

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
PROFMAT - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



JOEL RICARDO TEIXEIRA MEDEIROS

UM ESTUDO DE METODOLOGIAS ATIVAS PARA O  
ENSINO DE MATEMÁTICA NO 6<sup>o</sup> ANO

BELO HORIZONTE  
2025

JOEL RICARDO TEIXEIRA MEDEIROS

**UM ESTUDO DE METODOLOGIAS ATIVAS PARA O ENSINO DE  
MATEMÁTICA NO 6<sup>o</sup> ANO**

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientador

Pedro Henrique Pereira Daldegan

Banca Examinadora

Eder Marinho Martins

Fernanda Aparecida Ferreira

Jane Lage Bretas

Lúcia Helena dos Santos Lobato

BELO HORIZONTE  
2025

M488e Medeiros, Joel Ricardo Teixeira  
Um estudo de metodologias ativas para o ensino de matemática no 6º ano /  
Joel Ricardo Teixeira Medeiros. – 2025.  
91 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado  
Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Orientador: Pedro Henrique Pereira Daldegan.

Inclui anexo: f. 92-139

Inclui Índice Remissivo.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de  
Minas Gerais.

1. Matemática (Ensino fundamental) – Estudo e ensino – Teses.  
2. Ensino – Metodologia – Teses. 3. Prática de ensino – Teses. 4. Didática  
(Ensino fundamental) – Teses. 5. Metodologia ativa – Guias de estudo –  
Teses. I. Daldegan, Pedro Henrique Pereira. II. Centro Federal de Educação  
Tecnológica de Minas Gerais. III. Título.

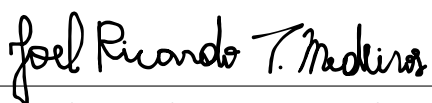
CDD 510.07

JOEL RICARDO TEIXEIRA MEDEIROS

**UM ESTUDO DE METODOLOGIAS ATIVAS PARA O ENSINO DE  
MATEMÁTICA NO 6<sup>o</sup> ANO**

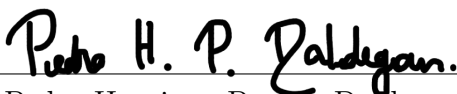
Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

APROVADA: 07 de julho de 2025.



---

Joel Ricardo Teixeira Medeiros  
(Autor)



---

Pedro Henrique Pereira Daldegan  
(Orientador)

BELO HORIZONTE  
2025

Esse trabalho é dedicado a todos os professores que empregam sua jornada pedagógica com convicção de que a educação é a chave para transformar a sociedade. Que sua inspiração contagie gerações!

# Agradecimentos

---

Agradeço em primeiro lugar a Jesus Cristo, juntamente com Deus Pai e o Espírito Santo, que me concederam ânimo e vigor para concretizar cada etapa deste trabalho.

Aos meus pais, meu irmão, minha namorada e minha cunhada, cujas contribuições em pequenos detalhes foram essenciais para gerar leveza e excelência na realização desta obra.

Ao meu professor orientador, Pedro Henrique Pereira Daldegan, gostaria de expressar minha gratidão por sua dedicação e orientação neste projeto. Mesmo estando muito atarefado, encontrou tempo para fornecer considerações detalhadas, desafiando-me a explorar novos aspectos no que se refere a Metodologias Ativas. Aprendi muito com você!

Aos respeitáveis membros que compõem a banca examinadora, ao Dr. Eder, à Dra. Fernanda, à Dra. Jane e à Dra. Lúcia; seus valiosos comentários não apenas enriqueceram, mas também conferem maior brilho e profundidade a esta dissertação.

Expresso minha sincera gratidão a todos os leitores que dedicam seu tempo à leitura plena ou parcial deste trabalho. Espero que as informações compartilhadas aqui possam contribuir para o seu crescimento profissional, inspirando seu processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

# Resumo

---

A pesquisa bibliográfica realizada neste trabalho buscou investigar doze Metodologias Ativas: Aula Expositiva Dialogada, Gamificação, Aprendizagem Baseada em Equipes, *Design Thinking*, Cultura *Maker*, Aprendizagem Baseada em Problemas, Modelagem Matemática, Realidade Aumentada, Problematização, Método de Casos, Sala de Aula Invertida e Rotação por Estações. O estudo abordou a origem, funcionalidade, vantagens e desvantagens de cada uma no contexto escolar. Essa análise se estendeu a uma reflexão crítica e realista sobre sua implementação prática no ambiente escolar. Como recurso educacional, foi desenvolvido o *ebook* “Guia de Metodologias Ativas para Professores de Matemática – 6º Ano –” destinado a docentes do 6º ano do Ensino Fundamental, oferecendo estratégias que podem impactar positivamente a prática docente, além de um compilado de atividades alinhadas às habilidades essenciais para essa etapa de ensino. Embora se reconheça a necessidade de futuras aplicações e aprimoramentos do Guia, a pesquisa encoraja a experimentação e adaptação das metodologias de ensino, ressaltando que a prática docente deve ser flexível e aberta à inovação, visando atender à diversidade de formas com que alunos aprendem.

Palavras-chave: Metodologias de Ensino; Prática Docente; Guia Didático.

