UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL PROFMAT

ELISÂNGELA DA SILVA MARQUES

ESTRATÉGIA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EMPREGANDO CARTÕES EDUCACIONAIS

SINOP – MT
2025

ELISÂNGELA DA SILVA MARQUES

ESTRATÉGIA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EMPREGANDO CARTÕES EDUCACIONAIS

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) – UNEMAT, Campus Universitário de Sinop-MT, como pré-requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Dr(a). Silvio Cesar Garcia Granja
Orientador

SINOP – MT
2025

M357e Marques, Elisangela da Silva.
Estratégia para o ensino-aprendizagem de funções por meio da resolução de problemas na 1ª série do Ensino Médio empregando cartões educacionais / Elisangela da Silva Marques. - Cáceres, 2025.
72f.: il.

Universidade do Estado de Mato Grosso "Carlos Alberto Reyes Maldonado", Matemática/SNP-PROFMAT - Sinop - Mestrado Profissional, Campus Universitário de Sinop.
Orientador: Silvio Cesar Garcia Granja.

1. Ensino de Funções. 2. Resolução de Problemas. 3. Cartões Educacionais. I. Granja, Silvio Cesar Garcia. II. Título.

UNEMAT / MT- SCB CDU 51(07)

ESTADO DE MATO GROSSO
SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACET – FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL- PROFMAT
UNEMAT - SINOP

ELISANGELA DA SILVA MARQUES

ESTRATÉGIA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO EMPREGANDO CARTÕES EDUCACIONAIS

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – ProfMat da Universidade do Estado de Mato Grosso/UNEMAT – Campus Universitário de Sinop, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Prof. Dr. Silvio Cesar Garcia Granja
Aprovado em 22/11/2025

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Silvio Cesar Garcia Granja
UNEMAT – SINOP - MT

Prof. Dr. Rogerio Dos Reis Goncalves
UNEMAT – SINOP - MT

Prof. Dr. Lee Yun Sheng
UFMT - SINOP - MT

Sinop/MT
2025

Dedico este trabalho ao meu esposo, Paulo e ao meu amado filho, Matheus, pelo apoio e incentivo ao longo do meu período de mestrado.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela Sua graça, cuidado e por sempre me direcionar pelo melhor caminho. Sem a Sua preparação, nada teria sido possível.

Agradeço aos meus pais, José (in memoriam) e Gildete, pelo incentivo e apoio ao longo de toda a minha vida.

Ao professor e orientador Silvio Cesar Garcia Granja, que sempre se dedicou e fez o possível para me acompanhar e auxiliar durante toda a redação da minha dissertação. Seu conhecimento foi essencial para o meu progresso.

Ao corpo docente do programa — Rogério, Chiara, Adriana, Inédio, Miguel, Emivan, Raul e Silvio — que sempre se dedicaram incansavelmente para nos ensinar, incentivar e apoiar durante os dias de estudo.

Aos meus colegas de mestrado, que sempre foram parceiros, ajudando uns aos outros em todas as etapas dessa jornada.

À Secretária Municipal de Educação, Professora Lúcia Korbes Drechsler, pela compreensão e por conceder o afastamento, permitindo que eu me dedicasse plenamente aos estudos.

Ao meu querido e amado filho Matheus, que sempre foi compreensivo durante os períodos intensos de estudo, evitando me chamar para que eu pudesse aproveitar melhor meu tempo de dedicação.

Ao meu esposo e companheiro de vida, Paulo, por sempre entender minhas angústias, me ouvir e me apoiar para que eu não desistisse.

"A Matemática é uma ferramenta especialmente desenvolvida para lidar com conceitos abstratos, e não existe limite para o seu poder neste campo."

(Paul Dirac)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de estratégia didática para o ensino-aprendizagem de funções na 1ª série do Ensino Médio, fundamentada na metodologia de Resolução de Problemas e no uso de Cartões Educacionais como recurso educacional. A pesquisa surgiu da observação de que muitos estudantes demonstram dificuldades em interpretar problemas e em associar os conceitos de função à sua aplicação prática, comprometendo o desempenho em conteúdos matemáticos posteriores. A aplicação da proposta ocorreu em duas turmas da 1ª série do Ensino Médio, em 2025, na Escola Estadual José Domingos Fraga, localizada no município de Sorriso - MT. Inicialmente, foi realizado um pré-teste com os alunos para diagnosticar seus conhecimentos prévios, oriundos do 9º ano, sobre o conteúdo de funções. Em seguida, foi desenvolvida e aplicada uma sequência didática empregando Cartões Educacionais e tarefas formativas com o programa GeoGebra, visando estimular o raciocínio lógico, a participação ativa dos estudantes e a contextualização dos conteúdos. Após a intervenção, os alunos realizaram um pós-teste com o intuito de comparar os resultados e avaliar a eficácia da metodologia adotada. A pesquisa também contou com uma avaliação de satisfação e análise qualitativa a partir da observação dos relatos dos alunos. Os resultados obtidos sugerem que a utilização dos Cartões Educacionais, aliados à Resolução de Problemas, favorece uma aprendizagem mais significativa e participativa, promovendo o desenvolvimento do pensamento matemático e uma melhor compreensão das propriedades e aplicações das funções. Conclui-se que estratégias lúdicas e interativas contribuem para superar dificuldades conceituais e aumentar o engajamento e a autonomia dos estudantes no processo de aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Ensino de Funções, Resolução de Problemas, Estratégias Didáticas, Cartões Educacionais, Ensino Médio.

ABSTRACT

This study presents a didactic strategy proposal for the teaching and learning of functions in the 1st year of high school, based on the Problem-Solving methodology and the use of Educational Cards as an instructional resource. The research emerged from the observation that many students show difficulties in interpreting problems and associating the concept of function with its practical applications, which compromises their performance in subsequent mathematical topics.

The proposal was implemented in two 1st-year high school classes in 2025 at Escola Estadual José Domingos Fraga, located in the municipality of Sorriso, Mato Grosso, Brazil. Initially, a pre-test was administered to assess students' prior knowledge of functions acquired in the 9th grade. Subsequently, a didactic sequence was designed and applied using Educational Cards and formative tasks with the GeoGebra software, aiming to stimulate logical reasoning, active participation, and content contextualization.

After the intervention, a post-test was conducted to compare results and evaluate the effectiveness of the adopted methodology. The research also included a satisfaction survey and a qualitative analysis based on students' feedback and observations.

The results suggest that the use of Educational Cards, combined with Problem-Solving strategies, promotes more meaningful and participatory learning, fostering the development of mathematical thinking and a better understanding of the properties and applications of functions. It is concluded that playful and interactive strategies contribute to overcoming conceptual difficulties and increasing students' engagement and autonomy in the mathematical learning process.

Keywords: teaching of functions, Problem-Solving, didactic strategies, Educational Cards, High School.

LISTA DE FIGURAS SOBRE FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU E 2º GRAU

Figura 1 – Gráficos de Função Afim Crescente e Decrescente ……………………..….18

Figura 2 – Gráfico de Função Afim Crescente……………………………..………...19

Figura 3 – Gráfico da Função Constante……………………………….………….......20

Figura 4 – Gráfico da Função Linear……………………………………….…………….21

Figura 5 – Gráfico da Função Linear $f(x) = -3x$………………………………….…..…...21

Figura 6 – Gráfico da Função Polinomial do 2º Grau………..………………..…...…..25

Figura 7 – Gráfico da Função Polinomial do 2º Grau - Concavidade da parábola……....25

Figura 8 – Exemplos do cotidiano que ilustram o gráfico da Função Polinomial do 2º Grau………...……………………………………………………………………..26

Figura 9 – Gráfico da Função Polinomial do 2º Grau $f(x) = x^2 + 2x - 3$…………..….....29

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO ……………………………………………………………….11

2 REFERENCIAL TEÓRICO………………………………………………….15

2.1 METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS……………….………..…...15

2.1.1. ETAPAS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS...………………...……….16

2.2. ABORDAGEM EDUCACIONAL COM JOGOS DE CARTÕES EDUCACIONAIS………………………………………………………….……........17

2.3 FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1ºGRAU E 2º GRAU………………...….………...18

2.3.1 FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU OU FUNÇÃO AFIM...…………...18

2.3.2. FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU OU FUNÇÃO QUADRÁTICA.....24

2.4 HABILIDADES DA BNCC……………………..……………………….……….30

2.5 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA…………………………………………...…….31

2.5.1 PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE……………….……………………………...…..31

2.6 PROFICIÊNCIA…………………………………………………………………32

3 METODOLOGIA ………………………………………………………….…….33

3.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA……………………………………………….……33

3.2 PÚBLICO ALVO...…………………………………………………………..…..33

3.3 PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE.………………………………………………………33

3.4 INTERVENÇÃO………...……………………………………………….………34

3.5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA……….…………….………………36

3.6 AVALIAÇÃO DAS HABILIDADES DO PRÉ-TESTE POR MEIO DE QUESTÕES PROPOSTAS……………………………………..…................……….…….…...37

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO……………………………………….……..39

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS………………………………………………….46

REFERÊNCIAS…………………………………………………………….……48

APÊNDICE A - SEQUÊNCIA DIDÁTICA: FUNÇÃO AFIM…………….……51

APÊNDICE B - SEQUÊNCIA DIDÁTICA: FUNÇÃO QUADRÁTICA……….54

APÊNDICE C - RELATOS DOS ESTUDANTES QUANTO À MOTIVAÇÃO GERADA PELO ESTUDO DAS FUNÇÕES……………..………………………57

APÊNDICE D - JOGO “DESAFIO DAS FUNÇÕES” 61

APÊNDICE E - EXEMPLOS DE IMAGENS DE PARÁBOLAS APRESENTADAS AOS ESTUDANTES POR MEIO DO GEOGEBRA…..........….62

APÊNDICE F - JOGO DESAFIO DAS FUNÇÕES………………......………..….66

APÊNDICE G - PRÉ-TESTE……………………………………………..…..….69

APÊNDICE H - PÓS-TESTE…...……………………………….……...……71

1 INTRODUÇÃO

A transição do ensino fundamental para o ensino médio traz consigo uma série de desafios pedagógicos, especialmente no campo da matemática. A compreensão e o domínio de funções são essenciais para o desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático, além de constituírem a base para temas mais complexos que serão abordados nos anos seguintes. Contudo, a abordagem tradicional de ensino pode se mostrar pouco eficaz, uma vez que muitos estudantes enfrentam dificuldades em estabelecer conexões entre os conceitos abstratos de funções e sua aplicação prática.

Conforme Vianna (2002 apud Redling, 2011), a utilização da Resolução de Problemas em sala de aula ajuda a contribuir para o desenvolvimento da capacidade do aluno para elaborar perguntas e formular conjecturas, ou seja, exige uma participação ativa no que diz respeito à comunicação, expressão e seu modo de pensar, trabalhar em grupo e principalmente possibilitar o desenvolvimento da habilidade de fazer generalizações.

Nesse contexto, a Resolução de Problemas surge como uma metodologia promissora para o ensino de funções. Diferente de abordagens expositivas, a Resolução de Problemas propõe um aprendizado ativo, no qual o aluno é desafiado a aplicar o conhecimento matemático em situações reais ou contextualizadas. Essa abordagem estimula o desenvolvimento de habilidades cognitivas superiores, como o raciocínio lógico, o pensamento crítico, a criatividade e a capacidade de resolver problemas complexos, competências essenciais no século XXI.

Segundo Alvarenga e Vale (2007), o problema é aquilo com o que nos deparamos e não sabemos, em primeira mão, como enfrentá-lo. É necessário, para isso, processos mentais e estratégias que deverão estar relacionadas à criatividade e à curiosidade.

> É consensual que se está perante um problema quando a situação não pode ser resolvida pelo recurso imediato a processos conhecidos e estandardizados. A procura da solução envolve o recurso adicional de processos mentais que podem ajudar a chegar à solução e que constituem um apoio para que os alunos consigam, com entusiasmo e sucesso, resolver problemas. Estes processos são vulgarmente designados por estratégias de Resolução de Problemas e estão mais associados à criatividade e à curiosidade, que à aplicação rotineira de um conjunto de técnicas sem significado. (Alvarenga; Vale, 2007, p. 29).

Conforme Ravagnani e Marques (2017), "a utilização da Resolução de Problemas é justificada enquanto meio de transformação de conhecimentos matemáticos abstratos em conhecimentos que dialoga com as práticas sociais e que fomenta o desenvolvimento cognitivo do indivíduo" (Ravagnani; Marques, 2017, p. 38).

A Resolução de Problemas é uma abordagem que desenvolve o pensamento crítico e a autonomia do aluno, permitindo que ele atue como protagonista na construção do saber (POLYA, 2006). Já para Kishimoto (2011), o uso de jogos no ambiente escolar estimula a aprendizagem de maneira lúdica e prazerosa, contribuindo para a internalização dos conceitos.

Para Onuchic (1999), a Resolução de Problemas não deve ser apenas um momento isolado da aula, mas sim uma metodologia estruturante do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

> "A Resolução de Problemas deve ser encarada como uma metodologia de ensino e não como um conteúdo a ser ensinado em determinados momentos da prática pedagógica." (Onuchic, 1999, p. 15)

O uso de softwares como o Geogebra facilita a compreensão e a conexão do conhecimento adquirido em sala de aula com situações do dia a dia. Partindo deste pensamento verifica-se que é possível inovar e apresentar novas formas de ensino que enriquece a formação educacional dos alunos.

Os Cartões Educacionais proporcionam uma abordagem interativa e visual, facilitando a aprendizagem dos conceitos no ensino de matemática. Utilizados de diversas maneiras, eles tornam as aulas mais dinâmicas, interessantes e eficazes. Por meio de jogos e exercícios baseados em cartões, os alunos podem revisar os conteúdos de forma divertida, reforçando o aprendizado por meio da repetição. Além disso, incentivam o trabalho em equipe e tornam as aulas mais envolventes e participativas.

Ao integrar essas duas estratégias (Resolução de Problemas e jogos com cartões), busca-se criar um ambiente de aprendizagem mais acolhedor, participativo e significativo, que valorize a construção do conhecimento matemático de forma ativa e contextualizada. Essa abordagem não só amplia a compreensão dos conceitos de função, mas também contribui para a formação de estudantes mais autônomos, críticos e preparados para os desafios contemporâneos.

A questão central desta pesquisa pode ser expressa como: de que maneira a Resolução de Problemas e o uso de Cartões Educacionais, podem favorecer o processo de ensino-aprendizagem das Funções Polinomiais de 1º e 2º Grau na 1ª série do Ensino Médio?

O ensino tradicional de Funções na 1ª série do ensino médio muitas vezes se concentra na memorização de fórmulas e na resolução mecânica de exercícios, o que pode dificultar a compreensão profunda do conceito e sua aplicação em situações práticas. A ausência de uma abordagem mais dinâmica, como a Resolução de Problemas, pode limitar o desenvolvimento do raciocínio lógico, da autonomia e da capacidade dos alunos de aplicar funções em contextos reais.

Nesse sentido, o ensino de Funções Polinomial de 1° e 2º Grau encontram questões como:

1. Engajamento e motivação dos alunos: Será que a Resolução de Problemas melhora o interesse dos estudantes em relação ao aprendizado de funções?

2. Compreensão conceitual: Em que medida essa metodologia facilita a compreensão de conceitos abstratos relacionados a funções, como domínio, imagem e comportamento dos gráficos?
3. Transferência de conhecimento: Os alunos conseguem aplicar o que aprenderam sobre funções em situações práticas e interdisciplinares?
4. Desenvolvimento de habilidades cognitivas: A Resolução de Problemas pode promover o desenvolvimento do pensamento crítico, criatividade e habilidades de Resolução de Problemas nos estudantes?

Essa problemática propõe um novo olhar para a forma como as funções são ensinadas, explorando metodologias ativas que integrem a prática e a teoria de maneira mais eficaz e significativa para os alunos.

Este trabalho se justifica, pois, a Metodologia de Resolução de Problemas leva o aluno a ter habilidades para pensar, ler e interpretar, o que facilita o seu uso na vida cotidiana. Outra justificativa importante dessa metodologia é fazer com que o estudante possa construir métodos que ampliam seus conhecimentos e permite desenvolver sua criatividade. A compreensão do conteúdo motiva o aluno a buscar novos saberes, superar desafios e interessar-se pela matemática de forma positiva, melhorando assim a sua autoestima.

Cabe ao educador, criar mecanismos que despertem a curiosidade, levando os alunos a ter maior interesse e motivação para o aprendizado da disciplina. Dessa forma, resolver problemas possibilita o enriquecimento do conteúdo proposto, a construção e significados de ideias matemáticas de modo a tornar-se capaz de estabelecer relações, justificar, analisar e discutir diversas situações.

Como forma de dar continuidade a pesquisa, tem como objetivo analisar e identificar as dificuldades que os alunos apresentam para a formulação de estratégias na Resolução de Problemas, quais encaminhamentos serão feitos, para que os alunos possam melhorar sua capacidade de interpretar, analisar e elaborar a Resolução de Problemas seja na matemática ou em situações diárias, criando um ambiente de cooperação e respeito, compartilhando e analisando resultados.

