



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO  
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP  
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL – PROFMAT



**Antonio Carlos Cardoso**

**MATEMÁTICA APLICADA: EXPLORANDO O  
CÁLCULO DA CUBAGEM DE MADEIRA NA  
EDUCAÇÃO**

Sinop

2025



**Antonio Carlos Cardoso**

**MATEMÁTICA APLICADA: EXPLORANDO O  
CÁLCULO DA CUBAGEM DE MADEIRA NA  
EDUCAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade do Estado de Mato Grosso, Câmpus Universitário de Sinop, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Emivan Ferreira da Silva  
Orientador

Adriana Souza Resende  
Coorientadora

Sinop

2025

Ficha catalográfica elaborada pela Supervisão de Bibliotecas da UNEMAT Catalogação de Publicação na Fonte.  
UNEMAT - Unidade padrão

C268m Cardoso, Antonio Carlos.

MATEMÁTICA APLICADA: EXPLORANDO O CÁLCULO DA CUBAGEM DE MADEIRA NA EDUCAÇÃO / Antonio Carlos Cardoso. - Sinop, 2025. 127f.: il.

Universidade do Estado de Mato Grosso "Carlos Alberto Reyes Maldonado", Matemática/SNP-PROFMAT - Sinop - Mestrado Profissional, Campus Universitário De Sinop.

Orientador: Emivan Ferreira da Silva.

Coorientador: Adriana Souza Resende.

1. Matemática aplicada. 2. Cubagem de madeira. 3. Educação contextualizada. 4. BNCC. I. Silva, Emivan Ferreira da. II. Resende, Adriana Souza. III. Título.

UNEMAT / MTSCB

CDU 510



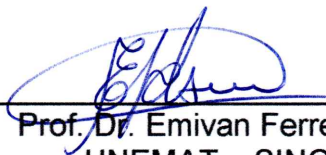
**ANTONIO CARLOS CARDOSO**

**MATEMÁTICA APLICADA: EXPLORANDO O CÁLCULO DA CUBAGEM DE  
MADEIRA NA EDUCAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – ProfMat da Universidade do Estado de Mato Grosso/UNEMAT – Campus Universitário de Sinop, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

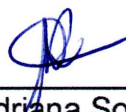
Orientador(a): Prof. Dr. Emivan Ferreira da Silva  
Aprovado em 18/09/2025

**BANCA EXAMINADORA**



---

Prof. Dr. Emivan Ferreira da Silva  
UNEMAT – SINOP - MT



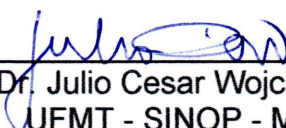
---

Profa. Dra. Adriana Souza Resende  
UNEMAT – SINOP - MT



---

Prof. Dr. Raul Abreu De Assis  
UNEMAT – SINOP - MT



---

Prof. Dr. Julio Cesar Wojciechowski  
UFMT - SINOP - MT

Sinop/MT  
2025



Dedico este trabalho à minha família, que sempre acreditou e investiu em meu potencial.

À minha mãe, cujo cuidado e dedicação, em muitos momentos, renovaram minha esperança e me impulsionaram a seguir adiante.

Ao meu pai, por ser um símbolo de segurança e força, mostrando-me que nunca estou sozinho nesta caminhada.

À minha esposa, Jozélia F. Araújo, pelo amor, paciência e apoio inabaláveis, que me inspiraram e sustentaram em cada desafio enfrentado.

A todos vocês, minha eterna gratidão!



## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, fonte de toda força e sabedoria, por Sua presença constante em cada etapa desta jornada. Sem Sua direção, amparo e bênçãos, eu não teria alcançado esta conquista. Agradeço também aos meus pais, que, com humildade e dedicação, me ensinaram a ser uma pessoa íntegra, a respeitar o próximo e a lutar pelos meus sonhos de forma honesta, mesmo diante dos desafios e do esforço exigido.

Minha gratidão se estende a toda a minha família, que esteve ao meu lado, oferecendo apoio, confiança e palavras de encorajamento em todos os momentos. Aos professores que fizeram parte da minha formação acadêmica, deixo um sincero agradecimento por acreditarem em meu potencial. Foram fundamentais para que eu pudesse chegar até aqui.

De forma especial, agradeço ao Professor Dr. Raul Abreu de Assis e ao Professor Dr. Júlio Cesar Wojciechowski, que, como avaliadores, contribuíram com orientações valiosas. Manifesto meu profundo respeito e gratidão ao meu orientador, Dr. Emivan Ferreira da Silva, e à minha coorientadora, Dra. Adriana Souza Resende, pela paciência, compreensão e dedicação com que me acompanharam durante a realização deste trabalho.

Agradeço, ainda, à minha esposa, Jozélia F. Araújo, pelo amor, pela confiança e pelo apoio incondicional que me deram forças para persistir nos momentos difíceis. Por fim, agradeço aos amigos e colegas que, direta ou indiretamente, colaboraram para o sucesso desta empreitada, acreditando em mim e encorajando-me a seguir em frente.

A todos, meu mais sincero obrigado!



*“Entendo por razão, não a faculdade de  
raciocinar, que pode ser bem ou mal  
utilizada, mas o encadeamento das verdades  
que só pode produzir verdades, e uma  
verdade não pode ser contrária a outra.”  
(Gottfried Wilhelm Von Leibniz)*



## RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta pedagógica para o ensino de Matemática no Ensino Médio a partir do tema da cubagem de madeira, articulando conceitos matemáticos, práticas de campo e consciência ambiental. A pesquisa foi desenvolvida na Escola Estadual Professora Neide Enara Sima, em Nova Monte Verde – MT, com duas turmas do 2º ano, e fundamenta-se na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), priorizando o ensino contextualizado. A metodologia envolveu a elaboração de um *e-book* educacional, atividades práticas de medição de toras, aplicação de diferentes métodos de cubagem (rigorosos, comerciais e geométricos), uso de planilha automatizada para cálculo de volumes e análise comparativa dos resultados. Os dados e registros coletados durante a aplicação do projeto apontam indícios de que as atividades contribuíram para ampliar o interesse dos alunos pela Matemática aplicada e para promover reflexões sobre a importância do manejo florestal sustentável. As discussões em sala e as análises realizadas sugerem que a integração entre teoria, prática e tecnologia favorece a participação e o engajamento, podendo potencializar o aprendizado e contribuir para a formação de estudantes mais conscientes e preparados para interagir com a realidade socioeconômica local.

**Palavras-chave:** Matemática aplicada, Cubagem de madeira, Educação contextualizada, BNCC.



## ABSTRACT

This study presents a pedagogical proposal for teaching Mathematics in High School, using log volume measurement (cubagem de madeira) as the central theme, integrating mathematical concepts, field practices, and environmental awareness. The research was conducted at Escola Estadual Professora Neide Enara Sima, in Nova Monte Verde – MT, Brazil, with two 2nd-year classes, and is based on the National Common Curricular Base (BNCC), emphasizing contextualized teaching. The methodology included the development of an educational e-book, practical activities for measuring logs, application of different volume measurement methods (rigorous, commercial, and geometric), use of an automated spreadsheet for volume calculations, and comparative analysis of the results. The data and records obtained indicate that the activities may have contributed to increasing students' interest in applied mathematics and fostering reflections on the importance of sustainable forest management. The discussions and analyses carried out suggest that integrating theory, practice, and technology encourages participation and engagement, potentially enhancing learning and contributing to the formation of students who are more aware and better prepared to interact with the local socioeconomic reality.

**Keywords:** Applied mathematics, Log volume measurement, Contextualized education, BNCC.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo de medições das toras de madeiras feitas pelos madeireiros em plena floresta. . . . .	48
Figura 2 – Estimativa de volume de um tronco pelo método Smalian. . . . .	49
Figura 3 – Estimativa de volume de um tronco pelo método Huber. . . . .	50
Figura 4 – Estimativa de volume de um tronco pelo método Newton. . . . .	51
Figura 5 – Estimativa de volume de um tronco pelo método Hohenadl. . . . .	52
Figura 6 – Estimativa de volume de um tronco pelo método cubagem com desconto em face. . . . .	54
Figura 7 – Estimativa de volume de um tronco pelo método alfândega de Paris. . .	55
Figura 8 – Estimativa de volume de um tronco pelo método Frankon. . . . .	56
Figura 9 – Estimativa de volume de um tronco pelo método 7854. . . . .	58
Figura 10 – Ilustração de uma calculadora simples de 8 dígitos. . . . .	59
Figura 11 – Estimativa de volume de um tronco pelo método de cubagem corrigida.	61
Figura 12 – Ilustração de um cilindro reto. . . . .	63
Figura 13 – Ilustração de um cone reto. . . . .	63
Figura 14 – Ilustração de um tronco de cone reto. . . . .	64
Figura 15 – Ilustração de um parabolóide de revolução. . . . .	66
Figura 16 – Gráfico da função $f(x) = \sqrt{x}$ destacando o ponto $(C, r)$ . . . . .	67
Figura 17 – Parabolóide de revolução gerado pela rotação da função $f(x) = \sqrt{x}$ em torno do eixo $x$ . . . . .	67
Figura 18 – Ilustração de um neilóide de revolução. . . . .	68
Figura 19 – Gráfico da função $f(x) = \sqrt{x^3}$ destacando o ponto $(C, r)$ . . . . .	69
Figura 20 – Neilóide de revolução gerado pela rotação da função $f(x) = \sqrt{x^3}$ em torno do eixo $x$ . . . . .	69
Figura 21 – Perfis gerados pela função $f(x) = k\sqrt{x^a}$ com diferentes valores do expoente $a$ . . . . .	71
Figura 22 – Participação dos alunos com uso dos Chromebooks durante o preenchimento do formulário diagnóstico. . . . .	74
Figura 23 – Participação dos alunos com uso dos Chromebooks durante a exploração do <i>e-book</i> . . . . .	77
Figura 24 – Alunos fazendo a leitura e análise dos capítulos do <i>e-book</i> sobre a exploração da madeira e do PMFS. . . . .	78
Figura 25 – Alunos respondendo o formulário de avaliação sobre a exploração da madeira e do PMFS. . . . .	78
Figura 26 – Explicação dos métodos rigorosos de cubagem com apoio do quadro e do <i>e-book</i> projetado na TV em sala. . . . .	81
Figura 27 – Estudantes explorando os métodos rigorosos de cubagem por meio da leitura do <i>e-book</i> educacional nos Chromebooks escolares. . . . .	81

Figura 28 – Estudantes explorando os métodos comerciais de cubagem por meio da leitura do <i>e-book</i> educacional nos Chromebooks escolares. . . . .	86
Figura 29 – Aluno resolvendo exemplo proposto que envolve o método geométrico de cubagem de madeira - cone. . . . .	92
Figura 30 – Aluno resolvendo exemplo proposto que envolve o método geométrico de cubagem de madeira - cilindro. . . . .	92
Figura 31 – Alunos utilizando os Chromebooks e calculadoras para resolver manualmente os exercícios do 1 ao 6 do <i>e-book</i> . . . . .	93
Figura 32 – Exercício 1 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	93
Figura 33 – Exercício 2 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	93
Figura 34 – Exercício 3 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	95
Figura 35 – Exercício 4 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	95
Figura 36 – Resultados obtidos pelos alunos nos Exercícios 3 e 4. . . . .	96
Figura 37 – Exercício 5 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	98
Figura 38 – Exercício 6 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	98
Figura 39 – Alunos do 2º ano A desenvolvendo a planilha automatizada com o auxílio do Chromebook. . . . .	99
Figura 40 – Alunos do 2º ano C desenvolvendo a planilha automatizada com o auxílio do Chromebook. . . . .	99
Figura 41 – Modelo de estrutura da planilha automatizada com os campos organizados para os diferentes métodos de cubagem. . . . .	100
Figura 42 – Alunos do 2º ano A preenchendo a planilha automatizada com os diâmetros e comprimentos dados nos exercícios 7,8 e 10 do <i>e-book</i> . . . . .	100
Figura 43 – Exercício 7 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	101
Figura 44 – Exercício 8 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	101
Figura 45 – Exercício 9 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	102
Figura 46 – Exercício 10 do <i>e-book</i> educacional. . . . .	102
Figura 47 – Planilha preenchida pela aluna Eduarda. . . . .	102
Figura 48 – Parte das respostas dos alunos sobre a diferença entre os Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos e o valor obtido pela fórmula do tronco de cone.103	103
Figura 49 – Percepção dos alunos quanto ao método mais consistente e estratégias de cubagem na estimativa de volumes, considerando os exercícios 7 e 8. . . . .	104
Figura 50 – Proprietário da serraria acolhendo os alunos do 2º ano A. . . . .	105
Figura 51 – Proprietário da serraria acolhendo os alunos do 2º ano C. . . . .	105
Figura 52 – Alunos do 2º ano A realizando a coleta das medidas de diâmetro e comprimento das toras de madeira durante a visita técnica. . . . .	106
Figura 53 – Alunos do 2º ano C realizando a coleta das medidas de diâmetro e comprimento das toras de madeira durante a visita técnica. . . . .	106
Figura 54 – Romaneio preenchido pelos alunos durante a visita técnica à Serraria. . . . .	106

Figura 55 – Alunos observando a etapa do funcionamento das máquinas e o desdobro das toras em tábuas e vigamentos. . . . .	107
Figura 56 – Alunos do 2º ano A calculando os diâmetros médios a partir dos dados do romaneio e inserindo os valores na planilha automatizada. . . . .	108
Figura 57 – Alunos do 2º ano C calculando os diâmetros médios a partir dos dados do romaneio e inserindo os valores na planilha automatizada. . . . .	108
Figura 58 – Planilha automatizada preenchida pelo aluno Fernando (2º ano A), com os resultados obtidos por diferentes métodos de cubagem aplicados em sala. . . . .	108
Figura 59 – Planilha automatizada preenchida pela aluna Mariana (2º ano C), com os resultados obtidos por diferentes métodos de cubagem aplicados em sala. . . . .	109
Figura 60 – Professor explicando o funcionamento do xilômetro e a fórmula para cálculo do volume deslocado. . . . .	114
Figura 61 – Alunos submergindo a tora no reservatório e registrando a variação do nível da água para cálculo do volume deslocado. . . . .	114
Figura 62 – Planilha automatizada da aluna Beatriz da turma 2º ano A com os resultados dos volumes e percentuais comparativos obtidos. . . . .	115
Figura 63 – Planilha automatizada do aluno Henrique da turma 2º ano C com os resultados dos volumes e percentuais comparativos obtidos. . . . .	115
Figura 64 – Nuvem de palavras com as respostas dos alunos à questão “Em poucas palavras, o que você aprendeu com este projeto?”. . . . .	120



## LISTA DE ESQUEMAS

Esquema 1 – Esquema de Modelagem apresentado por Bassanezi para se construir modelos matemáticos. . . . .	43
Esquema 2 – Organização dos métodos de mensuração do volume de árvores e toras individuais. . . . .	72



## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Quantidades de alunos que responderam o formulário de diagnóstico em 21 de março de 2025. . . . .	74
Gráfico 2 – Percentual de alunos que já ouviram falar sobre o PMFS. . . . .	75
Gráfico 3 – Percentual de alunos que conhece algum método ou já ouviu falar sobre maneiras de calcular o volume de uma árvore ou de uma tora de madeira. . . . .	75
Gráfico 4 – Distribuição das expectativas dos alunos em relação ao projeto. . . . .	76
Gráfico 5 – Quantidades de alunos que responderam o formulário de avaliação sobre a exploração da madeira e do PMFS. . . . .	78
Gráfico 6 – Percepção dos alunos sobre a forma de exploração da madeira no Brasil. . . . .	79
Gráfico 7 – Mudança de percepção sobre a importância do PMFS. . . . .	79
Gráfico 8 – Distribuição do número de alunos que participaram do formulário de percepção referente aos métodos rigorosos de cubagem. . . . .	82
Gráfico 9 – Percentual de alunos que já conheciam algum método rigoroso de cubagem antes da aula. . . . .	82
Gráfico 10 – Preferência dos alunos entre os métodos rigorosos de cubagem. . . . .	83
Gráfico 11 – Fatores que mais chamaram atenção nos métodos estudados. . . . .	83
Gráfico 12 – Comparação entre as turmas do 2º A e 2º C quanto ao método rigoroso de cubagem preferido. . . . .	84
Gráfico 13 – Fatores que mais chamaram atenção nos métodos de cubagem — Comparação entre as turmas 2º A e 2º C. . . . .	85
Gráfico 14 – Distribuição do número de alunos que participaram do formulário sobre os métodos comerciais de cubagem. . . . .	86
Gráfico 15 – Percentual de alunos que já conheciam algum método comercial de cubagem antes da aula. . . . .	87
Gráfico 16 – Preferência dos alunos entre os métodos comerciais de cubagem. . . . .	87
Gráfico 17 – Fatores que mais chamaram atenção nos métodos comerciais. . . . .	88
Gráfico 18 – Preferência por métodos comerciais — Comparação entre turmas 2º A e 2º C. . . . .	89
Gráfico 19 – Fatores que mais chamaram atenção — Comparação entre as turmas. . . . .	90
Gráfico 20 – Percepção dos alunos quanto à facilidade ou dificuldade de aplicar o conceito de deslocamento da água para estimar o volume. . . . .	94
Gráfico 21 – Distribuição do número de alunos que obtiveram o volume próximo ao esperado para cada método de cubagem aplicado nos Exercícios 3 e 4. . . . .	97
Gráfico 22 – Avaliação da qualidade geral do <i>e-book</i> educacional utilizada nas aulas. . . . .	117
Gráfico 23 – Avaliação das ilustrações e da dificuldade dos exercícios do <i>e-book</i> . . . . .	117
Gráfico 24 – Percepções dos alunos sobre a planilha automatizada de cálculo. . . . .	118
Gráfico 25 – Experiência dos alunos no uso da planilha automatizada. . . . .	118

Gráfico 26 – Opinião dos alunos sobre as atividades práticas e preferência por mais ações desse tipo. . . . .	119
Gráfico 27 – Métodos rigorosos escolhidos pelos alunos após os estudos. . . . .	119
Gráfico 28 – Métodos comerciais escolhidos pelos alunos após os estudos. . . . .	120

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Exemplo de anotações das medições de toras de madeira feitas em campo. . . . .	47
Tabela 2 – Volumes de referência calculados pelo professor a partir de diferentes métodos de cubagem nos Exercícios 3 e 4. . . . .	96
Tabela 3 – Percentual do volume comercial em relação ao volume rigoroso — Dados da planilha automatizada do aluno Fernando (2º ano A). . . . .	111
Tabela 4 – Percentual de queda do volume comercial em relação ao volume rigoroso — Dados da planilha automatizada do aluno Fernando (2º ano A). . . . .	111
Tabela 5 – Percentual do volume comercial em relação ao volume rigoroso — Dados da planilha automatizada da aluna Mariana (2º ano C). . . . .	112
Tabela 6 – Percentual de queda do volume comercial em relação ao volume rigoroso — Dados da planilha automatizada da aluna Mariana (2º ano C). . . . .	112



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

UNEMAT	Universidade do Estado de Mato Grosso
PMFS	Plano de Manejo Florestal Sustentável
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DRC-MT	Documento de Referência Curricular para Mato Grosso
DAP	Diâmetro à Altura do Peito
DMC	Diâmetro Mínimo de Corte
AUTEX	Autorização para Exploração
CONAMA	Conselho Nacional do Meio Ambiente
FSC	Forest Stewardship Council (Conselho de Manejo Florestal)
CERFLOR	Sistema Brasileiro de Certificação Florestal
DOU	Diário Oficial da União
IBAMA	Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis
IMAZON	Instituto do Homem e do Meio Ambiente da Amazônia



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>29</b>
<b>2</b>	<b>A IMPORTÂNCIA DA PESQUISA QUALITATIVA E EXPLORATÓ- RIA NA COMPREENSÃO DE PRÁTICAS EDUCACIONAIS</b>	<b>31</b>
2.1	PESQUISA QUALITATIVA	31
2.2	PESQUISA EXPLORATÓRIA	32
<b>3</b>	<b>MADEIRA E SOCIEDADE: HISTÓRIA, DESAFIOS E SUSTENTA- BILIDADE</b>	<b>33</b>
<b>4</b>	<b>A IMPORTÂNCIA DA ETNOMATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO E NA APLICAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS EM CONTEXTOS PRÁTICOS</b>	<b>37</b>
<b>5</b>	<b>SUSTENTABILIDADE E CONSCIÊNCIA AMBIENTAL ATRAVÉS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA</b>	<b>39</b>
<b>6</b>	<b>A MODELAGEM MATEMÁTICA NA CUBAGEM DE MADEIRA: DESAFIOS E PERSPECTIVAS PARA UMA EDUCAÇÃO SUSTEN- TÁVEL</b>	<b>41</b>
<b>7</b>	<b>GESTÃO SUSTENTÁVEL DA MADEIRA: DO MANEJO FLORES- TAL ÀS DIRETRIZES DE CUBAGEM DO CONAMA</b>	<b>47</b>
7.1	DETERMINAÇÃO DO VOLUME RIGOROSO DE TORAS E ÁRVORES INDIVI- DUAIS	48
7.1.1	<b>Método xilômetro</b>	49
7.1.2	<b>Método de Smalian</b>	49
7.1.3	<b>Método de Huber</b>	50
7.1.4	<b>Método de Newton</b>	51
7.1.5	<b>Método de Hohenadl</b>	52
7.2	DETERMINAÇÃO DO VOLUME COMERCIAL DE TORAS INDIVIDUAIS	53
7.2.1	<b>Método de cubagem com desconto em face</b>	53
7.2.2	<b>Método da alfândega de Paris</b>	55
7.2.3	<b>Método de Frankon</b>	56
7.2.4	<b>Método do 7854</b>	58
7.2.5	<b>Método de cubagem corrigida</b>	61
7.3	DETERMINAÇÃO DO VOLUME DE TORAS INDIVIDUAIS POR MEIO DE SÓ- LIDOS DE REVOLUÇÃO	62
7.3.1	<b>Método do volume de cilindro reto</b>	62
7.3.2	<b>Método do volume de cone reto</b>	63
7.3.3	<b>Método do volume de tronco de cone reto (conóide truncado)</b>	64

7.3.4	<b>Método do volume de parabolóide de revolução</b> . . . . .	65
7.3.5	<b>Método do volume de neilóide de revolução</b> . . . . .	68
7.3.6	<b>Modelagem Matemática e sólidos de revolução aplicados à cubagem de madeira</b> . . . . .	70
7.4	<b>ORGANIZAÇÃO DOS MÉTODOS DE CUBAGEM</b> . . . . .	71
8	<b>APLICAÇÃO DO PROJETO EM SALA DE AULA: RELATOS DE EXPERIÊNCIA E ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> . . . . .	73
8.1	<b>APRESENTAÇÃO DO PROJETO E DIAGNÓSTICO INICIAL</b> . . . . .	73
8.2	<b>EXPLORAÇÃO DA MADEIRA E O PMFS</b> . . . . .	76
8.3	<b>MÉTODOS DE CUBAGEM DE MADEIRA: TEORIA E PRÁTICA COMPARATIVA</b>	80
8.3.1	<b>Estudo dos métodos rigorosos de cubagem de madeira</b> . . . . .	80
8.3.2	<b>Estudo dos métodos comerciais de cubagem de madeira</b> . . . . .	84
8.3.3	<b>Estudo dos métodos geométricos clássicos de cubagem de madeira</b>	89
8.3.4	<b>Análise comparativa dos métodos de cubagem a partir de exercícios resolvidos</b> . . . . .	91
8.3.5	<b>Visita técnica à serraria: observação do processo produtivo e aplicação dos métodos de cubagem</b> . . . . .	105
8.3.6	<b>Análise comparativa de volumes: xilômetro versus Smalian, Huber e Newton</b> . . . . .	112
8.4	<b>AVALIAÇÃO FINAL E PERCEPÇÕES DOS ALUNOS</b> . . . . .	116
9	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	121
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	123

# 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho nasceu do desejo de aproximar a Matemática da realidade vivida pelos alunos, por meio de um tema concreto e presente em nosso contexto local: a cubagem de madeira. A proposta foi aplicada na Escola Estadual Professora Neide Enara Sima, no município de Nova Monte Verde – MT, com alunos de duas turmas do 2º ano do Ensino Médio. O objetivo foi proporcionar uma experiência educacional significativa, conectando os conhecimentos matemáticos com a prática da cubagem de madeira no contexto do Plano de Manejo Florestal Sustentável (PMFS).

O manejo florestal é uma atividade de grande relevância econômica para a região Norte de Mato Grosso, onde a extração e beneficiamento da madeira movimentam cadeias produtivas e geram empregos diretos e indiretos. Entretanto, sua execução deve estar pautada por critérios técnicos e ambientais que garantam a sustentabilidade e a preservação dos recursos naturais. Nesse cenário, compreender os cálculos de cubagem é essencial não apenas para fins comerciais, mas também para o planejamento e controle da exploração florestal.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC),

[...] define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas da Educação Básica, assegurando os direitos de aprendizagem e desenvolvimento (BRASIL, 2018, p. 13).

Diante disso, a BNCC destaca a importância de ensinar matemática de forma contextualizada, conectando os conteúdos escolares ao cotidiano dos estudantes. De acordo com o documento, “a educação deve afirmar valores e estimular ações que contribuam para a transformação da sociedade, tornando-a mais humana, socialmente justa e voltada para a preservação da natureza” (BRASIL, 2018, p. 8). Alinhado a esse princípio, este projeto buscou tornar a matemática mais acessível e relevante, ao mesmo tempo em que promoveu a consciência ambiental.

Apesar de sua presença em diversos aspectos do cotidiano, a matemática ainda é muitas vezes ensinada de forma abstrata e descontextualizada. Como professor, escutei frequentemente a pergunta: “Para que servem essas fórmulas na vida real?” Infelizmente, essa dúvida nem sempre é respondida de forma satisfatória, o que contribuiu para uma percepção da matemática como algo distante e desinteressante. Foi exatamente essa inquietação que me motivou a investigar formas de tornar o ensino mais prático e engajante.

Minha inspiração surgiu a partir da vivência como romaneador<sup>1</sup> de toras em 2012. Na época, percebi uma discrepância entre os cálculos de volume ensinados na escola e os

<sup>1</sup> Profissional responsável por medir, registrar e classificar a quantidade de madeira extraída, realizando a cubagem das toras e organizando a comercialização.

métodos utilizados na prática pelos madeireiros. Enquanto eu aplicava fórmulas aprendidas nos livros, como as expressas pelas Equações 15 e 19, os profissionais da área utilizavam uma abordagem distinta, representada pela Equação 12: o produto dos diâmetros perpendiculares da base menor pelo comprimento da tora, multiplicado por um fator fixo (7854). Essa diferença chamou minha atenção e despertou a curiosidade em entender a origem desse número e a relação entre esses métodos.

A partir dessa experiência, propus aos alunos uma investigação prática e comparativa sobre os diferentes métodos de cubagem de madeira — tanto os tradicionais ensinados na escola, quanto os utilizados na prática madeireira e no PMFS. O intuito deste trabalho foi promover uma compreensão prática e comparativa de diferentes métodos de cubagem, analisando a aplicabilidade de cada um em contextos reais, sustentáveis e socioeconômicos.

Dessa forma, o problema central desta pesquisa foi formulado da seguinte maneira: Será que, ao explorar diferentes modelos matemáticos utilizados na cubagem para obter o volume da madeira, os alunos perceberiam que há várias formas de resolver um problema matemático e poderiam aplicá-las de maneira prática em situações do mundo real?

A proposta foi além de ensinar fórmulas. Buscou-se responder, na prática, à clássica pergunta dos alunos e, assim, promover um ensino de matemática com significado, com aplicação direta na vida cotidiana e profissional, especialmente em regiões onde o manejo florestal é parte da realidade econômica e social.

Para alcançar esse propósito, propus a criação de um *e-book* digital educacional, que reúne diferentes métodos de cubagem de madeira, integrando conceitos de matemática aplicada, com foco em seu uso didático em sala de aula. O material, disponível em <<https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/1131656>> foi elaborado para servir de suporte às aulas expositivas e às atividades práticas, como a coleta de dados em campo e a utilização de planilhas automatizadas para cálculo e comparação de volumes.

Assim, esta pesquisa buscou integrar a matemática ao cotidiano dos alunos, promover uma aprendizagem contextualizada e desenvolver o pensamento crítico e a consciência ambiental, contribuindo para a formação de estudantes mais preparados para os desafios contemporâneos e para o uso responsável dos recursos naturais.

## 2 A IMPORTÂNCIA DA PESQUISA QUALITATIVA E EXPLORATÓRIA NA COMPREENSÃO DE PRÁTICAS EDUCACIONAIS

A adoção das abordagens qualitativa e exploratória revela-se essencial no contexto desta dissertação, que investiga a exploração e a aplicação de modelos matemáticos no processo de cubagem de madeira. Essas metodologias permitem compreender com maior profundidade os aspectos pedagógicos, sociais e práticos envolvidos na temática, oferecendo uma base sólida para a análise das experiências vivenciadas em sala de aula. A seguir, apresento as características de cada tipo de pesquisa e suas contribuições para uma investigação mais ampla e significativa deste estudo.

### 2.1 Pesquisa qualitativa

A pesquisa qualitativa é especialmente adequada para o estudo de fenômenos sociais e educacionais, oferecendo uma compreensão mais profunda e integrada do contexto em que ocorrem. Segundo Godoy (1995), “a pesquisa qualitativa ocupa um reconhecido lugar entre as várias possibilidades de se estudar os fenômenos que envolvem os seres humanos e suas intrincadas relações sociais” (GODOY, 1995, p. 21).

Conforme afirmam Ludke e Andre (1986), “a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento” (LUDKE; ANDRE, 1986, p. 44). Isso é especialmente relevante em contextos educacionais, nos quais o pesquisador observa e interage com os sujeitos em seus próprios espaços de vivência. A flexibilidade metodológica característica dessa abordagem permitiu que o pesquisador adaptasse o percurso da investigação à medida que novas compreensões emergissem — o que se mostrou fundamental para captar as relações envolvidas na percepção dos alunos sobre o cálculo de cubagem de madeira.

Neste trabalho, a pesquisa qualitativa foi implementada por meio de entrevistas em profundidade, observação participante, aplicação de formulários e análise de conteúdo. Essa multiplicidade de instrumentos enriqueceu a investigação, conforme destacado por Godoy (1995), “o estudo qualitativo, no entanto, pode ser conduzido através de diferentes caminhos” (GODOY, 1995, p. 21).

Dentre os tipos de pesquisa qualitativa, destacam-se o estudo de caso e a etnografia<sup>1</sup>, que oferecem formas de analisar o fenômeno educativo em seu contexto real. Essas abordagens se mostraram eficazes na compreensão e no registro do engajamento dos estudantes com as questões relacionadas à matemática aplicada no manejo florestal sustentável, enriquecendo a interpretação dos dados obtidos ao longo do processo.

---

<sup>1</sup> A etnografia é um método de pesquisa qualitativa que busca compreender profundamente as práticas, crenças, valores e comportamentos de um grupo específico de pessoas, geralmente em seu contexto natural.

A abordagem qualitativa também foi relevante para observar e registrar as reações, percepções e reflexões dos alunos quanto ao uso de diferentes modelos matemáticos aplicados à cubagem. Essa perspectiva valoriza mais o processo de ensino-aprendizagem e as interações estabelecidas do que os resultados finais propriamente ditos (LUDKE; ANDRE, 1986). Assim, essa metodologia permitiu que a investigação se ajustasse dinamicamente à medida que novas compreensões emergiam no decorrer das aulas.

## 2.2 Pesquisa exploratória

A pesquisa exploratória, por sua vez, teve como foco inicial a familiarização com o fenômeno investigado, antes da realização de estudos mais estruturados e aprofundados. Segundo Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa exploratória,

[...] tem como finalidade proporcionar mais informações sobre o assunto que vamos investigar, possibilitando sua definição e seu delineamento, isto é, facilitar a delimitação do tema da pesquisa; orientar a fixação dos objetivos e a formulação das hipóteses ou descobrir um novo tipo de enfoque para o assunto. Assume, em geral, as formas de pesquisas bibliográficas e estudos de caso (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 51-52).

Piovesan e Temporini (1995) compreendem que a pesquisa exploratória visa compreender as variáveis envolvidas e identificar a viabilidade de um estudo mais profundo. De acordo com Gasque (2007), trata-se de um estudo preliminar cujo principal objetivo é possibilitar o entendimento e o desenho mais preciso do estudo principal.

No presente trabalho, essa abordagem permitiu investigar, de maneira preliminar, o envolvimento dos alunos com a temática da cubagem e a relevância dessa prática para o ensino da matemática, ajustando os métodos de coleta de dados conforme o andamento da aplicação.

A pesquisa exploratória proporcionou uma base sólida para compreender com mais profundidade práticas pedagógicas relacionadas à matemática, especialmente em relação a conceitos presentes no cotidiano, mas ainda pouco abordados no currículo da educação básica. Autores como Piovesan e Temporini (1995) e Gasque (2007) destacam a relevância dessa abordagem para captar nuances e variáveis que muitas vezes escapam a estudos quantitativos ou puramente teóricos. Nesse sentido, ela contribuiu significativamente para o planejamento das etapas posteriores da pesquisa, conforme enfatiza Malhotra (2006), ao afirmar que a exploração inicial é essencial para o delineamento mais preciso de estudos futuros.

