



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MATO GROSSO
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE SINOP
FACULDADE DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL PROFMAT



MARIA CAROLINA ROCHA NUNES

**AS POTENCIALIDADES DO JOGO PRICOM: UMA PROPOSTA
PARA O ENSINO DE NÚMEROS PRIMOS**

SINOP – MT
2025

MARIA CAROLINA ROCHA NUNES

AS POTENCIALIDADES DO JOGO PRICOM: UMA PROPOSTA PARA O
ENSINO DE NÚMEROS PRIMOS

Dissertação apresentada à Banca Examinadora do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) – UNEMAT, Campus Universitário de Sinop-MT, como pré-requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Dra. Chiara Maria Seidel
Luciano Dias
Coorientador: Dr. Lee Yun Sheng

Ficha catalográfica elaborada pela Supervisão de Bibliotecas da UNEMAT Catalogação de
Publicação na Fonte. UNEMAT - Unidade padrão

N972p Nunes, Maria Carolina Rocha.
AS POTENCIALIDADES DO JOGO PRICOM:UMA PROPOSTA PARA O ENSINO
DE NÚMEROS PRIMOS / Maria Carolina Rocha Nunes. - Sinop, 2025.
62f.: il.

Universidade do Estado de Mato Grosso "Carlos Alberto Reyes
Maldonado", Matemática/SNP-PROFMAT - Sinop - Mestrado
Profissional, Campus Universitário De Sinop.

Dra. Chiara Maria Seidel Luciano Dias.
Dr. Lee Yun Sheng.

1. Pricom. 2. Ensino de Matemática. 3. Números Primos. I.
Dias, Universidade do Estado de Mato Grosso Dra. Chiara Maria
Seidel Luciano. II. Sheng, Universidade Federal de Mato Grosso
Dr. Lee Yun. III. Título.

UNEMAT / MISC B

CDU 37:51



MARIA CAROLINA ROCHA NUNES

**AS POTENCIALIDADES DO JOGO PRICOM: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO
DE NÚMEROS PRIMOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – ProfMat da Universidade do Estado de Mato Grosso/UNEMAT – Campus Universitário de Sinop, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador(a): Profa. Dra. Chiara Maria Seidel Luciano Dias
Aprovado em 08/07/2025

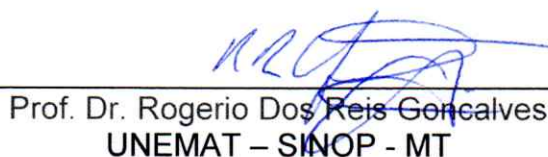
BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Chiara Maria Seidel Luciano Dias
UNEMAT – SINOP - MT



Prof. Dr. Lee Yun Sheng
UFMT – SINOP - MT



Prof. Dr. Rogerio Dos Reis Goncalves
UNEMAT – SINOP - MT



Prof. Dr. Rubens Pazim Carnevarollo Júnior
UFMT - SINOP - MT

Sinop/MT
2025

Agradecimentos

À Professora Dra. Chiara Maria Seidel, minha orientadora, expresso minha sincera gratidão pela orientação dedicada, pelas sugestões valiosas e pelo constante incentivo ao longo desta pesquisa. Sua competência, disponibilidade e generosidade foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho e para o meu crescimento acadêmico e pessoal.

Foi uma honra tê-la como professora e orientadora nesta importante etapa da minha formação.

Muito obrigada por todo o apoio e confiança.

Ao meu coorientador, Professor Dr. Lee Yun Sheng, agradeço imensamente pela orientação, paciência e pelas valiosas contribuições que foram fundamentais para a realização deste trabalho. Sua dedicação, competência e olhar atento enriqueceram profundamente esta pesquisa.

Aproveito também para expressar minha gratidão pessoal, como esposa, pelo apoio incondicional, incentivo constante e compreensão em todos os momentos desta trajetória. Sua presença foi essencial não apenas como coorientador, mas como companheiro de vida.

Muito obrigada por caminhar ao meu lado em todas as dimensões deste percurso.

RESUMO

Este estudo destaca a relevância do trabalho didático considerando os Números Primos e sua contribuição para a História da Matemática, sua inserção no currículo escolar e a proposta de um recurso educacional lúdico para seu ensino. Desde registros antigos como o Osso de Ishango, datado entre 20.000 a.C. e 18.000 a.C., até contribuições de matemáticos como Pitágoras (570 a. C.), Euclides de Alexandria (séc. III a.C.), Pierre de Fermat (1601-1665) e Leonhard Euler (1707 – 1783), os números primos têm ocupado papel central na cultura matemática e constituído conceito central para a Teoria dos Números. A infinitude do conjunto dos números primos, o Teorema Fundamental da Aritmética, o Crivo de Eratóstenes e critérios de divisibilidade são conceitos e elementos fundamentais para a compreensão da estrutura dos números primos. Para o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) recomenda o ensino de números primos a partir do 6º ano, pontuando a importância de classificá-los corretamente e utilizá-los na resolução de problemas envolvendo decomposição em fatores primos, Máximo Divisor Comum e Mínimo Múltiplo Comum. Para proporcionar motivação e contribuir com o ensino, foi desenvolvido o jogo PriCom, concebido para tornar o estudo dos números primos mais acessível e estimulante. No jogo, os participantes formam números com cartas e os classificam como primos ou compostos, utilizando raciocínio lógico e conhecimento matemático, além de desenvolver estratégias lúdicas. A dinâmica envolve acertos e penalizações, incentivando a compreensão das propriedades numéricas. Ao integrar história, teoria e prática pedagógica, o PriCom se mostra um recurso significativo para o ensino da matemática.

Palavras – chave: PriCom, Ensino de Matemática, Números Primos.

ABSTRACT

This study highlights the relevance of didactic work involving Prime Numbers and their contribution to the History of Mathematics, their inclusion in the school curriculum, and the proposal of a playful educational resource for their teaching. From ancient records such as the Ishango Bone, dated between 20,000 B.C. and 18,000 B.C., to contributions from mathematicians like Pythagoras (570 B.C.), Euclid of Alexandria (3rd century B.C.), Pierre de Fermat (1601–1665), and Leonhard Euler (1707–1783), prime numbers have played a central role in mathematical culture and constitute a key concept in Number Theory. The infinitude of the set of prime numbers, the Fundamental Theorem of Arithmetic, the Sieve of Eratosthenes, and divisibility rules are fundamental concepts and elements for understanding the structure of prime numbers. For Mathematics teaching in the final years of Elementary School, the Brazilian National Common Curricular Base (BNCC) recommends the teaching of prime numbers from the 6th grade, emphasizing the importance of correctly classifying them and using them to solve problems involving prime factorization, Greatest Common Divisor, and Least Common Multiple. To provide motivation and contribute to teaching, the PriCom game was developed, designed to make the study of prime numbers more accessible and engaging. In the game, participants form numbers using cards and classify them as prime or composite, applying logical reasoning and mathematical knowledge, while also developing playful strategies. The dynamics involve correct answers and penalties, encouraging the understanding of numerical properties. By integrating history, theory, and pedagogical practice, PriCom proves to be a meaningful resource for teaching mathematics.

Keywords: PriCom, Mathematics Teaching , Prime Numbers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Osso de Ishango	12
Figura 2 – Desenho dos dois lados do Osso de Ishango.....	13
Figura 3 - Crivo de Erastóstenes para $n = 2$	20
Figura 4 - Crivo de Erastóstenes para $n = 3$, após o $n = 2$	21
Figura 5 - Representação simbólica do jogo PriCom no universo ficcional do Rei dos Números gerada por IA.	36
Figura 6 – Cartinhas do jogo PriCom.....	37
Figura 7 – Desing da parte de trás de cada carta.	37
Figura 8 – Cartas que classificam um número como primo (à esquerda) ou composto (à direita).....	38
Figura 9 – Carta que classifica um número como nem primo nem composto	38
Figura 10 – Tabuleiro do jogo PriCom.....	39
Figura 11 – Tabela de Números Primos e Compostos.	39
Figura 12 – Alunos do curso Licenciatura em Matemática jogando PriCom.	47
Figura 13 – Tabuleiro com algumas cartas durante uma rodada do jogo PriCom.	48
Figura 14 – Tabuleiro.	60
Figura 15 – Costas das cartas.	61
Figura 16 – Fronte das Cartas com os algarismos de 0 a 9.	62
Figura 17 – Fronte das Cartas Especiais.....	63

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 CONTEXTUALIZANDO OS NÚMEROS PRIMOS	12
2.2 CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE.....	25
3 HABILIDADES E COMPETÊNCIAS NO ESTUDO DE NÚMEROS PRIMOS	33
3.1 A UTILIZAÇÃO DE JOGOS COMO MATERIAL DIDÁTICO	34
3.2 O RECURSO EDUCACIONAL	35
3.3 REGRAS DO JOGO	40
3.3.1 JOGO PRICOM	40
3.4 EMBASAMENTO MATEMÁTICO.....	44
4. SOCIALIZANDO O RECURSO EDUCACIONAL	46
4.1 VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL – JOGO PRICOM.....	46
4.2 RELATO DA VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL – JOGO PRICOM	47
4.3 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO APLICADO APÓS OFICINA	49
4.3.1 Perfil dos Participantes	49
4.3.2 Avaliação das Regras e Mecânicas do Jogo	50
4.3.3 Eficácia na Aprendizagem de Conceitos Matemáticos	51
4.3.4 Engajamento e Percepção dos Participantes	52
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
BIBLIOGRAFIA	57

1 INTRODUÇÃO

No ensino de conteúdos como números primos, compostos e critérios de divisibilidade, é essencial estimular o raciocínio lógico, a capacidade de identificar padrões a habilidade de aplicar propriedades numéricas, de modo que esses conceitos fundamentais da Aritmética se tornem mais compreensíveis e motivadores para os alunos da Educação Básica. Assim, realizar estratégias pedagógicas que promovam uma aprendizagem mais significativa e envolvente, superando abordagens expositivas, podem ser desafiadoras.

Nesse contexto, a utilização de jogos didáticos entendidos como ferramentas que aliam ludicidade e objetivos pedagógicos configura-se, portanto, como instrumento didático que estimula a participação, o engajamento e o raciocínio matemático dos alunos, favorecendo a construção do conhecimento de forma lúdica e contextualizada. Essa perspectiva dialoga com Grandó (2000), que defende o uso de jogos no ensino de matemática como estratégia que promove a interação, o desenvolvimento do raciocínio lógico e a ressignificação dos conteúdos escolares.

Considerando tal perspectiva, esta pesquisa propôs o desenvolvimento, aplicação e validação do jogo educativo **PriCom**, um produto educacional elaborado com o objetivo de auxiliar no ensino e aprendizagem dos conceitos de números primos, compostos e critérios de divisibilidade. O jogo foi concebido para ser aplicado, inicialmente, com números de dois algarismos, promovendo o raciocínio matemático por meio de uma dinâmica interativa e desafiadora, que estimula os participantes a identificarem, analisarem e classificarem números conforme suas propriedades.

A escolha do tema justifica-se pela relevância pedagógica de se buscar metodologias inovadoras que tornem o ensino da Matemática mais atrativo e acessível, bem como pela carência de recursos didáticos que explorem, de forma sistematizada e lúdica, conteúdos relacionados à Teoria dos Números na Educação Básica e na formação inicial de professores. Além disso, a proposta está alinhada às orientações das atuais políticas educacionais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que enfatizam o desenvolvimento do pensamento matemático e o uso de metodologias ativas.

A presente pesquisa orientou-se pela seguinte questão norteadora: Como um jogo didático pode contribuir para o ensino e aprendizagem dos números primos e compostos, bem como das regras de divisibilidade, de forma lúdica e significativa?

A partir dessa indagação, estabeleceu-se como objetivo geral: Desenvolver, aplicar e validar o jogo PriCom como recurso didático para o ensino de números primos, compostos e regras de divisibilidade. E como objetivos específicos: investigar a potencialidade pedagógica de jogos no ensino de Matemática, conceber e estruturar o jogo PriCom, com foco nos conteúdos de Teoria dos Números; aplicar o jogo em um contexto real de formação docente, analisando sua eficácia e possíveis ajustes e refletir sobre a contribuição do jogo para a aprendizagem e para a formação de professores.

Para alcançar tais objetivos, optou-se por uma abordagem qualitativa, de caráter exploratório e descritivo, com a aplicação do jogo em uma oficina didática junto a acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT).

A escolha do público-alvo justifica-se pelo curto prazo disponível, uma vez que a aplicação do projeto exigiria aprovação prévia do comitê de ética. Ademais, a aplicação não estava inicialmente prevista, considerando que o desenvolvimento do jogo e sua estruturação já demandaram tempo significativo. A coleta de dados foi realizada por meio de observações e de um questionário estruturado, aplicado aos participantes ao final da atividade.

A análise dos resultados permitiu avaliar o engajamento dos participantes, sua aprendizagem quanto aos conteúdos trabalhados e a pertinência do jogo enquanto ferramenta didática. Além disso, a aplicação empírica possibilitou identificar ajustes necessários para o aperfeiçoamento do produto educacional.

A presente dissertação está organizada da seguinte forma: o **capítulo 1** apresenta a fundamentação teórica que sustenta a pesquisa, abordando a Teoria dos Números como conteúdo central. O **capítulo 2** descreve detalhadamente o jogo PriCom, incluindo suas regras, dinâmica e objetivos pedagógicos. O **capítulo 3** relata a experiência de aplicação do jogo, analisando os dados coletados e discutindo os resultados obtidos na validação do produto educacional. Por fim, o **capítulo 4** traz as considerações finais, destacando as contribuições da pesquisa, suas limitações, perspectivas de continuidade e reflexões sobre o processo de desenvolvimento do jogo.

Espera-se que este trabalho contribua para o fortalecimento de práticas pedagógicas inovadoras no ensino de Matemática, estimulando o uso de metodologias lúdicas que favoreçam a aprendizagem significativa e o desenvolvimento de competências matemáticas essenciais, colaborando assim para a formação de professores mais preparados e de alunos mais motivados.

Ressalta-se que, durante o processo de elaboração desta dissertação, a ferramenta ChatGPT foi utilizada unicamente para correções textuais de caráter gramatical e para aprimorar a clareza contextual. Todas as ideias, a organização e a sequência do trabalho são de inteira autoria da pesquisadora.

