UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Felipe de Lima

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DA OBMEP VIA MÉTODO DE GEORGE POLYA: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA ENSINO DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA.

MOSSORÓ
2025

Felipe de Lima

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS OBMEP VIA MÉTODO DE GEORGE POLYA: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA ENSINO DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA.

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional do Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino Básico de Matemática

Orientador: Prof. Dra. Suene Campos Duarte

MOSSORÓ

2025

L732r Lima, Felipe de.
Resolução de problemas da OBMEP via método de George Polya: uma proposta metodológica para ensino de Matemática da educação básica / Felipe de Lima. - 2025.
82 f. : il.

Orientadora: Suene Campos Duarte.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em Matemática, 2025.

1. Resolução de problemas. 2. Sequência didática. 3. George Polya. 4. OBMEP. I. Duarte, Suene Campos , orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade com AACR2 e os dados fornecidos pelo) autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

Felipe de Lima

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS OBMEP VIA MÉTODO DE GEORGE POLYA: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA ENSINO DE MATEMÁTICA DA EDUCAÇÃO BÁSICA.

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional do Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino Básico de Matemática

Defendida em: 25/11/2025.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dra. Suene Campos Duarte (UFERSA)
Presidente

____

Prof. Dra. Maria Joseane Felipe Guedes (UFERSA)
Membro Examinador Interno

____

Prof. Dra. Graciana Ferreira Dias (UFPB)
Membro Examinador Externo

____

Prof. Dra. Antônia Jocivância Pinheiro (UFERSA)
Membro Examinador Suplente Interno

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por sempre me iluminar, fortalecer minha fé e me conceder forças nos momentos mais difíceis, permitindo que eu não desistisse diante dos desafios enfrentados ao longo dessa caminhada.

À minha avó, Maria José *(in memoriam)*, minha eterna referência de amor, força e resiliência. Seu exemplo de vida, seus ensinamentos e seu cuidado foram fundamentais para minha formação pessoal e para que eu tivesse coragem de seguir em frente, mesmo diante das adversidades.

À minha mãe, Márcia Cristiana, por estar sempre presente em minha vida, apoiando-me incondicionalmente e torcendo por mim. Mesmo não tendo tido a oportunidade de estudar, jamais deixou de me incentivar, ensinando-me, por meio de suas atitudes, o valor da perseverança, do esforço e da importância de nunca desistir dos meus sonhos.

Às minhas amigas Bia, Mirinha e Ravena, por estarem sempre ao meu lado, torcendo, rezando e oferecendo palavras de conforto e apoio nos momentos em que mais precisei e cheguei a pensar em desistir. Em especial, durante o período de estudos para o exame de qualificação, a presença e o incentivo de vocês foram essenciais para que eu seguisse firme nessa trajetória.

À minha orientadora, Suene Campos, pela orientação dedicada, paciência, disponibilidade e pelas valiosas contribuições ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho, fundamentais para meu crescimento acadêmico e profissional.

Aos amigos que o PROFMAT me proporcionou conhecer ao longo dessa jornada – Ednardo Augusto, Fabiana Maia, Felipe Oliveira, Luana Mara e Talita Machado – pelo companheirismo, apoio constante, trocas de experiências e incentivo mútuo, que tornaram essa caminhada mais leve e produtiva.

EPÍGRAFE

"A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo."

Albert Einstein

RESUMO

A presente dissertação propõe uma alternativa metodológica para o ensino de matemática na Educação Básica, visando torná-lo mais significativo, reflexivo e eficaz. O trabalho articula a metodologia de resolução de problemas com a utilização de desafios propostos pela Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), sob o olhar do Método de George Polya. O problema de pesquisa central investiga como a articulação das questões da OBMEP (Nível 3) e o método de Polya podem contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos do Ensino Médio. A pesquisa se justifica pela necessidade de alternativas as metodologias tradicionais, tentando assim superar dificuldades de aprendizagem e desinteresse dos alunos. Adotando uma abordagem qualitativa e levantamentos bibliográficos, este estudo visa posicionar o aluno como protagonista de sua aprendizagem, estimulando o raciocínio lógico, o pensamento crítico e a autonomia intelectual. O principal produto da dissertação é a elaboração de uma Sequência Didática estruturada em cinco encontros, fundamentada nas quatro etapas do método de Polya, que consistem em: Compreender o Problema, Estabelecer um Plano, Executar o Plano e Fazer o Retrospecto. Esta proposta didática utiliza problemas de edições anteriores da OBMEP (Nível 3) relacionados a conteúdos como Múltiplos e Divisores, Razões, Proporções e Porcentagem. Espera-se que a aplicação desta sequência didática demonstre a potencialidade da resolução de problemas, ancorada no rigor e na estrutura do método de Polya, como uma estratégia de ensino que transforma o ambiente da sala de aula em um espaço de investigação e descoberta matemática.

Palavras-chave: Sequência Didática; Raciocínio Lógico; Pensamento Crítico.

ABSTRACT

This dissertation proposes a methodological alternative for the teaching of Mathematics in Basic Education, aiming to make it more meaningful, reflective, and effective. The work articulates the problem-solving methodology with the use of challenges proposed by the Brazilian Public School Mathematics Olympiad (OBMEP), through the lens of George Polya's Method. The central research problem investigates how the integration of OBMEP (Level 3) questions and Polya's method can contribute to the development of learning among high school students. The research is justified by the need for alternatives to traditional methodologies, seeking to overcome learning difficulties and students' lack of interest. Adopting a qualitative approach and bibliographical research, this study aims to position the student as the protagonist of their own learning process, encouraging logical reasoning, critical thinking, and intellectual autonomy. The main product of the dissertation is the design of a Didactic Sequence structured in five sessions, based on the four stages of Polya's method: Understanding the Problem, Devising a Plan, Carrying Out the Plan, and Looking Back. This didactic proposal uses problems from previous editions of OBMEP (Level 3) related to topics such as Multiples and Divisors, Ratios, Proportions, and Percentages. It is expected that the application of this didactic sequence will demonstrate the potential of problem-solving, grounded in the rigor and structure of Polya's method, as a teaching strategy that transforms the classroom environment into a space for mathematical investigation and discovery

Keywords: Didactic Sequence; Logical Reasoning; Critical Thinking

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
MEC	Ministério da Educação
MCTI	Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
ORMM	Olímpiada Regional Mirim de Matemática
ABP	Aprendizagem Baseada em Projetos

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA

O ensino de matemática enfrenta desafios significativos no cenário educacional contemporâneo, tais como a falta de engajamento, a dificuldade de contextualização dos conteúdos e a resistência à disciplina. Neste contexto, é crescente a demanda de reflexões e práticas que respondam às necessidades dos estudantes e as transformações da sociedade, (Silva, 2025). Estabelecer metodologias adequadas para o ensino da matemática é importante uma vez que permite ao professor planejar suas ações pedagógicas de forma a promover a construção do conhecimento de forma progressiva e contextualizada (Felicetti, Giraffa 2012). É importante compreender que o processo de ensino compreende uma sequência de atividades organizadas entre professores e alunos, voltadas à assimilação de conhecimentos e ao desenvolvimento de habilidades, possibilitando aos estudantes o aprimoramento de capacidades cognitivas como a observação, a análise, a síntese e o pensamento independente (Libâneo, 2017).

A escolha de uma metodologia não deve ocorrer de maneira aleatória, mas sim embasada em critérios que considerem as características da turma, os objetivos de aprendizagem, os conteúdos a serem trabalhados e os recursos disponíveis. Além disso, é preciso levar em conta as competências e habilidades que se pretende desenvolver nos estudantes, dando mais atenção àquelas que estimulem o raciocínio lógico, a autonomia e o pensamento crítico. Carneiro (2019) destaca que a busca de novas formas de ensino de matemática deve ser constante, estabelecendo diferentes formas de aprendizagem com o intuito de ampliar a compreensão dos estudantes.

Dentre as diversas abordagens existentes, a resolução de problemas se destaca como uma metodologia de ensino eficaz, uma vez que coloca o aluno em situação de investigação, exigindo conhecimentos prévios e o desenvolvimento de estratégias na busca das soluções corretas. Diante disso, o aluno se torna protagonista do próprio processo, aprendendo matemática não apenas para resolver problemas mas para contextualizar conceitos (D'Ambrosio, 1989).

Dentro dessa proposta, o uso de questões olímpicas, especialmente aquelas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), apresenta-se como recurso pedagógico. De modo geral, essas avaliações não se limitam a conteúdos específicos. Comumente, em uma mesma questão, diversos temas matemáticos são explorados e desta forma, promovem no aluno o desenvolvimento da criatividade e do raciocínio lógico. Observa-se que os estudantes mais jovens, por não estarem restritos a conteúdos previamente formalizados, apresentam respostas inovadoras e originais, produzindo ideias que frequentemente superam as expectativas do professor (OBMEP, 2025). Deste modo, o uso de desafios que possibilitam trabalhar conteúdos de forma interdisciplinar e contextualizada, como é o caso das questões de provas olímpidas, tornam as aulas mais dinâmicas e motivadoras. Araújo (2020) aponta que a resolução de problemas olímpicos, quando associada a uma metodologia que valoriza o pensamento crítico e a construção de significados, oferece situações ricas de aprendizagem, proporcionando momentos estimulantes e produtivos.

George Polya (1887–1985), matemático húngaro e professor universitário, é um dos principais nomes associados à metodologia de resolução de problemas no ensino da matemática. Sua obra mais conhecida, *"How to Solve It"*, em português conhecido como “A Arte de Resolver Problemas”, publicada em 1945, propõe um método sistematizado em quatro etapas para a resolução de problemas: compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e fazer o retrospecto da solução. Esse método, além de fornecer um roteiro lógico para enfrentar problemas, valoriza o processo de investigação, a construção gradual do conhecimento e a reflexão sobre as soluções encontradas. O método de Polya estimula o aluno a assumir uma postura ativa e investigativa, e o professor, a atuar como mediador, orientando o percurso de resolução sem antecipar as respostas.

Adotar a metodologia de resolução de problemas, especialmente com o uso de questões olímpicas, fundamentada nos princípios de Polya, apresenta-se como caminho promissor para tornar o ensino da matemática mais significativo, desafiador e capaz de desenvolver competências essenciais para a formação dos estudantes na educação básica.

1.2 JUSTIFICATIVA E PROBLEMA DA PESQUISA

A dificuldade de aprendizagem em matemática é um problema frequentemente observado no contexto educacional brasileiro, principalmente na educação básica. Muitos estudantes apresentam déficits significativos na compreensão de conceitos fundamentais, no desenvolvimento do raciocínio lógico e na aplicação prática dos conteúdos matemáticos. Essa realidade, muitas vezes, é agravada por metodologias de ensino tradicionais, centradas na memorização de fórmulas e na execução mecânica de procedimentos, sem proporcionar ao aluno oportunidades efetivas de reflexão, investigação e construção de sentido sobre o que aprende. D'Ambrosio (1989) afirma essa ideia quando diz que os professores, em geral, mostram a matemática como um conjunto de conhecimentos pronto e acabado e, ao aluno, não é dada a oportunidade de criar soluções mais interessantes. Diante desse cenário, a resolução de problemas surge como uma abordagem metodológica capaz de ressignificar o ensino da matemática, colocando o aluno como protagonista do processo de aprendizagem. Miranda (2015) afirma:

> Vale ressaltar, porém, que ensinar matemática por meio da Resolução de Problemas não significa apenas apresentar os problemas e esperar que a aprendizagem aconteça. É necessário mediá-la e o professor é o responsável por esta tarefa. Compete a ele criar um ambiente favorável, para que a aprendizagem ocorra. (Miranda, 2015, p. 30).

Nessa perspectiva, o método de George Polya fornece um roteiro eficaz para orientar os estudantes no desenvolvimento de estratégias de pensamento, na organização das ideias e na construção de soluções fundamentadas. Entretanto, para que a aplicação do método de Polya seja efetiva, é fundamental a escolha de problemas que desafiem e motivem os alunos, ao mesmo tempo em que sejam acessíveis e contextualizados. Nesse sentido, os problemas da OBMEP representam um recurso pedagógico de grande valor. As provas da OBMEP trazem problemas que exigem interpretação, criatividade, análise e raciocínio lógico, promovendo um ensino que vai além da simples reprodução de conteúdo (OBMEP, 2025).

> A resolução de problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da matemática. O processo ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (Lupinacci; Botin, 2004, p. 1).

A busca de metodologias de ensino que contribuam para a superação das dificuldades de aprendizagem em matemática justifica esta pesquisa. Visamos integrar o método de George Polya com a utilização de problemas da OBMEP pois acredita-mos que seja uma forma metodológica de, não apenas melhorar o desempenho dos estudantes, mas também fomentar o gosto pela matemática, a autonomia intelectual e a confiança dos alunos na sua capacidade de pensar e resolver situações novas. Neste sentido, provocamos a seguinte questão de investigação: *Como unificar os benefícios proporcionados pelos passos descritos pelo método de Polya e os bons resultados do uso de questões olímpicas em sala de aula de forma significativa para os alunos?*

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Propor, como recurso didático, a utilização de problemas da OBMEP com base na metodologia de resolução de problemas de George Polya.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Discutir as potencialidades e os desafios do uso da resolução de problemas como estratégia didática no ensino de matemática na educação básica;
- Analisar a contribuição da utilização da resolução dos problemas da OBMEP para o desenvolvimento do raciocínio lógico, pensamento crítico e autonomia dos alunos do ensino médio;
- Elaborar uma Sequência Didática fundamentada nas quatro etapas do método de George Polya, utilizando problemas da OBMEP, Nível 3, como recurso pedagógico.

1.4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta dissertação pode ser classificada quanto a natureza, objetivos, procedimentos técnicos e forma de abordagem do problema da seguinte forma: com relação à natureza, classifica-se como aplicada, pois, de acordo com Gil (2010), a pesquisa aplicada "[...] é motivada pela necessidade de resolver problemas concretos e visa à aplicação prática dos conhecimentos gerados para atender a interesses específicos" No que diz respeito aos objetivos, é classificada como exploratória, pois, segundo Gil (2010), a pesquisa exploratória "[...] tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, permitindo a formulação de hipóteses mais precisas, além de ajudar a estabelecer os primeiros parâmetros para uma investigação mais profunda''. Em relação aos procedimentos técnicos, classifica-se como bibliográfica, visto que Gil (2010) afirma que a pesquisa bibliográfica "[...] consiste na realização de um levantamento e análise crítica das produções científicas já existentes sobre determinado tema, visando à construção de um referencial teórico que orientará a pesquisa." Quanto à forma de abordagem, é do tipo qualitativa, pois não está voltada à obtenção de números, respostas objetivas ou padronizadas, mas sim à construção de uma compreensão detalhada acerca de fenômenos humanos, como as dificuldades de aprendizagem no ensino da matemática.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está organizado em quatro capítulos incluindo as considerações finais e estes foram divididos em tópicos e subtópicos.

O primeiro capitulo - *Introdução* - apresenta o tema central da pesquisa "Resolução de problemas OBMEP via método de George Polya: uma proposta metodológica para ensino de matemática da educação básica". Também são apresentados os objetivos e a questão problema dessa dissertação, "Como o uso das questões da OBMEP, articuladas ao método de resolução de problemas de George Polya, pode contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos do ensino médio?". Além disso, também está presente a justificativa.

O segundo capítulo - *Fundamentação Teórica* - aborda a resolução de problemas como uma estratégia pedagógica usando o método de Polya. Completando o capitulo, apresentamos uma síntese acerca das potencialidades presentes nos problemas da OBMEP como recurso para estimular a aprendizagem dos alunos e ampliar o repertório de atividades em sala de aula.

