

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

Júlio Mesquita Filho - Câmpus de Presidente Prudente

GUSTAVO RIBEIRO GOMES

**Ensino da Geometria Espacial através da Realidade Aumentada e com a utilização do
*software Sólidos RA***

Presidente Prudente

2025

GUSTAVO RIBEIRO GOMES

**Ensino da Geometria Espacial através da Realidade Aumentada e com a utilização do
*software Sólidos RA***

Dissertação de mestrado, apresentada ao programa de Pós-graduação PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do departamento de Matemática e Computação da Universidade Estadual Paulista (UNESP) - Júlio Mesquita Filho, Presidente Prudente, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática

Orientador: Prof^o Dr. Celso Olivete Junior

Coorientador: Prof^o Dr. Suetônio de Almeida Meira

Presidente Prudente

2025

G633e

Gomes, Gustavo Ribeiro

Ensino da Geometria Espacial através da Realidade Aumentada e com a utilização do software Sólidos RA / Gustavo Ribeiro Gomes. -- Presidente Prudente, 2025

91 p. : il., tabs., fotos

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente

Orientador: Celso Olivete Junior

Coorientador: Suetônio de Almeida Meira

1. Matemática. 2. Realidade Aumentada. 3. Tecnologias educacionais. I. Título.

GUSTAVO RIBEIRO GOMES

**ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVÉS DA REALIDADE AUMENTADA E
COM A UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE SÓLIDOS RA***

Dissertação de mestrado apresentado(a) à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Júlio Mesquita Filho, Presidente Prudente, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Área de Concentração: Matemática

Data de defesa: 25/09/2025

BANCA EXAMINADORA

Profº Dr. Celso Olivete Junior
UNESP – Júlio Mesquita Filho – Câmpus de Presidente Prudente

Profº Dr. Ronaldo Celso Messias Correia
UNESP - Júlio Mesquita Filho - Câmpus de Presidente Prudente

Profº Dr. Daniel dos Santos Viais Neto
FATEC - Faculdade de Tecnologia – Câmpus de Presidente Prudente

Dedico esta dissertação a todos que estiveram ou estão em minha vida, me incentivando a aprender cada vez mais. Se hoje posso contribuir através deste trabalho, esta vitória é nossa.

AGRADECIMENTOS

O ato de agradecer é reconhecimento e valorização daquilo que o outro nos proporcionou ou nos proporciona a todo momento. Destaco abaixo algumas das pessoas a quem sou grato diretamente, pois estiveram ao meu lado durante todo esse processo de construção e amadurecimento acadêmico e pessoal, dando suporte e apoio ao seu modo e me recordando de que eu nunca estive nem estarei sozinho.

Agradeço primeiramente a Deus por ter me oportunizado ingressar neste curso, me instruído intelectualmente e emocionalmente durante todo esse percurso, me fortalecido a não esmorecer e não desistir daquilo que Ele já havia preparado para mim.

Agradeço também aos meus pais e irmã, por terem se preocupado e comemorado cada momento comigo. Ao longo desses anos, mesmo sem compreenderem a necessidade de tantas horas de estudo, a importância dos livros e listas de exercícios espalhadas pela casa, se preocuparam apenas em saber o principal à eles, que era o meu bem estar e felicidade. Ao respeito e amor que tiveram por toda minha vida e principalmente neste período de estudo, deixo aqui minha eterna gratidão.

A Vanessa Gines, Cristiane Trepiche, Patrícia Molina e Roberta Zanetti agradeço a todos os momentos vivenciados neste curso. Foi um período de muita dedicação de todas as partes, onde foram necessárias a parceria, paciência e resiliência, para que todos alcançassem o seu objetivo. Ao lado de vocês as coisas nem sempre pareceram difíceis, alguns momentos de tensão tornaram-se risadas e finalizados sempre com um bom café e muito bolo.

Em especial à Vanessa, agradeço a todas as video-chamadas, todas as caronas, aos almoços de sexta e a essa amizade gratuita que me foi oferecida. Sua força e sabedoria me fortaleceu em muitos momentos, me recordando o sentido de estar neste curso e trazendo também novos benefícios, como a sua amizade. A todos esses momentos, a essa inspiração que você me traz como pessoa e educadora, deixo aqui minha gratidão.

Aos professores José Roberto, Cristiane, Suetônio, José Gilberto, Celso, Larissa e Guilherme, agradeço pelos ensinamentos e pelas experiências compartilhadas. Cada um de vocês contribuiu para despertar o melhor em nós, colocando-nos, inicialmente, na posição de alunos para que aprendêssemos mais, ao mesmo tempo em que mostravam que esse aprendizado nos tornaria docentes melhores. Com vocês, muitas vezes não nos sentimos apenas alunos, mas parceiros de trabalho, unidos pelos mesmos objetivos, desafios e motivações, colaborando para transformar o mundo por meio da educação.

Ao professor Suetônio, também meu Coorientador e Coordenador do programa, gostaria de enfatizar o agradecimento a toda disposição e flexibilidade tida durante toda a etapa de aulas, e durante a elaboração da dissertação. Seu carinho e respeito pela Matemática me inspiram a ser um melhor aluno e como consequência, um melhor docente.

Ao professor Celso, também meu orientador de dissertação, agradeço pela oportunidade de

não apenas dissertar sobre um assunto restrito à minha área, e sim transformar esta etapa em um momento de aprendizado ainda mais amplo. Sou grato a paciência e persistência no processo, as várias reuniões presenciais e onlines e ao respeito com que teve durante esta fase. Embora as intercorrências pessoais dificultassem a minha produção, o senhor sempre se mostrou disposto e presente, fazendo assim com que eu não perdesse o foco. Sempre serei grato ao senhor.

À gestão da E.E. Francisco Pessoa, gostaria de agradecer a permissão para que o trabalho fosse desenvolvido, assim como o apoio dado com os recursos tecnológicos. Agradeço também aos alunos desta unidade que se empenharam para tornar válida essa aplicação e se permitiram evoluir com esta experiência.

Por fim, à Universidade Estadual Paulista - Júlio Mesquita Filho e também ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, agradeço a oportunidade de evoluir academicamente dentro de sua infraestrutura e com o apoio e orientação de profissionais competentes. A vocês também dedico esta dissertação.

“Deus sempre geometriza.”
(Platão)

RESUMO

O presente trabalho investiga o potencial da Realidade Aumentada (RA) como recurso didático para o ensino da Geometria Espacial na educação básica, utilizando o aplicativo *Sólidos RA* como instrumento. A pesquisa teve por objetivo analisar se a interação dos alunos com sólidos geométricos em RA solidifica a compreensão conceitual e o desenvolvimento da inteligência espacial. Foram realizados três encontros com estudantes da 2ª e 3ª séries do Ensino Médio de uma escola estadual paulista, na qual a metodologia consistiu no uso da RA em diferentes momentos do processo de ensino. Foram aplicados questionários diagnósticos e avaliativos — incluindo itens inspirados no ENEM — e um teste de usabilidade elaborado especificamente para tecnologias educacionais baseadas em RA por Martins, Guimarães & Corrêa (2013). Os resultados indicaram que os alunos da 2ª série, que utilizaram a RA desde as explicações iniciais, obtiveram desempenho igual ou superior ao da 3ª série, que teve contato restrito à tecnologia apenas nas atividades. Essa diferença evidencia que a manipulação contínua de sólidos tridimensionais por meio da RA estimula a inteligência espacial, amenizando conclusões conceituais errôneas e motivando os estudantes. O teste de usabilidade confirmou alta aceitação e satisfação, indicando que o aplicativo é intuitivo, funcional e adequado. Conclui-se que RA auxilia a aprendizagem de forma significativa à Geometria Espacial, atuando como mediadora entre a abstração e a visualização. A pesquisa sugere que políticas públicas educacionais considerem o uso de tecnologias imersivas como estratégias permanentes de ensino e formação docente.

Palavras-Chave: Matemática; Realidade Aumentada; Tecnologias Educacionais.

ABSTRACT

The present study investigates the potential of Augmented Reality (AR) as a didactic resource for teaching Spatial Geometry in basic education, using the *Sólidos RA* application as an instrument. The research aimed to analyze whether students' interaction with geometric solids in AR strengthens conceptual understanding and the development of spatial intelligence. Three sessions were conducted with students from the 2nd and 3rd grades of a public high school in São Paulo, in which the methodology consisted of using AR at different stages of the teaching process. Diagnostic and evaluative questionnaires were applied — including items inspired by the ENEM — and a usability test specifically designed for educational technologies based on AR by Martins, Guimarães & Corrêa (2013). The results indicated that students in the 2nd grade, who used AR from the initial explanations, performed equally or better than those in the 3rd grade, who had limited contact with the technology only during the activities. This difference shows that continuous manipulation of three-dimensional solids through AR stimulates spatial intelligence, reduces conceptual misunderstandings, and motivates students. The usability test confirmed high acceptance and satisfaction, indicating that the application is intuitive, functional, and suitable. It is concluded that AR significantly supports learning in Spatial Geometry, acting as a mediator between abstraction and visualization. The research suggests that educational public policies should consider the use of immersive technologies as permanent strategies for teaching and teacher training.

Keywords: Mathematics; Augmented Reality; Technology.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Diferentes origens de uma mesma projeção.	16
Figura 2	Sólidos geométricos em acrílico.	18
Figura 3	Plataforma Khan Academy na visão do aluno.	18
Figura 4	Jogo <i>Pokémon Go</i>	19
Figura 5	Torre de Hanoi em RA.	19
Figura 6	Dodecaedro construído com o uso de comandos no <i>GeoGebra 3D</i>	24
Figura 7	Representação em RA da apótema e das faces de uma pirâmide	25
Figura 8	Representação em RA das bases de um prisma oblíquo e seus respectivos planos	26
Figura 9	Representação em RA de um Sólido Geométrico	26
Figura 10	RA implementada através do aplicativo <i>GeometriRA</i>	27
Figura 11	Visualização colaborativa de um sólido geométrico em RA no aplicativo <i>Sólidos RA</i>	28
Figura 12	Fragmentos dos papiros egípcios (<i>Rhind</i> e <i>Moscou</i>) contendo registros de problemas geométricos, como o cálculo de áreas e volumes.	31
Figura 13	Triângulo e seus elementos.	32
Figura 14	Polígono convexo e côncavo (não convexo).	33
Figura 15	Círculo e suas partes.	33
Figura 16	Poliedro convexo e côncavo.	33
Figura 17	Sólidos de Platão.	34
Figura 18	Prisma triangular reto e oblíquo.	34
Figura 19	Tronco de pirâmide e de prisma.	34
Figura 20	Planificação de um cubo.	35
Figura 21	Diferentes representações do cilindro.	35
Figura 22	Diferentes representações do cone.	35
Figura 23	Planificação do cone circular reto e de seu tronco.	36
Figura 24	Sólidos de revolução.	36
Figura 25	Exemplos de sólidos de revolução.	36
Figura 26	Figuras cuja rotação gera um cone.	37
Figura 27	Exemplo de rotação que não gera um único sólido de revolução.	37
Figura 28	Projeção de um ponto e de uma figura.	37
Figura 29	Vista superior do sólido.	38
Figura 30	Contínuo de Milgram.	38
Figura 31	Aplicação do <i>software</i> ARToolKit.	39
Figura 32	Menu do aplicativo <i>Sólidos RA</i>	39
Figura 33	Visualizações do cubo no <i>Sólidos RA</i>	40

Figura 34	Visualizações da esfera no <i>Sólidos RA</i>	40
Figura 35	Visualizações de corpos redondos no <i>Sólidos RA</i>	40
Figura 36	Planificação de um cubo no <i>Sólidos RA</i>	41
Figura 37	Modelagem de polígonos e prismas no <i>Sólidos RA</i>	41
Figura 38	Elementos do prisma no <i>Sólidos RA</i>	41
Figura 39	Cilindro modelado no <i>Sólidos RA</i>	42
Figura 40	Geoplano Quadrangular no <i>Sólidos RA</i>	42
Figura 41	Quadrado no Geoplano do <i>Sólidos RA</i>	42
Figura 42	Prisma no Geoplano do <i>Sólidos RA</i>	43
Figura 43	Geoplano 3D Quadrangular (Geoespaço) do <i>Sólidos RA</i>	43
Figura 44	Planos no Geoespaço do <i>Sólidos RA</i>	44
Figura 45	Vistas no Geoespaço do <i>Sólidos RA</i>	44
Figura 46	Utilização do <i>Geoplano</i> no aplicativo <i>Sólidos RA</i>	50
Figura 47	Construção de um <i>hexágono equilátero</i> no aplicativo <i>Sólidos RA</i>	51
Figura 48	Gráfico comparativo do número de acertos entre a 2ª e 3ª série — Questio- nário 1	52
Figura 49	Número de acertos da Questão 3 no Questionário 1 em cada série	52
Figura 50	Visualização de um sólido de revolução no <i>Sólidos RA</i>	53
Figura 51	Comparação do número de acertos do Questionário 2 entre a 2ª e 3ª série do Ensino Médio	54
Figura 52	Distribuição das respostas da Questão 3 no Questionário 2 entre a 2ª e 3ª série	54
Figura 53	Tronco de pirâmide quadrangular visualizado no <i>Sólidos RA</i>	55
Figura 54	Atividade de identificação de poliedros — côncavos e convexos	56
Figura 55	Comparação do número de acertos no Questionário 3 entre a 2ª e 3ª série do Ensino Médio	56
Figura 56	Distribuição das respostas da Questão 4 do Questionário 3 entre a 2ª e 3ª série	57
Figura 57	Distribuição percentual das respostas na afirmação 3 do questionário de usabilidade	61
Figura 58	Questionário do 1º Encontro: Geometria Plana - 1	68
Figura 59	Questionário do 1º Encontro: Geometria Plana - 2	69
Figura 60	Questionário do 1º Encontro: Geometria Plana - 3	70
Figura 61	Questionário do 2º Encontro: Geometria Plana - 1	71
Figura 62	Questionário do 2º Encontro: Geometria Plana - 2	72
Figura 63	Questionário do 2º Encontro: Geometria Plana - 3	73
Figura 64	Questionário do 2º Encontro: Geometria Plana - 4	74
Figura 65	Questionário do 3º Encontro: Geometria Plana - 1	75
Figura 66	Questionário do 3º Encontro: Geometria Plana - 2	76
Figura 67	Questionário do 3º Encontro: Geometria Plana - 3	77
Figura 68	Questionário - 1	78

Figura 69	Questionário - 2	79
Figura 70	Questionário - 3	80
Figura 71	Questionário - 4	81
Figura 72	ENEM 2022 — Aplicação Regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 143	82
Figura 73	Etapas do raciocínio espacial até a planificação do cubo	83
Figura 74	ENEM 2022 — Aplicação regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 160	84
Figura 75	Questão 160 — 1º ao 4º passo para construir a projeção ortogonal	84
Figura 76	Questão 160 — 5º ao 8º passo para construir a projeção ortogonal	85
Figura 77	ENEM 2023 — Aplicação Regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 136	86
Figura 78	ENEM 2023 — 2ª Aplicação — 2º dia — Caderno Azul — Questão 144 .	87
Figura 79	ENEM 2024 — Aplicação Regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 174	88
Figura 80	ENEM 2024 — Aplicação Regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 144	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparativo entre os aplicativos de RA analisados	29
Tabela 2 – Classificação dos polígonos	32
Tabela 3 – Número de vezes que a classificação foi indicada em cada questão	60
Tabela 4 – Médias das classificações por questão	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Contextualização	16
1.2	Problematização	20
1.3	Objetivos	20
2	METODOLOGIA DO TRABALHO	22
2.1	Tipo e natureza da pesquisa	22
2.2	Coleta e análise teórica	22
2.3	Estrutura do trabalho	23
3	TRABALHOS RELACIONADOS	24
3.1	O uso do GeoGebra 3D com Realidade Aumentada no ensino de Geometria Espacial	24
3.2	Ensino e aprendizagem de Geometria por meio da Realidade Aumentada em dispositivos móveis	25
3.3	Utilização de dispositivos móveis e recursos de Realidade Aumentada nas aulas de Matemática para elucidação dos Sólidos de Platão	26
3.4	GeometriRA: Proposta didática unindo Realidade Aumentada, ludicidade e gamificação	27
3.5	Sólidos RA: Contribuições para o desenvolvimento da visualização geométrica por meio da Realidade Aumentada	27
3.6	Considerações sobre os trabalhos relacionados e justificativa da escolha do <i>Sólidos RA</i>	28
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	30
4.1	História da Geometria Espacial	30
4.2	Geometria Plana e Espacial	31
4.2.1	Geometria Plana: Recordando conceitos	31
4.2.2	Geometria Espacial: Poliedros e seus tipos	33
4.2.3	Corpos redondos: cilindro, cone, seus troncos e planificações	35
4.2.4	Sólidos de Revolução	36
4.2.5	Vistas e Projeções ortogonais	37
4.3	Realidade Aumentada (RA)	38
4.4	<i>Sólidos RA</i> e sua contribuição para o ensino da Geometria Espacial	39
4.5	Inteligência Espacial — Uma habilidade	44
4.6	Inteligência Espacial no ENEM	45

5	ESTUDO DE CASO	46
6	APLICAÇÕES E RESULTADOS	49
6.1	1º Encontro: Geometria Plana — Recordação	49
6.2	2º Encontro: Geometria Espacial — Sólidos de Revolução e Corpos Redondos	52
6.3	3º Encontro: Poliedros e seus tipos	55
6.4	Apresentação e análise dos resultados	57
6.5	Resultados obtidos com a 2ª série	58
6.6	Resultados obtidos com a 3ª série	58
6.7	Resultados do teste de usabilidade	59
7	CONCLUSÃO	62
8	TRABALHOS FUTUROS	64
	REFERÊNCIAS	65
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIOS APLICADOS NOS ENCONTROS DE GEOMETRIA ESPACIAL	68
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO FINAL: SATISFAÇÃO E TESTE DE USABILIDADE	78
	APÊNDICE C – QUESTÕES DE PERCEPÇÃO ESPACIAL NO ENEM 2022	82
	APÊNDICE D – QUESTÕES DE PERCEPÇÃO ESPACIAL ENEM 2023	86
	APÊNDICE E – QUESTÕES DE PERCEPÇÃO ESPACIAL ENEM 2024	88
	DADOS CURRICULARES	90

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Este trabalho visa explorar a RA como uma ferramenta a ser estimulada no ensino de Geometria Espacial, para que os alunos ampliem sua *percepção espacial* e possam compreender a forma abstrata das questões. Porém, é necessário entender primeiro o que seria a percepção espacial, que, nas palavras de Vygotsky (1987, p. 89–91), desenvolve-se por meio das interações sociais e culturais, sendo mediada pela linguagem e pelas experiências educativas que envolvem observação e manipulação do espaço.

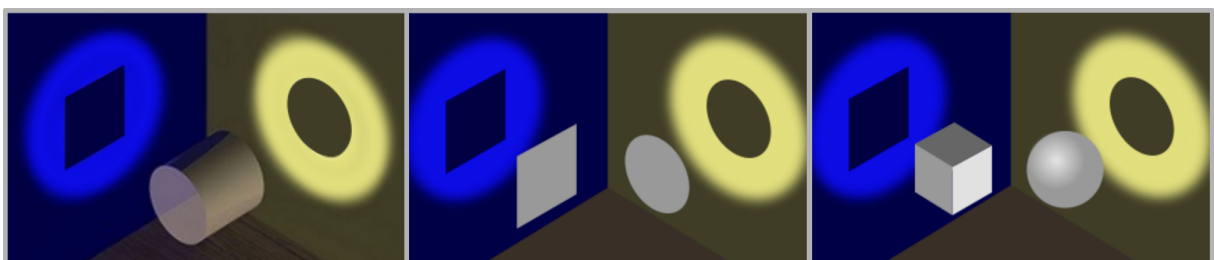
Essa percepção é também uma habilidade a ser aprimorada, por ser um recurso necessário para o cotidiano em todas as fases da vida. Cabe, portanto, à escola e aos docentes buscar técnicas e recursos materiais que favoreçam o desenvolvimento dessa competência.

A percepção espacial é algo natural de cada indivíduo, porém, no ensino da Matemática, ela se faz necessária para o reconhecimento de figuras e sólidos no ensino da Geometria. Podemos observar que algumas atividades do cotidiano podem se tornar um desafio para pessoas com pouca percepção espacial, como por exemplo:

- estacionar um carro;
- dirigir dentro de uma única pista;
- comprar uma embalagem correspondente ao tamanho de um presente;
- adquirir móveis que caibam dentro do ambiente a ser decorado.

É necessário estimular tal habilidade para que os estudantes não façam associações rápidas e muitas vezes errôneas, como na Figura 1, em que diferentes figuras planas e espaciais geram as mesmas projeções.

Figura 1 – Diferentes origens de uma mesma projeção.



Fonte: Adaptada pelo autor de <https://portal.ifi.unicamp.br/a-instituicao/departamentos/deq-departamento-de-eletronica-quantica/grupo-de-optica-quantica-goq>

Essa percepção foi conceituada por Gardner (1995) por meio da Teoria das Inteligências Múltiplas, como *Inteligência Espacial*, a qual, segundo Bessa (2008, p. 144–145), é compreendida como:

Centrais à inteligência espacial estão as capacidades de perceber o mundo visual com precisão, efetuar transformações e modificações sobre as percepções iniciais e ser capaz de recriar aspectos da experiência visual, mesmo na ausência de estímulos físicos relevantes. [...] Uma vez que somos solicitados a manipular a forma ou o objeto, apreciando como ele será apreendido de outro ângulo de visão ou como pareceria se fosse girado, entramos completamente na esfera espacial, pois uma manipulação no espaço foi necessária.

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) é uma das principais formas de ingresso e permanência no ensino superior. Como o próprio nome indica, seus conteúdos correspondem ao Ensino Médio, sendo esperado que tenham sido abordados neste nível de ensino. Entre as áreas avaliadas, a de Matemática e suas Tecnologias contempla a Geometria Espacial, cujas questões estão relacionadas às seguintes habilidades do Inep:

- **H6** – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional;
- **H7** – Identificar características de figuras planas ou espaciais;
- **H8** – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma;
- **H9** – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

As questões de percepção espacial no ENEM, exemplificadas nos Apêndices E e G, exigem dos alunos não apenas cálculos, mas também a capacidade de visualizar formas e relações no espaço. Nesse contexto, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), como softwares de geometria dinâmica e simulações 3D, podem fortalecer o raciocínio visual. No estado de São Paulo, a Secretaria da Educação (SEDUC) disponibiliza, em seu portal oficial, informações sobre investimentos e recursos tecnológicos nas escolas, fundamentais para apoiar o desenvolvimento da inteligência espacial.

Alguns dos investimentos recentes incluem:

- **Alura Start** — voltada à programação e tecnologia SEDUC (2023);
- **Redação Paulista** — voltada ao desenvolvimento de textos SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação (2023b);
- **Khan Academy** — voltada à Matemática do Ensino Médio SEDUC (2021);

- **Matific** — voltada à Matemática do Ensino Fundamental SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação (2023a).

Apesar dos avanços, os recursos físicos — como os sólidos geométricos em acrílico (Figura 2) — apresentam limitações quanto ao custo, desgaste e restrição de quantidade, além de não representarem transformações ou visualizações dinâmicas.

Figura 2 – Sólidos geométricos em acrílico.



Fonte: <https://mmpmateriaispedagogicos.com.br/produto/solidos-geometricos-em-acrilico/>

As plataformas digitais atuais, como a *Khan Academy* (Figura 3), ainda apresentam atividades semelhantes às dos livros didáticos, o que limita o desenvolvimento da inteligência espacial.

Figura 3 – Plataforma Khan Academy na visão do aluno.

Cursos ▾ Pesquisar 🔍 Khan Academy gustavorgomes

Seções transversais de objetos 3D (básico)

📄 Google Sala de Aula

Um corte horizontal em um sólido tridimensional produz uma forma bidimensional.

Qual dos sólidos a seguir produz esta forma bidimensional ao ser cortado horizontalmente?