2 CONTEXTUALIZANDO OS NÚMEROS PRIMOS

Os números primos e suas propriedades despertaram e ainda despertam fascínio na comunidade matemática, ao longo dos tempos. Desde a Antiguidade até a contemporaneidade, os estudos dedicados a estes números se empenharam em responder diversas perguntas acerca de padrões numéricos.

As noções sobre números primos podem remontar ao período Paleolítico Superior, sendo mais antigas que muitas civilizações. O denominado Osso de Ishango, apresentado na Figura 1 é um artefato matemático, datado de aproximadamente 20 mil anos atrás, que tem sido entendido como uma evidência do conhecimento matemática rudimentar na pré-história.

Figura 1 – Osso de Ishango

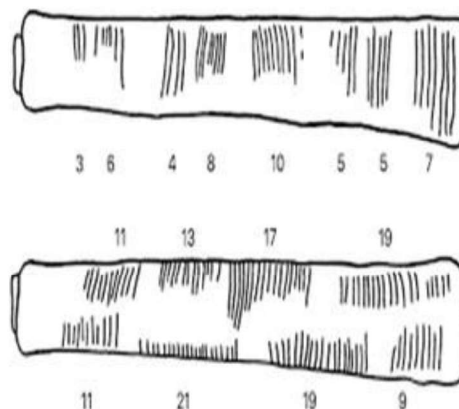


Fonte: <https://ensinarhistoria.com.br/osso-de-ishango-primordios-da-matematica-na-africa-paleolitica/>.

Acesso em 06/04/2025.

Formado por um osso de babuíno com um pedaço de quartzo em sua ponta, o objeto apresenta várias marcações que remontam a números. Com aproximadamente 10 centímetros de comprimento, esse objeto contém marcas que parecem seguir padrões numéricos específicos, incluindo números primos como 11, 13, 17 e 19. Embora sua existência não comprove que havia compreensão humana sobre a noção de primalidade, os entalhes no objeto trazem marcações que mencionam números primos, conforme a Figura 2.

Figura 2 – Desenho dos dois lados do Osso de Ishango



Fonte: <https://ensinarhistoria.com.br/osso-de-ishango-primordios-da-matematica-na-africa-paleolitica/>.

Acesso em 06/04/2025.

Os primeiros registros formais sobre números primos são atribuídos à civilização helênica (Boyer, 1996). O fascínio dos gregos antigos pela aritmética e pelo suposto caráter místico dos números levou Pitágoras de Samos (579 a.C a 495.a.C) a fundar a escola pitagórica, onde se desenvolveu um estudo aprofundado sobre diversas propriedades numéricas. Entre os temas abordados pelos pitagóricos, destacam-se a primalidade dos números, os números perfeitos e os números amigáveis. Mais tarde, esses conceitos seriam fundamentais para o desenvolvimento da teoria dos números.

Para os discípulos da escola pitagórica, o número 1 era denominado unidade (*monás*, em grego). Os demais elementos do conjunto dos números naturais (\mathbb{N}) eram considerados como multiplicidades derivadas dessa unidade, razão pela qual recebiam o nome de números (*arithmós*, em grego). Duas outras nomenclaturas observadas são as de números primários, ou números primos (*protoi arithmói*, em grego), e números secundários (*deuterói arithmói*), ou números compostos. Ainda que tais concepções pitagóricas revelem a importância atribuída à natureza e à classificação dos números desde a Antiguidade, torna-se necessário recorrer a uma abordagem mais formal. Nesse sentido, cumpre destacar a definição de divisibilidade e máximo divisor comum (MDC) dos números inteiros, de modo a que, nos temas a serem abordados posteriormente, a presente dissertação disponha de uma fundamentação teórica mais sólida.

Definição 1: dados dois inteiros a e b diremos que a divide b , sendo denotado por $a | b$, quando existir $c \in \mathbb{Z}$ tal que $b = ca$.

Nesse caso, cabe dizer que a é um *divisor* ou um *fator* de b , ou ainda, que b é um *múltiplo* de a ou que b é *divisível* por a . A negação da sentença $a \mid b$ é representada por $a \nmid b$

Eis algumas propriedades, sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tem-se que:

- i) $1 \mid a, a \mid a$ e $a \mid 0$
- ii) Se $a \mid b$ e $b \mid c$, então $a \mid c$.

Demonstrações:

- i) Isso decorre das igualdades $a = a \cdot 1, a = 1 \cdot a$ e $0 = 0 \cdot a$.
- ii) $a \mid b$ e $b \mid c$ implica que existem $f, g \in \mathbb{Z}$, tais que $b = fa$ e $c = gb$.

Substituindo o valor de b da primeira equação na outra, obtemos

$$c = gb = g(fa) = (gf)a$$

o que mostra que $a \mid c$.

■

Com base na definição de divisibilidade dos inteiros, bem como nas propriedades anteriormente demonstradas, estabelecem-se as seguintes proposições.

Proposição 1: Sejam $a, b, e p \in \mathbb{Z}$. Se $p \mid a$ e $p \mid b$, então $p \mid (a - b)$.

Demonstração: Se $p \mid a$ e $p \mid b$, então $\exists f, g \in \mathbb{Z}$, tais que $a = fp$ e $b = gp$. Portanto, $(a - b) = (f - g)p$, como $(f - g) \in \mathbb{Z}$, tem-se $p \mid (a - b)$.

■

Proposição 2: Se a, b, c e $d \in \mathbb{Z}$, então $a \mid b$ e $c \mid d \Rightarrow ac \mid bd$.

Demonstração: Se $a \mid b$ e $c \mid d$, então $\exists f, g \in \mathbb{Z}$, tais que $b = fa$ e $d = gc$. Portanto, $bd = (fg)(ac)$; logo $ac \mid bd$. Em particular, se $a \mid b$, então $ac \mid bc$, para todo $c \in \mathbb{Z}$.

■

Proposição 3: Sejam $a, b, c \in \mathbb{Z}$, tais que $a \mid (b \pm c)$. Então $a \mid b \Leftrightarrow a \mid c$.

Demonstração: Suponhamos que $a \mid (b + c)$. Logo, existe $f \in \mathbb{Z}$ tal que $b + c = fa$. Agora, se $a \mid b$, temos que existe $g \in \mathbb{Z}$ tal que $b = ga$. Juntando as duas igualdades, temos $ga + c = fa$. Donde segue-se que $c = (f - g)a$; logo, $a \mid c$. A prova da implicação contrária é totalmente análoga.

Por outro lado, se $a \mid (b - c)$ e $a \mid b$, pelo caso anterior temos que $a \mid -c$, o que implica que $a \mid c$.

■

Proposição 4: Se $a, b, c \in \mathbb{Z}$ são tais que $a \mid b$ e $a \mid c$, então para todo $x, y \in \mathbb{Z}$ $a \mid (xb + yc)$.

Demonstração: $a \mid b$ e $a \mid c$ implicam que existem $f, g \in \mathbb{Z}$ tais que $b = fa$ e $c = ga$. Logo, $xb + yc = x(fa) + y(ga) = (xf + ya)a$, o que prova o resultado.

■

A noção de máximo divisor comum remonta à formulação clássica de Euclides em Os Elementos e permanece como um dos alicerces da teoria dos números.

Definição 2: Chama-se máximo divisor comum (MDC) de dois números inteiros a e b , um número inteiro $d \geq 0$ que satisfaz simultaneamente as seguintes condições:

- (i) d é divisor comum de a e b ;
- (ii) qualquer outro divisor comum de a e b também divide d .

Denotamos o mdc de a e b por (a, b) .

Tendo por referência as duas definições anteriormente apresentadas, procede-se agora à exposição da definição de número primo e de número composto.

Definição 3: Um número natural maior do que 1 que só possui como divisores positivos 1 e ele próprio é chamado de número primo.

Dado dois números primos p e q e um número inteiro a qualquer, decorrem da definição acima os seguintes fatos:

- 1) Se $p \mid q$, então $p = q$;

Demonstração: De fato, como $p \mid q$ e sendo q primo, temos que $p = 1$ ou $p = q$. Sendo p primo, tem-se que $p > 1$, o que acarreta $p = q$.

■

2) Se p não divide a então $(p, a) = 1$.

Demonstração: De fato, se $(p, a) = d$, temos que $d \mid p$ e $d \mid a$. Portanto, $d = p$ ou $d = 1$. Mas $d \neq p$, pois $p \nmid a$ e, conseqüentemente, $d = 1$.

■

Definição 4: Um número maior do que 1 e que não é primo será dito composto. Portanto, se um número natural $n > 1$ é composto, existirá um divisor natural n_1 de tal que $1 < n_1 < n$. Logo, existirá um número natural n_2 tal que

$$n = n_1 n_2, \text{ com } 1 < n_1 < n \text{ e } 1 < n_2 < n.$$

Os números primários eram, então, aqueles que não poderiam ser obtidos pela multiplicação de outros arithmói, como é o caso de 2, 3, 5, 11, entre outros. Já os números secundários correspondiam àqueles que poderiam ser gerados pela multiplicação de dois ou mais arithmói, como 4, 6, 8 e 10.

Conhecida a existência dos números primos, uma das indagações em relação a estes números se centrava na infinitude do conjunto constituído por eles. Em sua obra *Os Elementos*, Euclides de Alexandria, matemático que viveu por volta de 300 a.C, demonstra que existem infinitos números primos. Tal demonstração surge como exemplo de uma das primeiras demonstrações matemáticas a partir do método da redução ao absurdo, considerando a hipótese inicial de uma quantidade finita de números primos, levando a uma contradição.

A obra *Os Elementos* também formaliza o Teorema Fundamental da Aritmética, que estabelece que qualquer número inteiro positivo maior que 1 pode ser decomposto de maneira única, salvo a ordem dos fatores, como um produto de números primos.

Por exemplo, a fatoração do número 60 resulta em: $60 = 2^2 \times 3 \times 5$. A unicidade desta decomposição proporciona resultados importantes na Aritmética e na Álgebra, e na contemporaneidade se destaca como elemento fundamental para a segurança em sistemas criptográficos.

Por meio da fatoração de dois ou mais números naturais é possível obter o máximo divisor comum (MDC) e o mínimo múltiplo comum (mmc), destes números. Como

exemplo, podemos tomar os números $a = 48$ e $b = 60$. Temos $48 = 2^4 \times 3$ e $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ e assim, resulta que $\text{mdc}(48, 60) = 2^2 \times 3 = 12$ e $\text{mmc}(48, 60) = 2^4 \times 3 \times 5 = 240$.

A demonstração do Teorema Fundamental da Aritmética, as definições 1 a 4 e proposições 1 a 4 já citadas, e a infinidade de números primos apresentada nesta seção, foi reproduzida fielmente a partir da obra *Aritmética*, da Coleção PROFMAT (2022) por sua clareza didática e rigor lógico. Essa transcrição tem como objetivo preservar a exatidão matemática do argumento original, conforme proposto na referida obra. Para provar o Teorema Fundamental da Aritmética, será usado o seguinte lema:

Lema 1: Se p, p_1, \dots, p_n são números primos e, se $p \mid p_1 \cdots p_n$, então $p = p_i$ para algum $i = 1, \dots, n$.

Demonstração: De fato, se $p \mid p_1 \cdots p_n$ e suponha que $p \neq p_i$ para todo $i = 1, \dots, n$. Logo $p \nmid p_i$ com $i = 1, \dots, n$, isto é, $p \nmid p_1 \cdots p_n$, contrariando assim a nossa hipótese, sendo assim $p = p_i$ para algum $i = 1, \dots, n$. ■

“Teorema Fundamental da Aritmética: Todo número natural maior que 1 ou é primo ou pode ser escrito de forma única, salvo a ordem dos fatores, como um produto de números primos.”

Demonstração: Pelo Princípio da Indução, se $n = 2$, o resultado é obviamente verificado. Suponha o resultado válido para todo número natural menor do que n e vamos provar que vale para n . Se o número é primo, nada temos a demonstrar. Suponha, então que n seja composto. Logo, existem números naturais n_1 e n_2 tais que $n = n_1 n_2$, com $1 < n_1 < n$ e $1 < n_2 < n$. Pela hipótese de indução, temos que existem números primos $p_1 \cdots p_r$ e $q_1 \cdots q_s$ tais que $n_1 = p_1 \cdots p_r$ e $n_2 = q_1 \cdots q_s$. Portanto, $n = p_1 \cdots p_r q_1 \cdots q_s$.

Vamos, agora, provar a unicidade da escrita. Suponha que tenhamos $n = p_1 \cdots p_r = q_1 \cdots q_s$, onde os p_i e os q_j são números primos. Como $p_1 \mid q_1 \cdots q_s$, pelo lema 1 acima. Temos que $p_1 = q_j$ para algum j , que, após reordenamento de $q_1 \cdots q_s$, podemos supor que seja q_1 . Portanto, $p_2 \cdots p_r = q_2 \cdots q_s$. Como $p_2 \cdots p_r < n$, a hipótese de indução acarreta que $r = s$ e os p_i e q_j são iguais aos pares. ■

Teorema de Euclides: Existência de Infinitos Números Primos

Demonstração: Suponha que exista apenas um número finito de números primos p_1, \dots, p_r . Considere o número natural $n = p_1 p_2 \cdots p_r + 1$. Pelo Teorema Fundamental da Aritmética, o número n possui um fator primo p que, portanto, deve ser um dos $p_1 \cdots p_r$ e, conseqüentemente, pela proposição 1, $p \mid p_1 p_2 \cdots p_r$ e $p \mid n$. Mas isso implica que p divide 1, o que é absurdo. ■

Ao estudar a existência do máximo divisor comum de dois inteiros não negativos, Euclides recorreu, de maneira fundamental, ao resultado apresentado abaixo.

Lema 2 : Sejam $a, b, n \in \mathbb{Z}$. Se existe $(a, b - na)$, então, (a, b) existe e $(a, b) = (a, b - na)$.

Demonstração: Seja $d = (a, b - na)$. Como $d \mid a$ e $d \mid (b - na)$, segue que d divide $b = b - na + na$. Logo, d é divisor comum de a e b . Suponha agora que c seja um divisor comum de a e b . Logo, c é divisor comum de a e $b - na$ e, portanto, $c \mid d$. Isso prova que $d = (a, b)$. ■

O Lema 2 apresentado logo acima é conhecido por Lema de Euclides, sendo imprescindível seu uso para que se estabeleça o próximo resultado.

