UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT

NATÃ MAINARDES FERNANDES

PRO-AHRIS: UM JOGO DE TABULEIRO E CARTAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE EM UM CURSO TÉCNICO EM AGRONEGÓCIO

PONTA GROSSA
2025

NATÃ MAINARDES FERNANDES

PRO-AHRIS: UM JOGO DE TABULEIRO E CARTAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE EM UM CURSO TÉCNICO EM AGRONEGÓCIO

Dissertação apresentada para a obtenção do título de Mestre em Matemática na Universidade Estadual de Ponta Grossa. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Orientador: Prof. Dr. Giuliano Gadioli La Guardia
Coorientador: Prof. Dr. Marcos Teixeira Alves

PONTA GROSSA
2025

F363 Fernandes, Natã Mainardes

Pro-Ahris: um jogo de tabuleiro e cartas para o ensino e aprendizagem de probabilidade em um curso técnico em agronegócio / Natã Mainardes Fernandes. Ponta Grossa, 2025.

58 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Área de Concentração: Matemática), Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Orientador: Prof. Dr. Giuliano Gadioli La Guardia.

Coorientador: Prof. Dr. Marcos Teixeira Alves.

1. Probabilidade. 2. Jogos educacionais. 3. Interdisciplinaridade. 4. Agronegócio. I. La Guardia, Giuliano Gadioli. II. Alves, Marcos Teixeira. III. Universidade Estadual de Ponta Grossa. Matemática. IV.T.

CDD: 519.2

Ficha catalográfica elaborada por Vera Lucia Braga da Silva- CRB9/1026

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA
Av. General Carlos Cavalcanti, 4748 - Bairro Uvaranas - CEP 84030-900 - Ponta Grossa - PR - https://uepg.br

TERMO

TERMO DE APROVAÇÃO

NATÃ MAINARDES FERNANDES

"PRO-AHRIS: UM JOGO DE TABULEIRO E CARTAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE EM UM CURSO TÉCNICO EM AGRONEGÓCIO"

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Ponta Grossa, pela seguinte banca examinadora:

Ponta Grossa 05 de dezembro de 2025.

BANCA EXAMINADORA:

gov.br Documento assinado digitalmente
GIULIANO GADIOLI LA GUARDIA
Data: 05/12/2025 17:37:18-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Giuliano Gadioli La Guardia (UEPG)
Presidente

gov.br Documento assinado digitalmente
SCHEILA VALECHENSKI BIEHL
Data: 05/12/2025 14:08:36-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Scheila Valechenski Biehl (UEPG)
Membro Interno

gov.br Documento assinado digitalmente
LUIZ OTAVIO RODRIGUES MENDES
Data: 05/12/2025 13:22:16-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Luiz Otávio Rodrigues Mendes (UNESPAR)
Membro Externo

Dedico este trabalho à minha esposa Juliane que sempre me apoiou, aos meus pais que me incentivaram a estudar desde criança, e aos meus avós que não estão mais presentes para verem este trabalho, mas que sempre acreditaram no meu potencial.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por guiar todos os meus passos, dar força, perseverança e sabedoria ao longo desta trajetória acadêmica.

À minha esposa Juliane, pelo carinho, compreensão e principalmente pelo apoio nesse período que foi fundamental para a conclusão dessa trajetória.

Aos meus pais, Edegar e Elizabete, que sempre me incentivaram, inspiraram e deram suporte para realizar meus objetivos.

Aos professores e professoras do programa de pós-graduação (PROFMAT), por toda contribuição na minha formação acadêmica e profissional.

Aos meus amigos e colegas que compartilharam esse período comigo, pelos momentos de estudos, conversas e apoio. Em especial ao meu amigo Leonardo Wrobel, que esteve em todos os momentos dessa trajetória, desde o exame de acesso (ENA) até o final, compartilhando conhecimento e companheirismo.

Ao meu orientador Professor Doutor Giuliano Gadioli La Guardia, pela orientação e paciência nessa trajetória.

Ao meu coorientador Professor Doutor Marcos Teixeira Alves, por todo o incentivo e dedicação. Seu apoio foi fundamental para a realização deste trabalho.

Aos professores e estudantes do Colégio Estadual do Campo Professora Edina Woellner Sviercoski, pela contribuição e pela participação no desenvolvimento das atividades. Em especial à diretora Rosilda de Oliveira que sempre me apoiou.

Por fim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho, tornando possível a conclusão dessa trajetória.

RESUMO

A Probabilidade permite descrever eventos aleatórios que não podem ser explicados de forma determinística, como previsões de tempo, pesquisas eleitorais, chances de ganhar jogos de loterias *etc.* No entanto, nota-se que os estudantes geralmente apresentam dificuldades na sua compreensão, seja da forma como é apresentada mediante mera aplicação de fórmulas ou de forma descontextualizada. Nesse sentido, desenvolveu-se um jogo pedagógico, denominado PRO-AHRIS, com aporte de interdisciplinaridade entre as disciplinas de Matemática, Educação Financeira, Gestão em Agricultura, Gestão em Zootecnia e Administração e Economia Rural, visando um curso técnico em Agronegócio. O objetivo geral desta dissertação consiste em analisar as potencialidades e fragilidades no processo de ensino de probabilidade por meio de um jogo. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, descritiva e de campo, em que os dados se originaram da observação do pesquisador e das respostas a um questionário respondido por 19 estudantes do 2^o ano do Ensino Médio de um curso técnico em Agronegócio da cidade de Castro - PR. Os resultados evidenciaram momentos potencialmente ricos no que concerne à aprendizagem mediada pelo jogo, a saber: centralidade do aluno na aprendizagem da Matemática, particularmente da Probabilidade, desenvolvimento de habilidades socioemocionais individuais, ações potencialmente lúdicas, desenvolvimento de habilidades socioemocionais coletivas e promoção de momentos de socialização e diálogo. Tais características reforçam o alcance dos objetivos propostos pela ação de jogar o PRO-AHRIS, mais especificadamente, por ser um jogo multicultural, que reforça conceitos e propicia competição. Quanto aos pontos positivos, os estudantes elencaram a competição, a motivação, a contextualização e a diversão. A dificuldade das perguntas e a falta de atenção para ouvi-las e entendê-las enquanto seus colegas perguntavam, foram os pontos negativos apresentados pelos estudantes. Para além disso, o jogo favoreceu em elucidar o alcance da Probabilidade na tomada de decisão envolvendo elementos interdisciplinares essenciais na profissão de técnico em Agronegócio.

Palavras-chave: Probabilidade. Jogos educacionais. Interdisciplinaridade. Agronegócio.

ABSTRACT

Probability allows us to describe random events that cannot be explained deterministically, such as weather forecasts, election polls, chances of winning lottery games, etc. However, it is noted that students generally have difficulty understanding it, whether it is presented through the mere application of formulas or in a decontextualized manner.In this context, a educational game called PRO-AHRIS was developed, with interdisciplinary input from the subjects of Mathematics, Financial Education, Agricultural Management, Animal Science Management, and Rural Administration and Economics, aimed at a technical course in Agribusiness. The general objective of this dissertation is to investigate aspects related to learning, motivation, and student engagement during the application of this educational resource. This is a qualitative, descriptive, field study, in which the data originated from the researcher's observations and responses to a questionnaire answered by 19 students in the second year of a technical course in Agribusiness in the city of Castro, Paraná. The results showed potentially rich moments in terms of game-mediated learning, namely: the centrality of the student in learning mathematics, particularly probability; the development of individual social-emotional skills; potentially playful actions; the development of collective social-emotional skills; and the promotion of moments of socialization and dialogue. These characteristics reinforce the achievement of the objectives proposed by the PRO-AHRIS game, more specifically, because it is a multicultural game that reinforces concepts and encourages competition. As for the positive points, the students listed competition, motivation, contextualization, and fun. The difficulty of the questions and the lack of attention in listening and understanding them were the negative points mentioned by the students.. In addition, the game helped to elucidate the scope of probability in decision-making involving essential interdisciplinary elements in the profession of agribusiness technician.

Keywords: Probability. Educational games. Interdisciplinarity. Agribusiness.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS

PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SBMAC	Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional
DEMAT	Departamento de Matemática e Estatística
UEPG	Universidade Estadual de Ponta Grossa
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PR	Paraná

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Probabilidade permite descrever eventos aleatórios que não podem ser explicados de forma determinística, como previsões de tempo, pesquisas eleitorais, chances de ganhar jogos de loterias *etc.* Segundo Ortiz e Alsina (2017), este assunto, inserido na Educação Básica, objetiva "contribuir para o desenvolvimento de um pensamento crítico que permite aos cidadãos compreender e comunicar distintos tipos de informações presentes em muitas situações cotidianas em que fenômenos aleatórios, casualidade e incerteza estão presentes".

No entanto, nota-se na prática do autor em sala de aula, que os estudantes geralmente apresentam dificuldades na sua compreensão, seja da forma como é apresentada mediante mera aplicação de fórmulas ou de forma descontextualizada. Soares (2020) enfatiza que essas dificuldades são causadas pela "forma como tal ensino se dá, por vezes embasado na transmissão de regras e fórmulas nem sempre compreensíveis no processo de aprendizagem". Embora nos últimos anos tenha ocorrido o aprofundamento dos conhecimentos de Probabilidade na Educação Básica (Brasil, 2018), fato pelo qual seria de se esperar uma diminuição nas dificuldades de aprendizagem deste conteúdo, os obstáculos persistem e estão relacionados com "baixo investimento na formação dos professores, pouco uso de recursos tecnológicos, dificuldades de interpretação e aplicação de matemática básica por parte dos alunos e uso excessivo de teoremas e fórmulas de modo mecanizado", conforme estudo realizado por Soares (2022).

Neste trabalho, visando facilitar a compreensão deste conteúdo e propiciando sua aplicabilidade no cotidiano dos estudantes, em específico daqueles de um curso Técnico em Agronegócio, elaborou-se e aplicou-se um jogo de tabuleiro e cartas, denominado: PRO-AHRIS[1] . Tal escolha permite trazer à tona características promissoras do uso de jogos na sala de aula, como a ludicidade, motivação, engajamento e sociabilidade. Para além dessas, o jogo construído procura estabelecer vínculos da matemática com a realidade deste curso técnico, de forma a colocar os estudantes na posição de tomada de decisões envolvendo questões de interdisciplinaridade com seu campo profissional, quais sejam nas áreas de Administração e Economia Rural, Gestão em Agricultura e Gestão em Zootecnia.

Esta dissertação organiza-se em 7 capítulos. O Capítulo 1 traz a Introdução, apresentando o problema de pesquisa, as justificativas e os objetivos. No Capítulo 2, a fundamentação teórica explora as pesquisas que dão suporte a este trabalho, organizadas nos temas: ensino de Probabilidade no Ensino Médio, jogos matemáticos no ensino e aprendizagem de Probabilidade e a interdisciplinaridade. O Capítulo 3 trata da fundamentação matemática com noções básicas relacionadas com as formas de contagem e a Probabilidade com foco no Ensino Médio. No Capítulo 4 é apresentada a metodologia utilizada no

[1] O nome foi criado juntando as palavras PRO (sigla para Probabilidade) e Ahris (unidade monetária utilizada no jogo, nome criado pelo autor em homenagem ao seu pet de estimação).

desenvolvimento desta investigação. O Capítulo 5 apresenta o jogo PRO-AHRIS como recurso educacional para o ensino e a aprendizagem de Probabilidade. Os resultados e as considerações finais são discutidos nos Capítulos 6 e 7, respectivamente. As referências, os apêndices e o anexo encerram a dissertação.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

O problema de pesquisa gira em torno do seguinte questionamento: "Como a interdisciplinaridade aliada ao uso de jogos didáticos podem aprimorar o engajamento e a compreensão de conceitos de probabilidade, tornando-a mais relevante para futuros técnicos em Agronegócio?"

1.2 JUSTIFICATIVA

Levando em consideração a experiência do autor como docente na Educação Básica, é notável as dificuldades dos estudantes nos conteúdos de Probabilidade, especialmente no que diz respeito a uma falta de visualização concreta de sua aplicação no cotidiano. Além desta, cita-se a dificuldade na aplicação das fórmulas adequadas, às vezes por desconhecer como classificar corretamente os eventos de um espaço amostral de acordo com o problema em estudo.

Acredita-se que uma maneira de resolver o primeiro problema, considerando aqui o público-alvo que são estudantes de um curso Técnico em Agronegócio, é utilizar a interdisciplinaridade, resgatando o contexto em que os estudantes estão inseridos. Ao perceberem que o tema é importante para suas vidas, eles terão mais motivação para aprender e, consequentemente, haverá grandes chances de desenvolver aprendizagem significativa.

Para as duas dificuldades apontadas, sugere-se o uso de jogos didáticos, pois, sendo lúdicos e interativos, permitem que os estudantes se engajem e vivenciem momentos de aprendizagem jogando.