Assim, a combinação entre as abordagens qualitativa e exploratória proporcionou à presente pesquisa uma base metodológica robusta para investigar as percepções dos alunos sobre a matemática aplicada à cubagem de madeira, permitindo compreender de forma mais abrangente os desafios e as potencialidades envolvidas nesse processo educativo.

### 3 MADEIRA E SOCIEDADE: HISTÓRIA, DESAFIOS E SUSTENTABILIDADE

Ao longo da história, a madeira sempre esteve presente como um elo essencial entre o ser humano e a natureza. Desde os tempos mais remotos, esse material versátil foi fundamental para que as civilizações construíssem seus lares, ferramentas e utensílios do dia a dia. Conforme apontam Lourenço e Branco (2013), os povos antigos, como os egípcios e os mesopotâmicos, rapidamente perceberam o valor da madeira, utilizando-a de maneira inteligente para suprir suas necessidades básicas e para desenvolver tecnologias que moldaram suas culturas. De fato, a madeira não só definiu a arquitetura de muitos povos, mas também deixou sua marca nas tradições culturais e no avanço tecnológico.

Desde tempos remotos, as técnicas e métodos de trabalhar com madeira evoluíram, inicialmente partindo de processos manuais e primitivos. Segundo Lourenço e Branco (2013):

[...] a técnica e a arte de trabalhar a madeira têm evoluído desde um processo manual e primitivo até à vasta indústria moderna. A madeira esteve sempre ao alcance do homem desde os tempos remotos, desempenhando papéis essenciais em sua defesa, aquecimento, preparação de alimentos, iluminação e nas primeiras habitações e embarcações (LOURENÇO; BRANCO, 2013, p. 202).

Esse elemento vegetal foi um dos primeiros materiais a serem explorados pelo homem, desempenhando papéis fundamentais em sua defesa, aquecimento, preparação de alimentos, iluminação e na concepção das primeiras formas de habitação e embarcações. Segundo Lourenço e Branco (2013), desde a pré-história, os seres humanos utilizaram a madeira em construções como cabanas feitas de ramos e canas, com coberturas de folhas e argila, ou palafitas ancoradas em zonas pantanosas, adaptando-se aos materiais disponíveis no ambiente. O uso da madeira decorreu de forma singular em cada civilização, com adaptações influenciadas pelo clima, desastres naturais e a necessidade de proteção, levando ao desenvolvimento de técnicas construtivas específicas.

Com o avanço do mundo e o advento da Primeira Revolução Industrial, a exploração e comercialização da madeira assumiram novos patamares. Nesse contexto, a madeira passou a ser empregada como lenha para alimentar máquinas a vapor, desempenhando um papel crucial no progresso dessa revolução.

No Brasil, a exploração da madeira surgiu como a primeira atividade econômica explorada pelos portugueses em território brasileiro. A extração era facilitada pela presença de árvores, incluindo o pau-brasil, em florestas próximas ao litoral. Estabeleceu-se uma troca constante com os povos indígenas, que cortavam e transportavam as toras em troca de mercadorias europeias acessíveis, como facões, machados e espelhos.

Segundo (VIDAL et al., 2015), essa exploração inicial evoluiu e, com o tempo, a demanda por madeira tratada se intensificou devido à expansão industrial, especialmente no final do século XIX, quando a madeira preservada começou a ser utilizada em larga escala para atender às necessidades de infraestrutura, como ferrovias. A riqueza da biodiversidade florestal brasileira proporcionou uma gama diversificada de espécies madeireiras, impulsionando setores como a indústria moveleira e a construção civil.

Ao longo das décadas, as explorações madeireiras cresceram, mas estudos recentes apontam que o principal impulsionador do aumento do desmatamento nas florestas brasileiras é a expansão das atividades agropecuárias. Conforme dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) de 2010 a 2012, 68% de todo o desmatamento ocorrido nesse período resultou da expansão das atividades agrícolas, enquanto 28% destinaram-se à criação de pastagens. Assim, 96% do desmatamento total é atribuído à ampliação da agropecuária no país (NOTÍCIAS UOL, 2015).

No entanto, ao longo dos séculos, o uso desenfreado da madeira começou a levantar preocupações. A busca incessante por recursos naturais levou a um uso indiscriminado das florestas, muitas vezes motivado por interesses econômicos de curto prazo. Isso resultou na destruição de ecossistemas valiosos e na ameaça à biodiversidade. Segundo o Instituto do Homem e do Meio Ambiente da Amazônia (IMAZON), “a pecuária pode destruir até 3 milhões de hectares de floresta na Amazônia até 2025. Atualmente, a atividade ocupa cerca de 80% das áreas desmatadas no bioma” (IMAZON, 2023, p. 2).

A Amazônia tornou-se um símbolo desse tipo de exploração, onde a extração predatória não apenas impacta a fauna e a flora, mas também coloca em risco as comunidades que dependem diretamente da floresta para sobreviver. Além disso, a exploração madeireira ilegal contribui para a perda de *habitat* e a extinção de diversas espécies de plantas e animais, fragilizando a rica biodiversidade da região (ECOS, 2023).

Até 2008, a extração de madeira no Brasil muitas vezes ocorria sem a supervisão do IBAMA e frequentemente sem a documentação necessária. Isso resultava em práticas de exploração madeireira não regulamentadas e ilegais, sendo denominada pelos madeireiros como “madeira fria”<sup>1</sup>. Em resposta a essa problemática, o Conselho Nacional do Meio Ambiente (CONAMA), em 2 de fevereiro de 2009, estabeleceu o PMFS, regulamentado pela Resolução nº 406, publicada no Diário Oficial da União (DOU) nº 26, página 100. Esse plano visa administrar as florestas para obter benefícios econômicos, sociais e ambientais, respeitando os mecanismos do ecossistema.

Segundo Spathelf, Mattos e Botosso (2004), “a crescente destruição das florestas tropicais foi o ponto de partida do processo de certificação de florestas nos anos 80 e 90, com consumidores pressionando empresas para adotar políticas mais conservacionistas”

---

<sup>1</sup> Essa terminologia é utilizada para descrever a madeira que não possui a documentação necessária que comprove sua origem legal.

(SPATHELF; MATTOS; BOTOSSO, 2004, p. 373). Nesse contexto, iniciativas como as Certificações Ecológicas<sup>2</sup> e o reflorestamento surgiram como pilares importantes na luta pela preservação das florestas. No Brasil, o Sistema Brasileiro de Certificação Florestal (CERFLOR)<sup>3</sup> e o Forest Stewardship Council (FSC)<sup>4</sup> têm desempenhado papéis cruciais ao garantir que o manejo das florestas seja feito de forma responsável.

Conforme Spathelf, Mattos e Botosso (2004), a certificação florestal se encaixa como parte de um espectro de medidas para promover o bom manejo das florestas naturais, embora ainda enfrente limitações devido à persistência das forças motrizes do desmatamento no Brasil.

Hoje, o grande desafio da sociedade é equilibrar o uso da madeira com a necessidade urgente de proteger o meio ambiente. A implementação de novas tecnologias e práticas sustentáveis tornou-se indispensável, e a indústria madeireira tem se modernizado para utilizar os recursos de forma mais eficiente e com menor impacto ambiental. O uso consciente da madeira não é apenas uma maneira de proteger nossas florestas para as gerações futuras; é também uma contribuição direta para um planeta mais saudável e equilibrado. A preservação das florestas é fundamental para manter serviços ecossistêmicos essenciais, como a regulação climática e a conservação da biodiversidade.

---

<sup>2</sup> Sistemas de avaliação que reconhecem e atestam a conformidade de produtos, serviços ou empresas com padrões sustentáveis.

<sup>3</sup> Sistema criado em 2002 para assegurar que o manejo florestal no país seja realizado de forma sustentável.

<sup>4</sup> Organização internacional fundada em 1993 para promover o manejo responsável das florestas.



## 4 A IMPORTÂNCIA DA ETNOMATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO E NA APLICAÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS EM CONTEXTOS PRÁTICOS

A Etnomatemática é um campo de estudo que busca compreender como diferentes culturas desenvolvem e aplicam conceitos matemáticos em suas práticas cotidianas, históricas e socioculturais. Segundo D'AMBROSIO (2018), um dos pioneiros desta área, “a Etnomatemática surge do reconhecimento de que diferentes culturas têm maneiras diferentes de lidar com situações e problemas do cotidiano e de dar explicações sobre fatos e fenômenos naturais e sociais” (D'AMBROSIO, 2018, p. 189).

Esse campo propõe uma análise que vai além das práticas tradicionais da matemática acadêmica, considerando a diversidade de saberes e práticas matemáticas ao longo da história. D'Ambrosio (1988) enfatiza que o objetivo do Programa Etnomatemática é “entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizando-o em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações” (D'AMBROSIO, 2011, p. 17).

Um exemplo prático pode ser observado nas tradições matemáticas de comunidades rurais e indígenas, onde técnicas de medição, classificação e quantificação refletem uma matemática desenvolvida a partir da observação da natureza e das necessidades locais. Isso mostrou que a matemática acadêmica, que se originou nas culturas da bacia do Mediterrâneo, era apenas uma forma de etnomatemática, entre muitas outras existentes no mundo (D'AMBROSIO, 2011). Nesse sentido, a BNCC enfatiza que é fundamental

[...] reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 267).

A importância da Etnomatemática no ensino da matemática aplicada foi um dos principais enfoques que este projeto buscou trazer para a sala de aula.

A prática da cubagem de madeira exemplificou essa aplicação de conceitos matemáticos em contextos reais e culturais, especialmente no manejo florestal sustentável. Esse processo envolveu o uso de modelos matemáticos desenvolvidos para medir volumes de madeira, que são fundamentais para o planejamento sustentável e a preservação dos recursos naturais. Assim, a cubagem não foi apenas uma prática matemática; ela também teve importância sociocultural, refletindo o conhecimento tradicional dos madeireiros sobre a natureza e as técnicas de medição adaptadas ao trabalho florestal.

O conceito de Etnomatemática refere-se ao estudo da forma como diferentes grupos culturais compreendem, desenvolvem e aplicam conceitos matemáticos em suas atividades diárias (D'AMBROSIO, 2011). A Etnomatemática engloba modos de observar, conjecturar, experimentar, inferir, classificar, ordenar, contar e medir, refletindo como diferentes

culturas desenvolvem abordagens distintas para lidar com problemas práticos e teóricos (D'AMBROSIO, 1988).

No contexto deste projeto, ela se manifestou na forma como os madeireiros calculam o volume de madeira, demonstrando a adaptação dos conhecimentos matemáticos às necessidades práticas.

Os cálculos de cubagem apresentados neste projeto tiveram implicações cruciais para o ensino-aprendizagem. Tais cálculos foram, muitas vezes, aproximados devido à irregularidade dos troncos e ao uso de constantes matemáticas, como o valor de  $\pi$  (pi), que é uma aproximação e não um valor exato. Essa característica destacou a importância da análise crítica da precisão e da validade dos métodos aplicados, permitindo que se discutisse a confiabilidade e a eficácia dos modelos matemáticos usados. A compreensão dessas imprecisões possibilitou uma análise mais consciente dos resultados e orientou decisões sustentáveis no contexto da exploração madeireira.

Assim, a prática da cubagem de madeira, quando trazida para a sala de aula, foi muito além de ensinar apenas conceitos matemáticos. Ela permitiu o contato com o conhecimento e as tradições dos madeireiros, que ao longo dos anos desenvolveram ou adaptaram suas próprias formas de medir o volume da madeira. Esse saber não foi apenas matemático; ele está cheio de cultura e experiência.

## 5 SUSTENTABILIDADE E CONSCIÊNCIA AMBIENTAL ATRAVÉS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O estudo dos modelos matemáticos aplicados na cubagem de madeira engloba a integração de conceitos e práticas voltados para a sustentabilidade no processo de ensino e aprendizado da matemática. Essa abordagem não se limita à mera aquisição de habilidades tradicionais da disciplina, mas visa, primordialmente, promover uma compreensão mais ampla por parte dos alunos acerca da aplicação da matemática em contextos intimamente ligados à sustentabilidade ambiental. De acordo com Lopes e Klaus (2017), verifica-se

[...] a inegável urgência de ofertar aos educandos uma educação matemática que vise não somente aos resultados numéricos, mas sim o crescimento como seres humanos atuantes em uma sociedade cada vez mais necessitada de informações e compreensão de sua importância no planeta (LOPES; KLAUS, 2017, p. 4)

O DRC-MT (2021) afirma que a educação matemática deve ser um instrumento para desenvolver nos alunos um pensamento crítico e consciente, abordando questões relacionadas à sustentabilidade e à responsabilidade social, enfatizando a importância de problematizar práticas individuais e coletivas relacionadas à produção, reaproveitamento e descarte de resíduos, incentivando a elaboração de propostas que promovam a sustentabilidade socioambiental e o consumo responsável.

A habilidade EM13MAT201<sup>1</sup> que consta na BNCC destaca a importância de “participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa” (BRASIL, 2018, p. 534). Essa habilidade sustenta a proposta deste projeto ao conectar diretamente o ensino da matemática a situações práticas de gestão de recursos naturais, como o manejo sustentável de madeira, alinhado às necessidades e desafios da comunidade local. Conforme Lopes e Klaus (2017) reforça, “os projetos [...] envolvendo essa temática se detêm na maioria dos casos em datas específicas [...]. Para que a educação ambiental seja interdisciplinar, ela deve ser discutida e envolver a todos os segmentos da escola” (LOPES; KLAUS, 2017, p. 3).

Ao analisar e aplicar os diferentes métodos de cubagem de madeira, buscou-se ir além da resolução de problemas matemáticos tradicionais. A ideia é que essa experiência inspirasse uma conscientização mais profunda sobre como a matemática poderia ser uma ferramenta útil para lidar com desafios reais, especialmente aqueles que envolvem a preservação do meio ambiente.

<sup>1</sup> O código EM13MAT201 refere-se a uma habilidade específica da BNCC, onde cada parte do código possui um significado: “EM” indica o Ensino Médio, “13” corresponde ao período de estudo que abrange o primeiro ao terceiro ano, “MAT” identifica a área de Matemática e suas Tecnologias, e “201” especifica a competência e a habilidade dentro dessa área (com “2” representando a segunda competência específica e “01” indicando a primeira habilidade dentro dessa competência).

O DRC-MT (2021) destaca que a área de Matemática deve “identificar e explicar questões socioculturais e ambientais, aplicando conhecimentos e habilidades matemáticas para avaliar e tomar decisões em relação ao que foi observado” (DRC-MT, 2021, p. 423).

Nesse contexto, a habilidade de contextualizar, comparar e avaliar os impactos de diferentes modelos socioeconômicos no uso dos recursos naturais é essencial, como previsto no código EM13CHS306<sup>2</sup>. Esse tipo de abordagem educativa visa promover a sustentabilidade econômica e socioambiental, conectando a prática matemática com a gestão de recursos em diferentes contextos, como a agrobiodiversidade e os sistemas agroflorestais.

Nesse sentido, propõe-se uma abordagem educacional que não apenas instrumentalize os alunos com as habilidades matemáticas necessárias, mas também os estimule a refletir criticamente sobre o papel da matemática na busca por soluções sustentáveis.

É relevante destacar que a incorporação desses princípios no ambiente educacional não só enriquece a formação matemática dos alunos, mas também contribui para a formação de cidadãos mais conscientes, capazes de compreender e enfrentar os desafios complexos relacionados à sustentabilidade global. O DRC-MT (2021) reforça essa ideia ao promover reflexões sobre consumo consciente e a preservação ambiental, discutindo como a área de Matemática pode contribuir para conscientizar os estudantes sobre seu papel na preservação do meio ambiente.

Na prática, a matemática aplicada na sustentabilidade se manifesta de várias maneiras. Uma delas é por meio de projetos interdisciplinares, onde os alunos participam da coleta e análise de dados sobre questões ambientais, como o consumo de água ou a produção de resíduos sólidos. Utilizando técnicas matemáticas, eles podem identificar padrões e propor soluções para reduzir o impacto ambiental.

Assim, aplicar a matemática à sustentabilidade representa muito mais do que uma simples abordagem educativa. É uma forma de empoderar os alunos, incentivando-os a serem protagonistas na busca por soluções para os desafios ambientais e sociais. Isso não só aprofunda seu entendimento matemático, mas também os prepara para atuar de forma responsável na construção de um futuro mais sustentável.

---

<sup>2</sup> O código EM13CHS306 refere-se a uma habilidade específica da BNCC, com cada parte do código tendo um significado: “EM” indica o Ensino Médio, “13” corresponde ao período de estudo que abrange o primeiro ao terceiro ano, “CHS” identifica a área de Ciências Humanas e Sociais, e “306” especifica a competência e a habilidade dentro dessa área (com “3” representando a terceira competência específica e “06” indicando a sexta habilidade dentro dessa competência).

## 6 A MODELAGEM MATEMÁTICA NA CUBAGEM DE MADEIRA: DESAFIOS E PERSPECTIVAS PARA UMA EDUCAÇÃO SUSTENTÁVEL

A Modelagem Matemática, reconhecida por estudiosos como Bassanezi (2002) uma ferramenta pedagógica de grande eficácia, desempenha um papel crucial ao estabelecer pontes entre a teoria matemática e situações concretas do mundo real. Já o DRC-MT (2021) afirma que a Modelagem Matemática,

[...] além de método científico de pesquisa e estratégia de ensino, também pode ser entendida como metodologia de ensino específica da matemática, entretanto como metodologia a modelagem pressupõem de multidisciplinariedade e transdisciplinaridade, pois é capaz de remover as fronteiras entre as diversas áreas de conhecimento e transcender as aprendizagens à compreensão do mundo (DRC-MT, 2021, p. 349).

Ao enfrentar desafios específicos relacionados à cubagem de madeira, os alunos não são apenas convidados, mas instigados a aplicar conceitos matemáticos fundamentais, tais como Geometria e Álgebra, de maneira prática e contextualizada. Essa abordagem vai além da aplicação tradicional de fórmulas, que muitas vezes se limita a exercícios teóricos e repetitivos, desconectados da realidade prática dos alunos. Diante disso, Amorim, Pereira e Jafelice (2007) afirmam que as experiências com modelagem facilitam o aprendizado de geometria e permitem aos alunos explorar conceitos de forma e volume.

Ao interligar a teoria com a prática, Amorim, Pereira e Jafelice (2007) afirmam que a Modelagem Matemática aplicada é uma ferramenta pedagógica que estimula o desenvolvimento crítico e o entendimento dos alunos sobre problemas reais. Na qual os alunos são desafiados a desenvolver habilidades cognitivas essenciais, relacionando-as diretamente a problemas reais e relevantes, preparando-os assim para enfrentar desafios mais amplos em sua jornada educacional e além.

Segundo Bassanezi (2002) afirma que atualmente, a matemática é concebida como um “jogo” no qual aqueles que não conseguem se divertir jogando são os perdedores, refletindo uma possível falha por parte dos instrutores em se preocuparem mais com as regras do jogo do que com o prazer de jogar.

Ao aplicar a Modelagem Matemática, os alunos são instigados a levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema. Na qual, está relacionada ao desenvolvimento de competências matemáticas aplicáveis no cotidiano e no mundo do trabalho.

Ver o método de cubagem de madeira usado pelos madeireiros me despertou uma curiosidade que eu não tinha sentido em sala de aula. Algo naquela prática real me chamou a atenção, e agora quero entender mais a fundo como tudo funciona, explorando os detalhes e as nuances que só quem vive isso no dia a dia conhece. Essa abordagem visa não

apenas explorar os modelos matemáticos aplicados na cubagem de madeira, mas também interpretar as resoluções de forma a impactar positivamente o mundo real. Diante disso, o DRC-MT (2021) afirma que

[...] um modelo matemático pode ser entendido como um modelo conceitual, descritivo ou explicativo, anunciado através de uma linguagem ou estrutura matemática, que tem por finalidade expressar a dinâmica de outro sistema e fazer previsões (DRC-MT, 2021, p. 387).

Os modelos matemáticos usados na cubagem de madeira podem gerar resultados diferentes quando comparados entre si. Entretanto, Bassanezi (2002) afirma

[...] que o modelo matemático da situação estudada possa ser construído dentro de uma teoria matemática conhecida, ainda pode acontecer que as técnicas e métodos matemáticos existente nesta teoria sejam insuficientes para obtenção dos resultados desejados. [...] mas de qualquer forma vai exigir do matemático aplicado habilidade e criatividade essencialmente matemáticas para desenvolver os métodos necessários (BASSANEZI, 2002, p. 26).

A aplicação prática da matemática na cubagem de madeira oferece uma oportunidade única de integrar conceitos abstratos com desafios do cotidiano. Diante dessa interação entre teoria e prática, surge a possibilidade não apenas de promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, mas também de aprimorar e otimizar os métodos utilizados na extração e comercialização de madeira, contribuindo assim para um manejo florestal mais eficiente e sustentável.

A Modelagem Matemática, de acordo com Bassanezi (2002), representa um processo dinâmico essencial para a obtenção e validação de modelos matemáticos. Esse método revela sua eficácia quando compreendemos que estamos lidando com aproximações do mundo real. No entanto, conforme ressalta Anastácio (1990), não é suficiente apenas “conhecer os passos na construção, análise e interpretação de um modelo matemático e suas diferentes aplicações” (ANASTÁCIO, 1990, p. 97). É fundamental que o docente desenvolva a capacidade de avaliar criticamente o processo de construção e exploração desses modelos matemáticos.

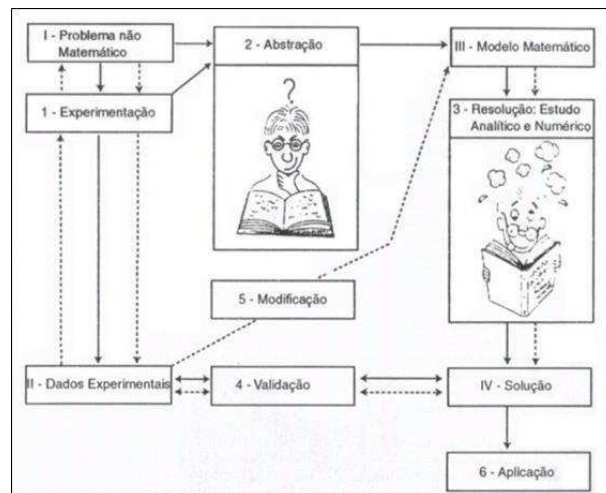
Anastácio (1990) enfatiza a importância de ir além do conhecimento superficial dos procedimentos de Modelagem Matemática. Para ela, é crucial que os educadores desenvolvam uma capacidade crítica para avaliar todo o processo de construção de modelos, considerando as nuances específicas de cada contexto. Isso implica não apenas compreender as etapas formais do processo, mas também avaliar de maneira abrangente a eficácia e a relevância do modelo em relação às situações da vida real. Portanto, a Modelagem Matemática transcende a mera aplicação de fórmulas e conceitos, exigindo uma compreensão profunda do seu propósito e uma habilidade reflexiva para aprimorar continuamente o processo de

construção e interpretação dos modelos matemáticos. Hein e Biembengut (2007) afirmam que

[...] os modelos matemáticos sempre serão tão bem elaborados quanto de matemática dispuser o modelador [...] O caminho entre a pureza original da matemática e sua aplicação é uma estrada não-pavimentada. No instante em que um indivíduo consegue transformar o seu conhecimento matemático (puro) em algo aplicável, ele estará educado matematicamente e a pavimentação terá começado (HEIN; BIEMBENGUT, 2007, p. 46).

Bassanezi (2002), em sua obra “Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática”, discorre sobre a necessidade de seguir uma sequência de etapas devidamente esquematizadas para a construção de modelos matemáticos por meio da Modelagem Matemática. O autor enfatiza que essa abordagem envolve um processo sistemático e estruturado, delineando claramente os passos essenciais que orientam a criação eficaz e a validação de modelos matemáticos, como esboçado no Esquema 1

**Esquema 1** – Esquema de Modelagem apresentado por Bassanezi para se construir modelos matemáticos.



Fonte: Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática (BASSANEZI, 2002, p. 27).

- I. Experimentação: É uma atividade essencialmente laboratorial ou de observação onde se processa a obtenção de dados;
- II. Abstração: É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos;
- III. Resolução: O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente – é como num dicionário, a linguagem matemática admite “sinônimos” que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural;

- IV. Validação: É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para validação;
- V. Modificação: Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas, pois o aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, pode-se dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos, sendo esta reformulação dos modelos uma das partes fundamentais do processo de modelagem.

No coração da metodologia proposta por Bassanezi, destaca-se a importância de se estabelecer uma base sólida durante a construção de modelos matemáticos. Esse fundamento sólido não apenas assegura a coerência matemática, mas também garante a representação fiel das situações do mundo real. A obra enfatiza, assim, a relevância de uma abordagem organizada e sequencial, onde cada etapa é cuidadosamente articulada para promover uma compreensão profunda e efetiva da Modelagem Matemática. Dessa forma, torna-se evidente que a aplicação dessa metodologia não apenas facilita o processo de ensino-aprendizagem, mas também amplia a capacidade dos alunos de lidar com situações complexas e contextualizadas por meio da matemática.

Segundo D'Ambrosio (2001), o indivíduo, ao observar um fenômeno do mundo real, não apenas o contempla passivamente, mas também, a partir dessa observação, formula novas ideias e concebe objetos concretos, exercendo assim uma influência ativa sobre a realidade como um todo. Nessa perspectiva, é ressaltada a ideia de que a interação com o mundo envolve não apenas a contemplação, mas também a ação criativa e transformadora, na qual o sujeito se envolve ativamente na construção do conhecimento.

D'Ambrosio (2001) destaca que, no contexto da Modelagem Matemática, o processo de análise crítica e a inserção no assunto sociocultural são aspectos mais significativos do que os próprios modelos matemáticos obtidos em relação à temática do projeto. Segundo Bassanezi (2002) afirma que

[...] a modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o importante não é chegar imediatamente num modelo bem-sucedido, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado (BASSANEZI, 2002, p. 38).

Essa abordagem ressalta a importância não apenas dos resultados, mas também do caminho percorrido durante a construção desses modelos. O entendimento e a crítica ativa do contexto sociocultural subjacente ao fenômeno abordado são fundamentais para uma compreensão holística e significativa da Modelagem Matemática, evidenciando que o enriquecimento do aprendizado vai além da mera aplicação de fórmulas e conceitos.

Ao longo deste projeto e das discussões e análises realizadas, acredita-se que o conhecimento abstrato dos alunos pode inspirar reflexões profundas sobre a integração do conhecimento científico em situações do dia a dia. Isso permitiu que os alunos visualizassem as aplicações práticas da teoria, conectando-a de forma significativa com a realidade que vivem.

O DRC-MT (2021) ressalta que os alunos são encorajados a usar criatividade e intuição na resolução de problemas, desenvolvendo competências fundamentais para o aprendizado de matemática. Ao enfrentar problemas reais como de cubagem de madeira, os alunos são desafiados a desenvolver competências essenciais para a cidadania sustentável. Isso inclui a capacidade de analisar criticamente problemas, tomar decisões informadas, colaborar em equipe e compreender as interconexões entre decisões matemáticas e impactos ambientais.

Além disso, com as explorações dos métodos de cubagem de madeira realizados no projeto, foi possível contemplar ou ajustar algum modelo matemático simples e eficaz nesse contexto. Isso não apenas enriqueceu a compreensão do processo, mas também abriu espaço para aplicações práticas, ampliando a relevância e o impacto da Modelagem Matemática em situações concretas do mundo real.



## 7 GESTÃO SUSTENTÁVEL DA MADEIRA: DO MANEJO FLORESTAL ÀS DIRETRIZES DE CUBAGEM DO CONAMA

A Resolução do CONAMA estabelece normas que buscam garantir que o manejo florestal sustentável na Amazônia seja realizado de forma consciente, equilibrando o uso econômico da madeira com a conservação da biodiversidade local. Essas diretrizes padronizam critérios como o Diâmetro à Altura do Peito (DAP) — medido a 1,30 metros ( $m$ ) do solo — e o Diâmetro Mínimo de Corte (DMC), que define o tamanho mínimo de uma árvore para ser cortada. Para espécies que ainda não possuem um DMC específico, o corte só é permitido em árvores com no mínimo 50 centímetros ( $cm$ ) de diâmetro, protegendo as mais jovens e permitindo sua regeneração natural.

A intensidade de corte também é regulada: quando são utilizadas máquinas pesadas, o volume máximo permitido é de 30 metros cúbicos ( $m^3$ ) por hectare, com um ciclo de corte de 35 anos. No manejo sem máquinas, o limite é de até 10  $m^3$  por hectare, com um ciclo de 10 anos. O acompanhamento do manejo é feito por meio de inventários florestais e vistorias técnicas periódicas, garantindo que as normas sejam cumpridas e que a floresta se mantenha saudável e produtiva para as próximas gerações.

Na região norte do Estado de Mato Grosso, a extração de árvores no âmbito do PMFS normalmente envolve o uso de máquinas pesadas para transportá-las até uma área aberta denominada esplanada. Nesse local, um repicador corta as árvores em toras menores para facilitar o carregamento e o transporte. Em seguida, um romaneador fixa plaquetas numeradas nas toras e registra, em blocos de anotações, as informações de cada peça, posteriormente lançadas em programa computacional ou planilhas eletrônicas.

Durante minha experiência na atividade de extração de madeira, participei diretamente dessa etapa. Quando as toras chegavam à esplanada, a primeira ação era fixar uma plaqueta em cada uma, identificando-as individualmente. Logo após, realizávamos a medição dos diâmetros perpendicularmente na ponta fina, seguida do registro do comprimento da tora em metros, como exemplificado na Figura 1 e na Tabela 1.

**Tabela 1** – Exemplo de anotações das medições de toras de madeira feitas em campo.

Nº da plaqueta	Descrição	Diâmetro 1 ( $cm$ )	Diâmetro 2 ( $cm$ )	Comprimento ( $m$ )
00035	Jatobá	42	45	5,50
00055	Marupá	35	38	6,00
00127	Angelim pedra	70	72	5,50

Fonte: Próprio autor.

A cubagem de madeira é uma atividade essencial no setor florestal e constitui uma das aplicações mais práticas da matemática na estimativa de volumes de árvores e toras.

**Figura 1** – Exemplo de medições das toras de madeiras feitas pelos madeireiros em plena floresta.



Fonte: Próprio autor.

Essa prática integra a dendrometria<sup>1</sup>, área responsável por medir e quantificar árvores e seus componentes, fundamental para o planejamento sustentável e para estimar com precisão os recursos disponíveis em uma floresta.

A determinação precisa do volume é uma das principais metas dos inventários florestais, especialmente em contextos ambientais. O cálculo do volume real exige cubagem rigorosa e a escolha adequada do método conforme o formato da árvore. Diversos métodos, como Smalian, Huber, Newton e Hohenadl (SANQUETTA et al., 2006), são amplamente aceitos por sua precisão em diferentes contextos (NICOLETTI, 2011).

### 7.1 Determinação do volume rigoroso de toras e árvores individuais

Seguindo as orientações de Finger (2006), a cubagem rigorosa foi classificada neste trabalho em três categorias principais:

1. Indireto: método do xilômetro, baseado no Princípio de Arquimedes, que calcula o volume pelo deslocamento de água.
2. Analítico Absoluto: métodos de Smalian, Huber e Newton, que utilizam fórmulas matemáticas específicas para medir o volume com base nas dimensões das seções.
3. Analítico Relativo: método de Hohenadl, que estima o volume a partir de proporções relativas.

<sup>1</sup> “Dendrometria é a ciência que trata da medição das árvores” (FLORIANO, 2018, p. 13).

Esses métodos se complementam, permitindo a escolha conforme as condições de trabalho, recursos disponíveis e nível de precisão desejado. Na sequência, cada método será detalhado, juntamente com o raciocínio por trás de sua aplicação.

### 7.1.1 Método xilômetro

O método xilômetro, expresso pela Equação 1, baseia-se no Princípio de Arquimedes, segundo o qual o volume de um objeto pode ser obtido pelo deslocamento de água. Em aplicações modernas, é utilizado para medições precisas de volume em toras, sendo mais comum em laboratórios e pesquisas acadêmicas devido à necessidade de instalações específicas e ao custo de operação.

$$V_x = V_d, \quad (1)$$

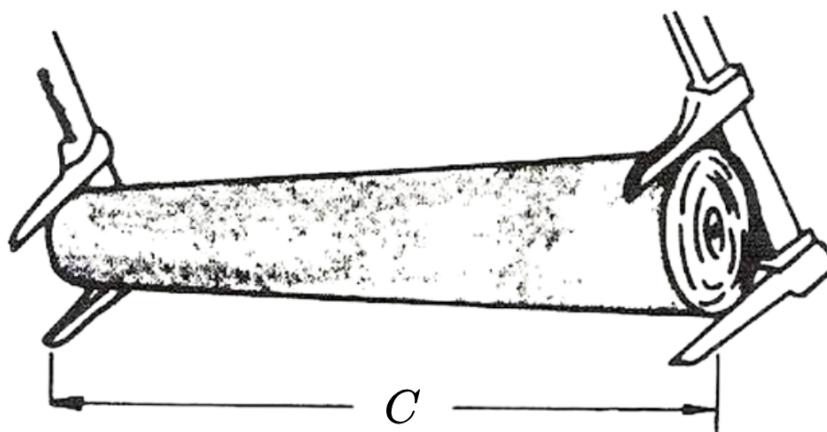
onde:

- $V_x$  = Volume em  $m^3$  pelo método xilômetro;
- $V_d$  = Volume de água deslocado pela tora submersa em  $m^3$ .