Algoritmo de Euclides: Dados $a, b \in \mathbb{N}$, podemos supor $b \leq a$. Se $b = 1$ ou $b = a$, ou ainda $b \mid a$, já vimos que $(a, b) = b$. Suponhamos, então, que $1 < b < a$ e que $b \nmid a$. Logo, pela divisão euclidiana, podemos escrever

$$a = bq_1 + r_1, \text{ com } 0 < r_1 < b.$$

Temos duas possibilidades:

a) $r_1 \mid b$. Em tal caso, $r_1 = (b, r_1)$ e, pelo Lema, temos que

$$r_1 = (b, r_1) = (b, a - q_1 b) = (b, a) = (a, b),$$

e o algoritmo termina.

b) $r_1 \nmid b$. Em tal caso, podemos efetuar a divisão de b por r_1 , obtendo

$$b = r_1 q_2 + r_2, \text{ com } 0 < r_2 < r_1.$$

Novamente, temos duas possibilidades:

a) $r_2 \mid r_1$. Nesse caso, $r_2 = (r_1, r_2)$ e novamente, pelo Lema,

$$r_2 = (r_1, r_2) = (r_1, b - q_2 r_1) = (r_1, b) = (a - q_1 b, b) = (a, b),$$

E paramos, pois termina o algoritmo.

b) $r_2 \nmid r_1$. Nesse caso, podemos efetuar a divisão de r_1 por r_2 , obtendo $r_1 = r_2 q_3 + r_3$, com $0 < r_3 < r_2$.

Continuamos esse procedimento até que pare. Isso sempre ocorre, pois, caso contrário, teríamos uma sequência de números naturais $b > r_1 > r_2 > \dots$, que não possui menor elemento, o que não é possível pelo Princípio da Boa Ordenação. Logo, para algum n , temos que $r_n \mid r_{n-1}$, o que implica que $(a, b) = r_n$.

O algoritmo apresentado anteriormente pode ser sintetizado e realizado de modo prático: inicialmente efetuamos a divisão euclidiana $a = bq_1 + r_1$ e organizamos, dividendo, divisor, quociente e resto em um diagrama como segue:

	q_1	
a	b	
r_1		

A seguir, continuamos efetuando a divisão $b = r_1 q_2 + r_2$ e colocamos os números envolvidos no diagrama

	q_1	q_1	
a	b	r_1	
r_1	r_2		

Prosseguindo enquanto for possível, teremos

	q_1	q_2	q_3	...	q_{n-1}	q_n	q_{n+1}
a	b	r_1	r_2	...	r_{n-2}	r_{n-1}	$r_n = (a, b)$
r_1	r_2	r_3	r_4	...	r_n		

Para uma melhor compreensão do Algoritmo de Euclides, apresenta-se o exemplo a seguir.

Exemplo 1: calcule o *mdc* entre 348 e 156.

	2	4	
348	156	36	12
	36	12	

Observe que:

$$348 = 2 \cdot 156 + 36$$

$$156 = 4 \cdot 36 + 12$$

$$36 = 3 \cdot 12 + 0$$

Logo, $(348, 156) = 12$.

Mais tarde, Eratóstenes, renomado estudioso e diretor da Biblioteca de Alexandria, desenvolveu um método eficiente para determinar números primos, conhecido como Crivo de Eratóstenes. Esse algoritmo permite encontrar todos os primos menores que um número natural N ao eliminar iterativamente os múltiplos de cada primo identificado. Por exemplo, para listar os números primos menores que $N = 100$, inicia-se pelo menor primo, o número 2, e removem-se todos os seus múltiplos.

Figura 3 - Crivo de Eratóstenes para $n = 2$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Fonte: Elaboração própria.

Em seguida, considera-se o próximo número não eliminado, o 3, e repete-se o processo.

Figura 4 - Crivo de Eratóstenes para $n = 3$, após o $n = 2$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Fonte: Elaboração própria.

Essa filtragem continua sucessivamente até o último número, restando assim apenas os números primos na lista.

Após um longo período sem avanços significativos na área, o magistrado francês Pierre de Fermat (1601–1665), que se dedicava à matemática em seu tempo livre, realizou importantes contribuições para a Teoria dos Números. Entre elas, destaca-se o Pequeno Teorema de Fermat (PTF), que afirma que, para qualquer número inteiro a e um número primo p , a expressão $a^{p-1} - 1$ é sempre divisível por p , desde que a não seja múltiplo de p . A demonstração do Pequeno Teorema de Fermat apresentada a seguir foi transcrita integralmente da obra *Aritmética*, da Coleção PROFMAT (2022, p. 131). Para a demonstração do Pequeno Teorema de Fermat, faz-se necessário o uso do seguinte Lema:

Lema 3: Seja p um número primo. Os números $\binom{p}{i}$, onde $0 < i < p$, são todos divisíveis por p .

Demonstração: O resultado vale trivialmente para $i = 1$. Uma vez que $\binom{p}{1} = p$. Podemos, então, supor $1 < i < p$. Nesse caso,

$$\binom{p}{i} = \frac{p(p-1)\dots(p-i+1)}{i!}$$

Como $(i!, p) = 1$, decorre que $i! \mid (p-1)\dots(p-i+1)$, e o resultado se segue, pois

$$\binom{p}{i} = p \frac{(p-1) \dots (p-i+1)}{i!}$$

■

“Pequeno Teorema de Fermat”: Dado um número primo p , tem-se que p divide o número $a^p - a$, para todo $a \in \mathbb{Z}$.

Demonstração: Se $p = 2$, o resultado é óbvio já que $a^2 - a = a(a - 1)$ é par. Suponhamos p ímpar. Nesse caso, claramente basta mostrar o resultado para $a \geq 0$. Vamos provar o resultado por indução sobre a .

O resultado vale claramente para $a = 0$, pois $p \mid 0$. Supondo o resultado válido para a , iremos prová-lo para $a + 1$. Pela fórmula do Binômio de Newton,

$$(a + 1)^p - (a + 1) = a^p - a + \binom{p}{1} a^{p-1} + \dots + \binom{p}{p-1} a.$$

Como, pelo Lema 3 e pela hipótese de indução, o segundo membro da igualdade acima é divisível por p , segue-se o resultado.

■

Fermat observou uma propriedade interessante envolvendo números primos ímpares: todo primo ímpar pode ser representado de forma única como a diferença de dois quadrados. Essa representação é justificada pela identidade algébrica da diferença de quadrados, conforme descrita por Vieira (2023):

$$p = \left(\frac{p+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-1}{2}\right)^2$$

Aplicando a identidade:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Temos:

$$p = \left(\frac{p+1}{2} + \frac{p-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{p+1}{2} - \frac{p-1}{2}\right) = p \cdot 1 = p$$

Essa forma mostra que qualquer primo ímpar p pode ser escrito como $x^2 - y^2$, sendo $x = \frac{p+1}{2}$ e $y = \frac{p-1}{2}$. Trata-se de uma representação única, devido à estrutura multiplicativa dos primos, como argumentado por Vieira (2023). Por exemplo, $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$, $7^2 - 6^2 = 49 - 36 = 13$.

Em 1640, em uma carta ao matemático Marin Mersenne (1588–1648), Fermat afirmou ter descoberto uma fórmula para gerar números primos, definida como $F_n = 2^{2^n} + 1$ para todo número natural n . No entanto, essa conjectura foi refutada por Leonhard Euler em 1732. Em um de seus artigos, Euler criticou severamente Fermat pela ausência de uma demonstração rigorosa. O texto logo abaixo é uma fala de Leonard Euler em um de seus artigos, é relevante destacar como Euler utiliza o termo 'indução'. Em seu texto, o termo preserva o significado original, referindo-se a uma abordagem inferencial não dedutiva. Isso implica a percepção de uma verdade geral a partir de casos específicos, sendo essa verdade não necessariamente absoluta." (GONÇALVES; HADDAD, 2009).

“O grande Fermat parece ter compreendido a maior parte de seus teoremas numéricos por indução, tanto que ele parecia abrir as propriedades que deviam ser extraídas quase por via única desse modo [...] Todavia, seja suficiente trazer um único produzido pelo próprio Fermat. Falo, não é de se espantar, daquele teorema, cuja falsidade, já há um certo número de anos, pus à vista, pelo qual Fermat afirmou que todos os números compreendidos pela forma $2^{2^n} + 1$ são números primos. Por essa razão, todas as propriedades dessa natureza dos números que se apoiam somente na indução, por muito tempo julgo serem as que se devem ter na incerteza, até que elas ou sejam defendidas por evidentes demonstrações ou totalmente refutadas.”
(GONÇALVES; HADDAD, 2009, p. 95)

De fato, Fermat havia testado sua fórmula apenas até $n = 4$, o que se revelou insuficiente para validar sua conjectura. Números da forma $2^{2^n} + 1$ para n inteiro e positivo são chamados números de Fermat, enquanto números gerados por $2^{2^n} + 1$ que sejam primos são denominados primos de Fermat.

$$F_0 = 2^{2^0} + 1 = 3$$

$$F_1 = 2^{2^1} + 1 = 5$$

$$F_2 = 2^{2^2} + 1 = 17$$

$$F_3 = 2^{2^3} + 1 = 257$$

$$F_4 = 2^{2^4} + 1 = 65537$$

Em 1732, Euler mostrou que F_5 é divisível pelo número 641. Por curiosidade, observou-se que os valores de F_n são compostos para $n > 4$. Até o momento, não se sabe se existem outros números primos de Fermat além dos cinco primeiros casos conhecidos.

$$F_5 = 2^{2^5} + 1 = 4.294.967.297 = 641 \cdot 6.700.417.$$

Em 1644, Marin Mersenne (1588–1648) publicou a obra *Cogitata Physico-Mathematica*, na qual, assim como Fermat, fez afirmações sem apresentar demonstrações formais. Em particular, ele propôs que os números da forma $2^m - 1$ são primos para $m = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127$ e 257, e para nenhum outro valor de m menor que 257. No entanto, em 1947, descobriu-se que algumas dessas afirmações estavam incorretas. Por exemplo, verificou-se que $2^{107} - 1$ é um número primo, enquanto $2^{257} - 1$ é composto. De uma forma mais precisa, temos a seguinte definição:

A conjectura de Mersenne está intimamente relacionada ao conceito de números perfeitos, isto é, números cuja soma de seus divisores próprios resulta no próprio número. Por exemplo:

Sabe-se que os divisores positivos do número 6 são: 1, 2, 3 e 6. Ao excluir o próprio número, obtém-se a soma dos divisores próprios, ou seja, $S(6) = 1 + 2 + 3 = 6$. Como essa soma é igual ao próprio número, conclui-se que 6 é classificado como um número perfeito.

A origem do estudo desses números remonta aos pitagóricos. Além disso, na obra *Elementos*, Euclides enunciou a proposição de que, se $2^m - 1$ for um número primo, então o produto $2^{m-1}(2^m - 1)$ será um número perfeito.

A demonstração dessa última proposição é creditada ao matemático suíço Leonhard Paul Euler (1707–1783) e ficou conhecida como o Teorema de Euclides-Euler. Segundo D'Ambrosio (2009), Euler é considerado um dos matemáticos mais prolíficos da história, tendo produzido uma obra monumental composta por 84 volumes, dos quais 40% são dedicados à matemática.

É impossível abordar os feitos de Euler sem mencionar Fermat, uma vez que Euler demonstrou rigorosamente todos os teoremas propostos por Fermat, com exceção do mais famoso, conhecido como o Último Teorema de Fermat. Inclusive, fez uma extensão do Pequeno Teorema de Fermat, a função ϕ de Euler, embora o próprio Euler não tenha usado a letra grega ϕ .

Euler, assim como tantos outros matemáticos, tinha interesse em encontrar uma regularidade na sequência de números primos, uma de suas tentativas foi o polinômio $p(x) = x^2 - x + 41$ conhecido como polinômio de Euler, tal ferramenta gera números primos até $x = 40$ e fornece números compostos para valores de x que sejam múltiplos de 41. Na sequência, será discutido o processo de fatoração, decorrente diretamente do Teorema Fundamental da Aritmética.

2.2 CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Antes de enunciar os critérios de divisibilidades propriamente ditos, a compreensão do teorema a seguir se faz necessária. O teorema diz respeito a unicidade que um número pode ser escrito em um determinado sistema de numeração.

Teorema: Sejam dados os números inteiros a e b , com $a > 0$ e $b > 1$. Existem números inteiros $n \geq 0$ e $0 \leq r_0, r_1, \dots, r_n < b$, com $r_n \neq 0$, univocamente determinados, tais que $a = r_0 + r_1b + r_2b^2 + \dots + r_nb^n$, isto é, um número a está escrito na base b .

Demonstração: Vamos demonstrar o teorema por indução completa sobre a . Se $0 < a < b$, basta tomar $n = 0$ e $r_0 = a$. A unicidade da escrita é clara nesse caso. Suponhamos o resultado válido para todo natural menor do que a , onde $a \geq b$. Vamos prova-lo para a . Pela divisão euclidiana, existem q e r , únicos, tais que

$$a = bq + r, \text{ com } 0 \leq r < b.$$

Como $0 < q < a$, pela hipótese de indução, segue-se que existem números inteiros $n' \geq 0$ e $0 \leq r_1, \dots, r'_{n+1} < b$, com $r'_{n+1} \neq 0$, univocamente determinados, tais que

$$q = r_1 + r_2b + \dots + r'_{n+1}b^{n'}.$$

Levando em conta as igualdades acima destacadas, temos que

$$a = bq + r = b(r_1 + r_2b + \dots + r'_{n+1}b^{n'}) + r.$$

Donde o resultado segue-se pondo $r_0 = r$ e $n = n' + 1$.

■

As demonstrações dos critérios de divisibilidade a seguir foram retiradas do capítulo 6 do ebook *Intersecções do Saber: caminhos da interdisciplinaridade* (2024).

Critério de divisibilidade por 2: Dado um número $a \in \mathbb{N}$, onde a tem n algarismos (com $n \geq 1$). O número a pode ser escrito como:

$$a = a_n10^n + a_{n-1}10^{n-1} + \dots + a_210^2 + a_110^1 + a_0$$

é divisível por 2 se, e somente se, 2 divide a_0 .

Demonstração: Dado a temos:

$a = a_n10^n + a_{n-1}10^{n-1} + \dots + a_210^2 + a_110^1 + a_0$, colocando 10 em evidência, temos:

$$a = 10 \cdot [a_n10^{n-1} + a_{n-1}10^{n-2} + \dots + a_210^1 + a_1] + a_0$$

$$a = 2 \cdot 5 \cdot [a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_2 10^1 + a_1] + a_0$$

Chamaremos tal expressão de $m = 5 \cdot [a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_2 10^1 + a_1]$, com isso:

$$a = 2m + a_0$$

Por hipótese $2|a$, logo $2|2m + a_0$. Como $2|2m$, então pela proposição 2 temos que $2|a_0$.

