UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PEDRO PAULO DE OLIVEIRA PEREIRA

GEOGEBRA E O JOGO PUZZLE COLOR COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DO PLANO CARTESIANO NO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

MANAUS, SETEMBRO
2025

PEDRO PAULO DE OLIVEIRA PEREIRA

GeoGebra e o jogo puzzle color como estratégia para o ensino do plano cartesiano no 9º ano do ensino fundamental

Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade do Estado do Amazonas como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de mestre no programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT/UEA.

Orientador(a): Profa. MSc. Geraldine Silveira Lima

Co-orientador(a): Profa. MSc. Selma Souza de Oliveira

MANAUS, SETEMBRO

2025

Ficha Catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).
Sistema Integrado de Bibliotecas da Universidade do Estado do Amazonas.

P436g Pereira, Pedro Paulo de Oliveira

GeoGebra e o jogo puzzle color como estratégia para o ensino do plano cartesiano no 9º ano do ensino fundamental / Pedro Paulo de Oliveira Pereira . Manaus : [s.n], 2025.

113 f.: color.; 21,0 cm.

Dissertação - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- Universidade do Estado do Amazonas, Manaus, 2025.

Inclui Bibliografia.

Inclui Apêndice.

Orientador: Lima, Geraldine Silveira .

Coorientador: Oliveira, Selma Souza de .

1. Jogos digitais. 2. Ensino de Matemática. 3. Sequência Didática. 4. Plano Cartesiano. I. Lima, Geraldine Silveira (Orient.) II . Oliveira, Selma Souza de (Coorient.) III. Universidade do Estado do Amazonas. IV. Título

CDU(1997)51(043.3)

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT DA UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

Ata de defesa de dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade do Estado do Amazonas, no município de Manaus - AM, do discente **PEDRO PAULO DE OLIVEIRA PEREIRA,** matrícula nº **2391940009.**

Em 09 de setembro de 2025, às 14h, no Laboratório Math4Green, da Escola Normal Superior no município de Manaus - AM, na presença da Banca Examinadora composta pelos seguintes membros: Profa. Ma. Geraldine Silveira Lima, Prof. Dr. João Batista Ponciano e Profa. Ma. Andréia Oliveira da Rocha, realizou-se a sessão pública de defesa de Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Amazonas - UEA, do discente **PEDRO PAULO DE OLIVEIRA PEREIRA**, o discente apresentou sua dissertação intitulada: **"GeoGebra e o jogo Puzzle Color como estratégia para o ensino do plano cartesiano no 9° ano do Ensino Fundamental".**

A Banca Examinadora deliberou e decidiu pela **APROVAÇÃO** do trabalho apresentado, divulgando o resultado ao discente e aos demais presentes.

Manaus, 09 de setembro de 2025

Geraldine Silveira Lima
Orientador

Membro Interno da Banca Avaliadora

Membro Externo da Banca Avaliadora

Pedro Paulo de O. Pereira
Mestrando

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS PROFMAT UEA

DEDICATÓRIA

Dedico esta Dissertação de Mestrado, primeiramente, à minha esposa **Naiara Farias**, pelo amor incondicional, companheirismo diário e por caminhar ao meu lado com paciência e força em cada etapa desta jornada. Sua presença e de minha filha **Isabelle Pereira** foram fundamentais para que eu nunca desistisse, mesmo diante dos maiores desafios. Dedico também aos meus pais, **Pedro Andrade** e **Izabel Pereira,** que sempre acreditaram na educação como caminho de transformação e nunca mediram esforços para que eu pudesse estudar e crescer. A dedicação de vocês é a base de tudo que conquistei até aqui.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a minha família, que foi a base de toda minha caminhada. À minha esposa Naiara Farias, por seu amor, paciência, incentivo diário e por caminhar ao meu lado com carinho ao longo de toda esta jornada acadêmica. À minha filha Isabelle Pereira, que mesmo sem compreender totalmente o processo, foi fonte constante de motivação e alegria nos momentos mais desafiadores. Agradeço humildemente aos meus pais, Pedro Andrade e Izabel Pereira, por todo o esforço, dedicação e apoio ao longo da minha formação.

Agradeço a Professora MSc. Geraldine Silveira Lima por suas orientações desde a graduação, paciência e apoio contínuo ao longo de todo o processo. Sua experiência e dedicação foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço também aos professores do PROFMAT, em especial as coordenadoras Professoras Dra. Kelly Alves Marães, Dra. Neide Ferreira Alves, e a todos os demais professores com os quais sempre pude contar, cujas aulas foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico e profissional. Suas contribuições ampliaram minha visão sobre a Matemática e serviram como inspiração constante para que eu continue trilhando o caminho do conhecimento com entusiasmo e dedicação.

À Universidade do Estado do Amazonas, por me proporcionar a oportunidade de cursar o PROFMAT e o apoio financeiro recebido pela CAPES. Agradeço aos colegas discentes pelas trocas de conhecimento, pelo companheirismo, e pelos momentos compartilhados durante os estudos, que foram fundamentais para tornar a caminhada mais leve, colaborativa e significativa. Por fim, agradeço a todos que, de maneira direta ou indireta, colaboraram para a concretização deste trabalho. A cada um de vocês, o meu muito obrigado.

RESUMO

A pesquisa investiga o potencial formativo do uso articulado entre jogos digitais e apostila estruturada na aprendizagem do Plano Cartesiano, com ênfase nas dimensões cognitivas, tecnológicas e metodológicas envolvidas no processo de Ensino de Matemática. O estudo tem como objetivo propor uma sequência didática com material de apoio mediado pelo GeoGebra e pelo Jogo Puzzle Color, voltada ao desenvolvimento do pensamento geométrico no Plano Cartesiano em estudantes do Ensino Fundamental. A metodologia adotada baseia-se em revisão bibliográfica interpretativa e construção teórico-prática de material didático, seguido de análise qualitativa sobre os impactos formativos da proposta. A proposta didática é dividida em etapas progressivas que articulam manipulação concreta, representação simbólica e abstração matemática, visando estabelecer vínculos significativos entre teoria e prática. As análises preliminares indicam que a mediação digital pode promover maior envolvimento dos estudantes, além de favorecer a apropriação conceitual por meio da resolução de problemas e da reflexão sobre os erros. Os resultados sugerem que a utilização de materiais autorais, construídos com base em metodologias ativas, fortalece a autonomia estudantil e contribui para a formação crítica e investigativa dos docentes. Dessa forma, o estudo aponta para a necessidade de novos experimentos em diferentes contextos escolares, com vistas a ampliar as estratégias inovadoras no ensino da Geometria Analítica e consolidar práticas pedagógicas fundamentadas na integração entre tecnologia e cognição.

Palavras-chave: Jogos digitais. Ensino de Matemática. Sequência Didática. Plano Cartesiano.

ABSTRACT

The research investigates the formative potential of the articulated use of digital games and structured booklets in learning the Cartesian plane, with emphasis on the cognitive, technological, and methodological dimensions involved in the process of teaching mathematics. The study aims to propose a didactic sequence with support material mediated by GeoGebra and the Puzzle Color game, focused on the development of geometric thinking about the Cartesian plane in middle school students. The adopted methodology is based on an interpretative literature review and the theoretical-practical construction of didactic material, followed by a qualitative analysis of the formative impacts of the proposal. The didactic proposal is divided into progressive stages that articulate concrete manipulation, symbolic representation, and mathematical abstraction, aiming to establish meaningful links between theory and practice. Preliminary analyses indicate that digital mediation can promote greater student engagement, as well as favor conceptual appropriation through problem-solving and reflection on errors. The results suggest that the use of original materials, built on active methodologies, strengthens student autonomy and contributes to the critical and investigative training of teachers. Thus, the study highlights the need for new experiments in different school contexts, in order to broaden innovative strategies in the teaching of Analytic Geometry and to consolidate pedagogical practices grounded in the integration between technology and cognition.

Keywords: Digital games. Mathematics teaching. Didactic sequence. Cartesian plane.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A aprendizagem do Plano Cartesiano ainda representa um desafio expressivo no Ensino Fundamental, especialmente diante da limitação de práticas pedagógicas que não promovem a construção ativa e investigativa do conhecimento matemático. A emergência de propostas que aliem intuição geométrica, raciocínio lógico e tecnologias digitais se impõe como alternativa viável à superação do ensino mecanicista, centrado na repetição e na abstração descontextualizada. Assim, o presente estudo volta-se à elaboração de uma Sequência Didática estruturada em três aulas progressivas, articulando recursos tecnológicos e estratégias lúdicas, com foco no desenvolvimento do pensamento geométrico e da capacidade representacional dos alunos do 9º ano.

À luz dessa problemática, indaga-se: de que forma uma Sequência Didática composta por atividades com GeoGebra e o Jogo Puzzle Color pode favorecer a aprendizagem significativa do Plano Cartesiano no Ensino Fundamental, anos finais? Tal questionamento se alicerça na compreensão de que o ensino de Matemática exige uma abordagem que mobilize múltiplas representações cognitivas e promova o protagonismo discente. Assim, articulando recursos tecnológicos e estratégias lúdicas, com foco no desenvolvimento do raciocínio geométrico e da capacidade de interpretação gráfica, a pesquisa tem como objetivo geral elaborar uma Sequência Didática estruturada com material de apoio para os estudantes. Especificamente, busca-se apontar caminhos para o ensino dos elementos do Plano Cartesiano e coordenadas, desenvolver uma abordagem ativa com o uso de Tecnologias Digitais e oferecer um material de apoio claro e útil para melhorar o aprendizado desse conteúdo, ademais, justifica-se esta pesquisa pela carência de propostas didáticas que contemplem, de modo articulado, tecnologias digitais, jogos pedagógicos e organização progressiva de tarefas matemáticas em torno do Plano Cartesiano. A prática docente ainda carece de instrumentos que considerem as dimensões exploratórias da Matemática, capazes de articular teoria, prática e linguagem geométrica. Nesse contexto, a produção de um material didático autoral, com potencial de uso imediato na educação básica, atende a uma lacuna prática e epistemológica ainda pouco enfrentada.

Do ponto de vista social, o estudo contribui para democratizar o acesso a práticas de ensino que respeitem o ritmo cognitivo dos estudantes e ampliem suas oportunidades de compreensão plana e espacial, o que é central para a inserção crítica na cultura digital. A alfabetização geométrica e a leitura do espaço gráfico são competências transversais, que ultrapassam os limites disciplinares e repercutem em diversas áreas do conhecimento. Portanto, fomentar tais competências por meio de sequências bem estruturadas é contribuir para o acesso qualificado ao conhecimento matemático.

Na dimensão acadêmica, o trabalho busca colaborar com os debates contemporâneos sobre o ensino de conteúdos geométricos, especialmente no que se refere ao uso de tecnologias como mediadoras da aprendizagem. A pesquisa está situada no campo da Educação Matemática, considerando pressupostos teóricos consistentes, abordagens metodológicas de natureza qualitativa e propostas didáticas que dialogam com as diretrizes curriculares da Educação Básica. A originalidade da proposta reside na combinação entre *software* interativo, ludicidade digital e organização didática fundamentada em etapas bem definidas de aprendizagem.

No plano pedagógico, a sequência elaborada visa integrar os domínios da experimentação digital e do conhecimento de Geometria Plana no Plano Cartesiano, promovendo interações significativas entre docente, discentes e objetos matemáticos. A construção de materiais como a apostila elaborada, os roteiros de aula e os desafios com feedback automático contribuem não apenas para a prática docente, mas também para a reflexão sobre o papel do professor como criador de situações de aprendizagem.

No que se refere ao diálogo com a produção científica recente, observa-se um crescente interesse por metodologias que combinem mediação tecnológica e sequências didáticas fundamentadas, especialmente no campo do ensino de Geometria Analítica. É notável que os estudos sobre essa temática ainda sejam pouco explorados com densidade teórica e rigor metodológico, sobretudo no que diz respeito às possibilidades didáticas do Plano Cartesiano em ambientes digitais mediados por jogos e simulações.

Ao propor uma abordagem integrada, o presente estudo agrega uma nova perspectiva à literatura, com potencial de replicabilidade em contextos escolares diversos.

A pesquisa adota uma metodologia qualitativa, de natureza exploratória, com enfoque teórico-projetual, dado que a sequência didática foi integralmente desenvolvida, mas não aplicada em ambiente escolar. A construção do material envolveu etapas de levantamento curricular, fundamentação epistemológica, roteirização das aulas e elaboração de instrumentos avaliativos integrados à dinâmica lúdico-digital. As análises são baseadas na triangulação entre objetivos de aprendizagem, fundamentos teóricos e coerência pedagógica, compondo um quadro analítico que valoriza a validade interna e a consistência didática.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: o primeiro capítulo apresenta a introdução do tema, o objetivo e a justificativa geral; o segundo capítulo discute os fundamentos da didática da Matemática; o terceiro capítulo aborda a Teoria das Situações Didáticas e o Planejamento Estruturado; o quarto capítulo trata do uso do GeoGebra e da ludicidade digital e o quinto capítulo discute o desenvolvimento do pensamento geométrico e da avaliação formativa. Em seguida, apresentam-se a metodologia adotada, a exposição dos resultados, as discussões interpretativas e as referências que fundamentam todo o percurso.

Esta pesquisa busca não apenas responder ao questionamento inicial, mas também apresentar uma proposta de intervenção didática com base teórica consistente e relevância prática. A contribuição acadêmica situa-se na articulação entre diferentes campos do saber da didática, cognição, tecnologia e formação docente em torno de um eixo comum: o ensino significativo do Plano Cartesiano. Ao propor um material fundamentado, adaptável e inovador, o trabalho se insere como referência potencial no campo da Educação Matemática crítica, inclusiva e epistemologicamente engajada.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA NO CONTEXTO ESCOLAR

O ensino de Matemática, especialmente no campo estudo geométrico bidimensional, exige uma base teórico-metodológica sólida que vá além da simples transmissão de conteúdos. Pensar a sala de aula como um espaço de construção ativa de significados implica reconhecer que os fundamentos epistemológicos da didática da Matemática desempenham papel central na constituição de práticas pedagógicas coerentes. Assim, compreender os paradigmas didáticos, o papel do professor e as dimensões cognitivas envolvidas na aprendizagem é condição essencial para qualquer proposta inovadora no ensino do plano cartesiano.

Ao se considerar o 9º ano do Ensino Fundamental como um marco na consolidação do pensamento geométrico-formal, torna-se ainda mais relevante refletir sobre quais abordagens favorecem a passagem da intuição à sistematização matemática. A centralidade da localização no plano, do raciocínio lógico e da linguagem gráfica exige não apenas domínio técnico, mas sensibilidade pedagógica para intervir no processo de construção do conhecimento. Este capítulo, portanto, apresenta os pressupostos teóricos que embasam a sequência didática elaborada, articulando elementos da psicologia cognitiva, da didática da matemática e da mediação pedagógica.

O percurso teórico aqui traçado busca integrar diferentes dimensões do saber matemático à prática de ensino, considerando autores e correntes que se tornaram referência na formação docente e no desenvolvimento de metodologias investigativas. São discutidos, neste capítulo, os elementos estruturantes da didática da Matemática, as contribuições da aprendizagem significativa e os princípios da mediação simbólica, visando fundamentar a proposta pedagógica desenvolvida. A intencionalidade didática da sequência só se sustenta à medida que se ancora em fundamentos que validem suas escolhas teóricas e metodológicas.

2.1 A DIDÁTICA DA MATEMÁTICA E OS PARADIGMAS DE ENSINO

Ao longo da história da Educação Matemática, consolidaram-se distintos modos de conceber o ensino e a aprendizagem, revelando que a prática docente não se constitui apenas em repasse mecânico de conteúdos. A transposição do saber matemático científico para o contexto escolar envolve escolhas epistemológicas e didáticas que se materializam em diferentes paradigmas de ensino. Esses paradigmas interferem diretamente na forma como o professor organiza os saberes geométricos e os traduz em experiências acessíveis aos estudantes. Tal complexidade se expressa de modo acentuado no ensino do Plano Cartesiano, campo no qual a articulação entre Álgebra e Geometria requer intencionalidade formativa.

Nesse cenário, a compreensão da Didática da Matemática como campo teórico autônomo permite problematizar o lugar da mediação docente frente aos objetos matemáticos escolares. Almouloud (2007), ao explorar os fundamentos da didática especializada, sustenta que o saber a ensinar e o saber ensinado são realidades distintas, sendo a transposição didática o ponto de inflexão entre ambas. Isso implica reconhecer que a organização de conteúdos, estratégias e instrumentos não é neutra, mas marcada por decisões teóricas, culturais e institucionais. No ensino do Plano Cartesiano, tais decisões impactam diretamente na forma como o aluno compreende a linguagem gráfica.

A presença dos paradigmas geométricos na formação dos professores ainda revela tensões entre abordagens empiristas, formalistas e construtivistas. Segundo Silva e Almouloud (2018), essas tradições influenciam o modo como o professor interpreta as tarefas escolares, podendo privilegiar, por vezes, a manipulação algébrica em detrimento da compreensão geométrica. Essa perspectiva evidencia que o ensino do Plano Cartesiano é atravessado por disputas epistemológicas que demandam clareza conceitual e postura reflexiva por parte do docente, tal reflexão não se limita à escolha de conteúdos, mas alcança a natureza da interação didática.

À medida que se amplia o debate sobre os fundamentos da prática matemática escolar, torna-se imprescindível considerar as contribuições de Brousseau (1996), especialmente no que diz respeito à organização de situações didáticas. A noção de contrato didático e a ideia de meio como sistema de interação entre aluno e saber permitem compreender o ensino como campo de negociação simbólica. Ao se aplicar esses princípios ao Plano Cartesiano, percebe-se que o sucesso da aprendizagem está menos associado à exposição formal do conteúdo e mais vinculado à criação de ambientes que suscitam formulação e validação de ideias.

Tais aspectos revelam a necessidade de analisar os desafios enfrentados pelos professores no cotidiano da sala de aula, sobretudo quando precisam traduzir objetos matemáticos abstratos em experiências acessíveis aos estudantes. Pais (2002) aponta que o ensino da Matemática, ao sofrer a influência de correntes estruturais francesas, nem sempre dialoga com os contextos locais, especialmente no que tange às práticas que valorizem a intuição e a exploração. Ao pensar no Plano Cartesiano, esse distanciamento pode tornar a aprendizagem artificial, centrada na repetição de procedimentos em vez da compreensão da estrutura conceitual.

Dentro dessa perspectiva, o professor não é apenas um executor de metodologias, mas um agente que opera com diferentes níveis de saberes didáticos, epistemológicos e curriculares. Para Teixeira e Passos (2013), o conhecimento profissional docente é tecido em camadas que envolvem domínio do conteúdo, compreensão das dificuldades dos alunos e apropriação de estratégias de mediação. Isso exige que o ensino do Plano Cartesiano seja pensado em termos de acessibilidade cognitiva, clareza representacional e articulação entre diferentes registros de significação. O trabalho docente, portanto, emerge como processo de construção e reinterpretação contínua.

Além disso, os paradigmas de ensino não se apresentam de modo homogêneo, mas se atualizam conforme os desafios postos pelas reformas curriculares, pela introdução das tecnologias e pela diversidade dos sujeitos escolares. A presença de *software*s como o GeoGebra, por exemplo, exige do professor novas competências didáticas, mas também revisões conceituais sobre a natureza do conhecimento geométrico. Nesse sentido, a proposta de sequência didática discutida neste trabalho busca articular os princípios da didática da Matemática com mediações digitais que favoreçam a construção ativa de conceitos espaciais e a leitura interpretativa do plano.

Considerando esse panorama, torna-se relevante compreender como os professores transitam entre diferentes modelos de ensino, muitas vezes tensionados por suas próprias experiências formativas. A coexistência de práticas transmissíveis com propostas mais atrativas revela que a evolução da didática não se dá por substituição linear, mas por reconfigurações contínuas. No caso do Plano Cartesiano, isso pode ser observado na oscilação entre exercícios repetitivos e situações exploratórias que desafiam os alunos a identificar padrões, coordenar eixos e atribuir significado aos deslocamentos gráficos.

O reconhecimento desses processos implica também reavaliar o papel do professor como organizador de práticas didáticas intencionais, que articulem objetivos de aprendizagem com metodologias coerentes e acessíveis. Ao deslocar o foco da simples execução para o planejamento fundamentado, abre-se espaço para que a prática pedagógica se configure como construção situada, crítica e criativa. A proposta aqui delineada não pretende prescrever soluções, mas oferecer subsídios para que o professor amplie sua consciência epistemológica ao ensinar conteúdos relacionados à Geometria Analítica.

Dessa forma, os fundamentos discutidos nesta seção servem como alicerce para o aprofundamento teórico da sequência didática proposta, que se ancora em situações problematizadoras e em tarefas que respeitam os princípios da mediação ativa.

2.2 A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E O PAPEL DA MEDIAÇÃO COGNITIVA

A construção do conhecimento matemático, ao contrário do que indicam modelos instrucionistas, não se resume à simples memorização de conteúdos ou à execução de algoritmos pré-definidos. A teoria proposta por Ausubel (2003), insere-se nesse debate ao defender que novos saberes só se consolidam quando encontram ancoragem em estruturas cognitivas já existentes. Ou seja, na aprendizagem significativa o aluno não apenas memoriza informações, mas as integra e reorganiza dentro de sua estrutura cognitiva, atribuindo sentido ao que aprende. Nesse contexto, o plano cartesiano não deve ser apresentado como um código a ser decifrado, mas como um sistema de representação cuja compreensão depende da ativação de ideias previamente internalizadas pelos estudantes.

Com base nessa perspectiva, o ensino da Matemática requer estratégias que estimulem a atribuição pessoal de sentido, de modo que a aprendizagem resulte de uma interação genuína entre conhecimento novo e saberes anteriores. Conforme Moreira (2006), essa interação ocorre por meio de uma assimilação não arbitrária e não literal, em que o estudante se apropria dos significados em função da organização de seu campo conceitual. No caso do plano cartesiano, essa apropriação envolve compreender a lógica da localização, o papel dos eixos e a correspondência entre valores numéricos e pontos gráficos.

Tal compreensão, no entanto, não se realiza de maneira espontânea ou linear, sendo necessária a mediação ativa do professor, que organiza as condições para a emergência dos significados. Vygotsky (2007) argumenta que o processo de internalização depende da relação dialética entre o sujeito e o meio, em especial quando se trata de conceitos científicos, como os da geometria analítica. O Plano Cartesiano, por sua natureza abstrata, exige a mobilização de instrumentos simbólicos que favoreçam sua reconstrução pelo aluno, mediada por linguagem, representação e interação.

Ademais, a aprendizagem significativa não se limita a uma operação cognitiva individual, mas envolve a dimensão cultural da mediação, que atribui valor social e funcional ao conhecimento matemático. Como aponta Moreira (2012), o ensino que respeita essa lógica organiza suas atividades a partir de situações problematizadoras, que mobilizam o estudante a pensar matematicamente com sentido. Assim, a abordagem do Plano Cartesiano precisa articular suas estruturas formais com contextos que valorizem sua utilidade como ferramenta interpretativa da Geometria Analítica.

A esse respeito, é possível perceber que a compreensão conceitual do Plano Cartesiano emerge mais fortemente quando o ensino possibilita a manipulação de registros diversos, como linguagem verbal, representação gráfica e instrumentos digitais. A diversidade de modos de expressão amplia o campo de significação do estudante, favorecendo a formação de vínculos entre o novo conteúdo e seu repertório prévio. Essa operação, prevista por Ausubel (2003), implica selecionar conteúdos que façam sentido e estejam organizados de maneira progressiva, respeitando a lógica do pensamento formal.

Ainda dentro dessa lógica, a mediação docente deve priorizar a identificação de ideias prévias, muitas vezes intuitivas ou informais, que servem como ponto de partida para a construção de novos conhecimentos. Vygotsky (2007) salienta que tais ideias não devem ser corrigidas, mas sim mobilizadas como parte do processo de desenvolvimento das funções superiores. O ensino do Plano Cartesiano, portanto, precisa acolher interpretações iniciais dos alunos, transformando-as gradualmente em estruturas conceituais mais refinadas e organizadas.

Para que isso ocorra, é necessário que o professor compreenda o papel das estruturas cognitivas na aprendizagem e seja capaz de articular intencionalmente os novos conteúdos a essas estruturas. Moreira (2006) defende que essa articulação não se dá de forma espontânea, mas requer planejamento didático que privilegie conexões significativas, evitando tanto o verbalismo quanto o formalismo estéril. A abordagem do plano cartesiano, por essa via, torna-se uma oportunidade para estimular a criatividade, a visualização e a abstração progressiva.