# Abstract

---

This study presents the results of a bibliographic investigation into twelve active learning methodologies: Dialogic Lecture, Gamification, Team-Based Learning, Design Thinking, Maker Culture, Problem-Based Learning, Mathematical Modeling, Augmented Reality, Problematization, Case Method, Flipped Classroom, and Station Rotation. The research explored the origins, functionality, advantages, and limitations of each approach within the school context, extending the analysis to a critical and realistic reflection on their practical implementation in educational settings. As an educational product, the ebook “Guia de Metodologias Ativas para Professores de Matemática – 6<sup>o</sup> Ano –” was developed, targeting 6th-grade mathematics teachers. The guide offers pedagogical strategies and a set of activities aligned with the essential skills for this educational stage, aiming to support and enrich teaching practices. While recognizing the need for future applications and improvements, the research emphasizes the importance of experimenting with and adapting teaching methodologies, highlighting the role of flexible and innovative practices in addressing the diverse learning needs of students.

Keywords: Teaching Methodologies; Teaching Practice; Didactic Guide.

# Lista de Figuras

---

3.1	Passos de aplicação da Aula Expositiva Dialogada . . . . .	29
3.2	Passos para implementar a Gamificação . . . . .	33
3.3	Fases de aplicação da Aprendizagem Baseada em Equipes . . . . .	37
3.4	Etapas de aplicação do <i>Design Thinking</i> . . . . .	40
3.5	Fases para implementação da Cultura <i>Maker</i> . . . . .	43
3.6	Etapas da Aprendizagem Baseada em Problemas . . . . .	47
3.7	Fases de aplicação da Modelagem Matemática . . . . .	50
3.8	Passos de aplicação da Realidade Aumentada . . . . .	55
3.9	Etapas da Metodologia da Problematização . . . . .	59
3.10	Passos que ocorrem no Método de Casos . . . . .	64
3.11	Estágios da Sala de Aula Invertida . . . . .	67
3.12	Passos para aplicação da Rotação por Estações . . . . .	72

# Lista de Quadros

---

3.1	Vantagens e desvantagens da Aula Expositiva Dialogada . . . . .	28
3.2	Vantagens e desvantagens da Gamificação . . . . .	34
3.3	Vantagens e desvantagens da Aprendizagem Baseada em Equipes . . . . .	37
3.4	Vantagens e desvantagens do <i>Design Thinking</i> . . . . .	41
3.5	Vantagens e desvantagens da Cultura <i>Maker</i> . . . . .	45
3.6	Vantagens e desvantagens da ABP . . . . .	48
3.7	Vantagens e desvantagens da Modelagem Matemática . . . . .	52
3.8	Vantagens e desvantagens da Realidade Aumentada . . . . .	57
3.9	Vantagens e desvantagens da Problematização . . . . .	61
3.10	Comparativo das Metodologias: MEAAMaRP e MP . . . . .	63
3.11	Vantagens e desvantagens do Método de Casos . . . . .	65
3.12	Vantagens e desvantagens da Sala de Aula Invertida . . . . .	69
3.13	Vantagens e desvantagens da Estação por Rotações . . . . .	71
3.14	Comparativo das Metodologias Ativas - Parte 1 . . . . .	75
3.15	Comparativo das Metodologias Ativas - Parte 2 . . . . .	76
3.16	Comparativo das Metodologias Ativas - Parte 3 . . . . .	77

# Sumário

---

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>10</b>
1.1	Memorial . . . . .	11
1.2	Justificativa . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Metodologias Ativas no Ensino de Matemática</b>	<b>15</b>
2.1	Não devo usar Metodologias Ativas . . . . .	19
2.2	Métodos de avaliação das Metodologias . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Explorando as Metodologias Ativas</b>	<b>26</b>
3.1	Aula Expositiva Dialogada . . . . .	27
3.2	Gamificação . . . . .	30
3.3	Aprendizagem Baseada em Equipes . . . . .	36
3.4	Design Thinking . . . . .	39
3.5	Cultura Maker . . . . .	42
3.6	Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) . . . . .	46
3.7	Modelagem Matemática . . . . .	49
3.8	Realidade Aumentada . . . . .	53
3.9	Problematização . . . . .	58
3.10	Método de Casos . . . . .	64
3.11	Sala de Aula Invertida . . . . .	66
3.12	Rotação por Estações . . . . .	70
3.13	Comparativo das Metodologias Ativas . . . . .	74
<b>4</b>	<b>Guia Didático: Metodologias Ativas no Ensino de Matemática</b>	<b>78</b>
<b>5</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>83</b>
	<b>Referências</b>	<b>86</b>
	<b>Anexos</b>	
<b>I</b>	<b>Produto Educacional</b>	<b>92</b>

# 1 Introdução

---

Desde os primórdios da existência humana, e antes mesmo da formalização de seus conceitos, a Matemática se mostra evidente através da contagem, medições, cálculos e aplicações práticas.

Apesar de sua presença evidente na sociedade contemporânea, Silva [84] observa que o ensino de Matemática se apoia em propostas pedagógicas tradicionais, que pouco dialogam com as necessidades dos estudantes e, por isso, não despertam seu interesse pelos conteúdos trabalhados.

