



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BRAGANÇA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
- PROFMAT

**MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DE GEOMETRIA NO
ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PRÁTICA INVESTIGATIVA**

LUIZ ALEY SILVA GOMES

BRAGANÇA – PA
2025

LUIZ ALEY SILVA GOMES

**MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DE GEOMETRIA NO
ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PRÁTICA INVESTIGATIVA**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal do Pará (UFPA), Campus Universitário de Bragança, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Edilene Farias Rozal

BRAGANÇA – PA

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)

G633m Gomes, Luiz Aley Silva.
Modelagem matemática e o ensino de geometria no
ensino fundamental: uma prática investigativa / Luiz Aley
Silva Gomes. — 2025.
59 f. : il. color.

Orientador(a): Prof^ª. Dra. Edilene Farias Rozal
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,
Campus Universitário de Bragança, Programa de Mestrado
Profissional em Ensino da Matemática, Bragança, 2025.

1. Ensino de geometria. 2. Modelagem matemática.
3. Semelhança de triângulos. 4. Teorema de Tales. 5.
Prática investigativa. I. Título.

CDD 510

LUIZ ALEY SILVA GOMES

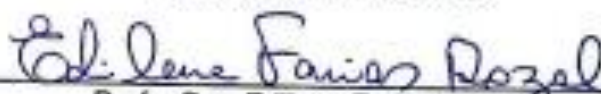
MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO
FUNDAMENTAL: UMA PRÁTICA INVESTIGATIVA

Dissertação apresentada ao
programa de Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional –
PROFMAT da Universidade Federal
do Pará, Campus Universitário de
Bragança, como requisito parcial
para a obtenção do grau de Mestre
em Matemática.

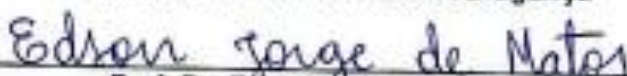
Orientadora: Profa. Dra. Edilene Farias Rozal

DATA DE APROVAÇÃO: 30/08/2025

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Edilene Farias Rozal
Orientadora – PROFMAT/UFGPA/Bragança



Prof. Dr. Edson Jorge de Matos
Examinador Interno – PROFMAT/UFGPA/Bragança



Profa. Dra. Marly dos Anjos Nunes
Examinadora Interna – PROFMAT/UFGPA/Bragança



Profa. Ma. Layane Caroline Silva Lima Braun
Examinadora Externa – SEDUC/Pará



Prof. Dr. Rogério Andrade Maciel
Examinador Externo – PPLSA/UFGPA/Bragança

Bragança-PA
2025

À minha esposa por toda confiança e paciência em lidar com minhas viagens semanais, e pelo incentivo para que eu pudesse chegar ao fim de mais essa etapa acadêmica.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a Deus, por me abençoar com sabedoria e persistência para superar as dificuldades, e alcançar meus objetivos.

À minha família — esposa, pais, irmãos e filhas — aos amigos e colegas de trabalho, que sempre estiveram ao meu lado com palavras de ânimo, incentivo e torcida; agradeço-lhes por todo o apoio a mim concedido ao longo desta etapa tão importante da minha vida.

À Rayane, Ton e filhas por me acolherem com carinho e apoio durante os dois anos de curso na cidade de Bragança-PA.

À Universidade Federal do Pará e ao PROFMAT, pela valiosa oportunidade de cursar um programa de Mestrado, conduzido com competência e qualidade pela coordenação, professores e pelo corpo administrativo.

Agradeço aos professores por compartilharem suas experiências e conhecimentos acadêmicos necessários à minha formação e atuação sólidas na rede de Educação Básica da cidade de Paragominas-PA.

Aos amigos do PROFMAT, pelo companheirismo fundamental na superação das dificuldades enfrentadas tanto nas disciplinas quanto na jornada como Professor de Matemática, e pelos momentos de troca e convivência que nos transformaram em uma verdadeira família.

À professora Dra. Edilene Farias Rozal, pela disponibilidade em me orientar na construção deste trabalho.

Aos professores que gentilmente aceitaram compor a Banca Examinadora, pela valiosa colaboração e pelas contribuições que enriqueceram e aprimoraram a presente dissertação.

RESUMO

Esta dissertação tem como objetivo investigar as contribuições da Modelagem Matemática para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental, por meio da elaboração, aplicação e avaliação de uma sequência didática que explore conceitos geométricos em situações e problematizações de fenômenos do cotidiano. O estudo sobre Geometria no Ensino Fundamental, aplicado em uma Escola Municipal de Paragominas-PA, teve como foco os conceitos de semelhança de triângulos e no Teorema de Tales. Partindo da constatação de que a Geometria muitas vezes é trabalhada de forma fragmentada e pouco vinculada ao cotidiano, foi desenvolvida uma sequência didática que relaciona momentos teóricos e práticas de campo, em especial a medição indireta de alturas de postes e objetos altos por meio do uso de sombras. A pesquisa adotou metodologia qualitativa e envolveu turmas de 9º ano em uma escola pública, examinando tanto as estratégias investigativas dos alunos quanto as percepções sobre a relevância dos conceitos geométricos. Observou-se que a prática de Modelagem impulsionou a apropriação de termos geométricos, a autoconfiança em resolução de problemas e o entendimento das relações de proporcionalidade espacial. Como perspectiva futura, recomenda-se a ampliação da proposta para conteúdos adicionais (como trigonometria em triângulos e geometria analítica) fomentando a cultura de investigação e a integração entre teoria e prática na sala de aula. Este trabalho mostra indícios de que, a modelagem matemática, por meio da medição de sombras e da utilização da semelhança de triângulos, mostrou-se uma estratégia pedagógica eficaz para aproximar os estudantes do conhecimento geométrico. Essa metodologia não somente despertou o interesse dos alunos pela Matemática, como também evidenciou a relevância do conteúdo para a compreensão do mundo ao seu redor, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e duradoura. Os resultados mostraram uma mudança substancial na participação discente, que se revelou mais envolvida e reflexiva quando confrontada a situações reais de problematização.

Palavras-chave: Ensino de geometria; Modelagem matemática; Semelhança de triângulos; Teorema de Tales; Prática investigativa.

ABSTRACT

This dissertation aims to investigate the contributions of mathematical modeling to geometry teaching in elementary school through the development, application, and evaluation of a teaching sequence that explores geometric concepts in everyday situations and problematizations of phenomena. The study of geometry in elementary school, conducted at a municipal school in Paragominas, Pará, focused on the concepts of triangle similarity and Thales' Theorem. Based on the observation that geometry is often taught in a fragmented manner and with little connection to everyday life, a teaching sequence was developed that combines theoretical moments and field practices, particularly the indirect measurement of the heights of poles and tall objects through the use of shadows. The research adopted a qualitative methodology and involved 9th-grade classes in a public school, examining both students' investigative strategies and their perceptions of the relevance of geometric concepts. It was observed that modeling practice boosted the appropriation of geometric terms, self-confidence in problem-solving, and the understanding of spatial proportionality relationships. As a future perspective, we recommend expanding the proposal to include additional content (such as trigonometry in triangles and analytic geometry), fostering a culture of inquiry and the integration of theory and practice in the classroom. This work shows evidence that mathematical modeling, through shadow measurement and the use of triangle similarity, proved to be an effective pedagogical strategy for introducing students to geometric knowledge. This methodology not only sparked students' interest in mathematics but also highlighted the relevance of the content for understanding the world around them, contributing to more meaningful and lasting learning. The results showed a substantial change in student participation, which became more engaged and reflective when faced with real-world problem-solving situations.

Keywords: Geometry education; Mathematical modeling; Triangle similarity; Thales' Theorem; Investigative practice.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I	
1 MEMORIAL ACADÊMICO	4
1.1 OBJETIVO GERAL	9
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	9
CAPÍTULO II	
2 FUNDAMENTANDO TEORICAMENTE A MODELAGEM MATEMÁTICA	10
2.1 ALGUMAS CONCEPÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA	16
2.2 A RELAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DA GEOMETRIA	20
CAPÍTULO III	
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	25
3.1 CAMINHOS DA PESQUISA	25
3.2 SUJEITOS DA PESQUISA	26
3.3 CARACTERIZANDO O CENÁRIO DA PESQUISA	27
CAPÍTULO IV	
4 TÉCNICA OU METODOLOGIA UTILIZADA NA COLETA	29
4.1 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO	29
4.2 AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.....	30
4.2.1 Atividade 1: Apresentação e Contextualização	30
4.2.2 Atividade 2: Conhecendo o teorema de Tales	31
4.2.3 Atividade 3: Desvendando a semelhança de triângulos	33
4.2.4 Atividade 4: Atividade de campo	34
4.3. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	36
CAPÍTULO V	
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
REFERÊNCIAS	42
PRODUTO FINAL: sequência didática	47

INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática, sobretudo no que concerne aos conteúdos de Geometria, tem um papel importante na formação de sujeitos críticos e capazes de compreender e intervir no ambiente em que vivem. Diferentes pesquisas revelam que, ao longo do percurso escolar, a Geometria muitas vezes é tratada de forma fragmentada ou meramente procedimental, comprometendo a significação dos conceitos por parte dos discentes (Souza, 2021; Rosa, 2020). O cenário ganha relevância ao se considerar as demandas atuais, em que a compreensão espacial e a capacidade de modelar situações do cotidiano se tornam ainda mais essenciais, seja em atividades práticas, seja na interpretação de fenômenos naturais ou problemas sociais.

A necessidade de ultrapassar práticas pedagógicas tradicionais, centradas apenas na transmissão de fórmulas e propriedades geométricas, leva a reflexões acerca de metodologias que sejam capazes de conciliar teoria e prática, incentivando um aprendizado ativo e participativo. Nesse contexto, a Modelagem Matemática tem surgido como proposta pedagógica que coloca o aluno em contato direto com situações reais da vida cotidiana, demandando dele a formulação de hipóteses, a coleta e análise de dados, bem como a construção ou revisão de modelos representativos da realidade (Bassanezi, 2002; Burak, 1992). Metodologias centradas nessa (nova) perspectiva se mostram especialmente frutíferas ao trabalhar conteúdos de Geometria no Ensino Fundamental, pois valorizam a exploração de sólidos, figuras planas, simetrias, transformações e diversos outros conceitos que podem ser exemplificados por meio de problemas do cotidiano, tais como o cálculo de áreas, a verificação de distâncias inacessíveis ou a interpretação de fenômenos físicos.

Entretanto, conforme autores como Souza (2015) e Silva (2019), vários estudos têm apontado para dificuldades na formação inicial e continuada de professores, que muitas vezes não se sentem seguros em aplicar práticas investigativas ou em articular a Geometria com a Modelagem Matemática. Segundo os autores, falta-lhes tanto um repertório de estratégias didáticas quanto um entendimento sobre as possibilidades de conexão entre o conhecimento geométrico e o cotidiano. Baseado nessa realidade que, conforme mencionado, também se mostra em contextos de ensino de Matemática no município de Paragominas, a presente dissertação propõe uma

reflexão sobre o ensino de Geometria no Ensino Fundamental, investigando possibilidades de associação com a Modelagem Matemática calcada em problemas reais do cotidiano discente.

A importância do tema discutido reside na constatação de que a Geometria tem sido historicamente relegada a um plano secundário em muitos currículos escolares, seja por falta de material didático específico, seja pelo predomínio de práticas que enfatizam cálculo algébrico em detrimento de construções e visualizações espaciais. Da mesma forma, por assumir como pressuposto que a resolução de problemas tem potencial para alavancar o interesse dos alunos e contribuir para uma aprendizagem duradoura, dada a sua natureza dinâmica, ativa e reflexiva (de sua própria realidade).

Dessa forma, os objetivos desta pesquisa foram delineados de maneira a: (i) investigar como a Modelagem Matemática pode fomentar o engajamento dos estudantes no estudo da Geometria; (ii) analisar as estratégias mobilizadas pelos discentes em atividades de medição e comparação de objetos altos, com base na semelhança de triângulos e no Teorema de Tales; (iii) elaborar uma sequência didática que integre momentos teóricos e práticos, promovendo a transposição didática dos conteúdos geométricos para problemas reais e (iv) avaliar as percepções, potencialidades e dificuldades dos alunos em relação ao uso da Modelagem Matemática como recurso de aprendizagem.

Ao longo da dissertação, são apresentados os resultados de uma intervenção pedagógica desenvolvida em turmas de 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública, visando a análise das potencialidades e desafios intrínsecos ao uso de Modelagem Matemática em Geometria. Esse processo pretende demonstrar como a prática de campo (medição de sombras, uso de instrumentos simples como régua de pedreiro, trenas e níveis) pode conduzir os estudantes ao entendimento dos conceitos de conteúdos de Geometria, como o Teorema de Tales e a semelhança de triângulos. Desse modo, a pesquisa busca tanto demonstrar a viabilidade de propostas inovadoras, como oferecer um produto educacional que possa servir de referência a outros professores e pesquisadores.

Espera-se que a discussão apresentada contribua para o campo da Educação Matemática ao mostrar caminhos para a superação de uma prática pedagógica fragmentada e meramente repetitiva do ensino de Geometria, apontando para a Modelagem Matemática como um meio capaz de potencializar o raciocínio, o trabalho colaborativo e a reflexão crítica. Assim, esta dissertação almeja auxiliar no

desenvolvimento de práticas pedagógicas mais coerentes com as demandas contemporâneas, em que a Matemática é entendida como linguagem para interpretar e transformar o mundo.