Escolha 1 resposta:

(A)

(B)

(C)

(D)

Fonte: <https://pt.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-solids/hs-geo-2d-vs-3d/e/slicing-3d-figures>

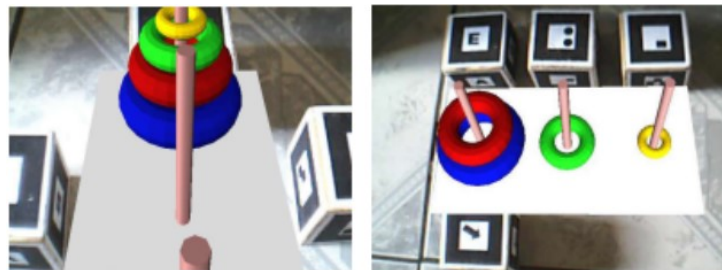
A RA, por sua vez, constitui um recurso capaz de integrar o ambiente físico e o digital, permitindo a interação com modelos tridimensionais. Tornou-se amplamente conhecida com o lançamento, em 2016, do jogo *Pokémon Go*, que combinava geolocalização e RA como visto na Figura 4

Figura 4 – Jogo *Pokémon Go*.

Fonte: <https://exame.com/tecnologia/o-que-e-realidade-aumentada-chave-do-sucesso-de-pokemon-go/>

Por sua forma interativa, a RA também permite representar instrumentos físicos como o transferidor, material dourado, ábaco, Tangram e até mesmo a *Torre de Hanoi* como visto na Figura 5

Figura 5 – Torre de Hanoi em RA.



Fonte: Adaptado de Zorzal et al. (2008).

Assim como os livros físicos que hoje coexistem com versões digitais, a RA pode atuar como instrumento mediador para que o aluno manipule objetos de forma virtual. Sua utilização permite reduzir custos com materiais físicos e ampliar o acesso a experiências de aprendizagem interativas e dinâmicas, tornando o ensino da Geometria Espacial mais acessível, motivador e significativo.

1.2 PROBLEMATIZAÇÃO

A Geometria constitui um dos eixos estruturantes do ensino da Matemática e acompanha o estudante ao longo de toda a Educação Básica. No entanto, a Geometria Espacial ainda representa um desafio para alunos e professores, em razão do alto nível de abstração exigido para compreender formas, posições e relações tridimensionais. Essa dificuldade é agravada pela escassez de recursos didáticos capazes de favorecer a visualização e a manipulação dos sólidos geométricos.

A ausência de materiais concretos e digitais adequados compromete o desenvolvimento da aprendizagem e o desempenho dos estudantes em avaliações externas, como o ENEM, no qual a Geometria Espacial tem ganhado destaque nas últimas edições. Essa recorrência evidencia a importância de práticas pedagógicas que estimulem a percepção e a inteligência espacial, aspectos fundamentais para o raciocínio geométrico.

Diante desse cenário, surgem questionamentos que orientam esta pesquisa: os recursos tecnológicos atualmente disponíveis têm sido suficientes para estimular o raciocínio e a inteligência espacial dos estudantes? E, mais especificamente, a utilização da RA pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa e efetiva da Geometria Espacial no Ensino Médio?

A investigação parte da hipótese de que a RA, ao integrar elementos virtuais ao ambiente real, oferece ao aluno uma experiência de aprendizado interativa e visualmente concreta, favorecendo a compreensão de sólidos, planos e projeções. Assim, pretende-se analisar se essa tecnologia pode, de fato, potencializar a aprendizagem geométrica e contribuir para o desenvolvimento da inteligência espacial.

1.3 OBJETIVOS

A Geometria Espacial requer do estudante a capacidade de visualizar e compreender relações entre formas, volumes e posições no espaço tridimensional — processo diretamente relacionado ao desenvolvimento da *inteligência espacial*. De acordo com Gardner (1995), essa inteligência deve ser estimulada por meio de experiências práticas, visuais e interativas. Nesse contexto, o uso de tecnologias digitais apresenta-se como alternativa para tornar o aprendizado mais dinâmico e significativo.

Como destaca Duval (1999), compreender a Matemática implica mobilizar diferentes registros de representação, articulando o simbólico, o gráfico e o concreto. A RA, ao integrar o ambiente físico ao virtual, possibilita essa articulação, promovendo uma aprendizagem visualmente concreta e cognitivamente ativa.

Objetivo geral

Investigar o uso da RA como ferramenta pedagógica no ensino da Geometria Espacial no Ensino Médio, analisando as potencialidades do *software Sólidos RA* para favorecer a visualização, a compreensão e o desenvolvimento da inteligência espacial dos estudantes.

Objetivos específicos

- Identificar as principais dificuldades enfrentadas no ensino e na aprendizagem da Geometria Espacial;
- Analisar como a RA vem sendo aplicada como recurso didático em diferentes áreas do conhecimento, com ênfase na Matemática;
- Descrever as funcionalidades e os recursos do aplicativo *Sólidos RA*, evidenciando suas contribuições para o ensino da Geometria Espacial;
- Aplicar atividades pedagógicas com o uso do *Sólidos RA* junto a estudantes do Ensino Médio, observando suas interações e percepções;
- Avaliar os resultados obtidos, verificando a eficácia da RA como estratégia metodológica para o desenvolvimento da inteligência espacial.

2 METODOLOGIA DO TRABALHO

2.1 TIPO E NATUREZA DA PESQUISA

O presente estudo caracteriza-se como uma *pesquisa exploratória de natureza aplicada*, fundamentada em procedimentos bibliográficos e qualitativos. Conforme Gil (2019), as pesquisas exploratórias buscam ampliar a compreensão sobre determinado problema, tornando-o mais explícito e contribuindo para a formulação de hipóteses. Essa abordagem mostrou-se adequada ao objetivo deste trabalho: compreender de que forma a RA pode contribuir para o desenvolvimento da inteligência espacial no ensino da Geometria Espacial.

A natureza aplicada justifica-se pela intenção de transformar o conhecimento teórico em uma proposta pedagógica, posteriormente analisada em um estudo de caso. Assim, a investigação teórica serviu de base para a aplicação prática, articulando fundamentos da Educação Matemática, teorias cognitivas e o uso de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem. Essa integração entre teoria e prática é destacada por Lakatos & Marconi (2021), ao afirmar que toda pesquisa aplicada parte de um referencial teórico que orienta a observação e a interpretação dos fenômenos investigados.

2.2 COLETA E ANÁLISE TEÓRICA

A construção teórica do trabalho teve início com uma pesquisa bibliográfica, realizada por meio da consulta a livros, dissertações, teses e artigos científicos disponíveis em acervos físicos e digitais. De acordo com Marconi & Lakatos (2017), a pesquisa bibliográfica baseia-se em material já produzido, com o objetivo de analisar, comparar e discutir diferentes contribuições sobre determinado tema.

As fontes selecionadas abordaram três eixos centrais: inteligência espacial, ensino de Geometria Espacial e o uso da RA como recurso didático. Também foram considerados documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e provas do ENEM, que orientam o ensino de Matemática no Brasil.

A escolha das fontes foi intencional, priorizando obras e pesquisas que dialogam diretamente com os objetivos do estudo. Como destaca Creswell & Creswell (2021), a seleção de materiais deve estar alinhada à natureza do fenômeno investigado, possibilitando uma análise coerente e contextualizada.

Embora não tenha havido confronto entre correntes teóricas divergentes, a análise buscou sintetizar as contribuições mais relevantes de cada autor, compondo uma base conceitual sólida. Essa etapa foi essencial para estruturar a fundamentação teórica que sustenta o estudo de caso apresentado no capítulo seguinte.

2.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

A dissertação foi organizada de modo a garantir uma sequência lógica e coerente entre os capítulos, articulando teoria, metodologia e prática. O **Capítulo 1** apresenta a introdução, contextualizando o tema, os objetivos e a justificativa. O **Capítulo 2** reúne a fundamentação teórica, abordando os conceitos de inteligência espacial, Geometria Espacial e RA. O **Capítulo 3** descreve o percurso metodológico e os procedimentos adotados na pesquisa. O **Capítulo 4** apresenta o estudo de caso, detalhando o contexto, os participantes, as etapas de aplicação e a análise dos resultados. Por fim, o **Capítulo 5** reúne as considerações finais, destacando as contribuições do estudo e as perspectivas para futuras investigações.

3 TRABALHOS RELACIONADOS

Este capítulo apresenta dissertações e teses que evidenciam o potencial da RA no ensino da Matemática, especialmente no campo da Geometria Espacial. Esses trabalhos exploram como a integração de recursos visuais e interativos favorece a compreensão de conceitos abstratos, ampliando as possibilidades pedagógicas e cognitivas dos alunos.

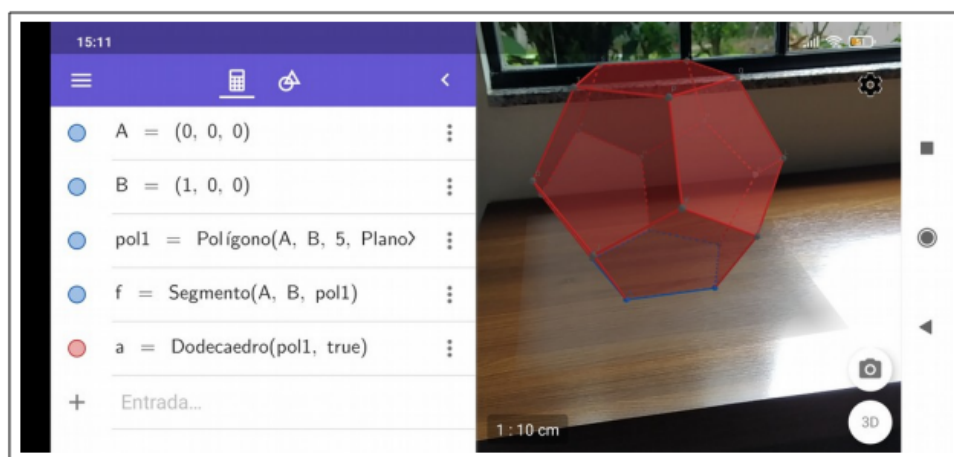
3.1 O USO DO GEOGEBRA 3D COM REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

A dissertação de Oliveira (2021), desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), investigou as contribuições do aplicativo *GeoGebra 3D* com RA para o ensino da Geometria Espacial. O estudo foi aplicado a licenciandos em Matemática, durante o período de Ensino Remoto Emergencial, com o intuito de compreender de que forma o uso de dispositivos móveis poderia favorecer a aprendizagem de sólidos geométricos.

A pesquisa, de caráter exploratório, foi estruturada em quatro encontros de duas horas, nos quais os participantes realizaram atividades práticas de construção e visualização de prismas, pirâmides e corpos redondos. As interações ocorreram de forma remota, sendo os registros das construções compartilhados pelos próprios alunos mediante capturas de tela.

O uso do *GeoGebra 3D* possibilitou aos estudantes criar, explorar e modificar sólidos tridimensionais, observando simultaneamente suas representações algébricas e geométricas. Por meio da RA, os objetos projetados no ambiente físico puderam ser manipulados em diferentes ângulos e escalas, permitindo aos alunos analisar as relações espaciais entre seus elementos constitutivos.

Figura 6 – Dodecaedro construído com o uso de comandos no *GeoGebra 3D*



Fonte: Oliveira (2021, p. 44).

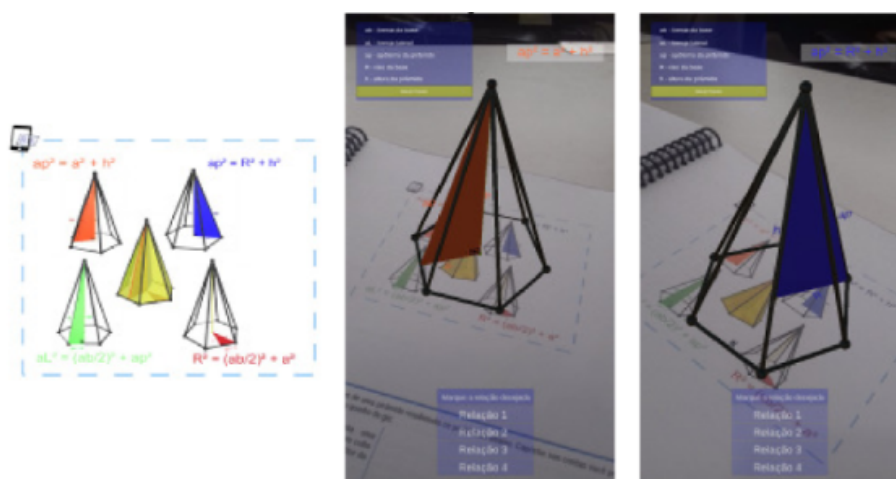
De acordo com o autor, o uso do aplicativo contribuiu para uma compreensão mais intuitiva das relações entre fórmulas e propriedades dos sólidos, favorecendo uma aprendizagem autônoma e significativa. O *feedback* dos participantes foi amplamente positivo, destacando a clareza visual e a facilidade de manipulação. Oliveira (2021) conclui que o *GeoGebra 3D* com RA é uma ferramenta eficiente para o ensino da Geometria Espacial, por integrar teoria, prática e visualização em um único ambiente digital.

3.2 ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA POR MEIO DA REALIDADE AUMENTADA EM DISPOSITIVOS MÓVEIS

A dissertação de Macedo (2021) apresentou o desenvolvimento do aplicativo *AppGeo3D*, criado para auxiliar a compreensão de propriedades e elementos dos sólidos geométricos por meio da RA. O estudo foi realizado com alunos do Ensino Médio de escolas públicas do litoral do Paraná, investigando o impacto do uso da RA em dispositivos móveis na aprendizagem da Geometria Espacial.

O aplicativo foi desenvolvido para a plataforma Android, utilizando o motor gráfico Unity 3D e a biblioteca Vuforia, que permitem o reconhecimento de marcadores e a projeção de objetos tridimensionais na tela. A interação ocorre ao posicionar a câmera do celular sobre os cartões impressos, exibindo prismas, pirâmides e outros sólidos, acompanhados de medidas, rótulos e fórmulas.

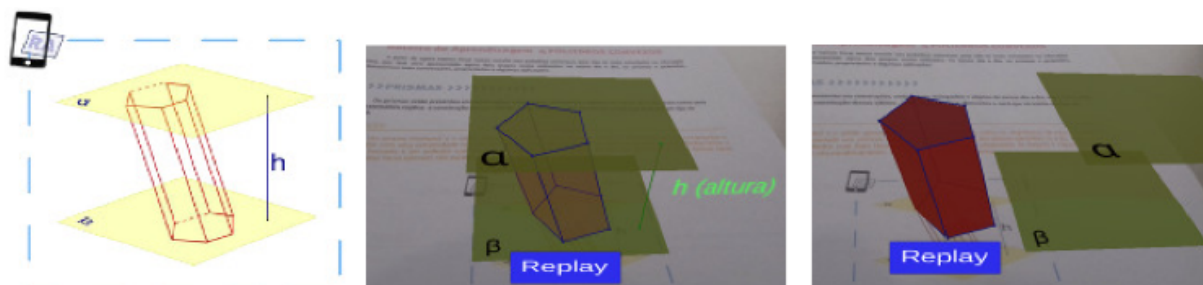
Figura 7 – Representação em RA da apótema e das faces de uma pirâmide



Fonte: Macedo (2021, p. 75).

A Figura 7 ilustra o triângulo retângulo formado pela altura da pirâmide e suas apótemas. Já a Figura 8 mostra a representação das bases de um prisma oblíquo, evidenciando as relações entre altura e base.

Figura 8 – Representação em RA das bases de um prisma oblíquo e seus respectivos planos



Fonte: Macedo (2021, p. 73).

O *AppGeo3D* integra a visualização tridimensional ao conteúdo algébrico, permitindo observar simultaneamente a forma geométrica e as expressões matemáticas correspondentes. Os resultados apontaram que o uso da RA facilitou a compreensão das relações espaciais e despertou o interesse dos estudantes, tornando o aprendizado mais interativo e significativo.

3.3 UTILIZAÇÃO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS E RECURSOS DE REALIDADE AUMENTADA NAS AULAS DE MATEMÁTICA PARA ELUCIDAÇÃO DOS SÓLIDOS DE PLATÃO

O trabalho de Silva (2017) teve como objetivo avaliar a usabilidade do aplicativo *ARSolids*, desenvolvido na plataforma Android com Unity 3D e Vuforia, voltado à visualização dos **Sólidos de Platão**. A escolha do tema decorre da constatação de que, segundo o autor, esses conteúdos costumam ser abordados apenas por meio de representações estáticas em livros didáticos.

O aplicativo permite a visualização direta dos sólidos na tela de dispositivos móveis, bastando apontar a câmera para cartões com o nome dos poliedros. Ao tocar na tela, o usuário pode ampliar, reduzir ou girar o modelo, além de acessar informações sobre número de faces, arestas, vértices e volume.

Figura 9 – Representação em RA de um Sólido Geométrico



Fonte: Silva (2017, p. 52).

O autor destaca que muitos docentes ainda enfrentam dificuldades com conceitos básicos de Geometria e com a falta de recursos materiais em sala de aula. Nesse contexto, o *ARSolids* surge como alternativa prática e eficiente, permitindo a exploração interativa dos Sólidos de Platão.

O experimento indicou boa aceitação entre alunos e professores, com taxa média de acertos de 82%, evidenciando o potencial pedagógico da RA para o ensino da Geometria Espacial.

3.4 GEOMETRIRA: PROPOSTA DIDÁTICA UNINDO REALIDADE AUMENTADA, LUDICIDADE E GAMIFICAÇÃO

A pesquisa de Severo (2021) teve como propósito investigar o uso da RA no ensino de Matemática para turmas do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, por meio do desenvolvimento do aplicativo *GeometriRA*. O estudo integrou materiais manipuláveis físicos, elementos de gamificação e recursos de RA, com o objetivo de promover uma aprendizagem mais ativa e colaborativa.

O aplicativo foi desenvolvido em Unity 3D com a biblioteca Vuforia e permite a interação com sólidos, planificações e expressões matemáticas, conforme ilustra a Figura 10.

Figura 10 – RA implementada através do aplicativo *GeometriRA*



Fonte: Severo (2021, p. 47, p. 52).

Durante as atividades, os alunos foram organizados em grupos e utilizaram marcadores físicos para acionar modelos tridimensionais. Ao identificar corretamente o sólido ou resolver uma expressão, a equipe recebia pontuação, estimulando o trabalho em grupo e o raciocínio espacial. Segundo o autor, o uso do *GeometriRA* aumentou o engajamento e a motivação dos alunos, combinando aspectos lúdicos com o desenvolvimento da percepção espacial.

3.5 SÓLIDOS RA: CONTRIBUIÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA VISUALIZAÇÃO GEOMÉTRICA POR MEIO DA REALIDADE AUMENTADA

O trabalho de Amorim (2022) investigou as contribuições do aplicativo *Sólidos RA* para o desenvolvimento da visualização geométrica de estudantes do Ensino Fundamental. O estudo, de natureza qualitativa, foi conduzido com turmas do 8º e 9º ano e buscou compreender como a interação entre elementos físicos e digitais favorece o aprendizado de Geometria Espacial.

O aplicativo *Sólidos RA*, desenvolvido pelo autor, possui cinco módulos principais: *Visualização*, *Planificação*, *Criação*, *Modelagem* e *Geoplano*. Cada módulo permite diferentes formas de interação com sólidos tridimensionais, como mostra a Figura 11.

Figura 11 – Visualização colaborativa de um sólido geométrico em RA no aplicativo *Sólidos RA*



Fonte: Amorim (2022, p. 44).

Os resultados apontaram avanços significativos nas habilidades de visualização e na motivação dos alunos. O autor conclui que a RA, ao integrar ambiente físico e virtual, cria um espaço de aprendizagem mais intuitivo e colaborativo, potencializando a construção do conhecimento geométrico.

3.6 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS TRABALHOS RELACIONADOS E JUSTIFICATIVA DA ESCOLHA DO *SÓLIDOS RA*

Os estudos analisados demonstram que a RA tem se mostrado eficaz no ensino da Geometria Espacial, favorecendo a visualização e a interação dos alunos com os objetos geométricos. As principais características e limitações das ferramentas apresentadas estão sintetizadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Comparativo entre os aplicativos de RA analisados

Aplicativo	Recursos Principais	Limitações
<i>ARSolids</i>	Visualização dos Sólidos de Platão; exibição de medidas e volume.	Não permite criação de sólidos; ausência de planificação e manipulação livre.
<i>GeometriRA</i>	Atividades gamificadas e lúdicas com RA; uso de materiais físicos.	Maior foco na motivação e interação; menor aprofundamento geométrico.
<i>AppGeo3D</i>	Visualização de prismas e pirâmides; identificação de vértices, arestas e faces.	Manipulação restrita; poucos sólidos disponíveis.
<i>GeoGebra 3D com RA Sólidos RA</i>	Construção livre de sólidos tridimensionais com comandos algébricos. Modelagem tridimensional completa; múltiplos modos de visualização; identificação automática de vértices, arestas e faces; planificações dinâmicas; transformações espaciais; estudo de posições entre planos, retas e pontos.	Falta de direcionamento pedagógico voltado ao ensino básico. Aplicativo mais abrangente entre os analisados; não apresenta limitações significativas no contexto didático.

Conclui-se que o *Sólidos RA* se destaca por reunir, de forma integrada, todos os recursos observados nos demais aplicativos, acrescentando funcionalidades voltadas à modelagem, planificação e estudo de relações espaciais complexas. Assim, foi escolhido como objeto central deste trabalho, por permitir uma abordagem completa, interativa e pedagógica da Geometria Espacial.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados os conceitos e fundamentos que sustentam as discussões teóricas e práticas desta pesquisa. Após a análise dos trabalhos relacionados, torna-se essencial compreender os princípios matemáticos e tecnológicos que embasam o desenvolvimento e a aplicação do *Sólidos RA* no ensino da Geometria Espacial.

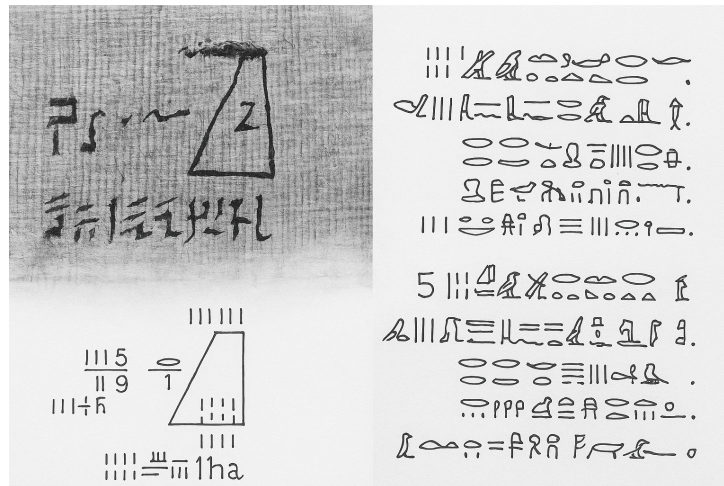
Inicialmente, aborda-se a **história da Geometria Espacial** e, em seguida, revisam-se conceitos da **Geometria Plana e Espacial**, com ênfase na transição entre raciocínio bidimensional e tridimensional, bem como em **vistas e projeções ortogonais**. *Caso o leitor já possua familiaridade com os conteúdos matemáticos apresentados nas seções iniciais, recomenda-se avançar diretamente para a Seção 4.3, que trata da RA e de suas aplicações no ensino da Matemática*. Por fim, discute-se **Inteligência Espacial** como habilidade essencial para a aprendizagem significativa de Geometria Espacial, evidenciando estratégias visuais e interativas.

4.1 HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESPACIAL

Definir o início dos estudos geométricos é tarefa complexa, pois o uso de conceitos espaciais antecede a escrita. Povos neolíticos já demonstravam compreensão de simetrias e proporções em utensílios e ornamentos. Heródoto e Aristóteles atribuíram aos egípcios a origem da Geometria, motivada pela necessidade de recalcular áreas de terras após as cheias do Nilo. No entanto, manifestações geométricas anteriores já ocorriam em civilizações mesopotâmicas e indianas, que produziram registros matemáticos e arquitetônicos baseados em relações espaciais.