Neste sentido, este trabalho inova ao construir um jogo de tabuleiro com cartas - PRO-AHRIS - que possibilita contextualizar a Probabilidade com tópicos relacionados com o campo profissional dos estudantes do Curso Técnico em Agronegócio, a partir do uso da interdisciplinaridade com os componentes curriculares específicos do curso. Ademais, o PRO-AHRIS, usando de princípios da *gamificação*, propicia competição e interação social que servem de estímulo para os estudantes no que concerne à aprendizagem e à sua postura na tomada de decisões.

1.3 OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS

Como objetivo geral, este trabalho visa analisar as potencialidades e fragilidades no processo de ensino de probabilidade por meio de um jogo.

Para alcançar o objetivo principal deste trabalho, devem-se cumprir os seguintes objetivos específicos:

1. Refletir sobre os documentos normativos da educação em relação ao conteúdo de probabilidade.
2. Apresentar os conceitos matemáticos referentes a probabilidade.
3. Discutir sobre as possibilidades de utilização do jogo construído no processo de ensino e aprendizagem de probabilidade.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, problematiza-se o tema da pesquisa a partir da apresentação dos referenciais teóricos que subsidiam a sua escolha, bem como fornecem suporte para a análise do jogo desenvolvido e da discussão dos resultados obtidos após sua aplicação em uma turma do curso técnico em Agronegócio. Buscando cumprir os três primeiros objetivos específicos elencados na Seção 1.3, organizou-se 3 seções enfocando o ensino de Probabilidade no Ensino Médio, a prática interdisciplinar e o uso de jogos como recurso para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

2.1 ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento norteador da Educação Básica brasileira, ou seja, é um documento que define as aprendizagens e competências que os estudantes de todo o país devem desenvolver durante sua jornada escolar na Educação Básica. Estas são organizadas por áreas do conhecimento. Neste trabalho, foca-se na área da Matemática e suas Tecnologias.

Dividida por etapas de ensino: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, esta área

> [...] no Ensino Fundamental, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos. No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (Brasil, 2018).

No que tange às aprendizagens sobre Probabilidade no Ensino Médio, ocorre um aprofundamento das habilidades requisitadas deste mesmo conteúdo no Ensino Fundamental, conforme mostra o Quadro 2.1.

Quadro 2.1: Habilidades da Base Nacional Comum Curricular referentes à Probabilidade para o Ensino Médio

Sigla	**Habilidade**
EM13MAT106	Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
EM13MAT311	Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
EM13MAT312	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
EM13MAT511	Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Fonte: Retirado de Brasil (2018).

Observa-se que a habilidade EM13MAT106 sugere a contextualização da Probabilidade a partir de situações cotidianas dos alunos. A habilidade seguinte, EM13MAT511, exige um olhar especial para um dos conceitos fundamentais da Probabilidade, a de espaço amostral. A habilidade EM13MAT312 reforça o uso da resolução de problemas, incentivando ainda a criação ou formulação de novos problemas. Esta habilidade permite ao professor a utilização de metodologias ativas, em que os estudantes tornam-se protagonistas de sua aprendizagem. Por fim, a última habilidade apresenta um elemento central fortemente destacado na BNCC, de verificar as implicações do cálculo realizado considerando o problema em estudo. Obter uma resposta não deve ser o desfecho da natureza investigativa.

Dada a abrangência desta pesquisa, é de interesse o Referencial Curricular para o Ensino Médio do Paraná. Este documento orienta a elaboração dos currículos para o Ensino Médio para todas as redes de ensino do estado (privadas, municipais e estadual). Divide-se em três volumes contendo um texto introdutório, a formação básica geral e os itinerários formativos. Este estudo enfatiza a formação básica geral que

> [...] contempla a organização curricular, visando ao desenvolvimento de competências e habilidades a partir do aprofundamento das aprendizagens desenvolvidas no Ensino Fundamental. Está estruturada em quatro áreas do conhecimento, a saber: Linguagens e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências da Natureza e suas tecnologias e Ciências Humanas Sociais e Aplicadas. Em cada uma dessas áreas são trabalhadas as habilidades específicas por meio da articulação dos componentes curriculares. (Paraná, 2021).

A área de Matemática e suas Tecnologias está alinhada, assim como todo o Referencial Curricular, à BNCC. Neste documento, a Matemática é pensada em uma perspectiva “dinâmica, temporal, conectada às realidades e visando às vivências cotidianas dos estudantes” (Paraná, 2021). Além disso, considera-se uma Matemática com posição ativa diante do conhecimento

> [...] que incorpore a própria dinâmica das transformações socioculturais; que não se limite somente aos aspectos puramente abstratos e formais, mas que incorpore os aspectos criativos da própria Matemática; e que permita ao estudante ir além do conhecimento da Matemática já pré-concebida, construindo novos conhecimentos para ela e para além dela. (Paraná, 2021).

No que concerne as habilidades relativas ao conteúdo de Probabilidade apresenta-se o Quadro 2.2. Além da descrição das habilidades, o documento cita sugestões de conteúdos que, conforme pode-se perceber, constituem-se em conceitos e em resultados básicos da Probabilidade.

Quadro 2.2: Habilidades relativas à Probabilidade no Referencial Curricular para o Ensino Médio do Paraná

Sigla	**Habilidade**	**Sugestões de Conteúdo**
EM13MAT106	Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).	Não apresenta.
EM13MAT311	Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.	Espaço amostral; Experimentos aleatórios sucessivos; Eventos dependentes e independentes; Contagem de possibilidades.
EM13MAT312	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.	Experimentos aleatórios sucessivos; Eventos dependentes e independentes.
EM13MAT511	Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.	Binômio de Newton; Espaço amostral (discreto e contínuo); Eventos (equiprováveis e não equiprováveis).

Fonte: Retirado de Paraná (2021).

Ambos os documentos explicitam a importância da Probabilidade no estudo e compreensão de fenômenos da natureza, da vida cotidiana e de experimentos aleatórios. Para tanto, busca-se trabalhá-la no Ensino Médio a partir de elementos como a contextualização, a interdisciplinaridade e a formulação e resolução de problemas. Embora se trate de um assunto frequente em nossa vida diária, como saber a probabilidade de chover em um dia nublado ou apostar em qual será o sexo de um bebê, há muitos entraves no desenvolvimento do pensamento probabilístico na Educação Básica, caracterizado pela capacidade de "escolher amostras e tomar decisões em várias situações do cotidiano." (Mazzaro et al., 2024).

Nota-se que os estudantes geralmente apresentam dificuldades na sua compreensão, seja da forma como é apresentada mediante mera aplicação de fórmulas ou de forma descontextualizada. Soares (2020) enfatiza que essas dificuldades são causadas pela "forma como tal ensino se dá, por vezes embasado na transmissão de regras e fórmulas nem sempre compreensíveis no processo de aprendizagem". Embora nos últimos anos tenha ocorrido o aprofundamento dos conhecimentos de Probabilidade na Educação Básica Brasil (2018), o que seria de esperar uma diminuição nas dificuldades de aprendizagem deste conteúdo, os obstáculos persistem e estão relacionados com "baixo investimento na formação dos professores, pouco uso de recursos tecnológicos, dificuldades de interpretação e aplicação de matemática básica por parte dos alunos e uso excessivo de teoremas e fórmulas de modo mecanizado", conforme estudo realizado por Soares (2022).

Há de se considerar ainda os obstáculos de natureza epistemológica e didática nas práticas pedagógicas de professores da Educação Básica. Santana (2011) acentua que "os professores se sentem despreparados para o ensino de noções probabilísticas devido às dificuldades encontradas na elaboração de conceitos que exigem construção reflexiva sobre a ideia de acaso e aleatoriedade."

Diante das dificuldades encontradas, esta pesquisa procura contribuir no desenvolvimento do pensamento probabilístico no Ensino Médio a partir da metodologia de jogos (Seção 2.2) aliada com a prática interdisciplinar (Seção 2.3) considerando estudantes de um curso técnico em Agronegócio como público-alvo.

2.2 JOGOS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE

O jogo apresenta-se como um aliado no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Autores como Moura (1992), Grando (1995) e Magina et al. (2020) defendem o jogo como um recurso favorável ao fazer pedagógico do professor que, ao adotá-lo de modo intencional, é capaz de produzir o desenvolvimento e/ou a aplicação de conceitos matemáticos pelos estudantes, enquanto jogadores. O Referencial Curricular para o Ensino Médio do Paraná Paraná (2021) destaca a importância da utilização deste recurso ao tornar as aulas mais dinâmicas e interativas, colocando os estudantes como protagonistas de sua aprendizagem.

É perceptível nas pesquisas atuais que práticas educativas com a utilização de jogos são benéficas à aprendizagem significativa, pois tem a potencialidade de promover o desenvolvimento de características positivas como despertar o interesse e a motivação pela disciplina de Matemática, a autoconfiança, a autoestima, a tomada de decisões, bem como a socialização, a cooperação e o trabalho em equipe. Os autores Barbosa e Ribeiro (2022) reforçam essas potencialidades nas aulas de Matemática, revelando que a sua utilização

> [...] é considerada uma forma de ampliar habilidades, como capacidade de observação, reflexão, formação de hipóteses, desenvolvimento do raciocínio lógico e favorecimento da socialização dos alunos, fazendo do jogo um contexto natural para o surgimento de situações-problema, cuja superação exige do jogador alguma aprendizagem e um esforço na busca por sua solução. (Barbosa e Ribeiro, 2022)

O Quadro 2.3, adaptado de Lemes et al. (2024), apresenta algumas possibilidades pedagógicas para o uso de jogos em sala de aula. Estes autores classificam o seu uso a partir de três âmbitos: (i) origem do material (se é desenvolvido ou adaptado); (ii) aprendizagem dos alunos (como desencadeadores de aprendizagem ou como aplicação) e (iii) objetivos educacionais atribuídos à prática com o jogo. Cabe esclarecer que os jogos desencadeadores de aprendizagem objetivam a produção de novos conhecimentos ou que estão em desenvolvimento, enquanto que os jogos de aplicação auxiliam na fixação de conceitos e resultados já estudados pelos alunos.

Quadro 2.3: Contribuições de ações pedagógicas de Matemática com Jogos

Características	**Possibilidades pedagógicas**
Centralidade do aluno na aprendizagem da Matemática	Contribuem para o protagonismo do aluno nas ações de ensino da Matemática, valorizando o desenvolvimento de aspectos cognitivos e sociais dos estudantes.
Ações potencialmente lúdicas	Despertam situações favoráveis à motivação, ao envolvimento e ao interesse dos alunos nas atividades propostas, atuando como uma possibilidade de aproximação entre os discentes e a Matemática.
Desenvolvimento de habilidades socioemocionais individuais	Instigam situações favoráveis à autoestima, à autoconfiança, à iniciativa, à tomada de decisões, à curiosidade e à autonomia, imprescindíveis para a formação da personalidade dos alunos.

Quadro 2.3 – Contribuições de ações pedagógicas de Matemática com Jogos (continuação)

Características	**Possibilidades pedagógicas**
Desenvolvimento de habilidades socioemocionais coletivas	Possibilitam momentos que despertam a cooperação e o trabalho em equipe, contribuindo para a mobilização de habilidades interpessoais dos alunos.
Agentes facilitadores da aprendizagem matemática	Propiciam situações favoráveis à aprendizagem dos alunos por meio da formulação de hipóteses, do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, da busca por relações e suas possíveis generalizações e, ainda, da compreensão e significação de conceitos e da linguagem matemática.
Promoção de momentos de socialização e diálogo	Favorecem a interação entre os alunos e deles com o educador, contribuindo para a consolidação de uma realidade de ensino benéfica ao diálogo, a participação, a reflexão e a discussão de conceitos matemáticos contemplados pelos Jogos.

Fonte: Adaptado de (Lemes et al., 2024).

Quanto ao 3^o âmbito, os objetivos educacionais atribuídos à prática com o jogo classificam-se em

> (1) Jogos tipo quebra-cabeça, que envolvem alguma estratégia ou lógica para vencer; (2) Jogos para reforçar conceitos, que têm o intuito de aplicar e/ou reproduzir um conceito matemático já estudado; (3) Jogos que praticam habilidades, aqueles que exploram determinada competência matemática; (4) Jogos para estimular a discussão Matemática, que propiciam a construção de uma linguagem própria da disciplina; (5) Jogos para encorajar o uso de estratégias, os quais se apresentam como uma estratégia de ensino na perspectiva da resolução de problemas; (6) Jogos multiculturais, que relacionam conceitos matemáticos e aspectos socioculturais; (7) Jogos mentais, que estimulam a atividade mental; (8) Jogos computacionais, aqueles propostos, vivenciados ou desenvolvidas em ambientes digitais e/ou virtuais; (9) Jogos de cálculo, que estimulam o cálculo mental; (10) Jogos colaborativos, em que a prioridade centra-se mais no trabalho conjunto do que na competição; (11) Jogos de competição, nos quais a competição orienta a reflexão e o pensamento matemático; e (12) Jogos para enfatizar estruturas matemáticas fundamentais, aqueles nos quais os conceitos fazem parte da ação do jogo. (Lemes et al., 2024)

Necessário destacar que esta classificação não deve ser pensada de forma excludente, uma vez que a aplicação de um jogo pode envolver diferentes características e cumprir mais de um objetivo de aprendizagem.