No terceiro capítulo - *Proposta de Sequência Didática* - apresenta-se a organização detalhada das atividades sugeridas para serem realizadas em sala de aula, estruturadas a partir da metodologia de resolução de problemas proposta por George Polya. Essa sequência é composta por cinco encontros, que contemplam diferentes conteúdos matemáticos. Em cada encontro, são indicados os objetivos específicos, as atividades planejadas e as estratégias de mediação sugeridas para facilitar a aprendizagem dos alunos. Neles são abordados desde o diagnóstico e revisão das operações básicas, passando por problemas envolvendo múltiplos, divisores, razões, proporções e porcentagem, até uma atividade avaliativa final que integra os conteúdos trabalhados.

No quarto capítulo - *Considerações Finais* - são apresentadas as reflexões finais a respeito da proposta desenvolvida. Também são discutidos os potenciais benefícios da utilização da resolução de problemas da OBMEP aliado ao método de Polya como recurso didático no ensino da matemática.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresentamos de forma introdutória os temas e as teorias que embasam os demais capítulos desse trabalho. Iniciamos apresentando o funcionamento da Olimpíada de matemática das Escolas Públicas. Em seguida, apresentamos a teoria de Polya enfatizando o seu uso como metodologia de ensino.

2.1 OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS – OBMEP

A OBMEP é um projeto destinado às escolas públicas e privadas brasileiras, realizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA em parceria com a Sociedade Brasileira de Matemática - SBM. Tem o intuito de estimular o estudo da matemática, descobrir talentos nessa disciplina e contribuir significativamente para o desenvolvimento da educação básica no Brasil. É promovida com recursos do Ministério da Educação – MEC e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação - MCTI. A OBMEP é aplicada desde 2005 nas escolas públicas e passou a ser aplicada nas escolas privadas somente a partir de 2017, quando a Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM) e OBMEP passaram a ser integradas, com o objetivo de diminuir o uso de recursos humanos e financeiros.

Seus principais objetivos incluem:

- Estimular e promover o estudo de Matemática;
- Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
- Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas;
- Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
- Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
- Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento (OBMEP, 2025).

Quanto à estrutura da prova, ela visa atender alunos de diferentes níveis de ensino. É dividida em três níveis e acontece em duas fases, garantindo que os alunos sejam avaliados de acordo com seu grau de escolaridade. O Nível I é destinado a alunos de 6º ou 7º ano do

Ensino Fundamental, o Nível II é para alunos de 8º ou 9º ano do Ensino Fundamental e o Nível III tem como foco alunos que estejam cursando o ensino médio (OBMEP, 2025).

Na primeira fase, os alunos participam de uma prova composta por 20 questões de múltipla escolha. Cada questão apresenta 5 alternativas, das quais apenas uma é correta. A pontuação é simples: cada questão vale 1 ponto, totalizando, portanto, 20 pontos possíveis. O responsável pela OBMEP de cada escola fica encarregado selecionar os alunos que obtiveram as maiores notas para participarem da segunda fase. Já na segunda fase, a prova é mais desafiadora, com 6 questões discursivas, elaboradas pelo IMPA. Cada questão vale até 20 pontos, o que totaliza um máximo de 120 pontos para essa etapa. A segunda fase tem como meta avaliar a capacidade de raciocínio e o nível do conhecimento matemático dos alunos, exigindo a resolução completa dos problemas e a justificativa dos métodos utilizados (OBMEP, 2025).

A quantidade de alunos aprovados para a segunda fase varia de acordo com o quantitativo de alunos inscritos por escola. O aluno que obtiver a nota zero na primeira fase não poderá participar da segunda fase, mesmo que não sejam preenchidas todas as vagas em sua escola. Os alunos que mais acertarem questões avançam para a próxima etapa. Os alunos com os melhores resultados são premiados segundo alguns critérios recebendo medalha de ouro, prata, bronze ou menção honrosa. A premiação de 2024, de acordo com o site da OBMEP, se deu da seguinte forma:

- **650 medalhas de ouro** destinadas àqueles que obtiverem as melhores pontuações, sendo 500 dessas medalhas para as escolas públicas e 150 para as escolas da rede privada;
- **1950 medalhas de prata** para os alunos com as maiores notas na segunda, mas que não obtiveram pontuação suficiente para as medalhas de ouro, sendo 1500 medalhas de prata para as escolas da rede pública e as outras 450 para as escolas privadas;
- **5850 medalhas de bronze** para os alunos que obtiveram as maiores notas, mas não suficientes para as medalhas de ouro, sendo 4500 medalhas para os alunos das escolas públicas e as outras 1350 medalhas para os alunos da rede particular de ensino;
- **51000 menções honrosas** seguindo os mesmos critérios, onde 45000 desses certificados serão destinados aos alunos da rede pública e os demais aos alunos da rede privada. Além das medalhas, os alunos também podem participar do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC Jr - 19ª OBMEP 2024). A participação do aluno nesse programa, se cumpridas as regras estabelecidas, pode resultar no recebimento de uma bolsa de Iniciação Cientifica Junior do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

(CNPq).

Outro benefício importante, segundo o IMPA, é que escolas com altas taxas de participação na OBMEP tendem a ter alunos com melhor desempenho no Enem, o que sugere que a preparação para competições acadêmicas como a OBMEP pode contribuir para um maior desenvolvimento das habilidades matemáticas e acadêmicas em geral. Isso se dá pelo fato de a resolução de problemas proporciona o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos e melhora no pensamento crítico, que são competências fundamentais não apenas para a matemática, mas também para as demais áreas do conhecimento (OBMEP, 2025).

2.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO DE MATEMÁTICA E O MÉTODO DE GEORGE POLYA

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1997), um problema matemático não é um simples exercício em que o aluno apenas aplica uma fórmula ou um processo mecânico. Para que algo seja considerado um problema, o aluno precisa ser levado a interpretar o enunciado e a estruturar a situação apresentada, ou seja, ele deve se envolver ativamente na busca por soluções.

Essa concepção é reforçada por Polya (1995), que também destaca que a resolução de problemas exige mais do que a aplicação automática de técnicas. O aluno precisa entender o problema, planejar a solução, executá-la e revisá-la, refletindo sobre o processo de resolução. Assim, a resolução de problemas se torna uma atividade dinâmica e reflexiva, que favorece a aprendizagem com significado.

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as dificuldades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo de descoberta. Experiencias tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter” (polya, 2006, p. v).

O ensino de matemática através da resolução de problemas é uma abordagem bastante discutida e que traz resultados muito positivos. Apenas jogar os problemas e esperar com que os alunos os resolvam certamente não trará resultados tão satisfatórios, mas quando o professor assume o papel de mediador e dá as orientações necessárias, o aluno consegue uma aprendizagem mais significativa.

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança5. (Brasil,1996, p. 40).

Os professores de Matemática possuem o desafio de despertar o interesse de seus alunos. Substituir os métodos mais tracionais e resoluções mecanizadas de problemas e criar um ambiente de participação ativa e que motive os alunos é fundamental para romper essa barreira.

Lupinacci e Botin (2004, p. 2) afirmam:

> A metodologia de Resolução de Problemas é uma ferramenta importante para estimular o raciocínio, o pensamento ativo, a reflexão e a descoberta pelo aluno e o professor deve ter o cuidado para não indicar os passos que o aluno deve seguir. Se há a preocupação de que o aluno procure ativamente as soluções de um problema, é necessário que se apresentem situações reais e abertas (Lupinacci, Botin, 2004, p. 2)

Dante (1999) destaca que a resolução de problemas não deve ser tratada como uma atividade isolada, mas sim como parte integrante do currículo escolar, sendo cuidadosamente planejada e implementada de forma contínua. Esse processo permite que as habilidades e conceitos matemáticos sejam desenvolvidos gradualmente, pois aprender a resolver problemas é um processo que exige tempo, prática constante e planejamento adequado. Nessa perspectiva, podemos perceber que não adianta apenas querer que os alunos resolvam problemas sem dar sentido a esse processo. Tal prática deve estar diretamente ligada ao cotidiano do aluno na escola e torná-la um hábito favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico, pensamento crítico e a construção de uma aprendizagem com significado.

Segundo Onuchic (1999):

> Na abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas. O ensino de resolução de problemas não é mais um processo 25 isolado. Nessa metodologia o ensino é fruto de um processo mais amplo, um ensino que se faz por meio da resolução de problemas. (Onuchic, 1999, p. 210).

Entende-se assim, que a metodologia de ensino através da resolução de problemas é eficiente não apenas para que o aluno aprenda a resolver problemas, mas também para que ele aprenda matemática enquanto os resolve. Os alunos precisam colocar a criatividade em prática, desenvolver autonomia e confiança, ao resolver problemas de maneira ativa ficando, desse modo, mais envolvidos no processo de aprendizagem (Romanatto, 2012).

Muitos alunos não estão habituados com a prática da resolução de problemas. Quando se deparam com um problema mais complexo, surgem as dificuldades, pois, diferentes dos exercícios mais diretos, os problemas necessitam que os alunos criem estratégias para tentar resolvê-los. Polya destaca:

> A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os. (Polya, 1995, p.3).

Segundo Polya (1995) para que o professor desenvolva nos estudantes a capacidade de resolver problemas, ele deve despertar neles o interesse por desafios e oferecer diversas oportunidades para imitação e prática.

Como mencionado anteriormente, a resolução de problemas é um processo que se aprimora com a prática. À medida que essa prática se torna frequente no ambiente da sala de aula, os alunos passam a ter mais facilidade em resolver problemas subsequentes. Para resolver um problema de maneira eficiente, Polya ressalta:

> Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia de resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. (Polya, 1995, p.3-4).

Segundo Santana (2024, p. 40) as quatro fases do processo de resolução de problema de Polya são:

1. **Compreensão do Problema:** Inicialmente, devem-se analisar todos os dados do problema a fim de compreendê-lo. Indagações e sugestões a serem feitas: Qual é a incógnita? É possível satisfazer a condicionante? Trace uma figura. Adote uma notação adequada.

2. **Estabelecimento de um Plano:** Alinhar todos os dados a fim de encontrar um plano de resolução. Indagações e sugestões a serem feitas: Conhece um problema correlato? Considere a incógnita! Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a execução do plano? Utilizou todos os dados? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?

3. **Execução do Plano:** Colocar em prática e executar o plano estabelecido na fase anterior. Indagações e sugestões a serem feitas: Verifique cada passo! É possível ver claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que o passo está correto?

4. **Retrospecto:** Examinar a solução encontrada. Sugestões e indagações a serem feitas: É possível verificar o resultado? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Adotando essa metodologia de ensino tem-se o aluno assumindo o papel de protagonista, sendo responsável por explorar, refletir e buscar soluções de forma ativa e autônoma. Já o professor atua como mediador, fazendo pequenas intervenções, questionamentos e estimulando o pensamento crítico de seus alunos, como destaca Polya:

> Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa, o mestre deverá deixar-lhe pelo menos alguma ilusão de trabalho independente. Para isto, deve auxiliá-lo discretamente, sem dar na vista. O melhor é, porém, ajudar o estudante com naturalidade. O professor deve colocar-se no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste, procurar compreender o que se passa em sua cabeça e fazer uma pergunta ou indicar um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante (Polya, 1995, p. 1).

Uma prática muito comum durante as aulas, especialmente quando os alunos estão tentando resolver determinados problemas, é a tendência de solicitarem ao professor que diga diretamente o que fazer. Esse comportamento reforça a ideia de dependência em relação aos professores, dificultando o desenvolvimento da autonomia necessária. Essa atitude pode limitar a capacidade dos alunos de enfrentar desafios, explorar diferentes estratégias e construir o conhecimento de forma ativa e reflexiva. Nesse sentido, Freire (1996) defende que o papel do professor não deve se limitar à simples transmissão de conteúdos, mas sim à criação de condições que permitam aos alunos construir ativamente o conhecimento. É imprescindível, portanto, que o docente estimule os estudantes a questionar, experimentar e aprender com os erros, promovendo uma postura mais independente e confiante diante das situações de aprendizagem.

2.3 O USO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DA OBMEP COMO RECURSO METODOLÓGICO PARA ENSINO DE MATEMÁTICA.

Utilizar uma metodologia para resolução de problemas fazendo uso de problemas da OBMEP, surge como uma alternativa bastante valiosa para despertar o interesse dos estudantes pela disciplina e, consequentemente, melhorar seus resultados de aprendizagem. Nesse sentido, Silva et al. (2018, p. 4) destaca que a aplicação da metodologia de resolução de problemas, baseado em avaliações conceituadas, como a OBMEP, pode estimular a melhoria do desempenho escolar destes alunos.

Além de promover uma abordagem investigativa e centrada no estudante, os problemas da OBMEP apresentam características que os tornam especialmente eficazes como recursos didáticos. São questões que exigem raciocínio lógico, criatividade e a busca por diferentes estratégias de resolução, muitas vezes dispensando o uso direto de fórmulas ou algoritmos previamente memorizados. Essa característica desafiadora favorece a autonomia intelectual do estudante, que passa a perceber a matemática não apenas como um conjunto de regras a serem seguidas, mas como um campo dinâmico de descobertas, no qual, segundo Walle (2009, p. 57 apud Silva, 2015), ao se engajar em tarefas cuidadosamente escolhidas, os alunos buscam relações, analisam padrões, testam métodos e justificam resultados, promovendo um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas.

Aliar os problemas da OBMEP com o método de resolução proposto por George Polya oferece uma estrutura pedagógica para o desenvolvimento do pensamento matemático. As quatro etapas sugeridas por Polya servem como um guia para que os alunos enfrentem os desafios de maneira organizada e reflexiva. Assim, o uso sistemático dos problemas da OBMEP no contexto escolar traz vantagens pedagógicas relevantes, tanto para o engajamento dos alunos quanto para a prática docente. Ao trabalhar com questões oriundas de uma olimpíada de grande prestígio nacional, os estudantes passam a perceber que são capazes de enfrentar desafios considerados complexos, o que contribui para o fortalecimento de sua autoconfiança e motivação. Essa percepção positiva é fundamental, principalmente em contextos onde os estudantes demonstram falta de interesse pela matemática.

2.3.1 Levantamento e Análise de Dissertações e Artigos que Tratam do Tema.

Neste tópico o objetivo principal é mostrar o levantamento realizado em Artigos em Periódicos e Dissertações de Mestrado do cenário de pesquisas que discorrem simultaneamente sobre a OBMEP e o Método de George Polya. A estruturação do corpo do texto se deu em duas etapas: a primeira com os resultados catalogados no repositório institucional do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e a segunda com os resultados da busca por Artigos Periódicos obtidos pela CAPES

2.3.1.1 Levantamento de Dissertações do PROFMAT

Iniciamos o levantamento bibliográfico com dissertações PROFMAT, disponíveis no repositório institucional Mestrado Profissional em Matemática Em Rede Nacional (PROFMAT), que exploram a temática da resolução de problemas, com especial atenção ao método de Polya. Para tal levantamento, utilizamos na busca o filtro de pesquisa com a palavra "Polya". Como resultado, foram encontrados 18 trabalhos, que são apresentados no quadro a seguir, constando o título do trabalho, o nível de ensino para o qual o trabalho se destina e também o ano de defesa.

Quadro 1. Dissertações do PROFMAT relacionadas ao método de Polya.