Em vista deste contexto, o docente pode buscar estratégias para tornar a Matemática mais próxima da realidade, tornando os conteúdos mais significativos e tangíveis para os alunos. Reis [73, p. 29] reforça a necessidade de mudança na prática pedagógica:

Com isso, observa-se que a prática pedagógica é volátil e se modifica ao longo do tempo. Porém, as concepções coexistem e se complementam, dando forma às práxis dos professores. Assim, não há como afirmar que há uma ação que siga uma concepção em sua essência. O docente se constitui profissionalmente reunindo prismas de concepções diversas ao longo de sua jornada educacional.

De acordo com Boaler [16], os alunos precisam se envolver com a Matemática de uma maneira diferente - explorando as conexões e os padrões no núcleo da disciplina - e receber mensagens de crescimento sobre seu potencial para compreender a Matemática a partir de outras concepções, e assim desenvolver novas rotas de aprendizagem.

Neste contexto, é possível perceber que a abordagem tradicional pode ser somada a outros métodos e estratégias pedagógicas dinâmicas, ressignificando o processo de ensino e aprendizagem para torná-lo mais envolvente e eficaz tanto para estudantes quanto para professores.

Uma alternativa que tem ganhado destaque no cenário educacional é o uso das Metodologias Ativas, as quais buscam centrar o processo de aprendizagem nos estudantes, promovendo autonomia, engajamento e participação. Nesse sentido, Bossi e Schimiguel [46, p. 11], ao realizarem um estado da arte sobre o ensino de Matemática com base no uso de metodologias ativas, evidenciam que:

O uso das Metodologias Ativas como estratégia para o ensino da matemática estimula conhecimentos, incentiva reflexões e desafia os alunos para resolução de problemas, ou seja, é possível trabalhar os níveis do domínio cognitivo: planejamento, análise, síntese, julgamento e entre outros desde que considere mais o estudante como responsável pela construção do seu conhecimento.

A escolha dos autores por investigar o uso de Metodologias Ativas no ensino de Matemática não surgiu apenas de referências teóricas ou discussões acadêmicas, mas também de inquietações e vivências construídas ao longo das trajetórias pessoal e profissional. Para dar sustentação a algumas das decisões tomadas no percurso da pesquisa, optou-se por inserir um memorial nesta introdução. Esse, apresenta reflexões e motivações que contribuíram para o interesse pelo tema, permitindo compreender o contexto que despertou o desejo de aprofundar-se nas possibilidades de transformação da prática docente por meio de abordagens centradas no estudante.

Visto que trata-se de um relato pessoal, o memorial é redigido na primeira pessoa do singular. Após, a escrita retorna à terceira pessoa, alinhando-se ao padrão formal adotado ao longo desta dissertação.

## 1.1 Memorial

Aproximei-me da docência a partir de vivências significativas ao longo da minha trajetória escolar. Ainda no Ensino Médio, ao auxiliar colegas nas aulas de Matemática, percebi o entusiasmo no olhar daqueles que conseguiam compreender e resolver os problemas propostos. Esse momento revelou não apenas uma afinidade com a disciplina, mas também um interesse genuíno pelo ato de ensinar, despertando em mim o desejo de seguir a carreira docente e aprofundar-me nas possibilidades educativas que a Matemática oferece.

Ingressei no curso de Licenciatura em Matemática por meio da conquista de uma bolsa de estudos na Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG). Ao longo da formação, fui reconhecido com o prêmio de destaque acadêmico em quatro ocasiões, o que evidenciou meu comprometimento com os estudos e com a área da Educação Matemática. Durante esse percurso formativo, cursei seis disciplinas voltadas à prática de ensino, as quais despertaram meu interesse pela dimensão pedagógica da docência. No entanto, uma mudança significativa de concepção ocorreu a partir da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso I (TCC-I), na qual estudei oito metodologias voltadas ao ensino de Matemática (Aula Expositiva, Aula Expositiva Dialogada, Informática e Educação Matemática, Atividades Investigativas, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Jogos no Ensino de Matemática e Etnomatemática).

Após concluir a graduação, em 2015, iniciei minha pós-graduação em “Ensino de Matemática: Fundamental 2 e Médio”, também na PUC-MG. Simultaneamente, comecei a atuar como professor da rede pública municipal. No entanto, percebi que o brilho nos olhos dos alunos tendia a diminuir com o tempo, provavelmente devido aos formatos de ensino utilizados anteriormente. Sob essa ótica, as Metodologias Ativas mostraram-se uma solução promissora para que eu restaurasse e mantivesse o entusiasmo dos alunos pelo aprendizado, sendo incorporadas regularmente às minhas aulas desde os primeiros anos como docente, além de terem sido incluídas no meu trabalho de conclusão de curso da pós-graduação.

Em 2017, fui aprovado no concurso público do estado de Minas Gerais, iniciando em 2018 minha atuação na escola em que trabalho até hoje. Em 2021, deixei a rede municipal de ensino e passei a atuar também na rede privada, onde permaneço em atividade, concomitantemente com a rede estadual.

Em 2022, realizei o Exame Nacional de Acesso (ENA) para o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). No mesmo ano, assisti à Mostra Discente, onde pude observar algumas produções discentes do Programa e também falas de alguns professores. Nesse contexto, considerei extremamente pertinente a fala do Professor Dr. Pedro Henrique Pereira Daldegan, ao afirmar seu fascínio pelo novo e seu gosto por desafios — o que me motivou a convidá-lo para orientar esta pesquisa.