Considerando o tema da pesquisa, o ensino de Probabilidade, realizou-se uma busca de artigos no Portal de Periódicos da Capes investigando o uso de jogos no ensino e aprendizagem deste conteúdo com foco no Ensino Médio. A escolha por esta base de dados justifica-se por constituir-se em um dos maiores acervos virtuais do Brasil, e por permitir acesso aos materiais de forma livre e gratuita. Além disso, a pesquisa na página do portal é intuitiva, podendo ser pesquisado através do assunto ou pelas listas de bases e coleções, livros e periódicos.

O período de pesquisa é de 2020 a 2025. Considerou-se apenas artigos nacionais como tipo de material. Baseando-se na questão da pesquisa, optou-se pelas *strings*: "Probabilidade", "Jogo" e "Ensino Médio". Os dados a serem coletados são: descrição do jogo e contribuições do uso deste recurso em sala de aula.

Introduzidas as *strings* na busca avançada, o portal apresentou 16 resultados, sendo 11 artigos nacionais, no período de 2012 a 2025. A exclusão seguinte atualizou o período de análise de 2020 a 2025. Nesta situação, a busca retornou 12 artigos. A penúltima etapa excluiu os trabalhos de idioma diferente do português, gerando uma seleção de 9 trabalhos para análise. Por fim, na última etapa, foram excluídos 4 trabalhos: um artigo de revisão sistemática, um artigo sobre experiências com Probabilidade na sala de aula a partir do filme Jogos Vorazes e dois artigos de divulgação da Revista Baiana de Educação Matemática que trazem, entre outros tópicos, o ensino de Probabilidade. O quadro 2.4 sumariza os dados de interesse após análise dos 5 artigos selecionados.

Quadro 2.4: Descrição dos dados coletados na condução do Mapeamento

Referência	**Descrição do jogo**	**Contribuições**
(Ferreira et al., 2020)	"Jogo da Velha" para fixar tópicos do Ensino Médio, incluindo Análise Combinatória e Probabilidade	Resultou em aulas mais dinâmicas e produtivas. Pressupõe, por parte do professor, um exercício de prática reflexiva.
(Ribeiro, 2020)	"2 dados e vários jogos" disponível no portal Mais - Serviços e Recursos Educacionais	Concluiu que os jogos são ferramentas eficazes para introduzir um conhecimento matemático, quando trabalhados de forma consciente e responsável. Os alunos se tornam agentes da busca do conhecimento, eventualmente ocorrendo suas próprias mudanças conceituais.
(Leocádio e Tinti, 2023)	"Campo Minado"	A proposta não foi aplicada. Sugere-se que a atividade seja realizada inicialmente na formação continuada de professores. Os autores acreditam que o uso do jogo pode contribuir no processo de ensino e de aprendizagem da Probabilidade e da Estatística que supere a perspectiva pautada na memorização e aplicação de fórmulas.

Quadro 2.4 – Descrição dos dados coletados na condução do Mapeamento (continuação)

Referência	**Descrição do jogo**	**Contribuições**
(Viana et al., 2021)	"Jogo Máximo" - jogo virtual disponível no site da coleção Matemática Multimídia da Unicamp (um conjunto com mais de 300 recursos educacionais de Matemática para o Ensino Médio)	A proposta não foi aplicada. No entanto, os autores esperam que esse estudo oportunize aos docentes o conhecimento da prática de ensino de matemática por meio de jogos, de maneira que os leve a refletir e a participar ativamente do processo de construção do conhecimento matemático.
(Rocha et al., 2024)	Os jogos selecionados para as oficinas foram os dados de 6 faces, urnas com bolas coloridas e numeradas e um jogo de probabilidade - onde cada integrante do grupo recebe números de plástico numerados de 1 a 6	Os autores afirmaram que a resolução de problemas contribuiu para motivar o educando a interpretar as situações propostas. Além disso, o conteúdo de probabilidade foi trabalhado de maneira mais dinâmica, onde os alunos associavam as definições aos materiais que tinham em mãos no momento de jogar.

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir do exposto, percebe-se a carência de artigos científicos nacionais que explorem propostas/práticas utilizando jogos no ensino de Probabilidade. Nota-se ainda que a maioria destes se utilizam de recursos disponíveis em repositórios educacionais, revelando que poucos materiais têm sido construídos ou que a maioria das experiências ocorridas nas salas de aula são pouco publicizadas nos meios de divulgação científica.

Quando se considera o público alvo um curso técnico em Agronegócio, a situação é alarmante: a plataforma de dissertações do PROFMAT não retorna trabalho algum. Alterando a palavra-chave para "Agropecuária", obtém-se 9 trabalhos, sendo apenas um relacionado com o ensino e a aprendizagem de Probabilidade. Peixoto (2022) apresenta problemas contextualizados e aplicáveis deste conteúdo em um curso técnico em Agropecuária.

Diante desse mapeamento, percebe-se a necessidade de publicação de trabalhos que tratem de propostas e/ou experimentações do uso de jogos em um contexto de ensino e aprendizagem de Probabilidade. É recomendável ainda o uso da interdisciplinaridade, dando significado e destacando as integrações deste conteúdo com outras áreas do conhecimento. Para tanto, a seção 2.3 busca evidenciar algumas possibilidades da prática interdisciplinar em sala de aula.

2.3 INTERDISCIPLINARIDADE

A Base Nacional Comum Curricular evidencia que a Matemática da Educação Básica seja trabalhada de tal forma que, através dela, seja implementado um ensino interdisciplinar que envolva dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além de econômicas - relacionadas às questões de consumo, de trabalho e de dinheiro Brasil (2018). Além disso, este documento reforça que o estudo da matemática deve incentivar a resolução de problemas, de modo que os jovens consigam justificar as soluções encontradas e os métodos utilizados para chegar até elas.

É frequente o uso da expressão interdisciplinaridade. No entanto, percebe-se que não há um consenso geral sobre este conceito e que seja aceito universalmente. Neste trabalho, entende-se por interdisciplinaridade a

> [...] maneira (métodos e conteúdos) de se trabalhar o currículo disciplinar qualitativamente negando-o, abrindo-se para diferentes possibilidades, ou seja, os professores de diferentes saberes se unem para desfragmentar o conhecimento que está hermético, encerrado em cada disciplina, de forma que haja ruptura entre a rígida linha que separa os saberes, e pelo trabalho pedagógico o aluno consiga perceber que há uma multiplicidade de estruturas que se relacionam para construir este conhecimento por uma única via. Ter clareza para compreender que as disciplinas não ensejam conhecimentos totalmente diferentes e desconectados entre si, perceber que elas se relacionam e constroem em suas vidas e realidades por eles hoje compartilhadas. (Marques, 2010).

A 2^a competência da BNCC de Matemática para o Ensino Médio apresenta elementos de interdisciplinaridade ao

> propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática." (Brasil, 2018).

Na prática, quando se utiliza dessa metodologia, os estudantes são incentivados a dialogar com professores de outras áreas do conhecimento, visando à devida integração dos saberes. Mais importante que a ajuda em si, é ficar claro para os estudantes que um mesmo assunto envolve conceitos que fazem parte de mais de uma disciplina, ou seja, ainda que não seja explícita, há uma conexão entre elas.

Em se tratando de um curso técnico em Agronegócio, a interdisciplinaridade se faz presente na maior parte do seu currículo, inclusive é um elemento constante no objetivo geral do Plano de Curso Técnico em Agronegócio Integrado: "Formar profissionais com competência para o exercício da função de técnico em agronegócio, sendo capazes de interagir em equipes multidisciplinares, baseados nos princípios éticos, morais e sociais, além da interdisciplinaridade das organizações contemporâneas." (Paraná, 2023).

As áreas relacionadas com gestão, pecuária e agricultura foram escolhidas para se promover a integração com conteúdos de Probabilidade, uma vez que constituem conhecimentos basilares na formação de um técnico em Agronegócio, conforme se encontram explicitadas nos dois primeiros itens do perfil profissional de conclusão do curso:

> - Promover a gestão de negócios e coordenar a cadeia produtiva nas operações de produção, armazenamento, processamento, distribuição e comercialização de produtos e derivados.
> - Elaborar, projetar e executar a gestão da cadeia produtiva rural (agrícola, pecuária e agroindustrial). (Paraná, 2023).

Ao mesmo tempo, e não menos importante, reforça-se que o ensino de Probabilidade, como prevê a BNCC, traz habilidades em que a interdisciplinaridade é visivelmente recomendada, como apontada na EM13MAT106: "Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro *etc.*)" (Brasil, 2018).

3 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA

Este capítulo apresenta os conceitos e os resultados matemáticos inerentes à pesquisa desenvolvida. Explora-se, inicialmente, as formas de contagem, destacando a Combinatória como parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas. Na sequência, apresenta-se a Probabilidade como ferramenta de estudo para modelar experimentos e fenômenos de natureza aleatória, em especial relacionados com o campo interdisciplinar de um curso técnico em Agronegócio. Utilizam-se Morgado et al. (2004) e Morgado e Carvalho (2015) como referências basilares para a construção deste capítulo.

3.1 FORMA DE CONTAGEM

A Combinatória é o ramo da Matemática que analisa estruturas e relações discretas. Permite, entre tantas outras aplicações, determinar o número de possibilidades de ordenar ou agrupar elementos de um conjunto, levando em conta as particularidades e restrições que cada problema apresenta. Como destacam Morgado et al. (2004), "esse é um dos encantos desta parte da matemática, em que problemas fáceis de enunciar revelam-se por vezes difíceis, exigindo uma alta dose de criatividade para a sua solução."

Uma vez que a contagem é um dos pontos centrais do uso da Análise Combinatória, enuncia-se o *Princípio da Multiplicação* que constitui a ferramenta básica para resolver os problemas de contagem abordados a nível de Ensino Médio.

Definição 3.1 *Se uma decisão d_1 pode ser tomada de x modos e, tomada a decisão d_1, há y modos de tomar a decisão d_2, então o número de modos de tomar sucessivamente as decisões d_1 e d_2 é $x \cdot y$.*

Este princípio, também conhecido como *Princípio Fundamental da Contagem*, pode ser estendido para mais decisões, multiplicando-se o número de possibilidades de cada uma delas.

Exemplo 3.1 *Para um determinado plantio, um agricultor precisa escolher um tipo de semente e um tipo de fertilizante. Sabendo que ele pode escolher entre 4 tipos de sementes e 3 tipos de fertilizantes, qual é o total de modos possíveis para este plantio?*

Via Princípio Multiplicativo, há $4 \cdot 3 = 12$ modos possíveis.

Ainda com este princípio, pode-se obter o número de modos de ordenar n objetos distintos. Por exemplo, para os objetos, 1, 2 e 3, há 6 ordenações possíveis, a saber: 123, 132, 213, 231, 312 e 321. Cada ordenação é chamada *permutação simples*.

Se o interesse é determinar o número de permutações de um conjunto com n elementos, pode-se recorrer ao Princípio Multiplicativo. Pensando em posicioná-los ordenadamente, para a primeira posição há n possibilidades; para a segunda tem-se $n-1$ possibilidades, pois um elemento foi escolhido para a primeira posição. Na terceira posição, são $n-2$ possibilidades e, prossegue-se até a última posição, onde restará uma única possibilidade de escolha. Com isso, o número de permutações simples de n elementos, designado por P_n, é dado por

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \cdots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.$$

Fixado $n \in \mathbb{N}$, P_n é chamado *fatorial* de n, sendo representado assim $n!$. Isso significa que $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \cdots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Particularmente, o fatorial de 4 é 24, pois $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Frequentemente utiliza-se o conceito de permutação simples para encontrar a quantidade de anagramas a partir de uma palavra dada. Um anagrama de uma palavra é a junção de todas as letras desta última que podem ou não formar novas palavas da Língua Portuguesa. Para a palavra AMOR, por exemplo, são exemplos de anagramas: AROM, ROMA e ORMA. Contendo 4 letras distintas, a quantidade de anagramas que forma-se a partir desta palavra é $4! = 24$.

No cálculo do número de anagramas realizado anteriormente considerou-se a situação em que a palavra é constituída por letras diferentes. Tal raciocínio é incorretamente aplicado quando há repetição de letras. A palavra ANA, por exemplo, possui apenas três anagramas: ANA, AAN e NAA. Formada por três letras, sabe-se que há $3! = 6$ modos de permutá-las gerando anagramas. No entanto, contou-se duas vezes as mesmas permutações (anagramas), pois há duas letras A em ANA. Corrige-se dividindo por $2!$, isto é, o total de anagramas é $\frac{3!}{2!} = 3$.

