituído por sete unidades fundamentais, a saber: metro (m) para comprimento, quilograma (kg) para massa, segundo (s) para tempo, ampere (A) para corrente elétrica, kelvin (K) para temperatura termodinâmica, mol (mol) para quantidade de substância, e candela (cd) para intensidade luminosa, conforme quadro a seguir:

Quadro 1: Unidades de base do Sistema Internacional (SI).

GRANDEZAS DE BASE	**UNIDADES DE BASE**
Comprimento	Metro (m)
Massa	Quilograma (kg)
Tempo	Segundo (s)
Corrente elétrica	Ampere (A)
Temperatura	Kelvin (K)
Quantidade de Substâncias	Mol (mol)
Intensidade Luminosa	Candela (cd)

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir dessas unidades básicas, derivam-se outras, como o newton (N) para força, o joule (J) para energia e o pascal (Pa) para pressão.

A definição dessas unidades é baseada em constantes físicas universais, o que garante precisão, reprodutibilidade e confiabilidade nas medições. O uso do SI favorece a comunicação científica e tecnológica em escala global, promovendo a integração entre países e a padronização necessária para a indústria, o comércio e a pesquisa científica.

4.2 Unidades de medidas de comprimento padronizadas

Como vimos na seção anterior, o metro (m) é a unidade fundamental de comprimento no SI. No entanto, nem sempre é prático expressar todas as medidas diretamente em metros. Por isso, utilizamos os múltiplos e submúltiplos do metro, que são variações da unidade base para representar medidas muito grandes ou muito pequenas com mais simplicidade e precisão.

Os múltiplos do metro são usados para medir grandes distâncias, como o comprimento de uma estrada ou o raio de um planeta. São eles: Decâmetro (dam), Hectômetro (hm) e Quilômetro (km).

Os submúltiplos são usados para medir pequenas dimensões, como a espessura de um fio ou o tamanho de uma célula. São eles: Decímetro (dm), Centímetro (cm) e Milímetro (mm).

Essas variações são sempre relacionadas ao metro por potências de 10, o que torna o sistema métrico decimal simples e eficiente. A principal vantagem desse sistema está na facilidade com que se realizam conversões entre unidades, bastando deslocar a vírgula decimal. Essa organização lógica e padronizada é adotada em grande parte do mundo e amplamente utilizada em situações cotidianas, no ambiente escolar e em setores técnicos, como a engenharia e a construção civil, além de atividades produtivas como a agricultura.

O domínio dos múltiplos e submúltiplos do metro favorece a compreensão das diferentes escalas de medida e a resolução de problemas práticos que exigem precisão. Observe em detalhes a seguir:

O estudo dos múltiplos e submúltiplos do metro é fundamental para a compreensão das medições no cotidiano e nas diversas áreas do conhecimento técnico e científico. A lógica decimal do sistema facilita a aprendizagem, a conversão de unidades e a aplicação em problemas práticos, sendo especialmente útil em contextos rurais onde a precisão na medição de distâncias e áreas é essencial. Compreender essas unidades é um passo importante para o domínio das ferramentas matemáticas que serão exploradas nos capítulos seguintes, sobretudo nas atividades voltadas à realidade agrária.

4.3 Transformação entre unidades de medidas de comprimento do SI

Para realizar a conversão de unidades de comprimento no SI, utiliza-se a relação entre os múltiplos e submúltiplos do metro. Como vimos, esse sistema fundamenta-se em potências de base 10, o que torna o processo de transformação simples e sistemático. A padronização dessas unidades permite que os cálculos sejam efetuados com maior agilidade, bastando deslocar a vírgula decimal para a direita ou para a esquerda, conforme a direção da conversão.

A sequência das unidades de comprimento, organizadas do menor para o maior valor, é a seguinte: Milímetro (mm) $\rightarrow$ Centímetro (cm) $\rightarrow$ Decímetro (dm) $\rightarrow$ Metro (m) $\rightarrow$ Decâmetro (dam) $\rightarrow$ Hectômetro (hm) $\rightarrow$ Quilômetro (km). A seguir, apresenta-se um quadro que sistematiza essas unidades, com o objetivo de facilitar o entendimento e padronizar o procedimento de conversão.

Quadro 2: Quadro horizontal de conversão entre unidades de comprimento.

km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
1	10	100	1000	10000	100000	1000000
0,000001	0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1
7,5	75	750	7500	75000	750000	7500000
0,05	0,5	5	50	500	5000	50000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe que cada deslocamento para a direita na escala equivale à multiplicação por 10, correspondendo à conversão de uma unidade maior para uma menor. Por outro lado, cada deslocamento para a esquerda implica uma divisão por 10, correspondendo à conversão de uma unidade menor para uma maior.

Para fins didáticos, pode-se imaginar essa sequência de unidades disposta na forma vertical, assemelhando-se a uma escada com sete degraus. Nessa analogia, subir corresponde a dividir e descer corresponde a multiplicar; assim, sempre que for necessário realizar uma conversão, basta identificar a quantidade de degraus entre as unidades envolvidas e o sentido do deslocamento. Observe o quadro 3:

Quadro 3: Quadro vertical de conversão entre unidades de comprimento.

Unidade	**Exemplo 1**	**Exemplo 2**
km	1	0,000001
hm	10	0,00001
dam	100	0,0001
m	1000	0,001
dm	10000	0,01
cm	100000	0,1
mm	1000000	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

O que torna esse método de conversão especialmente prático é o fato de que não é necessário escrever explicitamente os valores correspondentes a todos os múltiplos e submúltiplos. Basta conhecer o número de deslocamentos necessários entre as unidades e identificar se o movimento é para a direita ou para a esquerda. No caso da analogia com a escada, a direção será para cima ou para baixo, conforme o sentido da conversão.

Para reforçar ainda mais a simplicidade desse método, é importante compreender que, do ponto de vista matemático, todo número pode ser representado em forma decimal expandida. Por exemplo:

$$5 = 5{,}0 = 5{,}00 = 5{,}000\ldots0$$

Além disso, é possível acrescentar quantos zeros forem necessários antes da parte inteira de um número decimal, sem alterar seu valor. Assim, por exemplo:

$$2{,}37 = 02{,}37 = 002{,}37 = 0\ldots0002{,}37$$

Com essa flexibilidade, a operação de deslocamento da vírgula torna-se ainda mais intuitiva, e a leitura do quadro de conversão se torna mais acessível e eficiente. Para ilustrar esse procedimento, considere o número 725. Podemos escrevê-lo no formato decimal estendido, como $00725,0000$, a fim de facilitar o deslocamento da vírgula. Em seguida, basta movimentá-la para a direita ou para a esquerda, conforme a direção exigida pela conversão pretendida:

Quadro 4: Convertendo 725 metros.

<table>
<tr><th>km</th><th>hm</th><th>dam</th><th>m</th><th>dm</th><th>cm</th><th>mm</th></tr>
<tr><td>00,7250000</td><td>007,250000</td><td>0072,50000</td><td>00725,0000</td><td>007250,000</td><td>0072500,00</td><td>00725000,0</td></tr>
<tr><td colspan="3">$\Longleftarrow$</td><td></td><td colspan="3">$\Longrightarrow$</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, basta registrar o valor convertido, eliminando os zeros desnecessários situados antes da parte inteira do número e após a vírgula no final da representação decimal.

Quadro 5: Resultado da conversão.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0,725	7,25	72,5	**725**	7250	72500	725000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Outro aspecto relevante do quadro de conversão de unidades é que ela permite realizar a transformação simultânea de diversos valores, pertencentes a diferentes unidades de medida (ou mesmo iguais), de forma organizada e eficiente.

Exemplo 4.1. *Realize as seguintes conversões:*

a) $3,25\,km$ *para metros.*

b) 560 mm *para metros.*

c) $0,25$ *dam para dm.*

Solução:

Inicialmente, os valores a serem convertidos devem ser posicionados abaixo de suas respectivas unidades, cada um em uma linha distinta, com o objetivo de facilitar a visualização:

Quadro 6: Posicionamento dos valores a serem convertidos.

km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
3,25						
						560
		0,25				

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na sequência, identifica-se a unidade de destino de cada valor (representado por **), o que permitirá determinar o sentido do deslocamento da vírgula decimal:

Quadro 7: Identificação das unidades para conversão.

	km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**	
$\Rightarrow$	3,25			**				
				**			560	$\Leftarrow$
$\Rightarrow$			0,25		**			

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para concluir, basta contar a quantidade de casas decimais que a vírgula deve ser deslocada, de acordo com a diferença entre as unidades. Assim:

- Para converter 3,25 km em metros, é necessário deslocar a vírgula três casas para a direita, resultando em 3 250 metros.
- Para converter 560 mm em metros, desloca-se a vírgula três casas para a esquerda, resultando em 0,56 metro.
- Para converter 0,25 dam em metros, desloca-se a vírgula duas casas para a direita, obtendo 25 metros.

Observe os resultados a seguir:

Quadro 8: Conversão de unidades com deslocamento da vírgula decimal.

	km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**	
$\Rightarrow$	3,25			**3 250**				
				0,56			560	$\Leftarrow$
$\Rightarrow$			0,25		**25**			

Fonte: Elaborado pelo autor.

O domínio das transformações entre unidades de comprimento não apenas facilita a realização de cálculos e medições com precisão, como também fortalece a autonomia do estudante diante dos desafios cotidianos, inclusive na realidade agrária, onde é essencial para resolver problemas relacionados a medições no contexto rural, como o cálculo da extensão de cercas, a demarcação de terrenos, o planejamento de distâncias para sistemas de irrigação, entre outras aplicações práticas.

Ao compreender esses mecanismos, o aluno está mais preparado para aplicar o conhecimento matemático de forma eficiente, seja no planejamento de áreas produtivas, na leitura de mapas ou no uso de tecnologias simples que exigem a manipulação de diferentes unidades. Trata-se, portanto, de uma competência fundamental para a prática matemática no campo.

4.4 Unidades de medidas agrárias

Nas atividades do campo, é comum o uso de unidades de medida tradicionais para expressar comprimentos e áreas. Essas chamadas unidades agrárias antecedem a padronização promovida pelo SI e continuam amplamente utilizadas em contextos rurais, especialmente na delimitação de terras, no planejamento de plantações, na construção de cercas e na implementação de sistemas de irrigação. "Apesar das exigências legais do sistema métrico decimal, no Brasil ainda é muito comum quantificar a área de propriedades rurais em unidades de medidas regionais, cujas definições e origem remontam ao Brasil colonial" (Silva, 2016, p. 66).

Muitas dessas unidades têm origens antigas e foram utilizadas por diferentes povos ao longo da história, assumindo valores distintos conforme a região e os costumes locais. Esse caráter histórico e cultural confere às unidades agrárias um papel importante não apenas na prática cotidiana do campo, mas também como expressão dos saberes tradicionais e da diversidade regional. Como afirma Onofre (2018, p. 14):

> As medidas de comprimento estão presentes em quase todas as atividades e situações de nosso cotidiano e a principal medida de comprimento utilizada é o metro, seus múltiplos e submúltiplos. Porém, nem sempre foi assim. Antigamente, cada povo utilizava um sistema de unidades diferente para medir comprimentos, tomando como base, por exemplo, partes do corpo humano: o palmo, o passo, o pé, o braço, etc.

Dessa forma, compreender as unidades de medida agrárias é essencial para quem vive, trabalha ou estuda o meio rural, pois elas ainda fazem parte da rotina de muitas comunidades. Além disso, esse conhecimento possibilita uma ponte entre os saberes tradicionais e o conhecimento científico, promovendo uma valorização da cultura local aliada à precisão e à eficiência proporcionadas pelo Sistema Internacional de Unidades.

Ao estudar essas unidades e suas equivalências com as medidas padronizadas, o estudante amplia sua capacidade de transitar entre diferentes contextos, interpretando, convertendo e aplicando os conceitos matemáticos de forma significativa e contextualizada.

4.4.1 Unidades de comprimento no meio rural

Entre as unidades de comprimento mais utilizadas no espaço rural, destacam-se:

Polegada: apesar de não fazer parte do SI, a polegada ainda é amplamente utilizada no meio rural, especialmente em ferramentas e equipamentos. Historicamente baseada na largura do polegar humano, a polegada tem origem antropométrica, assim como outras unidades tradicionais como o palmo e a chave. Seu valor atual está padronizado em $2,54$ centímetros. Em regiões rurais, é comum encontrar sua utilização em medidas de tubos, parafusos e mangueiras.

Chave: é uma medida de comprimento tradicionalmente utilizada no meio rural, especialmente em atividades informais de medição. Corresponde à distância entre a ponta do dedo polegar e a do dedo indicador quando os dedos estão totalmente abertos, formando um ângulo obtuso de aproximadamente 120. Assim como outras medidas baseadas no corpo humano, a chave não é padronizada, mas apresenta um valor médio de cerca de 15 centímetros. É bastante empregada em medições rápidas no campo, como no espaçamento entre plantas, no distanciamento entre fios de arame farpado de uma cerca ou, de modo geral, para aferir pequenas distâncias com praticidade.

Palmo: corresponde à distância entre a ponta do dedo mínimo e a do polegar com a mão completamente aberta. Trata-se de uma medida prática e imediata, tradicionalmente utilizada no meio rural, mas sem padronização formal. Seu valor pode variar conforme o tamanho da mão da pessoa, geralmente entre 20 e 25 centímetros. Para fins de referência, adota-se como média aproximada o valor de $22,5$ cm.

Braça: refere-se à envergadura de um homem com os braços abertos. Seu valor médio gira em torno de $2,2$ metros, embora possa haver variações regionais. Essa medida é comumente usada para demarcar distâncias em terrenos ou determinar o comprimento de cercas.

Légua: é uma unidade de medida antiga, tradicionalmente utilizada para expressar longas distâncias. Historicamente, no Brasil colonial, a légua de sesmaria correspondia a aproximadamente $6,6$ quilômetros. No entanto, no estado do Ceará, consolidou-se o uso da légua de 6 quilômetros, especialmente no meio rural, onde ainda hoje é comum ouvi-la em referência à extensão de terrenos. Apesar de não fazer parte do sistema de medidas oficial, permanece viva na linguagem cotidiana de muitas comunidades rurais cearenses.

Essas unidades refletem a praticidade e a tradição do campo, sendo muitas vezes preferidas por agricultores, vaqueiros e outros profissionais rurais, especialmente em contextos onde instrumentos de medição modernos não estão sempre disponíveis.

É importante mencionar que a "légua de sesmaria" era um tipo de concessão de terras feita pelo governo português, especialmente durante o período colonial, essas terras eram doadas a particulares com a condição de que fossem cultivadas e exploradas economicamente. Quem recebia uma sesmaria se comprometia a "torná-la produtiva". Esse sistema foi amplamente utilizado no Brasil entre os séculos XVI e XIX como forma de estimular a ocupação e o desenvolvimento das colônias. A extensão das sesmarias era frequentemente medida em léguas, o que ajuda a explicar a associação da "légua de sesmaria"com a medida de aproximadamente $6,6km$.

Confira, a seguir, um quadro comparativo das principais unidades tradicionais abordadas:

Quadro 9: Unidades Tradicionais de Comprimento.

UNIDADE	DEFINIÇÃO TRADICIONAL	VALOR MÉDIO
Polegada	Largura do polegar (base antropométrica comum em diversos contextos)	2,54 cm
Chave	Distância entre o polegar e o indicador abertos em ângulo ($\approx 120°$)	15 cm
Palmo	Distância entre o dedo mínimo e o polegar com a mão aberta	22,5 cm
Braça	Envergadura de um homem com os braços abertos	2,2 m
Légua	Distância de referência em terrenos coloniais; no Ceará, usada como 6 km	6 km

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esses valores servem de base para a conversão entre unidades e serão considerados sempre que tais medidas forem utilizadas, garantindo uniformidade e coerência nas resoluções.

4.5 Perímetro: conceitos e aplicações

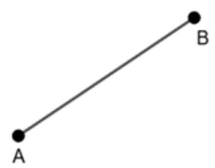
O perímetro é uma medida relacionada ao contorno de uma figura plana. De modo geral, representa a extensão da linha que delimita uma figura bidimensional, sendo expresso na mesma unidade das medidas lineares utilizadas. Esse conceito é amplamente utilizado em diversas áreas, como engenharia, arquitetura, topografia e, especialmente, nas atividades agrícolas e rurais.

No âmbito da matemática escolar, compreender o conceito de perímetro envolve tanto o entendimento intuitivo da ideia de contorno quanto o domínio de fórmulas para tipos específicos de figuras. Para que o estudante compreenda e aplique corretamente esse conceito, é importante distinguir entre as formas geométricas compostas por segmentos de reta (polígonos) e as formas curvas (como os círculos). A seguir, apresentam-se dois tipos de perímetro estudados no ensino básico, com definições e aplicações práticas.

4.5.1 Perímetro de figuras poligonais

Para compreender o cálculo do perímetro em figuras poligonais, é necessário, antes, entender a estrutura dessas figuras. Um segmento de reta é definido como a parte de uma reta limitada por dois pontos distintos, denominados extremidades. Diferente da reta, que é infinita nos dois sentidos, o segmento possui comprimento finito e é representado geometricamente por uma linha reta entre dois pontos, com início e fim bem definidos, como mostra a figura 1, onde os pontos A e B determinam um segmento de reta.

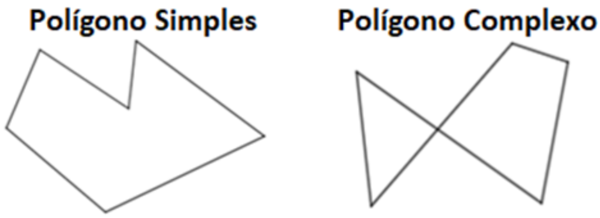
Figura 1: Segmento de reta.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir dessa definição, é possível introduzir o conceito de polígono. Um polígono é uma figura plana e bidimensional formada exclusivamente por segmentos de reta consecutivos, conectados de modo a formar um contorno fechado. Cada ponto de encontro entre dois lados é chamado de vértice, e cada segmento de reta é denominado lado do polígono. Quando esses segmentos não se cruzam entre si, exceto nos vértices consecutivos, a figura é chamada de polígono simples. Já quando ocorre o cruzamento entre lados não consecutivos, temos um polígono complexo, também conhecido como polígono autointersectante.

Figura 2: Tipos de polígonos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para fins deste trabalho, adotaremos exclusivamente os polígonos simples, pois melhor representam situações aplicadas ao campo. Além disso, um polígono complexo pode ser decomposto em polígonos simples, de modo que o estudo deste último é suficiente para abranger ambas as situações. Nesse sentido, para que uma figura seja considerada um polígono, ela deve obedecer a quatro condições fundamentais:

1. Estar contida em um único plano, ou seja, ser uma figura plana;
2. Ser formada apenas por segmentos de reta;
3. Estar fechada, ou seja, o último segmento deve se conectar ao primeiro;
4. Os segmentos de reta não devem se cruzar entre si, exceto nos vértices consecutivos, formando um contorno contínuo e sem interrupções.

Satisfeitas essas condições, dizemos que temos um polígono. A partir dessa definição, é possível apresentar o conceito de perímetro de um polígono como a soma do comprimento de todos os seus lados. Assim, se um polígono possui n lados, com comprimentos $L_1, L_2, L_3, \ldots, L_n$, o perímetro, denotado por $2p$ pode ser expresso pela fórmula:

$$2p = L_1 + L_2 + L_3 + \cdots + L_n$$

Os polígonos são, de modo geral, classificados de acordo com a quantidade de lados que possuem. Como a definição de polígono exige que os segmentos de reta formem um contorno fechado, o número mínimo de lados para que uma figura possa ser considerada um polígono é três. A partir disso, tem-se a classe dos triângulos, formada por todos os polígonos com três lados.

Com quatro lados, formam-se os quadriláteros; com cinco lados, os pentágonos; com seis, os hexágonos; e assim sucessivamente. Cada classe recebe um nome específico, geralmente de origem grega ou latina, conforme a quantidade de lados. A seguir, apresenta-se um quadro com essa classificação para os polígonos de três até vinte lados:

Quadro 10: Nomes dos polígonos de 3 a 20 lados.

Número de lados	Nome do polígono
3	Triângulo ou Trilátero
4	Quadrângulo ou Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Hendecágono ou Undecágono
12	Dodecágono
13	Tridecágono
14	Tetradecágono
15	Pentadecágono
16	Hexadecágono
17	Heptadecágono
18	Octodecágono
19	Eneadecágono
20	Icoságono

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dentro de cada uma dessas classes, é possível construir figuras em que todos os lados são congruentes, ou seja, possuem a mesma medida, e todos os ângulos internos também são congruentes. Essas figuras recebem o nome de polígonos regulares.

Assim, é possível construir um triângulo regular, um quadrilátero regular, um pentágono regular, um hexágono regular, entre outros. Em alguns casos, esses polígonos regulares recebem nomes específicos:

- O triângulo regular é conhecido como triângulo equilátero;
- O quadrilátero regular recebe o nome de quadrado.

A partir dos polígonos de cinco lados (pentágonos), é mais comum utilizar a nomenclatura genérica acompanhada do adjetivo "regular", como pentágono regular, hexágono regular, heptágono regular, e assim por diante.

Como nos polígonos regulares todos os lados possuem o mesmo comprimento, denotando por L a medida de um lado qualquer, o perímetro pode ser representado pela soma repetida desse valor:

$$2p = L + L + L + \cdots + L$$

Como essa soma se repete n vezes, sendo n o número de lados do polígono, temos a fórmula:

$$2p = n \cdot L$$

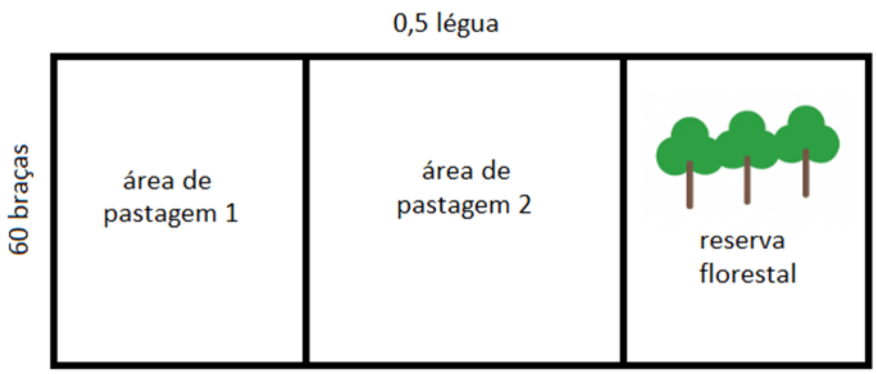
Essa expressão permite calcular de forma direta o perímetro de qualquer polígono regular, desde que se conheçam o número de lados e a medida de um deles. Além disso, essa fórmula é bastante útil em aplicações práticas do cotidiano, como exemplificado a seguir.

Exemplo 4.2. *Cláudio adquiriu recentemente um terreno na zona rural da região centro-sul do Ceará, com o objetivo de iniciar a criação de gado. O terreno possui formato retangular, com 60 braças de largura e meia légua de comprimento. Para realizar o cercamento e a organização interna da propriedade, Cláudio pretende:*

- *Construir duas divisórias internas: uma para separar o terreno em duas áreas de pastagem e outra destinada à preservação de uma reserva de vegetação nativa;*
- *Fixar estacas a cada braça ao longo de todo o contorno do terreno e também ao longo das divisórias internas;*
- *Instalar 7 fios de arame farpado em toda a extensão da cerca, garantindo que até mesmo animais de pequeno porte não escapem.*

Observe a ilustração a seguir:

Figura 3: Representação hipotética do terreno de Cláudio.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O arame farpado é comercializado em rolos de 500 *metros e os grampos utilizados para afixá-lo às estacas são vendidos com aproximadamente* 195 *unidades por quilograma.*

Com base nessas informações, pergunta-se:

1. *Quantos rolos de arame farpado Cláudio deverá comprar?*
2. *Quantas estacas serão necessárias para a instalação completa da cerca, incluindo as divisórias internas?*
3. *Quantos quilogramas de grampos serão necessários para afixar todos os fios nas estacas?*

Note que, para solucionar o problema proposto, é necessário o domínio de diferentes conceitos matemáticos, tais como: o conhecimento de unidades de medida de comprimento agrárias, a familiaridade com unidades padronizadas, a compreensão do conceito de perímetro e, ainda, a habilidade de realizar transformações entre unidades e efetuar cálculos adequados.

Situações como essa refletem a importância dos saberes matemáticos no contexto da vida no campo. Esses conhecimentos podem auxiliar as pessoas, tornando-as mais eficientes e precisas em suas atividades, sejam elas simples ou mais complexas. Por meio da matemática, é possível fazer previsões, planejar com maior exatidão e otimizar o uso de recursos e materiais.

Entretanto, para que o problema fosse resolvido de maneira mais precisa e realista, seriam necessárias informações adicionais, como a quantidade de porteiras em cada repartição, o comprimento de cada uma delas e os pontos exatos em que as divisórias internas começariam. Esses e outros detalhes podem interferir diretamente na estimativa do material a ser utilizado. Além disso, com o conhecimento dos preços dos itens envolvidos e da mão de obra, seria possível calcular o custo total do investimento. Da mesma forma, por meio do cálculo de áreas, seria possível estimar a capacidade do terreno em relação à quantidade de animais que ele pode comportar, o que será discutido em uma seção posterior deste trabalho.

Solução:

Para resolver o problema, podemos converter as medidas agrárias para o Sistema Internacional de Unidades. O terreno possui 60 braças de largura e meia légua de comprimento. Considerando que cada braça mede cerca de $2,2$ metros e que a légua cearense corresponde a $6\,000$ metros, temos:

- Largura: $60 \cdot 2,2 = 132$ metros
- Comprimento: $0,5 \cdot 6000 = 3\,000$ metros

O perímetro do terreno (contorno externo) é dado por:

$$2p = 2 \cdot (132 + 3\,000) = 2 \cdot 3\,132 = 6\,264 \ metros$$

Há ainda duas divisórias internas, ambas no sentido da largura, totalizando:

$$2 \cdot 132 = 264 \ metros$$

Logo, a extensão total a ser cercada é:

$$6\,264 + 264 = 6\,528 \ metros$$

Como serão utilizados sete fios de arame em toda a extensão, a quantidade total de arame necessária será:

$$7 \cdot 6\,528 = 45\,696 \; metros$$

Sabendo que cada rolo de arame farpado contém 500 metros, o número de rolos a ser comprado é:

$$45\,696 \div 500 \approx 91,39$$

Portanto, como não é possível adquirir frações de rolos, Cláudio deverá adquirir 92 rolos de arame farpado.

As estacas serão fixadas a cada braça, ou seja, a cada $2,2$ metros. A quantidade total de estacas necessárias é:

$$6\,528 \div 2,2 \approx 2\,967 \; estacas$$

Cada estaca receberá sete fios, e, portanto, sete grampos. O total de grampos será:

$$2\,967 \cdot 7 = 20\,769 \; grampos$$

Sabendo que há aproximadamente 195 grampos por quilograma, o total em massa será:

$$20\,769 \div 195 \approx 106,52 \; kg$$

Em resumo, Cláudio precisará de 92 rolos de arame farpado, 2 967 estacas e aproximadamente 107 kg de grampos de fixação.

Note que, com um pouco mais de atenção, é possível refinar ainda mais os resultados. Isso porque as cercas que compõem as divisórias internas do terreno não integram o perímetro externo e, portanto, podem ser tratadas separadamente no cálculo do número de estacas.

Sabendo que o perímetro externo do terreno é de 6 264 metros e que as estacas serão fixadas a cada $2,2$ metros (uma braça), temos aproximadamente 28484 estacas ao longo do contorno. Já as divisórias internas, que percorrem a largura do terreno (60 braças cada), totalizariam inicialmente 120 estacas (60 por divisória). No entanto, como essas divisórias se conectam diretamente à cerca do perímetro, elas podem aproveitar as estacas já existentes nas extremidades. Assim, é possível subtrair duas estacas por divisória, reduzindo o total para 116 estacas ao longo das divisórias. Com isso, o número total de estacas necessárias passa a ser:

$$2\,848 \text{ (perímetro)} + 116 \text{ (divisórias)} = 2\,964 \text{ estacas}$$

Quanto aos grampos de fixação, mesmo utilizando estacas já posicionadas nas extremidades das divisórias, ainda será necessário prender os fios de arame nelas. Portanto, o total de grampos permanece praticamente o mesmo, estimando-se ainda cerca de 107 kg.

Essa análise mais cuidadosa evidencia como o uso criterioso da matemática pode não apenas garantir a precisão dos cálculos, mas também gerar economia de recursos e maior eficiência na execução do trabalho.

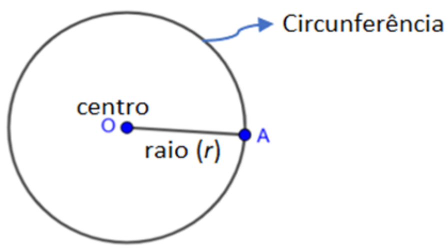
4.5.2 Perímetro de figuras circulares

No caso das figuras não poligonais, não é possível calcular o perímetro por meio da soma das medidas dos lados, uma vez que essas figuras não possuem lados bem definidos, como ocorre nos polígonos. Esse é o caso das figuras circulares, cujo contorno é formado por uma linha curva contínua. Assim, define-se o perímetro de figuras planas circulares como o comprimento total da linha curva que delimita a figura.

Neste contexto, trataremos de um caso particular de figura plana não poligonal, que é o círculo, cujo perímetro ($2p$), corresponde ao comprimento da circunferência, geralmente denotado por c.

Por definição, a circunferência é o conjunto de todos os pontos de um plano equidistantes de um ponto fixo dado, denominado centro, cuja distância (não nula) é chamada de raio. Nesse sentido, conforme descrevem Dolce e Pompeo (2005, p. 147), "circunferência é um conjunto de pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto dado é o centro e a distância dada é o raio da circunferência". Veja a figura 4:

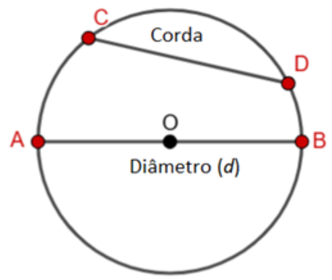
Figura 4: Circunferência.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Além do centro e do raio, há ainda as cordas, que por definição são segmentos de reta cujas extremidades pertencem à circunferência. Em outras palavras, uma corda é a distância entre dois pontos quaisquer localizados na circunferência. Por exemplo, considere um segmento de reta cujas extremidades, C e D, pertencem à circunferência. Esse segmento, $\overline{CD}$ é denominado corda. A corda máxima é aquela que passa pelo centro da circunferência. A esse segmento damos o nome de diâmetro, normalmente representado pela letra d, como ilustrado na imagem a seguir:

Figura 5: Circunferência e seus elementos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Note que o diâmetro $\overline{AB}$ é a união dos segmentos $\overline{AO}$ e $\overline{OB}$. Como $\overline{AO} = \overline{OB} = r$, tem-se $\overline{AB} = \overline{AO} + \overline{OB}$, que implica $\overline{AB} = 2r$. Portanto, podemos concluir que o diâmetro de uma circunferência é equivalente ao dobro do raio e escrevemos:

$$d = 2r$$

No entanto, não se pode falar em comprimento da circunferência sem antes falarmos da constante π (pi).