O presente projeto visa como a Resolução de Problemas pode ser utilizada como ferramenta pedagógica no ensino de funções para a 1ª série do ensino médio, promovendo não apenas uma maior compreensão dos conceitos matemáticos, mas também o engajamento e a motivação dos alunos. A proposta é superar os desafios do ensino tradicional, integrando a teoria com a prática de forma que os estudantes possam visualizar a aplicabilidade das funções no cotidiano, nas ciências e em outras áreas de conhecimento.

Dessa forma, o objetivo geral desta pesquisa é investigar os desafios e as oportunidades associados ao ensino de funções em uma turma da 1ª série do Ensino Médio por meio de atividades práticas (experimentais) baseadas na Resolução de Problemas contextualizados empregando cartões educativos.

Como objetivos específicos:

- Analisar a habilidade dos alunos em traduzir situações-problema apresentadas tanto em livros didáticos quanto em contextos da linguagem cotidiana para a linguagem matemática formal, e também realizar o processo inverso, convertendo expressões matemáticas em interpretações contextualizadas.
- Analisar a habilidade dos alunos em identificar uma função afim ou uma função quadrática por meio de uma expressão matemática. Isso envolve reconhecer as características de cada tipo de função a partir de sua forma algébrica e diferenciá-las corretamente.
- Analisar a habilidade dos alunos em reconhecer se um gráfico representa uma função afim ou uma função quadrática com base em suas características visuais.
- Analisar a habilidade dos alunos em identificar um enunciado que descreva uma situação ou fenômeno que possa ser representado por uma função afim ou por uma função quadrática.
- Analisar a habilidade dos alunos em identificar o domínio, a imagem, o contradomínio e o comportamento de uma função.
- Analisar o desenvolvimento dos alunos da habilidade de conectar representações gráficas, tabelas e expressões algébricas de funções, compreendendo as relações entre elas.
- Analisar a habilidade dos alunos em interpretar e modelar fenômenos do cotidiano por meio de funções, identificando as variáveis envolvidas e suas relações.
- Aplicar uma sequência didática intencionalmente planejada com o objetivo de melhorar a proficiência da turma (uma compreensão clara) do conceito de função, sua definição, notação e aplicação em diferentes contextos, com o propósito de fazer a recomposição de aprendizagem.
- Verificar o progresso da proficiência dos alunos no conceito de funções.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: o Capítulo 1 apresenta a introdução; o Capítulo 2 aborda o referencial teórico; no Capítulo 3 é descrita a metodologia adotada; o Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos e a discussão correspondente e, por fim, o Capítulo 5 traz as considerações finais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresenta-se a fundamentação teórica empregada nesta pesquisa. Na seção 2.1, será abordada a metodologia da Resolução de Problemas, destacando que, segundo George Pólya, a Resolução de Problemas constitui o cerne da matemática. Compreender as funções é essencial para descrever e solucionar diversas situações do mundo real. A seção 2.2 trará uma abordagem educacional baseada em jogos com cartões educativos, que promovem a aprendizagem de maneira lúdica e motivadora. Na seção 2.3, serão expostos os conceitos e exemplos de funções polinomiais do 1º e 2º grau, conteúdos estes que, segundo a BNCC, são abordados no Ensino Fundamental II. A seção 2.4 apresentará as habilidades previstas na BNCC que estão alinhadas aos conceitos trabalhados com os discentes. Na seção 2.5, será discutida a importância da avaliação diagnóstica para que o educador possa identificar as necessidades da turma e desenvolver estratégias adequadas. Por fim, a seção 2.6 abordará a proficiência dos discentes como forma de analisar os resultados obtidos.

O ensino-aprendizagem de Funções no Ensino Médio, utilizando Cartões Educacionais e focando na Resolução de Problemas, abrange diversas áreas que dialogam com as teorias educacionais, as metodologias de ensino, a psicologia da aprendizagem, bem como a importância das estratégias inovadoras no ensino da matemática.

O conceito de Função no Ensino Médio é fundamental para desenvolver competências e habilidades de conceitos que, muitas vezes, causa dificuldades aos alunos devido à sua abstração e variedade de formas e representações (algébrica, gráfica, numérica). Para facilitar a compreensão desse conceito, é importante partir de situações cotidianas, representações gráficas e numéricas, que mostrem como as funções podem modelar diferentes relações de dependência entre variáveis.

Dessa forma, o uso de representações gráficas e numéricas, associado a atividades que estimulem a Resolução de Problemas, pode contribuir para que o aluno compreenda como as funções modelam relações de dependência entre variáveis em diferentes contextos. Além disso, o uso de recursos didáticos, como os Cartões Educacionais, potencializa o aprendizado ao tornar o processo mais visual, dinâmico e participativo, estimulando o raciocínio lógico, a autonomia e o interesse pela Matemática.

2.1. METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Os conceitos aqui apresentados estão alinhados com as ideias do educador George Polya.

A metodologia de Resolução de Problemas envolve a aprendizagem ativa e investigativa, onde os alunos são desafiados a encontrar soluções para problemas que, muitas vezes, não têm uma solução imediata ou um caminho claro. Isso envolve uma série de etapas cognitivas que ajudam o aluno a desenvolver habilidades de raciocínio, análise crítica e criatividade.

Os principais princípios dessa metodologia são:

- Contextualização: Os problemas devem ser relacionados a situações do cotidiano ou de áreas do conhecimento que os alunos possam se identificar, o que torna o aprendizado mais significativo.

- Autonomia: Os alunos são incentivados a trabalhar de maneira independente ou em grupos, desenvolvendo seu raciocínio e estratégias para resolver o problema.

- Pensamento Crítico: A Resolução de Problemas promove a reflexão sobre os conceitos e as diferentes maneiras de abordá-los.

  Colaboração: Trabalhar em equipe permite que os alunos discutam soluções, compartilhem ideias e aprendam uns com os outros, aumentando a compreensão dos conceitos.

2.1.1 ETAPAS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A metodologia de Resolução de Problemas pode ser organizada em várias etapas, cada uma focada no desenvolvimento de habilidades específicas, algumas dessas etapas estão alinhadas com a abordagem proposta por George Pólya. Pólya delineia um processo de quatro etapas para a Resolução de Problemas matemáticos:

a) Compreensão do Problema

O primeiro passo é entender completamente o enunciado do problema. Isso inclui identificar:

- O que é pedido.
- Quais são os dados disponíveis.
- Quais são as condições ou restrições do problema.

No contexto do ensino de funções, isso pode envolver a interpretação de gráficos, tabelas ou a leitura de problemas envolvendo relações entre variáveis.

b) Planejamento da Solução

Após compreender o problema, o aluno deve formular um plano para resolvê-lo. No caso de funções, isso pode envolver:

- Determinar qual conceito matemático é relevante.
- Escolher a melhor estratégia para resolver o problema.

A escolha de como abordar o problema pode ser feita de forma individual ou colaborativa, com os alunos discutindo diferentes possibilidades de abordagem.

c) Execução

Na fase de execução, os alunos colocam em prática o plano elaborado, fazendo cálculos, construindo representações gráficas ou aplicando fórmulas matemáticas. Em problemas que envolvem funções, isso pode envolver:

- Manipulação algébrica para encontrar a expressão da função.
- Traçar gráficos para entender o comportamento da função.
- Resolver problemas contextuais que envolvem modelagem matemática.

d) Revisão e Reflexão

Após a execução, os alunos devem revisar a solução encontrada, verificando se ela realmente resolve o problema da maneira mais eficiente e correta. Isso envolve:

- Verificar se os cálculos e representações estão corretos.
- Refletir sobre diferentes métodos que poderiam ter sido usados.

Compreender o que a solução significa no contexto do problema e verificar sua aplicabilidade.

2.2. ABORDAGEM EDUCACIONAL COM JOGOS DE CARTÕES EDUCATIVOS

A motivação é um fator chave no processo de aprendizagem. O uso de estratégias interativas e dinâmicas, como a Resolução de Problemas com Cartões Educacionais, pode tornar o processo de aprendizagem mais interessante e relevante para os alunos, aumentando sua motivação intrínseca para o estudo da matemática.

A aprendizagem é mais eficaz quando os alunos sentem que têm autonomia, competência e pertencimento. Nesse caso, ao resolver problemas de forma colaborativa com os Cartões Educacionais, os alunos podem experimentar um senso de autonomia e competência, o que favorece a motivação para o estudo da matemática.

A combinação de Resolução de Problemas e o uso de Cartões Educacionais pode proporcionar uma experiência mais rica e eficaz, ajudando os alunos a desenvolver habilidades de Resolução de Problemas e uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, preparando-os melhor para as demandas acadêmicas e práticas da matemática.

2.3 FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU E 2º GRAU

2.3.1 FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU OU FUNÇÃO AFIM

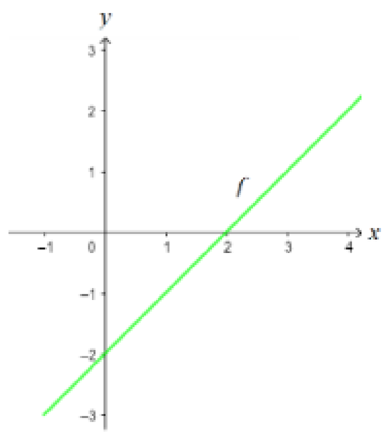
A função afim, também chamada de função polinomial do 1º grau, é uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida como $f(x) = ax + b$, sendo a e b números reais, com $a \neq 0$. As funções afim com as regras de associação $f(x) = x + 5$, e $g(x) = 1/2\ x$ são exemplos de funções afim.

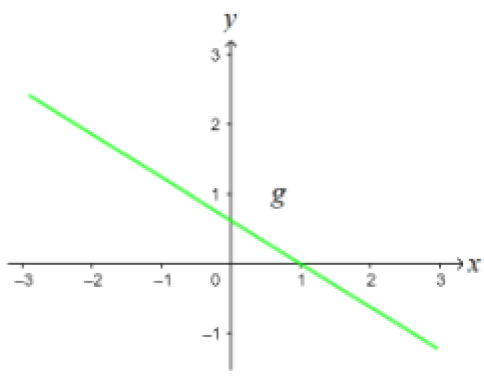
Neste tipo de função, o número a é chamado de coeficiente de x e representa a taxa de crescimento ou taxa de variação da função. Já o número b é chamado de termo constante.

Gráfico da Função Afim

O gráfico da função afim é uma reta e ela pode ser crescente (caso a taxa de crescimento seja maior que zero) ou decrescente (caso a taxa de crescimento seja menor que zero). A Figura 1 ilustra gráficos de função afim crescente e decrescente:

Figura 1 – Gráfico de função afim crescente, à esquerda, e decrescente, à direita.





Fonte: Adaptado de https://descomplica.com.br/d/vs/aula/funcao-do-primeiro-grau./. Acesso em 11 de outubro de 2024.

Em uma função crescente quanto maior o x, maior será o $f(x)$. Isso ocorre quando a taxa de variação é maior que zero ($a > 0$). Em uma função decrescente quanto maior for o valor de x, menor será $f(x)$. Isso ocorre quando a taxa de variação é menor que zero ($a < 0$).

Desta forma, para construirmos seu gráfico basta encontrarmos pontos que satisfaçam a função.

Exemplo:

Construa o gráfico da função $f(x) = 2x + 3$.

Solução:

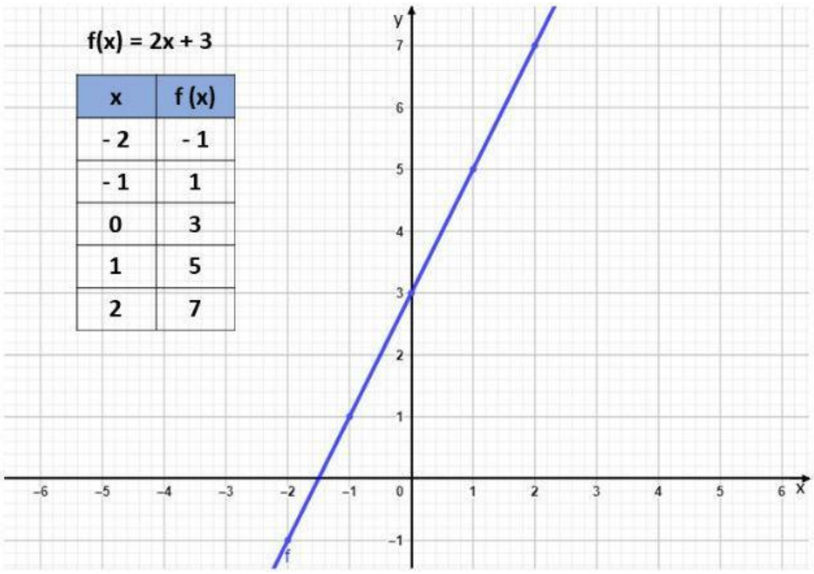
Para construir o gráfico desta função, vamos atribuir valores arbitrários para x, substituir na equação e calcular o valor correspondente para a $f(x)$.

Sendo assim, iremos calcular a função para os valores de x iguais a: - 2, - 1, 0, 1 e 2. Substituindo esses valores na função, temos:

$f(-2) = 2.(-2) + 3 = -4 + 3 = -1$
$f(-1) = 2.(-1) + 3 = -2 + 3 = 1$
$f(0) = 2.0 + 3 = 3$
$f(1) = 2.1 + 3 = 5$
$f(2) = 2.2 + 3 = 7$

Os pontos escolhidos e o gráfico da função $f(x)$ são apresentados na Figura 2.

Figura 2 – Gráfico de função afim crescente.



Fonte: https://www.todamateria.com.br/funcao-afim/. Acesso em 11 de outubro de 2024.

No exemplo, utilizamos vários pontos para construir o gráfico, entretanto, para definir uma reta bastam dois pontos.

Podemos, por exemplo, escolher os pontos $(0, y)$ e $(x, 0)$. Nestes pontos, a reta da função corta o eixo Ox e Oy respectivamente.

Coeficientes da função afim

Como o gráfico de uma função afim é uma reta, o coeficiente a de x é também chamado de coeficiente angular. Esse valor representa a inclinação da reta em relação ao eixo *Ox*.

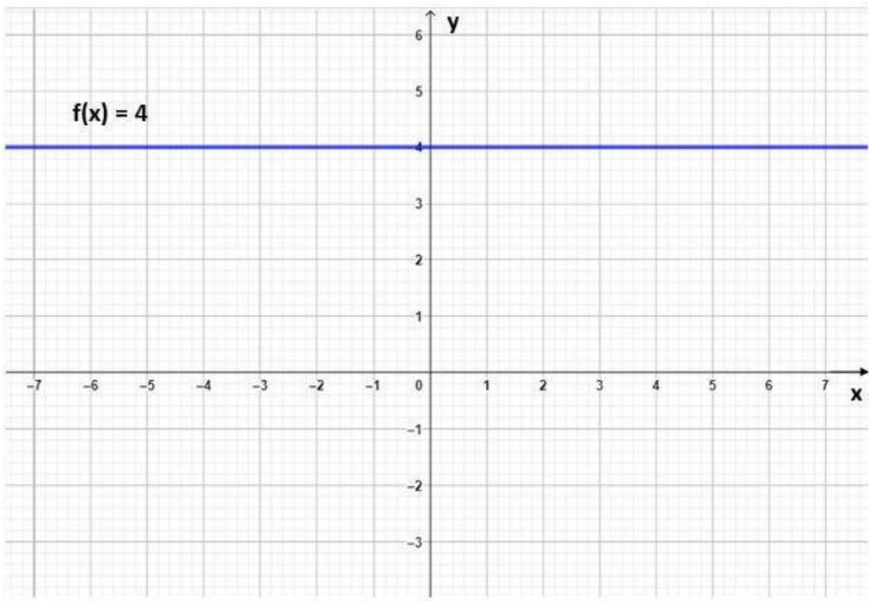
O termo constante b é chamado de coeficiente linear e representa o ponto onde a reta corta o eixo *Oy*. Pois sendo $x = 0$, temos:

$y = a.0 + b \Rightarrow y = b$

Quando uma função afim apresentar o coeficiente angular igual a zero ($a = 0$) a função será chamada de constante. Neste caso, o seu gráfico será uma reta paralela ao eixo *Ox*.

A figura 3 ilustra o gráfico da função constante $f(x) = 4$:

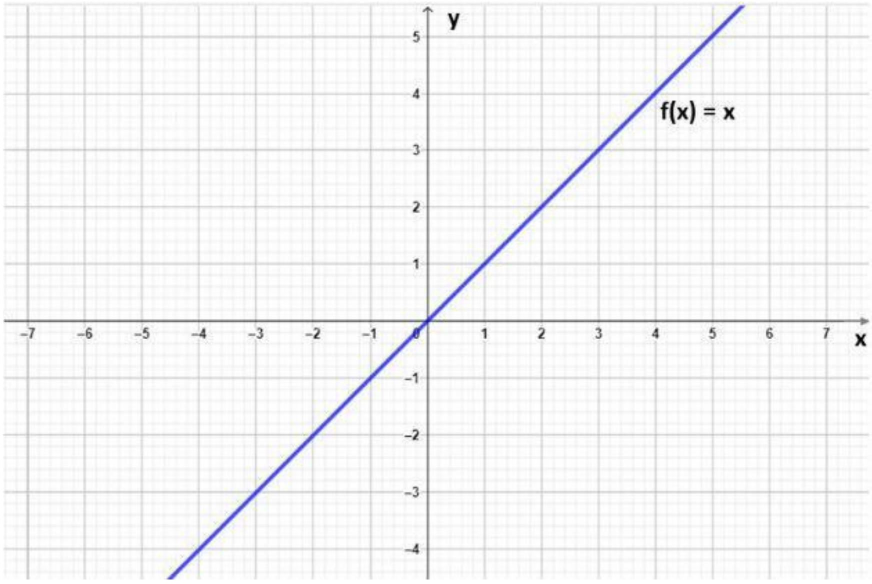
Figura 3 – Gráfico de função afim constante.