CAPÍTULO I

1 MEMORIAL ACADÊMICO

Sou Luiz Aley Silva Gomes, natural do estado do Pará, município de São Miguel do Guamá. Sou professor concursado na área de Matemática desde o ano de 2008 no município de Paragominas, também no estado do Pará. Minha vida profissional é reflexo de uma caminhada pessoal de sucesso.

Sou o segundo filho de uma família composta por sete pessoas, sendo meus pais e mais quatro irmãos. Destes, outros dois são professores, sendo um com atuação na área de Letras na Universidade Federal do Pará em Belém e outro na área de Educação Física, atuando no município de Paragominas. Minhas duas irmãs atuam no segmento empresarial no município de São Miguel do Guamá, onde vivem também meus pais. Sou casado desde 2007 com Alessandra dos Santos Alves e pai de duas meninas, Helena Alves Gomes e Cecília Alves Gomes.

Os dois eixos familiares descritos são aqueles que sustentam minha vida profissional iniciada ainda durante minha formação na Educação Básica realizada inteiramente no sistema público de ensino; sou orgulhoso, portanto, de ser um profissional formado e com atuação na educação pública. Minha formação na Educação Básica ocorreu em meu município de origem, tendo estudado da 1ª a 4ª séries na Escola Municipal Licurgo Peixoto (1988-1993), da 5ª a 8ª séries na Escola Municipal Padre Leandro Pinheiro (1994-1997) e o Ensino Médio na Escola Estadual Frei Miguel de Bulhões (1998-2000).

Sobretudo essa fase de minha formação básica, foi inteiramente alicerçada pelo incentivo que tive de meus pais que, embora semianalfabetos, sempre reconheceram a importância da educação escolarizada para uma vida adulta mais “tranquila”. Meus pais foram sempre os grandes incentivadores de meus estudos, assim como o de meus irmãos também. Eles contam que em suas origens familiares na zona rural do município de Bonito, localizado às proximidades de São Miguel do Guamá, sempre tiveram a certeza de que educar seus filhos seria uma saída para uma vida melhor, motivo que os levou a migrarem para São Miguel do Guamá; o que do meu ponto de vista deu muito certo considerando que hoje todos os meus irmãos vivem bem em razão das profissões escolhidas.

No Ensino Fundamental, mais precisamente no 9º ano (8ª série), eu comecei a observar e a gostar da área de Matemática quando disputava com um colega de classe quem conseguiria melhores notas em todas as disciplinas. Minhas notas na disciplina sempre eram melhores que as de qualquer outra área. Foi naquele ano que aprendi equação do 2º grau, sistema de equações do 1º grau, dentre outros conteúdos. Me agradava muito em termos de formação lidar com aquele conjunto abstrato de números, de fórmulas, de equações, etc.

Minha jornada rumo ao Ensino Superior é marcada por desafios, superações e importantes conquistas. Após as tentativas frustradas nos anos 2000 e 2001 para os cursos de Ciências Naturais na Universidade do Estado do Pará (UEPA), campus de São Miguel do Guamá, e Educação Física pela Universidade Federal do Pará (UFPA), Campus Castanhal, 2002 trouxe um capítulo transformador: além de tentar novamente Educação Física pela UFPA, prestei vestibular para o curso de Licenciatura Plena em Matemática pela UEPA, campus São Miguel do Guamá, no qual fui aprovado.

A aprovação na UEPA marcou um momento significativo na minha trajetória acadêmica. Após ser aprovado no vestibular, iniciei o curso no ano de 2003, um passo decisivo rumo à realização dos meus objetivos educacionais. Naquele ano, o campus oferecia três opções de graduação: Licenciatura Plena em Matemática, Licenciatura plena em Língua Portuguesa e Licenciatura Plena em Ciências Naturais. Apesar das possibilidades, não tive dúvidas de que meu caminho seriam as ciências matemáticas.

Escolher esse curso foi natural, pois sempre admirei a forma como a Matemática combina lógica, raciocínio e criatividade. A área não apenas desafia o pensamento analítico, mas também abre portas para explorar soluções inovadoras e aplicar o conhecimento em diversos contextos. Essa escolha representava mais do que um curso: era a oportunidade de mergulhar em uma área que sempre despertou meu interesse e que seria fundamental para minha formação pessoal e profissional.

Essa fase da minha vida foi marcada por esforço intenso, equilíbrio emocional e determinação para enfrentar as adversidades. Cada prova e cada decisão reforçaram em mim a importância do aprendizado contínuo e a crença de que as oportunidades são construídas com trabalho e dedicação. O conhecimento popular que diz que nada na vida se conquista sem esforço pessoal fazia cada vez mais sentido. Hoje, ao refletir sobre minha trajetória pessoal, reconheço que cada tentativa e conquista foram essenciais para moldar quem sou e os valores que carrego. As múltiplas experiências adquiridas durante esse período continuam a me inspirar na

busca por conhecimento e na construção de uma carreira pessoal e profissional significativa.

Durante os quatro anos na Universidade, fiz amizades com colegas e professores de diferentes regiões. Embora tenha enfrentado dificuldades financeiras, não deixei que isso me impedisse de aproveitar ao máximo a experiência acadêmica. Particpei ativamente de eventos como congressos, semanas acadêmicas e fóruns, que contribuíram significativamente para meu crescimento profissional e pessoal.

Libâneo (2000) ressalta que “a participação em eventos acadêmicos é crucial para o desenvolvimento na área da educação”, pois esses espaços “promovem a troca de conhecimentos, reflexões sobre práticas pedagógicas e avanços nas teorias educacionais”. Ele acrescenta que tais eventos são “oportunidades para aprofundar o entendimento de tendências pedagógicas e integrar teoria e prática, fortalecendo a formação contínua de educadores.”

Em julho de 2007, eu trabalhava no escritório de uma loja de móveis, mas, diante da falta de perspectivas de crescimento profissional, decidi buscar novas oportunidades. Foi então que resolvi participar do processo seletivo para o curso de Mineração na Escola de Ensino Técnico do Pará (EETEPA), localizada no município de Paragominas. Essa decisão marcou o início de uma nova fase na minha carreira, voltada para o aprimoramento e a ampliação das minhas possibilidades profissionais.

Durante o curso técnico, fui aprovado no concurso público do município de Paragominas, em dezembro de 2007. No entanto, ao concluir todas as disciplinas do curso de Mineração, enfrentei dificuldades para cumprir a carga horária exigida de estágio, pois a EETEPA não possuía convênios com empresas da área. Além disso, já estava trabalhando como professor na rede pública, o que tornou ainda mais desafiador conciliar os compromissos profissionais com as exigências acadêmicas.

Em 2008, após ser aprovado e convocado no concurso público da Secretaria Municipal de Educação de Paragominas, iniciei minha carreira no magistério como professor de Matemática na Escola Municipal de Ensino Fundamental Santo Antônio, onde lectionei de abril de 2008 até dezembro de 2016. De janeiro de 2017 a dezembro de 2020, atuei na Escola Municipal de Ensino Fundamental Hilda de Oliveira Sá. Desde janeiro de 2021, atuo na Escola Municipal de Ensino Fundamental Presidente Castelo Branco onde, sempre alicerçado em pilares como respeito e ética à minha profissão e ao discente, sigo contribuindo para a formação de discentes atentos e críticos à própria realidade.

Entre 2008 e 2010, na modalidade a distância, realizei o curso de Metodologia do Ensino de Matemática e Física oferecido em nível de pós-graduação *lato sensu* pela Faculdade Internacional de Curitiba (FACINTER), em parceria com a Prefeitura Municipal de Paragominas, PA. A formação contribuiu significativamente para o meu aprimoramento profissional; sobretudo, reafirmou minha certeza de que a aprendizagem é contínua.

Diante da trajetória docente conheci vários colegas de profissão, alguns com passagens rápidas e outros que convivo até hoje. Quanto aos discentes, encontrei alunos que deixaram marcas indeléveis. Lembro-me do Matheus, que se destacou nas Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), chegando a ganhar medalhas de prata e bronze. Ou de Maria, que superou dificuldades da disciplina para se tornar um excelente estudante. Esses alunos me ensinaram sobre resiliência, criatividade e paixão. Eles são exemplos de verdadeiro legado da minha carreira.

Durante o período da pandemia de Covid-19, por exemplo, vivi uma experiência desafiadora e transformadora como professor na Escola Municipal de Ensino Fundamental Presidente Castelo Branco. Juntamente com meus colegas, tive que adaptar rapidamente minhas práticas pedagógicas para o ensino remoto, um cenário até então pouco explorado na docência. Esse momento exigiu que eu estudasse, aprendesse e aplicasse diversas metodologias que envolviam recursos tecnológicos, buscando manter o vínculo com os alunos e garantir a continuidade do aprendizado.

Esse processo de adaptação foi intenso e demandou muito esforço, pois precisei me reinventar e explorar novas formas de ensinar que atendessem às necessidades dos estudantes naquele contexto tão desafiador. Participei de inúmeros lives, webinars e formações que ampliaram minhas habilidades tecnológicas e pedagógicas, essenciais para atuar no ensino remoto. Tais experiências, apesar das dificuldades, enriqueceram meu repertório didático e me permitiram utilizar múltiplos recursos para tornar as aulas mais dinâmicas e acessíveis.

A tecnologia, que antes era apenas um complemento, tornou-se fundamental para que o ensino chegasse até os alunos, mesmo com as limitações do isolamento social. Esse período evidenciou para mim a importância da inovação, da flexibilidade e do compromisso com a aprendizagem, mesmo frente às adversidades. Foi um momento de grande aprendizado coletivo, no qual percebi o valor do trabalho em grupo e da troca constante entre os professores da escola.

Ao longo dos anos de minha carreira, sempre busquei me atualizar por meio de leituras e estudos na área, consciente de que os conhecimentos matemáticos estão em constante evolução. Com o tempo, comecei a sentir a necessidade de retornar à Universidade para aprofundar minha formação. Foi então que decidi ingressar no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

Minha primeira tentativa de entrar em um Programa de Pós-Graduação aconteceu em 2012, na UFPA, campus Castanhal. Contudo, não fui classificado, o que me deixou desmotivado, principalmente por não ter conseguido desenvolver adequadamente as três questões subjetivas e por ter encontrado ex-professores da graduação tentando o mesmo ingresso.

Tentei novamente em 2019, 2021 e 2022, sempre com a persistência de quem acredita no próprio potencial. Em cada tentativa, aprendi mais sobre minha área e sobre mim mesmo. Finalmente, em minha última tentativa, fui aprovado no Programa de Pós-Graduação em Matemática da UFPA, campus Bragança, uma conquista que me enche de orgulho.

Os dois últimos anos no PROFMAT foram desafiadores. Com as constantes viagens de Paragominas a Bragança, cerca de 380 km, o tempo disponível para as atividades era sempre escasso. A rotina intensa exigia conciliar os estudos do programa com minha carga horária de trabalho na Escola Municipal de Paragominas. As viagens, muitas vezes longas e cansativas, tornaram-se parte da minha jornada, mas a vontade de concluir a pós-graduação me manteve motivado. A gestão do tempo e o equilíbrio entre as responsabilidades acadêmicas e profissionais foram cruciais. Apesar das dificuldades, essa experiência me proporcionou crescimento pessoal e profissional, reforçando minha determinação e certeza da grandiosidade da minha profissão e seu impacto na vida dos alunos. Vejo em muitos dos alunos ao longo dos anos as mesmas esperanças que eu tinha quando de meu tempo discente.

Na reta final do curso, na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), ministrada pela professora Edilene Rozal, fui desafiado a criar um artigo sobre Modelagem Matemática para submissão ao IX EPAMM (Encontro Paraense de Modelagem Matemática). Apesar do pouco tempo disponível, consegui concluir o desafio com dedicação. O artigo foi aprovado e, com muito orgulho, apresentei-o no evento, realizado Na Universidade Federal do Pará, Campus Belém, em 19 de outubro de 2024. Essa experiência não apenas me proporcionou o prazer de compartilhar meus conhecimentos, mas também consolidou minha paixão pela pesquisa e pela

aplicação de conceitos matemáticos em situações reais. Para finalizar essa breve trajetória da minha vida pessoal e profissional, reafirmo minha paixão pela Educação pública e a certeza de sua grandiosidade na vida da sociedade brasileira. Passo agora às questões da pesquisa e de seus resultados, que me caracterizam em outra (nova) face profissional: professor-pesquisador.

1.1. Objetivo geral

Investigar as contribuições da Modelagem Matemática para o ensino de Geometria no Ensino Fundamental utilizando-se da elaboração, aplicação e avaliação de uma sequência didática que explore conceitos geométricos em situações de medição indireta e problematização de fenômenos cotidianos.

1.2. Objetivos específicos

1. Investigar de que forma a Modelagem Matemática pode favorecer o engajamento dos estudantes no aprendizado da Geometria a partir de atividades práticas e investigativas.

2. Examinar as estratégias mobilizadas pelos alunos na resolução de tarefas de medição e comparação de objetos altos (postes, mastros etc.), aplicando os conceitos de semelhança de triângulos e do Teorema de Tales.

3. Elaborar um produto educacional, na forma de sequência didática, que integre momentos teóricos e práticos, de modo a promover a transposição didática dos conteúdos geométricos para situações do cotidiano.

4. Avaliar as percepções, potencialidades e dificuldades dos estudantes em relação ao uso da Modelagem Matemática como recurso de aprendizagem em Geometria, com base nos relatos e registros produzidos durante a experiência.