O PROFMAT revelou-se uma oportunidade de aprimoramento e refinamento da minha prática docente, na qual novas estratégias, muitas delas alinhadas às Metodologias Ativas, passaram a ser inseridas naturalmente em minhas aulas. Como exemplo, posso citar a aplicação de desafios algébricos como questões extras nas avaliações (relacionadas às disciplinas de Aritmética e Introdução a Álgebra Linear), o uso de *softwares* para o ensino de Geometria (relacionados às disciplinas de Geometria e Geometria Analítica), a reestruturação da ordem do ensino de funções (relacionada às disciplinas de Números e Funções e Fundamentos de Cálculo), a disponibilização de treinamentos para olimpíadas (relacionada à disciplina de Matemática Discreta), e a utilização da Modelagem Matemática para visualizar padrões da realidade (relacionada à disciplina de Modelagem Matemática), recebendo inclusive elogios dos alunos pelas práticas adotadas.

Diante da constatação do impacto positivo dessas práticas no ambiente educacional em que atuo, senti a necessidade de aprofundar meus conhecimentos acerca das Metodologias Ativas por meio desta dissertação, utilizando-a como meio para aperfeiçoar minhas técnicas de ensino e compartilhar minhas experiências por meio da criação de um Guia

Didático.

## 1.2 Justificativa

A trajetória pessoal e acadêmica descrita no memorial constitui um elemento fundamental para compreender as motivações que orientam esta pesquisa bibliográfica. Entre elas, destaca-se o desejo do autor de contribuir para uma aprendizagem mais acessível e significativa para alunos com diferentes perfis. Esse anseio, construído ao longo de sua vivência educacional, despertou o interesse pelo uso de Metodologias Ativas no ensino de Matemática, por considerar que tais abordagens podem favorecer a participação, a autonomia e o engajamento dos estudantes no processo de aprendizagem.

Considerando o interesse pelas Metodologias Ativas e o desejo de criar um recurso educacional, tornou-se necessário delimitar uma série como público-alvo para a proposta. A escolha pelo 6º ano do Ensino Fundamental foi motivada pelas características dos estudantes dessa etapa, que demonstram curiosidade e interesse em adquirir novos conhecimentos. Por se tratar de um período de transição entre os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, é comum que os alunos estejam mais receptivos. Conforme reforça, Vargas e Castanha [28, p. 6]:

Se analisarmos as características biológicas e psicológicas das crianças na faixa etária de 11 e 12 anos de idade, perceberemos que vivenciam uma fase de transição e de indefinições, de novos interesses e curiosidades.

Ao iniciar o ano letivo, em sua primeira aula, o presente autor costuma questionar os estudantes sobre a relação que possuem com a disciplina de Matemática, investigando se apresentam alguma preferência ou aversão por ela. Geralmente, a maioria responde que considera a Matemática a disciplina mais desafiadora e, conseqüentemente, enfrenta dificuldades em se relacionar com este conteúdo. Como a fase de transição facilita o desenvolvimento do interesse e da curiosidade dos alunos, temos que o uso de Metodologias Ativas pode se tornar uma promissora contribuição no ensino de Matemática nesta série.

Como metodologia, este trabalho utilizou a pesquisa bibliográfica, com o objetivo de descrever, de forma breve, a origem e as etapas de aplicação das Metodologias Ativas analisadas, além de apresentar exemplos práticos e apontar suas principais vantagens e desvantagens, conforme Garcia [38, p. 293].

Para uma adequada comprovação de que a pesquisa realizada é uma pesquisa bibliográfica, o pesquisador deve propor um problema de pesquisa e um objetivo que estejam em consonância e que a resposta que será buscada está nos livros, artigos, teses, dissertações e ainda, com

o advento da internet, muitos dados poderão ser buscados na rede, ou ainda, a resposta encontrada seja o contrário do que está nos livros e artigos.

A questão orientadora da pesquisa é: Como as Metodologias Ativas podem ser incorporadas ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, ressignificando a aprendizagem de estudantes do 6º ano?

Assim, o objetivo central do trabalho é apresentar o Guia Didático contendo um compilado de atividades com a finalidade de auxiliar a prática docente e ressignificar a aprendizagem dos alunos de 6º ano em Matemática. Para isto, foram levantados os seguintes objetivos específicos:

- investigar superficialmente as Metodologias Ativas que têm sido utilizadas no ensino;
- proporcionar uma análise crítica e realista sobre a implementação de Metodologias Ativas no ensino;
- elaborar atividades utilizando diferentes Metodologias Ativas e
- compreender como avaliar o desempenho dos alunos em aulas que utilizam Metodologias Ativas.

O presente trabalho foi estruturado em cinco capítulos. O Capítulo 1 consiste nesta “Introdução”, que tem como foco principal explicitar a escolha da temática abordada ao longo do trabalho, bem como apresentar a questão orientadora da pesquisa, os objetivos e a organização. O Capítulo 2 apresenta a importância do estudo das Metodologias Ativas. O Capítulo 3, apresenta algumas Metodologias Ativas, ligando-as ao ensino de Matemática. O Capítulo 4 é dedicado a apresentar o Guia Didático como recurso educacional. O Capítulo 5, denominado “Considerações Finais”, sintetiza as principais conclusões desta obra.