A partir deste exemplo ilustrativo, caracteriza-se a conhecida *permutação com repetição*:

$$P_n^{k_1,k_2,\ldots,k_n} = \frac{n!}{k_1!k_2!\cdots k_n!},$$

em que n é o número de elementos e k_i é a quantidade de repetições do i-ésimo elemento.

Exemplo 3.2 *Para um determinado plantio um agricultor irá plantar quatro tipos de sementes em quatro canteiros distintos. De quantos modos o agricultor poderá realizar essa tarefa?*

Ordenados os canteiros, basta ver que para o primeiro, ele tem quatro opções de sementes; no segundo, uma vez já escolhido o tipo de semente para o 1^o canteiro, terá três opções; no terceiro duas opções e no último somente uma opção. Logo, há $P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ modos de realizar este plantio.

Exemplo 3.3 *Um agricultor organiza seus fertilizantes, etiquetando-os conforme a cultura em que podem ser aplicados. Ele tem três sacos de fertilizantes para milho, seis para feijão e quatro para soja. De quantos modos o agricultor poderá organizar esses sacos de fertilizantes?*

Nota-se que trocar os sacos de fertilizantes de posição da mesma cultura em uma dada configuração, não influencia na organização final. Isso significa que este problema pode ser tratado via permutação com repetição, isto é, há

$$\begin{aligned} P_{13}^{3,6,4} &= \frac{13!}{3!\cdot 6!\cdot 4!} = \frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot \cancel{6!}}{3!\cdot 4!\cdot \cancel{6!}} = \frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{3!\cdot 4!} \\ &= \frac{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{6\cdot 24} = \frac{8648640}{144} = 60060 \end{aligned}$$

maneiras distintas de organizar estes fertilizantes.

Outro problema combinatório clássico consiste em quantificar o número de modos em que r objetos podem ser listados dentre n objetos dados. Por exemplo, quantos números de 3 dígitos distintos pode-se formar nos quais seus dígitos são tomados do conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5\}$? Há de se escolher 3 elementos distintos deste conjunto, e note que a ordem desta escolha é relevante, uma vez que serão alocados nas posições distintas: centena, dezena e unidade. Tem-se 5 possíveis valores para escolher o primeiro dígito (centenas) e, após esse ser escolhido, restam 4 possíveis valores para o segundo dígito (dezenas); por fim, descontados os valores escolhidos para os dois primeiros dígitos, há 3 possíveis valores para a escolha do terceiro dígito. Logo, pelo Princípio Fundamental da Contagem, obtém-se $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ números.

Este raciocínio é aplicado no caso geral: para montar um arranjo de n elementos escolhidos r a r, tem-se n possíveis escolhas para o 1^o elemento, $n-1$ possíveis escolhas para o 2^o elemento, e assim por diante, até $(n-(r-1)) = n-r+1$ possíveis escolhas para o r-ésimo elemento, pois, no momento da escolha do r-ésimo elemento, já foram escolhidos outros $r-1$ elementos. Define-se assim a noção de *arranjo simples*, e denota-se por $A_{n,r}$ o número de arranjos simples de n elementos, tomados r a r. O Princípio Fundamental da Contagem assegura que

$$A_{n,r} = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\dots\cdot(n-r+1) = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\dots\cdot(n-r)!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Exemplo 3.4 *Suponha que o gerente de uma fazenda tenha que selecionar três dos seus cinco funcionários para uma colheita, de tal modo que um deles será o tratorista, outro irá dirigir a colheitadeira e o outro será o ajudante. De quantas maneiras ele pode escolher?*

A ordem em que os funcionários serão escolhidos é importante, pois cada um exercerá uma função diferente. Trata-se assim de um problema de selecionar arranjos simples de 5 elementos, tomados 3 a 3. Logo, há

$$A_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$$

formas de escolher os três funcionários.

Importante observar que a noção de arranjo simples é consequência direta da aplicação do Princípio Fundamental da Contagem, fazendo com que este tema não receba tratamento especial no estudo da Análise Combinatória, muito menos há a exigência de lembrar a fórmula para $A_{n,r}$. No entanto, considera-se importante conhecê-lo para relacioná-lo com o problema de combinações simples.

E se a ordem dos elementos agrupados não for relevante? Formula-se a seguinte questão: de quantos modos pode-se selecionar r objetos distintos entre n objetos dados? Cada escolha de r objetos é chamada de uma *combinação simples*. Considere a seguinte situação: em um grupo com quinze alunos pretende-se escolher uma comissão formada por três representantes. O uso do Princípio Multiplicativo garante que há $15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$ possibilidades. No entanto, ao aplicar este raciocínio, há grupos repetidos $3! = 6$ vezes. Para esclarecer, supõe-se que Ana, Beatriz e Carlos façam parte deste grupo de 15 alunos. Note que escolher primeiro Ana, depois Beatriz e por último Carlos, é o mesmo que selecionar primeiro Beatriz, depois Carlos e por fim Ana. A ordem da seleção não é relevante para formar essa comissão de 3 representantes. Desta forma, o número de representações que pode-se formar é $\dfrac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3!} = 455$.

Escreve-se $C_{n,r}$ para denotar o número de combinações simples de n elementos, tomados r a r. Para realizar esta contagem, utiliza-se o argumento aplicado na situação do parágrafo anterior:

$$C_{n,r} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \cdots \cdot (n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \ 0 \leqslant r \leqslant n.$$

Outra forma de obter a expressão acima é usar arranjos simples: primeiro monta-se uma lista ordenada de r elementos, que pode ser feita de $A_{n,r}$ maneiras. Ao fazer isso, cada conjunto de r elementos será obtido a partir de exatamente $r!$ destas listas, já que $r!$, como visto anteriormente, corresponde ao número de modos de montar uma lista de r elementos. Dito isso, tem-se que

$$C_{n,r} = \frac{A_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}.$$

Exemplo 3.5 *Suponha que o gerente de uma fazenda tenha que selecionar três dos seus cinco funcionários para uma colheita, em que todos eles serão tratoristas. De quantas* *maneiras ele pode escolher?*

Note que a ordem em que os funcionários serão escolhidos não é relevante, pois todos irão exercer a mesma função. Neste caso, o problema é resolvido usando combinações simples. Há

$$C_{5,3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{120}{6 \cdot 2} = \frac{120}{12} = 10$$

formas de escolher os funcionários.

3.2 CONCEITOS BÁSICOS DA PROBABILIDADE

Segundo Eves (2004), a teoria das Probabilidades surge como uma maneira de formalizar a noção de chance ou de aleatoriedade. Originou-se a partir das tentativas de quantificação dos riscos de seguros nas sociedades antigas, e na avaliação das chances de se ganhar em jogos de azar.

O primeiro estudo sistemático sobre como calcular probabilidades como quociente do número de "casos favoráveis" sobre o número de "casos possíveis" somente apareceu no livro "Liber de Ludo Aleae", publicado postumamente em 1663, de autoria do matemático italiano Girolamo Cardano (1501 - 1576). Trata-se de um pequeno manual sobre jogos de azar. Foram os franceses Blaise Pascal (1623 - 1662) e Pierre de Fermat (1601 - 1665) que iniciaram de modo formal o que hoje chamamos teoria das Probabilidades. Destacam-se ainda os matemáticos Bernoulli, Laplace e de Moivre, entre 1700 e 1850, que, a partir da abstração do estudo da probabilidade, demonstraram seus primeiros teoremas (como a Lei dos Grandes Números, por exemplo).

Mais recentemente, Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903 - 1987) estabeleceu os fundamentos modernos da teoria da Probabilidade através de uma base axiomática rigorosa apresentando os três axiomas fundamentais: não-negatividade, aditividade e normalização. Esses axiomas permitiram a prova de teoremas importantes como o Teorema Central do Limite, unificando diferentes perspectivas da probabilidade.

Nesta seção, apresenta-se os conceitos básicos desta teoria com foco na forma em que comumente é apresentada no Ensino Médio.

Definição 3.2 *Os experimentos que repetidos sob as mesmas condições produzem resultados geralmente diferentes são chamados aleatórios.*

Um exemplo típico de experimento aleatório consiste em jogar um dado perfeito (não viciado) e observar o número mostrado na face de cima. Esse conceito é de suma importância, já que a Probabilidade é o "ramo da Matemática que cria, desenvolve e em geral pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios.” (Morgado et al., 2004)

Definição 3.3 *Chama-se de espaço amostral ao conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denota-se este conjunto por Ω.*

Para o experimento aleatório descrito anteriormente, tem-se $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Se o experimento aleatório consistir de lançar uma moeda e observar a face virada para cima, então $\Omega = \{\text{Cara}, \text{Coroa}\}$ é seu espaço amostral.

Definição 3.4 *Qualquer subconjunto do espaço amostral Ω é chamado evento. Geralmente utiliza-se letra maiúscula para designá-lo.*

Exemplo 3.6 *a) No experimento do lançamento de um dado, o evento “ocorrer um número par” é dado por $A = \{2, 4, 6\}$.*

b) No experimento do lançamento de uma moeda, o evento “ocorrer cara” pode ser representado por $B = \{cara\}$.

Importante notar que um evento é um conjunto formado por alguns dos possíveis resultados de um experimento aleatório. Desse modo, existem as nomenclaturas: *evento nulo ou impossível* (igual ao $\emptyset$), *evento simples* (formado por um único elemento - unitário) e *evento certo* (sendo o próprio Ω).

Retornando para o evento $A = \{2, 4, 6\}$ do experimento aleatório do lançamento de um dado, discute-se agora a probabilidade de sua ocorrência. Parece claro intuitivamente que ao repetir este experimento um grande número de vezes, ou seja, lançar o dado repetidas vezes, o evento A deve ocorrer aproximadamente na metade das vezes. Tal intuição é justificada pelas seguintes observações:

(i) os eventos simples são todos igualmente “prováveis” (também chamados *equiprováveis*);

(ii) o número de elementos de A, designado por $n(A)$, é a metade da quantidade de elementos do espaço amostral ($n(\Omega) = 6$).

Esta análise motiva a seguinte definição de probabilidade:

Definição 3.5 *A probabilidade de ocorrência de um evento A em um espaço amostral Ω é dada por*

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

Considerando o evento $A = \{2, 4, 6\}$ em $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ tem-se que a probabilidade de sua ocorrência vale $3/6 = 1/2$.

Laplace referia-se aos elementos de A como *casos favoráveis*, e aos elementos de Ω como *casos possíveis*. Daí escreve-se

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}},$$

como comumente aparece no Ensino Médio.

São consequências desta definição:

a) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ para todo evento A de Ω, já que $0 \leq n(A) \leq n(\Omega)$;

b) $P(\Omega) = 1$;

c) $P(\emptyset) = 0$, pois $n(\emptyset) = 0$;

d) Se $A \cap B = \emptyset$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. De fato, basta notar que $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A) + n(B)$.

Apresenta-se na sequência a noção geral de probabilidade como uma função definida no conjunto de todos os eventos de Ω:

Definição 3.6 *Seja Ω um espaço amostral (conjunto). Uma função P definida para todos os subconjuntos de Ω (eventos) é chamada uma probabilidade se*

P_1) $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ *para todo evento* $A \subset \Omega$*;*

P_2) $P(\emptyset) = 0$ *e* $P(\Omega) = 1$*;*

P_3) *Se A e B são eventos disjuntos (mutuamente exclusivos),* $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$*.*

Lista-se na sequência algumas propriedades úteis, frequentemente utilizadas na resolução de problemas probabilísticos:

Proposição 3.1 *Considere P uma probabilidade e sejam $A, B \subset \Omega$. Então:*

1. $P(A^c) = 1 - P(A)$.

2. *Se* $A \subset B$*, então* $P(A) = P(B) - P(B - A)$.

3. *Se* $A \subset B$*, então* $P(A) \leqslant P(B)$.

4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Demonstração:

1. Note que $1 = P(\Omega) = P(A \cup A^C) = P(A) + P(A^C)$, onde usamos P_2 e P_3. Disto, $P(A^c) = 1 - P(A)$.

2. Escreve-se $B = A \cup (B - A)$. Por $P3$), tem-se

$$P(B) = P(A \cup (B - A)) = P(A) + P(A - B) \Longrightarrow P(A) = P(B) - P(B - A).$$

3. Via P_1), $P(B - A) \geqslant 0$ e, usando o resultado anterior, segue que $P(A) \leqslant P(B)$.

4. Note que $A \cup B = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$, em que os eventos $A - B$, $A \cap B$ e $B - A$ são mutuamente exclusivos. Por P_3), tem-se

$$P(A \cup B) = P(A - B) + P(A \cap B) + P(B - A).$$

Como $A = (A - B) \cup (A \cap B)$, também por P_3), obtém-se $P(A) = P(A - B) + P(A \cap B)$. Analogamente, $P(B) = P(B - A) + P(A \cap B)$. Com estas três igualdades, conclui-se o resultado desejado.