Agora, suponhamos que $2|a_0$ e usando o fato de a poder ser escrito na forma

$$a = 2m + a_0$$

E como $2|2m$, pela proposição 2 novamente, temos $2|2m + a_0$, logo $2|a$.

■

Critério de divisibilidade por 3: Dado um número $a \in \mathbb{N}$, onde a tem n algarismos (com $n \geq 1$). O número a pode ser escrito como:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

é divisível por 3 se, e somente se,

$$3 | a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0.$$

Demonstração: Dado a temos:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

$$a = a_n \underbrace{(1 \ 000 \ \dots \ 0)}_{\text{"n" zeros}} + a_{n-1} \underbrace{(1 \ 000 \ \dots \ 0)}_{\text{"n-1" zeros}} + \dots + a_2 \underbrace{(1 \ 00)}_{2 \text{ zeros}} + a_1 \underbrace{(1 \ 0)}_{1 \text{ zero}} + a_0$$

$$a = a_n \underbrace{(999 \ \dots \ 9)}_{\text{"n" noves}} + 1 + a_{n-1} \underbrace{(999 \ \dots \ 9)}_{\text{"n-1" noves}} + 1 + \dots + a_2 \underbrace{(99)}_{2 \text{ noves}} + 1 + a_1 \underbrace{(9)}_{1 \text{ nove}} + 1 + a_0$$

$$a = a_n \underbrace{(999 \ \dots \ 9)}_{\text{"n" noves}} + a_n + a_{n-1} \underbrace{(999 \ \dots \ 9)}_{\text{"n-1" noves}} + a_{n-1} + \dots + a_2 \underbrace{(99)}_{2 \text{ noves}} + a_2 + a_1 \underbrace{(9)}_{1 \text{ nove}} + a_1 + a_0$$

Reorganizando temos:

$$a = a_n \underbrace{(999 \dots 9)}_{\text{"n" noves}} + a_{n-1} \underbrace{(999 \dots 9)}_{\text{"n-1" noves}} + \dots + a_2 \underbrace{(99)}_{\text{2 noves}} + a_1 \underbrace{(9)}_{\text{1 nove}} \\ + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0)$$

Colocando 9 em evidência, temos:

$$a = a_n 9 \underbrace{(111 \dots 1)}_{\text{"n" uns}} + a_{n-1} 9 \underbrace{(111 \dots 1)}_{\text{"n-1" uns}} + \dots + a_2 9 \underbrace{(11)}_{\text{2 uns}} + a_1 9 \underbrace{(1)}_{\text{1 um}} \\ + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0)$$

$$a = 9 [a_n \underbrace{(111 \dots 1)}_{\text{"n" uns}} + a_{n-1} \underbrace{(111 \dots 1)}_{\text{"n-1" uns}} + \dots + a_2 \underbrace{(11)}_{\text{2 uns}} + a_1 \underbrace{(1)}_{\text{1 um}}] \\ + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0)$$

$$a = 3 \cdot 3 \cdot [a_n \underbrace{(111 \dots 1)}_{\text{"n" uns}} + a_{n-1} \underbrace{(111 \dots 1)}_{\text{"n-1" uns}} + \dots + a_2 \underbrace{(11)}_{\text{2 uns}} + a_1 \underbrace{(1)}_{\text{1 um}}] \\ + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0)$$

chamaremos de m a expressão:

$$3 \cdot [a_n \underbrace{(111 \dots 1)}_{\text{"n" uns}} + a_{n-1} \underbrace{(111 \dots 1)}_{\text{"n-1" uns}} + \dots + a_2 \underbrace{(11)}_{\text{2 uns}} + a_1 \underbrace{(1)}_{\text{1 um}}]$$

com isso

$$a = 3m + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$$

Por hipótese $3|a$, logo $3|3m + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$. Como $3|3m$, então pela proposição 2 temos que $3|(a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$.

Agora, suponhamos que $3|(a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$ e usando o fato de a poder ser escrito na forma

$$a = 3m + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$$

E como $3|3m$, pela proposição 2 novamente, temos $3|3m + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$, logo $3|a$.

■

Crítério de divisibilidade por 4: Dado um número $a \in \mathbb{N}$, onde a tem n algarismos (com $n \geq 1$). O número a pode ser escrito como:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

é divisível por 4 se, e somente se,

$$4 \mid (a_1 10^1 + a_0).$$

Demonstração: Dado a temos:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

colocando 100 em evidência:

$$a = 100 \cdot [a_n 10^{n-2} + a_{n-1} 10^{n-3} + \dots + a_2] + (a_1 10^1 + a_0)$$

$$a = 4 \cdot 25 [a_n 10^{n-2} + a_{n-1} 10^{n-3} + \dots + a_2] + (a_1 10^1 + a_0)$$

Seja $m = 25 [a_n 10^{n-2} + a_{n-1} 10^{n-3} + \dots + a_2]$ com isso, temos:

$$a = 4m + (a_1 10^1 + a_0)$$

Por hipótese $4 \mid a$, logo $4 \mid 4m + (a_1 10^1 + a_0)$. Como $4 \mid 4m$, então pela proposição 2 temos que $4 \mid (a_1 10^1 + a_0)$.

Agora, suponhamos que $4 \mid (a_1 10^1 + a_0)$ e usando o fato de a poder ser escrito na forma

$$a = 4m + (a_1 10^1 + a_0)$$

E como $4 \mid 4m$, pela proposição 2 novamente, temos $4 \mid 4m + (a_1 10^1 + a_0)$, logo $4 \mid a$.

■

Crítério de divisibilidade por 5: Dado um número $a \in \mathbb{N}$, onde a tem n algarismos (com $n \geq 1$). O número a pode ser escrito como:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

é divisível por 5 se, e somente se, 5 divide a_0 .

Demonstração: Dado a temos:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

colocando 10 em evidência, temos:

$$a = 10 \cdot [a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_2 10^1 + a_1] + a_0$$

$$a = 2 \cdot 5 \cdot [a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_2 10^1 + a_1] + a_0$$

Tomando $m = 2 \cdot [a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_2 10^1 + a_1]$, logo:

$$a = 5m + a_0$$

Por hipótese $5|a$, logo $5|5m + a_0$. Como $5|5m$, então pela proposição 2 temos que $5|a_0$.

Agora, suponhamos que $5|a_0$ e usando o fato de a poder ser escrito na forma

$$a = 5m + a_0$$

E como $5|5m$, pela proposição 2 novamente, temos $5|5m + a_0$, isto é, $5|a$. ■

Critério de divisibilidade por 6: Dado um número $a \in \mathbb{N}$, onde a tem n algarismos (com $n \geq 1$). O número a pode ser escrito como:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

é divisível por 6 se, e somente se, é divisível por 2 e por 3. (As demonstrações dos critérios 2 e 3 já foram mostradas).

Critério de divisibilidade por 7: Dado um número $a \in \mathbb{N}$, considere $a = 10n + b$, onde b é o algarismo das unidades, a é divisível por 7 se, e somente se, $n - 2b$ é divisível por 7, ou seja, $7|a \Leftrightarrow 7|n - 2b$.

Demonstração:

Suponhamos que $n - 2b$ seja divisível por 7, ou seja, $n - 2b$ é um número da forma $7k$, onde $k \in \mathbb{Z}$, com isso temos:

$$n - 2b = 7k \Rightarrow 10n - 20b = 70k$$

adicionando $21b$ em ambos os membros da igualdade:

$$10n - 20b + 21b = 70k + 21b$$

$$10n + b = 7(10k + 3b)$$

chamando $(10k + 3b)$ de k_1 , e $k_1 \in \mathbb{Z}$, temos:

$$10n + b = 7k_1.$$

Portanto, $7|10n + b$.

Suponhamos agora que a seja divisível por 7, ou seja, a é da forma $7k$, onde $k_1 \in \mathbb{Z}$

$$a = 7k \Rightarrow 10n + b = 7k$$

podemos escrever $b = 21b - 20b$, para facilitar a demonstração.

$$10n + (21b - 20b) = 7k$$

somando $(-21b)$ em ambos os membros da equação, fica:

$$10n + (21b - 20b) - 21b = 7k - 21b$$

$$10n - 20b = 7(k - 3b)$$

Tomando $(k - 3b) = k_1 \in \mathbb{Z}$, temos

$$10n - 20b = 7k_1$$

$$10(n - 2b) = 7k_1$$

como o $\text{mdc}(10, 7) = 1$ e $7 \mid 10(n - 2b)$, concluímos então que $7 \mid n - 2b$.

■

Cr terio de divisibilidade por 8: Dado um número $a \in \mathbb{N}$, onde a tem n algarismos (com $n \geq 1$). O número a pode ser escrito como:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

  divisível por 8 se, e somente se, $8 \mid (a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0)$.

Demonstra o: Dado a temos:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

colocando 1000 em evidência:

$$a = 1000 \cdot [a_n 10^{n-3} + a_{n-1} 10^{n-4} + \dots + a_3] + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

$$a = 8 \cdot 125 \cdot [a_n 10^{n-3} + a_{n-1} 10^{n-4} + \dots + a_3] + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

Chamaremos tal expressão de $m = 125 [a_n 10^{n-3} + a_{n-1} 10^{n-4} + \dots + a_3]$ com isso, temos:

$$a = 8m + (a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0)$$

Por hipótese $8 \mid a$, logo $8 \mid 8m + (a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0)$. Como $8 \mid 8m$, então pela proposi o 2 temos que $8 \mid (a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0)$.

Agora, suponhamos que $8 \mid (a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0)$ e usando o fato de a poder ser escrito na forma

$$a = 8m + (a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0)$$

E como $8 \mid 8m$, pela proposi o 2 novamente, temos $8 \mid 8m + (a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0)$, logo $8 \mid a$.

■

Critério de divisibilidade por 9: Dado um número $a \in \mathbb{N}$, onde a tem n algarismos (com $n \geq 1$). O número a pode ser escrito como:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

é divisível por 9 se, e somente se, $9 \mid (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$.

Demonstração: Dado a temos:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

$$a = a_n (\underbrace{1 \ 000 \dots 0}_{"n" \text{ zeros}}) + a_{n-1} (\underbrace{1 \ 000 \dots 0}_{"n-1" \text{ zeros}}) + \dots + a_2 (\underbrace{1 \ 00}_{2 \text{ zeros}}) + a_1 (\underbrace{1 \ 0}_{1 \text{ zero}}) + a_0$$

$$a = a_n (\underbrace{999 \dots 9}_{"n" \text{ noves}} + 1) + a_{n-1} (\underbrace{999 \dots 9}_{"n-1" \text{ noves}} + 1) + \dots + a_2 (\underbrace{99}_{2 \text{ noves}} + 1) + a_1 (\underbrace{9}_{1 \text{ nove}} + 1) + a_0$$

$$a = a_n (\underbrace{999 \dots 9}_{"n" \text{ noves}}) + a_n + a_{n-1} (\underbrace{999 \dots 9}_{"n-1" \text{ noves}}) + a_{n-1} + \dots + a_2 (\underbrace{99}_{2 \text{ noves}}) + a_2 + a_1 (\underbrace{9}_{1 \text{ nove}}) + a_1 + a_0$$

Reorganizando temos:

$$a = a_n (\underbrace{999 \dots 9}_{"n" \text{ noves}}) + a_{n-1} (\underbrace{999 \dots 9}_{"n-1" \text{ noves}}) + \dots + a_2 (\underbrace{99}_{2 \text{ noves}}) + a_1 (\underbrace{9}_{1 \text{ nove}}) + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0)$$

Colocando 9 em evidência, temos:

$$a = a_n 9 (\underbrace{111 \dots 1}_{"n" \text{ uns}}) + a_{n-1} 9 (\underbrace{111 \dots 1}_{"n-1" \text{ uns}}) + \dots + a_2 9 (\underbrace{11}_{2 \text{ uns}}) + a_1 9 (\underbrace{1}_{1 \text{ um}}) + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0)$$

$$a = 9 [a_n (\underbrace{111 \dots 1}_{"n" \text{ uns}}) + a_{n-1} (\underbrace{111 \dots 1}_{"n-1" \text{ uns}}) + \dots + a_2 (\underbrace{11}_{2 \text{ uns}}) + a_1 (\underbrace{1}_{1 \text{ um}})] + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0)$$

Chamaremos de m a expressão:

$$[a_n (\underbrace{111 \dots 1}_{"n" \text{ uns}}) + a_{n-1} (\underbrace{111 \dots 1}_{"n-1" \text{ uns}}) + \dots + a_2 (\underbrace{11}_{2 \text{ uns}}) + a_1 (\underbrace{1}_{1 \text{ um}})]$$

com isso

$$a = 9m + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$$

Por hipótese $9 \mid a$, logo $9 \mid 9m + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$. Como $9 \mid 9m$, então pela proposição 2 temos que $9 \mid (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$.

Suponhamos agora que $9 \mid (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$, e usando o fato de a poder ser escrito na forma

$$a = 9m + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$$

E como $9 \mid 9m$, pela proposição 2 novamente, temos $9 \mid 9m + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0)$, logo $9 \mid a$.

■

Cr terio de divisibilidade por 10: Dado um número $a \in \mathbb{N}$, onde a tem n algarismos (com $n \geq 1$). O número a pode ser escrito como:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

  divisível por 10 se, e somente se, 10 divide a_0 .

Demonstra o: Dado a temos:

$$a = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_2 10^2 + a_1 10^1 + a_0$$

colocando 10 em evidência, temos:

$$a = 10 \cdot [a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_2 10^1 + a_1] + a_0$$

Chamaremos tal expressão de $m = 10 \cdot [a_n 10^{n-1} + a_{n-1} 10^{n-2} + \dots + a_2 10^1 + a_1]$, com isso:

$$a = 10m + a_0$$

Por hipótese $10 \mid a$, logo $10 \mid 10m + a_0$. Como $10 \mid 10m$, então pela proposi o 2 temos que $10 \mid a_0$.

Suponhamos agora que $10 \mid a_0$, e usando o fato de a poder ser escrito na forma

$$a = 10m + a_0$$

E como $10 \mid 10m$, pela proposi o 2 novamente, temos $10 \mid 10m + a_0$, logo $10 \mid a$.