A principal contribuição deste trabalho é possibilitar que os docentes reflitam e ampliem suas metodologias de ensino da Matemática. Esperamos que essa reflexão auxilie no aprimoramento de suas abordagens, tornando o aprendizado mais significativo e interessante para os alunos.

## 2 Metodologias Ativas no Ensino de Matemática

---

Diversos métodos de ensino têm sido criados e refinados ao longo da história, todos com o objetivo primordial de assegurar que o conhecimento adquirido seja adequadamente retido na memória do indivíduo. Nesse sentido, é fundamental compreender o funcionamento da memória para otimizar as estratégias pedagógicas. Acampora [95, p. 176] afirma que a memória

[...] consiste em um integrado que envolve a recepção dos estímulos do meio, ou seja, a entrada das informações, o processamento das mesmas e seu armazenamento, que pode ser transitório ou não, dependendo da importância do estímulo e das associações feitas a partir de experiências prévias.

Com base nessa compreensão do processo de retenção do conhecimento, a escolha de um método de ensino adequado não influencia apenas um processo de aprendizagem momentâneo, mas também impacta diretamente o desenvolvimento cognitivo do aluno. No entanto, essa escolha precisa considerar as capacidades do aprendiz. Afinal, como alerta Visca [94, p. 51], “ninguém pode aprender acima do nível da estrutura cognitiva que possui”.

Deste modo, é necessário configurar métodos de ensino que estejam de acordo com as demandas cognitivas do aluno. De fato, Westbrook [5, p. 42], baseado na obra *Vida e Educação*, de John Dewey, afirma que “a atividade educativa não se processa no vácuo, independente de objeto ou condições. Ao contrário, ela é sempre uma resposta a estímulos específicos ou gerais, nascidos do próprio organismo e do meio ambiente em que o indivíduo vive”.

Corroborando essa perspectiva sobre a adaptação ao ambiente para promover aprendizagem, a neurociência define como plasticidade cerebral ou neuroplasticidade, de acordo com Santos et al. [56, p. 516], “a habilidade do cérebro de se adaptar e reorganizar suas conexões em resposta aos estímulos do ambiente”. Vasconcelos e Santos [80, p. 61] afirmam que

Ambientes ricos em estímulos e experiências desafiantes podem promover a plasticidade cerebral, facilitando a formação de novas conexões neurais. Isso ressalta a relevância de práticas pedagógicas que incentivem a exploração, a curiosidade e a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem.

Nesse contexto, as Metodologias Ativas, ao promoverem a participação direta do aluno, estimulam as vias neurais e a formação de novas sinapses. Esse engajamento ativo não apenas facilita a retenção do conhecimento, mas também impulsiona uma aprendizagem mais profunda e significativa. Ao analisar a evolução das práticas de ensino, Piaget [68] enfatiza que os métodos ativos requerem uma análise reflexiva da interação entre sujeito e objeto, valorizando o conhecimento prévio dos sujeitos sobre sua realidade e como ela se relaciona com o seu saber. O site “Escola Digital - Professor” (EDP) [69], da Secretaria do Estado do Governo do Paraná, baseado em entrevista ao Professor José Moran <sup>1</sup>, conceitua que

As Metodologias Ativas são estratégias de ensino que têm por objetivo incentivar os estudantes a aprenderem de forma autônoma e participativa, por meio de problemas e situações reais, realizando tarefas que os estimulem a pensar além, a terem iniciativa, a debaterem, tornando-se responsáveis pela construção de conhecimento. Neste modelo de ensino, o professor torna-se coadjuvante nos processos de ensino e aprendizagem, permitindo aos estudantes o protagonismo de seu aprendizado.

Nesta concepção, as Metodologias Ativas se enquadram a práticas pedagógicas que incentivam a exploração, a curiosidade e a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem. Assim, promovem a plasticidade cerebral e, conseqüentemente, impactam diretamente no desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Vale destacar que a abordagem das Metodologias Ativas no ensino se alinha à visão de Paulo Freire [36, p. 29] na Pedagogia da Autonomia, uma vez que o autor critica a falta de estímulo à autonomia dos estudantes como um dos principais problemas educacionais.

Percebe-se, assim, a importância do papel do educador, o mérito da paz com que viva a certeza de que faz parte de sua tarefa docente não apenas ensinar os conteúdos, mas também ensinar a pensar certo. Daí a impossibilidade de vir a tornar-se um professor crítico se, mecanicamente memorizador, é muito mais um repetidor de frases e de ideias inertes do que um desafiador.

---

<sup>1</sup>José Manuel Moran é professor, pesquisador e conferencista, com extensa atuação na área de inovação educacional. Destaca-se por sua contribuição em temas como Metodologias Ativas, ensino híbrido, tecnologias digitais aplicadas à educação e projetos de vida. Sua produção intelectual defende uma escola mais participativa e centrada no estudante, sendo amplamente referenciado em estudos sobre práticas pedagógicas contemporâneas.