Título	**Nível de ensino**	**Ano**
Aplicação do método de resolução de problemas de Polya em questões de Aritmética da OBMEP.	Ensino Fundamental	2024
Resoluções de problemas da Olimpíada Regional Mirim de Matemática utilizando o método de Polya.	Ensino Fundamental	2024
Desalgebrização do Teorema de Pitágoras e sua extensão com o Teorema de Polya	Ensino Fundamental e Ensino Médio	2023
Sequência didática para o ensino de prismas e pirâmides com o método de George Polya e software Geogebra 3D	Ensino Médio	2023
O método de Polya e as contribuições de uma sequência didática no processo ensino-aprendizagem de geometria analítica	Ensino Médio	2022
Polya e a teoria da resolução de problemas aplicados à educação matemática nos ensinos fundamental e médio	Ensino Fundamental e Ensino Médio	2022
Resolução de problemas de otimização e combinatória utilizando o método de George Polya	Ensino Médio	2022
Polinômios e equações algébricas: uma abordagem	Ensino Médio	2021

através da resolução de problemas do ensino médio, com ênfase no método de Polya		
Resolução de problemas olímpicos envolvendo análise combinatória e probabilidade através da metodologia de Polya	Ensino Médio	2021
O método de Polya aplicado na resolução de problemas de probabilidade do ensino básico	Ensino Médio	2021
Arquimedes e Polya em sala de aula	Ensino Fundamental	2020
Aplicando ideias de Polya na resolução de problemas de geometria da OBMEP para o ensino fundamental	Ensino Fundamental	2020
Problemas de contagem: os teoremas de Burnside e Polya	Ensino Médio	2020
A sequência de Polya aplicada ao ensino de geometria espacial	Ensino Médio	2018
A heurística de George Polya e a resolução de problemas: uma aplicação em sala de aula	Ensino Médio	2018
Aplicação da teoria de resolução de problemas de George Polya: o uso do Geogebra na aquisição do conhecimento acerca das propriedades dos quadriláteros	Ensino fundamental	2018
A heurística de Polya e a resolução de problemas de trigonometria	Ensino Médio	2017
Uma proposta didática: a resolução de problemas através do método de Polya amparado por sistemas de ensino	Ensino Médio	2015

Após uma análise do resumo e da proposta de cada uma dessas 19 dissertações, foi constatado que 10 desses trabalhos aplicam o método de George Polya para resolver alguns problemas propostos. No quadro a seguir, seguem os trabalhos mencionados com o nome do respectivo autor e também os conteúdos abordados. Caso o trabalho aborde mais de uma temática será usado o nome “conteúdos diversos”.

Quadro 2. Dissertações com aplicação do método de George Polya.

Título	Conteúdo abordado	Autor
Aplicação do método de resolução de problemas de Polya em questões de aritmética da OBMEP	Aritmética	Tony de Aguiar
Resoluções de Problemas da Olimpíada Regional Mirim de Matemática utilizando o Método de Polya	Conteúdos diversos	André Borges Carlos
Polya e a teoria da resolução de problemas aplicados à educação matemática nos ensinos fundamental e médio	Conteúdos diversos	Alexsandro Schneider
Resolução de Problemas de Otimização e Combinatória Utilizando o Método de George Pólya	Combinatória	Dalton Francisco Carvalho Sousa
Resolução de problemas olímpicos envolvendo Análise Combinatória e Probabilidade através da Metodologia de Polya	Combinatória e Probabilidade	Alessandra dos Santos Fernandes
O Método de Polya Aplicado na Resolução de Problemas de Probabilidade do Ensino Básico	Probabilidade	Johnny Marques de Souza
Aplicando ideias de Polya na resolução de problemas de geometria da OBMEP para o ensino fundamental	Geometria Plana	Ivia Neves Vieira
A sequência de Polya aplicada ao ensino de geometria espacial	Geometria Espacial	Leilyanne Silva de Morais
A Heurística De George Polya e a resolução de problemas: uma aplicação em sala de aula	Conteúdos diversos	Rayan Arruda Santos
Uma proposta didática: a resolução de problemas através do método de Polya amparado por sistemas de ensino	Conteúdos diversos	Fabrício Marom de Moura

A primeira dissertação, com título *Aplicação do método de resolução de problemas de Polya em questões de aritmética da OBMEP* tem como objetivo apresentar técnicas de ensino que facilitem a compreensão da matemática e desperte o interesse dos alunos.

A segunda dissertação, intitulada *Resoluções de Problemas da Olimpíada Regional Mirim de Matemática utilizando o Método de Polya* teve como principal objetivo resolver as questões da Olímpiada Regional Mirim de Matemática (ORMM) utilizando o método de Polya.

A terceira com o título *Polya e a teoria da resolução de problemas aplicados à educação matemática nos ensinos fundamental e médio* visou apresentar a teoria da resolução de problemas como uma importante ferramenta, a partir da qual o professor pode apresentar os conceitos matemáticos.

A quarta dissertação que tem como título, *Resolução de Problemas de Otimização e Combinatória Utilizando o Método de George Polya* objetivou demonstrar as contribuições do método de George Polya para o ensino de matemática com a metodologia da resolução de problemas.

O quinto trabalho intitulado, *Resolução de problemas olímpicos envolvendo Análise Combinatória e Probabilidade através da Metodologia de Polya,* teve como principais objetivos buscar estratégias referentes a interpretação de problemas e linguagem matemática e uma melhor compreensão de problemas envolvendo os conceitos de combinatória e probabilidade.

A sexta dissertação com o título, *O Método de Polya Aplicado na Resolução de Problemas de Probabilidade do Ensino Básico,* teve como objetivo divulgar o método de Polya na resolução de problemas de probabilidade voltados para o ensino básico.

A sétima dissertação tem o título, *Aplicando ideias de Polya na resolução de problemas de geometria da OBMEP para o ensino fundamental,* e tem como objetivo estimular os professores de matemática que enfrentam o desafio de despertar o interesse em Geometria nos seus alunos e também pela participação na OBMEP.

A oitava dissertação, cujo título é *A sequência de Polya aplicada ao ensino de geometria espacial,* tem como objetivo aplicar a sequência de Polya na resolução de questões de geometria espacial para fazer com que os alunos tenham mais interesse pelo conteúdo e se tornem mais ativos no processo de aprendizagem.

Na nona dissertação cujo título é *A Heurística De George Polya e a resolução de problemas: uma aplicação em sala de aula* tem o objetivo de utilizar as quatro fases da resolução de problemas proposta por Polya para possibilitar aos alunos o desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas.

O décimo trabalho, *Uma proposta didática: a resolução de problemas através do método de Polya amparado por sistemas de ensino,* objetiva apresentar a resolução de problemas como uma alternativa pedagógica para o ensino de matemática aliada por softwares.

Analisando os trabalhos mencionados, é possível notar que todos apresentam objetivos semelhantes aos desta pesquisa, buscando melhorar a aprendizagem dos alunos por meio da resolução de problemas, seja com o uso de softwares, seja com o uso de questões retiradas de olimpíadas ou outros recursos didáticos. Esses trabalhos ressaltam a importância e eficácia da resolução de problemas aliadas ao método de George Polya. Na maioria dos casos, os autores mostram exemplos de como resolver os problemas usando as quatro etapas de Polya.

2.3.1.2 Levantamento de Artigos Periódicos da CAPES

Nessa seção são analisados artigos disponíveis no repositório da CAPES que se relacionam com a temática deste trabalho. Para a busca foram utilizados os filtros “Artigos”, “Resolução de problemas” e “OBMEP”. Dos resultados encontrados, selecionamos dez artigos considerados relevantes para análise, apresentados a seguir.

Quadro 3. Artigos Periódicos da CAPES.

Título	Autor
Contribuições da heurística de George Pólya para o desenvolvimento de uma aula de resolução de problemas	Daiane Vieira de Rezende Pinhal e Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Estudos extraclasse com foco em resolução de problemas como preparativo para a OBMEP	Thiago Beirigo Lopes, Laila Cristina Frizon e Levi Manoel

	dos Santos
Abordagem das demonstrações matemáticas em sala de aula: da Resolução de Problemas à Abstração Reflexionante	Josias Neubert Savóis e Fernando Becker
Leitura e Interpretação de Texto nas Questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas	Maria Silvia Almeida de Souza França, Thiago Ribeiro Borges, Ursula Caroline Cômodo de Melo Nunes, Mariana Aranha de Souza, Marco Antônio Carvalho Pereira e C. A. M. dos Santos
A OBMEP como ferramenta metodológica	Riane Leitão Bezerra, Francisco Jucivânio Félix de Sousa, Jarles Lopes de Medeiros.
Resolução de problemas e comunicação matemática: as concepções de professores de matemática do 6º ao 9º ano, de uma Escola Pública do interior da Bahia	Jadiane Novais Alves, Jorge Costa do Nascimento
Resolução de problemas do "Poti OBMEP" com o auxílio do Geogebra: uma proposta para o professor de matemática	Rayssa de Oliveira dos Santos/ João Raimundo Silva Ferreira /Raiane dos Santos de Oliveira /Ocimara Barbosa dos Santos /Renison Joel da Silva Martins
Análise e avaliação das questões do nível 1 da primeira fase da obmep sob uma perspectiva de resolução de problemas / Analysis and evaluation of level 1 questions in the first phase of obmep from a problem solving perspective	Paulo Henrique das Chagas Silva, Antonio Gomes Nunes E Adna Queiroz Sales
OBMEP Em Números: Uma Análise Quantitativa Das Premiações Das Escolas Piauienses	Mardonio Pereira do Vale, Adriano Faustino de Sousa, Daniel Cleberson da Conceição Rocha, Luiz Carlos Araujo da Silva, Eduardo de Moura dos Santos Silva, Dalilla Ravene Marques da Costa, Raimundo Nonato Sousa, Luis Gustavo Farias de Oliveira, Guilherme Luiz de

	Oliveira Neto,
Análise de Erros em produções de estudantes do Ensino Médio em provas da OBMEP-2019 em São Luis, Maranhão	Valdiane Sales Araújo /Renata de Farias Limeira Carvalho/ Rosani Brune de Almeida Dias /Domício Magalhães Maciel

O primeiro estudo, *Contribuições da heurística de George Pólya para o desenvolvimento de uma aula de resolução de problemas*, destaca que a utilização da heurística de George Pólya é uma alternativa para proporcionar uma melhor compreensão do processo de resolução de problemas. Além disso, as atividades propostas em grupo motivaram os alunos a uma maior participação, gerando melhores resultados.

O segundo trabalho, *Estudos extraclasse com foco em resolução de problemas como preparativo para a OBMEP*, analisa a contribuição dos bancos de questões da OBMEP como preparação para a segunda fase de nível 3 e também ressalta a eficácia do método de George Polya. Os autores destacaram o interesse dos alunos na proposta, uma vez que essas atividades foram desenvolvidas em horários de descanso.

O terceiro estudo, *Abordagem das demonstrações matemáticas em sala de aula: da resolução de problemas à abstração reflexionante*, tem como objetivo discutir como a resolução de problemas pode favorecer o ensino e a compreensão das demonstrações matemáticas. Fundamentado em Polya, Piaget e Balacheff, conclui que essa metodologia ajuda o aluno a passar de uma postura prática para uma compreensão mais teórica, estimulando o raciocínio lógico e a abstração reflexiva necessária para construir e compreender demonstrações matemáticas.

O quarto artigo, *Leitura e interpretação de texto nas questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas*, investigou como o trabalho com leitura e interpretação pode melhorar o desempenho dos alunos em questões da OBMEP. A pesquisa foi realizada com estudantes do 6º ano, utilizando a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) em encontros remotos. Os resultados mostraram melhora significativa na compreensão e resolução de problemas, além de maior interesse dos alunos pela olimpíada e avanço nas habilidades de leitura e interpretação em matemática.

O quinto estudo, *A OBMEP como ferramenta metodológica*, teve como objetivo investigar as metodologias utilizadas por professores na preparação de alunos para a OBMEP, buscando compreender como a resolução de problemas é aplicada nesse processo e quais seus impactos na aprendizagem. A pesquisa revelou que o uso da metodologia de resolução de problemas, além de favorecer o desempenho dos alunos na OBMEP, também contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da autonomia e da melhoria geral no aprendizado da matemática.

O sexto trabalho, *Resolução de problemas e comunicação matemática: as concepções de professores de matemática do 6º ao 9º ano, de uma escola pública do interior da Bahia*, investigou como os professores percebem a resolução de problemas e a comunicação matemática. O estudo revelou que muitos professores ainda veem a resolução de problemas como simples aplicação de fórmulas e que a comunicação matemática - discussão, registro e argumentação - não é suficientemente valorizada. Os resultados indicam a importância de planejar atividades que estimulem o raciocínio, a argumentação e a autonomia dos alunos, promovendo uma abordagem mais completa de resolução de problemas.

O sétimo estudo, *Resolução de problemas do 'POTI OBMEP' com o auxílio do GeoGebra: uma proposta para o professor de matemática*, investigou como o software GeoGebra pode ser utilizado como recurso didático para auxiliar os estudantes a resolver problemas do programa POTI OBMEP. Foram utilizados problemas do próprio POTI OBMEP como base para as atividades.

O oitavo trabalho, *Análise e avaliação das questões do nível 1 da primeira fase da OBMEP sob uma perspectiva de resolução de problemas*, analisa de que forma os problemas da OBMEP podem ser trabalhados sob a perspectiva da resolução de problemas e se os objetivos propostos pela olimpíada estão sendo alcançados. As conclusões deixam claro que o ensino por meio da resolução de problemas é eficaz, mas ressaltam a importância de analisar o nível das questões apresentadas na primeira fase, afirmando que elas precisam ser mais acessíveis.

O nono estudo, *OBMEP em números: uma análise quantitativa das premiações das escolas piauienses*, analisa os resultados da OBMEP com foco quantitativo e mostra que o desempenho dos alunos varia conforme a região e a qualidade dos recursos educacionais disponíveis. O estudo destaca que preparação e acesso a boas condições de ensino influenciam diretamente o sucesso nas questões mais difíceis da olimpíada.

O décimo trabalho, *Análise de erros em produções de estudantes do Ensino Médio em provas da OBMEP-2019 em São Luís, Maranhão*, teve como objetivo identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos em questões da OBMEP. A pesquisa mostrou que os principais erros estavam ligados à interpretação inadequada dos enunciados e à aplicação incorreta de conceitos matemáticos. O estudo ressalta a importância de estratégias que desenvolvam a leitura atenta, a compreensão dos problemas e a familiaridade com o formato das questões, visando melhorar o desempenho dos estudantes em olimpíadas de matemática.

2.3.1.3 Síntese das Dissertações e Artigos Periódicos Encontrados.

A síntese comparativa das dissertações e artigos nos mostra que ambos os grupos de estudos compartilham objetivos muito parecidos: melhorar a aprendizagem dos alunos por meio da resolução de problemas e estimular habilidades cognitivas e autonomia. Tanto nas dissertações quanto nos artigos, o método de George Pólya se destaca como ferramenta eficaz, permitindo que os alunos desenvolvam raciocínio lógico, interpretação de problemas, argumentação e compreensão conceitual em diferentes conteúdos matemáticos, como aritmética, geometria, combinatória e probabilidade.

Outro ponto em comum é a ênfase na aplicação prática: as dissertações focam na implementação do método em sala de aula, utilizando questões de olimpíadas e softwares educativos, enquanto os artigos abordam contextos variados, incluindo atividades extraclasse, análise de erros e avaliação de desempenho. Ambos mostram que envolver os alunos de forma ativa e contextualizada aumenta o interesse pela matemática e a participação nos processos de aprendizagem.

Portanto, a principal contribuição dessa comparação é evidenciar que a resolução de problemas, aliada ao método de Polya, constitui uma estratégia pedagógica robusta, capaz de promover aprendizagem com significado, engajamento dos alunos e desenvolvimento de competências essenciais para o domínio da matemática, tanto em contextos formais de ensino quanto em preparações para olimpíadas.