CAPÍTULO II

2 FUNDAMENTANDO TEORICAMENTE A MODELAGEM MATEMÁTICA

Refletir sobre o ensino de geometria no âmbito do Ensino Fundamental significa traçar um percurso histórico e epistemológico marcado por conflitos entre o conhecimento cotidiano, o conhecimento escolar e o conhecimento científico, como esclarece Souza (2021). O debate em torno dessas diferentes esferas demonstra a importância de compreender como se dá a mediação escolar de saberes geométricos que, por sua vez, não podem ser simplesmente “copiados” do campo científico para a sala de aula.

Nesse sentido, a transposição didática surge como meio para atenuar as distâncias entre a geometria presente nas práticas cotidianas e a maneira como ela é produzida na comunidade científica. Tal processo exige sensibilidade pedagógica, pois, como enfatiza Lopes (1999, p. 155), “é preciso pensar nos aspectos constitutivos do conhecimento escolar, no processo de constituição de suas configurações cognitivas próprias”. Assim, entender o que se ensina, por que se ensina e como se ensina constitui a base de um trabalho crítico e reflexivo acerca da geometria na educação básica.

O constante desafio de conciliar conhecimento cotidiano e conhecimento científico na prática docente, conforme apontado por Souza (2021), exige uma compreensão de como o aluno aprende e de que forma o professor organiza o ensino. Ainda que o uso de exemplos do cotidiano seja relevante, corre-se o risco de simplificar ou, em certa medida, banalizar os conceitos geométricos, caso o processo de transposição didática seja conduzido de forma mecânica. Nessa direção, a adoção de práticas metodológicas que privilegiem a construção conceitual, como a Modelagem Matemática, abre possibilidades de pôr em destaque a dimensão investigativa dos conceitos de forma, espaço e medida. Quando se propõem situações-problema que envolvem modelar determinado objeto ou fenômeno, o estudante relaciona a linguagem matemática com experiências reais, o que lhe permite abstrair, analisar e formalizar estruturas geométricas de maneira mais significativa.

Dessa forma, a Modelagem Matemática no ensino de geometria pode ser entendida como um processo que valoriza o caráter problematizador da matemática,

permitindo ao aluno articular conhecimentos prévios, tanto empíricos quanto formais. A presença de desafios e problemas empíricos, mais próximos da vivência discente, favorece a motivação e o engajamento intelectual, pois, além de auxiliar na compreensão dos conceitos, provoca questionamentos sobre o próprio fazer matemático. Nesse sentido, a geometria deixa de ser um conteúdo meramente decorativo ou associado unicamente a traçados e fórmulas, e passa a assumir um papel interdisciplinar, conectando-se a situações concretas em que dimensões, ângulos, volumes e superfícies precisam ser pensados em sua tridimensionalidade ou planificação.

Entretanto, o processo de inserção da Modelagem Matemática na sala de aula de geometria não está isento de dificuldades. Há relatos de professores que alegam insegurança para conduzir atividades abertas, que não possuem um caminho único de resolução e que demandam maior flexibilidade pedagógica. Em geral, essa dificuldade se relaciona a uma formação inicial em que o conhecimento geométrico foi apreendido de forma algébrica, isto é, com ênfase em fórmulas e procedimentos, em detrimento da exploração de conceitos, construções e visualizações espaciais. As pesquisas de Souza (2015) e Rosa (2020) mostram essa dificuldade ao indicarem que muitos professores não dispõem de domínio prático no uso de materiais e ferramentas geométricas, revelando dificuldades que podem ser transpostas para a forma como ensinam.

Aprofundando a análise, convém atentar para o fator histórico que marcou o ensino de geometria no Brasil. Valente (2008), ao estudar o desenvolvimento desse campo no país, aponta suas origens ligadas ao curso de Artilharias e Fortificações, no século XVII, e posterior incorporação nos cursos preparatórios de carreiras como Direito, Engenharia e Medicina. Seguiu-se um longo período em que a geometria ganhou destaque nas disciplinas de Desenho Geométrico, fortalecendo a prática com construções e traçados, principalmente até meados do século XX. Contudo, a partir do Movimento da Matemática Moderna, entre as décadas de 1950 e 1970, observou-se um processo de “algebrização” do ensino de geometria, relegando a segundo plano os aspectos visuais, espaciais e de construção que caracterizam a natureza dessa área do conhecimento.

Esses movimentos curriculares deixaram marcas na formação de professores, muitos dos quais não receberam subsídios adequados para ensinar geometria de forma conceitualmente sólida e contextualizada. A transposição didática, nesse

contexto, tornou-se um desafio ainda maior, pois o professor precisaria realizar adaptações de saberes matemáticos em meio a uma lacuna formativa que se prolonga até hoje. Isso explica, em parte, por que em muitas salas de aula, como destacam Souza (2009) e Silva (2019), a geometria é abordada de maneira fragmentada e dependente de procedimentos algébricos, sem o devido espaço para construções manuais ou visuais.

É importante ressaltar, todavia, que as propostas curriculares recentes, como a BNCC, inauguram novas possibilidades de ensinar geometria e relacionar esse conteúdo aos demais campos matemáticos. No 9º ano, por exemplo, os conteúdos de semelhança de triângulos, Teorema de Tales, relações métricas e proporcionalidade constituem um eixo fundamental para a compreensão das formas e medidas do espaço. A BNCC enfatiza o ensino por competências e habilidades, recomendando práticas didáticas que favoreçam a resolução de problemas, a exploração de ferramentas tecnológicas e a contextualização dos conceitos. Nesse sentido, a Modelagem Matemática encontra ecos positivos, pois potencializa a transposição do conhecimento científico para o escolar ao criar situações em que o aluno problematiza relações espaciais de maneira crítica — como ao medir a altura de postes ou prédios utilizando conceitos de semelhança — e descobre como a geometria explica elementos do mundo ao seu redor.

No caso específico do 9º ano do Ensino Fundamental II, a BNCC propõe habilidades como: reconhecer e aplicar relações de semelhança entre triângulos na resolução de problemas do cotidiano (EF09MA14); utilizar o Teorema de Tales em contextos diversos, envolvendo paralelismo e proporcionalidade (EF09MA15); empregar as relações métricas do triângulo retângulo na solução de problemas práticos (EF09MA16); e explorar situações que envolvam medidas indiretas, projeções e escalas (EF09MA17). Essas habilidades reforçam a importância de articular teoria e prática, ao mesmo tempo em que evidenciam o papel da Geometria como ferramenta para compreender e intervir no espaço físico, contribuindo para a formação integral do estudante.

Uma mudança de perspectiva como essa requer a ação coletiva de professores, pesquisadores e formadores. Souza (2021) menciona grupos colaborativos em que o diálogo não se reduz a uma imposição hierárquica, mas consolida-se como partilha de práticas, dúvidas e descobertas. Nessa configuração, cada membro do grupo, seja docente experiente, iniciante ou pesquisador, encontra

espaço para liderar propostas ou contribuir com visões diferentes acerca do mesmo problema. Esse formato dialógico corrobora a ideia defendida por Fiorentini (2006) de que o trabalho cooperativo é determinante para a sustentabilidade de iniciativas formativas que realmente impactem a realidade escolar.

Em pesquisas internacionais, como as de Van Hiele (1986) e Villiers (2010), salienta-se que o desenvolvimento do pensamento geométrico se dá em estágios, demandando intervenções pedagógicas progressivas e atividades que provoquem a reflexão do aluno a partir da percepção visual até a dedução formal. Quando professores são orientados a desenhar sequências didáticas que respeitem esses níveis de aprendizagem, percebe-se que a compreensão dos discentes sobre congruência, semelhança, medida de ângulos e outras noções geométricas torna-se mais sólida. Há que se ressaltar, entretanto, que a incorporação desses pressupostos em sala de aula não acontece automaticamente; depende de formação continuada, reestruturação de práticas e envolvimento ativo do professor em investigar a própria prática.

Em termos mais amplos, a Modelagem Matemática, ao lado de outras metodologias como a Resolução de Problemas e a Etnomatemática, contribui para consolidar um ensino de geometria que vá além das simples classificações ou memorização de fórmulas. Nesse processo, amplia-se o potencial criativo do aluno e se mostra como a geometria, antes de ser apenas um conjunto de conceitos abstratos, pode se relacionar a questões sociais, artísticas e tecnológicas. Para que isso ocorra, não basta a boa vontade do professor: faz-se necessário que a escola valorize a prática investigativa, disponibilizando tempo, recursos e apoio institucional para o desenvolvimento de projetos de Modelagem. Convém trazer à tona, de forma mais extensa, a problematização que Souza (2021) realiza ao se referir aos obstáculos epistemológicos provenientes das rupturas entre conhecimento cotidiano, conhecimento científico e conhecimento escolar:

Assim, ainda, para essa autora, o conhecimento científico, ao romper com princípios e modos do pensar cotidiano, evoca novas exigências no contexto escolar, para que possa haver diálogo nas inter-relações que emergem dessas rupturas. Isto quer dizer que o conhecimento como é produzido nas mais diversas áreas curriculares não pode nem deve ser apresentado na escola, tal como se produz e é posto na comunidade científica. Para que haja entendimento acerca dele, se faz necessário haver uma transposição didática, alterações e adaptações ao nível em que será apresentado no âmbito da escola. O ensino de geometria espacial, por exemplo, é apresentado noções desde a educação infantil, quando a criança manipula,

experimenta atividades com sólidos geométricos. Nesse contexto, o conhecimento escolar caracteriza-se apenas nas noções sobre sólidos que rolam e que não rolam; explorando o que é redondo, o que é pontudo. Anos mais tarde, ainda no processo de letramento matemático proporcionado nos anos iniciais do ensino fundamental, é apresentado para as crianças maiores (4° e 5° anos), conceitos de arestas, vértices, faces de um sólido, explorando algumas propriedades entre cilindro, esfera, cone, pirâmide etc. A cada ano escolar, os mesmos conceitos geométricos podem ser apresentados, mas com linguagem, representações, configurações diferenciadas, conforme seja possível para a compreensão do aluno, ao nível em que estejam cursando (Souza, 2021, p. 245-246).

Assim, demonstra-se que a geometria espacial, já em sua gênese escolar, carrega exigências relacionadas à abstração e à linguagem, demandando adequações graduais que respeitem o desenvolvimento cognitivo do aluno. O ciclo de retorno e aprofundamento dos conceitos, ao longo dos anos, ilustra a ideia de que o mesmo conteúdo pode se mostrar com diferentes nuances metodológicas, exigindo do professor discernimento para empregar metodologias ativas e dinâmicas compatíveis com cada faixa etária ou nível de conhecimento.

Em paralelo a esses desafios, Souza (2021) lembra que o insucesso na aprendizagem da geometria não se restringe à falta de domínio dos alunos, mas também às fragilidades na formação do professor. Muitas vezes, o docente carrega em sua própria história escolar falhas referentes ao ensino de geometria, o que o impede de abordar o conteúdo com desenvoltura e confiança. Essa falha formativa reflete-se na maneira como o professor planeja suas aulas, optando, em geral, por atividades reprodutivas e pouco integradas ao cotidiano do estudante. Ademais, o desconhecimento de recursos didáticos inovadores, como softwares (Geogebra, por exemplo) ou materiais manipuláveis (poliedros de papel, régua, compasso), limita a possibilidade de experimentação e descoberta, aspectos fundamentais no estudo de propriedades geométricas.

A incorporação da Modelagem Matemática nesse contexto, portanto, representa uma oportunidade de revitalizar o ensino de geometria, pois desafia o professor a construir cenários de aprendizagem em que os discentes não apenas repitam procedimentos, mas ajam como pesquisadores. O ato de modelar implica formular hipóteses, levantar dados, realizar medições, elaborar representações e discutir resultados, processos que fortalecem o pensamento crítico. Nesse diálogo entre a geometria, o cotidiano e o conhecimento científico, cria-se um meio para a reflexão sobre a natureza dos objetos geométricos, suas propriedades e aplicações práticas em áreas como arquitetura, engenharia, design e artes.

Mesmo assim, não se deve negligenciar o fato de que a adoção de metodologias como a Modelagem Matemática depende de um suporte teórico-pedagógico amplo. Cabe às universidades e aos programas de formação inicial e continuada preparar os futuros professores para lidarem com a complexidade inerente ao ensino de geometria. A simples transferência de uma proposta metodológica, sem a devida compreensão de seus fundamentos epistemológicos e didáticos, tende a resultar em práticas superficiais ou meramente ilustrativas. Por outro lado, quando o professor se apropria das bases teóricas, reflete sobre elas e experimenta ativamente atividades modeladoras, torna-se capaz de promover situações de aprendizagem enriquecedoras, alinhadas à BNCC e a outras diretrizes curriculares.

Uma perspectiva promissora aparece quando os professores, já inseridos no sistema educacional, criam redes de colaboração ou trazem projetos de pesquisa e extensão com as universidades, como exemplificam os trabalhos de Souza (2009, 2015), Silva (2019) e Rosa (2020). Essas experiências trazem indícios de que uma ação conjunta, pautada na troca de conhecimento, na reflexão crítica e no planejamento compartilhado, tende a gerar resultados mais positivos na formação docente e na aprendizagem dos alunos. Desse modo, a concepção de ensino de geometria com enfoque na Modelagem Matemática pode se concretizar em salas de aula reais, influenciando positivamente a forma como os estudantes percebem a relevância da matemática em seu dia a dia.

Desse conjunto de reflexões, conclui-se que o ensino de geometria no ensino fundamental, articulado à Modelagem Matemática, não se limita a resolver problemas práticos, mas é parte de uma dimensão política e social, ao permitir que os alunos enxerguem a matemática como instrumento de leitura e transformação do mundo. Longe de uma perspectiva meramente técnica, trata-se de assumir um compromisso formativo que coloque o aluno no centro do processo, valorizando sua capacidade de investigar, propor e construir significados. Nesse sentido, a formação de professores e a colaboração entre sujeitos que pesquisam e ensinam matemática constituem elementos essenciais para a consolidação de práticas pedagógicas inovadoras, capazes de superar os obstáculos epistemológicos e garantir uma aprendizagem duradoura e crítica em geometria.