Segundo Assis e Magnaghi (2012), O primeiro cálculo rigoroso do valor de π foi realizado pelo matemático grego Arquimedes de Siracusa (c. 287 – 212 a.C.), que aplicou o chamado método de exaustão. Para tanto, ele inscreveu e circunscreveu polígonos regulares em um círculo, começando por hexágonos e aumentando progressivamente até polígonos de 96 lados. A partir da comparação dos perímetros desses polígonos com o contorno do círculo, Arquimedes determinou limites inferior e superior para o valor de π, obtendo a seguinte desigualdade:

$$\frac{310}{71} < \pi < \frac{31}{7}$$

ou, em valores decimais,

$$3,1408 < \pi < 3,1429$$

Esse resultado representou um avanço significativo para a época, pois permitiu uma aproximação bastante precisa para o valor de π, mesmo sem o uso de instrumentos modernos. A partir dos limites obtidos por Arquimedes, é possível afirmar que, com duas casas decimais, o valor de π pode ser aproximado por $3,14$.

Além disso, Arquimedes foi o primeiro a demonstrar que existe uma relação de proporcionalidade entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro. Essa relação pode ser expressa por meio da razão:

$$\frac{c}{d} = \pi \approx 3,14$$

Dolce e Pompeo (2005, p. 292) afirmam que "a razão entre o perímetro do círculo e seu diâmetro é um número constante representado por π". Com esse resultado, é possível concluir uma fórmula geral para o cálculo do perímetro de um círculo (ou seja, o comprimento da circunferência) em função do raio e da constante π. Sabendo que o diâmetro de um círculo é o dobro do raio, ou seja, $d = 2r$, e que $\frac{c}{d} = \pi$, substituindo a expressão de d na razão, temos:

$$\frac{c}{2r} = \pi$$

Multiplicando ambos os lados por $2r$, obtemos a fórmula:

$$c = 2\pi r$$

Essa é a fórmula utilizada para calcular o comprimento da circunferência a partir do valor do raio.

Exemplo 4.3. *Paulo é um agricultor familiar da região centro-sul do Ceará. Além de criar gado de forma extensiva, ele mantém um apiário com* 30 *colmeias da espécie Apis mellifera (abelhas africanizadas com ferrão), instaladas em uma área de vegetação nativa da Caatinga.*

Nos últimos meses, Paulo percebeu que a presença do gado vinha prejudicando a vegetação próxima ao apiário, especialmente espécies como o marmeleiro, a aroeira e o juazeiro, que são importantes fontes de néctar e pólen. Com a florada comprometida e as mudas novas danificadas pelo pisoteio, a produtividade do mel foi afetada. Embora as abelhas possam atuar em um raio de até 3 *km a partir do apiário, estudos indicam que a maior parte da coleta ocorre em uma faixa mais próxima, chamada de raio de atuação prioritária, que varia entre* 500 *metros e* 1,5 *km, desde que haja florada suficiente disponível.*

Diante disso, Paulo decidiu cercar apenas a área mais próxima, correspondente a um raio de 500 *metros, com o objetivo de proteger a vegetação essencial ao funcionamento de seu apiário. Pergunta-se: qual será o comprimento da cerca circular que ele deverá instalar para isolar essa área prioritária utilizada pelas abelhas?*

Solução:

Para determinar o comprimento da cerca circular que Paulo deverá instalar ao redor de seu apiário, é necessário calcular o perímetro de um círculo com raio igual a

500 metros. Nesse contexto, o perímetro da figura corresponde ao comprimento total da cerca. Como vimos anteriormente, o perímetro ($2p$) de um círculo é calculado pela fórmula:

$$c = 2\pi r$$

Substituindo os valores na fórmula, segue o resultado:

$$c = 2 \cdot 3,14 \cdot 500 = 3,14 \cdot 1\,000 = 3\,140 \; metros$$

Portanto, para proteger a vegetação nativa que compõe a área de atuação prioritária das abelhas, Paulo deverá instalar uma cerca com aproximadamente 3 140 metros de comprimento.

É fácil perceber que, se Paulo optasse por cercar uma área com raio de atuação de 1 000 metros, poderia ser mais vantajoso dividir o apiário em dois núcleos menores e cercar, separadamente, duas áreas com raio de 500 metros. Desconsiderando por ora a questão da área, que será abordada em capítulo posterior, uma única cerca circular com raio de 1 000 metros exigiria aproximadamente 6 280 metros de extensão. Embora esse novo raio ampliasse a área disponível para a coleta, a florada mais distante ficaria consideravelmente afastada do apiário, o que aumentaria o tempo de voo das abelhas e poderia resultar em perdas na produção de mel.

Por outro lado, ao dividir o apiário em dois núcleos de 15 colmeias cada e cercar separadamente duas áreas com raio de 500 metros, Paulo gastaria exatamente a mesma metragem de cerca ($2 \cdot 3\,140 \; m = 6\,280 \; m$), mas manteria as abelhas próximas da florada, reduzindo o tempo de voo. Além disso, haveria uma diminuição pela metade na quantidade de colmeias por área de atuação, o que contribuiria para reduzir a competição por recursos florais e, consequentemente, aumentar a produtividade.

Esse tipo de situação evidencia como a aplicação de conceitos matemáticos simples nas atividades rurais pode contribuir para o planejamento racional. Por meio do cálculo do perímetro, torna-se possível organizar melhor os espaços, otimizar recursos e preservar o ambiente.

Diante disso, ao compreendermos a importância prática do cálculo do perímetro em contextos reais, torna-se oportuno aprofundar o estudo com a introdução de um conceito complementar amplamente utilizado em situações geométricas: o semiperímetro. Esse conceito refere-se à metade do valor do perímetro de uma figura plana. Assim, se o perímetro é representado por $2p$, o semiperímetro será p.

No caso específico do círculo, cujo perímetro é dado por $c = 2\pi r$, o semiperímetro pode ser calculado da seguinte forma:

$$\frac{c}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

Portanto, o semiperímetro de um círculo é igual a πr, sendo uma definição frequentemente empregada em situações que exigem expressões mais compactas ou aproximações envolvendo o raio.

Capítulo 5

Medidas de superfície

Neste capítulo, abordaremos as unidades de medida de superfície presentes no Sistema Internacional de Unidades, assim como as unidades de medida de superfície utilizadas no meio agrário. Em continuidade, será apresentado o conceito de área de figuras planas, com foco na apresentação das fórmulas para calcular a área de diferentes figuras, além das aplicações desses conceitos em atividades do campo, tomando como base, entre outras fontes, a abordagem de Dolce e Pompeo (2005).

5.1 Unidades de medidas de superfície padronizadas

As unidades de medida de área são utilizadas para expressar superfícies planas, como terrenos, telhados, paredes ou plantações. A unidade fundamental de área no SI é o metro quadrado (m^2), que corresponde à superfície ocupada por um quadrado com 1 metro de lado.

Assim como nas medidas de comprimento, as medidas de área também apresentam múltiplos e submúltiplos. No entanto, por se tratarem de grandezas bidimensionais, suas conversões são realizadas com base em potências de 100 (ou 10^2), em vez de potências de 10.

A sequência das unidades, do menor para o maior, é a seguinte: milímetro quadrado (mm^2) $\rightarrow$ centímetro quadrado (cm^2) $\rightarrow$ decímetro quadrado (dm^2) $\rightarrow$ metro quadrado (m^2) $\rightarrow$ decâmetro quadrado (dam^2) $\rightarrow$ hectômetro quadrado (hm^2) $\rightarrow$ quilômetro quadrado (km^2).

Podemos imaginar essa sequência como uma escada de sete degraus, semelhante à utilizada nas conversões de unidades de comprimento. Subir na escada representa dividir (isto é, transformar uma unidade menor em uma maior); descer, por sua vez, significa multiplicar (transformar uma unidade maior em uma menor). A diferença é que, por se tratar de área, cada passo equivale a multiplicar ou dividir por 100, e não por 10. Veja o quadro a seguir:

Quadro 11: Quadro vertical de conversão entre unidades de superfície.

Unidade	**Exemplo 1**	**Exemplo 2**
km^2	1	0,000000000001
hm^2	100	0,000000001
dam^2	10 000	0,00000001
m^2	1 000 000	0,000001
dm^2	100 000 000	0,0001
cm^2	10 000 000 000	0,01
mm^2	1 000 000 000 000	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além da representação por uma escada de sete degraus, é possível também visualizar as unidades de área por meio de um quadro disposta na horizontal, na qual cada coluna representa uma unidade do Sistema Internacional, organizadas da maior para a menor:

Quadro 12: Quadro horizontal de conversão entre unidades de superfície.

Unid.	**km^2**	**hm^2**	**dam^2**	**m^2**	**dm^2**	**cm^2**	**mm^2**
Ex. 1	1	100	10 000	1 000 000	100 000 000	10 000 000 000	1 000 000 000 000
Ex. 2	0,000000000001	0,000000001	0,00000001	0,000001	0,0001	0,01	1
Ex. 3	3,8	380	38 000	3 800 000	380 000 000	38 000 000 000	3 800 000 000 000
Ex. 4	0,1875	18,75	1 875	187 500	18 750 000	1 875 000 000	187 500 000 000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse formato facilita a identificação da direção da conversão e a contagem dos "saltos" entre as unidades. Como cada passo envolve um fator de 100, basta deslocar a vírgula duas casas decimais para cada unidade percorrida. Assim, ao converter para uma unidade menor, deslocamos a vírgula para a direita; ao converter para uma unidade maior, deslocamos para a esquerda. Esse método torna as conversões simples, visuais e coerentes com o procedimento já abordado nas unidades de comprimento.

5.2 Transformação entre unidades de medidas de superfície do SI

Por exemplo, suponha que desejamos converter 1 metro quadrado (1 m^2) para centímetros quadrados (cm^2). Como estamos descendo duas unidades na escala (de metro para centímetro), devemos deslocar a vírgula quatro casas para a direita, já que cada degrau equivale a duas casas decimais:

$$1,0000 \to 10,000 \to 100,00 \to 1\,000,0 \to 10\,000$$

Portanto, 1 $m^2 = 10\,000\ cm^2$.

Agora, imagine que temos $250\,000\ cm^2$ e queremos converter para dam^2. Neste caso, estamos subindo três degraus na escala (de centímetro quadrado para decâmetro quadrado), e, por isso, devemos deslocar a vírgula seis casas para a esquerda:

$$250\,000 \to 25\,000,0 \to 2\,500,00 \to 250,000 \to 25,000 \to 2,5000 \to 0,25000$$

Assim, $250\,000\ cm^2 = 0,25dam^2$.

Poderíamos resolver esses exemplos utilizando o quadro horizontal, seguindo o mesmo passo a passo já apresentado na transformação de unidades de comprimento. Inicialmente, os valores a serem convertidos devem ser posicionados abaixo de suas respectivas unidades, cada um em uma linha distinta, com o objetivo de facilitar a visualização. Em seguida, identifica-se a unidade de destino de cada valor (representado por **), o que permite determinar o sentido do deslocamento da vírgula decimal.

Quadro 13: Identificação das unidades para conversão entre medidas de superfície.

	$\mathbf{km^2}$	$\mathbf{hm^2}$	$\mathbf{dam^2}$	$\mathbf{m^2}$	$\mathbf{dm^2}$	$\mathbf{cm^2}$	$\mathbf{mm^2}$	
$\Rightarrow$				1		**		
			**			250 000		$\Leftarrow$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por último, basta contar a quantidade de casas decimais que a vírgula deve ser deslocada, conforme a distância entre as unidades no quadro. Como cada degrau na escala de área representa duas casas decimais, deve-se multiplicar o número de degraus percorridos por dois, para saber quantas casas deslocar. Assim:

- Para converter 1 m^2 em centímetros quadrados, devemos deslocar a vírgula quatro casas para a direita, pois há duas unidades entre metro e centímetro, e cada unidade corresponde a duas casas decimais, resultando em $10\,000\ cm^2$;
- Para converter $250\,000\ cm^2$ em decâmetros quadrados, é necessário deslocar a vírgula seis casas para a esquerda, pois há três unidades de distância, resultando em $0,25\ dam^2$. Veja esses resultados no quadro a seguir:

Quadro 14: Resultado das transformações de medidas de superfície.

$\mathbf{km^2}$	$\mathbf{hm^2}$	$\mathbf{dam^2}$	$\mathbf{m^2}$	$\mathbf{dm^2}$	$\mathbf{cm^2}$	$\mathbf{mm^2}$
			1		**10 000**	
		0,25			250 000	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Note que esse método torna as transformações simples e padronizadas. Assim como na conversão de comprimento, podemos utilizar números decimais e manipular a posição da vírgula para encontrar o valor final. Por exemplo, se quisermos converter $4,5\ m^2$ para mm^2, podemos representá-lo como $004,5000$ e deslocar a vírgula de acordo com a quantidade de degraus descidos na escala. Vale lembrar que é possível acrescentar zeros à direita da vírgula ou antes da parte inteira sem alterar o valor numérico, o que facilita a movimentação da vírgula no processo de conversão. Vejamos um exemplo: converter $725\ m^2$ para outras unidades.

Podemos representá-lo como $00000725,000000$, de modo a facilitar o deslocamento da vírgula. Para transformar em cm^2, que está dois degraus abaixo de m^2, devemos deslocar a vírgula quatro casas para a direita. Para converter em km^2, que está três degraus acima, basta deslocar a vírgula seis casas para a esquerda. Esse procedimento é bastante útil, especialmente em contextos como o planejamento de áreas de plantio, a delimitação de terrenos, o cálculo de áreas a serem irrigadas ou cercadas, entre outros.

Exemplo 5.1. *O senhor Joaquim é apicultor há mais de dez anos região do sertão central do Ceará. Seu apiário atual conta com* 25 *colmeias instaladas em uma área de vegetação nativa da Caatinga, cuidadosamente preservada. Com o aumento da procura por mel e derivados apícolas na região, ele decidiu ampliar sua produção, mas mantendo o compromisso com o equilíbrio ambiental. Após uma visita técnica com um engenheiro agrônomo, Joaquim identificou uma nova área de* $0,004\ km^2$*, dentro de sua propriedade, apropriada para a instalação de mais colmeias. Segundo as orientações técnicas que ele segue, para garantir o bom desenvolvimento das abelhas e evitar sobrecarga na flora, cada colmeia deve ocupar uma área mínima de* $16\ m^2$ *(incluindo espaçamento e circulação). Joaquim quer saber: quantas colmeias ele poderá adicionar nessa nova área, respeitando os critérios ambientais?*

Solução:

Para resolver essa situação, é necessário, primeiramente, converter a medida da área disponível, que está em quilômetros quadrados (km^2), para metros quadrados (m^2), pois os cálculos para instalação das colmeias são realizados com base nessa unidade. Sabemos, pelo quadro de unidades de área, que o quilômetro quadrado está três degraus acima do metro quadrado. Como cada degrau corresponde ao deslocamento de duas casas decimais da vírgula, ao descer três degraus, devemos deslocar a vírgula seis casas para a direita. Assim, temos: $0,004 = 0,00400000$, e deslocando a vírgula seis casas para a direita, seque que:

$$0,004 \rightarrow 0,04000 \rightarrow 0,4000 \rightarrow 4,000 \rightarrow 40,00 \rightarrow 400,0 \rightarrow 4\,000$$

Portanto, $0,004\ km^2$ equivalem a $4\,000\ m^2$.

Com a área já convertida para metros quadrados, podemos calcular a quantidade máxima de colmeias que podem ser instaladas, considerando que cada colmeia deve ocupar uma área mínima de $16\ m^2$, respeitando o distanciamento ideal entre colmeias e os limites ambientais da vegetação nativa. Dividimos, então, os $4\,000\ m^2$ pela área necessária por colmeia:

$$4\,000 \div 16 = 250\ colmeias$$

Assim, podemos concluir que Joaquim poderá acrescentar 250 colmeias na nova área disponível, respeitando a exigência mínima de $16\ m^2$ por colmeia. Considerando as 25 colmeias que já possui em outra parte de seu terreno, o total de colmeias em sua propriedade poderá chegar a 275.

Esse tipo de planejamento, baseado em conversões precisas de unidades e na utilização racional do espaço, evidencia como a matemática é essencial na organização e no crescimento sustentável de atividades como a apicultura.

Para concluir, pode-se afirmar que o processo de conversão entre unidades de superfície segue a mesma lógica das transformações de unidades de comprimento. A principal diferença entre eles reside no número de casas decimais que a vírgula precisa ser deslocada. Enquanto nas medidas de comprimento o deslocamento é de uma casa decimal para cada unidade percorrida na escala, nas medidas de superfície esse deslocamento é de duas casas decimais para cada unidade. Em outras palavras, a operação é conceitualmente a mesma, mas adaptada à natureza bidimensional da área, o que torna necessário um ajuste no número de casas decimais manipuladas em cada conversão.

5.3 Unidades de superfície no meio rural

Na seção 4.4 foram abordadas algumas unidades tradicionais de comprimento amplamente utilizadas no meio rural. No entanto, a realidade agrária também exige medições de área, sobretudo para atividades como a divisão de propriedades, o planejamento de cultivos, a repartição de pastagens e a comercialização de lotes de terra.

Assim como ocorre com as medidas lineares, as unidades agrárias de superfície têm raízes históricas e culturais profundas. Muitas delas foram desenvolvidas de forma empírica, a partir das necessidades locais de mensuração e organização dos espaços produtivos, variando em nomenclatura e valor conforme a região.

De acordo com Silva (2016, p. 58), "estudos comprovam que a arte de medir terras surgiu no antigo Egito, onde os egípcios precisavam delimitar as áreas de lavouras após as inundações anuais do rio Nilo". Tais unidades seguem sendo amplamente utilizadas, principalmente em comunidades rurais onde o SI ainda convive com práticas tradicionais. Sobre isso, o autor ressalta que:

> Com o surgimento do sistema métrico decimal, na França (século XVIII), estabeleceu- se que o metro quadrado seria a unidade padrão para medir superfícies. Mas, no Brasil, desde a s ua implementação, os agricultores brasileiros ligados as suas tradições culturais não se adaptaram totalmente a essas medidas métricas decimais, em suas atividades agrícolas. Desta forma, continuaram em uso, na agricultura familiar brasileira, as unidades de medidas agrárias utilizadas por diversas regiões do país (Silva, 2016, p. 58).

Essa diversidade expressa os saberes tradicionais e a forma como diferentes culturas se organizaram ao longo da história para lidar com o espaço. Compreender essas unidades e suas equivalências com o sistema métrico é fundamental para promover uma educação matemática contextualizada e significativa, capaz de valorizar os saberes locais ao mesmo tempo em que favorece o domínio das medidas padronizadas. Essa ponte entre o conhecimento empírico e o científico fortalece a capacidade de análise e aplicação prática dos estudantes em diferentes contextos da vida rural.

Há uma grande variedade de unidades tradicionais utilizadas para medir áreas em diferentes regiões do Brasil. No estado do Ceará, essa diversidade também é bastante expressiva, especialmente nas comunidades rurais. A seguir, serão apresentadas algumas das unidades de medida de área mais frequentemente empregadas na zona rural cearense:

Centiare (ca): corresponde a 1 metro quadrado. Embora pouco utilizada de forma isolada, aparece como parte de um sistema composto por três unidades agrárias de superfície. O centiare é considerado um submúltiplo do are, sendo equivalente a $0,01$ *are*.

Are (a): equivale a 100 metros quadrados, ou 100 *centiares*. Apesar de não ser amplamente empregada, é mais comum que o centiare, sendo utilizada, sobretudo, para descrever pequenas parcelas de terra. O are integra o mesmo sistema de medidas que o centiare, sendo considerado a unidade-padrão desse sistema.

Hectare (ha): é a unidade mais utilizada em documentos oficiais, registros fundiários e no meio técnico. Corresponde a 10 000 metros quadrados e é amplamente empregada na medição de grandes áreas agrícolas e propriedades rurais. O hectare é um múltiplo do are, sendo equivalente a 10 000 $ares$.

Essas unidades fazem parte de um sistema de medidas padronizadas adotado em todo o território brasileiro, especialmente em contextos legais e técnicos. Embora não integrem oficialmente o SI, tratam-se de unidades reconhecidas e regulamentadas, cujos valores são fixos e não sofrem variações regionais, garantindo uniformidade na medição de superfícies rurais em qualquer parte do país. Silva (2016, p. 66), afirma que "A origem do nome hectare vem do grego *hecto* (cem) e *are* (do latim área, "área"). Ou seja, o hectare que é uma medida agrária de padrão nacional e internacional é equivalente a 100 $ares$."

Antunes (2010, p. 5) complementa que "na Agricultura Familiar Brasileira, as unidades m^2 (metro quadrado) e o ha (hectare) são as mais utilizadas. A unidade hectare (ha) de padrão nacional/internacional foi criada como forma de unificar as diferentes unidades de medidas agrárias existentes em nosso País".

A seguir, apresenta-se um quadro com as unidades agrárias de superfície e seus respectivos valores em metros quadrados:

Quadro 15: Unidades agrárias de superfície e seus valores em m^2.

Unidade	**Símbolo**	**Valor (m^2)**
Centiare	**ca**	1
Are	**a**	100
Hectare	**ha**	10 000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com base nessas informações, será resolvido um exemplo prático envolvendo a divisão de uma área rural, de modo a favorecer a compreensão das relações entre diferentes unidades de medida de superfície.

Exemplo 5.2. *Dona Lúcia é uma agricultora familiar que cultiva hortaliças em sua pequena propriedade rural. A área total do seu terreno corresponde a* $1,32$ $hectares$*. Com o objetivo de organizar melhor o plantio de diferentes culturas, ela decidiu dividir o terreno em parcelas menores, utilizando as unidades are e centiare como referência. Pergunta-se:*

1. *A quantos ares corresponde essa área?*

2. *Quantos centiares existem no total dessa propriedade?*

Solução:

Sabendo que 1 *hectare* equivale a 10 000 *metros* quadrados, temos:

$$1,32\ ha = 1,32 \cdot 10\,000 = 13\,200\ m^2$$

Como 1 *are* equivale a 100 metros quadrados, basta dividir a área total por 100:

$$13\,200 \div 100 = 132\ ares$$

Já que 1 *centiare* equivale a 1 metro quadrado, o número de centiares é igual ao número de metros quadrados:

$$13\,200\ m^2 = 13\,200\ centiares$$

Portanto, a área da propriedade de Dona Lúcia corresponde a 132 *ares* ou 13200 *centiares*.

A vantagem dessa padronização é que é possível realizar transformações entre essas unidades de medida sem a necessidade de recorrer ao sistema métrico decimal. Como vimos, essas três unidades integram um pequeno sistema de medidas agrárias padronizadas que, embora possuam equivalências com o metro quadrado, funcionam de forma independente.

O quadro a seguir apresenta, de forma detalhada, as relações entre essas unidades:

Quadro 16: Unidades agrárias de superfície e seus valores em *are*.

Unidade	**Símbolo**	**Valor (a)**
Centiare	**ca**	0,01
Are	**a**	1
Hectare	**ha**	100

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para facilitar ainda mais as transformações entre essas unidades de medida, podemos tratá-las da mesma forma que tratamos as unidades do Sistema Internacional de Unidades, como visto na seção 5.2. Para isso, basta organizá-las em ordem decrescente, da esquerda para a direita: *Hectare* → *Are* → *Centiare*.

Como essas unidades são múltiplas de 100 (10^2), sempre que passamos de uma unidade para outra imediatamente inferior ou superior, basta multiplicar ou dividir por 100, respectivamente. Assim como ocorre com o sistema métrico, é possível aplicar a lógica das potências de base 10 para facilitar as conversões, evitando erros de cálculo e dispensando o uso de regras decoradas.

Podemos imaginar essas unidades como uma escada de três degraus, disposta da maior para a menor. Subir essa escada representa converter uma unidade menor em uma maior, o que exige uma divisão por 100 a cada degrau. Descer, por outro lado, corresponde a transformar uma unidade maior em uma menor, multiplicando por 100 a cada passo.

Essa lógica é possível porque essas três unidades foram definidas como múltiplos sucessivos de 100, formando um pequeno sistema padronizado de medidas agrárias. Essa estrutura facilita as conversões e permite aplicar raciocínios semelhantes aos usados nas transformações entre unidades do sistema métrico decimal. Veja o quadro a seguir:

Quadro 17: Quadro vertical de transformação entre unidades agrárias.

Unidade	Exemplo 1	Exemplo 2
Hectare	0,0001	1
Are	0,01	100
Centiare	1	10 000

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além da escada, também é possível visualizar essas unidades em uma sequência horizontal, o que facilita a identificação da direção da conversão e a contagem dos "saltos" entre as unidades. Como cada passo envolve um fator de 100, desloca-se a vírgula duas casas decimais para cada unidade percorrida. Ao converter para uma unidade menor, a vírgula é deslocada para a direita; ao converter para uma unidade maior, desloca-se para a esquerda. Observe a seguir:

Quadro 18: Quadro horizontal de transformação entre unidades agrárias.

Hectare	Are	Centiare
1	100	10 000
0,0001	0,01	1

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse método torna o processo de conversão entre unidades agrárias mais intuitivo, visual e compatível com o raciocínio já utilizado nas demais conversões de área dentro do sistema métrico decimal.

Por exemplo, suponha que desejamos converter $109,74$ hectares em centiares. Como estamos descendo duas unidades na escala (de hectare para are, e de are para centiare), devemos deslocar a vírgula quatro casas para a direita, duas casas para cada "salto", já que cada degrau equivale a duas casas decimais:

$$109,74000 \rightarrow 10\,974,000 \rightarrow 1\,097\,400,0$$

Portanto, $109,74\ hectares = 1\,097\,400\ centiares.$

Poderíamos resolver esse exemplo utilizando o quadro horizontal, seguindo o mesmo procedimento apresentado na seção 5.2. Primeiramente, o valor a ser convertido deve ser posicionado abaixo da unidade correspondente. Caso haja mais de um valor, cada um deve ocupar uma linha distinta. Em seguida, identifica-se a unidade de destino, o que permite determinar o sentido do deslocamento da vírgula no quadro, ou seja, se ela deve ser deslocada para a direita ou para a esquerda, conforme a direção da conversão entre as unidades envolvidas. Observe o quadro 19:

Quadro 19: Transformação entre unidades agrárias – parte I.

Hectare	**Are**	**Centiare**
109,74000		**
⇒		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por último, podemos preencher o quadro deslocando a vírgula duas vezes para a direita a cada "salto", obtendo assim o resultado final da conversão. Esse procedimento permite visualizar com clareza o caminho percorrido entre as unidades e reforça o entendimento do processo de transformação. Observe no quadro apresentado a seguir:

Quadro 20: Transformação entre unidades agrárias – parte II.

Hectare	**Are**	**Centiare**
109,74000	10 974,000	1 097 400,0
⇒		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com essa nova abordagem, podemos solucionar o problema da propriedade rural de Dona Lúcia, apresentado no início desta seção, sem a necessidade de recorrer às medidas de superfície do sistema métrico. Para isso, basta posicionar o valor inicial na unidade correspondente e deslocar a vírgula duas casas para a direita a cada "salto" para unidades menores. Acompanhe o preenchimento do quadro:

Quadro 21: Transformação entre unidades agrárias – parte III.

Hectare	**Are**	**Centiare**
1,32000	132,000	13 200,0
⇒		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Portanto, a área de $1,32$ *hectares* corresponde a 132 *ares* ou ainda, $13\,200$ *centiares*.

É curioso notar que existe uma relação entre as unidades agrárias apresentadas e os múltiplos do metro quadrado. Embora não façam parte oficialmente do Sistema Internacional de Unidades (SI), essas medidas foram definidas com base no metro quadrado, o que permite estabelecer equivalências diretas entre elas.

Observe:

- como já vimos, 1 centiare (ca) equivale exatamente a 1 metro quadrado (1 m^2).
- 1 are (a) corresponde a 100 metros quadrados (100 m^2). No entanto, 100 m^2 equivalem exatamente a 1 decâmetro quadrado (1 dam^2), o que implica que 1 are é igual a 1 dam^2.
- 1 hectare (ha) equivale a 10 000 metros quadrados (10 000 m^2). Ao converter esse valor para torná-lo unitário dentro da lógica dos múltiplos do metro quadrado, obtemos que 10 000 $m^2 = 1$ hectômetro quadrado (1 hm^2). Assim, podemos afirmar que 1 hectare é igual a 1 hm^2.

Essa correspondência facilita as conversões entre os dois sistemas e permite que as unidades agrárias sejam facilmente integradas ao sistema métrico decimal, especialmente em contextos legais, técnicos e educacionais. Mesmo sendo uma nomenclatura tradicional e mais comum no meio rural, sua estrutura decimal e compatibilidade com o metro quadrado tornam seu uso mais acessível e padronizado em todo o território nacional. Observe o quadro a seguir, que apresenta a correspondência entre essas unidades:

Quadro 22: Correspondência entre as unidades de medida de superfície do SI e as unidades de medidas agrárias.

km²	**ha / hm²**	**a / dam²**	**ca / m²**	**dm²**	**cm²**	**mm²**

Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, ao transformar valores entre os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado, estamos automaticamente encontrando a correspondência desses valores nas unidades agrárias: hectare, are e centiare. Isso nos permite concluir que hectare é apenas uma forma diferente de nos referirmos ao hectômetro quadrado, assim como are corresponde ao decâmetro quadrado e centiare ao metro quadrado.

Além das unidades oficiais e padronizadas, como o hectare, o are e o centiare, também é comum encontrar no contexto agrário brasileiro outras unidades tradicionais de área, cujos valores podem variar regionalmente. Entre elas, destacam-se:

Tarefa: bastante comum no Nordeste brasileiro, essa unidade de área apresenta variações de valor conforme a localidade. Em muitas regiões, é padronizada como equivalente a 3 630 m^2. No estado do Ceará, entretanto, também há variações, sendo o valor mais comum utilizado o de 3 025 m^2.

Esse valor decorre de uma definição tradicional da tarefa como sendo a superfície de uma região quadrada com 25 braças de lado, popularmente conhecida como "25 braças em quadro", resultando em 625 braças quadradas. Considerando que cada braça mede aproximadamente $2,2$ *metros*, temos:

$$25 \cdot 2,2 = 55 \ metros$$

Assim, uma tarefa corresponde à área de um quadrado de 55 *metros* de lado, ou seja:

$$55 \cdot 55 = 3\,025 \ metros \ quadrados$$

Silva (2016, p. 70) assim se posiciona: "voltemos agora para unidade de medida agrária tarefa. Esta antiga medida agrária é tida como a área de terra equivalente a um terreno de 55 metros de comprimento por 55 metros de largura, ou seja, uma área de 3 025 metros quadrados."

Apesar de esse ser o valor mais usual, é fundamental conhecer o valor adotado na região em que se trabalha, especialmente ao realizar medições ou comparar áreas rurais.

Alqueire: é uma unidade de medida de área amplamente utilizada em diferentes regiões do Brasil, especialmente em estados das regiões Sudeste, Centro-Oeste e Norte. Trata-se de uma medida tradicional, de origem colonial, que ainda está presente em documentos, registros de propriedades rurais e na linguagem cotidiana de produtores. Silva (2016, p. 62) explica que:

> normalmente um alqueire de superfície era a área de terreno que se semeava com um alqueire de semente. Quando o alqueire foi convertido para medida de área, primeiro foi subdividido em quatro partes iguais, chamadas de quartas (quarta do chão) e depois em unidades menores convertendo-as em litros, já com vistas à adoção do sistema métrico. No Brasil, o uso desta medida também é muito antigo, sendo adotada até hoje em algumas regiões, principalmente no meio rural, onde é tida como medida agrária.