Com base nisso, esta pesquisa propõe uma sequência didática que articula as quatro etapas do método de Polya com a resolução de questões da OBMEP. A abordagem apresentada neste estudo oferece aos professores um caminho possível para ajudar os alunos no desenvolvimento do raciocínio lógico, na recapitulação de conteúdos basilares da Matemática e na autonomia na resolução de problemas. Desta maneira, visa contribuir para a educação básica e para a preparação de estudantes para a participação em eventos olímpicos, aliando teoria e prática de modo eficaz.

3 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

De acordo com Zabala (1998, p. 18), a sequência didática é definida como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. O autor ainda destaca:

> [...] introduzir nas diferentes formas de intervenção aquelas atividades que possibilitem uma melhora de nossa atuação nas aulas, como resultado de um conhecimento mais profundo das variáveis que intervêm e do papel que cada uma delas tem no processo de aprendizagem dos meninos e meninas. (Zabala, 1998, p.54).

Quando estamos empenhados em obter bons resultados em nossas turmas, logo pensamos em diversas estratégias para estimular a concentração dos alunos e para que consigam absorver o máximo de conhecimento exposto em sala de aula. Para isso, uma análise prévia acerca dos níveis de cada aluno e um bom planejamento é a ferramenta principal para saber como trilhar esse caminho.

Diante disso, elaborou-se uma sequência de atividades com foco na resolução de problemas utilizando as quatro fases propostas por George Polya. Foram utilizadas questões de edições anteriores da OBMEP, nível 3. Essa sequência didática será desenvolvida em 5 encontros. A seguir, apresentamos cada etapa dessa sequência, acompanhada de uma sugestão de como deve ser aplicada em sala de aula. Para cada problema sugerido, são oferecidas duas formas de resolução: a solução oficial, disponível no site da OBMEP, e uma proposta alternativa elaborada com base nas quatro etapas do método de resolução de problemas de George Polya.

É importante destacar que o professor deve, além de ensinar o método, alinhar os conteúdos de matemática básica que necessitam ser trabalhados com a turma, de modo a servir de base para a escolha das questões da OBMEP. Como exemplo, foram definidos os seguintes temas para a seleção das questões: problemas de matemática básica, múltiplos, divisores, razão, proporção e porcentagem. No entanto, o professor que aplicar a sequência pode adaptá-la conforme as necessidades de seus alunos. A sugestão de trabalhar esses temas surgiu do fato de que, nas turmas do Ensino Médio, há disciplinas voltadas à recomposição de aprendizagens, com o objetivo de consolidar conhecimentos de anos anteriores nos quais os alunos ainda apresentam dificuldades. Assim, de acordo com o nível de sua turma, o professor pode organizar uma estrutura e uma sequência de temas que melhor se adequem às necessidades dos estudantes.

Quadro 4. Estrutura dos encontros.

Encontros	Tema/ Foco	Atividade Principal
Encontro 1	Diagnóstico e Matemática Básica	Apresentação do método de Polya e resolução coletiva
Encontro 2	Múltiplos e Divisores	Resolução em duplas com a supervisão do professor
Encontro 3	Razão e Proporção	Revisão do método e resolução em duplas
Encontro 4	Porcentagem	Resolução individual com intervenção pontual do professor
Encontro 5	Atividade avaliativa	Resolução individual de problemas integrando todos os temas

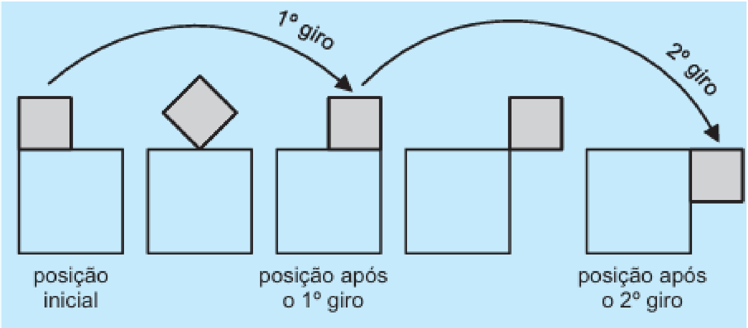
3.1 ENCONTRO 1: DIAGNÓSTICO E RESOLUÇÃO COM AUXÍLIO DO PROFESSOR

Tempo de duração: 2 aulas/ 1h40min.
Tema escolhido: Matemática Básica

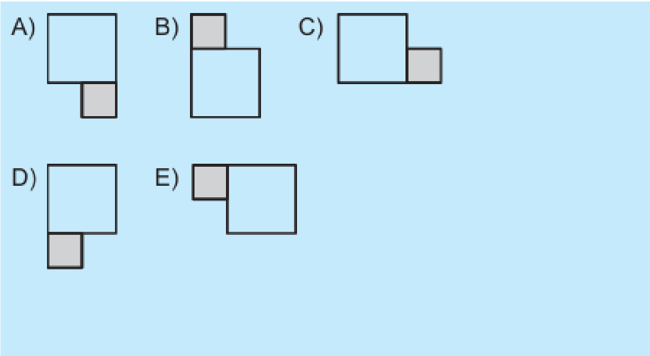
Nesse primeiro encontro, o professor realiza a apresentação do projeto e introduz o método de resolução de problemas proposto por George Polya. Em seguida, propõe um problema motivador a ser resolvido de forma coletiva com a turma, aplicando passo a passo as etapas do método. Após a resolução conjunta, o professor apresenta duas novas questões para que os alunos tentem resolver individualmente, colocando em prática o método de Polya.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

PROBLEMA 1 (OBMEP 2012 - QUESTÃO 01) Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.



Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?



SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa **(A)**

Basta verificar que após oito giros sucessivos o quadrado menor retorna à sua posição inicial. Como $2012 = 8 \times 251 + 4$, após o 2012º giro o quadrado cinza terá dado 251 voltas completas no quadrado maior e mais quatro giros, parando na posição que corresponde à alternativa A.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Um quadrado pequeno gira sobre os lados de um quadrado maior. A cada "giro", ele se apoia sobre um novo lado do quadrado maior. Podemos perceber que a posição do quadrado pequeno muda a cada passo, mas há um padrão cíclico. Devemos descobrir qual será a posição do quadrado pequeno após o 2012º giro.

2. Planejamento da resolução

Observando que o quadrado pequeno faz um movimento cíclico a cada 8 giros, pois o quadrado maior tem lado medindo 2 cm e o quadrado menor tem lado medindo 1 cm. Após cada ciclo de 8 giros, o quadrado pequeno retorna à mesma posição inicial. Assim, basta dividir 2012 por 8 e observar o resto da divisão.

3. Execução do plano

Fazendo a divisão de 2012 por 8 obtemos 251 como quociente e resto 4. Isso significa que o quadrado pequeno irá completar 251 giros completos no quadrado maior e ainda restará mais 4 giros. Após os 4 giros restantes o quadrado pequeno para na posição correspondente à alternativa A.

4. Verificação da solução

Analisando cada passo na execução do plano, podemos perceber que a solução foi construída corretamente, com base no ciclo completo de 8 giros realizados pelo quadrado pequeno ao redor do quadrado maior.

PROBLEMA 2 (OBMEP 2024 – QUESTÃO 04) Um celular tem espaço para gravar 3 horas de vídeo em qualidade normal ou 2 horas em alta qualidade. Se já foram gravadas 2 horas de vídeo em qualidade normal, qual é o tempo que resta para gravar vídeos em alta qualidade?

A) 90 minutos
B) 40 minutos
C) 120 minutos
D) 60 minutos
E) 30 minutos

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa **(B)**

O tempo que resta é uma hora de gravação em qualidade normal e queremos saber quanto de tempo corresponde a essa hora em alta qualidade. Três horas (180 minutos) em qualidade normal correspondem a 2 horas (120 minutos em qualidade alta); dividindo proporcionalmente por 3, concluímos que 180 ÷ 3 = 60 minutos em qualidade normal, correspondem a 120 ÷ 3 = 40 minutos em alta qualidade.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

O problema informa que um celular pode armazenar 3 horas de vídeo em qualidade normal e 2 horas de vídeo em alta qualidade. Sabemos que já foram gravadas 2 horas em qualidade normal e queremos saber quanto tempo ainda pode ser gravado em alta qualidade.

2. Planejamento da resolução

Precisamos determinar quanto espaço foi usado e quanto resta disponível. Para isso devemos definir um fator de conversão entre qualidade normal e alta qualidade. Como 3 horas normais equivalem a 2 horas em alta, o espaço total pode ser pensado como 6 unidades, onde 1 hora normal equivale a 2 unidades e 1 hora alta qualidade equivale a 3 unidades. Em seguida vamos determinar quanto espaço já foi usado com as 2 horas normais, calcular quanto espaço ainda está disponível e converter esse espaço disponível para tempo em alta qualidade.

3. Execução do plano

O espaço total é equivalente a 6 unidades. Como 1 hora normal ocupa 2 unidades, então 2 horas normais ocupam 4 unidades. O espaço restante é 6 - 4 = 2 unidades. Como 1 hora de alta qualidade ocupa 3 unidades, e temos 2 unidades disponíveis, o tempo máximo que pode ser gravado em alta qualidade é:

$$\frac{2\ unidades}{3\ unidades/horas} = \frac{2}{3}\ horas = 40\ minutos$$

4. Verificação da solução

Sabemos que 3 horas normais equivalem a 6 unidades. Como 2 horas normais ocupam 4 unidades, restam 2 unidades. Cada hora de alta qualidade ocupa 3 unidades, então 2 unidades permitem gravar $\frac{2}{3}$ de uma hora, ou seja, 40 minutos. Assim fica verificado que a alternativa correta é o item (B).

PROBLEMA 3 (OBMEP 2015 – QUESTÃO 01) Para assar um frango são necessários 15 minutos para aquecer o forno e mais 12 minutos para assar cada meio quilo de frango. Paula comprou um frango de 2,5 kg. A que horas ela deve ligar o forno para que o frango fique pronto às 20 horas?

A) 18h

B) 18h15min

C) 18h30min

D) 18h45min

E) 19h

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa **(D)**

Como 2,5 = 5 x 0,5, o tempo que o frango deve ficar no forno é 5 x 12 = 60 minutos. Logo, Paula deve colocar o frango no forno às 19 h, mas 15 minutos antes deve acender o forno. Assim, Paula deve acender o forno às 18 horas e 45 minutos.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Queremos saber a que horas Paula deve ligar o forno para que o frango de 2,5 kg fique pronto exatamente às 20h. Sabemos que são necessários 15 minutos para aquecer o forno e 12 minutos para cada 0,5 kg de frango.

2. Planejamento da resolução

Primeiro vamos calcular quanto tempo levará o cozimento completo do frango (em minutos), depois somamos esse tempo ao de pré-aquecimento e em seguida subtraímos o total de tempo encontrado da hora final (20h), para saber a hora de início.

3. Execução do plano

Primeiro devemos dividir os 2,5 kg de frango por 0,5 para descobrir quantos meio quilos há. Assim, $2,5 \div 0,5 = 5$ meios quilos de frango. Como cada meio quilo demora 12 minutos para assar, basta calcular $5 \times 12 = 60$ minutos. Adicionando os 15 minutos de aquecimento obtemos, $60 + 15 = 75$ minutos, ou seja, 1h15 min. Como o frango deve estar pronto às 20h, subtraímos 1h15min de 20h. Desse modo temos 20h00 – 1h15 = 18h45 min. Portanto, o forno deve ser ligado às 18h45 min.

4. Verificação da solução

Se o forno for ligado às 18h45min, levará 15 minutos para aquecer; portanto, o frango poderá ser colocado no forno às 19h00. Como ele precisa de 1 hora para assar, estará pronto às 19h00 + 1h00 = 20h00. Assim, verifica-se que a solução está correta.

3.2 ENCONTRO 2: RESOLUÇÃO COM A SUPERVISÃO DO PROFESSOR

Tempo de duração: 2 aulas/ 1h40min.
Tema escolhido: Múltiplos e Divisores.

Nessa etapa, o professor organiza os alunos em duplas e entrega a cada dupla três questões relacionadas aos conteúdos de múltiplos e divisores. As atividades devem ser resolvidas de forma colaborativa, com o apoio do professor, utilizando o método de Polya como estratégia orientadora. Após a conclusão das resoluções, realiza-se uma discussão coletiva sobre as soluções encontradas, destacando as semelhanças entre as estratégias utilizadas e as particularidades de cada resposta. Caso necessário, o professor apresenta um modelo de resolução, reforçando as etapas do método e esclarecendo eventuais dúvidas.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

PROBLEMA 1 (OBMEP 2008 – QUESTÃO 07) Em certo ano bissexto (isto é, um ano que tem 366 dias) o número de sábados foi maior que o número de domingos. Em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro desse ano?

A) segunda-feira

B) terça-feira

C) quarta-feira

D) quinta-feira

E) sexta-feira

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**C**)

Como a cada sábado segue um domingo, para que o número de sábados num ano seja maior que o número de domingos é necessário que o último dia desse ano seja sábado. Como $366 = 52 \times 7 + 2$, um ano bissexto consiste de 52 semanas e 2 dias. Logo, se 31 de dezembro foi um sábado, 2 de janeiro também foi um sábado. Contando de 7 em 7, vemos que 16 de janeiro foi um sábado, donde 20 de janeiro foi uma quarta-feira.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

O problema considera um ano bissexto, isto é, um ano com 366 dias. Sabe-se que, nesse ano, o número de sábados foi maior que o número de domingos. O objetivo é determinar em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro desse ano.

2. Planejamento da resolução

Para resolver o problema, será necessário analisar a distribuição dos dias da semana em um ano bissexto, levando em consideração que alguns dias podem ocorrer mais vezes do que outros. A partir da condição de que houve mais sábados do que domingos, será possível identificar o dia da semana correspondente ao dia 1º de janeiro. Em seguida, utilizando esse dia inicial como referência, será feita a contagem dos dias até alcançar o dia 20 de janeiro, determinando assim o dia da semana solicitado.

3. Execução do plano

Um ano bissexto possui 366 dias. Dividindo esse total por 7, obtém-se 52 semanas completas, com a sobra de 2 dias. Portanto, dois dias da semana ocorrem 53 vezes, enquanto os demais ocorrem 52 vezes.

Os dois dias que aparecem 53 vezes são o dia da semana em que começa o ano e o dia seguinte. Como o número de sábados foi maior que o número de domingos, o sábado deve ser um dos dias que aparecem 53 vezes, enquanto o domingo não pode estar entre eles. Assim, o ano deve ter começado em uma sexta-feira, fazendo com que sexta-feira e sábado apareçam 53 vezes, e o domingo apareça apenas 52 vezes.

Sabendo que o dia 1º de janeiro caiu em uma sexta-feira, procede-se à contagem dos dias até o dia 20 de janeiro. Após duas semanas completas, chega-se ao dia 15 de janeiro, também uma sexta-feira. Contando mais cinco dias - sábado, domingo, segunda-feira, terça-feira e quarta-feira - conclui-se que o dia 20 de janeiro caiu em uma quarta-feira.

4. Verificação da solução

Analisando cada passo da etapa anterior, podemos perceber que o problema foi resolvido corretamente. Para que um ano bissexto tenha mais sábados do que domingos, é necessário que ele comece em uma sexta-feira. Ao realizar a contagem dos 20 dias a partir do dia 1 de janeiro, chegamos à conclusão de que o dia 20 cai em uma quarta-feira, confirmando a coerência da solução apresentada.

PROBLEMA 2 (OBMEP 2011 – QUESTÃO 05) Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces não visíveis no cubo da esquerda?