■

3 HABILIDADES E COMPETÊNCIAS NO ESTUDO DE NÚMEROS PRIMOS

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), menciona que o Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, ou seja, com o aprimoramento das habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BNCC, 2018, p.266).

Considerando o estudo dos números primos a partir do 6.º ano do Ensino Fundamental, a BNCC destaca como habilidade:

“Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, utilizando expressões como ‘é múltiplo de’, ‘é divisor de’ e ‘é fator de’, além de identificar, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.” (BRASIL, 2018, p. 269)

O documento orienta professores a iniciarem o trabalho com a identificação de números primos e compostos nas primeiras aulas, resgatando conceitos já conhecidos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, como múltiplos, divisores e fatores. Também é recomendado reforçar as operações básicas de multiplicação e divisão, consolidando a base necessária para o novo conteúdo.

Nos anos subsequentes, embora a BNCC não apresente habilidades específicas que mencionem diretamente números primos ou compostos, há competências que dependem desse conhecimento para serem desenvolvidas com eficácia. Por exemplo, no 7º ano do Ensino Fundamental II, destaca-se a habilidade EF07MA01 que diz:

“Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e múltiplo — podendo incluir o máximo divisor comum (mdc) e o mínimo múltiplo comum (mmc) — por meio de estratégias variadas, sem a utilização de algoritmos.” (BRASIL, 2018, p. 307)

Esta habilidade ressalta a valorização de abordagens conceituais e reflexivas no ensino da matemática. Nesse sentido, é imprescindível considerar o papel dos números primos e compostos como elementos estruturantes do sistema numérico natural. Isso permite aos alunos identificar as unidades fundamentais da decomposição dos números naturais, conforme mostra o Teorema Fundamental da Aritmética já exposto no capítulo anterior.

Esse conhecimento é essencial para a determinação do mdc e do mmc, uma vez que ambos são calculados com base na decomposição em fatores primos. Por sua vez, os números compostos, ao possuírem múltiplos divisores, exigem do aluno a análise de

combinações possíveis, reforçando o raciocínio lógico e a estrutura multiplicativa dos números.

A exploração dessa habilidade, portanto, não apenas aprofunda conteúdos abordados em etapas anteriores da escolaridade, mas também promove o desenvolvimento de competências ligadas à resolução de problemas, ao pensamento crítico e à autonomia dos estudantes. Encoraja-se, assim, a utilização de estratégias diversificadas, como diagramas, tabelas, jogos, decomposição e comparações, em detrimento da simples memorização de algoritmos.

3.1 A UTILIZAÇÃO DE JOGOS COMO MATERIAL DIDÁTICO

De acordo com Grando (2000), o uso de jogos no ensino da Matemática constitui uma estratégia metodológica eficaz para promover a aprendizagem significativa. Destacando que os jogos, ao dialogarem com o universo cultural dos alunos, contribuem para a construção do conhecimento de forma lúdica, ao mesmo tempo em que estimulam o raciocínio lógico, a criatividade e a resolução de problemas.

Argumenta que, para além do caráter recreativo, os jogos devem ser incorporados às práticas pedagógicas com intencionalidade, sendo planejados de forma a favorecer a criação de situações-problema. Essa abordagem permite que os estudantes se envolvam ativamente no processo de aprendizagem, desenvolvendo não apenas competências cognitivas, mas também habilidades sociais, como o trabalho em grupo, o respeito a regras e a tomada de decisões.

Ainda segundo a autora, quando integrados de maneira coerente ao currículo e ao planejamento do professor, os jogos podem contribuir significativamente para um ambiente de aprendizagem mais dinâmico, motivador e participativo, fortalecendo o papel do aluno como sujeito ativo na construção do próprio conhecimento.

Nesse sentido, é fundamental que o professor desenvolva estratégias didáticas eficazes para abordar habilidades como as anteriormente mencionadas, de forma a manter o interesse dos alunos e favorecer a construção ativa do conhecimento. Entre as alternativas metodológicas possíveis, destaca-se o uso de jogos paradigmáticos, que se apresentam como recursos pedagógicos capazes de aliar ludicidade e intencionalidade educativa. Considerando essa perspectiva, a presente pesquisa propõe-se a investigar a

seguinte questão: qual é a potencialidade dos jogos paradidáticos na aprendizagem de conceitos relacionados aos números primos?

Farias (2016) propõe o jogo de dominó dos números primos como um recurso didático que favorece a aprendizagem por meio da ludicidade. A atividade, baseada na lógica do dominó tradicional, exige que os alunos associem corretamente números compostos às suas decomposições em fatores primos. Segundo o autor, essa abordagem estimula a participação ativa dos estudantes, promove o raciocínio lógico e contribui para a consolidação dos conceitos de primalidade, tornando o processo de ensino mais atrativo e significativo.

Além do dominó, Farias (2016) também propõe os jogos *amarelinha dos números primos* e *bingo dos números primos* como estratégias lúdicas que favorecem a aprendizagem do conceito de primalidade. No jogo da amarelinha, os alunos são convidados a identificar e saltar apenas nos números primos desenhados no chão, o que fortalece a memorização e o reconhecimento desses números de forma interativa. Já o bingo é utilizado para reforçar o conteúdo de forma divertida e colaborativa, exigindo que os participantes reconheçam os números primos sorteados e os localizem em suas cartelas. Tais jogos, ao aliarem movimento, atenção e raciocínio, contribuem para tornar o ensino da Matemática mais envolvente e acessível.

3.2 O RECURSO EDUCACIONAL

A minha experiência como professora dos anos finais do Ensino Fundamental, especialmente com turmas do 6.º ano, motivou a construção deste trabalho. Ao longo da minha prática docente, deparei-me com situações frustrantes em que o uso do método tradicional de ensino, baseado predominantemente na exposição oral e resolução mecânica de exercícios, não gerava o envolvimento esperado por parte dos alunos. Muitos demonstravam desinteresse e dificuldades para compreender conceitos matemáticos fundamentais, o que me levou a refletir sobre a necessidade de adotar abordagens mais significativas e participativas.

Diante dessa realidade, surgiu a ideia de desenvolver um jogo educativo voltado para o ensino dos números primos. A escolha deste conteúdo não foi aleatória: os números primos e compostos constituem a base da Matemática, sendo essenciais para a compreensão de operações como divisibilidade, fatoração e múltiplos. O que mais me

incomodava era perceber que grande parte das dificuldades dos alunos em temas mais avançados derivava da ausência de domínio sobre conceitos elementares da aritmética, como a tabuada, a divisão e a estrutura dos números.

Assim, este jogo foi concebido como uma ferramenta didática que pudesse promover o interesse, a compreensão e o desenvolvimento do raciocínio matemático de forma lúdica e acessível. A apresentação do jogo deste trabalho é sintetizada no enredo a seguir:

Há muito tempo, nos confins de um reino esquecido pelo tempo, existia um soberano conhecido não por sua espada, mas por sua mente afiada: o Rei dos Números. Inquieto e sedento por desafios, ele convocou seu mais fiel — e enigmático — conselheiro para um duelo como nenhum outro.

Figura 5 - Representação simbólica do jogo PriCom no universo ficcional do Rei dos Números gerada por IA.



Foi então criado o PriCom, um jogo sagrado, onde inteligência e estratégia decidiriam o destino de quem ousasse jogar. Em cada rodada, um número seria revelado pelo Oráculo do Reino, e a sentença precisava ser proferida sem hesitação: seria ele um número primo, indivisível e puro? Ou um número composto, repleto de divisores escondidos?

Mas atenção: neste jogo, a verdade é afiada como lâmina, e o erro custa caro. Quem falhar carrega o peso da punição — cartas amaldiçoadas que se acumulam nas mãos como correntes invisíveis. Quanto mais cartas, mais longe do trono. Quanto menos, mais próximo da liberdade. No PriCom, o tempo é curto, a lógica é rei, e cada decisão molda o destino. Escolha

com sabedoria... Primo ou composto? Sua vitória depende disso.

O jogo *PriCom* é composto por um conjunto de dez cartas, cada uma contendo um número de zero até dez e com dimensões de 4,6 x 3,2 cm, veja as figuras 4 e 5. A escolha desse formato visa otimizar o aproveitamento de uma folha de papel A4, facilitando a reprodução do material de forma prática e acessível. As cartas foram confeccionadas em papel reciclado, com gramatura equivalente à do papel sulfite A4, o que além de representar uma opção de baixo custo e ecologicamente responsável, também contribui para manter uma estética rústica, evocando o aspecto místico e antigo que se alinha à narrativa do jogo.

Essa escolha não apenas reforça a proposta temática da ambientação medieval e enigmática do *PriCom*, como também valoriza práticas sustentáveis no contexto educacional. Assim, qualquer educador interessado pode facilmente reproduzir o material, bastando imprimir e recortar as cartas conforme o modelo sugerido.

Figura 6 – Cartinhas do jogo PriCom.



Fonte: Elaboração própria.

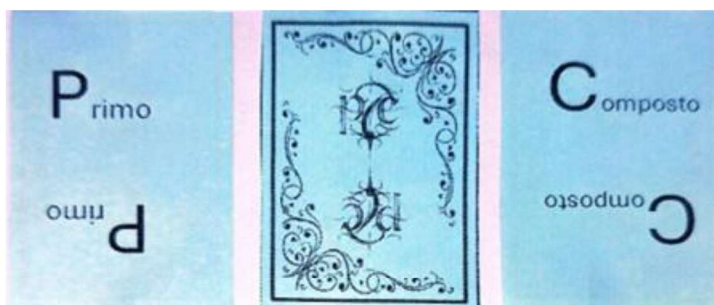
Figura 7 – Desing da parte de trás de cada carta.



Fonte: Elaboração própria.

Além das cartas numéricas, cada jogador recebe três cartas especiais, sendo cada uma delas destinada a uma função específica no decorrer do jogo. A primeira tem como objetivo indicar que o número formado no tabuleiro é reconhecido como primo pelo jogador; a segunda, por sua vez, é utilizada para afirmar que o referido número é composto.

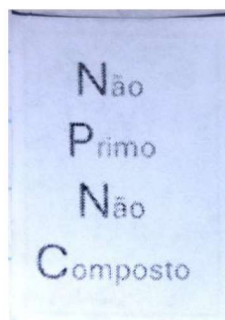
Figura 8 – Cartas que classificam um número como primo (à esquerda) ou composto (à direita).



Fonte: Elaboração própria.

Enquanto a terceira, serve para classificar o número como “nem primo e nem composto”.

Figura 9 – Carta que classifica um número como nem primo nem composto



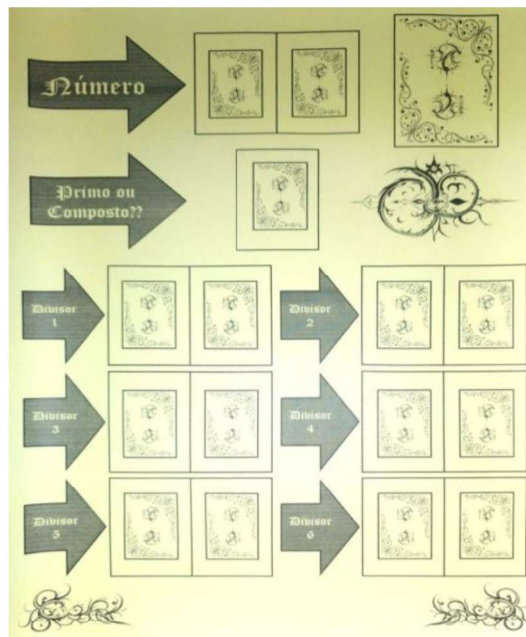
Fonte: Elaboração própria.

Essas cartas funcionam como elementos de tomada de decisão e julgamento matemático, representando a escolha lógica de cada participante com base em seus conhecimentos sobre a natureza dos números naturais.

O ambiente simbólico em que se desenrola a dinâmica do jogo é representado por um tabuleiro, confeccionado em papel no formato A4 (Figura 10). À direita da seta que indica "Número", encontram-se dois espaços destinados à formação do número escolhido pelo jogador, utilizando as cartas numéricas em sua posse. Logo abaixo, localiza-se a indicação "Primo ou Composto?", espaço reservado para o posicionamento das cartas especiais, por meio das quais os jogadores classificam o número formado quanto à sua natureza aritmética.

Caso o número seja identificado como composto, o tabuleiro dispõe ainda de um espaço adicional, onde o jogador pode apresentar até seis divisores correspondentes, descartando, assim, as cartas utilizadas diretamente de sua mão. Essa estrutura permite não apenas a visualização clara das etapas do jogo, como também reforça a organização lógica da atividade proposta.

Figura 10 – Tabuleiro do jogo PriCom.



Fonte: Elaboração própria.

Inicialmente, os primeiros contatos com o jogo *PriCom* têm como finalidade possibilitar ao aluno o desenvolvimento da habilidade de classificar números naturais como primos ou compostos. À medida que as rodadas se sucedem, espera-se que a capacidade mnemônica do estudante seja gradualmente estimulada e aprimorada, favorecendo a retenção e o reconhecimento automático desses conceitos.

Com o intuito de apoiar o processo de aprendizagem, cada jogador recebe uma tabela de referência contendo a classificação dos números de 0 a 99 em primos, compostos ou nenhum dos dois, funcionando como recurso auxiliar nas etapas iniciais do jogo e como instrumento de transição entre a dependência da consulta e a autonomia do raciocínio.

Figura 11 – Tabela de Números Primos e Compostos.

Tabela de Números Primos e Compostos de 0 até 99									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Fonte: Elaboração própria.

Observa-se que, na tabela de apoio fornecida aos jogadores, os números primos estão destacados na cor amarela, enquanto os números compostos aparecem na cor azul. A ausência de coloração em determinadas células indica que esses números não se enquadram na classificação de primos nem de compostos, como é o caso do número 1 e do número 0, por exemplo.

Além disso, a cor verde é utilizada para evidenciar os números ímpares que não são primos, contribuindo para uma representação visual mais clara das exceções e estimulando a análise crítica dos alunos em relação às propriedades numéricas. Essa codificação cromática visa facilitar o reconhecimento imediato dos diferentes tipos de números, favorecendo a aprendizagem visual e a memorização dos critérios de classificação.