Seus valores variam significativamente entre os estados brasileiros, o que pode gerar confusões ao comparar áreas expressas nessa unidade. Silva (2016, p. 63) observa que:

> Hoje se conhecem como o alqueire paulista uma medida equivalente a 24 200 metros quadrados e o alqueire mineiro, o correspondente a uma área de 48 400 metros quadrados. Como se não bastasse, ainda existe o alqueire do Norte, com 27 225 metros quadrados, o alqueire baiano com 96 800 metros quadrados e o alqueirão ou

> alqueire goiano com área de 193 600 metros quadrados. Com ressalvas que a partir de 1956 o alqueire no Centro-Oeste padronizou-se à medida do alqueire mineiro.

Diante dessas variações, é fundamental redobrar a atenção ao comparar áreas expressas em alqueires entre diferentes estados ou regiões do país, especialmente em documentos técnicos, comerciais ou legais.

No estado do Ceará, o alqueire não é uma unidade agrária tradicionalmente utilizada, estando ausente tanto em registros históricos locais quanto em práticas atuais de medição de terras. Seu uso é, portanto, incomum na região e pouco conhecido entre os trabalhadores e produtores rurais cearenses.

Ainda que muitas dessas unidades sejam tradicionais, é importante reconhecer a necessidade de padronização, especialmente em contratos de compra e venda, financiamentos e registros oficiais. Por esse motivo, é cada vez mais comum o uso simultâneo das unidades agrárias e das unidades do Sistema Internacional, como o metro quadrado e o hectare.

No entanto, no contexto cotidiano do campo, o uso das medidas tradicionais continua forte, em razão de sua praticidade, familiaridade e valor cultural. Ao aprender sobre essas unidades, o estudante desenvolve não apenas competências matemáticas, mas também uma valorização dos saberes locais e regionais, fundamentais para o trabalho e a vida no campo.

5.4 Área: conceitos e aplicações

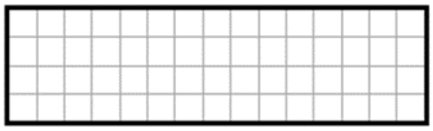
A noção de área está entre os conceitos mais antigos e fundamentais da matemática, surgindo da necessidade prática de medir superfícies planas para fins como agricultura, construção, delimitação de terrenos e cobrança de tributos. Mesmo antes da formalização da geometria, povos antigos já desenvolviam maneiras intuitivas de comparar e medir espaços ocupados no plano. Silva e Ovigli (2020, p. 81) assim se posicionam:

> Desde os tempos mais remotos o homem sentiu a necessidade de medir. No desenvolvimento da agricultura, há cerca de 10 000 anos, houve a necessidade de técnicas matemáticas para um melhor proveito desta atividade. No Egito antigo a Matemática foi utilizada também nas medições de terra, para calcular os tributos sobre áreas no período de cheias do rio Nilo, e esteve presente em vários outros pontos da história da humanidade, surgindo de necessidades práticas (MOURA, 1995).

De forma elementar, a área de uma figura plana pode ser compreendida como a medida da superfície delimitada por seus contornos. Um modo acessível de introduzir esse conceito é por meio da contagem de unidades padronizadas que ocupam a figura em questão. Essas unidades podem ser quaisquer das abordadas nas seções anteriores, como o metro quadrado, a tarefa, o are, entre outras.

Por exemplo, ao desenhar um retângulo sobre uma malha quadriculada, pode-se estimar sua área contando quantos quadrados de 1 unidade por 1 unidade estão contidos em seu interior. Essa abordagem visual facilita a compreensão inicial e estabelece uma ponte entre a percepção concreta do espaço e a abstração matemática das fórmulas. Observe a figura a seguir:

Figura 6: Malha quadriculada.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Se considerarmos cada quadrado que compõe a figura como uma unidade de área ($u.a$), podemos dizer que esta figura possui 60 $u.a.$ Assim, se cada um desses quadrados corresponder a uma tarefa, a área total será de 60 tarefas. Do mesmo modo, se cada quadrado medir 1 km^2, a área da figura será de 60 km^2, e assim por diante. Esse raciocínio reforça a importância de se associar sempre a área à unidade utilizada, garantindo precisão nas medições.

Além disso, destaca-se o fato de que a área de uma figura plana está sempre associada a um número real, uma vez que expressa uma grandeza mensurável em duas dimensões. Segundo Silva (2016, p. 28): "[...] a área de uma região no plano é a porção do plano ocupada por uma figura plana, esta área é um número inteiro positivo que associamos à mesma e que serve para quantificar o espaço por ela ocupado.

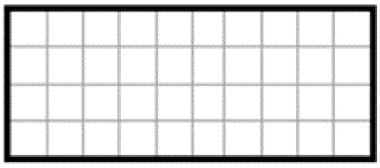
Essa compreensão inicial é fundamental para o desenvolvimento de raciocínios mais complexos, que envolvem fórmulas específicas para o cálculo da área de figuras como triângulos, quadriláteros, trapézios e outros polígonos. A seguir, aprofundaremos o estudo das principais figuras planas e de suas respectivas fórmulas de área, relacionando cada uma delas com situações práticas do cotidiano, especialmente no contexto da matemática agrária.

5.4.1 Área do retângulo

Definimos o retângulo como um polígono pertencente à classe dos quadriláteros. Ele integra o grupo dos paralelogramos, ou seja, quadriláteros cujos lados opostos são paralelos. Sua principal característica é apresentar os quatro ângulos internos congruentes, todos medindo exatamente noventa graus (90°). Além disso, os lados opostos de um retângulo são congruentes e suas diagonais também são congruentes, cruzando-se exatamente no ponto médio.

Normalmente, inicia-se o cálculo de área adotando-se um quadrado unitário, com lados medindo uma unidade de comprimento. No entanto, vamos partir de uma abordagem mais observável e concreta. Observe o retângulo apresentado a seguir:

Figura 7: Retângulo em malha quadriculada.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Por definição, a área desse retângulo é de 40 unidades de área ($u.a$), pois é formado por 40 quadrados, sendo cada um uma unidade de área. Note que o comprimento da figura é de 10 unidades de comprimento ($u.c$) e a largura mede 4 $u.c$. Ao multiplicarmos essas duas dimensões, obtemos:

$$10\ u.c\ \cdot\ 4\ u.c = 40\ u.a$$

que corresponde à área da figura.

Vale lembrar que antes de realizar a multiplicação, é importante garantir que ambas as dimensões estejam expressas na mesma unidade de comprimento, o que já ocorre neste caso.

Portanto, para encontrar a área de um retângulo, basta multiplicar suas duas dimensões. No caso, $10 \cdot 4 = 40$ e $u.c\ \cdot\ u.c = (u.c)^2 = u.a$.

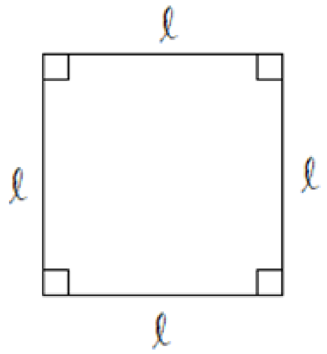
Para fins deste trabalho, chamaremos o comprimento da figura plana de base (b) e a largura de altura (h). Com isso, podemos generalizar a seguinte fórmula para o cálculo da área de um retângulo:

$$A_{\text{retângulo}} = b \cdot h \tag{5.1}$$

5.4.2 Área do quadrado

O quadrado é um polígono pertencente à classe dos quadriláteros e, assim como o retângulo, integra o grupo dos paralelogramos. Ele possui os quatro ângulos internos congruentes, todos medindo exatamente noventa graus (90°), o que o caracteriza também como um retângulo. Além disso, apresenta todos os lados congruentes, o que o qualifica como um losango. Essas propriedades combinadas fazem do quadrado um polígono regular. Vale ressaltar ainda que suas diagonais são congruentes e se cruzam exatamente no ponto médio. Observe na figura 8 a representação de um quadrado:

Figura 8: Quadrado.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como o quadrado também é um retângulo podemos concluir que:

$$A_{\text{quadrado}} = A_{\text{retângulo}} = b \cdot h$$

Por outro lado, o quadrado possui todos os seus lados congruentes o que torna $b = h = l$ (lado do quadrado. logo:

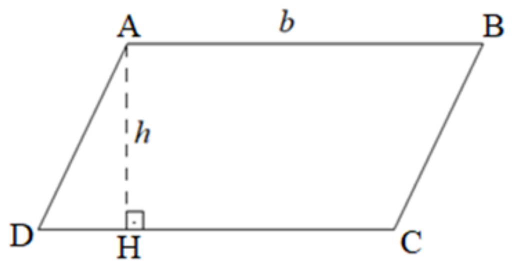
$$\begin{aligned} A_{\text{quadrado}} &= b \cdot h \\ A_{\text{quadrado}} &= l \cdot l \\ A_{\text{quadrado}} &= l^2 \end{aligned} \tag{5.2}$$

5.4.3 Área do paralelogramo

Assim como o retângulo e o quadrado, o paralelogramo é um quadrilátero que integra o grupo dos paralelogramos. Por não apresentar outras propriedades além daquelas características do grupo, ele recebe o próprio nome da classe à qual pertence. Entre as principais características dos paralelogramos, destacam-se: os lados opostos são congruentes, os ângulos opostos também são congruentes, e as diagonais se interceptam no ponto médio.

Considere um paralelogramo ABCD com base b e altura h, como ilustrado na figura a seguir:

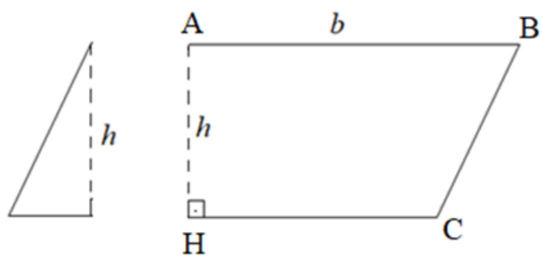
Figura 9: Paralelogramo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para demonstrar a fórmula de sua área, podemos aplicar um raciocínio visual baseado na reorganização de figuras. Inicialmente, recortamos o triângulo ADH ($\triangle ADH$), localizado no lado esquerdo do paralelogramo:

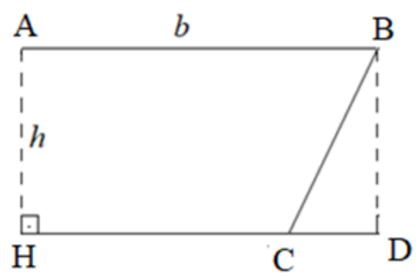
Figura 10: Paralelogramo com corte.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em seguida, deslocamos esse triângulo recortado para o lado direito da figura, encaixando-o perfeitamente, formando o $\triangle BCD$. O resultado é um retângulo com as mesmas dimensões de base b e altura h:

Figura 11: Retângulo formado a partir de um paralelogramo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

É fácil perceber que o $\triangle ADH$ pôde ser realocado no lado oposto da figura sem provocar alteração na área total. Como essa reorganização não modifica a medida da superfície, podemos concluir que a área do paralelogramo é equivalente à área do retângulo formado, dada por:

$$A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h \tag{5.3}$$

5.4.4 Área do triângulo

O triângulo é um polígono formado por três lados e consequentemente três ângulos internos. Ele pertence à classe dos polígonos convexos e é definido pela união de três segmentos de reta que se encontram dois a dois, formando três vértices. A soma de seus ângulos internos é sempre igual a 180 graus (180°).

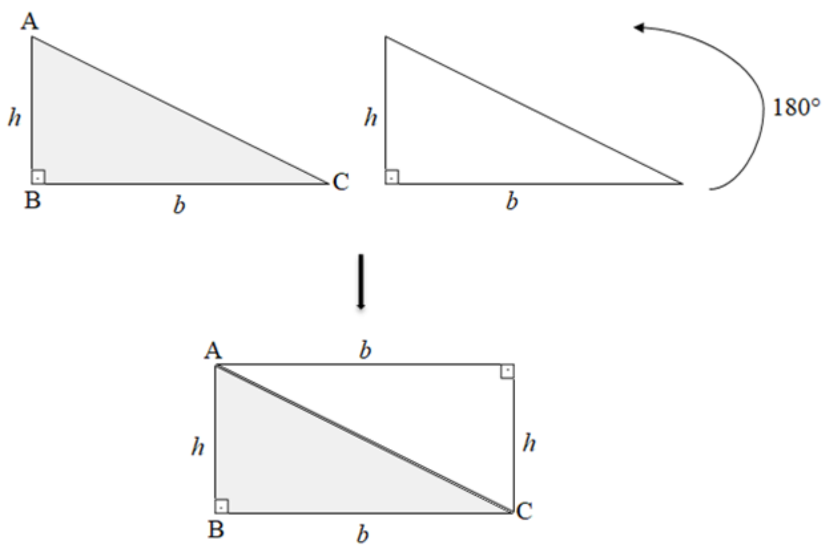
Quanto à medida dos lados, os triângulos podem ser classificados em equilátero (três lados congruentes), isósceles (dois lados congruentes) ou escaleno (três lados distintos). Já em relação aos ângulos internos, podem ser classificados em acutângulo (três ângulos agudos, ou seja, menores que 90°), retângulo (um ângulo reto, exatamente 90°) ou obtusângulo (um ângulo obtuso, maior que 90°). Trata-se do polígono mais simples da geometria plana e não possui diagonais.

A dedução de uma fórmula para calcular a área de um triângulo também pode ser feita de maneira simples e visual. Podemos analisar dois casos separadamente:

I. Triângulo retângulo

Considere um triângulo ABC, retângulo em B, com base $\overline{BC} = b$ e altura $\overline{AB} = h$. Ao duplicarmos esse triângulo e girarmos uma das cópias em 180°, é possível encaixá-la perfeitamente sobre a outra, formando um retângulo (ou um quadrado, caso o triângulo seja também isósceles). Observe a ilustração a seguir:

Figura 12: Retângulo formado a partir de dois triângulos retângulos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

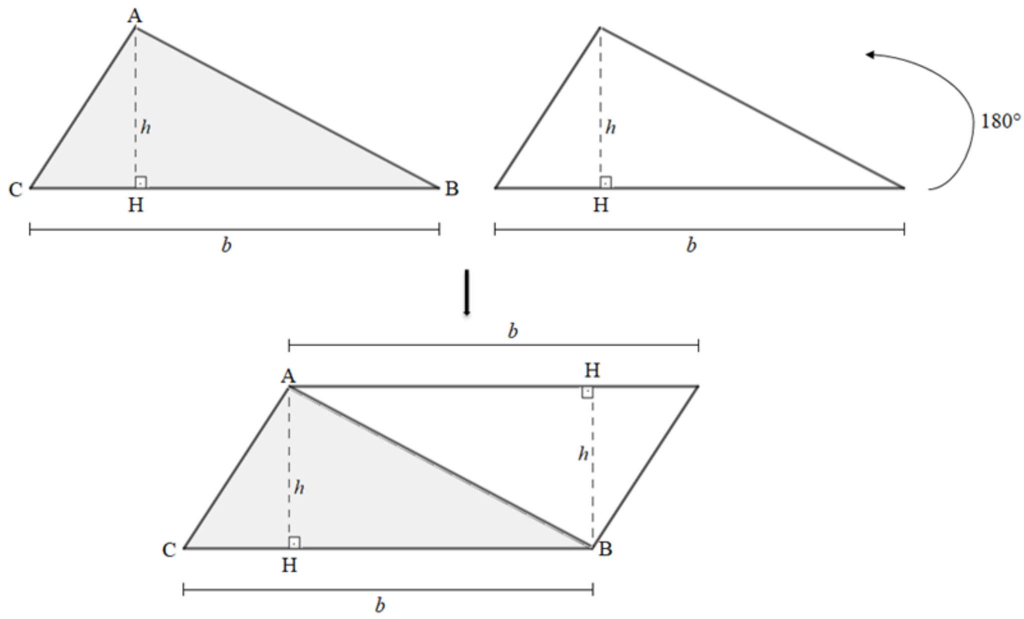
Nesse caso, a área do triângulo original corresponde à metade da área do retângulo (ou do quadrado), ou seja:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

II. Triângulo qualquer (não retângulo)

Considere agora um triângulo ABC qualquer, que não seja retângulo, com base $\overline{BC} = b$ e altura relativa à base $\overline{BC}$, representada por $\overline{AH} = h$. Ao duplicarmos esse triângulo e repetirmos o procedimento anterior, obtemos um paralelogramo, como mostrado na figura a seguir:

Figura 13: Paralelogramo formado a partir de dois triângulos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

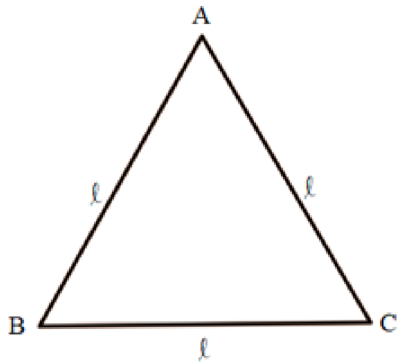
Assim, a área do triângulo será igual à metade da área desse paralelogramo. E como vimos na subseção 5.4.3, a fórmula para calcular a área do paralelogramo é a mesma utilizada para o retângulo. Portanto, em ambos os casos, seja o triângulo retângulo ou não, a área pode ser calculada por meio da fórmula geral:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2} \tag{5.4}$$

Agora trataremos de um caso especial: a área do triângulo equilátero. Como se trata de um polígono regular, é possível expressar sua área apenas em função da medida do lado, assim como foi feito no caso do quadrado.

Considere um triângulo equilátero ABC de base $\overline{BC}$ e lados medindo l, como apresentado na imagem a seguir:

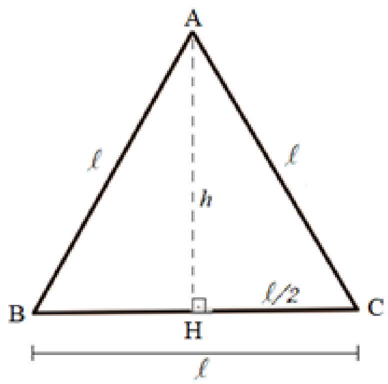
Figura 14: Triângulo equilátero.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como por definição todos os seus lados são congruentes e todos os ângulos internos medem 60°, isso implica que, ao traçarmos a altura relativa à base $\overline{BC}$, ela coincidirá com a mediana relativa a essa mesma base. Nesse caso, a altura $\overline{AH}$ divide o triângulo em dois triângulos retângulos congruentes, o que permite aplicar o Teorema de Pitágoras para encontrar a medida da altura e, consequentemente, deduzir a fórmula de sua área. Veja a figura a seguir:

Figura 15: Triângulo equilátero e sua altura.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como H é ponto médio de $\overline{BC}$, segue que $\overline{HC} = \dfrac{l}{2}$. Aplicando o Teorema de Pitágoras no $\triangle AHC$, temos:

$$\begin{aligned} l^2 &= h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \\ l^2 &= h^2 + \frac{l^2}{4} \\ h^2 &= l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{3l^2}{4} \\ h &= \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{l\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \tag{5.5}$$

Para calcular sua área, utilizamos a fórmula tradicional da área do triângulo:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Substituindo os valores de b e h, temos:

$$\frac{l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\frac{l^2\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

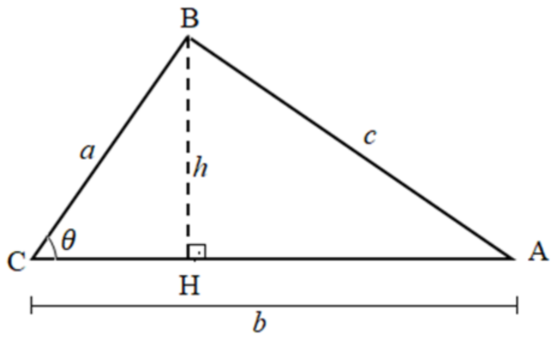
Portanto, a fórmula da área do triângulo equilátero, em função apenas da medida do lado, é:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \tag{5.6}$$

Além da fórmula tradicional baseada na base e na altura, existem outras formas alternativas de calcular a área de um triângulo qualquer. Uma delas é utilizada quando se conhecem dois lados consecutivos e o ângulo formado entre eles, sendo conhecida como fórmula trigonométrica da área do triângulo.

Considere um triângulo ABC qualquer, com base $\overline{AC} = b$, altura $\overline{AH} = h$ relativa à base $\overline{AC}$, e lados $\overline{BC} = a$ e $\overline{AB} = c$, sendo o ângulo $B\hat{C}H = \theta$, como mostra a ilustração a seguir:

Figura 16: Triângulo qualquer e sua altura.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Note que o $\triangle BCH$ é retângulo em H. Assim, pela definição da função seno no triângulo retângulo, temos:

$$\sin(\theta) = \frac{h}{a}$$

Multiplicando ambos os lados da equação por a, obtemos a altura h em função do seno:

$$h = a \cdot \sin(\theta)$$

Substituindo essa expressão na fórmula tradicional da área do triângulo, temos:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{b \cdot (a \cdot \sin(\theta))}{2}$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\theta)}{2} \tag{5.7}$$

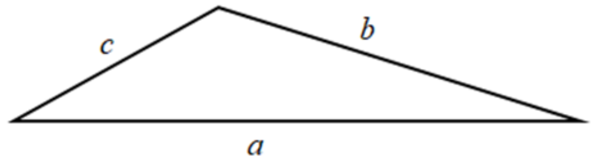
De maneira análoga a esse caso, é possível obter expressões para a área do triângulo utilizando outros pares de lados e o ângulo formado entre eles. Assim, considerando os ângulos $\alpha = B\hat{A}C$ e $\beta = A\hat{B}C$, a área do triângulo ABC também pode ser expressa por:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot c \cdot \sin(\alpha)}{2}$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{a \cdot c \cdot \sin(\beta)}{2}$$

Em todo caso, conhecendo-se dois lados de um triângulo qualquer e o ângulo formado entre eles, a área pode ser calculada como a metade do produto desses lados multiplicado pelo seno do ângulo. Em algumas situações, pode-se conhecer apenas as medidas dos três lados de um triângulo, sem que se tenha acesso à altura ou aos ângulos, como apresentado a seguir:

Figura 17: Triângulo qualquer com medidas dos lados conhecidas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para esses casos, existe uma fórmula que permite calcular a área do triângulo utilizando apenas os comprimentos dos seus lados. Trata-se da fórmula de Heron, atribuída ao matemático grego Heron de Alexandria.

Seja um triângulo qualquer com lados a, b e c, calcula-se inicialmente o semiperímetro desse triângulo, dado por:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Com base no valor de p, a área do triângulo pode ser determinada por meio da seguinte expressão:

$$A_{\text{triângulo}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \tag{5.8}$$

Essa fórmula é especialmente útil quando se conhece apenas a distância entre os vértices de um triângulo, como ocorre em levantamentos topográficos e delimitação de terrenos. Sua aplicação dispensa o uso de altura ou ângulos, tornando-a uma alternativa prática em diversas situações.

A demonstração da fórmula de Heron [1], embora seja validada pela matemática clássica, envolve uma série de transformações algébricas e manipulações que extrapolam o escopo deste trabalho. Trata-se de um processo extenso, que pode ser conduzido a partir da fórmula trigonométrica da área e da aplicação da Lei dos Cossenos, exigindo conhecimentos que vão além do nível proposto para este material. Por essa razão, opta-se por apresentar apenas sua aplicação e importância prática no cálculo da área de triângulos quando se conhecem os três lados.

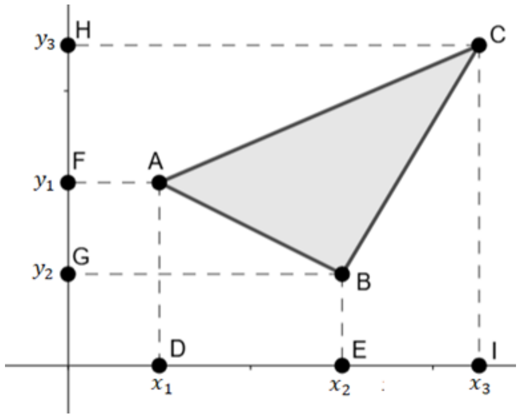
Há ainda outra maneira de calcular a área de um triângulo, especialmente útil quando se conhecem as coordenadas cartesianas dos vértices. Trata-se de um método da geometria analítica, que permite determinar a área por meio de uma fórmula baseada nas posições dos pontos no plano.

Sejam os pontos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$ os vértices de um triângulo no plano cartesiano, e sejam os pontos D, E e I as projeções ortogonais de A, B e C, respectivamente, sobre o eixo x. De forma análoga, sejam os pontos F, G e H as

[1] A demonstração detalhada pode ser consultada no livro *Fundamentos da Matemática Elementar*, de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeu, volume 9, página 329.

projeções ortogonais dos mesmos pontos A, B e C, respectivamente, sobre o eixo y, como ilustrado a seguir:

Figura 18: Triângulo qualquer representado no plano cartesiano.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao traçarmos as projeções ortogonais dos vértices sobre os eixos coordenados, criamos segmentos verticais e horizontais que ajudam a visualizar a área do triângulo como parte de um conjunto maior de figuras planas. A região delimitada pelos pontos A, B e C pode ser interpretada como parte da área contida entre os eixos x e y, composta por retângulos e trapézios cujas áreas são mais simples de calcular.

Essa estratégia permite reorganizar e subtrair áreas auxiliares, conduzindo a uma expressão algébrica que depende apenas das coordenadas dos vértices.

Assim, podemos calcular a área do triângulo ABC, denotada por Área(ABC), da seguinte forma:

$$\text{Área}(ABC) = \text{Área}(ACID) - \text{Área}(ABED) - \text{Área}(BCIE) \tag{i}$$

Como as regiões $ACID$, $ABED$ e $BCIE$ são trapézios, utilizaremos um resultado que será tratado na Seção 5.4.6: a fórmula da área do trapézio, que consiste na média aritmética das bases multiplicada pela altura. Assim:

$$\begin{aligned}
\text{Área}(ACID) &= \frac{(y_3 + y_1)(x_3 - x_1)}{2} = \frac{x_3y_3 - x_1y_3 + x_3y_1 - x_1y_1}{2} \\
\text{Área}(ABED) &= \frac{(y_1 + y_2)(x_2 - x_1)}{2} = \frac{x_2y_1 - x_1y_1 + x_2y_2 - x_1y_2}{2} \\
\text{Área}(BCIE) &= \frac{(y_3 + y_2)(x_3 - x_2)}{2} = \frac{x_3y_3 - x_2y_3 + x_3y_2 - x_2y_2}{2}
\end{aligned}$$

Substituindo as expressões acima em (i), segue que:

$$\begin{aligned}\text{Área}(ABC) = & \frac{x_3y_3 - x_1y_3 + x_3y_1 - x_1y_1}{2} \\ & - \frac{x_2y_1 - x_1y_1 + x_2y_2 - x_1y_2}{2} \\ & - \frac{x_3y_3 - x_2y_3 + x_3y_2 - x_2y_2}{2}\end{aligned}$$

Agrupando e simplificando os termos semelhantes:

$$\text{Área}(ABC) = \frac{-x_1y_3 + x_3y_1 - x_2y_1 + x_1y_2 + x_2y_3 - x_3y_2}{2}$$
$$\text{Área}(ABC) = \frac{x_1y_2 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_2y_1 + x_3y_1 - x_3y_2}{2}$$

Reorganizando a expressão:

$$\text{Área}(ABC) = \frac{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)}{2} \tag{5.9}$$

Esse resultado coincide com o determinante da matriz formada pelas coordenadas dos vértices do triângulo ABC, denotada por $\det(M)$ [2], dada por:

$$M = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$$

Nesse caso, o determinante pode resultar em um número negativo, o que não ocorre com a área, pois esta é sempre positiva. Por isso, a área é dada por:

$$\text{Área}(ABC) = \frac{|\det(M)|}{2} \tag{5.10}$$

Essa fórmula é amplamente utilizada em problemas de geometria analítica e análise vetorial. Apesar de seu uso ser mais comum em contextos acadêmicos e técnicos, sua inclusão neste trabalho serve para mostrar a diversidade de abordagens possíveis para o cálculo de áreas, reforçando o papel da matemática como ferramenta versátil e adaptável a diferentes situações.

[2] O determinante de uma matriz quadrada de ordem 3×3 é um número real obtido a partir de uma combinação linear dos produtos dos elementos dessa matriz, seguindo uma regra específica de sinais e multiplicações, e que pode ser usado, entre outras aplicações, para o cálculo de áreas e volumes.

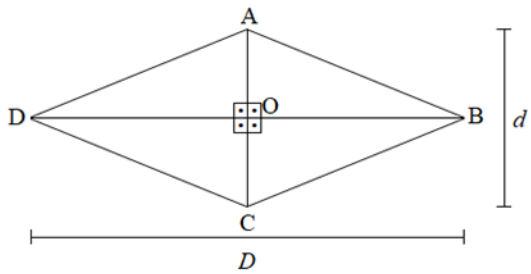
5.4.5 Área do losango

O losango é um polígono pertencente à classe dos quadriláteros e integra o grupo dos paralelogramos. Suas principais características são: quatro lados congruentes e dois pares de ângulos opostos também congruentes. Os lados opostos são paralelos, e as diagonais se interceptam no ponto médio, sendo perpendiculares entre si. Diferentemente do retângulo, os ângulos internos do losango não são necessariamente retos (exceto no caso do quadrado). Essas propriedades conferem ao losango uma forma simétrica e facilmente identificável.

A seguir, apresentamos uma demonstração visual da fórmula da área do losango, utilizando propriedades básicas dos triângulos formados pelas diagonais.

Seja $ABCD$ um losango com diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, sendo $\overline{AC} = d$ a diagonal menor e $\overline{BD} = D$ a diagonal maior. Observe a figura 19.

Figura 19: Losango.



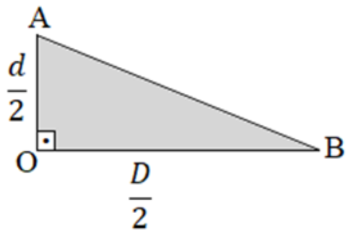
Fonte: Elaborada pelo autor.

Como as diagonais se cruzam perpendicularmente no ponto médio de ambas, é fácil perceber que os triângulos ABO, BCO, CDO e ADO são triângulos retângulos congruentes. Dessa forma, a área do losango $ABCD$ pode ser obtida tomando a área de um desses triângulos e multiplicando por 4:

$$A_{\text{losango}} = 4 \cdot A_{\text{triângulo}}$$
$$A_{\text{losango}} = 4 \cdot \left(\frac{b \cdot h}{2} \right)$$
$$A_{\text{losango}} = 2 \cdot b \cdot h$$

Tomemos como referência o $\triangle ABO$ (figura 20). Como o ponto O é o ponto de interseção das diagonais, ele é o ponto médio de ambas.