Fonte: https://www.todamateria.com.br/funcao-afim/. Acesso em 11 de outubro de 2024.

Ao passo que, quando $b = 0$ e $a = 1$ a função é chamada de função identidade. O gráfico da função $f(x) = x$ (função identidade) é uma reta que passa pela origem $(0,0)$. Além disso, essa reta é bissetriz do 1º e 3º quadrantes, ou seja, divide os quadrantes em dois ângulos iguais, conforme indicado na figura 4:

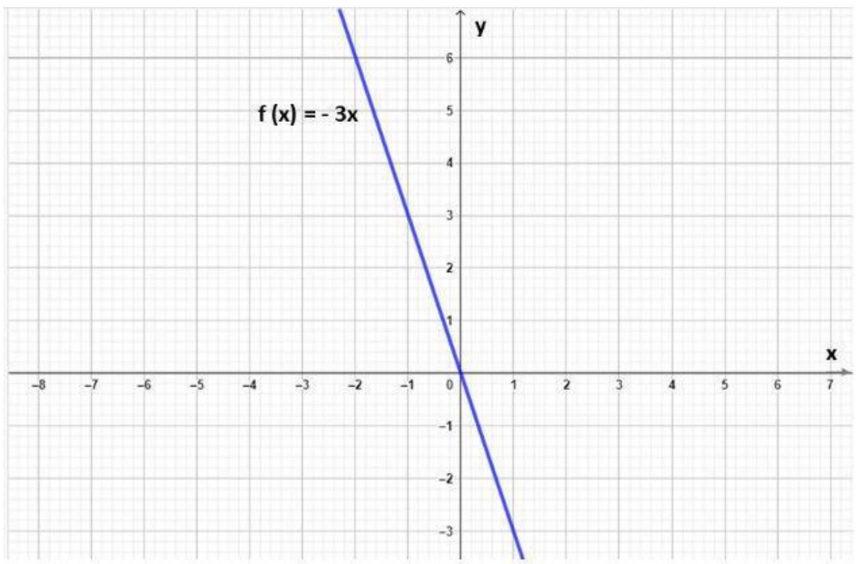
Figura 4 – Gráfico da função linear



Fonte: https://www.todamateria.com.br/funcao-afim/. Acesso em 11 de outubro de 2024.

Temos ainda que, quando o coeficiente linear é igual a zero ($b = 0$), a função afim é chamada de função linear. Por exemplo, as funções $f(x) = 2x$ e $g(x) = -3x$ são funções lineares. O gráfico das funções lineares são retas inclinadas que passam pela origem (0,0). A figura 5 ilustra o gráfico de uma função linear.

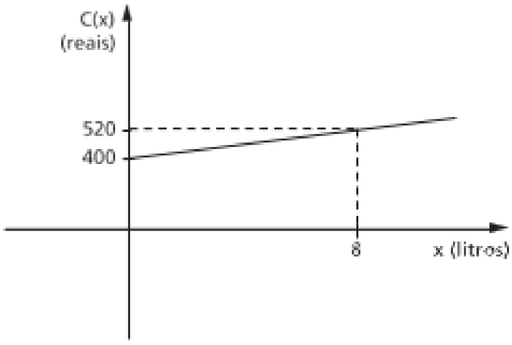
Figura 5: Gráfico da função linear $f(x) = -3x$:



Fonte: https://www.todamateria.com.br/funcao-afim/. Acesso em 11 de outubro de 2024.

Exemplo:

O custo C de produção de x litros de uma certa substância é dado por uma função afim de x, com $x \geq 0$, cujo gráfico está representado abaixo.



Nessas condições, o custo de R$700,00 corresponde à produção de quantos litros?
Solução:

Primeiramente, vamos determinar a equação da reta que passa pelos pontos (0, 400) e (8, 520).
Assim,
$y = ax + b$
$400 = b$ e $520 = 8a + 400$
$8a = 120$
$a = 15$

Logo, a equação da reta é $y = 15x + 400$
$700 = 15x + 400$
$15x = 300$
$x = 20$

Então, o custo de R$700,00 dessa substância corresponde à produção de 20 litros.

Imagem da Função Afim

Para encontrar o conjunto imagem de uma função f, é preciso analisar o seu domínio e ver o que acontece com sua variável. Considere, por exemplo, a seguinte função:

$$f: [0, 10] \rightarrow \mathbb{R},\ f(x) = 3x + 2$$

Substituindo $f(x) = y$ e isolando x:

$$y = 3x + 2 \Rightarrow x = \frac{y-2}{3}$$

Como o Df = [0,10], sabemos que o *x* só pode ser maior ou igual a zero ou menor ou igual a 10. Assim:

$$0 \leq x \leq 10$$

$$0 \leq \frac{y-2}{3} \leq 10$$

Multiplicando as desigualdades acima por 3:

$$0 \leq y - 2 \leq 30$$

Em seguida, somamos 2 às desigualdades:

$$0 + 2 \leq y - 2 + 2 \leq 30 + 2$$
$$2 \leq y \leq 32$$

Dessa forma, concluímos:

$$Df = [0, 10] \Rightarrow Imf = [2, 32]$$

Raiz da Função Afim

O valor de *x* para o qual a função *f(x) = ax + b* se anula, ou seja, para o qual *f(x) = 0*, denomina-se o zero, ou raiz, da função. No gráfico, isso representa a coordenada *x* da interseção com o eixo *x*. Ao fazer isso, você tem:

f(x) = ax + b ⇒ *0 = ax + b* ⇒ *ax = -b* ⇒ *x = -b/a*

A única solução da equação é dada por $x = -b/a$. Vamos encontrar a raiz de $f(x) = 3x + 6$. Se substituirmos $f(x) = 0$, obtemos a equação:

$$3x + 6 = 0 \Rightarrow x = -2$$

Então, para $x = -2$, temos $f\ (-2) = 0$.

2.3.2 FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU OU FUNÇÃO QUADRÁTICA

Uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é chamada de função do 2º grau ou função quadrática quando existir $a, b, c \in \mathbb{R}$ com $a \neq 0$, de maneira que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplos:

$f(x) = 6x^2 - 4x + 5 \rightarrow a = 6; b = -4; c = 5.$

$f(x) = x^2 - 9 \rightarrow a = 1; b = 0; c = -9.$

$f(x) = 3x^2 + 3x \rightarrow a = 3 ; b = 3 ; c = 0.$

$f(x) = x^2 - x \rightarrow a = 1; b = -1; c = 0.$

Para cada número real x, devemos substituir e realizar as devidas operações para encontrar sua imagem. Observe o exemplo:

Vamos determinar a imagem do número real -2 da função $f(x) = 6x^2 - 4x + 5$. Para isso, basta substituir o número real dado na função, assim:

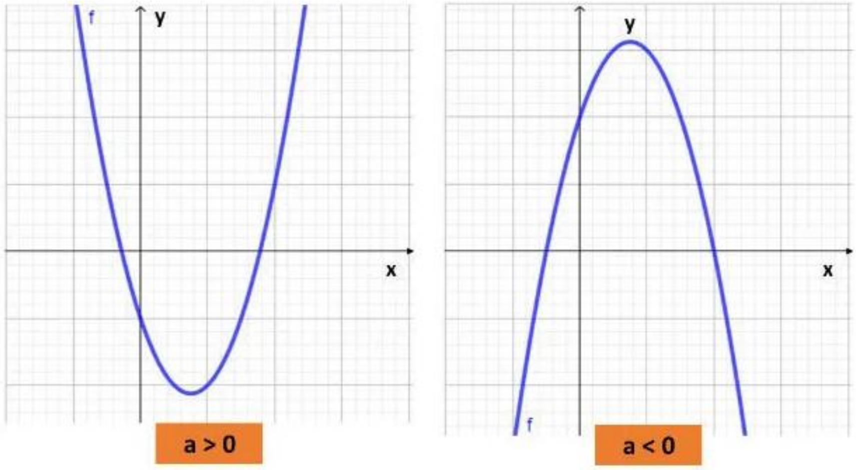
$f(-2) = 6(-2)^2 - 4(-2) + 5 \Rightarrow f(-2) = 24 + 8 + 5 \Rightarrow f(-2) = 37$

Logo, a imagem do número -2 é 37, resultando no par ordenado (-2; 37).

Gráfico da Função Polinomial do 2º Grau

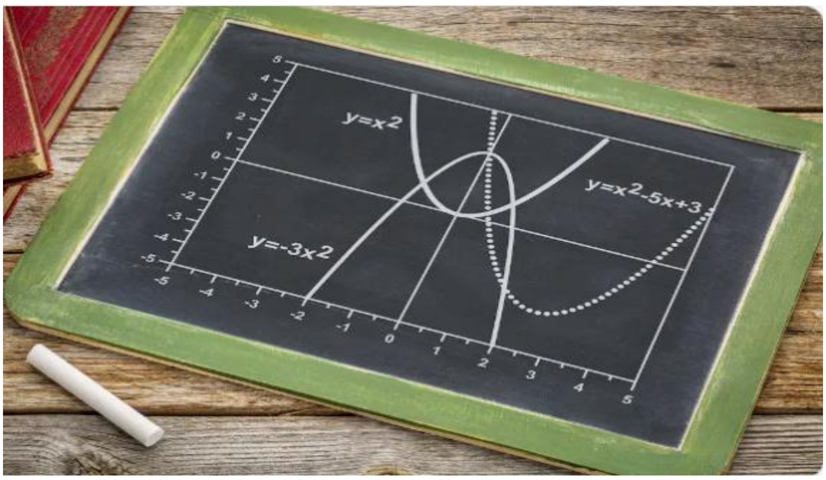
Ao esboçar o gráfico da função quadrática, encontramos uma curva, que vamos chamar de parábola. Sua concavidade depende do coeficiente a da função f. Quando a função tiver o coeficiente a maior que 0, a parábola terá a concavidade para cima; quando o coeficiente a for menor que 0, a parábola terá a concavidade para baixo. A figura 6, 7 e 8 ilustra o gráfico de uma função polinomial do grau.

Figura 6 – Gráfico da função polinomial do 2º grau - Concavidade da parábola



Fonte: https://www.todamateria.com.br/funcao-quadratica/. Acesso em 13 de outubro de 2024.

Figura 7 – Gráfico da função polinomial do 2º grau



Fonte: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/funcao-de-segundo-grau.htm. Acesso em 13 de outubro de 2024.

Figura 8 – Exemplos do cotidiano que ilustram o gráfico da função polinomial do 2º grau

Antenas parabólicas (à esquerda) e fornos solares (à direita) são superfícies refletoras que recebem sinais eletromagnéticos (sinais de rádio, micro-ondas ou mesmo sinais luminosos) e são coletados em receptores localizados no foco dos dispositivos. O formato desses objetos é paraboloide, que pode ser obtido, por exemplo, pela rotação de uma parábola em torno de seu eixo de simetria.

Fonte: Adaptado de 1ª série - Matemática - Manual do professor Cadernos 3 e 4.

Raízes da Função Polinomial de 2º Grau

Para encontrar as raízes da função quadrática, conhecidas também como zero da função, é necessário o domínio das equações do segundo grau. Para resolver uma equação do segundo grau, há vários métodos, como a fórmula resolutiva e a soma e produto.

As raízes de uma função quadrática são os valores de x que fazem com que $f(x) = 0$. Sendo assim, para encontrar as raízes de uma equação do 2º grau, faremos $ax^2 + bx + c = 0$.

Exemplo:

$f(x) = x^2 + 2x - 3$

$a = 1$; $b = 2$; $c = -3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)$

$\Delta = 4 + 12$

$\Delta = 16$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2.1}$$

$$x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$\text{x1} = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x2 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Então, os zeros da função são 1 e -3.

O valor do discriminante nos permite saber quantos zeros a função quadrática vai ter. Podemos separar em três casos:

- $\Delta > 0 \rightarrow$ a função possui duas raízes reais distintas;
- $\Delta = 0 \rightarrow$ a função possui uma única raiz real;
- $\Delta < 0 \rightarrow$ a função não possui raiz real.

As raízes de uma função quadrática fornecem os pontos de intersecção do gráfico da função com os eixos do plano cartesiano. Quando consideramos uma função quadrática da forma $y = ax^2 + bx + c$ e tomamos inicialmente o $x = 0$, vamos encontrar a intersecção com o eixo *OY*. Agora, se tomamos o $y = 0$, vamos encontrar a intersecção com eixo *OX*, ou seja, as raízes da equação fornecem a intersecção com o eixo *X*. Veja um exemplo:

a) $y = x^2 - 4x$

Vamos tomar $x = 0$ e substituir na função dada. Assim, $y = 0.2 - 4.(0) = 0$. Note que, quando $x = 0$, temos $y = 0$. Assim, temos o seguinte par ordenado (0, 0). Esse par ordenado fornece a intersecção com o eixo *y*. Agora, tomando $y = 0$ e substituindo na função, vamos obter o seguinte:

$x^2 - 4x = 0$

$x. (x - 4) = 0$

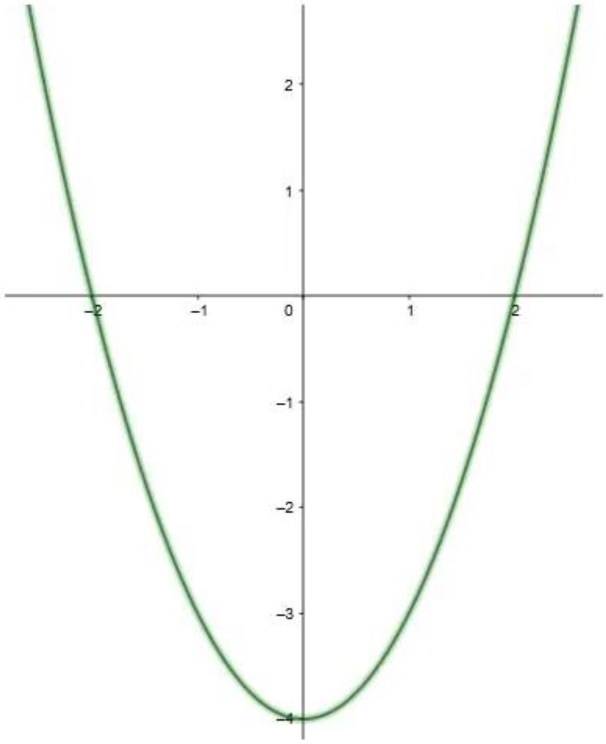
$x_1 = 0$

$x - 4 = 0$

$x_2 = 4$

Logo, temos dois pontos de intersecção (0, 0) e (4, 0).

Figura 9 – Gráfico da função polinomial do 2º grau $f(x) = x^2 + 2x - 3$



Fonte: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/funcao-de-segundo-grau.htm. Acesso em 13 de outubro de 2024.

Vértice da Parábola

O vértice da parábola é o ponto de mínimo ou de máximo do gráfico. Para encontrar o valor de x e y no vértice, utilizamos uma fórmula específica. Vale ressaltar que o vértice é um ponto V, logo ele possui coordenadas, representadas por xv e yv.

Para calcular o valor de V (xv, yv), utilizamos as fórmulas:

$$xv = \frac{-b}{2a}$$

$$yv = \frac{-\triangle}{4a}$$

Exemplo:

Encontre o vértice da parábola $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

$a = -1$; $b = 4$; $c = -3$

Calculando o Δ e aplicando a fórmula resolutiva, temos que:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 4^2 - 4(-1)(-3)$

$\Delta = 16 - 12$

$\Delta = 4$

$$xv = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2$$

$$yv = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-4}{4(-1)} = \frac{-4}{-4} = 1$$

2.4 HABILIDADES DA BNCC

O conteúdo proposto está alinhado com as habilidades da BNCC, as quais estão descritas a seguir:

> (EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.
>
> (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
>
> (EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e Resolução de Problemas.
>
> (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
>
> (EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

> (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
>
> (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

2.5 AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

A avaliação diagnóstica desempenha um papel fundamental no processo educativo, pois possibilita ao professor conhecer o ponto de partida dos alunos antes do início das atividades de ensino. Segundo Cipriano Carlos Luckesi (2011), "a avaliação diagnóstica é a avaliação que se realiza antes do processo de ensino, para identificar os conhecimentos prévios do aluno e suas dificuldades, orientando a intervenção pedagógica" (p. 48). Isso significa que, ao realizar essa avaliação, o educador pode planejar estratégias que atendam às necessidades reais da turma.

Segundo Rocha (2014), a avaliação realizada no início de determinada etapa da escolaridade a fim de diagnosticar o conhecimento do estudante é denominada Avaliação Diagnóstica.