Além disso, fundamenta-se em princípios da psicologia cognitiva, especialmente no que tange à importância da memória de trabalho e da repetição ativa para a consolidação de conhecimentos abstratos. Ao integrar elementos lúdicos, visuais e conceituais, o jogo não apenas favorece a aprendizagem matemática, mas também contribui para o desenvolvimento de estratégias cognitivas e da autonomia intelectual do aluno.

3.3 REGRAS DO JOGO

O jogo consiste em identificar números primos e compostos usando cartas numeradas, com dinâmicas de descartes, identificação de divisores e desafios matemáticos.

3.3.1 JOGO PRICOM

3.3.1.1 Distribuição de Cartas:

- Cada jogador recebe:
- 10 cartas aleatórias numeradas de 0 a 9.
- 2 cartas especiais de cor azul: Carta “P” (Número Primo) e Carta “C” (Número Composto).

3.3.1.2 Tabuleiro:

- O tabuleiro possui espaço para formar números de **dois dígitos** (duas casas).

3.3.1.2 Consulta:

- Uma tabela (lista) com números primos e divisores deve estar disponível para verificar respostas.

3.3.1.3 Dinâmica do Turno

É escolhido inicialmente um jogador e a partir dele o sentido das rodadas.

I) Formação do Número:

- O jogador da vez escolhe **dois algarismos** de sua mão e forma um número de dois dígitos, colocando-os no tabuleiro.

II) Escolha dos Jogadores:

- Todos os jogadores têm até 10 segundos para decidir se o número formado é primo ou composto.

- Cada jogador coloca no tabuleiro sua escolha de carta especial (carta “P” ou carta “C”) virada para baixo, após a escolha de todos, em contagem regressiva de 3 segundos todos viram ao mesmo tempo para mostrar a sua escolha.

III) Verificação:

- O número formado é analisado:

- Se for **primo**, os jogadores que escolheram “P” acertam.

- Se for **composto**, os jogadores que escolheram “C” acertam.

IV) Desfecho do Turno

Só participam os que acertaram.

IV-1) Caso o número seja composto:

- Apresentação de Divisores:

- Os jogadores que acertam (escolheram “C”) devem apresentar divisores válidos do número composto, formados com as cartas da mão.

- Divisores podem ter até dois dígitos.

- As cartas escolhidas devem estar viradas para baixo.

- Após a escolha de todos os *acertantes*, em contagem regressiva de 3 segundos todos viram ao mesmo tempo para mostrar a sua escolha.

IV-1.1) Descarte:

- O jogador que apresentar todos os divisores corretos *não recebe penalidade*. As cartas usadas para formar divisores são descartadas.

- Penalidade para erros:

- Jogadores que erraram recebem as cartas usadas na rodada, embaralhadas e distribuídas uma por vez no sentido horário. E aqueles que erraram na *verificação III* recebem mais 3 cartas do monte (cartas não distribuídas, não usadas até então).

IV-2) Caso o número seja primo:

- **Descarte:**

- Os jogadores que acertaram (escolheram “P”) descartam:

- Uma carta “1” ou duas cartas formando “01”.

- Cartas formando o número primo apresentado.

- **Penalidade para erros:**

- jogadores que erraram recebem as cartas usadas na rodada, embaralhadas e distribuídas uma por vez no sentido horário. E aqueles que erraram na *verificação III* recebem mais 3 cartas do monte (cartas não distribuídas, não usadas até então).

3.3.1.4 Condições de Vitória

I - Fim do Jogo:

- O jogo termina quando um jogador descartar **todas as suas cartas**. Esse jogador é declarado o vencedor.

Critério de Desempate:

- Caso mais de um jogador esgote as cartas no mesmo turno, vence quem teve menos erros **acumulados**.

II - Tempo Limite (Opcional):

- Se o jogo exceder **20 rodadas**, vence quem tiver **menos cartas restantes**. A quantidade de rodadas pode ser decidida no início do jogo, em vez de 20 rodadas, os jogadores entram em consenso um número x de rodadas.

3.3.1.5 Regras Adicionais

I - Ajustes de Dificuldade:

- Para jogos avançados, pode-se:

- Reduzir o tempo de decisão para **5 segundos** ou menos.

II - Consulta de Números:

- Em caso de dúvida sobre divisores ou números primos, utiliza-se a tabela de consulta.

III - Limite de Tempo:

- Cada jogador tem no máximo 10 segundos para formar um número no tabuleiro.

3.3.1.6 Exemplos de Jogadas

Três jogadores: João, Maria e Ana.

Exemplo 1: o Número Composto (42)

- João forma o número “42”.
- **Escolhas:** João escolhe “C”, Maria escolhe “C” e Ana escolhe “P”.
- **Verificação:**
 - 42 é composto.
 - Divisores: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 21, 42.
- **Resultado:**
 - João e Maria acertam.
 - João apresenta divisores “2” e “3”, descartando as cartas “0”, “2” e “3”.
 - Maria Apresenta “5” e “7”. Como “5” não é divisor, Maria erra e entra no grupo penalizado.
 - Ana erra. As cartas da rodada são embaralhadas e distribuídas entre Maria e Ana. Só que a Ana recebe 3 cartas do monte (cartas não distribuídas, não usadas até então).

Exemplo 2: Número Primo (53)

- Maria forma o número “53”.
- Escolhas: João escolhe “P”, Maria escolhe “P”, Ana escolhe “C”.
- **Verificação:**
 - 53 é primo.
- **Resultado:**
 - João e Maria acertam e descartam as cartas usadas no número.
 - Ana erra e recebe todas as cartas da rodada, além disso, como errou no passo de escolha de Primo ou Composto recebe a penalidade de receber mais 3 cartas do monte (cartas não distribuídas, não usadas até então).

Exemplo 3: Número 01

- Ana forma o número “01”.

- Escolhas: João escolhe “P”, Maria escolhe “C”, Ana escolhe “Não primo e não composto”.

- **Verificação:**

- 01 não é primo e nem composto.

- **Resultado:**

- Ana acerta a rodada e descarta as cartas “0” e “1”.

- João e Maria erraram e recebem todas as cartas da rodada, além disso, como erraram no passo de escolha de Primo ou Composto recebem a penalidade de receber mais 6 cartas do monte, ou seja 3 cartas para cada um (cartas não distribuídas, não usadas até então).

3.4 EMBASAMENTO MATEMÁTICO

O jogo proposto fundamenta-se em diversos conceitos da matemática básica, com especial ênfase nos números primos e compostos, abordando-os de forma lúdica e estratégica. Ao exigir que os jogadores formem números de dois algarismos e decidam, num curto intervalo de tempo tratam de números primos ou compostos, o jogo estimula o raciocínio lógico, a agilidade mental e o reconhecimento de padrões numéricos. Esses elementos são fundamentais para a consolidação de conteúdos como divisibilidade, fatoração e operações aritméticas básicas.

Além disso, o jogo promove o uso direto de fatores e múltiplos, uma vez que, ao identificar corretamente um número composto, os jogadores são desafiados a apresentar seus divisores, utilizando apenas as cartas disponíveis. Isso mobiliza o conhecimento sobre os critérios de divisibilidade, reforça a noção de estrutura dos números naturais e contribui para o desenvolvimento da competência de decomposição numérica, em consonância com o Teorema Fundamental da Aritmética.

A mecânica de penalização e recompensa também contribui para manter o envolvimento dos jogadores, reforçando a importância da precisão nas respostas e da compreensão conceitual sobre os números primos. A proposta, portanto, atua não apenas como instrumento de fixação de conteúdo, mas como um recurso de diagnóstico e desenvolvimento de habilidades matemáticas fundamentais, especialmente adequadas ao currículo do 6.º ano do Ensino Fundamental, conforme orientações da BNCC.

A utilização do Crivo de Eratóstenes como instrumento de apoio à identificação de números primos oferece uma ponte entre o jogo e a história da matemática, permitindo que os alunos compreendam métodos clássicos de seleção de primos de forma visual e concreta. Do mesmo modo, a presença do pensamento de Euclides, ao demonstrar a infinitude dos números primos e introduzir o cálculo do mdc por meio do seu algoritmo, está refletida na dinâmica do jogo, que exige comparação entre números e análise de divisibilidade.

Embora o Pequeno Teorema de Fermat não seja aplicado diretamente na mecânica do jogo, sua essência — que envolve a relação entre números primos e potências em aritmética modular — reforça a complexidade e profundidade dos conceitos abordados. O jogo propicia um ambiente inicial de exploração onde a familiaridade com números primos pode ser desenvolvida, servindo como alicerce para a compreensão de teoremas mais avançados, como o de Fermat.

A própria ideia de verificar a primalidade de um número, presente em cada jogada, dialoga com os princípios que inspiraram esse teorema. Assim, a presença desse pano de fundo teórico não apenas enriquece o embasamento do jogo, mas também amplia o seu potencial didático ao conectar práticas lúdicas com marcos históricos e conceituais da teoria dos números.

4. SOCIALIZANDO O RECURSO EDUCACIONAL

4.1 VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL – JOGO PRICOM

A validação de um produto educacional é uma etapa imprescindível no processo de pesquisa e desenvolvimento no contexto do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Trata-se de um procedimento científico que visa comprovar a eficácia pedagógica do material proposto a partir de sua aplicação em contextos reais de ensino. No caso do jogo PriCom, voltado ao ensino de números primos e regras de divisibilidade, a validação se torna ainda mais significativa por sua proposta de integrar elementos lúdicos ao aprendizado de conceitos matemáticos fundamentais.

O jogo PriCom foi concebido com o intuito de promover a aprendizagem ativa, explorando a interação entre os alunos e o raciocínio matemático através de situações-problema contextualizadas em uma dinâmica de jogo. Validar esse produto em sala de aula permite verificar, de forma empírica, se os objetivos didáticos previstos — como o reconhecimento de números primos, o desenvolvimento de estratégias de divisibilidade e o engajamento com conteúdos abstratos — estão sendo efetivamente alcançados. Além disso, o processo de validação oferece subsídios para ajustes metodológicos e didáticos, baseando-se em observações sistemáticas, respostas dos estudantes e pareceres de especialistas.

A importância científica da validação reside também na possibilidade de generalização dos resultados: ao submeter o jogo a um ambiente real de ensino, pode-se analisar sua viabilidade de implementação em diferentes realidades escolares, bem como sua aderência às diretrizes curriculares da Educação Básica. Do ponto de vista formativo, a validação representa um momento de reflexão crítica sobre a prática docente e a construção de saberes pedagógicos, fortalecendo o vínculo entre teoria e prática — princípio fundamental do PROFMAT.

Assim, a validação do PriCom transcende a simples testagem de uma ferramenta: constitui-se como etapa essencial do rigor acadêmico e da responsabilidade pedagógica, assegurando que o produto final seja efetivo, significativo e replicável no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

4.2 RELATO DA VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL – JOGO PRICOM

No dia 06 de maio de 2025, foi realizada na Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT) a aplicação do jogo PriCom com o objetivo de validar sua eficácia como ferramenta de ensino de conceitos matemáticos, especificamente números primos e divisibilidade. A atividade envolveu a participação de 10 acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, em uma oficina didática na qual o jogo foi utilizado como recurso pedagógico.

O principal objetivo da aplicação do jogo foi testar sua funcionalidade e a dinâmica das regras em um ambiente real de sala de aula. A atividade teve como foco avaliar o nível de engajamento dos alunos, observar o aprendizado relacionado aos conceitos matemáticos abordados, além de coletar sugestões de melhorias para a ferramenta, com base no feedback dos participantes. A coleta de dados foi realizada por meio de um questionário estruturado, disponibilizado aos alunos ao final da oficina através da plataforma Google Forms.

Figura 12 – Alunos do curso Licenciatura em Matemática jogando PriCom.



Durante a aplicação, os alunos demonstraram um alto nível de entusiasmo e interesse, o que foi refletido na sua ampla participação. Muitos relataram que o jogo foi envolvente e ajudou a reforçar seu entendimento sobre números primos e compostos, bem como sobre as regras de divisibilidade. Este entusiasmo foi um indicador claro de que o jogo conseguiu captar a atenção dos participantes e incentivá-los a refletir sobre os conceitos matemáticos durante a atividade.

Figura 13 – Tabuleiro com algumas cartas durante uma rodada do jogo PriCom.



Entretanto, alguns aspectos do jogo foram identificados como áreas que podem ser aprimoradas para melhorar a experiência dos jogadores. Um dos pontos mais citados pelos participantes foi a necessidade de mais exemplos práticos durante a explicação inicial das regras. Apesar das instruções fornecidas, os alunos sugeriram que exemplos mais detalhados ajudariam a tornar os conceitos mais claros, principalmente para aqueles que ainda estavam se familiarizando com os conceitos de divisibilidade. Isso sugere que, embora o jogo seja eficaz em termos de envolvimento, a clareza nas explicações iniciais pode ser um fator determinante para o sucesso da atividade, especialmente para iniciantes no conteúdo.

Além disso, foi observada a necessidade de um monitor ou facilitador que orientasse as primeiras rodadas do jogo. Esse acompanhamento foi visto como fundamental para garantir que os participantes entendessem corretamente as regras e para minimizar as interrupções no fluxo do jogo, o que poderia impactar negativamente no engajamento. A presença de um facilitador ajudaria a esclarecer eventuais dúvidas e a garantir que todos os jogadores seguissem as regras de maneira adequada desde o início, permitindo uma experiência mais fluída e enriquecedora.

Apesar dessas sugestões de melhoria, a validação inicial confirmou que o jogo PriCom possui um grande potencial pedagógico. Ele demonstrou ser uma ferramenta eficaz para o ensino de matemática, especificamente no que se refere ao reforço de conceitos fundamentais, como a identificação de números primos e compostos, além das regras de divisibilidade. A aplicação do jogo em um contexto de sala de aula revelou que

ele pode ser uma maneira envolvente de abordar esses conteúdos, promovendo a interação dos alunos com o aprendizado de maneira prática e lúdica.

No entanto, para aprimorar a experiência de jogo, é fundamental que os ajustes sugeridos sejam implementados. A inclusão de exemplos práticos mais detalhados e a presença de um facilitador nas primeiras rodadas podem melhorar a compreensão e garantir que todos os participantes consigam aproveitar ao máximo os benefícios do jogo. Tais ajustes são necessários para que o jogo se torne ainda mais acessível e eficaz, principalmente para estudantes com diferentes níveis de familiaridade com o conteúdo.