Figura 20: Triângulo formado a partir das diagonais do losango.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim, o segmento $\overline{OA}$ representa a metade da diagonal menor $\overline{AC}$, ou seja:

$$\overline{OA} = \frac{d}{2} = h.$$

Analogamente, o segmento $\overline{OB}$ é a metade da diagonal maior $\overline{BD}$, ou seja:

$$\overline{OB} = \frac{D}{2} = h.$$

Como $\overline{OA}$ é metade de $\overline{OC}$, então $\overline{OA} = \dfrac{d}{2} = h$. Analogamente, como $\overline{OB}$ é metade de $\overline{BD}$, então $\overline{OB} = \dfrac{D}{2} = h$.

Substituindo essas medidas na expressão da área do losango, temos:

$$\begin{aligned} A_{\text{losango}} &= 2 \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{d}{2} \\ A_{\text{losango}} &= \frac{D \cdot d}{2} \end{aligned} \tag{5.11}$$

Essa demonstração reforça a compreensão geométrica da fórmula da área do losango com base em suas diagonais, sendo especialmente útil no cálculo de áreas em plantações que seguem alinhamentos diagonais, prática comum em terrenos com formatos irregulares.

5.4.6 Área do trapézio

O trapézio é um polígono pertencente à classe dos quadriláteros, caracterizado por possuir apenas um par de lados opostos paralelos, chamados de bases. Os outros dois lados, não paralelos, são denominados de lados oblíquos.

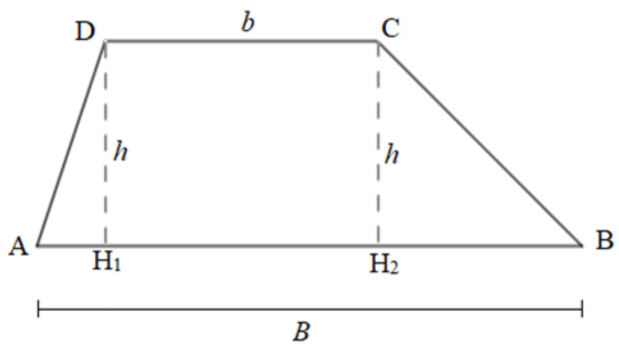
Os trapézios podem ser classificados em três tipos: trapézio retângulo, quando apresenta um ângulo reto; trapézio isósceles, quando os lados oblíquos são congruentes; e trapézio escaleno, quando todos os lados possuem medidas diferentes. As diagonais do trapézio, em geral, não são congruentes nem perpendiculares, exceto em casos específicos como no trapézio isósceles.

Para calcular a área de um trapézio, considera-se a média aritmética das medidas das bases multiplicada pela altura da figura. Essa fórmula é válida para qualquer tipo de trapézio, independentemente das inclinações dos lados oblíquos. A seguir, apresentaremos uma demonstração geométrica dessa fórmula, utilizando um raciocínio visual que permite compreender a origem dessa expressão a partir da decomposição da figura.

Seja $ABCD$ um trapézio qualquer, com $\overline{AB} = B$ representando a base maior e $\overline{CD} = b$ a base menor. Do ponto D, traça-se uma altura relativa à base $\overline{AB}$, que intercepta a base no ponto H_1. Do ponto C, também se traça uma altura relativa à mesma base, formando o ponto H_2.

Ambas as alturas são perpendiculares à base $\overline{AB}$ e têm a mesma medida, que chamaremos de h, conforme ilustrado na figura a seguir:

Figura 21: Trapézio e seus elementos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com essa construção, o trapézio foi decomposto em três partes:

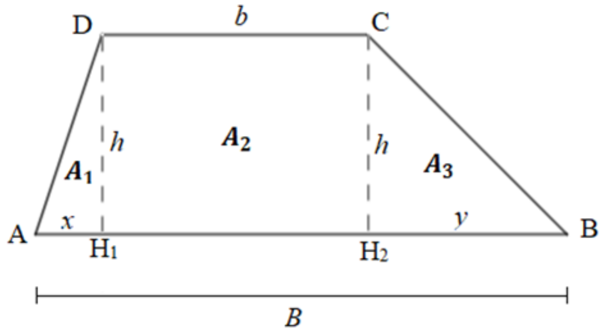
- Um triângulo ADH_1, cuja área denotaremos por A_1;
- Um retângulo H_1H_2CD, com área A_2;
- Um triângulo BCH_2, com área A_3.

Dessa forma, a área total do trapézio é dada pela soma das áreas dessas três figuras:

$$A_{\text{trapézio}} = A_1 + A_2 + A_3 \tag{ii}$$

Denotemos por x o comprimento do segmento $\overline{AH_1}$ e por y o comprimento do segmento $\overline{BH_2}$, conforme ilustrado na figura 22.

Figura 22: Trapézio decomposto em três partes.



Fonte: Elaborada pelo autor.

É importante observar que o comprimento total da base maior $\overline{AB}$ é a soma dos segmentos x, b e y, ou seja:

$$B = x + b + y$$

Calculando separadamente as áreas das três regiões em que o trapézio foi decomposto, temos:

Área do triângulo ADH_1:

$$A_1 = \frac{x \cdot h}{2}$$

Área do retângulo H_1H_2CD:

$$A_2 = b \cdot h$$

Área do triângulo BCH_2:

$$A_3 = \frac{y \cdot h}{2}$$

Substituindo os três últimos resultados em (ii), obtemos:

$$A_{\text{trapézio}} = A_1 + A_2 + A_3 = \frac{x \cdot h}{2} + b \cdot h + \frac{y \cdot h}{2}$$

Reescrevendo a soma dos termos com o mesmo denominador:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{x \cdot h + y \cdot h + 2b \cdot h}{2}$$

Colocando o fator comum h em evidência:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{h(x + y + 2b)}{2}$$

Sabemos, pela construção, que $B = x+b+y$. Logo, $x+y = B-b$. Substituindo isso na expressão imediatamente anterior, temos:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{h(B-b+2b)}{2}$$

Efetuando a soma no numerador, obtemos a fórmula geral para o cálculo da área do trapézio:

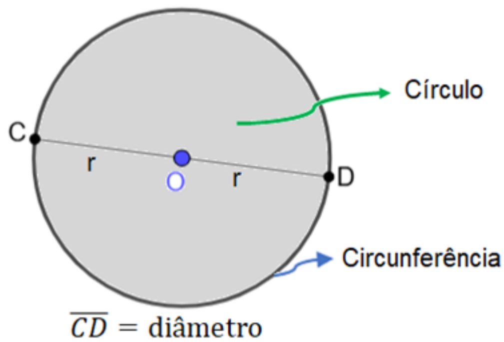
$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} \tag{5.12}$$

Essa fórmula indica que a área de um trapézio é igual ao produto da altura pela média aritmética das bases. Trata-se de um resultado fundamental para a geometria plana e de grande utilidade prática, especialmente no cálculo de áreas de terrenos com lados opostos não congruentes, como ocorre com frequência em regiões agrícolas.

5.4.7 Área do círculo

O círculo é uma figura plana definida como o conjunto de todos os pontos do plano que estão a uma distância menor ou igual a um valor fixo, denominado raio, em relação a um ponto central, chamado centro. A linha que delimita essa região é a circunferência, e a distância entre dois pontos extremos dessa linha, passando pelo centro, é chamada de diâmetro, sendo este o dobro do raio. Observe a imagem a seguir, que ilustra essas partes fundamentais:

Figura 23: Círculo e seus elementos.



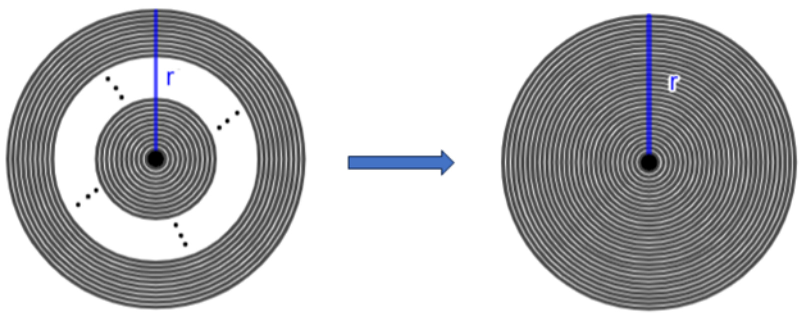
Fonte: Elaborada pelo autor.

O círculo não é um polígono, mas uma figura de simetria radial, e é amplamente utilizado no estudo da geometria plana e em diversas aplicações práticas. Sua forma perfeitamente arredondada o diferencia das demais figuras planas.

A seguir, apresentaremos a fórmula que permite calcular a área do círculo. Para isso, utilizaremos um raciocínio geométrico que relaciona o círculo a outras figuras planas conhecidas, como o triângulo. Essa abordagem é importante porque proporciona uma compreensão mais concreta da origem da fórmula, indo além da simples memorização.

Para demonstrar a fórmula da área do círculo (A_c) a partir de uma abordagem diferente, consideremos o círculo como sendo composto por um conjunto de circunferências concêntricas, cada uma com raio crescente, que juntas preenchem completamente sua superfície:

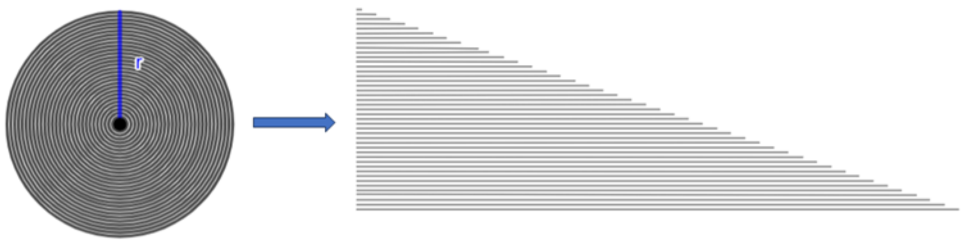
Figura 24: Círculo formado por circunferências concêntricas.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Agora, imaginemos que essas circunferências sejam “recortadas” e abertas uma a uma, formando linhas retas. Ao sobrepormos essas linhas, da circunferência maior até o centro, obtemos um triângulo. Observe a figura 25:

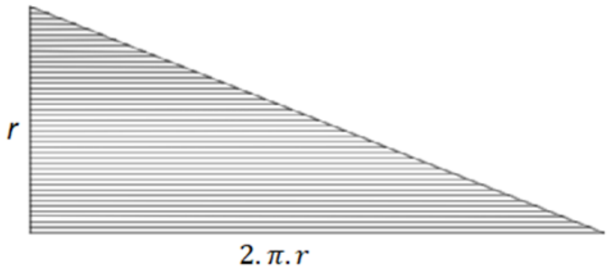
Figura 25: Transformando círculo em triângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A base desse triângulo será equivalente ao comprimento da circunferência maior, ou seja, $2 \cdot \pi \cdot r$, já que é o perímetro do círculo externo. A altura do triângulo será igual ao raio do círculo, pois corresponde à distância do centro até a borda, justamente o comprimento de cada uma das circunferências abertas que agora estão organizadas do centro até a extremidade, como mostra a figura 26:

Figura 26: Triângulo formado a partir do círculo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Essa construção nos permite concluir que A_c é equivalente à área do triângulo formado. Sendo assim, basta aplicar a fórmula da área do triângulo para obter:

$$A_c = \frac{(2 \cdot \pi \cdot r) \cdot r}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r^2}{2} = \pi \cdot r^2$$

Dessa forma, ao reorganizarmos as circunferências concêntricas do círculo em um triângulo, obtemos uma construção geométrica que permite deduzir, de maneira intuitiva, a fórmula da área do círculo. Essa representação evidencia como a superfície circular pode ser reinterpretada a partir de figuras já conhecidas, reforçando o entendimento de que:

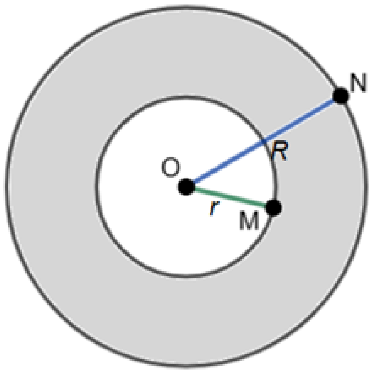
$$A_c = \pi \cdot r^2 \tag{5.13}$$

5.4.8 Área da coroa circular

A coroa circular é uma região plana limitada por duas circunferências concêntricas de raios diferentes. Embora não seja considerada uma figura elementar da geometria plana, ela é amplamente utilizada em aplicações práticas, especialmente em contextos que envolvem anéis, pistas circulares, sistemas de irrigação circular, entre outros.

Sua forma é caracterizada pela simetria radial, herdada da própria estrutura dos círculos que a compõem, como ilustrado na imagem a seguir, onde a coroa circular está destacada na cor cinza:

Figura 27: Coroa circular.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como essa figura é formada pela diferença entre o círculo maior (de raio R) e o círculo menor (de raio r), sendo $R > r$, podemos calcular sua área (A_{cc}) subtraindo a área do círculo menor da área do círculo maior:

$$A_{cc} = (\pi \cdot R^2) - (\pi \cdot r^2)$$

Colocando a constante π em evidência, obtemos:

$$A_{cc} = \pi(R^2 - r^2) \tag{5.14}$$

Essa expressão representa a área da coroa circular em função dos raios das circunferências que a delimitam.

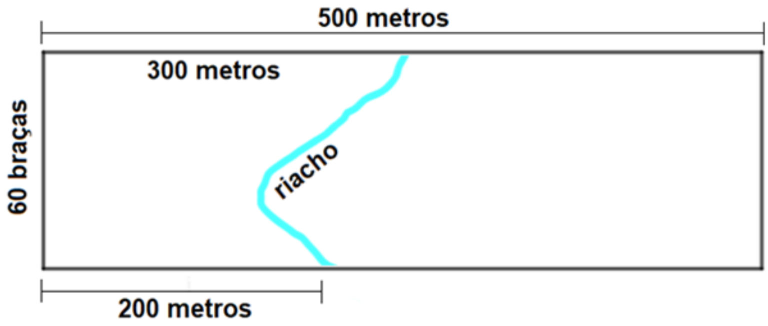
5.4.9 Aplicações

O cálculo da área de figuras planas é uma habilidade fundamental no campo da matemática agrária. Na zona rural, onde o planejamento de lavouras, a construção de cercas, a instalação de sistemas de irrigação e a delimitação de pastagens são tarefas frequentes, a compreensão de áreas de superfícies torna-se indispensável.

Esta seção apresenta alguns exemplos práticos que ilustram como os conhecimentos sobre área podem ser utilizados para resolver problemas concretos enfrentados por agricultores, apicultores e trabalhadores do campo no sertão cearense.

Exemplo 5.3. *Um agricultor da zona rural de Iguatu possui um terreno com formato retangular, medindo 500 metros de comprimento por 60 braças de largura. O terreno é cortado por um riacho sinuoso, que entra no terreno a 200 metros da frente e sai pela lateral oposta a 300 metros, conforme mostra a figura a seguir:*

Figura 28: Representação do terreno.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A área localizada entre a frente do terreno e o riacho apresenta solo úmido, sendo conhecida como área de baixio e, portanto, ideal para o plantio de milho. O agricultor deseja aproveitar toda essa faixa anterior ao riacho para o cultivo desta cultura.

Sabendo que se utiliza, em média, 5 kg de sementes de milho por tarefa de terra, e que a produtividade média em baixio pode alcançar 1200 kg por tarefa, determine:

a) Qual é aproximadamente a área disponível para o plantio de milho, em metros quadrados?

b) Quantas tarefas de terra equivalem a essa área?

c) Quantos quilos de sementes serão necessários para plantar toda a área cultivável?

d) Qual a estimativa de produção total de milho, em quilogramas, para essa lavoura?

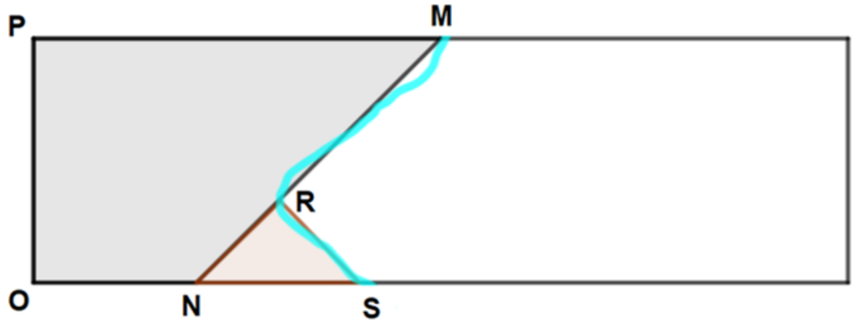
Solução:

Para resolver esta situação, é necessário inicialmente converter a largura do terreno da unidade tradicional para o Sistema Internacional. Sabendo que 1 braça equivale a 2,2 metros, tem-se:

$$60\,\text{braças} = 60 \cdot 2{,}2 = 132\,\text{metros}$$

Desconsiderando as ondulações do riacho e analisando a figura, observa-se que a área anterior ao riacho — a área cultivável — não possui formato geométrico regular, tampouco apresenta uma fórmula direta para o cálculo de sua área. No entanto, ela pode ser dividida em figuras planas conhecidas. Com base nas informações fornecidas, essa região pode ser subdividida em duas áreas: um trapézio e um triângulo.

Figura 29: Divisão do terreno.



Fonte: Elaborada pelo autor.

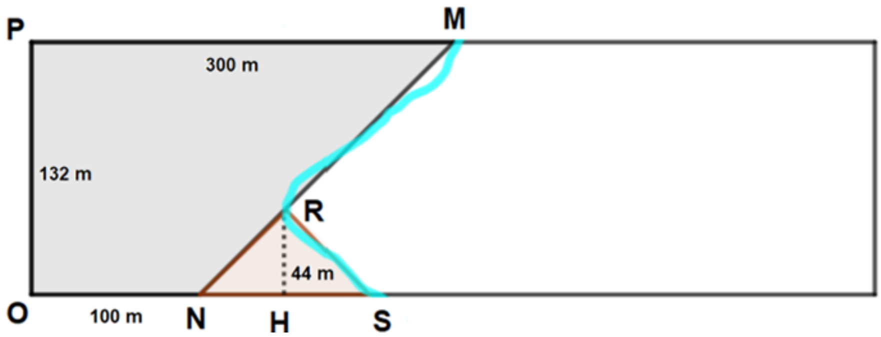
A porção $MNOP$ pode ser aproximada por um trapézio, enquanto que NRS forma aproximadamente um triângulo.

Com essa abordagem, bastaria determinar os comprimentos de $\overline{ON}$ e da altura do $\triangle NRS$, a partir da base $\overline{NS}$. Esses valores podem, inclusive, ser obtidos na prática com instrumentos simples de medição. Para este exemplo, suponha:

$$\overline{ON} = 100 \quad \text{e} \quad \overline{RH} = 44$$

como mostra a imagem a seguir:

Figura 30: Representação do terreno com seus respectivos valores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A área do trapézio é determinada pela fórmula:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

No caso da figura, a base maior corresponde ao segmento $\overline{PM} = 300$, a base menor é $\overline{ON} = 100$, e a altura do trapézio corresponde à largura do terreno, que é de 132 m.

Substituindo os valores:

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(300+100)\cdot 132}{2} = \frac{400\cdot 132}{2} = 200\cdot 132 = 26\,400\ m^2$$

A segunda região destacada na imagem é o $\triangle NRS$, cuja área é calculada pela fórmula:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b\cdot h}{2}$$

Nesse caso, a base é $\overline{NS} = 100$ m e a altura relativa à base é $\overline{RH} = 44$. Assim:

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{100\cdot 44}{2} = 50\cdot 44 = 2\,200\ m^2$$

A área total disponível para cultivo é:

$$A_{\text{total}} = 26\,400 + 2\,200 = 28\,600\ m^2$$

Sabendo que uma tarefa corresponde a $3\,025\ m^2$, a área total equivale a:

$$\frac{28\,600}{3\,025} \approx 9{,}455 \text{ tarefas}$$

Como são utilizados, em média, 5 kg de sementes de milho por tarefa, o agricultor precisará de:

$$5\cdot 9{,}455 = 47{,}275\ kg \text{ de sementes}$$

Considerando uma produtividade média de 1 200 kg de milho por tarefa em áreas de baixio, estima-se que a lavoura possa render:

$$1\,200\cdot 9{,}455 \approx 11\,346\ kg \text{ de milho}$$

Portanto, a área cultivável antes do riacho corresponde a aproximadamente $28\,600\ m^2$, ou 9,455 tarefas de terra. Serão necessários 47,275 kg de sementes, e espera-se uma produção total estimada de 11 346 kg de milho, considerando as condições propícias do solo úmido da região.

Vale destacar que o conhecimento sobre figuras planas e o cálculo de suas áreas se aplica a diversas situações no contexto agrícola, sendo fundamental desde o planejamento da quantidade de sementes, o dimensionamento da adubação e dos espaçamentos, até etapas posteriores como a colheita, o controle de insumos e a avaliação de gastos e lucros da produção.

Exemplo 5.4. *Um agricultor da zona rural de Cariús-CE cultiva uma área de batata-doce com* $1\,200\ m^2$*, localizada próximo a um pequeno açude de onde pretende captar água para irrigação. Para economizar energia elétrica, o sistema de irrigação* *será instalado por queda livre, ou seja, sem uso de bomba hidráulica, apenas com a força da gravidade. Devido à baixa pressão desse sistema, o alcance dos equipamentos será reduzido.*

O agricultor optou pelo uso de microaspersores, que, em condições ideais, possuem raio de alcance de até 2,5 *metros e vazão de* 40 *litros por hora. No entanto, com a pressão reduzida pela queda livre, o raio efetivo de atuação de cada microaspersor será de apenas* 2 *metros.*

Cada microaspersor tem custo unitário de R$ 12,00 e será posicionado de forma que sua área de atuação cubra, aproximadamente, uma região circular com 2 *metros de raio.*

Com base nessas informações, responda:

a) Qual é a área efetivamente irrigada por cada microaspersor?

b) Quantos microaspersores o agricultor deverá adquirir para irrigar toda a área de cultivo?

c) Qual será o custo total com a compra dos microaspersores?

d) Quantos litros de água serão utilizados por hora durante a irrigação completa da área?

Solução:

O primeiro passo é calcular a área efetivamente irrigada por cada microaspersor, considerando que, devido à redução da pressão provocada pelo uso do sistema por queda livre, o raio de alcance de cada equipamento é de apenas 2 metros.

A área coberta por cada microaspersor corresponde à área de um círculo de raio 2 metros, dada por:

$$A_c = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 2^2 = 3{,}14 \cdot 4 = 12{,}56$$

Portanto, cada microaspersor irrigará aproximadamente 12,56 m^2.

Sabendo que a área total a ser irrigada é de 1 200 m^2, e que cada equipamento cobre uma área de 12,56 m^2, a quantidade de microaspersores necessários pode ser obtida por:

$$\frac{1\,200}{12{,}56} \approx 95{,}542$$

Como não é possível instalar uma fração de microaspersor, o agricultor precisará adquirir 96 unidades para garantir a cobertura total da área.

Se cada microaspersor custa R$ 12,00, o custo total da compra será:

$$96 \cdot 12 = 1\,152 \text{ reais}$$

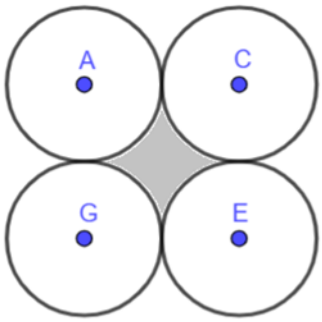
Cada microaspersor consome 40 litros de água por hora. Assim, a irrigação completa da área exigirá:

$$96 \cdot 40 = 3\,840 \text{ litros por hora}$$

Portanto, para irrigar uma plantação de $1\,200\ m^2$ de batata-doce com microaspersores alimentados por queda livre, o agricultor deverá adquirir 96 equipamentos, com custo total de R$ 1 152,00. A irrigação plena da área exigirá o uso de aproximadamente 3 840 litros de água por hora. Cada microaspersor cobrirá, em média, uma área circular de 12,56 m^2, tornando o uso desse equipamento uma solução viável, eficiente e de baixo consumo energético.

Caso queiramos refinar mais essa solução, podemos imaginar a distribuição dos microaspersores em campo. Para isso, basta perceber que, sempre que posicionados quatro aspersores lado a lado, dois a dois paralelos, existirá uma pequena área não irrigada entre eles, como mostrado pela região cinza na figura a seguir:

Figura 31: Distribuição dos microaspersores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Neste caso, considerando que a umidade do solo se espalha por capilaridade e que o excesso de água de um microaspersor tende a compensar as falhas de cobertura ao redor, é possível aproximar cada unidade irrigada como uma área quadrada de lado igual ao diâmetro do círculo de atuação (ou seja, 4 metros). Assim, a área associada a cada microaspersor será:

$$A_{\text{aproximada}} = 4 \cdot 4 = 16\ m^2$$

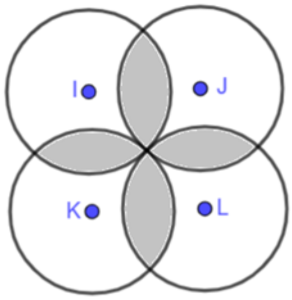
Como o terreno plantado possui $1\,200\ m^2$, a quantidade aproximada de microaspersores necessários será:

$$\frac{1\,200}{16} = 75$$

Dessa forma, o agricultor deverá adquirir 75 microaspersores para irrigar toda a plantação, o que resultará em um investimento de aproximadamente R$ 900,00 e um consumo de 3 000 litros de água por hora, considerando o uso simultâneo de todos os equipamentos.

Em alguns contextos, considera-se aproximar os microaspersores para promover sobreposição das áreas de atuação e eliminar regiões sem irrigação direta. A Figura 32 ilustra essa situação.

Figura 32: Arranjo com sobreposição dos microaspersores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Porém, este formato não é recomendado, pois as áreas em cinza seriam irrigadas por dois microaspersores simultaneamente, resultando em umidade excessiva nessas faixas. Dependendo da cultura cultivada e do tempo de irrigação, essa sobreposição pode aumentar o risco de fungos e provocar perdas por lixiviação[3]. Além disso, a excessiva aproximação dos equipamentos demanda um maior número de microaspersores para cobrir a mesma área, elevando o custo de implantação e operação, e aumenta o volume de água aplicado sem necessidade, caracterizando desperdício.

Entretanto, é lindo perceber como a matemática permite explorar diferentes arranjos e soluções, revelando sua presença nas decisões mais cotidianas da agricultura. Deixamos, portanto, essa reflexão ao leitor, que poderá avaliar qual estratégia melhor se adapta ao seu contexto de produção.

Exemplo 5.5. *Em propriedades rurais de pequeno e médio porte, o planejamento adequado dos espaços destinados ao manejo de animais é essencial para garantir eficiência, segurança e bem-estar dos rebanhos. A construção de currais com repartições específicas permite separar os animais por categorias (idade, sexo ou finalidade), facilitando atividades como vacinação, controle sanitário, alimentação e embarque para comercialização. Além disso, o uso de estruturas como bretes de contenção contribui para o manejo seguro dos animais e a redução do estresse, sendo recomendado por diversos órgãos técnicos.*

Na zona rural do Ceará, muitos pecuaristas realizam o manejo de seus rebanhos em currais improvisados, feitos com arame e estacas de sabiá (árvore nativa da

[3]Processo em que a água em excesso atravessa o solo, arrastando nutrientes e sais minerais para camadas mais profundas, podendo reduzir a fertilidade e contaminar lençóis freáticos.

caatinga), o que pode dificultar processos como vacinação, vermifugação, separação por idade ou sexo, e embarque para comercialização. Pensando nisso, um produtor local decidiu construir um curral de alvenaria dividido em compartimentos, com o objetivo de otimizar o manejo dos animais e garantir maior organização no espaço. Atualmente, o produtor possui 40 *garrotes,* 20 *vacas e* 12 *bezerros.*

Ele deseja construir um curral com quatro repartições: um espaço exclusivo para os garrotes; um espaço exclusivo para as vacas; um espaço exclusivo para os bezerros e um brete [4] *de contenção com embarcador, seguindo as recomendações técnicas, com* 10 *metros de comprimento por* 0,8 *metro de largura, conforme especificações sugeridas pela Embrapa (2004).*

Segundo recomendações da Embrapa (2004), para garantir o bem-estar e a eficiência no manejo dos animais em currais de descanso, deve-se considerar a área mínima necessária por animal, variando conforme a categoria. Para animais jovens, como bezerros, recomenda-se um espaço de 1,0 m^2 *por unidade; para garrotes e novilhos, a área mínima é de* 1,5 m^2*; e para vacas adultas, o ideal é que cada animal disponha de ao menos* 2,0 m^2. *Esses parâmetros visam proporcionar conforto, facilitar o manejo e evitar acidentes ou estresse nos animais durante o confinamento.*

Com base nessas informações, determine:

a) Qual deve ser a área mínima para cada uma das três repartições destinadas aos animais?

b) Qual será a área total do curral, considerando também o brete de contenção?

c) Que formato de construção seria mais adequado para organizar esse espaço: quadrangular ou retangular? Justifique com base na redução de materiais e no aproveitamento do terreno.

d) Se o produtor optar por cimentar todo o curral, e o custo do m^2 *cimentado for de R$ 45,00, qual será o custo total da obra?*

e) Se as repartições forem construídas lado a lado e separadas por cercas internas de madeira, quantos metros lineares de cerca serão necessários para dividir os espaços (desconsiderando a cerca externa)?

Solução:

Para resolver o problema proposto, devemos considerar as recomendações da Embrapa (2004) quanto à área mínima por animal para currais de descanso.

[4] Embora o termo técnico seja "brete", é comum em diversas regiões do Nordeste brasileiro, como no interior do Ceará, o uso popular da palavra "breque" para se referir à estrutura de contenção de animais.

Como o produtor possui 40 garrotes, cada um exigindo $1,5\,m^2$ de área, segue que o repartimento para esses animais pode ser dado por:

$$40 \cdot 1,5 = 60\,m^2$$

No caso das 20 vacas, são necessários $2\,m^2$ por animal, portanto:

$$20 \cdot 2 = 40\,m^2$$

Para os bezerros, são necessários apenas $1\,m^2$ por animal, assim o tamanho do repartimento para esse grupo é dado por:

$$12 \cdot 1 = 12\,m^2$$

Além disso, o curral deverá conter um brete de contenção com embarcador, medindo $10\,m$ de comprimento por $0,8\,m$ de largura, totalizando:

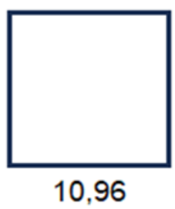
$$10 \cdot 0,8 = 8\,m^2$$

Logo, a área mínima total destinada para o curral será:

$$A_{\text{Total}} = 60 + 40 + 12 + 8 = 120\,m^2$$

Em termos de área total e perímetro, o formato quadrangular costuma ser o mais eficiente, pois proporciona a maior área possível com o menor perímetro. Considerando isso, poderíamos projetar um curral quadrado com lado medindo aproximadamente $10,96\,m$, o que resultaria nos $120\,m^2$ necessários. Esse formato pode ser observado na figura a seguir:

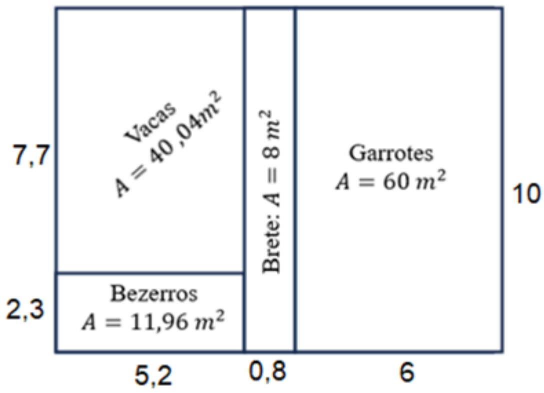
Figura 33: Curral em formato quadrado.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Contudo, esse formato quadrado pode apresentar limitações em relação à distribuição interna dos espaços. Considerando que o brete possui 10 metros de comprimento, seria mais adequado que a largura do curral coincidisse com essa medida, facilitando o direcionamento dos animais e evitando áreas ociosas. Dessa forma, uma solução mais prática seria adotar um formato retangular com 10 metros de largura por 12 metros de comprimento. Essa configuração permite acomodar todos os compartimentos de forma funcional, respeitando a área mínima de 120 m^2. Observe a figura a seguir:

Figura 34: Curral em formato retangular.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Neste caso, o formato retangular mostra-se mais eficiente para a construção de currais, pois permite melhor aproveitamento linear do espaço, facilita a separação dos animais em fileiras, reduz a necessidade de cercas internas para divisão dos compartimentos e favorece o acesso direto ao brete, otimizando o fluxo dos animais durante o manejo.