### 7.1.2 Método de Smalian

O método de Smalian, Equação 2, calcula o volume de uma tora a partir da média aritmética das áreas das extremidades multiplicada pelo seu comprimento, conforme ilustrado na Figura 2.

**Figura 2** – Estimativa de volume de um tronco pelo método Smalian.



Fonte: Finger (2006), adaptada pelo autor.

$$V_s = \frac{A_b + A_t}{2} \cdot C = \frac{\left(\frac{D_b^2 \cdot \pi}{4}\right) + \left(\frac{D_t^2 \cdot \pi}{4}\right)}{2} \cdot C = \frac{\pi}{8} \cdot (D_b^2 + D_t^2) \cdot C, \quad (2)$$

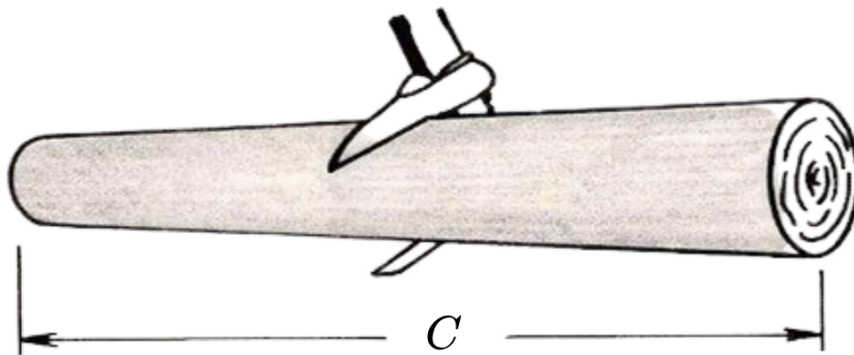
onde os elementos desse modelo são:

- $V_S$  = Volume em  $m^3$  pelo método Smalian;
- $A_b$  = Área da base em  $m^2$ ;
- $A_t$  = Área da topo em  $m^2$ ;
- $D_b$  = Diâmetro da base da tora em  $m$ ;
- $D_t$  = Diâmetro do topo da tora em  $m$ .
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ ;

### 7.1.3 Método de Huber

O método de Huber, Equação 3, utiliza o diâmetro da seção transversal no meio da tora para calcular seu volume, sendo indicado para troncos cônicos. A Figura 3 ilustra o procedimento.

**Figura 3** – Estimativa de volume de um tronco pelo método Huber.



Fonte: Finger (2006), adaptada pelo autor.

$$V_H = A_m \cdot C = \frac{\pi}{4} \cdot D_m^2 \cdot C, \tag{3}$$

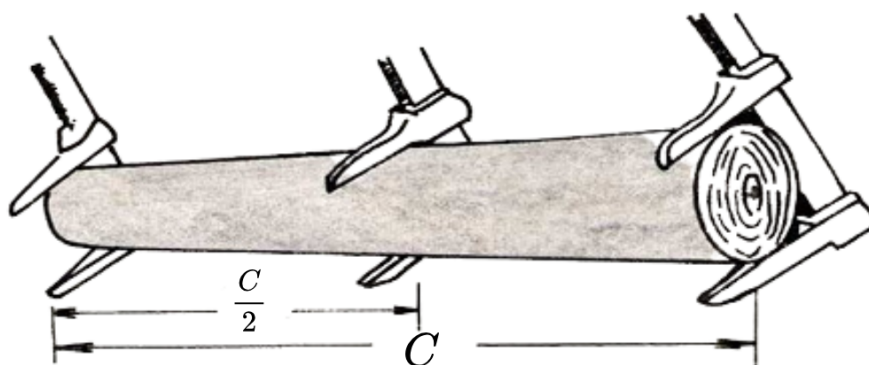
onde:

- $V_H$  = Volume em  $m^3$  pelo método de Huber;
- $A_m$  = Área da seção transversal no meio da tora em  $m^2$ ;
- $D_m$  = Diâmetro da seção transversal no meio da tora em  $m$ ;
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ .

### 7.1.4 Método de Newton

O método de Newton, Equação 4, considera as áreas das extremidades e do ponto médio, proporcionando boa precisão em toras com variação de diâmetros. A Figura 4 mostra a disposição das seções.

**Figura 4** – Estimativa de volume de um tronco pelo método Newton.



Fonte: Finger (2006), adaptada pelo autor.

$$V_N = (A_b + 4 \cdot A_m + A_t) \cdot \frac{C}{6} = \frac{\pi}{24} \cdot (D_b^2 + 4 \cdot D_m^2 + D_t^2) \cdot C, \quad (4)$$

onde:

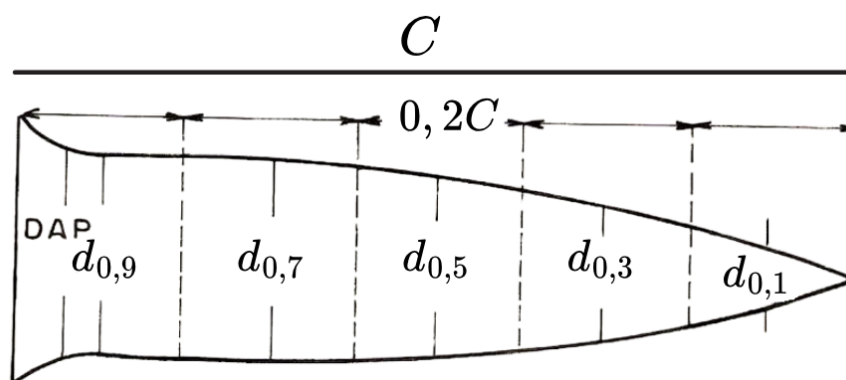
- $V_N$  = Volume em  $m^3$  pelo método de Newton;
- $A_b$  = Área da base em  $m^2$ ;
- $A_m$  = Área da seção transversal no meio da tora em  $m^2$ ;
- $A_t$  = Área do topo em  $m^2$ ;
- $D_b$  = Diâmetro da base em  $m$ ;
- $D_m$  = Diâmetro da seção transversal no meio da tora em  $m$ ;
- $D_t$  = Diâmetro do topo em  $m$ ;
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ .

Segundo Finger (2006) e Floriano (2018), o Método de Newton é considerado um dos mais precisos para estimar o volume de uma tora de madeira. Isso ocorre porque ele utiliza três seções de referência, correspondentes às áreas das extremidades e à área da seção média. Dessa forma, o resultado obtido pelo método de Newton aproxima-se de forma mais consistente do volume real.

### 7.1.5 Método de Hohenadl

O método de Hohenadl, Equação 5, divide a tora em cinco ou dez partes iguais e utiliza os diâmetros relativos em diferentes alturas para calcular o volume. Neste trabalho, utilizou-se a divisão em cinco partes iguais, conforme a Figura 5.

**Figura 5** – Estimativa de volume de um tronco pelo método Hohenadl.



Fonte: Finger (2006), adaptada pelo autor.

Na formulação original, os pontos ao longo do tronco, representados por  $d_{0,9}$ ,  $d_{0,7}$ ,  $d_{0,5}$ ,  $d_{0,3}$  e  $d_{0,1}$ , correspondem aos diâmetros relativos localizados em 90%, 70%, 50%, 30% e 10% da altura total da árvore, medidos a partir do ápice.

$$V_{Ho} = 0,2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot C \cdot (d_{0,1}^2 + d_{0,3}^2 + d_{0,5}^2 + d_{0,7}^2 + d_{0,9}^2), \quad (5)$$

onde:

- $V_{Ho}$  = Volume em  $m^3$ ;
- $d_{0,i}$  = Diâmetros relativos em  $m$ ;
- $C$  = Comprimento da tora  $m$ .

De acordo com Finger (2006), “o método favorece, ainda, a comparação entre diferentes formas de troncos, enquanto os métodos de Huber e Smalian não o permitem” (FINGER, 2006, p. 100).

É importante destacar que as equações dos métodos Smalian, Huber e Newton calculam o volume de uma única tora. Para estimar o volume total de uma árvore, é necessário somar os volumes estimados de todas as toras seccionadas.

## 7.2 Determinação do volume comercial de toras individuais

A determinação do volume das árvores é um passo essencial tanto para o manejo florestal quanto para a indústria madeireira. No setor industrial, a prioridade não recai sobre o volume total por unidade de área, mas sim sobre o volume individual das toras ou cargas de madeira. Essa quantificação é crucial para alinhar o volume de matéria-prima disponível às demandas de produção, garantindo maior eficiência nos processos industriais e comerciais.

Assim, emergem dois objetivos distintos: mensurar o volume das árvores em pé, essencial para o planejamento florestal sustentável, e determinar o volume de toras, pilhas de madeira ou cavacos, voltados à transformação e processamento industrial. Cada um desses objetivos requer metodologias específicas que consideram as características do material, os propósitos do uso e, em alguns casos, as práticas tradicionais do comércio local.

Segundo Finger (2006)

De maneira geral, na determinação do volume da tora, são aplicados descontos, buscando abater o volume das porções não aproveitáveis. Tais descontos variam segundo a região e são fortemente influenciados pelo mercado, ou seja, regulados pela oferta e procura de madeira. Não está longe o tempo em que árvores inteiras, mesmo de diâmetro que hoje se considera vantajado e desejado por todos os serradores, eram abatidas e relegadas ao solo da floresta. Esse fato faz com que se considere a mobilidade das dimensões que definem o limite de aproveitamento de uma árvore, as quais devem ser consideradas como uma função da abundância do produto e de seu valor no mercado (FINGER, 2006, p. 192).

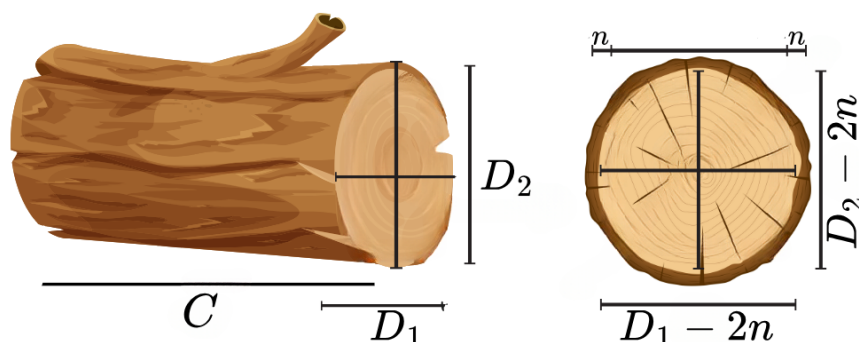
Essa perspectiva reforça que a determinação do volume comercial não é apenas um cálculo técnico, mas também um reflexo das condições econômicas e da disponibilidade do recurso, variando conforme o contexto de exploração e as exigências do mercado madeireiro.

### 7.2.1 Método de cubagem com desconto em face

A cubagem com desconto em face é uma metodologia que incorpora fatores de desconto para considerar as particularidades das toras de madeira, como a presença de casca, danos na madeira ou a proporção de alburno (camada externa mais jovem e macia da madeira). Nesse método, o volume é calculado com base em medições feitas na ponta fina da tora, ajustando-se os diâmetros em função de uma taxa de desconto pré-determinada, conforme ilustrado na Figura 6.

A fórmula para determinar o volume é:

$$V_{df} = (D_1 - 2n) \cdot (D_2 - 2n) \cdot C, \quad (6)$$

**Figura 6** – Estimativa de volume de um tronco pelo método cubagem com desconto em face.

Fonte: Próprio autor + Canva.

onde:

- $V_{df}$  = Volume esquadrejado da tora em  $m^3$  do método de cubagem com desconto em face;
- $D_1$  e  $D_2$  = Diâmetros perpendiculares tomados na ponta fina da tora em  $m$ ;
- $n$  = Taxa de desconto em  $m$ .
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ .

As taxas de desconto ( $n$ ) são padronizadas em duas opções principais:

- $0,025 m$ , representando ajustes menores e mais conservadores.
- $0,05 m$ , para situações que requerem descontos mais significativos devido à qualidade da madeira.

Com essas taxas, as fórmulas podem ser reescritas como:

1. Para uma taxa de desconto de  $0,025 m$ :

$$V_{df} = (D_1 - 0,05) \cdot (D_2 - 0,05) \cdot C, \quad (7)$$

2. Para uma taxa de desconto de  $0,05 m$ :

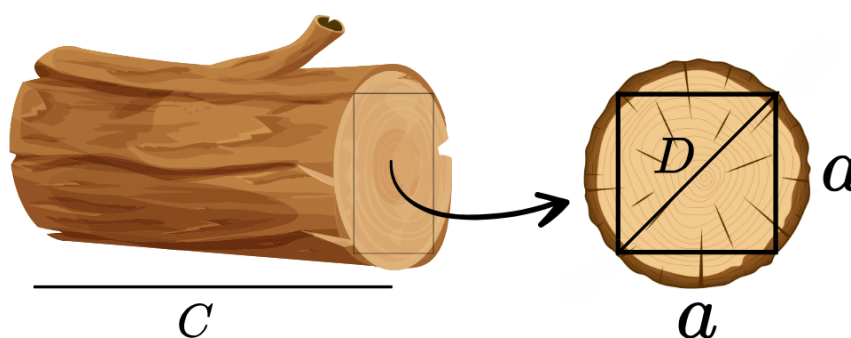
$$V_{df} = (D_1 - 0,1) \cdot (D_2 - 0,1) \cdot C, \quad (8)$$

A aplicação dessas taxas permite excluir de forma prática as partes não aproveitáveis e ajustar o cálculo aos diferentes padrões de qualidade exigidos pelo mercado, tornando-o útil e adaptável.

### 7.2.2 Método da alfândega de Paris

O método da alfândega de Paris, expresso pela fórmula da Equação 10, é utilizado para determinar o volume de uma tora a partir da medida do lado de um quadrado inscrito no círculo da menor face da tora, também conhecida como ponta fina, conforme ilustro na Figura 7. Esse procedimento parte do pressuposto de que a tora apresenta seção cilíndrica e aplica uma relação geométrica derivada do Teorema de Pitágoras.

**Figura 7** – Estimativa de volume de um tronco pelo método alfândega de Paris.



Fonte: Próprio autor + Canva.

Considerando  $a$  como o lado do quadrado inscrito e  $C$  o comprimento da tora, o volume esquadrejado é dado por:

$$V_e = a^2 \cdot C, \quad (9)$$

onde:

- $V_e$  = Volume esquadrejado da tora em  $m^3$  do método da alfândega de Paris;
- $a$  = Medida do lado do quadrado em  $m$ ;
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ .

Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo formado pelo diâmetro  $D$  e dois lados  $a$  do quadrado, obtém-se:

$$D^2 = a^2 + a^2$$

$$D^2 = 2a^2$$

$$a^2 = \frac{1}{2} \cdot D^2$$

Substituindo essa relação na Equação 9, chega-se à forma final:

$$V_e = \frac{1}{2} \cdot D^2 \cdot C, \quad (10)$$

onde:

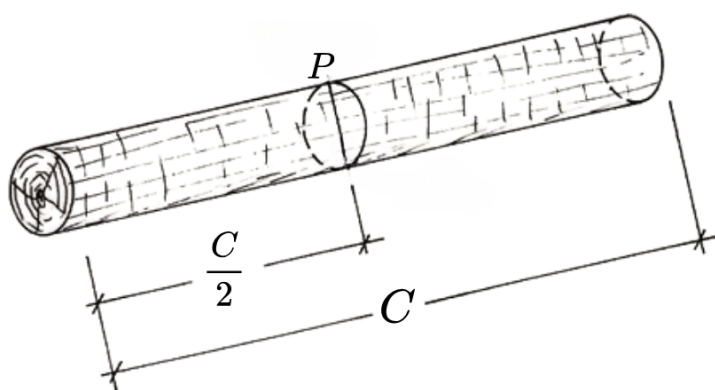
- $V_e$  = Volume esquadrejado da tora em  $m^3$  pelo método da alfândega de Paris;
- $D$  = Diâmetro da base menor da tora em  $m$ ;
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ .

Esse método é amplamente utilizado para estimar o volume útil da madeira no formato esquadrejado, levando em conta possíveis irregularidades nas extremidades e a eficiência do corte.

### 7.2.3 Método de Frankon

Nesse método, o comprimento da circunferência  $P$  é medido na seção transversal da metade do comprimento da tora, conforme ilustrado na Figura 8. A fórmula empregada, conhecida como “reduzida”, utiliza taxas de desconto para corrigir a estimativa de volume, ajustando-a às características geométricas reais da tora. Essa taxa pode assumir valores correspondentes ao 4º, 5º ou 6º reduzido, resultando em diferentes níveis de precisão.

**Figura 8** – Estimativa de volume de um tronco pelo método Frankon.



Fonte: Finger (2006) e adaptada pelo autor.

A fórmula geral para o cálculo do volume no 4º reduzido é:

$$V_F = \left(\frac{P}{4}\right)^2 \cdot C = \left(\frac{\pi \cdot D_m}{4}\right)^2 \cdot C, \quad (11)$$

onde:

- $V_F$  = Volume da tora em  $m^3$  pelo método de Frankon;
- $P$  = Perímetro da circunferência da seção transversal da metade do comprimento da tora em  $m$ ;
- $D_m$  = Diâmetro da circunferência da seção transversal da metade do comprimento da tora em  $m$ ;
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ .

O volume  $V_F$ , calculado pelo método de Frankon, pode ser ajustado comparando-o diretamente ao volume de um cilindro perfeito. Para isso, usamos um fator de correção, que é dado pela fórmula:

$$f_c = \frac{V_F}{V_c}$$

Onde:

- $f_c$  = Fator de correção;
- $V_F$  = Volume da tora em  $m^3$  pelo método de Frankon;
- $V_c$  = Volume do cilindro em  $m^3$ .

Esse cálculo nos dá uma ideia da diferença entre o volume real obtido com a fórmula de Frankon e o volume ideal, considerando o formato da tora como um cilindro perfeito.

Dependendo da “taxa de desconto” aplicada (4º, 5º ou 6º reduzido), o fator de correção pode ser determinado da seguinte forma:

$$f_c = \frac{V_F}{V_c} = \frac{\left(\frac{P}{4}\right)^2 \cdot C}{\frac{P^2}{4 \cdot \pi} \cdot C} = \frac{\frac{P^2}{4^2} \cdot C}{\frac{P^2}{4 \cdot \pi} \cdot C} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{\pi}} = \frac{\pi}{4} \approx 0,7854.$$

Portanto,

$$V_F \approx 0,7854 \cdot V_c,$$

$$V_F \approx 0,7854 \cdot A_b \cdot C.$$

Onde:

- $A_b$  = Área da base do cilindro em  $m^2$ ;
- $V_c$  = Volume do cilindro em  $m^3$ .

Para o 5º e 6º reduzido, as fórmulas e os fatores de correção são, respectivamente:

$$V_F = \left(\frac{P}{5}\right)^2 \cdot C, \text{ portanto } f_c \approx 0,5026,$$

$$V_F = \left(\frac{P}{6}\right)^2 \cdot C, \text{ portanto } f_c \approx 0,3490,$$

Segundo Finger (2006), ao considerarmos uma tora perfeitamente cilíndrica com exatamente  $1 \text{ m}^3$  de volume e aplicarmos as fórmulas de Frankon para o 4º, 5º e 6º reduzido, os volumes resultantes serão, respectivamente:

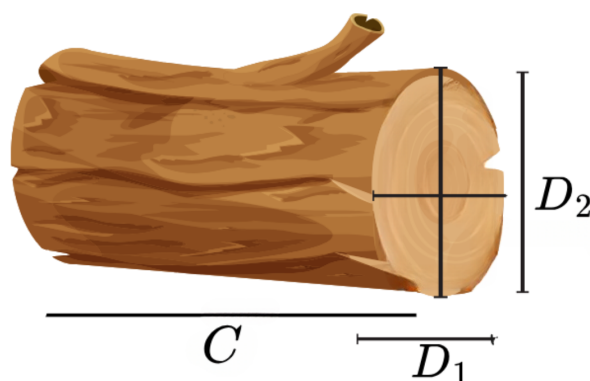
- 4º reduzido:  $0,7854 \text{ m}^3$
- 5º reduzido:  $0,5026 \text{ m}^3$
- 6º reduzido:  $0,3490 \text{ m}^3$

Isso significa que, dependendo da taxa de desconto escolhida, o volume calculado será ajustado para refletir melhor as condições reais da madeira.

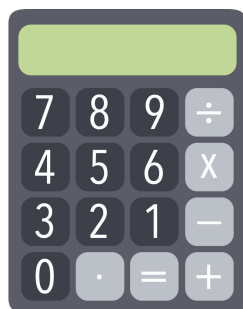
#### 7.2.4 Método do 7854

O método 7854, representado pela fórmula da Equação 12, originou-se de uma prática comum entre madeireiros, que buscavam uma forma de aproximar a extremidade mais fina da tora a uma base circular ou elíptica, facilitando o cálculo diretamente no campo. Para sua aplicação, recorre-se geralmente a uma calculadora simples de 8 dígitos, como mostrado na Figura 10. O procedimento segue um raciocínio direto: multiplica-se os diâmetros perpendiculares, ambos medidos em centímetros, da extremidade mais fina da tora; em seguida, o resultado é multiplicado pelo comprimento da tora, em metros, e, por fim, pelo fator 7854.

**Figura 9** – Estimativa de volume de um tronco pelo método 7854.



Fonte: Próprio autor + Canva.

**Figura 10** – Ilustração de uma calculadora simples de 8 dígitos.

Fonte: Próprio autor + Canva.

Diante disso, surge a questão: o que exatamente é o número 7854? De onde ele veio? Qual é sua função e por que ele é utilizado nesse cálculo? Acredita-se que a origem do número 7854 é, na verdade, uma aproximação do valor  $\pi/4$ , que corresponde aproximadamente a 0,7854. Quando os madeireiros multiplicam os diâmetros perpendiculares da base de uma tora (supondo que ela seja cilíndrica ou elíptica) e aplicam o coeficiente 7854, eles estão basicamente estimando a área da seção transversal da tora.

De fato, vamos supor que uma tora seja perfeitamente cilíndrica, com raio  $r$ , diâmetro  $D = 2 \cdot r$  e comprimento  $C$ , como o volume de madeira calculado pelo método expresso pela fórmula da Equação 12 é praticamente idêntico ao método expresso pela fórmula da Equação 15, temos que

$$\pi \cdot r^2 \cdot C \approx D_1 \cdot D_2 \cdot C \cdot 0,7854 \Rightarrow \pi \cdot r^2 \approx D_1 \cdot D_2 \cdot 0,7854,$$

como

$$A_b = \pi \cdot r^2 \Rightarrow A_b \approx D_1 \cdot D_2 \cdot 0,7854.$$

Agora, se adotarmos que  $D_1 = D_2 = D = 2 \cdot r$ , temos que

$$\pi \cdot r^2 \cdot C \approx D_1 \cdot D_2 \cdot C \cdot 0,7854 \Rightarrow \pi \cdot r^2 \cdot C \approx 4 \cdot r^2 \cdot C \cdot 0,7854,$$

simplificando obtemos,

$$\pi \approx 4 \cdot 0,7854.$$

Logo,  $\pi/4 \approx 0,7854$ .

A fórmula utilizada desse método, quando usada e aplicada no campo e com auxílio de uma calculadora simples de 8 dígitos, é a seguinte:

$$V_{7854} = D_1 \cdot D_2 \cdot C \cdot 7854, \quad (12)$$

onde:

- $V_{7854}$  = Volume da tora em  $m^3$  pelo método 7854;
- $D_1$  e  $D_2$  = Diâmetros perpendiculares da tora em  $cm$ ;
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ .

Vamos entender melhor com um exemplo prático. Imagine uma tora de madeira de Angelim pedra, conforme consta na Tabela 1, cujos diâmetros perpendiculares medem 72  $cm$  e 70  $cm$ , e cujo comprimento é de 5,50  $m$ . Ao fazer o cálculo numa calculadora simples, o processo ficaria assim:

$$72 \cdot 70 \cdot 5,50 \cdot 7854 = 217.712.880$$

Esse resultado ultrapassa a capacidade de uma calculadora de 8 dígitos, que não consegue exibir todos os números de uma vez. Quando isso ocorre, a calculadora exibe o valor no formato científico, mostrando algo parecido como  $2,1771288e^7$ . Os trabalhadores e profissionais da área já estão acostumados com essa exibição e sabem interpretar rapidamente que a tora tem um volume de aproximadamente  $2,177 m^3$ .

Outro exemplo ajuda a ilustrar quando o valor não ultrapassa a capacidade da calculadora. Suponha agora uma segunda tora, cujas dimensões correspondem a diâmetros perpendiculares de 38  $cm$  e 35  $cm$ , e comprimento de 6,00  $m$ . Ao fazer o cálculo, teremos:

$$38 \cdot 35 \cdot 6,00 \cdot 7854 = 62.674.920$$

Neste caso, a calculadora não precisa usar a notação científica, pois o número está dentro dos 8 dígitos e aparece completo. Os profissionais interpretam que o valor 62.674.920 representa um volume aproximadamente de  $0,626 m^3$ , indicando que a tora não chegou a  $1 m^3$ .

No entanto, do ponto de vista matemático, há um problema: quando multiplicamos os diâmetros em centímetros pelo comprimento em metros, não estamos seguindo corretamente as regras de unidades. O resultado não pode ser dado diretamente em metros cúbicos, como seria o correto, porque as unidades precisam “conversar” entre si.

De uma forma mais correta e prática, podemos calcular o volume usando a seguinte fórmula:

$$V_{7854} = D_1 \cdot D_2 \cdot C \cdot 0,7854, \quad (13)$$

onde:

- $V_{7854}$  = Volume da tora em  $m^3$  pelo método 7854;
- $D_1$  e  $D_2$  = Diâmetros perpendiculares da tora em  $m$ ;

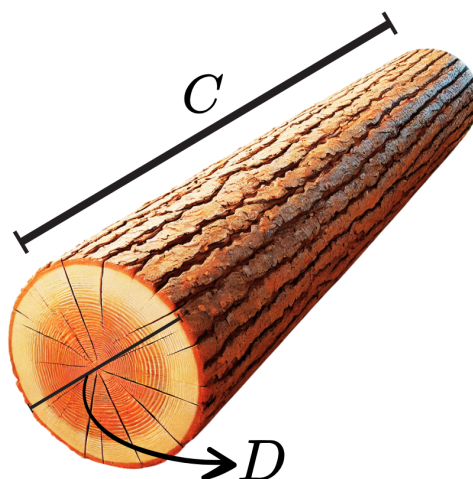
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ .

Portanto, é importante reconhecer que o método assume que a seção transversal da tora é elíptica ou cilíndrica, o que nem sempre corresponde à realidade, especialmente em troncos com irregularidades significativas. Assim, embora útil para fins comerciais, ele pode apresentar limitações em termos de precisão para medições científicas ou em casos em que se exige maior rigor.

### 7.2.5 Método de cubagem corrigida

Esse método, além de ser utilizado na cubagem de madeira, também é empregado por profissionais, como poceiros ou fosseiros, para calcular o volume de poços ou fossas de formato cilíndrico.

**Figura 11** – Estimativa de volume de um tronco pelo método de cubagem corrigida.



Fonte: Próprio autor + Canva.

Este método utiliza o modelo

$$V_C = 0,75 \cdot D^2 \cdot C, \quad (14)$$

onde:

- $V_C$  = Volume em  $m^3$  do método da cubagem corrigida;
- $D$  = Diâmetro da tora em  $m$ ;
- $C$  = Comprimento da tora em  $m$ .

A aplicação do fator de correção de 0,75, aproximação de  $\pi/4$ , quando adota  $\pi = 3$ , é um elemento fundamental deste modelo. Este fator de ajuste tem como objetivo reduzir em 25% a área de um quadrado com lado  $D$ , aproximando esse valor à área da seção transversal da tora, que possui formato cilíndrico.

### 7.3 Determinação do volume de toras individuais por meio de sólidos de revolução

A determinação do volume de toras por métodos geométricos é uma abordagem fundamental na mensuração florestal, baseada em princípios matemáticos consolidados. O mais correto, segundo Finger (2006), “é considerar o tronco de qualquer árvore composto de vários sólidos geométricos” (FINGER, 2006, p. 88).

Esses métodos utilizam formas geométricas ideais, como cilindros, cone, tronco de cone, parabolóide e neilóide, para modelar a madeira, permitindo cálculos rápidos e relativamente precisos. Apesar de sua simplicidade teórica, esses métodos enfrentam desafios na aplicação prática devido à variabilidade natural das formas das toras.

#### 7.3.1 Método do volume de cilindro reto

O cálculo do volume de um cilindro reto, expresso pela fórmula da Equação 15, é uma das fórmulas mais clássicas ensinadas nas aulas de geometria e é amplamente utilizado em situações do mundo real para calcular a capacidade de recipientes e formas cilíndricas.

A fórmula para o volume de um cilindro é dada por:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot C \quad (15)$$

ou

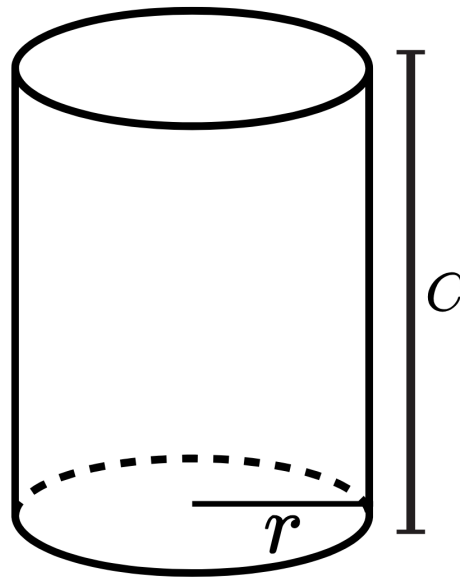
$$V = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot C, \quad (16)$$

onde:

- $V$  = Volume da tora em  $m^3$ ;
- $r$  = Raio da tora em  $m$ ;
- $D$  = Diâmetro da tora em  $m$ ;
- $C$  = Altura ou comprimento da tora em  $m$ .

Essa fórmula considera que a base do cilindro é um círculo perfeito e que suas faces são paralelas e iguais. No contexto da cubagem de madeira, o uso do volume de cilindro seria adequado para troncos com uma forma mais regular e cilíndrica.

**Figura 12** – Ilustração de um cilindro reto.

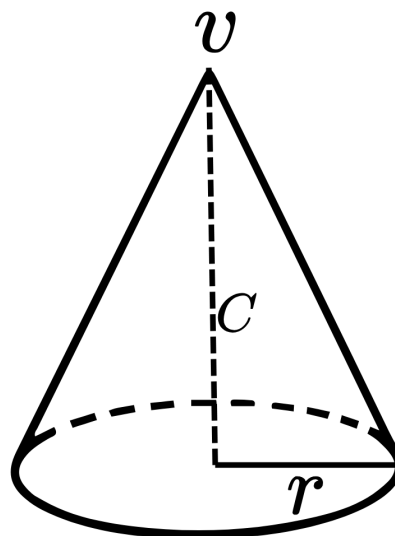


Fonte: Próprio autor + Canva.

### 7.3.2 Método do volume de cone reto

O volume de um cone reto pode ser determinado utilizando a fórmula clássica da geometria:

**Figura 13** – Ilustração de um cone reto.



Fonte: Próprio autor + Canva.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot C \quad (17)$$

ou

$$V = \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot D^2 \cdot C, \quad (18)$$

onde:

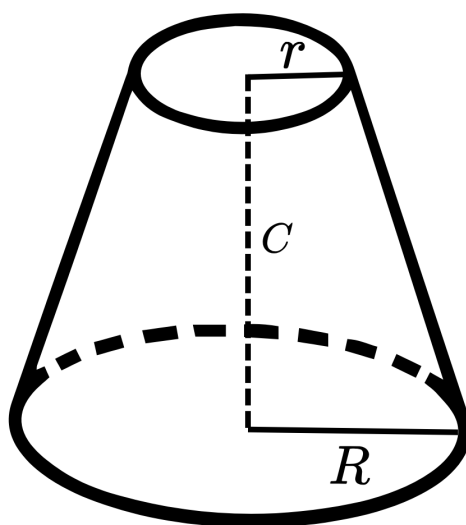
- $V$  = Volume da tora em  $m^3$ ;
- $r$  = Raio da tora em  $m$ ;
- $D$  = Diâmetro da tora em  $m$ ;
- $C$  = Altura ou comprimento da tora em  $m$ .

Essa fórmula considera que o cone é uma figura tridimensional cuja base é um círculo e cuja altura corresponde à distância perpendicular entre a base e o vértice. No contexto do manejo florestal, o cone pode ser usado como um modelo geométrico para representar o formato de troncos ou toras cuja base é mais larga do que a extremidade superior.

### 7.3.3 Método do volume de tronco de cone reto (conóide truncado)

O tronco de cone reto, também denominado conóide truncado, é uma forma geométrica que surge quando um cone é cortado por um plano paralelo à sua base, formando duas bases circulares de tamanhos diferentes.

