

# PLANEJAMENTO DIDÁTICO COM FRAÇÕES: O PAPEL DO CONHECIMENTO ESPECIALIZADO NA ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS

Patrícia C. Oliveira de Jesus Molina<sup>1</sup>, Cristiane Nespoli.<sup>2</sup>

Departamento de Matemática e Computação, FCT, UNESP, Presidente Prudente, SP

{pc.molina, cristiane.nespoli}@unesp.br

---

**Resumo:** O ensino de frações representa um grande desafio na Educação Básica, exigindo dos professores não apenas domínio dos conceitos envolvidos, mas também conhecimentos didático-pedagógicos especializados. Este trabalho, resultado de uma pesquisa de mestrado em andamento, investiga como a metodologia da resolução de problemas, articulada ao modelo de Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK), pode contribuir para o desenvolvimento profissional docente no ensino de frações. A partir da elaboração e aplicação de uma sequência didática com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental, analisam-se as dificuldades enfrentadas na criação de problemas significativos e na representação conceitual precisa dos conteúdos. Os resultados indicam que a prática de resolução de problemas potencializa o engajamento dos alunos e evidencia a necessidade de um conhecimento especializado do conteúdo (SCK), reforçando a importância da formação docente que integre saberes matemáticos e pedagógicos.

**Palavras-Chave:** *Ensino de Frações; Resolução de Problemas; Conhecimento Especializado do Professor de Matemática*

---

## 1 Introdução

Ao desenvolver uma sequência didática para ser aplicada em uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental, buscou-se elaborar problemas que envolvessem frações equivalentes e diferentes métodos de comparação de frações. A proposta consistia em utilizar a resolução de problemas, como recurso metodológico, com a intenção de promover uma aprendizagem ativa, investigativa e significativa para os estudantes. No entanto, ao formular esses problemas, percebeu-se que algumas questões conceituais exigiam compreensão mais profunda do conteúdo matemático. Essa constatação levou à necessidade de estudar não apenas os conceitos matemáticos em si, mas também o conhecimento necessário ao professor para ensiná-los com clareza, intencionalidade e precisão. Foi nesse cenário que os estudos conduziram ao modelo denominado Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) ou Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, proposto por Carrillo et al. (2018), [2].

Tal modelo foi desenvolvido com o intuito de aprofundar a compreensão sobre o conhecimento profissional específico que os professores de matemática mobilizam ao ensinar.

O modelo MTSK oferece uma estrutura abrangente para compreender os saberes envolvidos na prática docente. Trata-se de um modelo que expande os quadros conceituais anteriores, como o de Shulman (1986), ao propor uma estrutura mais refinada dos tipos de conhecimento matemático e pedagógico necessários à docência. O modelo é composto por três grandes domínios: Conhecimento Matemático (Mathematics Knowledge - MK): refere-se ao conhecimento do conteúdo matemático em si, e inclui o Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK) e o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK). Conhecimento Didático-Matemático (Pedagogical Content Knowledge - PCK): envolve o conhecimento sobre como ensinar o conteúdo matemático, incluindo o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT) e o Conhecimento do Conteúdo e do Aluno (KCS). Conhecimento do Ensino e

---

<sup>1</sup>Aluna do Mestrado PROFMAT/Unesp.

<sup>2</sup>Docente do Departamento de Matemática e Computação FCT/Unesp.

da Aprendizagem (Teaching and Learning Knowledge - TCK): relaciona-se ao conhecimento sobre o contexto educacional e as condições em que ocorre a aprendizagem. Dentre esses subdomínios, destaca-se o SCK (Conhecimento Especializado do Conteúdo), que diz respeito ao conhecimento matemático próprio da prática docente e que não costuma ser exigido de outros profissionais que lidam com matemática, (Ball et al., 2008) [1].

Por sua vez, a resolução de problemas é compreendida aqui não apenas como uma estratégia didática pontual, mas como uma abordagem metodológica que orienta toda a prática pedagógica. Segundo autores como Omuchic e Allevalo (2011) [4], o uso desta metodologia permite mobilizar conhecimentos prévios, estimular a reflexão crítica e desenvolver autonomia intelectual. Essa abordagem também se revela eficaz para o ensino de frações, por possibilitar a exploração de diferentes interpretações e representações, favorecendo o desenvolvimento de compreensões mais profundas e articuladas, de acordo com Lamon (2020), [3].

Em síntese, este trabalho tem como objetivo descrever e analisar essa trajetória investigativa, fundamentando-se na descrição da metodologia da resolução de problemas e do modelo MTSK, e discutindo como esses referenciais se articulam no processo de formação docente e no planejamento de atividades de ensino de frações.