Entre os documentos mais emblemáticos desse período estão os papiros egípcios, como o *Papiro de Rhind* e o *Papiro de Moscou*, que apresentam problemas práticos sobre áreas, volumes e relações tridimensionais, como o cálculo do volume de um tronco de pirâmide (Figura 12). Esses registros revelam não apenas a aplicação empírica da Geometria, mas também a tentativa de sistematizar o raciocínio espacial.

Figura 12 – Fragmentos dos papiros egípcios (*Rhind* e *Moscov*) contendo registros de problemas geométricos, como o cálculo de áreas e volumes.



Fonte: Acervo histórico egípcio (traduções matemáticas).

Com os gregos, a Geometria assume caráter filosófico e dedutivo. Pitágoras associou as formas à harmonia; Arquimedes estudou áreas e volumes; e Euclides, em *Os Elementos* (c. 300 a.C.), organizou o conhecimento em definições e postulados, base da Geometria Euclidiana. Platão estudou os poliedros regulares — os *Sólidos de Platão* —, fundamentais para o desenvolvimento da Geometria Espacial (Boyer, 1974).

Durante a Idade Média e o Renascimento, a Geometria foi aplicada à arte e à arquitetura; a perspectiva renascentista consolidou a representação da tridimensionalidade. No século XIII, Fibonacci publicou a *Practica Geometriae*; no XVII, Descartes uniu álgebra e espaço na *Geometria Analítica*; e Poncelet (1822) desenvolveu a Geometria Projetiva. Nos séculos XIX e XX, as Geometrias não euclidianas (Gauss, Lobachevsky, Bolyai) e a Geometria dos Fractais (Mandelbrot) ampliaram o escopo (Mandelbrot, 1975). Materiais concretos e, mais tarde, softwares de geometria dinâmica (*Cabri 3D*, *GeoGebra 3D*) favoreceram a visualização espacial (Duval, 1999).

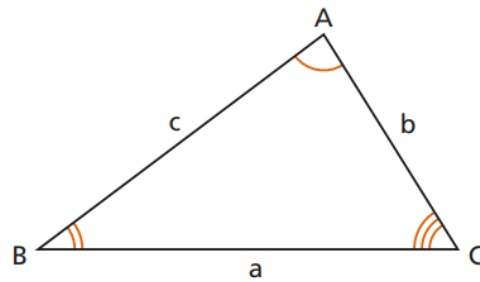
4.2 GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

Nesta seção apresentam-se os conceitos de Geometria Espacial trabalhados nos encontros, antecedidos por uma breve retomada de elementos da Geometria Plana.

4.2.1 Geometria Plana: Recordando conceitos

No contexto geométrico, os pontos passam a ser vértices e os segmentos, lados, quando se trabalha com polígonos. O primeiro tipo é o triângulo, com três lados, três vértices e três ângulos internos (Figura 13).

Figura 13 – Triângulo e seus elementos.



Fonte: Dolce & Pompeo (2013b, p. 35).

Triângulos podem ser classificados pelos lados (escaleno, isósceles, equilátero) e pelos ângulos (acutângulo, obtusângulo, retângulo). Entre os elementos, destacam-se alturas, medianas, mediatrizes e bissetrizes. Em seguida, consideram-se os quadriláteros (trapézios, paralelogramos, retângulos, losangos e quadrados).

As figuras planas em geral são chamadas de polígonos e, segundo (Dolce; Pompeo, 2013b):

“Dada uma sequência de pontos de um plano A_1, A_2, \dots, A_n e $n > 2$, todos distintos, onde três pontos não são colineares, considerando-se consecutivos A_{n-1}, A_n e A_1 , assim como A_n, A_1 e A_2 , chama-se polígono à reunião dos segmentos $\overline{A_1A_2}, \overline{A_2A_3}, \dots, \overline{A_{n-1}A_n}, \overline{A_nA_1}$.” (DOLCE; POMPEO, 2013, p. 129).

A Tabela 2 apresenta a nomenclatura por número de lados.

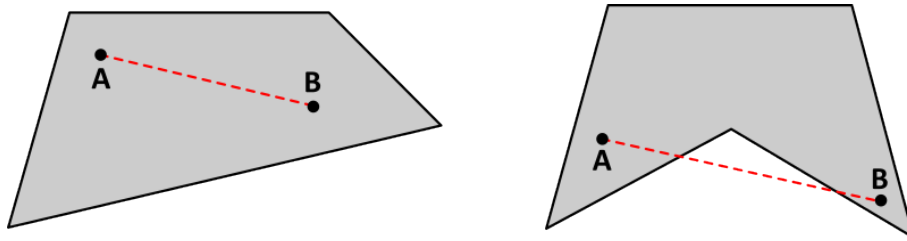
Tabela 2 – Classificação dos polígonos

Número de lados	Nomenclatura
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
12	Dodecágono
20	Icoságono

Fonte: Dolce & Pompeo (2013b, p. 139).

A Figura 14 ilustra polígono convexo e côncavo. Um polígono é convexo se todo segmento ligando dois pontos internos permanece interno.

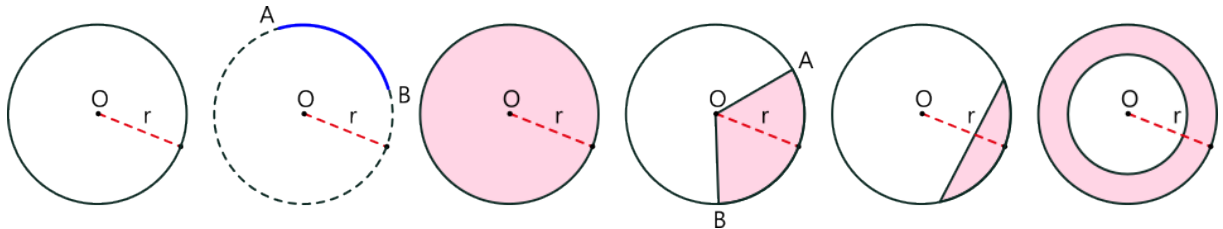
Figura 14 – Polígono convexo e côncavo (não convexo).



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Um caso particular é o *polígono regular*, com lados e ângulos congruentes. Quanto ao **círculo**, Dolce & Pompeo (2013b) o define como o conjunto de pontos equidistantes de um centro (Figura 15).

Figura 15 – Círculo e suas partes.



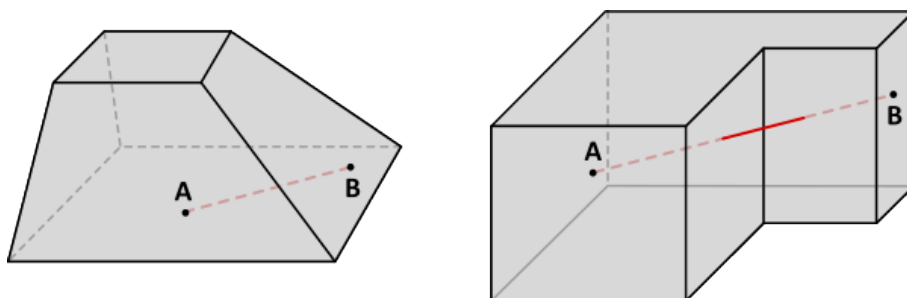
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

4.2.2 Geometria Espacial: Poliedros e seus tipos

Segundo (Dolce; Pompeo, 2013a), um **poliedro** é uma superfície poliédrica convexa, limitada e fechada, reunião de um número finito de polígonos planos e convexos, com $n > 3$, atendendo: (i) dois polígonos não coplanares; (ii) cada lado pertence a exatamente dois polígonos; (iii) cada polígono deixa os demais no mesmo semiespaço (convexidade).

Poliedros são **convexos** quando todo segmento entre pontos internos permanece interno; caso contrário, são **côncavos** (Figura 16).

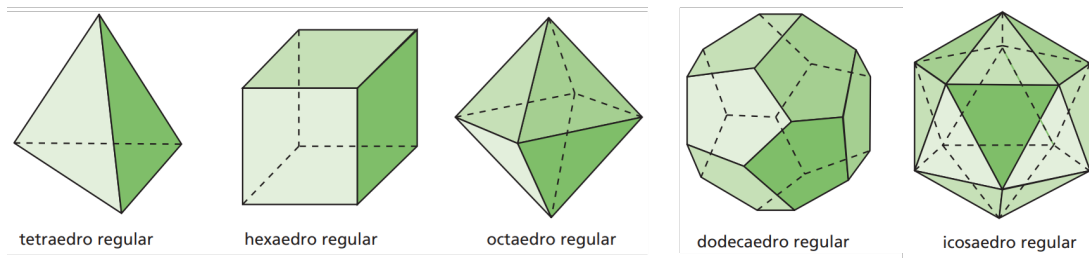
Figura 16 – Poliedro convexo e côncavo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A nomenclatura segue o número de faces (*-edro*, de *hédra*): *tetraedro* (4), *pentaedro* (5), *hexaedro* (6) etc. Poliedros **regulares** têm faces polígonos regulares congruentes e ângulos poliédricos congruentes; existem cinco, os *Sólidos de Platão* (Figura 17).

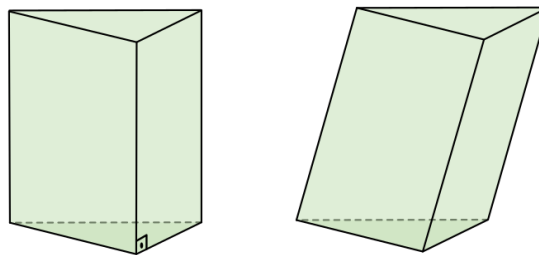
Figura 17 – Sólidos de Platão.



Fonte: Dolce & Pompeo (2013a, p. 130).

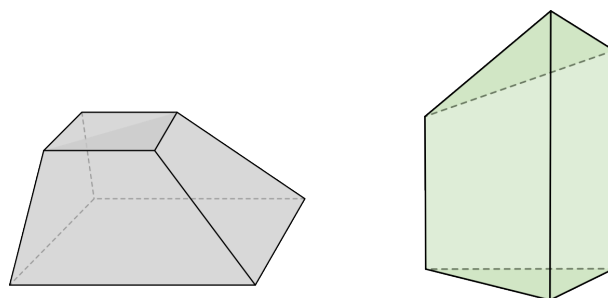
Entre os poliedros, destacam-se os **prismas** (duas bases congruentes em planos paralelos; retos ou oblíquos — Figura 18) e as **pirâmides** (um vértice e base poligonal; retas ou oblíquas). Prismas e pirâmides podem originar **troncos** (Figura 19). Planificações são representações planas da superfície poliédrica (Figura 20).

Figura 18 – Prisma triangular reto e oblíquo.



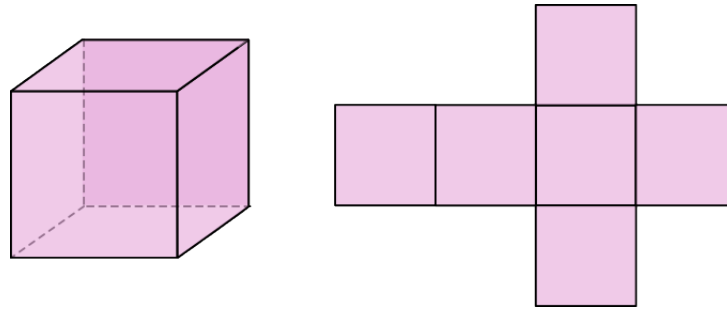
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 19 – Tronco de pirâmide e de prisma.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 20 – Planificação de um cubo.

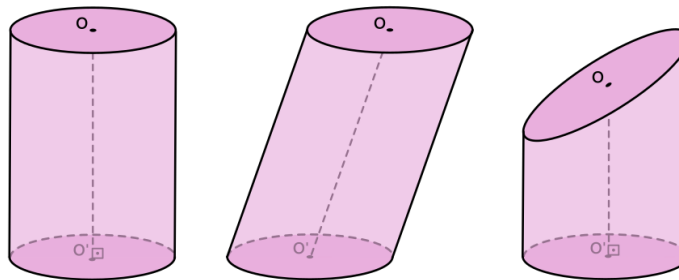


Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

4.2.3 Corpos redondos: cilindro, cone, seus troncos e planificações

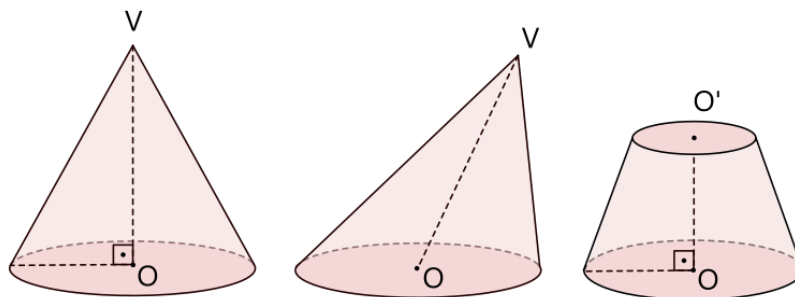
Classificam-se como *corpos redondos* os sólidos com superfícies curvas (cilíndricas, cônicas, esféricas). O **cilindro** pode ser reto, oblíquo ou tronco (Figura 21); o **cone** possui vértice V , base circular e geratrizes (Figura 22), com planificações usuais para o cone reto e o tronco (Figura 23). A **esfera** não será abordada neste trabalho.

Figura 21 – Diferentes representações do cilindro.



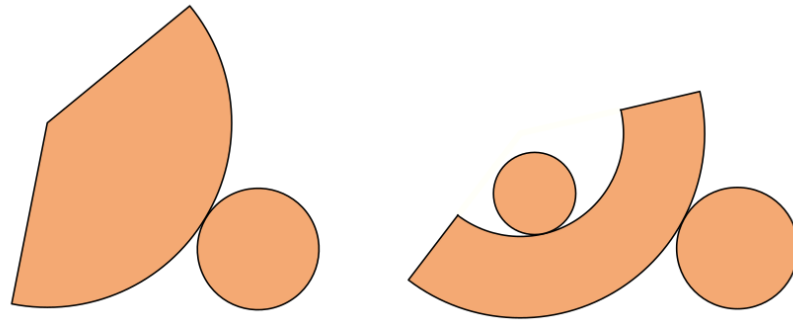
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 22 – Diferentes representações do cone.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 23 – Planificação do cone circular reto e de seu tronco.

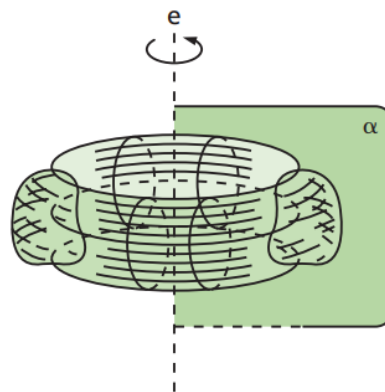


Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

4.2.4 Sólidos de Revolução

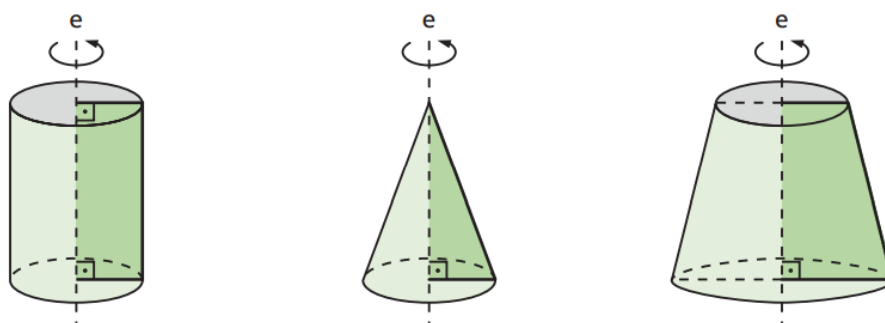
São **sólidos de revolução** os gerados pela rotação de uma figura plana em torno de um eixo (Dolce; Pompeo, 2013a) (Figura 24). Exemplos: cilindro (retângulo em rotação), cone (triângulo retângulo), tronco de cone (trapézio retângulo) — Figura 25. O eixo de rotação deve garantir um único sólido (Figura 26 e Figura 27).

Figura 24 – Sólidos de revolução.



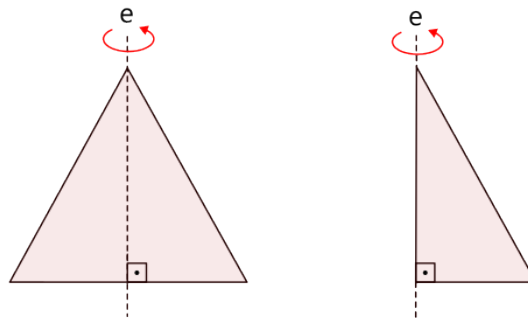
Fonte: Dolce & Pompeo (2013a, p. 324).

Figura 25 – Exemplos de sólidos de revolução.



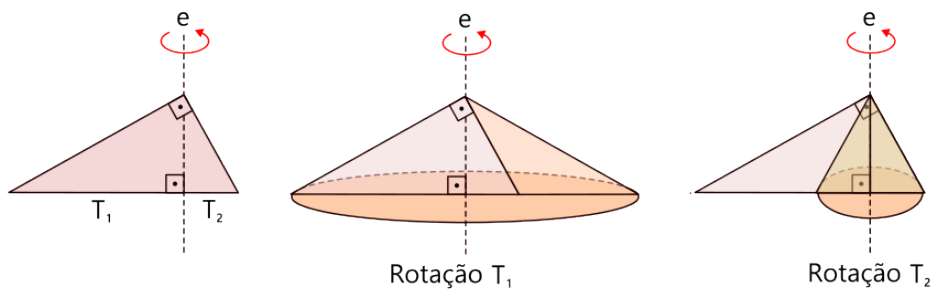
Fonte: Dolce & Pompeo (2013a, p. 324).

Figura 26 – Figuras cuja rotação gera um cone.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 27 – Exemplo de rotação que não gera um único sólido de revolução.

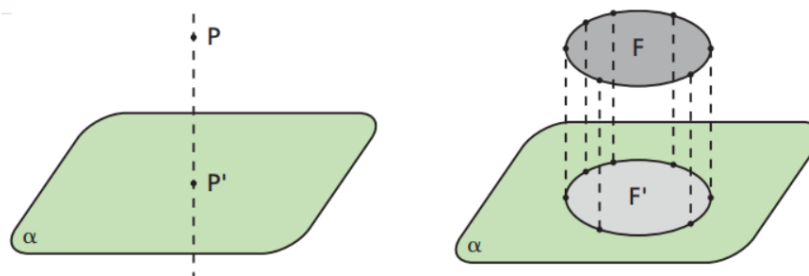


Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

4.2.5 Vistas e Projeções ortogonais

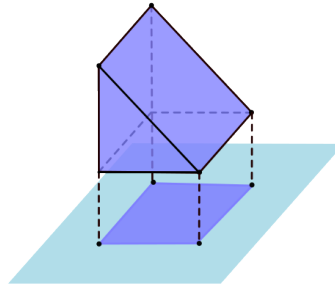
Um interesse central em Geometria Espacial é reconhecer vistas distintas de um sólido e evitar suposições equivocadas sobre sua forma. A Figura 28 apresenta **projeções ortogonais** de ponto e figura; a Figura 29 ilustra a *vista superior* como “sombra” no plano.

Figura 28 – Projeção de um ponto e de uma figura.



Fonte: Dolce & Pompeo (2013a, p. 51).

Figura 29 – Vista superior do sólido.

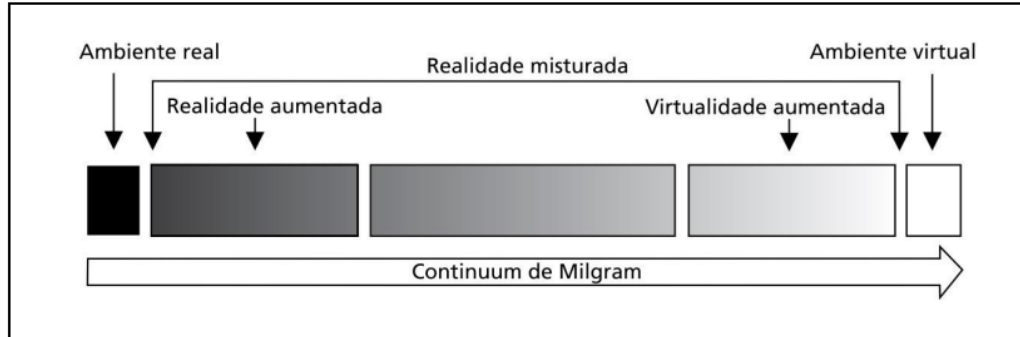


Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

4.3 REALIDADE AUMENTADA (RA)

O conceito de RA consolidou-se na década de 1990 a partir do *Contínuo de Milgram*, apresentado por Tori, Kirner & Siscoutto (2006) em 1994 (Figura 30). No contínuo de *realidade misturada*, a RA situa-se próxima ao extremo real, combinando elementos físicos e digitais em tempo real e permitindo interação direta com objetos tridimensionais sobrepostos ao ambiente. Seu propósito é ampliar a percepção, sem substituir o mundo real.

Figura 30 – Contínuo de Milgram.



Fonte: Tori, Kirner & Siscoutto (2006).

Segundo Tori & Hounsell (2018), o avanço da RA tem despertado interesse acadêmico e comercial (e.g., *Google, Microsoft*). No contexto educacional, integra mundos físico e digital, estimulando aprendizagem ativa.

A interação com RA requer *hardware* e *software* integrados: capacetes e óculos de visualização, além de celulares e *tablets* com câmera e marcadores (*QR Codes*). A RA depende de programas que reconheçam marcadores e posicionem corretamente objetos virtuais; por exemplo, o *ARToolKit* (Figura 31).

Figura 31 – Aplicação do *software* ARToolkit.



Fonte: Tori, Kirner & Siscoutto (2006).

O diferencial da RA está na **interatividade**, que favorece envolvimento cognitivo e aprendizagem pela experiência direta por meio de múltiplas representações. No ensino de Geometria Espacial, a RA reduz a abstração ao permitir visualização e manipulação de sólidos no espaço físico, reforçando habilidades de percepção e raciocínio espacial.

4.4 SÓLIDOS RA E SUA CONTRIBUIÇÃO PARA O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL

O aplicativo utilizado nesta dissertação origina-se de Amorim (2022), criado para apoiar o desenvolvimento da visualização geométrica no Ensino Fundamental. Foi implementado em C# na plataforma *Unity* e está disponível na *Play Store* para Android.

Figura 32 – Menu do aplicativo *Sólidos RA*.

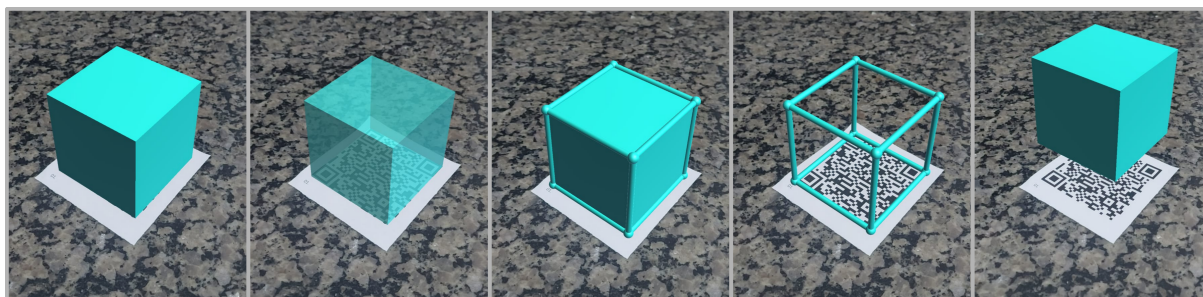


Fonte: Amorim (2022, p. 28).

No item *Visualização*, há 42 sólidos geométricos com modos de exibição diversos (opaco,

transparente, aramado, translações). Exemplos para cubo na Figura 33 e, para corpos redondos (e sólidos de revolução), Figura 34 e Figura 35.

Figura 33 – Visualizações do cubo no *Sólidos RA*.