> No discurso pedagógico, a avaliação diagnóstica tem sido também tratada como sinônimo de avaliação formativa. Nessa perspectiva, ela é entendida também como a avaliação que ocorre ao longo dos processos de ensino e aprendizagem, visando a sua regulação. Ou seja, a avaliação diagnóstica pode ser entendida como aquela que verifica se o aluno aprendeu aquilo que lhe foi ensinado, a fim de identificar dificuldades de aprendizagem a serem superadas. Assim dimensionada, a avaliação diagnóstica (formativa) tem a função de orientar o ensino, o (re)planejamento do trabalho desenvolvido em sala de aula, com foco na aprendizagem do aluno (ROCHA, 2014).

Ainda, Ana Lúcia Goulart (2009) ressalta que "a avaliação diagnóstica é essencial para planejar a intervenção pedagógica adequada, pois permite mapear os saberes prévios dos alunos" (p. 112). Dessa forma, essa avaliação contribui para uma prática pedagógica mais reflexiva e centrada no aluno

2.5.1 PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE

A avaliação desempenha um papel central na organização do processo de ensino-aprendizagem, principalmente quando utilizada como ferramenta de diagnóstico e intervenção pedagógica. Nesse sentido, este trabalho adotou a aplicação de um pré-teste e de um pós-teste com o objetivo de mensurar a evolução da aprendizagem dos alunos da 1ª série do Ensino Médio no conteúdo de funções afim e polinomial do 2º grau, a partir da abordagem metodológica baseada na Resolução de Problemas e no uso de Cartões Educacionais.

O pré-teste, aplicado antes da intervenção, teve caráter diagnóstico. Segundo Luckesi (2011), a avaliação diagnóstica é aquela que se realiza antes do processo de ensino, sendo essencial para "identificar os conhecimentos prévios do aluno e suas dificuldades, orientando a intervenção pedagógica" (LUCKESI, 2011, p. 48). Essa etapa permitiu compreender as lacunas conceituais dos estudantes, suas estratégias de resolução, bem como os principais obstáculos enfrentados ao lidar com conceitos como raiz da função, coeficientes, gráfico da parábola e interpretação de situações-problema.

Após a implementação da sequência didática, com atividades que exploraram situações contextualizadas e a manipulação de cartões contendo desafios e conceitos matemáticos, foi aplicado o pós-teste, com estrutura semelhante à do pré-teste. O objetivo foi verificar se houve avanço na compreensão e aplicação dos conteúdos abordados.

De acordo com a perspectiva formativa de avaliação defendida por Luckesi (2011), avaliar não deve ser um ato de classificar ou punir, mas sim uma ação a serviço da aprendizagem. O autor ressalta que "A avaliação da aprendizagem deve ser um instrumento de auxílio ao educando, para que este compreenda como está aprendendo e possa superar as dificuldades encontradas ao longo do processo" (LUCKESI, 2011, p. 77).

2.6 PROFICIÊNCIA

A proficiência no contexto deste trabalho refere-se à capacidade dos estudantes em utilizar estratégias eficazes para a resolução de problemas, aliada ao uso dos cartões educacionais como ferramenta de apoio no processo de aprendizagem. A resolução de problemas no ensino-aprendizagem de Funções Polinomiais de 1º e 2º grau exige algumas habilidades como por exemplo, análise e aplicação de conceitos, que podem ser potencializadas por recursos didáticos interativos e estruturados.

Os Cartões Educacionais, por sua vez, foram instrumentos que facilitaram a memorização, a revisão e a fixação de conteúdos, promovendo a autonomia e o engajamento dos alunos. A combinação da Resolução de Problemas com o uso dos Cartões Educacionais contribuiu para o desenvolvimento de uma proficiência mais consolidada, na qual o aluno não apenas compreendeu a teoria, mas também foi capaz de aplicá-la em situações práticas.

Dessa forma, a proficiência alcançada a partir da integração dessas metodologias evidenciou-se na melhoria do desempenho acadêmico, no fortalecimento das competências e habilidades e no aumento da confiança dos estudantes para enfrentar desafios educacionais de forma autônoma e eficiente.

3 METODOLOGIA

Esta pesquisa caracteriza-se como um estudo de abordagem qualitativa e quantitativa, de natureza aplicada e com delineamento de pesquisa-ação. A escolha por essa metodologia deve-se à intenção de intervir diretamente no contexto escolar, promovendo uma prática pedagógica inovadora e avaliando seus efeitos no processo de ensino-aprendizagem de funções.

Segundo Thiollent (2011), a pesquisa-ação envolve a participação ativa dos sujeitos na investigação, sendo ideal para contextos educacionais, pois permite ao pesquisador intervir e, ao mesmo tempo, refletir sobre a prática. Dessa forma, foi possível planejar, aplicar, observar e analisar os efeitos da proposta pedagógica em tempo real, com foco no desenvolvimento da aprendizagem.

A seguir, serão apresentados com mais detalhes os procedimentos metodológicos desta pesquisa, os quais possibilitam uma investigação mais aprofundada e resultados mais consistentes.

3.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Resolução de problemas e Jogos de Cartões Educacionais como ferramentas de suporte para o ensino-aprendizagem dos conceitos de Função Polinomial do 1º Grau e Função Polinomial do 2º Grau.

3.2 PÚBLICO ALVO

A pesquisa foi aplicada a um grupo de 60 alunos de turmas da 1ª série do Ensino Médio da Escola Estadual José Domingos Fraga, no município de Sorriso, nos meses de maio e junho do ano letivo de 2025.

3.3 PRÉ-TESTES E PÓS-TESTES.

Para avaliar a proficiência prévia dos alunos, foi aplicado um pré-teste com cinco questões objetivas, baseadas nas atividades do livro didático do sistema estruturado de ensino da SEDUC do Estado de Mato Grosso, como ilustrado na Figura 1.

Figura 1. Exemplo de funções em um livro didático do Sistema Estruturado de Ensino da 1ª série do Ensino Médio.

Uma pequena fábrica de biscoitos embala caixas com uma dúzia de biscoitos em cada uma. Complete a tabela a seguir, que indica o número de biscoitos em função do número de caixas, e indique domínio e contradomínio da função.

x = número de caixas	y = número de biscoitos
1	12
2	24
3	36
x	$y = 12x$

Fonte: Sistema Maxi de Ensino (2025)

As questões foram planejadas e organizadas de maneira a verificar as habilidades de (i) Identificar Função Afim; (ii) Resolver problemas com Função Polinomial do 1º e do 2º Grau e (iii) Interpretar gráficos. Para isso, consideraram-se aspectos como a definição de função, a representação gráfica, a identificação dos coeficientes e a interpretação de situações-problema.

Além disso, buscou-se desenvolver a capacidade de:

1. Reconhecer se um gráfico representa uma função afim ou uma função quadrática com base em suas características visuais.
2. Identificar um enunciado que descreva uma situação ou fenômeno que possa ser representado por uma função afim ou por uma função quadrática.
3. Identificar o domínio, a imagem, o contradomínio e o comportamento de uma função.
4. Traduzir situações-problema apresentadas tanto em livros didáticos quanto em contextos da linguagem cotidiana para a linguagem matemática formal, e também realizar o processo inverso, convertendo expressões matemáticas em interpretações contextualizadas.
5. Interpretar e modelar fenômenos do cotidiano por meio de funções, identificando as variáveis envolvidas e suas relações.

3.4 INTERVENÇÃO

A proposta de intervenção educacional envolveu a elaboração, aplicação e análise de uma Sequência Didática aliada ao uso de Cartões Educacionais como recurso que auxilia na aprendizagem em diversas aulas.

A Sequência Didática foi elaborada com base na metodologia da Resolução de Problemas, conforme orienta Polya (2006), de maneira que os estudantes pudessem desenvolver o raciocínio lógico, a autonomia e a capacidade de formular estratégias. Nesta Sequência Didática foram abordados os conceitos fornecidos pelo material do Sistema Estruturado de Ensino.

Para a atividade com os Cartões Educacionais, foi elaborado um jogo, denominado "Desafio das Funções", para que se empregasse uma metodologia lúdica e ativa. Para o jogo foram elaborados e impressos 10 pares de Cartões Educacionais, cada cartão apresenta, em sua face frontal, uma questão específica, enquanto o verso contém a resposta correspondente, como ilustrado na Figura 2.

Figura 2. Modelo adaptado de jogos de Cartões Educacionais:

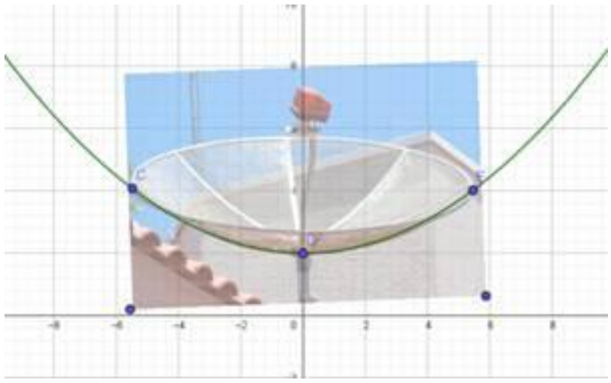
Fonte: Adaptado pelo próprio autor.

A aplicação do jogo de Cartões Educacionais teve como objetivo motivar o estudante a consolidar a aprendizagem de forma eficaz, tornando o estudo prazeroso de forma a ter percepção sobre seu desenvolvimento e dificuldades que foram superadas. Estimulou também o trabalho em equipe de forma colaborativa.

A dinâmica do jogo envolve a seguinte organização e forma de jogar: (i) os cartões foram distribuídos entre quatro alunos, que foram organizados em duplas; (ii) cada dupla fazia perguntas para a outra e, (iii) caso a dupla adversária não conseguisse responder corretamente, perdia pontos na competição. Esse formato de jogo se propôs a favorecer a participação ativa dos alunos e o reforço dos conteúdos de maneira lúdica e dinâmica.

Durante as aulas, foram utilizados gráficos de Função Polinomial do 2º Grau gerados no programa GeoGebra (INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2024), com base em imagens do cotidiano, visando tornar a visualização e compreensão dos conceitos mais significativas e contextualizadas. A Figura 3 ilustra esta associação entre uma imagem de situação real e o gráfico de função polinomial de 2º grau gerado no GeoGebra.

Figura 3. Exemplo de imagem representada no GeoGebra.



Fonte: Autoria própria (2025).

Após a aplicação da sequência didática, foi realizado o pós-teste, com questões semelhantes às do pré-teste para a análise de melhora na proficiência dos alunos nas mesmas habilidades do pré-teste.

O modelo de análise é baseado na comparação entre a quantidade de questões certas no pré-teste e no pós-teste, além de análise dos relatos dos estudantes sobre a metodologia empregada na pesquisa.

3.5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A proposta da sequência didática teve como foco central o ensino de funções por meio da metodologia de Resolução de Problemas, utilizando Cartões Educacionais como recurso pedagógico mediador no processo de aprendizagem.

1. Sequência de atividades sobre Função Polinomial do 1º Grau (5 dias):
    a. Dia 1 (3 aulas de 50min.): Aplicação do pré-teste do 1º e 2º grau.
    b. Dia 2 (3 aulas de 50min.): Explanação dos conceitos de Função Polinomial do 1º grau utilizando o quadro branco, destacando sua forma algébrica seguida de discussão sobre situações cotidianas.
    c. Dia 3 (3 aulas de 50min.): Explanação da raiz da Função Polinomial do 1º Grau, representação gráfica, analisar o comportamento crescente ou decrescente. Apresentação da construção de gráfico no software GeoGebra.
    d. Dia 4 (3 aulas de 50min.): Aplicação em situação real com resolução de problemas. Os alunos desenvolvem e interpretam modelos de Função Polinomial do 1º Grau.
    e. Dia 5 (3 aulas de 50min.): Atividades de fixação com foco em colaboração e troca de experiência.

2. Sequência de atividades sobre Função Polinomial do 2º Grau:
    a. Dia 1 (3 aulas de 50min.): Apresentação dos conceitos de Função Polinomial do 2º grau, destacando sua forma geral e importância, seguida de exemplos do cotidiano enfatizando como a matemática modela curvas reais.
    b. Dia 2 (3 aulas de 50min.): Explanação da raiz da Função Polinomial do 2º Grau, representação gráfica, vértice e parábola. Apresentação de gráficos de situações do cotidiano no software GeoGebra.
    c. Dia 3 (3 aulas de 50min.): Aplicação em situação real com resolução de problemas. Os alunos desenvolvem e interpretam modelos de Função Polinomial do 2º Grau identificando valor máximo e mínimo.
    d. Dia 4 (3 aulas de 50min.): Jogo de Cartões Desafio das Funções.
    e. Dia 5 (3 aulas de 50min.): Resolução de Problemas e aplicação do pós-teste.

Ao longo da sequência, foram exploradas atividades de Resolução de Problemas aliadas ao uso de cartões contendo situações-problema contextualizadas, com o objetivo de estimular o raciocínio lógico, a leitura crítica e a aplicação dos conceitos matemáticos em contextos reais ou simulados. Essa abordagem buscou tornar o conteúdo mais acessível e significativo para os alunos, promovendo a construção ativa do conhecimento.

Durante as atividades, o professor assumiu o papel de mediador, orientando os estudantes, incentivando a argumentação e conduzindo reflexões sobre diferentes estratégias de resolução. Essa postura está em consonância com a perspectiva de aprendizagem significativa, conforme defendida por Ausubel (2003), segundo a qual a assimilação de novos conhecimentos ocorre quando estes se conectam de maneira lógica e não arbitrária aos saberes prévios dos alunos.

Ao final da aplicação da sequência didática, foi realizado um jogo com os Cartões Educacionais, com a finalidade de verificar a aprendizagem e consolidar os conhecimentos trabalhados ao longo das aulas de forma lúdica e interativa.

Os dados coletados por meio dos testes foram analisados comparativamente, permitindo observar a eficácia das metodologias aplicadas. A análise mostrou avanços significativos em habilidades como identificação da lei de formação da função, interpretação de gráficos e solução de problemas com base em dados reais ou simulados.

3.6 AVALIAÇÃO DAS HABILIDADES DO PRÉ-TESTE POR MEIO DAS QUESTÕES PROPOSTAS

No apêndice G a questão 1 do pré-teste integra os conceitos de custos fixos e variáveis dentro do contexto de uma Função Polinomial do 1º grau, expondo diretamente como modelar matematicamente situações reais de aplicação na prática. A questão 2 ilustra de forma clara como a Função Polinomial do 1° Grau (função afim) permite modelar situações cotidianas, especialmente aquelas envolvendo custos fixos e variáveis.

Essa atividade foi elaborada para verificar se o estudante é capaz de transformar uma regra de formação simples em uma expressão matemática funcional, promovendo uma compreensão mais profunda e o uso racional dos dados para a tomada de decisões. A questão 3 evidencia o potencial das Funções Polinomiais de 2º Grau para modelar fenômenos reais do cotidiano. O exercício visa verificar se o aluno sabe aplicar a fórmula do vértice para determinar com precisão o instante em que a altura máxima ocorre e o seu valor exato, integrando a teoria matemática com análise prática. Essa abordagem fortalece competências como modelagem, interpretação gráfica e aplicação contextual da álgebra. A questão 4 explora a interpretação gráfica de uma função polinomial de 1º grau. Esse exercício verifica se o aluno é capaz de ler e interpretar criticamente o gráfico, além de traduzir fenômenos do cotidiano em expressões matemáticas. A questão 5 evidencia que é necessário determinar os zeros de uma Função Polinomial do 2º Grau, permitindo localizar de modo simples os pontos onde seu gráfico intercepta o eixo x. Essa abordagem fortalece habilidades importantes, como modelagem matemática, análise algébrica e interpretação gráfica.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Dia 1.1 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram realizadas com as turmas 1ª série A, com 25 alunos presentes, e 1ª série B, com 27 alunos. O principal objetivo desta aula foi identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre funções polinomiais do 1º e 2º grau, por meio da aplicação de um pré-teste diagnóstico. Essa etapa teve como propósito reconhecer possíveis dificuldades conceituais e fornecer subsídios para o planejamento das próximas etapas da sequência didática.

Neste dia foi feita a aplicação do diagnóstico inicial, o ambiente em sala de aula mostrou-se bastante receptivo e participativo. Os alunos demonstraram curiosidade em relação à atividade, especialmente pelo formato diferenciado da sequência didática que seria desenvolvida, com o uso de Cartões Educacionais e recursos do GeoGebra. Houve um clima de expectativa e interesse, o que contribuiu para uma postura mais ativa por parte dos estudantes. Durante a realização das questões do pré-teste, a maioria dos alunos se envolveu de forma concentrada, tentando aplicar seus conhecimentos prévios sobre funções. A atividade permitiu identificar, os alunos que apresentaram dificuldades principalmente em questões que envolviam (i) Resolução de Problemas contextualizados e (ii) modelar situações reais com funções, evidenciando lacunas na habilidade de aplicar o conhecimento matemático em situações práticas.

Dia 1.2 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram realizadas com as turmas 1ª série A, com 27 alunos presentes, e 1ª série B, com 28 alunos. O objetivo desta aula foi promover a compreensão dos conceitos fundamentais da função polinomial do 1º grau, destacando sua forma algébrica, principais características e representação gráfica. Buscou-se, ainda, relacionar esses conceitos a situações do cotidiano, favorecendo a contextualização e a construção de significado para o conteúdo estudado.