**Figura 14** – Ilustração de um tronco de cone reto.



Fonte: Próprio autor + Canva.

A fórmula para calcular o volume do tronco de cone é:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot C \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2) \quad (19)$$

ou

$$V = \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot C \cdot (D^2 + D \cdot r + d^2), \quad (20)$$

onde:

- $V$  = Volume da tora em  $m^3$ ;
- $R$  = Raio maior da tora em  $m$ ;
- $r$  = Raio menor da tora em  $m$ ;
- $D$  = Diâmetro maior da tora em  $m$ ;
- $d$  = Diâmetro menor da tora em  $m$ ;
- $C$  = Altura ou comprimento da tora em  $m$ .

Esse cálculo é relevante para troncos de madeira que apresentam uma forma mais cônica, como ocorre em muitas árvores naturais.

#### 7.3.4 Método do volume de parabolóide de revolução

O parabolóide de revolução é uma figura geométrica tridimensional gerada pela rotação de uma parábola em torno de seu eixo de simetria. Ele possui uma forma semelhante a uma taça ou antena parabólica, sendo amplamente encontrado em estruturas arquitetônicas, equipamentos de comunicação e até na natureza, em certas formas naturais.

A fórmula do volume de um parabolóide de revolução é dada por:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot C \quad (21)$$

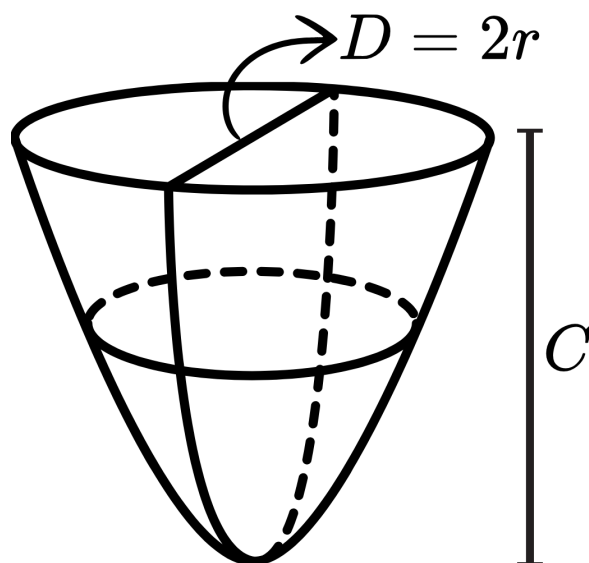
ou

$$V = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot D^2 \cdot C, \quad (22)$$

onde:

- $V$  = Volume da tora em  $m^3$ ;
- $r$  = Raio da tora em  $m$ ;
- $D$  = Diâmetro da tora em  $m$ ;
- $C$  = Altura ou comprimento da tora em  $m$ .

**Figura 15** – Ilustração de um parabolóide de revolução.



Fonte: Próprio autor + Canva.

Para compreender a origem da fórmula do volume do parabolóide de revolução adotada na cubagem de madeira, por engenheiros florestais como Finger (2006) e Môra (2015), partimos da equação geral da parábola

$$y^2 = 2 \cdot p \cdot x, \tag{23}$$

onde  $p$  representa o parâmetro da parábola. Ao atribuírmos o valor  $p = \frac{1}{2}$ , a equação torna-se:

$$y^2 = x \tag{24}$$

e, isolando  $y$ , temos:

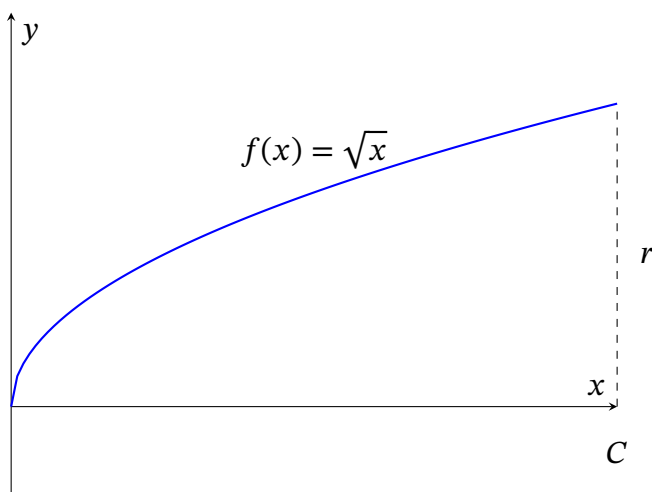
$$y = \sqrt{x}. \tag{25}$$

Essa escolha de  $p = \frac{1}{2}$  resulta em uma função  $f(x) = \sqrt{x}$ , cuja rotação em torno do eixo  $x$  gera o parabolóide de revolução que modela a forma aproximada da tora de madeira. A seguir, representamos graficamente essa função e a projeção do sólido gerado, conforme mostram as Figuras 16 e 17. Nesse modelo, a forma da tora é aproximada por um parabolóide cuja relação entre o raio  $r$  e o comprimento  $C$  é estabelecida pela condição:

$$r = f(C) = \sqrt{C} \Rightarrow r^2 = C \tag{26}$$

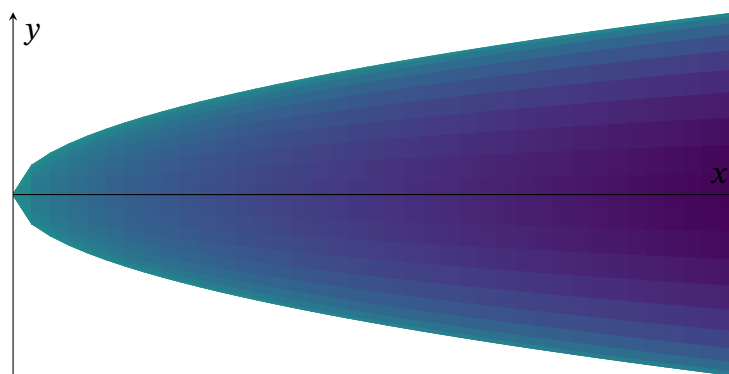
Aplicando o cálculo integral, o volume  $V$  deste sólido de revolução é dado por:

**Figura 16** – Gráfico da função  $f(x) = \sqrt{x}$  destacando o ponto  $(C, r)$ .



Fonte: Próprio autor.

**Figura 17** – Parabolóide de revolução gerado pela rotação da função  $f(x) = \sqrt{x}$  em torno do eixo  $x$ .



Fonte: Próprio autor.

$$V = \pi \int_0^C [f(x)]^2 dx. \quad (27)$$

Substituindo a função  $f(x) = \sqrt{x}$ :

$$V = \pi \cdot \int_0^C x dx = \pi \cdot \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^C = \frac{\pi \cdot C^2}{2}. \quad (28)$$

Sabendo que  $r^2 = C$ , podemos reescrever:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C \cdot C \quad (29)$$

substituindo um  $C$  por  $r^2$ , obtemos a fórmula simplificada:

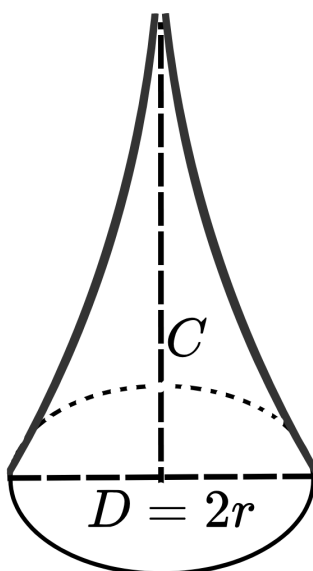
$$V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot C, \quad (30)$$

onde  $\pi \cdot r^2$  é a área da seção transversal da base e  $C$  é o comprimento da tora.

### 7.3.5 Método do volume de neilóide de revolução

O neilóide de revolução é uma superfície geométrica tridimensional gerada pela rotação de uma curva específica, em torno de um de seus eixos. Este sólido apresenta uma forma que se afina gradualmente em direção a uma extremidade, sendo comparável à forma de um tronco ou coluna cônica com curvatura variável, conforme ilustrado na Figura 18. Ele é relevante em aplicações como engenharia estrutural e análise de fluidos, além de possuir significância em estudos de geometria aplicada.

**Figura 18** – Ilustração de um neilóide de revolução.



Fonte: Próprio autor + Canva.

Para fins práticos de medição em campo, o volume de um neilóide de revolução é estimado por meio das seguintes expressões simplificadas:

$$V = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot C, \quad (31)$$

ou, em função do diâmetro  $D = 2r$ :

$$V = \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot D^2 \cdot C, \quad (32)$$

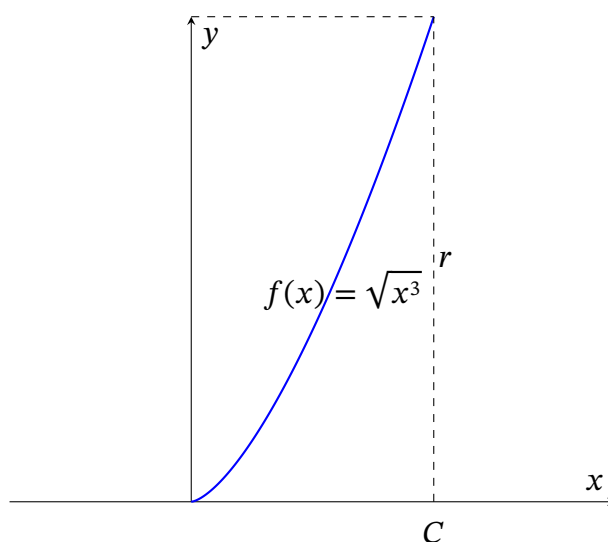
onde:

- $V$  = Volume da tora, em  $m^3$ ;

- $r$  = Raio da base da tora, em  $m$ ;
- $D$  = Diâmetro da tora, em  $m$ ;
- $C$  = Comprimento da tora, em  $m$ .

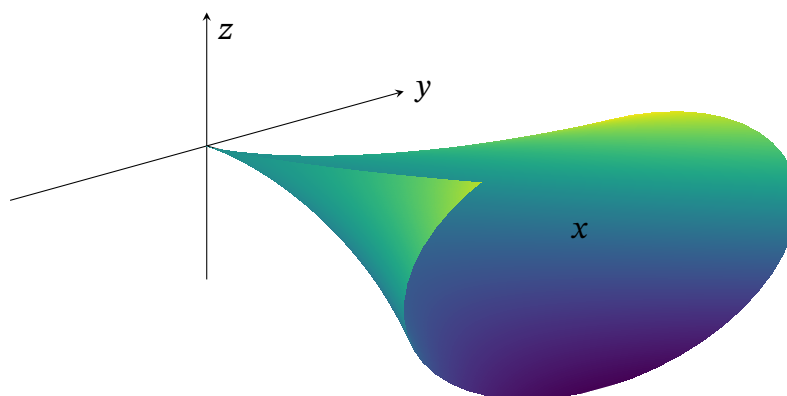
Para compreender a origem da fórmula do volume do neiloide de revolução adotada na cubagem de madeira, por engenheiros florestais como Finger (2006), Cunha (2004), Floriano (2021), entre outros, pode ser obtida por meio da rotação da função  $f(x) = \sqrt{x^3}$  no intervalo de  $x = 0$  a  $x = C$ , em torno do eixo  $x$ , conforme ilustram as figuras 19 e 20.

**Figura 19** – Gráfico da função  $f(x) = \sqrt{x^3}$  destacando o ponto  $(C, r)$ .



Fonte: Próprio autor.

**Figura 20** – Neilóide de revolução gerado pela rotação da função  $f(x) = \sqrt{x^3}$  em torno do eixo  $x$ .



Fonte: Próprio autor.

Aplicando a Equação 27 para calcular o volume do sólido gerado, obtemos:

$$V = \pi \cdot \int_0^C [f(x)]^2 dx = \pi \cdot \int_0^C x^3 dx = \pi \cdot \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^C = \pi \cdot \frac{C^4}{4} \quad (33)$$

Sabendo que a função define a forma do raio ao longo do comprimento, e que no final da tora temos  $r = f(C) = \sqrt{C^3}$ , podemos isolar  $C$  em função de  $r$ :

$$r = \sqrt{C^3} \Rightarrow C^3 = r^2. \quad (34)$$

e substituir na fórmula do volume expressa na Equação 33:

$$V = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C^4 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C^3 \cdot C = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot C \quad (35)$$

Ambas as fórmulas do neilóide e do parabolóide são derivadas por integração, a partir da curva geradora rotacionada. Embora esse processo seja aprofundado no ensino superior, apresentá-lo de maneira acessível no ensino médio contribui para ampliar a visão dos estudantes sobre a aplicabilidade da matemática, especialmente na modelagem geométrica e no contexto da sustentabilidade florestal.

### 7.3.6 Modelagem Matemática e sólidos de revolução aplicados à cubagem de madeira

A determinação do volume de toras de madeira, com base em sua forma geométrica aproximada, pode ser realizada por meio do conceito de sólidos de revolução, conforme vimos anteriormente. Quando se assume que o perfil do fuste (tronco) da árvore pode ser descrito por uma função matemática contínua, é possível aplicar a rotação dessa função em torno de um eixo para gerar uma representação tridimensional do sólido correspondente. O volume, então, pode ser calculado por integração, segundo os princípios do cálculo integral.

Segundo Môra (2015) “a primeira tentativa para expressar o afilamento das árvores por funções matemáticas começou com fórmulas relativamente simples, semelhantes à equação de afilamento” (MÔRA, 2015, p. 51), utilizando equações do tipo:

$$y = K\sqrt{x^a}, \quad (36)$$

em que:

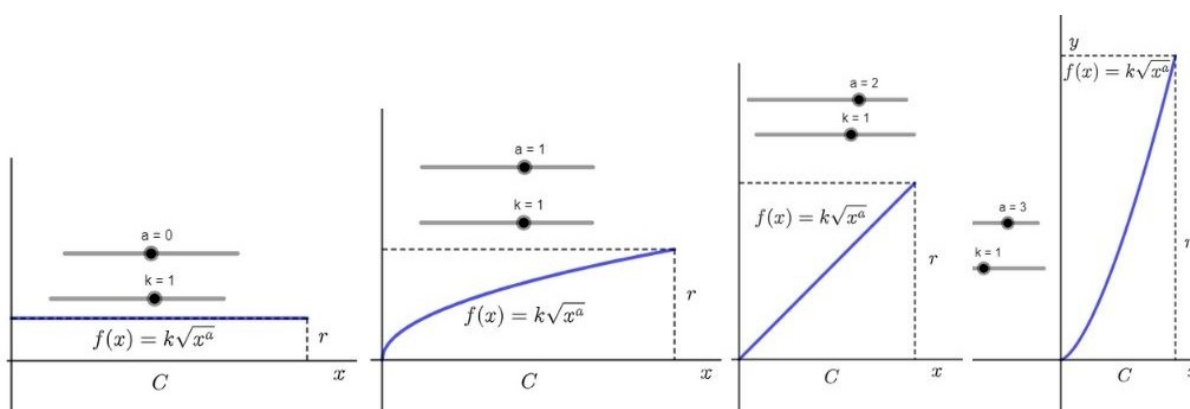
- $y$  representa o raio do fuste a uma distância  $x$  da ponta da árvore;
- $K$  é uma constante relacionada ao raio da base e à altura total da árvore;
- $a$  é um expoente que define a forma geométrica resultante da rotação.

A variação do valor de  $r$  permite modelar diferentes sólidos de revolução:

- Para  $a = 0$ , obtém-se um cilindro;
- Para  $a = 1$ , tem-se um parabolóide de revolução;
- Para  $a = 2$ , o perfil gera um cone reto circular;
- Para  $a = 3$ , a curva rotacionada resulta em um neilóide.

A Figura 21 ilustra esse conceito, destacando como a variação do expoente  $a$  altera o formato do sólido gerado. Esses modelos foram originalmente propostos para expressar o afilamento de árvores e, quando rotacionados em torno do eixo  $x$ , possibilitam a dedução das fórmulas de volume por meio da Equação 27.

**Figura 21** – Perfis gerados pela função  $f(x) = k\sqrt{x^a}$  com diferentes valores do expoente  $a$ .



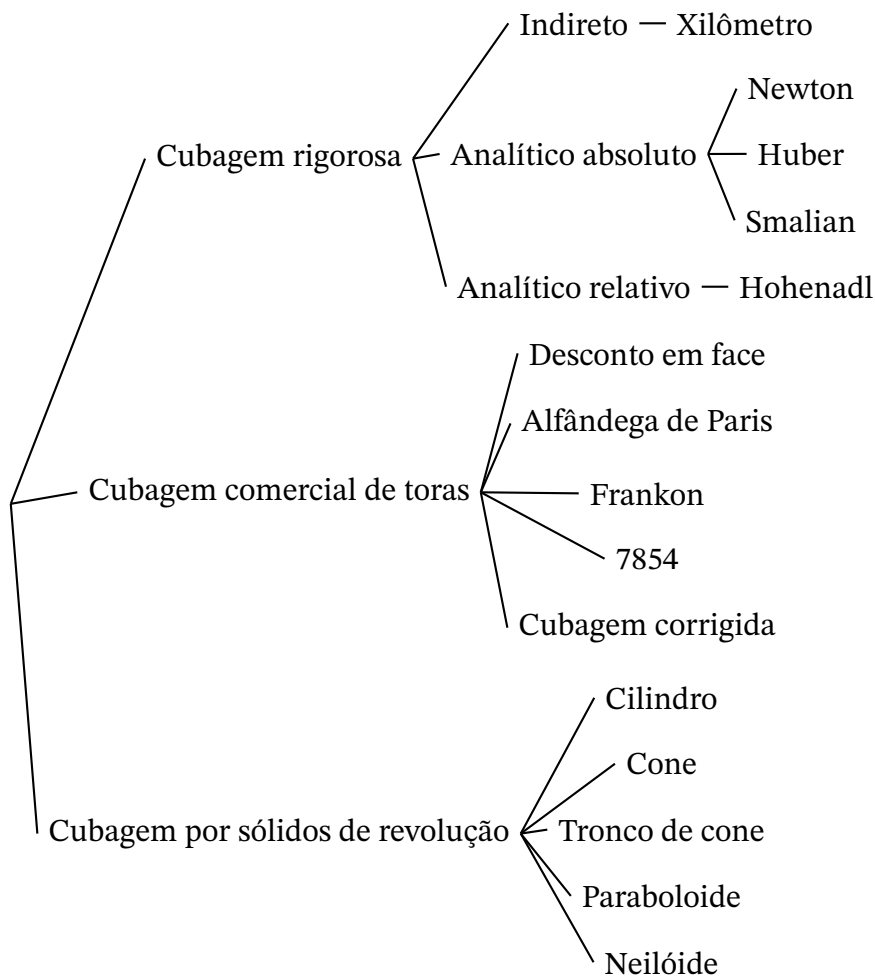
Fonte: Próprio autor.

Ao se aplicar diferentes funções geradoras  $f(x)$  com base nos valores de  $a$ , fixar  $k = 1$  e aplicar o cálculo integral, obtêm-se as fórmulas da Equação 16, 18, 20, 22 e 32, já citadas anteriormente.

## 7.4 Organização dos métodos de cubagem

Após a apresentação dos principais métodos de cubagem de madeira, torna-se relevante organizá-los de maneira sistematizada, com base em suas características e formas de aplicação. Essa organização, conforme ilustrada no Esquema 2 facilita a compreensão das diferenças entre os métodos e contribui para a escolha da abordagem mais adequada em contextos diversos, como o manejo florestal, a indústria madeireira ou a prática pedagógica.

**Esquema 2** – Organização dos métodos de mensuração do volume de árvores e toras individuais.



Fonte: Próprio autor

## 8 APLICAÇÃO DO PROJETO EM SALA DE AULA: RELATOS DE EXPERIÊNCIA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A execução do projeto “Matemática Aplicada: Explorando o Cálculo da Cubagem de Madeira na Educação” foi realizada com as turmas do 2º ano A e 2º ano C do Ensino Médio da Escola Estadual Professora Neide Enara Sima, no município de Nova Monte Verde – MT. As atividades foram desenvolvidas durante as aulas da disciplina de Trilha de Aprofundamento em Matemática, ao longo de 15 encontros presenciais, cada um com duração média de 100 minutos, com o objetivo de promover o engajamento dos estudantes por meio da aplicação prática da matemática em situações reais do cotidiano regional.

Todas as atividades, materiais de apoio e formulários digitais foram organizados e disponibilizados na plataforma Google Sala de Aula de cada turma, garantindo o acesso contínuo às informações por parte dos alunos, mesmo fora do ambiente presencial.

Neste capítulo apresenta-se, em detalhes, o desenvolvimento das etapas do projeto, por meio de relatos das aulas, recursos utilizados, registros fotográficos, gráficos com os resultados dos questionários aplicados e reflexões sobre a participação dos alunos ao longo do processo. Mais do que ensinar fórmulas e procedimentos de cálculo, buscou-se criar um ambiente de aprendizagem envolvente, onde os estudantes pudessem reconhecer a matemática como uma ferramenta útil.

A seguir, cada um desses encontros será descrito em detalhes, evidenciando os avanços, desafios e resultados observados durante a execução do projeto em sala de aula.

### 8.1 Apresentação do projeto e diagnóstico inicial

A implementação do projeto teve início no dia 21 de março de 2025, conforme o cronograma previsto, marcando o início das atividades com as turmas já mencionadas.

A aula iniciou-se com uma apresentação em slides, elaborada com base no conteúdo do *e-book* e no convite personalizado destinado aos alunos. Durante esse momento inicial, notou-se nos alunos uma mistura de surpresa e empolgação. Muitos se mostraram curiosos ao descobrir que a matemática poderia ser aplicada diretamente na prática dos madeireiros, por meio da cubagem de árvores e/ou toras individuais.

Na sequência, com o auxílio dos Chromebooks fornecidos pela escola, os alunos acessaram a plataforma Google Sala de Aula. Por meio dela, conforme ilustrado na Figura 22, responderam a um formulário diagnóstico elaborado com o objetivo de identificar o conhecimento prévio sobre o Plano de Manejo Florestal Sustentável (PMFS) e os métodos de cubagem de madeira. O formulário contou com perguntas objetivas e discursivas, e foi respondido por 42 estudantes de ambas as turmas, conforme apresenta o Gráfico 1.

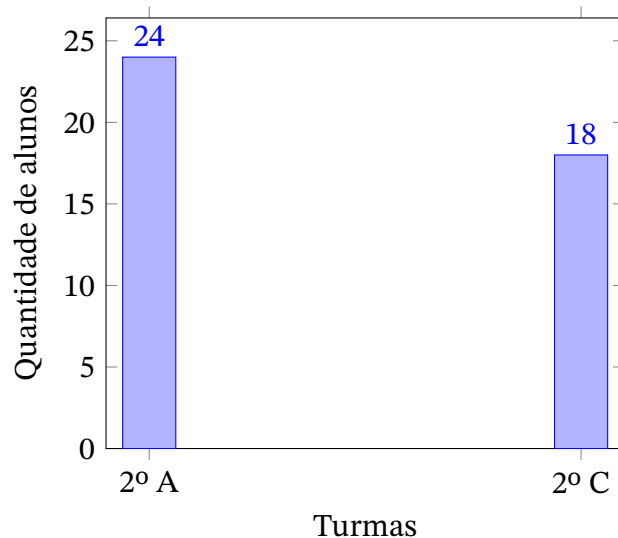
**Figura 22** – Participação dos alunos com uso dos Chromebooks durante o preenchimento do formulário diagnóstico.



EE Professora Neide Enara Sima  
21 de mar. de 2025 14:02:36  
Nova Monte Verde  
Mato Grosso

Fonte: Próprio autor.

**Gráfico 1** – Quantidades de alunos que responderam o formulário de diagnóstico em 21 de março de 2025.

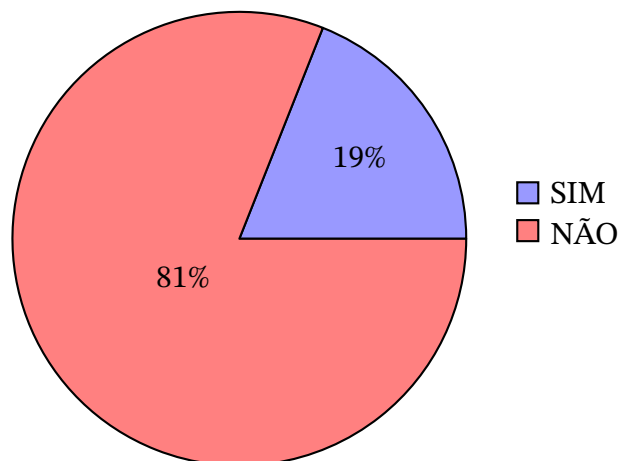


Fonte: Próprio autor.

Inicialmente, os alunos foram questionados se já haviam ouvido falar sobre o PMFS. Apenas 19% responderam que sim, enquanto 81% afirmaram desconhecer o tema, conforme mostra o Gráfico 2, o que reforça a relevância de trabalhar esse conteúdo de forma contex-

tualizada em sala de aula.

**Gráfico 2** – Percentual de alunos que já ouviram falar sobre o PMFS.

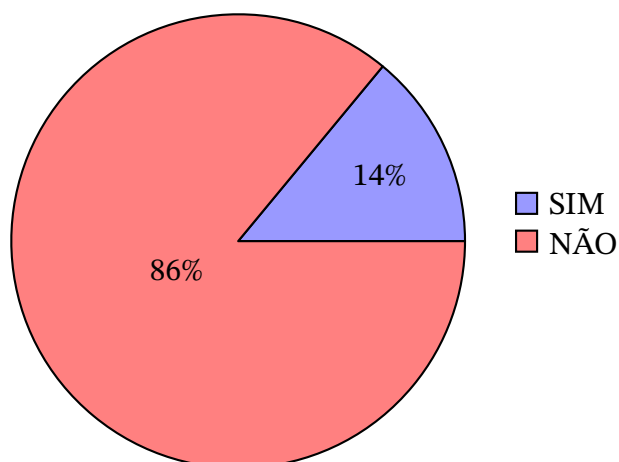


Fonte: Próprio autor.

Quando foram questionados sobre a exploração de madeira na região, todos os alunos reconheceram que essa é uma das principais atividades econômicas do município, o que cria um elo direto entre o conteúdo do projeto e a realidade local dos estudantes.

Em relação à cubagem de madeira, apenas 14% dos alunos afirmaram conhecer algum método de cálculo utilizado para estimar o volume de árvores ou toras, conforme mostra o Gráfico 3. No entanto, a maioria não conseguiu descrever com clareza como esse cálculo é realizado, evidenciando a necessidade de explorar esses métodos com mais profundidade durante as próximas aulas.

**Gráfico 3** – Percentual de alunos que conhece algum método ou já ouviu falar sobre maneiras de calcular o volume de uma árvore ou de uma tora de madeira.

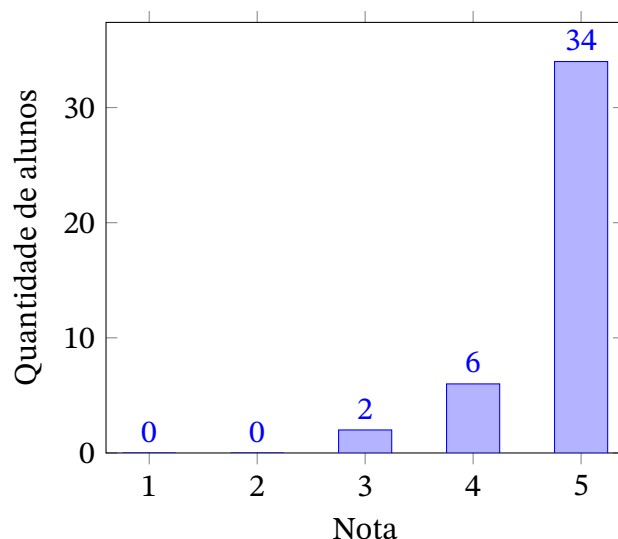


Fonte: Formulário diagnóstico respondido pelos alunos em 21 de março de 2025.

A pergunta sobre os impactos ambientais da extração de madeira gerou respostas bastante conscientes. Termos como desmatamento, desequilíbrio ambiental, perda da biodiversidade e impactos nas futuras gerações apareceram com frequência nas respostas abertas. Esse dado mostrou que, mesmo com pouco conhecimento técnico, os alunos já possuíam uma sensibilidade ecológica que pode ser aprofundada e enriquecida por meio do projeto.

Por fim, ao avaliar a expectativa em relação ao projeto, 81% dos alunos atribuíram nota 5 (máxima) e 14,3% deram nota 4, conforme mostra o Gráfico 4. Esse resultado reforçou o interesse e a motivação dos estudantes para se engajarem nas atividades que estavam por vir.

**Gráfico 4** – Distribuição das expectativas dos alunos em relação ao projeto.



Fonte: Formulário diagnóstico respondido pelos alunos em 21 de março de 2025.

Após o preenchimento, os alunos foram orientados a explorarem visualmente o *e-book* educacional criado para o projeto, como se observa na Figura 23. Eles demonstraram grande interesse pelo conteúdo. Muitos comentaram sobre o design atrativo, a linguagem acessível e a organização das informações. Foi muito gratificante perceber que o material gerou encantamento e, principalmente, despertou questionamentos e reflexões sobre a matemática fora do contexto curricular da sala de aula.

Portanto, os resultados obtidos por meio do formulário diagnóstico e das discussões iniciais evidenciaram não apenas o interesse dos alunos, mas também a relevância de abordar a matemática de forma contextualizada e conectada à realidade local.

## 8.2 Exploração da madeira e o PMFS

Em 28 de março de 2025, demos prosseguimento, concentrando esta etapa na temática da exploração da madeira no Brasil, seus impactos socioambientais e a proposta do

**Figura 23** – Participação dos alunos com uso dos Chromebooks durante a exploração do *e-book*.



Fonte: Próprio autor.

PMFS como estratégia de uso racional dos recursos florestais.

Iniciamos com uma leitura guiada dos capítulos 1 a 6 do *e-book* educacional, abordando desde o uso histórico da madeira até os fundamentos e diretrizes do PMFS. Novamente, os alunos utilizaram os Chromebooks para acessar o material na plataforma Google Sala de Aula, e a participação foi ativa e engajada, conforme mostra a Figura 24. Muitos demonstraram interesse especial pela conexão entre os conceitos teóricos e as vivências locais relacionadas ao uso da madeira.

Em seguida, assistimos ao vídeo institucional do canal do IDESAM (2022), intitulado *Cidades Florestais: Manejo Florestal Sustentável*. O material audiovisual apresentou os procedimentos técnicos e ambientais envolvidos no PMFS. O vídeo complementou o conteúdo do *e-book* e possibilitou uma compreensão mais visual e concreta dos processos de exploração sustentável.

Para consolidar os conhecimentos trabalhados, foi aplicado um formulário avaliativo com o objetivo de verificar a compreensão dos alunos sobre os temas desenvolvidos durante a aula, conforme ilustrado na Figura 25. Ao todo, 48 estudantes, de ambas as turmas, responderam ao questionário, conforme ilustrado no Gráfico 5.

Quando questionados sobre a forma como a extração da madeira ocorre no Brasil,

**Figura 24** – Alunos fazendo a leitura e análise dos capítulos do *e-book* sobre a exploração da madeira e do PMFS.



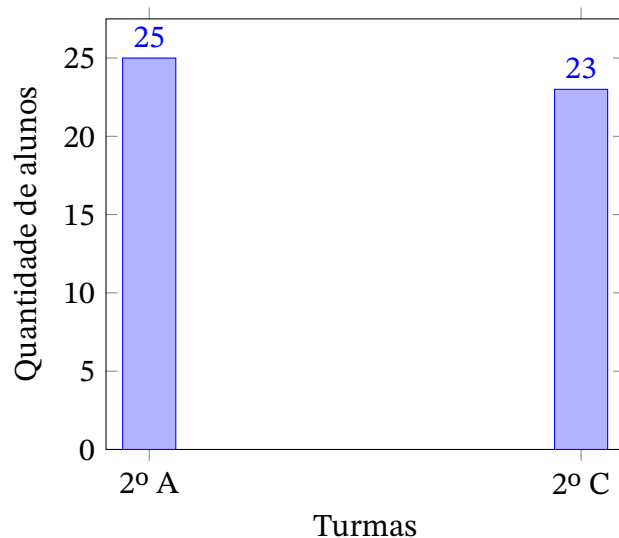
Fonte: Próprio autor.

**Figura 25** – Alunos respondendo o formulário de avaliação sobre a exploração da madeira e do PMFS.



Fonte: Próprio autor.

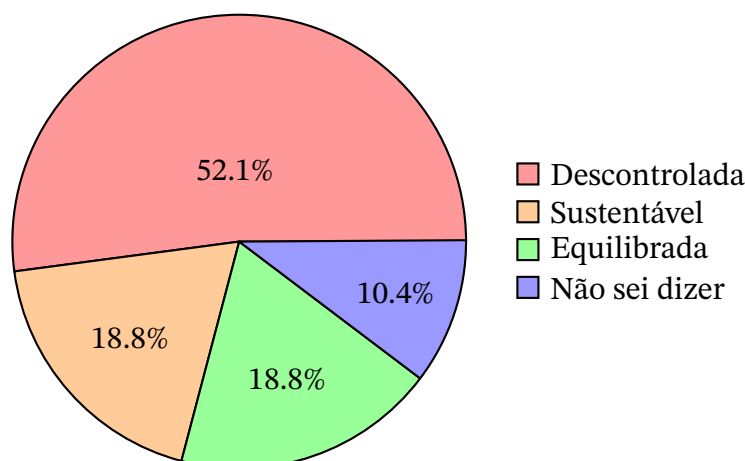
**Gráfico 5** – Quantidades de alunos que responderam o formulário de avaliação sobre a exploração da madeira e do PMFS.