$\square$

Um outro conceito fundamental é a noção de probabilidade condicional. A fim de motivar sua definição, considere o experimento aleatório do lançamento de um dado e o evento $A = \{2, 4, 6\}$, já discutido anteriormente. Sabe-se que $P(A) = \dfrac{3}{6} = 50\%$, sendo esta chamada probabilidade de A *a priori*. Suponha que, realizada a experiência, seja informado que o resultado não foi o número 1, isto é, o evento $B = \{\text{é diferente de } 1\}$ ocorreu.

Dada esta informação, é perceptível que a ocorrência de A se modifica, uma vez que há agora 3 casos favoráveis em 5 possíveis. Quantifica-se com a introdução de uma probabilidade *a posteriori* ou probabilidade condicional de A dado B:

$$P(A|B) = \frac{3}{5} = 0,6 = 60\%.$$

Vale observar que os casos possíveis deixam de ser dados por Ω e passam a ser dados pelos elementos de B, enquanto que os casos favoráveis consistem do número de elementos de $A \cap B$. Formalmente, tem-se

Definição 3.7 *Dados dois eventos A e B, a probabilidade condicional de A dado B, representada por $P(A|B)$, é*

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \text{ com } P(B) > 0.$$

No caso em que a ocorrência de B não melhora nossa posição de "predizer" A, isto é, $P(A|B) = P(A)$, dizemos que os eventos são *independentes*. Observa-se que nesta situação:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

Encerra-se o capítulo apresentando exemplos de problemas probabilísticos encontrados nas cartas do jogo PRO-AHRIS, produto educacional este que será discutido no próximo capítulo.

A Figura 3.1 apresenta um exemplo de questão interdisciplinar entre Matemática e Gestão em Zootecnia.

Figura 3.1: Carta sobre Gestão em Zootecnia

Em um aviário com 18000 aves, o avicultor constatou que 15000 estão saudáveis, que 10000 estão com o crescimento melhor que o esperado e 9000 estão saudáveis e com crescimento melhor que o esperado. Qual é a probabilidade da interseção?

A) 40% B) 45% C) 50%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Considere A o evento: "estar saudável" e B: "possuir crescimento melhor que o esperado". Então, a probabilidade da interseção é

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{9000}{18000} = 50\%.$$

Portanto, 50% das aves estão saudáveis e com o crescimento melhor que o esperado.

Considerando ainda este problema, suponha que se queira calcular a probabilidade de uma ave ter um crescimento maior que o esperado, sabendo que ela é saudável. Sabe-se que $P(A \cap B) = \dfrac{9000}{18000}$ e $P(A) = \dfrac{15000}{18000}$. Com isso,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{9000}{18000}}{\frac{15000}{18000}} = \frac{9000}{1500} = 60\%.$$

Logo, a probabilidade de uma ave ter um crescimento maior que o esperado, sabendo que ela é saudável é de 60%.

Na Figura 3.2, exemplifica-se um problema interdisciplinar entre Matemática e Administração e Economia Rural, que é um dos componentes específicos do currículo do curso técnico em Agronegócio.

Figura 3.2: Carta sobre Administração e Economia Rural

Suponha que um fazendeiro tenha uma leiteria e está fazendo o controle de qualidade do leite que será vendido. Sabe-se que 80% do seu lote é de rebanho classe A, 50% do leite obtido tem o teor de gordura ideal e que 40% do leite é de rebanho classe A e tem o teor de gordura ideal. Qual é a probabilidade da união, ou seja, a probabilidade do leite obtido ser de um rebanho de classe A ou ter o teor de gordura ideal?

A) 80% B) 90% C) 95%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Recorda-se que a probabilidade da união é dada por

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Fazendo A o evento: "ser um rebanho de classe A" e B: "possuir teor de gordura ideal", obtém-se

$$P(A \cup B) = \frac{80}{100} + \frac{50}{100} - \frac{40}{100} = \frac{90}{100} = 90\%.$$

Isso significa que 90% do leite obtido é de rebanho classe A ou tem o teor de gordura ideal.

A Figura 3.3 apresenta a interdisciplinaridade entre Matemática e Gestão em Agricultura.

Figura 3.3: Carta sobre Gestão em Agricultura

Você irá plantar sementes e sabe que a probabilidade da semente ser produtiva é de 60% e que a probabilidade de chuva na semana do plantio é de 80%. Qual é a probabilidade de chover na semana do plantio e as sementes serem produtivas?

A) 40% B) 48% C) 60%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Repare que os eventos: $A = \{\text{sementes produtivas}\}$ e $B = \{\text{chover na semana do plantio}\}$

são independentes. Daí,

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{60}{100} \cdot \frac{80}{100} = \frac{4800}{10000} = 48\%,$$

ou seja, nessas condições, a probabilidade de chover na semana do plantio e as sementes serem produtivas é de 48%.

4 METODOLOGIA

Esta investigação se caracteriza como qualitativa, segundo seus objetivos, enquadram-se como descritiva ao "descrever ou caracterizar com detalhes uma situação, um fenômeno ou um problema" (Fiorentini e Lorenzato, 2006). Tendo como público-alvo estudantes de um curso técnico em Agronegócio. Para tanto, foi desenvolvido um jogo educacional, nomeado PRO-AHRIS, buscando tornar a aprendizagem de Probabilidade mais acessível e pertinente, aliando a interdisciplinaridade a partir de componentes curriculares basilares do curso: Administração e Economia Rural, Gestão em Agricultura e Gestão em Zootecnia.

Após a confecção do jogo, o pesquisador pode realizar uma prévia de sua aplicação no âmbito da disciplina do PROFMAT: Trabalho de Conclusão de Curso (Figura 4.1). Identificados os obstáculos e os ajustes, a aplicação na Educação Básica ocorreu em uma turma do 2^{o} ano do Ensino Médio integrado ao curso técnico em Agronegócio da cidade de Castro - PR, onde o pesquisador atua como professor.

Figura 4.1: Aplicação do Jogo PRO-AHRIS na disciplina Trabalho de Conclusão de Curso

Fonte: Dados da pesquisa.

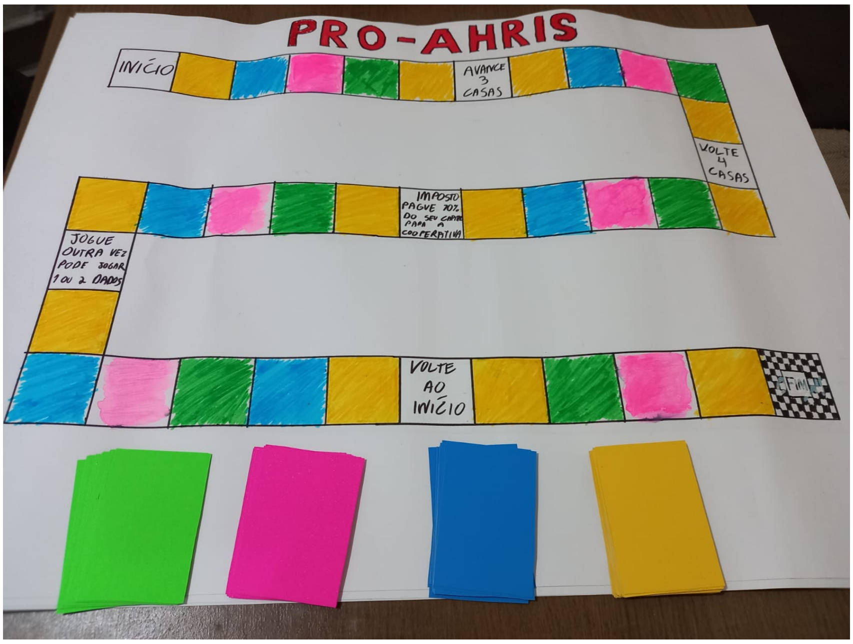
No que tange à coleta de dados, esta pesquisa enquadra-se como de campo, uma vez que exigiu do pesquisador um encontro direto com a população pesquisada. A análise dos dados, discutida no Capítulo 6, baseou-se nas observações durante a aplicação do jogo e das respostas de um questionário estruturado respondido pelos 19 estudantes da turma, disponível no Anexo A.

5 O JOGO PRO-AHRIS COMO UM RECURSO DIDÁTICO

O jogo PRO-AHRIS[1] surgiu da necessidade de tornar a aprendizagem de Probabilidade mais significativa e contextualizada em relação ao futuro campo profissional dos estudantes de um curso Técnico em Agronegócio. Inspirado no jogo clássico “Banco Imobiliário”, o PRO-AHRIS classifica-se como um jogo de aplicação segundo o âmbito da aprendizagem dos alunos (Lemes et al., 2024). Quanto os objetivos educacionais atribuídos à prática com o jogo, conforme Lemes et al. (2024) esse jogo enquadra-se como multicultural, para reforçar conceitos, mental e de competição.

Sua estrutura é constituída de um tabuleiro de 36 casas (Figura 5.1), 81 cartas com questões interdisciplinares envolvendo Administração e Economia Rural, Gestão em Agricultura e Gestão em Zootecnia, 2 dados, 8 peões e 150 cédulas monetárias (Figura 5.2).

Figura 5.1: Tabuleiro do Jogo PRO-AHRIS



Fonte: Elaborado pelo autor.

O PRO-AHRIS pode ser jogado com no mínimo 2 e no máximo 8 jogadores. Posicionados na casa Início, devem movimentar seus respectivos peões de acordo com a soma dos pontos das duas faces após o lançamento dos dois dados.

No caso em que o peão parar em uma casa nas cores azul, rosa ou verde, o jogador deve responder a uma questão temática, em que as cartas azuis contemplam a Probabilidade no componente curricular específico da Gestão em Agricultura (Apêndice B); as cartas

[1] O link: https://drive.google.com/drive/folders/1SwHBI2GDaSZAT5I0doMxvFsPeQZ4XWKi permite acesso a todas as peças do jogo, como o tabuleiro, as cartas, as cédulas, bem como o Manual de Instruções.

Figura 5.2: Cédulas monetárias do Jogo PRO-AHRIS

Fonte: Elaborado pelo autor.

rosas trazem o uso da Probabilidade no componente curricular específico da Gestão em Zootecnia (Apêndice C) e as cartas verdes a utilização da Probabilidade no componente curricular específico Administração e Economia Rural (Apêndice D). Caso o peão pare em uma casa amarela, o jogador, ao retirar uma carta dessa cor se deparará com uma situação cotidiana da atuação de um técnico em Agronegócio, que podem ser boas ou ruins, chamadas de "Eita!" ou "Oba!", respectivamente (Apêndice E). Tais cartas foram inspiradas nas cartas chamadas de "sorte ou revés" do Banco Imobiliário.

Finalmente, na situação do peão parar em uma casa branca, poderá sofrer uma punição (retornar 4 casas, voltar ao início ou pagar 10% do seu capital para a cooperativa) ou uma gratificação (avançar 3 casas ou realizar uma nova jogada podendo lançar um ou dois dados).

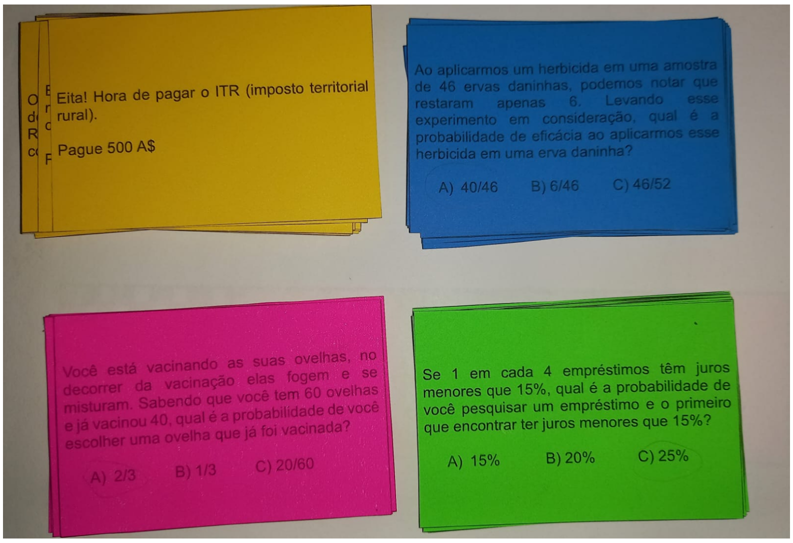
O objetivo do jogo consiste em obter o maior capital, respeitando as regras do jogo apresentadas nas etapas a seguir:

Preparação: Cada jogador deve escolher um peão e posicionar na casa Início. Escolha um dos jogadores para trabalhar na cooperativa, ele deve receber e efetuar as devidas transações. Caso ele esteja também como jogador, deve cuidar para não misturar o próprio dinheiro com o dinheiro da cooperativa. Todos jogadores iniciam com 1980 A$ (Ahris - unidade monetária do jogo), disponibilizados da seguinte forma: 2 notas de 5 A$; 2 notas de 10 A$; 3 notas de 50 A$; 4 notas de 100 A$; 2 notas de 200 A$ e 2 notas de 500 A$. As demais notas ficam reservadas na cooperativa, inclusive as cédulas representativas de valores negativos, para atender possíveis devedores ao decorrer do jogo.