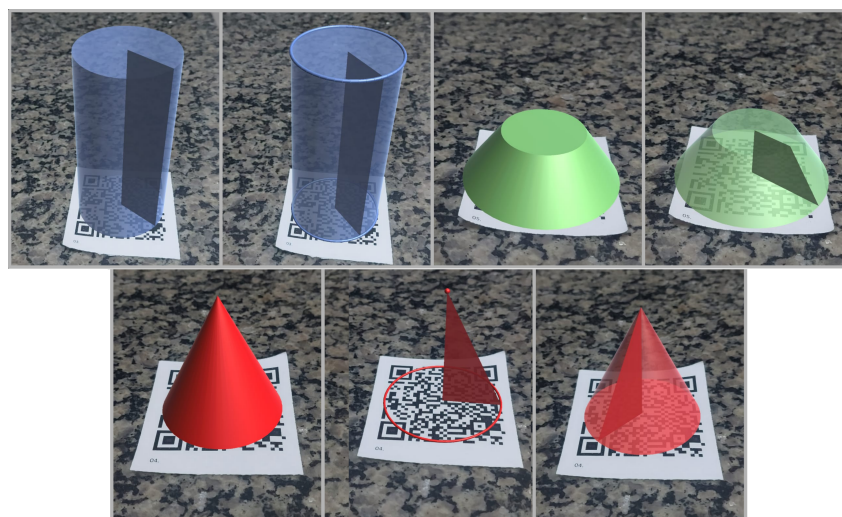
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 34 – Visualizações da esfera no *Sólidos RA*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

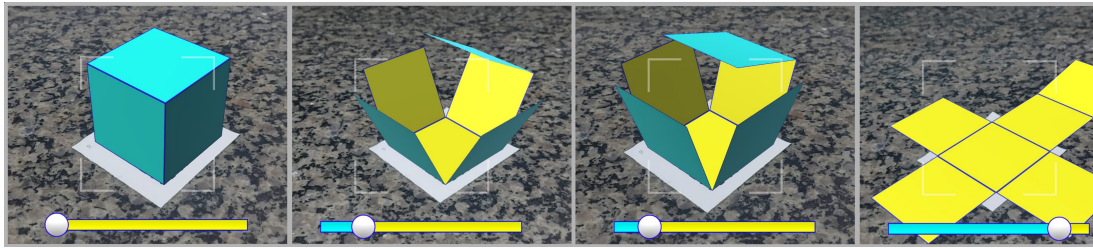
Figura 35 – Visualizações de corpos redondos no *Sólidos RA*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

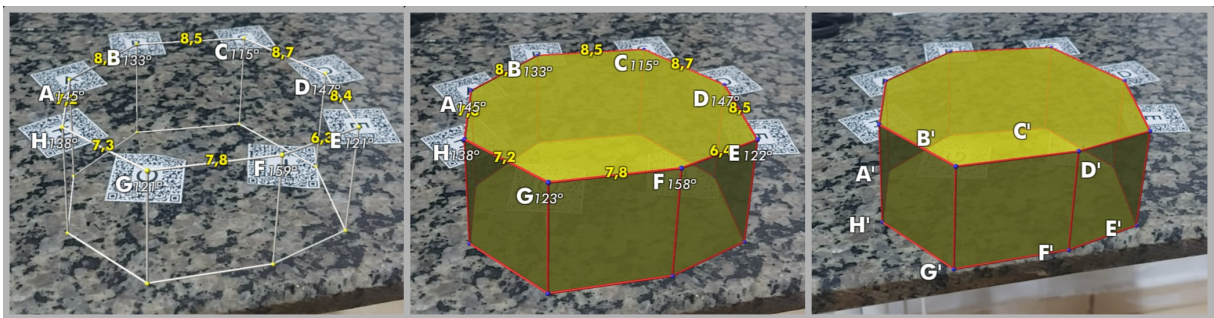
O item *Planificação* permite abrir superfícies (Figura 36). Em *Modelagem*, constroem-se figuras planas a partir de *QR Codes*, com medidas de lados e ângulos; é possível extrudar para prismas (Figura 37), destacar elementos (Figura 38) e gerar corpos redondos (e.g., cilindro; Figura 39). O **Geoplano** (Figura 40–Figura 42) e o **Geoplano 3D** (Geoespaco; Figura 43–Figura 45) ampliam o estudo de medidas, vistas e posições entre planos.

Figura 36 – Planificação de um cubo no *Sólidos RA*.



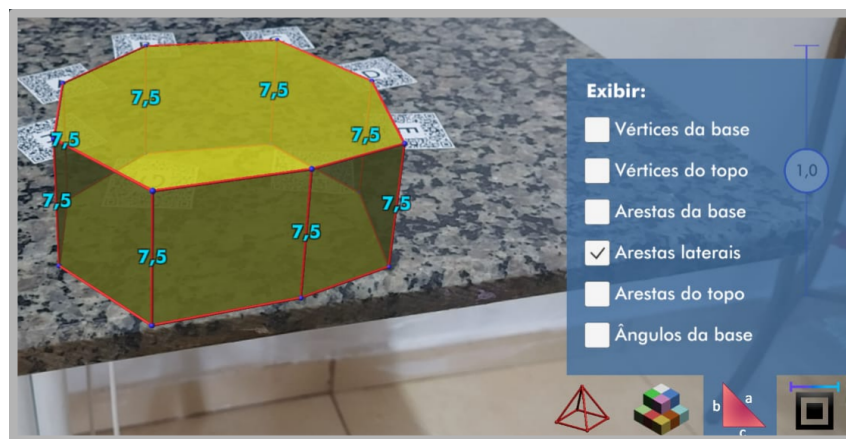
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 37 – Modelagem de polígonos e prismas no *Sólidos RA*.



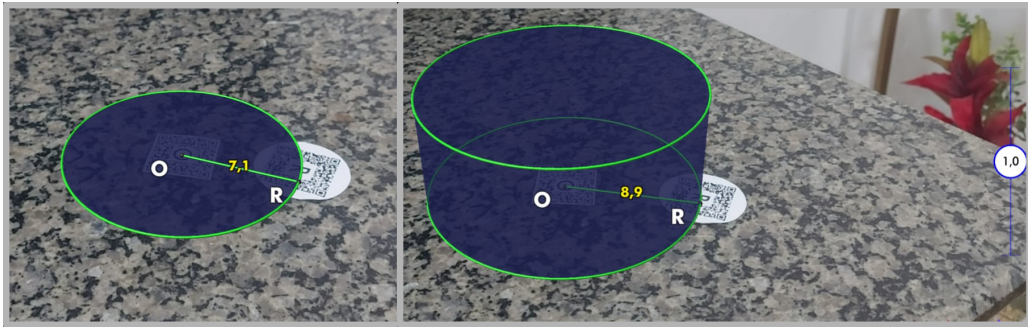
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 38 – Elementos do prisma no *Sólidos RA*.



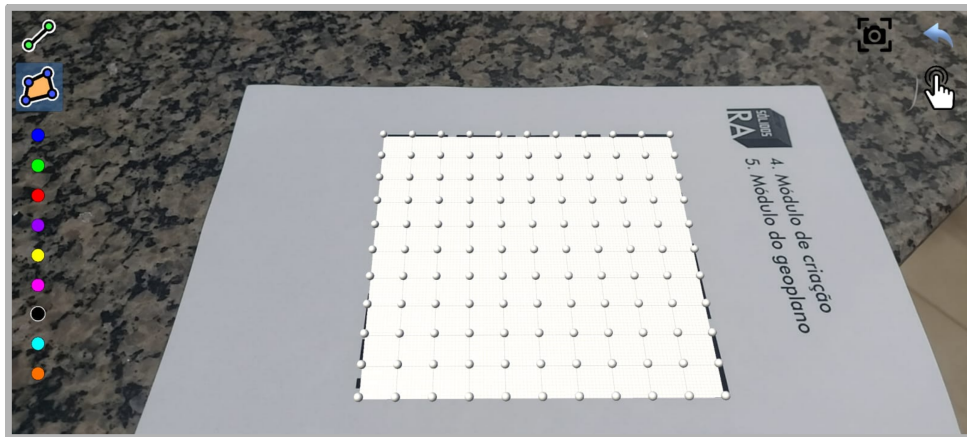
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 39 – Cilindro modelado no *Sólidos RA*.



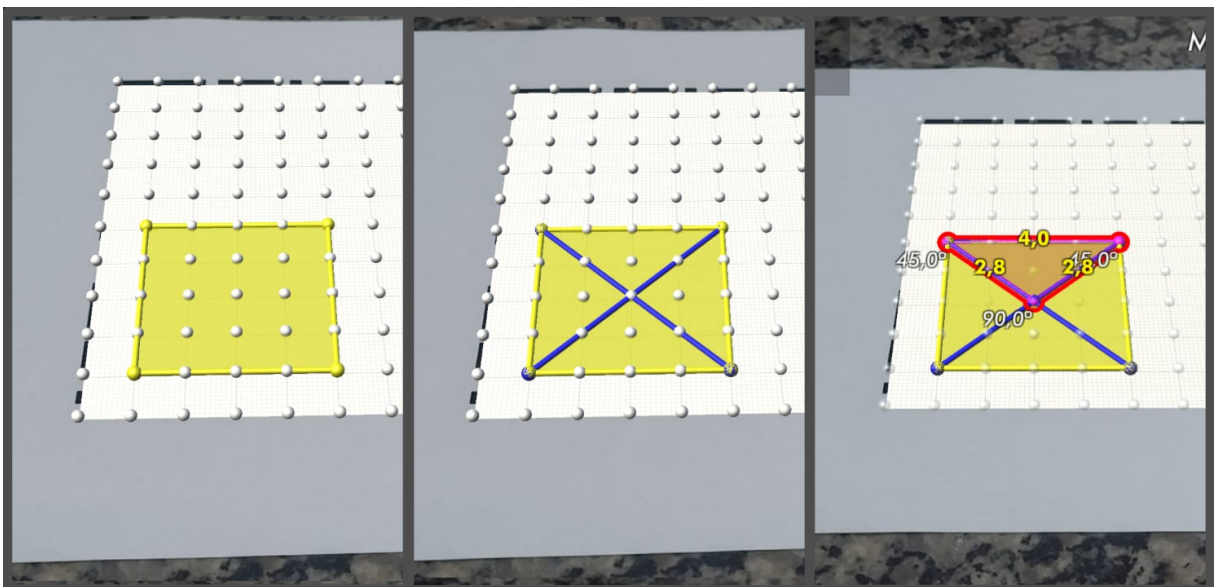
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 40 – Geoplano Quadrangular no *Sólidos RA*.



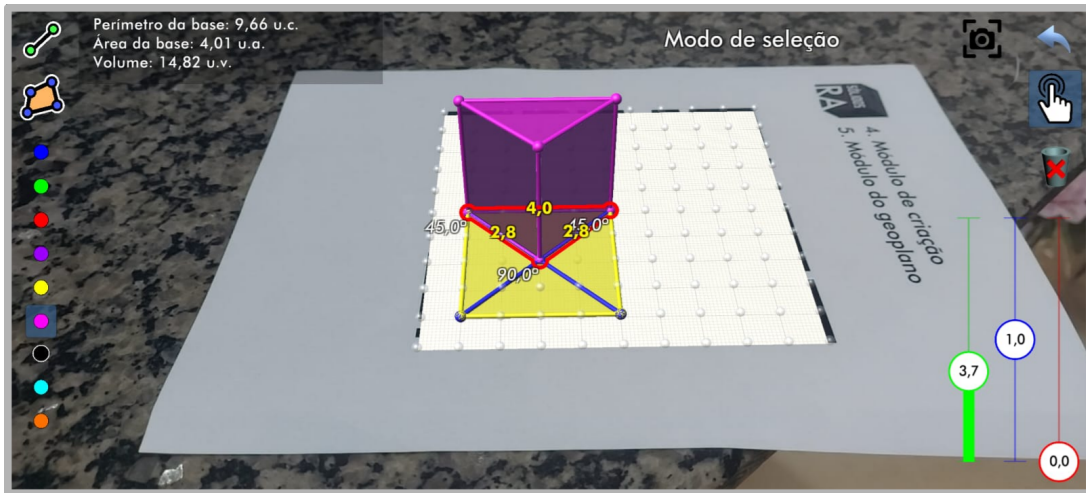
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 41 – Quadrado no Geoplano do *Sólidos RA*.



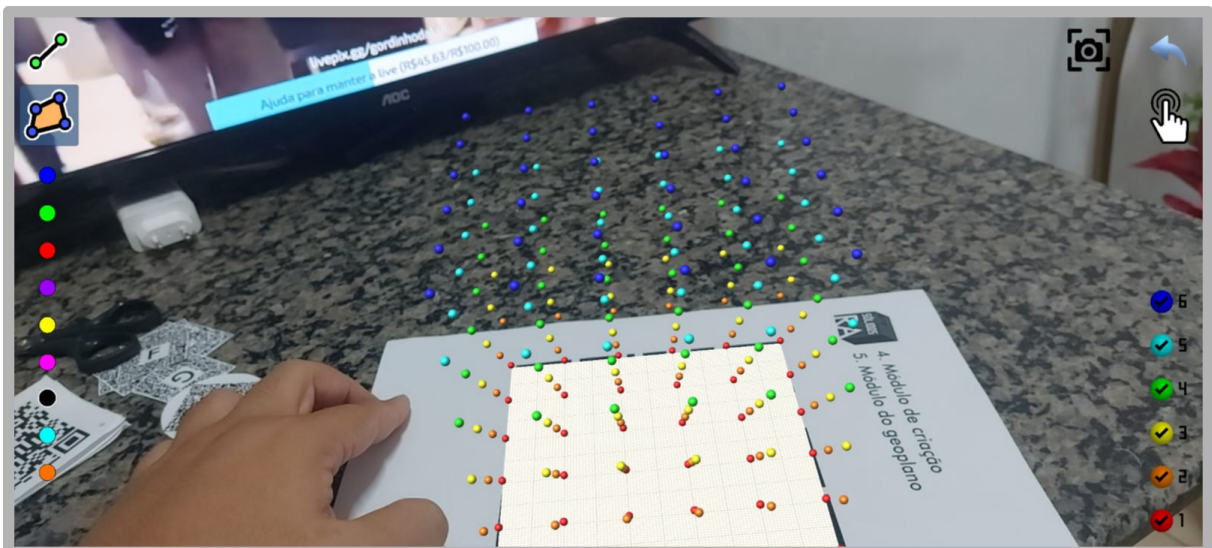
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 42 – Prisma no Geoplano do *Sólidos RA*.



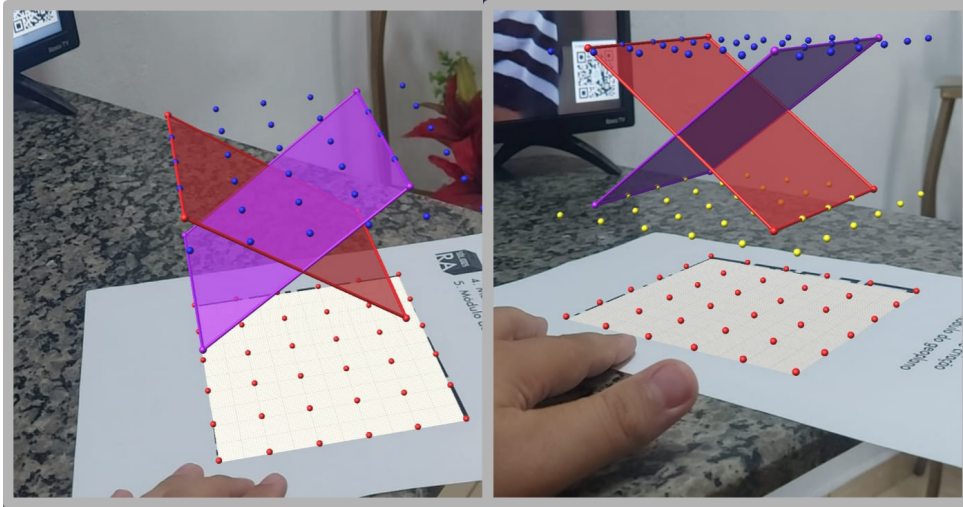
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 43 – Geoplano 3D Quadrangular (Goespaço) do *Sólidos RA*.



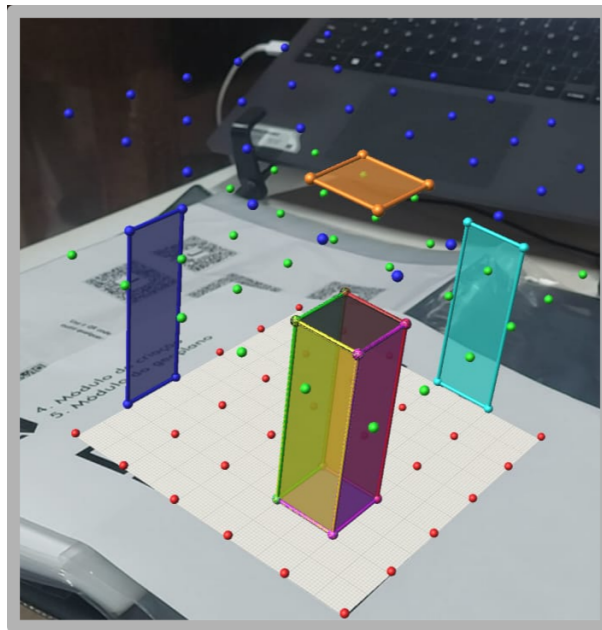
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 44 – Planos no Geoespaço do *Sólidos RA*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Figura 45 – Vistas no Geoespaço do *Sólidos RA*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

4.5 INTELIGÊNCIA ESPACIAL — UMA HABILIDADE

A **percepção espacial**, muitas vezes tratada como habilidade comum, constitui uma forma específica de inteligência ligada à capacidade de compreender e representar relações espaciais. Dificuldades em orientação, manipulação de objetos ou interpretação de formas tridimensionais podem indicar menor desenvolvimento dessa competência, essencial no cotidiano e no aprendizado da Geometria.

De acordo com a **Teoria das Inteligências Múltiplas**, proposta por Howard Gardner, a inteligência humana manifesta-se em diferentes potencialidades — linguística, musical, lógico-

matemática, espacial, corporal-cinestésica, interpessoal e intrapessoal — passíveis de aprimoramento (Bessa, 2008). A **inteligência espacial** refere-se a perceber padrões, reconhecer formas e representar mentalmente objetos e suas transformações, envolvendo visualização tridimensional e orientação no espaço Smole (1999).

Diferentemente da **inteligência lógico-matemática**, voltada ao raciocínio simbólico e dedutivo (Bessa, 2008), a inteligência espacial baseia-se na percepção visual e na manipulação mental de imagens, sendo indispensável ao estudo da Geometria. Cabe ao professor criar situações que estimulem essa habilidade por meio de atividades que envolvam rotação mental e construção de modelos tridimensionais.

Nesse sentido, a RA potencializa o desenvolvimento da inteligência espacial, pois permite interagir com objetos virtuais integrados ao ambiente real, observando-os sob diferentes perspectivas. A experiência também ativa aspectos da **inteligência corporal-cinestésica**, uma vez que o aprendizado ocorre pela ação e pelo movimento.

4.6 INTELIGÊNCIA ESPACIAL NO ENEM

O ENEM é um dos principais exames em larga escala da educação brasileira. Nas provas de Matemática e suas Tecnologias, são avaliadas competências que extrapolam o domínio algébrico, exigindo interpretar, visualizar e relacionar representações geométricas.

Essas habilidades requerem que o participante transite entre o espaço tridimensional e sua representação bidimensional, operação cognitiva diretamente ligada à inteligência espacial. Tal constatação reforça a necessidade de práticas pedagógicas que estimulem percepção visual, rotação mental e interpretação de formas desde os níveis iniciais.

Nos **Apêndices C, D e E**, são apresentadas questões do ENEM que exemplificam essa mobilização da inteligência espacial. Tais itens exigem que o participante reconheça características de figuras planas e espaciais, interprete movimentações e elabore representações em diferentes perspectivas — habilidades essenciais ao raciocínio geométrico e à compreensão do espaço.

5 ESTUDO DE CASO

TIPO E NATUREZA DA PESQUISA

O presente estudo caracteriza-se como uma pesquisa de **abordagem mista**, combinando procedimentos **qualitativos e quantitativos** (Creswell; Creswell, 2021). A dimensão quantitativa refere-se à comparação do desempenho entre dois grupos de estudantes — um que utilizou o *Sólidos RA* e outro que seguiu o ensino tradicional. Já a dimensão qualitativa contemplou observações sobre o comportamento, o engajamento e a compreensão dos alunos durante as atividades.

O delineamento adotado é **quase-experimental**, com dois grupos distintos, porém sem randomização, característica comum em pesquisas educacionais (Gil, 2019). O trabalho também assume características de **estudo de caso**, por investigar de forma aprofundada o uso do *Sólidos RA* no ensino de Geometria Espacial (Yin, 2015).

CONTEXTO E PARTICIPANTES

A pesquisa foi desenvolvida na **Escola Estadual Francisco Pessoa**, localizada em Presidente Prudente (SP), instituição pública de ensino médio. A escolha da escola deveu-se à sua abertura para o uso de dispositivos móveis em sala e à relação prévia do pesquisador com a equipe gestora, o que facilitou a supervisão e o controle das atividades.

Participaram do estudo 30 estudantes, sendo 15 da 2ª série e 15 da 3ª série do ensino médio, com idades entre 15 e 17 anos. O *grupo experimental* (2ª série) utilizou o *Sólidos RA* como ferramenta principal das aulas, enquanto o *grupo controle* (3ª série) trabalhou os mesmos conteúdos sem o recurso digital. As atividades ocorreram ao longo de três semanas, em encontros semanais.

PROCEDIMENTOS E ETAPAS DO ESTUDO

O desenvolvimento do estudo seguiu cinco etapas: planejamento, seleção dos conceitos de Geometria Espacial, elaboração de materiais, aplicação e análise dos resultados. O planejamento foi realizado em conjunto com a coordenação pedagógica, definindo-se três encontros, sem interferir na rotina regular das aulas.

Os conteúdos priorizaram a visualização espacial — diretamente relacionada à inteligência espacial — em vez da simples aplicação de fórmulas e cálculos. Foram elaborados slides, cartões e atividades dinâmicas, sendo que, nas aulas da 2ª série, os slides continham *QR Codes* para interação com o aplicativo *Sólidos RA*. Para ambos os grupos, elaboraram-se questionários digitais com quatro questões, duas de caráter tradicional e duas inspiradas em itens do ENEM (ver Apêndices A).

As aulas seguiram a mesma sequência didática — introdução, prática guiada e questionário final —, diferenciando-se apenas pelo uso do aplicativo pela 2ª série. A 3ª série, grupo controle, utilizou o *Sólidos RA* apenas de forma pontual e ilustrativa. A análise dos resultados foi realizada a partir dos percentuais de acertos registrados no *Google Sheets*, possibilitando a comparação entre os grupos, conforme o delineamento quase-experimental Lakatos & Marconi (2021).

INSTRUMENTOS E TÉCNICAS DE COLETA DE DADOS

Foram utilizados três instrumentos principais: observação direta, questionários digitais e registros fotográficos. Os questionários, elaborados no *Google Forms* e revisados pelo orientador, foram aplicados ao final de cada encontro, com tabulação automática e geração de gráficos (Apêndices A). Ao término do último encontro, aplicou-se um **teste de usabilidade** elaborado por Martins, Guimarães & Corrêa (2013) para avaliar a percepção dos alunos quanto ao uso do *Sólidos RA* (Apêndice B).

As observações buscaram registrar o engajamento, as dificuldades e as estratégias dos estudantes, complementando os resultados quantitativos. As fotografias documentaram momentos das atividades, sem exposição da identidade dos alunos. Todos os dados foram armazenados no *Google Drive* e processados no *Google Sheets*, assegurando integridade e facilidade de acesso Gil (2019).