Fonte: Formulário de avaliação respondido pelos alunos em 28 de março de 2025.

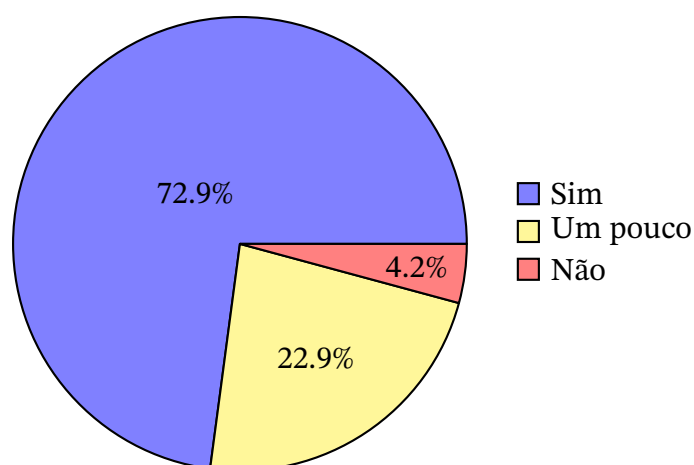
conforme apresentado no Gráfico 6, 52,1% dos alunos consideraram que ela acontece de forma descontrolada, enquanto 18,8% indicaram que é equilibrada e outros 18,8% que seria sustentável, mostrando uma diversidade de percepções e um olhar crítico sobre a realidade regional. Além disso, as respostas abertas demonstraram que os alunos compreenderam o conceito do PMFS como um conjunto de diretrizes técnicas voltadas à preservação do meio ambiente e à exploração equilibrada dos recursos florestais.

Conforme apresentado no Gráfico 2, da seção anterior, a maior parte dos estudantes afirmou não ter ouvido falar previamente sobre o PMFS. No entanto, ao serem questionados, ao final da aula seguinte, sobre possíveis mudanças em sua visão quanto à importância

**Gráfico 6** – Percepção dos alunos sobre a forma de exploração da madeira no Brasil.

Fonte: Formulário aplicado em 28 de março de 2025.

da exploração responsável das florestas e sobre o próprio PMFS, 72,9% dos alunos declararam que sua percepção havia mudado significativamente, enquanto 22,9% indicaram uma mudança parcial, dados esses representados no Gráfico 7. Tais resultados evidenciaram um

**Gráfico 7** – Mudança de percepção sobre a importância do PMFS.

Fonte: Formulário aplicado em 28 de março de 2025.

avanço significativo na compreensão crítica dos estudantes sobre a temática, indicando que foi adotada uma boa metodologia na construção do conhecimento e no desenvolvimento de uma postura reflexiva diante da exploração florestal.

Portanto, a etapa dedicada ao estudo da exploração da madeira e do PMFS foi essencial para ampliar a compreensão dos estudantes acerca da importância da gestão sustentável dos recursos florestais. A partir desse avanço conceitual, os alunos demonstraram estar preparados para iniciar uma nova fase do projeto, voltada à aplicação prática dos conhecimentos adquiridos, por meio da análise comparativa entre diferentes métodos de cubagem de madeira.

### 8.3 Métodos de cubagem de madeira: teoria e prática comparativa

Nesta seção são apresentados e discutidos os principais métodos de cubagem de madeira, articulando fundamentos teóricos e aplicações práticas realizadas ao longo do projeto. Inicialmente, no Estudo dos Métodos Rigorosos, exploram-se modelos de alta precisão — como Xilômetro, Smalian, Huber, Newton e Hohenadl —, destacando suas bases geométricas, procedimentos e limitações.

Em seguida, o Estudo dos Métodos Comerciais aborda fórmulas e práticas amplamente utilizadas no setor madeireiro, como desconto em face, alfândega de Paris, Frankon, 7854 e cubagem corrigida, analisando seu caráter estimativo e sua relação com a realidade de campo. Na sequência, o Estudo dos Métodos Geométricos Clássicos retoma sólidos de revolução (cilindro, cone, tronco de cone, parabolóide e neilóide), aproximando a forma das toras a modelos matemáticos conhecidos.

Posteriormente, na Análise Comparativa a partir de Exercícios Resolvidos, confrontam-se os resultados obtidos por diferentes métodos, incentivando o raciocínio crítico e a interpretação dos dados. A seção também inclui o relato da Visita Técnica à Serraria, que permitiu aos alunos vivenciarem medições e cálculos em contexto real, e encerra-se com a Análise Comparativa entre o Xilômetro e os Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos (Smalian, Huber e Newton), reforçando a compreensão sobre as diferenças, potencialidades e limitações de cada abordagem.

#### 8.3.1 Estudo dos métodos rigorosos de cubagem de madeira

Dando continuidade à aplicação do projeto em sala de aula, no dia 4 de abril de 2025, realizamos um importante momento de aprofundamento conceitual com os estudantes. A proposta desta aula consistiu na retomada de conteúdos geométricos fundamentais e na exploração teórica dos métodos rigorosos de cubagem de madeira, conforme apresentados no Capítulo 7 do *e-book* educacional.

Iniciamos a aula com uma breve revisão dos elementos fundamentais da circunferência, abordando os conceitos de centro, raio ( $r = \frac{D}{2}$ ), diâmetro ( $D = 2r$ ) e área do círculo. Essa retomada foi essencial para reforçar a base geométrica necessária à compreensão das fórmulas utilizadas na cubagem. Destacou-se que a área de uma circunferência pode ser expressa tanto pela fórmula tradicional em função do raio, conforme a Equação 37,

$$A = \pi \cdot r^2, \tag{37}$$

quanto em função do diâmetro, utilizando a Equação 38,

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4}. \quad (38)$$

Enfatiza-se que essa segunda forma é especialmente útil no contexto da cubagem de madeira, uma vez que, na prática madeireira, é mais comum e conveniente realizar medições diretas dos diâmetros das toras. Esse resgate conceitual mostrou-se fundamental para preparar os alunos para a compreensão e aplicação das fórmulas de volume nos métodos rigorosos de cubagem.

Em seguida, com o auxílio do *e-book*, acessado pelos Chromebooks escolares via Google Sala de Aula, os alunos acompanharam uma explicação detalhada sobre os métodos rigorosos de cubagem: Xilômetro, Smalian, Huber, Newton e Hohenadl. A aula foi conduzida de forma expositiva e interativa, com o uso do quadro para ilustrar e exemplificar cada fórmula, conforme mostra a Figura 26. Para cada método, foram apresentadas suas variáveis, a estrutura da equação e exemplos numéricos contextualizados, como se observa na Figura 27.

**Figura 26** – Explicação dos métodos rigorosos de cubagem com apoio do quadro e do *e-book* projetado na TV em sala.



Fonte: Próprio autor.

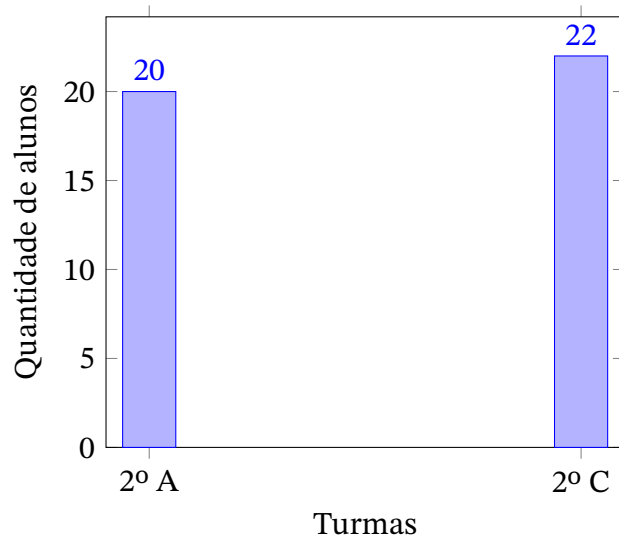
**Figura 27** – Estudantes explorando os métodos rigorosos de cubagem por meio da leitura do *e-book* educacional nos Chromebooks escolares.



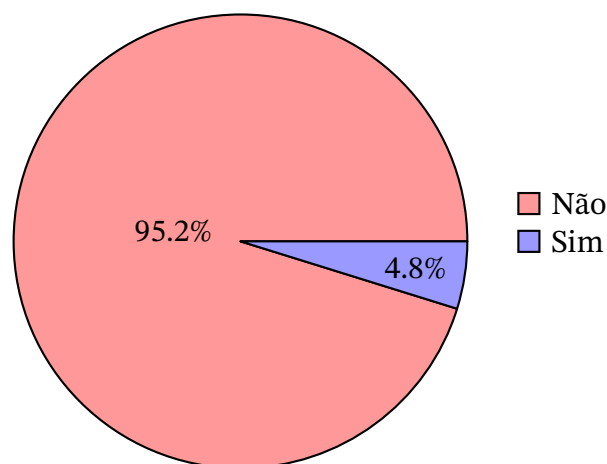
Fonte: Próprio autor.

Ao final da aula, como apresentado no Gráfico 8, 42 estudantes das turmas participantes responderam a um formulário avaliativo elaborado com fins pedagógicos e investigativos, visando registrar suas percepções sobre os métodos rigorosos de cubagem explorados. A atividade permitiu identificar o nível de compreensão dos alunos, suas preferências e o entendimento quanto à aplicabilidade dos métodos apresentados.

Os dados apresentados no Gráfico 9 mostram que a maioria dos alunos nunca havia tido contato com os métodos de cubagem apresentados, o que reforça a originalidade da proposta e sua importância como conteúdo novo e relevante.

**Gráfico 8** – Distribuição do número de alunos que participaram do formulário de percepção referente aos métodos rigorosos de cubagem.

Fonte: Formulário de avaliação respondido pelos alunos em 28 de março de 2025.

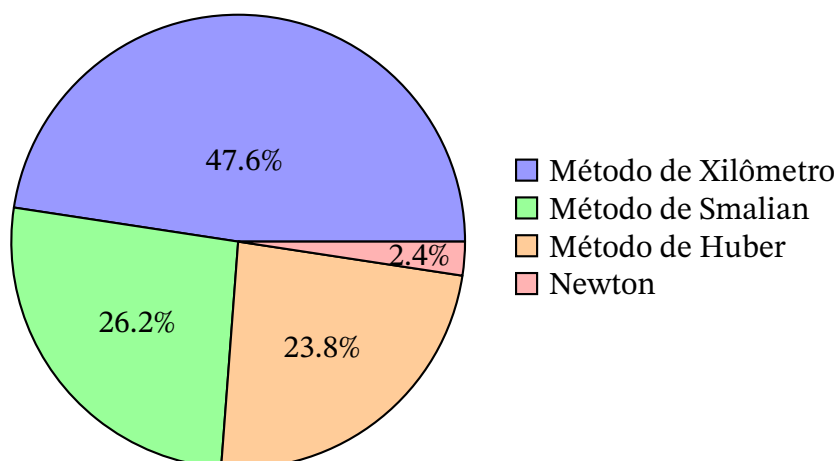
**Gráfico 9** – Percentual de alunos que já conheciam algum método rigoroso de cubagem antes da aula.

Fonte: Formulário aplicado em 4 de abril de 2025.

Ao serem questionados sobre o método que mais despertou interesse ou foi melhor compreendido, a maioria dos estudantes indicou preferência pelo método Xilômetro, seguido pelos métodos de Smalian e Huber, conforme mostra o Gráfico 10.

Essa preferência pode ser explicada, em grande parte, pela simplicidade conceitual do cálculo por deslocamento de água, baseado no princípio de Arquimedes. Muitos alunos relataram que compreenderam com mais facilidade a ideia de submergir uma tora em um reservatório e medir o volume deslocado como forma de obter o volume real da madeira.

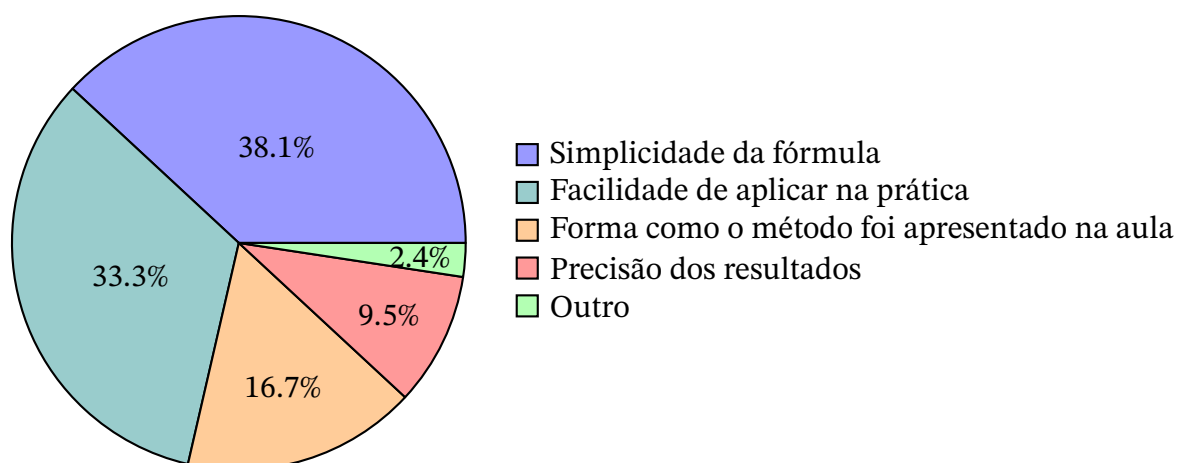
Entretanto, destaquei que, apesar de didaticamente eficaz, o método Xilômetro apresenta baixa viabilidade de aplicação no contexto industrial, devido à necessidade de

**Gráfico 10** – Preferência dos alunos entre os métodos rigorosos de cubagem.

Fonte: Formulário aplicado em 4 de abril de 2025.

infraestrutura, tempo e espaço para instalação. Como discutido no *e-book*, trata-se de uma técnica precisa, mas restrita a contextos acadêmicos ou laboratoriais. Ainda assim, a escolha dos alunos demonstra valorização da exatidão e do raciocínio lógico envolvido.

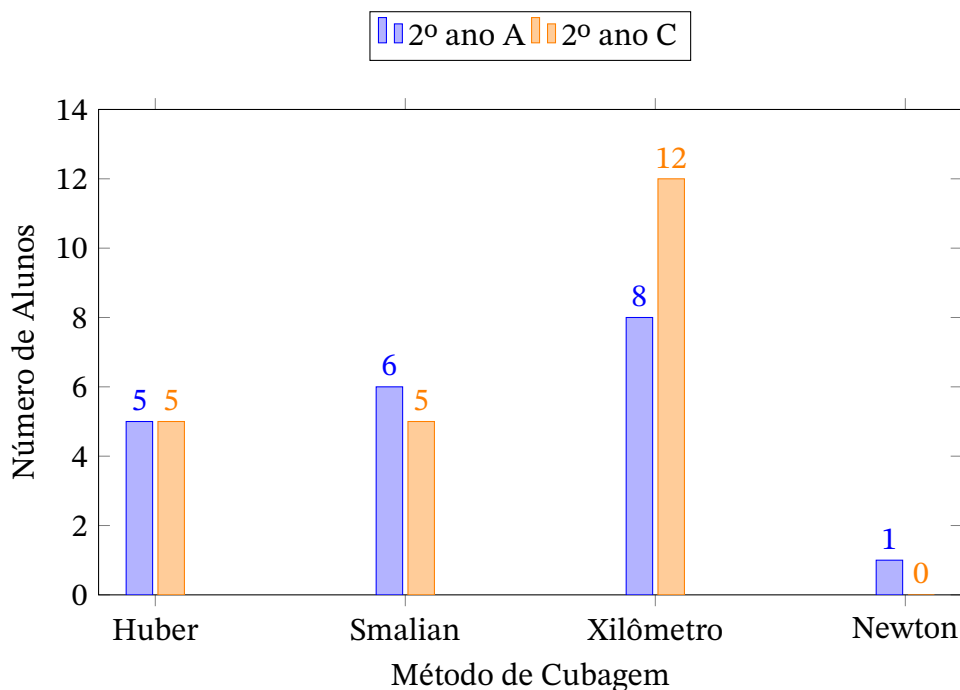
Em relação aos fatores que motivaram a escolha dos métodos preferidos, a simplicidade da fórmula foi o aspecto mais citado, seguida pela facilidade de aplicação na prática, informações representadas no Gráfico 11.

**Gráfico 11** – Fatores que mais chamaram atenção nos métodos estudados.

Fonte: Formulário aplicado em 4 de abril de 2025.

Para aprofundar a análise, foi realizada uma comparação entre as turmas com base nas questões 3 e 4 do formulário. O método Xilômetro manteve-se como o mais escolhido em ambas, conforme mostra o Gráfico 12. Já o Gráfico 13 mostra os fatores que mais chamaram a atenção nos métodos estudados. O 2º A destacou principalmente a simplicidade da fórmula, enquanto o 2º C valorizou a facilidade de aplicação prática. Essas diferenças refletem as características distintas dos grupos, sugerindo perfis de aprendizagem variados.

**Gráfico 12** – Comparação entre as turmas do 2º A e 2º C quanto ao método rigoroso de cubagem preferido.



Fonte: Formulário aplicado em 4 de abril de 2025.

Dessa forma, a abordagem dos métodos rigorosos de cubagem possibilitou aos alunos não apenas o contato com técnicas matemáticas aplicadas à realidade florestal, mas também a construção de uma compreensão crítica sobre a relação entre precisão e aplicabilidade no contexto da mensuração do volume de toras. A experiência demonstrou que, quando apresentados de forma contextualizada e acessível, os conteúdos geométricos e algébricos tornam-se mais significativos e estimulam o interesse dos estudantes.

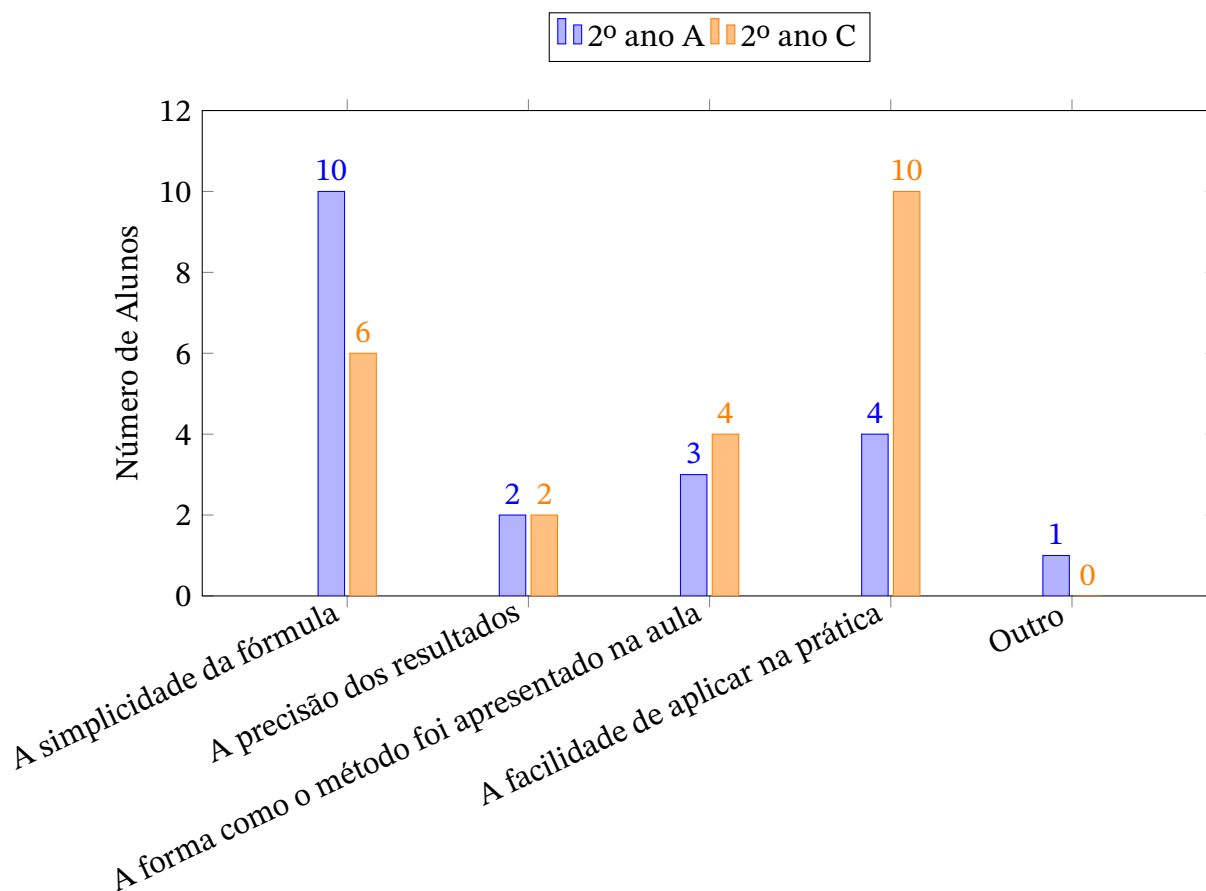
Concluída a etapa de análise dos métodos rigorosos, a próxima seção é dedicada ao estudo dos métodos comerciais de cubagem.

### 8.3.2 Estudo dos métodos comerciais de cubagem de madeira

Dando continuidade, no dia 11 de abril de 2025, realizamos uma aula voltada ao estudo dos métodos comerciais de cubagem de madeira, conforme estruturado no Capítulo 8 do *e-book* educacional. A proposta dessa aula foi apresentar e aplicar os modelos matemáticos utilizados na prática madeireira para estimar volumes comerciais, destacando suas características, vantagens e limitações.

Iniciamos a aula com a introdução dos métodos comerciais de cubagem: desconto

**Gráfico 13** – Fatores que mais chamaram atenção nos métodos de cubagem — Comparação entre as turmas 2º A e 2º C.



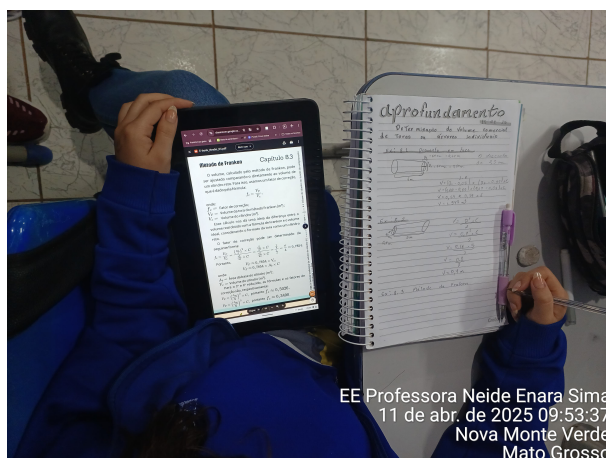
Fonte: Formulário aplicado em 4 de abril de 2025.

em face, alfândega de Paris, Frankon, 7854 e cubagem corrigida. Para cada um desses modelos, realizamos uma leitura teórica das fórmulas envolvidas, seguida de uma contextualização prática sobre suas aplicações no setor madeireiro. Em seguida, resolvemos exemplos ilustrativos no quadro, permitindo que os alunos visualizassem o passo a passo dos cálculos. O *e-book* educacional serviu como apoio visual fundamental para a compreensão e fixação dos conceitos, conforme registrado na Figura 28.

Durante a explicação em sala de aula, foi ressaltado que a maioria dos métodos comerciais de cubagem adota como base de cálculo o diâmetro da ponta fina da tora. Essa escolha conduz à estimativa de um volume esquadrejado, em contraste com os métodos rigorosos, que visam obter o volume real da madeira.

Outro destaque foi o método de Frankon, que utiliza o diâmetro médio, mas aplica uma taxa de desconto conhecida como quarta, quinta ou sexta reduzida. Para exemplificar aos estudantes, comparamos a fórmula do método de Frankon na quarta reduzida com a fórmula do volume de um cilindro. A partir dessa comparação, foi possível identificar um

**Figura 28** – Estudantes explorando os métodos comerciais de cubagem por meio da leitura do *e-book* educacional nos Chromebooks escolares.

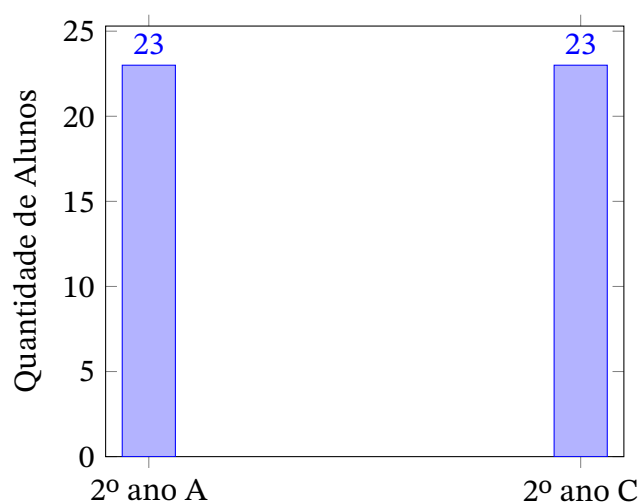


Fonte: Próprio autor.

fator de correção, que evidencia que o volume estimado pelo método de Frankon representa aproximadamente 78,54% do volume de um cilindro ideal. Ou seja, se uma tora tiver um volume real de  $1\text{ m}^3$  calculado pela fórmula do cilindro, ao aplicar o método de Frankon na quarta reduzida, o volume estimado será de aproximadamente  $0,7854\text{ m}^3$ .

Após a abordagem teórica de cada modelo, os alunos foram convidados a registrar suas impressões por meio de um formulário avaliativo. Ao todo, 46 estudantes de ambas as turmas participaram do formulário, como mostra o Gráfico 14.

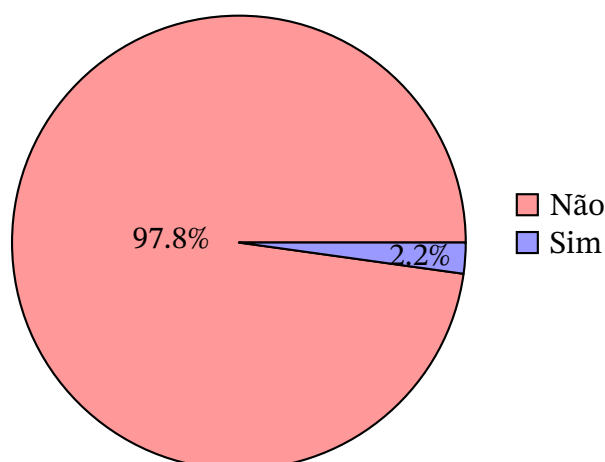
**Gráfico 14** – Distribuição do número de alunos que participaram do formulário sobre os métodos comerciais de cubagem.



Fonte: Formulário aplicado em 11 de abril de 2025.

O Gráfico 15 apresenta que a grande maioria dos alunos afirmou não conhecer previamente nenhum dos métodos comerciais apresentados.

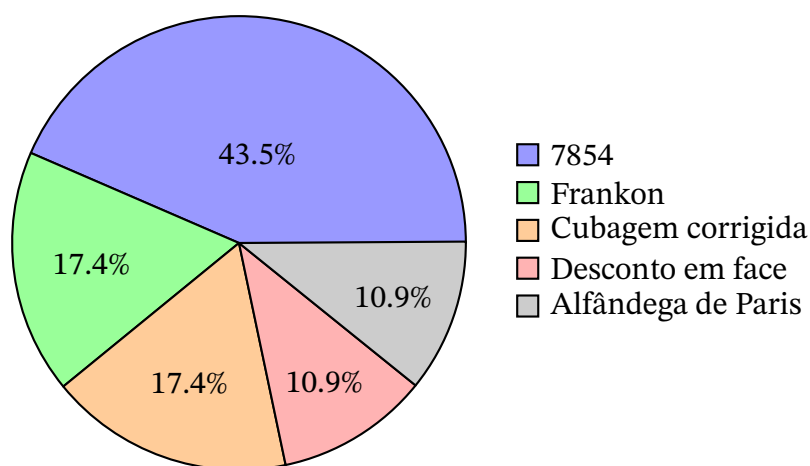
**Gráfico 15** – Percentual de alunos que já conheciam algum método comercial de cubagem antes da aula.



Fonte: Formulário aplicado em 11 de abril de 2025.

Quando questionados sobre o método comercial que mais despertou interesse ou que foi melhor compreendido, a maioria dos estudantes indicou preferência pelo método 7854, seguido de Frankon e cubagem corrigida, conforme mostra o Gráfico 16.

**Gráfico 16** – Preferência dos alunos entre os métodos comerciais de cubagem.



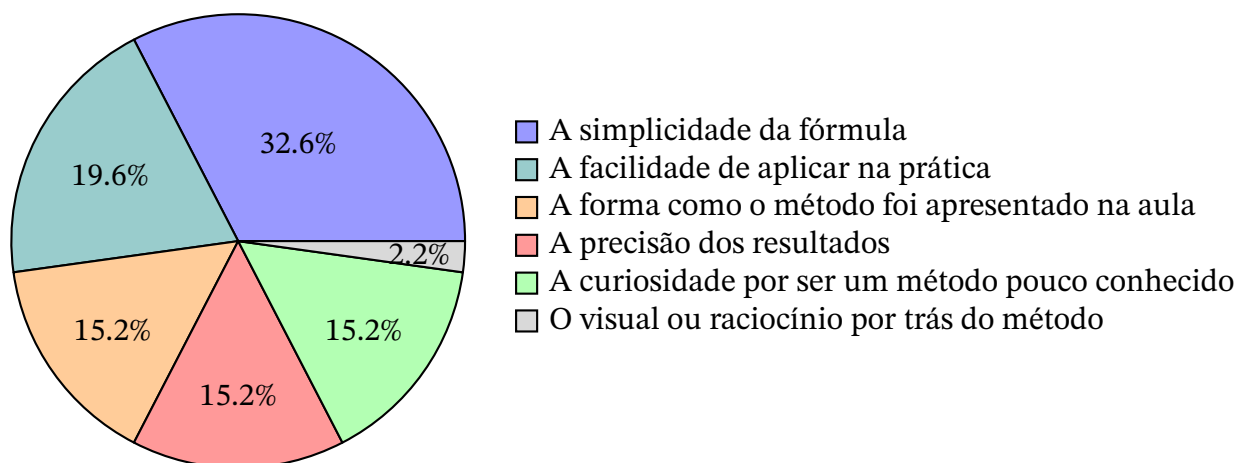
Fonte: Formulário aplicado em 11 de abril de 2025.

O método 7854 despertou interesse entre os alunos pela sua simplicidade e praticidade operacional, especialmente por poder ser aplicado com uma calculadora simples de oito dígitos, conforme indicado no Gráfico 17. O procedimento consiste em multiplicar os diâmetros (em centímetros) entre si, multiplicar pelo comprimento (em metros) e, por fim, pelo número 7854.

No entanto, observou-se que essa forma apresenta uma incoerência do ponto de vista

matemático, pois envolve a combinação de unidades de medidas diferentes, o que compromete a obtenção direta do volume em metros cúbicos. Para sanar essa falha, apresentou-se a versão corrigida da fórmula, na qual todos os valores são convertidos para metros e utiliza-se o fator 0,7854, correspondente a uma aproximação de  $\frac{\pi}{4}$  — justificando, inclusive, a origem do número adotado no método tradicional.

**Gráfico 17** – Fatores que mais chamaram atenção nos métodos comerciais.



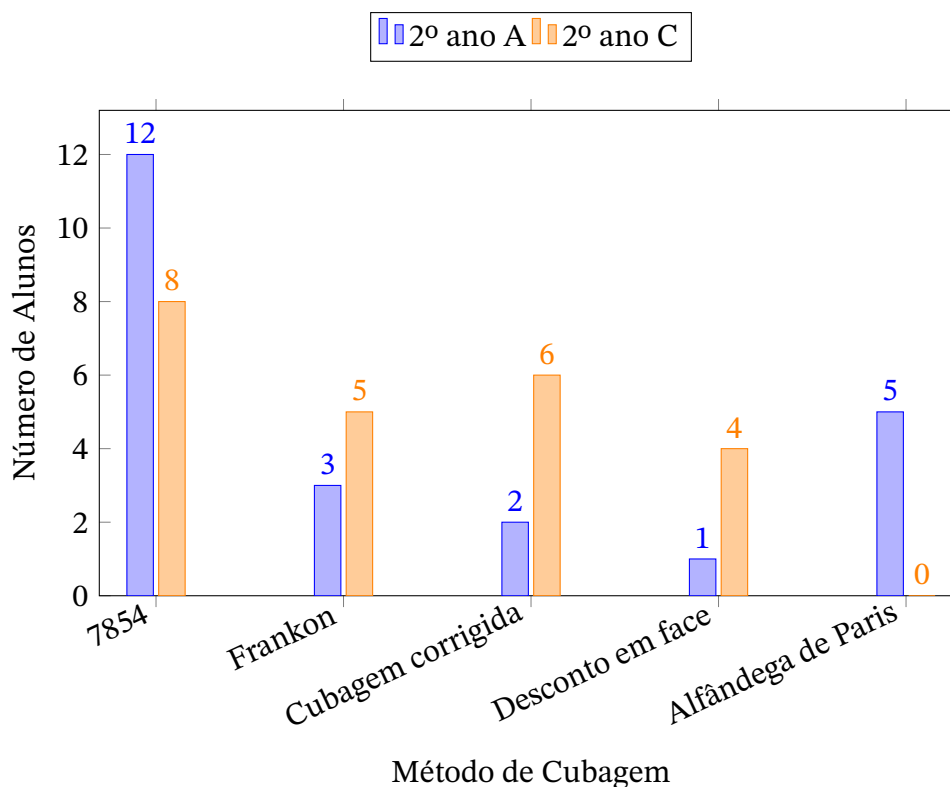
Fonte: Formulário aplicado em 11 de abril de 2025.