Dia 1.3 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram desenvolvidas com as turmas 1ª série A, com 27 alunos presentes, e 1ª série B, com 26 alunos. O objetivo desta aula foi promover a compreensão do conceito de raiz da função polinomial do 1º grau e de sua representação gráfica, analisando o comportamento crescente ou decrescente da função. Além disso, utilizou-se o software GeoGebra como recurso didático para auxiliar na construção e interpretação dos gráficos, favorecendo a visualização e o entendimento das propriedades da função.

Dia 1.4 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram desenvolvidas com as turmas 1ª série A, com 27 alunos presentes, e 1ª série B, com 28 alunos. Essa aula teve como objetivo aplicar os conhecimentos sobre a função polinomial do 1º grau em situações reais, por meio da resolução de problemas contextualizados. Desenvolver e interpretar modelos matemáticos que representem fenômenos do cotidiano, estimulando o raciocínio lógico, a capacidade de análise e a autonomia dos alunos na utilização dos conceitos aprendidos.

Dia 1.5 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram realizadas com as turmas 1ª série A, com 27 alunos presentes, e 1ª série B, com 26 alunos presentes. O objetivo desta aula foi consolidar os conhecimentos sobre a função polinomial do 1º grau por meio de atividades de fixação realizadas de forma colaborativa, incentivando a troca de experiências entre os alunos, o diálogo matemático e o fortalecimento da aprendizagem coletiva.

Dia 2.1 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram desenvolvidas com as turmas 1ª série A, com 28 alunos presentes, e 1ª série B, com 27 alunos. O objetivo desta aula foi promover a compreensão dos conceitos fundamentais da função polinomial do 2º grau, destacando sua forma geral, elementos e principais características. Durante a explicação, foram apresentados exemplos do cotidiano que evidenciaram a importância desse tipo de função na modelagem de situações reais, mostrando como as curvas parabólicas estão presentes em diversos contextos. Essa abordagem possibilitou aos alunos perceberem a aplicabilidade da Matemática além da teoria, tornando o aprendizado mais significativo e contextualizado.

Dia 2.2 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram realizadas com as turmas 1ª série A, com 26 alunos presentes, e 1ª série B, com 28 alunos. O objetivo desta aula foi aprofundar a compreensão dos elementos da função polinomial do 2º grau, explorando o conceito de raízes, o vértice e a forma da parábola. A partir da representação gráfica, os alunos analisaram o comportamento da função em diferentes situações, observando as variações de concavidade e posição no plano cartesiano. Utilizou-se o software GeoGebra como recurso didático para a visualização de gráficos relacionados a contextos do cotidiano, o que facilitou a interpretação dos conceitos e tornou a aprendizagem mais dinâmica e significativa.

Dia 2.3 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram desenvolvidas com as turmas 1ª série A, com 28 alunos presentes, e 1ª série B, com 27 alunos. O objetivo desta aula foi aplicar os conhecimentos sobre a função polinomial do 2º grau em situações reais, por meio da resolução de problemas contextualizados. Os estudantes foram orientados a desenvolver e interpretar modelos matemáticos que representassem fenômenos do cotidiano, identificando os valores máximo e mínimo das funções. Essa abordagem permitiu compreender a utilidade prática das parábolas e fortalecer a capacidade de análise, interpretação e modelagem matemática dos alunos.

Dia 2.4 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram realizadas com as turmas 1ª série A, com 27 alunos presentes, e 1ª série B, com 28 alunos. Nesta aula, foi desenvolvido o Jogo de Cartões – Desafio das Funções, com o objetivo de revisar e consolidar os conteúdos trabalhados sobre funções polinomiais do 1º e 2º grau. A dinâmica do jogo promoveu a interação entre os alunos, estimulando o raciocínio lógico, a cooperação e a aplicação dos conceitos de forma lúdica e participativa. Essa metodologia contribuiu para tornar o processo de aprendizagem mais envolvente, favorecendo a fixação dos conhecimentos e o desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais.

Dia 2.5 – 3 aulas de 50 minutos

As atividades foram desenvolvidas com turmas 1ª série A, com 27 alunos, e 1ª série B, com 26 alunos. Nesta aula, os estudantes participaram de uma etapa de Resolução de Problemas envolvendo funções polinomiais do 1º e 2º grau, aplicando os conhecimentos construídos ao longo da sequência didática. Em seguida, foi realizada a aplicação do pós-teste, com o objetivo de avaliar o progresso dos alunos e comparar os resultados com o diagnóstico inicial. Essa atividade possibilitou verificar avanços na compreensão conceitual, na interpretação gráfica e na capacidade de resolver situações contextualizadas, evidenciando o desenvolvimento das habilidades matemáticas trabalhadas durante o processo.

Comentários Gerais

Após a realização das atividades com os Cartões Educacionais e a exploração das funções por meio do GeoGebra, foi aplicado o pós-teste, com estrutura semelhante à do pré-teste, permitindo a comparação dos resultados. Diferentemente da primeira aplicação, os alunos demonstraram maior segurança na resolução das questões. Observou-se um avanço significativo na capacidade de identificar e interpretar os coeficientes das funções, bem como na leitura e construção de gráficos. Além disso, muitos estudantes passaram a justificar melhor suas respostas, mostrando uma compreensão mais aprofundada dos conceitos.

No início da atividade a proposta despertou curiosidade, pela forma que seria trabalhado o ensino de funções. Durante a resolução de problemas os alunos foram colocados em par para facilitar a discussão e o engajamento pelos conceitos, apresentar e justificar respostas, trocar ideais. Observou-se que aqueles que normalmente apresentavam menor participação em sala, demonstraram interesse ao se envolverem nas dinâmicas. A mediação do professor foi breve, mas essencial para orientar os grupos, esclarecer dúvidas e estimular o raciocínio lógico, sem interferir diretamente nas decisões dos estudantes. As aulas ocorreram de maneira fluida, com momentos de reflexão coletiva ao final de cada etapa, o que contribuiu para consolidar os conteúdos trabalhados. O clima geral foi de entusiasmo e colaboração.

- **Reflexão 1**

  O diagnóstico inicial mostrou-se um momento valioso não apenas para verificar o nível de conhecimento dos alunos sobre funções, mas também para observar sua postura diante de uma proposta diferenciada de aprendizagem. O uso de Cartões Educacionais e do GeoGebra despertou interesse e curiosidade, favorecendo um ambiente receptivo e participativo. Ao mesmo tempo, a atividade revelou fragilidades importantes, sobretudo na resolução de problemas contextualizados e na modelagem de situações reais com funções. Essas dificuldades evidenciam a necessidade de estratégias didáticas que aproximem a Matemática do cotidiano dos alunos, incentivando-os a compreender a aplicabilidade dos conteúdos em diferentes contextos.

- **Reflexão 2**

  A aplicação do pós-teste evidenciou o impacto positivo do uso de metodologias ativas, como os Cartões Educacionais e o GeoGebra, no processo de ensino-aprendizagem. O ganho em segurança, interpretação e justificativa das respostas mostra que, quando o estudante é colocado como protagonista, há maior apropriação dos conceitos matemáticos e desenvolvimento da autonomia intelectual.

- **Reflexão 3**

  A comparação entre pré e pós-teste reforça a importância da avaliação diagnóstica e processual. Os resultados mostraram não apenas evolução conceitual, mas também maior clareza na comunicação das ideias matemáticas. Isso destaca como a avaliação pode ser usada como instrumento formativo, orientando tanto o professor em suas escolhas metodológicas quanto o estudante em sua própria aprendizagem.

- **Reflexão 4**

  O papel do professor como mediador mostrou-se essencial para manter o foco dos alunos durante as atividades e para incentivar o desenvolvimento do raciocínio lógico. Ao final das aulas, os momentos de reflexão coletiva se mostraram fundamentais para consolidar os conceitos, ampliando a aprendizagem. A experiência evidencia como práticas ativas podem despertar o interesse e a participação de todos, inclusive daqueles que normalmente demonstram menor envolvimento em sala de aula.

- **Reflexão 5**

O trabalho em pares não apenas facilitou a compreensão dos conteúdos, mas também fortaleceu relações de cooperação e respeito entre os alunos. Aqueles que normalmente permaneciam mais retraídos encontraram espaço para se expressar e contribuir, o que reforça a relevância de atividades que promovam a inclusão e a valorização de cada voz no grupo. A experiência, assim, extrapola o conteúdo matemático e contribui para a formação de cidadãos participativos.

- **Reflexão 6**

Ao se envolverem em situações-problema, os estudantes puderam perceber que o estudo das funções não é algo abstrato, mas possui ligação direta com situações práticas e cotidianas. Essa contextualização torna a Matemática mais significativa e desperta maior interesse, mostrando que aprender funções vai além da sala de aula, sendo útil em diversas áreas da vida.

- **Reflexão 7**

A observação do envolvimento dos alunos durante a atividade evidencia que a avaliação da aprendizagem não deve se restringir a provas escritas. A forma como discutem, justificam suas ideias e colaboram entre si também representa indicadores de progresso. A experiência mostra que a avaliação processual, baseada na participação e na construção coletiva, pode ser uma ferramenta para acompanhar a evolução dos estudantes.

Na exposição sobre a representação gráfica da Função Polinomial do 2º Grau, foram apresentadas em sala de aula, por meio do aplicativo GeoGebra, em um momento estratégico da sequência didática, situações do cotidiano que remetem à forma de uma parábola. Essas situações foram observadas e comparadas com imagens conhecidas pelos alunos, tanto da cidade onde vivem quanto de outros lugares que conhecem, proporcionando-lhes liberdade para se expressarem. Essa prática permitiu aprofundar a compreensão dos estudantes sobre as características gráficas de função.

Os dados coletados por meio do pré e pós-teste são mostrados na Tabela 1, em que se pode ver a evolução da proficiência dos alunos em relação ao tema funções nas habilidades de (i) Identificar Função Afim; (ii) Resolver problemas com Função Polinomial do 1º e do 2º Grau; (iii) Interpretar gráficos e (iv) Modelar situações reais com funções.

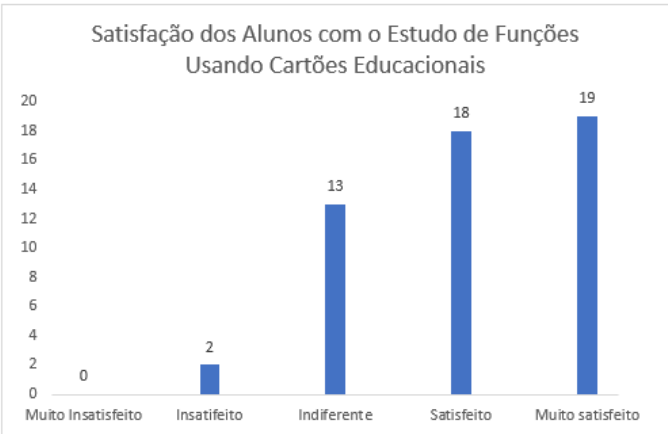
Tabela 1. Comparação entre o pré-teste e o pós-teste.

Habilidade	**Acertos no Pré-teste (%)**	**Acertos no Pós-teste (%)**
Identificar função afim	45%	75%
Resolver problemas com Função Polinomial do 1º e do 2º Grau	37%	70%
Interpretar gráficos	45%	72%
Modelar situações reais com funções	30%	61%

Fonte: Autoria Própria (2025).

O gráfico 1 mostra a satisfação dos alunos com o estudo de funções usando Cartões Educacionais.

Gráfico 1.



Fonte: Autoria Própria (2025).

A comparação dos resultados evidenciou uma evolução significativa no desempenho dos alunos, sugerindo que há eficácia da metodologia adotada para o ensino-aprendizagem de funções.

Na sequência didática, a utilização dos Cartões Educacionais favoreceu a interatividade, o trabalho colaborativo e o engajamento dos estudantes.

A utilização dos Cartões Educacionais foi bem recebida pelos alunos, despertando interesse e participação ativa nas atividades propostas. Desde os primeiros momentos, observou-se maior interação entre os estudantes, que passaram a discutir os conceitos de forma colaborativa, compartilhando ideias e estratégias para a resolução dos desafios. Muitos relataram que o formato dos cartões tornou o conteúdo mais acessível e dinâmico, contribuindo para a compreensão dos temas abordados. Além disso, o ambiente de sala de aula se tornou mais participativo, com os alunos demonstrando entusiasmo e engajamento ao trabalharem em grupo, o que fortaleceu tanto o aprendizado quanto o desenvolvimento de algumas habilidades necessárias para a conclusão da 1ª série do Ensino Médio.

Para analisar a eficiência da aplicação da sequência foi oportunizado aos alunos darem sugestões para as próximas aulas, entre as propostas mais recorrentes, destacou-se a ideia de incluir mais exemplos práticos ligados ao cotidiano, não só no conteúdo de funções, mas nos próximos assuntos a serem abordados no decorrer do ano letivo. Outros estudantes sugeriram que as atividades em grupo fossem mais frequentes, destacando que o trabalho colaborativo os ajudava a compreender melhor os conteúdos por meio da troca de ideias com os colegas. Essas contribuições reforçaram a importância de uma abordagem participativa e centrada no estudante, além de servirem como subsídio para aprimorar futuras intervenções pedagógicas.

Ao final da atividade, muitos relataram que o jogo os ajudou a compreender melhor temas que antes consideravam difíceis, como a inclinação da reta e a aplicação da fórmula do vértice. A proposta não apenas reforçou conteúdos matemáticos, mas também promoveu o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, como o trabalho em equipe, a escuta ativa e o respeito às diferentes formas de pensar.

Além dos resultados quantitativos, os relatos qualitativos dos alunos corroboram a eficácia da metodologia. Muitos destacaram que o formato lúdico do jogo, em duplas, tornou a aprendizagem mais interessante e dinâmica, além de estimular a colaboração e o debate entre os pares.

A utilização do GeoGebra para visualização dos gráficos também foi apontada como um recurso valioso para a compreensão de Funções Polinomiais do 2º Grau, facilitando a conexão entre teoria e prática.

Os resultados observados após a aplicação da sequência didática indicaram melhorias na leitura e interpretação de gráficos e tabelas, na identificação de diferentes representações de funções e na articulação entre teoria e prática. Além disso, a interação entre os alunos favoreceu a aprendizagem colaborativa, elemento essencial para o desenvolvimento da proficiência matemática em sala de aula.

Portanto, a experiência demonstrou que metodologias baseadas na Resolução de Problemas, quando bem planejadas e associadas a recursos didáticos adequados, como os Cartões Educacionais, podem promover uma aprendizagem mais eficaz e aprofundada, contribuindo diretamente para o avanço da proficiência matemática no Ensino Médio.

A implementação da estratégia de ensino-aprendizagem de funções por meio da Resolução de Problemas, associada ao uso de Cartões Educacionais possibilitou avanços significativos na proficiência dos estudantes da 1ª série do Ensino Médio. A proposta favoreceu não apenas a compreensão conceitual das funções, mas também o desenvolvimento da capacidade de interpretar e resolver problemas em contextos variados.

A aplicação da metodologia baseada em Resolução de Problemas aliada ao uso de Cartões Educacionais revelou-se uma estratégia eficaz para o ensino de Funções Polinomiais do 1º e 2º Grau, tanto de forma quantitativa quanto qualitativa.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Resolução de Problemas, enquanto metodologia ativa, estimula o pensamento crítico, a autonomia e o raciocínio lógico-matemático, permitindo ao aluno construir o conhecimento de forma significativa (POLYA, 2006). Nesse contexto, os Cartões Educacionais funcionaram como um recurso mediador que incentivou a participação dos estudantes e promoveu o engajamento nas atividades propostas, contribuindo para a fixação dos conteúdos e para a superação de dificuldades conceituais.

A presente pesquisa teve como objetivo geral investigar os desafios e as oportunidades associados ao ensino de funções em uma turma da 1ª série do Ensino Médio, a partir da aplicação de atividades práticas baseadas na Resolução de Problemas contextualizados, utilizando cartões educativos como recurso pedagógico. A experiência demonstrou que o uso intencional de estratégias didáticas diferenciadas pode contribuir significativamente para o processo de ensino-aprendizagem, especialmente no que diz respeito à compreensão conceitual e à aplicação prática das funções.

A análise dos dados obtidos por meio de observações, atividades desenvolvidas em sala, aplicação da sequência didática e avaliações diagnósticas permitiu constatar avanços no desempenho dos alunos em relação aos objetivos específicos propostos. Observou-se uma evolução na capacidade dos estudantes em traduzir situações-problema do cotidiano para a linguagem matemática formal, bem como no caminho inverso, ao converter expressões algébricas em interpretações contextualizadas, o que demonstra maior domínio do vocabulário matemático e das habilidades de abstração e interpretação.

Além disso, os alunos mostraram-se mais aptos a identificar e distinguir funções afins e quadráticas, tanto por meio de suas representações algébricas quanto pela análise de gráficos. A compreensão de conceitos fundamentais como domínio, imagem, contradomínio e o comportamento das funções foi fortalecida com o suporte dos Cartões Educacionais, que auxiliaram na visualização e manipulação de informações de maneira mais concreta e acessível.

Outro avanço importante foi observado na conexão entre diferentes representações – gráfica, algébrica e tabular – das funções, promovendo uma visão mais integrada do conteúdo e facilitando a modelagem de fenômenos reais por meio de funções matemáticas. A estratégia adotada também favoreceu a recomposição da aprendizagem, oferecendo oportunidades de revisão e aprofundamento de conhecimentos que são essenciais para o desenvolvimento da proficiência matemática.