Além disso, o trabalho com significados precisa considerar que a aprendizagem matemática não ocorre de maneira uniforme entre os alunos, sendo atravessada por distintos níveis de elaboração cognitiva. Nesse sentido, a mediação deve incluir estratégias que respeitem o ritmo do sujeito, promovendo a diferenciação pedagógica e garantindo que todos tenham oportunidade de acessar os conteúdos em níveis crescentes de complexidade. O Plano Cartesiano, por ser um conteúdo de articulação entre álgebra e geometria, favorece esse processo quando abordado com múltiplas representações e mediações diversificadas.

É nesse cenário que a sequência didática proposta nesta tese se insere, ao elaborar situações de aprendizagem baseadas em tarefas progressivas e mediadas por tecnologia. A organização das atividades respeita a lógica da aprendizagem significativa, promovendo conexões com o conhecimento prévio e favorecendo a internalização ativa dos conceitos. A utilização do GeoGebra e do Puzzle Color como recursos digitais visa, sobretudo, ampliar os canais de significação e intensificar a mediação simbólica e interativa dos conteúdos abordados.

3 A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E O PLANEJAMENTO DE SEQUÊNCIAS PROGRESSIVAS

Este capítulo tem como objetivo apresentar os fundamentos da Teoria das Situações Didáticas (TSD) e sua aplicação ao ensino do Plano Cartesiano, dialogando com autores como Silva e Almouloud (2018) e Teixeira e Passos (2013), que aprofundam as implicações dessa teoria para a formação docente e a engenharia didática. A compreensão dos processos de ensino-aprendizagem da Matemática exige modelos teóricos que transcendam a organização linear dos conteúdos e considerem a complexidade das interações didáticas, e a TSD, desenvolvida por Brousseau (1996), emerge como uma estrutura interpretativa e propositiva para pensar o ensino a partir da dinâmica entre o sujeito, o saber e o meio. No contexto da geometria analítica, essa teoria se mostra especialmente pertinente para abordar o Plano Cartesiano como objeto construído em situações de problematização e validação, fornecendo suporte à proposta metodológica da tese, cuja sequência didática foi estruturada com base nos princípios situacionais, prevendo momentos de ação, formulação e validação que promovam a construção ativa e significativa dos conhecimentos geométricos.

Sob essa perspectiva, o conhecimento não é transmitido, mas produzido por meio de interações sistematizadas em um ambiente de aprendizagem intencionalmente planejado. A TSD propõe que o professor organize o processo didático de modo a provocar desequilíbrios produtivos no aluno, levando-o a formular, testar e reconstruir seus saberes. No ensino do Plano Cartesiano, tais desequilíbrios se materializam na exploração de relações entre coordenadas, eixos e deslocamentos, exigindo do estudante não apenas execução, mas reflexão sobre as estruturas envolvidas.

A organização das tarefas, portanto, deve considerar elementos como o contrato didático, o meio e a devolução, articulando ações que mobilizem o aluno cognitivamente e favoreçam a emergência de estratégias pessoais. A mediação do professor passa a ser, então, o desenho de situações-problema que respeitem a lógica interna dos conceitos e desafiem o aluno a construir seus próprios esquemas de validação. Essa abordagem exige rigor metodológico e fundamentação sólida, especialmente quando se pretende aplicar os princípios da TSD a um planejamento didático real.

3.1 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD) E SUA APLICAÇÃO AO ENSINO DE GEOMETRIA

A organização do ensino da Matemática sob uma perspectiva situada exige a compreensão de que o conhecimento é fruto de uma interação constante entre o sujeito, o objeto e o meio. Brousseau (2008) propõe que essa interação seja estruturada a partir de situações didáticas, nas quais o aluno possa agir, formular hipóteses e validar resultados. Essa concepção desloca o foco da transmissão para a problematização, reposicionando o estudante como protagonista epistêmico do processo de aprendizagem. Ao trabalhar o plano cartesiano, essa estrutura ganha contornos específicos.

Na TSD, o saber emerge em função da situação posta e das estratégias acionadas pelo aluno diante das exigências do problema, para isso, é necessário que o professor organize um ambiente didático que contenha elementos suficientes para que a ação do estudante seja orientada por uma lógica interna ao conteúdo. Brousseau (2008) nomeia esse ambiente como meio, um sistema de interações que provoca respostas significativas e coerentes com a matemática escolar. O Plano Cartesiano, enquanto linguagem gráfica e geométrica opera como estrutura central nesse meio.

Nesse sentido, a TSD se distancia das abordagens instrucionistas por não depender exclusivamente da ação do professor como transmissor de informações, em vez disso, o professor atua como engenheiro didático, projetando situações que desencadeiam aprendizagens por meio da resolução de problemas contextualizados. Teixeira e Passos (2013) destacam que esse planejamento exige o domínio de teorias pedagógicas, epistemológicas e de análise da atividade matemática. O saber geométrico, nesse arranjo, não é entregue ao aluno, mas reconstruído a partir da interação com o ambiente de aprendizagem.

Ao considerar a introdução do Plano Cartesiano na educação básica, observa-se que sua estrutura formal exige do aluno a coordenação entre linguagem simbólica e representação gráfica. No interior da TSD, essa coordenação se dá por meio de três tipos de situações didáticas: de ação, de formulação e de validação. Cada uma dessas situações se vincula a um momento distinto da aprendizagem, o que permite ao professor acompanhar a emergência de estratégias e promover intervenções baseadas no que o aluno efetivamente constrói essa dinâmica; evita rupturas artificiais no processo formativo.

Conforme Silva e Almouloud (2018), o sucesso das Situações Didáticas depende da clareza com que os papéis são distribuídos no contrato didático, outro conceito central da teoria. Esse contrato define expectativas mútuas entre professor e aluno sobre o que se considera legítimo na resolução de problemas. No ensino do Plano Cartesiano, tal definição é essencial para que o aluno compreenda a natureza das tarefas propostas e possa recorrer a recursos internos para enfrentá-las. A ausência de um contrato explícito pode gerar interpretações equivocadas e bloquear o desenvolvimento da atividade.

Além disso, o meio precisa conter elementos de resistência e retroalimentação, para que as respostas do aluno não sejam meramente intuitivas, mas construídas em confronto com a lógica interna da matemática. Brousseau (2008) insiste que o meio não é apenas o espaço físico, mas um sistema de signos, regras e *feedbacks* organizados para sustentar a autonomia do aluno na tarefa. Ao tratar do Plano Cartesiano, esse meio pode incluir ferramentas digitais, esquemas visuais e atividades que provoquem deslocamentos simbólicos com intencionalidade didática.

Ainda segundo Teixeira e Passos (2013), o professor precisa prever momentos nos quais o aluno possa testar suas hipóteses em diferentes contextos, o que caracteriza as situações de validação. Nesse tipo de situação, o estudante é convidado a refletir sobre a consistência de suas respostas, confrontando-as com regras e propriedades matemáticas previamente discutidas ou descobertas. O Plano Cartesiano, por seu caráter sistemático, permite que o aluno analise relações geométricas e numéricas de maneira formal, articulando seu raciocínio em diferentes registros.

A mediação docente, nesse modelo, não é supressora do erro, mas promotora do conflito cognitivo que favorece a reconstrução do saber, Silva e Almouloud (2018) reforçam que o erro, nesse contexto, é um dado pedagógico que revela os caminhos percorridos pelo aluno e permite ao professor organizar o meio didático. A análise das tentativas e reformulações se torna parte do processo formativo, abrindo espaço para a negociação de significados. No Plano Cartesiano, essa negociação aparece nas interpretações dos quadrantes, na leitura dos eixos e nas simetrias identificadas graficamente.

Dessa forma, o planejamento baseado na TSD requer que o professor compreenda não apenas o conteúdo matemático em si, mas também as condições didáticas sob as quais esse conteúdo pode emergir de modo significativo. Brousseau (2008) argumenta que o conhecimento escolar não é uma réplica do saber científico, mas uma reconstrução mediada por situações organizadas com intencionalidade pedagógica. Isso exige, portanto, a produção de tarefas que mobilizem a atividade mental dos alunos em níveis crescentes de complexidade e que respeitem os tempos do pensamento matemático.

Com base nessa lógica, é possível entender que a aplicação da TSD ao ensino do Plano Cartesiano pressupõe o desenho de tarefas que conduzam o aluno a pensar matematicamente a partir da interação com estruturas gráficas. Tais tarefas não devem ser reduzidas a exercícios de fixação, mas apresentadas como desafios investigativos que instiguem a formulação de hipóteses e o uso da linguagem Matemática como ferramenta de expressão e argumentação, o papel do professor é, então, construir esse espaço simbólico de atuação.

Ainda que a teoria tenha sido desenvolvida em contextos distintos, sua aplicação à realidade escolar brasileira demanda ajustes e ressignificações. Silva e Almouloud (2018) alertam para a importância de considerar as condições locais, os repertórios dos estudantes e os recursos disponíveis no planejamento das situações. A didatização do Plano Cartesiano, nesse sentido, deve incorporar a cultura Matemática escolar sem ignorar a historicidade dos saberes e as práticas que emergem das vivências dos sujeitos, esse cuidado evita que a teoria seja aplicada de forma descontextualizada.

A produção da sequência didática apresentada neste trabalho se inscreve nesse esforço de articulação entre teoria e prática, tomando a TSD como matriz organizadora das situações de aprendizagem. A estruturação das tarefas busca promover a passagem gradual do aluno pelas etapas de ação, formulação e validação, em ambientes mediados por tecnologia e por uma intencionalidade formativa clara.

3.2 PLANEJAMENTO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS E A METODOLOGIA *LESSON STUDY*

Uma sequência didática pode ser entendida como um conjunto estruturado de atividades pedagógicas planejadas para favorecer a aprendizagem de um conteúdo específico, organizadas de forma progressiva e intencional. Diferente de uma aula convencional, que geralmente se limita à exposição linear de um tema em um único momento, a sequência didática articula etapas de introdução, desenvolvimento, aprofundamento e avaliação, possibilitando ao aluno construir o conhecimento gradativamente e de modo significativo. Para o professor, ela funciona como um roteiro que orienta sua prática, orientando a mediação, a escolha de recursos e a organização das tarefas, sem perder a flexibilidade necessária para ajustar o percurso conforme as necessidades da turma.

No campo da Educação Matemática, o planejamento de sequências didáticas representa uma etapa central na constituição de práticas de ensino que articulem teoria, intencionalidade e mediação. A construção dessas sequências exige não apenas conhecimento disciplinar, mas uma postura investigativa por parte do professor, capaz de situar o saber matemático em contextos didáticos significativos. Fernandez e Yoshida (2004) destacam que essa construção pode ser potencializada pela colaboração sistemática entre docentes, por meio de ciclos reflexivos que tomam a sala de aula como espaço de pesquisa.

Tais ciclos, conhecidos como *Lesson Study*, emergiram no Japão como uma estratégia coletiva de planejamento, observação e análise de aulas, fundamentada na ideia de que o professor aprende ao observar o impacto de suas ações em situações reais de ensino. A proposta valoriza a interação entre os pares, o registro rigoroso das práticas e o refinamento contínuo do material didático produzido. Ao ser transposta para o contexto brasileiro, essa abordagem oferece possibilidades para repensar a formação docente a partir da realidade escolar e das demandas específicas de cada turma.

Nesse sentido, a pesquisa-ação assume papel fundamental como base epistemológica para o *Lesson Study*, ao reconhecer o professor como agente produtor de conhecimento sobre sua própria prática. Jorgensen (1989) entende a observação participante como método que possibilita a construção de saberes contextualizados e refinamento das estratégias pedagógicas. No planejamento da sequência sobre o Plano Cartesiano, a adoção de um modelo inspirado no *Lesson Study* permitiu considerar a articulação entre os conteúdos matemáticos, as dificuldades previstas e os recursos tecnológicos disponíveis.

A proposta de planejamento coletivo implica uma mudança de paradigma na formação docente, rompendo com a lógica isolada e verticalizada das capacitações tradicionais. Lewis e Hurd (2011) apontam que o desenvolvimento profissional contínuo requer ambientes formativos nos quais os professores possam problematizar sua prática, confrontar concepções e reconstruir coletivamente seus referenciais. Esse processo formativo não apenas fortalece a dimensão colaborativa do trabalho pedagógico, como também favorece a produção de sequências mais contextualizadas e responsivas.

Por essa razão, planejar uma sequência didática sob essa ótica exige mais do que selecionar conteúdos e ordenar atividades: implica investigar as formas pelas quais os alunos se apropriam do conhecimento e identificar os obstáculos epistemológicos que podem surgir. Fernandez e Yoshida (2004) argumentam que o processo de antecipação dos erros, hipóteses e estratégias discentes é parte constitutiva do planejamento colaborativo. Esse tipo de reflexão prévia enriquece a escolha das abordagens e fortalece o vínculo entre intencionalidade pedagógica e efetividade didática.

Além disso, o caráter iterativo do *Lesson Study* permite que o planejamento e a prática sejam vistos como dimensões complementares e não como etapas estanques. Jorgensen (1989) enfatiza que o acompanhamento contínuo das ações permite ao professor revisar suas decisões com base em evidências empíricas interpretadas coletivamente. No caso da geometria analítica, isso implica observar como os estudantes interagem com representações gráficas e como respondem às mediações oferecidas por recursos digitais, como o GeoGebra e os jogos pedagógicos.

É nesse movimento reflexivo que o planejamento se transforma em instrumento de investigação e não apenas em roteiro prescritivo. Lewis e Hurd (2011) propõem que o *Lesson Study* seja compreendido como prática de pesquisa situada, capaz de articular os saberes docentes e escolares em uma espiral de análise e reconstrução. Ao planejar o ensino do Plano Cartesiano, tal espiral envolve pensar as relações entre eixo, ponto e ordenada como construções interativas, e não como definições prontas a serem memorizadas.

Nesse processo, a escuta sensível e a análise dos registros de aula tornam-se ferramentas essenciais para captar o sentido que os alunos atribuem às tarefas e aos objetos matemáticos. Fernandez e Yoshida (2004) destacam que esse exercício de escuta permite ao professor decodificar formas de pensar que não seriam acessíveis por métodos avaliativos tradicionais. A leitura dos gestos, das verbalizações e das estratégias alternativas mobilizadas pelos estudantes retroalimenta o planejamento e amplia a compreensão sobre o processo de aprendizagem.

Cabe observar que, para que o *Lesson Study* produza efeitos duradouros, é necessário que a escola e os sistemas de ensino valorizem o tempo docente como tempo formativo, reconhecendo o planejamento como parte do trabalho pedagógico. Jorgensen (1989) alerta que, sem esse reconhecimento institucional, as experiências colaborativas correm o risco de serem pontuais e desarticuladas. A valorização do professor como pesquisador de sua prática é um dos pilares para que a produção de sequências didáticas inovadoras se consolide como eixo estruturante da formação docente.

Além disso, o planejamento colaborativo amplia a capacidade do professor de articular múltiplos saberes na construção de experiências significativas para os estudantes. Lewis e Hurd (2011) destacam que essa articulação envolve a capacidade de refletir sobre o conteúdo matemático, sobre a forma de sua apresentação e sobre o impacto das decisões didáticas. A prática do *Lesson Study*, nesse sentido, favorece a emergência de uma docência mais crítica, auto reflexiva e comprometida com a qualidade da aprendizagem.

A sequência didática proposta nesta tese foi elaborada a partir de princípios alinhados ao *Lesson Study*, ainda que em contexto individualizado, o que exigiu do pesquisador a antecipação de dificuldades, a análise de coerência interna e a avaliação didática das etapas. Esse exercício de planejamento fundamentado evidenciou a importância da escuta teórica e da leitura reflexiva das práticas como parte integrante do fazer docente. A construção da proposta foi orientada pela convicção de que o ensino do plano cartesiano demanda planejamento intencional, dialógico e estruturado.

4 TECNOLOGIAS DIGITAIS, GEOGEBRA E A LUDICIDADE COM JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O avanço das tecnologias digitais no campo educacional tem provocado transformações significativas na forma como os conteúdos matemáticos são ensinados, compreendidos e apropriados pelos estudantes. No ensino de Funções e Geometria, especialmente no que diz respeito à construção do Plano Cartesiano, essas tecnologias operam como mediadoras entre a abstração formal e a experiência visual interativa. A presença de ambientes digitais dinâmicos possibilita a experimentação de propriedades algébricas e geométricas em tempo real, promovendo maior envolvimento cognitivo e estético com os objetos de aprendizagem.

Ao considerar essa perspectiva, este capítulo discute o papel do GeoGebra como ferramenta interativa que articula representação algébrica, geométrica e simbólica, permitindo ao estudante transitar entre diferentes registros. Tal possibilidade favorece o desenvolvimento do pensamento geométrico e amplia a compreensão de conceitos como localização, variação e simetria no Plano Cartesiano. A interatividade do *software*, associada à sua flexibilidade, torna-se elemento-chave na elaboração de propostas didáticas centradas na investigação e na construção ativa do conhecimento.

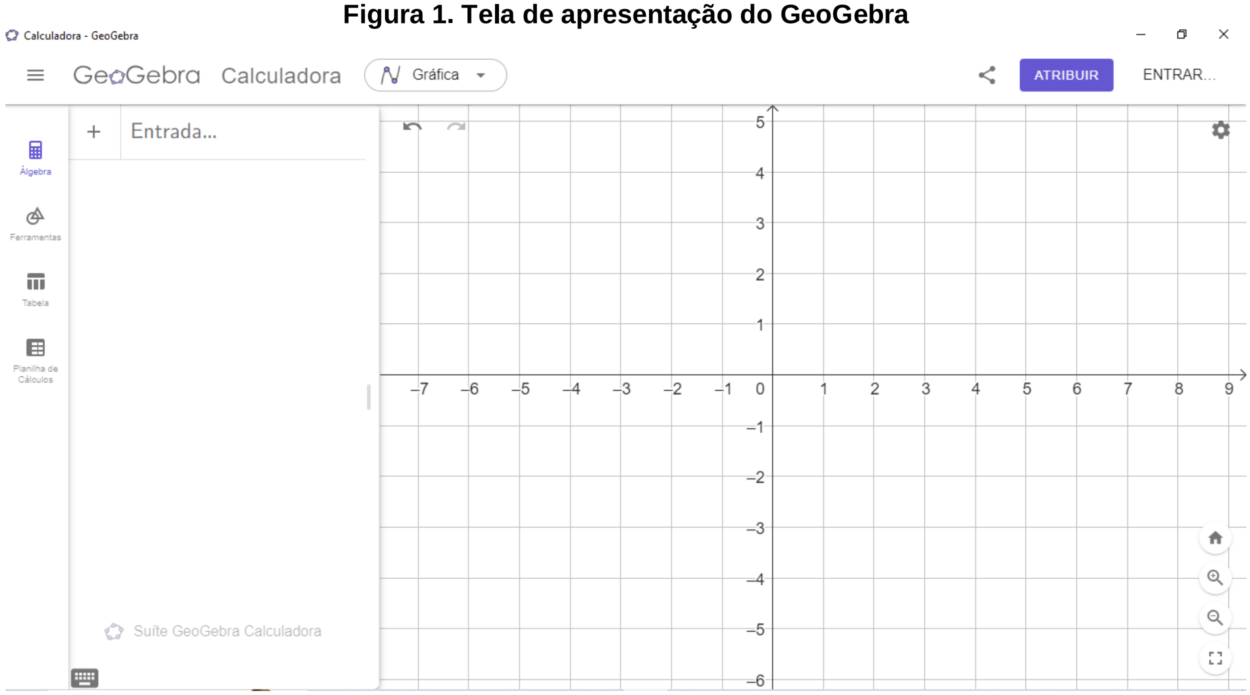
Para além do *software* tradicional, o uso de jogos digitais como o Puzzle Color introduz a ludicidade como estratégia de engajamento e acesso aos conceitos matemáticos de maneira sensível e exploratória. O ambiente de jogo, quando bem planejado, possibilita que a aprendizagem ocorra por meio da resolução de desafios, da experimentação de hipóteses e da superação de obstáculos. A integração entre jogo e conteúdo matemático exige, contudo, planejamento didático rigoroso, que preserve a intencionalidade pedagógica da sequência elaborada.

Este capítulo examinará os fundamentos do uso de tecnologias digitais no ensino de Matemática, com foco na articulação entre recursos interativos e objetivos cognitivos específicos do Plano Cartesiano. A análise será organizada em torno do papel do GeoGebra como instrumento investigativo, da ludicidade como mediadora do raciocínio espacial e da formação docente voltada à integração crítica desses recursos. Ao longo das seções, serão discutidas as condições, limites e potencialidades da mediação digital como componente estruturante de uma didática Matemática contemporânea.

4.1 O GEOGEBRA COMO FERRAMENTA INTERATIVA E INVESTIGATIVA

A presença crescente das tecnologias digitais na Educação Matemática tem instigado novas formas de mediar os objetos de conhecimento, especialmente no campo da Geometria. O Plano Cartesiano, por sua natureza visual e relacional, se mostra altamente compatível com ferramentas que possibilitam manipulação gráfica e *feedback* dinâmico. Nesse contexto, o GeoGebra desponta como um ambiente potente para a construção, experimentação e análise de propriedades geométricas em tempo real, favorecendo a internalização conceitual progressiva por parte dos estudantes.

Figura 1. Tela de apresentação do GeoGebra



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

A interatividade proporcionada pelo GeoGebra cria condições para que o aluno se aproprie de estruturas espaciais por meio de ações diretas sobre os objetos geométricos, o que altera a lógica da aprendizagem tradicional. Homa (2016) argumenta que essa manipulação programada promove uma espécie de diálogo entre o sujeito e a representação Matemática, deslocando o foco da memorização para a experimentação significativa. Tal deslocamento introduz novas possibilidades didáticas na mediação do conhecimento geométrico no Ensino Básico.

Além disso, a utilização do GeoGebra implica uma reorganização do tempo didático, permitindo que as explorações ocorram de maneira não linear e com retroalimentações imediatas. Roland e Clesar (2021) destacam que o ambiente digital altera a configuração das tarefas matemáticas, pois possibilita múltiplas tentativas e reconstruções, sem que se perca o controle da trajetória exploratória. A aprendizagem torna-se, assim, uma prática flexível, ancorada na repetição produtiva e na visualização dinâmica dos conceitos.

Do ponto de vista cognitivo, essa abordagem favorece o desenvolvimento de habilidades vinculadas à percepção de padrões, à interpretação de variações e à identificação de regularidades espaciais. Arantes, Miranda e Studart (2010) observam que a aprendizagem de conteúdos gráficos e geométricos pode ser intensificada quando o ambiente favorece a formação de conexões perceptuais e simbólicas. A articulação entre os modos visual e algébrico amplia o campo de significação, fortalecendo o processo de abstração formal.

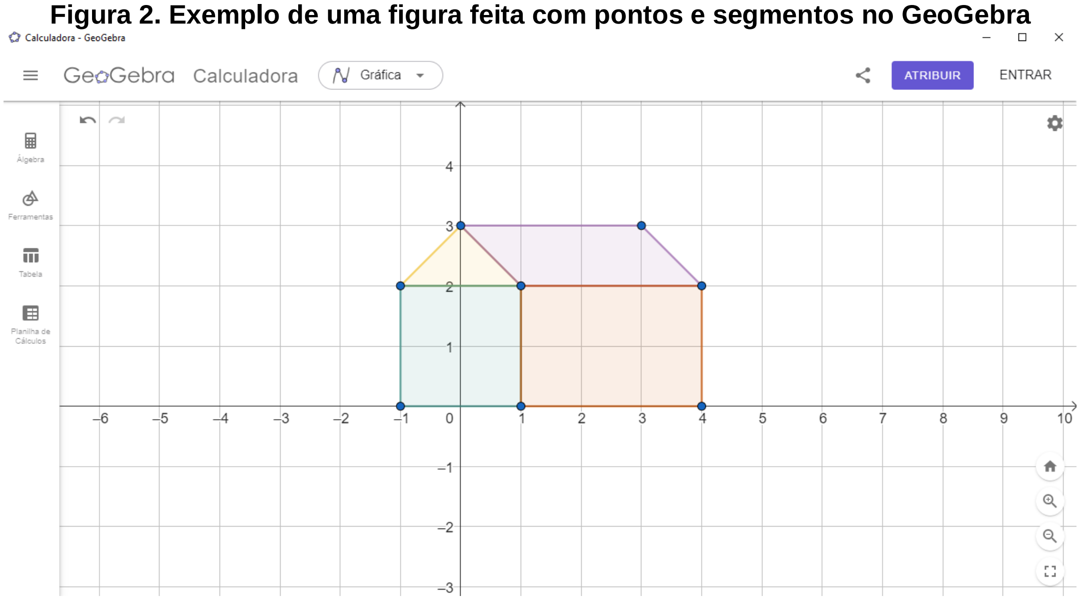
Contudo, essa potencialidade depende de um planejamento pedagógico que considere os limites da ferramenta e sua integração coerente aos objetivos de aprendizagem. Homa (2016) alerta que o uso do GeoGebra não garante, por si só, a construção de significados, sendo necessário que o professor organize situações intencionais que desafiem o aluno a pensar matematicamente. A atividade investigativa exige, portanto, mais que domínio técnico: requer sensibilidade didática e conhecimento do conteúdo estruturador.