A área total do curral é de $120\,m^2$, como já calculado anteriormente. Sendo assim, o custo para cimentar todo o curral será dado por:

$$120 \cdot 45 = 900 \text{ reais}$$

Haverá três divisórias internas entre os quatro compartimentos do curral. Considerando que a largura do curral será de $10\,m$ (mesma medida do comprimento do brete), e que essas divisórias serão colocadas de forma paralela, teremos:

$$3 \cdot 10 = 30\,m$$

No entanto, caso uma das divisórias seja posicionada de forma perpendicular ao brete, como apresentado na figura 34, o cálculo muda, e portanto, o total de cerca interna será:

$$10 \cdot 2 + 5,2 = 25,2\,m$$

Dessa forma, ao considerar as recomendações técnicas da Embrapa e realizar os devidos cálculos de área para cada categoria animal, foi possível planejar um curral funcional e eficiente, com $120\,m^2$ distribuídos entre garrotes, vacas, bezerros e o brete de contenção. A escolha pelo formato retangular, com $10\,m$ de largura e $12\,m$ de comprimento, mostrou-se mais adequada à realidade do manejo, otimizando o fluxo dos animais e facilitando o uso do espaço. Além disso, estimou-se o custo de cimentação em R$ 900,00 e calculou-se a metragem de cerca interna necessária para a divisão dos compartimentos, com e sem a inclusão de uma divisória perpendicular ao brete. Esse exemplo evidencia como a matemática pode ser uma aliada importante no planejamento de estruturas agropecuárias, promovendo organização, economia e bem-estar animal.

Capítulo 6

Planilhas automatizadas e aplicativos auxiliares

O avanço das tecnologias digitais tem proporcionado novas possibilidades de aplicação da matemática no cotidiano, especialmente no contexto da educação e da realidade agrária. No caso da matemática agrária, o uso de ferramentas computacionais pode contribuir significativamente para a compreensão de conceitos como área, perímetro, unidades de medida e conversão entre diferentes sistemas. Além de tornar o processo mais dinâmico, essas tecnologias permitem simulações e automatizações que facilitam o trabalho tanto do educador quanto do produtor rural.

Este capítulo tem como objetivo apresentar o uso de planilhas eletrônicas, com foco no Microsoft Excel, como recurso pedagógico para o ensino da matemática agrária. Inicialmente, discute-se a importância dos algoritmos na construção do raciocínio matemático e na resolução de problemas. Em seguida, será feita uma introdução ao Excel, destacando seu potencial didático e apresentando os principais comandos, fórmulas e atalhos que possibilitam a automatização de cálculos relacionados a figuras planas e à conversão de unidades de medida.

Posteriormente, são apresentados exemplos de planilhas desenvolvidas especificamente para o cálculo de áreas e a conversão entre unidades do SI e unidades agrárias, tanto de comprimento quanto de superfície. Essas planilhas foram elaboradas para facilitar o ensino dos conteúdos trabalhados ao longo do curso eletivo, promovendo a interdisciplinaridade e a contextualização com a realidade do campo.

Por fim, o capítulo traz uma breve seção sobre o uso de aplicativos auxiliares, com destaque para o Google Earth, que permite a medição de áreas e distâncias de terrenos, sejam eles rurais ou urbanos. Será apresentado um exemplo com passo a passo do uso desse recurso, além da menção a outros aplicativos que podem complementar o trabalho com medidas e localização georreferenciada.

6.1 A importância dos algoritmos na matemática

O conceito de algoritmo é central no desenvolvimento da matemática, estando presente desde os primeiros registros históricos da disciplina até as aplicações contemporâneas em tecnologias computacionais. De acordo com Santos (2015, p. 15), "Para Berlinski, duas grandes ideias científicas brilham no mundo, a primeira grande ideia é o cálculo e a segunda grande ideia é o algoritmo, e define essa segunda grande ideia como "A ideia que governa o mundo"."

De modo geral, um algoritmo pode ser definido como uma sequência finita e bem definida de instruções ou operações que conduzem à solução de um problema específico. Nas palavras de Santos (2015, p. 15), "Na sua essência, um algoritmo é um método passo a passo para fazer uma determinada tarefa."

Essa noção, embora já estivesse presente nos métodos aritméticos manuais utilizados pelas civilizações antigas, adquire nova relevância no contexto atual com a popularização da informática e das linguagens de programação.

Na matemática aplicada ao contexto educacional, os algoritmos não se limitam às operações aritméticas elementares (como os tradicionais métodos de adição, subtração, multiplicação e divisão), mas englobam procedimentos sistemáticos que podem ser representados por códigos ou fórmulas programadas em ambientes computacionais.

Essa abordagem permite automatizar cálculos, gerar gráficos e resolver problemas complexos por meio de planilhas eletrônicas ou softwares específicos. O uso de algoritmos nesse sentido estimula o pensamento lógico, a organização do raciocínio e a compreensão da estrutura das soluções matemáticas. Santos (2015, p. 16), afirma que "os algoritmos ajudam a organizar, manipular e pensar no mundo digital e computacional."

No ensino da matemática com apoio de ferramentas digitais, como o Excel, é possível construir planilhas automatizadas em que os algoritmos são expressos em forma de fórmulas ou funções programadas.

Esses algoritmos permitem que o estudante insira dados e obtenha automaticamente os resultados esperados, como o cálculo de áreas, perímetros, volumes, conversões de unidades ou até mesmo a resolução de equações. Tal abordagem potencializa a aprendizagem significativa ao associar conceitos matemáticos à resolução de problemas reais. Em seu estudo voltado para o uso de algoritmos e programação no ensino de matemática, Santos (2015, p. 13), afirma que "a teoria de construção dos algoritmos pode ser inserida como estratégia de ensino-aprendizagem, nos mais diversos segmentos do conhecimento escolar, aprimorando técnicas construtivas do desenvolvimento do aprendizado."

É fato que desejamos que nossos alunos compreendam como calcular o perímetro de figuras planas e determinar suas respectivas áreas, expressando corretamente os resultados tanto em unidades do SI quanto em medidas agrárias. Além disso, espera-se que desenvolvam a habilidade de converter entre esses diferentes sistemas sempre que necessário, aplicando tais conhecimentos na resolução de problemas contextualizados, especialmente aqueles relacionados ao campo — foco principal deste trabalho. No entanto, não se pode esperar que esses mesmos alunos continuem realizando tais cálculos e aplicações exclusivamente de forma manual em plena era digital.

O uso da matemática no campo revela-se extremamente útil para agilizar cálculos, maximizar a produção, minimizar custos, manter o controle de insumos e gastos, além de permitir previsões mais precisas sobre o rendimento agrícola. Essa utilidade torna-se ainda mais evidente quando associada ao uso de algoritmos, que tornam os cálculos mais rápidos, precisos e automatizados. Diante desse cenário, surge a necessidade de incorporar novas ferramentas ao processo educativo e produtivo, voltadas para uma nova geração: algoritmos matemáticos aplicados à resolução de problemas reais, em especial os ligados ao contexto agrário. Santos (2015, p. 13), assim se posiciona:

> As diversas mudanças na sociedade proporcionaram uma geração de alunos muito diferentes devido à influência dos meios tecnológicos computacionais. Superar estes problemas exige um trabalho de alinhamento entre o conhecimento tradicional e os meios tecnológicos, com propostas que possam ir ao encontro dos anseios, expectativas, interesses e necessidades futuras dos alunos.

Vivemos atualmente o paradoxo da era digital: uma geração de jovens imersos no universo digital, mas que, paradoxalmente, demonstram desconhecimento sobre ferramentas básicas do próprio meio em que estão inseridos. São especialistas em conteúdos curtos e, muitas vezes, desinformativos, veiculados por plataformas digitais, mas desconhecem o funcionamento elementar de um teclado de computador. Sabem como publicar fotos e produzir vídeos curtos para redes sociais, mas enfrentam dificuldades em tarefas essenciais, como realizar a inscrição no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Essas características, somadas a outras de natureza semelhante, revelam uma geração que, além das dificuldades recorrentes no aprendizado da matemática, também apresenta fragilidades no uso de ferramentas básicas de informática, justamente em uma época em que os tradicionais cursos presenciais de informática, outrora tão acessíveis e formativos, tornaram-se cada vez mais raros.

Diante desse cenário, a utilização de algoritmos associados à informática surge como uma estratégia promissora para enfrentar, de forma integrada, ambas as defasagens de aprendizagem: a dificuldade com conteúdo matemáticos e a limitação no domínio de ferramentas tecnológicas. Ao promover o desenvolvimento do pensamento algorítmico por meio de planilhas e recursos computacionais, cria-se a oportunidade de trabalhar simultaneamente competências matemáticas e digitais, contribuindo para uma formação mais completa e contextualizada.

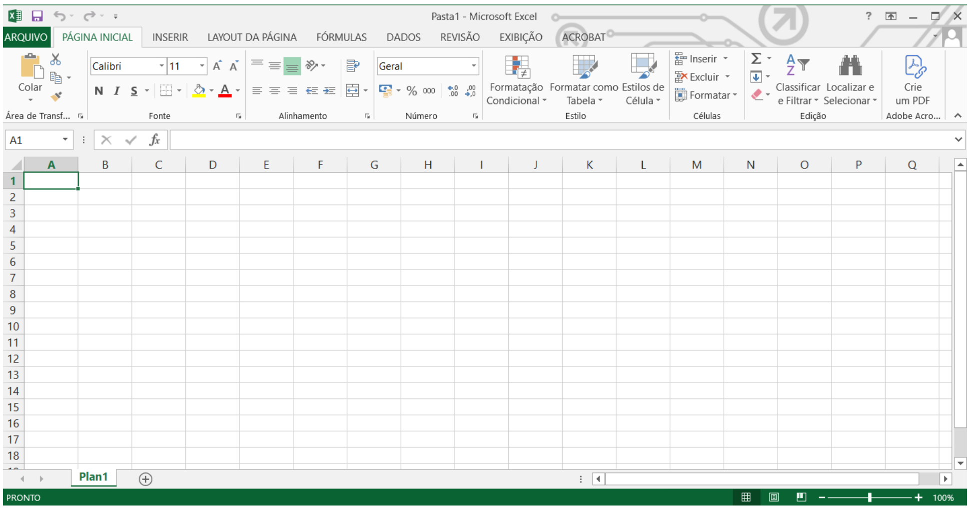
Dessa forma, o uso de algoritmos na forma de rotinas automatizadas contribui não apenas para a eficiência nos cálculos, mas também para a formação de competências cognitivas ligadas à resolução de problemas, ao pensamento computacional e à interdisciplinaridade entre matemática e informática. No caso da matemática agrária, abordada neste trabalho, a programação de planilhas para converter unidades, calcular áreas de terrenos e simular produção agropecuária permite ao estudante compreender a aplicação prática da matemática na realidade rural, valorizando os saberes locais e integrando-os ao uso das tecnologias.

6.2 Introdução ao Microsoft Excel como ferramenta didática

O Microsoft Excel é um software pertencente ao pacote Microsoft Office, amplamente utilizado para a criação e manipulação de planilhas eletrônicas. Sua popularidade deve-se à versatilidade de suas funções, que vão desde simples operações aritméticas até cálculos complexos, geração de gráficos, análise de dados e automatização de processos. Embora tenha sido originalmente desenvolvido para fins administrativos e financeiros, o Excel passou a ocupar um espaço relevante no ambiente educacional, tornando-se uma ferramenta eficaz para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Para além de sua funcionalidade, é essencial compreender a estrutura básica do Excel, o que inclui a noção de células, linhas, colunas, planilhas e pastas de trabalho. A interface principal do programa é composta por uma grade organizada em linhas horizontais, numeradas, e colunas verticais, identificadas por letras. O cruzamento entre uma linha e uma coluna forma uma célula, que é a menor unidade de inserção de dados do Excel. Cada célula pode conter textos, números, fórmulas ou funções, e possui um endereço único representado pela combinação da letra da coluna com o número da linha (por exemplo, A1, B5, C12). A figura 35 apresenta a pasta de trabalho do Excel:

Figura 35: Pasta de trabalho do Excel.



Fonte: Microsoft Excel 2013. Captura de tela..

Um conjunto de células organizadas em uma única aba forma uma planilha, e várias planilhas podem ser agrupadas dentro de um mesmo arquivo do Excel, chamado de pasta de trabalho. Essa estrutura facilita a organização dos dados e permite trabalhar com diferentes conjuntos de informações de forma simultânea e integrada.

No contexto da matemática, essa organização espacial facilita a aplicação de fórmulas e funções, tornando o Excel uma ferramenta poderosa para a automatização de cálculos e a visualização de resultados. Com o uso adequado de fórmulas, é possível criar planilhas interativas que respondem automaticamente às alterações dos dados inseridos, promovendo maior eficiência e dinamismo no processo de aprendizagem.

No ensino da matemática agrária, o Excel pode ser empregado para automatizar cálculos de áreas de terrenos, converter unidades de medida, estimar produtividade e até mesmo simular custos e rendimentos em diferentes cenários. Tais atividades aproximam o estudante de situações reais do cotidiano rural, ao mesmo tempo em que desenvolvem competências digitais e matemáticas essenciais para o mundo contemporâneo.

Além disso, à medida que o aluno é desafiado a estruturar sequências lógicas de ações por meio de fórmulas, funções e referências de célula, desenvolve-se o pensamento algorítmico, o que favorece também o fortalecimento do pensamento computacional, que é uma competência valorizada pela BNCC. Essa prática promove a interdisciplinaridade entre matemática e informática, valorizando tanto os saberes locais quanto o domínio de ferramentas tecnológicas.

Cabe destacar que, além do Microsoft Excel, existem outras ferramentas gratuitas que desempenham funções semelhantes no ambiente educacional. Entre elas, destaca-se o LibreOffice Calc, um software de planilhas do pacote LibreOffice, desenvolvido com código aberto e disponível gratuitamente. O Calc possui estrutura, comandos e funcionalidades bastante similares às do Excel, o que permite sua utilização como alternativa viável em ambientes escolares que não dispõem de licenças comerciais da Microsoft. Assim, os conceitos e aplicações aqui apresentados podem ser adaptados ao uso dessa ferramenta, garantindo acessibilidade e continuidade das práticas pedagógicas voltadas ao ensino da matemática agrária.

6.3 Comandos e recursos fundamentais do Excel aplicados ao ensino

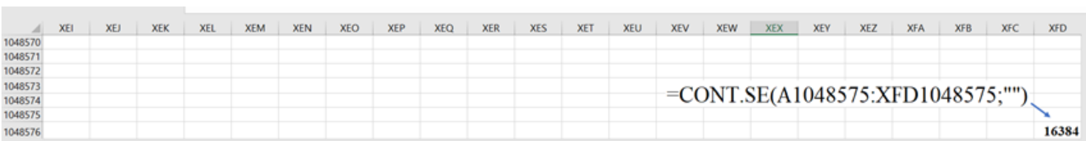
Para que o uso do Excel (ou do LibreOffice Calc) se torne realmente efetivo no ensino da matemática, é fundamental que o estudante compreenda e saiba aplicar alguns comandos e recursos básicos oferecidos por essas planilhas eletrônicas. Essas ferramentas, quando bem exploradas, permitem a automação de cálculos, a construção de tabelas dinâmicas e a modelagem de situações-problema por meio de fórmulas e funções.

Um dos principais recursos do Excel são as fórmulas, que permitem realizar operações diretamente nas células. Além disso, é possível estabelecer vínculos entre diferentes células, seja dentro de uma mesma planilha ou entre planilhas distintas de uma mesma pasta de trabalho, o que possibilita a automação de resultados e a atualização dinâmica de dados conforme os valores de entrada forem modificados.

A interface do Excel é composta por 1 048 576 linhas e 16 384 colunas, totalizando mais de 17 bilhões de células em cada planilha. De maneira geral, trata-se de um ambiente simples de utilizar e extremamente útil para a elaboração de quadros, tabelas e modelos de dados.

As diversas possibilidades de manipulação, como a mesclagem de células, o ajuste da largura das colunas e da altura das linhas, tornam o Excel uma ferramenta versátil, adequada aos mais diversos tipos de trabalho, tanto acadêmicos quanto profissionais. Observe a imagem a seguir, onde é possível visualizar o número correspondente à última linha do Excel (1 048 576), bem como a identificação da última coluna (XFD), que representa um total de 16 384 colunas, resultando em 17 179 869 184 células:

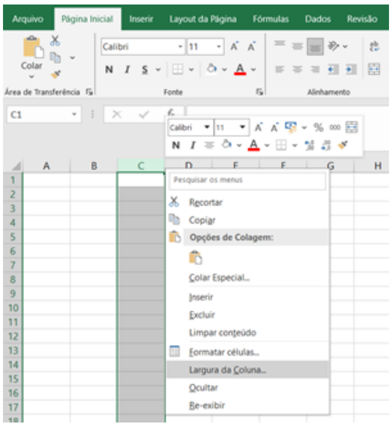
Figura 36: Última linha do Excel.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

No Excel, as linhas e colunas podem ser facilmente manipuladas para ajustar o layout das planilhas de acordo com a necessidade do usuário. Essa manipulação pode ser feita de forma intuitiva com o uso do mouse: ao posicionar o cursor entre dois rótulos de linha (à esquerda da planilha) ou de coluna (na parte superior), é possível clicar e arrastar para aumentar ou diminuir o tamanho dessas seções. Para uma configuração mais precisa, pode-se também utilizar o botão direito do mouse sobre o número da linha ou a letra da coluna desejada e, em seguida, acessar a opção "Formatar", onde se encontram os comandos "Altura da linha" e "Largura da coluna". Observe a figura 37:

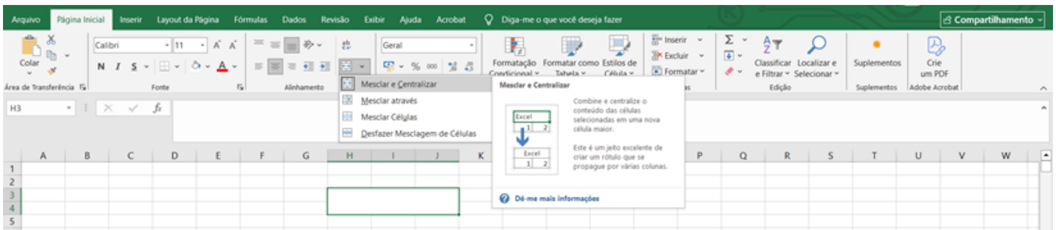
Figura 37: Alterando a largura da coluna.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

Outra funcionalidade importante é a mesclagem de células, que permite unir duas ou mais células adjacentes, seja na horizontal, na vertical ou em ambos os sentidos, criando um único espaço de inserção de conteúdo. Esse recurso é bastante útil para criar títulos ou organizar visualmente tabelas e quadros. A mesclagem pode ser realizada por meio do botão "Mesclar e centralizar", disponível na guia "Página Inicial", dentro do grupo de comandos de alinhamento.

Figura 38: Mesclagem de células.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

Além disso, conhecer alguns atalhos de teclado pode agilizar significativamente o trabalho com planilhas, tornando a experiência mais produtiva. Abaixo, destacam-se alguns comandos úteis:

Quadro 23: Comandos úteis no Excel.

Atalho	**Função**
Ctrl + C	Copiar
Ctrl + V	Colar
Ctrl + X	Recortar
Ctrl + Z	Desfazer
Ctrl + Y	Refazer
Ctrl + B	Salvar
Ctrl + K	Inserir ou editar hyperlink
Ctrl + N	Aplicar negrito
Ctrl + I	Aplicar itálico
Ctrl + S	Aplicar sublinhado
Ctrl + 1	Abrir janela de formatação de célula
Ctrl + L	Localizar
Ctrl + H	Substituir
Ctrl + T	Seleciona todas as células da Tabela/Planilha
Ctrl + A	Inicia a janela "Abrir"
Ctrl + ;	Insere a data atual
Ctrl + O	Abre um novo documento em branco
F1	Abre a janela de ajuda
F2	Ativa a edição direta de uma célula
F7	Abre a janela de verificação de ortografia
F12	Abre diretamente a janela "Salvar como"
Ctrl + setas direcionais	Navega rapidamente entre células preenchidas
Ctrl + Barra de Espaço	Seleciona uma coluna inteira
Shift + Barra de Espaço	Seleciona uma linha inteira
Ctrl + Shift + Barra de Espaço	Seleciona toda a planilha
Shift + F11	Criar nova planilha (nova aba)
Alt + Enter	Inserir quebra de linha dentro da célula

Fonte: Elaborado pelo autor.

Um dos principais benefícios do Excel é a capacidade de realizar cálculos automáticos, ou seja, operações que são processadas automaticamente pelo programa sempre que os dados forem alterados. Isso torna o Excel uma ferramenta extremamente eficiente e confiável, especialmente em atividades que envolvem grande volume de dados ou necessidade de atualização constante dos resultados. Para que isso ocorra, o Excel utiliza fórmulas, que são expressões matemáticas digitadas diretamente nas células, e sempre iniciadas pelo símbolo " $=$ ", indicando que ali será realizada uma operação.

Por exemplo, ao digitar $= A1 + A2$, o Excel somará automaticamente os valores contidos nas células A1 e A2. Essa lógica também se aplica a subtração ($= A1 - A2$), multiplicação ($= A1 * A2$) e divisão ($= A1/A2$). No entanto, além dessas fórmulas simples, o Excel oferece um conjunto muito mais amplo de funções pré-programadas, conhecidas como funções automáticas, que permitem realizar cálculos mais elaborados com rapidez.

Um exemplo bastante comum é a função $= SOMA(A1 : A5)$, que soma todos os valores contidos entre as células A1 e A5, inclusive. Nesse caso, o dois-pontos (:) indica um intervalo contínuo de células.,

É importante destacar que o Excel também permite somar células específicas que não estão em sequência, utilizando o ponto e vírgula (;). Por exemplo, a fórmula $= SOMA(A1; A5)$ somará apenas os valores das células A1 e A5, ignorando as células intermediárias.

No Excel, símbolos como ":" (dois-pontos) e ";" (ponto e vírgula) são chamados de operadores de referência, pois indicam como os dados devem ser agrupados em uma função. Além deles, o Excel utiliza outros tipos de operadores, que auxiliam na construção de fórmulas mais completas, envolvendo cálculos, comparações, condições e manipulação de texto. Esses operadores estão organizados em categorias específicas, conforme suas funções.

A seguir, serão apresentados os principais operadores utilizados no Excel, divididos por grupo, com a explicação de cada um, seus usos e exemplos práticos.

1. Operadores aritméticos:

Quadro 24: Operadores aritméticos no Excel.

SINAL	FUNÇÃO	APLICAÇÃO	OBSERVAÇÕES
$+$	Soma	$= 7 + 3$	Efetua a soma de 7 e 3
-	Subtração	$=$ A1 - 2	Subtrai 2 do valor inserido na célula A1
*	Multiplicação	$=$ 10*B2	Multiplica 10 pelo valor inserido na célula B2
/	Divisão	$= 15/3$	Divide 15 por 3
%	Porcentagem	$= 20\%$	Faz o percentual de 20, ou seja, divide 20 por 100
ˆ	Exponenciação	`=5^2`	Exibe o valor 25, obtido através de 5 elevado a 2

Fonte: Elaborado pelo autor.

2. Operadores de referência:

Quadro 25: Operadores de referência no Excel.

SINAL	FUNÇÃO	APLICAÇÃO	OBSERVAÇÕES
:	Até	`=SOMA(D2:D6)`	Soma o intervalo de D2 até D6.
;	E	`=SOMA(A3;B3:C4)`	Soma A3 + B3 + C4, exibindo o resultado.
Espaço	Interseção	`=SOMA(A3:A7 A5:A8)`	Soma A5 + B6 + C7 que é a interseção dos 2 intervalos.
!	Referenciar planilha	`=Plan3!F9`	Obtém o valor da célula F9 existente na Planilha 3.

Fonte: Elaborado pelo autor.

3. Operadores de comparação:

Quadro 26: Operadores de comparação no Excel.

SINAL	FUNÇÃO	APLICAÇÃO	OBSERVAÇÕES
<	Menor	=SE(B9<5;"Menor que 5";"Maior que 5")	Se o valor da célula B9 for menor que 5, exiba: Menor que 5; caso contrário, exiba: Maior que 5
>	Maior	=SE(B9>3;"Maior que 3";"Menor que 3")	Se o valor da célula B9 for maior que 3, exiba: Maior que 3; caso contrário, exiba: Menor que 3
<>	Diferente	=SE(B9<>8;"Diferente de 8";"Igual a 8")	Se o valor da célula B9 for diferente de 8, exiba: Diferente de 8; caso contrário, exiba: Igual a 8
<=	Menor ou igual	=SE(B9<=2;"Menor ou igual a 2";"Maior que 2")	Se o valor da célula B9 for menor ou igual a 2, exiba: Menor ou igual a 2; caso contrário, exiba: Maior que 2
>=	Maior ou igual	=SE(B9>=7;"Maior ou igual a 7";"Menor que 7")	Se o valor da célula B9 for maior ou igual a 7, exiba: Maior ou igual a 7; caso contrário, exiba: Menor que 7
=	Igual	=SE(B9=9;"Igual a 9";"Diferente de 9")	Se o valor da célula B9 for igual a 9, exiba: Igual a 9; caso contrário, exiba: Diferente de 9

Fonte: Elaborado pelo autor.

4. Operadores estruturais ou auxiliares:

Quadro 27: Operadores estruturais ou auxiliares no Excel.

SINAL	FUNÇÃO	APLICAÇÃO	OBSERVAÇÕES

$	Fixar valor	`=A$2`
		`=$A2`
		`=$A$2`
			Fixa o valor da coluna A;
			Fixa o valor da linha 2;
			Fixa o valor da célula A2.

( )	Identificar funções ou aplicar operação prioritária	`=MÉDIA(A3:C8)`
		`=(8+2)/2`
		`=HOJE()`
		`=AGORA()`
			Calcula a média do intervalo iniciado em A3 até C8;
			Soma 8 e 2, divide o resultado por 2;
			Exibe a data atual do computador;
			Exibe a data e hora atuais do computador.

“ ” (Aspa Dupla)	Exibição de textos	`=SE(F6<10;"EC";"CE")`	O valor retornado na comparação será texto EC ou CE.
‘ ’ (Apóstrofe)	Transformar número em texto	`’02025`	Transforma os número em textos, nesse caso o número 2025 será exibido com o zero à esquerda e não será possível utilizá-lo em nenhum cálculo.
&	Concatenação	`= “Gevanilson ” & “Bezerra”` `=D17 & D18`	O texto a ser exibido será Gevanilson Bezerra que corresponde a junção entre os valores; Junta os valores das células D17 com D18.

Fonte: Elaborado pelo autor.

No Excel, é importante distinguir entre fórmulas e funções. As fórmulas são expressões criadas pelo próprio usuário utilizando operadores aritméticos e referências a células, de modo semelhante à linguagem matemática tradicional.

Por exemplo, fórmulas como:

$$= 12 + 15$$

ou

$$= 5/(A1 - A2)$$

demonstram como operações simples ou compostas podem ser organizadas diretamente em uma célula.

Já as funções são comandos pré-definidos pelo Excel que realizam cálculos específicos com base nos dados informados, como:

=SOMA(B3:B15)

ou

=MÉDIA(2;9;26)

ou ainda

=MÍN(3;54;18)

Essas funções otimizam tarefas recorrentes, tornando o processo mais ágil e confiável.

O uso combinado de fórmulas e funções permite que o usuário crie planilhas dinâmicas, adaptáveis e com alto grau de automação. No contexto da matemática agrária, essas funções podem facilitar tarefas como a contagem de dados, aplicação de condições lógicas, cálculos de somatórios e médias, entre outras possibilidades.

A seguir, serão exploradas individualmente algumas dessas funções, com destaque para suas principais características e aplicações em situações práticas relacionadas ao campo e à organização de planilhas automatizadas.

Função SOMA: Efetua a soma de todos os números que você especifica como argumentos. Cada argumento pode ser um intervalo, uma referência da célula, uma matriz, uma constante, uma fórmula ou o resultado de outra função. Observe alguns exemplos a seguir:

Quadro 28: Exemplos da função SOMA no Excel.

FUNÇÃO	**DESCRIÇÃO**
`=SOMA(A2;D5;C11)`	Soma os valores de forma alternada contidos nas células A2, D5 e C11
`=SOMA(C4:C12)`	Soma os valores de forma contínua contidos nas células C4 até C12
`=SOMA(B1:C4;J6)`	Soma os valores de forma contínua contidos nas células B1 até C4 incluindo na soma o valor de J6
`=SOMA(G3:G6;H6:H9)`	Soma os valores da célula G3 até a célula G6 com os valores contidos nas células H6 até H9
`=SOMA(F7-SOMA(G7:J7))`	Soma os valores contidos nas células G7 até J7, em seguida, subtrai o resultado do valor da célula G7

Fonte: Elaborado pelo autor.

Função MÉDIA: Retorna a média aritmética dos valores contidos em um intervalo. A função realiza a soma de todos os valores presentes e divide o total pela quantidade de elementos. Exemplo:

=MÉDIA(B1:B10)

Neste caso, a função soma os valores contidos nas células de B1 até B10 e divide o resultado por 10, retornando a média aritmética correspondente.

Função MAIOR: Retorna o k-ésimo maior valor de um intervalo, ou seja, seleciona um valor de acordo com sua posição relativa no conjunto de dados. O termo k-ésimo refere-se à ordem da grandeza: por exemplo, no conjunto numérico $\{1, 2, 7, 8, 13\}$, o segundo maior valor é o número 8, portanto o valor k-ésimo com k = 2 é 8; já o terceiro maior valor é 7, o que corresponde a k = 3, e assim por diante. Exemplo:

=MAIOR(G17:G21;4)

Neste caso, o valor retornado será o quarto maior número contido no intervalo selecionado.