Por fim, a avaliação da sequência didática e do progresso dos alunos indicou que a proposta foi eficaz em promover uma aprendizagem mais ativa, contextualizada e significativa. A mediação do professor, aliada ao uso de materiais didáticos interativos e à Resolução de Problemas, contribuiu para maior engajamento, participação e autonomia dos estudantes.

Conclui-se, portanto, que a utilização de metodologias alternativas, como a Resolução de Problemas associada ao uso de cartões educativos, representa uma estratégia promissora para o ensino de funções no Ensino Médio, sobretudo quando o objetivo é desenvolver competências matemáticas de forma crítica, contextualizada e integrada.

REFERÊNCIAS

BARROS, Claudemir Galdino de; GERVÁZIO, Suemilton Nunes. **A importância da metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de Matemática e o que presumem professores da rede municipal de Alhandra/PB sobre o tema**. Revista Educação Pública, v. 21, n. 39, 26 de outubro de 2021. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/39/a-importancia-da-metodologia-de-resolucao-de-problemas-nas-aulas-de-matematica-e-o-que-presumem-professores-da-rede-municipal-de-alhandrapb-sobre-o-tema . Acesso em 11 de outubro de 2024.

BRAGA, E. d. S. d. O. **Resolução de problemas no ensino da matemática: algumas considerações**. Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 11, n. 1, p. 3, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/article/download/243854/pdf/174969 . Acesso em 11 de outubro de 2024.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de Matemática Elementar: Conjuntos e Funções.* São Paulo: Atual Editora, 9ª edição, São Paulo - 2013.

GONÇALVES, Tiago. O que é metodologia de aprendizagem baseada em problemas e qual sua relevância na educação corporativa. *FGV Educação Executiva*, 2024. Disponível em: https://educacao-executiva-in-company.fgv.br/insights/artigos/o-que-e-metodologia-de-aprendizagem-baseada-em-problemas-e-qual-sua-relevancia-na#:~:text=O%20que%20%C3%A9%20Aprendizagem%20Baseada,visando%20compet%C3%AAncias%20a%20serem%20adquiridas. Acesso em 13 de outubro. 2024.

TODA MATERIA. Função afim. *Toda Matéria*, [2024]. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/funcao-afim/. Acesso em 13 de outubro de 2024.

DESCOMPLICA. Função do primeiro grau. *Descomplica*, [2024]. Disponível em: https://descomplica.com.br/d/vs/aula/funcao-do-primeiro-grau/. Acesso em 13 de outubro de 2024.

STOODI. Função afim. *Stoodi*, [2024]. Disponível em: https://blog.stoodi.com.br/blog/matematica/funcao-afim/. Acesso em 13 de outubro de 2024.

ESTRATÉGIA MILITAR. O que é função afim. *Estratégia Militar*, [2024]. Disponível em: https://militares.estrategia.com/portal/materias-e-dicas/matematica/o-que-e-funcao-afimAcesso em 13 de outubro de 2024.

TODA MATÉRIA. Função quadrática. *Toda Matéria*, [2024]. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/funcao-quadratica/. afim. Acesso em 13 de outubro de 2024.

BRASIL ESCOLA. Função de segundo grau. *Brasil Escola*, [2024]. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/funcao-de-segundo-grau.htm. afimAcesso em 13 de outubro de 2024.

MUNDO EDUCAÇÃO. Função de 2º grau. *Mundo Educação*, [2024]. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/funcao-2-grau.htm. afim. Acesso em 13 de outubro de 2024.

SECRETARIA DO ESTADO DE EDUCAÇÃO. 1º série - Matemática - Manual do professor: Cadernos 3 e 4. *SEDUC - Secretaria do Estado de Educação; FGV - Fundação Getúlio Vargas, Sistema MAXI de Ensino*, 2023.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. *Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas*, 2009.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; HÖPNER NOGUTI, Fabiane Cristina; JUSTULIN, Andresa Maria (Orgs.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

PÓLYA, George. *A arte de resolver problemas*. 2. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo (EDUSP), 2006.

LUCKESI, Cipriano Carlos. Avaliação da aprendizagem: componente do ato pedagógico. São Paulo: Cortez, 2011.

ROCHA, João do Socorro Silva; MOURA E SOUSA, Maria das Graças R. de; OLIVEIRA, Vera Lúcia Costa. *Avaliação da aprendizagem*. Teresina: CEAD/EDUFPI, 2014.

FARIA, Ana Lúcia Goulart de (Org.). *Por uma Cultura da Infância: Metodologias de Pesquisa com Crianças*. São Paulo: Autores Associados, 2009.

RAVAGNANI, J. A. D. C.; MARQUES, A. C. T. L.

George Po lya e o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores de Matemática. *Posgere*, v. 1, p. 30–53, 2017.

BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso, 2018.

ONUCHIC, José Carlos; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **A metodologia da Resolução de Problemas na formação de professores de matemática**. In: MACHADO, Sílvia C. (org.). *Educando para a compreensão: experiências e reflexões*. Campinas, SP: Papirus, 2011.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. 2. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1995.

FREITAS, Denise Silva de; PENTEADO, Miriam Godoy. *Tecnologias digitais no ensino de Matemática: o software GeoGebra como recurso didático*. In: MACHADO, Sílvia Cristina (org.). *Tecnologia no ensino: caminhos para a inovação na Educação Matemática*. Campinas, SP: Papirus, 2011. p. 55–74.

A correção ortográfica e gramatical deste trabalho foi realizada com o suporte de ferramentas de Inteligência Artificial (ChatGPT), empregadas apenas para fins de revisão textual.

APÊNDICE A- SEQUÊNCIA DIDÁTICA: FUNÇÃO AFIM

Tema: Função Afim

Duração: 5 dias, 3 aulas cada dia (50 minutos cada aula)

Dia 1: (expositiva) Introdução à Função Afim

Objetivos:

- Compreender o conceito de função afim.
- Identificar a forma geral da função afim.

Atividades:

1. **Explanação Teórica:** Apresentar a definição da função afim $f(x) = ax + b$.
2. **Exemplo Prático:** Mostrar exemplos de funções afins e discutir o significado dos coeficientes a (inclinação) e b (intercepto).
3. **Atividade Interativa:** Utilizar régua, quadro branco e o GeoGebra para desenhar gráficos de diferentes funções afins, variando os valores de a e b.
4. **Avaliação formativa**: Será executada uma avaliação formativa para verificar o aprendizado relativo à identificação dos coeficientes a e b e sua interpretação geométrica.

Recursos:

- Quadro branco.
- Software de gráficos (GeoGebra, por exemplo).

Dia 2: (expositiva) Propriedades da Função Afim

Objetivos:

- Identificar as propriedades das funções afins.
- Compreender a relação entre a função e seu gráfico.

Atividades:

1. **Discussão em Equipes:** Analisar como a alteração dos coeficientes a e b altera o gráfico.
2. **Exercício Prático:** Os alunos devem criar gráficos de funções afins com diferentes valores de a e b.
3. **Debate:** Promover um debate sobre como a função afim pode ser aplicada em contextos da vida real.

Recursos:

- Caderno quadriculado.
- Material gráfico (impressões de gráficos).

Dia 3: (expositiva/ativa) Interpretação Gráfica e Aplicações

Objetivos:

- Interpretação de gráficos de funções afins.
- Aplicação da função afim em situações do cotidiano.

Atividades:

1. **Avaliação formativa**: Aplicar um TBL(Team-Based Learning) para verificar o aprendizado relativo às propriedades e relações entre a função e seu gráfico.
2. **Exercícios de Interpretação:** Fornecer gráficos e pedir para os alunos identificarem a função correspondente.
3. **Estudo de Caso:** Apresentar um problema do mundo real (ex: custo de produção de um produto) e pedir aos alunos que desenvolvam uma função afim para modelar a situação.
4. **Apresentação:** Cada Equipe apresenta sua função e justifica suas escolhas.

Recursos:

- Estudos de caso (material impresso).
- TV para apresentações.

Dia 4: (ativa/modelagem) Atividade Prática

Objetivos:

- Consolidar o aprendizado por meio de uma atividade prática.

Atividades:

1. **Coleta de Dados:** Os alunos podem coletar dados de uma situação do cotidiano (ex: preço de produtos em função da quantidade) e comparar os resultados obtidos.
2. **Modelagem:** Com os dados coletados, os alunos devem construir a função afim correspondente.
3. **Apresentação de Resultados:** Cada grupo apresenta sua função e o gráfico correspondente.

Recursos:

- Caderno para anotações e cálculos.

Dia 5: (Expositiva) Revisão e Avaliação

Objetivos:

- Revisar os conceitos aprendidos.
- Avaliar o aprendizado dos alunos.

Atividades:

1. **Revisão Coletiva:** Fazer um resumo dos principais conceitos sobre função afim.
2. **Teste:** Aplicar um teste que inclua questões teóricas e práticas sobre função afim (interpretação de gráficos, resolução de equações).
3. **Feedback:** Discussão sobre o que aprenderam e dificuldades encontradas.

Recursos:

- Provas impressas.
- Quadro para resumo.

Considerações Finais

- **Avaliação:** A avaliação acontecerá de forma contínua, observando a participação nas atividades e o desempenho nas tarefas.
- **Diferenciação:** Propor desafios adicionais para alunos que avançarem mais rápido ou que tenham interesse em aprofundar-se no tema.

Essa sequência didática permite que os alunos compreendam a função afim de maneira prática e contextualizada, promovendo um aprendizado significativo.

APÊNDICE B - SEQUÊNCIA DIDÁTICA: FUNÇÃO QUADRÁTICA

Tema: Função Quadrática

Duração: 5 dias, 3 aulas cada dia (50 minutos cada aula).

Dia 1: (Expositiva) Introdução à Função Quadrática

Objetivos:

- Compreender o conceito de função quadrática.
- Identificar a forma geral da função quadrática.

Atividades:

1. **Explanação Teórica:** Apresentar a definição da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.
2. **Exemplos Práticos:** Mostrar gráficos de diferentes funções quadráticas e discutir como os coeficientes a, b e c influenciam a forma do gráfico.
3. **Atividade Interativa:** Usar um software (GeoGebra) para desenhar gráficos e observar as mudanças.

Recursos:

- Quadro branco.
- Software de gráficos (GeoGebra).

Dia 2: (Expositiva) Propriedades da Função Quadrática

Objetivos:

- Identificar as propriedades das funções quadráticas.
- Compreender a forma do gráfico (parábola) e suas características.

Atividades:

1. **Discussão em Grupo:** Analisar a abertura da parábola (valor de a) e as interseções com o eixo x (raízes).
2. **Exercício Prático:** Pedir aos alunos para calcular as raízes de funções quadráticas simples usando a fórmula resolutiva.
3. **Desenho de Gráficos:** Cada aluno ou grupo deve desenhar o gráfico de uma função quadrática dada e identificar suas raízes e coordenadas do vértice.

Recursos:

- Caderno quadriculado.

Dia 3: (Expositiva) Interpretação Gráfica e Aplicações

Objetivos:

- Interpretar gráficos de funções quadráticas.
- Aplicar a função quadrática em contextos do cotidiano.

Atividades:

1. **Exercícios de Interpretação:** Fornecer gráficos e pedir que os alunos identifiquem a função correspondente e suas características (coordenadas do vértice, raízes).
2. **Estudo de Caso:** Apresentar uma situação real (ex: movimento de um projétil) e pedir que os alunos desenvolvam uma função quadrática para modelar a situação.
3. **Apresentação:** Cada grupo apresenta para turma a função que criaram e discute as implicações.

Recursos:

- Estudos de casos impressos.
- TV para apresentações.

Dia 4: (Ativa) Atividade Prática

Objetivos:

- Consolidar o aprendizado por meio de atividades práticas.

Atividades:

1. **Coleta de Dados:** Os alunos podem coletar dados de um experimento (ex: altura de um objeto lançado em função do tempo), usando régua ou fita métrica para fazer as medições a serem utilizadas na construção de gráficos,
2. **Modelagem:** Usar os dados coletados para construir a função quadrática correspondente.
3. **Gráficos:** Criar gráficos no caderno quadriculado a partir dos dados e discutir os resultados.

Recursos:

- Caderno para anotações, cálculos e gráficos;
- Régua ou fita métrica.

Dia 5: Revisão e Avaliação

Objetivos:

- Revisar os conceitos aprendidos.
- Avaliar o aprendizado dos alunos.

Atividades:

1. **Revisão Coletiva:** Resumir os principais conceitos sobre função quadrática e suas propriedades, fazendo o uso do quadro branco.
2. **Teste:** Aplicar um teste com questões teóricas e práticas sobre função quadrática (interpretação de gráficos, resolução de equações, etc.).
3. **Feedback:** Discussão sobre o que aprenderam e as dificuldades enfrentadas.

Recursos:

- Provas impressas.
- Quadro para resumo.
- Jogos com cartões manipuláveis.

Considerações Finais

- **Avaliação:** A avaliação será contínua, observando a participação nas atividades e o desempenho nas tarefas.
- **Diferenciação:** Oferecer desafios adicionais para alunos que avançarem mais rápido ou que tenham interesse em aprofundar-se no tema.

Essa sequência didática proporciona um aprendizado significativo sobre função quadrática, combinando teoria, prática e aplicações reais.

APÊNDICE C - RELATOS DOS ESTUDANTES QUANTO À MOTIVAÇÃO GERADA PELO ESTUDO DAS FUNÇÕES

DEPOIMENTOS DOS ESTUDANTES SOBRE O USO DE CARTÕES EDUCACIONAIS NO ENCERRAMENTO DO CONTEÚDO.

- *Eu consegui entender melhor usando Cartões Educacionais, a gente teve que pensar, discutir em dupla e usar o raciocínio.*
- *Foi bem diferente das aulas normais e me ajudou a aprender de verdade.*
- *Achei legal porque a gente não ficava só copiando do quadro.*
- *No começo achei que os cartões eram só brincadeira, mas depois vi que dava pra aprender mesmo.*
- *Antes, eu só copiava a matéria e fazia exercícios do livro. Agora, com os problemas dos cartões, a gente via para que serve a função na vida real, tipo calcular preço de alguma coisa.*
- *A parte que mais gostei foi quando usamos os cartões no jogo no final. Era como uma revisão divertida.*
- *Eu sempre achei as funções algo muito complicado, mas quando a gente começou a usar os cartões com problemas reais, ficou mais fácil entender.*
- *Nunca gostei de matemática, mas essa atividade foi diferente. Os cartões pareciam jogos, mas exigiam que a gente pensasse.*
- *No final, a parte do jogo com os cartões foi muito legal. A gente revisou tudo sem perceber que estava estudando.*
- *Eu não conseguia entender a função quadrática só com a explicação do livro. Mas quando vi o gráfico nos cartões e fiz os cálculos junto com a turma, tudo ficou mais claro.*
- *Antes eu não entendia muito bem o que era uma função, achava que era só mais uma fórmula. Com os cartões e os problemas que a gente tinha que resolver, percebi que dava pra usar funções para resolver situações do dia a dia.*
- *Achei interessante que os cartões não traziam só conta pra fazer, mas situações que a gente precisava entender e interpretar.*
- *Achei que os cartões deixaram a aula mais divertida e menos cansativa. Como cada grupo tinha que resolver um problema diferente, depois a gente apresentava e aprendia com os outros também. Assim eu consegui entender mais rápido o conteúdo.*
- *Trabalhar com os cartões e os problemas foi diferente. A gente tinha que discutir o que estava acontecendo no problema, identificar as variáveis e depois escrever a função. Isso me ajudou a entender que a matemática também serve para explicar coisas da vida.*
- *Os cartões ajudaram a deixar a matéria menos cansativa. Resolver os problemas foi como fazer parte da história. A gente se envolvia mais, e eu conseguia lembrar melhor do que aprendi. Foi uma experiência diferente e muito boa.*
- *Gostei muito quando a gente usou os cartões. A gente resolve problemas, discute ideias e vê como a matemática pode ajudar a resolver coisas do dia a dia. Isso me motivou mais.*
- *O mais legal foi perceber que a gente conseguia entender um problema, montar a função e até prever o que ia acontecer com os dados. Nunca pensei que seria capaz de fazer isso, mas com a ajuda dos cartões e da explicação da professora, eu consegui.*