2.1 ALGUMAS CONCEPÇÕES SOBRE A MODELAGEM MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática no Ensino Fundamental é uma prática que tem ganhado cada vez mais visibilidade no cenário da Educação Matemática brasileira. Bastos (2018) aponta que um primeiro ponto de contato se deu com a expansão da escolaridade, ultrapassando o caráter seletivo que antes imperava. Em consequência disso, currículos e propostas metodológicas foram modificados na tentativa de atualizar o ensino de Matemática às necessidades de uma sociedade em acelerada mudança.

Tal movimento foi intensificado, conforme Nunomura (2021), pela necessidade de aproximar a Matemática escolar daquela desenvolvida no âmbito acadêmico, resultando em ações de reforma curricular que buscavam promover habilidades diversas, tais como resolver problemas, modelar situações, ler e interpretar o mundo a partir da linguagem matemática (Biembengut; Hein, 2005). Essa nova configuração abriu caminho para o surgimento da chamada Educação Matemática, marcada por uma postura investigativa e pelo olhar atento às dimensões culturais, sociais e cognitivas envolvidas no processo de ensino-aprendizagem (Burak; Martins, 2015).

No Brasil, o campo da Educação Matemática se consolidou progressivamente, impulsionado pela criação de programas de pós-graduação específicos na área e pela fundação de entidades como a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), em meados das décadas de 1970 e 1980 (Kaviatkovski, 2012). Nesse contexto, a Modelagem Matemática surgiu como possibilidade de tornar a matemática escolar mais conectada à realidade, convergindo com as demandas por uma prática pedagógica que superasse o caráter meramente expositivo e repetitivo (Mutti, 2016).

A Modelagem Matemática, embora recente na educação brasileira, já se consolidava em outros países, como Holanda e Dinamarca, a partir de projetos liderados por Hans Freudenthal, Bernhelm Booss e Mogens Niss, culminando na organização de congressos e na consolidação do Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações (ICTMA) (Biembengut, 2014). Por aqui, nomes como Aristides C. Barreto, Ubiratan D'Ambrosio e Rodney C. Bassanezi foram fundamentais para difundir a ideia de que a Modelagem poderia se constituir em uma prática significativa para o ensino de matemática (Biembengut, 2009).

As diferentes pesquisas que se desenvolveram desde então contribuíram para que a Modelagem Matemática passasse a ser compreendida como uma estratégia

formativa capaz de integrar conteúdo matemático a temas advindos de outras áreas, ou mesmo do cotidiano dos estudantes. Burak (1992) já afirmava que o cerne dessa prática está em estabelecer um paralelo para explicar, matematicamente, fenômenos do dia a dia, auxiliando o aluno a desenvolver seu senso crítico e sua capacidade de tomar decisões.

Uma das ideias centrais defendidas por autores que militam em favor da Modelagem Matemática está na valorização de procedimentos investigativos, partindo do interesse dos estudantes e envolvendo a coleta de dados, a análise de situações reais e a formulação de hipóteses. Nesse sentido, Burak (2004) sugere que haja uma problematização inicial e, em seguida, a identificação dos conteúdos matemáticos mobilizados na busca de soluções, de modo a tornar o processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico e menos fragmentado. Em consonância com essa perspectiva, Biembengut e Hein (2005, p. 12) reforçam que “um modelo matemático pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.”, o que amplia as possibilidades de manifestação do pensamento matemático.

A construção de modelos matemáticos, portanto, não se restringe à aplicação de fórmulas e algoritmos previamente definidos, mas implica um diálogo constante entre o problema real e o aparato matemático, exigindo reinterpretações e revisões a cada nova hipótese ou resultado obtido (Bassanezi, 2013). Esse caráter cíclico e dialógico apresenta-se como fator essencial para que estudantes desenvolvam consciência sobre o papel da matemática na compreensão de fenômenos diversos, permitindo-lhes assumir atitudes mais críticas diante dos conteúdos escolares.

Algumas definições mais extensas enfatizam o trajeto formativo que a Modelagem possibilita. Caldeira (2009) destaca que:

Esse enfrentamento vai se dar não somente pela nova racionalidade, mas também e, principalmente, pela sua participação ativa em sala de aula. Problematizar, elaborar suas próprias perguntas, desenvolver por meio da pesquisa, refletir e tirar suas próprias conclusões – pressupostos básicos dessa perspectiva de Modelagem Matemática. (Caldeira, 2009, p.38).

Nesse sentido, há uma dimensão transformadora na prática de modelar, na medida em que o aluno deixa a posição passiva de receptor e passa a ser participante ativo na construção e na validação de saberes. Bassanezi (2015) ressalta o vínculo

estreito entre sujeito e situação-problema, evidenciando o papel de cada ator envolvido:

[...] a modelagem é o processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a sua realidade, carregada de interpretações subjetivas próprias de cada modelador. É simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais. Ainda que os modelos gerados não sejam definitivos ou universais, o ato de modelar provoca no aprendiz o exercício de questionar as variáveis envolvidas, analisar os fatores determinantes da situação e, por fim, interpretar de modo crítico os resultados, reconhecendo, em cada etapa, possíveis incongruências ou limitações decorrentes das hipóteses consideradas. (BASSANEZI, 2015, p. 15-16)

A importância de levar a Modelagem Matemática ao Ensino Fundamental decorre do fato de que, desde os anos iniciais, já se podem desenvolver procedimentos como observação, registro, comparação, quantificação e previsão, os quais são fundamentais para a consolidação futura de habilidades matemáticas (Guerreiro; Serrazina, 2017). Se o professor propõe atividades em que a criança precise interpretar um fenômeno — por mais simples que seja, como o crescimento de uma planta ou a quantidade de lixo produzido pela turma — e encontre na matemática uma via para melhor compreender essa realidade, não só fortalece a aprendizagem de conceitos matemáticos, mas também cultiva uma disposição investigativa.

A literatura aponta que, mesmo sem a formalização de equações e funções mais complexas, os primeiros anos de escolarização podem envolver estratégias de representação diversas, como tabelas, listas ordenadas, desenhos e gráficos (English, 2016). Assim, o ato de modelar torna-se um recurso pedagógico para construir sentido e significado em torno da matemática, superando a mera repetição de exercícios desconexos e revelando como conceitos e procedimentos podem ser aplicados em situações cotidianas ou em problemas de outras áreas do conhecimento.

Ao tratar das diferentes fases que compõem uma atividade de Modelagem Matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2019) destacam procedimentos como a inteiração, a matematização, a resolução e a interpretação de resultados, enfatizando que tais etapas não costumam ocorrer de forma linear. Em muitos casos, a própria inconsistência de um modelo parcial exige o retorno a fases anteriores, conduzindo a reformulações que tornam a aprendizagem um processo espiralado, em constante refinamento. Esse caráter altamente flexível e dinâmico da Modelagem requer, por outro lado, uma mudança de concepção docente. Aquele que ensina precisa assumir

o papel de mediador, incentivando o questionamento e a experimentação, ao invés de se prender a uma sequência fixa de conteúdos prescritos. É nessa ambiência que o estudante encontra espaço para assumir a dianteira de seu próprio processo de aprendizagem, explorando caminhos, validando hipóteses, construindo e reelaborando seus modelos de explicação.

No contexto brasileiro, a consolidação da Modelagem como alternativa pedagógica tem sido estimulada pela crescente produção acadêmica na área, abrangendo investigações que vão desde relatos de experiências em sala de aula até análises teóricas sobre a epistemologia subjacente (Barbosa, 2007; Soares; Santos Junior, 2016; Vargas; Bisognin, 2020). Esses estudos reforçam que os ganhos não se limitam à compreensão matemática, mas incluem o desenvolvimento de competências como o trabalho em grupo, a comunicação de ideias, a análise crítica dos resultados e a capacidade de lidar com situações incertas.

Para que a Modelagem cumpra seu potencial efetivo no Ensino Fundamental, faz-se necessário, porém, uma adequada formação de professores, que muitas vezes não tiveram contato com essa prática em sua graduação. Além disso, a organização do tempo escolar e os materiais disponíveis influenciam diretamente na viabilidade de projetos de modelagem, exigindo da gestão educacional uma atitude de incentivo, valorização e, não raro, de flexibilização curricular.

No conjunto dessas reflexões, entende-se que introduzir a Modelagem Matemática na prática cotidiana de sala de aula não se trata de uma tarefa mecânica, mas de uma oportunidade de reconfigurar o papel da Matemática enquanto instrumento de leitura de mundo. Significa ampliar as possibilidades pedagógicas para que estudantes, construam progressivamente a habilidade de compreender fenômenos, coletar dados, propor modelos e, sobretudo, interpretar criticamente seus resultados. Dessa forma, a Modelagem Matemática se apresenta como recurso que transcende a pura reprodução de conceitos e fórmulas, permitindo relacionar saberes diversos e formar sujeitos ativos e criativos no processo de aprendizagem.

2.2 A RELAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E O ENSINO DA GEOMETRIA

Vários pesquisadores demonstram as potencialidades de criar modelos matemáticos para interpretar situações concretas, pois esse tipo de prática não apenas favorece a compreensão do conteúdo, como permite que o aluno perceba com maior clareza a utilidade dos conceitos envolvidos. Como discutido anteriormente, tem-se observado no que tange ao ensino de Geometria que muitos currículos, sobretudo na virada do século XX para o XXI, concederam espaço insuficiente a esse campo do conhecimento, dando ênfase a processos mais algébricos ou procedimentais. Nesse sentido, a Modelagem Matemática é um meio de reverter tal panorama, pois insere a Geometria num contexto de investigação e resolução de problemas oriundos do ambiente social.

Nessa perspectiva, a adoção de uma estratégia didática na qual o problema se torna o “motivador do conteúdo” (Burak, 1992) é fundamental para a compreensão de aspectos espaciais, formais e visuais que compõem o raciocínio geométrico. Conforme Bassanezi (2002), o processo de construção de um modelo envolve, entre outras etapas, a experimentação, a abstração, a resolução e a validação, de modo que se parte de dados empíricos ou levantamentos prévios para, em seguida, formular questões em linguagem natural e então traduzi-las para expressões matemáticas. Quando se trata de Geometria, esse procedimento envolve a exploração de figuras planas e sólidos espaciais, a aplicação de propriedades de semelhança ou congruência e a análise de ângulos, distâncias e relações métricas, sempre a partir de uma situação concreta.

A escolha da Geometria como conteúdo a ser explorado por meio de uma perspectiva de Modelagem Matemática conecta-se ainda ao que os documentos curriculares enfatizam: a necessidade de que o aluno entenda, visualize e represente o espaço em que vive. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais,

o estudo da geometria é um campo fértil para trabalhar com situações problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades (BRASIL, 1998, p. 51).

Em conformidade, Brasil *et al.* (2021) ressaltam que, no processo de modelar, inverte-se o caminho habitual: em vez de se partir de um conteúdo para se chegar a

um problema, parte-se do problema para então mobilizar conceitos matemáticos, incluindo os geométricos.

Tal postura pedagógica requer a compreensão de que a Geometria, além de constituir uma ferramenta descritiva do espaço físico e social, constitui também um domínio favorecedor da criatividade e da percepção. É o que destacam Pavanello e Franco (2007), ao considerarem que o raciocínio geométrico fomenta a discriminação de formas e o exercício da capacidade de conjecturar e projetar. Nesse sentido, a Modelagem Matemática gera um ambiente de pesquisa no qual o docente promove discussões de problemas espaciais que instigam o pensamento crítico. Isso leva o aluno a verificar como certos conceitos — por exemplo, volume e área — podem responder a questões práticas, como a adaptação de embalagens, o cálculo de capacidades ou o planejamento de espaços escolares.

As tarefas de Modelagem, quando aplicadas ao ensino de Geometria, demandam sensibilidade tanto para o diagnóstico das concepções prévias dos alunos quanto para a adequação de contextos que façam sentido no cotidiano. Esse aspecto é enfatizado por Brasil *et al.* (2021) ao analisarem artigos científicos sobre a utilização da Modelagem no ensino de Geometria e ao observarem que muitos desses estudos partem de problemáticas como o formato de embalagens, a edificação de maquetes ou a análise de propriedades de polígonos em situações reais. As investigações sugerem que a geometria deixa de ser vista como simples conjunto de definições e passa a integrar a compreensão e a ressignificação de elementos concretos.

Há, porém, dificuldades e desafios no desenvolvimento de uma proposta que una Geometria e Modelagem Matemática, muitas vezes relacionadas à falta de familiaridade dos professores com metodologias ativas e diferenciadas. Não raramente, o educador encontra barreiras na gestão de tempo, no planejamento e na seleção adequada de materiais. Ainda assim, pesquisas como as de D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006) destacam a importância de o professor assumir a postura de pesquisador de sua própria prática, buscando caminhos que tornem a sala de aula um espaço de experimentação. Nessa empreitada, mesmo as incertezas e os resultados inesperados podem se converter em temas de reflexão e de realinhamento de rotas metodológicas.