ANÁLISE E TRATAMENTO DOS DADOS

A análise concentrou-se na comparação do desempenho entre os grupos experimental e controle. Cada encontro contou com questionários avaliativos de até 10 pontos, cujos resultados foram sintetizados em gráficos. Uma das questões de cada instrumento baseou-se em itens do ENEM, permitindo verificar a transferência de aprendizagem para situações contextualizadas.

Os dados foram conferidos pelo pesquisador e revisados pelo orientador. As observações de sala foram utilizadas para complementar a análise, articulando aspectos quantitativos e qualitativos segundo Creswell & Creswell (2021). A neutralidade foi garantida por meio da aplicação das mesmas explicações, tempos e condições de atividade para ambos os grupos; a única diferença residiu na forma de visualização dos sólidos — por meio de slides bidimensionais (3ª série) ou do aplicativo *Sólidos RA* (2ª série) — conforme o delineamento quase-experimental (Lakatos; Marconi, 2021).

ASPECTOS ÉTICOS

A pesquisa foi conduzida de acordo com os princípios éticos aplicáveis às investigações educacionais. Antes do início das atividades, o projeto foi apresentado aos alunos, explicando-se os objetivos e o propósito do estudo. Todos os participantes aderiram voluntariamente, cientes de que o foco era compreender o processo de aprendizagem com o uso do *Sólidos RA*.

Não foi utilizado termo formal de consentimento, uma vez que a pesquisa ocorreu em ambiente escolar regular, sem coleta de dados sensíveis ou identificação pessoal. Durante as atividades e nos registros fotográficos, evitou-se qualquer exposição de imagem ou dado identificável, garantindo o anonimato dos participantes.

A direção da escola autorizou formalmente a realização da pesquisa e acompanhou o planejamento e a execução das atividades, assegurando que não houvesse interferência nas aulas obrigatórias nem prejuízo pedagógico. Dessa forma, o estudo manteve-se alinhado às boas práticas em pesquisa educacional e aos princípios éticos recomendados pela literatura científica de Lakatos & Marconi (2021).

SÍNTESE DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou os procedimentos metodológicos que nortearam o estudo de caso, caracterizado como uma pesquisa de abordagem mista, com delineamento quase-experimental. O trabalho envolveu dois grupos — um experimental (2ª série) e um controle (3ª série) —, com o objetivo de analisar os efeitos do uso do *Sólidos RA* no ensino de Geometria Espacial.

Foram descritos o contexto da investigação, a caracterização dos participantes, o planejamento das atividades e as etapas de execução do estudo. Também foram apresentados os instrumentos de coleta — observação direta, questionários digitais (Apêndices A) e teste de usabilidade (Apêndice B) — e os procedimentos de análise dos dados.

A comparação entre os grupos, apoiada em percentuais de acertos e observações qualitativas, permitiu identificar diferenças no desempenho, engajamento e compreensão dos conceitos geométricos. Os cuidados éticos adotados garantiram a voluntariedade e o anonimato dos participantes. Assim, este capítulo constitui a base para a discussão dos resultados apresentados no capítulo seguinte, contribuindo para compreender os impactos do uso do *Sólidos RA* na aprendizagem da Geometria Espacial.

6 APLICAÇÕES E RESULTADOS

Neste capítulo são descritos os encontros realizados com os estudantes, suas interações com o aplicativo de RA e as compreensões observadas ao longo das atividades. A análise baseia-se em questionários aplicados durante o processo, complementados por observações, relatos, imagens e gráficos. Os instrumentos avaliativos, apresentados nos apêndices, atribuíram notas de 0 a 10, com pesos variáveis para cada questão.

A utilização da RA no ensino da Matemática, segundo Tori, Kirner & Siscoutto (2006) e Tori & Hounsell (2018), constitui uma estratégia capaz de integrar o mundo físico e o virtual, proporcionando experiências imersivas e interativas que favorecem o engajamento e a aprendizagem ativa. Para Billinghamurst & Duenser (2012), a RA amplia as possibilidades de visualização e manipulação de objetos tridimensionais, tornando o processo de construção do conhecimento mais dinâmico e significativo.

Embora as turmas da 2ª e da 3ª séries tenham participado de atividades semelhantes, a condução metodológica diferiu entre elas. Para os alunos da 2ª série, os exemplos foram apresentados diretamente no aplicativo, a fim de favorecer a visualização e reduzir equívocos decorrentes da abstração das formas espaciais — dificuldade comum entre estudantes, conforme destacam Duval (1999) e Arcavi (2003), ao apontarem a importância da conversão entre registros e representações visuais na aprendizagem geométrica. Já com a 3ª série, o uso do aplicativo ocorreu apenas após a etapa inicial de representação e discussão conceitual, permitindo comparar a precisão entre o imaginado e o visualizado em RA.

Considera-se que os alunos da 3ª série já haviam tido contato prévio com conteúdos de Geometria Espacial, conforme previsto no currículo estadual. Dessa forma, pretendeu-se verificar se os resultados obtidos pelos dois grupos se aproximam, se diferenciam ou se revelam evidências do impacto da RA no processo de aprendizagem — objetivo central deste estudo. Pesquisas como as de Munhoz (2022b) e Souza & Kirner (2018) indicam que o uso de tecnologias emergentes, especialmente a RA, potencializa a compreensão espacial e o envolvimento dos alunos em tarefas que exigem visualização tridimensional.

Cabe ressaltar que, dos cinco encontros planejados, **três** foram efetivamente aplicados, em virtude das limitações impostas pelo calendário escolar e pela disponibilidade de horários para execução das atividades.

6.1 1º ENCONTRO: GEOMETRIA PLANA — RECORDAÇÃO

Neste encontro, foram apresentados os objetivos gerais do projeto, destacando-se a importância do ensino de Geometria Espacial, sua relevância no ENEM e o potencial da RA como ferramenta de apoio à aprendizagem de conceitos geométricos (Tori; Hounsell, 2018; Tori; Kirner; Siscoutto, 2006).

O aplicativo foi inicialmente demonstrado aos alunos, com ênfase em algumas de suas principais funcionalidades, o que despertou considerável interesse. Foram disponibilizados dois *tablets* para uso coletivo, e os alunos que possuíam celulares puderam baixar o aplicativo naquele momento, ampliando o envolvimento com a atividade.

Como os conceitos de Geometria Plana são trabalhados desde o Ensino Fundamental, o conteúdo foi retomado de modo introdutório, visando à reativação dos conhecimentos prévios. Observou-se que ambas as turmas, ainda que não recordassem definições formais, demonstraram familiaridade com termos como *triângulo retângulo*, *isósceles* e *equilátero*. Um equívoco recorrente — nomear o *paralelogramo* como *paralelepípedo* — serviu de ponto de partida para discussões sobre as diferenças entre figuras planas e espaciais, evidenciando a necessidade de reforçar essa distinção.

Na 2ª série, à medida que os conceitos eram revisados, suas representações já eram construídas no *Geoplano virtual* do aplicativo *Sólidos RA*, conforme mostrado na Figura 46, enquanto a 3ª série acompanhava as representações apenas nos *slides*. Essa diferença metodológica visou verificar o impacto da manipulação virtual na compreensão das formas.

Figura 46 – Utilização do *Geoplano* no aplicativo *Sólidos RA*



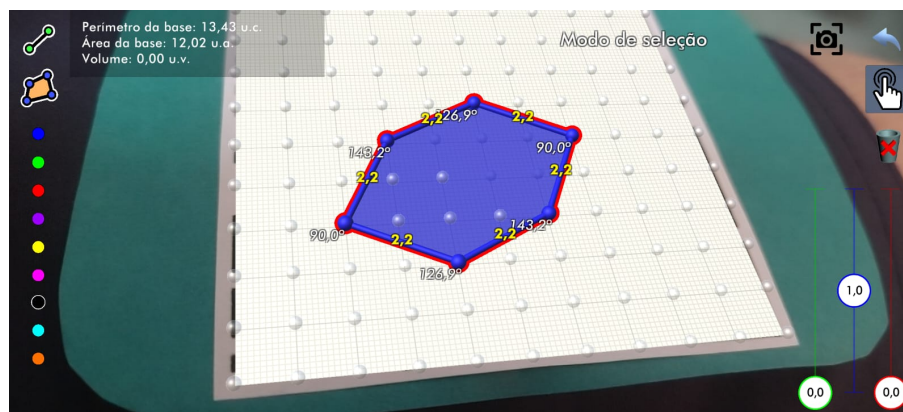
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Durante a primeira atividade, alguns conceitos tradicionalmente explicados em aula foram compreendidos de maneira intuitiva, como a constatação de que a medida da diagonal de um quadrado é sempre maior que a de seu lado. Esse tipo de inferência visual reforça o papel da RA como mediadora no desenvolvimento da *inteligência espacial*, ao permitir que os alunos manipulem e observem relações geométricas em tempo real.

Em um dos momentos mais significativos, um aluno que sorteou a construção de um *hexágono equilátero* observou que, ao unir as diagonais de retângulos adjacentes, poderia formar um hexágono com lados iguais, ainda que irregular na aparência. Sua fala — “*Professor, no*

geoplano quadrículado não está sendo possível construir um hexágono normal, mas se eu unir seis diagonais desse tipo de retângulo, o hexágono formado será equilátero.” — revelou uma hipótese geométrica coerente, confirmada posteriormente ao testar a construção no aplicativo (Figura 47). Tal raciocínio evidencia o processo descrito por Duval (1999), que destaca a importância da conversão entre registros de representação — do intuitivo ao simbólico — para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Figura 47 – Construção de um *hexágono equilátero* no aplicativo *Sólidos RA*



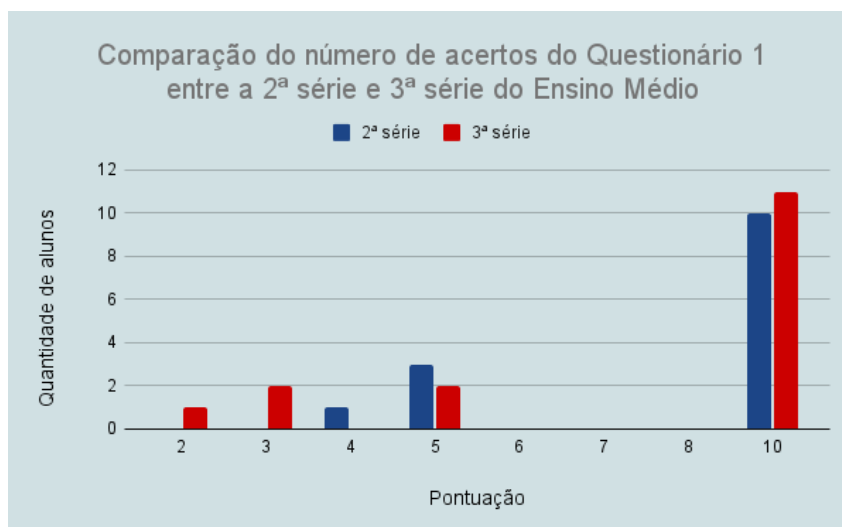
Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

As discussões revelaram que os alunos foram capazes de corrigir e complementar o raciocínio dos colegas, demonstrando apropriação conceitual: *Aluno 1*: “Só há três trapézios!” *Aluno 2*: “Mas você contou também os paralelogramos? Retângulos? Losangos? Eles também são trapézios!”

Essa troca evidencia o aprendizado colaborativo e a consolidação de conceitos geométricos por meio da linguagem e da interação, aspectos fundamentais do desenvolvimento cognitivo (Vygotsky, 1991).

Após a realização do encontro e aplicação do questionário, foi possível construir o gráfico da Figura 48. Nota-se que ambas as séries obtiveram proporções semelhantes de acertos, com cerca de 70% dos estudantes atingindo pontuações máximas, o que sugere que a 2ª série assimilou os conteúdos de modo equivalente à 3ª série.

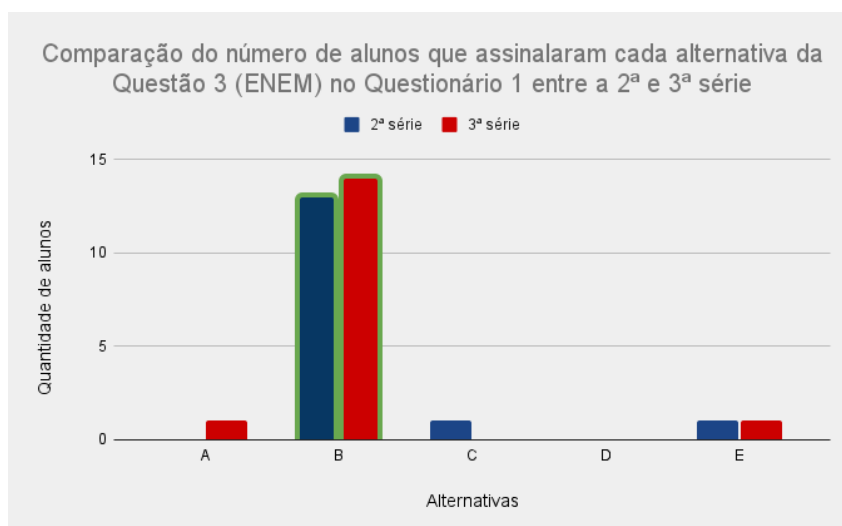
Figura 48 – Gráfico comparativo do número de acertos entre a 2ª e 3ª série — Questionário 1



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Da mesma forma, na questão 3 do questionário, apresentada na Figura 49, observa-se que ambas as turmas obtiveram índices de acerto próximos de 90%, indicando desempenho equivalente. Tais resultados sugerem que o uso da RA contribuiu para uma aprendizagem significativa e nivelada entre grupos com experiências escolares distintas, reforçando seu potencial como mediadora cognitiva e didática no ensino de Geometria.

Figura 49 – Número de acertos da Questão 3 no Questionário 1 em cada série



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

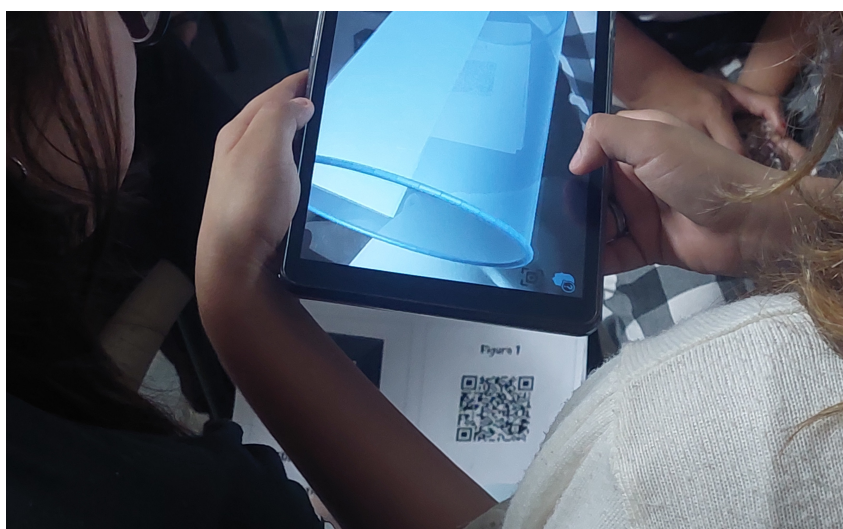
6.2 2º ENCONTRO: GEOMETRIA ESPACIAL — SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO E CORPOS REDONDOS

Neste encontro, a Geometria Espacial foi apresentada como uma ampliação natural da Geometria Plana, enfatizando a transição das figuras bidimensionais para as tridimensionais.

Retomaram-se as figuras estudadas anteriormente, evidenciando que os **sólidos de revolução** derivam da rotação de figuras planas — processo que exige do aluno a compreensão de correspondências entre diferentes registros de representação (Duval, 1999).

Mantendo o mesmo delineamento metodológico, a 2ª série utilizou o aplicativo de RA desde o início das explicações, enquanto a 3ª série o utilizou apenas no momento das atividades. Na Figura 50, observa-se o uso do *Sólidos RA*, no qual os alunos visualizaram a formação de um cilindro a partir da rotação de um retângulo em torno de um de seus lados maiores.

Figura 50 – Visualização de um sólido de revolução no *Sólidos RA*



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Durante a atividade, os estudantes demonstraram envolvimento e curiosidade, manifestando verbalmente suas percepções: *Aluno 1: “Agora é bem mais fácil de imaginar.”*

Aluno 2: “Imagine construir algo com esse retângulo girando; olha o trabalho que daria.”

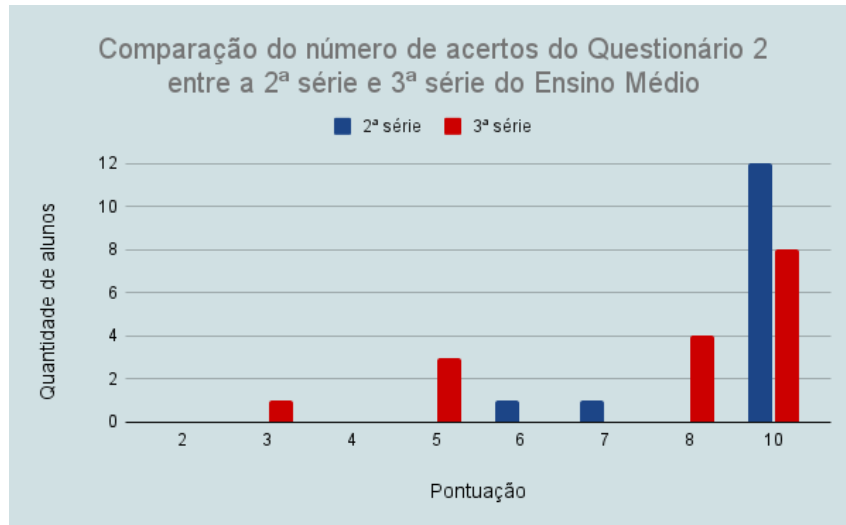
Aluno 3: “Parece o exercício do ENEM que teve.”

Essas falas reforçam o papel da RA como mediadora cognitiva, pois permitem observar e manipular representações tridimensionais de fenômenos geométricos, antes restritos à abstração mental (Tori; Kirner; Siscoutto, 2006). Segundo Duval (1999), esse tipo de conversão entre o plano e o espaço é essencial para o desenvolvimento da inteligência espacial.

Um ponto relevante observado é que o encontro ocorreu logo após a realização do ENEM, e muitos alunos relataram não ter reconhecido o conteúdo de sólidos de revolução na prova, o que reforça a necessidade de abordagens mais visuais e concretas no ensino.

Após a aplicação do questionário e a elaboração do gráfico da Figura 51, verificou-se uma diferença de aproximadamente 30% no desempenho entre as séries, com a 2ª série apresentando maior número de acertos. Esse resultado pode estar associado ao uso contínuo da RA durante o processo de ensino, que possibilitou uma compreensão mais intuitiva das relações espaciais envolvidas.

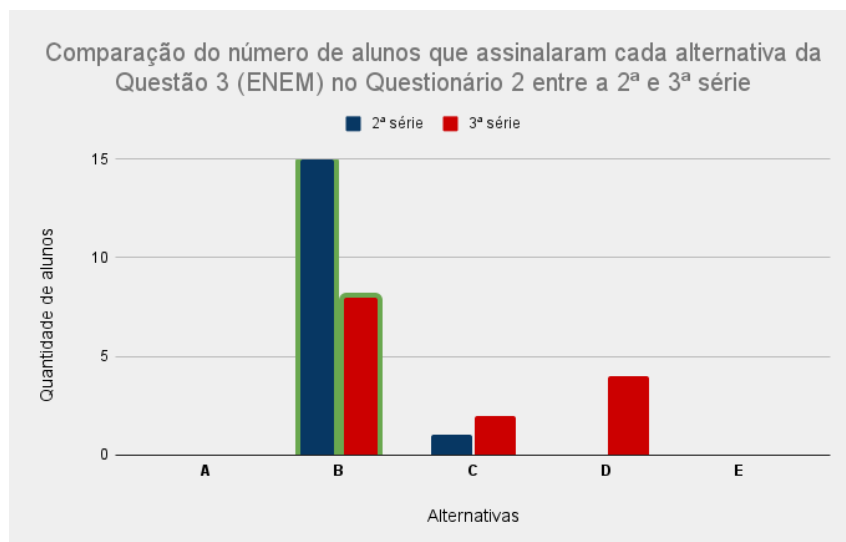
Figura 51 – Comparação do número de acertos do Questionário 2 entre a 2ª e 3ª série do Ensino Médio



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A análise da Questão 3, de caráter semelhante às cobradas no ENEM, reforça essa constatação. Conforme a Figura 52, a alternativa B — destacada em verde — corresponde à resposta correta. Nota-se que os alunos da 2ª série obtiveram desempenho superior, enquanto a 3ª série apresentou maior dispersão de respostas, com alternativas incorretas mais assinaladas. Essa diferença sugere que a manipulação visual promovida pela RA contribuiu para a consolidação conceitual e a superação de dificuldades na visualização espacial.

Figura 52 – Distribuição das respostas da Questão 3 no Questionário 2 entre a 2ª e 3ª série



Fonte: Elaborado pelo autor (2025). A alternativa destacada em verde corresponde à resposta correta.

Considerando a natureza do conteúdo — que exige imaginar o movimento de rotação e compreender a formação de corpos redondos —, observa-se que a RA se mostrou uma ferramenta eficaz no desenvolvimento da inteligência espacial e na mediação entre a abstração matemática e

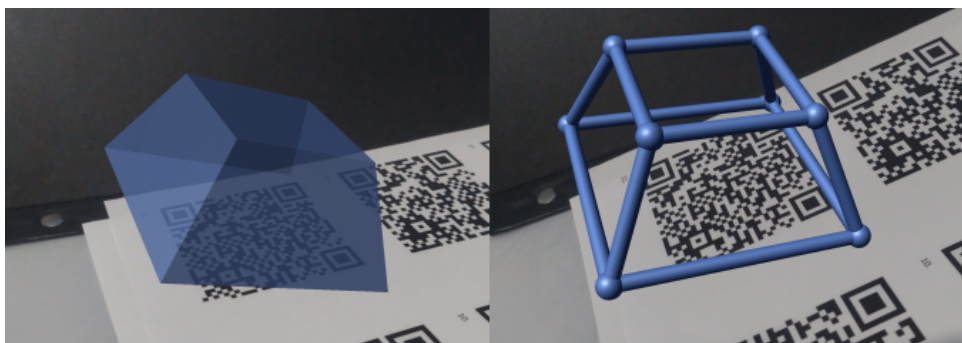
a experiência visual. Pesquisas como as de Munhoz (2022a) e Moura & Costa (2020) corroboram esses resultados, apontando que o uso de tecnologias imersivas no ensino da Geometria Espacial favorece a compreensão, a motivação e o desempenho dos estudantes.

6.3 3º ENCONTRO: POLIEDROS E SEUS TIPOS

Neste encontro, foram retomados conceitos já familiares aos estudantes, como o *paralelepípedo* e a *pirâmide*, prontamente recordados por ambos os grupos. Os alunos relacionaram essas figuras às construções geométricas realizadas no Ensino Fundamental I, demonstrando que a base conceitual havia sido bem desenvolvida nessa etapa de ensino.

Em particular, apenas os alunos da 2ª série afirmaram conhecer o *tronco de pirâmide quadrangular*, apresentado na Figura 53. Ao serem questionados sobre a quantidade de vértices e arestas, alguns estudantes da 3ª série mostraram confusão, pois utilizavam como referência a pirâmide completa. Também houve dificuldade inicial em identificar as faces laterais como *trapézios*, sendo frequentemente descritas como *retângulos distorcidos*. Tais equívocos são esperados, visto que, conforme Duval (1999), a compreensão de sólidos tridimensionais depende da habilidade de converter representações planas em espaciais — operação cognitiva que exige alto nível de abstração.

Figura 53 – Tronco de pirâmide quadrangular visualizado no *Sólidos RA*



Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Durante o manuseio do aplicativo, os alunos demonstraram grande interesse pelas possibilidades de visualização, comparando as projeções tridimensionais às representações convencionais vistas em livros ou quadros. A RA permitiu visualizar arestas ocultas e rotacionar os objetos livremente, proporcionando uma percepção mais completa da estrutura dos poliedros. Essa experiência confirma o potencial da RA como mediadora cognitiva, pois permite observar e manipular objetos matemáticos antes restritos à abstração mental (Tori; Kirner; Siscoutto, 2006; Gutiérrez, 1996).