Função MENOR: Semelhante à função MAIOR, essa função retorna o k-ésimo menor valor de um intervalo, ou seja, seleciona um valor com base em sua posição relativa entre os menores do conjunto. Exemplo:

=MENOR(G17:G21;3)

Neste caso, será retornado o terceiro menor valor do intervalo selecionado. Se os valores contidos forem, por exemplo, {5, 7, 12, 18, 25}, o número retornado será 7, que ocupa a terceira menor posição no conjunto.

Função MÁXIMO: Retorna o maior valor numérico encontrado em um intervalo de células. Exemplo:

=MÁXIMO(G27:G31)

Neste caso, a função identifica e retorna o maior valor presente nas células de G27 até G31. Se os dados contidos nesse intervalo forem, por exemplo, {32, 45, 76, 12, 54}, o valor retornado será 76.

Função MÍNIMO: Retorna o menor valor numérico existente em um intervalo de células. Exemplo:

=MÍNIMO(H7:H11)

Neste caso, a função identifica e retorna o menor valor presente nas células de H7 até H11. Se os dados contidos nesse intervalo forem, por exemplo, {32, 45, 76, 12, 54}, o valor retornado será 12.

Função SE: Trata-se de uma função condicional utilizada para retornar diferentes resultados conforme o teste lógico realizado. Também é conhecida como função de comparação ou função lógica, e permite avaliar uma condição e, com base nisso, retornar um valor caso a condição seja verdadeira e outro caso seja falsa. Sua estrutura básica é:

=SE(teste lógico; valor se verdadeiro; valor se falso)

Exemplo:

=SE(A2<6; "Reprovado"; "Aprovado")

Neste caso, a função verifica se o valor contido na célula A2 é menor que 6. Se a condição for verdadeira, o resultado será "Reprovado"; caso contrário, será "Aprovado".

Essa função está entre as mais utilizadas na programação de planilhas no Excel, permitindo inclusive que outras funções sejam inseridas dentro dela, como E, OU e até a própria função SE. Isso possibilita a criação de regras mais detalhadas e personalizadas, conforme a necessidade da planilha. Exemplo:

=SE(AA6=" "; " "; SE(AA6>=6; "Aprovado"; "Recuperação"))

Essa fórmula realiza uma verificação em duas etapas. Primeiro, ela avalia se a célula AA6 está vazia. Caso esteja, o resultado exibido será uma célula em branco (“ ”). Caso contrário, aplica-se uma segunda condição: se o valor em AA6 for maior ou igual a 6, será exibida a palavra “Aprovado”; caso contrário, será exibido “Recuperação”. Esse tipo de estrutura é conhecido como função “SE” aninhada, pois uma função “SE” está inserida dentro de outra, permitindo o tratamento de situações mais complexas e personalizadas dentro da planilha.

Esse processo pode ser repetido quantas vezes for necessário, criando uma sequência de condições encadeadas conforme a necessidade do usuário.

Função SOMASE: Realiza a soma apenas dos valores que atendem a um critério específico definido pelo usuário. É útil quando se deseja somar apenas os dados que satisfaçam determinada condição lógica (por exemplo, valores acima de um limite mínimo, iguais a um determinado número, etc.). Exemplos:

=SOMASE(P3:P6; “>1500”)

Soma apenas os valores do intervalo P3 até P6 que sejam maiores que 1500.

=SOMASE(E10:E21; “100”)

Soma apenas os valores iguais a 100 dentro do mesmo intervalo.

Função CONT.SE: Retorna à quantidade de vezes que um determinado valor aparece em um intervalo de células. Esse valor pode ser numérico ou textual, e a função é especialmente útil para realizar contagens condicionais dentro de planilhas. Exemplo:

=CONT.SE(E3:E50;20)

Neste caso, a função verifica quantas vezes o número 20 ocorre entre as células de E3 até E50 e retorna esse total como resultado.

Função MÉDIA.SE: Retorna a média aritmética dos valores contidos em um intervalo, considerando apenas aqueles que atendem a um critério específico. Essa função é útil quando se deseja calcular médias condicionais, filtrando os dados conforme a necessidade. Exemplo:

=MÉDIA.SE(F1:F7; “≤30”)

Neste caso, a função calcula a média apenas dos valores que sejam menores ou iguais a 30 no intervalo de F1 até F7. Suponha que os valores inseridos nesse intervalo sejam: 4, 10, 80, 200, 31, 32, 39. A função irá considerar apenas os valores

4 e 10, pois são os únicos que satisfazem a condição imposta (≤ 30). Assim, a média será calculada da seguinte forma:

$$(4 + 10) \div 2 = 7$$

Portanto, o resultado retornado será 7.

Função CONT.NÚM: Conta quantas células de um determinado intervalo contêm valores numéricos. É útil para identificar a quantidade de entradas válidas em contextos nos quais podem existir células vazias ou com dados não numéricos. Exemplo:

=CONT.NÚM(E3:E10)

Neste caso, a função verifica quantas células entre E3 e E10 contêm valores numéricos. Suponha que o intervalo represente a idade de alunos em uma turma, e que o aluno da célula E7 (Aluno 5) não tenha informado sua idade. Nesse caso, a célula correspondente estará vazia e não será considerada na contagem. A função retorna apenas a quantidade de células preenchidas com números.

Função CONCATENAR: Utilizada para unir textos ou valores de diferentes células em uma única célula. Essa função é útil para combinar informações que estão separadas, como nomes, códigos ou descrições. Exemplo:

=CONCATENAR(A2; " - Lote "; B2)

Neste caso, a função une o nome do produtor presente na célula A2 com o número do lote que está em B2, formando uma descrição completa. Se A2 contiver "Nilson Bezerra" e B2 contiver "12", o resultado será: "Nilson Bezerra - Lote 12".

Função E: Retorna o valor VERDADEIRO somente quando todas as condições lógicas especificadas forem verdadeiras ao mesmo tempo. Caso uma ou mais condições não sejam satisfeitas, o resultado será FALSO. Essa função é frequentemente utilizada em conjunto com a função "SE" para realizar decisões condicionais múltiplas. Exemplo:

=SE(E(B3>17; C3="Sim"); "Permiti"; "Bloquear")

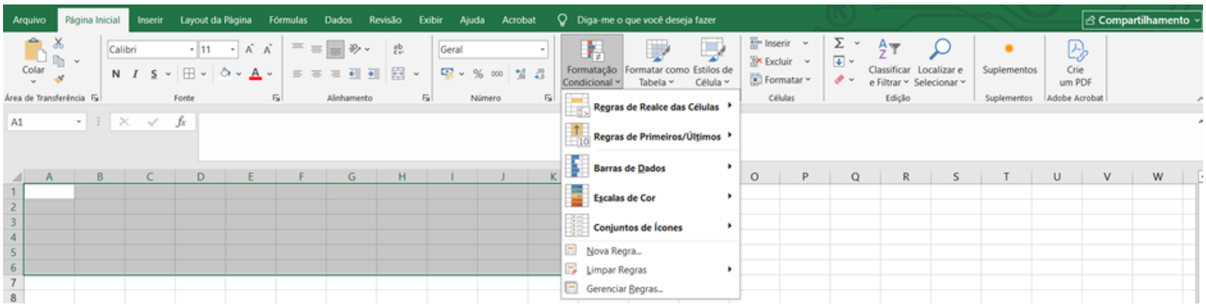
Função OU: Retorna o valor VERDADEIRO quando pelo menos uma das condições lógicas especificadas for verdadeira. O resultado será FALSO apenas se todas as condições forem falsas. Exemplo:

=SE(OU(B3>17; C3="Sim"); "Permitir"; "Bloquear")

Essas funções tornam o Excel uma ferramenta poderosa para a modelagem de situações do cotidiano agrário, desde o controle de produção apícola até a organização de custos.

Além das funções apresentadas, destaca-se também o recurso de formatação condicional, uma ferramenta que permite alterar automaticamente a aparência das células com base em regras específicas. O local exato dest ferramenta está apresentado na figura 39.

Figura 39: Formatação condicional.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

Como exemplo, suponha que uma planilha contenha os dados de produtividade anual de colmeias de um apiário, como mostrado na imagem a seguir:

Figura 40: Produtividade anual.

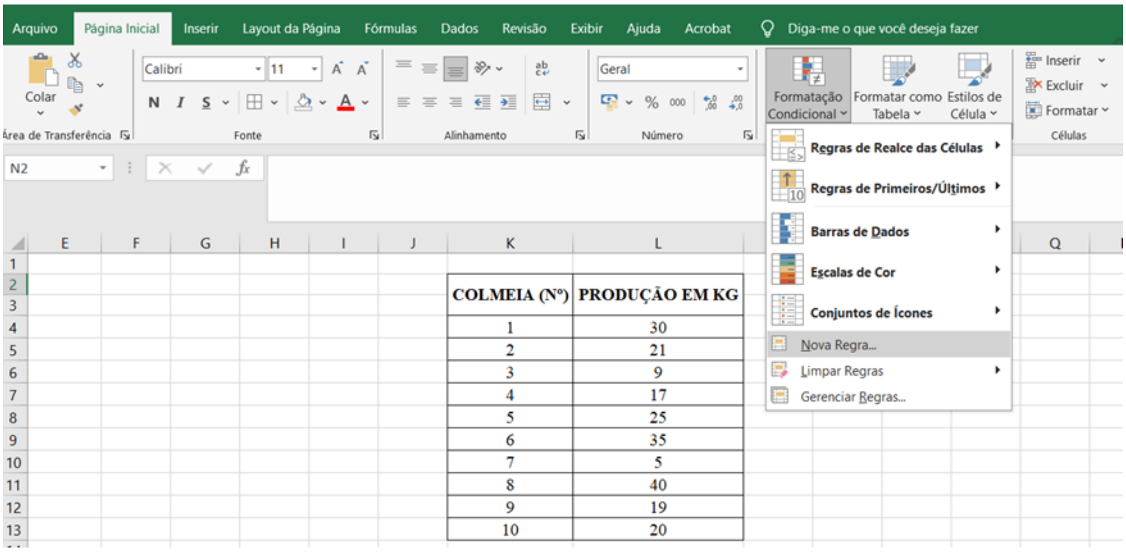
COLMEIA (Nº)	PRODUÇÃO EM KG
1	30
2	21
3	9
4	17
5	25
6	35
7	5
8	40
9	19
10	20

Fonte: Elaborada pelo autor.

O apicultor deseja destacar automaticamente, em vermelho, os valores de produção inferiores a 20 kg, indicando colmeias com desempenho abaixo do esperado. Para isso, podemos seguir o seguinte passo a passo:

1. Selecionar a coluna que apresenta os valores da produção, acessar o menu `Formatação Condicional` e clicar em `Nova Regra`, conforme mostrado na imagem abaixo:

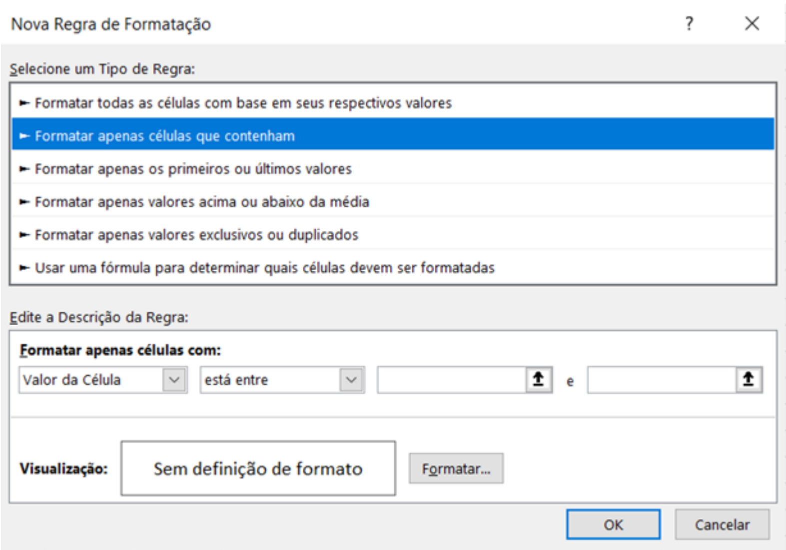
Figura 41: Iniciando uma nova regra.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

2. Ao clicar em `Nova Regra`, será exibida uma janela nomeada como `Nova Regra de Formatação`. Nela, deve-se selecionar a opção `Formatar apenas células que contenham`, que permite definir condições específicas para o destaque visual dos dados:

Figura 42: Selecionando o tipo de regra.

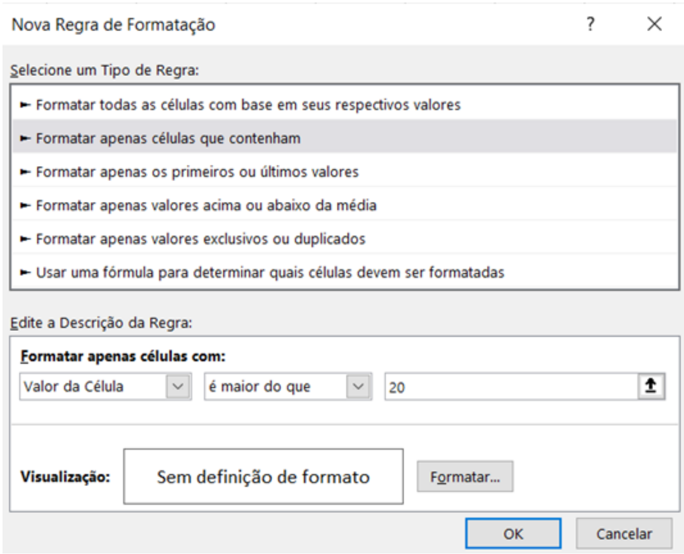


Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

3. Ainda na janela `Nova Regra de Formatação`, no campo `Edite a descrição da Regra`, selecione a opção `Valor da Célula` na primeira caixa de seleção, em seguida `é menor do que` na segunda, e por fim digite o valor 20 na terceira. Dessa forma, estamos definindo que apenas as células com valores inferiores a

20 serão formatadas de maneira diferenciada. A imagem a seguir ilustra esse preenchimento da condição na janela de formatação:

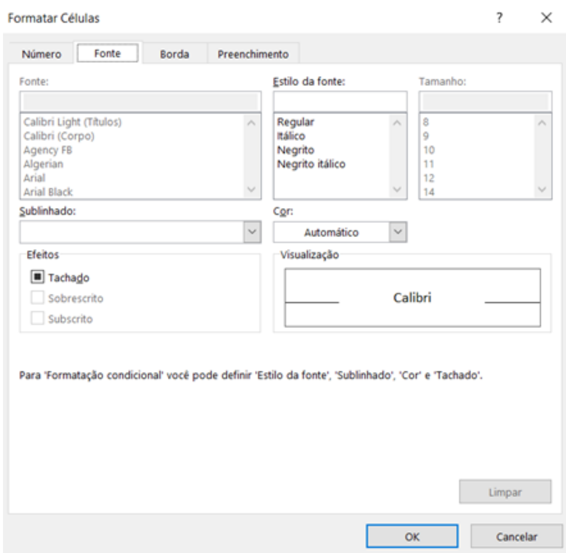
Figura 43: Formatando células com valor específico.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

4. Em seguida, ainda na mesma janela, clique no botão `Formatar`, localizado na seção `Visualização`. Ao fazer isso, será aberta uma nova janela intitulada `Formatar Células`, onde será possível escolher características visuais como cor da fonte, estilo, preenchimento e efeitos adicionais. A imagem a seguir mostra a janela que será exibida:

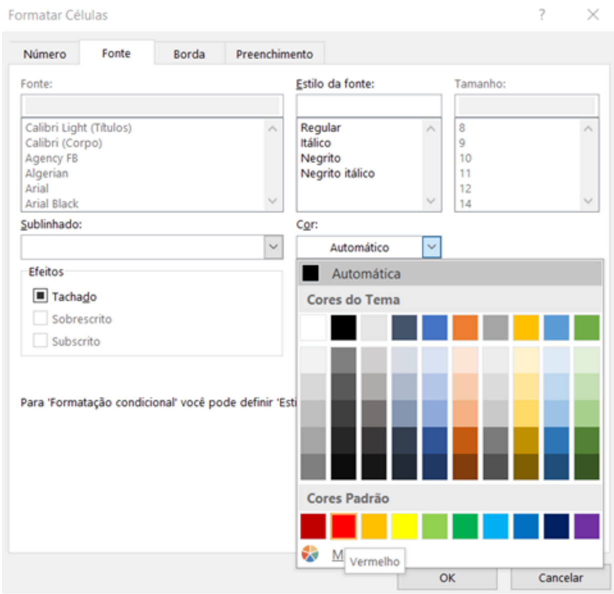
Figura 44: Selecionando o menu fonte.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

5. Na janela `Formatar Células`, com a guia `Fonte` selecionada, localize a opção `Cor`. Em seguida, clique na barra de seleção de cores e escolha a cor vermelha, que será aplicada aos valores considerados críticos; neste caso, as produções inferiores a 20 kg. A imagem a seguir ilustra esse procedimento:

Figura 45: Escolhendo a cor da fonte.



Fonte: Microsoft Excel 2016. Captura de tela.

6. Por fim, clique em `OK` em ambas as caixas de diálogo abertas para confirmar a aplicação da regra. Todos os valores do quadro que atendem à condição definida, ou seja, que são inferiores a 20 kg, serão automaticamente formatados com a cor vermelha, conforme ilustrado a seguir:

Figura 46: Produtividade anual após formatação.

COLMEIA (Nº)	PRODUÇÃO EM KG
1	30
2	21
3	9
4	17
5	25
6	35
7	5
8	40
9	19
10	20

Fonte: Elaborada pelo autor.

Vale destacar que, uma vez aplicada a formatação condicional, qualquer valor alterado no quadro será automaticamente ajustado, de acordo com a condição estabelecida. Esse comportamento dinâmico confere maior eficiência ao acompanhamento dos dados.

O menu de Formatação Condicional oferece este e diversos outros recursos que podem, e inclusive devem, ser explorados para a criação de tabelas e quadros mais interativas e automatizadas. Trata-se de uma funcionalidade que amplia significativamente a capacidade de análise visual das planilhas, facilitando a identificação de padrões, falhas e pontos críticos.

Esse tipo de recurso é extremamente valioso no planejamento e gestão de atividades agrícolas e apícolas, permitindo decisões mais rápidas e fundamentadas a partir da visualização de dados organizados de forma inteligente.

6.4 Exemplos práticos de planilhas automatizadas

Nesta seção, apresentamos exemplos de algoritmos implementados no Microsoft Excel para automatizar cálculos frequentes na matemática agrária. Esses algoritmos permitem que o usuário insira dados básicos e obtenha resultados de forma imediata, reduzindo erros e agilizando processos. As planilhas foram organizadas com interface simples, figuras ilustrativas e campos de entrada e saída claramente definidos.

6.4.1 Calculando a área do quadrado

O cálculo da área do quadrado é uma necessidade recorrente em medições de terrenos, delimitação de canteiros e construção de estruturas com formato regular. Com um algoritmo desenvolvido no Microsoft Excel, é possível reduzir erros e otimizar o tempo de obtenção dos resultados. A Figura 47 apresenta um exemplo de planilha pronta, em que o valor do lado é inserido na célula E4 e o valor da área na célula E6. Ressalta-se que essas células de entrada podem ser alteradas, desde que sejam devidamente referenciadas nas fórmulas das células de saída.

As células D9 até E14 foram mescladas para exibir o resultado da área do quadrado a partir do valor informado na célula E4. Nessa célula mesclada foi inserido o seguinte código:

```
=SE(E(E4<>“ ”;E6<>“ ”);“Erro”;SE(E(E4=“ ”;E6=“ ”);“ ”;SE(E4=“ ”;E6;
“A =”&E4^2)))
```

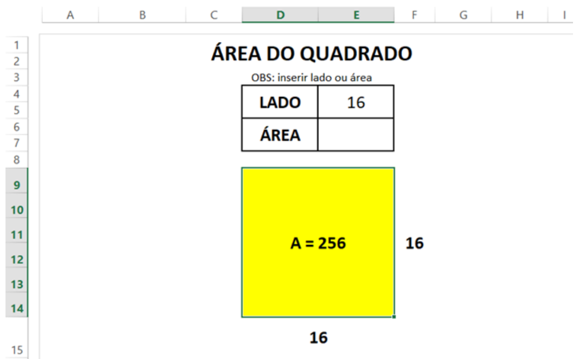
Já as células D15 até E15 foram mescladas para exibir o valor do lado do quadrado quando a entrada fornecida é a área. Nesse caso, o código utilizado foi:

```
=SE(E(E4<>“ ”;E6<>“ ”);“Erro”;SE(E(E4=“ ”;E6=“ ”);“ ”;SE(E6=“ ”;E4;
RAIZ(E6))))
```

As duas expressões foram programadas com as funções `E` e `SE` para impedir que o lado e a área sejam preenchidos simultaneamente, evitando ambiguidades no cálculo. Assim, caso ambos os valores sejam informados, mesmo que coerentes, a função retorna a mensagem “Erro”. Quando apenas o lado é informado, a área é calculada elevando esse valor ao quadrado ($E4^2$). Quando apenas a área é fornecida, o lado é obtido extraindo-se a raiz quadrada (RAIZ($E6$)).

Essa lógica garante que, com a inserção de apenas um dos dados, o usuário possa determinar o outro de forma automática, sem necessidade de cálculos manuais. No exemplo apresentado na Figura 47, foi informado o valor 16 como lado do quadrado, e o algoritmo retornou $A = 256$ como resultado.

Figura 47: Algoritmo para calcular a área do quadrado.



Fonte: Elaborada pelo autor.

6.4.2 Calculando a área do círculo

O cálculo da área do círculo é recorrente em contextos como dimensionamento de áreas irrigadas por microaspersores, delimitação de zonas de sombreamento e determinação de superfícies circulares em construções rurais. No algoritmo desenvolvido no Microsoft Excel, o valor do raio é inserido na célula E8 e o valor da área na célula E10. A célula I8, destinada a exibir o valor do raio quando a entrada fornecida é a área, utiliza o seguinte código:

```
=SE(E(E8<>“ ”;E10<>“ ”);“Erro”;SE(E(E8=“ ”;E10=“ ”);“ ”;SE(E10=“ ”;
E8;RAIZ(E10/PI()))))
```

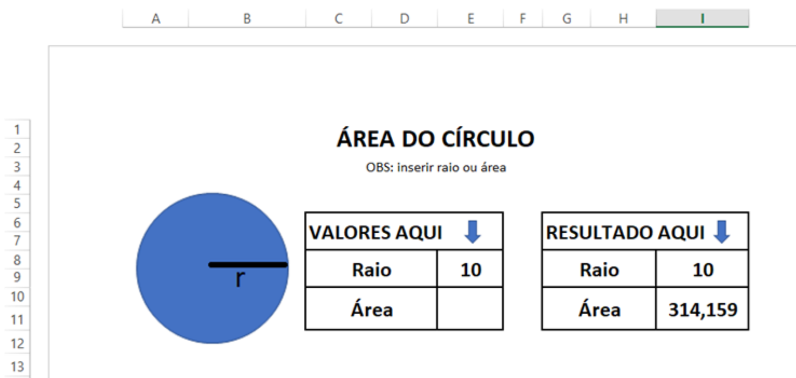
A célula I10, que retorna o valor da área quando a entrada fornecida é o raio, aplica a fórmula:

```
=SE(E(E8<>“ ”;E10<>“ "’);“Erro”;SE(E(E8=“ ”;E10=“ ”);´´ ”;SE(E8=“ ”;
E10;E8^2*PI())))
```

Assim como no exemplo da área do quadrado, essas expressões foram construídas com as funções `E` e `SE` para evitar que o raio e a área sejam preenchidos simultaneamente, situação em que a função retorna a mensagem "Erro". Quando apenas o raio é informado, o cálculo da área é feito multiplicando o quadrado do raio pela constante π (`E8^2*pi()`). Quando apenas a área é informada, o valor do raio é obtido dividindo a área por π e extraindo a raiz quadrada do resultado (`RAIZ(E10/PI())`).

Essa lógica assegura que, com a inserção de apenas um dos valores, o outro seja automaticamente determinado, dispensando cálculos manuais. No exemplo da Figura 48, foi informado o valor 10 como raio do círculo e o algoritmo retornou a área 314,159, considerando a aproximação de π utilizada pelo Excel.

Figura 48: Algoritmo para calcular a área do círculo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

6.4.3 Calculando a área do triângulo

O cálculo da área de um triângulo é útil em diversas situações no meio rural, como a medição de áreas de cultivo de formato irregular ou de áreas delimitadas por cercas que formam três lados distintos. No algoritmo desenvolvido no Microsoft Excel, são utilizados os comprimentos dos três lados do triângulo, inseridos nas células F8 (lado a), F10 (lado b) e F12 (lado c).

A célula J8, destinada a exibir o valor da área calculada pela fórmula de Heron, utiliza o seguinte código:

```
=SE(OU(E(F8=" ";F10=" ";F12=" ");F8=" ";F10=" ";F12=" ");" ";
RAIZ((((F8+F10+F12)/2)*(((F8+F10+F12)/2)-F8)*(((F8+F10+F12)/2)-F10)*
(((F8+F10+F12)/2)-F12))))
```

Esse algoritmo verifica inicialmente se algum dos lados está vazio; caso positivo, mantém o resultado em branco. Quando todos os lados estão preenchidos com valores que permitam a existência de um triângulo, calcula o semiperímetro:

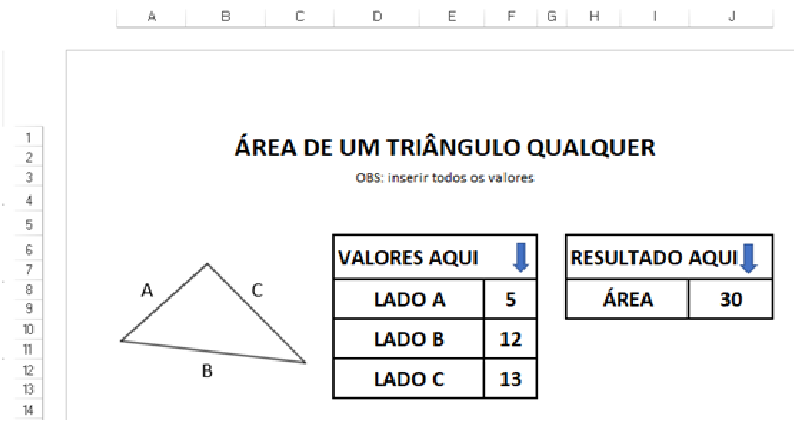
$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Em seguida, aplica a Fórmula de Heron:

$$A_{\text{triângulo}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

A função `RAIZ()` do Excel executa a operação de radiciação, enquanto as subtrações dentro da fórmula correspondem aos fatores $(p-a)$, $(p-b)$ e $(p-c)$. Dessa forma, o cálculo é realizado de forma automática, dispensando processamento manual. No exemplo da Figura 49, ao inserir os valores 5, 12 e 13 referentes aos comprimentos dos lados, a célula J8 retorna imediatamente o valor 30 da área.

Figura 49: Algoritmo para calcular a área do triângulo.



Fonte: Elaborada pelo autor.

6.4.4 Transformando unidades de comprimento

Um conversor programado no Microsoft Excel permite realizar transformações de forma rápida e precisa, reduzindo erros comuns em cálculos manuais.

A Figura 50 apresenta um exemplo de planilha pronta para conversão de unidades de comprimento, estruturada com duas colunas principais: *Campo de Entrada*, onde o usuário informa o valor conhecido, e *Campo de Saída*, onde são exibidas todas as conversões correspondentes. O Campo de Entrada está localizado na coluna E, com as células E11 a E33 representando, respectivamente, as seguintes unidades: quilômetro, hectômetro, decâmetro, metro, decímetro, centímetro, milímetro, polegada, chave, palmo, braça e légua.

A célula L17, que representa o valor em metros no Campo de Saída, foi programada para executar três etapas:

1. Verificação de entrada — se todas as células de E11 a E33 estiverem vazias, retorna vazio;
2. Prevenção de erro de múltipla entrada — se mais de uma célula de entrada estiver preenchida, retorna a mensagem “ERRO”;
3. Conversão para quilômetros — caso apenas uma célula possua valor, o algoritmo converte esse valor para quilômetros, servindo de base para as demais conversões automáticas.

O código inserido em L17 foi:

```
=SE(E(E11=“ ”;E13=“ ”;E15=“ ”;E17=“ ”;E19=“ ”;E21=“ ”;E23=“ ”;
E25=“ ”;E27=“ ”;E29=“ ”;E31=“ ”;E33=“ ”);“ ”;SE(OU(E(E11<>“ ”;
E13<>“ ”);E(E11<>“ ”;E15<>“ ”);E(E11<>“ ”;E17<>“ ”);E(E11<>“ ”;
E19<>“ ”);E(E11<>“ ”;E21<>“ ”);E(E11<>“ ”;E23<>“ ”);E(E11<>“ ”;
E25<>“ ”);E(E11<>“ ”;E27<>“ ”);E(E11<>“ ”;E29<>“ ”);E(E11<>“ ”;
E31<>“ ”);E(E11<>“ ”;E33<>“ ”);E(E13<>“ ”;E15<>“ ”);E(E13<>“ ”;
E17<>“ ”);E(E13<>“ ”;E19<>“ ”);E(E13<>“ ”;E21<>“ ”);E(E13<>“ ”;
E23<>“ ”);E(E13<>“ ”;E25<>“ ”);E(E13<>“ ”;E27<>“ ”);E(E13<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E13<>“ ”;E31<>“ ”);E(E13<>“ ”;E33<>“ ”);E(E15<>“ ”;
E17<>“ ”);E(E15<>“ ”;E19<>“ ”);E(E15<>“ ”;E21<>“ ”);E(E15<>“ ”;
E23<>“ ”);E(E15<>“ ”;E25<>“ ”);E(E15<>“ ”;E27<>“ ”);E(E15<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E15<>“ ”;E31<>“ ”);E(E15<>“ ”;E33<>“ ”);E(E17<>“ ”;
E19<>“ ”);E(E17<>“ ”;E21<>“ ”);E(E17<>“ ”;E23<>“ ”);E(E17<>“ ”;
E25<>“ ”);E(E17<>“ ”;E27<>“ ”);E(E17<>“ ”;E29<>“ ”);E(E17<>“ ”;
E31<>“ ”);E(E17<>“ ”;E33<>“ ”);E(E19<>“ ”;E21<>“ ”);E(E19<>“ ”;
E23<>“ ”);E(E19<>“ ”;E25<>“ ”);E(E19<>“ ”;E27<>“ ”);E(E19<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E19<>“ ”;E31<>“ ”);E(E19<>“ ”;E33<>“ ”);E(E21<>“ ”;
E23<>“ ”);E(E21<>“ ”;E25<>“ ”);E(E21<>“ ”;E27<>“ ”);E(E21<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E21<>“ ”;E31<>“ ”);E(E21<>“ ”;E33<>“ ”);E(E23<>“ ”;
E25<>“ ”);E(E23<>“ ”;E27<>“ ”);E(E23<>“ ”;E29<>“ ”);E(E23<>“ ”;
E31<>“ ”);E(E23<>“ ”;E33<>“ ”);E(E25<>“ ”;E27<>“ ”);E(E25<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E25<>“ ”;E31<>“ ”);E(E25<>“ ”;E33<>“ ”);E(E27<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E27<>“ ”;E31<>“ ”);E(E27<>“ ”;E33<>“ ”);E(E29<>“ ”;
E31<>“ ”);E(E29<>“ ”;E33<>“ ”);E(E31<>“ ”;E33<>“ ”));“ERRO”;
SE(E11<>“ ”;E11*1000; SE(E13<>“ ”;E13*100;SE(E15<>“ ”;E15*10;
SE(E17<>“ ”;E17;SE(E19<>“ ”;E19/10;SE(E21<>“ ” ;E21/100;
SE(E23<>“ ”;E23/1000;SE(E25<>“ ”; (E25*2,54)/100;
SE(E27<>“ ”;(E27*15)/100; SE(E29<>“ ”;(E29*22,5)/100;
SE(E31<>“ ”; (E31*2,2);(E33*6)*1000 )))))))))))))
```

Após a normalização para metros em L17, as demais células do Campo de Saída calculam automaticamente as conversões. Essa lógica garante que, com apenas um valor informado, todas as outras unidades sejam calculadas automaticamente, sem necessidade de repetição de fórmulas ou cálculos manuais. No exemplo da Figura 50, foi informado o valor 10 em E17 (metro), resultando automaticamente em 0,01 quilômetro, 1 decâmetro, 100 decímetros, 1 000 centímetros, 393,7007874 polegadas e demais valores correspondentes nas outras unidades listadas.