O caráter dinâmico e contínuo de uma atividade de Modelagem exige que o aluno exercite formas de raciocínio que vão além da aplicação mecânica de fórmulas ou algoritmos. Ele passa a fazer “validações” (Bassanezi, 2002, p. 27) constantes,

comparando o que obteve em seu modelo com dados reais ou com outras hipóteses levantadas pela turma. Nesses instantes, os conceitos geométricos assumem uma relevância fundamental: compreender a natureza de polígonos, localizar sólidos no espaço e estabelecer relações de proporcionalidade ou semelhança se converte em demanda imediata para avançar na solução. Em outras palavras, a Geometria passa a ser instrumento para investigar a realidade, e a realidade se torna instrumento para aprender Geometria. No que tange à modelagem em sua natureza investigativa e metodológica, Bassanezi (2002, p. 19-20, 27) afirma:

Modelo é a representação de um objeto ou fato concretos sendo suas características predominantes a estabilidade e a homogeneidade das variáveis. [...] Ele deve conter as mesmas características que o sistema real, isto é, deve representar as mesmas variáveis essenciais existentes no fenômeno e suas relações obtidas através de hipóteses (abstratas) ou de experimentos (reais). [...] A modelagem eficiente permite fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender; enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças.

Segundo o autor, no campo da Geometria o ato de modelar possibilita analisar configurações espaciais complexas, realizar medições que descrevam determinado fenômeno e, a partir de variáveis como dimensões, ângulos e relações entre superfícies, prever cenários hipotéticos. Tal aplicação da matemática às realidades físicas e sociais torna a aprendizagem mais significativa, pois os estudantes podem constatar o impacto dos conceitos geométricos na compreensão de objetos, ambientes e fenômenos.

Em muitas das experiências analisadas em Brasil *et al.* (2021), percebe-se um trabalho mais sistemático com as transformações de sólidos, o cálculo de área e volume em embalagens ou o uso de tecnologias como o GeoGebra para simular construções e ampliar a visualização. Essa incorporação de recursos digitais pode aprimorar o desenvolvimento das atividades, uma vez que os alunos acabam tendo a possibilidade de manipular virtualmente as estruturas geométricas, seja deslocando-as no espaço ou alterando parâmetros numéricos para ver como o modelo se comporta.

Ocorre que a Geometria, além de servir para resolver problemas concretos, também motiva a formulação de novos questionamentos. Quando a Modelagem é realizada de forma colaborativa, por exemplo em grupos de pesquisa com alunos e professor, surgem dúvidas adicionais acerca do rigor das suposições, da pertinência das variáveis e da precisão dos resultados. Esse movimento dialógico de construção

de hipóteses, discussão e revisão estimula a autonomia intelectual e a curiosidade, elementos que formam a base de uma aprendizagem duradoura.

No entanto, é preciso reconhecer que a implementação de propostas de Modelagem Matemática em Geometria depende de políticas educacionais que valorizem o desenvolvimento de projetos, a formação continuada de professores e a disponibilidade de recursos materiais. Caso contrário, a inovação tende a se esgotar em iniciativas pontuais ou em relatos isolados de experiências bem-sucedidas. O desafio maior, portanto, reside em consolidar uma cultura escolar que compreenda o caráter ativo e investigativo do ensino de Geometria, em vez de reduzi-la a esquemas prontos ou exercícios repetitivos. Tudo isso permeado pelas próprias políticas públicas voltadas à Educação Básica nas três esferas de poder: municipal, estadual, federal.

Há também o fato de que certos conteúdos geométricos, como trigonometria, semelhança de triângulos e geometria analítica, aparecem pouco nos projetos de Modelagem descritos em alguns trabalhos analisados por Brasil *et al.* (2021). O que indica que ainda existe campo para ampliar o uso da Modelagem em temas mais avançados, o que requer, por sua vez, professoras e professores preparados para conectar tais tópicos ao mundo real ou a contextos de outras disciplinas. A interdisciplinaridade, nesse sentido, pode favorecer o desenvolvimento de projetos integradores que relacionem Geometria, Física, Biologia ou áreas tecnológicas.

As implicações pedagógicas de uma prática docente centrada na resolução de problemas também se revelam altamente promissoras quando se busca formar alunos autônomos e capazes de transferir conhecimentos geométricos para múltiplas situações. Ao experienciar a Modelagem, o discente exercita a leitura crítica de um problema concreto, domina instrumentos de medição e representação e, por fim, valida seus resultados em diálogo com colegas, professor e dados experimentais. Desse modo, aprende não só um conjunto de definições e teoremas, mas amadurece em termos de pensamento matemático e raciocínio dedutivo.

Assim, a relação entre Geometria e Modelagem Matemática tem o potencial de romper barreiras que antes mantinham o aluno apartado de sua realidade. Quando o processo de ensino e aprendizagem se organiza de modo que conceitos como área, perímetro, volume ou ângulo sejam acionados para decifrar problemas concretos, a Geometria se faz presente no dia a dia e o aluno compreende que esses conceitos não são meramente abstratos, mas constituem instrumentos para ler, interpretar e modificar o mundo. Esse avanço, contudo, depende de coragem docente para

ultrapassar a zona de conforto e de uma atitude de pesquisa que aproxime teoria e prática; tudo isso alinhado, potencializado e patrocinado por políticas públicas de formação continuada e de valorização do saber docente.

Com isso em mente, o capítulo seguinte apresenta os procedimentos metodológicos adotados ao longo da pesquisa, caracterizando os caminhos, os sujeitos e os próprios espaços da pesquisa.

CAPÍTULO III

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

3.1 CAMINHOS DA PESQUISA

A presente investigação adotou a abordagem qualitativa, considerando que o objeto de estudo envolve a compreensão de significados, motivações e concepções dos discentes sobre conceitos geométricos e sobre o uso da Modelagem Matemática em situações práticas. Tal abordagem se mostra adequada por permitir interpretar fenômenos no contexto escolar, priorizando a análise de processos, interações e percepções, em detrimento da obtenção de dados estatísticos generalizáveis.

De acordo com Minayo (2014, p. 12), a pesquisa qualitativa incide sobre “o universo de significados, de motivações, aspirações, crenças, valores e atitudes”, o que corrobora a intenção deste estudo de investigar, em profundidade, como os alunos constroem suas compreensões ao relacionar conteúdos de Geometria — especificamente semelhança de triângulos e Teorema de Tales — com problemas oriundos de seu cotidiano.

A metodologia foi estruturada a partir de uma sequência didática concebida para articular momentos teóricos e práticos. Essa proposta incluiu:

- Aulas dialogadas para revisão e introdução de conceitos geométricos;
- Formulação de hipóteses e resolução de problemas-protótipo;
- Atividades práticas de campo, nas quais os estudantes aplicaram os conhecimentos em contextos reais;
- Socialização e análise coletiva dos resultados, favorecendo a reflexão sobre as estratégias adotadas e a precisão das medições.

A Modelagem Matemática foi utilizada como fio condutor, concebida como um conjunto de procedimentos para “explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano” (BURAK, 1992, p. 62). Nesse sentido, buscou-se que os alunos se engajassem na resolução de problemas concretos, identificando variáveis relevantes e estabelecendo relações de proporcionalidade a partir de observações empíricas.

A aplicação dessa metodologia seguiu quatro etapas progressivas:

1. Experimento físico do Teorema de Tales, com visualização de retas paralelas e transversais utilizando postes, régua e linha de pedreiro.

2. Medição de poste interno à escola, aplicando o raciocínio proporcional entre sombras.

3. Medição de poste externo, repetindo o procedimento em condições ambientais distintas.

4. Estimativa da altura de um edifício, envolvendo maior complexidade de cálculo e atenção às variáveis de campo.

Essa progressão do simples ao complexo foi planejada para favorecer a compreensão conceitual, permitindo que os alunos avançassem de uma visualização concreta para a aplicação em situações mais desafiadoras.

3.2 SUJEITOS DA PESQUISA

Os participantes do estudo foram estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental II de uma escola pública municipal localizada em Paragominas (PA). A escolha dessa etapa de ensino está alinhada às orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que prevê o trabalho com semelhança de triângulos e o Teorema de Tales nesse nível escolar, reconhecendo seu potencial para contextualização e aplicação prática.

Sob minha mediação enquanto professor pesquisador, o trabalho foi realizado com duas turmas distintas compostas por 36 estudantes: uma delas participou da atividade prática com a modelagem matemática, enquanto a outra realizou apenas as atividades tradicionais do cotidiano escolar, baseadas no livro didático e em exercícios mais convencionais, alguns dos quais foram apenas copiados. A análise comparativa entre as turmas revelou que os alunos que participaram da modelagem matemática apresentaram melhor desempenho na resolução das atividades relacionadas ao Teorema de Tales, demonstrando maior compreensão e habilidade na aplicação do conteúdo. Por outro lado, a turma que não teve contato com a modelagem matemática não compreendeu o assunto de forma adequada, evidenciando a importância da abordagem prática e contextualizada para o aprendizado efetivo.

Embora alguns alunos da turma que realizaram a modelagem tenham apresentado dificuldades na execução dos cálculos envolvidos nas medições e nas proporções, a ideia principal abordada — a compreensão do Teorema de Tales e sua aplicação — foi alcançada com sucesso. Essa dificuldade serviu como indicativo para

a necessidade de reforço em habilidades básicas de cálculo, a fim de facilitar a aplicação prática dos conceitos matemáticos.

A turma apresentava composição heterogênea, tanto em relação ao desempenho acadêmico quanto ao interesse pela Matemática. Identificou-se que parte dos discentes apresentava dificuldades na compreensão de conceitos geométricos mais abstratos, especialmente os relacionados à proporcionalidade. Por outro lado, verificou-se maior engajamento quando as atividades eram vinculadas a situações concretas.

Para potencializar a aprendizagem colaborativa, os alunos foram organizados em grupos de cinco integrantes, favorecendo a troca de ideias, a cooperação e a corresponsabilidade na execução das tarefas. O professor atuou como mediador, orientando a interpretação das instruções, auxiliando no uso dos instrumentos de medição e estimulando a tomada de decisões pelos próprios estudantes, evitando fornecer respostas prontas.

3.3 CARACTERIZANDO O CENÁRIO DA PESQUISA

O estudo foi desenvolvido em uma escola pública municipal de Paragominas (PA), que serviu como laboratório para a realização das atividades práticas. O espaço escolar — pátio, áreas verdes e arredores — foi aproveitado para a aplicação direta dos conceitos estudados, utilizando-se elementos já presentes no ambiente, como postes de iluminação, mastros e sombras projetadas por edificações.

Parte das atividades ocorreu também fora dos limites da escola, em vias próximas e em um edifício próximo ao Lago Verde, permitindo que os estudantes aplicassem a metodologia em situações mais autênticas e variadas. A pesquisa, dessa forma, em sua natureza qualitativa, envolveu trabalho de campo com os alunos através do qual se realizou a coleta dos dados por meio de:

- Observação participante durante as atividades;
- Registros no diário de campo pelo professor-pesquisador;
- Fotografias para documentação das etapas e posturas dos alunos;
- Conversas informais com os estudantes, anotando percepções e dificuldades manifestadas espontaneamente.

Ao final de cada etapa, os grupos apresentaram seus resultados em momentos de socialização, nos quais expuseram cálculos, justificativas e estratégias utilizadas.

Essa prática possibilitou a comparação entre diferentes abordagens e a identificação de inconsistências, favorecendo a discussão coletiva e o refinamento dos procedimentos.

O produto educacional (EM ANEXO) resultante desse trabalho foi uma sequência didática alinhada à BNCC, contemplando a resolução de problemas contextualizados e a aplicação da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem em Geometria. A análise dos dados seguiu uma abordagem qualitativa, de caráter descritivo-interpretativo, na qual as evidências produzidas em campo foram examinadas para compreender percepções, estratégias e processos de aprendizagem dos estudantes em torno da Geometria.

CAPÍTULO IV

4 TÉCNICA OU METODOLOGIA UTILIZADA NA COLETA

4.1 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DO DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

A análise do desenvolvimento das atividades foi conduzida a partir de registros sistemáticos obtidos por observação participante, anotações em diário de campo, fotografias e conversas informais com os alunos. Esses dados foram interpretados à luz do referencial teórico que sustenta a pesquisa, em especial os estudos de Minayo (2014), Burak (1992), Bassanezi (2002) e Skovsmose (2008), que defendem a importância de contextualizar o conhecimento matemático por meio de práticas investigativas.

A adoção da abordagem qualitativa mostrou-se adequada para compreender o processo de construção conceitual dos discentes, permitindo captar percepções, estratégias e dificuldades a partir de observações diretas, registros em diário de campo, fotografias e conversas informais. A organização das atividades em etapas progressivas — do mais concreto ao mais complexo — favoreceu a compreensão gradual dos conceitos, alinhando-se às proposições de Burak (1992) e Bassanezi (2002) sobre o papel da Modelagem como ponte entre teoria e realidade.

Os procedimentos de análise buscaram identificar:

- O grau de participação e engajamento dos alunos;
- As estratégias adotadas na resolução das atividades;
- As dificuldades conceituais e operacionais encontradas;
- A apropriação progressiva do vocabulário matemático;
- As evidências de compreensão e aplicação dos conceitos de semelhança de triângulos e Teorema de Tales.

Para tanto, as observações foram organizadas em categorias, permitindo relacionar as manifestações dos alunos com os objetivos propostos na sequência didática.

4.2 AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

4.2.1 ATIVIDADE 01: APRESENTAÇÃO E CONTEXTUALIZAÇÃO

O trabalho iniciou-se com um momento de apresentação da proposta aos estudantes, explicitando os objetivos e a metodologia a ser utilizada. Foram retomados conceitos prévios, na forma de pesquisa, relacionados à proporcionalidade, e discutida a importância de compreender a Geometria como ferramenta para resolver problemas do cotidiano.