Em determinado momento, uma aluna comentou: “*Era essa linha que a professora tanto queria que eu visse.*”, referindo-se às arestas não visíveis nas projeções convencionais. A fala ilustra o papel da RA na superação das dificuldades de visualização espacial, conforme também

defendido por Moura & Costa (2020), que destaca a importância das tecnologias imersivas para o desenvolvimento da inteligência espacial.

Durante a atividade mostrada na Figura 54, surgiram dúvidas sobre a diferença entre sólidos côncavos e convexos. Contudo, um aluno conseguiu rapidamente identificar exemplos dentro do próprio material de apoio, demonstrando assimilação do conceito, ainda que com dificuldade de verbalização — o que é esperado para o nível do Ensino Médio (Nunes, 2009).

Figura 54 – Atividade de identificação de poliedros — côncavos e convexos

1 ATIVIDADE JOGO DAS CARACTERÍSTICAS

Em uma urna haverá nomes de sólidos por sua classificação quanto aos lados, em outra urna haverá características (convexo, côncavo, regular ou irregular). Ao sortear estes dois nomes, os alunos terão 5 minutos para encontrar em sua apostila, um sólido que atenda as duas características. Os sólidos devem ser vistos através do *Sólidos RA*. Caso o aluno afirmar que não há figura que atenda, ele deverá explicar o porquê e só assim obterá os pontos.

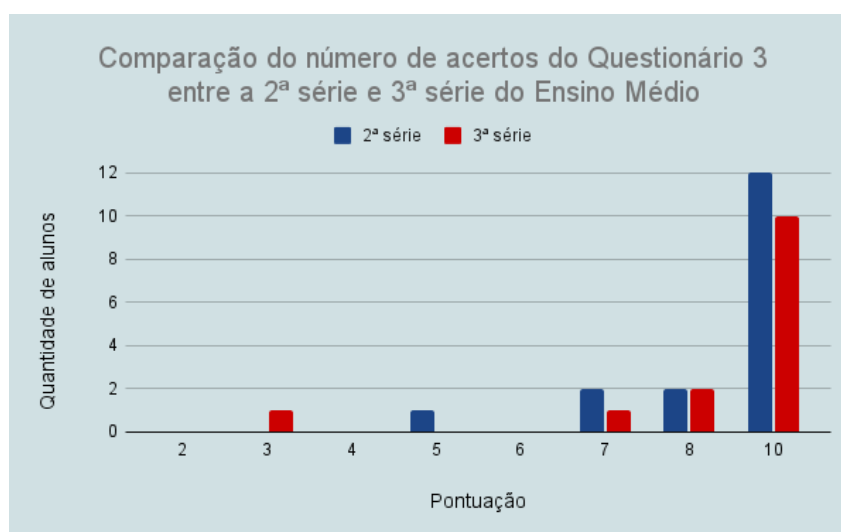
Os alunos que acertarem obtêm 5 pontos cada.

Sólidos RA VISUALIZAÇÃO

Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

A análise dos questionários revela, como mostra a Figura 55, que a 2ª série novamente obteve desempenho superior à 3ª série, com cerca de 25% de vantagem média. Essa diferença reforça a hipótese de que o uso contínuo da RA favorece a assimilação de conceitos espaciais complexos.

Figura 55 – Comparação do número de acertos no Questionário 3 entre a 2ª e 3ª série do Ensino Médio

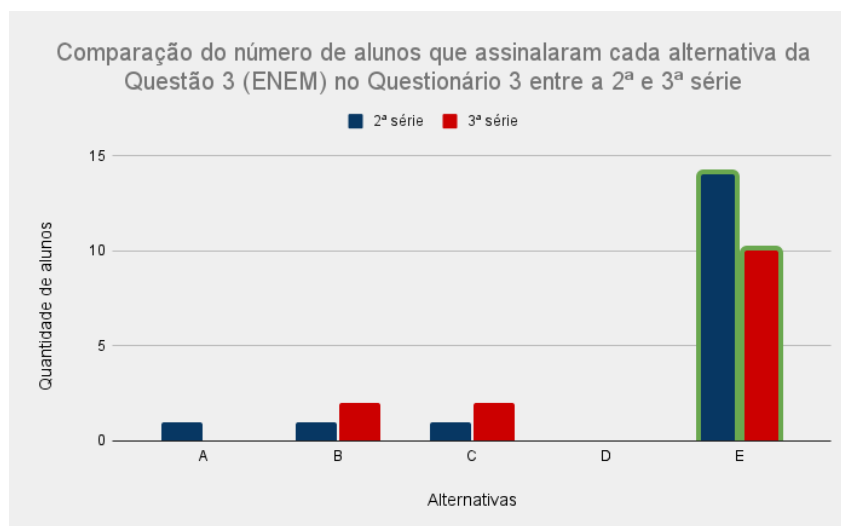


Fonte: Elaborado pelo autor (2025).

Por fim, na Figura 56, referente à Questão 4 (adaptada do ENEM), observa-se que a alternativa E — destacada em verde — foi assinalada majoritariamente pelos alunos da 2ª série, indicando

compreensão mais consolidada dos conceitos de poliedros e suas propriedades. A 3ª série, por sua vez, apresentou maior dispersão de respostas, o que sugere que a ausência do suporte visual contínuo dificultou a abstração geométrica necessária.

Figura 56 – Distribuição das respostas da Questão 4 do Questionário 3 entre a 2ª e 3ª série



Fonte: Elaborado pelo autor (2025). A alternativa destacada em verde corresponde à resposta correta.

Assim como nos encontros anteriores, os resultados indicam que a integração da RA ao processo de ensino potencializa a aprendizagem significativa, promovendo a visualização, a compreensão estrutural e o raciocínio espacial — dimensões fundamentais para o ensino de Geometria Espacial e amplamente reconhecidas pela literatura especializada.

6.4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para a análise dos efeitos do uso da RA no ensino de Geometria Espacial, foram utilizadas métricas de natureza quantitativa e qualitativa. A métrica quantitativa principal consistiu no desempenho dos estudantes nos questionários aplicados ao final de cada encontro, cujas pontuações variavam de 0 a 10, conforme o número de acertos. Algumas questões foram extraídas ou adaptadas de provas do ENEM, o que permitiu relacionar os resultados obtidos às habilidades de visualização espacial avaliadas nacionalmente.

Como métrica complementar, aplicou-se o teste de usabilidade proposto por Martins, Guimarães & Corrêa (2011), elaborado especificamente para tecnologias educacionais baseadas em RA e estruturado segundo a escala tipo *Likert* de cinco pontos. Esse instrumento avaliou a aceitação, a facilidade de uso e a percepção de aprendizagem associadas ao aplicativo *Sólidos RA*. Além disso, as observações das interações e falas dos alunos durante os encontros foram consideradas indicadores qualitativos de engajamento e construção conceitual. A combinação desses dados, conforme orientam Gil (2019) e Lakatos & Marconi (2021), permitiu uma análise abrangente do impacto pedagógico da RA, tanto em termos de desempenho objetivo quanto de percepção subjetiva.

6.5 RESULTADOS OBTIDOS COM A 2ª SÉRIE

Conforme descrito nas atividades anteriores, a 2ª série foi o grupo que mais utilizou a RA ao longo dos encontros, empregando o *Sólidos RA* em todas as etapas — tanto nas demonstrações quanto nas atividades práticas. Essa diferença metodológica visou verificar se a exposição frequente à visualização tridimensional interferiria no desempenho e na assimilação conceitual dos estudantes.

Os resultados indicaram que os alunos dessa série obtiveram pontuações semelhantes ou superiores às da 3ª série, o que contraria a expectativa inicial de que os alunos mais avançados alcançariam melhor desempenho. Tal desempenho reforça a hipótese de que o uso contínuo da RA favorece o aprendizado significativo, especialmente em conteúdos que exigem operações mentais de rotação, projeção e reconstrução espacial (Tori; Kirner; Siscoutto, 2006; Moura; Costa, 2020).

No questionário geral de conteúdos, verificou-se que 100% dos estudantes declararam já ter estudado *Poliedros e seus tipos*, 91,7% *Corpos redondos* e 33,3% *Sólidos de revolução*. Este último não faz parte do currículo paulista, mas a RA mostrou-se eficaz para a compreensão dos conceitos, o que pôde ser observado durante as atividades de manipulação dos sólidos.

Quando questionados sobre a aprendizagem por meio do aplicativo, todos os estudantes (100%) afirmaram *concordar totalmente* que o *Sólidos RA* facilita a compreensão das propriedades e detalhes dos sólidos geométricos. De acordo com Duval (1999), a visualização é condição essencial para a conversão entre representações planas e espaciais, e a RA atua justamente nessa mediação cognitiva. Além disso, todos relataram nunca ter estudado Matemática com o uso de tecnologias de RA, fator que contribuiu para o entusiasmo e o engajamento observados durante os encontros.

Assim, a análise quantitativa e qualitativa indica que a exposição constante à RA resultou em maior assimilação dos conteúdos e motivação dos alunos, evidenciando o potencial pedagógico dessa tecnologia no desenvolvimento da inteligência espacial.

6.6 RESULTADOS OBTIDOS COM A 3ª SÉRIE

A 3ª série participou dos mesmos encontros e atividades, mas com metodologia distinta: a utilização do *Sólidos RA* foi restrita ao momento das atividades, sem demonstrações prévias. Essa diferença visou observar se o contato limitado com a RA impactaria a retenção conceitual e o desempenho geral.

Apesar de apresentarem bons resultados, as médias da 3ª série ficaram abaixo das obtidas pela 2ª série, confirmando que o uso mais intensivo da RA tende a favorecer o aprendizado. Durante os encontros, os estudantes demonstraram interesse pela ferramenta e expressaram o desejo de utilizá-la por mais tempo, reconhecendo que a exploração visual auxiliava na compreensão de formas e relações espaciais. Esse comportamento está alinhado ao que Bessa (2008) descreve como aprendizagem mediada pela motivação sensorial e pela curiosidade cognitiva.

No questionário geral, observou-se que 100% dos estudantes afirmaram já ter aprendido *Poliedros e seus tipos*, 100% *Corpos redondos* e 63,6% *Sólidos de revolução*. A porcentagem mais alta neste último tema decorre do fato de os alunos terem tido contato com o assunto em atividade anterior da escola, em que a RA também havia sido apresentada.

Quanto à percepção de aprendizagem, cerca de 90% *concordaram totalmente* que o aplicativo possibilita compreender melhor os conceitos de Geometria Espacial, enquanto 100% afirmaram que as representações visuais utilizadas nos encontros auxiliaram na resolução das questões do ENEM, realizado em data próxima. Esses resultados corroboram os achados de Moura & Costa (2020), segundo os quais a integração da RA ao ensino de Matemática potencializa o raciocínio espacial e a interpretação de problemas geométricos.

De modo geral, a análise da 3ª série confirma que, ainda que o uso da RA tenha sido limitado, a tecnologia contribuiu para aprendizagem mais concreta e visual, mostrando-se recurso eficiente na consolidação de conceitos espaciais.

6.7 RESULTADOS DO TESTE DE USABILIDADE

Com o intuito de avaliar a percepção dos alunos quanto à facilidade de uso, clareza e eficiência do *Sólidos RA*, aplicou-se o teste de usabilidade proposto por Martins, Guimarães & Corrêa (2011), desenvolvido para tecnologias educacionais com RA. O instrumento é composto por 11 afirmações avaliadas em escala tipo *Likert* de cinco pontos, variando de 1 (*discordo totalmente*) a 5 (*concordo totalmente*). Esse tipo de escala, conforme Marconi & Lakatos (2017), permite mensurar percepções subjetivas com rigor, possibilitando a interpretação de médias como indicadores de satisfação e aceitação.

A aplicação do teste foi realizada ao final do terceiro encontro, após o uso do aplicativo pelas duas séries. O objetivo foi identificar o grau de aceitação da tecnologia e verificar se o ambiente interativo favoreceu a aprendizagem e o engajamento. As Tabelas 3 e 4 apresentam, respectivamente, o número de vezes em que cada classificação foi indicada e as médias por questão.

Tabela 3 – Número de vezes que a classificação foi indicada em cada questão

Questão	1	2	3	4	5
1	0	0	0	2	21
2	0	0	0	1	22
3	2	0	0	5	16
4	0	0	0	4	19
5	0	0	0	0	23
6	0	0	0	0	23
7	0	0	0	0	23
8	0	0	0	9	14
9	0	0	1	8	14
10	0	0	0	0	23
11	0	0	0	0	23

Fonte: Elaboração do autor (2025).

Tabela 4 – Médias das classificações por questão

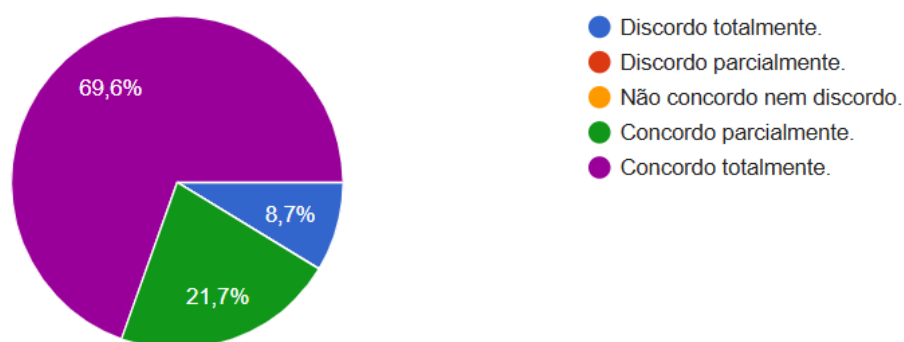
Questão	Média
1 — Entendi de forma clara como utilizar o aplicativo e seu objetivo.	4,9
2 — As mensagens apresentadas no aplicativo eram de fácil compreensão.	4,9
3 — Em momento algum me senti perdido na aplicação, sem saber o que fazer.	4,4
4 — Ao mostrar o marcador, o sólido era carregado de forma rápida.	4,8
5 — O objeto da cena segue corretamente a posição do marcador.	5,0
6 — Cada marcador apresentava o sólido correspondente.	5,0
7 — Foi uma experiência agradável utilizar a aplicação.	5,0
8 — Eu utilizaria novamente a aplicação.	4,6
9 — Eu sempre executava as mesmas ações para acionar as mesmas funcionalidades.	4,5
10 — O número de objetos que apareceram na tela foi coerente com os objetivos da aplicação.	5,0
11 — O objeto estava sempre posicionado de acordo com o marcador.	5,0

Fonte: Elaboração do autor (2025).

Considerando que a escala varia de 1 a 5 e que cada questão possui o mesmo peso, o aplicativo alcançou média total aproximada de **4,8**, o que representa alto grau de satisfação e facilidade de uso por parte dos estudantes. Conforme a interpretação da Escala Likert apresentada por Marconi & Lakatos (2017), médias superiores a 4,0 refletem concordância elevada entre os respondentes, demonstrando que a ferramenta atende às expectativas de clareza, interação e desempenho.

Quando as respostas são agrupadas em critérios positivos (*concordo totalmente e concordo parcialmente*) e negativos (*não concordo nem discordo, discordo parcialmente e discordo totalmente*), observa-se que **98%** das indicações pertencem à categoria positiva, reforçando a aprovação do aplicativo pelos alunos. A Figura 57 exemplifica a distribuição percentual das respostas de uma das questões do teste.

Figura 57 – Distribuição percentual das respostas na afirmação 3 do questionário de usabilidade



Fonte: Elaboração do autor (2025).

Na terceira afirmação, que apresentou a menor média (4,4), alguns alunos relataram ter interpretado erroneamente o enunciado — “Em momento algum me senti perdido na aplicação, sem saber o que fazer” — como uma afirmação negativa. Essa confusão textual justifica as respostas “discordo totalmente”, sem comprometer a validade geral do instrumento.

De modo geral, o teste de usabilidade confirmou que o *Sólidos RA* apresenta alto nível de aceitação entre os alunos e adequada funcionalidade técnica, favorecendo a aprendizagem visual e a interação intuitiva com os conteúdos. Esses resultados corroboram Martins, Guimarães & Corrêa (2011) e Tori, Kirner & Siscoutto (2006), que apontam a RA como tecnologia que alia engajamento, clareza conceitual e eficiência pedagógica em contextos educacionais.

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como propósito apresentar uma metodologia para o ensino da Geometria Espacial no Ensino Médio, utilizando a RA como ferramenta de apoio pedagógico, por meio do aplicativo *Sólidos RA*. Desde sua concepção, buscou-se compreender de que forma essa tecnologia pode contribuir para o desenvolvimento da *inteligência espacial* e para a aprendizagem significativa dos conceitos geométricos, tradicionalmente reconhecidos como de maior complexidade entre os estudantes.

Inicialmente, discutiu-se a importância de estimular a percepção espacial como uma das habilidades fundamentais no ensino da Matemática, conforme destacam autores como Gardner (1995) e Duval (1999). Verificou-se que, embora a Geometria esteja presente ao longo de toda a Educação Básica, a Geometria Espacial ainda representa um desafio tanto para alunos quanto para professores, devido à necessidade de abstração e à escassez de recursos que favoreçam a visualização tridimensional dos sólidos.

A análise dos trabalhos relacionados evidenciou que diversas iniciativas têm explorado a RA no ensino da Matemática, com resultados promissores, porém limitados quanto à abrangência conceitual e às possibilidades de modelagem. Nesse contexto, o *Sólidos RA* mostrou-se uma ferramenta mais completa, ao permitir a identificação automática de vértices, arestas e faces, bem como a visualização dinâmica dos sólidos, suas planificações, projeções ortogonais, rotações, translações e expansões. Tais potencialidades o tornam um recurso didático capaz de ampliar a compreensão dos conteúdos e reduzir a dependência de materiais físicos, geralmente escassos e de difícil manutenção nas escolas.

Os encontros realizados com estudantes da 2ª e 3ª séries do Ensino Médio possibilitaram verificar, na prática, a aplicabilidade da metodologia proposta. Os alunos demonstraram elevado interesse e engajamento nas atividades com o uso da RA, apresentando melhor desempenho na identificação de elementos e propriedades dos sólidos geométricos. A análise dos resultados indicou que os estudantes que tiveram contato com o aplicativo *Sólidos RA* alcançaram níveis de compreensão semelhantes ou superiores aos colegas de séries mais avançadas, evidenciando que o recurso contribuiu para o fortalecimento da aprendizagem e para a consolidação de conceitos anteriormente abstratos.

Dessa forma, os objetivos específicos traçados foram plenamente atingidos. Foi possível identificar as dificuldades recorrentes no ensino da Geometria Espacial, analisar as aplicações da RA em diferentes contextos educacionais, apresentar as funcionalidades e potencialidades do *Sólidos RA*, aplicar a metodologia com alunos do Ensino Médio e avaliar seus resultados e percepções quanto à experiência. Os dados e observações coletados confirmam que a integração da RA ao ensino da Geometria Espacial representa não apenas uma inovação tecnológica, mas também uma evolução metodológica que amplia as possibilidades de mediação didática.

Conclui-se, portanto, que o uso da RA, especialmente por meio do aplicativo *Sólidos RA*,

configura-se como uma estratégia eficaz e acessível para o ensino da Geometria Espacial. Essa ferramenta promove uma aprendizagem mais significativa, visual e interativa, capaz de desenvolver a inteligência espacial dos estudantes e aproximar o ensino da Matemática das demandas contemporâneas da educação digital. Assim, o trabalho reafirma a importância de integrar tecnologias emergentes às práticas docentes, não como substituição do professor, mas como ampliação das formas de ensinar e aprender, fortalecendo o vínculo entre teoria, prática e inovação pedagógica.

8 TRABALHOS FUTUROS

As experiências com o aplicativo demonstram seu potencial, capaz de promover uma aprendizagem mais significativa. As tais potencialidades, contudo, mostram oportunidades de expansão que podem fortalecer sua integração ao currículo escolar.

Uma primeira proposta consiste na remontagem dos *slides* e materiais de apoio utilizados nas aulas do currículo paulista, de modo que as atividades estejam integradas ao aplicativo.

Também se propõe estender essa integração às turmas dos anos finais do Ensino Fundamental, em que são trabalhados os conceitos introdutórios de Geometria Espacial. O uso do recurso nesse segmento pode fortalecer a transição entre a Geometria Plana e a Espacial, estimulando a inteligência espacial.

Outra possibilidade é ampliar o aplicativo, incluindo módulos voltados à Geometria Plana, de modo a formar um ambiente unificado de aprendizagem. Essa versão poderia contemplar atividades interativas, exemplos práticos e simulações de vistas e projeções ortogonais, consolidando os conceitos de forma visual e integrada.

O desenvolvimento de uma interface pedagógica aprimorada também permitiria acompanhar o progresso dos alunos e fornecer *feedbacks* automáticos, transformando o ambiente de RA em uma plataforma completa de ensino e avaliação em Geometria.

REFERÊNCIAS

- AMORIM, L. L. **Contribuições do aplicativo Sólidos RA para o desenvolvimento da visualização geométrica na perspectiva da Realidade Aumentada**. Vitória – ES: [s.n.], 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo (IFES).
- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 52, n. 3, p. 215–241, 2003.
- BESSA, V. da H. **Teorias da Aprendizagem**. [S.l.]: IESDE Brasil S.A., 2008.
- BILLINGHURST, M.; DUENSER, A. Augmented reality in the classroom. **Computer**, v. 45, n. 7, p. 56–63, 2012.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. [S.l.]: Edgard Blücher, 1974.
- CRESWELL, J. W.; CRESWELL, J. D. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2021.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar 10: geometria espacial**. [S.l.]: Editora Atual, 2013.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar 9: geometria plana**. [S.l.]: Editora Atual, 2013.
- DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 1999.
- GARDNER, H. **Estruturas da mente: A teoria das inteligências múltiplas**. Porto Alegre: Artmed, 1995.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.
- GUTIÉRREZ, **Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework**. 1996. Disponível em: <https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>. Acesso em: 03 jun. 2024.
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. d. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2021.
- MACEDO, A. d. C. **Ensino e aprendizagem de Geometria por meio da Realidade Aumentada em dispositivos móveis: um estudo de caso em colégios públicos do litoral paranaense**. 2021. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba – PR, 2021.
- MANDELBROT, B. B. **Les objets fractals: forme, hasard et dimension**. Paris: Flammarion, 1975.
- MARCONI, M. d. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisa, elaboração, análise e interpretação de dados**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MARTINS, V. F.; GUIMARÃES, M. d. P.; CORRÊA, A. G. Usability test for augmented reality applications. In: **Proceedings of the XXXIX Latin American Computing Conference (CLEI)**. [s.n.], 2013. p. 1–10. Acesso em: 27 out. 2025. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/261339759_Usability_test_for_Augmented_Reality_applications.

MARTINS, V. F.; GUIMARÃES, M. de P.; CORRÊA, A. G. **Tendências e Técnicas em Realidade Virtual e Aumentada**. [S.l.]: Sociedade Brasileira de Computação - SBC, 2011.

MOURA, H. A.; COSTA, L. F. O uso da realidade aumentada como ferramenta de aprendizagem em geometria espacial. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 28, n. 1, 2020.

MUNHOZ, A. P. **Realidade aumentada no ensino de geometria espacial: uma proposta para o ensino fundamental**. 2022. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2022.

MUNHOZ, B. C. **O uso da Realidade Aumentada no ensino de ciências e matemática: uma proposta interdisciplinar**. 2022. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2022.

NUNES, T. **Aprendizagem de Matemática: relações entre representação e raciocínio**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

OLIVEIRA, O. G. d. **O uso do GeoGebra 3D com Realidade Aumentada no ensino de Geometria Espacial**. 2021. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG, Ponta Grossa – PR, 2021.

SEDUC. **Centro de Mídias SP tem formação sobre a Khan Academy para educadores**. 2021. Disponível em: <https://www.educacao.sp.gov.br/centro-de-midias-sp-tem-formacao-sobre-khan-academy-para-educadores/>. Acesso em: 27 abr. 2024.