Início do jogo: Os jogadores devem lançar os dados e aquele que obtiver a maior soma será o primeiro a jogar, o dono da segunda maior soma será o segundo, e assim sucessivamente. No caso de empate, jogam de novo somente quem empatou.

Desenvolvimento do jogo: Definida a ordem dos jogadores, cada jogador, em sua vez, lança os dois dados e avança o seu peão o número de casas correspondentes à soma dos valores obtidos. Realizado este movimento, o jogador à sua esquerda retira uma carta do monte da cor correspondente à casa em que o jogador parou. A Figura 5.3 ilustra 4 cartas do jogo.

Figura 5.3: Exemplos de cartas nas cores amarelo, azul, rosa e verde



Fonte: Elaborado pelo autor.

Se o jogador que parou na respectiva casa, responder corretamente, recebe 500 A$ da cooperativa e se errar paga 200 A$ à mesma. As cartas amarelas possuem os valores nelas indicados. Um exemplo de três cartas amarelas pode ser observado na Figura 5.4. Caso os dados resultem em dois números iguais, o jogador deve pagar 100 A$ à cooperativa. Se ficar endividado, receberá as notas representativas correspondentes ao valor devido.

Figura 5.4: Cartas da cor amarela

Eita!! Você esqueceu de emitir a GTA (guia de trânsito animal) e foi multado. Pague 500 A$	Oba! Comprou sementes para o plantio na época certa e ainda conseguiu descontos. Receba 300 A$	Oba! Sua fazenda se tornou modelo para as demais. Receba 100 A$ de cada jogador (inclusive da cooperativa).

Fonte: Elaborado pelo autor.

As Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 ilustram exemplos de cartas nas cores verde, rosa e azul, respectivamente.

Figura 5.5: Cartas da cor verde

Sua fazenda está com 33 funcionários, entre eles, 11 estão com férias para vencer nos próximos meses. Se você escolher um funcionário de forma aleatória, qual a probabilidade deste estar entre os funcionários que têm prioridade para tirar férias? A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{4}$	Se 1 em cada 4 empréstimos têm juros menores que 15%, qual é a probabilidade de você pesquisar um empréstimo e o primeiro que encontrar ter juros menores que 15%? A) 15% B) 20% C) 25%	Sabendo que os seus galões de agrotóxicos foram descartados por 3 funcionários, e que apenas um deles não sabia o local correto para o descarte. Qual é a probabilidade do primeiro galão ter sido descartado de maneira correta? A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{4}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5.6: Cartas da cor rosa

Você está vacinando as suas ovelhas, no decorrer da vacinação elas fogem e se misturam. Sabendo que você tem 60 ovelhas e já vacinou 40, qual é a probabilidade de você escolher uma ovelha que já foi vacinada? A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{20}{60}$	Você tem 4000 gados de corte e 1000 gados leiteiros. Escolhendo de forma aleatória um dos gados, qual é a probabilidade de escolher um gado de corte? A) $\frac{4}{1}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{4}{5}$	Um certo medicamento tem 95% de probabilidade de eficácia. Se aplicarmos esse medicamento em 300 animais, cerca de quantos animais permanecerão doentes? A) 15 B) 95 C) 285

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5.7: Cartas da cor azul

Você testou um novo medicamento para sua plantação de milho. Nesse experimento foram utilizados 300 pés de milho e apenas 20 pés não apresentaram melhoras. Levando esse experimento em consideração, qual é a probabilidade de ocorrer melhora na produção após a utilização desse medicamento? A) $\frac{20}{300}$ B) $\frac{280}{300}$ C) $\frac{20}{280}$	Em um experimento, foi utilizado o insumo MAT-24 para melhorar as condições do solo. Sabendo que em 80% do território onde insumo foi aplicado houve melhora nas condições do solo, qual é a probabilidade de haver melhora no solo, se você aplicar MAT-24? A) $\frac{2}{8}$ B) $\frac{8}{10}$ C) $\frac{8}{100}$	Ao aplicarmos um herbicida em uma amostra de 46 ervas daninhas, podemos notar que restaram apenas 6. Levando esse experimento em consideração, qual é a probabilidade de eficácia ao aplicarmos esse herbicida em uma erva daninha? A) $\frac{40}{46}$ B) $\frac{6}{46}$ C) $\frac{46}{52}$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Final: Todo jogador que chegar à casa FIM receberá 200 A$ de cada jogador que ainda estiver no jogo, e ficará responsável em ler as questões para os demais participantes, ou seja, trabalhará na cooperativa até que todos alcancem a casa "FIM". Quando todos chegarem ao "FIM", será contabilizado o capital acumulado de cada jogador. O jogador com maior capital será o vencedor.

6 RESULTADOS

Como mencionado anteriormente, o jogo foi aplicado em caráter experimental, primeiramente, para a turma de mestrandos do PROFMAT na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso - TCC. Considerando que todos os participantes eram professores da Educação Básica, suas devolutivas e sugestões de melhorias após experimentação do jogo foram fundamentais para os ajustes nas regras e na dinâmica realizada junto à turma do 2^o ano do curso Técnico em Agronegócio do Colégio Estadual do Campo Professora Edina Woellner Sviercoski na cidade de Castro - PR, composta por 19 alunos.

A equipe pedagógica do colégio autorizou a atividade e, inclusive, a direção acompanhou o seu desenvolvimento em um momento de observação em sala de aula, previamente programado. Ao final da atividade, os estudantes participantes do jogo responderam a um questionário sobre suas impressões a respeito do PRO-AHRIS, cujas respostas serão discutidas na sequência, juntamente com as observações deste pesquisador realizadas durante a aplicação.

Considerando a experiência do autor como professor da Rede Pública Estadual do Paraná, nota-se que o uso do jogo como recurso pedagógico permitiu evidenciar momentos potencialmente ricos, destacados em Lemes et al. (2024), a saber: centralidade do aluno na aprendizagem da Matemática, particularmente da Probabilidade, desenvolvimento de habilidades socioemocionais individuais, ações potencialmente lúdicas, desenvolvimento de habilidades socioemocionais coletivas e promoção de momentos de socialização e diálogo. Tais características reforçam o alcance dos objetivos propostos pela ação de jogar o PRO-AHRIS, mais especificadamente, por se tratar de um jogo multicultural, para reforçar conceitos e de competição, conforme classificação de Lemes et al. (2024).

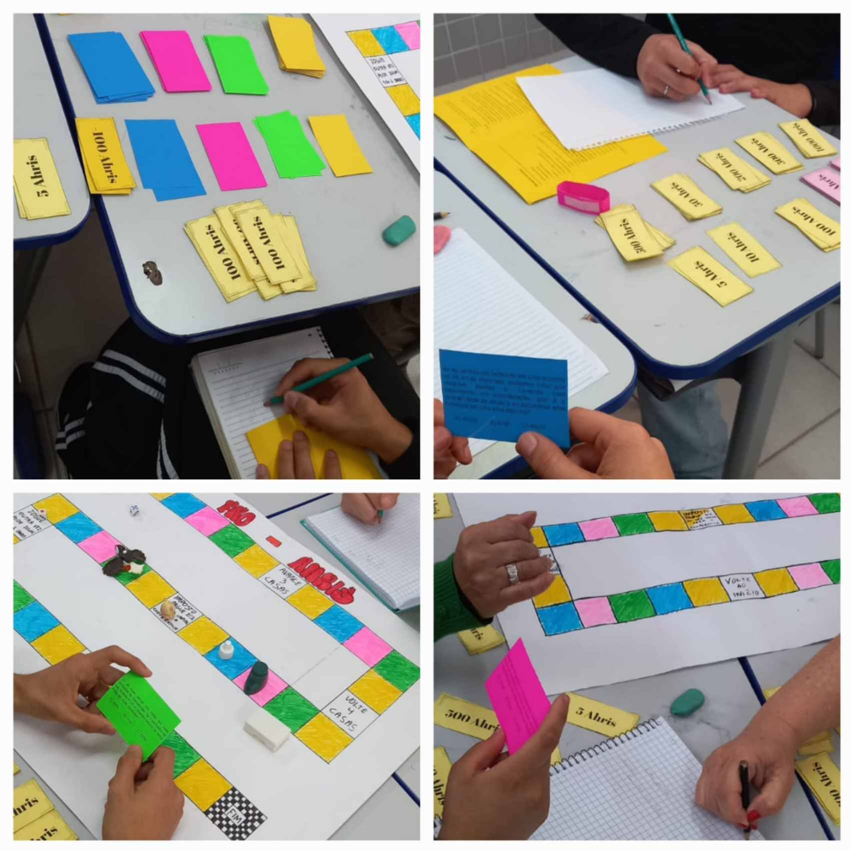
Vale destacar, ainda, que o uso deste recurso, aliado à interdisciplinaridade e à contextualização com o futuro campo profissional dos estudantes, caracterizou-se como um aspecto motivador para a participação no jogo e para a aprendizagem da Probabilidade.

Analisando algumas respostas dos estudantes, pode-se perceber os elementos que apareceram durante a observação do professor:

> "Achei legal, bem interessante e divertido ao mesmo tempo." (Estudante A)
> "Tive um pouco de dificuldade nas questões." (Estudante B)
> "Foi muito bom, além do trabalho em grupo e toda a interação com os alunos." (Estudante C)
> "Foi bem divertido e motivador." (Estudante D)
> "O jogo é instigador, quanto mais a gente joga mais quer jogar." (Estudante E)
> "Muito bacana a criatividade nas perguntas, abrangendo conhecimentos dos componentes específicos do curso Técnico em Agronegócio." (Estudante F)
> "Gostei muito da experiência, foi boa e motivadora." (Estudante G)

A Figura 6.1 ilustra momentos da aplicação do jogo na referida turma da Educação Básica.

Figura 6.1: Aplicação do Jogo PRO-AHRIS na Educação Básica



Fonte: Dados da pesquisa.

Os principais pontos positivos elencados pelos estudantes foram: a competição, a motivação, a contextualização e a diversão. Observa-se que estes aspectos estão constantes no referencial teórico sobre o uso de jogos no ensino e aprendizagem de Matemática. Deve-se destacar também o papel do professor durante a ação do jogo, que busca mediar e motivar constantemente os estudantes na busca das melhores estratégias e na revisão dos conceitos exigidos. Além disso, é relevante estimular a análise do erro, como um ponto propulsor da efetiva aprendizagem.

Os pontos negativos consistiram nas dificuldade das perguntas e na falta de atenção para ouvir a leitura das mesmas feita pelos colegas e entendê-las. O primeiro ponto pode estar atrelado às dificuldades de aprendizagem do conteúdo de Probabilidade, como as dificuldades de interpretação e aplicação de matemática básica e o uso excessivo de teoremas e fórmulas de modo mecanizado. Quanto ao segundo ponto, é claro que, quando do uso de jogos em sala de aula, o barulho é inevitável. Nesta situação, é fundamental exercitar a prática de trabalhar em grupo nas atividades escolares, uma vez que o barulho diminui se os alunos estiverem acostumados a se organizar em equipes.

Refletindo sobre a prática com o uso do PRO-AHRIS na Educação Básica, pode-se perceber a importância do planejamento e do estudo prévio do jogo, como aconteceu na turma do PROFMAT. Esta exploração auxilia na compreensão das dificuldades que os alunos poderão enfrentar, bem como no apontamento de possíveis encaminhamentos diante de situações que envolvem a desmotivação e os erros.

Por mais que o objetivo seja vencer o jogo, é importante reconhecer a importância de todo o processo com as aprendizagens vivenciadas, todas as potencialidades e fragilidades, a fim de que o professor atualize constantemente o seu uso, permitindo outras explorações no sentido de promover o exercício do pensamento crítico dos participantes.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A inserção do jogo PRO-AHRIS aliado à uma perspectiva interdisciplinar permitiu vivenciar momentos de motivação, engajamento, ludicidade e aprendizagem de conteúdos de Probabilidade no âmbito de um curso técnico em Agronegócio. As impressões dos estudantes relatadas nas respostas do questionário, aplicado após a realização do jogo, demonstraram aspectos intimamente relacionados aos objetivos da intervenção com jogos apontados na literatura, a saber: centralidade do aluno na aprendizagem da Matemática, particularmente da Probabilidade, desenvolvimento de habilidades socioemocionais individuais e promoção de ações potencialmente lúdicas.

Foi nítido o engajamento dos estudantes durante a aplicação do jogo, cujo espírito competitivo aflorou, contribuindo para que apresentassem maior interesse na aprendizagem do conteúdo, com o intuito inicial de vencer os seus colegas, mas que, ao final da atividade, passou a ser visto como um conteúdo “mais fácil” de se compreender.

Para além disso, o jogo favoreceu uma maior compreensão sobre o papel da Probabilidade na tomada de decisão, envolvendo elementos interdisciplinares essenciais à formação dos estudantes em um curso técnico em Agronegócio. Esse aspecto contribui para o desenvolvimento de habilidades socioemocionais e para a promoção de momentos de socialização e de diálogos, favorecendo a interação entre os alunos.