À luz dessa perspectiva, o GeoGebra opera não apenas como uma ferramenta de apoio, mas como um ambiente de aprendizagem, onde conceitos são vivenciados antes de serem formalizados. Roland e Clesar (2021) reforçam que o *software* permite ao aluno testar conjecturas, observar invariâncias e manipular elementos sem risco de perda da lógica interna do conteúdo. A experiência Matemática se desloca do papel para a tela, promovendo uma aproximação sensível entre os objetos teóricos e suas representações digitais.

Para que isso ocorra de forma eficaz, é necessário que a proposta pedagógica inclua tarefas abertas, manipuláveis e suscetíveis de exploração progressiva. Arantes, Miranda e Studart (2010) destacam que a qualidade da interação com o *software* está diretamente relacionada à clareza da tarefa e à intencionalidade do professor. O ambiente deve permitir que o estudante formule hipóteses, revise procedimentos e construa argumentos a partir de suas próprias ações sobre os objetos gráficos.

No caso específico do Plano Cartesiano, o GeoGebra oferece possibilidades de manipulação que envolvem pontos, segmentos, figuras e regiões compondo um universo visual rico em relações geométricas. Homa (2016) ressalta que a visibilidade das transformações promove uma experiência estética do conteúdo, contribuindo para o engajamento cognitivo e emocional do estudante. Essa experiência pode ampliar o repertório de interpretações e consolidar a noção de sistema coordenado como um campo estruturado e acessível.

Figura 2. Exemplo de uma figura feita com pontos e segmentos no GeoGebra



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

A capacidade de fornecer *feedback* imediato também se mostra relevante para o processo de autorregulação da aprendizagem. Roland e Clesar (2021) afirmam que o retorno visual das ações realizadas pelo estudante permite que ele avalie continuamente suas decisões, ajustando suas estratégias em tempo real. Esse ciclo de ação-reflexão realça o papel ativo do sujeito na construção do conhecimento e fortalece o vínculo entre tentativa, erro e reconstrução conceitual no ambiente gráfico.

Por conseguinte, o uso do GeoGebra no ensino do Plano Cartesiano exige a mediação de tarefas que articulem as dimensões exploratória e conceitual do conteúdo. Arantes, Miranda e Studart (2010) apontam que a clareza dos objetivos didáticos e a adaptação da linguagem digital ao cotidiano escolar são elementos decisivos para o êxito da proposta. A tecnologia deve servir à aprendizagem, e não o contrário, exigindo que o planejamento didático incorpore criticamente suas possibilidades e seus limites.

No planejamento da sequência aqui apresentada, o uso do GeoGebra foi integrado a desafios que demandam análise gráfica, percepção geométrica e tomada de decisões fundamentadas. As tarefas foram organizadas de modo a favorecer o diálogo entre manipulação visual e formalização Matemática, respeitando os princípios da aprendizagem investigativa. A proposta é criar um ambiente no qual o conceito de Plano Cartesiano seja vivenciado em múltiplas dimensões e linguagens.

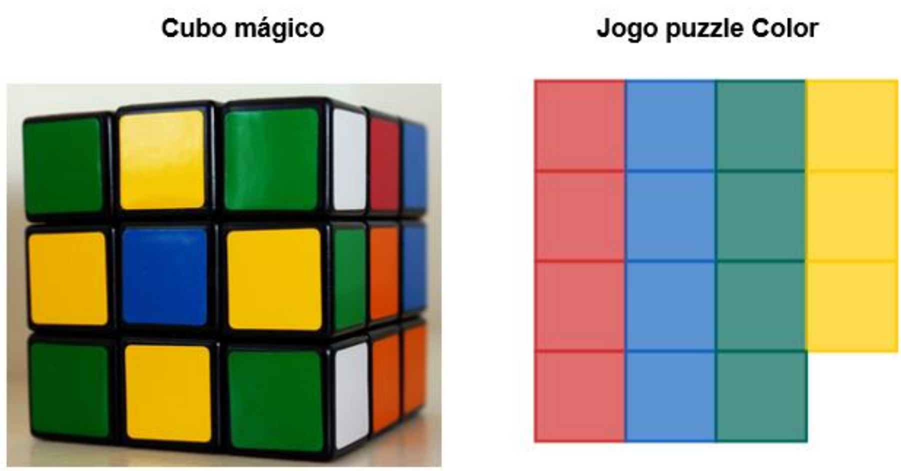
Dado esse percurso, é necessário ampliar a análise para além do *software*, considerando também o papel da ludicidade e dos jogos digitais na formação de competências Geometria Plana.

4.2 O CUBO MÁGICO, O JOGO PUZZLE COLOR E A LUDICIDADE COMO ESTRATÉGIA DE APRENDIZAGEM

O Puzzle Color compartilha diversas características com outro jogo amplamente conhecido: o Cubo Mágico, também chamado de Cubo de Rubik. Ambos são exemplos de puzzles que estimulam o raciocínio lógico, a percepção espacial e a resolução de problemas, sendo utilizados tanto como forma de entretenimento quanto como ferramentas educativas. Criado em 1974 pelo arquiteto húngaro Ernő Rubik, o Cubo Mágico foi inicialmente projetado como um recurso didático para ensinar conceitos de geometria tridimensional. Com o tempo, tornou-se um dos brinquedos mais populares do mundo. Resolver o cubo envolve compreender padrões, planejar movimentos e antecipar resultados, habilidades cognitivas que também são exigidas no Puzzle Color.

No caso do Puzzle Color, ainda que o ambiente seja bidimensional, o aluno também precisa desenvolver estratégias para organizar formas, identificar posições e prever os efeitos de suas ações. Assim como no Cubo Mágico, o erro faz parte do processo de aprendizagem, e a tentativa e erro contribui para o refinamento do pensamento lógico. Ambos os jogos oferecem múltiplas soluções e trajetórias, o que incentiva a autonomia dos estudantes e valoriza diferentes formas de pensar. Essa semelhança reforça o valor pedagógico do Puzzle Color, pois mostra como um jogo aparentemente simples pode envolver habilidades complexas de pensamento, raciocínio espacial e tomada de decisão. Assim, ao utilizar o Puzzle Color em sala de aula, o professor não apenas ensina conceitos matemáticos, como também promove o desenvolvimento cognitivo dos alunos de maneira lúdica e significativa, tal como ocorre com o Cubo Mágico.

Figura 3. Comparação do Cubo Mágico com o Jogo Puzzle Color



Fonte: O Autor, 2025.

Com base nessa concepção, o Jogo Puzzle Color se insere como recurso pedagógico adaptável ao ensino do Plano Cartesiano, promovendo experiências que articulam deslocamento, localização e coordenação espacial. A proposta de atividades baseadas em resolução de desafios, em um ambiente que simula problemas progressivos, estimula a permanência dos estudantes na tarefa e amplia sua autonomia.

Sunaga e Carvalho (2015) destacam que a personalização da experiência digital potencializa o envolvimento com o conteúdo, ao mesmo tempo que respeita os percursos individuais de aprendizagem.

Por conseguinte, o caráter adaptativo do jogo, aliado à estética interativa, contribui para a construção de um ambiente didático em que a aprendizagem ocorre por tentativa, erro e reconfiguração. Kenski (2003) observa que a linguagem digital oferece ao aluno uma via alternativa de acesso ao saber, fundamentada na manipulação de signos e na navegação entre interfaces que retroalimentam a compreensão. Isso exige que o planejamento didático considere o jogo como ferramenta formativa, e não como mero recurso de entretenimento.

Adicionalmente, a ludicidade propiciada pelo Puzzle Color permite que o estudante desenvolva habilidades espaciais sem que a tarefa lhe seja imposta como obrigação. Essa leveza na relação com o conteúdo é mediada por desafios estruturados, que mantêm a complexidade sem excluir a acessibilidade. Santos, Neves e Togura (2016) indicam que o envolvimento afetivo-cognitivo com o jogo favorece a elaboração de esquemas mentais duradouros, uma vez que os conceitos matemáticos são vividos em contextos de prazer e descoberta.

Convém destacar, entretanto, que a ludicidade não se opõe à intencionalidade didática, mas exige do professor domínio sobre a função pedagógica do jogo. Sunaga e Carvalho (2015) enfatizam que o uso de jogos digitais requer clareza dos objetivos conceituais, critérios para escolha das plataformas e planejamento dos momentos de intervenção docente. A função mediadora do professor, portanto, é indispensável para garantir que a ação lúdica se converta em processo reflexivo e construtivo de conhecimento.

No caso do Plano Cartesiano, a progressão dos desafios do Puzzle Color permite que o estudante desenvolva, de forma gradual, a compreensão das relações entre os eixos, a orientação espacial e os quadrantes. Kenski (2003) salienta que o ambiente digital, ao permitir o deslocamento contínuo, simula experiências que não seriam possíveis no papel, favorecendo a abstração sem romper com a visualidade. Isso cria um campo fecundo para a formação de imagens mentais e para a coordenação de sistemas referenciais.

Sob tal perspectiva, o jogo se configura como um espaço cognitivo de experimentação, em que o erro não é punido, mas integrado como parte da aprendizagem. Santos, Neves e Togura (2016) afirmam que essa concepção redefine o papel da avaliação, que passa a ser incorporada ao processo, e não restrita ao produto final. O estudante, ao navegar pelas possibilidades oferecidas pelo jogo, torna-se sujeito do próprio percurso de aprendizagem, desenvolvendo estratégias que emergem da interação com o desafio.

O uso do Puzzle Color também exige atenção à diversidade de perfis dos alunos, cujas relações com a matemática são marcadas por experiências heterogêneas. Sunaga e Carvalho (2015) observam que a flexibilidade do ambiente digital permite adequações em tempo real, o que favorece o acolhimento de diferentes ritmos e estilos cognitivos. Essa plasticidade amplia as possibilidades de inserção dos sujeitos em práticas de aprendizagem mais significativas e equitativas, especialmente em temas com alto índice de abstração inicial, como o plano cartesiano.

Outro ponto importante refere-se à mediação do tempo pedagógico, que na experiência digital se expande e se flexibiliza, favorecendo a maturação conceitual. Kenski (2003) assinala que a temporalidade no ambiente virtual é não linear, permitindo ao estudante revisitar etapas, explorar variações e retomar ações sem prejuízo de continuidade. Essa lógica contrasta com a rigidez dos modelos tradicionais, criando oportunidades para a autorregulação e para o desenvolvimento de competências metacognitivas.

Além disso, a articulação entre ludicidade e conteúdo matemático exige que os recursos utilizados estejam alinhados ao currículo e aos objetivos de aprendizagem. Santos, Neves e Togura (2016) alertam que a escolha do jogo não deve ser aleatória ou apenas motivacional, mas fundamentada em critérios didático-pedagógicos. O Puzzle Color, por envolver operações orientações no plano, demonstra-se compatível com as habilidades previstas para o ensino de geometria analítica na educação básica.

O planejamento da Sequência Didática que integra o jogo foi orientado pela busca de equilíbrio entre desafio e acessibilidade, garantindo que os conteúdos fossem apresentados de forma progressiva e significativa. Sunaga e Carvalho (2015) sugerem que essa organização favorece a emergência de condutas investigativas e a autonomia dos estudantes frente ao conteúdo. O professor, nesse modelo, atua como articulador entre os elementos do jogo e os objetivos matemáticos a serem desenvolvidos ao longo da experiência.

5 A CARTOGRAFIA COGNITIVA DO PLANO CARTESIANO: PENSAMENTO GEOMÉTRICO E AVALIAÇÃO FORMATIVA

O conhecimento de Geometria no Plano Cartesiano é uma competência central na aprendizagem da Matemática e requer um refinamento cognitivo que não se limita à memorização de coordenadas ou fórmulas. Essa competência envolve a formação de esquemas mentais capazes de integrar percepção, abstração e lógica em um ambiente simbólico. Este capítulo propõe-se a investigar, à luz de uma perspectiva formativa, como o pensamento geométrico se manifesta e se desenvolve em situações digitais que mobilizam habilidades de Geometria Plana por meio de tarefas interativas e progressivas.

Nesse sentido, a cartografia cognitiva se mostra como o processo de construção mental de mapas e referências que permitem ao estudante organizar, compreender e se orientar a estrutura do plano cartesiano em sua mente. Essa organização se articula com a manipulação de objetos matemáticos mediados por tecnologias digitais. O foco das análises recai sobre as condições didáticas que favorecem a percepção de deslocamentos, a orientação no plano e a construção de referências geométricas internalizadas. O uso de *softwares* como o GeoGebra e jogos como o Puzzle Color integra essa abordagem, constituindo um território pedagógico no qual o conhecimento de Geometria Plana é simultaneamente exercitado e avaliado.

O capítulo organiza-se em quatro seções complementares. A primeira aborda o contexto histórico do Plano Cartesiano. A segunda examina os processos mentais envolvidos na apreensão do Plano Cartesiano a partir de situações digitais, enfatizando a formação de representações geométricas. A terceira discute a avaliação formativa por meio de desafios e jogos, considerando o feedback, os erros e as estratégias de resolução como indicadores de aprendizagem. Por fim, a quarta seção dedica-se à análise da apostila produzida, seus usos potenciais e impactos formativos na Educação Básica.

A análise proposta não parte de dados empíricos aplicados, mas de inferências interpretativas sustentadas por referenciais teóricos consolidados, com ênfase na produção de materiais didáticos, nos efeitos das tecnologias interativas e na reconfiguração da avaliação em Matemática. Ao tratar o plano cartesiano como espaço simbólico e cognitivo, este capítulo pretende contribuir com novas possibilidades didático-metodológicas que ampliem o letramento matemático no Ensino Fundamental, com foco no desenvolvimento de Geometria Analítica e na autonomia intelectual do estudante.

5.1 CONTEXTO HISTÓRICO DO PLANO CARTESIANO

Criado no século XVII pelo filósofo e matemático francês René Descartes (1596–1650), o Plano Cartesiano foi um marco em um período de grandes mudanças conhecido como Revolução Científica, período em que a matemática era dividida em dois campos: a álgebra, que trabalhava com números e equações, e a geometria, que estudava formas e figuras. Em 1637, ao publicar o livro “Discurso do Método e o ensaio *La Géométrie”*, Descartes apresentou uma ideia que revolucionou o pensamento matemático da época: usar pares de números para localizar pontos em um plano. Assim nasceu o Plano Cartesiano, que tornou possível transformar problemas de Geometria em Equações algébricas e, ao mesmo tempo, dar uma representação gráfica às equações.

Por sua simplicidade e inovação, essa criação foi muito além da sala de aula, ela abriu caminho para o desenvolvimento da Geometria Analítica, do Cálculo e até da Física moderna, ajudando cientistas como Newton e Leibniz a descreverem movimentos e fenômenos naturais de forma matemática. Hoje, o Plano Cartesiano é uma ferramenta básica no ensino, mas sua importância histórica mostra como uma ideia simples pode mudar a forma de compreender o mundo e unir duas áreas que antes estavam separadas.

5.2 DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO EM SITUAÇÕES DIGITAIS

No contexto contemporâneo do Ensino de Matemática, compreender os mecanismos pelos quais os estudantes desenvolvem o pensamento geométrico, tornou-se um desafio central para práticas pedagógicas significativas. A representação mental de objetos e deslocamentos no plano cartesiano exige, para além do domínio conceitual, o refinamento dos processos de pensamento capazes de traduzir o espaço visual em relações formais, Hoffman et al. (2016) destacam que tais habilidades envolvem processos interativos entre percepção, memória espacial e abstração gráfica.

A atuação do estudante em ambientes digitais modifica substancialmente a dinâmica dessas representações, uma vez que os estímulos visuais, os *feedbacks* imediatos e a manipulação de objetos contribuem para uma organização plana e espacial mais intuitiva. A esse respeito, Stewart (2016) aponta que a compreensão de funções e coordenadas depende da internalização de estruturas bidimensionais que o sujeito constrói por meio da exploração ativa. Tal internalização não é espontânea, mas mediada por experiências didáticas que integram movimento, forma e posição.

À luz dessas reflexões, torna-se necessário discutir como tais representações mentais operam no Plano Cartesiano, especialmente quando este é apresentado como sistema de referência para localização e deslocamento. Segundo Guidorizzi (2008), o desenvolvimento da orientação espacial implica reconhecer invariâncias e transformações dentro de um mesmo sistema lógico-formal. Esse reconhecimento favorece a construção de esquemas mentais estáveis que sustentam a mobilidade simbólica no plano.

Em decorrência dessa mobilidade simbólica, o estudante passa a articular significados espaciais com estruturas algébricas, estabelecendo relações que extrapolam a mera memorização de pares ordenados. Como indicam Hoffman et al. (2016), tal articulação é favorecida quando há exploração de ambientes computacionais que permitem visualizar deslocamentos e identificar simetrias, rotações ou translações como elementos cognitivos de orientação. Assim, o ambiente digital se torna campo fecundo para o exercício do raciocínio geométrico.

É importante ressaltar que esses processos não ocorrem isoladamente, mas em interdependência com práticas discursivas e gestuais que integram a ação do sujeito na resolução de tarefas. Para Stewart (2016), a manipulação de objetos visuais em tela demanda também uma organização verbal do pensamento, que contribui para a construção de significados mais elaborados. Essa interdependência entre linguagem, ação e representação torna a aprendizagem mais complexa e cognitivamente produtiva.

Outro ponto a ser considerado diz respeito à percepção de deslocamentos, compreendida aqui como a habilidade de prever, reconhecer e justificar alterações na posição de objetos dentro de um sistema de coordenadas. Conforme Guidorizzi (2008), essa percepção é uma competência que se desenvolve gradualmente, por meio de atividades que envolvem tanto a análise gráfica quanto a inferência lógica. Essa progressividade é decisiva para o domínio da geometria analítica em níveis mais avançados.

Adicionalmente, o uso de simulações e animações matemáticas contribui para o refinamento da percepção visual, promovendo uma aprendizagem sensível à continuidade dos movimentos e à decomposição dos vetores no plano. Hoffman et al. (2016) enfatizam que a interatividade contribui para a consolidação de imagens mentais duradouras, capazes de sustentar raciocínios mais abstratos. Essa consolidação ocorre à medida que o estudante incorpora padrões espaciais como referenciais internos.

No plano teórico, é possível reconhecer que as situações digitais oferecem condições epistemológicas que favorecem a emergência de competência de geometria no Plano Cartesiano com alto grau de complexidade. A mediação tecnológica não substitui o pensamento matemático, mas o potencializa, criando novas formas de organização cognitiva. Nesse sentido, os ambientes digitais tornam-se laboratórios interativos de modelação mental, nos quais o aluno ensaia, corrige e aprimora suas representações.

Essa modelação requer também a presença de tarefas com intencionalidade pedagógica, que desafiem o estudante a atribuir sentido aos deslocamentos e coordenadas que manipula. Para Guidorizzi (2008), a clareza da intencionalidade didática permite que a manipulação não se transforme em mero entretenimento, mas em ação reflexiva ancorada no saber geométrico. A qualidade do material proposto impacta diretamente a densidade do raciocínio desenvolvido.

Por outro lado, a mediação do professor continua sendo decisiva na condução dessas atividades, visto que é ele quem organiza o ambiente e define os parâmetros de validação das respostas. Hoffman et al. (2016) lembram que a função docente nesse contexto ultrapassa a explicação, exigindo planejamento sensível às diferenças cognitivas e às formas distintas de percepção no plano. Esse planejamento é o que transforma o recurso tecnológico em instrumento epistemológico.

5.3 AVALIAÇÃO FORMATIVA POR DESAFIOS E JOGOS DIGITAIS

No contexto da Educação Matemática Digital, a avaliação formativa assume novas dimensões ao incorporar estratégias baseadas em jogos e desafios interativos. Essa modalidade de avaliação não se reduz à mensuração de acertos, mas propõe-se como um processo contínuo de escuta e resposta ao percurso cognitivo do estudante, para Moran (2015), a retroalimentação constante é elemento vital da aprendizagem ativa, pois reorganiza a trajetória do sujeito diante de obstáculos conceituais.

Nesse sentido, o desafio digital não opera como fim em si, mas como instrumento mediador do pensamento matemático em ação. Trata-se de uma prática que mobiliza o estudante a construir hipóteses, testar conjecturas e reorganizar seus esquemas de compreensão. Como defende Brousseau (1996), o erro não deve ser reprimido, mas acolhido como indício de avanço epistemológico, pois ele revela o modo como o sujeito interpreta os dados do problema.

A análise das respostas incorretas, portanto, ganha relevo na dinâmica da avaliação, uma vez que permite ao docente mapear zonas de incerteza e inferir os sentidos atribuídos pelos alunos. Garcia et al. (2011) destacam que o *feedback* imediato oferecido por plataformas digitais gera oportunidade para que o aluno refaça seu trajeto de forma autônoma. Essa reiteração, longe de ser repetição mecânica, é condição para internalização de estruturas conceituais.

Considerando esse cenário, observa-se que a avaliação digital não se limita a aferir desempenho, mas se configura como processo de acompanhamento das inferências realizadas ao longo da atividade. Como propõe Moran (2015), trata-se de escutar os caminhos do pensamento e não apenas seus resultados finais. Essa escuta exige sensibilidade pedagógica e elaboração criteriosa dos jogos utilizados, a fim de assegurar sua pertinência didática.

Ao mesmo tempo, é necessário compreender o jogo digital como linguagem própria, dotada de signos, regras e gramáticas que devem ser decifradas para que se estabeleça a mediação entre conteúdo matemático e representação interativa. Brousseau (1996) ressalta que o meio em que se dá a aprendizagem interfere diretamente nas formas de expressão do conhecimento, a configuração digital, por sua vez, exige do professor domínio técnico e epistemológico.

Essa exigência demanda um docente que compreenda as especificidades da interação virtual, inclusive os modos como os estudantes respondem cognitivamente a estímulos audiovisuais. Garcia et al. (2011) indicam que o uso de recursos visuais e sonoros potencializa a atenção seletiva, criando ambiente propício à emergência de significações não lineares, a fragmentação do tempo e a plasticidade das respostas impõem novas dinâmicas avaliativas.

Além disso, o estilo pedagógico dos desafios precisa garantir o equilíbrio entre complexidade conceitual e acessibilidade operacional. Moran (2015) argumenta que a clareza na proposta das tarefas deve coexistir com a abertura a múltiplas estratégias de resolução, promovendo uma avaliação que valorize a criatividade e o pensamento divergente, essa perspectiva reforça a ideia de que o jogo é vetor de reconstrução do saber.

É igualmente importante destacar que o uso de jogos e desafios digitais exige uma reformulação da postura docente diante do erro, da dúvida e do improviso. Brousseau (1996) aponta que o contrato didático se modifica, e o professor torna-se parceiro de investigação, mais do que julgador. Esse deslocamento epistemológico contribui para redefinir o papel da avaliação no cotidiano escolar, aproximando-a do fazer científico.

A observação contínua durante a construção do jogo permite delinear perfis cognitivos e estilos de aprendizagem. Garcia et al. (2011) sugerem que essa personalização da experiência contribui para a equidade educacional, ao reconhecer as singularidades do percurso formativo de cada aluno. Tal abordagem requer uma cultura avaliativa menos punitiva e mais formativa, focada na construção de sentido.