SEDUC. **Base de informações. Plataforma Alura Acesso ao Curso**. 2023. Disponível em: <https://atendimento.educacao.sp.gov.br/knowledgebase/article/SED-07591/pt-br>. Acesso em: 27 abr. 2024.

SEVERO, A. **GeometriRA: proposta didática unindo Realidade Aumentada, materiais manipuláveis, ludicidade e gamificação para o Ensino Fundamental**. 2021. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Santa Maria – RS, 2021.

SILVA, F. O. d. **Utilização de dispositivos móveis e recursos de Realidade Aumentada nas aulas de Matemática para elucidação dos Sólidos de Platão**. 2017. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Presidente Prudente – SP, 2017.

SMOLE, K. C. S. **Múltiplas Inteligências na Prática Escolar**. [S.l.]: SEDUC, 1999.

SOUZA, N. A.; KIRNER, C. Uso da realidade aumentada no ensino da geometria espacial. In: **Anais do Workshop de Realidade Virtual e Aumentada**. [S.l.]: SBC – Sociedade Brasileira de Computação, 2018.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Dia da Matemática: professor de SP aproxima e engaja estudantes no aprendizado com o uso de plataformas digitais**. 2023. educacao.sp.gov.br/dia-da-matematica. Acesso em: 27 out. 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Inteligência artificial a favor de alunos e professores: Redação Paulista agora tem apoio de assistente de correção virtual**. 2023. educacao.sp.gov.br/redacao-paulista. Acesso em: 27 out. 2025.

TORI, R.; HOUNSELL, M. da S. **Introdução a Realidade Virtual e Aumentada**. [S.l.]: Editora SBC, 2018.

TORI, R.; KIRNER, C.; SISCOOTTO, R. **Fundamentos e Tecnologia de Realidade Virtual e Aumentada**. [S.l.]: Editora SBC, 2006.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.


ZORZAL, E. R. et al. Aplicação de jogos educacionais com realidade aumentada. **Novas Tecnologias na Educação – CINTED-UFRGS**, v. 6, n. 1, jul. 2008. Acesso em: 6 out. 2025. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/14575>.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIOS APLICADOS NOS ENCONTROS DE GEOMETRIA ESPACIAL

Figura 58 – Questionário do 1º Encontro: Geometria Plana - 1

**GEOMETRIA ESPACIAL
E A NOÇÃO ESPACIAL**

PROFMAT



Q1 - Recordando a Geometria Plana

O questionário a seguir é parte da pesquisa desenvolvida pelo Prof. Gustavo R. Gomes para a obtenção do grau de mestre pelo PROFMAT (Programa de Rede Nacional em Matemática).

gustavo.r.gomes@unesp.br [Mudar de conta](#)

Não compartilhado

NOME COMPLETO

Sua resposta

SÉRIE

2ª série do Ensino Médio

3ª série do Ensino Médio

GEOMETRIA PLANA

Polígonos e suas características. Círculos e suas partes.

EXERCÍCIO 1

Observe a tabela abaixo e assinale a alternativa que completa a última coluna na respectiva ordem.

2 pontos

FIGURA	REGULAR	CARACTERÍSTICA	NOMENCLATURA
1 - Triângulo	Não	Dois lados iguais e dois ângulos internos iguais.	
2 - Triângulo	Não	Um ângulo interno medindo mais que 90°.	
3 - Quadrilátero	Não	Um quadrilátero que possui dois lados paralelos.	
4 - Quadrilátero	Não	Um quadrilátero que possui quatro lados congruentes.	
5 - Quadrilátero	Não	Um quadrilátero que possui quatro ângulos congruentes.	

1 - Triângulo Isósceles / 2 - Triângulo Obtusângulo / 3 - Trapézio / 4 - Losango / 5 - Retângulo

1 - Triângulo Escaleno / 2 - Triângulo Obtusângulo / 3 - Paralelogramo / 4 - Quadrado / 5 - Retângulo

1 - Triângulo Isósceles / 2 - Triângulo Retângulo / 3 - Retângulo / 4 - Losango / 5 - Losango

1 - Triângulo Escaleno / 2 - Triângulo Acutângulo / 3 - Paralelogramo / 4 - Quadrado / 5 - Quadrado

1 - Triângulo Escaleno / 2 - Triângulo Retângulo / 3 - Trapézio / 4 - Quadrado / 5 - Retângulo

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 59 – Questionário do 1º Encontro: Geometria Plana - 2

EXERCÍCIO 2 2 pontos

Preencha a alternativa que descreve corretamente alguma das imagens abaixo.

				
---	---	---	---	--

A figura amarela representa uma coroa circular.
 A figura rosa representa um pentágono regular.
 A figura laranja representa um segmento circular.
 A figura verde representa um pentágono não-convexo.
 A figura azul representa um decágono regular.

EXERCÍCIO 3 3 pontos

ENEM 2023 – 1ª Aplicação – Caderno 7 – Azul – Questão 154

As figuras pintadas no quadro da sala de estar de uma residência representam as silhuetas de parte das torres de um castelo e, ao fundo, a de uma lua cheia. A lua foi pintada na forma de um círculo, e o telhado da torre mais alta, na forma de triângulo equilátero, foi pintado sobrepondo parte da lua. O centro da lua coincide com um dos vértices do telhado da torre mais alta



Nesse quadro, a parte da lua escondida atrás da torre mais alta do castelo pode ser representada por um


cone.
 setor circular.
 segmento circular.
 triângulo isósceles.
 arco de circunferência.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 60 – Questionário do 1º Encontro: Geometria Plana - 3

EXERCÍCIO 4 3 pontos

ENEM 2018 – 1ª Aplicação – Caderno 7 – Azul – Questão 155
O remo de assento deslizante é um esporte que faz uso de um barco e dois remos do mesmo tamanho. A figura mostra uma das posições de uma técnica chamada afastamento.



Nessa posição, os dois remos se encontram no ponto A e suas outras extremidades estão indicadas pelos pontos B e C. Esses três pontos formam um triângulo ABC cujo ângulo tem medida de 170° .

O tipo de triângulo com vértices nos pontos A, B e C, no momento em que o remador está nessa posição, é


- retângulo escaleno.
- acutângulo escaleno.
- acutângulo isósceles.
- obtusângulo escaleno.
- obtusângulo isósceles.

[Voltar](#) [Enviar](#) ■ Página 2 de 2 [Limpar formulário](#)

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 61 – Questionário do 2º Encontro: Geometria Plana - 1

GEOMETRIA ESPACIAL E A NOÇÃO ESPACIAL



PROFMAT

Corpos Redondos e Sólidos de Revolução.

SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

Q2 - Sólidos de Revolução

O questionário a seguir é parte da pesquisa desenvolvida pelo Prof. Gustavo R. Gomes para a obtenção do grau de mestre pelo PROFMAT (Programa de Rede Nacional em Matemática).

gustavo.r.gomes@unesp.br [Mudar de conta](#)
 Não compartilhado

NOME COMPLETO

Sua resposta _____

SÉRIE

2ª série do Ensino Médio
 3ª série do Ensino Médio

* 2 pontos

EXERCÍCIO 1

Sabendo que ao rotacionar a Figura 1 estaremos gerando um cone, e que com a rotação da Figura 2 estaremos gerando um cone e um cilindro, assinale a alternativa que representa corretamente o sólido gerado pela Figura 3 ou 4.

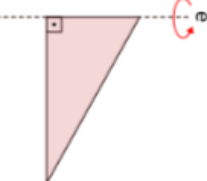


Figura 1

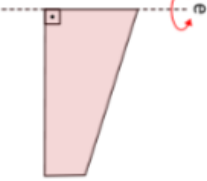


Figura 2

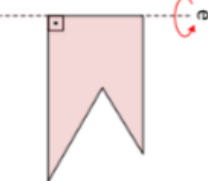


Figura 3

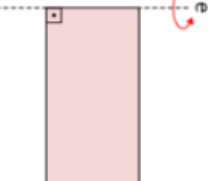


Figura 4

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 62 – Questionário do 2º Encontro: Geometria Plana - 2

EXERCÍCIO 2
Quais destes sólidos não são de revolução? *

2 pontos

A Figura 3 irá gerar um cilindro.
 A Figura 4 irá gerar um paralelepípedo.
 A Figura 3 irá gerar um pentágono.
 A Figura 4 irá gerar um cilindro.
 A Figura 3 irá gerar dois troncos de pirâmide.

Figuras 1, 4 e 5.
 Figuras 1 e 5.
 Figuras 2, 3 e 4.
 Figuras 2 e 5.
 Figuras 2, 3, 4 e 5.




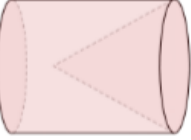
Figura 1
 

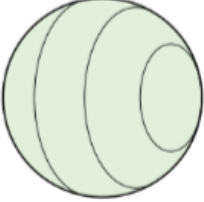
Figura 2
 

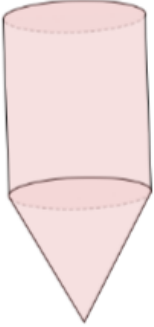
Figura 3
 

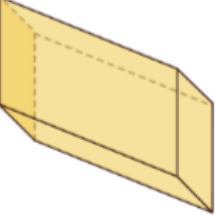
Figura 4
 

Figura 5

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

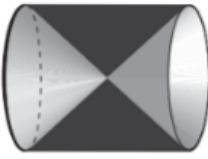
Figura 63 – Questionário do 2º Encontro: Geometria Plana - 3

EXERCÍCIO 3 *

3 pontos

ENEM 2023 – 2ª Aplicação – Caderno 7 – Azul – Questão 144

A figura mostra uma anticepsídra, que é um sólido geométrico obtido ao se retirar dois cones opostos pelos vértices de um cilindro equilátero, cujas bases coincidem com as bases desse cilindro. A anticepsídra pode ser considerada, também, como o sólido resultante da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.



Disponível em: www.klickeducacao.com.br. Acesso em: 12 dez. 2012 (adaptado).

A figura plana cuja rotação em torno do eixo indicado gera uma anticepsídra como a da figura acima

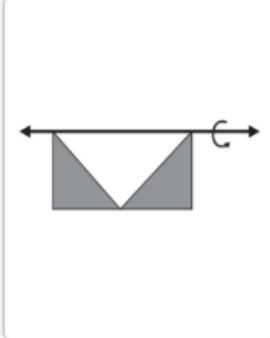
FIGURA 1


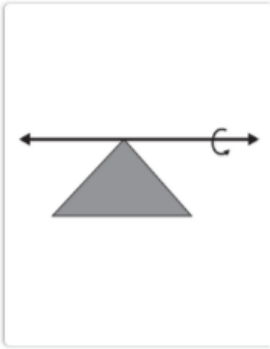
FIGURA 2


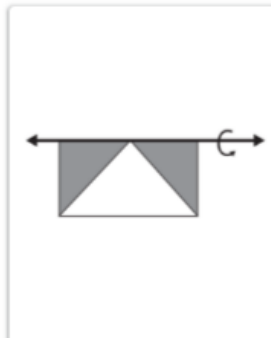
FIGURA 3


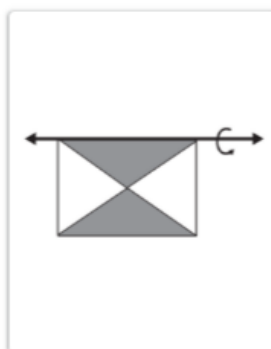
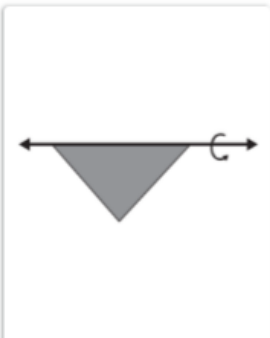
FIGURA 4


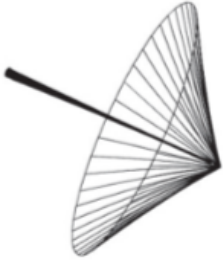
FIGURA 5


Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 64 – Questionário do 2º Encontro: Geometria Plana - 4

EXERCÍCIO 4 * 3 pontos

ENEM 2011 – 1ª Aplicação – Caderno 7 – Azul – Questão 147
A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais.



Disponível em: <http://mdmat.palcoaula.br>. Acesso em: 1 maio 2010.


Esta figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de

- pirâmide.
- semiesfera.
- cilindro.
- tronco de cone.
- cone.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 65 – Questionário do 3º Encontro: Geometria Plana - 1

**GEOMETRIA ESPACIAL
E A NOÇÃO ESPACIAL**



PROFMAT



Poliedros

Classificação dos poliedros pelo número de faces, pelo tipo de poliedro e ainda os casos especiais.

Q3 - Poliedros e seus tipos

O questionário a seguir é parte da pesquisa desenvolvida pelo Prof. Gustavo R. Gomes para a obtenção do grau de mestre pelo PROFMAT (Programa de Rede Nacional em Matemática).

gustavo.r.gomes@unesp.br [Mudar de conta](#)

 Não compartilhado 

NOME COMPLETO

Sua resposta _____

SÉRIE

2ª série do Ensino Médio

3ª série do Ensino Médio

EXERCÍCIO 1 * 2 pontos

Assinale a afirmação correta.

Um cubo possui 4 faces.

Um prisma pentagonal possui 5 faces.

Um paralelepípedo possui faces triangulares.

Uma pirâmide quadrangular possui 5 faces.

Um tronco de pirâmide possui bases congruentes (iguais).

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 66 – Questionário do 3º Encontro: Geometria Plana - 2

EXERCÍCIO 2 * 2 pontos

ENEM 2023 – 2ª Aplicação – Caderno 7 – Azul – Questão 144

A *tartaruga* ou *tachão* de trânsito é um dispositivo de sinalização horizontal utilizado para canalizar o tráfego ou garantir o afastamento do fluxo de veículos de zonas perigosas ou com grande risco de acidentes. A Figura 1 apresenta alguns deles já instalados.




Figura 1

Disponível em: www.altfashinalizacao.com.br. Acesso em: 28 nov. 2021 (adaptado).

O modelo geométrico de um tachão está representado na Figura 2. Ele é formado por duas faces retangulares paralelas e quatro faces trapezoidais. Suas arestas laterais, se prolongadas, concorrem em um mesmo ponto.

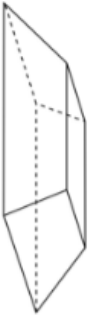


Figura 2

Qual é o sólido representado pelo modelo geométrico do tachão?

Paralelepípedo reto.

Paralelepípedo oblíquo.

Pirâmide quadrangular.


Tronco de pirâmide hexagonal.

Tronco de pirâmide quadrangular.

EXERCÍCIO 3 * 3 pontos

ENEM 2021 – 2ª Aplicação – Caderno 7 – Azul – Questão 175

Muitos brinquedos que frequentemente são encontrados em praças e parques públicos apresentam formatos de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Uma empresa foi contratada para desenvolver uma nova forma de brinquedo. A proposta apresentada pela empresa foi de uma estrutura formada apenas por hastes metálicas, conectadas umas às outras, como apresentado na figura. As hastes de mesma tonalidade e espessura são congruentes.



Com base na proposta apresentada, quantas figuras geométricas planas de cada tipo são formadas pela união das hastes?

24 trapézios isósceles e 12 quadrados.

12 trapézios isósceles e 12 quadrados.

12 paralelogramos e 12 quadrados.

8 trapézios isósceles e 12 quadrados.


12 trapézios escalenos e 12 retângulos.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO FINAL: SATISFAÇÃO E TESTE DE USABILIDADE

Figura 68 – Questionário - 1

**GEOMETRIA ESPACIAL
E A NOÇÃO ESPACIAL**

TESTE DE USABILIDADE



PROFMAT

Q6 - Questionário final

O questionário a seguir é parte da pesquisa desenvolvida pelo Prof. Gustavo R. Gomes para a obtenção do grau de mestre pelo PROFMAT (Programa de Rede Nacional em Matemática).

NOME COMPLETO

Sua resposta _____

SÉRIE

2ª série do Ensino Médio

3ª série do Ensino Médio

ASSUNTOS DESENVOLVIDOS e METODOLOGIA ADOTADA

Você já havia estudado sobre Poliedros?

Sim

Não

Você já havia estudado sobre Corpos Redondos?

Sim

Não

Você já havia estudado sobre Sólidos de Revolução?

Sim

Não

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 69 – Questionário - 2

<p>Sobre a afirmação: "É possível aprender Poliedros, Corpos Redondos e Sólidos de Revolução através do aplicativo Sólidos RA." Pode-se dizer que você:</p> <p><input type="radio"/> Discorda totalmente. <input type="radio"/> Discorda parcialmente. <input type="radio"/> Não concorda, nem discorda. <input type="radio"/> Concorda parcialmente. <input type="radio"/> Concorda totalmente.</p>	<p>Sobre a afirmação: "Aprender Poliedros, Corpos Redondos e Sólidos de Revolução com o Sólidos RA, permite que compreendamos melhor determinadas questões do ENEM." Pode-se dizer que você:</p> <p><input type="radio"/> Discorda totalmente. <input type="radio"/> Discorda parcialmente. <input type="radio"/> Não concorda, nem discorda. <input type="radio"/> Concorda parcialmente. <input type="radio"/> Concorda totalmente.</p>
<p>Sobre a afirmação: "Aprender Poliedros, Corpos Redondos e Sólidos de Revolução com o Sólidos RA, faz com que visualizemos melhor estes sólidos em todos os seus detalhes." Pode-se dizer que você:</p> <p><input type="radio"/> Discorda totalmente. <input type="radio"/> Discorda parcialmente. <input type="radio"/> Não concorda, nem discorda. <input type="radio"/> Concorda parcialmente. <input type="radio"/> Concorda totalmente.</p>	<p>Já havia estudado Matemática com o uso de Realidade Aumentada?</p> <p><input type="radio"/> Sim <input type="radio"/> Não</p> <p>Utilizar de dispositivos (celulares, tablets, computadores) intensificou seu interesse em aprender o assunto?</p> <p><input type="radio"/> Sim <input type="radio"/> Não</p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 70 – Questionário - 3

TESTE DE USABILIDADE

Este teste tem por intuito avaliar a satisfação dos alunos para com o aplicativo utilizado.

Entendi de forma clara como utilizar o aplicativo e seu objetivo.

Discordo totalmente.

Discordo parcialmente.

Não concordo nem discordo.

Concordo parcialmente.

Concordo totalmente.

As mensagens apresentadas no aplicativo eram de fácil compreensão.

Discordo totalmente.

Discordo parcialmente.

Não concordo nem discordo.

Concordo parcialmente.

Concordo totalmente.

Em momento algum me senti perdido na aplicação, sem saber o que fazer.

Discordo totalmente.

Discordo parcialmente.

Não concordo nem discordo.

Concordo parcialmente.

Concordo totalmente.

Ao mostrar o marcador, o sólido era carregado de forma rápida.

Discordo totalmente.

Discordo parcialmente.

Não concordo nem discordo.

Concordo parcialmente.

Concordo totalmente.

O objeto da cena segue de forma correta à posição do marcador.

Discordo totalmente.

Discordo parcialmente.

Não concordo nem discordo.

Concordo parcialmente.

Concordo totalmente.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 71 – Questionário - 4

<p>Cada marcador apresentava o sólido correlato.</p> <p><input type="radio"/> Discordo totalmente.</p> <p><input type="radio"/> Discordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Não concordo nem discordo.</p> <p><input type="radio"/> Concordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Concordo totalmente.</p>	<p>Eu sempre executava as mesmas ações para acionar as mesmas funcionalidades.</p> <p><input type="radio"/> Discordo totalmente.</p> <p><input type="radio"/> Discordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Não concordo nem discordo.</p> <p><input type="radio"/> Concordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Concordo totalmente.</p>
<p>Foi uma experiência legal utilizar aplicação.</p> <p><input type="radio"/> Discordo totalmente.</p> <p><input type="radio"/> Discordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Não concordo nem discordo.</p> <p><input type="radio"/> Concordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Concordo totalmente.</p>	<p>O número de objetos que apareceram na tela foi coerente com os objetivos da aplicação.</p> <p><input type="radio"/> Discordo totalmente.</p> <p><input type="radio"/> Discordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Não concordo nem discordo.</p> <p><input type="radio"/> Concordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Concordo totalmente.</p>
<p>Eu utilizaria novamente a aplicação.</p> <p><input type="radio"/> Discordo totalmente.</p> <p><input type="radio"/> Discordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Não concordo nem discordo.</p> <p><input type="radio"/> Concordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Concordo totalmente.</p>	<p>O objeto estava sempre posicionado de acordo com o marcador.</p> <p><input type="radio"/> Discordo totalmente.</p> <p><input type="radio"/> Discordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Não concordo nem discordo.</p> <p><input type="radio"/> Concordo parcialmente.</p> <p><input type="radio"/> Concordo totalmente.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

APÊNDICE C – QUESTÕES DE PERCEPÇÃO ESPACIAL NO ENEM 2022

As questões apresentadas a seguir ilustram como o ENEM mobiliza competências ligadas à inteligência espacial, especialmente no reconhecimento de formas tridimensionais, na interpretação de planificações e na construção de projeções ortogonais.

PLANIFICAÇÃO DE CUBOS E VISUALIZAÇÃO ESPACIAL

A questão representada na Figura 72 aborda uma das habilidades mais relevantes da inteligência espacial: a visualização e reconstrução de objetos tridimensionais em suas formas planas. O enunciado apresenta um cubo com três faces sombreadas, e o candidato deve identificar, entre as alternativas, qual planificação corresponde corretamente a esse sólido.

Para resolvê-la, é necessário imaginar o processo inverso da montagem — “abrindo” mentalmente o cubo — e reconhecer as relações de adjacência entre as faces. Essa operação exige a capacidade de manter a coerência espacial entre as partes, o que requer uma forma de raciocínio visual-geométrico que ultrapassa a simples memorização.

Figura 72 – ENEM 2022 — Aplicação Regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 143

QUESTÃO 143

Dentre as diversas planificações possíveis para o cubo, uma delas é a que se encontra apresentada na Figura 1.

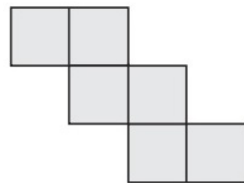


Figura 1

Em um cubo, foram pintados, em três de suas faces, quadrados de cor cinza escura, que ocupam um quarto dessas faces, tendo esses três quadrados um vértice em comum, conforme ilustrado na Figura 2.