## 2 Metodologia

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo, inserida no contexto da formação docente em Matemática, parte integrante da dissertação de mestrado da autora, em andamento junto ao PROFMat-Unesp. A investigação foi realizada a partir da elaboração e análise de uma sequência didática voltada ao ensino de frações equivalentes e à comparação de frações, utilizando a resolução de problemas como metodologia central de ensino e aprendizagem. Para fins analíticos, utilizou-se como referência o modelo teórico do Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK), que permitiu identificar, nas ações da professora (autora), a presença (ou ausência) de diferentes blocos de conhecimento, conforme discriminados

na Seção anterior.

A sequência didática foi composta por três aulas, cada uma com foco em aspectos específicos do ensino de frações, desenvolvidas por meio de problemas contextualizados e estratégias de resolução. A primeira aula abordou o conceito de frações equivalentes, utilizando situações que permitissem aos alunos comparar quantidades iguais expressas por frações diferentes. A segunda aula teve como foco a comparação de frações, por meio de problemas que conduziam a análise de frações com mesmo ou diferente denominador e justificar suas conclusões. Já a terceira aula concentrou-se na representação de frações na reta numérica.

Abaixo, dois dos problemas elaborados e utilizados com os estudantes.

**Problema 1.** : *Bia e Ester são costureiras e estão cortando pedaços de fitas de mesmo comprimento cada. Até o momento, Bia cortou o equivalente a  $\frac{3}{4}$  do comprimento da fita dela e Ester,  $\frac{5}{8}$ . Então:*

- 1 *Bia cortou um comprimento maior de fita;*
- 2 *Ester cortou um comprimento maior de fita;*
- 3 *Bia e Ester cortaram um mesmo comprimento de fitas;*
- 4 *Não é possível comparar os comprimentos.*

**Problema 2.** *Imagine que você e seus amigos estão organizando uma trilha ecológica e precisam marcar pontos de descanso ao longo do percurso. O trajeto tem 1 km de extensão e vocês decidiram dividir a trilha em frações iguais para definir os pontos de parada.*

- 1 *Se vocês decidirem parar a cada  $\frac{1}{4}$  do percurso, em quais pontos da trilha estarão os locais de descanso?*
- 2 *Se um dos pontos de hidratação estiver em  $\frac{3}{5}$  do caminho, onde ele estará em relação ao início?*
- 3 *Se tivermos um ponto marcado em  $\frac{7}{8}$  do percurso, ele está mais próximo do início ou do final da trilha?*

*Use uma reta numérica para representar esses pontos e ajudar na visualização.*

### 3 Resultados

Tanto na elaboração dos problemas quanto na aplicação da sequência didática, a análise evidenciou que, para elaborar e conduzir discussões fundamentadas nesse tipo de conteúdo, o professor precisa acionar diferentes domínios e subdomínios de MTSK. Por exemplo, no problema que envolvia a comparação de frações como  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{5}{8}$ , foi possível observar a complexidade do conhecimento docente mobilizado. O conhecimento comum do conteúdo (CCK) se manifesta na aplicação correta de algoritmos tradicionais, como a conversão para denominadores comuns ou a multiplicação cruzada, estratégias frequentemente mobilizadas pelos professores. No entanto, essas estratégias não são suficientes quando se trata de mediar a aprendizagem em sala de aula. A construção de representações pictóricas fiéis, por exemplo, demanda conhecimento especializado do conteúdo (SCK), que permite criar imagens proporcionalmente corretas e conceitualmente rigorosas para a comparação visual entre frações. Além disso, justificar o funcionamento da multiplicação cruzada não exige apenas domínio do procedimento, mas também uma explicação conceitual que conecte a técnica à ideia de equivalência de frações — o que também constitui parte do SCK.

Essa articulação entre os domínios do conhecimento profissional também se evidenciou quando da localização de frações na reta numérica. Nessa etapa, os alunos foram convidados a representar frações como  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{5}$  e  $\frac{7}{8}$  ao longo de uma reta de 1 km, simulando pontos de parada em uma trilha ecológica. A tarefa envolvia não apenas a marcação correta desses valores, mas também a reflexão sobre sua posição relativa em relação ao início e ao fim do percurso, promovendo a construção do significado da fração como número e medida. A resolução dessa atividade demandou da professora a mobilização de conhecimento especializado (SCK) para subdividir a reta com precisão e garantir proporcionalidade entre as partes. Além disso, foi necessário mobilizar KCS ao antecipar que muitos alunos poderiam interpretar as frações de modo intuitivo, baseando-se em numeradores ou na posição aparente dos números. De fato, observou-se que parte dos estudantes considerava frações com nu-

meradores maiores como sendo necessariamente maiores em valor, o que exigiu da docente uma mediação ativa, reorientando o raciocínio com apoio em representações visuais e comparações relativas à unidade.