Com base na validação realizada, é recomendado que o jogo seja testado em outros contextos escolares, com turmas e alunos de diferentes perfis, para obter uma análise mais ampla e diversificada de sua aplicabilidade. A continuidade desses testes permitirá uma avaliação mais aprofundada do impacto do jogo no aprendizado dos alunos e contribuirá para a sua evolução como ferramenta educacional.

Em síntese, o jogo PriCom demonstrou ser uma ferramenta pedagógica promissora, com alto potencial para engajar os alunos no aprendizado de matemática. Embora tenha apresentado resultados positivos na validação inicial, a implementação das melhorias sugeridas e a aplicação em diferentes contextos educacionais são passos essenciais para maximizar seu impacto e aprimorar a experiência de aprendizagem.

4.3 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO APLICADO APÓS OFICINA

Para a coleta de dados, foi aplicado um questionário ao final da oficina, com questões quantitativas e qualitativas, a fim de capturar tanto as impressões subjetivas quanto os indicadores objetivos de eficácia pedagógica. A análise dos resultados forneceu subsídios valiosos para o aprimoramento do jogo e para a compreensão de seu impacto no contexto educativo.

4.3.1 Perfil dos Participantes

O grupo de validação foi composto por dez participantes, todos acadêmicos de um curso de formação docente em Matemática. Dentre eles, 80% apresentavam até dois anos de experiência em sala de aula, e 50% nunca haviam lecionado formalmente, estando ainda em fase de formação inicial. A média geral de tempo de atuação docente foi de 1,55

ano, o que caracteriza o grupo como composto majoritariamente por professores iniciantes.

Essa escolha foi intencional e metodologicamente relevante. O foco na formação inicial permitiu testar o jogo com indivíduos que ainda estão construindo suas práticas pedagógicas, o que tornou possível observar o potencial do PriCom como recurso introdutório ao ensino com metodologias ativas. Educadores em início de carreira tendem a buscar instrumentos que combinem simplicidade, aplicabilidade imediata e potencial de engajamento — características que o jogo se propõe a reunir.

Além disso, o fato de os participantes possuírem pouca ou nenhuma experiência em sala de aula também permitiu avaliar o grau de autonomia promovido pelo jogo: um recurso didático eficaz deve ser compreensível mesmo por aqueles que ainda não estão plenamente inseridos na prática docente cotidiana.

4.3.2 Avaliação das Regras e Mecânicas do Jogo

Clareza e Acessibilidade das Regras

A clareza das regras de um jogo educativo é um fator decisivo para sua implementação em sala de aula, sobretudo em turmas heterogêneas. Os dados coletados indicam que 70% dos participantes consideraram as regras "fáceis de entender", enquanto os demais 30% as classificaram como "razoavelmente compreensíveis". Nenhum dos respondentes relatou dificuldades significativas quanto à assimilação das instruções.

Essa percepção revela um nível satisfatório de acessibilidade, embora a avaliação "razoável" feita por parte dos participantes aponte para a existência de uma margem para aprimoramentos. Sugeriu-se, por exemplo, a inclusão de exemplos práticos mais detalhados durante a exposição inicial, a fim de facilitar a familiarização com a lógica interna do jogo. Além disso, foi recomendada a criação de recursos visuais de apoio, como esquemas, infográficos ou fluxogramas, que possam complementar a explicação verbal das regras.

Importância dos Exemplos Práticos

Todos os participantes (100%) afirmaram que o exemplo de jogada apresentado durante a explicação inicial foi fundamental para a compreensão do jogo. Essa unanimidade reforça a relevância de incorporar a modelagem prática como estratégia

instrucional em jogos educativos. Tais exemplos não apenas ilustram o funcionamento das regras, mas também ajudam os jogadores a compreenderem o raciocínio matemático necessário para o desenvolvimento das jogadas.

4.3.3 Eficácia na Aprendizagem de Conceitos Matemáticos

Conceitos de Números Primos e Compostos

Um dos objetivos centrais do PriCom é promover a compreensão das diferenças entre números primos e compostos. Os dados revelam que 60% dos participantes afirmaram que o jogo os ajudou significativamente na aprendizagem desses conceitos, enquanto os outros 40% já dominavam o conteúdo anteriormente. É relevante destacar que nenhum participante relatou confusão ou dificuldade adicional após a experiência com o jogo, o que reforça a segurança conceitual promovida pela dinâmica lúdica.

Esses dados indicam que o PriCom é eficaz tanto como instrumento de ensino quanto como ferramenta de revisão e fixação de conteúdos. Sua mecânica exige que os jogadores identifiquem, de forma ágil, as propriedades numéricas associadas aos números representados nas cartas, promovendo uma aprendizagem ativa e significativa.

Estímulo ao Pensamento Matemático

A maioria absoluta dos participantes (90%) afirmou que o jogo exigiu pensamento matemático constante durante as jogadas, o que indica que o produto educacional não apenas diverte, mas estimula o raciocínio lógico e a tomada de decisões fundamentadas em conhecimentos matemáticos. Os outros 10% relataram essa exigência de forma "ocasional", o que pode estar relacionado ao domínio prévio do conteúdo ou à forma como interagiram com a dinâmica do jogo.

A mecânica do jogo envolve a identificação rápida de padrões numéricos, múltiplos, fatores e divisores, o que o alinha diretamente às habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como:

- Identificar e utilizar múltiplos e divisores em situações-problema (EF06MA05).
- Reconhecer e aplicar critérios de divisibilidade (EF06MA04).
- Desenvolver estratégias de cálculo mental e raciocínio lógico (EF05MA01, EF04MA05).

4.3.4 Engajamento e Percepção dos Participantes

Grau de Diversão e Motivação

O fator lúdico foi amplamente reconhecido pelos participantes: 100% consideraram o jogo "divertido" ou "muito divertido". Esse resultado é significativo, pois evidencia que o PriCom consegue equilibrar a proposta educativa com elementos de diversão e desafio, aspectos cruciais para manter o interesse dos estudantes durante atividades prolongadas ou recorrentes.

Dentre os elementos mais valorizados, destacam-se a competição saudável, a interação social entre os jogadores e a satisfação pessoal ao resolver corretamente os desafios matemáticos propostos.

Ritmo de Jogo e Tomada de Decisões

Em relação ao ritmo da partida, 70% dos participantes o consideraram "rápido", enquanto os outros 30% o classificaram como "adequado". Essa percepção indica que a dinâmica do jogo é fluida e evita tempos mortos ou pausas prolongadas que poderiam comprometer a atenção dos jogadores. Ainda, 90% relataram ter se sentido ativamente envolvidos nas decisões estratégicas do jogo, o que reforça seu caráter participativo e estimulante.

Sugestões de Aprimoramento

Com base nas observações e sugestões feitas pelos participantes, foram identificadas algumas propostas relevantes para o aperfeiçoamento do jogo:

1. **Aprimoramento do design visual do tabuleiro**, com uso mais eficaz de cores e organização gráfica para facilitar a identificação dos números e ações disponíveis.
2. **Limitação da faixa numérica de atuação**, reduzindo o intervalo (por exemplo, até 40), com o objetivo de tornar a mecânica mais acessível para alunos em níveis iniciais do ensino fundamental.
3. **Incorporação de um “árbitro” ou mediador** durante as primeiras rodadas para resolver dúvidas, promover a fluidez do jogo e garantir a aplicação correta das regras.

Os dados analisados demonstram que o jogo educativo PriCom apresenta alto potencial como ferramenta de apoio ao ensino de Matemática, sendo especialmente eficaz para o ensino de números primos, números compostos e critérios de divisibilidade. A atividade promoveu elevado engajamento, estimulou o raciocínio matemático e proporcionou uma experiência lúdica e significativa para os participantes.

Com base nas observações e sugestões obtidas, recomenda-se:

- A realização de **ajustes pontuais na apresentação das regras e no design visual do jogo**.
- O desenvolvimento de **materiais de apoio didático**, como guias para professores, vídeos explicativos e atividades complementares.
- A **ampliação da aplicação do jogo em diferentes contextos escolares**, a fim de avaliar sua eficácia com estudantes de distintas faixas etárias e níveis de conhecimento.

A validação realizada na UNEMAT configura-se, portanto, como um passo inicial bem-sucedido rumo à consolidação do PriCom como um recurso pedagógico inovador, capaz de conciliar ludicidade, engajamento e rigor conceitual na aprendizagem da matemática.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como finalidade o desenvolvimento, aplicação e validação do jogo educacional PriCom, concebido como uma ferramenta pedagógica voltada ao ensino e à aprendizagem de conteúdos fundamentais da Matemática, em especial no que se refere à identificação de números primos, números compostos e às regras de divisibilidade. A concepção do jogo buscou, de maneira intencional, aliar a ludicidade ao rigor matemático, promovendo um ambiente propício à aprendizagem ativa, conforme os pressupostos metodológicos que orientam o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

A proposta fundamentou-se na necessidade de proporcionar aos estudantes experiências didáticas que estimulem o raciocínio lógico-matemático, favoreçam o desenvolvimento de estratégias cognitivas e consolidem conhecimentos essenciais à formação básica. Para tanto, elaborou-se um produto educacional que articula elementos de interação, tomada de decisão e resolução de problemas, inseridos em uma dinâmica de jogo estruturada com regras claras e objetivos pedagógicos bem definidos.

A aplicação do PriCom, realizada com um grupo de acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), possibilitou a análise empírica de sua funcionalidade e eficácia como recurso didático. Os resultados obtidos evidenciaram um elevado nível de engajamento e motivação por parte dos participantes, os quais destacaram o caráter envolvente da proposta, bem como sua contribuição para a compreensão e fixação dos conteúdos matemáticos abordados.

A validação do produto educacional revelou que o jogo potencializa a aprendizagem ao estimular, de forma constante, o pensamento matemático, a identificação de padrões numéricos e a aplicação prática de critérios de divisibilidade. Ademais, os dados coletados indicaram que a mecânica do jogo é acessível e compreensível, ainda que tenha sido recomendada a inclusão de mais exemplos práticos durante a exposição inicial das regras, bem como a presença de um facilitador nas primeiras rodadas, a fim de garantir maior fluidez e compreensão da dinâmica.

As sugestões oriundas da aplicação, tais como o aprimoramento do design visual do tabuleiro, a delimitação da faixa numérica para determinadas faixas etárias e o desenvolvimento de materiais de apoio didático, indicam a potencialidade de evolução do produto, conferindo-lhe maior versatilidade e adequação a diferentes contextos

escolares. Tais apontamentos reforçam o compromisso deste trabalho com o constante aprimoramento da prática pedagógica, por meio da escuta atenta às necessidades e às percepções dos sujeitos envolvidos no processo educativo.

Assim, conclui-se que o jogo PriCom configura-se como um recurso pedagógico inovador, de elevado potencial para o ensino de Matemática, por promover a articulação entre ludicidade, rigor conceitual e aprendizagem significativa. Sua estrutura permite não apenas a introdução e a revisão de conceitos matemáticos fundamentais, mas também a promoção do protagonismo discente e o estímulo ao desenvolvimento de competências essenciais, conforme delineado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Em face dos resultados obtidos, recomenda-se a continuidade da validação do PriCom em diferentes realidades escolares, contemplando estudantes de distintas faixas etárias e níveis de conhecimento, com vistas a ampliar a compreensão sobre sua aplicabilidade e impacto pedagógico. Tal ampliação contribuirá para o fortalecimento de práticas educacionais inovadoras, capazes de potencializar a aprendizagem da Matemática e de aproximar o ensino dessa disciplina das demandas e interesses dos estudantes contemporâneos.

Dessa forma, este trabalho cumpre seu propósito ao apresentar, de maneira sistemática e fundamentada, um produto educacional que alia inovação, relevância pedagógica e aplicabilidade prática, evidenciando a importância do desenvolvimento de recursos didáticos que promovam a aprendizagem ativa e significativa no âmbito da Educação Matemática.

Ressalta-se, contudo, que a presente pesquisa apresenta algumas limitações que precisam ser consideradas no âmbito de sua análise e interpretação. Entre elas, destaca-se o número reduzido de participantes, o que restringe a generalização dos resultados, bem como a ausência de aplicação direta do jogo PriCom em turmas da Educação Básica — público-alvo para o qual a proposta foi inicialmente concebida. Tais aspectos evidenciam a necessidade de que futuras investigações ampliem o escopo da aplicação, diversificando os contextos educacionais, os perfis dos participantes e as faixas etárias, a fim de aprofundar a compreensão acerca da eficácia e da potencialidade pedagógica do produto desenvolvido.

Ademais, como perspectiva de ampliação do produto educacional, considera-se o desenvolvimento de uma versão do jogo PriCom que abarque números com três algarismos, de modo a expandir sua aplicabilidade e complexidade. Tal versão permitiria

trabalhar conteúdos mais avançados, explorando novos desafios relacionados à identificação de números primos e compostos, além de aprofundar a análise de critérios de divisibilidade. Essa proposta visa atender a alunos de níveis mais elevados de escolarização, como os anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio, potencializando ainda mais o caráter formativo e pedagógico do jogo.

Além das contribuições científicas e pedagógicas deste trabalho, é importante destacar os ganhos pessoais e profissionais advindos do processo de pesquisa e desenvolvimento do jogo PriCom. Durante a revisão teórica, pude aprofundar significativamente meus conhecimentos sobre a Teoria dos Números e sua história, o que me permitiu enxergar a Matemática sob uma nova perspectiva, mais ampla e clara.

A experiência de idealizar e construir um produto educacional também representou uma realização pessoal, na medida em que exigiu o exercício da criatividade, competência indispensável para o professor, que deve constantemente buscar formas inovadoras e acessíveis de apresentar conteúdos aos seus alunos. Nesse sentido, a célebre frase atribuída a Albert Einstein, “A criatividade é a inteligência se divertindo”, reflete de maneira precisa a vivência proporcionada por esta pesquisa, na qual o rigor acadêmico e o prazer criativo estiveram, em diversos momentos, profundamente entrelaçados.

Considera-se, ainda, que o PriCom possui potencial não apenas como ferramenta para o ensino de conteúdos matemáticos, mas também como um instrumento formativo de grande relevância para professores em formação inicial e continuada. Ao proporcionar uma experiência pedagógica que alia ludicidade, rigor conceitual e interação social, o jogo estimula futuros docentes a refletirem sobre a importância de práticas pedagógicas criativas, inovadoras e centradas no protagonismo discente. Além disso, o processo de mediação do jogo requer que o professor desenvolva competências relacionadas ao planejamento de atividades diferenciadas, à gestão de dinâmicas coletivas e à capacidade de adaptar conteúdos para torná-los mais acessíveis e significativos aos estudantes. Dessa forma, o PriCom não se limita a ser um recurso de ensino-aprendizagem, mas se configura como uma ferramenta formativa que contribui para a construção de uma postura docente mais reflexiva, criativa e comprometida com a promoção de ambientes educativos mais dinâmicos, participativos e inclusivos.