Com efeito, a avaliação mediada por desafios digitais se configura como prática que articula intencionalidade pedagógica, suporte tecnológico e compromisso formativo. Moran (2015) defende que o papel do professor, nesse modelo, é o de catalisador das conexões significativas entre o conteúdo e a experiência do aluno. Essa mediação se torna ainda mais relevante em contextos de vulnerabilidade digital ou cognitiva.

A compreensão desses elementos revela o potencial das tecnologias interativas como recursos avaliativos dinâmicos, centrados no processo e não apenas nos resultados. Brousseau (1996) contribui com a noção de “devolução” como momento essencial para que o aluno reflita sobre sua produção, reorganize estratégias e reformule representações. Essa prática, quando bem conduzida, produz uma avaliação mais dialógica e transformadora.

5.4 PRODUÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO E IMPACTOS FORMATIVOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A produção de material didático no processo de ensino-aprendizagem representa um eixo essencial da formação docente e da inovação curricular na Educação Básica. A construção de uma apostila voltada ao ensino do Plano Cartesiano, alinhada aos pressupostos da Sequência Didática proposta, inscreve-se em uma prática pedagógica que articula conhecimento matemático e intencionalidade formativa. Conforme Pagani e Allevato (2014), o material didático não se limita ao suporte impresso, mas constitui um artefato de mediação entre teoria e prática.

Nessa perspectiva, a elaboração de recursos instrucionais exige atenção à linguagem, à organização das atividades e ao encadeamento dos conteúdos, visando à coerência com os objetivos de aprendizagem. A estrutura da apostila desenvolvida baseia-se na ideia de progressão conceitual e na diversidade de representações, como preconizado por Moreira (2012), que destaca a relevância de materiais que favoreçam a construção significativa do conhecimento, tal escolha implica rigor na seleção das tarefas e clareza na exposição gráfica.

É preciso reconhecer que a produção de material não ocorre dissociada da reflexão pedagógica. Ao contrário, ela revela o modo como o professor concebe a Matemática escolar e organiza o conhecimento para fins de ensino. Como afirmam Bezerra e Silva (2024), o ato de planejar recursos didáticos transforma-se em uma prática epistemológica que afeta, em profundidade, a identidade profissional do docente. Essa imbricação entre autoria e prática pedagógica torna o material mais sensível às realidades escolares.

Paralelamente, o impacto formativo dessa produção pode ser observado nos deslocamentos conceituais que o professor experimenta ao elaborar atividades que demandam clareza, pertinência e coerência interna. Moreira (2012) sugere que esse processo contribui para o desenvolvimento de competências didáticas refinadas, como a antecipação de dificuldades e a diversificação de estratégias de mediação. Nesse contexto, o material torna-se também objeto de formação contínua e reflexão crítica.

Cabe ainda destacar o papel dos recursos educacionais como dispositivos de circulação do conhecimento, permitindo que experiências pontuais se tornem modelos replicáveis em outros contextos. Pagani e Allevato (2014) enfatizam que, para além do uso local, materiais bem construídos podem gerar redes de compartilhamento e colaboração docente, essa difusão potencializa a construção coletiva de repertórios metodológicos voltados à melhoria do Ensino de Matemática.

Outro ponto relevante diz respeito à sensibilidade do material produzido frente às demandas regionais, culturais e cognitivas dos estudantes. Bezerra e Silva (2024) apontam que a didatização do conteúdo exige um olhar atento às múltiplas realidades escolares, evitando soluções genéricas e descoladas do contexto. A concepção da apostila buscou contemplar essa diversidade, incorporando elementos que favorecem a aproximação entre os conteúdos e a vivência dos discentes.

Sob essa ótica, a análise qualitativa da apostila evidencia a intencionalidade em promover a autonomia do estudante, por meio de tarefas investigativas, linguagem acessível e estímulo à autorreflexão. Moreira (2012) indica que tais características são determinantes para o engajamento cognitivo, uma vez que possibilitam diferentes percursos de resolução e construção de sentido. A elaboração cuidadosa do material reflete, assim, uma concepção pedagógica centrada na aprendizagem ativa.

A integração de atividades digitais à apostila é outro aspecto que amplia seu escopo formativo, ao propor interações com *software*s como o GeoGebra e Jogos Educacionais. Pagani e Allevato (2014) argumentam que a hibridez entre suporte impresso e digital favorece novas formas de engajamento, conectadas à cultura midiática dos estudantes. Essa combinação exige do professor domínio técnico e reflexão sobre os limites e possibilidades de cada linguagem.

Do ponto de vista da formação docente, a produção da apostila configura-se como experiência de desenvolvimento profissional, pois convida o professor a revisar suas concepções e repensar sua prática. Bezerra e Silva (2024) afirmam que esse processo gera deslocamentos epistemológicos que impactam a forma como o conteúdo é abordado em sala de aula, onde, o professor deixa de ser apenas executor e torna-se autor de sua proposta pedagógica.

Além disso, os impactos da apostila estendem-se para além da sala de aula, na medida em que ela pode ser incorporada a programas de extensão, oficinas pedagógicas e cursos de formação continuada. Moreira (2012) observa que o compartilhamento de práticas bem fundamentadas é condição para o fortalecimento das comunidades de aprendizagem entre professores, o material, nesse sentido, atua como ponte entre teoria e vivência docente.

Importa sublinhar que o uso da apostila não se encerra em sua aplicação direta, mas abre espaço para revisões e adaptações a diferentes públicos e níveis de ensino. Pagani e Allevato (2014) ressaltam a necessidade de materiais flexíveis, que possam ser apropriados por diferentes professores em contextos variados. Essa plasticidade contribui para a longevidade e relevância do recurso, ampliando sua contribuição à educação básica.

À vista dessas observações, a seção seguinte se voltará à exposição detalhada da metodologia adotada neste estudo, esclarecendo os procedimentos de construção teórica, as escolhas didáticas e os critérios que nortearam a elaboração da sequência didática e da apostila. Será discutida a lógica que orientou a pesquisa e as etapas que permitiram sua consolidação como proposta formativa inovadora.

6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia adotada nesta pesquisa é de cunho qualitativo, com abordagem descritiva e caráter exploratório, centrando-se na construção de uma Sequência Didática estruturada em três aulas para o ensino do Plano Cartesiano (APÊNDICE A). A proposta metodológica não envolveu aplicação empírica em turmas escolares, no entanto, a Sequência Didática foi estruturada para ser aplicada em alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, integrando teoria e prática, com o intuito de fomentar o desenvolvimento da criatividade e da autonomia na aprendizagem da Geometria Analítica, pensando no delineamento minucioso de cada etapa formativa com base em referenciais teóricos sólidos e práticas investigativas já consolidadas na literatura acadêmica. Assim, a metodologia adotada não se limita à prescrição de atividades, mas visa à análise dos processos formativos envolvidos na criação e no uso de recursos pedagógicos digitais.

6.1 AULA 1: ENSINO DO PLANO CARTESIANO COM O GEOGEBRA

Como ponto de partida, a primeira aula é dedicada ao conhecimento teórico dos eixos do Plano Cartesiano e suas convenções. A proposta metodológica fundamenta-se na aplicação de uma proposta planejada para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, com duração de 50 minutos. O tema central é a localização de pontos no plano cartesiano, articulada ao uso do *software* GeoGebra, que se configura como recurso tecnológico para a visualização e a manipulação de conceitos geométricos. A escolha por uma sequência desse tipo ancora-se na compreensão de que a aprendizagem da Matemática torna-se mais efetiva quando o estudante é colocado como sujeito ativo do processo, interagindo com diferentes representações e explorando situações-problema.

Nesta aula, o objetivo geral consiste em identificar o Plano Cartesiano e suas coordenadas. Já os objetivos específicos contemplam: reconhecer a posição de pontos utilizando pares ordenados, desenvolver a habilidade de manipular o *software* GeoGebra como recurso de representação e estimular o raciocínio lógico por meio de uma atividade lúdica utilizando o “Jogo da Velha de Descartes”. Além disso, o ponto principal da aula é incentivar práticas de aprendizagem ativa com o apoio de tecnologias educacionais e um material de apoio consistente que auxilie de forma significativa na compreensão do plano cartesiano.

A metodologia adota como referência a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), especialmente a habilidade EF09MA16, que orienta a determinação do Ponto Médio de um segmento de reta e da Distância entre dois pontos no Plano Cartesiano, bem como a aplicação desses conhecimentos em cálculos de perímetros e áreas de figuras planas. Dessa forma, a proposta não se restringe ao ensino mecanizado de coordenadas, mas busca ampliar a visão dos estudantes para a aplicabilidade prática e investigativa desses conceitos. A aula foi organizada em cinco momentos articulados e progressivos.

O primeiro momento é a introdução, nessa etapa é realizada a mobilização dos conhecimentos prévios por meio de perguntas instigadoras sobre a utilidade do Plano Cartesiano no cotidiano, contextualizando o tema e despertando a curiosidade dos alunos.

O segundo momento consiste na apresentação no GeoGebra, em que o foco é a exploração guiada do ambiente gráfico, com demonstração da inserção de pontos, observação das coordenadas (x, y) e análise de diferentes situações (pontos na origem, sobre os eixos e em quadrantes distintos).

O terceiro momento recai na aplicação da atividade lúdica denominada Jogo da Velha de Descartes, em duplas, a atividade estimula a cooperação, a tomada de decisão estratégica e a consolidação do aprendizado por meio da prática interativa.

Na quarta parte, temos a retomada coletiva dos principais conceitos, com espaço para discussão sobre as dificuldades encontradas e as facilidades percebidas no uso do *software* e na identificação dos pares ordenados.

Por fim, a avaliação processual fecha a primeira aula com o acompanhamento contínuo por meio da observação da participação, do envolvimento dos estudantes nas discussões e da precisão na localização dos pontos durante a atividade lúdica.

Para essa aula é necessário que os recursos didáticos incluam computador, projetor multimídia, *software* GeoGebra, quadro branco e caderno dos alunos. Essa combinação de recursos permite articular o caráter tecnológico da proposta com a ludicidade e a exploração conceitual, fortalecendo um ambiente de aprendizagem que estimula a autonomia, a criatividade e o raciocínio matemático.

No contexto desta proposta, o *Lesson Study* contribui como metodologia formativa que possibilita ao professor analisar, de maneira sistemática, os efeitos da Sequência Didática no processo de aprendizagem dos estudantes. O ciclo reflexivo característico dessa abordagem como planejar, aplicar, observar e refletir, permite que a aula sobre o Plano Cartesiano não seja entendida como uma experiência isolada, mas como parte de um movimento contínuo de aprimoramento.

Dessa forma, é possível validar a estrutura e a sequência a partir dos pressupostos da TSD, antecipando possíveis dificuldades dos alunos e prevendo estratégias de mediação. Ao aplicar essa aula, a observação atenta do engajamento discente, tanto no uso do GeoGebra quanto na dinâmica do “Jogo da Velha de Descartes”, pode fornecer elementos para avaliar a eficácia das situações propostas. A etapa de reflexão possibilita revisar a pertinência das escolhas didáticas, repensar os recursos tecnológicos utilizados e replanejar intervenções futuras, em busca de maior alinhamento com os objetivos de aprendizagem significativa.

6.2 AULA 2: CONSTRUÇÃO DO JOGO PUZZLE COLOR NO GEOGEBRA

Na segunda aula, o foco é apresentar o Jogo Puzzle Color, previamente descrito e fragmentado em passos pedagógicos na apostila (APÊNDICE B). Totalizando dois tempos de aulas (100 minutos), a metodologia escolhida privilegia a prática com recursos digitais e a participação ativa dos alunos, de modo a favorecer a autonomia, o raciocínio lógico e a aprendizagem de conceitos geométricos de forma lúdica.

O objetivo geral da aula consiste em ensinar aos estudantes a criação de objetos interativos no GeoGebra, explorando conceitos geométricos por meio da construção do jogo. Já nos objetivos específicos, o intuito é desenvolver a autonomia e o raciocínio lógico, além de incentivar o uso de tecnologias digitais como ferramentas de construção Matemática. Assim, a proposta também está diretamente alinhada à habilidade

EF09MA16 da BNCC, que trata do desenvolvimento de competências relacionadas ao Plano Cartesiano e foi organizada em cinco momentos articulados e progressivos.

No início da aula, a sugestão é que o professor realize uma breve conversa diagnóstica com os alunos para retomar os conhecimentos prévios sobre o uso do GeoGebra. Em seguida, apresente o objetivo da atividade, explicando que cada aluno ou dupla tem a tarefa de construir seu próprio Puzzle Color a partir da apostila impressa e previamente elaborada. A explicação sobre o jogo destaca seu caráter de raciocínio lógico e visão no plano, elementos que despertaram o interesse dos alunos.

Na segunda parte, o professor pode distribuir ou projetar a apostila contendo instruções detalhadas e ilustradas para guiar a construção. Para favorecer a visualização do produto final, é de suma importância que seja feita uma apresentação via projeção, de modo que os estudantes compreendam com clareza o que devem construir. Desde o início, é importante enfatizar a autonomia: os alunos podem seguir o material de forma independente, mas com a segurança de poder recorrer ao professor em caso de dúvidas.

O terceiro momento é destinado à construção guiada do Puzzle Color no GeoGebra. Seguindo as etapas propostas na apostila, os alunos podem inserir no Plano Cartesiano as peças do jogo utilizando a ferramenta “polígono”, aplicando cores, configurar deslizadores para alterar as tonalidades de cores das figuras, ajustar rótulos e realizar testes do jogo em funcionamento. Essa construção possibilita não apenas a aplicação de comandos técnicos do *software*, mas também a mobilização de conceitos matemáticos em um contexto prático e lúdico.

Na quarta etapa é proposto um momento de socialização e compartilhamento. Cada dupla pode apresentar brevemente o que conseguiu construir e, em seguida, fazer uma reflexão coletiva com questões norteadoras como: o que foi mais difícil ou mais fácil ao seguir a apostila? O que aprenderam sobre o Plano Cartesiano com essa atividade? Essa etapa permite ao professor observar as estratégias utilizadas pelos alunos, suas dificuldades e seus avanços na compreensão do conteúdo. A aula é concluída com a orientação de salvar os arquivos produzidos, garantindo a possibilidade de continuidade em encontros futuros.

O último momento da aula é a avaliação, nesta etapa, o fator mais importante é a observação da participação, da autonomia, da compreensão dos comandos no

GeoGebra e da capacidade de resolução de problemas práticos. Além disso, a leitura e interpretação da apostila vão servir como instrumento para analisar a habilidade dos estudantes em seguir instruções técnicas. O produto final, mesmo quando incompleto, é considerado um registro válido do processo de aprendizagem.

No âmbito teórico, a proposta foi fundamentada na Teoria das Situações Didáticas (TSD), de Brousseau (1996). O jogo Puzzle Color configura-se como um ambiente didático em que os alunos podem vivenciar as etapas clássicas da TSD: na fase de ação, manipulam o GeoGebra e exploram comandos de construção; na fase de formulação, podem desenvolver estratégias de criação das peças e organização das etapas do jogo; e, finalmente, na fase de validação, tem a possibilidade de testar o funcionamento do objeto construído, ajustar eventuais falhas e apresentar suas produções ao grupo. Além disso, no momento do planejamento, é possível estruturar a Sequência Didática antecipando possíveis dificuldades dos alunos e prevendo estratégias de mediação, o que reforça a intencionalidade formativa da proposta.

Paralelamente, a experiência se apoia no referencial do *Lesson Study*, que se constitui como uma prática de reflexão docente em três momentos: planejamento, observação e replanejamento. Durante o planejamento, é possível notar que a Sequência Didática foca na integração entre a apostila e o *software* GeoGebra. Na observação, podemos notar como os alunos lidam com as instruções, a autonomia exigida e as dificuldades encontradas. No momento reflexivo, é possível reavaliar a pertinência dos recursos utilizados e o impacto das interações em sala, repensando a sequência para futuras aplicações. Dessa forma, o *Lesson Study* amplia a dimensão formativa da experiência, permitindo ao professor não apenas aplicar a proposta, mas também construir conhecimento sobre sua própria prática, ajustando estratégias a partir da análise crítica do processo.

6.3 AULA 3: VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM

A terceira aula tem como objetivo verificar o quanto do conteúdo referente ao Ponto Médio e à Distância entre dois pontos no Plano Cartesiano pode ser absorvido pelos estudantes, analisando sua facilidade em realizar cálculos e em estabelecer a relação entre a teoria apresentada e a aplicação prática mediada pela tecnologia digital. O tempo total da aula é de 50 minutos, dividido em cinco momentos, combinando explicação expositiva e prática exploratória no *software* GeoGebra.

Na introdução, os conceitos de coordenadas e Plano Cartesiano são retomados com o objetivo ativar os conhecimentos prévios dos alunos. Em seguida, o professor pode levantar hipóteses iniciais, questionando como seria possível determinar o Ponto Médio de um segmento ou a Distância entre dois pontos sem o uso de fórmulas. Essa etapa visa explicitar que o foco da aula não é apenas aplicar cálculos, mas também verificar até que ponto os conceitos foram internalizados.

No segundo momento, o foco é definir o Ponto Médio com a ajuda do GeoGebra, a sugestão é que sejam inseridos pontos no Plano Cartesiano, assim ligá-los por um segmento que os conecta, inicialmente com os pares (-2,5) e (4,1). O professor tem a liberdade de demonstrar como identificar visualmente o Ponto Médio a partir da ideia de equilíbrio do segmento. Também é proposto o uso das coordenadas do Jogo Puzzle Color, reabilitando rótulos e questionando os alunos sobre a identificação do Ponto Médio entre pares de pontos. Após as explorações visuais, é formalizado que o Ponto Médio divide o segmento em duas partes iguais e que, no Plano Cartesiano, suas coordenadas podem ser obtidas pela média aritmética dos extremos. Dessa forma, como exercício, é sugerível propor novos cálculos dos pontos do Puzzle Color, favorecendo a prática autônoma.

No momento três, o objetivo é explicar o conceito de Distância entre dois pontos no Plano Cartesiano usando o GeoGebra, o professor pode inserir pontos A(2,3) e B(6,6), por exemplo, e calcular a distância entre eles utilizando o comando Distância[A,B]. Em seguida, os alunos são convidados a realizar o cálculo manualmente, comparando os resultados obtidos com a ferramenta digital. Também é importante nesse momento, pedir aos alunos que movimentem os pontos livremente, observando em tempo real a alteração do valor da distância, favorecendo a compreensão da Geometria Dinâmica.

O próximo momento é destinado a sistematização e discussão final, nesse ponto da aula, é feita a retomada coletiva dos conceitos de Ponto Médio e Distância, destacando as diferentes estratégias utilizadas e refletindo sobre as aproximações visuais em relação às medidas exatas. O professor pode incentivar a percepção geométrica como etapa inicial antes da formalização Matemática, e questionar qual dos dois conceitos (ponto médio ou distância) foi mais facilmente identificado pelos alunos.

Por fim, na avaliação, o foco é a absorção do conteúdo por meio de avaliação formativa. São consideradas a participação dos alunos nas discussões, o uso adequado das ferramentas do GeoGebra, a clareza das estratégias apresentadas e a coerência dos raciocínios geométricos, além da autonomia demonstrada na resolução das tarefas.

Esta aula, ao estruturar-se em momentos de problematização, experimentação e formalização, dialoga diretamente com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1996), uma vez que o percurso pedagógico contempla as fases de ação (exploração inicial e uso do *software*), formulação (estratégias visuais e hipóteses dos alunos) e validação (comparação com os resultados formais e sistematização coletiva). Além disso, sua elaboração e análise são potencializadas pelo *Lesson Study*, pois o planejamento, aplicação e reflexão em torno dessa aula permitem que o professor avalie as aprendizagens, identifique as dificuldades e reconstrua suas práticas de forma contínua e colaborativa.

7 RESULTADOS

A análise dos resultados obtidos a partir da elaboração da Sequência Didática fundamenta-se na observação qualitativa dos indícios de aprendizagem potenciais, considerando contextos mediados por tecnologias digitais e por um material de apoio construído especificamente para o ensino do Plano Cartesiano. Trata-se, portanto, de uma análise interpretativa do percurso teórico-prático delineado, e não da aplicação empírica da proposta em sala de aula. Sob essa perspectiva de não avaliar desempenhos com base em dados numéricos, o foco desloca-se para compreensão de processos cognitivos, afetivos e sociais que poderiam emergir na construção do conhecimento matemático.

Nesse sentido, os resultados não devem ser interpretados como um fim em si mesmo, mas como parte de um processo mais amplo de construção coletiva e investigativa do saber. Inspirados em Brousseau (2008) e Ausubel (2003), os dados aqui reunidos revelam possíveis indícios de aprendizagem significativa articulados com as situações didáticas cuidadosamente organizadas na proposta pedagógica. A interseção entre teoria e prática, pensadas nas atividades planejadas, possibilitam a emergência de elementos qualitativos que denotam progressos conceituais e mudanças nos modos de representação gráfica dos alunos.

Adicionalmente, o papel das tecnologias digitais na mediação cognitiva se revela como eixo transversal aos resultados, sobretudo no que se refere à manipulação de objetos geométricos, ao desenvolvimento de estratégias de localização e ao fortalecimento do pensamento analítico. Tal constatação reafirma os pressupostos de Moran (2015) e Roland e Clesar (2021), no sentido de que recursos interativos não apenas facilitam a visualização de conceitos, mas também promovem deslocamentos epistemológicos nas práticas docentes. A integração entre ludicidade, cognição e linguagem matemática constitui, assim, um vetor central da análise interpretativa que se segue.

Cabe destacar que parte dessas reflexões foi sistematizada e publicada em artigo acadêmico (PEREIRA, 2025), o que evidencia a relevância científica e formativa do trabalho, bem como sua inserção em debates mais amplos da Educação Matemática.

Por fim, ressalta-se que os resultados foram organizados em cinco seções, cada uma delas voltada a aspectos distintos, mas interdependentes, do processo de ensino-aprendizagem do plano cartesiano. A estrutura contempla desde os fundamentos teórico-metodológicos da sequência até a produção de material didático e os impactos formativos. Dessa forma, cada seção busca iluminar dimensões específicas da experiência pedagógica vivenciada, em articulação com o estado da arte e com os referenciais teóricos que sustentam a pesquisa. A seguir, apresenta-se a primeira dessas seções.

SEÇÃO 1. ESTRUTURAÇÃO TEÓRICO-PRÁTICA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A concepção da Sequência Didática adotada nesta pesquisa decorre de uma articulação entre fundamentos epistemológicos e a intencionalidade pedagógica voltada ao ensino do plano cartesiano. À luz da didática da Matemática, essa construção não se limita à seleção de conteúdo, mas envolve a organização metódica de situações de aprendizagem que privilegiam o desenvolvimento cognitivo e geométrico dos estudantes. Almouloud (2007) sustenta que a estruturação didática deve refletir o campo epistemológico do saber matemático, promovendo uma coerência entre os objetivos de ensino e os modos de apropriação do conhecimento.

Nesse escopo, a arquitetura da sequência fundamentou-se na progressividade conceitual e na mediação pedagógica contextualizada. A cada etapa, buscou-se respeitar a lógica interna do conteúdo e as possíveis dificuldades de aprendizagem, conforme propõe Brousseau (2008) ao indicar a importância da antecipação didática. A organização dos momentos de ação, formulação e validação, extraídos da Teoria das

Situações Didáticas, permitiu delinear um percurso formativo pautado na problematização e na devolução sistemática das produções dos alunos.

Além disso, o uso de uma apostila como suporte cognitivo tem papel estruturante na mediação dos conteúdos abordados. Essa materialidade didática foi concebida para oferecer estímulos visuais, desafios graduais e espaços de auto registro, alinhando-se à perspectiva de Silva e Almouloud (2018) sobre a importância dos instrumentos pedagógicos na construção da autonomia discente. A materialização das tarefas, por meio de artefatos impressos, constitui-se como ferramenta de articulação entre o saber formal e a experiência escolar situada.

Com efeito, a Sequência Didática não se apresenta como um conjunto de atividades estanques, mas como um organismo teórico-prático que opera sob a lógica de encadeamento pedagógico. Pais (2002) enfatiza que o Ensino da Matemática, especialmente em tópicos como o plano cartesiano, exige uma abordagem que considere os regimes de pensamento implicados na representação geométrica. Ao dar visibilidade aos deslocamentos conceituais do sujeito, a sequência se propôs a medir não apenas conteúdos, mas modos de ver e representar o plano cartesiano.