Figura 50: Algoritmo para converter unidades de comprimento.

CONVERSOR DE UNIDADES DE COMPRIMENTO

ATENÇÃO: inserir um único valor por vez no campo de entrada. Para inserir um novo valor, delete o anterior.

Criado por: Professor Gevanilson Teixeira Bezerra

CAMPO DE ENTRADA		CAMPO DE SAÍDA	
UNIDADES DE MEDIDA	INSERIR AQUI	UNIDADES DE MEDIDA	RESULTADO
QUILÔMETRO		QUILÔMETRO	0,01
HECTÔMETRO		HECTÔMETRO	0,1
DECÂMETRO		DECÂMETRO	1
METRO	10	METRO	10
DECÍMETRO		DECÍMETRO	100
CENTÍMETRO		CENTÍMETRO	1000
MILÍMETRO		MILÍMETRO	10000
POLEGADA		POLEGADA	393,7007874
CHAVE		CHAVE	66,66666667
PALMO		PALMO	44,44444444
BRAÇA		BRAÇA	4,545454545
LÉGUA		LÉGUA	0,001666667

Fonte: Elaborada pelo autor.

6.4.5 Transformando unidades de superfície

Assim como no conversor de unidades de comprimento, foi elaborado no Microsoft Excel um conversor específico para unidades de superfície, capaz de realizar automaticamente todas as transformações a partir de um único valor informado, minimizando erros de cálculo. A planilha, apresentada na Figura 51, mantém a mesma organização em dois blocos: *Campo de Entrada*, no qual se insere apenas um valor por vez, e *Campo de Saída*, que apresenta as conversões correspondentes.

Neste caso, as células de entrada localizam-se na coluna E, entre E11 e E33, representando as seguintes unidades: quilômetro quadrado, hectômetro quadrado, decâmetro quadrado, metro quadrado, decímetro quadrado, centímetro quadrado, milímetro quadrado, centiare, are, hectare, tarefa e alqueire do Norte.

A célula L17 (metro quadrado) foi programada para:

1. retornar vazio quando todas as entradas estiverem em branco;

2. sinalizar “ ERRO ” caso mais de uma célula de entrada seja preenchida;
3. converter o único valor informado para metros quadrados, servindo como base para as demais conversões mostradas no Campo de Saída.

O código inserido em L17 é:

```
=SE(E(E11=“ ”;E13=“ ”;E15=“ ”;E17=“ ”;E19=“ ”;E21=“ ”;E23=“ ”;
E25=“ ”;E27=“ ”;E29=“ ”;E31=“ ”;E33=“ ”);“ ”;SE(OU(E(E11<>“ ”;
E13<>“ ”);E(E11<>“ ”;E15<>“ ”);E(E11<>“ ”;E17<>“ ”);E(E11<>“ ”;
E19<>“ ”);E(E11<>“ ”;E21<>“ ”);E(E11<>“ ”;E23<>“ ”);E(E11<>“ ”;
E25<>“ ”);E(E11<>“ ”;E27<>“ ”);E(E11<>“ ”;E29<>“ ”);E(E11<>“ ”;
E31<>“ ”);E(E11<>“ ”;E33<>“ ”);E(E13<>“ ”;E15<>“ ”);E(E13<>“ ”;
E17<>“ ”);E(E13<>“ ”;E19<>“ ”);E(E13<>“ ”;E21<>“ ”);E(E13<>“ ”;
E23<>“ ”);E(E13<>“ ”;E25<>“ ”);E(E13<>“ ”;E27<>“ ”);E(E13<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E13<>“ ”;E31<>“ ”);E(E13<>“ ”;E33<>“ ”);E(E15<>“ ”;
E17<>“ ”);E(E15<>“ ”;E19<>“ ”);E(E15<>“ ”;E21<>“ ”);E(E15<>“ ”;
E23<>“ ”);E(E15<>“ ”;E25<>“ ”);E(E15<>“ ”;E27<>“ ”);E(E15<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E15<>“ ”;E31<>“ ”);E(E15<>“ ”;E33<>“ ”);E(E17<>“ ”;
E19<>“ ”);E(E17<>“ ”;E21<>“ ”);E(E17<>“ ”;E23<>“ ”);E(E17<>“ ”;
E25<>“ ”);E(E17<>“ ”;E27<>“ ”);E(E17<>“ ”;E29<>“ ”);E(E17<>“ ”;
E31<>“ ”);E(E17<>“ ”;E33<>“ ”);E(E19<>“ ”;E21<>“ ”);E(E19<>“ ”;
E23<>“ ”);E(E19<>“ ”;E25<>“ ”);E(E19<>“ ”;E27<>“ ”);E(E19<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E19<>“ ”;E31<>“ ”);E(E19<>“ ”;E33<>“ ”);E(E21<>“ ”;
E23<>“ ”);E(E21<>“ ”;E25<>“ ”);E(E21<>“ ”;E27<>“ ”);E(E21<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E21<>“ ”;E31<>“ ”);E(E21<>“ ”;E33<>“ ”);E(E23<>“ ”;
E25<>“ ”);E(E23<>“ ”;E27<>“ ”);E(E23<>“ ”;E29<>“ ”);E(E23<>“ ”;
E31<>“ ”);E(E23<>“ ”;E33<>“ ”);E(E25<>“ ”;E27<>“ ”);E(E25<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E25<>“ ”;E31<>“ ”);E(E25<>“ ”;E33<>“ ”);E(E27<>“ ”;
E29<>“ ”);E(E27<>“ ”;E31<>“ ”);E(E27<>“ ”;E33<>“ ”);E(E29<>“ ”;
E31<>“ ”);E(E29<>“ ”;E33<>“ ”);E(E31<>“ ”;E33<>“ ”));"ERRO";
SE(E11<>“ ”;E11*1000000;SE(E13<>“ ”;E13*10000;SE(E15<>“ ”;E15*100;
SE(E17<>“ ”;E17;SE(E19<>“ ”;E19/100;SE(E21<>“ ”;E21/10000;
SE(E23<>“ ”;E23/1000000;SE(E25<>“ ”;(E25)/1;SE(E27<>“ ”;(E27*100)/1;
SE(E29<>“ ”;(E29*10000)/1;SE(E31<>“ ”;(E31*3025)/1;
(E33*27225)/1))))))))))))
```

A partir do valor em metros quadrados calculado em L17, as demais linhas do Campo de Saída derivam automaticamente as conversões por meio de fatores fixos. No exemplo ilustrado na Figura 51, ao informar 0,0345 em E11 (quilômetro quadrado), a planilha retorna $34\,500 m^2$ em L17 e, por consequência, 345 ares, 3,45 hectares, aproximadamente 11,40495868 tarefas e 1,267217631 alqueires do Norte, além das demais unidades métricas dm^2, cm^2, mm^2 calculadas proporcionalmente.

Figura 51: Algoritmo para converter unidades de superfície.

CONVERSOR DE UN IDADES DE SUPERFÍCIE

ATENÇÃO: inserir um único valor por vez no campo de entrada. Para inserir um novo valor, delete o anterior.

Criado por: Professor Gevanilson Teixeira Bezerra

CAMPO DE ENTRADA	
UNIDADES DE MEDIDA	**INSERIR AQUI**
QUILÔMETRO QUADRADO	0,0345
HECTÔMETRO QUADRADO	
DECÂMETRO QUADRADO	
METRO QUADRADO	
DECÍMETRO QUADRADO	
CENTÍMETRO QUADRADO	
MILÍMETRO QUADRADO	
CENTIARE	
ARE	
HECTARE	
TAREFA	
ALQUEIRE DO NORTE	

CAMPO DE SAÍDA	
UNIDADES DE MEDIDA	**RESULTADO**
QUILÔMETRO QUADRADO	0,0345
HECTÔMETRO QUADRADO	3,45
DECÂMETRO QUADRADO	345
METRO QUADRADO	34500
DECÍMETRO QUADRADO	3450000
CENTÍMETRO QUADRADO	345000000
MILÍMETRO QUADRADO	34500000000
CENTIARE	34500
ARE	345
HECTARE	3,45
TAREFA	11,40495868
ALQUEIRE	1,267217631

Fonte: Elaborada pelo autor.

6.5 Aplicativos auxiliares no cálculo de áreas

Além do uso de planilhas eletrônicas como o Microsoft Excel, há diversos aplicativos que podem auxiliar na medição de áreas e distâncias, especialmente úteis no contexto da matemática agrária. Esses recursos digitais são importantes para produtores rurais, estudantes e professores, pois oferecem praticidade, precisão e acessibilidade na obtenção de dados espaciais. Entre eles, destaca-se o Google Earth, cuja aplicação será detalhada a seguir, além de outras ferramentas relevantes que serão brevemente mencionadas.

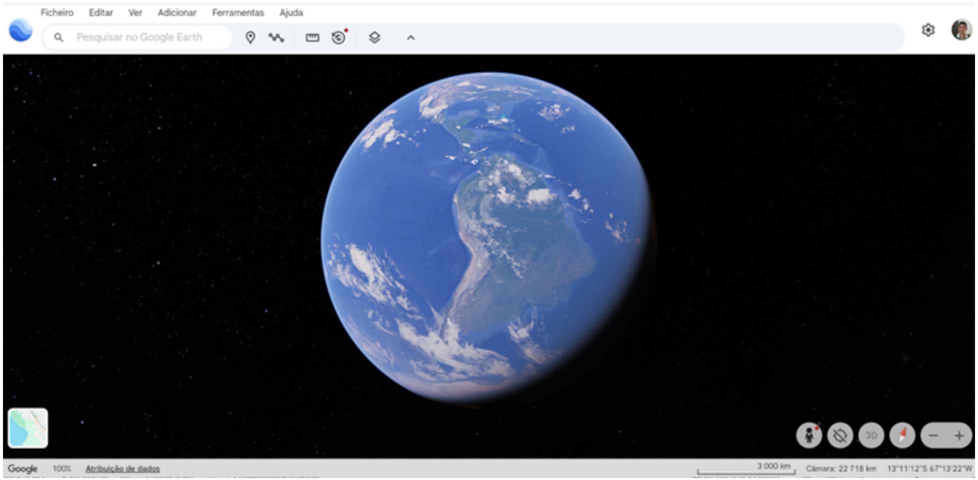
6.5.1 Medindo áreas no Google Earth

O Google Earth é uma ferramenta gratuita que disponibiliza imagens de satélite atualizadas, permitindo a visualização detalhada de áreas urbanas e rurais. Entre seus diversos recursos, destaca-se a função de medição de áreas e distâncias, extremamente útil para aplicações didáticas e agrárias. A seguir, apresenta-se um passo a passo para utilização dessa funcionalidade, acompanhado de imagens ilustrativas.

1. **Acesso à plataforma:** para utilizar o Google Earth, é possível baixar o aplicativo para desktop ou dispositivos móveis, ou acessar a versão web por

meio do endereço: `https://earth.google.com`. A tela inicial exibe o globo terrestre interativo, com ferramentas de navegação, busca e exploração de localidades. É necessário estar conectado à internet para acessar os dados geográficos. Veja a figura a seguir:

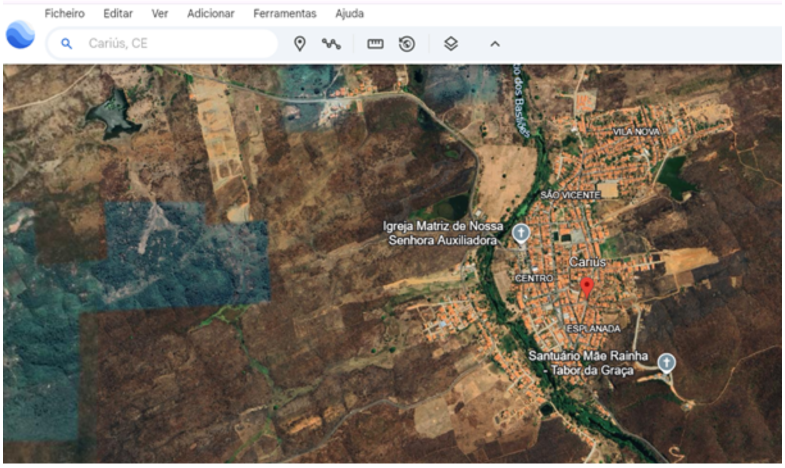
Figura 52: Tela inicial do Google Earth Web.



Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

2. **Localização da área de interesse:** na barra de pesquisa localizada no canto superior esquerdo, digite o nome da cidade, comunidade ou as coordenadas geográficas do local que se deseja medir. Em seguida, utilize o mouse ou o touchpad para ajustar o nível de zoom e posicionar corretamente o terreno na tela. Também é possível navegar livremente pelo globo de forma manual, sem o uso da guia de pesquisa. No exemplo a seguir, foi localizada a cidade de Cariús, situada na região Centro-Sul do estado do Ceará, como ilustra a imagem:

Figura 53: Busca por uma localidade no Google Earth.

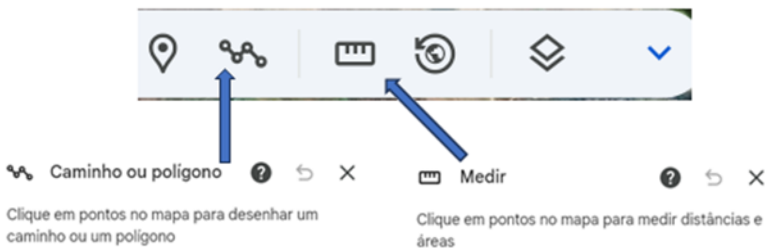


Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

3. **Ferramenta de medição:** para realizar medições, o Google Earth oferece duas ferramentas principais: o ícone de "Caminho" ( ), utilizado para traçar linhas e medir distâncias lineares, e o ícone de "Régua" ( ), destinado à medição de perímetros e áreas por meio da construção de polígonos. Essas opções estão disponíveis no menu superior da versão web ou na parte inferior da tela nos aplicativos para dispositivos móveis, dependendo da versão utilizada.

   Ao selecionar uma dessas ferramentas, surge a instrução: "clique em pontos no mapa para medir distâncias e áreas", permitindo ao usuário traçar o contorno desejado diretamente sobre a imagem de satélite. A imagem a seguir apresenta a localização desses ícones na barra de ferramentas do Google Earth, com destaque para os símbolos utilizados no processo de medição:

Figura 54: Ícone da régua para ativar a ferramenta de medição.

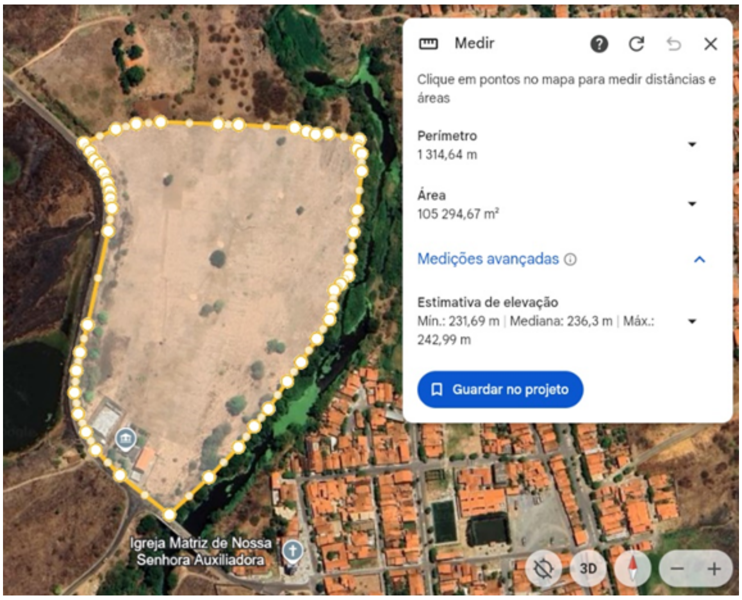


Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

4. **Escolha do tipo de medição:** após ativar a ferramenta de régua, selecione a opção "Área". Em seguida, clique com o mouse para marcar os vértices do polígono que representa o contorno do terreno a ser medido. A cada clique, um

ponto é adicionado, formando as arestas do polígono. Ao conectar o último ponto ao primeiro, o sistema fecha automaticamente a figura e realiza o cálculo da área e do perímetro da região delimitada. Na imagem a seguir, observa-se a delimitação de um terreno rural realizada no Google Earth, com os pontos conectados formando um polígono fechado. À direita, são apresentados automaticamente os valores calculados para o perímetro e a área:

Figura 55: Delimitação de um terreno com pontos conectados formando um polígono e exibição dos resultados de perímetro e área.

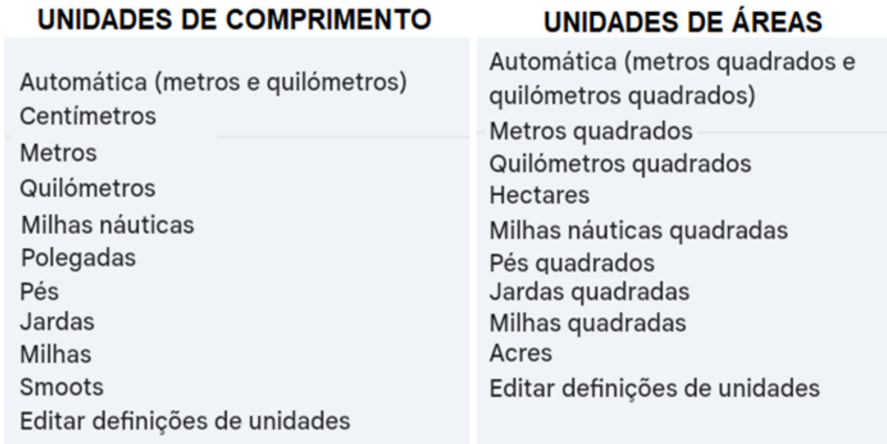


Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

5. **Leitura dos resultados:** Após fechar o polígono, o Google Earth exibirá automaticamente os valores calculados de perímetro e área, apresentados por padrão em metros e metros quadrados. Esses dados aparecem em uma janela lateral e podem ser ajustados conforme a necessidade do usuário.

   Para alterar essas unidades, basta clicar sobre os respectivos valores ou acessar a opção "Editar definições de unidades", disponível no menu de configurações da ferramenta de medição. Dessa forma, é possível visualizar os resultados em outras unidades de comprimento e superfície, tais como hectares e quilômetros quadrados, de acordo com a finalidade desejada. A imagem a seguir apresenta as opções de unidades de comprimento e de superfície que podem ser selecionadas no Google Earth:

Figura 56: Unidades de medida de comprimento e de superfície disponíveis.

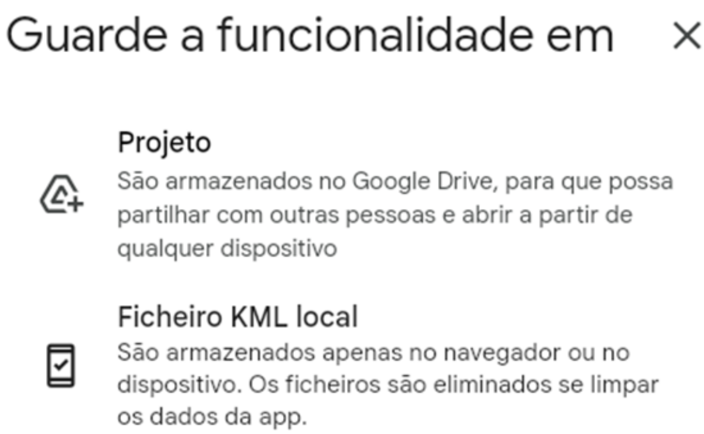


Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

6. **Guardando o projeto:** para registrar a medição realizada, é possível fazer uma captura de tela (print) ou utilizar softwares de gravação e edição de imagem. Além disso, o Google Earth oferece a opção "Guardar no projeto", que aparece logo abaixo dos resultados de perímetro e área. Essa funcionalidade permite salvar a medição diretamente na própria plataforma do Google Earth ou em uma conta vinculada ao Google Drive.

   Dessa forma, o projeto pode ser acessado posteriormente de qualquer dispositivo, além de ser reutilizado em planilhas, relatórios técnicos ou apresentações didáticas. Também há a opção de salvar o arquivo como ficheiro KML local, armazenando-o apenas no navegador ou dispositivo. A imagem a seguir ilustra as opções disponíveis para o salvamento dos dados de medição:

Figura 57: Apresentação do menu "guardar no projeto".



Fonte: Google Earth, 2025. Captura de tela.

O uso do Google Earth como recurso para delimitação e cálculo de superfícies representa uma alternativa acessível, precisa e tecnicamente eficiente para aplicações no campo da matemática agrária. Sua interface intuitiva e suas funcionalidades avançadas permitem que estudantes, professores e produtores rurais realizem medições confiáveis.

Além disso, os recursos de salvamento e exportação de dados ampliam as possibilidades de uso em projetos educacionais e no planejamento territorial. Assim, o domínio dessa ferramenta contribui significativamente para a formação técnica de jovens do ensino médio, sobretudo em regiões onde a mensuração de terras e a gestão de propriedades rurais fazem parte da realidade local.

6.5.2 Outros aplicativos disponíveis

Além do Google Earth, diversos outros aplicativos podem ser utilizados no cálculo de áreas e distâncias, especialmente no contexto da agricultura de precisão e do mapeamento rural. Muitas dessas ferramentas estão disponíveis gratuitamente para instalação em lojas como a Play Store e a App Store, e muitas delas oferecem funcionalidades adicionais por meio de versões premium. A seguir, apresenta-se uma seleção de sete aplicativos representativos, com ênfase em suas principais características.

1. Medição Área GPS - FieldCalc: aplicativo gratuito com possibilidade de compras internas. Permite medir áreas, perímetros e distâncias por meio de rastreamento via GPS ou marcação manual no mapa. Possui funcionalidades como exportação de dados em formato KML, registro de rotas com georreferenciamento e visualização em tempo real. Sua interface é intuitiva e voltada para medições realizadas em campo.

2. GPS Medida de Campos e Área: aplicativo gratuito que possibilita a marcação de pontos diretamente sobre mapas de satélite, facilitando o cálculo de áreas e perímetros. Indicado para delimitação de pequenas propriedades, pastagens ou áreas de plantio. Os resultados podem ser visualizados em diferentes unidades de medida e compartilhados.

3. Planimeter Medir Área num Mapa: oferece funções básicas de forma gratuita, com recursos avançados disponíveis mediante assinatura. Permite medir áreas, perímetros, ângulos e distâncias, utilizando pontos fixados manualmente ou por rastreamento com GPS. Também possibilita a exportação dos dados em arquivos compatíveis com outras plataformas, como o KML.

4. Planimetro Medição Área GPS: aplicativo gratuito, com possibilidade de compras no app para desbloqueio de funcionalidades adicionais. Trata-se de uma

aplicação leve e prática, voltada à medição rápida de áreas e distâncias em mapas digitais. Sua principal funcionalidade é a marcação manual dos vértices que compõem o polígono da área desejada, oferecendo resultados em metros quadrados, hectares e outras unidades.

5. GPS Field Area Measure: amplamente utilizado por profissionais e produtores rurais, esse aplicativo gratuito com suporte a compras internas permite medições precisas por toque na tela ou rastreamento com GPS. Os resultados podem ser armazenados, exportados e compartilhados. Possui avaliação positiva por sua simplicidade e confiabilidade.

6. Medidor de Áreas e Distâncias: aplicativo gratuito, com eventuais anúncios durante a utilização. Trata-se de uma ferramenta simples e funcional, que possibilita medir áreas e distâncias utilizando como base os mapas do Google. Seu uso é indicado para usuários que buscam praticidade e rapidez em medições pontuais, com interface acessível mesmo para pessoas com pouca familiaridade com tecnologias geográficas.

7. Calculadora de Área Terrestre GPS: permite realizar medições de terrenos por meio do deslocamento físico com GPS ou marcação manual de pontos no mapa. Os dados podem ser salvos, editados e agrupados conforme a necessidade do usuário. O aplicativo é gratuito e voltado para uso prático em ambientes rurais. Esses aplicativos variam em termos de interface, precisão e recursos adicionais, mas todos compartilham a proposta de facilitar medições geográficas em campo, sobretudo em contextos com acesso limitado a instrumentos de topografia tradicionais.

A maioria permite exportar os dados em formatos compatíveis com outras ferramentas, como o Google Earth, além de possibilitar o armazenamento local ou em nuvem. É importante destacar que os sete exemplos aqui descritos representam apenas uma parcela das ferramentas disponíveis nas lojas de aplicativos. Termos de busca como "medição de área por GPS", "field area measure" ou "calcular área terreno" podem conduzir a outras opções igualmente úteis, com diferentes combinações de recursos, compatibilidades e níveis de precisão.

Dessa forma, cabe ao usuário avaliar a solução mais adequada ao seu objetivo específico, ao tipo de terreno e ao nível de detalhamento exigido.

6.6 Considerações adicionais sobre o uso de ferramentas digitais no contexto educacional e rural

O uso de tecnologias digitais no ensino da matemática, especialmente no contexto da matemática agrária, representa uma estratégia potente para aproximar o conhecimento formal da vivência cotidiana dos estudantes. A incorporação de planilhas eletrônicas, aplicativos de medição de áreas e ferramentas de georreferenciamento, como o Google Earth, amplia significativamente o repertório metodológico do professor e contribui para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico, prático e significativo.

Ao longo deste capítulo, foi possível observar como o uso do Microsoft Excel permite não apenas a automatização de cálculos, mas também o desenvolvimento de competências relacionadas ao pensamento algorítmico, à resolução de problemas e à análise de dados. Com a criação de planilhas que calculam áreas, perímetros e fazem conversões entre unidades do Sistema Internacional e unidades agrárias, o estudante é inserido em situações-problema reais, conectadas com a realidade do campo, incentivando a interdisciplinaridade e a contextualização.

Além disso, o uso de aplicativos de medição por GPS, muitos deles gratuitos e acessíveis mesmo em dispositivos simples, representa um importante recurso para a educação rural. Tais ferramentas facilitam a coleta de dados espaciais diretamente em campo, oferecendo uma alternativa prática ao uso de instrumentos topográficos convencionais, quase sempre inacessíveis em comunidades rurais. Ao manipular esses aplicativos, os estudantes desenvolvem habilidades digitais, compreendem noções de geolocalização e se tornam capazes de aplicar os conceitos matemáticos em sua própria vivência, seja na agricultura, na apicultura ou em outras atividades produtivas.

O ensino da matemática, nesse contexto, ganha um novo sentido: deixa de ser visto como um conjunto de fórmulas abstratas para se tornar um instrumento de leitura e intervenção sobre o território. O aluno deixa de ser apenas consumidor de tecnologia e passa a ser produtor de conhecimento aplicado. Mais do que aprender a "fazer contas", ele passa a compreender o porquê dos cálculos, sua utilidade e sua relevância para a tomada de decisões no mundo real.

Torna-se, assim, fundamental que os currículos escolares incorporem progressivamente o uso pedagógico de ferramentas digitais, especialmente aquelas que dialogam com a realidade dos estudantes do campo. Ao integrar matemática, tecnologia e saberes locais, abre-se espaço para uma educação mais contextualizada, emancipadora e conectada com os desafios contemporâneos do meio rural.

Capítulo 7

Apresentando a eletiva

Este capítulo apresenta o recurso educacional desenvolvido ao longo deste trabalho: a eletiva Introdução à Matemática Agrária. Trata-se de uma proposta de unidade curricular optativa destinada a estudantes do ensino médio da rede estadual do Ceará, com o objetivo de valorizar e sistematizar saberes matemáticos vinculados ao contexto agrário, especialmente no semiárido nordestino.

A criação da eletiva configura-se como um desdobramento natural dos conteúdos abordados nos capítulos anteriores, que trataram das unidades do Sistema Internacional, das medidas agrárias tradicionais e de suas aplicações nas práticas do campo.

7.1 Apresentação do Catálogo de Componentes Curriculares Eletivos

O Catálogo de Componentes Curriculares Eletivos da SEDUC-CE apresenta propostas de eletivas organizadas conforme as áreas do conhecimento da BNCC, entre elas: Linguagens e suas Tecnologias (LGG), Matemática e suas Tecnologias (MAT), Ciências da Natureza e suas Tecnologias (CNT), Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (CHS), além das eletivas de Formação Profissional (FPR) e dos componentes eletivos vinculados ao Clube Estudantil (CLE).

O catálogo mais recente, referente ao ano de 2025, é composto por um total de 618 ementas, distribuídas entre as diferentes áreas já mencionadas. Em números detalhados, constam: 114 eletivas de Linguagens e suas Tecnologias, 30 de Matemática e suas Tecnologias, 96 de Ciências da Natureza, 103 de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, 223 de Formação Profissional e 52 ementas do Clube Estudantil.

Todas as ementas presentes no catálogo “são elaboradas pelos professores e professoras da rede estadual, assegurando a integração entre a formação básica geral e os itinerários formativos e atendendo à diversidade e à flexibilidade do currículo do ensino médio, em diálogo com os projetos de vida de cada estudante cearense" (Ceará, 2025, p. 5).

De acordo com o próprio catálogo:

> Os componentes curriculares eletivos [...] têm como propósito o aprofundamento das aprendizagens da formação geral básica e o desenvolvimento humano integral dos estudantes da rede pública de ensino do estado do Ceará. Nesse intento, os componentes eletivos são ofertados no contexto escolar para a escolha dos estudantes e formam os itinerários formativos, nos quais os estudantes reconhecem as aprendizagens, competências e habilidades desenvolvidas durante toda a etapa do Ensino Médio (Ceará, 2025, p. 5).

O catálogo está dividido em seis seções, uma para cada área do conhecimento. Em particular, a segunda seção, destinada à área de Matemática e suas Tecnologias (MAT), apresenta:

> Ementas [...] em que as (os) estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área (Ceará, 2025, p. 6).