Deste modo, observa-se que, embora amplamente percebidas como novas, as Metodologias Ativas têm bases teóricas e pedagógicas fundamentadas em diversas pesquisas anteriores. Isso assegura que, conforme Moran [60, p. 13], o uso de Metodologias Ativas não constitui uma inovação, mas sim um caminho interessante e alternativo para a aprendizagem e construção do conhecimento.

A aprendizagem ativa aumenta a nossa flexibilidade cognitiva, que é a capacidade de alternar e realizar diferentes tarefas, operações mentais ou objetivos e de nos adaptar às situações inesperadas, superando modelos mentais rígidos e automatismos pouco eficientes.

Levando em consideração a importância do uso de Metodologias Ativas no contexto escolar e conseqüentemente no Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG) [18, pp. 6, 34] seguido pelas instituições da rede estadual de ensino em que o autor atua, destaca-se os artigos 13 e 106 da Resolução do Conselho Estadual de Educação de Minas Gerais (CEE/MG) Nº 481, de 1º de Julho de 2021.

Art. 13º: O CRMG, visando ao desenvolvimento das competências e das habilidades na Educação Básica, requer uma postura reflexiva sobre a prática e o trabalho diário do professor, sobre o uso de Metodologias Ativas e das tecnologias digitais de Informação e Comunicação (TDIC).  
Art. 106º: A formação continuada dos professores deve considerar as concepções de educação integral, de interdisciplinaridade e de transversalidade, de Metodologias Ativas, de ensino híbrido, de empreendedorismo, de novas tecnologias digitais e de aprendizado de múltiplos letramentos.

Deste modo, o CRMG pode servir como uma proposta orientadora aos professores para adotar o uso de Metodologias Ativas em sua prática educativa. Especificamente com relação ao ensino de Matemática, a afirmação do próprio CRMG, Minas Gerais [18, p. 659].

A proposta é estimular a aprendizagem, a autonomia intelectual dos alunos por meio de atividades planejadas pelo professor para promover o uso de diversas habilidades de pensamento como interpretar, analisar, sintetizar, classificar, relacionar e comparar, trazendo para a aula questões práticas de vivências para serem analisadas à luz da teoria, dando significado ao conhecimento acadêmico. Todo esse processo deve se dar através de uma aprendizagem ativa, onde compreende-se que o aluno não é um mero “recedor” de informações, por isso deve ser engajado, de maneira participativa, na aquisição do conhecimento.

A prática citada pelo CRMG para o ensino de Matemática se adequa à definição de Metodologias Ativas citada anteriormente. Além do CRMG, a própria Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a importância do uso das Metodologias Ativas ao

propor um processo de ensino que considera as especificidades dos estudantes, promovendo o desenvolvimento de competências e habilidades, e estimulando a construção do conhecimento significativo. Com relação à Matemática no Ensino Fundamental, a BNCC [17, p. 222] salienta que:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e percebe o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).

O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático: raciocínio, representação, comunicação e argumentação.

Apesar do caráter de aprendizagem ser um tema fortemente abordado nas Metodologias Ativas, não é adequado imaginar que elas têm a capacidade de solucionar todos os problemas presentes em uma sala de aula. Cosenza e Guerra [40, p. 38] ressaltam que

[...] do ponto de vista neurobiológico a aprendizagem se traduz pela formação e consolidação das ligações entre as células nervosas. Tem fruto de modificações químicas e estruturais no sistema nervoso de cada um, que exigem energia e tempo para se manifestar.

Com base nessa perspectiva, compreende-se que a aprendizagem é um processo tanto individual quanto coletivo, influenciado por preferências, limitações e estilos de aprendizagem distintos. Diante disso, a adoção de estratégias que favoreçam o estudo ativo pode contribuir para potencializar esse processo. No entanto, tais estratégias não ocorrem de forma espontânea, exigindo planejamento e estímulo adequados, como destaca Libâneo [51, p. 108]:

O estudo ativo requer planejamento, organização e controle, de modo que acompanhem todos os momentos ou passos da aula [...] se converta numa

necessidade para o aluno e que seja um estímulo suficiente para canalizar a sua necessidade de atividade. Trata-se da conjugação de condições internas dos alunos e de condições externas expressas pelas exigências e expectativas e incentivos de professor.

Apesar da importância do estudo ativo, é preciso reconhecer suas limitações práticas. Neste contexto, mesmo com interesse do professor, ele não teria tempo e estrutura para aplicar as Metodologias Ativas em todas as aulas. Outra questão importante é a necessidade do professor de filtrar entre todas as informações que os alunos têm e adquirem no processo, aquelas que de fato são relevantes para a aprendizagem do conteúdo abordado.

Diante dos argumentos citados, as Metodologias Ativas proporcionam opções que podem enriquecer o ensino convencional, mas nenhuma delas pode ser vista como único método a ser utilizado, ou mesmo uma opção para se afastar ao método de ensino tradicional. Cabe ao professor o desafio de articular entre o uso de diferentes metodologias, na busca de possibilitar uma aprendizagem efetiva em seu contexto, visando atender aos diferentes alunos presentes em sua sala de aula.

Compreendidos os fundamentos e o respaldo curricular das Metodologias Ativas, é importante analisar os desafios e considerações práticas para sua implementação.