Espera-se que este recurso educacional seja divulgado e implementado em outras salas de aula, dadas suas potencialidades no ensino e aprendizagem de Probabilidade. Além disso, como objetivo futuro, pretende-se explorar mais detalhadamente suas fragilidades, analisando os erros cometidos e buscando alternativas que favoreçam a aprendizagem efetiva.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, N. M.; RIBEIRO, I. E. C. Experimentação Didática para o Desenvolvimento da Aprendizagem Significativa Visando a Compreensão dos Racionais: um estudo baseado em uma pesquisa docente. **Revista Baiana de Educação Matemática**, Juazeiro, v. 03, n. 01, p. 1–28, 2022. p.e202202.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Base nacional comum curricular**: ensino médio. Brasília: MEC/SEF, 2018.

EVES, H. W. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora Unicamp, 2004.

FERREIRA, C. de S.; BEZERRA, S. M. C. B.; BANDEIRA, S. M. C. Complexando com jogos para subsidiar a aprendizagem de abstrações matemáticas na formação inicial e continuada. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 9, p. 72962–72971, 2020. Disponível em: https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/17433. Acesso em: 17 jul. 2025.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. 1995. 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

LEMES, J. C.; CRISTÓVÃO, E. M.; GRANDO, R. C. Características e Possibilidades Pedagógicas de Materiais Manipulativos e Jogos no Ensino da Matemática. **Bolema: Boletim De Educação Matemática**, v. 38, e220201, 2024.

LEOCÁDIO, L. A. L.; TINTI, D. da S. Reflexões acerca de uma proposta para o ensino de Probabilidade envolvendo o jogo campo minado. **Revista de Educação PUC-Campinas**, v. 28, 2023.

MAGINA, S. M. P.; CASTRO, V. O.; FONSECA, S. Uma intervenção pedagógica para a apropriação do sistema de numeração decimal. **Atos de Pesquisa em Educação**, Blumenau, v. 15, n. 4, p. 1246–1271, dez. 2020.

MARQUES, M. J. D. V. A importância da Disciplinaridade, Interdisciplinaridade, Transdisciplinaridade, Transversalidade e Multiculturalidade para a docência na Educação. In: **Anais...** Uberlândia: II Seminário de Pesquisa da NUPEPE, 2010.

MAZZARO, P. et al. Matemática: Pensamento probabilístico. **Revista de Educação**, vol. 16, p. 22–34, 2024.

MORGADO, A. C. O. et al. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 2004. (Coleção do Professor de Matemática).

MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. **Matemática Discreta**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2015. (Coleção PROFMAT).

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. São Paulo: FDE, 1992. p. 45–52. (Coleção Séries e Ideias, n. 10).

ORTIZ, C. V.; ALSINA, A. Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. **Boletim de Educação Matemática**, v. 31, n. 57, p. 454–478, 2017.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Plano de Curso Técnico em Agronegócio - Integrado**. Curitiba: SEED/PR, 2023.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação e do Esporte. **Referencial curricular para o ensino médio do Paraná**. Curitiba: SEED/PR, 2021.

PEIXOTO, M. M. **Aplicação de probabilidade e distribuição binomial em cursos técnicos em agropecuária**. 2022. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede - PROFMAT) – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Cruz das Almas, 2022.

RIBEIRO, J. P. M. Aplicação do modelo de mudança conceitual como forma de introduzir o conteúdo de probabilidade. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 8, n. 22, p. 71–86, 2020.

ROCHA, D. C. da C. et al. O ensino de Probabilidade mediadao por materiais didático-manipuláveis: experiências formativas. **Revista FOCO**, v. 17, n. 4, e4895, 2024.

SOARES, J. A. R. Limitadores do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de probabilidade. **Desafios - Revista Interdisciplinar da Universidade Federal do Tocantins**, v. 9, Especial, p. 71–79, abr. 2022.

SANTANA, M. R. M. de. **O acaso, o provável, o determinístico**: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental. 2011. 94 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SOARES, J. D. **Probabilidade**: uma proposta didática para se trabalhar no ensino médio. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2020.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA. Biblioteca Central Professor Faris Michaele. **Manual de normalização bibliográfica para trabalhos científicos**. 4. ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2019.

VIANA, E. M.; SILVA, J. A.; PAIVA, A. C. P. O ensino de Probabilidade via atividades como o “Jogo Máximo”. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**, Florianópolis, v. 16, p. 1–20, 2021.

APÊNDICE A - TABULEIRO

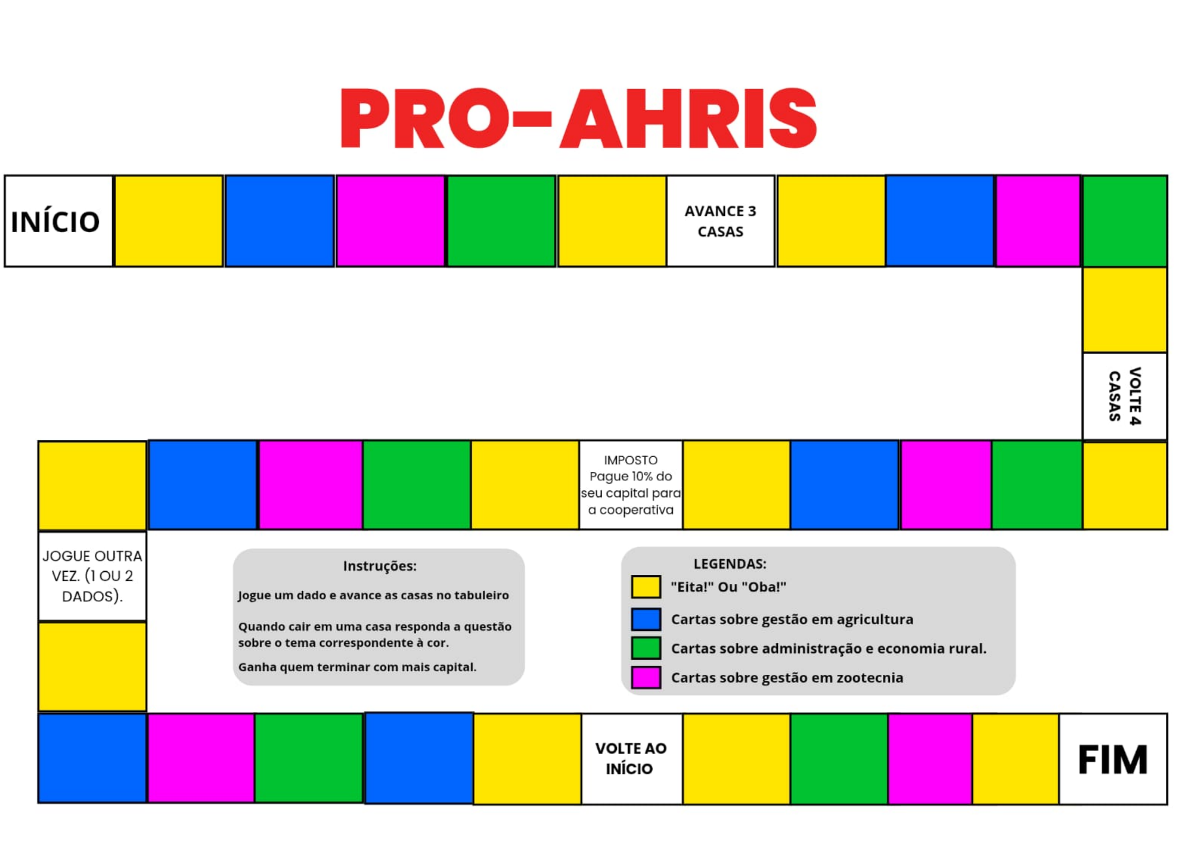


Figura 7.1: Tabuleiro

APÊNDICE B - CARTAS SOBRE GESTÃO EM AGRICULTURA

Quadro 7.1: Cartas da cor azul

Você testou um novo medicamento para sua plantação de milho. Nesse experimento foram utilizados 300 pés de milho e apenas 20 pés não apresentaram melhoras. Levando esse experimento em consideração, qual é a probabilidade de ocorrer melhora na produção após a utilização desse medicamento? A) $\frac{20}{300}$ **B)** $\frac{280}{300}$ C) $\frac{20}{280}$	Em um experimento, foi utilizado o insumo MAT-24 para melhorar as condições do solo. Sabendo que em 80% do território onde insumo foi aplicado houve melhora nas condições do solo, qual é a probabilidade de haver melhora no solo, se você aplicar MAT-24? A) $\frac{2}{8}$ **B)** $\frac{8}{10}$ C) $\frac{8}{100}$	Ao aplicarmos um herbicida em uma amostra de 46 ervas daninhas, podemos notar que restaram apenas 6. Levando esse experimento em consideração, qual é a probabilidade de eficácia ao aplicarmos esse herbicida em uma erva daninha? **A)** $\frac{40}{46}$ B) $\frac{6}{46}$ C) $\frac{46}{52}$
Você irá plantar sementes e sabe que a probabilidade da semente ser produtiva é de 60% e que a probabilidade de chuva na semana do plantio é de 80%. Qual é a probabilidade de chover na semana do plantio e as sementes serem produtivas ao mesmo tempo? A) 40% **B)** 48% C) 60%	Você comprou uma colheitadeira que colhe 99% dos grãos. Supondo que a sua plantação tem ao todo 1.000.000.000 de grãos. Qual será o desperdício? A) 1.000.000 **B)** 10.000.000 C) 100.000.000	A probabilidade de uma plantação ter certa doença é de $\frac{1}{11}$. Qual é a probabilidade da plantação não ter essa doença? A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{11}{10}$ **C)** $\frac{10}{11}$
Você comprou 100 sacos de sementes de feijão carioca e 600 sacos de sementes de feijão preto. Qual é a probabilidade de escolher, de forma aleatória, um saco de feijão carioca? A) $\frac{1}{6}$ **B)** $\frac{1}{7}$ C) $\frac{5}{6}$	Você comprou 200 sacos de sementes de feijão carioca e 400 sacos de sementes de feijão preto. Qual é a probabilidade de escolher, de forma aleatória, um saco de feijão preto? A) $\frac{2}{6}$ B) $\frac{2}{4}$ **C)** $\frac{4}{6}$	Certo agrotóxico tem 80% de eficácia, sabendo que você irá utilizá-lo em uma área de 200 $\mathbf{m^2}$, qual será a área onde o agrotóxico não fará efeito? A) $20m^2$ **B)** $40m^2$ C) $80m^2$

Cartas da cor azul - Continuação

Nota-se que onde você utilizou adubo teve um acréscimo de 50% na produção. Se você utilizar esse adubo em um terreno que produzia 300 sacos de soja anteriormente, qual será a quantidade de sacos de soja após a adubação? A) 150 B) 350 **C)** 450	Nota-se que onde você utilizou adubo teve um acréscimo de 50% na produção. Se você utilizar esse adubo em um terreno que produzia 800 sacos de soja anteriormente, qual será a quantidade de sacos de soja após a adubação? A) 400 B) 1000 **C)** 1200	70% do solo que você utiliza para plantar é muito fértil, entretanto, os outros 30% são inférteis. Se esse terreno tem uma área de $400m^2$, qual é a área infértil? **A)** $120m^2$ B) $280m^2$ C) $320m^2$
Você plantou duas espécies de abóbora, 700 unidades da abóbora X e 400 unidades da abóbora Y, você plantou as duas no mesmo terreno e não tem como diferenciá-las. Se você for colher uma abóbora para experimentar, qual é a probabilidade de você colher a abóbora X? **A)** $\frac{700}{1100}$ B) $\frac{400}{1100}$ C) $\frac{400}{700}$	Você plantou duas espécies de abóbora, 900 unidades da abóbora X e 400 unidades da abóbora Y, você plantou as duas no mesmo lugar e não tem como diferenciá-las. Se você for colher uma abóbora para experimentar, qual é a probabilidade de você colher a abóbora Y? A) $\frac{900}{1300}$ **B)** $\frac{400}{1300}$ C) $\frac{400}{900}$	Na sua plantação tem 500 pés de milho, 200 desses pés tem um fungo. Escolhendo um pé de milho de forma aleatória, qual é a probabilidade de você escolher um pé de milho com fungo? A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{5}{7}$ **C)** $\frac{2}{5}$
Na sua plantação tem 600 pés de milho, 200 desses pés tem um fungo. Escolhendo um pé de milho de forma aleatória, qual é a probabilidade de você escolher um pé de milho que não tem fungo? A) $\frac{2}{6}$ **B)** $\frac{4}{6}$ C) $\frac{2}{8}$	Na sua plantação de morango tem 200 pés produzindo e 100 pés improdutivos, se um visitante chegar para apanhar um morango em um pé aleatório, qual é a probabilidade de ter morango nesse pé? A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$	A probabilidade de uma plantação ter certa doença é de $\frac{1}{22}$. Qual é a probabilidade da plantação não ter essa doença? A) $\frac{2}{22}$ B) $\frac{1}{21}$ **C)** $\frac{21}{22}$