A) 15
B) 16
C) 18
D) 19
E) 20

SOLUÇÃO OFICIAL 1:

Alternativa (**E**)

O número 0 deve aparecer nos dois dados, para que seja possível formar as datas de 01 a 09, 10, 20 e 30. Os números 1 e 2 também devem aparecer nos dois dados, para formar as datas 11 e 22. Desse modo no dado da direita aparecem os números 0, 1, 2, 3, 5, 6 (que também é 9) e no dado da esquerda aparecem os números 0, 1, 2, 4, 7 e 8. A soma das faces não visíveis do dado da esquerda é então 1 + 4 + 7 + 8 = 20.

SOLUÇÃO OFICIAL 2:

Como acima, os números 0, 1 e 2 devem aparecer nos dois dados; os números 4, 7 e 8 também devem aparecer. Assim, a soma dos números nos dois dados deve ser

$$2\times(0 + 1 + 2) + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 39.$$

Os números que aparecem no dado da direita são 0, 1, 2 (ocultos) e 3, 5, 6 (visíveis); os números 0 e 2 estão visíveis no cubo da esquerda. Logo a soma dos números não visíveis no cubo da esquerda é 39 – (0 + 2 + 0 + 1 + 2 + 3 + 5 + 6) = 39 – 19 = 20.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Pedro utiliza dois cubos para montar datas de dois dígitos, de 01 a 31. Sabemos que os cubos podem ser trocados de posição, a face com 6 também serve como 9. Devemos descobrir os a soma das quatro faces não visíveis do cubo da esquerda.

2. Planejamento da resolução

Para montar todas as datas de 01 a 31, é preciso garantir que os dois cubos juntos representem todos os dígitos necessários. Sabemos que número 0 deve aparecer em ambos os cubos para formar datas como 01, 10, 20, 30. Os números 1 e 2 também devem estar em ambos os cubos para formar datas como 11 e 22. O número 6 precisa estar presente em pelo menos um dos cubos, pois será utilizado também como 9. Com isso em mente, vamos definir uma distribuição de dígitos entre os dois cubos que permita formar todos os dias do mês.

3. Execução do plano

Após essa análise, como os números 0, 1 e 2 devem aparecer nos dois dados, os números não visíveis no dado da direita são os números 0, 1 e 2. Além disso, os números 4, 7 e 8 também precisam aparecer. Logo, os números não visíveis no dado da esquerda são 1, 4, 7 e 8. Portanto a soma procurada é 1+ 4 + 7 + 8 = 20.

4. Verificação da solução

Com a distribuição adotada é possível formar todas as datas de 01 a 31 corretamente. O fato dos números 0, 1 e 2 estarem em ambos os dados e o número 6 (também como 9) no segundo dado nos garante isso. Assim, os números não visíveis no cubo da esquerda de fato são 1, 4, 7 e 8, cuja soma é 20.

PROBLEMA 3 (OBMEP 2015 - QUESTÃO 03) Os números inteiros positivos foram escritos em sequência, como indicado na figura. Observe que na primeira linha foi escrito o número 1 e que nas seguintes há dois números a mais do que na linha anterior. Em qual linha foi escrito o número 2015?

linha 1 → 1
linha 2 → 2 3 4
linha 3 → 5 6 7 8 9
linha 4 → 10 11 12 13 14 15 16
linha 5 → 17 18 19 20 21 22 23 24 25
⋮

A) 43

B) 44

C) 45

D) 46

E) 47

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**C**)

Observe que o último número da linha 1 é 1, da linha 2 é $4 = 2^2$, da linha 3 é $9 = 3^2$ e assim por diante. Os números que finalizam uma linha são sempre quadrados perfeitos. Assim, como os quadrados mais próximos de 2015 são $44^2 = 1936$ e $45^2 = 2025$, o número 2015 foi escrito na linha 45.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Os números de cada linha são escritos em sequência e o último número de cada linha sempre é um quadrado perfeito. Devemos determinar em qual linha foi escrito o número 2015.

2. Planejamento da resolução

Veja que o último número da linha 1 é 1, o último número da linha 2 é $4 = 4^2$, da linha 3 é $9 = 3^2$ e assim por diante. Para encontrarmos a linha em que o número 2015 foi escrito, basta encontrarmos entres quais números quadrados perfeitos está 2015.

3. Execução do plano

Como $44^2 = 1936$ e $45^2 = 2025$, o número 2015 está entre as linhas 44 e 45. Sabemos o último número da linha 44 é 1936, portanto o número 2015 está na linha 45.

4. Verificação da solução

Vimos que a linha 44 termina em 1936 e a linha 45 termina em 2025. Como o número 2015 está entre 1936 e 2025, concluímos, de fato, que o número 2015 está na linha 45.

3.3 ENCONTRO 3: REVISITANDO O MÉTODO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM E SEM AUXÍLIO DO PROFESSOR.

Tempo de duração: 2 aulas/ 1h40min.
Tema escolhido: Problemas com razões e proporções.

O encontro tem início com uma breve recapitulação dos principais conceitos relacionados à razão e proporção. Em seguida, o professor retoma a dinâmica do encontro anterior e entrega a cada dupla uma lista com quatro problemas. O primeiro, ele resolve de forma coletiva com a turma, posteriormente as duplas devem tentar solucionar os demais problemas utilizando o método proposto nos encontros anteriores. Concluídas as resoluções, promove-se uma discussão coletiva acerca das estratégias utilizadas e dos resultados obtidos.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

PROBLEMA 1 (OBMEP 2024 – QUESTÃO 04) Um celular tem espaço para gravar 3 horas de vídeo em qualidade normal ou 2 horas em alta qualidade. Se já foram gravadas 2 horas de vídeo em qualidade normal, qual é o tempo que resta para gravar vídeos em alta qualidade?

A) 90 minutos
B) 40 minutos
C) 120 minutos
D) 60 minutos
E) 30 minutos

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**B**)

O tempo que resta é uma hora de gravação em qualidade normal e queremos saber quanto de tempo corresponde a essa hora em alta qualidade. Três horas (180 minutos) em qualidade normal correspondem a 2 horas (120 minutos em qualidade alta); dividindo proporcionalmente por 3, concluímos que 180 ÷ 3 = 60 minutos em qualidade normal, correspondem a 120 ÷ 3 = 40 minutos em alta qualidade.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

O problema informa que um celular pode armazenar 3 horas de vídeo em qualidade normal e 2 horas de vídeo em alta qualidade. Sabemos que já foram gravadas 2 horas em qualidade normal e queremos saber quanto tempo ainda pode ser gravado em alta qualidade.

2. Planejamento da resolução

Precisamos determinar quanto espaço foi usado e quanto resta disponível. Para isso devemos definir um fator de conversão entre qualidade normal e alta qualidade. Como 3 horas normais equivalem a 2 horas em alta, o espaço total pode ser pensado como 6 unidades, onde 1 hora normal equivale a 2 unidades e 1 hora alta qualidade equivale a 3 unidades. Em seguida vamos determinar quanto espaço já foi usado com as 2 horas normais, calcular quanto espaço ainda está disponível e converter esse espaço disponível para tempo em alta qualidade.

3. Execução do plano

O espaço total é equivalente a 6 unidades. Como 1 hora normal ocupa 2 unidades, então 2 horas normais ocupam 4 unidades. O espaço restante é 6 - 4 = 2 unidades. Como 1 hora de alta qualidade ocupa 3 unidades, e temos 2 unidades disponíveis, o tempo máximo que pode ser gravado em alta qualidade é:

$$\frac{2\ unidades}{3\ unidades/horas} = \frac{2}{3}\ horas = 40\ minutos$$

4. Verificação da solução

Sabemos que 3 horas normais equivalem a 6 unidades. Como 2 horas normais ocupam 4 unidades, restam 2 unidades. Cada hora de alta qualidade ocupa 3 unidades, então 2 unidades permitem gravar $\frac{2}{3}$ de uma hora, ou seja, 40 minutos. Assim fica verificado que a solução está correta.

PROBLEMA 2 (OBMEP 2014 – QUESTÃO 04) Guilherme precisa chegar em 5 minutos ao aeroporto, que fica a 5 km de sua casa. Se nos 2 primeiros minutos seu carro andar a uma velocidade média de 90 km/h, qual é a menor velocidade média que ele terá que desenvolver nos próximos 3 minutos para não chegar atrasado ao aeroporto?

A) 35 km/h

B) 40 km/h

C) 45 km/h

D) 50 km/h

E) 60 km/h

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**B**)

Nos dois primeiros minutos, o carro andou a

$$90\ \frac{km}{h} = \frac{90\ km}{60\ min} = 1{,}5\,\frac{km}{min},$$

ou seja, Guilherme andou, nos primeiros 2 minutos, $2\ \cdot 1{,}5 = 3\ km$. Falta percorrer $5 - 3 = 2\ km$ no tempo de 3 minutos. A velocidade suficiente para isto é

$$\frac{2\ km}{3\ min} = \frac{2\ km}{3min\,\frac{1}{60}\,h/min} = \frac{2}{\frac{1}{20}} = 40\ km/h.$$

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Guilherme precisa percorrer 5 km em 5 minutos para chegar ao aeroporto a tempo. Nos 2 primeiros minutos, ele viajou a uma velocidade média de 90 km/h. devemos descobrir a menor velocidade média necessária para percorrer o espaço restante nos próximos 3 minutos.

2. Planejamento da resolução

O primeiro passo é calcular a distância percorrida nos primeiros 2 minutos com a velocidade de 90 km/h. Em seguida determinar a distância restante que precisa ser percorrida nos próximos 3 minutos. Após isso, determinar a velocidade necessária para percorrer essa distância no tempo disponível.

3. Execução do plano

Convertendo o tempo de 2 minutos para horas obtemos

$$2 \text{ min} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}\ h.$$

Como $Vm = \frac{Distância}{tempo} \Rightarrow Distância = Vm \cdot tempo$. Então a distância percorrida nos 2 primeiros minutos é igual a $90 \cdot \frac{1}{30} = 3\ km$. Ou seja, Guilherme já percorreu 3 km, então faltam $5 - 3 = 2\ km$ para ser percorrido nos 3 minutos restantes.

Convertendo os 3 minutos para hora obremos

$$3 \text{ min} = \frac{3}{60}h = \frac{1}{20}h.$$

Portanto, a velocidade média mínima será $Vm = \frac{2}{\frac{1}{20}} = 2 \cdot 20 = 40\ km/h$.

4. Verificação da solução

Fazendo um retrospecto por toda a execução do plano é possível analisar que a solução do problema está correta.

PROBLEMA 3 (OBMEP 2005 – QUESTÃO 11) Para fazer 24 pães, um padeiro usa exatamente 1 quilo de farinha de trigo, 6 ovos e 200 gramas de manteiga. Qual é o maior número de pães que ele conseguirá fazer com 12 quilos de farinha, 54 ovos e 3,6 quilos de manteiga?

A) 200
B) 216
C) 228
D) 300
E) 432

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**B**)

Temos 12 kg de farinha = $12 \cdot 1\,kg$ de farinha, 54 ovos = $9 \cdot 6$ ovos e 3,6 kg de manteiga = 3600 g de manteiga = $18 \cdot 200$ gramas de manteiga. Portanto, a quantidade de farinha foi multiplicada por 12, a de manteiga por 18 e a de ovos apenas por 9. Logo, o padeiro poderá fazer no máximo $24 \cdot 9 = 216$ pães.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

O padeiro usa 1 quilo de farinha de trigo, 6 ovos e 200 gramas de manteiga para fazer 24 pães. Queremos determinar o maior número de pães que ele pode fazer com 12 quilos de farinha, 54 ovos e 3,6 quilos de manteiga.

2. Planejamento da resolução

Precisamos determinar a quantidade de vezes em que a receita pode ser multiplicada considerando cada ingrediente separadamente.

3. Execução do plano

Como 1 kg de farinha faz 24 pães, então temos que 12 kg produzem $12 \cdot 24 = 288$ pães. Com 6 ovos é possível fazer 24 pães, então para seguir a mesma proporção basta fazermos

$$\frac{54}{6} \cdot 24 = 9 \cdot 24 = 216.$$

Então é possível fazer 216 pães com 54 ovos. Da mesma maneira fazemos com a quantidade de manteiga. Sabemos que 3,6 kg de manteiga equivalem a 3600g, então:

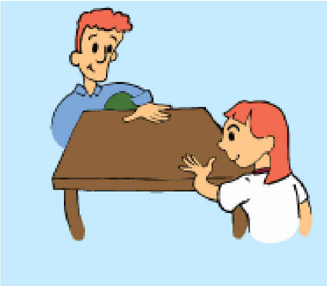
$$\frac{3600}{200} \cdot 24 = 18 \cdot 24 = 432.$$

Assim é possível fazer 432 pães com 3,6 kg de manteiga. Como a quantidade de ovos permite fazer apenas 216 pães, este será o número máximo de pães.

4. Verificação da solução

Fazendo uma revisão da solução é possível perceber que os cálculos foram feitos corretamente e os ovos permitem fazer a menor quantidade de pães, portanto a quantidade máxima de pães que podem ser produzidas é 216 pães.

PROBLEMA 4 (OBMEP 2013 – QUESTÃO 01) O pai de Carolina mediu o comprimento da mesa da sala com sua mão e contou 8 palmos. Ela também mediu a mesa do mesmo modo e contou 11 palmos. Qual é o tamanho do palmo de Carolina, se o palmo de seu pai mede 22 centímetros?



A) 12 cm
B) 13 cm
C) 14 cm
D) 16 cm
E) 19 cm

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**D**)

O comprimento da mesa é $8 \times 22 = 176$ centímetros; logo, o palmo de Carolina mede $176 \div 11 = 16$ centímetros.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

O problema pede para determinar do palmo de Carolina. Como informações para a solução do problema é dito que Carolina e seu pai mediram uma mesa e ela contou 11 palmos e seu pai 8 palmo. Por último, o tamanho do palmo do pai dela mede 22 cm.

2. Planejamento da resolução

Primeiro, vamos determinar o comprimento da mesa utilizando as informações fornecidas sobre a quantidade de palmos usados pelo pai de Carolina e o tamanho do seu palmo. Em seguida, basta calcular a razão entre o comprimento da mesa e a quantidade de palmos que Carolina contou para fazer a medição.

3. Execução do plano

Como o pai de Carolina mediu a mesa e contou 8 palmos e cada palmo seu mede 22 centímetros, o tamanho da mesa é igual a $8 \times 22 = 176$ centímetros. Agora, como Carolina mediu a mesa com 11 palmos, basta fazer a razão entre 176 cm e 11 palmos, que é igual a $176 \div 11 = 16$ centímetros.

4. Verificação da solução

Para verificarmos que a solução está correta, basta dividir o comprimento da mesa pelos valores de 16 cm e 22 cm, correspondentes aos tamanhos dos palmos de Carolina e de seu pai, respectivamente. O resultado dessas divisões é exatamente 11 palmos e 8 palmos, confirmando as informações fornecidas no enunciado.

3.4 ENCONTRO 4: RESOLUÇÃO INDIVIDUAL DOS PROBLEMAS COM OU SEM AUXILIO DO PROFESSOR.

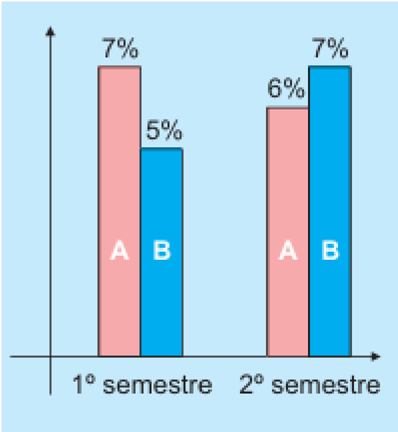
Tempo de duração: 2 aulas/ 1h40min.