## 2.1 Não devo usar Metodologias Ativas

O título desta seção pode parecer contraditório em um trabalho cujo foco é o estudo das Metodologias Ativas. Contudo, nosso objetivo aqui é trazer uma perspectiva realista sobre essas práticas. Buscamos evitar a ilusão de que a adoção de Metodologias Ativas exige, necessariamente, a completa substituição dos métodos tradicionais de ensino. Nesse sentido, recorreremos à reflexão de Saviani [81, p. 15] sobre a abordagem de novos métodos de ensino nos cursos de licenciatura, destacando que

[...] os alunos ouviam atentamente e se encantavam com as novas metodologias firmando a convicção de que, quando entrassem no exercício profissional iriam atuar de forma inovadora. Não se davam conta de que as instituições em que iriam trabalhar estavam organizadas de uma forma que não previa o uso dos chamados métodos novos.

Dessa forma, um dos primeiros desafios a serem enfrentados está relacionado à **resistência institucional**. Caso o objetivo do professor seja obter reconhecimento e companheirismo no contexto da supervisão escolar, o uso de Metodologias Ativas pode não atender plenamente a essas expectativas. Isso se relaciona ao fato de que o método tradicional tende a ser percebido como mais acessível, considerando que a estrutura escolar

geralmente está configurada para essa abordagem de ensino, e o uso de Metodologias Ativas seria uma complementação.

Algumas Metodologias Ativas dependem de **recursos digitais**, cuja incorporação pode enfrentar resistência em parte dos professores, especialmente diante das diferentes familiaridades com as tecnologias digitais. Mattar [58, p. 10] observa que os estudantes contemporâneos, chamados de nativos digitais, possuem características distintas das gerações anteriores, demonstrando preferência por formatos mais visuais, dinâmicos e interativos de acesso à informação. Essa resistência exige que a escola passe por adaptações em sua estrutura e práticas pedagógicas para incorporar esses recursos de maneira eficaz.

Alunos nativos digitais estão acostumados a receber informações mais rapidamente do que seus professores imigrantes digitais sabem transmitir. Imigrantes preferem textos a imagens; já os nativos, ao contrário, preferem imagens a textos. Os imigrantes preferem as coisas em ordem, enquanto os nativos relacionam-se com a informação de maneira aleatória. Imigrantes estão acostumados a uma coisa por vez, ao passo que os nativos são multitarefas. Os imigrantes aprenderam de modo lento, passo a passo, uma coisa por vez, individualmente e, acima de tudo, seriamente. Os alunos de hoje não são mais as pessoas para as quais nossos sistemas educacionais foram projetados, e em virtude disso a escola tem ensinado habilidades do passado.

Diante desse cenário, não se pode negar que a aprendizagem tem sido substancialmente transformada pela Era Digital e, portanto, a escola precisa adaptar-se a essas ferramentas, mesmo que de forma gradual e limitada, a fim de atender às novas demandas educacionais e promover um ensino mais alinhado com as exigências contemporâneas.

Cabe ressaltar que **nem todo conteúdo é compatível** com o uso de recursos digitais e nem mesmo com o uso de qualquer Metodologia Ativa. Por isso, é essencial que o professor, ao conhecer a turma, analise se as características das metodologias propostas são adequadas à realidade dos alunos, bem como se há coerência entre a metodologia escolhida e o conteúdo a ser ensinado. Algumas Metodologias Ativas podem apresentar limitações quando aplicadas a determinados tópicos, especialmente aqueles que demandam instrução direta ou uma abordagem mais estruturada para o desenvolvimento conceitual e procedimental. Conforme Gomez [39, p. 157], essa análise cuidadosa contribui para a eficácia pedagógica e para a adaptação das práticas ao contexto específico.

O ensino não causa a aprendizagem, cria contextos, cenários e condições que oferecem melhores ou piores condições de aprender.

Além disso, muitos professores que iniciam a utilização de Metodologias Ativas

têm a **expectativa de que sua aplicação inicial resultará em um impacto significativo na aprendizagem dos alunos**, com maior engajamento. Essa visão, frequentemente associada à ideia de que tais métodos foram desenvolvidos para atender às demandas da geração atual, nem sempre se concretiza, conforme apontado por Silva et. al. [25, p. 27]

Ao realizar as primeiras experiências com as Metodologias Ativas professores relatam uma grande resistência dos estudantes frente às situações que pressupõem estudos prévios, pesquisa, interação e cooperação com o grupo, organização e apresentação de propostas e aplicação de conceitos para resolução de problemas práticos.

Com isso, o professor enfrenta o que pode ser descrito como uma “zona de risco” ao implementar Metodologias Ativas, pois isso o tira de um território conhecido, representado pelos métodos tradicionais, e exige lidar com possíveis dificuldades, como a desmotivação dos alunos ao se desafiarem com abordagens novas e menos previsíveis. Além disso, é comum que alguns alunos confundam as dinâmicas mais interativas das Metodologias Ativas com momentos de diversão, o que pode levar à superficialidade na aprendizagem e dificultar o alcance dos objetivos educacionais planejados.