Nesse percurso, as situações desencadeadas foram organizadas com base em princípios de funcionalidade didática e coerência conceitual. O contrato didático implícito, tal como concebido por Brousseau (1996), foi contemplado no delineamento de papéis entre professor, aluno e tarefa, o que favoreceu a emergência de interações produtivas e expectativas compartilhadas sobre o processo de aprendizagem. O controle epistemológico é promovido por meio de tarefas abertas, permitindo o acompanhamento das hipóteses formuladas pelos discentes.

Considerando tais aspectos, destaca-se que o planejamento seguiu uma lógica em espiral, em que conceitos elementares se reconfiguram à medida que são ressignificados em situações mais complexas. Essa espiralidade, segundo Teixeira e Passos (2013), é um dos fundamentos da eficácia da TSD, por permitir que os estudantes revisitem saberes anteriores à luz de novos desafios. Assim, o percurso metodológico foi orientado por princípios de continuidade, complexidade progressiva e articulação entre os domínios da linguagem, representação e raciocínio matemático.

SEÇÃO 2: DIMENSÕES COGNITIVAS DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A compreensão do Plano Cartesiano, quando mediada por estratégias de ensino centradas no sujeito que aprende, permite que o conhecimento de Geometria Analítica se constitua em estrutura cognitiva estável. Conforme preconizado por Ausubel (2003), a aprendizagem significativa ocorre quando novas informações são ancoradas em conceitos relevantes já presentes na estrutura mental do aprendiz. Essa relação entre conhecimento prévio e novo saber é evidenciada durante as execuções das tarefas na Sequência Didática.

Nesse sentido, Moreira (2006) sustenta que a aprendizagem significativa exige a mobilização de esquemas mentais que favoreçam a construção de significados e não apenas a memorização de algoritmos. A sequência proposta opera como espaço potencializador dessa mediação, por meio de estímulos visuais, desafios geométricos e elaborações gráficas.

Ao se considerar a mediação docente como elemento organizador da internalização conceitual, é relevante destacar a contribuição de Vygotsky (2007), que compreende o desenvolvimento como resultado da interação entre sujeito, linguagem e contexto. No ambiente investigado, a mediação didática opera como catalisadora da zona de desenvolvimento proximal, especialmente em situações em que os estudantes são desafiados a representar deslocamentos e reconhecer padrões no plano cartesiano.

A esse respeito, Dullius (2009) ressalta que representações visuais, quando articuladas a raciocínios analíticos, ampliam as possibilidades de abstração. Tal constatação se faz presente nas produções discentes que, mesmo em tarefas não quantitativas, evidenciaram registros matemáticos ancorados em imagens mentais coerentes. As atividades podem promover a constituição de vínculos lógicos entre as experiências prévias e a linguagem formal da Geometria Analítica.

Além disso, a relação entre os elementos gráficos e a significação conceitual do Plano Cartesiano pode ser aprofundada à luz das reflexões de Guidorizzi (2008), que identifica na articulação entre raciocínio lógico e representação gráfica um dos fundamentos da compreensão Matemática. Com a possível aplicação da Sequência Didática, espera-se que as soluções formuladas pelos estudantes demonstrem um esforço visível de organização analítica e construção semântica dos eixos coordenados, o que reitera a efetividade do ambiente didático construído.

Por sua vez, Hoffman et al. (2016) enfatizam que a atividade cognitiva se consolida na medida em que o aprendiz é conduzido a reinterpretar representações visuais por meio de conceitos abstratos. Nesse processo, os deslocamentos de ponto, a localização de coordenadas e a segmentação do plano revelaram-se instâncias de elaboração cognitiva autônoma. A apostila, nesse contexto, atua como recurso articulador entre representação, linguagem e manipulação.

Ainda que a manipulação concreta dos objetos não tenha sido fisicamente executada, as simulações e atividades representacionais podem promover um tipo de corporeidade cognitiva, em que o sujeito projeta ações no espaço simbólico. Stewart (2016) argumenta que essa corporeidade visual possibilita ao estudante situar-se no plano e organizar mentalmente a distribuição dos elementos. O envolvimento afetivo e intencional poderá ser visível na constância dos registros simbólicos e na apropriação dos conceitos estruturantes.

Considerando essa imersão semântica e espacial, a próxima seção abordará os indícios da ludicidade como vetor de engajamento e investigação Matemática. Serão examinadas as formas como o Jogo Puzzle Color pode contribuir para a ativação de estruturas mentais orientadas à resolução de problemas, oferecendo suporte à aprendizagem investigativa e à ampliação das conexões cognitivas entre representação, desafio e construção de sentido.

SEÇÃO 3: TECNOLOGIAS DIGITAIS E REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA NO ENSINO CARTESIANO

No contexto da Educação Matemática contemporânea, a incorporação de tecnologias digitais representa um deslocamento epistemológico na forma de mediar a construção do raciocínio espacial. Conforme Homa (2016), a manipulação de objetos geométricos em ambientes computacionais, como o GeoGebra, proporciona ao estudante experiências visuais e interativas que favorecem a compreensão de relações topológicas, essa mediação altera a própria natureza do conteúdo, tornando-o acessível a partir de múltiplas linguagens de representação.

A esse respeito, Roland e Clesar (2021) argumentam que as tecnologias digitais operam como extensões cognitivas, possibilitando que os estudantes transitem entre os registros algébrico, geométrico e gráfico com maior fluidez. O GeoGebra, ao integrar essas camadas semânticas, permite que abstrações tradicionalmente lineares sejam reinterpretadas sob uma ótica dinâmica, essa mobilidade simbólica amplia o potencial de apropriação conceitual no Plano Cartesiano.

De modo articulado, Arantes, Miranda e Studart (2010) ressaltam que o uso de simulações promove uma relação dialógica entre o usuário e o ambiente computacional. Essa interação estabelece uma zona de desenvolvimento proximal (Vygotsky, 2007) onde o erro não representa fracasso, mas um vetor de reorganização das hipóteses. As simulações não apenas ilustram conceitos, mas provocam deslocamentos no modo de pensar movimento de objetos no plano.

Nessa perspectiva, Amado e Carreira (2015) destacam a relevância das tarefas exploratórias mediadas por *software*, que exigem do estudante a tomada de decisões e a reflexão sobre os próprios procedimentos. A ludicidade do Puzzle Color, inserida nesse processo, reforça a noção de aprendizagem como experiência significativa, ainda que sem ancorar-se na lógica da memorização. A tecnologia, portanto, não substitui o raciocínio, mas o potencializa ao promover múltiplas interações cognitivas.

Ademais, Santos, Neves e Togura (2016) sublinham que a efetividade das ferramentas digitais no Ensino de Matemática depende da intencionalidade pedagógica com que são utilizadas. No caso do Plano Cartesiano, a construção de trajetórias, simetrias e deslocamentos não é um fim em si, mas uma via para que o aluno desenvolva intuições geométricas sofisticadas, o recurso digital torna-se, então, mediador de uma relação semiótica entre linguagem e Plano Cartesiano.

Com efeito, Sunaga e Carvalho (2015) ressaltam que as tecnologias digitais estimulam a personalização do ritmo e das estratégias de aprendizagem. Ao manipular visualmente os objetos do Plano Cartesiano, o estudante exerce controle sobre o ambiente e desenvolve autonomia intelectual. Essa autonomia, por sua vez, exige um planejamento didático que reconheça os diferentes níveis de proficiência e os múltiplos estilos de aprendizagem presentes em sala.

Nesse cenário, torna-se visível que os recursos computacionais não apenas ilustram os conceitos, mas reconfiguram as formas de seu aprendizado. A interface gráfica das tecnologias digitais transforma os elementos abstratos da Geometria Analítica em entidades manipuláveis, acessíveis e exploráveis em tempo real. Esse deslocamento da abstração para a ação promove um raciocínio mais integrado entre pensamento algébrico e geométrico.

SEÇÃO 4: AVALIAÇÃO FORMATIVA POR DESAFIOS DIGITAIS

A incorporação de desafios digitais na avaliação do aprendizado cartesiano constitui um deslocamento epistemológico relevante na cultura avaliativa. Ao recorrer a estratégias lúdico-pedagógicas ancoradas na interatividade, a prática avaliativa ganha novos contornos, priorizando o processo em detrimento do produto final. Diante disso, nota-se que a mediação tecnológica não apenas dinamiza o ambiente de aprendizagem, como também reconfigura os sentidos atribuídos ao erro. A literatura enfatiza que o *feedback* contínuo, longe de ser mera devolutiva mecânica, torna-se um elemento formativo essencial (Moran, 2011), nesse cenário, o jogo assume um duplo papel: de instrumento avaliativo e de agente de reorientação conceitual.

Essa perspectiva se torna especialmente relevante quando se analisam os deslocamentos observados nas atitudes dos estudantes diante das atividades propostas. Ao longo da Sequência Didática, as interações promovidas pelo *software* GeoGebra indicam uma maior disposição ao enfrentamento de desafios conceituais, sugerindo uma internalização progressiva de estratégias cognitivas autônomas. Tal comportamento pode ser compreendido à luz da Teoria das Situações Didáticas (Brousseau, 1996), cuja estrutura valoriza os momentos de desequilíbrio epistemológico como motor do avanço no conhecimento. Portanto, observa-se que o jogo, ao estruturar regras e metas específicas, organiza uma situação didática que convoca a autorregulação.

Nessa direção, a avaliação formativa mediada por jogos permite uma reinvenção das práticas tradicionais, transpondo a ênfase normativa e hierárquica por uma abordagem centrada na construção coletiva de saberes. Isso demanda do docente uma postura investigativa e interpretativa frente às ações dos estudantes, destacando-se a importância de um olhar sensível à multiplicidade de trajetórias. Como reforçado por Kenski (2003), o uso das tecnologias digitais implica em uma ressignificação das funções pedagógicas, exigindo abertura a novas linguagens e tempos de aprendizagem. Essa exigência convoca o professor a atuar como mediador de experiências e não apenas como avaliador de rendimentos.

Sob essa ótica, o erro adquire valor heurístico, sendo compreendido como indicador de hipóteses ainda em elaboração, não como falha a ser punida. A esse respeito, Garcia et al. (2011) salientam que os ambientes computacionais favorecem a experimentação, permitindo ao aluno testar conjecturas sem o ônus do julgamento imediato. Isso reforça a ideia de que a avaliação, quando vinculada a experiências digitais, precisa ser entendida como contínua, dialógica e formativa. A cada tentativa de resolução, observa-se o refinamento progressivo de estratégias, apontando para um percurso avaliativo em espiral, e não linear.

Com efeito, a ludicidade proposta pelo Puzzle Color não implica superficialidade conceitual, mas, ao contrário, evidencia camadas profundas de análise e reestruturação simbólica. Tal como sustentado por Moran (2015), o engajamento emocional gerado pela dinâmica dos jogos potencializa a aprendizagem significativa, articulando afetividade e cognição. O caráter interativo das interfaces promove múltiplas entradas para o conhecimento matemático, abrindo espaço para a emergência de diferentes estilos de aprendizagem. Essa pluralidade desafia os modelos tradicionais de aferição e convida à construção de métricas avaliativas contextualizadas e responsivas.

Além disso, observa-se que a flexibilidade das ferramentas digitais permite ao professor adequar o nível de complexidade dos desafios, promovendo avaliações adaptativas conforme o ritmo de apropriação de cada estudante. Neide e Quartieri (2016) discutem a importância de uma pedagogia responsiva à diversidade, especialmente no campo da Matemática, onde as dificuldades são frequentemente naturalizadas. Ao reconhecer os jogos como mediações legítimas no processo avaliativo, rompe-se com o paradigma da avaliação como veredito, introduzindo um novo campo de experimentação pedagógica.

Essa lógica dialógica também reverbera na possibilidade de construir devolutivas mais específicas e significativas, orientadas pelas tentativas registradas no ambiente digital. A documentação automática dos passos permite ao professor acompanhar em detalhe o percurso de aprendizagem, detectando padrões e estratégias recorrentes. Esse mapeamento refinado amplia o potencial reflexivo da avaliação, permitindo não apenas intervir pontualmente, mas também reconfigurar práticas futuras. Assim, a avaliação deixa de ser um ponto de chegada para tornar-se instância de escuta e reconstrução didática.

SEÇÃO 5: PRODUÇÃO DE MATERIAIS DIDÁTICOS E IMPACTOS NA FORMAÇÃO DOCENTE

A produção de materiais didáticos sob a lógica das metodologias ativas revela-se como eixo estruturante na formação docente voltada à contemporaneidade, tal construção, ao incorporar a prática investigativa como base epistemológica, promove deslocamentos significativos nos modos de ensinar e aprender. Como apontado por Pagani e Allevato (2014), a elaboração de recursos pedagógicos embasados em pesquisas reflete uma mudança paradigmática no ensino da matemática. A apostila utilizada nesta pesquisa, concebida como instrumento de mediação entre teoria e prática, reitera a necessidade de intencionalidade formativa. Por essa via, compreende-se o material como um dispositivo que ultrapassa a simples transmissão de conteúdos e dialoga com a autonomia cognitiva do aluno.

Além disso, observa-se que a inserção desses recursos em contextos extensionistas favorece o enraizamento da proposta pedagógica no cotidiano escolar, essa dimensão é enfatizada por Bezerra e Silva (2024), ao defenderem que a produção acadêmica, quando voltada ao chão da escola, adquire um valor de transformação social e institucional. Os materiais didáticos passam, assim, a configurar-se como síntese de um processo coletivo e reflexivo de construção do conhecimento. Ainda nesse escopo, ressalta-se que a replicabilidade da apostila exige um movimento de adequação didática e contextual. Tal adaptação implica, sobretudo, reconhecer as singularidades dos espaços de atuação dos docentes, A coerência entre a proposta investigativa e o uso efetivo do material é o que garante sua relevância formativa.

Por conseguinte, torna-se indispensável compreender o papel da mediação docente na efetivação dos sentidos propostos pelos materiais elaborados, nesse sentido, Garcia et al. (2011) destacam a centralidade da intencionalidade pedagógica na integração entre tecnologias, conteúdos e práticas reflexivas. O material não opera isoladamente, mas ganha densidade na medida em que o professor reconhece nele uma possibilidade concreta de reorganização de sua prática. A produção da apostila, nesse cenário, evidencia o tensionamento entre planejamento e improviso, entre prescrição e apropriação. Tal dinâmica indica a importância de uma formação continuada que articule teoria didática e vivência prática em contexto real, logo, os impactos formativos não decorrem exclusivamente do conteúdo, mas da forma como ele se alinha às necessidades concretas do cotidiano escolar.

Por outro lado, observa-se que o material didático construído neste estudo articula-se com princípios da aprendizagem significativa, ao propor uma sequência gradual e progressiva de conhecimentos. Como pontua Moreira (2012), essa abordagem permite que os alunos reorganizem suas estruturas cognitivas a partir de novos elementos integrados com seus saberes prévios. Dessa forma, o professor, ao interagir com o material, reconstrói sua própria percepção sobre o ensino da geometria cartesiana. Essa reconstrução é também um movimento de formação pessoal, no qual a prática docente é revista à luz de novas compreensões teóricas, a apostila, portanto, assume um duplo papel: instrumento de ensino e motor de desenvolvimento profissional.

Complementarmente, cabe destacar que a incorporação de tecnologias e estratégias digitais no material não visa apenas à inovação técnica, mas à transformação das práticas pedagógicas. Nesse ponto, Amado e Carreira (2015) ressaltam a potência dos recursos digitais como mediadores cognitivos no ensino da matemática. A apostila analisada articula interfaces digitais com propostas de resolução de problemas, mobilizando o raciocínio lógico e o pensamento visual. Essa articulação reforça a importância da formação docente centrada em práticas investigativas e mediadas tecnologicamente. Assim, o material assume o papel de guia metodológico e provocador de reflexões pedagógicas nos contextos de uso, tal perspectiva reconfigura o papel do professor, aproximando-o de uma postura investigativa e crítica.

Outro aspecto a ser considerado refere-se à acessibilidade e à democratização do saber proporcionadas por materiais didáticos estruturados em linguagens visuais e interativas. Conforme aponta Moran (2013), o uso de tecnologias na educação não se restringe à digitalização de conteúdo, mas implica uma mudança na forma de conceber o processo ensino-aprendizagem. A apostila propõe uma didática visualmente estimulante, articulada a princípios de clareza, progressividade e experimentação. Isso permite que professores com diferentes níveis de familiaridade com o conteúdo possam se apropriar do material de maneira autônoma.

Dessa maneira, torna-se pertinente ressaltar que a construção de materiais educacionais exige a escuta ativa das experiências docentes e a sensibilidade às múltiplas realidades escolares. A perspectiva defendida por Moran (2011) e também corroborada por Bezerra e Silva (2024) é a de que os processos formativos devem ser entendidos como trajetórias interativas e colaborativas. A apostila não se apresenta como produto final, mas como ponto de partida para uma formação mais sensível, crítica e reflexiva. Essa concepção amplia a compreensão do material como ferramenta de extensão acadêmica e de transformação das práticas pedagógicas locais, em síntese, o recurso produzido reafirma a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e uma possível extensão.

Nesse contexto, a relevância da apostila ultrapassa o aspecto técnico e pedagógico, projetando-se como proposta de formação crítica e emancipadora, as ideias de Pagani e Allevato (2014) reforçam a necessidade de materiais alinhados às novas demandas curriculares e aos desafios contemporâneos da escola pública. A construção deste material, portanto, se ancora em um compromisso ético com a qualidade da educação e com o fortalecimento da autonomia docente.

8 DISCUSSÕES

A articulação entre os fundamentos teóricos da didática da Matemática e os dados empíricos gerados pela Sequência Didática revela um campo fértil para o pensamento investigativo. Não se trata de confrontar teoria e prática como instâncias opostas, mas de identificar zonas de transição em que ambas se interpenetram e se transformam mutuamente, a proposta metodológica delineada ancorou-se na mobilização de referenciais críticos e na observação sensível da experiência formativa. Essa aproximação permitiu vislumbrar como os pressupostos epistemológicos operam concretamente no contexto escolar, desse modo, a práxis docente emerge como síntese dinâmica entre o saber teórico e as contingências da sala de aula.

Ao longo da elaboração da apostila, notou-se que o material pode funcionar como vetor de mediação entre conceitos abstratos e práticas acessíveis, favorecendo um processo formativo situado. Essa constatação encontra respaldo na perspectiva de Ausubel (2003), que compreende a aprendizagem significativa como enraizamento do novo no já conhecido. Por meio da mobilização de estruturas cognitivas previamente estabelecidas, os estudantes puderam construir novas formas de interpretar o Plano Cartesiano. Essa reconfiguração semântica das representações matemáticas fortaleceu os vínculos entre teoria e compreensão operativa, a sequência didática, assim, não apenas promove a aprendizagem de conteúdos, mas também pode investigar um modo específico de pensar geometricamente.

A análise integrada dos estudos levantado, permite inferir que as tecnologias digitais utilizadas favoreceram a elaboração de raciocínio matemático mais complexos e articulados, em conformidade com Homa (2016) e Roland e Clesar (2021), percebe-se que a manipulação interativa de objetos geométricos potencializou o envolvimento dos estudantes com as atividades. Essa dinâmica gera deslocamentos epistemológicos no ensino da matemática, tornando o plano cartesiano não mais um conjunto de coordenadas, mas uma linguagem gráfica viva e acessível. A imersão nas interfaces digitais promoveu a emergência de competências lógico-visuais que extrapolam a dimensão algébrica da geometria analítica.

Além disso, os jogos e desafios digitais configuraram-se como recursos expressivos de avaliação formativa, permitindo o mapeamento contínuo do percurso de aprendizagem. Essa constatação está em consonância com Moran (2015) e Garcia et al. (2011), ao indicarem que a avaliação precisa deixar de ser um instrumento de verificação para se tornar dispositivo de aprendizagem. Ao interpretar os erros como parte do processo, os estudantes foram convidados a refletir sobre suas estratégias, ampliando sua autonomia intelectual, a análise qualitativa desse movimento revela uma ruptura com modelos avaliativos tradicionais, realçando a centralidade do *feedback* dialógico.

De forma semelhante, os aspectos observados na atuação dos professores apontam para uma ampliação de sua compreensão sobre o uso pedagógico de recursos digitais. A prática docente, nesse caso, não é apenas técnica, mas situada, criativa e sensível aos processos cognitivos dos alunos. Esse reposicionamento se alinha às proposições de Garcia et al. (2011), que defendem o protagonismo do professor na escolha e adaptação de recursos conforme as necessidades do contexto. As apropriações críticas das ferramentas digitais indicam um avanço na cultura pedagógica e na compreensão das potencialidades formativas das metodologias ativas, esse avanço se dar de forma processual, sem fórmulas prontas, mas com abertura ao inédito.

As discussões emergentes também apontam para a relevância do material produzido como catalisador de práticas colaborativas e horizontais, nesse ponto, Bezerra e Silva (2024) destacam a importância dos materiais construídos a partir da escuta das práticas escolares e da vivência dos sujeitos. A apostila pode ser reconhecida pelos docentes como um documento vivo, que pode ser ressignificado em diferentes contextos e modalidades. Esse caráter adaptável revela um dos aspectos mais potentes do projeto: sua capacidade de dialogar com as múltiplas realidades da escola pública, trata-se, assim, de um material que não prescreve, mas sugere, não impõe, mas provoca.

Outro aspecto relevante refere-se à valorização das dimensões afetivas e intersubjetivas do processo formativo, ao integrar propostas colaborativas, linguagem acessível e desafios progressivos, a Sequência Didática mobiliza não apenas capacidades cognitivas, mas também disposições emocionais e sociais. Essa perspectiva aproxima-se das ideias de Vygotsky (2007), ao compreender a aprendizagem como um fenômeno socialmente mediado e afetivamente constituído. A atuação dos professores como mediadores atentos às singularidades dos estudantes reforça esse entendimento. Tais observações sinalizam que a formação docente efetiva envolve mais do que domínio de conteúdo: exige sensibilidade, escuta e disposição dialógica.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo elaborar uma Sequência Didática estruturada com material de apoio para os estudantes e assim incentivar a aprendizagem ativa por meio do uso de tecnologias educacionais. A elaboração da Sequência Didática não foi acompanhada de aplicação prática, mas a análise teórica permitiu projetar que sua utilização pode auxiliar na apropriação de conceitos geométricos pelos estudantes. Considera-se que a abordagem metodológica sugerida tem potencial de articular abstração matemática e experiências cognitivas contextualizadas, promovendo novas formas de engajamento com as representações espaciais, favorecendo a construção progressiva do raciocínio geométrico.

Dentre os principais indicativos levantados, destacam-se os sinais de que as propostas podem estimular o desenvolvimento de um pensamento lógico-geométrico mais autônomo. As reflexões sugerem que a Sequência Didática favorece reorganizações internas das estruturas cognitivas diante de desafios colaborativos. Essa reorganização tende a ocorrer por meio de experimentação, erro e reelaboração, em vez de processos lineares. A utilização de materiais didáticos digitais e físicos é vista como possibilidade concreta de materializar conceitos, reduzindo a dependência da repetição mecânica e fortalecendo a compreensão conceitual.

Além disso, o material desenvolvido especialmente a apostila, embora não tenha sido testada em sala de aula, sua concepção investigativa permite projetar grande potencial de adaptação e replicação em diferentes contextos. O material pode ser compreendido como recurso catalisador de inovação pedagógica, uma vez que combina acessibilidade de linguagem e desafios progressivos. Essa configuração contribui para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais articulado e coerente com os objetivos formativos, promovendo uma apropriação ativa e crítica dos conteúdos.

As tecnologias digitais integradas à proposta foram concebidas como mediadoras do processo de aprendizagem Matemática. Sua utilização, prevista no desenho da sequência, vai além do aspecto visual, estimulando manipulação, ação e análise crítica. A interação em ambientes digitais promove a visualização dinâmica de conceitos, ampliando repertórios de representação e fortalecendo a relação entre intuição de geometria plana e linguagem Matemática. Assim, entende-se que a dimensão tecnológica deve ocupar papel estruturante na prática pedagógica, sendo concebida como ferramenta epistemológica e não apenas como recurso auxiliar.

A avaliação, pensada em caráter formativo, foi incluída no desenho da sequência como elemento estruturador. Sua concepção permite acompanhar de maneira contínua os percursos de aprendizagem, transformando o erro em oportunidade de intervenção pedagógica. O *feedback* constante é projetado como recurso que possibilita redirecionar as estratégias docentes em tempo real. Essa concepção rompe com o viés punitivo tradicional da avaliação e aponta para sua integração efetiva no processo de ensino, conferindo-lhe caráter processual e colaborativo.