Tema escolhido: Problemas envolvendo porcentagem.

No quarto encontro, serão entregues a cada aluno quatro problemas envolvendo os conceitos de porcentagem. O professor seguirá a mesma dinâmica do encontro anterior, iniciando com uma breve retomada dos conceitos mais gerais e utilizando a resolução coletiva do primeiro problema para colocar em prática os conteúdos revisados. Em seguida, cada aluno dará início à resolução dos demais problemas de forma individual, sendo que, quando necessário, o professor poderá realizar intervenções pontuais para orientá-los em caso de dúvidas. Ao final, o professor conduzirá questionamentos sobre as estratégias utilizadas e as soluções encontradas.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

PROBLEMA 1 (OBMEP 2016 – QUESTÃO 04) O gráfico representa o percentual de aumento do preço de dois produtos, A e B, em uma mercearia no primeiro e no segundo semestres do ano passado. As afirmativas abaixo referem-se ao período completo do ano passado. Qual delas é a correta?



A) O aumento percentual do preço de B foi maior do que o de A.

B) O aumento percentual dos preços dos dois produtos foi o mesmo.

C) O aumento percentual do preço de A foi de exatamente 13%.

D) O preço de A diminuiu e o de B aumentou.

E) O aumento percentual do preço de B foi maior do que 12%

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**E**)

Devemos fazer uma análise das alternativas uma a uma. Inicialmente faremos isto com uma abordagem qualitativa.

A) O aumento percentual do preço de B foi maior do que o de A. Esta alternativa é incorreta pois há dois patamares de A e B de mesmo tamanho (7%) e um patamar de B menor do que o de A. Logo, A teve o maior aumento percentual de preço.

B) O aumento percentual dos preços dos dois produtos foi o mesmo. Essa alternativa também é falsa. Como dois dos patamares são iguais e o segundo patamar de A é maior do que o primeiro patamar de B, então o aumento percentual de A foi maior do que o de B.

C) O aumento percentual do preço de A foi de exatamente 13%. Também é falsa. A segunda taxa de aumento do produto A (6%) incide sobre o preço já acrescido do primeiro aumento (7%). Assim os aumentos percentuais não se somam e, com certeza, o aumento percentual anual do produto A foi maior do que 13%.

D) O preço de A diminuiu e o de B aumentou. Esta afirmação é claramente falsa. Os preços não diminuíram. O que houve foi a diminuição do percentual de aumento do preço do produto A. Os preços de A e de B com certeza aumentaram.

E) O aumento percentual do preço de B foi maior do que 12%. Essa é a afirmação verdadeira, já que o segundo percentual de aumento de B incide sobre o preço já acrescido do primeiro aumento

Todas as conclusões acima também podem ser obtidas quantitativamente.

A) O produto A aumentou 7%, depois, 6%, o que dá um percentual total de 13,42%. De fato, se P_A é o preço inicial de A, o preço final depois dos dois semestres é

$P_A + (7/100)\ P_A + (6/100)\ (P_A + (7/100)\ P_A) = P_A + (13{,}42/100)\ P_A.$

Do mesmo modo, se P_B é o preço inicial do produto B, o preço de B depois dos aumentos nos dois semestres será $P_B + (12{,}35/100)\ P_B$.

B) Como vimos acima, o aumento de preços não foi igual para os dois produtos. Portanto, esta alternativa é falsa.

C) Vimos também que o aumento de preço para o produto A foi de 13,42%. Portanto, esta alternativa também é falsa.

D) Pelo exposto acima, os preços de A e de B aumentaram. Houve um decaimento na porcentagem do aumento do produto A de um semestre para o outro.

E) O aumento do preço de B foi de 12,35%, portanto, maior do que 12%. Alternativa correta.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Nesse problema temos um gráfico que representa uma variação percentual sucessiva de dois produtos, A e B, nos dois semestres de um determinado ano. A partir dessas informações deve-se analisar qual a alternativa será a verdadeira.

2. Planejamento da resolução

Para a resolução do problema será necessário calcular qual foi a variação percentual de cada produto ao final do segundo semestre. Para isso, basta calcular o fator de aumento em cada produto e depois multiplicar para determinar o percentual que variou. Depois de determinado esse percentual, basta analisar cada item para verificar qual o verdadeiro.

3. Execução do plano

Primeiro vamos calcular o percentual de variação do produto A. Como ele aumentou 7% no primeiro semestre e 6% no segundo semestre, os fatores de aumento serão $1+0,07 = 1,07$ e $1+0,06 = 1,06$, respectivamente. Fazendo o produto entre esses valores obtemos $1,07 \times 1,06 = 1,1342 = 1+0,1342$. Isso quer dizer que o produto A teve um aumento de 13,42%. De modo análogo, se o produto B aumentou 5% no primeiro semestre e 7% no segundo semestre, então sua variação percentual foi de $1,05 \times 1,07$, $= 1,1235 = 1 + 0,1235$, ou seja, houve um aumento de 12,35% no produto B.

Analisando cada item temos que o item A) é falso, pois o percentual de aumento do produto A foi maior do que o produto B. O item B) também é falso, porque o produto A teve um aumento de 13,42% e o produto B um aumento de 12,35%, ou seja, aumentos percentuais diferentes. No item C) fala que o aumento percentual do produto A foi exatamente 13% e isso é falso, pois já vimos que o aumento foi 13,42%. O item D) também é falso, pois os dois produtos tiveram aumento ao final do período completo. O item E) é verdadeiro, já que o percentual de aumento do produto B foi 12,35%, portanto, maior do que 12%.

4. Verificação da solução

É fácil perceber que o gabarito correto é o item E, pois, após os dois aumentos sucessivos de 5% e 7%, temos um aumento, ao final do ano, de 12,35%, que realmente é maior que 12%, confirmando nossa resposta.

PROBLEMA 2 (OBMEP 2005– QUESTÃO 07) Os médicos recomendam, para um adulto, 800 mg de cálcio por dia. Sabe-se que 200 ml de leite contêm 296 mg de cálcio. Quando um adulto bebe 200 ml de leite, qual é o percentual da dose diária recomendada de cálcio que ele está ingerindo?

A) 17 %

B) 27 %

C) 37 %

D) 47 %

E) 57 %

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**C**)

Como a quantidade de cálcio consumida é diretamente proporcional à quantidade de leite ingerida, podemos montar a seguinte regra de três:

800 mg ———100%

296 mg——— x %

e segue que $\frac{800}{296} = \frac{100}{x}$, onde $x = \frac{296 \times 100}{800} = 37$.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

O problema pede para determinar o percentual da dose diária recomendada de cálcio que está sendo ingerido, sabendo que, por dia, a pessoa consome 200 ml de leite e que essa quantidade contém 296 mg de cálcio.

2. Planejamento da resolução

Sabemos que 296 mg de cálcio representa uma parte dos 800 mg de cálcio diário recomendado. Para determinar o percentual procurado, podemos calcular a razão entre os 296 e 800 e em seguida multiplicar por 100 para converter o resultado em porcentagem.

3. Execução do plano

Fazendo a razão entre 296 e 800 temos $\frac{296}{800} = 0{,}37$. Agora multiplicando por 100, obtemos: $0{,}37 \times 100 = 37$ %.

4. Verificação da solução

Analisando os cálculos realizados na etapa anterior, é possível verificar que a resolução está correta e coerente com os dados fornecidos no enunciado.

PROBLEMA 3 (OBMEP 2022 – QUESTÃO 09) Um fabricante diminuiu a quantidade de chocolate em uma caixa de 250 g para 200 g, mantendo o preço da caixa. Qual foi o aumento percentual do preço do grama de chocolate?

A) 5 %

B) 10 %

C) 15 %

D) 20 %

E) 25 %

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**E**)

Vamos chamar de P o preço da caixa. Esse preço não se alterou com a diminuição da quantidade de chocolate. O preço do grama de chocolate antes da diminuição era $\frac{P}{250}$ e passou a ser $\frac{P}{200}$. Assim, $\frac{\frac{P}{200}}{\frac{P}{250}} = \frac{250}{200} = 1{,}25 = 1 + 25$, ou seja, houve 25%.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Foi dito no enunciado que houve uma variação nos gramas da caixa de chocolate, de 250 g para 200g, e o preço da caixa se manteve inalterado. A partir daí, devemos determinar qual foi o aumento no percentual no grama do chocolate.

2. Planejamento da resolução

Como o preço da caixa de chocolate não foi alterado, vamos chamá-lo de P. Em seguida, devemos calcular a razão entre o preço da caixa de chocolate e a quantidade de gramas nas duas situações, ou seja, 250 g e 200 g, para determinar o preço do grama do chocolate. Finalmente, para determinar o aumento percentual, basta calcular a razão entre o valor final e o valor inicial do preço do grama de chocolate.

3. Execução do plano

Se o preço da caixa de chocolate é P, então o preço do grama de chocolate nas duas situações apresentadas será: $\frac{P}{250}$ e $\frac{P}{200}$.

Agora, vamos calcularmos a razão entre esses valores para obtermos o aumento percentual. Portanto, $\frac{\frac{P}{200}}{\frac{P}{250}} = \frac{250}{200} = 1{,}25 = 1 + 25$, que representa um aumento de 25 %.

4. Verificação da solução

Analisando cada passo na etapa anterior, encontramos o valor por grama do chocolate em ambos os casos apresentados e, em seguida, determinamos o aumento percentual, utilizando a razão entre o valor final e o valor inicial encontrado. Com isso, obtemos um resultado coerente, confirmando que a solução está correta.

PROBLEMA 4 (OBMEP 2022 - QUESTÃO 02) Os números x e y são 80% de x é igual a 20% de y. Qual das igualdades abaixo é verdadeira?

A) $x = 4y$
B) $2x = 3y$
C) $x = 8y$
D) $3x = 2y$
E) $4x = y$

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**E**)

Como $80\%x = 0,8x = 20\%y = 0,2y$, temos que $x = y/4$ ou $y = 4x$.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

O problema nos diz que há uma relação entre os dois números x e y. tal relação é que 80% de x é igual 20% de y. Nosso objetivo é descobrir qual das equações descritas nos itens representa essa condição entre os valores x e y.

2. Planejamento da resolução

O primeiro passo para a solução é transformar a frase “80% de x é igual a 20% de y” em uma equação matemática. Após isso, basta fazer as simplificações necessárias para encontrar a alternativa correspondente.

3. Execução do plano

Sabemos que 80% corresponde a 0,8 e 20% corresponde a 0,2. Então, a afirmação "80% de x é igual a 20% de y" pode ser escrita da seguinte forma: $0{,}8x = 0{,}2y$. Multiplicando ambos os membros dessa equação por 10 obtemos $8x = 2y$. Daí segue que $y = 4x$.

4. Verificação da solução

Fazendo uma análise sobre a solução, percebemos que a equação obtida está de acordo com as informações fornecidas no enunciado. A relação entre os números foi corretamente traduzida para a linguagem algébrica, e os passos de resolução confirmam a coerência do raciocínio. Assim, a igualdade encontrada está de acordo com o que foi pedido, o que nos permite concluir que o gabarito correto é a alternativa E.

ENCONTRO 5: ATIVIDADE AVALIATIVA

Tempo de duração: 2 aulas/ 1h40min.
Temas escolhidos: Todos os temas dos encontros anteriores.

No quinto e último encontro, será apresentada uma lista com sete problemas que envolvem os conteúdos trabalhados nas etapas anteriores. Cada problema da lista acompanha a solução oficial, disponível no site da OBMEP, e também uma sugestão de resolução estruturada a partir das quatro etapas do método de Polya. Essa atividade é proposta como um instrumento avaliativo, permitindo ao professor analisar o desempenho dos alunos ao longo da sequência didática, observando não apenas os resultados finais, mas também as estratégias utilizadas na resolução dos problemas.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

PROBLEMA 1 (OBMEP 2005 – QUESTÃO 06) Quantos números inteiros, múltiplos de 3, existem entre 1 e 2005?

A) 664

B) 665

C) 667

D) 668

E) 669

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**D**)

Os múltiplos de 3 maiores do que 1 e menores do que 2005 são os números $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, \ldots, 3 \times n$ onde $3 \times n$ é o maior múltiplo de 3 menor do que 2005. Usando o algoritmo da divisão, podemos escrever $2005 = 3 \times 668 + 1$ e segue que $n = 668$

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Devemos descobrir quantos são os múltiplos de 3 que estão compreendidos entres os números 1 e 2005.

2. Planejamento da resolução

Para resolver o problema vamos usar o algoritmo da divisão. Como os múltiplos de 3 entre 1 e 2005 são escritos como $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, \ldots, 3 \times n$, onde $3 \times n$ é o maior múltiplo de 3 que é menor do que 2005. Logo, n será o número de múltiplos procurado.

3. Execução do plano

Usando o algoritmo da divisão com o numero 2005 na divisão por 3 temos $2005 = 3 \times 668 + 1$. Assim, temos que n = 668, ou seja, há 668 múltiplos de 3 entre 1 e 2005.

4. Verificação da solução

Para verificarmos a solução, basta percebermos que 2004 é o maior múltiplo de 3 que é menor do que 2005 e pelo fato dos múltiplos de 3 menores que 2005 serem da forma $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, \ldots, 3 \times n$. Como 2004 = 3×668. Isso mostra que existem exatamente 668 múltiplos de 3 menores que 2005, confirmando que nossa solução está correta

PROBLEMA 2 (OBMEP 2005 – QUESTÃO 09) Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1 000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

A) 32

B) 36

C) 45

D) 46

E) 48

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**A**)

Os números nos bilhetes comprados por Marcelo são da forma 777X, 77X7, 7X77 ou X777, onde X representa algum dos oito algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 e 9. Em cada um desses casos, há 8 possibilidades para os números dos bilhetes. Por exemplo, no primeiro caso, temos os seguintes oito números: 7771, 7772, 7773, 7774, 7775, 7776, 7778 e 7779. Portanto, o número de bilhetes comprados por Marcelo é 8 x 4 = 32.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Nosso objetivo é encontrar os números de quatro algarismos que possuem exatamente três algarismos 7 e o algarismo 0 não aparece, onde o algarismo diferente de 7 será algum dos algarismos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 ou 9.

2. Planejamento da resolução

O primeiro passo é perceber que esses números são da forma 777X, 77X7, 7X77 e X777. Em seguida, devemos contar a quantidade de números possíveis de formar em cada uma dessas formas.

3. Execução do plano

Se o número for da forma 777X, podemos formar os números 7771, 7772, 7773, 7774, 7775, 7776, 7778 e 7779, já que o algarismo diferente não pode ser 0 nem 7, ou seja, temos 8 números distintos. Como há quatro formas diferentes e em cada forma teremos também 8 possibilidades de formar esses números, então Marcelo comprou 8 x 4 = 32 bilhetes.

4. Verificação da solução

Analisando cada passo na etapa anterior, é possível verificar que cada critério do enunciado do problema foi atendido corretamente. Os números dos bilhetes possem apenas 4 algarismos, onde 3 deles são algarismos 7 e o algarismo diferente foi escolhido entre 1 e 9, excluindo-se o algarismo 7. Além disso, foram consideradas todas as quatro posições em que o algarismo diferente de 7 pode aparecer, nos garantindo que foram levadas em consideração todas as combinações possíveis. Assim, a solução está correta.

PROBLEMA 3 (OBMEP 2006 - QUESTÃO 10) Um trabalho de matemática tem 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria. Júlia acertou 70% das questões de Aritmética e 80% do total de questões. Qual o percentual das questões de Geometria que ela acertou?