Essa etapa também serviu para sondar o conhecimento prévio dos alunos, estimulando-os a compartilhar experiências e hipóteses sobre como seria possível medir objetos altos sem o uso de equipamentos sofisticados.

Figura 01 – Alunos pesquisando conceitos básicos no livro didático.



Fonte: Dados da pesquisa (2025)

A atividade registrada na figura 01 refere-se ao momento inicial do trabalho, na qual os estudantes, organizados em grupos, foram orientados a revisar e pesquisar conceitos básicos da Geometria no livro didático. Essa etapa resgata noções fundamentais, indispensáveis para a compreensão e posterior aplicação dos conteúdos na atividade de campo com a modelagem matemática. Trata-se de uma etapa integrante de uma sequência didática, entendida como um conjunto organizado e progressivo de atividades de ensino que articula momentos teóricos e práticos, com

o objetivo de favorecer a aprendizagem de maneira gradual e contextualizada. Observa-se que os alunos trabalham de forma colaborativa, trocando ideias e discutindo estratégias, o que contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e para o fortalecimento da aprendizagem coletiva. O registro demonstra o envolvimento dos discentes em um processo de investigação, em que a interação entre eles favorece a construção de significados e a apropriação dos conceitos matemáticos necessários para o andamento da pesquisa.

4.2.2 ATIVIDADE 02: CONHECENDO O TEOREMA DE TALES

Nesta etapa, buscou-se introduzir ou revisar o Teorema de Tales a partir de uma abordagem prática. Para a atividade, foram utilizadas duas colunas do pátio da escola e uma régua de pedreiro disposta verticalmente, de modo a representar as retas paralelas (FIG. 02). A linha de pedreiro, tensionada e posicionada de forma estratégica, correspondeu às retas transversais.

Essa configuração didática possibilitou aos estudantes uma visualização concreta do fenômeno geométrico, evidenciando a formação de segmentos proporcionais quando retas paralelas são interceptadas por transversais, o que favoreceu a compreensão inicial da teoria envolvida.

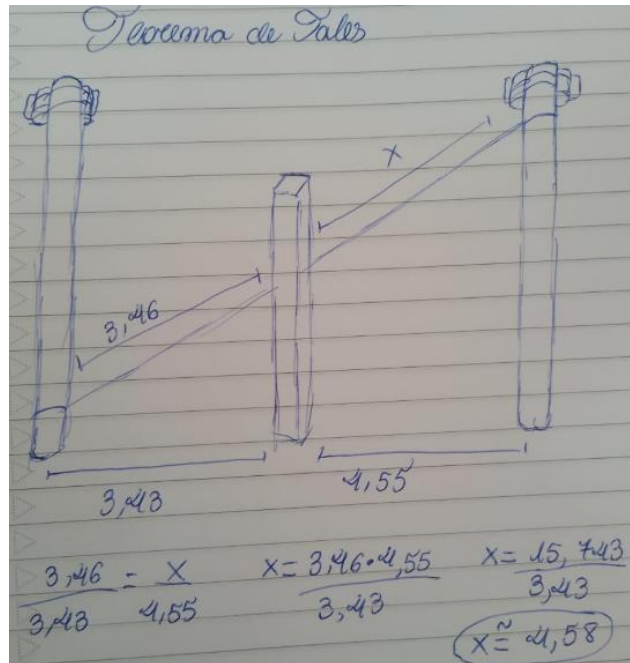
Figura 02 – Representação de retas paralelas e transversais no pátio da escola.



Fonte: Dados da pesquisa (2025)

A atividade ilustrada na figura 02 permitiu a visualização prática da formação de segmentos proporcionais, favorecendo a compreensão do conceito geométrico, e, após a realização dos cálculos, foi possível conferir os resultados com o uso da trena, assegurando maior precisão às medições realizadas pelos estudantes. A seguir, ilustra-se atividade realizada posteriormente à atividade de campo.

Figura 03 – Esquema representativo do Teorema de Tales aplicado com colunas.



Fonte: Dados da Pesquisa (2025)

Esquema elaborado no caderno da estudante, no qual três colunas foram representadas para ilustrar a aplicação do Teorema de Tales. Os segmentos paralelos correspondem às colunas, enquanto as retas transversais indicam as medidas proporcionais formadas. A resolução apresentada demonstra o cálculo do valor de x, resultando em aproximadamente 4,58 cm, evidenciando a relação de proporcionalidade entre os segmentos.

4.2.3 ATIVIDADE 03: DESVENDANDO A SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

A etapa seguinte teve como foco a semelhança de triângulos, explorando sua relação com o Teorema de Tales. Foram apresentados exemplos de figuras semelhantes e discutidas as propriedades das razões de proporcionalidade.

Os alunos realizaram exercícios simples para identificar lados correspondentes e estabelecer relações proporcionais, preparando-se para aplicar esse raciocínio nas atividades de campo.

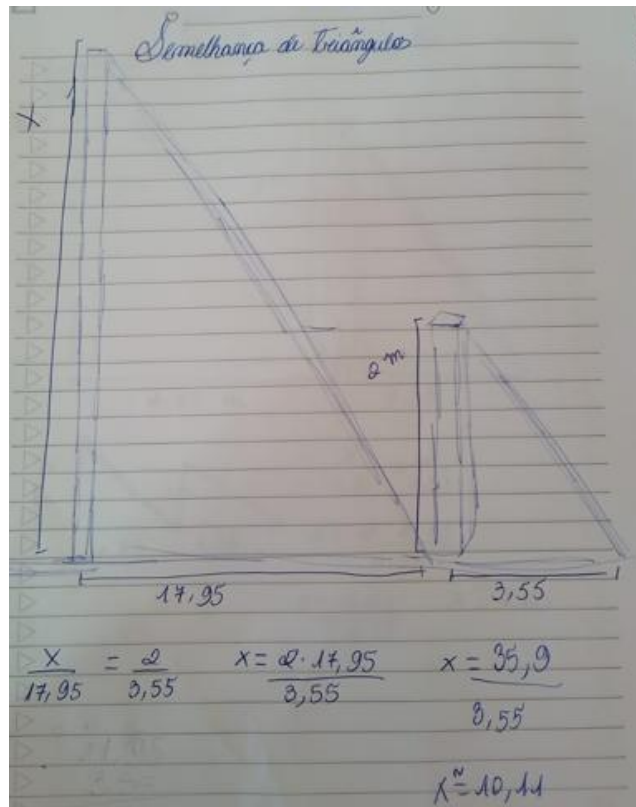
Figura 04 – Atividade prática de medição utilizando a semelhança de triângulos.



Fonte: Dados da Pesquisa (2025)

Na figura 04, os estudantes, sob supervisão do professor-pesquisador, realizam a medição indireta da altura de um poste de energia elétrica. A atividade utiliza a trena para relacionar as medidas da sombra projetada pelo poste e pela régua. Essa prática evidencia a construção de triângulos semelhantes, nos quais as razões entre os lados correspondentes permitem calcular a altura do poste de forma proporcional, promovendo a compreensão da semelhança de triângulos em situações reais.

Figura 05 – Esquema do cálculo da altura do poste



Fonte: Dados da Pesquisa (2025)

Na figura 05, o triângulo maior corresponde à altura X do poste e sua sombra (17,95 m), enquanto o triângulo menor representa uma régua de 2 m e sua sombra de 3,55 m. Pela relação de proporcionalidade entre os lados homólogos, obtém-se a altura aproximada de 10,14 m para o poste, o que está de acordo com a altura média dos postes de distribuição urbana, que é entre 9 à 12 metros.

4.2.4 ATIVIDADE 04: ATIVIDADE DE CAMPO

A atividade de campo foi dividida em três desafios:

1. Medição da altura de um poste interno à escola, utilizando a razão entre a sombra do poste e a sombra de uma régua.
2. Medição da altura de um poste externo à escola, repetindo o procedimento em um ambiente menos controlado, exigindo atenção às variáveis externas, como luz e posicionamento.
3. Estimativa da altura de um edifício, aplicando o método em uma situação de maior complexidade, o que demandou ajustes na coleta de dados e discussões sobre margem de erro.

Durante as medições, os alunos se revezaram em funções como medir, anotar, alinhar instrumentos e calcular, favorecendo a cooperação e a compreensão do processo.

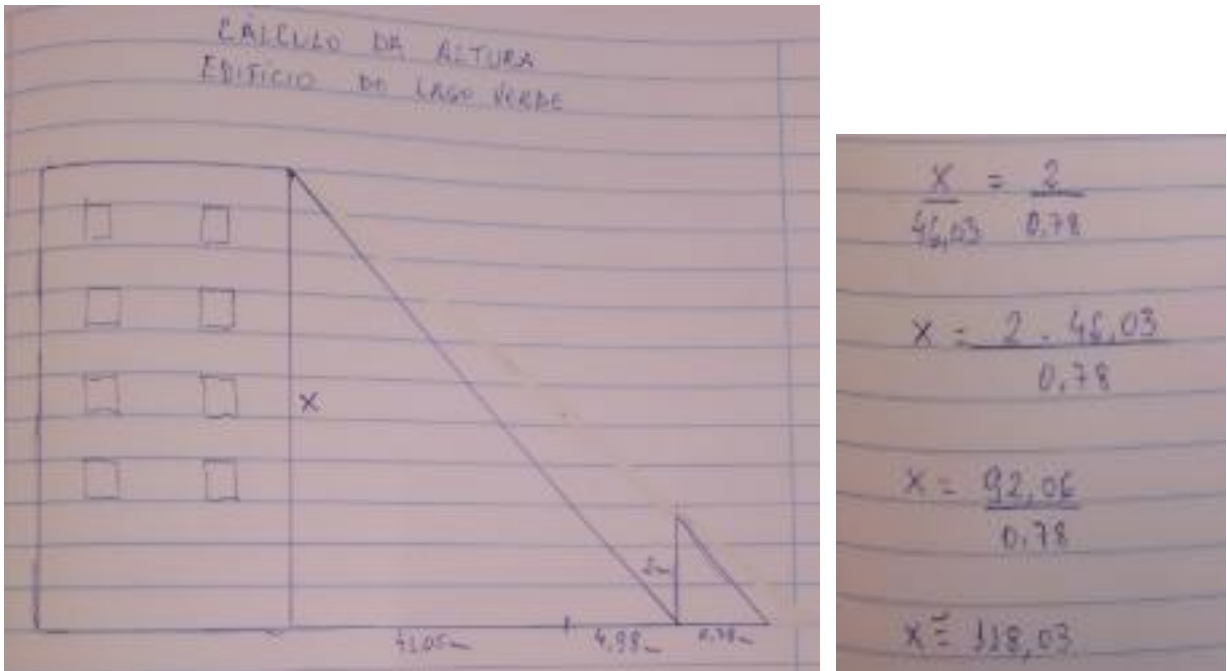
Figura 06 – Estudantes calculando a altura do edifício em construção.



Fonte: Dados da Pesquisa (2025)

A figura 06 mostra os estudantes durante a atividade de campo, na qual realizaram a medição da sombra de uma estaca de altura conhecida, utilizada como referência para o cálculo da altura do edifício. A sombra do prédio foi dividida em duas etapas: a primeira parte, correspondente à calçada, foi medida diretamente pelos alunos; já a segunda parte, localizada na área interna da obra, exigiu a colaboração dos pedreiros que auxiliaram no processo de obtenção dos dados.

Figura 07 – Resolução do cálculo da altura do edifício com base na semelhança de triângulos



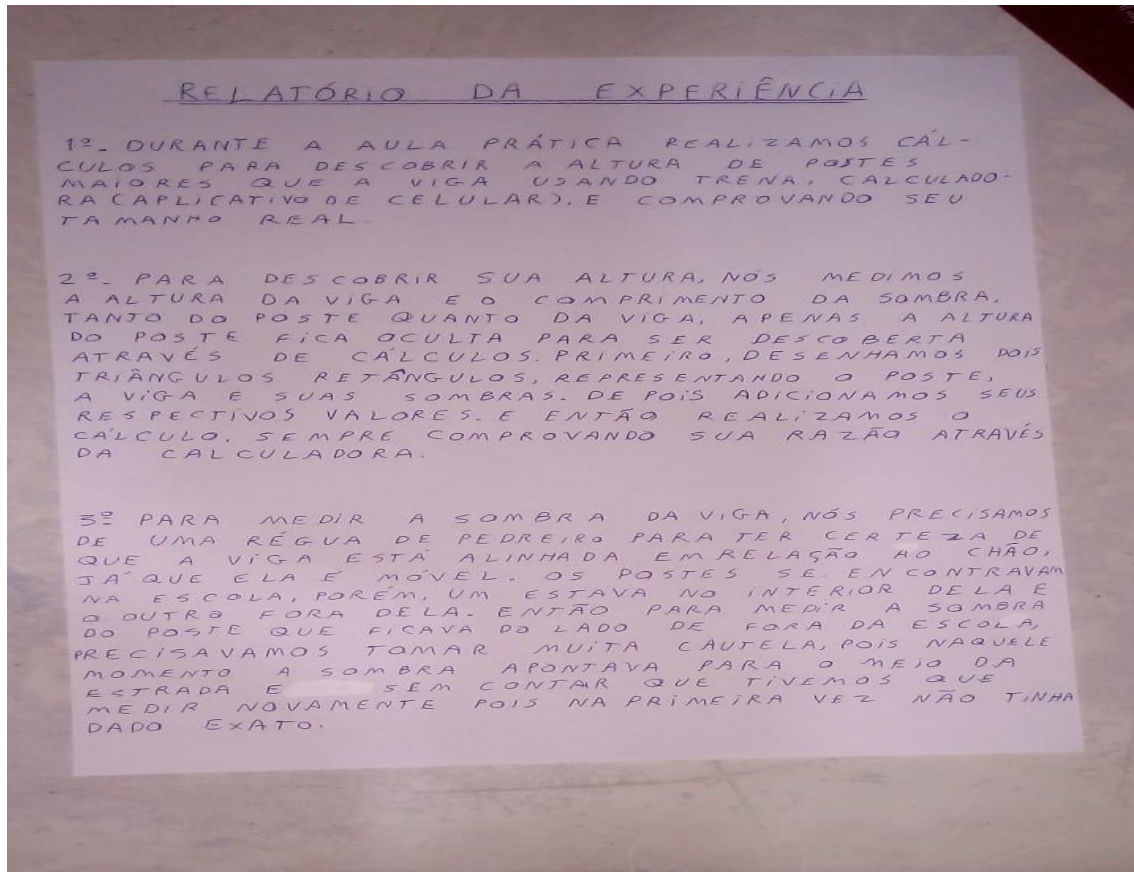
Fonte: Dados da Pesquisa (2025)

O esquema da figura 07 representa o cálculo da altura do edifício do Lago Verde por meio da semelhança de triângulos. O triângulo maior corresponde à altura do edifício (X) e sua distância projetada (46,03 m), enquanto o triângulo menor é formado por uma estaca de 2 m e sua sombra de 0,78 m. A partir dessa configuração, aplica-se a relação de proporcionalidade entre os lados homólogos dos triângulos semelhantes, resultando em uma altura aproximada de 118,03 m para o edifício. Segundo informações fornecidas pelo engenheiro responsável pela obra, a altura real da construção era de 118 m, o que evidencia a precisão do método utilizado. O procedimento demonstra, assim, a aplicação prática do conceito matemático em situações reais de medição indireta.