No conjunto das reflexões apresentadas, evidencia-se que a articulação entre teoria e prática no Ensino de Matemática é fundamental para dar coerência à proposta. A Sequência Didática, mesmo não aplicada, foi elaborada com base epistemológica sólida, o que reforça sua pertinência pedagógica e potencial para promover práticas criativas, dialógicas e investigativas. A pesquisa evidencia a importância de metodologias que valorizem o protagonismo discente e a inovação pedagógica.

Embora não tenha havido experimentação prática, a pesquisa abre possibilidades para futuras investigações voltadas à aplicação da proposta em diferentes contextos. É pertinente que estudos posteriores testem sua viabilidade, junto a turmas heterogêneas, ampliando a análise sobre sua adaptação. Ademais, a produção de novos materiais inspirados nesta estrutura pode enriquecer os recursos didáticos disponíveis para o ensino da Geometria Analítica. A formação docente, ao ser desenvolvida em práticas mediadas por metodologias ativas, também constitui um campo fértil para aprofundamento e consolidação.

As reflexões construídas evidenciam que a inovação pedagógica depende da intencionalidade formativa e do compromisso com a realidade escolar. A utilização de recursos tecnológicos, quando orientada por fundamentos teóricos, pode transformar as práticas matemáticas em experiências mais significativas. Mais que técnica, a proposta sinaliza um compromisso ético com a formação integral e com a justiça educacional. Essa dimensão reforça a importância de compreender o ensino como prática situada, mediada e voltada para a humanização dos sujeitos.

Em síntese, este estudo não apresenta resultados empíricos, mas propõe uma alternativa metodológica fundamentada e aberta a adaptações. A Sequência Didática elaborada constitui-se como possibilidade de articulação entre investigação, ensino e desenvolvimento profissional docente. Sua concepção sugere caminhos para uma Matemática mais acessível, viva e crítica, sem pretender oferecer soluções definitivas. Ao contrário, busca fornecer subsídios teóricos e metodológicos para professores que desejem repensar suas práticas, reforçando o papel da colaboração e da criatividade no processo educativo.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

AMADO, N. M. P.; CARREIRA, S. P. G. **Recursos tecnológicos no ensino e aprendizagem da matemática**. In: DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. (org.). **Explorando a matemática com aplicativos computacionais**: **anos iniciais do ensino fundamental.** Lajeado: Ed. da Univates, 2015. p. 9-18.

ARANTES, A. R.; MIRANDA, M. S.; STUDART, N. **Objetos de aprendizagem no ensino de Física: usando simulações do PheT ,** Física na Escola, São Paulo, v. 11, n. 1, 2010.

AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

BEZERRA, Jônatas dos Santos; SILVA, Clodoaldo Matias da Silva. **A formação de professores de matemática: desafios, inovações e políticas educacionais no contexto amazônico**. Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação, São Paulo, v. 10, n. 12, dez. 2024.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática**. 2. ed. São Paulo: Blücher, 2012.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução aos estudos das situações didáticas – conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, Guy. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (orgs.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1996.

DULLIUS, Maria M. ***Enseñanza y Aprendizaje en Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico***. 2009. 514 f. Tese (Doutorado em Didácticas Específicas) – Universidad de Burgos, Burgos, Espanha, 2009.

FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. ***Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*****.** Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2004.

GARCIA, M. F. *et al.* **Novas competências docentes frente às tecnologias digitais interativas**. Revista Teoria e Prática da Educação, v. 14, n. 1, p. 79-87, jan./abr. 2011.

GUIDORIZZI, Hamilton L. **Um curso de cálculo**. V.1. 5. ed. reimpr. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

HOFFMAN, Laurence D. *et al*. **Cálculo: um curso moderno e suas aplicações**. Rio de Janeiro: GEN-LTC, 2016.

HOMA, Agostinho Iaqchan Ryokiti. **Construindo objetos geométricos com interações programadas no GeoGebra.** Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo, p. 13-16, 2016.

JORGENSEN, D. L. ***Participant observation: a methodology for human studies*.** Newbury Park, CA: Sage, 1989.

KENSKI, V. M. **Aprendizagem mediada pela tecnologia**. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 4, set./dez., p. 47-56, 2003.

LEWIS, Catherine; HURD, Jacqueline. ***Lesson study step by step: how teacher learning communities improve instruction*.** Portsmouth: Heinemann, 2011.

MORAN, José M. **Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas**. In: MORAN, José M.; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Ilda A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. São Paulo: Papirus, 2011.

MORAN, José M. **Mudando a educação com metodologias ativas**. In: **Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens**. São Paulo: Papirus, 2015. (Coleção Mídias Contemporâneas).

MOREIRA, Marco A*.* ***¿Al afinal, qué es aprendizaje significativo?*** Qurriculum: revista de teoría, investigación y práctica educativa, La Laguna, Espanha, n. 25, p. 29-56, mar. 2012.

MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora UnB, 2006.

NEIDE, I. G.; QUARTIERI, M. T. **Recursos tecnológicos nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática e da Física.** In: DULLIUS, M. M.; QUARTIERI, M. T. (org.). **Aproximando a Matemática e a Física por meio de recursos tecnológicos**: Ensino Médio. Lajeado: Ed. da Univates, 2016. p. 9-14.

PAGANI, Érica M. L.; ALLEVATO, Norma S. G. **Ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil.** VIDYA - Revista Eletrônica, Santa Maria, RS, v. 34, n. 2, p. 61-74, jul./dez. 2014.

PAIS, Luiz C. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PEREIRA, P. P. de O. **Explorando o plano cartesiano com jogos digitais: uma sequência didática com o Puzzle Color no GeoGebra**. Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação, São Paulo, v. 11, n. 7, p. 249–266, jul. 2025.

ROLAND, L. B.; CLESAR, C. T. de S. **O uso de tecnologias digitais no ensino de matemática nos anos iniciais.** Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática, Cascavel, PR, v. 5, n. 1, p. 194-208, abr. 2021.

SANTOS, C. M.; NEVES, T. G.; TOGURA, T. C. F. **As tecnologias digitais no ensino de matemática: uma análise das práticas pedagógicas e dos objetos educacionais digitais.** In: Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, p. 1-10, 2016.

SILVA, Cleusiane V.; ALMOULOUD, Saddo Ag. **Uma articulação entre o quadro dos paradigmas geométricos e a teoria das situações didáticas**. Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, RS, v. 20, n. 1, p. 111-129, jan./fev. 2018.

STEWART, James. **Cálculo**. Vol. 1. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

SUNAGA, Alexsandro; CARVALHO, Camila S. As tecnologias digitais no ensino híbrido. In: BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. M. (org.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 141-154.

TEIXEIRA, Paulo J. M.; PASSOS, Claudio C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetiké**, Campinas, v. 21, n. 39, jan./jun. 2013.

VYGOTSKY, L. S. **Formação social da mente**. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

APÊNDICE A
PRODUTO EDUCACIONAL 1: SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Sequência Didática: Ensino do Plano Cartesiano com o GeoGebra e o Jogo Puzzle Color
9° ano, Ensino Fundamental

CURRÍCULO ESCOLAR DE MATEMÁTICA	
Unidade Temática/Práticas de Linguagem	Geometria.
Habilidades	**(**EF09MA16). Determinar o Ponto Médio de um segmento de reta e a Distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no Plano Cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano**.**
Objeto de Conhecimento	• Localização de pontos no Plano Cartesiano com uso do *software* GeoGebra. • Construção do Jogo Puzzle Color no *software* GeoGebra. • Determinação do Ponto Médio e da Distância entre dois pontos no Plano Cartesiano.

AULA 1: ENSINO DO PLANO CARTESIANO COM O GEOGEBRA

Objetivo	Identificar a posição de pontos no plano utilizando pares ordenados, bem como aprender a utilizar o *software* GeoGebra para visualizar e representar pontos, estimular o raciocínio lógico por meio de uma atividade lúdica "Jogo da Velha de Descartes", além de incentivar a aprendizagem ativa com o uso de tecnologias educacionais.
Recursos Didáticos	Computador, projetor (Datashow), *software* GeoGebra e quadro branco.

Professor(a), esta é uma aula de 50 minutos dividida em cinco momentos, planejada para ser ao mesmo tempo expositiva e prática, combinando explicação, demonstração no GeoGebra e atividade lúdica. Procure iniciar despertando o conhecimento prévio dos alunos sobre o Plano Cartesiano, apresentar os conceitos de forma breve e clara, e em seguida estimular a participação ativa por meio do Jogo da Velha de Descartes. Lembre-se de conduzir a turma de maneira dinâmica, valorizando tanto a compreensão teórica quanto a prática no *software*, e reservando os minutos finais para retomar os pontos principais e ouvir as percepções dos estudantes.

Momento 1. Introdução:

Inicie a aula questionando os alunos sobre o que eles já conhecem ou lembram do Plano Cartesiano.

Apresente brevemente o objetivo da aula e explique que será utilizada uma ferramenta digital (GeoGebra) para facilitar a visualização e a interação com o conteúdo.

Momento 2. Apresentação no GeoGebra:

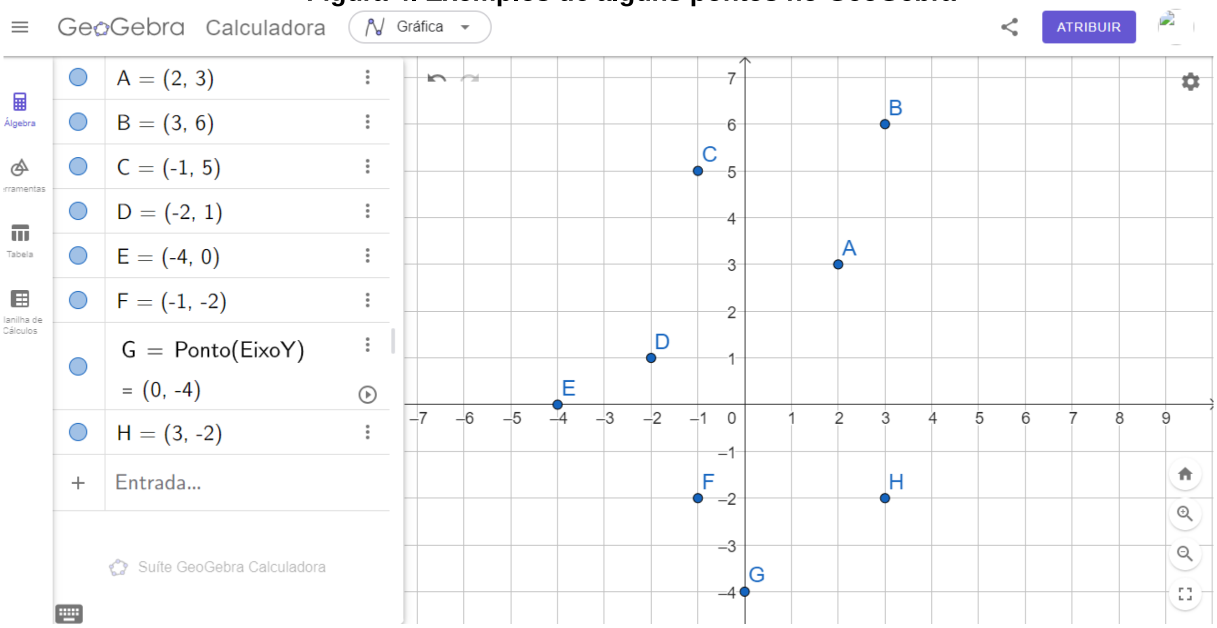
Projete no quadro, com o auxílio do projetor, o ambiente do GeoGebra. Para essa etapa, as instruções iniciais da apostila (páginas de 6 a 11) podem ser de grande utilidade.

Explique que o Plano Cartesiano é composto por dois eixos perpendiculares e que os pontos são localizados por meio de pares ordenados (x, y).

Demonstre como inserir pontos no GeoGebra: clique na ferramenta de ícone de ponto ou digitar diretamente as coordenadas na barra de entrada (ex: (3,2)). Perceba que o GeoGebra nomeia automaticamente os pontos.

Exemplifique com diversos pontos: no primeiro, segundo, terceiro e quarto quadrantes, além dos pontos que recai sobre os eixos e na origem. Veja no exemplo:

Figura 4. Exemplos de alguns pontos no GeoGebra



Fonte: O Autor, 2025

Ressalte que a primeira coordenada representa a posição no eixo x (horizontal) e a segunda coordenada representa a posição no eixo y (vertical).

Momento 3. Atividade Lúdica: Jogo da Velha de Descartes

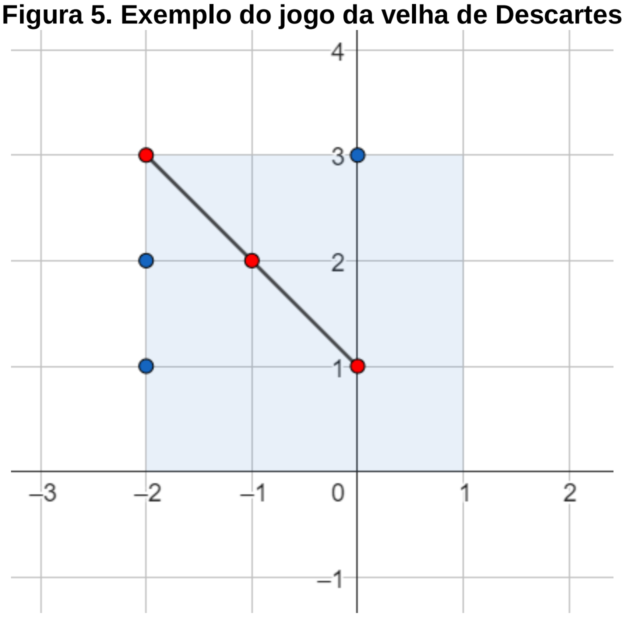
Esse momento é para aplicar a atividade lúdica, mas antes é importante explicar as regras do jogo por meio da ficha técnica:

FICHA TÉCNICA DO JOGO DA VELHA DE DESCARTES
Objetivo: o jogo consiste em desafiar duplas de alunos a alinhar, por primeiro, três pontos seguidos na horizontal, vertical ou diagonal, assim como no tradicional jogo da velha.
Regras: • Quantidade de jogadores: dois (um desafia outro). • Para começar, os jogadores devem decidir quem inicia por meio de sorteio. Uma vez de cada jogador. • Os alunos inserem as coordenadas no plano cartesiano por meio dos comandos (x,y) na barra de comando do GeoGebra. • Não é permitido as coordenadas com números decimais, apenas

coordenadas de números inteiros. • Para cada jogador, é sugerível que se troque a cor de cada ponto na parte de “configurações”, para assim diferenciar um ponto do outro. • Ganha aquele que alinhar por primeiro, três pontos seguidos na horizontal, vertical ou diagonal.
Estratégias: O aluno primeiramente tem que saber onde colocar o ponto e não errar na hora de pôr as coordenadas. Além disso, pensar nas próximas jogadas é essencial para ganhar a partida.
Séries: Turma de 9° ano do Ensino Fundamental II.
Material necessário: Computador com o *software* GeoGebra instalado e projetor.

Após explicar as regras, inicie uma partida demonstrativa no projetor. Em seguida, permita que os alunos se revezem para jogar, com apoio do professor na mediação do uso do *software.*

Figura 5. Exemplo do jogo da velha de Descartes



Fonte: O Autor, 2025

Por fim, é essencial estimular o raciocínio e a observação dos pares ordenados a cada jogada.

Momento 4. Encerramento:

Retome os conceitos centrais da aula com a turma: o que são pares ordenados? Como localizar um ponto? O que observar nos eixos?

Questione: o que foi mais difícil? E o que foi mais fácil ao usar o GeoGebra?

Reforce a importância do conhecimento geométrico no dia a dia e a utilidade do uso de softwares como ferramenta de apoio.

Momento 5. Avaliação:

Observe a participação e envolvimento dos alunos durante as explicações e o jogo.

Verifique o uso correto da localização de pontos durante a atividade lúdica.

Analise de houve levantamento de dúvidas e interesse demonstrado no uso do *software.*

.AULA 2: CONSTRUÇÃO DO JOGO PUZZLE COLOR NO GEOGEBRA

Objetivo	Desenvolver a autonomia e o raciocínio lógico por meio da construção do Jogo Puzzle Color, bem como promover a aprendizagem de conceitos matemáticos, como localização de pontos no Plano Cartesiano de forma lúdica, além de incentivar o uso de tecnologias digitais como ferramenta de construção de figuras plana.
Recursos Didáticos	Apostila impressa (Apêndice B), computadores com acesso ao GeoGebra, projetor e quadro branco.

Professor(a), para consolidar o conhecimento sobre o Plano Cartesiano e o uso do GeoGebra, esta aula foi planejada para 100 minutos, sendo recomendável aplicá-la em dois tempos de aula consecutivos. A estrutura da aula está dividida em cinco momentos, combinando reflexão inicial, apresentação da apostila e instruções, construção guiada do Puzzle Color, finalização com compartilhamento das produções e avaliação formativa. Durante a execução, é importante estimular a autonomia dos alunos, orientar quando necessário e valorizar tanto a compreensão dos conceitos quanto a habilidade prática de manusear o *software.*

Momento 1. Abertura:

Faça uma breve reflexão com os alunos sobre o que já aprenderam no GeoGebra, como identificar as coordenadas de um ponto, algumas ferramentas do *software* como retas e segmentos de retas e etc.

Apresente o objetivo da aula: cada aluno ou dupla irá construir o seu próprio jogo Puzzle Color com base em uma apostila com instruções.

Explique o que é o Jogo Puzzle Color: um quebra-cabeça de peças coloridas que exige raciocínio lógico e geométrico, que compartilha diversas semelhanças com o cubo mágico.

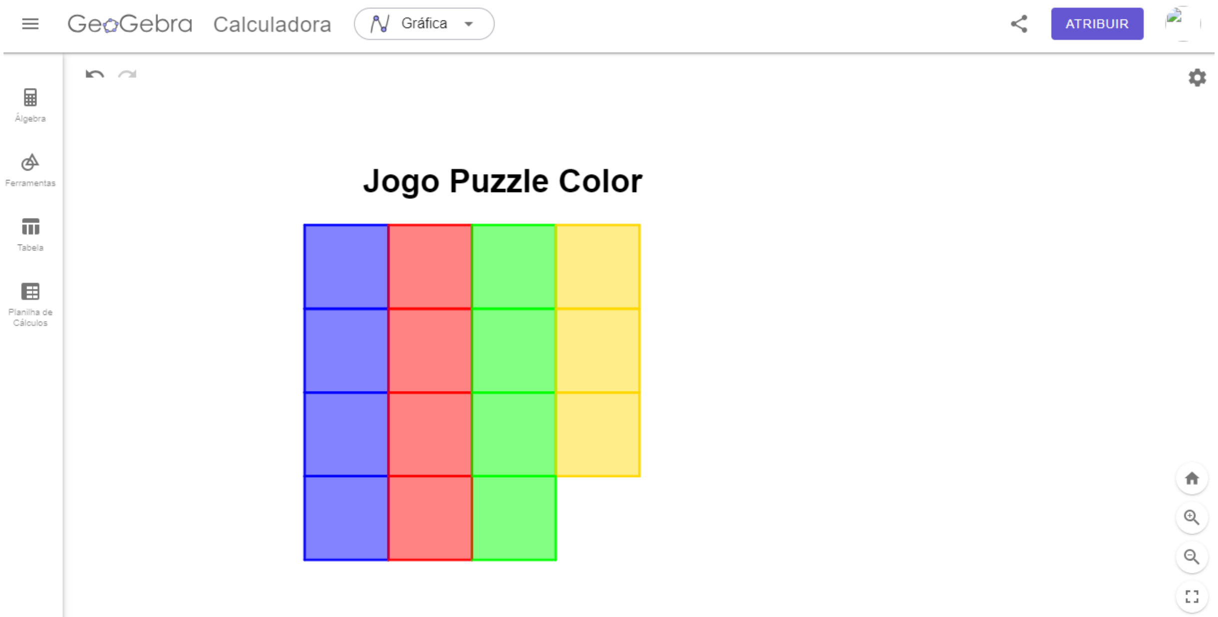
Momento 2. Apresentação da Apostila e Instruções Iniciais:

Apresente a apostila de construção do Jogo Puzzle Color impressa, ou pode ser projetada. A apostila contém o passo a passo ilustrado para a construção do jogo.

Demonstre o produto final para que os alunos compreendam o que irão construir. Nesse momento as peças do jogo podem ser embaralhadas e assim pedir a um aluno voluntário que desembaralhe e volte o Puzzle ao estado original.

Reforce a autonomia: os alunos podem seguir as instruções da apostila de forma autônoma, mas o professor estará disponível para tirar dúvidas.

Figura 6. Exemplo do produto final Jogo Puzzle Color



Fonte: O Autor, 2025

Momento 3. Construção Guiada do Puzzle Color:

Nesta etapa, os alunos de forma individual ou em duplas, podem seguir a apostila e construir o jogo no GeoGebra.

Acompanhe e tire dúvidas em todas as etapas contempladas na apostila, como:

- Representação dos pontos no Plano Cartesiano;
- Criação das peças (com ferramenta "polígono" e uso de cores);
- Configuração de deslizadores para alterar a tonalidade das cores das peças;
- Ajustes de rótulos e estética visual;
- Testes do jogo final.

Momento 4. Finalização e Compartilhamento:

Após a conclusão da construção (total ou parcial), os alunos são convidados a apresentar brevemente o que conseguiram construir.

Reflita com os alunos sobre: o que foi mais difícil ou mais fácil ao seguir a apostila? O que aprenderam sobre o Plano Cartesiano com a atividade?

Oriente para que salvem seus arquivos no computador (ou em *pen drive*/e-mail) para continuidade futura, se necessário.

Momento 5. Avaliação:

Faça uma avaliação formativa, com base na participação, autonomia, compreensão dos comandos no GeoGebra e resolução de problemas práticos.

Observe a capacidade de ler e interpretar as instruções da apostila por parte dos alunos.

Considere o produto final (mesmo que incompleto) como registro da aprendizagem.

AULA 3: VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Objetivo	Verificar o quanto do conteúdo foi absorvido, bem como analisar a facilidade dos estudantes em realizar os cálculos do Ponto Médio e da Distância entre dois pontos no Plano Cartesiano, observando a relação entre a teoria apresentada e a aplicação prática mediada pela tecnologia digital.
Recursos Didáticos	Computadores com acesso ao GeoGebra, projetor, quadro branco, caderno, borracha e lápis.

Professor(a), esta é uma aula de 50 minutos, dividida em cinco momentos, que combina explicação e prática no GeoGebra. O foco é verificar a aprendizagem dos alunos sobre Ponto Médio e Distância entre dois pontos, explorando tanto a intuição geométrica quanto a aplicação das fórmulas.

Momento 1. Introdução:

Retome brevemente os conceitos de coordenadas e do Plano Cartesiano.

Levante hipóteses iniciais junto aos alunos, perguntando como eles imaginam ser possível identificar o Ponto Médio de um segmento ou a Distância entre dois pontos sem recorrer a fórmulas.

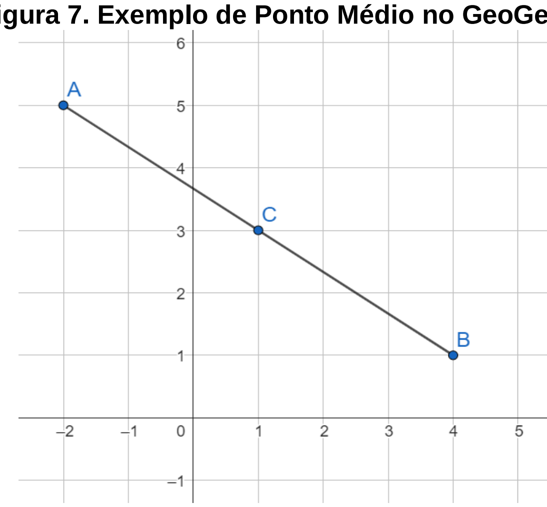
Explique que o objetivo da aula será não apenas aplicar os conceitos, mas verificar até que ponto esses conhecimentos já foram assimilados.

Momento 2. Definição de Ponto Médio no GeoGebra:

Insira dois pontos no Plano Cartesiano e trace o segmento que os conecta. Como exemplo pode ser usado os pontos (-2,5) e (4,1).