- *Achei diferente e interessante aprender funções com os cartões. Cada problema parecia um desafio, e isso me fez querer resolver. Foi melhor do que só copiar do quadro, porque a gente precisava entender a situação primeiro e depois pensar na função.*
- *No começo achei que seria difícil, mas os cartões ajudaram muito. As situações eram parecidas com coisas do dia a dia, então consegui entender mais fácil como montar a função. Agora entendo melhor quando usar uma função polinomial do primeiro ou segundo grau.*
- *Trabalhar em grupo foi bom, mas nem todo mundo ajudava. Acabava que só dois faziam o exercício e o resto ficava quieto. Acho que isso atrapalhou meu aprendizado, porque nem sempre conseguia tirar todas as dúvidas.*
- *Gostei muito de trabalhar em grupo com os cartões. A gente discutia cada problema, e isso me ajudava a entender o raciocínio dos colegas. Aprendi a ver as funções como uma ferramenta para resolver situações reais.*
- *Não me adaptei muito ao uso dos cartões. Achei que era uma forma diferente, mas não consegui aprender melhor com isso. Me sentia mais confortável com os exemplos tradicionais, com explicações passo a passo.*
- *A gente não só resolvia contas, a gente interpretava o problema, fazia os cálculos e depois ainda conferia com o gráfico. Achei isso muito legal. Com os cartões, eu aprendi que uma função pode representar várias situações do dia a dia*
- *As aulas com os cartões educativos me ajudaram a entender melhor o conteúdo. O professor explicava, mas o legal era que a gente mesmo construía o raciocínio. Foi mais fácil entender domínio, imagem e a diferença entre as funções.*
- *Eu nunca gostei de matemática, mas com os cartões, as aulas ficaram mais leves. Parecia que a gente estava jogando, mas na verdade estava aprendendo. E quando acertava a função certa no final, dava uma sensação de conquista.*
- *A melhor parte foi perceber que não existe um único jeito de resolver o problema. Com os cartões, cada um pensava de um jeito, e isso ajudava a aprender mais. Eu consegui entender melhor a função afim e até montar gráficos com mais segurança.*
- *Eu sempre tive dificuldade em montar a equação a partir de um problema. Com os cartões, ficou mais fácil entender o que cada parte do texto representava. Agora consigo identificar a variável e montar a função sozinha.*
- *Aprender com os cartões foi mais interessante porque os problemas eram parecidos com coisas que podem acontecer de verdade. Isso me ajudou a entender para que serve uma função. Eu parei de pensar na matemática só como número e comecei a ver algo útil.*

- *Gostei da ideia de resolver problemas, mas acho que os cartões podiam ser mais objetivos. Alguns tinham muitas informações e eu me perdia. Preferia fazer exercícios mais diretos no livro, porque ia mais rápido.*
- *Foi legal ver como uma função pode representar uma situação real. Com os cartões, cada problema tinha um contexto, e a gente tinha que ler com atenção e interpretar. Isso me ajudou muito com a parte de interpretação que eu sempre tive dificuldade.*
- *Achei que a aula ia ser como sempre, só lousa e exercício, mas com os cartões e os problemas, a gente teve que pensar de verdade. E quando dava certo, eu sentia que tinha aprendido de verdade. Foi diferente e bem mais legal.*

DEPOIMENTOS DOS ESTUDANTES SOBRE AS IMAGENS NO GEOGEBRA

- *Eu nunca tinha entendido direito o que era uma parábola, mas com as imagens e os gráficos ficou muito mais claro.*
- *Ver o gráfico no GeoGebra me ajudou a entender o que é domínio e imagem. Eu consegui ver até onde a função ia e quais valores ela assumia. Antes, isso era só teoria pra mim, agora faz sentido.*
- *O mais interessante foi perceber que o gráfico da função não é só um desenho, ele mostra tudo o que está acontecendo com a equação. No GeoGebra, a gente via os pontos, as raízes e até o vértice aparecendo na tela.*
- *Visualizar o gráfico foi essencial. Quando a gente só resolve no papel, às vezes a gente não entende o que está acontecendo. Com o GeoGebra, tudo ficou mais claro: eu via as raízes, o eixo de simetria, e como os números influenciavam o gráfico.*

DEPOIMENTOS DOS ESTUDANTES SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

- *Foi diferente das aulas normais, porque a gente participava mais e a professora explicava só quando a gente já tinha tentado resolver. Isso me fez aprender mais.*
- *Gostei muito do jeito como aprendemos funções. A gente teve que usar raciocínio lógico e discutir as melhores formas de resolver.*
- *Aprendi a reconhecer quando é uma função polinomial do 1º grau ou do 2º grau só de olhar para o gráfico ou a equação.*
- *Os exemplos não eram só contas, tinham histórias, situações, dava pra imaginar. Ajudou muito na hora de lembrar como fazer.*
- *Gostei de trabalhar em grupo com os cartões. Cada um ajudava com uma parte, e juntos a gente conseguia resolver.*
- *Às vezes um colega explicava de um jeito diferente do professor, e isso me ajudava a entender melhor. Achei que aprendi mais assim.*
- *Não era só copiar. E quando errava, dava vontade de tentar de novo. Não ficava com vergonha, porque todo mundo estava tentando junto.*
- *Achei interessante, nunca tinha pensado que dava pra usar funções para entender coisas do dia a dia.*
- *A aula ficou mais próxima da realidade, e isso me deu mais vontade de aprender.*
- *A gente tinha que pensar, discutir, testar. Foi desafiador, mas depois de um tempo percebi que estava entendendo melhor o que era função. Antes eu só decorava.*
- *Acertar as respostas dava uma sensação boa, e quando errava, a professora explicava com base no que a gente já tinha feito. Isso fez muita diferença pra mim.*
- *Resolver problemas com exemplos reais, me fez prestar mais atenção. Era legal resolver em grupo, porque a gente pensava junto e tirava dúvidas na hora.*
- *Foi bom porque eu aprendi a transformar o problema em uma equação. E o melhor foi ver que dava pra resolver de diferentes jeitos.*
- *Antes eu via função só como uma fórmula complicada. Mas quando começamos a resolver problemas, percebi que cada situação precisava de um tipo de raciocínio. Isso me fez entender melhor o que é uma função e como ela aparece em coisas simples, como calcular o preço de um produto ou o tempo de uma viagem.*

- *Resolver problemas me ajudou a pensar mais. Não era só aplicar fórmula, a gente tinha que entender a situação, montar a função e depois interpretar o resultado. No começo foi difícil, mas depois comecei a gostar. Me senti mais preparado para a prova.*
- *A Resolução de Problemas mudou a forma como eu enxergava as aulas de matemática. Quando a professora trazia exemplos do nosso cotidiano, ficou muito mais fácil ver onde usar as funções.*
- *Nunca fui bom em matemática, mas quando começamos a resolver problemas, percebi que dava pra aprender mesmo errando. A gente discutia em grupo, tentava diferentes estratégias e no fim entendia a lógica por trás da função. Foi muito mais produtivo do que só copiar e fazer exercícios automáticos.*
- *A parte mais legal foi quando tivemos que resolver um problema sobre lucro de uma empresa. A gente teve que montar uma função do segundo grau e analisar o gráfico.*
- *Aprender funções resolvendo problemas foi mais interessante porque a gente tinha que pensar. Eu comecei a entender melhor como os números estão ligados a situações reais. Isso me deu mais confiança na hora de resolver questões.*
- *Usar problemas reais me ajudou a entender a função como uma ferramenta, não só um conteúdo para passar na prova.*
- *Aprender por meio da Resolução de Problemas me fez pensar mais. Eu tinha que entender o enunciado, montar a função e interpretar os resultados. No começo foi complicado, mas depois comecei a acertar sozinho e fiquei mais confiante.*
- *Com os problemas, a gente não decorava fórmulas, a gente entendia a situação e depois montava a função. Isso me ajudou a lembrar melhor do conteúdo.*

APÊNDICE D – REGRAS DO JOGO “DESAFIO DAS FUNÇÕES”

Regra do Jogo: Desafio das Funções

- Os alunos serão organizados em grupos de 4 participantes, divididos em duplas que competem entre si (par contra par).
- Cada grupo receberá um kit de cartões contendo perguntas e respostas com situações-problema.

Etapas do jogo:

1. Cada dupla deverá:
    - Interpretar a situação-problema apresentada;
    - Identificar o tipo de função envolvida (afim ou quadrática);
    - Montar corretamente a expressão algébrica;
    - Resolver a expressão;
    - Conferir a resposta com a dupla adversária, promovendo o debate e a comparação dos raciocínios.
2. Pontuação:
    - A cada acerto, a dupla marca 1 ponto.
    - Em caso de dúvidas entre as duplas, o professor atua como mediador após a argumentação dos pares.
3. Finalização:
    - Vence a dupla que acertar o maior número de questões ao final da rodada.

Objetivos pedagógicos:

- Desenvolver o raciocínio lógico;
- Estimular o trabalho em equipe e a argumentação matemática;
- Consolidar o conceito de funções por meio da Resolução de Problemas contextualizados.

APÊNDICE E - EXEMPLOS DE IMAGENS DE PARÁBOLAS APRESENTADAS AOS ESTUDANTES POR MEIO DO GEOGEBRA.

Imagem 1.

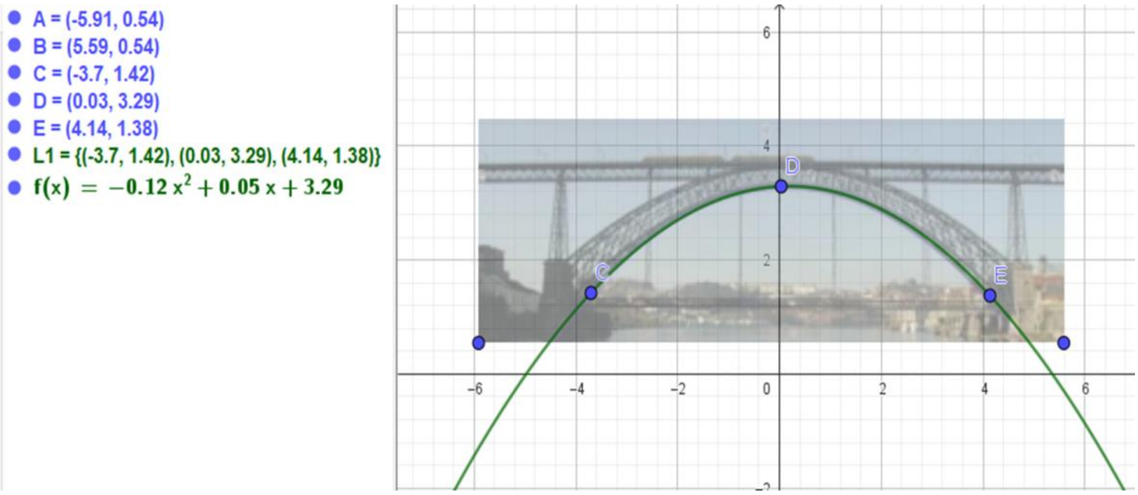


Imagem 2.

Imagem 3.

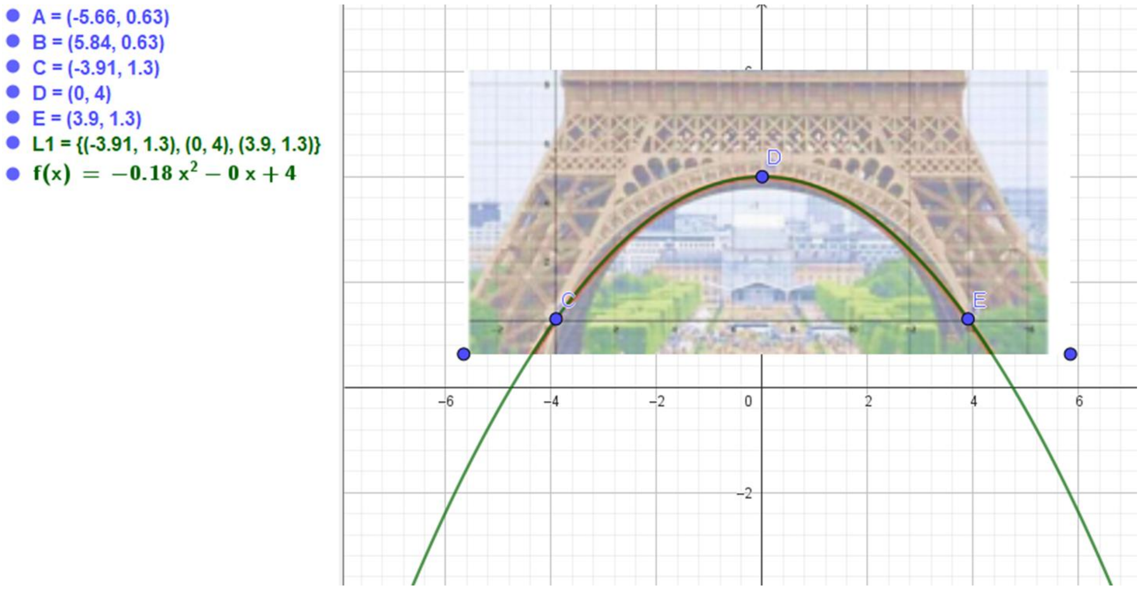


Imagem 4.

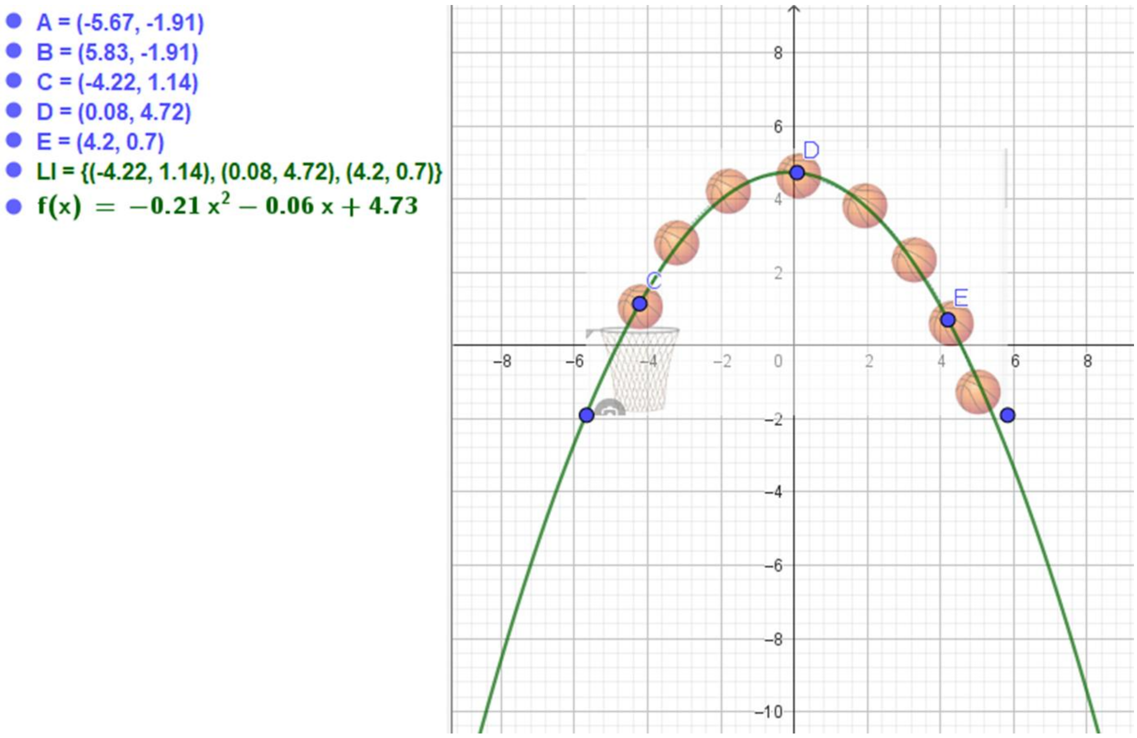


Imagem 5.

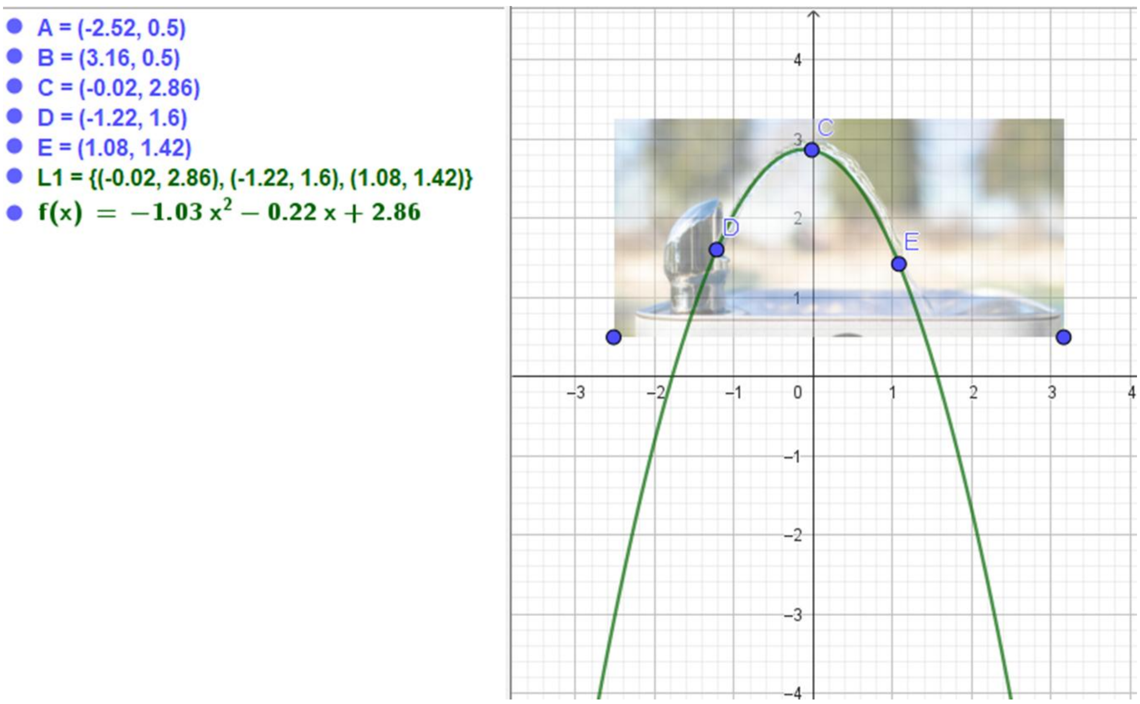


Imagem 6.