4.3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A observação das atividades revelou que a transposição do conteúdo para o contexto prático favoreceu o engajamento e a participação ativa dos alunos, confirmando as considerações de Skovsmose (2008) sobre o potencial transformador dos cenários de investigação. Muitos relataram que foi a “primeira vez” que vivenciaram uma aplicação concreta da Matemática, reconhecendo a utilidade dos conceitos geométricos. Vejamos a este respeito o relatório de experiência abaixo:

Figura 08 – Relato de experiência de uma aluna



Fonte: Dados da pesquisa (2025)

A figura 08 demonstra a participação dos discentes no processo de desenvolvimento das atividades propostas em sala de aula pelo professor-pesquisador. Mediante as propostas das atividades práticas os discentes tiveram a oportunidade de relacionar situações do cotidiano com a modelagem matemática e a relação do teorema de Tales com o ensino de geometria. Através desse processo de ensino, o estudo matemático proporciona aos discentes uma metodologia de aprendizagem voltada para suas ideias e pensamentos, onde ambos elementos do seu dia a dia tornam-se ferramenta para desenvolvimento da aprendizagem.

Houve evolução perceptível no uso do vocabulário técnico: expressões como “razão de semelhança” e “proporção entre sombras” passaram a ser empregadas espontaneamente. Conforme apontam Bassanezi (2002) e Burak (1992), a Modelagem Matemática contribui para que o estudante compreenda que fórmulas não são meros instrumentos mecânicos, mas representações de relações presentes no mundo real.

O registro de erros e dificuldades — como imprecisão na medição das sombras ou desalinhamento da régua — foi tratado como parte integrante do processo de aprendizagem, em consonância com a noção de “erros construtivos” defendida por Pavanello (1993). A análise coletiva das inconsistências levou os grupos a revisar cálculos e repetir procedimentos, fortalecendo a postura investigativa.

As limitações enfrentadas incluíram condições climáticas desfavoráveis, tempo reduzido para as medições e necessidade de maior familiaridade com os instrumentos. Ainda assim, os resultados obtidos se aproximaram das medidas reais, validando a aplicação do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos como métodos viáveis para a resolução de problemas cotidianos.

Outra forma de analisar os resultados foi feita através de uma pergunta direta aos discentes, apresentada a seguir, com fins a identificar as dificuldades e as descobertas em relação as aulas teóricas e práticas. Vejamos algumas respostas dadas:

Pergunta:

“Como você aplicou os conceitos estudados e quais foram as principais dificuldades ou descobertas que teve ao realizar as atividades práticas?”

“Eu gostei, mesmo sendo algo bastante simples, foi bom para aprender de um modo diferente sem ser dentro da sala. Durante a atividade meu papel foi o de segurar a régua de pedreiro para fazer sombra e podermos medir a altura de 2 objetos distintos. Essa tarefa foi boa pois ela é a mais simples se comparada com as outras.”

Estudante 19B

“Eu achei bem legal. Foi a primeira vez que eu tive uma aula prática de matemática. Eu gostei bastante da experiência por mais que eu só tenha desenhado. Eu consegui aprender um pouco mais sobre esse assunto que eu estava com dificuldade só observando e ajudando meus colegas a resolverem os cálculos.”

Estudante 29B

Através dos relatos discentes, percebemos os aspectos positivos das mudanças do ensino de matemática, pois o que as vezes torna difícil de aprender, depende da maneira e da metodologia ensinada. Os discentes relatam nas suas respostas as facilidades de compreensão de um objeto de conhecimento trabalhado

numa determinada habilidade matemáticas. Relatam também que essa relação de prática e teoria, auxilia no aprendizado de cálculos, que na maioria das vezes torna um problema para o aluno.

De modo geral, constatou-se que a metodologia empregada promoveu não apenas a assimilação dos conceitos matemáticos, mas também habilidades como trabalho em equipe, tomada de decisão, pensamento crítico e autonomia intelectual, corroborando a importância de práticas pedagógicas que integrem teoria e realidade.

CAPÍTULO V

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O percurso investigativo desenvolvido evidenciou o potencial da Modelagem Matemática como estratégia pedagógica capaz de articular teoria e prática, promovendo aprendizagens significativas no ensino de Geometria. Ao integrar conteúdos como semelhança de triângulos e o Teorema de Tales em atividades contextualizadas, foi possível romper com a visão da Matemática como disciplina meramente abstrata, possibilitando que os alunos a percebessem como instrumento de compreensão e intervenção no mundo real.

Os dados analisados demonstraram avanços concretos na apropriação conceitual: termos como razão de semelhança e proporção entre segmentos passaram a ser incorporados espontaneamente pelos estudantes, revelando evolução na linguagem técnica e no raciocínio matemático. Mais do que a resolução correta dos cálculos, observou-se o desenvolvimento de uma postura investigativa, em que os erros não foram entendidos como fracasso, mas como parte constitutiva do processo de aprendizagem, em consonância com a noção de “erros construtivos” (Pavanello, 1993).

Além da apropriação dos conteúdos geométricos, a experiência favoreceu o fortalecimento de competências transversais, como trabalho em equipe, cooperação, argumentação, pensamento crítico e autonomia intelectual. A interação em grupo e os momentos de debate coletivo confirmaram o potencial dos cenários de investigação propostos por Skovsmose (2008), nos quais a Matemática se apresenta como espaço de diálogo, questionamento e construção coletiva do conhecimento.

As dificuldades enfrentadas — imprecisões nas medições, limitações de tempo e condições ambientais — longe de comprometerem o processo, enriqueceram a experiência ao exigir que os alunos revisassem cálculos, ajustassem procedimentos e refletissem criticamente sobre os resultados. O fato de os valores obtidos se aproximarem das medidas reais reforça a validade do uso do Teorema de Tales e da semelhança de triângulos como métodos eficazes de resolução de problemas cotidianos.

De modo geral, constatou-se que a metodologia adotada promoveu um deslocamento importante: os estudantes deixaram de assumir uma postura passiva,

restrita à memorização de fórmulas, para adotar uma atitude ativa e crítica diante do conhecimento matemático. A Matemática foi ressignificada, passando a ser reconhecida como ciência viva, relacionada à realidade social e às experiências concretas dos sujeitos.

Assim, a experiência aqui relatada aponta para a necessidade de práticas pedagógicas que valorizem a contextualização, a investigação e a experimentação, reafirmando a relevância da Modelagem Matemática no ensino de Geometria como possibilidade concreta de integrar teoria e prática, escola e vida, conhecimento e realidade.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed., 2ª reimpressão – São Paulo: Contexto, 2019.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASTOS, J. F. **Modelagem Matemática na Educação Básica: uma proposta para a formação inicial dos professores do magistério**. 125 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2018.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática no ensino fundamental**. Blumenau: Edfurb, 2014.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2005.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, G. L. et al. **Um panorama sobre a utilização da modelagem matemática no ensino da geometria**. Brazilian Journal Of Development, v. 7, n. 8, p. 76537-76553, 2021.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1992.

BURAK, D.; MARTINS, M. **Modelagem matemática nos anos iniciais da educação básica: uma discussão necessária**. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 8, n. 1, p. 92-111, 2015.

CALDEIRA, A. D. **Modelagem Matemática: um novo olhar**. Alexandria, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009.

CIVIERO, A. L.; SANTANA, M. M. **Roteiros de Aprendizagem a partir da Transposição Didática Reflexiva**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 681-696, ago. 2013.

D'AMBROSIO, B. S.; D'AMBROSIO, U. **Formação de professores de matemática: professor-pesquisador**. Atos de Pesquisa em Educação, v. 1, n. 1, p. 75-85, 2006.

ENGLISH, L. D. **Developing early foundations through modeling with data**. In: HIRSCH, C. (Ed.). Annual perspectives in mathematics education: Mathematical Modeling Mathematics. Reston: NCTM, 2016. p. 187-195.

FIorentini, D. **Professor de matemática em formação: práticas pedagógicas, investigação e colaboração**. Campinas: Mercado de Letras, 2006.

GUERREIRO, H. G.; SERRAZINA, M. de L. **A aprendizagem dos números racionais com compreensão envolvendo um processo de modelação emergente**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 181-201, abr. 2017.

KAVIATKOVSKI, L. **A Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2012.

LIBÂNIO, J. C. **Organização e gestão da escola: Teoria e Prática**. São Paulo: Heccus Editora, ed. de 2000 (6ª ed. ou edições posteriores, 185-193)

MINAYO, M. C. de S. (Org.). **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 14. ed. Rio de Janeiro: Hucitec, 2014.

MUTTI, G. de S. L. **Práticas pedagógicas de professores da educação matemática num contexto de formação continuada em Modelagem Matemática na educação matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2016.

NUNOMURA, A. R. T. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar para os registros de representação semiótica**. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké, Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-39, mar. 1993.

PAVANELLO, R. M.; FRANCO, V. S. **A construção do conhecimento geométrico no ensino fundamental: análise de um episódio de ensino**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IX, Belo Horizonte: SBEM, 2007.

ROSA, M. R. **A relação com o saber de professores de matemática em um processo de formação continuada sobre objetos geométricos**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2020.

SILVA, N. M. R. da. **Formação continuada de professores que ensinam matemática: uma investigação a partir das relações institucionais da TAD**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2019.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.**

Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008.

SOARES, M. R.; SANTOS JUNIOR, G. **A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem: contribuições das atividades sobre energia elétrica.** Revista Práxis, v. 8, n. 16, dez. 2016.

SOUZA, D. da S. **A relação com o saber: professores de matemática e práticas educativas do ensino médio.** Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2009.

SOUZA, D. da S. **O universo explicativo do professor de matemática ao ensinar o teorema de Tales: um estudo de caso na rede estadual de Sergipe.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

SOUZA, D. da S. **Problemática do ensino de geometria: desafios, possibilidades e experiências.** Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online), v. 11, n. 3, p. 242-263, 2021.

VALENTE, W. R. **Quem somos nós, professores de matemática?** Caderno Cedes, Campinas, v. 28, n. 74, p. 11-23, jan./abr. 2008.

VAN HIELE, P. M. **Structure and insight: a theory of mathematics education.** Orlando: Academic Press, 1986.

VILLIERS, M. **Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele.** Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 400-431, 2010.

ANEXO
PRODUTO FINAL

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

DIÁLOGOS: Modelagem e Geometria no 9º ano do Ensino Fundamental

A elaboração da sequência didática parte da prática realizada e tem como objetivo planejar o ensino de Geometria com práticas concretas, sobretudo quando se pretende inserir a Modelagem Matemática no processo formativo. A seguir, descreve-se cada etapa de forma separada, onde estão detalhados os objetivos, conteúdos abordados, atividades, recursos e orientações.

Assim, na primeira parte, intitulada Apresentação e Contextualização, há a proposta de despertar o interesse dos alunos para a temática do estudo da Geometria e da Modelagem. Esta etapa explora o questionamento inicial de como determinar alturas de objetos sem medi-los diretamente, buscando relacionar conhecimentos prévios dos estudantes com situações do cotidiano, tais como postes, edifícios e outras estruturas. O professor desempenha o papel de instigador, formulando perguntas abertas e evitando julgar as hipóteses apresentadas. A tabela descreve os objetivos, conteúdos, recursos e o tempo estimado, de modo que o professor possa introduzir os conceitos de proporcionalidade e medição indireta.