A) 43%

B) 54%

C) 58%

D) 75%

E) 86%

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**E**)

O número de questões de Aritmética que Júlia acertou foi 70% de 30 = $\frac{70}{100} \times 30 = 21$. Por outro lado, o total de questões que ela acertou foi 80% de (30 + 50) = $\frac{80}{100} \times 80 = 64$. Assim, Júlia acertou 64 – 21 = 43 das 50 questões de Geometria. Logo o percentual de acertos em Geometria foi de $\frac{43}{50} = \frac{86}{100} = 86\%$

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Teremos que determinar o percentual de acerto que Júlia conseguiu nas questões de Geometria, sabendo que o trabalho possui 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria. Outra informação importante é que Júlia acertou 70% das questões de Aritmética e 80% do total de questões.

2. Planejamento da resolução

Inicialmente, vamos descobrir quantas questões Júlia acertou em Aritmética, sabendo que o percentual de acerto nessa área foi de 70%. Depois disso, como ela teve 80% de acertos no total, vamos descobrir quantas questões ela acertou ao para em seguida calcularmos a quantidade de acertos em Geometria fazendo a subtração dos acertos em Aritmética do total. Em seguida, basta calcularmos a razão entre o total de acertos em Geometria e o total de questões de Geometria para encontrarmos o percentual pedido no problema.

3. Execução do plano

Como ele acertou 70% das 30 questões de Aritmética, temos:

70% de 30 = $\frac{70}{100} \times 30 = 21$.

Se o trabalho tem 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria, então tem 80 questões. Como Julia 80% dessas questões, temos: 80% de 80 = $\frac{80}{100} \times 80 = 64$ acertos no total.

Então, Júlia acertou 64 – 21 = 43 questões de Geometria. Portanto, o percentual de acertos em geometria foi de $\frac{43}{50} = \frac{86}{100} = 86\%$.

4. Verificação da solução

Para conferirmos a solução, basta notarmos que 86% de 50, que são as questões de Geometria, correspondem a 43 questões, e que, somando com os 21 acertos em Aritmética, 70% de 30, temos 43 + 21 = 64 acertos no total e esse total representa 80% das 80 questões do trabalho, confirmando que a solução está correta.

PROBLEMA 4 (OBMEP 2010 - QUESTÃO 04) A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando Quixajuba a 92 km. No quilômetro 290 há uma placa indicando Paraqui a 87 km. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?

A) 5 km

B) 41 km

C) 128 km

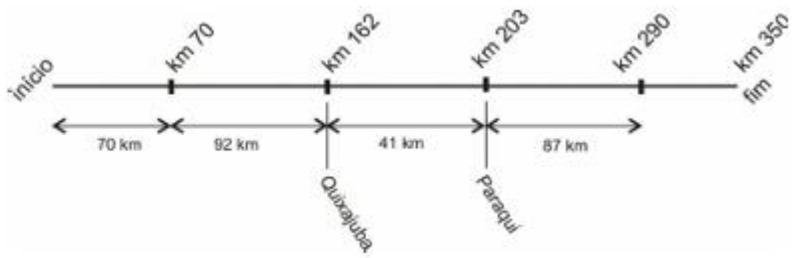
D) 179 km

E) 215 km

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**B**)

Na figura a seguir, admitimos que a estrada de 350 km começa à esquerda e termina à direita; também não faz diferença supor que Quixajuba esteja à esquerda de Paraqui.



Vamos explicar como foi feita a figura. Notamos que Quixajuba não pode estar à esquerda do quilômetro 70, pois nesse caso ela estaria antes do início da estrada. Logo ela está à direita do quilômetro 70 e fica no quilômetro $70 + 92 = 162$ da estrada. Do mesmo modo vemos que Paraqui está à esquerda do quilômetro 270 e fica no quilômetro $290 - 87 = 203$. Portanto, a distância entre as duas cidades é $203 - 162 = 41$ quilômetros.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Nessa questão, é dito há uma estrada de 350 km que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui. A partir das posições quilométricas das placas e das distâncias indicadas até as cidades, devemos determinar a localização de cada cidade na estrada para, em seguida calcular a distância entre Quixajuba e Paraqui.

2. Planejamento da resolução

Primeiro, usando as informações das placas vamos determinar em qual quilómetro cada cidade está localizada. Para isso, devemos analisar se a distância indicada na placa aponta para frente ou para trás, levando em consideração que a estrada tem 350 quilómetros de extensão. Identificadas as posições quilométricas, calculamos a distância entre as duas cidades fazendo a diferença entre as suas localizações.

3. Execução do plano

No quilómetro 70 há uma placa indicando que Quixajuba está a 92 km de distância, então Quixajuba está localizada no quilómetro 70 + 92 = 162. Do mesmo modo, no quilómetro 290 há uma placa indicando Paraqui a 87 km. Se a localização dessa cidade estivesse a frente da placa, teríamos que Paraqui estaria localizada no quilómetro 290 + 87 = 377. Mas a estrada que liga as duas cidades tem uma extensão de 350 km logo, Paraqui está localizada no quilómetro 290 – 87 = 203. Portanto, a distância entre Quixajuba e Paraqui é 203 – 162 = 41 km.

4. Verificação da solução

Para verificar se a solução encontrada está correta, basta conferir se as posições calculadas para as cidades fazem sentido dentro do limite da estrada, que é de 350 km. A cidade de Quixajuba foi localizada no quilômetro 162, de acordo com a placa do km 70 que indicava 92 km de distância até ela, o que está de acordo. Já Paraqui, inicialmente parecia estar 87 km à frente do km 290, o que daria o km 377, ou seja, ultrapassando o limite da estrada. Isso mostra que a placa indica uma distância para trás, e por isso Paraqui foi corretamente localizada no km 203. A diferença entre os pontos 203 e 162 é de 41 km, que representa a distância entre as duas cidades. Como todos os dados foram utilizados corretamente e as posições são compatíveis com os limites da estrada, a solução está verificada.

PROBLEMA 5 (OBMEP 2018 – QUESTÃO 01) Na tabela abaixo, a soma dos números da primeira linha é igual à soma dos números da segunda linha. Qual é o valor de x?

1ª Linha	35	36	37	38	39	40	2018
2ª Linha	31	33	35	37	39	41	x

A) 43

B) 1009

C) 2019

D) 2020

E) 2027

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**E**)

Com exceção da última coluna, subtraindo os números da segunda linha dos números da primeira, por coluna, obtemos os números cuja soma é

$$4 + 3 + 2 + 1 + 0 – 1 = 9.$$

Isto significa que, com exceção da última coluna, os números da primeira linha, quando somados, excedem os da segunda em 9. Portanto, o número na casa marcada com x deve exceder 2018 em 9, de modo a igualar as somas nas linhas. Logo, esse número é 2018 + 9 = 2027.

Observação: Uma solução mais trabalhosa pode ser feita efetuando-se diretamente os cálculos:

35 + 36 + 37 + 38 + 39 + 40 + 2018 = 2243 = 31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 + x. Segue que x = 2243 – 216 = 2027.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

O problema apresenta uma tabela com duas linhas e é dito que a soma dos valores das duas linhas é igual. A partir dessas informações, devemos determinar o valor que está faltando na última linha.

2. Planejamento da resolução

Para solucionarmos o problema, vamos determinar a soma da primeira linha e depois a soma da segunda linha. Após isso, basta calcularmos a diferença entre os valores encontrados, já que a soma das duas linhas deve ser igual. O resultado dessa diferença será o número que está faltando na segunda linha.

3. Execução do plano

Calculando a soma dos valores da primeira linha temos:

$$35 + 36 + 37 + 38 + 39 + 40 + 2018 = 2243$$

Calculando a soma dos valores da segunda linha temos:

$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216.$$

Agora, basta fazermos 2243 – 216 = 2027. Portanto, o valor que está faltando na segunda linha é 2027.

4. Verificação da solução

Se somarmos os valores da segunda linha com o valor encontrado, temos 216 + 2027 = 2243, que é exatamente a soma dos valores da primeira linha. Logo, concluímos que as somas são iguais, confirmando que a solução está correta.

PROBLEMA 6 (OBMEP 2022 – QUESTÃO 05) Uma fábrica recebeu uma encomenda de 100 kg de bombons para entregar em 10 dias. Após 5 dias, seus 3 funcionários produziram 20 kg de bombons. No mínimo, quantos funcionários extras a fábrica precisa contratar para atender a encomenda no prazo, supondo-se que todos os funcionários tenham a mesma produção diária?

A) 5

B) 7

C) 8

D) 9

E) 12

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**D**)

Seja o número de funcionários extras. Já foram produzidos nos primeiros 5 dias 20 Kg de bombons, com apenas 3 funcionários. O desafio é produzir nos próximos 5 dias 100 - 20 = 80 kg de chocolate com 3 + n funcionários. Como a produção é a mesma para todos os funcionários, temos a seguinte relação de proporcionalidade:

$$\frac{n}{n+3} = \frac{20}{80}$$

Logo, n = 9.

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

Uma fábrica recebeu uma encomenda de 100 kg de bombons para entregar em 10 dias. Como seus 3 funcionários produziram 20 kg de bombons em 5 dias, então devemos descobrir quantos funcionários no mínimo, a fábrica precisa contratar para produzir os 80 kg de bombons que faltam nos 5 dias de prazo que ainda restam.

2. Planejamento da resolução

Sabemos que 3 funcionários produziram 20 kg de bombons em 5 dias. Devemos determinar quantos funcionários, de mesma eficiência, conseguirão produzir 80 kg de bombons em 5 dias. Depois disso, calculamos a diferença entre a quantidade funcionários encontrados e os 3 funcionários que já estavam trabalhando, e assim obtemos o número de funcionários que precisam ser contratados.

3. Execução do plano

Como a produção é a mesma para todos os funcionários, temos uma relação de proporcionalidade. Então,

$$\frac{3}{x} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$$

Daí segue que, o total de funcionários necessários para produzirem os 80 kg de bombons é 12. Logo, precisam ser contratados 12 – 3 = 9 funcionários.

4. Verificação da solução

Incialmente o enunciado da questão no dia que 3 funcionários produziram 20 kg de bombons em 5 dias. Como os funcionários que devem ser contratados têm a mesma eficiência, cada grupo de 3 funcionários produzirá 20 kg de bombons. Logo, para produzir os 80 kg de bombons que restam, precisamos de 4 grupos de 3 funcionários, ou seja, 4 x 3 = 12 funcionários. Portanto, com já há 3 funcionários trabalhando, devem ser contratados 9 funcionários, confirmando que a solução está correta.

PROBLEMA 7 (OBMEP 2024 – QUESTÃO 03) Um celular tem espaço para gravar 3 horas de vídeo em qualidade normal ou 2 horas em alta qualidade. Se já foram gravadas 2 horas de vídeo em qualidade normal, qual é o tempo que resta para gravar vídeos em alta qualidade?

A) 90 minutos

B) 40 minutos

C) 120 minutos

D) 60 minutos

E) 30 minutos

SOLUÇÃO OFICIAL:

Alternativa (**B**)

O tempo que resta é uma hora de gravação em qualidade normal e queremos saber quanto de tempo corresponde a essa hora em alta qualidade. Três horas (180 minutos) em qualidade normal correspondem a 2 horas (120 minutos em qualidade alta); dividindo proporcionalmente por 3, concluímos que 180 ÷ 3 = 60 minutos em qualidade normal, correspondem a 120 ÷ 3 = 40 minutos em alta qualidade

SOLUÇÃO APLICANDO O MÉTODO DE GEORGE POLYA:

1. Compreensão do problema

O problema informa que um celular pode armazenar 3 horas de vídeo em qualidade normal e 2 horas de vídeo em alta qualidade. Sabemos que já foram gravadas 2 horas em qualidade normal e queremos saber quanto tempo ainda pode ser gravado em alta qualidade.

2. Planejamento da resolução

Precisamos determinar quanto espaço foi usado e quanto resta disponível. Para isso devemos definir um fator de conversão entre qualidade normal e alta qualidade. Como 3 horas normais equivalem a 2 horas em alta, o espaço total pode ser pensado como 6 unidades, onde 1 hora normal equivale a 2 unidades e 1 hora alta qualidade equivale a 3 unidades. Em seguida vamos determinar quanto espaço já foi usado com as 2 horas normais, calcular quanto espaço ainda está disponível e converter esse espaço disponível para tempo em alta qualidade.

3. Execução do plano

O espaço total é equivalente a 6 unidades. Como 1 hora normal ocupa 2 unidades, então 2 horas normais ocupam 4 unidades. O espaço restante é 6 - 4 = 2 unidades. Como 1 hora de alta qualidade ocupa 3 unidades, e temos 2 unidades disponíveis, o tempo máximo que pode ser gravado em alta qualidade é:

$$\frac{2\,unidades}{3\,unidades/horas} = \frac{2}{3}\,horas = 40\,minutos$$

4. Verificação da solução

Sabemos que 3 horas normais equivalem a 6 unidades. Como 2 horas normais ocupam 4 unidades, restam 2 unidades. Cada hora de alta qualidade ocupa 3 unidades, então 2 unidades permitem gravar $\frac{2}{3}$ de uma hora, ou seja, 40 minutos. Assim fica verificado que a solução está correta.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como principal objetivo destacar a importância da resolução de problemas como um recurso didático de grande potencial para o ensino de matemática na Educação Básica. Para tornar essa abordagem ainda mais eficaz, foram utilizados problemas da OBMEP, amplamente reconhecidos pela sua capacidade de promover o interesse dos alunos pela matemática, em razão de seus enunciados desafiadores, contextualizados e acessíveis a diferentes níveis de aprendizagem.

Além disso, a teoria de Polya, estruturada em quatro etapas: compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e realizar o retrospecto, revelou-se não apenas um roteiro funcional para a resolução de problemas, mas também uma abordagem formativa, que promove a reflexão, a organização do pensamento e a investigação matemática, conduzindo o aluno no desenvolvimento de raciocínio lógico, autonomia intelectual e estratégias gerais de resolução. A presença desse referencial trouxe consistência à proposta, oferecendo um eixo organizador que orientou tanto a seleção dos problemas quanto o encaminhamento metodológico para cada encontro da sequência didática.

Outro eixo relevante da pesquisa foi o levantamento bibliográfico realizado, abrangendo dissertações e artigos científicas da CAPES que discutem metodologias ativas, ensino por meio de problemas e o uso de questões da OBMEP como ferramenta didática. Esse mapeamento teórico permitiu identificar convergências, lacunas e tendências na área, reforçando a pertinência da proposta.

Nesse contexto, a sequência didática elaborada destacou-se como uma vantagem estratégica do trabalho. Estruturada de forma progressiva e alinhada aos princípios de Polya, ela possibilita ao professor organizar o ensino em etapas claras, favorecer o protagonismo do estudante, monitorar avanços, diagnosticar dificuldades específicas e promover intervenções pedagógicas mais assertivas. Tal estrutura funciona como um suporte concreto para o professor, fortalecendo a coerência pedagógica entre aulas, objetivos e avaliações.

Considera-se também que este estudo pode servir como base para outros trabalhos, seja na ampliação da proposta para conteúdos diferentes, na comparação entre metodologias de resolução de problemas ou ainda no aprofundamento teórico sobre a articulação entre OBMEP e metodologias investigativas. A sistematização apresentada aqui oferece subsídios para pesquisas futuras e para professores que desejem incorporar práticas semelhantes em seus contextos escolares.

Por fim, destaca-se a perspectiva de uma futura aplicação dessa sequência didática em sala de aula, com o objetivo de colher resultados mais precisos sobre sua efetividade. Uma implementação prática permitirá avaliar ganhos na aprendizagem, mudanças nas atitudes dos alunos diante da matemática, evolução do pensamento crítico e da argumentação matemática, além de testar possíveis ajustes na proposta. Para o professor, os benefícios incluem maior segurança metodológica, aprimoramento das estratégias de condução de problemas, fortalecimento da prática reflexiva e maior capacidade de observar, interpretar e intervir sobre as dificuldades dos estudantes de forma embasada.