Para aprofundar a análise, foi realizada uma comparação entre as turmas quanto às preferências pelos métodos comerciais de cubagem. O Gráfico 18 revela que, embora o método 7854 tenha sido o mais escolhido em ambas as turmas, ele teve maior destaque no 2º A, com 12 indicações. Já na turma do 2º C, as escolhas se distribuíram de forma mais equilibrada entre os diferentes métodos, com destaque para o Frankon, cubagem corrigida e desconto em face. O método alfândega de Paris foi citado apenas por alunos do 2º A.

O Gráfico 19 destaca as diferentes percepções entre as turmas quanto aos fatores que mais chamaram a atenção durante o estudo dos métodos comerciais. A simplicidade da fórmula foi o fator mais valorizado por ambas as turmas, com destaque para o 2º C. A facilidade de aplicar na prática também se mostrou relevante e apareceu de forma equilibrada entre os grupos.

Os resultados obtidos por meio dos formulários e da participação ativa dos alunos demonstram que os métodos comerciais de cubagem despertaram grande interesse, especialmente por sua aplicabilidade prática e relativa simplicidade. A análise comparativa entre as turmas evidenciou diferenças nos fatores que mais chamaram a atenção, reforçando a importância de diversificar estratégias didáticas para atender aos diferentes perfis de aprendizagem.

Concluído o estudo dos métodos comerciais de cubagem, avançamos agora para a

**Gráfico 18** – Preferência por métodos comerciais — Comparação entre turmas 2º A e 2º C.

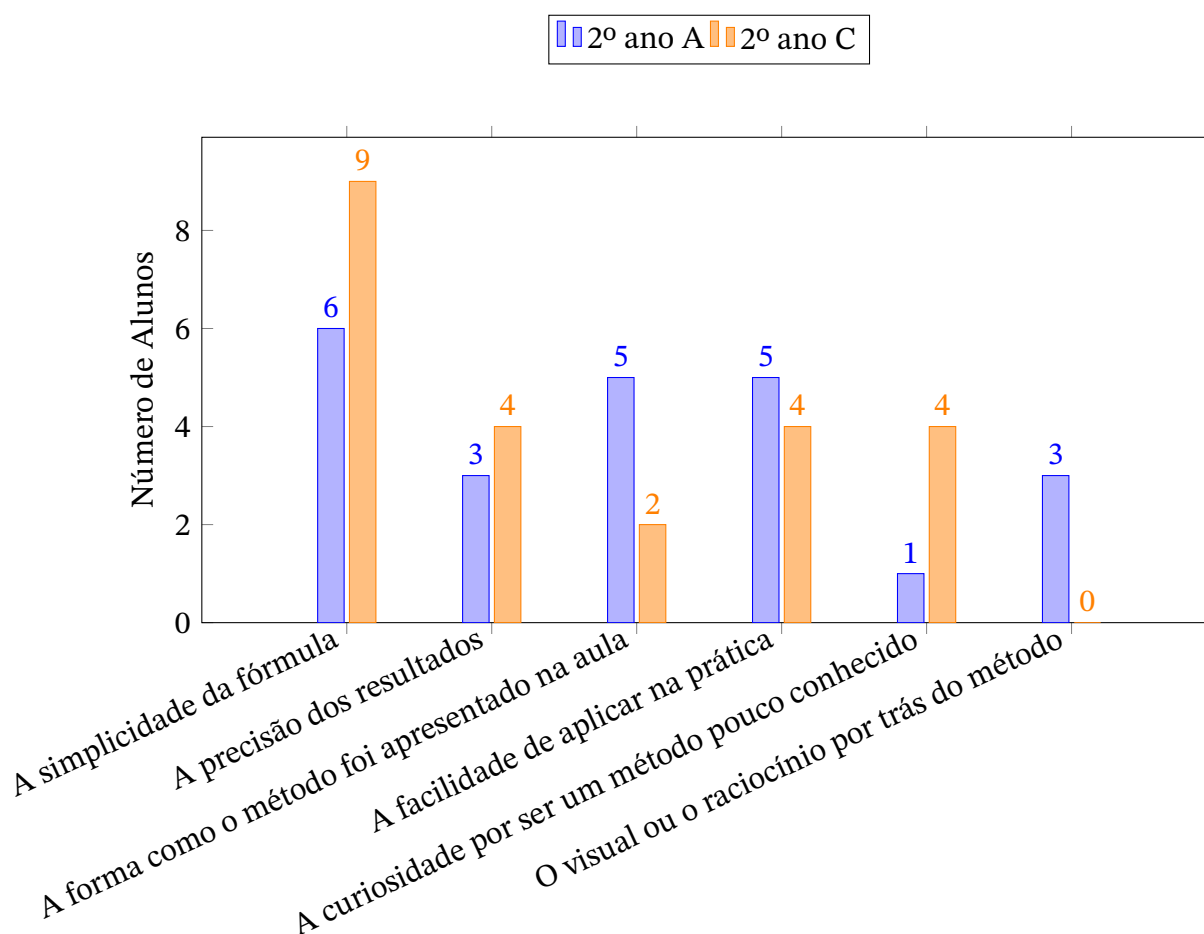
Fonte: Formulário aplicado em 11 de abril de 2025.

próxima etapa do projeto, dedicada à análise dos métodos geométricos clássicos. Esta nova seção tem como objetivo explorar modelos baseados em sólidos de revolução, como cilindros, cones e troncos de cone, frequentemente utilizados na Modelagem Matemática da madeira, permitindo uma abordagem comparativa com os métodos já estudados.

### 8.3.3 Estudo dos métodos geométricos clássicos de cubagem de madeira

No dia 25 de abril de 2025, demos continuidade à aplicação do projeto em sala de aula. Nesta aula, iniciamos com uma breve revisão dos conteúdos estudados anteriormente, relembrando os métodos rigorosos de cubagem (como Xilômetro, Smalian, Huber, Newton e Hohenadl) e os métodos comerciais de cubagem (como desconto em face, alfândega de Paris, Frankon, 7854 e cubagem corrigida).

Em seguida, introduzimos o estudo dos métodos geométricos clássicos de cubagem de madeira, que consideram a aproximação da forma da tora a sólidos de revolução conhecidos: cilindro, cone, tronco de cone, parabolóide e neilóide. Essa abordagem despertou grande interesse entre os alunos, pois muitos reconheceram de imediato algumas dessas figuras geométricas.

**Gráfico 19** – Fatores que mais chamaram atenção — Comparação entre as turmas.

Fonte: Formulário aplicado em 11 de abril de 2025.

Iniciamos com o método de cálculo do volume do cilindro. Foi explicado no quadro que o volume do cilindro é dado pela área da base multiplicada pelo comprimento (altura) da tora. Foi ressaltado que o volume pode ser calculado tanto em função do raio quanto do diâmetro, sem alteração do resultado final, apenas mudando a estrutura da fórmula. Os alunos rapidamente identificaram esse método como conhecido, afirmando que já haviam estudado o volume do cilindro em anos anteriores. Aplicamos um exemplo prático, que foi resolvido corretamente pelos estudantes e corrigido coletivamente no quadro.

Na sequência, exploramos o cálculo do volume do cone. Assim como no caso do cilindro, os alunos reconheceram a figura e se lembraram da fórmula, compreendendo que o volume do cone corresponde a  $\frac{1}{3}$  do volume do cilindro de mesma base e altura. Trabalhamos tanto a expressão em função do raio quanto do diâmetro, e os alunos resolveram o exemplo proposto com facilidade, reforçando o conhecimento prévio.

Em seguida, introduzimos o tronco de cone. Embora a maioria dos alunos tenha reconhecido visualmente a figura, alguns apresentaram dificuldades no processo operacional

do cálculo do volume. A fórmula foi bem compreendida, mas surgiram equívocos durante os cálculos, especialmente em relação à ordem das operações: alguns alunos realizavam somas antes das multiplicações ou potenciações. Esse ponto foi corrigido com exemplos adicionais no quadro, enfatizando a necessidade de seguir corretamente a prioridade das operações.

Posteriormente, apresentamos o volume do parabolóide de revolução. O termo “parabolóide” inicialmente causou estranhamento, mas, ao observarem a figura, os alunos compreenderam que se tratava de uma forma mais suavemente curvada do que o cone. Foi explicado que, para modelar essa figura, parte-se da equação geral da parábola  $y^2 = 2px$ , e que, assumindo o valor  $p = \frac{1}{2}$ , obtemos a função  $y = \sqrt{x}$ , utilizada para gerar o sólido de revolução correspondente. Foi ressaltado que a obtenção do volume do parabolóide exige conhecimentos de cálculo integral, mas que, na prática florestal, utilizava uma fórmula simplificada, já pré-ajustada, baseada nessa função. Os alunos entenderam que o volume do parabolóide corresponde à metade do volume do cilindro, o que facilitou a compreensão e o cálculo.

Por fim, após a apresentação da figura geométrica, os alunos perceberam que, diferentemente do cone, o neilóide possui uma curvatura mais acentuada, resultando em um sólido mais afilado. Foi explicado que o volume do neilóide equivale a um quarto do volume do cilindro de mesma base e altura. Assim como no parabolóide, foi reforçado que o modelo adotado no projeto considera um ajuste prévio da função matemática que descreve o formato do sólido, visando simplificar a aplicação dos métodos de cubagem.

Para cada método apresentado, foi proposto exemplos práticos envolvendo cálculos com valores reais de raio, diâmetro e comprimento de toras. De maneira geral, os alunos demonstraram boa compreensão dos conceitos e realizaram os cálculos de forma eficiente.

Durante essa atividade, pude registrar momentos de participação ativa dos estudantes, enquanto resolviam os exemplos propostos, aplicando na prática os conhecimentos adquiridos sobre os métodos geométricos clássicos de cubagem. As Figuras 29 e 30 ilustram esses momentos.

A aula foi concluída com o reforço de que essa etapa representava o encerramento da introdução aos principais métodos de cubagem estudados no projeto. Foi informado aos alunos que, na aula seguinte, daríamos início à resolução de exercícios propostos no *e-book* educacional, aplicando os diferentes métodos de cubagem em problemas contextualizados, de modo a consolidar os conhecimentos adquiridos até aquele momento.

#### **8.3.4 Análise comparativa dos métodos de cubagem a partir de exercícios resolvidos**

Como parte fundamental da sequência didática proposta no projeto, foram desenvolvidas atividades práticas com os alunos por meio da resolução dos Exercícios 1 ao 10 do

**Figura 29** – Aluno resolvendo exemplo proposto que envolve o método geométrico de cubagem de madeira - cone.



EE Professora Neide Enara Sima  
25 de abr. de 2025 09:00:44  
Nova Monte Verde  
Mato Grosso

Fonte: Próprio autor.

**Figura 30** – Aluno resolvendo exemplo proposto que envolve o método geométrico de cubagem de madeira - cilindro.



EE Professora Neide Enara Sima  
25 de abr. de 2025 13:38:04  
Nova Monte Verde  
Mato Grosso

Fonte: Próprio autor.

Capítulo 12 do *e-book* educacional. Esses exercícios foram estrategicamente organizados em cinco encontros distintos, visando à aplicação progressiva dos conhecimentos adquiridos sobre os métodos de cubagem de madeira — rigorosos, comerciais e geométricos. O foco principal dessa etapa foi estimular o raciocínio crítico dos estudantes por meio da comparação entre os diferentes modelos de cálculo de volume, promovendo a reflexão sobre suas variações, fundamentos e aplicabilidades em contextos reais.

Ao longo da aplicação, os alunos utilizaram Chromebooks, planilhas digitais, o próprio *e-book* e calculadoras como recursos de apoio. As atividades foram organizadas de forma colaborativa, incentivando o diálogo, a troca de estratégias e o desenvolvimento de autonomia. Ao final, foi aplicado um formulário digital com o objetivo de registrar as percepções dos alunos quanto aos métodos abordados, às dificuldades enfrentadas e às conclusões extraídas com base nos resultados obtidos.

Nos dias 9, 16 e 23 de maio de 2025, os alunos resolveram manualmente os Exercícios 1 ao 6 em grupos colaborativos, utilizando Chromebooks, o *e-book* digital e a calculadora para explorar as situações apresentadas, conforme ilustrado na Figura 31.

No primeiro encontro, foi proposto aos alunos o Exercício 1 e 2, conforme mostra a Figura 32 e 33. O Exercício 1 abordou a taxa de desmatamento da Amazônia Legal, com

**Figura 31** – Alunos utilizando os Chromebooks e calculadoras para resolver manualmente os exercícios do 1 ao 6 do *e-book*.



Fonte: Próprio autor.

base em dados divulgados pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), exigindo dos estudantes a aplicação de progressões aritméticas e raciocínio lógico. A análise das respostas revelou que a maioria dos alunos compreendeu adequadamente a proposta, obtendo resultados coerentes. A atividade foi concluída em aproximadamente 20 minutos, sem maiores dificuldades por parte da turma.

**Figura 32** – Exercício 1 do *e-book* educacional..

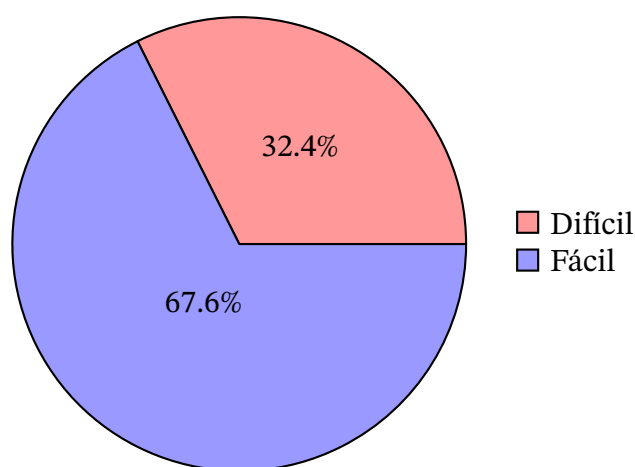
Fonte: Próprio autor.

**Figura 33** – Exercício 2 do *e-book* educacional.

Fonte: Próprio autor.

O Exercício 2 apresentou o método do xilômetro, baseado no deslocamento de água para determinar o volume de uma tora de madeira. A atividade envolveu a conversão de litros para metros cúbicos e o uso da densidade da madeira para cálculo de massa. Nesse caso, os estudantes demandaram mais tempo para a resolução, uma vez que alguns apresentaram dificuldades nas conversões de unidades de medida, o que estendeu a discussão coletiva. Ainda assim, o tempo restante mostrou-se suficiente para a realização das resoluções e para o debate dos resultados. De forma geral, os alunos demonstraram facilidade com a proposta, como indica o Gráfico 20.

**Gráfico 20** – Percepção dos alunos quanto à facilidade ou dificuldade de aplicar o conceito de deslocamento da água para estimar o volume.



Fonte: Formulário aplicado em 23 de abril de 2025.

No segundo encontro, foi proposto aos alunos o Exercício 3 e 4, ilustrados na Figura 34 e 35, os quais exigiam a aplicação combinada de diferentes métodos de cubagem. O Exercício 3 propôs o cálculo do volume de uma mesma tora de madeira utilizando os Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos (Smalian, Huber e Newton), além de diversos modelos comerciais amplamente empregados na prática madeireira, tais como desconto em face, alfândega de Paris, Frankon, 7854 e cubagem corrigida. A atividade teve como objetivo promover a análise comparativa entre os resultados gerados por cada abordagem, destacando suas características e particularidades. Nessa etapa, os estudantes dedicaram cerca de 70 minutos, sobretudo devido às dificuldades encontradas na aplicação do método de Newton, o que exigiu maior tempo de discussão e retomada conceitual.

Os alunos organizaram os valores obtidos em uma tabela comparativa, o que favoreceu o raciocínio crítico e a reflexão sobre a variação de estimativas conforme o modelo matemático adotado. Em seguida, no Exercício 4, os estudantes aplicaram o método rigoroso analítico relativo de Hohenadl, reconhecendo sua particularidade por considerar múltiplas seções transversais ao longo do comprimento da tora. Esse método, conforme descrito no

**Figura 34** – Exercício 3 do *e-book* educacional.

Capítulo 12

ATIVIDADES

b) Considere que a densidade da madeira é de  $0,65 \text{ g/cm}^3$ . Qual seria o peso aproximado da tora em quilogramas?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

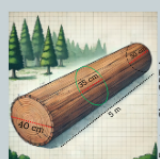
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Questão 03**

Uma empresa madeireira solicitou sua ajuda para calcular e comparar o volume de uma tora utilizando diferentes métodos rigorosos e comerciais. A tora apresenta as seguintes dimensões:

- Diâmetro da base: 40 cm
- Diâmetro do meio: 35 cm
- Diâmetro do topo: 30 cm
- Comprimento da tora: 5 metros



Seu objetivo é calcular o volume dessa tora utilizando métodos rigorosos (Smalian, Huber e Newton) e comerciais (Desconto em Face, Alfândega de Paris, Frankon, 7854 e Cubagem Corrigida).

Após os cálculos, preencha a tabela abaixo e compare os resultados.

46

Fonte: Próprio autor.

**Figura 35** – Exercício 4 do *e-book* educacional.

Capítulo 12

ATIVIDADES

**Questão 04**

A empresa madeireira pediu para você aplicar o método de Hohenadl para calcular o volume da mesma tora de madeira da **questão 03**. Suponhamos que você dividiu a tora seccionando em cinco partes iguais e verificou que os diâmetros relativos de Hohenadl em centímetros são

$d_{0,9} = 38$ ,  $d_{0,7} = 37$ ,  $d_{0,5} = 35$ ,  $d_{0,3} = 33$  e  $d_{0,1} = 31$ .



Use a fórmula do método de Hohenadl para calcular o volume dessa tora e em seguida responda a seguintes perguntas:

48

Fonte: Próprio autor.

*e-book* educacional, aplica-se ao comprimento total da árvore em pé ou abatida, que deve ser dividido em 5 ou 10 partes iguais. No entanto, para fins didáticos, realizamos uma simulação aplicando o método a uma única tora, com o objetivo de comparar os volumes obtidos com os Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos utilizados no exercício anterior. Essa segunda parte da aula demandou menos tempo em relação ao exercício anterior, permitindo que a atividade fosse concluída dentro do tempo previsto, com espaço para discussão coletiva dos resultados.

A Tabela 2 apresenta os valores aproximados calculados pelo professor, os quais servirão como referência para os alunos conferirem a exatidão de seus próprios resultados. Para fins de análise, considerou-se que o valor obtido pelo estudante estava próximo ao esperado quando a diferença em relação ao valor de referência foi de até  $\pm 0,020; m^3$ .

Além dos valores de referência, foi elaborada também uma tabela com os resultados obtidos diretamente pelos estudantes nos Exercícios 3 e 4, conforme ilustrado na Figura 36. Nela, cada linha corresponde aos alunos, enquanto cada coluna representa os volumes calculados para cada método de cubagem aplicado. Cabe destacar que as atividades foram realizadas de forma coletiva, em pequenos grupos, e, por esse motivo, alguns valores incor-

**Tabela 2** – Volumes de referência calculados pelo professor a partir de diferentes métodos de cubagem nos Exercícios 3 e 4.

Método de cubagem	Volume esperado ( $m^3$ )	Classificação
Smalian	0,491	Rigorous absoluto
Huber	0,481	Rigorous absoluto
Newton	0,484	Rigorous absoluto
Desconto em face (2,5 cm)	0,313	Comercial
Desconto em face (5 cm)	0,200	Comercial
Alfândega de Paris	0,225	Comercial
Frankon	0,377	Comercial
7854	0,353	Comercial
Cubagem corrigida	0,338	Comercial
Hohenadl	0,478	Rigorous relativo

Fonte: Próprio autor.

retos aparecem repetidos entre diferentes registros. Isso ocorreu porque, ao compartilharem suas resoluções durante a aula, certos grupos reproduziram os mesmos procedimentos equivocados, principalmente quando comparados ao valor de referência disponibilizado pelo professor. Essa dinâmica, entretanto, foi fundamental para estimular a discussão, a comparação entre métodos e a reflexão crítica acerca dos erros, servindo como ponto de partida para as correções e para o aprendizado coletivo.

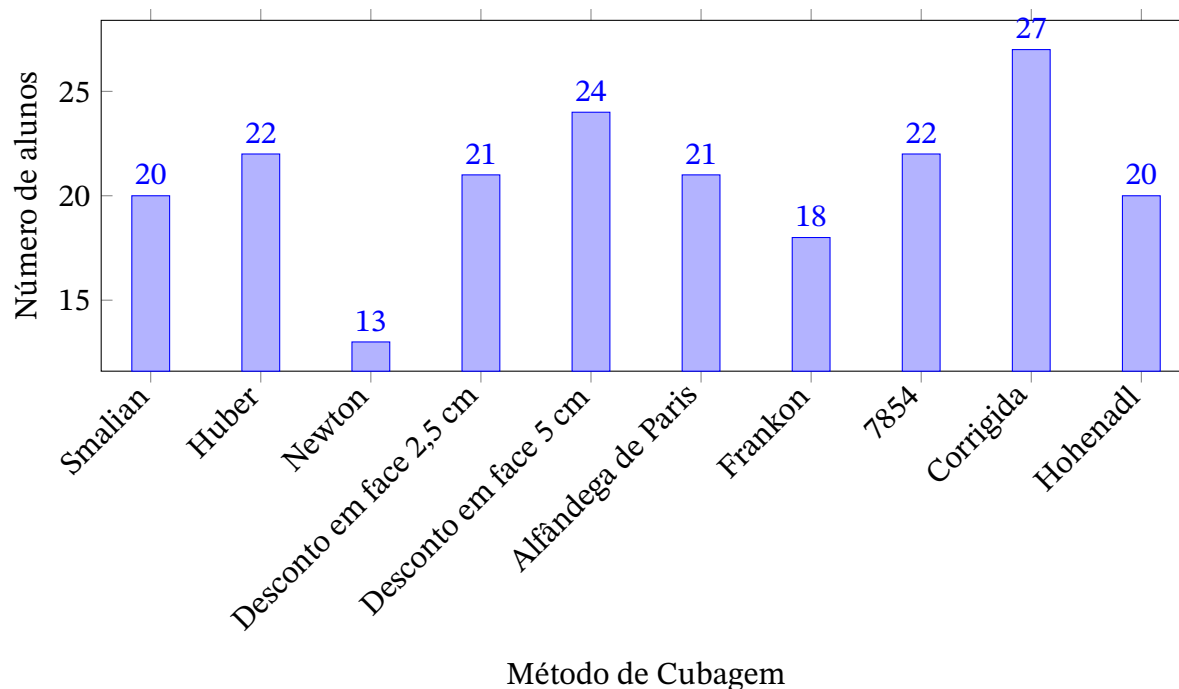
**Figura 36** – Resultados obtidos pelos alunos nos Exercícios 3 e 4.

Data/hora	E-mail	Turma:	Smalian:	Huber:	Newton:	Desconto (2,5cm):	Desconto (5cm):	A. de Paris:	Frankon:	7854:	C. Corrigida:	Hohenadl:
5/23/2025 10:29:56	160@edu.mt	2º ano A	0,126	0,790	0,989	0,310	0,980	0,900	0,900	0,909	0,090	0,453
5/23/2025 10:32:10	512@edu.mt	2º ano A	0,491	0,481	0,484	0,313	0,200	0,225	0,377	0,353	0,338	0,477
5/23/2025 10:32:36	379@edu.mt	2º ano A	0,208	0,275	0,325	0,200	0,377	0,353	0,377	0,785	0,338	0,113
5/23/2025 10:32:37	163@edu.mt	2º ano A	0,508	0,275	0,325	0,200	0,377	0,354	0,377	0,785	0,338	0,500
5/23/2025 10:32:51	100@edu.mt	2º ano A	0,208	0,275	0,313	0,200	0,377	0,354	0,784	0,785	0,338	0,900
5/23/2025 10:32:54	526@edu.mt	2º ano A	0,491	0,275	0,313	0,200	0,377	0,354	0,377	0,785	0,338	0,800
5/23/2025 10:33:01	321@edu.mt	2º ano A	0,208	0,275	0,313	0,200	0,350	0,354	0,377	0,785	0,338	0,123
5/23/2025 10:33:19	750@edu.mt	2º ano A	0,505	0,481	0,484	0,313	0,200	0,225	0,377	0,353	0,358	0,477
5/23/2025 10:33:22	319@edu.mt	2º ano A	0,491	0,481	0,484	0,312	0,200	0,225	0,377	0,353	0,338	0,478
5/23/2025 10:33:26	289@edu.mt	2º ano A	0,208	0,133	0,313	0,200	0,365	0,354	0,774	0,353	0,338	0,110
5/23/2025 10:33:35	417@edu.mt	2º ano A	0,208	0,275	0,325	0,200	0,377	0,354	0,774	0,785	0,338	0,938
5/23/2025 10:34:34	478@edu.mt	2º ano A	0,208	0,192	0,333	0,312	0,200	0,750	0,377	0,353	0,358	0,477
5/23/2025 10:34:45	370@edu.mt	2º ano A	0,491	0,481	0,261	0,312	0,200	0,225	0,377	0,353	0,338	0,477
5/23/2025 10:34:46	514@edu.mt	2º ano A	0,126	0,748	0,544	0,313	0,200	0,225	0,754	0,352	0,338	0,477
5/23/2025 10:39:17	132@edu.mt	2º ano A	0,126	0,480	0,484	0,313	0,200	0,225	0,377	0,353	0,337	0,477
5/30/2025 13:28:33	779@edu.mt	2º ano C	0,403	0,398	0,399	0,443	0,398	0,484	0,377	0,491	0,432	0,400
5/30/2025 13:33:13	102@edu.mt	2º ano C	0,490	0,480	0,484	0,312	0,200	0,225	0,377	0,353	0,338	0,477
5/30/2025 13:33:20	318@edu.mt	2º ano C	0,490	0,480	0,484	0,312	0,200	0,225	0,377	0,353	0,337	0,477
5/30/2025 13:34:08	362@edu.mt	2º ano C	0,490	0,480	0,484	0,312	0,200	0,225	0,377	0,353	0,337	0,477
5/30/2025 13:34:56	340@edu.mt	2º ano C	0,490	0,481	0,484	0,312	0,200	0,225	0,377	0,353	0,338	0,477
5/30/2025 13:35:18	519@edu.mt	2º ano C	0,471	0,481	0,133	0,313	0,200	0,150	0,377	0,353	0,338	0,456
5/30/2025 13:44:05	330@edu.mt	2º ano C	0,480	0,480	0,133	0,500	0,200	0,225	0,377	0,353	0,338	0,477
5/30/2025 13:44:05	320@edu.mt	2º ano C	0,490	0,480	0,484	0,312	0,200	0,225	0,430	0,353	0,358	0,477
5/30/2025 13:44:38	326@edu.mt	2º ano C	0,490	0,480	0,484	0,313	0,200	0,480	0,430	0,480	0,440	0,380
5/30/2025 13:44:44	315@edu.mt	2º ano C	0,280	0,480	0,390	0,312	0,200	0,225	0,377	0,480	0,471	0,370
5/30/2025 13:44:56	305@edu.mt	2º ano C	0,490	0,480	0,390	0,312	0,200	0,225	0,377	0,480	0,471	0,370
5/30/2025 13:45:33	376@edu.mt	2º ano C	0,412	0,481	0,133	0,300	0,200	0,225	0,353	0,353	0,337	0,477
5/30/2025 13:45:36	111@edu.mt	2º ano C	0,412	0,481	0,133	0,300	0,200	0,225	0,274	0,353	0,113	0,477
5/30/2025 13:47:29	374@edu.mt	2º ano C	0,491	0,480	0,484	0,312	0,200	0,225	0,377	0,353	0,337	0,477
5/30/2025 13:47:40	107@edu.mt	2º ano C	0,491	0,480	0,484	0,312	0,200	0,225	0,377	0,353	0,337	0,477
5/30/2025 14:00:29	323@edu.mt	2º ano C	0,482	0,481	0,340	0,500	0,200	0,225	0,377	0,353	0,337	0,477
5/30/2025 14:00:50	325@edu.mt	2º ano C	0,481	0,481	0,340	0,500	0,200	0,225	0,377	0,353	0,337	0,477
5/30/2025 14:02:11	577@edu.mt	2º ano C	0,490	0,314	0,490	0,425	0,363	0,490	0,877	0,6878,83	0,840	0,937
5/30/2025 14:02:27	359@edu.mt	2º ano C	0,412	0,481	0,340	0,500	0,200	0,225	0,337	0,353	0,337	0,477

Fonte: Próprio autor.

Já o Gráfico 21 mostra a quantidade de estudantes que conseguiram obter o valor correto (ou muito próximo) para cada método de cubagem estudado.

**Gráfico 21** – Distribuição do número de alunos que obtiveram o volume próximo ao esperado para cada método de cubagem aplicado nos Exercícios 3 e 4.



Fonte: Formulário aplicado em 23 de maio de 2025.

De acordo com os resultados apresentados no Gráfico 21, observou-se uma dificuldade recorrente dos alunos na aplicação da fórmula de Newton. A maioria dos erros ocorreu no momento de multiplicar o quadrado do diâmetro da seção média por 4, parte fundamental do somatório da fórmula. Além disso, em alguns registros incorretos, notou-se que certos grupos se esqueceram de multiplicar o resultado final pelo comprimento da tora, comprometendo diretamente o cálculo do volume.

Outro ponto observado foi a ausência de conversão de unidades — alguns estudantes realizaram as operações mantendo os diâmetros em centímetros, sem converter para metros, o que gerou valores finais muito superiores ao esperado. Esses equívocos, embora significativos, foram identificados durante a socialização das resoluções e corrigidos a partir das discussões coletivas. A retomada conceitual no quadro reforçou não apenas os aspectos algébricos da estrutura da fórmula, mas também a importância da atenção às unidades de medida e à ordem das operações, consolidando a aprendizagem de forma prática e crítica.

No terceiro encontro, os alunos resolveram os Exercícios 5 e 6, ilustrado na Figura 37 e 38, que tiveram como foco a aplicação dos métodos geométricos clássicos de cubagem. No Exercício 5, os estudantes analisaram uma árvore dividida em quatro seções distintas,

cada uma com formato aproximado de um sólido geométrico: o tronco de neiloide (do solo até DAP), a primeira tora representava um tronco de cone, a segunda um cilindro e a terceira um tronco de parabolóide. A partir dessas formas, os alunos aplicaram as respectivas fórmulas geométricas para calcular o volume de cada segmento e, ao final, somaram os resultados para obter o volume total da árvore.

**Figura 37** – Exercício 5 do *e-book* educacional.

**Capítulo 12**

**ATIVIDADES**

**Questão 05**

Durante uma forte tempestade, uma árvore foi arrancada naturalmente pelos ventos no sítio do Sr. Antônio. Observando a situação, ele decidiu aproveitar a madeira e pediu ao seu filho, estudante do curso de Engenharia Florestal, que realizasse a cubagem do volume dessa árvore. O tronco da árvore, desde o solo até o Diâmetro a Altura do Peito (DAP), apresenta uma forma que se assemelha a um tronco de neiloide.

A partir do DAP, o filho dividiu a árvore em três seções principais, cada uma apresentou formas geométricas distintas:

- Primeira tora: 3 metros de comprimento, com forma de tronco de cone.
- Segunda tora: forma cilíndrica, com comprimento de 5 metros.
- Terceira tora: forma de um tronco de parabolóide, com comprimento de 4 metros.

Dados anotados pelo filho:

- Diâmetro na base da árvore (ao nível do solo): 60 cm.
- Diâmetro médio na base da árvore: 50 cm
- Diâmetro no DAP (1,30 m do solo): 45 cm.
- Diâmetro da base da primeira tora: 45 cm.
- Diâmetro do topo da primeira tora: 38 cm.
- Diâmetro da segunda e terceira tora: 38 cm.
- Diâmetro médio da terceira tora: 34 cm.
- Diâmetro do topo da terceira tora: 25 cm.

50

Fonte: Próprio autor.

**Figura 38** – Exercício 6 do *e-book* educacional.

**Capítulo 12**

**ATIVIDADES**

d) Calcule o volume da terceira tora (tronco de parabolóide) aplicando a fórmula de Newton:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

e) Qual é o volume total da árvore (soma de todas as seções)

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Questão 06**

Dois vizinhos do Sr. Antônio demonstraram interesse em comprar as três toras da árvore descrita na **questão 05** para fazer lascas e utilizá-las em cercas. Cada um utilizou um método diferente para estimar o volume das toras antes de apresentar sua proposta de compra:

- O primeiro vizinho mediu o diâmetro da ponta fina de cada tora e aplicou o método do 7854 para calcular o volume, oferecendo um valor de R\$ 1.150,00 por  $m^3$ .
- O segundo vizinho também mediu o diâmetro da ponta fina, mas aplicou o método da cubagem corrigida, oferecendo um valor de R\$ 1.300,00 por  $m^3$ .