Demonstre visualmente como localizar o Ponto Médio, destacando a ideia de equilíbrio do segmento.

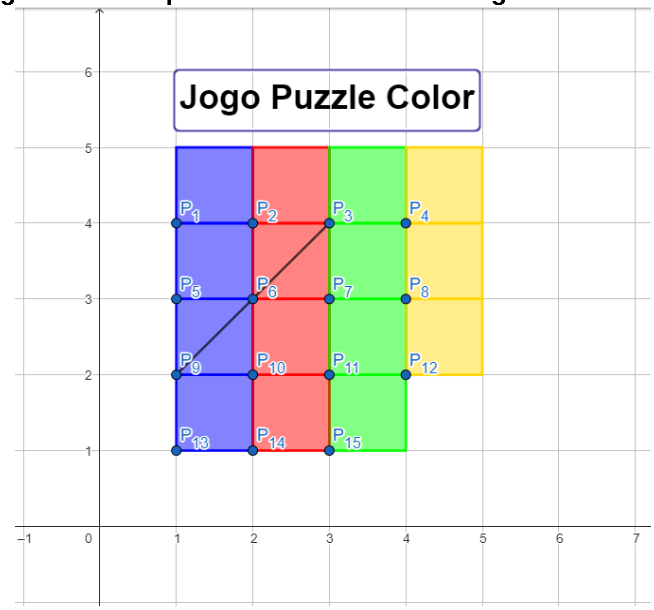
Figura 7. Exemplo de Ponto Médio no GeoGebra



Fonte: O Autor, 2025

Para essa etapa também é possível usar as coordenadas do Jogo Puzzle Color. Basta clicar nos pontos e reabilitar os rótulos para identificar os pontos. Dessa forma, é possível perguntar aos alunos qual o ponto médio por exemplo entre P_3 e P_9. Traçando um segmento entre eles, podemos notar que é o ponto P_6. Veja o exemplo:

Figura 8. Exemplo de Ponto Médio no Jogo Puzzle Color



Fonte: O Autor, 2025

A partir disso, lembre aos alunos que os pontos são coordenadas, ou seja, P_3 tem coordenada (3,4) e P_9 (1,2) , logo o ponto médio é P_6 (2,3). Assim, chega o momento de definir que o Ponto Médio é o ponto exato que divide um segmento de reta em duas partes de igual comprimento, estando equidistante dos dois extremos do segmento. No Plano Cartesiano, as coordenadas do ponto médio $M(x_m, y_m)$ de um segmento de reta com extremos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ são calculadas pela média aritmética das coordenadas desses pontos, usando a fórmula:

$$M(x_m, y_m) = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Portanto, é importante concluir que o ponto médio P_6 (2,3), é o resultado da média aritmética das coordenadas P_3 (3,4) e P_9 (1,2). Ou seja:

$$\left(\frac{3+1}{2}, \frac{4+2}{2}\right) = (2{,}3)$$

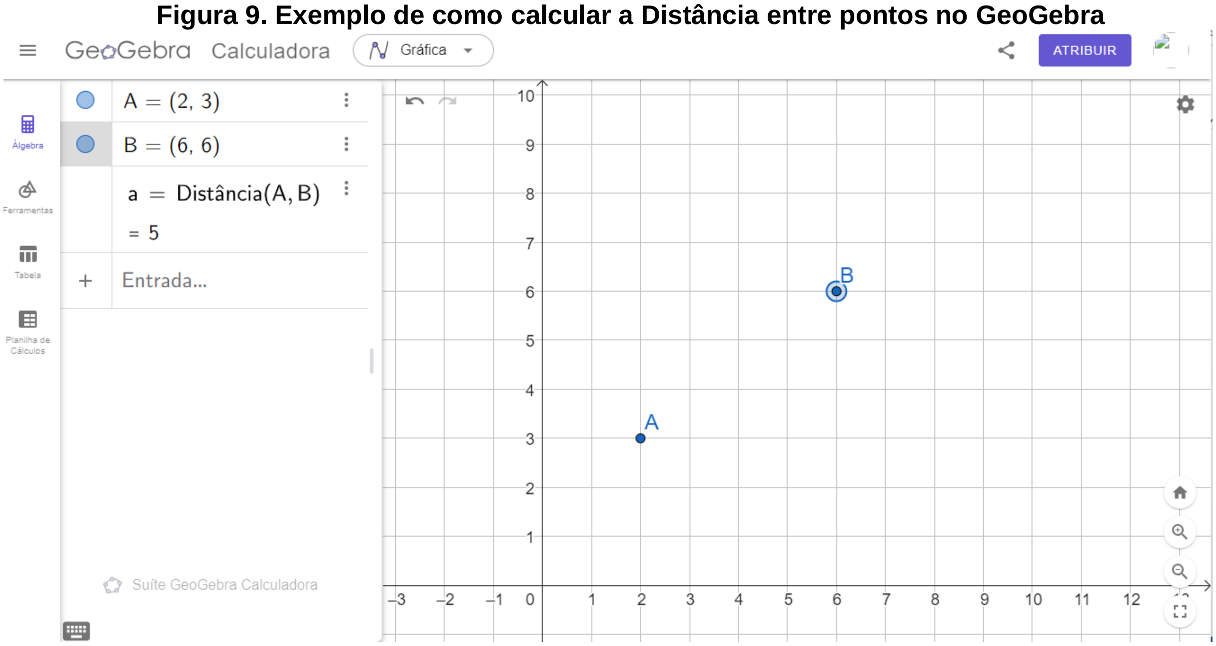
Por fim, sugira aos alunos calcular o Ponto Médio entre outros pontos no Jogo Puzzle Color.

Momento 3. Distância entre dois pontos no GeoGebra:

No GeoGebra clique na ferramenta “Novo Ponto” e insira dois pontos quaisquer no plano, por exemplo: A(2,3) e B(6,6)

No comando de Entrada, digite o comando: Distância[A, B]. Assim o GeoGebra mostrará automaticamente o valor da distância. Veja no exemplo:

Figura 9. Exemplo de como calcular a Distância entre pontos no GeoGebra



Fonte: O Autor, 2025

Definindo dois pontos quaisquer de coordenada $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$, peça aos alunos para confirmar o cálculo manualmente, aplicando a fórmula:

$$d(A,B) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Ou seja:

$$d(A,B) = \sqrt{(2-6)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

Sugira aos alunos que comparem o resultado obtido manualmente com o do GeoGebra.

Peça para aos alunos para moverem um dos pontos com o mouse e observarem como o valor da distância muda em tempo real.

Momento 4. Sistematização e Discussão Final:

Retome coletivamente os conceitos de Ponto médio e Distância, destacando as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos.

Discuta até que ponto as estimativas se aproximaram das medidas exatas e quais dificuldades surgiram.

Reflita sobre como o uso da percepção geométrica pode ser um passo inicial importante antes da formalização com fórmulas.

Questione os alunos sobre o que foi mais fácil de identificar visualmente: o Ponto Médio ou a Distância entre os pontos?

Momento 5 Avaliação:

Avalie considerando:

- Participação nas discussões.
- Uso correto das ferramentas do GeoGebra.
- Clareza e coerência das estratégias apresentadas.

Considere o raciocínio geométrico e a autonomia na resolução das tarefas.

APÊNDICE B

PRODUTO EDUCACIONAL 2: APOSTILA

UEA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS

PROFMAT

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

EXPLORANDO O PLANO CARTESIANO COM O GEOGEBRA: CONSTRUINDO O JOGO PUZZLE COLOR NO 9º ANO

PEDRO PAULO DE OLIVEIRA PEREIRA

2025

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

APRESENTAÇÃO

Prezados (as) professores (as):

Este Produto Educacional é derivado da Dissertação intitulada "**GeoGebra e o Jogo Puzzle Color como estratégia para o ensino do Plano Cartesiano no 9º ano do Ensino Fundamental**" do Programa de Pós-graduação Stricto Sensu Mestrado Profissional em Matemática da Universidade do estado de Amazonas – UEA.

Esta proposta educacional intitulada "**Explorando o Plano Cartesiano com o GeoGebra: Construindo o Jogo Puzzle Color no 9º ano** " se estrutura como uma apostila orientadora voltada para o ensino de Plano Cartesiano em turmas de 9° ano do Ensino Fundamental, visando apresentar um material potencialmente significativo. Apostila esta derivada da proposta didática aplicada na Dissertação.

Assim, este material de atividade digital foi desenvolvido e utilizado na Sequência Didática da pesquisa da Dissertação. A questão norteadora da pesquisa foi " De que forma uma Sequência Didática composta por atividades com GeoGebra e o jogo Puzzle Color pode favorecer a aprendizagem significativa do Plano Cartesiano no ensino fundamental? Este material foi desenvolvido para a Sequência Didática e é sugerido aos docentes de Matemática que atuam em turmas de 9° ano do Ensino Fundamental possibilitando adaptações em diferentes contextos em que cada escola está inserida.

Boa leitura e boas aulas!

O QUE É O GEOGEBRA?

O GeoGebra é um *software* gratuito e interativo para o ensino e a aprendizagem da Matemática, especialmente útil para conteúdo como Geometria, Álgebra, Estatística e Cálculo. Ele permite a visualização de conceitos matemáticos de maneira dinâmica, facilitando a compreensão dos alunos.

Passo a passo para Instalar o GeoGebra:

1°. Acesse o site oficial:

- Vá até o site: https://www.geogebra.org/download

Figura 1.Página inicial para *Download* no site do GeoGebra

Fonte: site GeoGebra: https://www.geogebra.org/download

2° Escolha a versão para computador:

- Clique em *download* em "Calculadora". Após isso o *download* do arquivo instalador (geralmente um arquivo .exe) será iniciado automaticamente.
- Caso queira o uso *on-line* basta clicar em início e está pronto para o uso.

Figura 2. GeoGebra em modo de Calculadora

Fonte: site GeoGebra: https://www.geogebra.org/download

3° Execute o instalador:

- Localize o arquivo baixado (geralmente na pasta "*Downloads*").
- Dê dois cliques no arquivo chamado algo como GeoGebra-Windows-Installer.exe.

4° Siga as instruções da instalação:

- Clique em “Avançar”.
- Aceite os termos de uso.
- Escolha a pasta de destino (ou deixe como padrão).
- Clique em “Instalar”.
- Aguarde o término da instalação.

5° Conclua a instalação:

Após a instalação, clique em “Concluir”.
O atalho do GeoGebra aparecerá na área de trabalho ou poderá ser acessado pelo menu “Iniciar”.

CONHECENDO GEOGEBRA

1°. Após a instalação completa um ícone com a logomarca oficial do GeoGebra será criado na área de trabalho do computador, é só selecionar e começar a usá-lo.

Figura 3.Ícone.

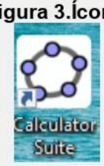
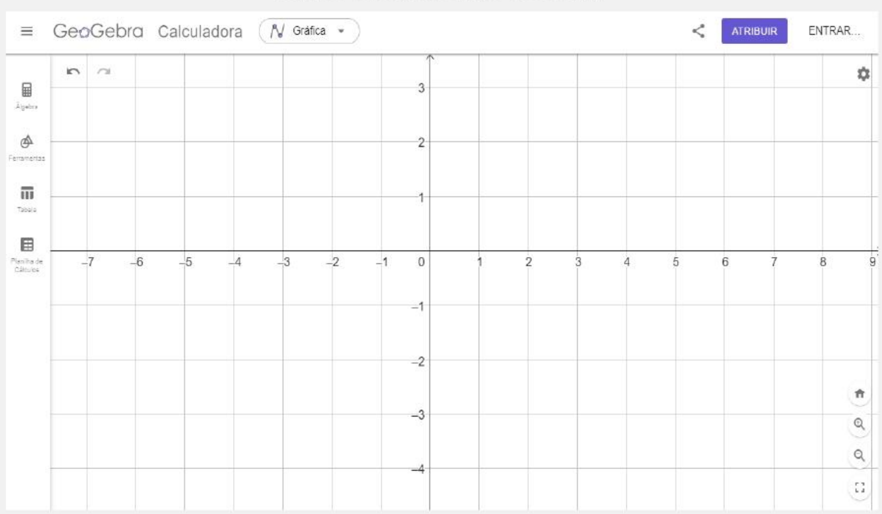


Figura: Autor (2025).

A figura mostra a tela inicial quando ao abrir o GeoGebra:

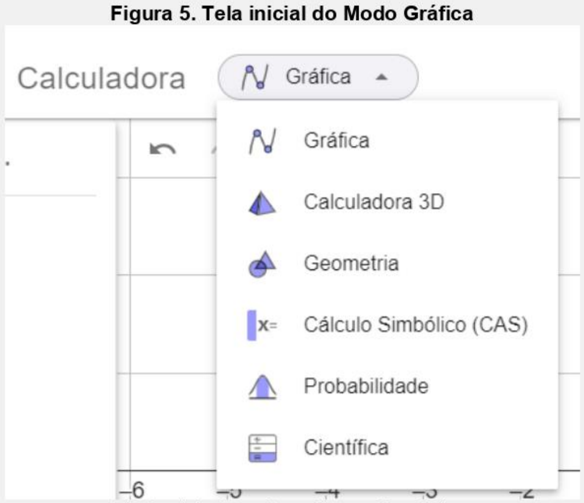
Figura 4.Tela inicial do GeoGebra



Fonte: Interface do *software* GeoGebra

2°. Na tela inicial e na parte superior temos o botão para a escolha de qual modo usar o GeoGebra, para a construção do jogo usaremos o modo “Gráfica”. Que é ideal para trabalhar com **funções, gráficos e coordenadas**.

Figura 5. Tela inicial do Modo Gráfica



Fonte: Interface do *software* GeoGebra

3°. Ainda na tela inicial e na esquerda temos ícones de comando:

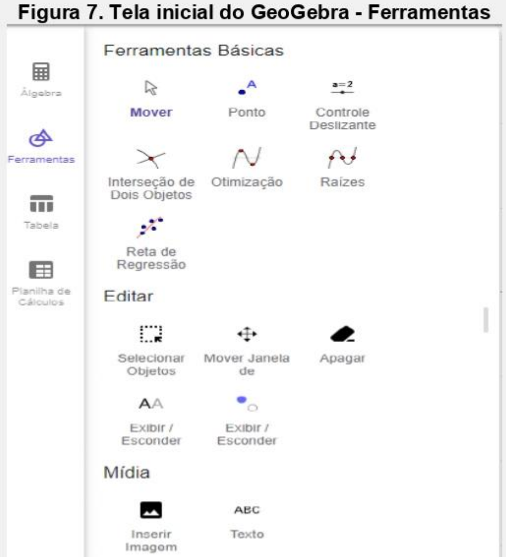
O primeiro é o “Álgebra” nada mais é que a barra de entrada, onde mostra a representação gráfica de pontos, vetores, segmentos, funções, retas e o mais será trabalhado neste trabalho, os polígonos no plano, que podem ser introduzidos na entrada de texto.

Figura 6. Tela inicial do GeoGebra- Álgebra

Fonte: Interface do *software* GeoGebra

O segundo é o “Ferramentas”, onde se encontram as ferramentas que auxiliam na construção dos objetos matemáticos. Ela está dividida em algumas ferramentas, como vemos a seguir.

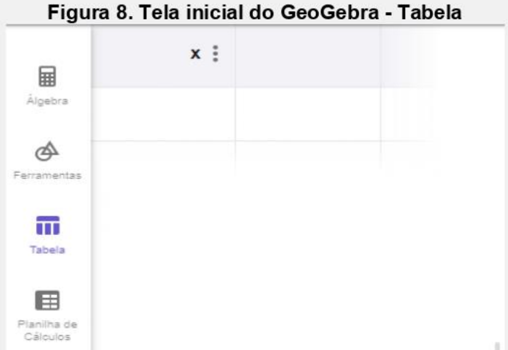
Figura 7. Tela inicial do GeoGebra - Ferramentas



Fonte: Interface do *software* GeoGebra

A terceira “tabela” que serve para **criar, visualizar e manipular valores numéricos organizados em forma de planilha**

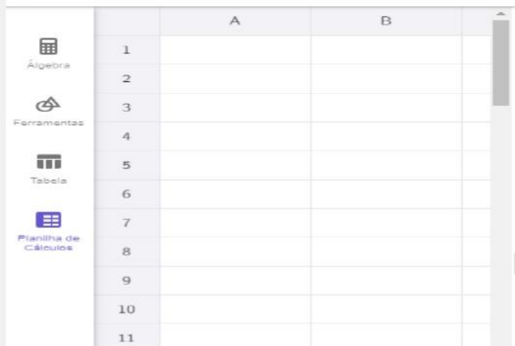
Figura 8. Tela inicial do GeoGebra - Tabela



Fonte: Interface do *software* GeoGebra

O quarto “planilha de cálculos” é uma ferramenta semelhante ao Excel, que permite **fazer cálculos automáticos, organizar dados e gerar representações gráficas** diretamente a partir dos valores inseridos.

Figura 9. Tela inicial do GeoGebra- Planilha de Cálculo



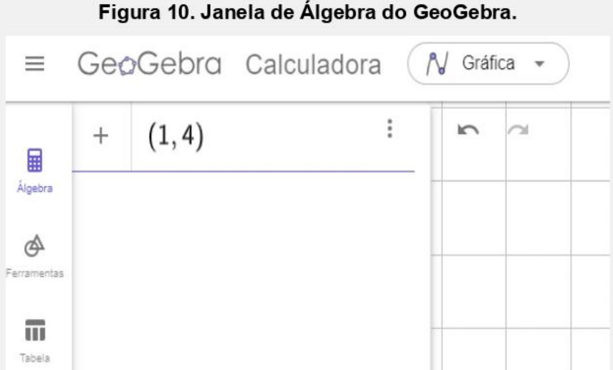
Fonte: Interface do *software* GeoGebra

CONSTRUÇÃO DO PUZZLE COLOR

Observação: na construção do jogo, usaremos apenas os ícones “Álgebra” e “ferramentas”

1. Em barra de entrada escrever o ponto (1,4) e clicar “enter”, automaticamente o GeoGebra vai nomear o ponto como A(1,4). Veja no exemplo abaixo:

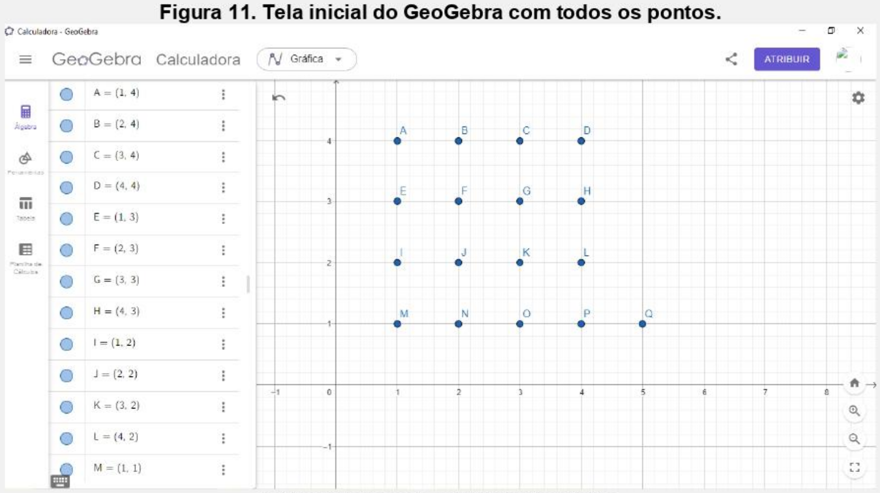
Figura 10. Janela de Álgebra do GeoGebra.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Para os outros pontos devemos fazer mesmo procedimento, são eles os pontos (2,4), (3,4), (4,4), (1,3), (2,3), (3,3), (4,3), (1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (1,1), (2,1), (3,1), (4,1) e (5,1).

Figura 11. Tela inicial do GeoGebra com todos os pontos.

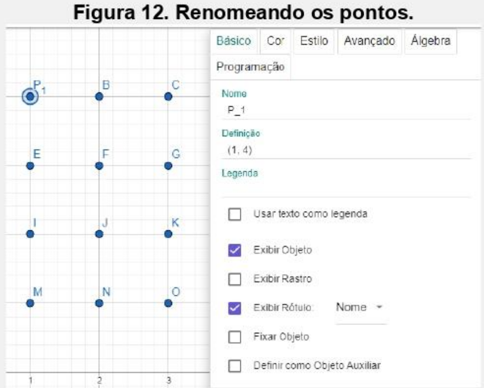


Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

2. A partir de agora, é importante renomear cada ponto (De P1 a P15).

Observação: editar cada ponto seguido de “anderline” _ e o número para pôr como índice (P_n).

Figura 12. Renomeando os pontos.

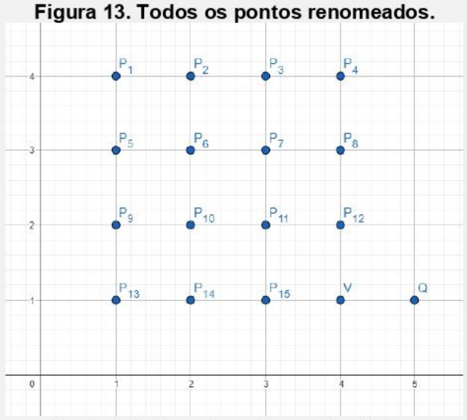


Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

3. Com todos os pontos nomeados temos:

Observação: os pontos com índices de mais de um algarismo devemos colocar {}, desta maneira: P_{mn}. Além disso, os pontos (4,1) e (5,1) serão nomeados de V e Q respectivamente.

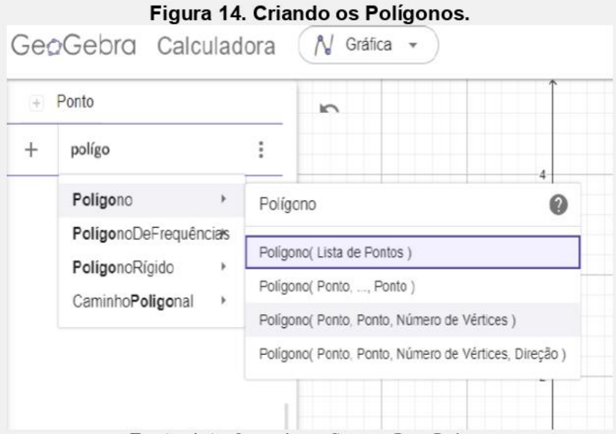
Figura 13. Todos os pontos renomeados.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

4. Para a construção dos polígonos: na barra de entrada devemos escrever Polígono e escolher a opção: Polígono (Ponto, Ponto, Número de Vértices), veja na próxima figura.

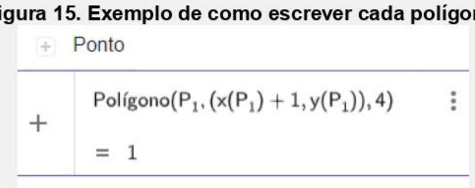
Figura 14. Criando os Polígonos.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

5. Com o tipo de polígono escolhido, devemos escrever o comando (P_1,(x(P_1)+1,y(P_1)),4), e assim repetir o mesmo processo para os demais pontos de P1 a 15 (obs: nesta parte não é digitar { } para pontos com dois algarismos, ou seja, para criar o polígono ancorado ao ponto P10 por exemplo, escreva pol10=Polígono(P_10,(x(P_10)+1,y(P_10)),4)

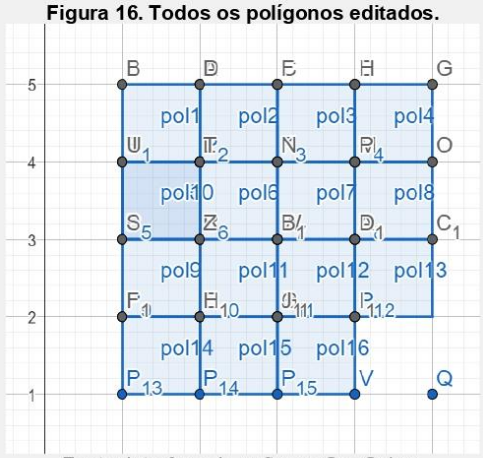
Figura 15. Exemplo de como escrever cada polígono.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Ficando então desta forma:

Figura 16. Todos os polígonos editados.