Fonte: Realizado pelo autor

APÊNDICE C - CARTAS SOBRE GESTÃO EM ZOOTECNIA

Quadro 7.2: Cartas da cor rosa

Você está vacinando as suas ovelhas, no decorrer da vacinação elas fogem e se misturam. Sabendo que você tem 60 ovelhas e já vacinou 40, qual é a probabilidade de você escolher uma ovelha que já foi vacinada? **A)** $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{20}{60}$	Você tem 4000 gados de corte e 1000 gados leiteiros. Escolhendo de forma aleatória um dos gados, qual é a probabilidade de escolher um gado de corte? A) $\frac{4}{1}$ B) $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{4}{5}$	Um certo medicamento tem 95% de probabilidade de eficácia. Se aplicarmos esse medicamento em 300 animais, cerca de quantos animais permanecerão doentes? **A)** 15 B) 95 C) 285
Você tem 38 gados e 16 desses são machos. Você vai escolher um animal, ao acaso, qual é a probabilidade de você escolher uma fêmea? A) $\frac{16}{38}$ B) $\frac{22}{24}$ **C)** $\frac{22}{38}$	Você tem 4000 gados de corte e 1000 gados leiteiros. Escolhendo de forma aleatória um dos gados, qual é a probabilidade de escolher um gado leiteiro? A) $\frac{1}{4}$ **B)** $\frac{1}{5}$ C) $\frac{4}{5}$	Você está vacinando as suas ovelhas, no decorrer da vacinação elas fogem e se misturam. Sabendo que você tem 60 ovelhas e já vacinou 40, qual é a probabilidade de você escolher uma ovelha que ainda não foi vacinada? A) $\frac{2}{3}$ **B)** $\frac{1}{3}$ C) $\frac{40}{60}$
Em um aviário com 18000 aves, o avicultor constatou que 15000 estão saudáveis, que 10000 estão com o crescimento melhor que o esperado e 9000 estão saudáveis e com crescimento melhor que o esperado. Qual é a probabilidade da interseção? A) 40% B) 45% **C)** 50%	Determinada doença contaminou 10% das criações da sua fazenda. Se você tem 420 animais, quantos animais estão contaminados? A) 40 B) 41 **C)** 42	Determinada doença contaminou 10% das criações da sua fazenda. Se você tem 420 animais, quantos animais não estão contaminados? A) 380 B) 382 **C)** 378

Cartas da cor rosa - Continuação

A fiscalização de trânsito está parando 1 a cada 5 caminhões de transporte animal. Qual é a probabilidade, na forma percentual, de um caminhão de transporte animal ser parado? A) 15% **B)** 20% C) 25%	A fiscalização de trânsito está parando 1 a cada 5 caminhões de transporte animal. Qual é a probabilidade, percentual, de um caminhão de transporte animal não ser parado? A) 10% **B)** 80% C) 90%	Supondo que a probabilidade de nascer bezerros machos é de 50% e fêmeas também é de 50%. Como podemos representar a probabilidade de nascer bezerros machos na forma fracionária? **A)** $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{1}$ C) $\frac{50}{2}$
Supondo que a probabilidade de nascer bezerros machos é de 50% e fêmeas também é de 50%. Como podemos representar a probabilidade de nascer bezerros machos na forma decimal? A) 0,2 **B)** 0,5 C) 5,0	30 dos seus 90 animais fugiram e entraram na plantação do vizinho. Depois de recolher os animais, você resolveu vender um deles. Qual a probabilidade de você vender um animal que fugiu? A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{1}{3}$	80 dos seus 120 animais fugiram e entraram na plantação do vizinho. Depois de recolher os animais, você resolveu vender um deles. Qual a probabilidade de você vender um animal que fugiu? **A)** $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$
Em um aviário com 48000 aves, o avicultor constatou que 45000 estão saudáveis, que 38000 estão com o crescimento melhor que o esperado e 36000 estão saudáveis e com crescimento melhor que o esperado. Qual é a probabilidade da interseção? A) 25% B) 50% **C)** 75%	Você tem 40 suínos, 100 frangos e 60 vacas. Você precisa escolher um animal para expor em uma feira. Escolhendo de forma aleatória, qual é a probabilidade de você escolher um frango? A) $\frac{40}{200}$ B) $\frac{60}{160}$ **C)** $\frac{100}{200}$	Você tem 40 suínos, 100 frangos e 60 vacas. Você precisa escolher um animal para expor em uma feira. Escolhendo de forma aleatória, qual é a probabilidade de você escolher um suíno? **A)** $\frac{40}{200}$ B) $\frac{60}{160}$ C) $\frac{100}{200}$

Fonte: Realizado pelo autor

APÊNDICE D - CARTAS SOBRE ADMINISTRAÇÃO E ECONOMIA RURAL

Quadro 7.3: Cartas da cor verde

Sua fazenda está com 33 funcionários, entre eles, 11 estão com férias para vencer nos próximos meses. Se você escolher um funcionário de forma aleatória, qual a probabilidade deste estar entre os funcionários que têm prioridade para tirar férias? **A)** $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{4}$	Se 1 em cada 4 empréstimos têm juros menores que 15%, qual é a probabilidade de você pesquisar um empréstimo e o primeiro que encontrar ter juros menores que 15%? A) 15% B) 20% **C)** 25%	Sabendo que os seus galões de agrotóxicos foram descartados por 3 funcionários, e que apenas um deles não sabia o local correto para o descarte. Qual é a probabilidade do primeiro galão ter sido descartado de maneira correta? A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{4}$
$\frac{1}{4}$ de suas cercas não estão em boas condições de manutenção. Se o perímetro da sua fazenda é 360 m, quantos metros de cerca estão em boas condições? A) 105m B) 120m **C)** 270m	A probabilidade de chuva em um determinado dia é de 75%. Se a mesma previsão fosse dada para 200 dias, haveria chuva em quantos dias, aproximadamente? A) 125 **B)** 150 C) 175	$\frac{2}{3}$ de suas cercas não estão em boas condições de manutenção. Se o perímetro da sua fazenda é 330 m. Quantos metros de cerca estão em boas condições? **A)** 110m B)200m C) 220m
Se 1 em cada 5 empréstimos têm juros menores que 15%, qual é a probabilidade de você pesquisar um empréstimo e o primeiro que encontrar ter juros maiores que 15%? A) 15% B) 25% **C)** 80%	Você irá vender 1 de seus 5 terrenos, e não sabe que em um deles há uma área rica em pedras preciosas. Qual é a probabilidade de você vender o terreno com as pedras preciosas? A) 15% **B)** 20% C) 25%	Duas em cada dez pessoas que trabalham em sua fazenda não tem CNH e você precisa fazer uma entrega. Qual é a probabilidade de você escolher ao acaso uma pessoa que não tem CNH? **A)** $\frac{2}{10}$ B) $\frac{8}{10}$ C) $\frac{2}{12}$

Cartas da cor verde - Continuação

Suponha que um fazendeiro tenha uma leiteria e está fazendo o controle de qualidade do leite que será vendido. Sabe-se que 80% do seu lote é de rebanho classe A, 50% do leite obtido tem o teor de gordura ideal e que 40% do leite é de rebanho classe A e tem o teor de gordura ideal. Qual é a probabilidade da união, ou seja, a probabilidade do leite obtido ser de um rebanho de classe A ou ter o teor de gordura ideal ou ambos? A) 80% **B)** 90% C) 95%	Na administração da sua fazenda, você percebeu que teve uma queda de 10% no lucro referente ao mês passado. Sabendo que o lucro do mês passado foi de R$ 40.000,00, qual foi o lucro do mês atual? A) R$ 4.000,00 **B)** R$ 36.000,00 C) R$ 44.000,00	Na administração da sua fazenda, você percebeu que teve um aumento de 10% no lucro referente ao mês passado. Sabendo que o lucro do mês passado foi de R$ 20.000,00, qual foi o lucro do mês atual? A) R$ 2.000,00 B) R$ 18.000,00 **C)** R$ 22.000,00
Duas em cada dez pessoas que trabalham em sua fazenda não têm CNH e você precisa fazer uma entrega. Qual é a probabilidade de você escolher ao acaso uma pessoa que tem CNH? A) $\frac{2}{10}$ **B)** $\frac{8}{10}$ C) $\frac{2}{12}$	$\frac{1}{3}$ dos seus colaboradores cuidam dos animais da sua fazenda, sabendo que a sua fazenda tem 24 colaboradores, qual é a probabilidade de escolher aleatoriamente um colaborador que não trabalha cuidando dos animais? A) $\frac{8}{24}$ B) $\frac{12}{24}$ **C)** $\frac{16}{24}$	Você comprou 26 máquinas agrícolas e entre elas 13 estão sem combustível. Você vai escolher uma para testar, qual é a probabilidade de você escolher uma máquina sem combustível? A) 13% B) 25% **C)** 50%
A metade dos seus colaboradores cuidam dos animais da sua fazenda, sabendo que a sua fazenda tem 24 colaboradores. Quantos colaboradores não trabalham cuidando dos animais? A) 8 B)10 **C)** 12	A probabilidade de chuva em um determinado dia é de 85%. Se a mesma previsão fosse dada para 300 dias, haveria chuva em quantos dias, aproximadamente? A) 225 **B)** 255 C) 275	Você comprou 36 máquinas agrícolas e entre elas 12 estão sem combustível. Você vai escolher uma para testar, qual é a probabilidade de você escolher uma máquina com combustível? A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{2}{3}$

Fonte: Realizado pelo autor

APÊNDICE E - CARTAS “EITA!” OU “OBA!”

Quadro 7.4: Cartas da cor amarela

Eita! Você esqueceu de emitir a GTA (guia de trânsito animal) e foi multado. Pague 500 A$	Oba! Comprou sementes para o plantio na época certa e ainda conseguiu descontos. Receba 300 A$	Oba! Sua fazenda se tornou modelo para as demais. Receba 100 A$ de cada jogador (inclusive da cooperativa).
Eita! Sua cerca caiu e você terá que arrumar. Pague 300 A$	Oba! Você negociou seus bezerros e saiu no lucro. Receba 500 A$	Oba! Sua plantação foi um sucesso. Receba 1000 A$
Eita! Seu trator precisa de manutenção. Pague 1000 A$	Eita! Você descartou de forma errada os galões de agrotóxicos e foi multado. Pague 500 A$	Se tirou soma par nos dados jogue outra vez. Se tirou soma ímpar receba 50 A$
Eita! Contraiu um empréstimo com juros muito alto. Pague 200 A$	Eita! Demorou para comprar adubo e o preço aumentou. Pague 400 A$	Oba! Jogue os dados outra vez.

Cartas da cor amarela - Continuação

Eita! A falta de chuva prejudicou a safra. Pague 200 A$	Oba! Vendeu um terreno que não estava utilizando. Receba 500 A$	Se tirou um número primo na soma dos dados receba 200 A$. Se não tirou um número primo na soma dos dados pague 100 A$.
Eita! Você contratou poucos funcionários e não conseguiu terminar a colheita antes das chuvas. Pague 500 A$	Oba! Você encontrou uma área de solo muito fértil para o plantio de batatas em seu terreno. Receba 200 A$	Oba! Vendeu um bezerro. Receba 300 A$
Eita! Época de rotatividade da terra. Pague 200 A$	Eita! Hora de pagar o ITR (Imposto Territorial Rural). Pague 500 A$	Oba!Você recebeu o prêmio de melhor fazendeiro do ano. Receba 100 A$ de cada jogador (inclusive da cooperativa).
Eita! O caminhão que transportava uma carga de abóbora de sua plantação tombou e você não tinha seguro. Pague 500 A$	Oba! Você assinou um contrato para fornecer alimentos saudáveis para as escolas estaduais e municipais. Receba 500 A$	Oba! Você recebeu uma conta antiga. Receba 400 A$
Eita! Seus animais comeram a plantação do vizinho. Pague 200 A$ para o jogador à sua direita.	Eita! Seus animais comeram a plantação do vizinho. Pague 200 A$ para o jogador à sua esquerda.	Oba! Sua vaca ganhou uma competição de vaca leiteira. Receba 200 A$

Fonte: Realizado pelo autor

ANEXO A

QUESTIONÁRIO

Universidades Estadual de Ponta Grossa
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Título da atividade: **Pro-Ahris**
Mestrando responsável pela atividade: **Natã Mainardes Fernandes**

1. Depois que o professor explicou sobre o jogo, você se sentiu motivado a jogar o Pro-Ahris? ____________________

2. As regras do jogo são claras? Você teve alguma dificuldade em jogar?

3. Conte a sua experiência com o jogo. Quais os pontos positivos e o que precisa ser melhorado? ____________________

4. Sobre as cartas, o que achou das perguntas sobre agricultura, pecuária e administração financeira? Teve alguma dificuldade nas questões? ____________________

5. Você acredita que o jogo ajuda nas aulas de Matemática? Explique sua resposta.