52

Fonte: Próprio autor.

A atividade também retomou o conceito estudado previamente sobre a exatidão da fórmula de Newton para tronco de sólidos de revolução — cone, parabolóide e neilóide — conforme destacado por Finger (2006), que afirma: “a fórmula de Newton é exata para todos os troncos dos sólidos geométricos (parabolóide, neilóide e cone)” (FINGER, 2006, p. 101). Essa fundamentação teórica auxiliou os alunos a justificar o uso da mesma fórmula para diferentes formatos.

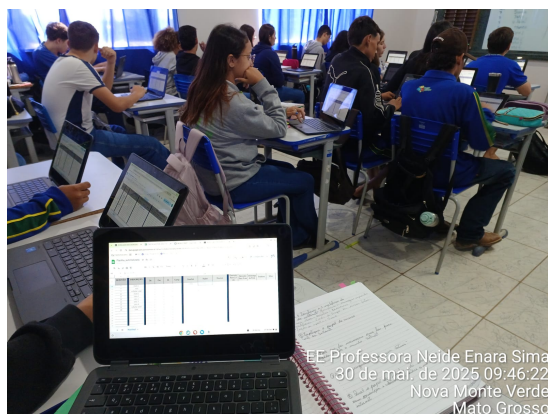
No Exercício 6, os alunos foram convidados a simular uma situação de venda da madeira estimada no exercício anterior. Dois “vizinhos compradores” propuseram métodos comerciais distintos para estimar o volume total da madeira, utilizando como base o diâmetro da ponta fina de cada tora. O primeiro vizinho aplicou o método 7854 e ofereceu R\$ 1.150,00/ $m^3$ ; já o segundo utilizou a fórmula da cubagem corrigida, oferecendo um valor

de R\$ 1.300,00/ $m^3$ . Essa questão permitiu integrar o raciocínio matemático ao pensamento econômico, promovendo habilidades de argumentação, análise proporcional e tomada de decisão.

No quarto encontro, ocorrido no dia 30 de maio de 2025, partiu dos próprios estudantes a iniciativa de desenvolver uma planilha automatizada no Google Planilhas, com o intuito de agilizar e sistematizar os cálculos dos volumes de árvores e toras por meio dos diferentes métodos de cubagem estudados. A construção da planilha representou um avanço na autonomia dos alunos, permitindo maior precisão e rapidez na resolução das atividades.

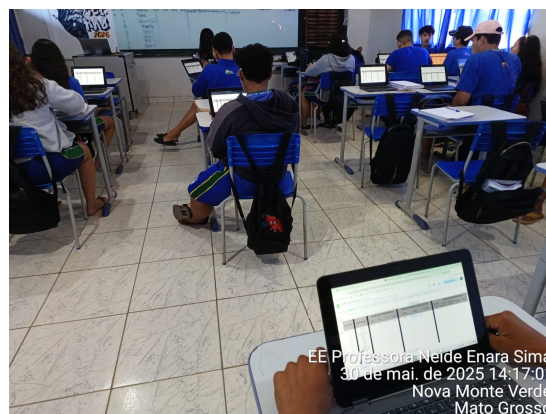
As Figuras 39 e 40 ilustram, respectivamente, o momento da construção colaborativa da planilha com o auxílio dos Chromebooks.

**Figura 39** – Alunos do 2º ano A desenvolvendo a planilha automatizada com o auxílio do Chromebook.



Fonte: Próprio autor.

**Figura 40** – Alunos do 2º ano C desenvolvendo a planilha automatizada com o auxílio do Chromebook.



Fonte: Próprio autor.

Com o auxílio do professor, a turma foi inserindo as fórmulas de cálculo diretamente na planilha, estabelecendo corretamente as correspondências entre as células dos diâmetros ( $Db$ ,  $Dm$  e  $Dt$ ), comprimento ( $C$ ) e os campos destinados aos métodos de cubagem (Smalian, Huber, Newton, Cilindro, Cone, Tronco de Cone, Parabolóide e Neilóide). O objetivo era garantir que, ao inserir os valores numéricos, os volumes fossem automaticamente calculados, permitindo aos alunos focar na análise dos resultados e na comparação entre os modelos.

Alguns alunos demonstraram familiaridade prévia com a ferramenta digital, uma vez que já a utilizam em atividades cotidianas, como o auxílio aos pais em pequenos comércios locais, a exemplo de padarias e mercados. Outros, entretanto, enfrentaram dificuldades iniciais, sobretudo na identificação dos símbolos de multiplicação ( $*$ ) e divisão ( $/$ ) no teclado do Chromebook, bem como na compreensão da lógica de vinculação entre células na planilha. Diante dessas situações, foi necessário oferecer suporte individualizado,

contando ainda com a colaboração espontânea de colegas que já dominavam tais recursos, promovendo assim um ambiente de aprendizado colaborativo e inclusivo.

Nesta data, concentrou-se exclusivamente na construção e estruturação da planilha padronizada, conforme o modelo ilustrado na Figura 41.

**Figura 41** – Modelo de estrutura da planilha automatizada com os campos organizados para os diferentes métodos de cubagem.

QUESTÃO	DESCRIÇÃO	DIÂMETRO/COMPRIMENTO				MÉTODOS RIGOROSOS ABSOLUTO (m³)			MÉTODOS GEOMÉTRICOS (m³)				
		Db	Dm	Dt	Comp.	Smalian	Huber	Newton	Cilindro	Cone	Tronco de cone	Paraboloide	Neiloide

Fonte: Próprio autor.

No quinto encontro, ocorrido no dia 6 de junho de 2025, os alunos foram convidados a dar continuidade à utilização da planilha automatizada para resolver os Exercícios 7 ao 10 do Capítulo 12 do *e-book* educacional, favorecendo comparações entre os resultados e a interpretação crítica das estratégias de cubagem. A proposta foi aplicar os Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos nos cálculos de volume de diferentes toras e troncos de madeira, a partir dos dados de diâmetro e comprimento fornecidos nas atividades.

Inicialmente, os estudantes inseriram manualmente os diâmetros (base, meio e topo) e os comprimentos correspondentes a cada peça de madeira descrita nos exercícios. A digitação foi feita diretamente nos Chromebooks, conforme mostrado na Figura 42, e

**Figura 42** – Alunos do 2º ano A preenchendo a planilha automatizada com os diâmetros e comprimentos dados nos exercícios 7,8 e 10 do *e-book*.



Fonte: Próprio autor.



Fonte: Próprio autor.

os resultados foram automaticamente gerados pela planilha, permitindo uma visualização imediata dos volumes calculados segundo cada método.

O Exercício 07, ilustrado na Figura 43, apresenta uma árvore com 15,30 metros de comprimento, composta por duas seções: um tronco de 1,30 metros e uma tora de 14,00 metros. A proposta foi calcular os volumes de ambas as partes e do total da árvore, utilizando os três Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos. Em seguida, o Exercício 08, mostrado na Figura 44, traz a tora de 14 metros subdividida em quatro toras menores. De acordo com as medidas fornecidas, os alunos repetiram os cálculos para verificar se a subdivisão influenciaria os resultados obtidos.

**Figura 43** – Exercício 7 do *e-book* educacional.

**Questão 07**  
A escola recebeu a doação de uma árvore com 15,30 metros de comprimento, conforme ilustrado na imagem abaixo.

Fonte: Próprio autor.

a) Calcule o volume de cada seção (tronco e tora) utilizando os métodos rigorosos de cubagem: Smalian, Huber e Newton. Em seguida, organize os resultados na tabela abaixo

Método	Volume calculado (m <sup>3</sup> )		
	Tronco	Tora	Volume total da árvore
Smalian			
Huber			
Newton			

b) Qual é a diferença entre o método que apresentou o maior e menor volume total da árvore? E da tora?

54

Fonte: Próprio autor.

**Figura 44** – Exercício 8 do *e-book* educacional.

**Questão 08**  
Após a doação da árvore (questão 07), os alunos decidiram dividi-la em quatro toras, a partir do DAP, localizado a 1,30 metros de altura.  
A imagem abaixo representa a divisão e as medidas das toras:

Fonte: Próprio autor.

**Dados do Tronco e das Toras**  
Tronco (do solo até o DAP - 1,30 m):

- Comprimento: 1,30 metros
- Diâmetro na base: 72 cm
- Diâmetro no meio: 69 cm
- Diâmetro no topo: 63 cm

Tora 1:

- Comprimento: 2,00 metros
- Diâmetro na base: 63 cm
- Diâmetro no meio: 72 cm
- Diâmetro no topo: 78 cm

55

Fonte: Próprio autor.

Com base nas observações de Finger (2006) e Floriano (2021), foi destacada a ideia de que, quanto maior o número de seções, mais próximo se chega do volume real da madeira, uma vez que se reduz o erro por variação de diâmetro ao longo do comprimento, tal ideia que foi explorada no Exercício 09, conforme mostra a Figura 45.

Já o Exercício 10, ilustrado na Figura 46, apresentou uma situação em que os alunos deveriam calcular o volume de uma tora com formato semelhante ao de um tronco de cone reto. Utilizando os três Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos, os estudantes realizaram os cálculos e, em seguida, compararam os resultados obtidos com o valor fornecido pela fórmula geométrica do tronco de cone. A atividade teve como objetivo avaliar a precisão

dos métodos aplicados quando confrontados com modelos teóricos da geometria clássica.

**Figura 45** – Exercício 9 do *e-book* educacional.

b) Preencha a tabela abaixo com o volume total da árvore e das toras, de acordo com cada método.

Método	Volume do tronco (m³)	Volume total das toras (m³)	Volume total da árvore (m³)
Smalian			
Huber			
Newton			

c) Qual a diferença entre o método que apresentou o maior e menor volume total da árvore? E das toras?

**Questão 09**  
Com base nas tabelas preenchidas na questão 07 e na questão 08, compare os volumes calculados para a árvore inteira com os volumes obtidos após sua divisão em toras. Responda às perguntas abaixo:

a) Qual é a diferença entre o volume total da árvore calculado diretamente (Questão 07) e o somatório do volume total das toras e do tronco (Questão 08) para cada método de cubagem (Smalian, Huber e Newton)?

Fonte: Próprio autor.

**Figura 46** – Exercício 10 do *e-book* educacional.

b) Algum método apresentou discrepâncias significativas entre o volume total calculado diretamente e o somatório das partes? Explique possíveis razões para essas diferenças.

c) Na prática, qual abordagem você considera mais confiável: calcular o volume total da árvore diretamente ou somar os volumes das partes? Justifique sua resposta.

**Questão 10**  
Você é responsável por calcular o volume de uma tora com o formato de um tronco de cone reto. As dimensões da tora são:

- Diâmetro da base menor: 52 cm
- Diâmetro da base maior: 68 cm
- Diâmetro no meio: 60 cm
- Comprimento da tora: 3 m

Sua tarefa é calcular o volume do tronco utilizando três métodos rigorosos — Smalian, Huber e Newton — e compará-los com o volume obtido pela fórmula geométrica para o tronco de cone reto.

Fonte: Próprio autor.

A Figura 47 ilustra um exemplo da planilha preenchida pela aluna Eduarda, que obteve resultados condizentes com os dados dos exercícios.

**Figura 47** – Planilha preenchida pela aluna Eduarda.

QUESTÃO	DESCRIÇÃO	DIÂMETRO/COMPRIMENTO (m)				MÉTODO RIGOROSO ABSOLUTO (m³)		
		Db	Dm	Dt	Comp.	Smalian	Huber	Newton
7	Tronco	0,72	0,69	0,63	1,30	0,467	0,486	0,480
7	Tora	0,63	0,73	0,60	14,00	4,159	5,857	5,291
7	Volume Total					4,626	6,342	5,770
8	Tronco	0,72	0,69	0,63	1,30	0,467	0,486	0,480
8	Tora 1	0,63	0,72	0,78	2,00	0,789	0,814	0,806
8	Tora 2	0,78	0,80	0,73	5,00	2,240	2,512	2,421
8	Tora 3	0,73	0,6	0,58	3	1,024	0,848	0,906
8	Tora 4	0,58	0,56	0,60	4,00	1,093	0,985	1,021
8	Volume Total					5,613	5,644	5,634
10	Tora	0,68	0,60	0,52	3,00	0,863	0,848	0,853

Fonte: Próprio autor.

Com base nos dados registrados na planilha (Figura 47), constatou-se que as atividades desempenharam um papel essencial para que os alunos compreendessem as variações

entre os diferentes métodos de cubagem. No Exercício 9, verificou-se que, enquanto o método de Newton apresentou consistência entre os resultados diretos do Exercício 7 e aqueles obtidos pela soma das partes no Exercício 8, os métodos de Smalian e Huber revelaram variações mais expressivas.

No Exercício 10, observou-se que Newton apresentou total coerência com o valor obtido pela fórmula geométrica do tronco de cone, resultando em diferença nula, conforme ilustrado na Figura 48. Já Smalian e Huber apresentaram pequenas discrepâncias em relação ao volume geométrico. Esses achados reforçam a percepção construída nas atividades anteriores: Newton tende a oferecer resultados mais precisos, sobretudo em situações que envolvem variação contínua de diâmetro ao longo do comprimento, como ocorre em troncos de cone.

**Figura 48** – Parte das respostas dos alunos sobre a diferença entre os Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos e o valor obtido pela fórmula do tronco de cone.

Qual a diferença entre os métodos rigorosos e o método geométrico?

30 respostas

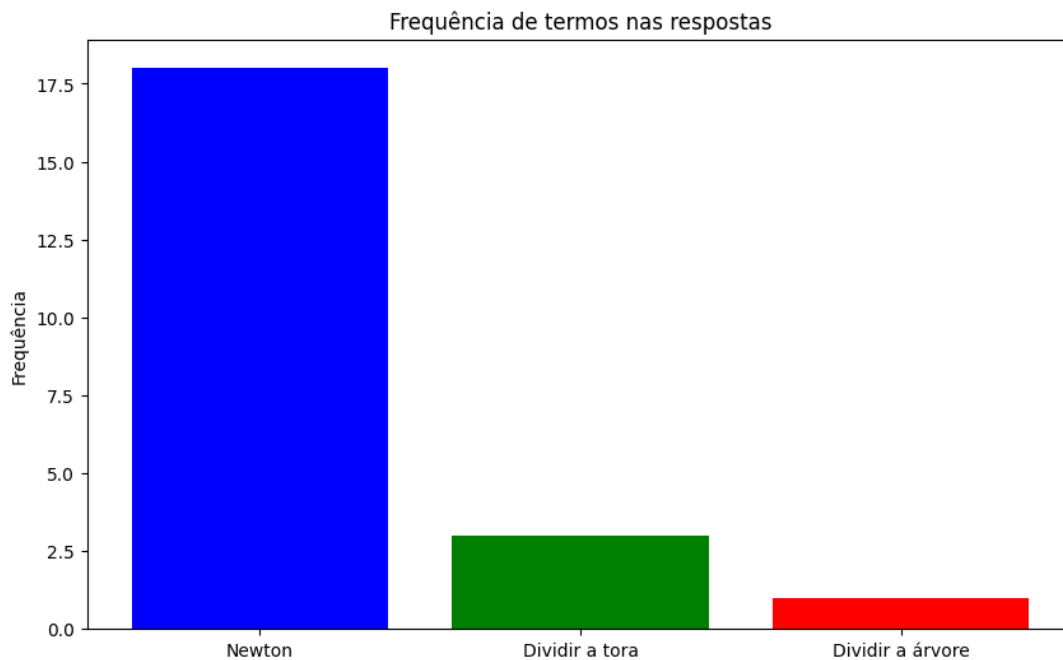
Smalian: 0.010, Huber: 0.005, Newton: 0.000
0.010; 0,005; 0
a diferença é de 0,010 pra Smalian 0,005 Huber e 0 pra Newton
smalian $0.863-0.853=0.01$ huber $0.848-0.853=0.005$ newton $0.853-0.853=0.00$
smalian 0,010 huber 0.005 newton não teve diferença.
Smalian: 0.01 Huber: 0.005 Newton: 0
0,010 para smalian e 0,005 huber e 0 para newton

Fonte: Próprio autor.

Os estudantes reconheceram, a partir dos valores apresentados na tabela, que Newton foi o método que produziu os resultados mais próximos em ambas as abordagens, o que reforça sua confiabilidade. Essa percepção ficou evidenciada nas respostas do formulário, conforme mostra a Figura 49, em que a maioria dos alunos apontou Newton como o método mais consistente para a estimativa de volumes. Além disso, as respostas também evidenciaram a compreensão da importância de dividir ou seccionar a árvore em toras menores, prática que contribui para a obtenção de resultados mais próximos do volume real.

Essas atividades propiciaram não apenas a aplicação prática dos conceitos de cubagem, mas também a argumentação crítica por parte dos alunos, que foram incentivados a justificar suas escolhas com base nos dados e na coerência dos resultados. A BNCC (2018), por meio da habilidade EM13MAT301, propõe que os estudantes sejam capazes de resol-

**Figura 49** – Percepção dos alunos quanto ao método mais consistente e estratégias de cubagem na estimativa de volumes, considerando os exercícios 7 e 8.



Fonte: Próprio autor.

ver e elaborar problemas significativos, integrando conhecimentos de diferentes campos da Matemática e das Ciências da Natureza, com o uso, inclusive, de tecnologias digitais. Essa abordagem visa ao desenvolvimento da autonomia, da criatividade e da capacidade de compreender e intervir na realidade.

Essa etapa do projeto exemplificou essa diretriz, ao permitir que os alunos utilizassem uma ferramenta tecnológica para resolver problemas reais, analisar discrepâncias e formular conclusões sustentadas em evidências matemáticas.

Dessa forma, a articulação entre a comparação dos diferentes métodos de cubagem, a análise crítica dos resultados, a aplicação das fórmulas matemáticas e o uso de planilhas digitais para automatizar os cálculos dos exercícios propostos no *e-book* revelou-se uma estratégia pedagógica altamente eficaz. Essa abordagem favoreceu a consolidação conceitual dos alunos, permitindo-lhes transitar entre teoria e prática de forma autônoma, reflexiva e fundamentada. Além de promover o desenvolvimento de competências matemáticas essenciais, a proposta também estimulou o uso criativo de tecnologias digitais e a valorização de práticas sustentáveis no manejo de recursos naturais, alinhando-se às diretrizes da BNCC e aos objetivos do ensino contextualizado da Matemática.

### 8.3.5 Visita técnica à serraria: observação do processo produtivo e aplicação dos métodos de cubagem

No dia 23 de junho de 2025, foi realizada com as turmas do 2º ano uma visita técnica à Serraria Transferth Transporte e Serraria, localizada no município de Nova Monte Verde - MT. Essa aula prática, prevista no plano de aula e com duração aproximada de 120 minutos por turma, foi viabilizada com o apoio da Secretaria Municipal de Educação, que disponibilizou o transporte escolar necessário para o deslocamento dos estudantes até o local da atividade.

Ao chegarmos à serraria, fomos recebidos pelo proprietário, conforme ilustram as Figuras 50 e 51 que acolheu os alunos e iniciou a visita com uma explicação introdutória

**Figura 50** – Proprietário da serraria acolhendo os alunos do 2º ano A.



Fonte: Próprio autor.

**Figura 51** – Proprietário da serraria acolhendo os alunos do 2º ano C.



Fonte: Próprio autor.

sobre o funcionamento do empreendimento. Em sua fala, destacou que toda a madeira presente no pátio da serraria é proveniente de áreas autorizadas por meio de PMFS. Explicou que as árvores são previamente identificadas em campo com placas numeradas ou QR code e que só podem ser extraídas quando atingem o diâmetro mínimo exigido à altura do peito, conforme as diretrizes ambientais.

Após esse momento introdutório, o proprietário conduziu os alunos até o pátio de estocagem, onde nos deparamos com um lote de toras. Nesse espaço, demonstrou-se como os madeireiros realizam as medições comerciais, utilizando o método conhecido como “7854”. A partir dessa demonstração, os próprios alunos passaram a realizar as medições com trena, coletando dados reais de diâmetro da base, do meio (por meio da circunferência, que será convertida em diâmetro posteriormente) e do topo das toras, além do comprimento de cada uma, conforme ilustram as Figuras 52 e 53.

No momento da coleta dos dados na serraria, as informações foram registradas em um romaneio elaborado pelo professor, com campos destinados à anotação dos diâmetros

**Figura 52** – Alunos do 2º ano A realizando a coleta das medidas de diâmetro e comprimento das toras de madeira durante a visita técnica.



Fonte: Próprio autor.

**Figura 53** – Alunos do 2º ano C realizando a coleta das medidas de diâmetro e comprimento das toras de madeira durante a visita técnica.



Fonte: Próprio autor.

da base e do topo, da circunferência do meio da tora e dos comprimentos medidos. Essas anotações foram feitas pelos próprios alunos de ambas as turmas, com o objetivo de utilizar posteriormente os dados nas atividades de cálculo do volume de madeira, com base nos Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos (Smalian, Huber e Newton) e comerciais estudados em sala. A Figura 54 apresenta os dados coletados pelos estudantes.

**Figura 54** – Romaneio preenchido pelos alunos durante a visita técnica à Serraria.

**ROMANEIO – 2º ano A**

Nº da plaqueta	Descrição	Diâmetro da base (m)		Circunferência do meio (m)	Diâmetro do topo (m)		Comprimento Florestal (m)	Comprimento Comercial (m)
		$D_{b1}$	$D_{b2}$		$D_{t1}$	$D_{t2}$		
461	Amescla	0,70	0,62	1,82	0,54	0,59	8,68	8,50
98	Amescla	0,58	0,57	1,73	0,56	0,48	7,10	7,00
515	Amescla	0,60	0,63	1,65	0,47	0,44	8,13	8,00
622	Amescla	0,53	0,48	1,53	0,43	0,45	6,27	6,00
396	Amescla	0,45	0,47	1,55	0,42	0,44	9,29	9,00
287	Amescla	0,48	0,50	1,52	0,43	0,45	5,16	5,00
460	Amescla	0,49	0,56	1,65	0,44	0,47	5,71	5,00

**ROMANEIO – 2º ano C**

Nº da plaqueta	Descrição	Diâmetro da base (m)		Circunferência do meio (m)	Diâmetro do topo (m)		Comprimento Florestal (m)	Comprimento Comercial (m)
		$D_{b1}$	$D_{b2}$		$D_{t1}$	$D_{t2}$		
461	Amescla	0,67	0,61	1,84	0,55	0,59	8,69	8,50
98	Amescla	0,58	0,57	1,71	0,57	0,47	7,10	7,00
515	Amescla	0,54	0,67	1,68	0,47	0,49	8,12	8,00
622	Amescla	0,50	0,50	1,52	0,38	0,40	6,24	6,00
396	Amescla	0,63	0,61	1,50	0,41	0,38	9,30	9,00
287	Amescla	0,45	0,48	1,51	0,44	0,39	5,17	5,00
460	Amescla	0,49	0,51	1,64	0,46	0,45	5,71	5,00

Fonte: Próprio autor.

Em seguida, os alunos foram conduzidos à área operacional da serraria, onde pude-

ram observar de perto o funcionamento das máquinas envolvidas no processo de serragem da madeira, conforme ilustra a Figura 55. Acompanharam o desdobro das toras em tábuas e vigamentos, vivenciando na prática as etapas do beneficiamento da matéria-prima. Durante a visita, demonstraram grande interesse ao interagir com os operadores, fazendo perguntas pertinentes, como a média de metros cúbicos serrados por dia. Essa interação demonstrou que os estudantes queriam compreender a dinâmica da cadeia produtiva madeireira e sua importância para a economia local.

**Figura 55** – Alunos observando a etapa do funcionamento das máquinas e o desdobro das toras em tábuas e vigamentos.



Fonte: Próprio autor.

Por fim, a atividade foi encerrada com o retorno à escola.

No dia 25 de julho de 2025, iniciei a aula apresentando para cada turma o respectivo romaneio preenchido durante a visita técnica à serraria, conforme mostrado na Figura 54. Em seguida, propus que os alunos calculassem os diâmetros médios das bases e dos topos das toras.

Para determinar os diâmetros médios das extremidades, os alunos calcularam a média aritmética entre as duas medidas perpendiculares coletadas em formato de cruz. Já para o diâmetro do meio, utilizaram a fórmula:

$$D = \frac{C}{\pi}, \quad \text{com } \pi \approx 3,14 \quad (39)$$

a partir do valor da circunferência previamente anotado. Esses dados foram, então, inseridos na planilha automatizada, permitindo o cálculo dos volumes por diferentes métodos.

A Figura 56 e 57, mostra os alunos inserindo na planilha automatizada construída colaborativamente nas aulas anteriores os valores calculados. Essa ferramenta permitiu

calcular o volume individual de cada tora, bem como o volume total do lote, utilizando diferentes métodos de cubagem. Os resultados obtidos foram posteriormente analisados em sala, possibilitando a comparação entre os métodos de cubagem aplicados e a discussão sobre quais apresentaram os maiores e menores volumes dentro de cada categoria. Esses dados estão representados na Figura 58 e 59.

**Figura 56** – Alunos do 2º ano A calculando os diâmetros médios a partir dos dados do romaneio e inserindo os valores na planilha automatizada.



Fonte: Próprio autor.

**Figura 57** – Alunos do 2º ano C calculando os diâmetros médios a partir dos dados do romaneio e inserindo os valores na planilha automatizada.



Fonte: Próprio autor.

**Figura 58** – Planilha automatizada preenchida pelo aluno Fernando (2º ano A), com os resultados obtidos por diferentes métodos de cubagem aplicados em sala.

NÚMERO DA TORA	DESCRIÇÃO	DIÂMETRO/COMPRIMENTO (m)				MÉTODO RIGOROSO ANALÍTICO ABSOLUTO (m³)		
		Db	Dm	Dt	Comp.	Smaian	Huber	Newton
461	Amescla	0,66	0,58	0,57	8,68	2,572	2,284	2,380
98	Amescla	0,58	0,55	0,52	7,10	1,675	1,692	1,686
515	Amescla	0,62	0,53	0,46	8,13	1,868	1,762	1,797
622	Amescla	0,51	0,49	0,44	6,27	1,104	1,168	1,147
396	Amescla	0,47	0,49	0,43	9,29	1,463	1,777	1,672
287	Amescla	0,49	0,48	0,44	5,16	0,878	0,949	0,925
460	Amescla	0,53	0,53	0,46	5,71	1,082	1,235	1,184
<b>VOLUME TOTAL</b>						<b>10,641</b>	<b>10,867</b>	<b>10,792</b>

NÚMERO DA TORA	DESCRIÇÃO	DIÂMETRO/COMPRIMENTO (m)				MÉTODO COMERCIAL (m³)					
		Db	Dm	Dt	Comp.	Desconto Face 2,5 cm	Desconto Face 5 cm	Alfândega de Paris	Frankon	7854	Cubagem corrigida
461	Amescla	0,66	0,58	0,57	8,50	2,254	1,838	1,357	1,756	2,131	2,035
98	Amescla	0,58	0,55	0,52	7,00	1,546	1,235	0,946	1,309	1,487	1,420
515	Amescla	0,62	0,53	0,46	8,00	1,312	1,008	0,828	1,361	1,301	1,242
622	Amescla	0,51	0,49	0,44	6,00	0,913	0,694	0,581	0,878	0,912	0,871
396	Amescla	0,47	0,49	0,43	9,00	1,300	0,980	0,832	1,351	1,307	1,248
287	Amescla	0,49	0,48	0,44	5,00	0,761	0,578	0,484	0,722	0,760	0,726
460	Amescla	0,53	0,53	0,46	5,50	0,902	0,693	0,569	0,934	0,894	0,854
<b>VOLUME TOTAL</b>						<b>8,988</b>	<b>7,026</b>	<b>5,597</b>	<b>8,311</b>	<b>8,792</b>	<b>8,396</b>

Fonte: Próprio autor.

**Figura 59** – Planilha automatizada preenchida pela aluna Mariana (2º ano C), com os resultados obtidos por diferentes métodos de cubagem aplicados em sala.

NÚMERO DA TORA	DESCRIÇÃO	DIÂMETRO/COMPRIMENTO (m)				MÉTODO RIGOROSO ANALÍTICO ABSOLUTO (m³)		
		Db	Dm	Dt	Comp.	Smalian	Huber	Newton
461	Amescla	0,64	0,59	0,57	8,69	2,505	2,335	2,391
98	Amescla	0,58	0,54	0,52	7,10	1,675	1,625	1,642
515	Amescla	0,61	0,54	0,48	8,12	1,901	1,824	1,850
622	Amescla	0,50	0,48	0,39	6,24	0,985	1,147	1,093
396	Amescla	0,62	0,48	0,40	9,30	1,973	1,668	1,770
287	Amescla	0,47	0,48	0,42	5,17	0,788	0,939	0,889
460	Amescla	0,50	0,52	0,46	5,71	1,024	1,221	1,156
<b>VOLUME TOTAL</b>						<b>10,851</b>	<b>10,760</b>	<b>10,790</b>

NÚMERO DA TORA	DESCRIÇÃO	DIÂMETRO/COMPRIMENTO (m)				MÉTODO COMERCIAL (m³)					
		Db	Dm	Dt	Comp.	Desconto Face 2,5 cm	Desconto Face 5 cm	Alfândega de Paris	Frankon	7854	Cubagem corrigida
461	Amescla	0,64	0,59	0,57	8,50	2,298	1,878	1,381	1,793	2,169	2,071
98	Amescla	0,58	0,54	0,52	7,00	1,546	1,235	0,946	1,258	1,487	1,420
515	Amescla	0,61	0,54	0,48	8,00	1,479	1,155	0,922	1,411	1,448	1,382
622	Amescla	0,50	0,48	0,39	6,00	0,694	0,505	0,456	0,866	0,717	0,684
396	Amescla	0,62	0,48	0,40	9,00	1,071	0,783	0,702	1,267	1,103	1,053
287	Amescla	0,47	0,48	0,42	5,00	0,666	0,496	0,431	0,713	0,676	0,646
460	Amescla	0,50	0,52	0,46	5,50	0,902	0,693	0,569	0,924	0,894	0,854
<b>VOLUME TOTAL</b>						<b>8,657</b>	<b>6,745</b>	<b>5,407</b>	<b>8,231</b>	<b>8,494</b>	<b>8,111</b>

Fonte: Próprio autor.

Durante a análise das planilhas, foram observadas pequenas discrepâncias entre os volumes calculados, tanto no valor individual quanto no total. Verificou-se que a diferença ocorreu, em grande parte, devido ao número de casas decimais utilizadas no cálculo da média dos diâmetros; enquanto alguns registros foram arredondados para duas casas decimais, outros utilizaram três ou mais. Foi esclarecido que tais diferenças são esperadas em função do erro de aproximação, comum em medições e cálculos práticos.

Esse fenômeno, ocorrido nas duas turmas, gerou uma oportunidade importante para discutirmos o impacto do arredondamento nos resultados finais. Os alunos questionaram por que os volumes diferiam entre si, mesmo com os mesmos dados de base, o que proporcionou uma discussão sobre a importância da padronização dos critérios de arredondamento durante os cálculos. Embora não tivéssemos estabelecido um padrão único de arredondamento, essa diferença era natural e decorria do número de casas decimais utilizadas por cada aluno. Ressaltou-se que, quanto maior o número de casas decimais mantido nos cálculos, mais próximo o valor obtido estará do volume real da tora, ressaltando a relevância da precisão em contextos técnicos e profissionais.

Outro ponto relevante observado foi a aproximação entre os valores obtidos pelos Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos. Foi explicado que essa semelhança devia-se ao fato de que as toras analisadas pertenciam a uma espécie com poucos desníveis de diâmetro ao longo de seu comprimento, o que caracteriza uma tora bem regular. Por esse motivo, os métodos de Smalian, Huber e Newton forneceram volumes muito próximos entre si.

Enquanto os Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos apresentaram volumes bastante próximos entre si, os métodos comerciais, por outro lado, evidenciaram maior variação nos resultados, principalmente por considerarem o diâmetro da ponta fina e, em alguns casos, aplicarem fatores fixos de desconto ou simplificações geométricas. Isso fez com que os volumes comerciais fossem inferiores aos rigorosos, o que já era esperado.

No dia 04 de agosto de 2025, iniciei a aula apresentando aos alunos da turma do 2º ano A o romaneio e a planilha preenchidos pela turma do 2º ano C. Da mesma forma, apresentei aos alunos da turma do 2º ano C os documentos produzidos pela turma do 2º ano A. Esses registros estão ilustrados nas Figuras 54, 58 e 59. Ao analisarem os documentos, os alunos identificaram divergências nas medições dos diâmetros das bases e, consequentemente, variações nos volumes calculados, ainda que os dados se referissem às mesmas toras. Aproveitei esse momento para explicar que tais diferenças são comuns em medições de campo, pois o modo como a trena é posicionada e o ponto escolhido para a medição influenciam diretamente nos resultados. Como as seções das toras nem sempre são perfeitamente circulares, pequenas variações no posicionamento já são suficientes para alterar o valor registrado.