Tabela 1 - Etapa 1 Sequência Didática

APRESENTAÇÃO E CONTEXTUALIZAÇÃO
OBJETIVOS
<ul style="list-style-type: none"> - Despertar o interesse dos alunos para o estudo da Geometria, mostrando exemplos reais de proporcionalidade e aplicação do Teorema de Tales e semelhança de triângulos. - Introduzir a noção de Modelagem Matemática como ferramenta para resolver problemas do cotidiano.
ÁREAS DO CONHECIMENTO (MATEMÁTICA)
<ul style="list-style-type: none"> - Proporcionalidade em situações cotidianas. - Conceito inicial do Teorema de Tales (linhas paralelas e transversais). - Ideia preliminar de semelhança de triângulos. - Exemplos práticos de medição indireta (altura de postes, edifícios etc.)
ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR
<ul style="list-style-type: none"> - Inicie a aula com questionamentos: “Vocês acham possível descobrir a altura de um objeto sem medi-lo diretamente? Como fariam?” - Demonstre empolgação ao apresentar situações reais de proporcionalidade, utilizando imagens ou um breve vídeo (opcional). - Anote as hipóteses dos alunos no quadro e não corrija imediatamente. - Estimule que cada aluno ou grupo discuta possibilidades de abordagem.
ATIVIDADES DOS ALUNOS
<ul style="list-style-type: none"> - Participar das discussões iniciais, expondo ideias sobre medição indireta, sombras, uso de trenas, etc. - Registrar no caderno possíveis métodos que imaginam para medir objetos altos sem acesso direto.

- Levantar dúvidas e compartilhar experiências próprias (p. ex., alguém já mediu a altura de uma árvore?).
RECURSOS
- Quadro para anotar hipóteses. - Eventuais imagens impressas ou projetadas em slides, mostrando postes, edifícios e objetos cujas alturas podem ser investigadas.
TEMPO ESTIMADO
- Aproximadamente 1 aula (45 minutos).
OBSERVAÇÕES
- Caso haja disponibilidade, utilizar um pequeno trecho de vídeo ou um conjunto de fotos para exemplificar o tema. - O tom da discussão deve ser motivador, evitando críticas imediatas às hipóteses dos alunos.

A segunda parte da sequência didática busca formalizar os conceitos que foram introduzidos durante a contextualização. Nesse sentido, é realizado um aprofundamento em torno do Teorema de Tales, das retas paralelas, dos ângulos correspondentes e dos critérios de semelhança de triângulos. Na tabela subsequente descreve-se com maiores detalhes, exercícios a serem propostos aos alunos, reforçando a transição da percepção cotidiana para a linguagem matemática formal. Uma dos pontos positivos nessa etapa é a conexão entre exemplos práticos e representações mais acadêmicas, para consolidar a aprendizagem e evidenciar que a teoria não está dissociada da realidade.

Ainda nessa segunda etapa, à Modelagem Matemática constitui-se em um aspecto-chave, pois se demonstra como a construção de um modelo teórico que traduza situações reais em objetos geométricos e relações algébricas. Sob essa perspectiva, a semelhança de triângulos ganha novo significado, pois passa a ser vista como um recurso para resolver situações, em vez de algo puramente abstrato. Aliado a isso é realizada uma proposta de breves exercícios de fixação para permitir verificar se os alunos compreenderam o cerne do que está sendo discutido.

Tabela 2 - Etapa 2 Sequência Didática
EXPLORAÇÃO TEÓRICA EM SALA

OBJETIVOS
- Formalizar o conceito de semelhança de triângulos e o Teorema de Tales, relacionando-os ao tema levantado na etapa 1. - Explicitar a noção de Modelagem Matemática como a construção de um modelo que “espelha” a realidade com linguagem matemática.
ÁREAS DO CONHECIMENTO (MATEMÁTICA)
- Retas paralelas, ângulos correspondentes e transversais (Teorema de Tales).

<ul style="list-style-type: none"> - Semelhança de triângulos: definição, critérios de semelhança, razões de proporção. - Modelagem: identificação de variáveis relevantes e abstração de situações concretas.
ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR
<ul style="list-style-type: none"> - Fazer um resgate dos questionamentos iniciais, mostrando como o Teorema de Tales e a semelhança de triângulos surgem naturalmente para responder às hipóteses discutidas. - Utilizar exemplos simples para mostrar a proporcionalidade: escalas em mapas, ampliação de fotografias, etc. - Propor exercícios de fixação curtos (por exemplo, desenhar duas retas paralelas e uma transversal e calcular segmentos) para consolidar a lógica do Teorema de Tales e a ideia de semelhança. - Explicar como podemos “modelar” a situação de medição de um poste ao representar poste e sombra como um triângulo maior e régua como um triângulo menor.
ATIVIDADES DOS ALUNOS
<ul style="list-style-type: none"> - Resolver atividades de verificação, por exemplo, identificar onde ocorre a semelhança de triângulos em figuras propostas (mapas, plantas de casas, etc.). - Produzir pequenos esquemas (desenhos) no caderno relacionando o Teorema de Tales a linhas paralelas em um polígono. - Participar de debate sobre como as fórmulas algébricas derivam das relações de proporção (ratios) entre segmentos.
RECURSOS
<ul style="list-style-type: none"> - Slides, quadro ou cartazes demonstrativos com figuras geométricas. - Cópias de atividades impressas (exercícios de semelhança e Teorema de Tales). - Marcadores coloridos (para destacar segmentos correspondentes).
TEMPO ESTIMADO
<ul style="list-style-type: none"> - Aproximadamente 2 aulas (90 minutos) — ideal para apresentar teoria, mostrar exemplos e resolver alguns exercícios breves.
OBSERVAÇÕES
<ul style="list-style-type: none"> - Verificar se todos compreenderam a simbologia e a ideia básica de semelhança antes de avançar para a aula prática. - Conectar constantemente os exemplos a situações do cotidiano, reforçando a utilidade dos conceitos.

A terceira parte, é a mais importante do produto educacional em termos de vivência direta e engajamento dos alunos. A tabela a seguir descreve os procedimentos, recursos físicos (régua de pedreiro, trena, nível de pedreiro) e práticas de trabalho em grupo. Durante essa fase, a experiência fora da sala de aula permite que o estudante se depare com as incertezas de um fenômeno real, tais como a intensidade e direção da luz solar, o posicionamento do instrumento de medida e a variação de superfícies. Tais elementos reforçam a concepção de Modelagem proposta por pesquisadores como Bassanezi (2002), para quem o caráter dinâmico

do fenômeno exige abstração, resolução, validação e, muitas vezes, modificação das hipóteses iniciais.

A tabela apresenta instruções ao professor que visam orientar o acompanhamento dos grupos e garantir que todos participem ativamente, assumindo papéis variados, como medidores, registradores, calculistas ou observadores. É recomendável que o professor estimule as discussões internas do grupo em cada dificuldade encontrada, o que permite aos alunos atuarem como agentes da própria aprendizagem.

Tabela 3 - Etapa 3 Sequência Didática

ATIVIDADE PRÁTICA DE CAMPO
OBJETIVOS
<ul style="list-style-type: none"> - Aplicar efetivamente o Teorema de Tales e a semelhança de triângulos em um contexto real, medindo alturas de objetos que não podem ser mensurados diretamente. - Fomentar a colaboração em grupo, a coleta de dados e o raciocínio investigativo, pautados pela Modelagem Matemática.
ÁREAS DO CONHECIMENTO (MATEMÁTICA)
<ul style="list-style-type: none"> - Medição e observação de sombras. - Configuração geométrica de triângulos semelhantes (objeto alto / régua). - Conceito de razão de semelhança e aplicação prática para estimativa de alturas.
ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR
<ul style="list-style-type: none"> - Organizar previamente o espaço externo: identificar pontos com sombras bem definidas (postos de luz, mastros, árvores) e garantir a segurança dos alunos. - Dividir a turma em grupos de 4 ou 5 discentes, orientando-os a definir papéis (ex.: medidor, registrador, calculista, fotógrafo). - Circular entre os grupos para verificar se estão aplicando corretamente as fórmulas de semelhança ou o Teorema de Tales, bem como se compreendem as relações de proporção. - Reforçar a importância de anotar sistematicamente os dados coletados (altura da régua, comprimento da sombra, medições repetidas etc.).
ATIVIDADES DOS ALUNOS
<ul style="list-style-type: none"> - Marcar o ponto inicial e final da sombra do poste (ou objeto) e registrar essa distância usando uma trena. - Posicionar a régua de pedreiro no solo e medir a sombra correspondente, tomando cuidado para mantê-la perpendicular ao chão (possivelmente usando o nível). - Calcular, a partir dos dados coletados, a altura do objeto usando a fórmula de proporção derivada da semelhança de triângulos ou do Teorema de Tales. - Discutir entre o grupo eventuais erros ou discrepâncias e anotar ideias de como corrigir as medições.
RECURSOS
<ul style="list-style-type: none"> - Régua de pedreiro ou bastão (entre 1 m e 2 m). - Trena ou fita métrica longa para medir sombras. - Nível de pedreiro para garantir que a régua fique vertical. - Aparelho fotográfico ou celular para registro (opcional, se permitido).
TEMPO ESTIMADO

- Aproximadamente 2 aulas (90 minutos), considerando tempo de locomoção para o pátio ou área externa, explicação, organização dos grupos e coleta de dados.
OBSERVAÇÕES
- Caso o dia esteja muito nublado, pode-se remarcar a prática ou criar uma simulação em sala, utilizando maquetes ou fontes de luz artificiais. - Incentivar os grupos a realizarem duas ou mais medições para verificar consistência de resultados.

A quarta e última parte propõe um retorno ao ambiente da sala de aula, agora para discutir, comparar e avaliar os resultados alcançados em campo. A tabela a seguir descreve essa fase, e nela são sugeridas apresentações de cada grupo, debates sobre divergências ou convergências nas medidas e reflexões acerca das limitações ou virtudes do método empregado. Ao retomar a teoria, o professor conduz a turma à percepção de que, por trás dos números obtidos, há conceitos que explicam por que as medidas fazem sentido ou por que falhas ocorreram. Isso corresponde a uma concepção de ensino de Geometria que não se encerra na prática em si, mas revaloriza o papel da teoria como meio de sistematizar o conhecimento gerado pela experiência.

O percurso indica, também, a importância de formular um questionário, uma redação ou outra modalidade de registro escrito em que os estudantes possam expressar o que aprenderam, quais dificuldades enfrentaram e de que maneira enxergam a Geometria após a vivência prática. O procedimento alimenta a avaliação formativa, permitindo que o professor se aproxime das percepções discentes e adapte etapas futuras, caso identifique falhas que mereçam maior atenção. A presença de uma atividade reflexiva ao final conecta-se às ideias de Skovsmose, segundo as quais o aluno precisa rever criticamente a experiência para consolidar o conhecimento adquirido.

Tabela 4 - Etapa 4 Sequência Didática
SISTEMATIZAÇÃO E AVALIAÇÃO

OBJETIVOS
- Confrontar os resultados obtidos em campo com a teoria, analisando acertos e possíveis divergências. - Promover a reflexão sobre a contribuição da Modelagem Matemática para a compreensão dos conceitos geométricos. - Avaliar a aprendizagem dos alunos de forma diagnóstica e formativa.
ÁREAS DO CONHECIMENTO (MATEMÁTICA)
- Interpretação e análise crítica de dados coletados (altura do objeto, medidas de sombra, etc.). - Revisão dos conceitos de semelhança de triângulos e Teorema de Tales na forma de exercício reflexivo.

- Conexão entre teoria e prática: Modelagem Matemática como estratégia didática.
ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR
<ul style="list-style-type: none"> - Organizar um momento para cada grupo apresentar suas conclusões, explicando como chegaram aos valores de altura e que dificuldades encontraram. - Estimular a turma a questionar métodos e resultados de cada grupo, reforçando a ideia de investigação e verificação. - Sugerir um breve questionário ou redação de até meia página, pedindo ao aluno que descreva o que aprendeu e em que situações imagina aplicar o que estudou. - Valorizar não só os resultados numéricos, mas a argumentação e a coerência na elaboração do raciocínio.
ATIVIDADES DOS ALUNOS
<ul style="list-style-type: none"> - Expor, em pequenos grupos, suas tabelas de medições e cálculos. - Comparar resultados com outros grupos ou com medidas oficiais, se houver. - Participar de um debate sobre erros comuns, estratégias de correção e possíveis limitações do método aplicado (por exemplo, ausência de sombra nítida, terreno irregular etc.). - Responder, individual ou coletivamente, a perguntas reflexivas, ressaltando como a geometria se tornou mais clara após a experiência prática.
RECURSOS
<ul style="list-style-type: none"> - Quadro ou data-show para projeção dos resultados de cada grupo (caso seja viável). - Folhas para confecção de tabela comparativa, questionário ou relatório final.
TEMPO ESTIMADO
<ul style="list-style-type: none"> - Aproximadamente 2 aulas (90 minutos) para apresentações, discussão coletiva e registro final.
OBSERVAÇÕES
<ul style="list-style-type: none"> - Caso não seja possível aferir a altura real do objeto (por motivos de segurança ou logística), discutir outras formas de validar as medidas (contatos com secretaria da escola, manual do equipamento etc.). - Sugerir continuidade do tema com investigações adicionais: “Como medir a altura de um prédio vizinho?”, “Como modelar a distância entre dois pontos de difícil acesso?”

O produto educacional concede uma progressão lógica que se inicia na motivação e se conclui na sistematização, garantindo que o aluno vivencie cada fase de forma coerente. O progresso é desenvolvido de maneira precisa, reunindo conteúdos, orientações ao professor e atividades dos alunos, além de situar recursos e tempo estimado. Esse detalhamento confere praticidade à proposta, reduzindo a possibilidade de improviso durante a aplicação. Na primeira parte, a curiosidade e o levantamento de hipóteses tomam o protagonismo. Na segunda, a consolidação teórica oferece o embasamento conceitual para que, na terceira, as práticas de campo ocorram de modo significativo. Finalmente, na quarta parte, realiza-se a reflexão final, a comparação de resultados e a avaliação crítica das escolhas de cada grupo.