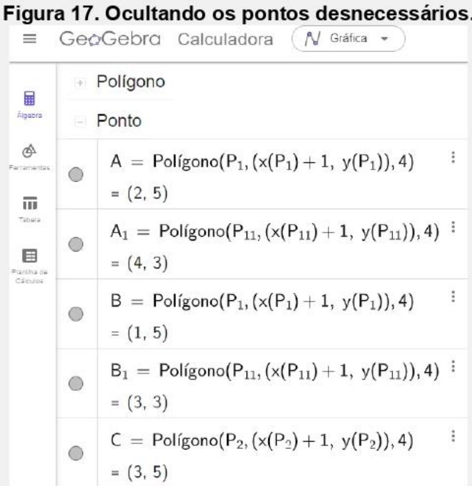


Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

6. Sendo assim, ao construir os quadrados de P1 até 15, foram construídos pontos auxiliares que sobrepuseram os pontos de P1 até o P12. Para ocultar esses pontos, clicamos na janela de álgebra e acessamos os objetos auxiliares.

Ao clicar e cada círculo ao lado do ponto, ele deixa de exibir o objeto. A sugestão é fazer esse procedimento para todos os pontos, exceto para os pontos de P1 a P15, além do ponto V e Q.

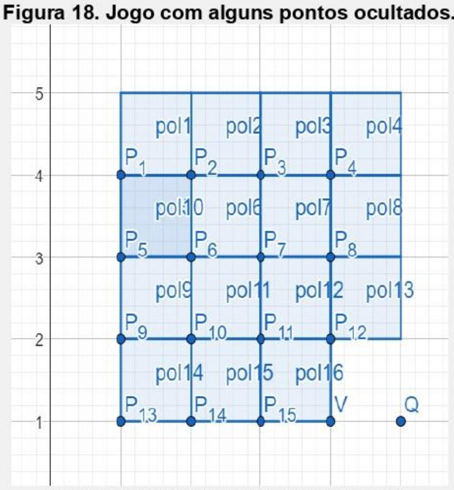
Figura 17. Ocultando os pontos desnecessários.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Ficando então desta forma:

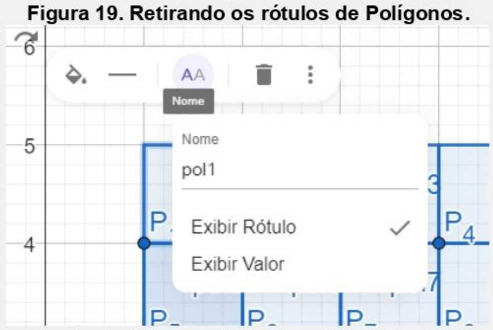
Figura 18. Jogo com alguns pontos ocultados.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

7. Para eliminar as palavras pol1, pol2 e os demais, basta clicar em cima de cada palavra com botão direito do mouse, clicar em nome e por fim desmarcar “Exibir Rótulo”.

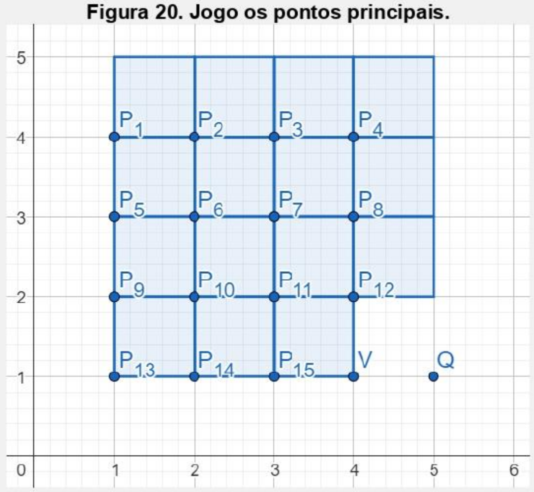
Figura 19. Retirando os rótulos de Polígonos.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Ficando desta forma:

Figura 20. Jogo os pontos principais.



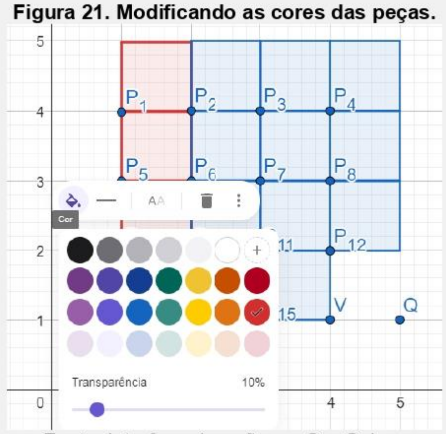
Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

8. Após todas essas etapas, vamos modificar as cores dos polígonos.

Deixa da seguinte forma: a primeira coluna em vermelho, a segunda em azul a terceira fica verde e a quarta em amarelo.

Para essa etapa iremos selecionar os polígonos P1, P5, P9 e P13, clicando em cima de cada um com a ajuda da tecla “Ctrl”, em seguida, podemos clicar no ícone cor e selecionar a cor vermelho como mostra a figura:

Figura 21. Modificando as cores das peças.

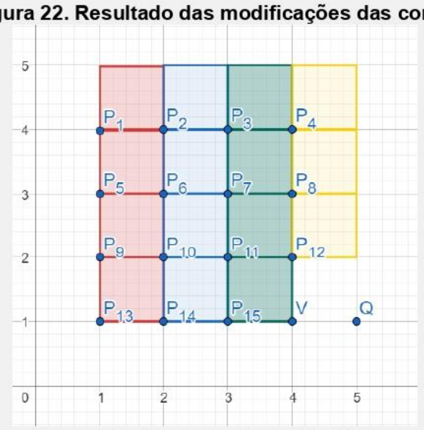


Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Para os outros polígonos, basta repetir o mesmo processo, sendo:

- Os polígonos P2, P6, P10 e P14 na cor azul;
- Os polígonos P3, P7, P11 e P15 na cor verde;
- Os polígonos P4, P8, e P12 na cor amarela.

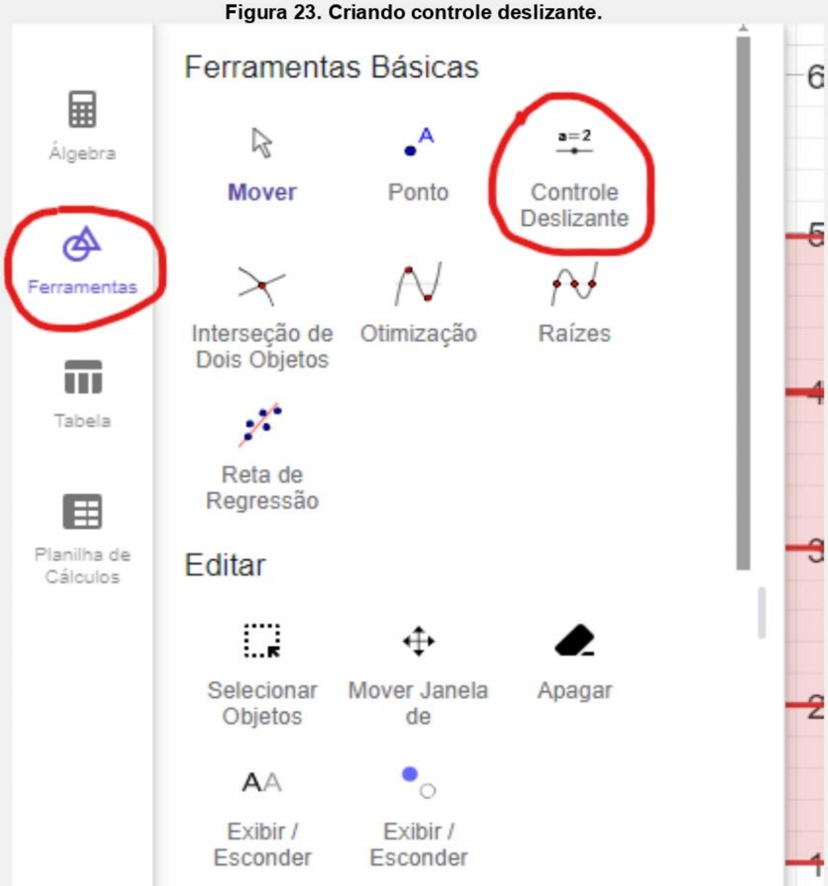
Figura 22. Resultado das modificações das cores.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

9. Agora podemos construir um controle deslizante responsável por controlar a transparências das cores dos polígonos. Para isso clicamos em "Ferramentas" e depois "Controle Deslizante", veja a figura:

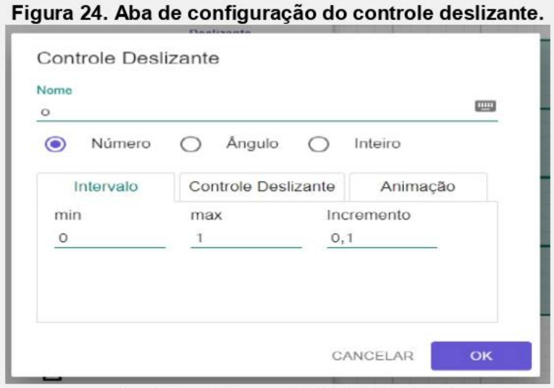
Figura 23. Criando controle deslizante.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Após clicar em algum lugar na janela de visualização aparece a aba de controle deslizante, nele iremos definir seu nome como "o", no intervalo iremos deixar o mínimo em 0 e o máximo e 1. No incremento deixaremos como 0,1 e por fim clicar em OK, veja na figura:

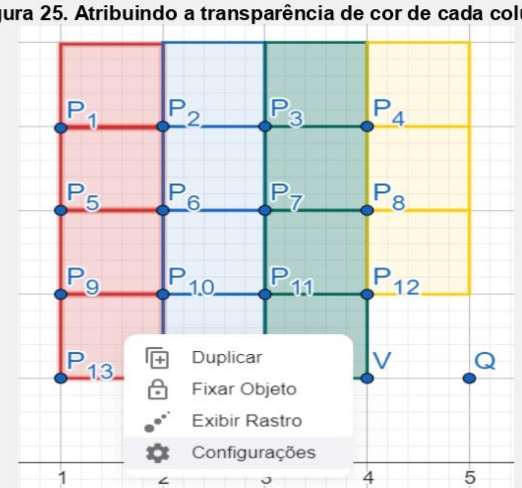
Figura 24. Aba de configuração do controle deslizante.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

10. Após ser criado o controle deslizante “o”, iremos selecionar os polígonos de cada coluna e atribuir a transparência de cada um com o nome do controle deslizante. Selecionar os polígonos P1, P5, P9 e P13, clicando em cima de cada um com a ajuda da tecla “Ctrl”, em seguida, clicamos com botão direito e acessamos as configurações.

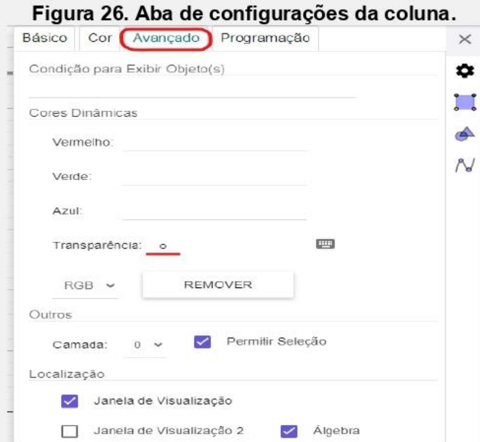
Figura 25. Atribuindo a transparência de cor de cada coluna.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Com a janela aberta, na aba “Avançado” e em transparência digitaremos a letra “o” minúsculo, que é o nome do controle deslizante que foi criado. Dessa forma as cores dos polígonos P1, P5, P9 e P13 na cor vermelha, ficam mais forte quando no controle deslizante tente a 1 e fica mais fraco quando tente a 0.

Figura 26. Aba de configurações da coluna.

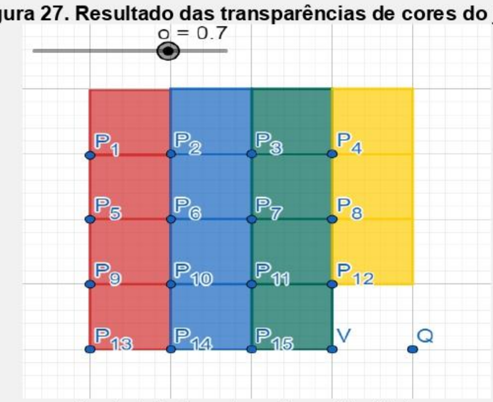


Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Dessa forma repetiremos o mesmo processor para as outras colunas separadamente pelas cores.

- Os polígonos P2, P6, P10 e P14 na cor azul;
- Os polígonos P3, P7, P11 e P15 na cor verde;
- Os polígonos P4, P8, e P12 na cor amarela.

Figura 27. Resultado das transparências de cores do jogo.



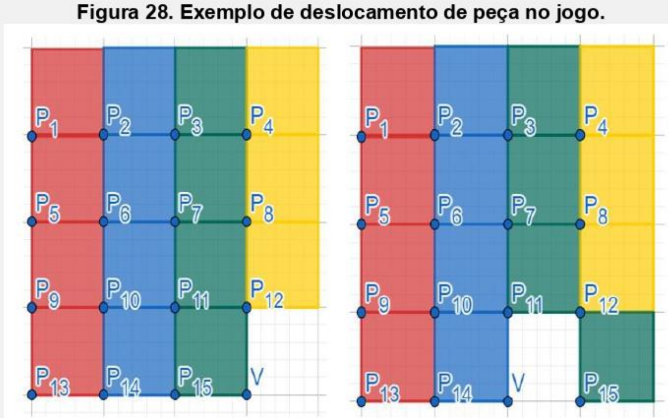
Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Note que após esse processo, ao movimentar o controle deslizante no 0,7 por exemplo, as cores ficam bem vivas.

11. Para esta etapa, iremos escrever um conjunto de comandos que permitam que os polígonos se movimentem para a casa ao lado que esteja desocupada:

Por exemplo, veja na figura, gostaria que ao clicar no polígono P15 ele fosse para a casa ao lado que estaria vazia.

Figura 28. Exemplo de deslocamento de peça no jogo.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Neste caso, como a peça 15 é ancorada no ponto P15, ao clicar na peça 15 o ponto Q deve receber as coordenadas de P15 e o ponto P15 irá receber as coordenadas do ponto V e por fim o ponto V recebe as coordenadas de Q. Ou seja, podemos perceber que o ponto Q será uma variável que auxiliará na troca das peças. Podendo então ser ocultada. Basta clicar em cima do ponto Q, ir em configurações e desmarcar o ícone "Exibir objeto".

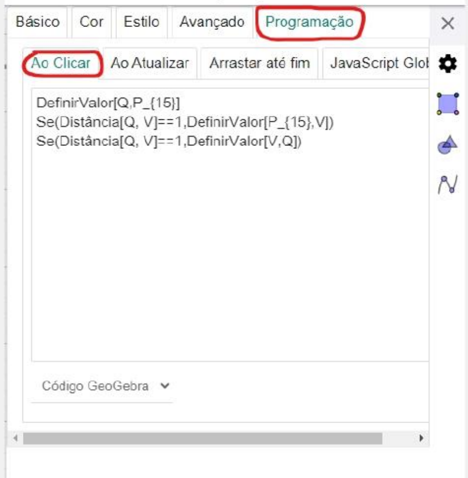
Para que esse comando aconteça devemos seguir os passos a seguir para cada peça do tabuleiro.

1) Clicar em cima do polígono (polígono 15 por exemplo)
2) Ir em configurações
3) Em programação vamos em (Ao Clicar)
4) Escrever os comandos:

- DefinirValor[Q,P_{15}]

- Se(Distância[Q, V]==1,DefinirValor[P_{15},V])
- Se(Distância[Q, V]==1,DefinirValor[V,Q])

Figura 29. Escrevendo os comandos que permitam o deslocamento das peças.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Repetir o mesmo processo para as demais peças, basta trocar o número por sua respectiva peça. Por exemplo para o polígono 14. Fica então

- DefinirValor[Q,P_{14}]
- Se(Distância[Q, V]==1,DefinirValor[P_{14},V])
- Se(Distância[Q, V]==1,DefinirValor[V,Q])

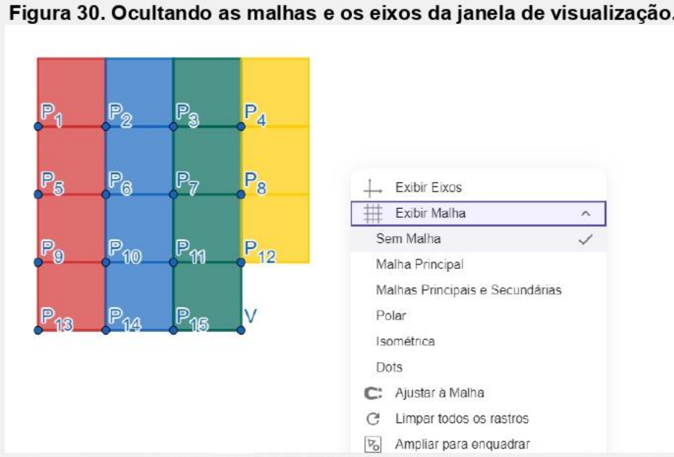
Observação: para os polígonos P1 a P9 que são de apenas um algarismo, não precisa colocar o { }. Fica então desta forma por exemplo para o polígono p9

- DefinirValor[Q,P_9]
- Se(Distância[Q, V]==1,DefinirValor[P_9,V])
- Se(Distância[Q, V]==1,DefinirValor[V,Q])

12. Depois de aplicado os comandos para todas as peças, podemos agora ocultar as malhas e os eixos da janela de visualização.

Para isso, basta clicar em qualquer lugar da janela de visualização fora das peças montadas e desmarcar os ícones “Exibir eixos” e “Exibir Malhas”

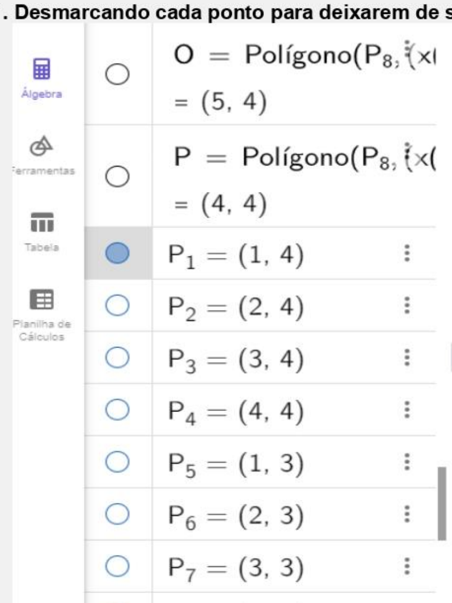
Figura 30. Ocultando as malhas e os eixos da janela de visualização.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Além disso, podemos ocultar também os pontos de P1 a P15 e o ponto V, clicando em cima de cada um na janela de álgebra e assim desmarcando cada ponto eles deixaram de ser exibido.

Figura 31. Desmarcando cada ponto para deixarem de ser exibido.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

13. Por fim, pode ser que ao clicar em uma peça, ela seja deslocada de lugar, nesse caso, ao clicar novamente nela, ela deixe de funcionar pois o comando não se aplica se a peça não tem distância 1 do ponto V.

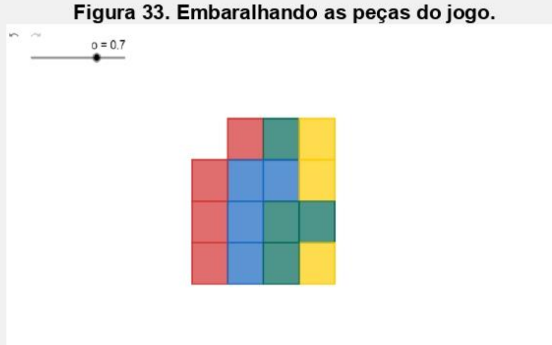
Para isso não acontecer, podemos selecionar todas as peças de uma vez e com botão direito podemos acessar o ícone "fixar Objeto". Dessa forma a peça não pode mais ser arrastada, causando uma desordem no jogo.

Figura 32. Fixando as peças do jogo.

Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

14. Agora com o jogo pronto é só jogar, bastar embaralhar todas as peças e tentar voltar ao estado original. Ou mesmo ter outros objetivos como trocar as colunas de cores, entre outras coisas. A partir daí, vai da imaginação de cada um.

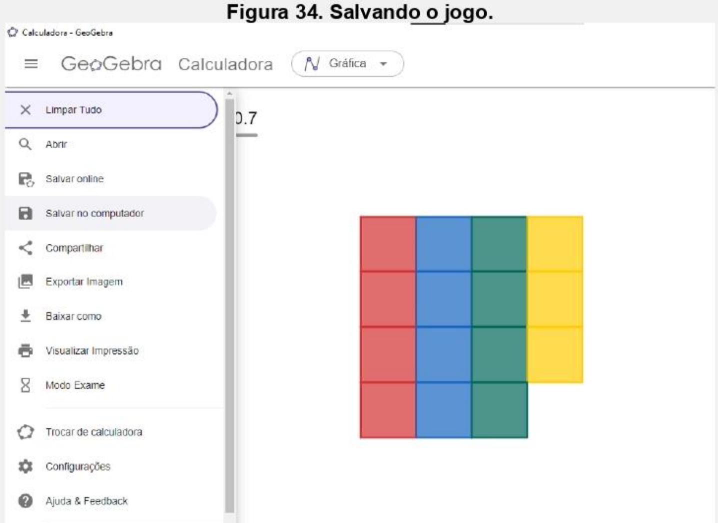
Figura 33. Embaralhando as peças do jogo.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

15. Com isso, o Jogo Puzzle Color no Gebra está pronto. Para salvar o jogo basta clicar nos três traços horizontais no canto superior esquerdo da tela inicial do *Software* e em seguida jogo ode ser salvo de forma on-line bastar estar logado com uma conta Google por exemplo ou salvar direto no computador.

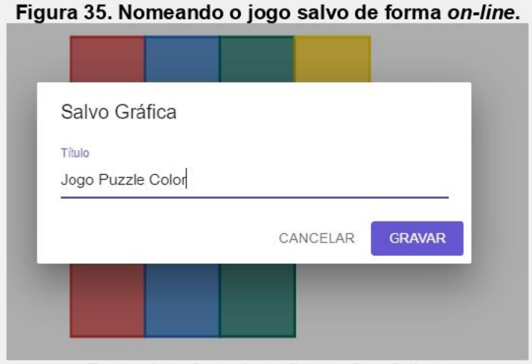
Figura 34. Salvando o jogo.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Não esqueça de nomear o Jogo se for salvo *on-line*.

Figura 35. Nomeando o jogo salvo de forma *on-line*.

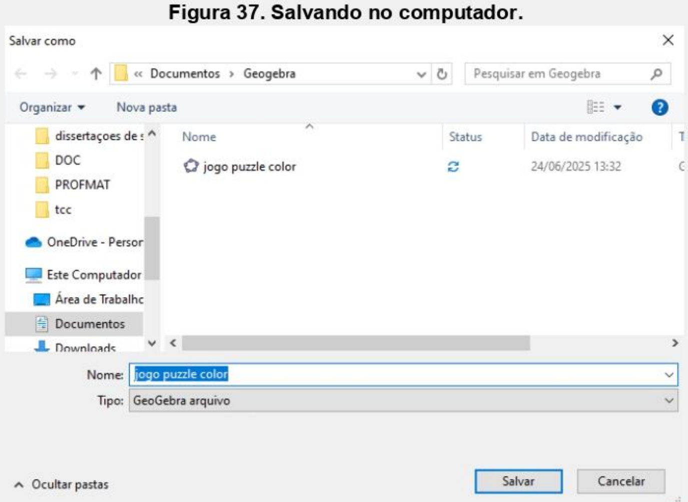


Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Figura 36. Salvando na conta Google.

Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Figura 37. Salvando no computador.



Fonte: Interface do *software* GeoGebra.

Boa diversão!

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Produto Educacional foi elaborado buscando fornecer um material para auxiliar o professor Do 9° ano de Ensino Fundamental a trabalhar o objeto de conhecimento Plano Cartesiano de forma lúdica e tecnológica, buscando propiciar condições para uma aprendizagem cooperativa que venha a ser significativa.

Fiquem à vontade para adaptar e utilizar o material da maneira que melhor se encaixe na realidade da sua escola. Espero que este material contribua de forma significativa para o ensino e a aprendizagem deste conteúdo de Matemática.