Diante disso, foi ressaltado que essa variação nas medidas pode gerar desentendimentos entre o vendedor e o comprador da madeira, uma vez que a cubagem depende diretamente dessas dimensões. Enquanto o vendedor pode buscar medições que maximizem o volume comercial, o comprador, por sua vez, tende a adotar critérios mais conservadores, reduzindo esse valor. Compreender essa margem de variação é, portanto, fundamental para o diálogo técnico e comercial entre as partes envolvidas, além de reforçar a importância da padronização nos métodos de medição.

Foi explicado aos alunos que, para evitar ou minimizar esse tipo de erro, uma solução prática bastante comum entre profissionais da área é marcar com giz de cera ou marcador permanente o exato ponto onde os diâmetros foram coletados. Essa prática, embora simples, contribui significativamente para a padronização das medições e facilita a conferência posterior dos dados.

Após a análise comparativa dos romaneios e das planilhas automatizadas, dei continuidade à aula com o intuito de aprofundar a compreensão dos alunos sobre a relação entre os volumes rigorosos e os volumes comerciais. Com a turma do 2º ano A, utilizei como base a planilha automatizada preenchida pelo aluno Fernando. Por meio da projeção e análise coletiva dessa planilha, conduzi os alunos no cálculo do percentual do volume comercial em relação ao volume rigoroso, utilizando os valores obtidos na cubagem das toras, conforme ilustrado anteriormente na Figura 58. O mesmo procedimento foi realizado com a turma do 2º ano C, utilizando a planilha preenchida pela aluna Mariana, conforme ilustrada anteriormente na Figura 59.

Durante a explicação, reforcei com os alunos o uso das fórmulas matemáticas, con-

forme apresentadas a seguir:

$$\text{Percentual do volume comercial} = \left( \frac{V_{\text{comercial}}}{V_{\text{rigoroso}}} \right) \times 100. \quad (40)$$

e

$$\text{Percentual de queda} = \left( 1 - \frac{V_{\text{comercial}}}{V_{\text{rigoroso}}} \right) \times 100. \quad (41)$$

Essas expressões foram fundamentais para que os alunos compreendessem, de forma quantitativa, o quanto do volume total (estimado por Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos) é de fato considerado aproveitável comercialmente, bem como a margem de perda resultante de diferentes métodos comerciais de cubagem.

As Tabelas 3 e 4 apresentam, respectivamente, os percentuais de volume comercial em relação ao volume rigoroso e os percentuais de queda correspondentes, com base nos dados da planilha de Fernando (2º ano A). Já as Tabelas 5 e 6 mostram os mesmos cálculos realizados com os dados da planilha de Mariana (2º ano C).

**Tabela 3** – Percentual do volume comercial em relação ao volume rigoroso — Dados da planilha automatizada do aluno Fernando (2º ano A).

<b>Método Comercial</b>	<b>Smalian (%)</b>	<b>Huber (%)</b>	<b>Newton (%)</b>
Desconto em face 2,5 cm	84,46	82,71	83,29
Desconto em face 5 cm	66,03	64,65	65,10
Alfândega de Paris	52,60	51,51	51,87
Frankon	78,10	76,48	77,01
7854	82,63	80,91	81,47
Cubagem corrigida	78,90	77,26	77,80

Fonte: Próprio autor.

**Tabela 4** – Percentual de queda do volume comercial em relação ao volume rigoroso — Dados da planilha automatizada do aluno Fernando (2º ano A).

<b>Método Comercial</b>	<b>Smalian (%)</b>	<b>Huber (%)</b>	<b>Newton (%)</b>
Desconto em face 2,5 cm	15,54	17,29	16,71
Desconto em face 5 cm	33,97	35,35	34,90
Alfândega de Paris	47,40	48,49	48,13
Frankon	21,90	23,52	22,99
7854	17,37	19,09	18,53
Cubagem corrigida	21,10	22,74	22,20

Fonte: Próprio autor.

Ao analisarem os resultados obtidos, os alunos perceberam que o método desconto em face 2,5 cm e o 7854 foram os que apresentaram valores mais próximos ao volume rigoroso, com quedas percentuais relativamente pequenas, tanto nas planilhas do 2º ano A

**Tabela 5** – Percentual do volume comercial em relação ao volume rigoroso — Dados da planilha automatizada da aluna Mariana (2º ano C).

<b>Método Comercial</b>	<b>Smalian (%)</b>	<b>Huber (%)</b>	<b>Newton (%)</b>
Desconto em face 2,5 cm	79,78	80,45	80,23
Desconto em face 5 cm	62,16	62,68	62,51
Alfândega de Paris	49,83	50,25	50,11
Frankon	75,86	76,50	76,28
7854	78,27	78,94	78,71
Cubagem corrigida	74,75	75,38	75,17

Fonte: Próprio autor.

**Tabela 6** – Percentual de queda do volume comercial em relação ao volume rigoroso — Dados da planilha automatizada da aluna Mariana (2º ano C).

<b>Método Comercial</b>	<b>Smalian (%)</b>	<b>Huber (%)</b>	<b>Newton (%)</b>
Desconto em face 2,5 cm	20,22	19,55	19,77
Desconto em face 5 cm	37,84	37,32	37,49
Alfândega de Paris	50,17	49,75	49,89
Frankon	24,14	23,50	23,72
7854	21,73	21,06	21,29
Cubagem corrigida	25,25	24,62	24,83

Fonte: Próprio autor.

quanto do 2º ano C. Em contrapartida, o método alfândega de Paris apresentou as maiores quedas, superando os 47% em ambos os casos, o que evidencia um elevado nível de subestimação do volume real.

Essa constatação levou os alunos a refletirem que, mesmo em ambientes comerciais, a escolha de um método de cubagem pode estar alinhada à precisão técnica. O fato de a serraria visitada adotar o método 7854, cujos resultados se aproximam dos Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos, reforça uma prática justa e tecnicamente fundamentada. Essa compreensão contribuiu significativamente para que os estudantes associassem o conhecimento matemático ao mundo do trabalho, compreendendo a importância da exatidão nas medições e da padronização nas negociações do setor madeireiro.

### 8.3.6 Análise comparativa de volumes: xilômetro versus Smalian, Huber e Newton

No dia 8 de agosto de 2025, foi realizada uma aula prática, com o objetivo de comparar o volume de toras de madeira calculado pelos Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos com o volume obtido pelo método indireto do deslocamento de água, conhecido como Xilômetro.

Para viabilizar o experimento, foi construído um reservatório, transparente, em

forma de prisma retangular com base quadrada e dimensões internas de  $29,5 \times 29,5 \times 29,5$  cm. Três toras de madeira de dimensões adequadas para manuseio foram selecionadas com antecedência. Com o intuito de minimizar interferências na medição por absorção de água, os troncos permaneceram submersos em balde com água desde a noite anterior à aplicação.

Ao iniciar a aula, foi explicado aos alunos os objetivos da atividade e os métodos a serem comparados. Organizados em círculo, os alunos receberam réguas, fitas métricas e as toras. Em seguida, mediram os diâmetros das bases e do topo de sua tora em dois sentidos perpendiculares, para cálculo da média, bem como a circunferência da seção transversal do meio da tora. Por meio da fórmula da Equação 39, determinaram o diâmetro médio do centro da tora. Com esses dados, os alunos inseriram as informações em uma planilha automatizada no Google Planilhas, que gerou automaticamente os volumes pelos métodos de Smalian, Huber e Newton.

Para a etapa de submersão, foram fixados dois pregos finos em cada tora, posicionados de modo a que a interferência no volume fosse praticamente desprezível. Esses pregos serviram de apoio para que os alunos pudessem segurar e afundar a madeira sem colocar as mãos na água, evitando interferências no deslocamento e garantindo maior precisão nas medições.

Após essa etapa, os alunos realizaram a medição por deslocamento de água. O reservatório foi preenchido com água até um nível de 20 cm e um corante azul foi adicionado para facilitar a visualização da variação de altura. Utilizando a régua adesivada previamente em uma das faces da caixa, os alunos anotaram a altura antes e depois da submersão de cada tora. O volume deslocado foi calculado por meio da fórmula:

$$V = L^2 \cdot \Delta h, \quad (42)$$

em que  $L$  é o lado da base do reservatório (29,5 cm) e  $\Delta h$  a variação de altura da coluna de água após a submersão da tora.

A Figura 60 apresenta o momento de explicação da metodologia da aula e da fórmula utilizada para o cálculo do volume por deslocamento de água.

A participação dos alunos foi significativa, especialmente da turma do 2º ano C, que demonstrou maior entusiasmo e cuidados nas medições e na execução da atividade prática, conforme ilustrado na Figura 61.

Com os volumes obtidos por cada método, os alunos realizaram uma análise comparativa utilizando a fórmula da Equação 41, a fim de verificar se o volume medido pelo xilômetro foi superior ou inferior ao volume obtido pelos métodos analíticos.

As planilhas automatizadas geraram os resultados comparativos. A Figura 62 apresenta os dados da aluna Beatriz (2º A). Observa-se que a tora 1 apresentou volume no xilômetro praticamente igual ao obtido pelos Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos, com

**Figura 60** – Professor explicando o funcionamento do xilômetro e a fórmula para cálculo do volume deslocado.



Fonte: Próprio autor.

**Figura 61** – Alunos submergindo a tora no reservatório e registrando a variação do nível da água para cálculo do volume deslocado.



Fonte: Próprio autor.

variações mínimas: -0,13% em relação a Smalian, -1,77% a Huber e -1,22% a Newton. Para a tora 2, o volume medido pelo xilômetro foi superior ao de Smalian (+6,24%), porém inferior aos obtidos pelos métodos de Huber (-5,96%) e Newton (-1,89%). Na tora 3, o xilômetro apresentou volume superior em relação a todos os métodos rigorosos com Smalian (+3,49%), Huber (+2,61%) e Newton (+2,90%).

Já na Figura 63, são apresentados os dados registrados pelo aluno Henrique (2º C). Neles, a tora 1 apresentou volume inferior no xilômetro em relação a todos os Métodos

**Figura 62** – Planilha automatizada da aluna Beatriz da turma 2º ano A com os resultados dos volumes e percentuais comparativos obtidos.

DESCRIÇÃO	DIÂMETRO E COMPRIMENTO (cm)				MÉTODO RIGOROSO			
					ANALÍTICO ABSOLUTO (cm³)			INDIRETO (cm³)
	Db	Dm	Dt	Comp.	Smalian	Huber	Newton	Xilômetro
Tora 1	7,15	7,13	7,00	25,50	1002,101	1018,484	1013,023	1000,788
Tora 2	6,55	7,07	6,75	23,50	815,979	922,096	886,724	870,250
Tora 3	6,40	6,31	6,15	22,00	680,287	686,535	684,452	704,903

#### Análise da Diferença Relativa de Volume

	Tora 1	Tora 2	Tora 3
Xilômetro - Smalian (%)	-0,13%	6,24%	3,49%
Xilômetro - Huber (%)	-1,77%	-5,96%	2,61%
Xilômetro - Newton (%)	-1,22%	-1,89%	2,90%

Fonte: Próprio autor.

Rigorosos Analíticos Absolutos, destacando-se as diferenças com Huber (-7,35%) e Newton (-5,77%). A tora 2 seguiu padrão semelhante, com valor superior ao método de Smalian (+4,76%) e inferior aos métodos de Huber (-5,96%) e Newton (-2,39%). A tora 3, por sua vez, demonstrou os resultados mais equilibrados entre os métodos, com o xilômetro superando levemente Newton (+0,57%) e Smalian (+2,95%), mas ainda inferior ao método de Huber (-0,62%).

**Figura 63** – Planilha automatizada do aluno Henrique da turma 2º ano C com os resultados dos volumes e percentuais comparativos obtidos.

DESCRIÇÃO	DIÂMETRO E COMPRIMENTO (cm)				MÉTODO RIGOROSO			
					ANALÍTICO ABSOLUTO (cm³)			INDIRETO (cm³)
	Db	Dm	Dt	Comp.	Smalian	Huber	Newton	Xilômetro
Tora 1	7,25	7,17	6,75	25,50	982,109	1027,643	1012,465	957,275
Tora 2	6,50	7,07	6,90	23,50	828,846	922,096	891,013	870,250
Tora 3	6,50	6,37	6,00	22,00	675,689	700,543	692,258	696,200

#### Análise da Diferença Relativa de Volume

	Tora 1	Tora 2	Tora 3
Xilômetro - Smalian (%)	-2,59%	4,76%	2,95%
Xilômetro - Huber (%)	-7,35%	-5,96%	-0,62%
Xilômetro - Newton (%)	-5,77%	-2,39%	0,57%

Fonte: Próprio autor.

Essa análise evidencia como pequenas variações nas medições de campo podem impactar diretamente os resultados obtidos, e como cada método se aproxima ou se afasta da realidade física medida pelo deslocamento de água, que pode ser considerado, neste caso, uma boa referência prática para validação.

Em síntese, a atividade proporcionou aos alunos uma vivência comparativa entre diferentes métodos de cubagem. A experiência com o xilômetro evidenciou os princípios

físicos do deslocamento de volume, enquanto os Métodos Rigorosos Analíticos Absolutos reforçaram a aplicação da matemática geométrica e da planilha automatizada como ferramenta educacional. A análise crítica dos dados, acompanhada de registros e participação dos alunos, consolidou o entendimento da aplicação dos métodos, ressaltando a importância das medições e da escolha adequada de modelos matemáticos para diferentes contextos de aplicação.

#### 8.4 Avaliação final e percepções dos alunos

A última etapa do projeto foi realizada em 11 de agosto de 2025. Antes da aplicação do instrumento avaliativo, foi feita uma breve revisão de todos os conteúdos estudados ao longo do desenvolvimento do projeto, retomando os conceitos dos métodos de cubagem, as experiências práticas e as análises realizadas em sala. Em seguida, foi aplicado um formulário digital com questões objetivas e discursivas para coletar percepções e opiniões sobre diferentes aspectos do trabalho.

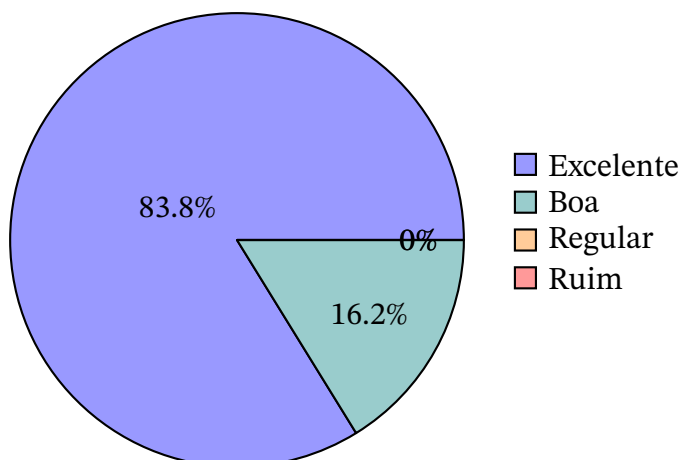
O formulário contemplou a avaliação do *e-book* educacional — considerando qualidade visual, clareza das explicações, pertinência das ilustrações e grau de dificuldade dos exercícios —, a experiência com a planilha automatizada de cálculo e sua utilidade para obter resultados e compreender os métodos, bem como a avaliação das atividades práticas, incluindo a visita técnica à serraria, as medições de toras, o uso do xilômetro e o deslocamento de água. Também foi solicitado que os alunos indicassem se desejariam mais atividades desse tipo. Por fim, os estudantes escolheram os métodos comerciais e rigorosos que consideravam mais adequados para aplicação e responderam a uma questão aberta, via *Mentimeter*, dizendo em poucas palavras o que aprenderam com o projeto, o que possibilitou a elaboração de uma nuvem de palavras.

Os resultados indicam que a maioria dos estudantes avaliou positivamente o *e-book*, com 83,8% classificando-o como excelente e 16,2% como bom, sem registros de avaliações regulares ou ruins, conforme o Gráfico 22.

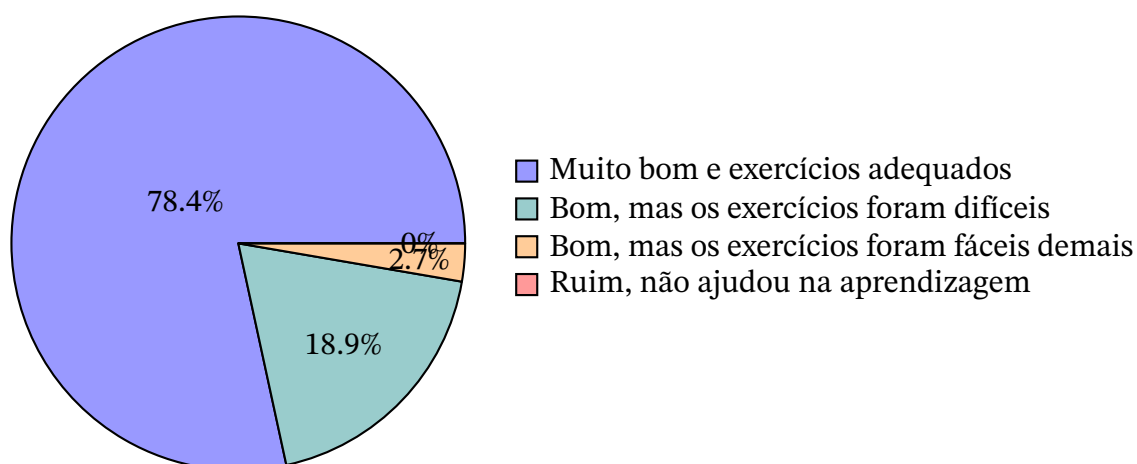
Em relação ao visual, às ilustrações e ao grau de dificuldade dos exercícios, 78,4% consideraram o material muito bom e adequado, 18,9% disseram que, apesar de bom, alguns exercícios foram difíceis, e 2,7% acharam as atividades fáceis demais, sem registros de avaliações negativas, como mostra o Gráfico 23.

A planilha automatizada também foi bem recebida: 81,1% afirmaram que facilitou muito os cálculos, 16,2% que facilitou parcialmente e apenas 2,7% que não fez diferença, Gráfico 24. O aluno Mateus, do 2º ano A, destacou: “*Facilitou bastante na hora de calcular, porque já mostrava o resultado sem precisar fazer todas as contas na mão.*”

Além disso, 64,9% disseram que gostaram muito e aprenderam a usar a ferramenta,

**Gráfico 22** – Avaliação da qualidade geral do *e-book* educacional utilizada nas aulas.

Fonte: Formulário aplicado em 11 de agosto de 2025.

**Gráfico 23** – Avaliação das ilustrações e da dificuldade dos exercícios do *e-book*.

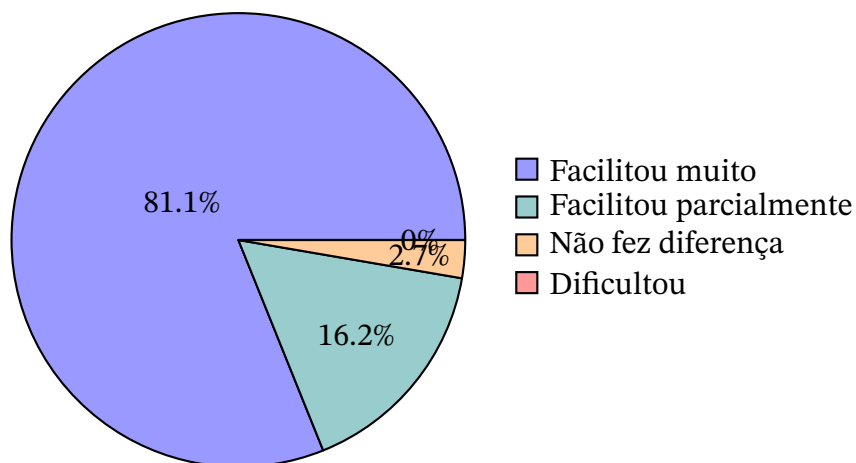
Fonte: Formulário aplicado em 11 de agosto de 2025.

enquanto 32,4% gostaram, mas tiveram dificuldades, conforme ilustra o Gráfico 25.

As atividades práticas foram apontadas como um ponto alto do projeto: 89,2% responderam que, com certeza, gostariam de participar de mais atividades desse tipo, conforme mostra o Gráfico 26. A aluna Ana Eloiza, do 2º ano C, afirmou: “*Gostei de medir com a água, foi diferente e deu para entender melhor como funciona o cálculo do volume.*”

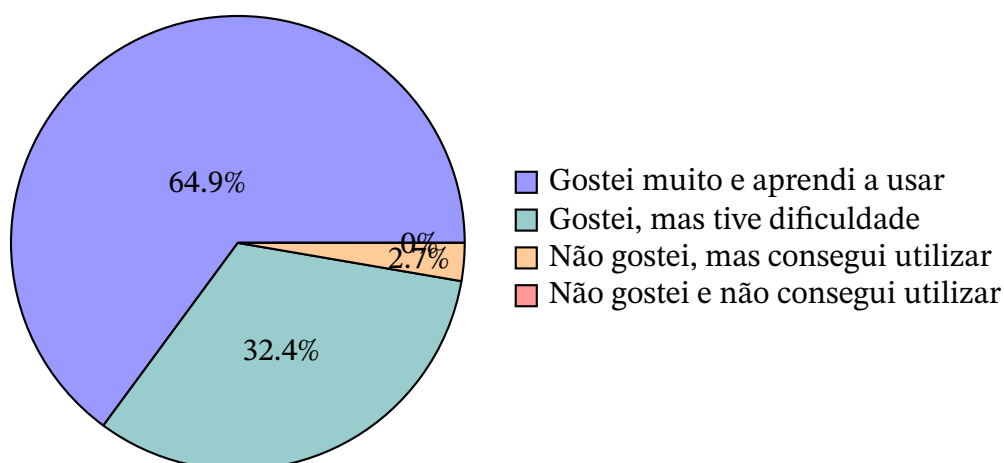
Quanto à escolha dos métodos, o Smalian foi o mais citado entre os rigorosos, e 7854 entre os comerciais. O método Newton, escolhido por 27% dos alunos, recebeu justificativas ligadas à sua precisão. A aluna Danieli, do 2º ano A, comentou: “*Pois acho que esse método, comparado aos outros, é mais preciso, principalmente quando a madeira possui muitas irregularidades.*” O aluno Fernando, do 2º ano A, sobre o método 7854, disse: “*Porque é o*

**Gráfico 24** – Percepções dos alunos sobre a planilha automatizada de cálculo.



Fonte: Formulário aplicado em 11 de agosto de 2025.

**Gráfico 25** – Experiência dos alunos no uso da planilha automatizada.



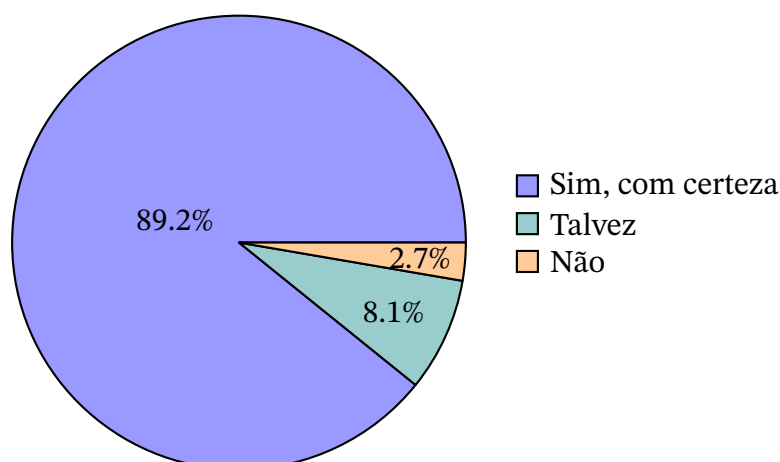
Fonte: Formulário aplicado em 11 de agosto de 2025.

*método que dá o maior volume entre os métodos comerciais.”*

A questão aberta sintetizou as percepções e aprendizados dos alunos, gerando a nuvem de palavras apresentada na Figura 64, que evidencia termos como “praticidade”, “calcular madeira”, “métodos de cubagem” e “método 7854”, além de expressões de motivação como “massa”, “muito bom” e “bacana”.

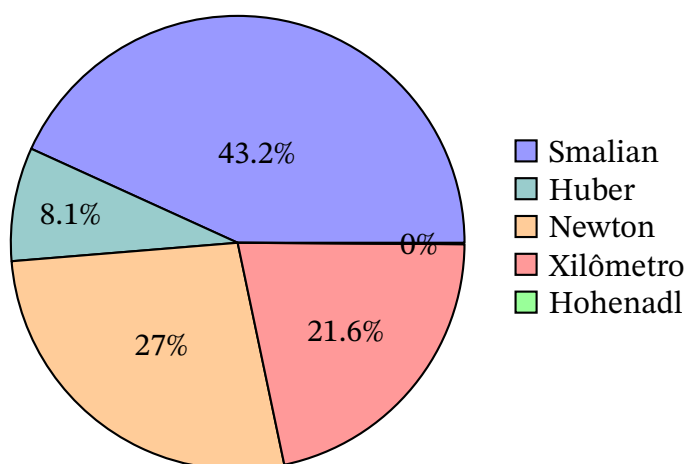
Diante das realizações das atividades, foi possível identificar diferenças no comportamento e desempenho das turmas. O 2º ano A teve melhor rendimento nas aulas teóricas e nos exercícios de fixação, apresentando menos erros operacionais e maior autonomia nos cálculos. Já o 2º ano C demonstrou dificuldades iniciais, especialmente em operações bási-

**Gráfico 26** – Opinião dos alunos sobre as atividades práticas e preferência por mais ações desse tipo.



Fonte: Formulário aplicado em 11 de agosto de 2025.

**Gráfico 27** – Métodos rigorosos escolhidos pelos alunos após os estudos.



Fonte: Formulário aplicado em 11 de agosto de 2025.

cas e no uso da planilha, mas se destacou nas atividades práticas, com grande envolvimento e entusiasmo, inclusive entre alunos que costumavam apresentar mais dificuldades. No 2º ano A, embora a participação nas práticas tenha sido mais cautelosa, as tarefas foram cumpridas com responsabilidade e atenção. Todas as dificuldades encontradas foram superadas com apoio e orientação durante o processo.

Ainda que não tenha sido possível mensurar quantitativamente o ganho de aprendizagem, as respostas e observações indicam que os alunos compreenderam de forma significativa como calcular o volume de madeira por diferentes métodos de cubagem. Assim, a avaliação final demonstra que o projeto foi bem aceito e cumpriu seu papel de integrar teoria



## 9 CONCLUSÃO

A aplicação desenvolvida evidenciou que o ensino de matemática, quando articulado a situações reais como o cálculo do volume de toras de madeira, favorece a aprendizagem significativa e amplia o interesse dos estudantes. As atividades práticas e contextualizadas possibilitaram compreender diferentes métodos de cubagem, estabelecer comparações entre eles e perceber a existência de múltiplas formas matemáticas de resolver um mesmo problema.

Como contribuição, destaca-se a produção do *e-book* educacional e a proposta metodológica, que podem ser replicados em outros contextos escolares. Apesar das limitações quanto ao tempo de aplicação, a experiência mostrou o potencial de integrar teoria e prática, revelando a matemática como instrumento de reflexão crítica e de transformação da percepção dos alunos sobre sua utilidade no mundo real.

Por fim, conclui-se que os objetivos foram alcançados, evidenciando que é possível integrar o ensino de matemática ao contexto da realidade local em uma proposta pedagógica capaz de engajar, motivar e ampliar a compreensão dos estudantes quanto à aplicabilidade da matemática no mundo real.



## REFERÊNCIAS

- AMORIM, L. G. K. M.; PEREIRA, M. M.; JAFELICE, R. S. d. M. Modelagem no ensino médio: cubagem de madeira. *FAMAT em Revista*, v. 9, p. 301–308, 2007.
- ANASTÁCIO, M. Q. A. *Considerações sobre a Modelagem Matemática e a educação matemática*. 1990. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)) — UNESP, Rio Claro, 1990.
- BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Contexto, 2002.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF, 2018. Acesso em: 30 out. 2024. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>.
- CUNHA, U. S. da. *Dendrometria e Inventário Florestal*. Manaus: Escola Agrotécnica Federal de Manaus, 2004. Série técnica adaptada para o módulo de Dendrometria e Inventário no Curso Técnico em Manejo Florestal.
- D'AMBROSIO, U. Etnomatemática se ensina? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 3, n. 4, p. 13–16, 1988.
- D'AMBROSIO, U. *Educação matemática: da teoria à prática*. 8. ed. Campinas: Papirus, 2001.
- D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática-Elo entre as tradições e a modernidade: Nova Edição*. [S.l.]: Autêntica Editora, 2011.
- DRC-MT. *Documento de Referência Curricular para Mato Grosso – Etapa Ensino Médio (DRC-MT)*. 2021. <<https://sites.google.com/view/novo-ensino-medio-mt/vers%C3%A3o-preliminar-drc-mt-em#h.em4yzo6q6ar4>>. Acesso em: 15/09/2024.
- D'AMBROSIO, U. Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade. *Estudos avançados, SciELO Brasil*, v. 32, p. 189–204, 2018.
- ECOS, . *A exploração madeireira ilegal e a perda de biodiversidade na Amazônia*. 2023. Disponível em: <https://123ecos.com.br/docs/desmatamento-amazonia/>. Acesso em: 05 nov. 2024.
- FINGER, C. A. G. *Biometria Florestal*. Santa Maria, RS: Departamento de Ciências Florestais, 2006.
- FLORIANO, E. P. *Dendrometria*. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 2018. Material didático.
- FLORIANO, E. P. *Dendrometria*. 1. ed. Rio Largo, AL: Edição do Autor, 2021. ISBN 978-65-00-28337-2.
- GASQUE, K. C. G. D. Teoria fundamentada: nova perspectiva à pesquisa exploratória. *Thesaurus*, 2007.
- GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. *Revista de Administração de Empresas, FGV EAESP*, v. 35, n. 3, p. 20–29, mai/jun 1995.

HEIN, N.; BIEMBENGUT, M. S. Sobre a modelagem matemática do saber e seus limites. In: BARBOSA, A. D. C. J. C.; ARAÚJO, J. de L. (Ed.). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007. p. 33–47.

IDESAM. *Plano de Manejo Florestal Sustentável na Prática*. 2022. <<https://youtu.be/HroLcSvBaVo>>. Acesso em: 31 mar. 2025.

IMAZON. *A pecuária pode destruir até 3 milhões de hectares de floresta na Amazônia até 2025*. 2023. Disponível em: <https://habitatbrasil.org.br/desmatamento-da-amazonia/>. Acesso em: 05 nov. 2024.

LOPES, L. A.; KLAUS, M. Matemática e sustentabilidade: Uma análise referente à temática abordada em sala de aula. In: *VII CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA-2017*. [S.l.: s.n.], 2017.

LOURENÇO, P. B.; BRANCO, J. M. *Dos abrigos da pré-história aos edifícios de madeira do século XXI*. 2013. <[https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/26503/1/Lourenco\\_Branco.pdf](https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/26503/1/Lourenco_Branco.pdf)>. Acesso em: 08/06/2024.

LUDKE, M.; ANDRE, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MALHOTRA, N. K. *Pesquisa de marketing: uma orientação aplicada*. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

MÔRA, R. *Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeitos mistos em fustes de Pinus taeda e Eucalyptus saligna*. 2015. 277 p. Tese (Tese (Doutorado em Engenharia Florestal)) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

NICOLETTI, M. F. *Comparação de métodos não-destrutivos de cubagem de árvores em pé visando à determinação da biomassa*. 2011. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Ciências – Recursos Florestais)) — Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2011. Orientador: João Luis Ferreira Batista.

NOTÍCIAS UOL. *Fronteiras agrícolas são maiores responsáveis por desmatamento, diz IBGE*. 2015. <<https://noticias.uol.com.br/meio-ambiente/ultimas-noticias/redacao/2015/09/25/fronteiras-agricolas-sao-maiores-responsaveis-por-desmatamento-diz-ibge.htm#:~:text=Nos%20%C3%BAltimos%20dois%20anos%20analisados%20pelo%20IBGE%2C%20de, respondeu%20por%2028%25%20do%20desmate%2C%20ou%2032.120%20km%C2%B2>>. Acesso em: 25/09/2024.

PIOVESAN, A.; TEMPORINI, E. R. Pesquisa exploratória: procedimento metodológico para o estudo de fatores humanos no campo da saúde pública. *Revista de saúde pública*, SciELO Brasil, v. 29, p. 318–325, 1995.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. D. *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição*. [S.l.]: Editora Feevale, 2013.

SANQUETTA, C. R.; WATZLAWICK, L. F.; CORTE, A. P. D.; FERNANDES, L. A. V. *Inventários florestais: planejamento e execução*. Curitiba: Editora Multi-Graphi, 2006. 270 p.

SPATHELF, P.; MATTOS, P. P. de; BOTOSSO, P. C. Certificação florestal no brasil: uma ferramenta eficaz para a conservação das florestas naturais? *Floresta*, v. 34, n. 3, p. 373–379, 2004.

VIDAL, J. M. et al. Preservação de madeiras no brasil: histórico, cenário atual e tendências. *Ciência Florestal*, v. 25, n. 1, p. 257–271, jan-mar 2015. Acesso em: 20/08/2024. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/cflo/a/WSsH9ktwmQyc3k4Prt36Q3H/>>.