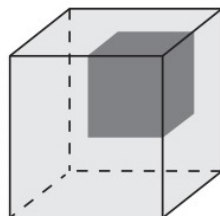
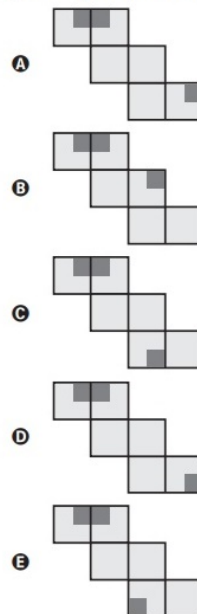


Figura 2

A planificação do cubo da Figura 2, conforme o tipo de planificação apresentada na Figura 1, é

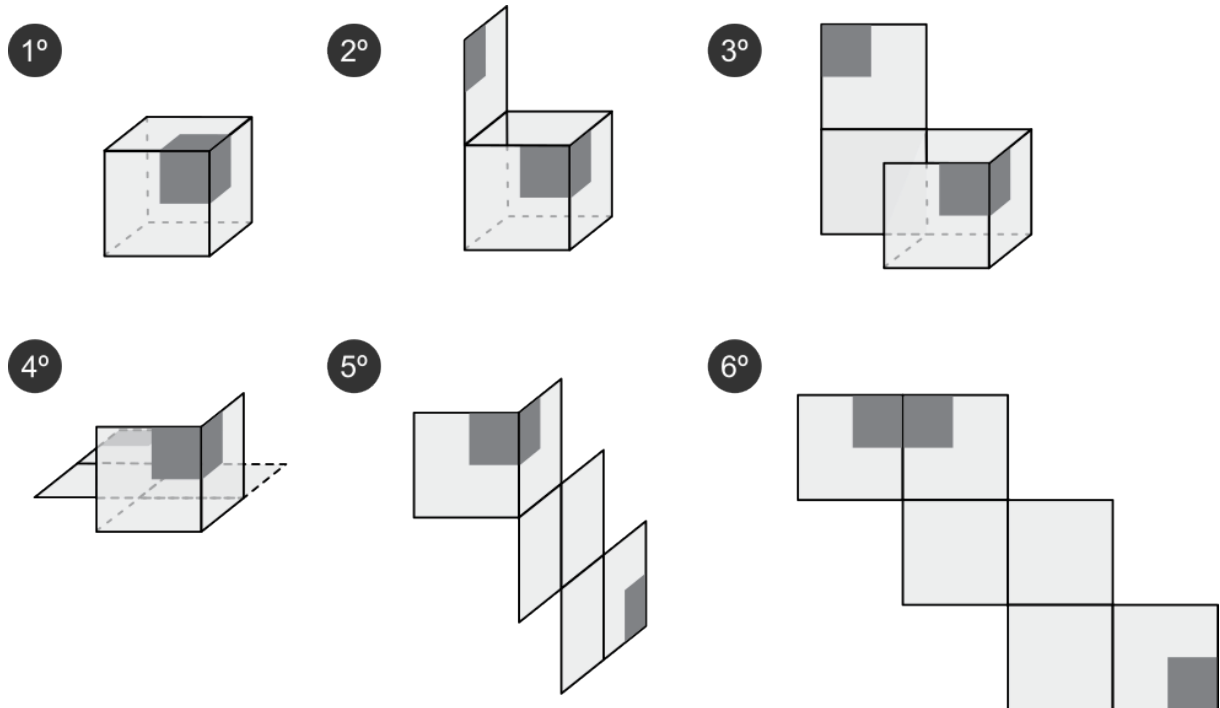


Fonte: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2022_PV_impresso_D2_CD7.pdf

A questão exige que o participante visualize simultaneamente diferentes perspectivas do cubo, compreendendo como as faces sombreadas se organizam ao redor de um vértice comum. O

raciocínio pode ser descrito em etapas, como mostrado na Figura 73, que demonstra o processo de desdobramento até a obtenção de uma das planificações possíveis.

Figura 73 – Etapas do raciocínio espacial até a planificação do cubo



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Segundo Gardner (1995), esse tipo de tarefa mobiliza a inteligência espacial-visual, caracterizada pela capacidade de manipular mentalmente formas e compreender suas transformações no espaço. Além disso, a habilidade se relaciona diretamente à H6 da Matriz de Referência do ENEM, que trata da interpretação de objetos tridimensionais e suas representações planas.

No contexto desta pesquisa, as atividades realizadas com o aplicativo *Sólidos RA* permitiram que os alunos desenvolvessem a mesma operação cognitiva exigida nesta questão: a conversão entre representações tridimensionais e bidimensionais. O uso da Realidade Aumentada possibilitou visualizar e rotacionar sólidos, fortalecendo o raciocínio espacial por meio da experiência prática.

QUESTÃO 160 — PROJEÇÃO ORTOGONAL E RACIOCÍNIO ESPACIAL

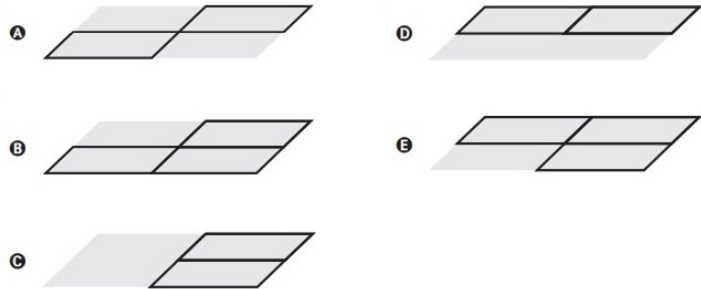
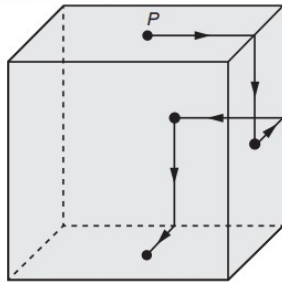
Já a questão apresentada na Figura 74 explora outra dimensão da percepção espacial: a capacidade de orientação e representação gráfica por meio da projeção ortogonal. O enunciado descreve o trajeto de um robô que se desloca sobre as faces de um cubo, alternando movimentos à direita e à esquerda, até retornar ao ponto inicial *P*.

Figura 74 – ENEM 2022 — Aplicação regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 160

QUESTÃO 160

Um robô, que tem um ímã em sua base, se desloca sobre a superfície externa de um cubo metálico, ao longo de segmentos de reta cujas extremidades são pontos médios de arestas e centros de faces. Ele inicia seu deslocamento no ponto P , centro da face superior do cubo, segue para o centro da próxima face, converte à esquerda e segue para o centro da face seguinte, converte à direita e continua sua movimentação, sempre alternando entre conversões à esquerda e à direita quando alcança o centro de uma face. O robô só termina sua movimentação quando retorna ao ponto P . A figura apresenta os deslocamentos iniciais desse robô.

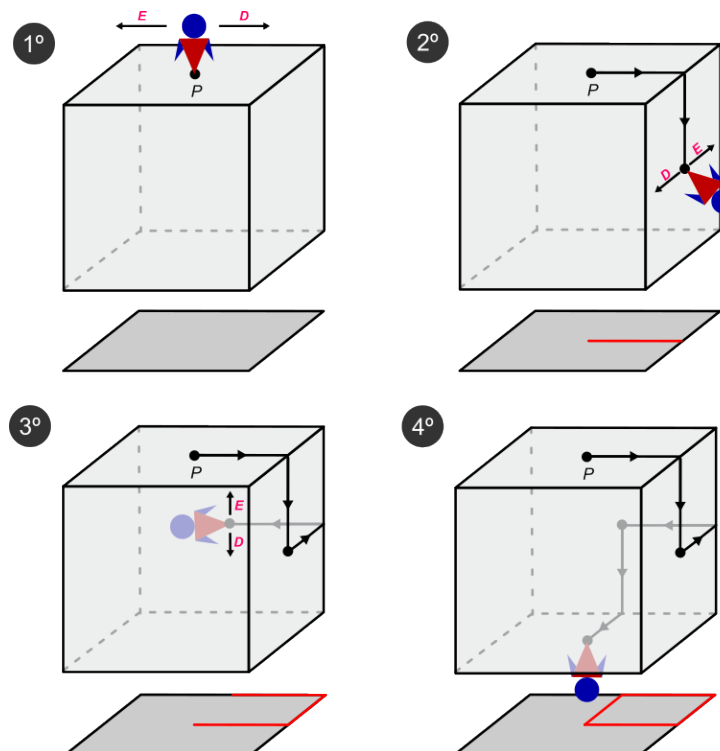
A projeção ortogonal do trajeto descrito por esse robô sobre o plano da base, após terminada sua movimentação, visualizada da posição em que se está enxergando esse cubo, é



Fonte: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2022_PV_impreso_D2_CD7.pdf

A resolução dessa questão exige que o estudante estabeleça uma referência espacial a partir do ponto P , definindo corretamente as direções de direita e esquerda em cada mudança de face, exigindo do participante a visualização contínua da posição e da orientação do robô ao longo do trajeto. Nos primeiros passos da resolução, mostrados na Figura 75, o estudante deve identificar como as transições entre as faces do cubo alteram a direção do movimento do robô.

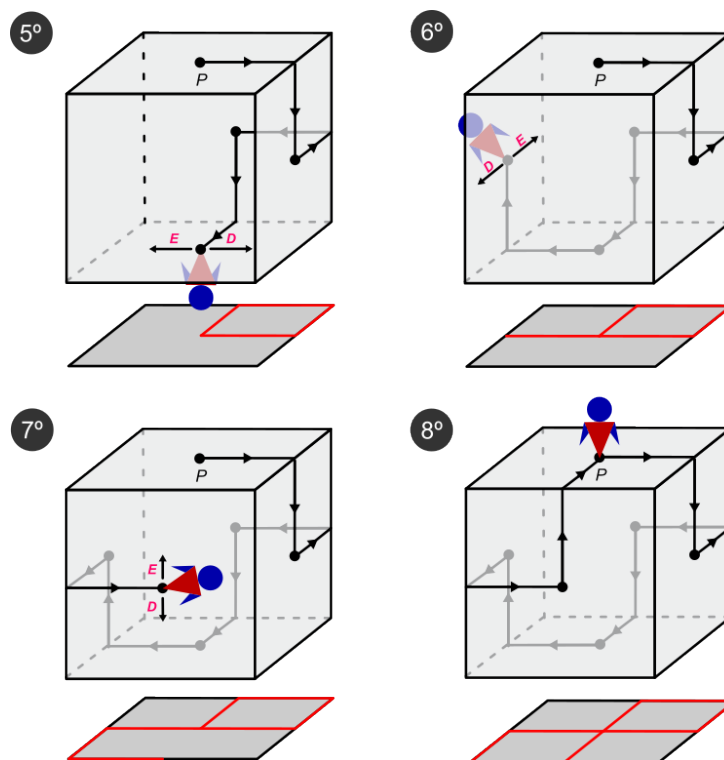
Figura 75 – Questão 160 — 1º ao 4º passo para construir a projeção ortogonal



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Nos passos seguintes, representados na Figura 76, o candidato deve continuar a traçar o percurso até retornar ao ponto P . Esse processo implica imaginar as transições espaciais e traduzi-las graficamente, obtendo a projeção ortogonal final — uma das representações mais importantes na Geometria Espacial.

Figura 76 – Questão 160 — 5º ao 8º passo para construir a projeção ortogonal



Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

Esse tipo de questão avalia o que Duval (1999) denomina coordenação entre registros de representação, na qual o aluno alterna entre o raciocínio tridimensional e a sua tradução em uma imagem plana coerente. Essa habilidade se relaciona à inteligência espacial-visual descrita por Gardner (1995), que envolve imaginar e representar transformações, rotações e projeções no espaço.

Tarefas desse tipo dialogam diretamente com as atividades desenvolvidas nesta pesquisa, especialmente nos encontros que utilizaram o aplicativo *Sólidos RA*. A Realidade Aumentada permitiu que os alunos simulassem a rotação e o deslocamento de figuras geométricas em um ambiente tridimensional interativo, experimentando de maneira concreta o mesmo tipo de raciocínio exigido pelas questões analisadas.

Assim, as questões das Figura 72 e Figura 74 evidenciam como o ENEM valoriza habilidades associadas à visualização espacial, à coordenação entre diferentes registros de representação e à capacidade de transpor entre o tridimensional e o bidimensional. Os resultados obtidos nesta pesquisa indicam que o uso da Realidade Aumentada é um meio eficaz para desenvolver essas competências, fortalecendo o aprendizado geométrico e a preparação para avaliações desse tipo.

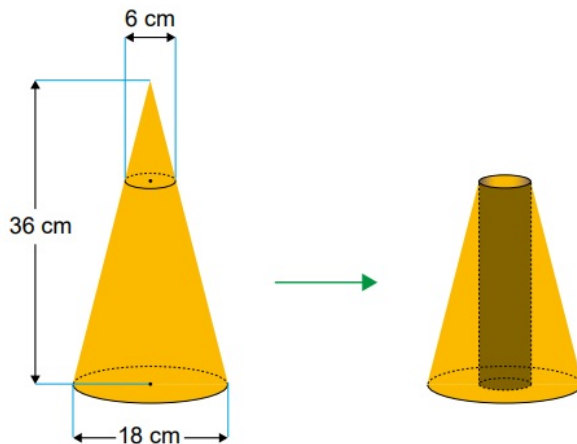
APÊNDICE D – QUESTÕES DE PERCEPÇÃO ESPACIAL ENEM 2023

TRONCO DE CONE E PERFURAÇÃO CILÍNDRICA

Figura 77 – ENEM 2023 — Aplicação Regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 136

QUESTÃO 136

Um artista plástico esculpe uma escultura a partir de um bloco de madeira de lei, em etapas. Inicialmente, esculpe um cone reto com 36 cm de altura e diâmetro da base medindo 18 cm. Em seguida, remove desse cone um cone menor, cujo diâmetro da base mede 6 cm, obtendo, assim, um tronco de cone, conforme ilustrado na figura.



Em seguida, perfura esse tronco de cone, removendo um cilindro reto, de diâmetro 6 cm, cujo eixo de simetria é o mesmo do cone original. Dessa forma, ao final, a escultura tem a forma de um tronco de cone com uma perfuração cilíndrica de base a base.

O tipo de madeira utilizada para produzir essa escultura tem massa igual a 0,6 g por centímetro cúbico de volume. Utilize 3 como aproximação para π .

Qual é a massa, em grama, dessa escultura?

- A 1 198,8
- B 1 296,0
- C 1 360,8
- D 4 665,6
- E 4 860,0

Fonte: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2023_PV_impresso_D2_CD7.pdf

A questão representada na Figura 77 aborda um sólido obtido a partir de um cone reto, do qual se remove um cone menor e, em seguida, perfura-se um cilindro central de base a base. Embora o enunciado envolva cálculos de volume e massa, sua resolução depende fortemente da **inteligência espacial**, uma vez que o estudante precisa compreender as transformações geométricas tridimensionais descritas.

Para interpretar corretamente o problema, é necessário visualizar mentalmente o *tronco de cone* resultante e imaginar a perfuração cilíndrica alinhada ao eixo de simetria. Essa habilidade, conforme Gardner (1995), relaciona-se à capacidade de manipular mentalmente objetos e suas projeções espaciais. O estudante precisa transcender a representação bidimensional apresentada, realizando o que Duval (1999) denomina de conversão entre registros de representação, articulando o verbal, o figural e o simbólico.

Assim, esta questão evidencia que, mais do que aplicar fórmulas, a Geometria Espacial exige do aluno a capacidade de **imaginar, decompor e reconstruir mentalmente sólidos tridimensionais**, desenvolvendo um raciocínio espacial coerente e autônomo.

IDENTIFICAÇÃO DE SÓLIDOS E VISUALIZAÇÃO DE TRONCO DE PIRÂMIDE

Figura 78 – ENEM 2023 — 2ª Aplicação — 2º dia — Caderno Azul — Questão 144

QUESTÃO 144

A tartaruga ou tachão de trânsito é um dispositivo de sinalização horizontal utilizado para canalizar o tráfego ou garantir o afastamento do fluxo de veículos de zonas perigosas ou com grande risco de acidentes. A Figura 1 apresenta alguns deles já instalados.



Figura 1

Disponível em: www.alfasinalizacao.com.br. Acesso em: 28 nov. 2021 (adaptado).

O modelo geométrico de um tachão está representado na Figura 2. Ele é formado por duas faces retangulares paralelas e quatro faces trapezoidais. Suas arestas laterais, se prolongadas, concorrem em um mesmo ponto.

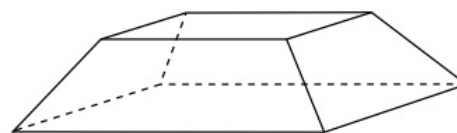


Figura 2

Qual é o sólido representado pelo modelo geométrico do tachão?

- A Paralelepípedo reto.
- B Paralelepípedo oblíquo.
- C Pirâmide quadrangular.
- D Tronco de pirâmide hexagonal.
- E Tronco de pirâmide quadrangular.

Fonte: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2023_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD7.pdf

A questão representada na Figura 78 apresenta um objeto cotidiano — o tachão de trânsito — cujo modelo geométrico é descrito por meio de suas faces, arestas e vértices. O enunciado exige que o estudante reconheça, a partir dessas características, qual sólido geométrico corresponde à forma apresentada, identificando-o como um *tronco de pirâmide quadrangular*.

A resolução dessa questão demanda a ativação de habilidades ligadas à **inteligência espacial**, especialmente a capacidade de representar mentalmente objetos tridimensionais a partir de informações verbais e visuais. Segundo Gardner (1995), essa forma de raciocínio envolve a manipulação mental de imagens e a percepção das relações espaciais entre as partes que compõem um objeto. O estudante deve compreender, por exemplo, que a descrição de “duas faces retangulares paralelas e quatro trapezoidais” configura um sólido obtido pelo corte de uma pirâmide por um plano paralelo à base.

Nesse processo, o aluno transita entre diferentes registros de representação — textual, figural e conceitual —, realizando o que Duval (1999) denomina de conversão entre registros semióticos, evidenciando assim a importância da visualização espacial na aprendizagem da Geometria Espacial, e mostrando que a identificação de sólidos e suas propriedades não depende apenas de memorização, mas da capacidade de **imaginar e reconstruir mentalmente formas geométricas no espaço**.

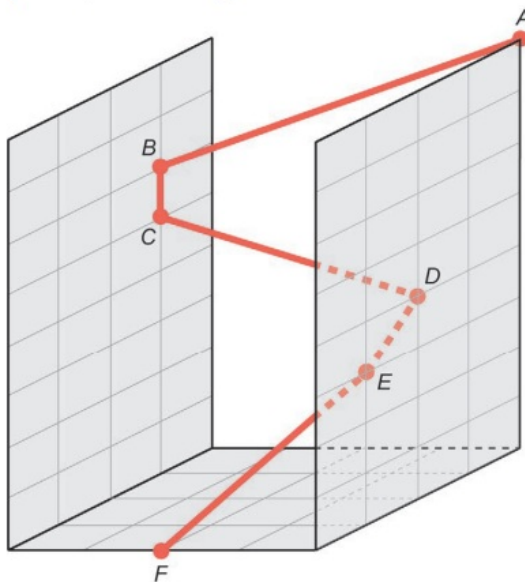
APÊNDICE E – QUESTÕES DE PERCEPÇÃO ESPACIAL ENEM 2024

PROJEÇÃO ORTOGONAL E VISUALIZAÇÃO TRIDIMENSIONAL

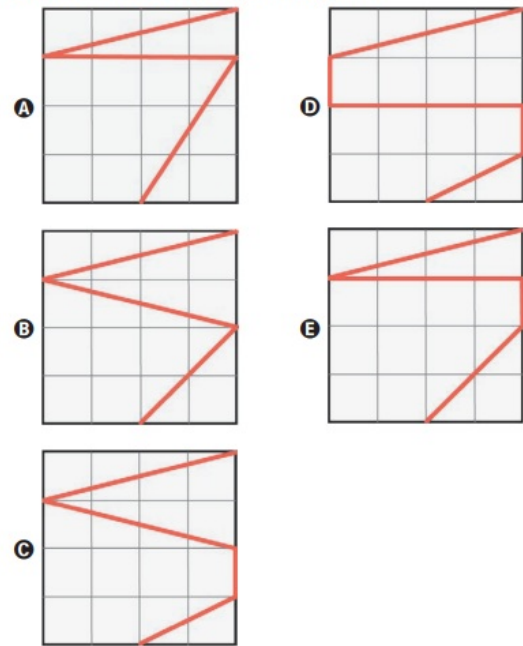
Figura 79 – ENEM 2024 — Aplicação Regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 174

QUESTÃO 174

Em um jogo virtual para celular, um personagem pode percorrer trajetórias retilíneas voando ou se deslocando ao longo de paredes. Considere que o personagem descreve a trajetória $ABCDEF$, em que os pontos A , D e E estão em um plano paralelo ao que contém os pontos B e C , sendo esses dois planos ortogonais ao plano da base que contém o ponto F , conforme a figura.



A projeção ortogonal, sobre o plano da base, da trajetória $ABCDEF$ descrita pelo personagem é



Fonte: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2024_PV_impresso_D2_CD7.pdf

A questão representada na Figura 79 apresenta a trajetória de um personagem em um ambiente tridimensional, solicitando que o estudante identifique a projeção ortogonal dessa trajetória sobre o plano da base. O problema envolve a interpretação de planos ortogonais e a compreensão de como uma figura espacial pode ser representada em duas dimensões sem perder a relação entre seus elementos.

Para resolvê-la, o aluno precisa mobilizar habilidades de visualização espacial, sendo capaz de imaginar o percurso no espaço e reconhecer sua correspondência no plano. Essa operação exige que o estudante compreenda as relações entre diferentes perspectivas, traduzindo o movimento tridimensional em uma representação bidimensional coerente.

A questão evidencia uma das aplicações mais ricas da Geometria Espacial, pois relaciona diretamente a visualização mental de objetos e trajetórias no espaço à sua projeção em planos. Ao interpretar corretamente as posições relativas dos pontos e a forma resultante da projeção, o estudante demonstra domínio sobre conceitos de orientação e perspectiva.

SÓLIDO DE REVOLUÇÃO E VISUALIZAÇÃO ESPACIAL

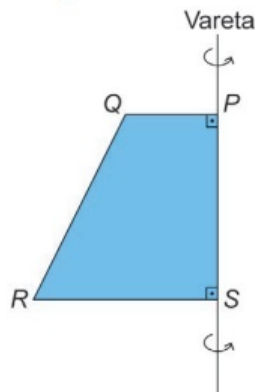
Figura 80 – ENEM 2024 — Aplicação Regular — 2º dia — Caderno Azul — Questão 144

QUESTÃO 144

Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

- recortou o trapézio retângulo $PQRS$ de um material rígido;
- afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
- girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.

Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a)

- A cone.
- B cilindro.
- C pirâmide.
- D tronco de cone.
- E tronco de pirâmide.

Fonte: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2024_PV_impresso_D2_CD7.pdf

A questão representada na Figura 80 aborda a formação de um sólido de revolução a partir da rotação de um trapézio retângulo em torno de um eixo fixo. O enunciado descreve o processo em etapas e solicita que o estudante identifique o sólido resultante da rotação, que corresponde a um *tronco de cone*.

Para resolver o problema, o aluno precisa compreender a transformação de uma figura plana em uma figura espacial por meio de um movimento de rotação, o que exige a capacidade de visualizar mentalmente a trajetória dos pontos do trapézio no espaço. Esse tipo de raciocínio envolve a construção mental de superfícies e volumes, articulando a percepção de forma, eixo e simetria.

A questão avalia, portanto, habilidades de visualização e manipulação de imagens tridimensionais, que constituem uma das principais expressões da inteligência espacial. O estudante que compreende o conceito de rotação consegue antecipar o formato do sólido gerado, percebendo que a base menor e a maior do trapézio originam as duas circunferências do tronco de cone. Dessa forma, a atividade vai além da aplicação de fórmulas geométricas, enfatizando a interpretação espacial e a compreensão da formação dos sólidos.

DADOS CURRICULARES

IDENTIFICAÇÃO	
	GUSTAVO RIBEIRO GOMES Data nasc.
Nacionalidade	Nacionalidade do(a) autor(a)
Nome em citações bibliográficas	Sobrenome, Nome Sobrenome, N.
Currículo Lattes	URL
ORCID	URL
Outro identificador	URL
FORMAÇÃO ACADÊMICA	
0000/9999	Formação acadêmica (nome do curso e titulação) Instituição de ensino
0000/9999	Formação acadêmica (nome do curso e titulação) Instituição de ensino
PRODUÇÃO BIBLIOGRÁFICA	
SOBRENOME, N. .; SOBRENOME, N. Título: subtítulo. <i>In</i> : NOME DO EVENTO, 17., 2012, Cidade de realização. Anais [...]. Cidade de publicação: Editora, 2012. p. 9-23.	
PARTICIPAÇÃO EM BANCAS E ORIENTAÇÕES	
Bancas de trabalhos de conclusão	
SOBRENOME, N.; SOBRENOME, N.; SOBRENOME, N. Participação em banca de Nome Completo do Aluno. Título do trabalho . 2021. Dissertação (Mestrado em Nome do curso) - Nome da Universidade, Cidade, 2021.	
Orientações	
SOBRENOME, N. Título : subtítulo. 2011.Orientador: Nome Completo do Orientador. 2011. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Nome do Curso) - Nome da Universidade, Cidade, 2011.	
PARTICIPAÇÃO EM EVENTOS CIENTÍFICOS	
NOME DO EVENTO, 17., 2012, (Cidade de realização). Título do trabalho apresentado: subtítulo. 2012. (Seminário).	
NOME DO EVENTO, 7., 2017, (Cidade de realização). Mini-curso: Título do minicurso. 2017. (Seminário).	