BIBLIOGRAFIA

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 12/02/2025.

COELHO, Fernando Nascimento. Números primos e a hipótese de Riemann. 2023. Dissertação (Programa de Pós-Graduação Profissional em Rede Nacional Profmat) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.

COSTA, Tito José Minhava Botelho de. Os Números Perfeitos e os Primos de Mersenne. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática para Professores). Universidade de Lisboa, 2015.

FARIAS, Djalma Gomes de. Um estudo do ensino de números primos na Educação Básica. 2016. 94 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2016.

FERREIRA, Antonio Eudes. Números primos e o postulado de Bertrand. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014.

GONÇALVES, C. H. B.; HADDAD, T. A. S. Demonstração de certos teoremas referentes a números primos, de Leonhard Euler: tradução e comentários. Revista Brasileira de História da Matemática, v. 9, n. 17, p. 93-99, abr./set. 2009.

GRANDO, Regina Célia. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 2000. 297 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

LOPES, Maria Aparecida. Introdução à Teoria dos Números e dos Números Primos. 2011. Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Monteiro, 2011.

MATOS, SANTOS. Felipe Arante, Frankson dos Santos e. **Crítérios de Divisibilidade Uma Abordagem Algébrica.** In FARIAS, Bruno Matos de. Intersecções do Saber: Caminhos Interdisciplinares. Rio de Janeiro, RJ: Eptaya, 2024

PORTO SILVA, P. Por que os números primos são importantes? Disponível em:

<http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/pqprimo.html>. Acesso em: 02/12/2025.

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Aritmética. 3. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2022.

REIS, Bayer, Carlos da Costa; VALDEMIR. Números Primos: Relação Histórica e Algumas Curiosidades. Revista IfesCiência, v. 6, n. 4, 2020, p. 242-256.

REIS, Carlos da Costa. Oficina de Matemática: o Uso dos Números Primos na Resolução de Problemas e Algumas Curiosidades. Dissertação (Mestrado Profissional em Rede Nacional Profmat). Vitória – ES, 2014.

RPM – Revista do Professor de Matemática. Números primos de Fermat. Disponível em:

<https://rpm.org.br/cdrpm/7/5.htm>. Acesso em: 02 abr. 2025.

VIEIRA, Márcia Oliveira. O teorema dos números primos. 2023. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2023.

ANEXOS

Esta seção de anexos apresenta os elementos gráficos do jogo PriCom — cartas e tabuleiro — desenvolvidos pela própria autora.

Figura 14 – Tabuleiro.

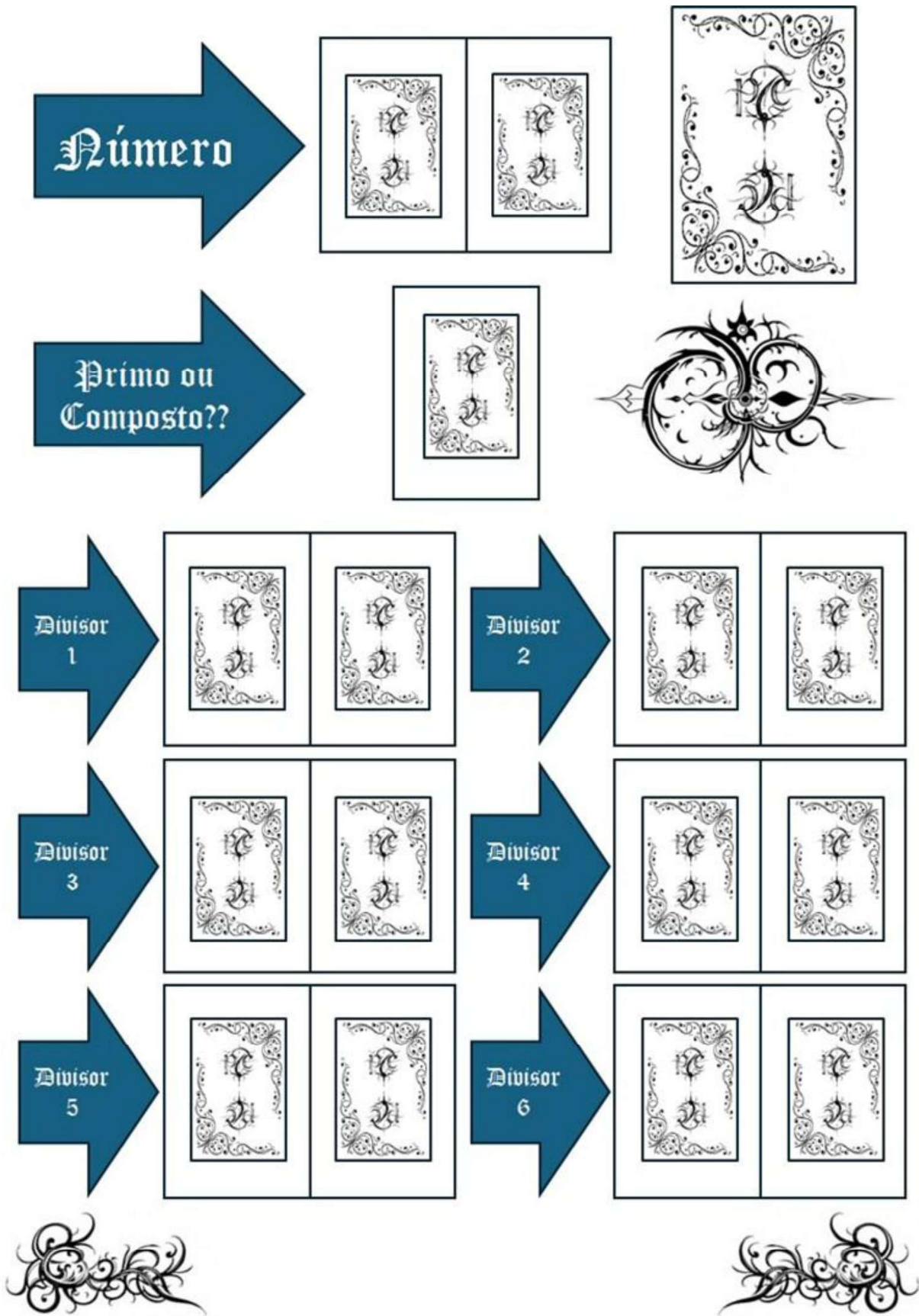
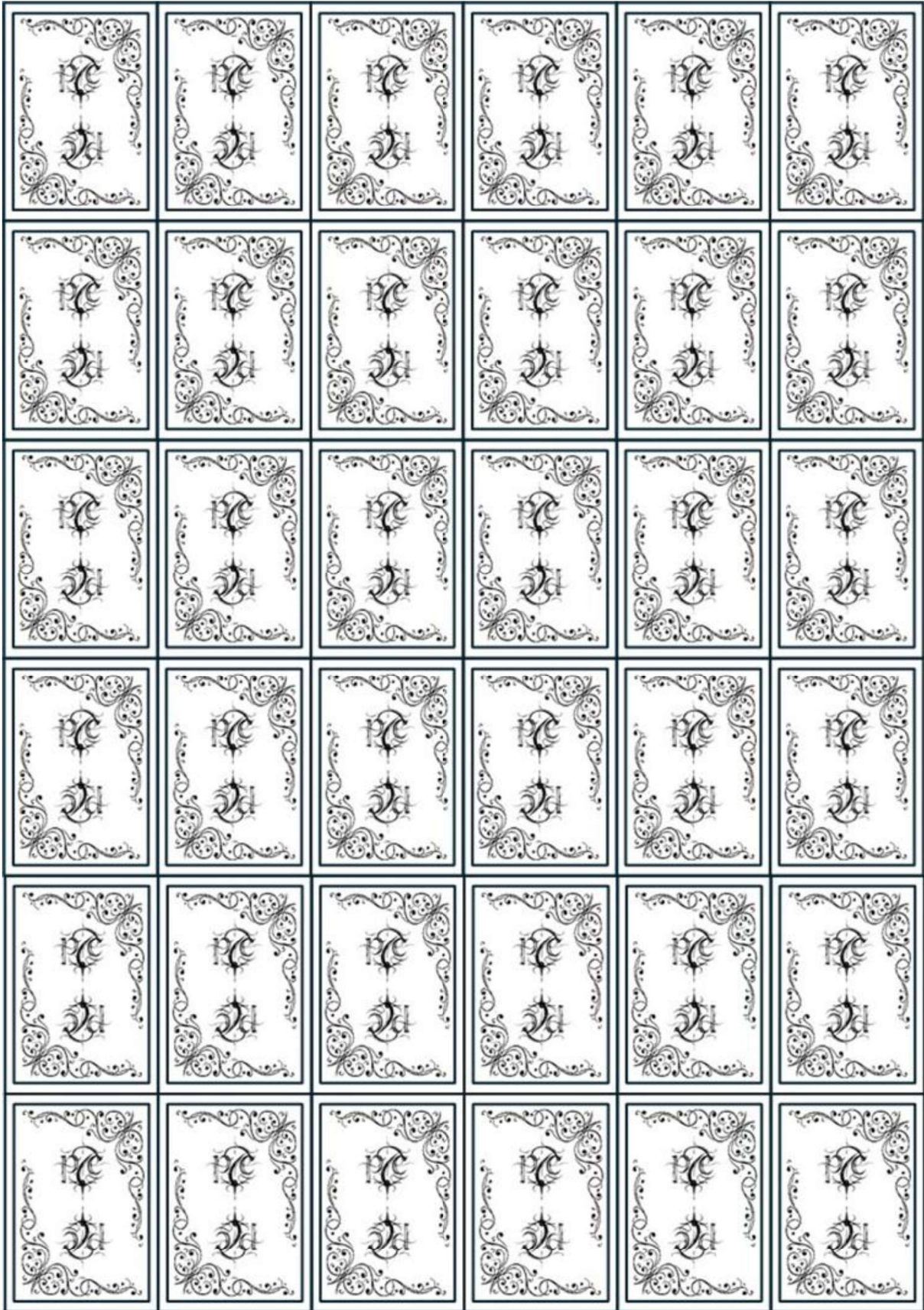


Figura 15 – Costas das cartas.



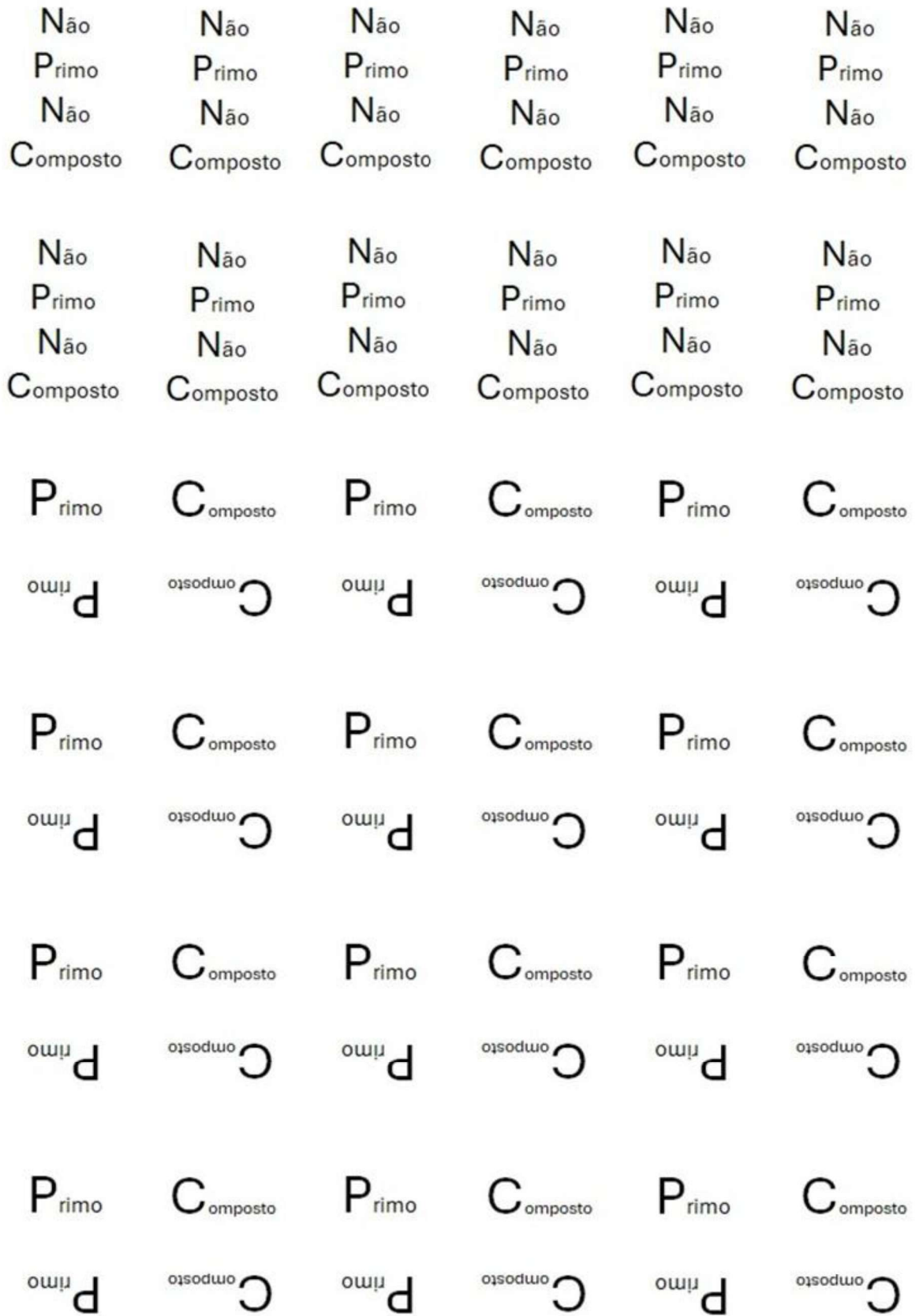
Fonte: Elaboração própria.

Figura 16 – Frente das Cartas com os algarismos de 0 a 9.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 17 – Frente das Cartas Especiais.



Fonte: Elaboração própria.