Apesar do elevado número total de eletivas propostas, observa-se que o quantitativo destinado à área de Matemática é significativamente inferior ao das demais. Com apenas 30 ementas, essa área representa cerca de $4,85\%$ do total do catálogo. Para fins comparativos, o número de eletivas de Matemática é aproximadamente 42% menor que a segunda menor quantidade (52 eletivas do Clube Estudantil) e cerca de $86,5\%$ menor que a maior (223 eletivas de Formação Profissional).

A seguir, são listadas as 30 eletivas da área de Matemática e suas Tecnologias presentes no Catálogo 2025:

- MAT001 – Matemática Básica I
- MAT002 – Matemática Básica II
- MAT003 – Matemática Básica III
- MAT004 – Matemática Financeira
- MAT005 – Matemática para Olimpíadas
- MAT006 – Matemática e Game: Um Novo Aprendizado
- MAT007 – Matemática para o ENEM
- MAT008 – Matemática para o SPAECE

- MAT009 – Jogos Matemáticos
- MAT010 – Práticas Laboratoriais de Matemática
- MAT011 – Estudo das Funções
- MAT012 – Desenho Geométrico
- MAT013 – Aprendendo Geometria com Origami
- MAT014 – Geometria I (Plana)
- MAT015 – Geometria II (Espacial)
- MAT016 – Geometria III (Analítica)
- MAT017 – Introdução à Estatística
- MAT018 – Raciocínio Lógico
- MAT019 – Pré-Álgebra na Khan Academy
- MAT020 – Matemática Através de Mandalas Africanas
- MAT021 – Matemática na Cultura Indígena
- MAT022 – Jogos e Resoluções de Conflitos
- MAT023 – Resultados de Pesquisas na Matemática
- MAT024 – Matemática para Vestibulares
- MAT025 – Cálculo Diferencial para o Ensino Médio I
- MAT026 – Cálculo Diferencial para o Ensino Médio II
- MAT027 – Probabilidade
- MAT028 – Estatística Básica para Ciências Sociais
- MAT029 – Matemática para UECE I
- MAT030 – Matemática para UECE II

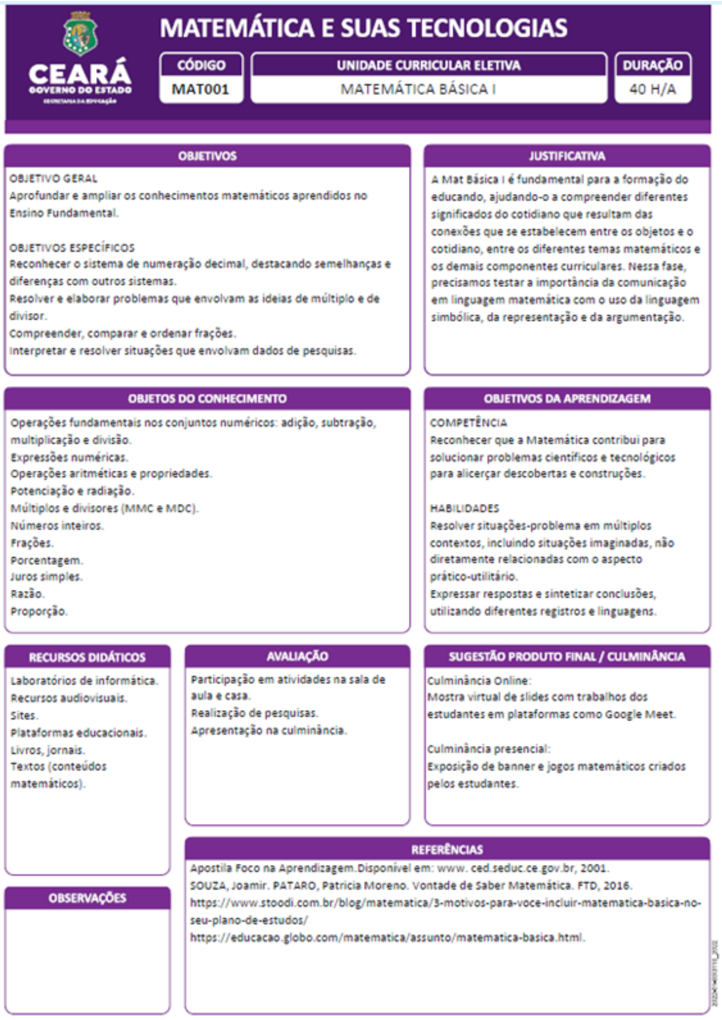
É possível perceber que, embora haja diversas iniciativas no campo das Tecnologias da Matemática, nenhuma das eletivas presentes no Catálogo 2025 aborda diretamente a realidade agrária ou ambiental. No que se refere às dimensões socioculturais, destacam-se apenas algumas propostas, como *Matemática na Cultura Indígena* e *Matemática Através de Mandalas Africanas*, que articulam conteúdos matemáticos a contextos culturais e tradicionais. Em menor grau, a eletiva *Jogos e Resoluções de Conflitos* também pode oferecer contribuições nesse sentido, dependendo da abordagem adotada pelo docente. Isso reforça a necessidade de propostas inovadoras que contribuam para a diversificação do currículo e para o aprofundamento em novos temas, como é o caso da eletiva Introdução à Matemática Agrária.

Por fim, vale destacar que, além da listagem das eletivas, o catálogo apresenta para cada uma delas uma estrutura padronizada de ementa, que inclui os seguintes tópicos:

- Unidade Curricular Eletiva
- Duração
- Objetivos: geral e específicos
- Justificativa
- Objetos do conhecimento
- Objetivos da aprendizagem: competências e habilidades
- Recursos didáticos
- Avaliação
- Sugestão de produto final / culminância
- Observações
- Referências

A imagem apresentada a seguir refere-se à ementa da eletiva MAT001 – Matemática Básica I, como exemplo da estrutura adotada pela SEDUC:

Figura 58: Eletiva matemática básica I.



CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

CÓDIGO	UNIDADE CURRICULAR ELETIVA	DURAÇÃO
MAT001	MATEMÁTICA BÁSICA I	40 H/A

OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL
Aprofundar e ampliar os conhecimentos matemáticos aprendidos no Ensino Fundamental.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS
Reconhecer o sistema de numeração decimal, destacando semelhanças e diferenças com outros sistemas.
Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
Compreender, comparar e ordenar frações.
Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas.

JUSTIFICATIVA

A Mat Básica I é fundamental para a formação do educando, ajudando-o a compreender diferentes significados do cotidiano que resultam das conexões que se estabelecem entre os objetos e o cotidiano, entre os diferentes temas matemáticos e os demais componentes curriculares. Nessa fase, precisamos testar a importância da comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica, da representação e da argumentação.

OBJETOS DO CONHECIMENTO

Operações fundamentais nos conjuntos numéricos: adição, subtração, multiplicação e divisão.
Expressões numéricas.
Operações aritméticas e propriedades.
Potenciação e radiação.
Múltiplos e divisores (MMC e MDC).
Números inteiros.
Frações.
Porcentagem.
Juros simples.
Razão.
Proporção.

OBJETIVOS DA APRENDIZAGEM

COMPETÊNCIA
Reconhecer que a Matemática contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos para alicerçar descobertas e construções.

HABILIDADES
Resolver situações-problema em múltiplos contextos, incluindo situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário.
Expressar respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens.

RECURSOS DIDÁTICOS

Laboratórios de informática.
Recursos audiovisuais.
Sites.
Plataformas educacionais.
Livros, jornais.
Textos (conteúdos matemáticos).

AVALIAÇÃO

Participação em atividades na sala de aula e casa.
Realização de pesquisas.
Apresentação na culminância.

SUGESTÃO PRODUTO FINAL / CULMINÂNCIA

Culminância Online:
Mostra virtual de slides com trabalhos dos estudantes em plataformas como Google Meet.

Culminância presencial:
Exposição de banner e jogos matemáticos criados pelos estudantes.

OBSERVAÇÕES

REFERÊNCIAS

Apostila Foco na Aprendizagem.Disponível em: www. ced.seduc.ce.gov.br, 2001.
SOUZA, Joamir. PATARO, Patricia Moreno. Vontade de Saber Matemática. FTD, 2016.
https://www.stoodi.com.br/blog/matematica/3-motivos-para-voce-incluir-matematica-basica-no-seu-plano-de-estudos/
https://educacao.globo.com/matematica/assunto/matematica-basica.html.

Fonte: SEDUC-CE. Catálogo de Componentes Curriculares Eletivos, 2025.

7.2 Apresentação do Recurso Educacional

Como visto na seção anterior, o Catálogo de Componentes Curriculares Eletivos da SEDUC-CE apresenta o nome da eletiva e sua respectiva ementa. No entanto, não fornece material didático a ser utilizado pelo professor durante a aplicação da disciplina, tampouco recursos para o estudante ao longo do curso. Este trabalho, além de propor a criação de uma nova eletiva que valorize os saberes matemáticos culturais presentes no estado do Ceará, tem como recurso educacional a construção de um material didático de apoio tanto para o docente quanto para o discente.

Cada eletiva do catálogo possui carga horária mínima de 40 horas-aula, distribuídas em 20 encontros de duas horas-aula consecutivas. Considerando que cada hora-aula corresponde a 50 minutos, cada encontro totaliza 100 minutos. Assim, a eletiva foi organizada em 20 encontros, com abordagem prática, contextualizada e interdisciplinar.

Sua elaboração resulta da articulação entre conteúdos matemáticos tradicionais, como unidades de medida, cálculo de áreas, perímetros e proporções, e os saberes cotidianos presentes nas práticas do campo, como a medição de terras, divisão de lotes, controle de produção, uso de unidades agrárias regionais e resolução de problemas típicos da vida rural. Ao longo do trabalho, foram apresentados e fundamentados aspectos históricos, científicos e culturais que justificam a relevância da matemática agrária como tema gerador de aprendizagens significativas.

Utilizando-se dessas bases, o material didático foi estruturado da seguinte forma:

I. Ementa da eletiva;

II. Encontro 1 – Importância da matemática na agricultura, apicultura e agropecuária, com enfoque nas principais aplicações e desafios matemáticos no campo;

III. Encontro 2 – Unidades de medidas de comprimento do Sistema Internacional de Unidades (SI);

IV. Encontro 3 – Unidades de medidas de superfície do SI;

V. Encontro 4 – Fixação dos conteúdos estudados;

VI. Encontro 5 – Unidades de medidas agrárias;

VII. Encontro 6 – Conversão entre unidades do SI e unidades agrárias;

VIII. Encontro 7 – Perímetro de polígonos e área de figuras planas: quadrado, retângulo, paralelogramo e triângulo;

IX. Encontro 8 – Fixação dos conteúdos estudados;

X. Encontro 9 – Área de figuras planas: losango, trapézio e polígonos regulares;

XI. Encontro 10 – Comprimento da circunferência e área do círculo e da coroa circular;

XII. Encontro 11 – Área de outras figuras planas e resolução de problemas;

XIII. Encontro 12 – Fixação dos conteúdos estudados;

XIV. Encontro 13 – Planilha para conversão de unidades – Parte I;

XV. Encontro 14 – Planilha para conversão de unidades – Parte II;

XVI. Encontro 15 – Planilha para conversão de unidades – Parte III;

XVII. Encontro 16 – Planilha para conversão de unidades – Parte IV;

XVIII. Encontro 17 – Utilização do Google Earth;

XIX. Encontro 18 – Avaliação escrita;

XX. Encontro 19 – Preparação para a culminância;

XXI. Encontro 20 – Culminância;

XXII. Banco de exercícios;

XXIII. Referências;

O primeiro tópico apresenta, em detalhes, a ementa da eletiva com todos os elementos exigidos para sua submissão ao catálogo da SEDUC-CE. O segundo tópico, correspondente ao primeiro encontro, propõe reflexões sobre a importância da matemática no campo, ilustradas por exemplos contextualizados e pelos desafios de sua aplicação prática.

Os tópicos III e IV, relativos aos encontros 2 e 3, abordam as unidades de comprimento e de superfície do Sistema Internacional de Unidades (SI). O tópico V, referente ao quarto encontro, é voltado à fixação dos conteúdos abordados nos encontros anteriores, incluindo a correção das atividades, esclarecimento de dúvidas e reforço de conceitos fundamentais. Sugere-se a condução de uma correção coletiva, incentivando a participação dos alunos na discussão de estratégias e raciocínios utilizados. O material inclui gabaritos para facilitar esse processo.

Os tópicos VI e VII, correspondentes aos encontros 5 e 6, abordam as unidades agrárias utilizadas no campo e sua conversão com as unidades do SI. Os tópicos VIII, X, XI e XII (encontros 7, 9, 10 e 11) tratam dos conceitos e cálculos de perímetros e áreas de figuras planas, com problemas que utilizam tanto unidades do SI quanto unidades agrárias.

Os tópicos IX e XIII (encontros 8 e 12) destinam-se à retomada dos conteúdos e à aplicação de atividades semelhantes às dos encontros anteriores, reforçando o aprendizado. Os tópicos XIV a XVII (encontros 13 a 16) exploram o uso de planilhas eletrônicas automatizadas, desenvolvidas no Excel, para cálculo de perímetros, áreas e conversão de unidades. São fornecidos QR Codes para acesso às planilhas já prontas, disponíveis em um diretório no Google Drive.

O tópico XVIII (encontro 17) propõe a utilização do Google Earth como ferramenta complementar para o cálculo de áreas e perímetros de espaços urbanos e rurais, além de sugerir outras tecnologias com potencial semelhante.

O tópico XIX (encontro 18) é dedicado à aplicação de uma avaliação escrita. Sugestões de questões e testes são disponibilizadas para que o professor possa avaliar o progresso dos estudantes ao longo da disciplina.

Os tópicos XX e XXI (encontros 19 e 20) referem-se à culminância da eletiva. São propostas atividades finais de sistematização do conteúdo, com apresentações e socialização de produções realizadas pelos alunos.

O tópico XXII oferece um banco de exercícios complementares, que podem ser utilizados como atividades extracurriculares, de recuperação ou aprofundamento. Já o tópico XXIII apresenta as referências utilizadas na elaboração do material didático.

Além do recurso educacional desenvolvido, foram elaborados materiais auxiliares destinados a apoiar o professor durante as aulas, contribuindo para a aplicação prática dos conteúdos e para o uso de tecnologias associadas à matemática agrária. Esses materiais correspondem à tabela de conversão de unidades e à tabela de cálculo de áreas produzida no Excel, que poderão ser utilizadas em diferentes momentos da proposta pedagógica.

Para facilitar o acesso, os dois arquivos estarão reunidos em uma pasta pública no Google Drive. Foi gerado um QR Code (figura 59) que permite o acesso direto a essa pasta e que poderá ser incluído no catálogo ou afixado em ambientes escolares.

Figura 59: QR code de acesso ao drive.

Fonte: Elaborada pelo autor.

O recurso educacional completo, com todo o conteúdo da eletiva, estará disponível exclusivamente na plataforma EduCapes, que reúne materiais abertos voltados à educação. Por meio dela, professores, estudantes e demais interessados poderão acessar livremente o material, fortalecendo o compartilhamento de saberes e práticas educacionais.

7.3 Ementa da eletiva “Introdução à Matemática Agrária”

A eletiva está organizada em torno de três eixos principais:

1. Contextualização histórica e cultural da matemática no meio agrário;
2. Estudo e conversão de unidades de medida convencionais e não convencionais;
3. Aplicação da matemática no cotidiano do campo, por meio de problemas reais e do uso de tecnologias acessíveis.

Seu desenvolvimento também considerou a necessidade de valorizar os saberes locais e ampliar o repertório matemático dos estudantes, especialmente daqueles que, mesmo oriundos da zona rural, muitas vezes desconhecem as conexões entre o conhecimento matemático formal e as práticas de seus próprios territórios.

Além de servir como proposta pedagógica para aplicação nas escolas da rede estadual, o recurso educacional será submetido ao catálogo oficial de unidades curriculares eletivas da Secretaria da Educação do Estado do Ceará (SEDUC), o que permitirá sua eventual adoção por outras instituições de ensino.

A seguir, apresenta-se a ementa completa da disciplina:

1. UNIDADE CURRICULAR ELETIVA: Introdução à Matemática Agrária.
2. DURAÇÃO: 40 h/a.
3. OBJETIVOS:
   - GERAL: Compreender e aplicar conceitos matemáticos fundamentais, como medidas de comprimento, perímetro e área, no contexto agrário, promovendo a interpretação e resolução de problemas relacionados ao planejamento de manejo de espaços rurais.
   - ESPECÍFICOS: Identificar e utilizar corretamente as unidades de medida de comprimento e de superfície do Sistema Internacional de Unidades (SI), bem como as unidades tradicionais empregadas no meio rural, como polegada, chave, palmo, braça, légua, centiare, are, hectare, tarefa e alqueire; Aplicar conceitos de comprimento, perímetro e área na medição, organização e planejamento de terrenos agrícolas, resolvendo problemas matemáticos associados à divisão e ao aproveitamento de espaços rurais; Relacionar os cálculos agrários com práticas cotidianas da agricultura, apicultura e agropecuária, desenvolvendo a capacidade de

estimar e comparar áreas utilizando diferentes unidades de medida; Analisar e desenvolver algoritmos, com o auxílio de ferramentas tecnológicas, para realizar conversões precisas entre unidades agrárias e do Sistema Internacional, promovendo maior padronização e eficiência nas medições.

4. JUSTIFICATIVA: O estado do Ceará apresenta grande diversidade de atividades agrícolas, que desempenham papel essencial na economia e no sustento de diversas comunidades. Nesse cenário, a matemática é uma ferramenta indispensável para o planejamento, a medição de áreas e a conversão de unidades agrárias, contribuindo para o uso eficiente da terra e o desenvolvimento sustentável. A eletiva Introdução à Matemática Agrária propõe contextualizar esses conhecimentos na realidade do semiárido, promovendo uma aprendizagem prática e significativa. Ao integrar conteúdos matemáticos com situações do cotidiano rural, a disciplina desenvolve habilidades analíticas e prepara os estudantes para desafios acadêmicos e profissionais, incluindo o uso de tecnologias aplicadas ao planejamento territorial.

5. OBJETOS DO CONHECIMENTO: Introdução à Matemática Agrária – importância da matemática na agricultura, apicultura e agropecuária, além das principais aplicações e desafios matemáticos no campo; Unidades de medida de comprimento e de área do Sistema Internacional (SI): metro, metro quadrado, seus múltiplos, submúltiplos e conversões com aplicações agrárias; Unidades agrárias tradicionais: polegada, chave, palmo, braça, légua, centiare, are, hectare, tarefa e alqueire, com ênfase na conversão entre sistemas de medida; Tecnologias aplicadas ao cálculo de áreas e conversão de unidades; Resolução de problemas práticos relacionados ao contexto rural.

6. OBJETIVOS DA APRENDIZAGEM:

   - COMPETÊNCIAS: Compreender e interpretar as unidades de medida agrárias no contexto da produção rural; Aplicar a matemática no planejamento do espaço e uso sustentável da terra; Utilizar tecnologias para medições e planejamentos agrários; Resolver problemas práticos com pensamento crítico no campo.
   - HABILIDADES: Converter unidades do SI, medidas tradicionais e unidades agrárias; Calcular perímetro e área de terrenos para atividades no campo; Otimizar o uso da terra com base em cálculos matemáticos; Usar planilhas e Google Earth para conversões e medições; Resolver problemas práticos do meio rural.

7. RECURSOS DIDÁTICOS: Material didático da eletiva (impresso e digital); Planilhas no Excel para conversões e cálculos; Google Earth com imagens e mapas de áreas rurais; Papel, régua, fita métrica, calculadora e malhas quadriculadas; Vídeos e tutoriais online; Laboratórios de informática e matemática; Medições no espaço escolar.

8. AVALIAÇÃO: Participação e envolvimento nas atividades propostas; Exercícios e atividades práticas; Apresentação de projetos finais; Reflexão sobre a aplicação dos conceitos na vida cotidiana.

9. SUGESTÃO DE PRODUTO FINAL / CULMINÂNCIA: Projeto de Planejamento e Otimização de Espaços Rurais – Os alunos irão desenvolver um projeto de planejamento de uma propriedade rural, aplicando conceitos de medidas de comprimento, área e perímetro para otimizar o uso do terreno, considerando a sustentabilidade e a eficiência. Utilizando ferramentas tecnológicas como Excel e Google Earth, os estudantes criarão modelos digitais e físicos, apresentando soluções práticas para a divisão e uso do espaço de acordo com a atividade rural escolhida (agricultura, apicultura ou agropecuária). A culminância envolve apresentação oral, relatório e reflexões sobre o impacto do projeto no campo.

10. OBSERVAÇÕES: A sugestão de culminância pode ser adaptada para dentro do espaço escolar, com os alunos simulando a divisão de um espaço como se fosse uma propriedade rural; (QR Code para o material didático — figura59).

11. REFERÊNCIAS:

MOREIRA, José Genivaldo do Vale; SILVA, Luana de Fátima Nunes; OLIVEIRA, Márcia Cristina dos Santos. *Matemática Básica Aplicada às Ciências Agrárias.* 1. ed. São Paulo: S. S. Editora, 2020. Disponível em: `https://sseditora.com.br/wp-content/uploads/Matematica-basica-aplicada-as-Ciencias-Agrarias-Volume-1.pdf`. Acesso em: 11 mar. 2025.

DULCE, Osvaldo; POMPEU, José Nicolau. *Fundamentos da matemática elementar: geometria plana.* 8. ed., 7. reimpr. São Paulo: Atual, 2005. v. 9.

Dessa forma, a ementa consolida os princípios pedagógicos que orientam a proposta, oferecendo um panorama claro dos conteúdos e metodologias que serão abordados. Sua estrutura busca garantir a coerência entre os objetivos da eletiva e as estratégias de ensino, favorecendo a organização do trabalho docente e a efetiva aprendizagem dos estudantes.

Capítulo 8

Considerações finais

O presente trabalho teve como objetivo principal a elaboração de uma disciplina eletiva intitulada Introdução à Matemática Agrária, voltada aos estudantes do Ensino Médio da rede pública estadual do Ceará. A proposta surgiu a partir da constatação de uma lacuna existente entre os saberes matemáticos escolares e os conhecimentos empíricos presentes nas práticas cotidianas das comunidades rurais. Ao integrar saberes tradicionais e conteúdos formais, o trabalho buscou valorizar a cultura local, promover o ensino contextualizado e fortalecer a identidade dos estudantes frente ao território em que estão inseridos.

Durante o desenvolvimento do trabalho, foi possível evidenciar a importância histórica e cultural da geometria na organização do espaço, sobretudo no meio rural, onde a medição de terras, o planejamento de cultivos, a construção de cercas e a distribuição de recursos naturais dependem de noções geométricas fundamentais. A fundamentação teórica apresentou também os princípios da etnomatemática, conforme propostos por D'Ambrosio, destacando a legitimidade dos saberes produzidos em contextos culturais diversos e sua relevância para o ensino.

A matemática agrária, embora não reconhecida formalmente como um ramo da matemática, mostrou-se como um campo de aplicação prática e significativa do conhecimento matemático, especialmente no que diz respeito ao uso de unidades de medida não padronizadas, como a braça, a légua e a tarefa, ainda amplamente utilizadas em zonas rurais nordestinas. Ao aproximar essas unidades das medidas oficiais do SI, o material didático desenvolvido possibilita a transição entre diferentes sistemas de mensuração e promove uma aprendizagem mais crítica e reflexiva.

Outro ponto de destaque foi a utilização de ferramentas tecnológicas no ensino, como planilhas automatizadas e aplicativos de georreferenciamento, os quais ampliam as possibilidades pedagógicas e favorecem a interdisciplinaridade. Esses recursos auxiliam na compreensão de conceitos matemáticos ao mesmo tempo em que desenvolvem competências digitais alinhadas às exigências do mundo contemporâneo.

A disciplina proposta não apenas cumpre os objetivos estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular, ao promover a resolução de problemas e o uso de situações contextualizadas, como também oferece uma alternativa pedagógica inovadora e culturalmente significativa. Sua inclusão no catálogo de unidades curriculares eletivas da Secretaria da Educação do Estado do Ceará representa uma oportunidade concreta de tornar o ensino da matemática mais próximo da realidade dos estudantes, especialmente daqueles oriundos de comunidades do interior com forte vínculo com o campo.

Por fim, espera-se que este trabalho contribua não apenas para a formação de professores e gestores mais atentos às especificidades regionais, mas também para o fortalecimento de práticas pedagógicas que valorizem os saberes locais como parte legítima do currículo escolar. Ao integrar a matemática formal aos conhecimentos empíricos das comunidades rurais, esta proposta se alinha a uma perspectiva de educação comprometida com a inclusão, a equidade e o reconhecimento da diversidade cultural.

A eletiva Introdução à Matemática Agrária representa, nesse sentido, uma estratégia concreta de articulação entre escola e território, capaz de fomentar o protagonismo estudantil, estimular a permanência escolar e ampliar o repertório matemático dos alunos por meio de experiências contextualizadas e socialmente significativas. Trata-se de um passo importante na construção de uma educação pública que não apenas ensina, mas também escuta, respeita e aprende com os saberes do povo.

Referências

ANTUNES, José Erasto Bueno. **A Matemática em Medidas Agrárias de Propriedades Rurais**. [*S. l.: s. n.*], 2010. Ponta Grossa: Universidade Estadual de Ponta Grossa. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://pt.scribd.com/document/636383010/Medidas-Rurais-2010-uepg-mat-artigo-jose-erasto-bueno-antunes?utm_source=chatgpt.com`. Acesso em: 7 ago. 2025.

ASSIS, André Koch Torres; MAGNAGHI, Ceno Pietro. **The Illustrated Method of Archimedes: The Measurement of a Circle**. Montreal: C. Roy Keys Inc., 2012. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://www.ifi.unicamp.br/~assis/The-Illustrated-Method-of-Archimedes.pdf`. Acesso em: 1 jul. 2025.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. Tradução: Eliane M. F. T. da Fonseca. 3. ed. americana. 4. reimp. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. [*S. l.*]: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://basenacionalcomum.mec.gov.br/`. Acesso em: 12 jul. 2025.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. [*S. l.*]: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf`. Acesso em: 1 maio 2025.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Matemática e suas Tecnologias**. [*S. l.*]: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf`. Acesso em: 1 maio 2025.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. [*S. l.*]: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental, 1997. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf`. Acesso em: 1 maio 2025.

CARNEIRO, Moaci Alves. **LDB fácil: leitura crítico-compreensiva, artigo a artigo**. 17. ed. atualizada e ampliada. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

CEARÁ. **Catálogo de Unidades Curriculares Eletivas**. Fortaleza: Secretaria da Educação do Estado do Ceará, 2025. Documento institucional.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Grandezas, Medidas e Programação**: Matemática e suas Tecnologias – Ensino Médio: Manual do Professor. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2020. (Coleção Um Quadrante). PNLD 2021, Objeto 2, material de divulgação. ISBN 978-65-5744-106-0. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://pnld.mec.gov.br/`. Acesso em: 4 ago. 2025.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. Nova edição**. [*S. l.*]: Autêntica Editora, 2019.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar: geometria plana**. 8. ed. São Paulo: Atual, 2005. v. 9. 7. reimpressão.

EMBRAPA. **Construções para bovinos de corte**. Campo Grande, MS: Embrapa Gado de Corte, 2004. (Documentos, 144). Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://ainfo.cnptia.embrapa.br/digital/bitstream/item/45536/1/SID-DOCUMENTOS-162-SISTEMA-DE-PRODUCAO-PARA-BOVINO-DE-CORTE-CDU-636-2-08.pdf`. Acesso em: 30 jul. 2025.

FLEURY, Maria Tereza Leme; WERLANG, Sergio R. C. **Pesquisa aplicada: conceitos e abordagens**. v. 11. [*S. l.: s. n.*], 2016. p. 10–15. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://periodicos.fgv.br/apgvpesquisa/article/download/72796/69984/150874`. Acesso em: 16 set. 2025.

FONSECA, João José Saraiva da. **Metodologia da pesquisa científica**. [*S. l.: s. n.*], 2002. Apostila. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20http://www.ia.ufrrj.br/ppgea/conteudo/conteudo-2012-1/1SF/Sandra/apostilaMetodologia.pdf`. Acesso em: 23 set. 2025.

FREITAS, Jorge Ricardo Carvalho de. **A braça num contexto etnomatemático: seus aspectos políticos, sociais e econômicos nos canaviais da Mata Sul de Pernambuco**. 2018. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://repositorio.pgsscogna.com.br/bitstream/123456789/32026/1/TESE%20DE%20JORGE%202018.pdf`. Acesso em: 13 jul. 2025.

FREITAS, Jorge Ricardo Carvalho de. **Contexto histórico sócio-cultural das unidades agrárias não oficiais utilizadas na Mata Sul de Pernambuco e no IFPE–Campus Barreiros**. [*S. l.: s. n.*], 2010. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) – Instituto Federal de Pernambuco, Campus Barreiros. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://repositorio.ifpe.edu.br/xmlui/handle/123456789/32026`. Acesso em: 13 jul. 2025.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://ayanrafael.com/wp-content/uploads/2011/08/gil-a-c-mc3a9todos-e-tc3a9nicas-de-pesquisa-social.pdf`. Acesso em: 16 set. 2025.

MATTOS, José Roberto Linhares (org.) **Etnomatemática: saberes do campo**. Curitiba: Editora CRV, 2016. Prefácio de Ubiratan D'Ambrosio. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://etnomatematica.org/home/?p=7823`. Acesso em: 13 jul. 2025.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://www.faed.udesc.br/arquivos/id_submenu/1428/minayo__2001.pdf`. Acesso em: 16 set. 2025.

ONOFRE, Eduardo José de Oliveira. **Medidas de comprimento e de área: um estudo sobre unidades de medidas e sobre o cálculo de áreas de algumas figuras planas**. [*S. l.*]: Universidade Federal da Paraíba, 2018.

PRANKE, Amanda; FRISON, Lourdes Maria Bragagnolo; FONSECA, Márcia Souza da. **Saberes e fazeres matemáticos em uma comunidade rural tradicional do interior do Rio Grande do Sul**. v. 15. Florianópolis: [*s. n.*], 2020. p. 1–17. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e67491`. Acesso em: 12 jul. 2025.

SANTOS, Daniel Tebaldi. **O uso de algoritmos e programação no ensino de matemática**. [*S. l.: s. n.*], 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Disponível em: `Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://pt.scribd.com/document/397689214/O-uso-de-algoritmos-e-programacao-no-ensino-da-Matematica`. Acesso em: 14 jul. 2025.

SILVA, Cláudio Daniel Dias; OVIGLI, Daniel Fernando Bovolenta. **Levantamento das Unidades de Medida Não Convencionais Utilizadas na Comunidade Moreira, Rio Pardo de Minas/MG: Um Olhar Etnomatemático**. v. 21. [*S. l.: s. n.*], 2020. p. 79–94. Disponível em:

Dispon%C3%ADvel%20em:%20https://sbembrasil.org.br. Acesso em: 3 jun. 2025.

SILVA, José Reinaldo Nogueira da. **Etnomatemática: abordagem dos diversos tipos de unidades de medidas e sua utilização no sertão alagoano**. Maceió: [*s. n.*], 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) — Universidade Federal de Alagoas. Disponível em: Dispon%C3%ADvel%20em:%20http://www.repositorio.ufal.br/jspui/handle/riufal/2347. Acesso em: 4 ago. 2025.