Por fim, a tarefa de ordenar frações e julgar desigualdades, como nas sentenças  $\frac{7}{10} > \frac{3}{4}$  ou  $\frac{2}{10} > \frac{1}{4}$ , tornou-se uma oportunidade para a professora mobilizar simultaneamente CCK, SCK e KCS, promovendo argumentações matemáticas e retomando significados fundamentais das frações. A integração entre esses domínios evidenciou a riqueza pedagógica da reta numérica como recurso didático e reforçou a centralidade do conhecimento especializado na prática de ensinar matemática com significado.

Outro aspecto recorrente foi a presença do conhecimento do conteúdo e dos alunos (KCS), especialmente quando a professora antecipou que os estudantes tenderiam a fazer comparações intuitivas, como supor que  $\frac{3}{8}$  e  $\frac{3}{4}$  são iguais uma vez que o numerador é o mesmo, independente do denominador, ou que  $\frac{3}{8}$  é maior  $\frac{3}{4}$  por conta do número oito parecer maior. A identificação desses erros permitiu intervenções mais eficazes e ajustes nas representações utilizadas. Observou-se também que muitos alunos enfrentaram dificuldades com diagramas de comparação cujas unidades de referência não estavam visualmente equivalentes — reforçando a importância de representações bem planejadas e da mediação docente nesse processo.

Podemos resumir da seguinte forma a discriminação dos domínios do MKT no contexto da comparação de frações.

1. Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK): É o conhecimento matemático que qualquer adulto pode usar fora do contexto de ensino. Esse conhecimento é necessário, mas não suficiente, para ensinar.

- i) Saber que  $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$  por conversão para denominadores comuns.
- 2i) Saber aplicar corretamente a regra da multiplicação cruzada:  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$  se  $a \cdot d > b \cdot c$

2. Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK): É o conhecimento matemático específico da docência, permite explicar, representar e analisar o conteúdo de forma acessível para os alunos.

Esse domínio é essencial para garantir o rigor e a clareza conceitual da aula

- 1) Produzir representações pictóricas fiéis, como diagramas com subdivisões equivalentes para comparar  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{5}{8}$ , considerando a necessidade de partições iguais da unidade.
- 2) Justificar conceitualmente por que a multiplicação cruzada funciona (por exemplo, via produto cruzado ou equivalência a um mesmo denominador).
- 3) Identificar quando estratégias heurísticas (como aproximação da unidade ou raciocínio por complementares) são adequadas e matematicamente corretas.

**3. Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos (KCS)** É o conhecimento que permite prever as dificuldades dos alunos, seus erros comuns e maneiras como pensam sobre o conteúdo. Esse domínio orienta intervenções pedagógicas ajustadas às compreensões dos alunos.

- 1) Antecipar que muitos alunos acreditam que frações com denominadores maiores representam maiores quantidades.
- 2) Prever que alunos podem usar estratégias não convencionais (como comparar numeradores ou denominadores isoladamente).
- 3) Reconhecer interpretações incorretas de representações pictóricas (ex: comparar áreas não equivalentes ou figuras de formatos diferentes).

## 4 Conclusões

Problemas bem elaborados podem convidar os estudantes a comparar frações usando estratégias visuais, numéricas e contextuais, promovendo o entendimento da equivalência e da ordem

entre frações sem a dependência de algoritmos mecanizados. Além disso, a resolução de problemas permite ao professor observar e interpretar as estratégias dos alunos, justando suas intervenções conforme as necessidades do grupo. Nesse contexto, o modelo MTSK mostrou-se uma ferramenta teórica robusta para analisar as dimensões do saber docente mobilizadas durante o ensino de frações. Ao tornar visível a complexidade envolvida nas escolhas didáticas e nas mediações conceituais realizadas pelo professor, o modelo contribuiu de forma decisiva para reforçar a valorização e o desenvolvimento profissional docente, especialmente quando associado a metodologias investigativas como a resolução de problemas.

## Referências Bibliográficas

- [1] BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, New York, v. 59, p. 389-407, 2008.
- [2] CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L. C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÀVILA, D.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C. The Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) Model. *Research in Mathematics Education*, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.
- [3] LAMON, S. J.. *Teaching Fractions and Ratios for Understanding*. Routledge, (4th ed.), 2020. 294 p.
- [4] ONUCHIC, L. de La Rosa; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.