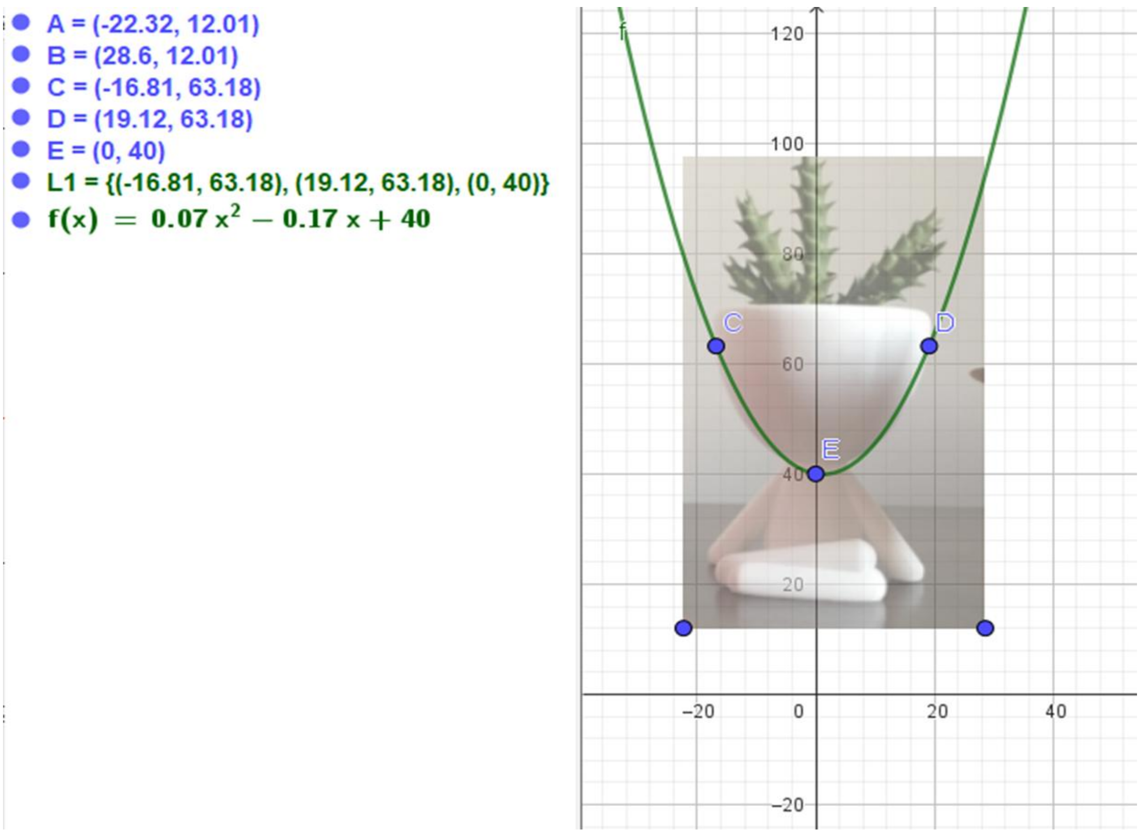
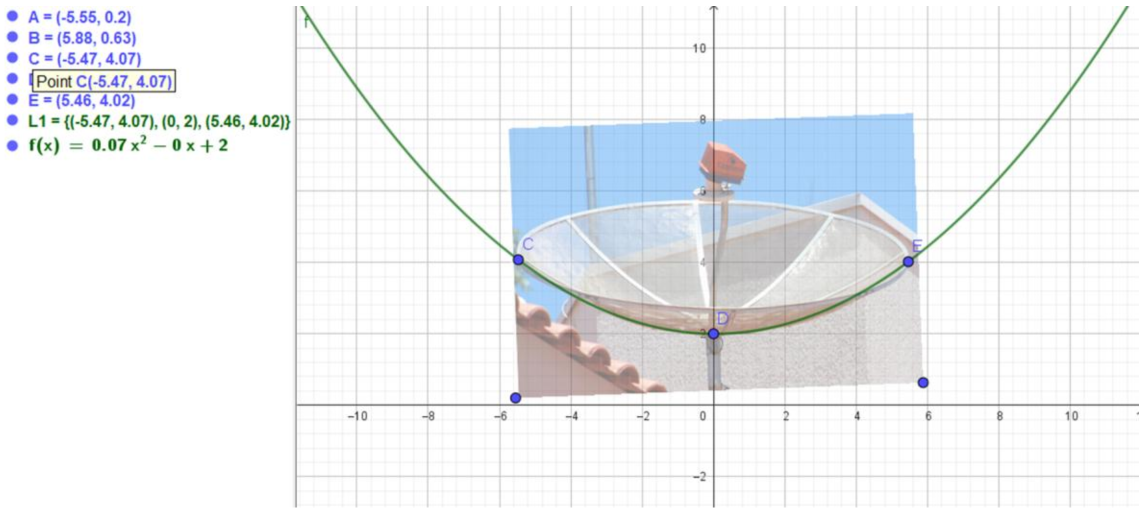
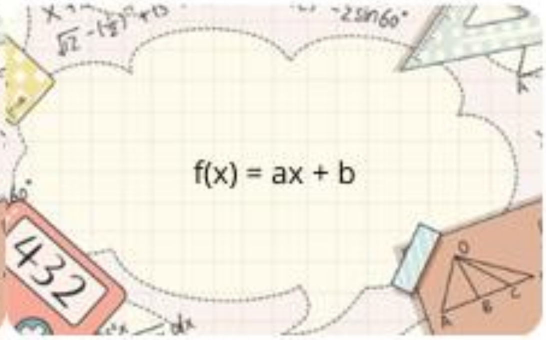
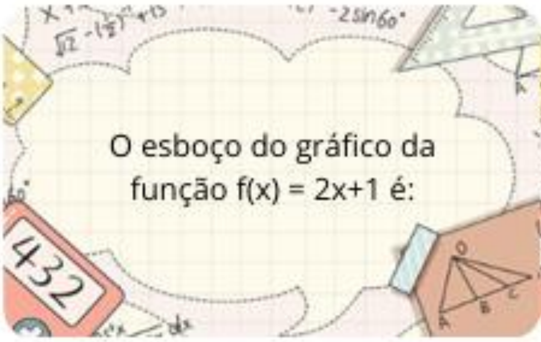


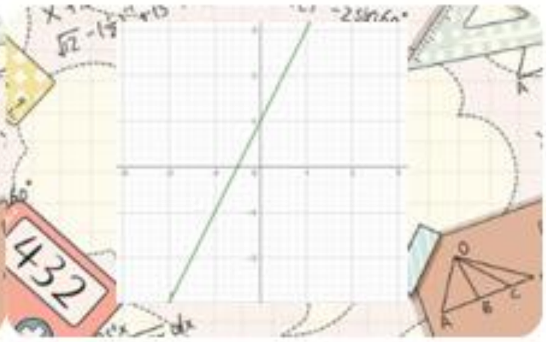
Imagem 7.

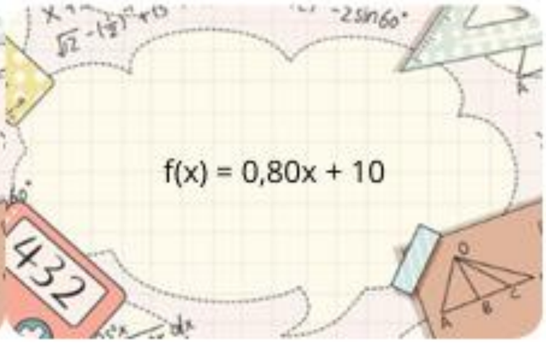

A = (-5.55, 0.2)
B = (5.88, 0.63)
C = (-5.47, 4.07)
Point C(-5.47, 4.07)
E = (5.46, 4.02)
L1 = {(-5.47, 4.07), (0, 2), (5.46, 4.02)}
f(x) = 0.07 x² − 0 x + 2
C
D
E
f

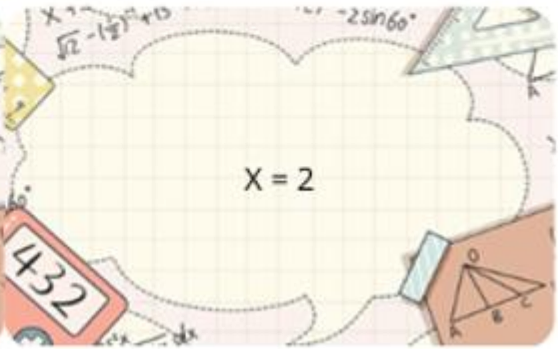
APÊNDICE F – CARTAS DO JOGO: DESAFIO DAS FUNÇÕES.







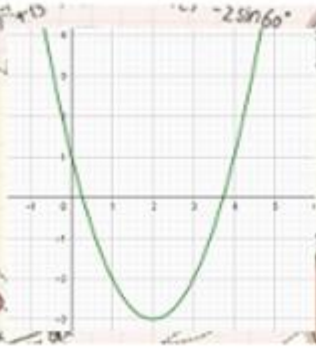




Em um estacionamento, o valor cobrado é composto por uma taxa fixa de R$ 5,00, mais R$ 3,50 por cada hora de permanência. Quanto pagará uma pessoa que deixou o carro estacionado por 3 horas?

A pessoa pagará R$ 15,50 pelo estacionamento de 3 horas.

Esboço do gráfico da função $f(X) = x^2 - 4x + 1$, que intercepta o eixo y em (0,1).

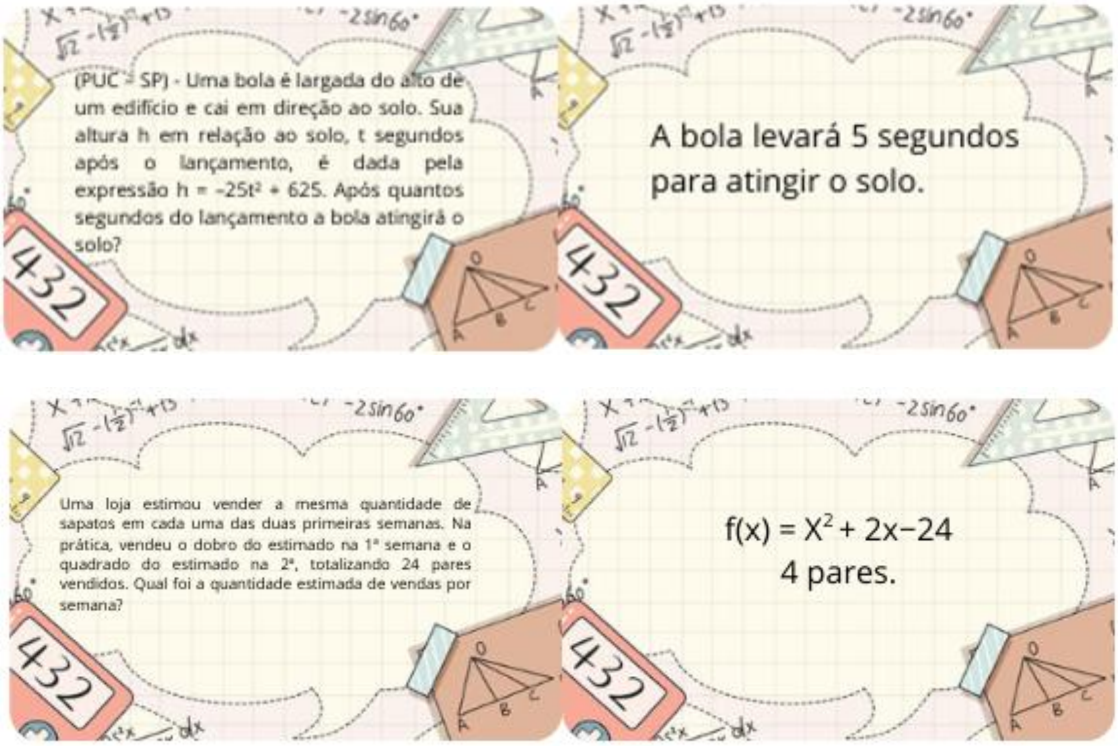


A lei de formação da função polinomial do 2º grau é expressa pela fórmula:

$f(x) = ax^2 + bx + c$.

As raízes da função quadrática $f(x) = x^2 + 2x - 3$, são:

{1, -3}



Fonte: Elaborado no Canva.

APÊNDICE G – PRÉ-TESTE

1) Uma gráfica cobra R$ 50,00 de taxa fixa para iniciar um serviço e mais R$ 2,00 por cada convite impresso. Sabendo disso, qual é a função que representa o custo total (C) em função da quantidade de convites (x)?

a) $f(x) = 50x + 2$

b) $f(x) = 2x + 50$

c) a) $f(x) = 100x$

d) $f(x) = 50x + 100$

2) Uma empresa cobra uma taxa fixa de R$40,00 por um serviço, mais R$ 5,00 por hora de trabalho. O valor cobrado por 8 horas de serviço é:

a) R$ 80,00

b) R$ 45,00

c) R$ 200,00

d) R$ 325,00

3) A trajetória de uma bola lançada ao ar é dada pela função:

$h(t) = -5t^2 + 20t$ onde $h(t)$ representa a altura (em metros) da bola em relação ao tempo t (em segundos). A altura máxima atingida pela bola é:

a) 2 m

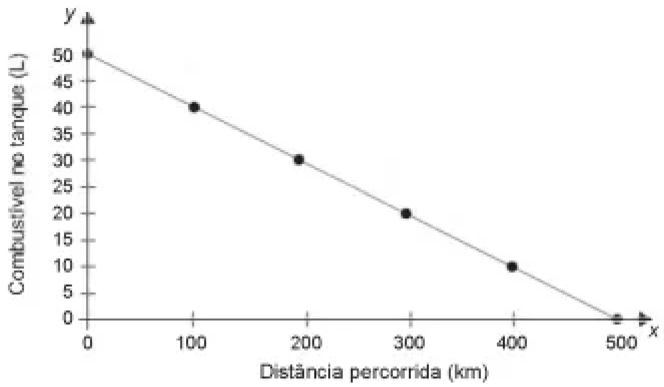
b) 20 m

c) 15m

d) 4 m

4) (Enem 2018 – PPL) Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no

tanque é indicada no eixo *y* (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo *x* (horizontal).



A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é:

a) $y = -10x + 500$

b) $y = \frac{-x}{10} + 50$

c) $y = \frac{-x}{10} + 500$

d) $y = \frac{x}{10} + 50$

e) $y = \frac{x}{10} + 500$

5) Quais os pontos de encontro do gráfico da função $f(x) = x^2 + 6x + 8$, definida nos números reais, com o eixo *x* do plano cartesiano?

a) (2, 0) e (4, 0)

b) (– 2, 0) e (4, 0)

c) (– 2, 0) e (– 4, 0)

d) (0, – 2) e (0, – 4)

APÊNDICE H – PÓS-TESTE

1) Um eletricista cobra uma taxa fixa de R$ 60,00 para realizar um serviço e R$ 10,00 por metro de fio instalado. Qual é a função que representa o custo total C(x) em função da quantidade de metros de fio x?

a) $C(x) = 60x + 10$

b) $C(x) = 10x + 60$

c) $C(x) = 70x$

d) $C(x) = 60 + x$

2) Um encanador cobra uma taxa fixa de R$ 30,00, mais R$ 15,00 por hora trabalhada. Qual será o valor cobrado por um serviço que durou 6 horas?

a) R$120,00

b) R$90,00

c) R$180,00

d) R$75,00

3) A altura (em metros) de um foguete após o lançamento é dada por: $h(t) = -4t^2 + 32t$, onde t é o tempo em segundos. Qual é a altura máxima atingida pelo foguete?

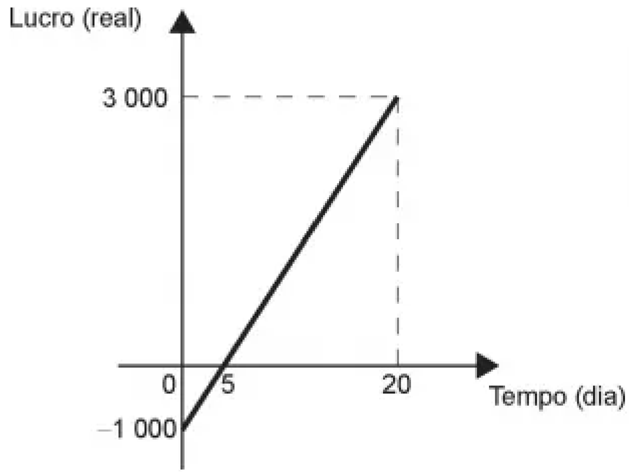
a) 64 m

b) 32 m

c) 16 m

d) 8 m

4) (Enem 2017) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é:

A) L(t) = 20t + 3 000

B) L(t) = 20t + 4 000

C) L(t) = 200t

D) L(t) = 200t – 1 000

5) O gráfico da função $f(x) = x^2 + 2x - 15$ corta o eixo x em:

a) (–5, 0) e (3, 0)

b) (5, 0) e (–3, 0)

c) (–3, 0) e (–5, 0)

d) (0, 3) e (0, 5)