Dessa forma, espera-se que esta proposta possa inspirar outros educadores que buscam promover uma aprendizagem matemática mais significativa, investigativa e centrada no aluno. A articulação entre os problemas da OBMEP, a metodologia de Polya e uma sequência didática cuidadosamente planejada oferece não apenas um caminho metodológico consistente, mas uma oportunidade concreta de transformar a prática docente e contribuir para a formação crítica e cidadã dos estudantes.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Francisco Cleuton de. **A OBMEP sob a ótica da resolução de problemas: um relato de experiência**. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. ***Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática***. Brasília: MEC/SEB, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 4 fev. 2025.

CARNEIRO, Cícero de Sousa. ***As metodologias no ensino de Matemática.*** 2019. Disponível em: https://www.ced.seduc.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/82/2020/01/39-AS-METODOLOGIAS-NO-ENSINO-DE-MATEM%C3%81TICA.pdf. Acesso em: 22 jun. 2025.

D’AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar Matemática hoje? ***Temas e Debates***, Brasília, DF, v. 1, n. 2, p. 15-19, 1989.

DANTE, Luiz Roberto. ***Didática da resolução de problemas de matemática***. São Paulo: Ática, 1999.

FELICETI, Vera Lucia; GIRAFA, Lucia Maria Martins. ***Matofobia: auxiliando a enfrentar este problema no contexto escolar***. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2012.

FREIRE, Paulo. ***Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa***. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIL, Antonio Carlos. ***Como elaborar projetos de pesquisa***. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LIBÂNEO, José Carlos. ***Didática***. 23. ed. São Paulo: Cortez, 2017.

LUPINACCI, Vera Lúcia Martins; BOTIN, Mara Lúcia Muller. ***Resolução de problemas no ensino de matemática***. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. *Anais* [...]. Recife: SBEM, 2004. p. 1–5. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC18361331034.pdf. Acesso em: 27 abr. 2025.

MIRANDA, Ana Sofia Macedo Szczepaniak. ***Resolução de problemas como metodologia de ensino: uma análise das repercussões de uma formação continuada***. 2015. 116 f.

Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Física, Porto Alegre, 2015.

Olimpíada Brasileira De Matemática Das Escolas Públicas. Apresentação. Disponível em: http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm. Acesso em: 4 fev. 2025.

Olimpíada Brasileira De Matemática Das Escolas Públicas. Regulamento da OBMEP 2025. Disponível em: http://www.obmep.org.br/regulamento.htm. Acesso em: 4 fev. 2025.

ONUCHIC, Luiz Roberto. ***Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas***. In: BICUDO, Maria Cândida V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.* São Paulo: UNESP, 1999. p. 9 - 44.

ROMANATTO, M. C. ***Resolução de problemas nas aulas de Matemática***. *Revista Eletrônica de Educação*, São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, p. 299 - 311, maio 2012. Disponível em: https://pdfs.semanticscholar.org/3d46/bf2cbb2f084ae2f5bced80b7c9633927f25d.pdf. Acesso em: 30 jun. 2025.

SANTANA, Marcelo de Souza. ***A OBMEP e a metodologia de resolução de problemas: uma proposta didática visando o ensino e aprendizagem de geometria plana***. 2024. 154 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2024.

SILVA, Adriana Cristina da. ***A resolução de problemas como estratégia de ensino e aprendizagem em matemática: um olhar reflexivo sobre a prática docente***. 2015. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015. Disponível em: https://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/6263/2/473840%20-%20Texto%20Completo.pdf. Acesso em: 27 abr. 2025.

SILVA, José A. ***Desafios e perspectivas para o ensino de Matemática na educação contemporânea***. *RevistaFT*, 2025. Disponível em: https://revistaft.com.br/desafios-e-pespectivas-para-o-ensino-de-matematica-na-educacao-contemporanea/. Acesso em: 12 set. 2025

SILVA, Matheus dos Santos; LIMA, José João de; SOARES, Juliana Silva. ***A importância da resolução de problemas como método de ensino e aprendizagem da matemática***. In:

CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO - CONEDU, 5., 2018, João Pessoa. *Anais* [...]. João Pessoa: Realize Editora, 2018. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2018/TRABALHO_EV117_MD1_SA13_ID8792_10092018233135.pdf. Acesso em: 27 abr. 2025.

ZABALA, Antoni. ***A prática educativa: como ensinar***. Porto Alegre: Artmed, 1998.

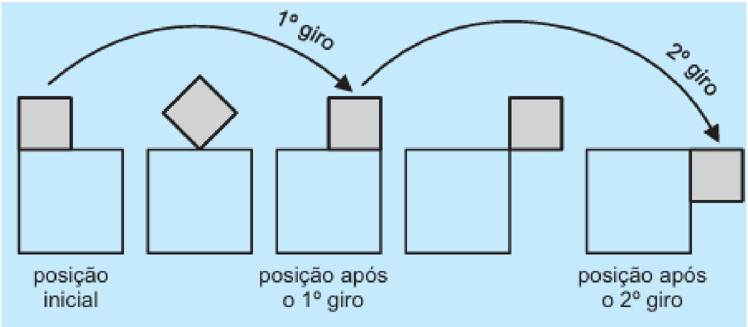
APÊNDICE

ENCONTRO 1 – EXERCÍCIOS

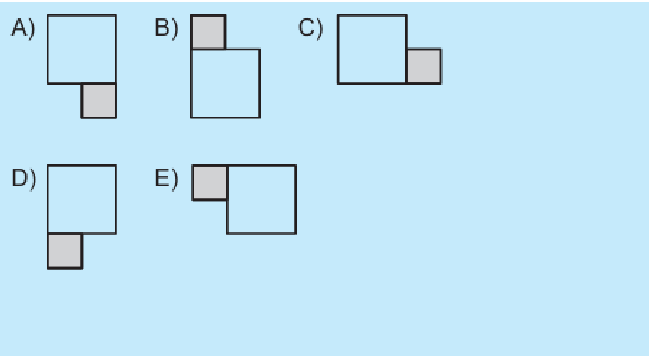
ALUNO (A): ____SÉRIE:____

ESCOLA: ____

1 – **(OBMEP 2012 - QUESTÃO 01)** Um quadrado de lado 1 cm roda em torno de um quadrado de lado 2 cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior.



Qual das figuras a seguir representa a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?



2 – **(OBMEP 2024 – QUESTÃO 04)** Um celular tem espaço para gravar 3 horas de vídeo em qualidade normal ou 2 horas em alta qualidade. Se já foram gravadas 2 horas de vídeo em qualidade normal, qual é o tempo que resta para gravar vídeos em alta qualidade?

A) 90 minutos

B) 40 minutos

C) 120 minutos

D) 60 minutos

E) 30 minutos

3 – **(OBMEP 2015 – QUESTÃO 01)** Para assar um frango são necessários 15 minutos para aquecer o forno e mais 12 minutos para assar cada meio quilo de frango. Paula comprou um frango de 2,5 kg. A que horas ela deve ligar o forno para que o frango fique pronto às 20 horas?

A) 18h

B) 18h15min

C) 18h30min

D) 18h45min

E) 19h

ENCONTRO 2 – EXERCÍCIOS

ALUNO (A): ____SÉRIE:____

ESCOLA: ____

1 – **(OBMEP 2008 – QUESTÃO 07)** Em certo ano bissexto (isto é, um ano que tem 366 dias) o número de sábados foi maior que o número de domingos. Em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro desse ano?

A) segunda-feira

B) terça-feira

C) quarta-feira

D) quinta-feira

E) sexta-feira

2 – **(OBMEP 2011 – QUESTÃO 05)** Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces não visíveis no cubo da esquerda?

A) 15

B) 16

C) 18

D) 19

E) 20

3 – **(OBMEP 2015 - QUESTÃO 03)** Os números inteiros positivos foram escritos em sequência, como indicado na figura. Observe que na primeira linha foi escrito o número 1 e que nas seguintes há dois números a mais do que na linha anterior. Em qual linha foi escrito o número 2015?

linha 1 ⇨ 1
linha 2 ⇨ 2 3 4
linha 3 ⇨ 5 6 7 8 9
linha 4 ⇨ 10 11 12 13 14 15 16
linha 5 ⇨ 17 18 19 20 21 22 23 24 25
⋮

A) 43

B) 44

C) 45

D) 46

ENCONTRO 3 – EXERCÍCIOS

ALUNO (A): ____SÉRIE:____

ESCOLA: ____

1 – **(OBMEP 2024 – QUESTÃO 04)** Um celular tem espaço para gravar 3 horas de vídeo em qualidade normal ou 2 horas em alta qualidade. Se já foram gravadas 2 horas de vídeo em qualidade normal, qual é o tempo que resta para gravar vídeos em alta qualidade?

A) 90 minutos

B) 40 minutos

C) 120 minutos

D) 60 minutos

E) 30 minutos

2 – **(OBMEP 2014 – QUESTÃO 04)** Guilherme precisa chegar em 5 minutos ao aeroporto, que fica a 5 km de sua casa. Se nos 2 primeiros minutos seu carro andar a uma velocidade média de 90 km/h, qual é a menor velocidade média que ele terá que desenvolver nos próximos 3 minutos para não chegar atrasado ao aeroporto?

A) 35 km/h

B) 40 km/h

C) 45 km/h

D) 50 km/h

E) 60 km/h

3 – **(OBMEP 2005 – QUESTÃO 11)** Para fazer 24 pães, um padeiro usa exatamente 1 quilo de farinha de trigo, 6 ovos e 200 gramas de manteiga. Qual é o maior número de pães que ele conseguirá fazer com 12 quilos de farinha, 54 ovos e 3,6 quilos de manteiga?

A) 200

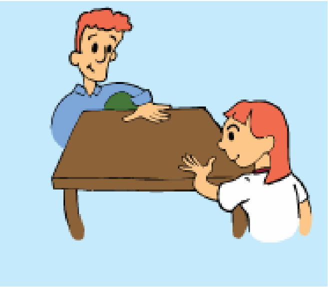
B) 216

C) 228

D) 300

E) 432

4 – **(OBMEP 2013 – QUESTÃO 01)** O pai de Carolina mediu o comprimento da mesa da sala com sua mão e contou 8 palmos. Ela também mediu a mesa do mesmo modo e contou 11 palmos. Qual é o tamanho do palmo de Carolina, se o palmo de seu pai mede 22 centímetros?



A) 12 cm

B) 13 cm

C) 14 cm

D) 16 cm

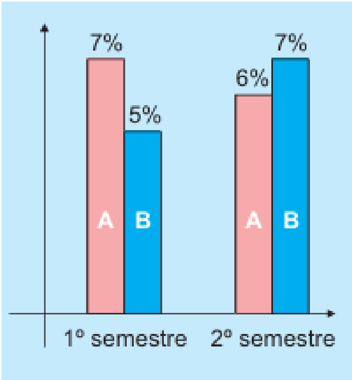
E) 19 cm

ENCONTRO 4 – EXERCÍCIOS

ALUNO (A): ____SÉRIE:____

ESCOLA: ____

1 – **(OBMEP 2016 – QUESTÃO 04)** O gráfico representa o percentual de aumento do preço de dois produtos, A e B, em uma mercearia no primeiro e no segundo semestres do ano passado. As afirmativas abaixo referem-se ao período completo do ano passado. Qual delas é a correta?



A) O aumento percentual do preço de B foi maior do que o de A.

B) O aumento percentual dos preços dos dois produtos foi o mesmo.

C) O aumento percentual do preço de A foi de exatamente 13%.

D) O preço de A diminuiu e o de B aumentou.

E) O aumento percentual do preço de B foi maior do que 12%

2 – **(OBMEP 2005– QUESTÃO 07)** Os médicos recomendam, para um adulto, 800 mg de cálcio por dia. Sabe-se que 200 ml de leite contêm 296 mg de cálcio. Quando um adulto bebe 200 ml de leite, qual é o percentual da dose diária recomendada de cálcio que ele está ingerindo?

A) 17 %

B) 27 %

C) 37 %

D) 47 %

E) 57 %

3 – **(OBMEP 2022 – QUESTÃO 09)** Um fabricante diminuiu a quantidade de chocolate em uma caixa de 250 g para 200 g, mantendo o preço da caixa. Qual foi o aumento percentual do preço do grama de chocolate?

A) 5 %

B) 10 %

C) 15 %

D) 20 %

E) 25 %

4 – **(OBMEP 2022 - QUESTÃO 02)** Os números x e y são 80% de x é igual a 20% de y. Qual das igualdades abaixo é verdadeira?

A) x = 4y

B) 2x = 3y

C) x = 8y

D) 3x = 2y

E) 4x = y

ENCONTRO 5 – EXERCÍCIOS

ALUNO (A): ____SÉRIE:____

ESCOLA: ____

1 – **(OBMEP 2005 – QUESTÃO 06)** Quantos números inteiros, múltiplos de 3, existem entre 1 e 2005?

A) 664

B) 665

C) 667

D) 668

E) 669

2 – **(OBMEP 2005 – QUESTÃO 09)** Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1 000 a 9 999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

A) 32

B) 36

C) 45

D) 46

E) 48

3 – **(OBMEP 2006 - QUESTÃO 10)** Um trabalho de matemática tem 30 questões de Aritmética e 50 de Geometria. Júlia acertou 70% das questões de Aritmética e 80% do total de questões. Qual o percentual das questões de Geometria que ela acertou?

A) 43%

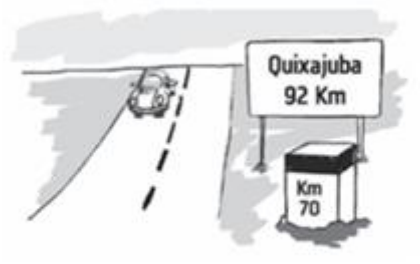
B) 54%

C) 58%

D) 75%

E) 86%

4 – **(OBMEP 2010 - QUESTÃO 04)** A estrada que passa pelas cidades de Quixajuba e Paraqui tem 350 quilômetros. No quilômetro 70 dessa estrada há uma placa indicando Quixajuba a 92 km. No quilômetro 290 há uma placa indicando Paraqui a 87 km. Qual é a distância entre Quixajuba e Paraqui?



A) 5 km

B) 41 km

C) 128 km

D) 179 km

E) 215 km

5 – **(OBMEP 2018 – QUESTÃO 01)** Na tabela abaixo, a soma dos números da primeira linha é igual à soma dos números da segunda linha. Qual é o valor de x?

1.ª Linha	35	36	37	38	39	40	2018
2.ª Linha	31	33	35	37	39	41	x

A) 43

B) 1009

C) 2019

D) 2020

E) 2027

6 – **(OBMEP 2022 – QUESTÃO 05)** Uma fábrica recebeu uma encomenda de 100 kg de bombons para entregar em 10 dias. Após 5 dias, seus 3 funcionários produziram 20 kg de

bombons. No mínimo, quantos funcionários extras a fábrica precisa contratar para atender a encomenda no prazo, supondo-se que todos os funcionários tenham a mesma produção diária?

A) 5

B) 7

C) 8

D) 9

E) 12

7 – **(OBMEP 2024 – QUESTÃO 03)** Um celular tem espaço para gravar 3 horas de vídeo em qualidade normal ou 2 horas em alta qualidade. Se já foram gravadas 2 horas de vídeo em qualidade normal, qual é o tempo que resta para gravar vídeos em alta qualidade?

A) 90 minutos

B) 40 minutos

C) 120 minutos

D) 60 minutos

E) 30 minutos