Outro desafio enfrentado pelos professores refere-se ao **tempo de preparação** necessário para a implementação de Metodologias Ativas. Para auxiliar na superação desse obstáculo, foi desenvolvido pelos autores deste trabalho um recurso educacional que reúne um conjunto de quinze propostas de atividades, visando facilitar o planejamento docente. Além disso, surge a questão da **avaliação** das Metodologias Ativas, um desafio que será abordado de forma mais aprofundada na próxima seção.

Apesar dos inúmeros desafios associados à implementação das Metodologias Ativas, tais obstáculos não devem ser considerados impedimentos definitivos à sua adoção no ensino. Conforme pontuam Filho et al. [8, p. 150] em seu estudo sobre o uso de Metodologias Ativas:

Apesar dos desafios de implementação, os benefícios dessas metodologias superam as dificuldades, proporcionando uma educação mais inclusiva e eficaz.

Esses desafios, em vez de serem considerados barreiras intransponíveis, podem ser compreendidos como fatores que impulsionam os educadores a combinar diferentes métodos, com o objetivo de construir um ambiente de aprendizagem mais dinâmico. A utilização de Metodologias Ativas, mesmo diante das dificuldades, amplia as possibilidades pedagógicas e contribui para uma aprendizagem enriquecedora, capaz de atender às diferentes necessidades e estilos de aprendizagem dos estudantes. Assim, a integração de

abordagens diversas, quando bem empregadas, pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem.

## 2.2 Métodos de avaliação das Metodologias

Ao utilizar Metodologias Ativas, uma das questões que mais incomoda a alguns professores consiste em “como avaliar?”. Por isso, esta seção tem como foco possibilitar uma compreensão do processo avaliativo escolar apresentando possibilidades de avaliar as Metodologias Ativas.

Haydt [42, pp. 13-14] explana quatro fundamentos essenciais que direcionam a avaliação do processo de ensino e aprendizagem:

A avaliação é um processo contínuo e sistemático. Portanto, ela não pode ser esporádica nem improvisada, mas, ao contrário, deve ser constante e planejada. Nessa perspectiva, a avaliação faz parte de um sistema mais amplo que é o processo ensino-aprendizagem, nele se integrando. [...]

A avaliação é funcional, porque se realiza em função de objetivos. Avaliar o processo ensino-aprendizagem consiste em verificarem que medida os alunos estão atingindo os objetivos previstos. Por isso, os objetivos constituem o elemento norteador da avaliação.

Avaliação é orientadora, pois “não visa eliminar alunos, mas orientar o seu processo de aprendizagem para que possam atingir os objetivos previstos”. [...]

Avaliação é integral, pois analisa e julga todas as dimensões do comportamento, considerando o aluno como um todo.

Desse modo, a avaliação pode ser compreendida como um processo que se distancia das tradicionais avaliações, uma vez que a avaliação é um processo em constante mudança, na qual o aprendizado dos alunos não é um resultado final, mas sim um caminho contínuo de descobertas e aprimoramentos. A Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (com última atualização 27/10/2009), estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Em seu artigo 24º, inciso V, subseção (a), fala do processo avaliativo reforçando este argumento, Brasil [20, p. 20]:

V - a verificação do rendimento escolar observará os seguintes critérios:  
a) avaliação contínua e cumulativa do desempenho do aluno, com prevalência dos aspectos qualitativos sobre os quantitativos e dos resultados ao longo do período sobre os de eventuais provas finais;

Haydt [42] classifica a avaliação em três modalidades: diagnóstica, formativa e somativa. De acordo com Sant’Anna [78], a avaliação diagnóstica visa determinar a presença ou ausência de conhecimentos e habilidades, inclusive buscando detectar pré-requisitos para

novas experiências de aprendizagem. Permite averiguar as causas de repetidas dificuldades de aprendizagem.

Assim, a avaliação diagnóstica não deve ser visualizada exclusivamente como uma atividade aplicada no início do ano. Deve ser vista como um processo de ajuste inicial a cada conceito que depende de um conteúdo anterior, podendo inclusive ser aplicada como um relato oral do aluno ou mesmo pela observação do professor. Isso pode ser feito como sondagem na aplicação das mais diversas Metodologias Ativas.

A avaliação formativa ocorre durante o processo de aprendizagem dos alunos, Allal et al [4, p. 178] apresentam seus três aspectos fundamentais:

1. recolha de informações relativas aos progressos e dificuldades de aprendizagem sentidos pelos alunos;
2. interpretação dessas informações numa perspectiva de referência criterial e, na medida do possível, diagnóstico dos fatores que estão na origem das dificuldades de aprendizagem observadas nos alunos.
3. adaptação das atividades de ensino e de aprendizagem de acordo com a interpretação das informações recolhidas.

Nas Metodologias Ativas, os alunos são incentivados a assumir um papel mais ativo na aprendizagem, participando de atividades práticas, colaborativas e reflexivas. A avaliação formativa se encaixa perfeitamente nesse contexto; uma vez que, ao longo da realização da atividade, os alunos fornecem *feedback* constante ao professor, permitindo que ele consiga ajustar a prática e a abordagem de ensino de acordo com as necessidades apresentadas.

Já a avaliação somativa, de acordo com Haydt [42], possui função classificatória. Realiza-se ao final de um curso, período letivo ou unidade de ensino, e consiste em classificar os alunos de acordo com níveis de aproveitamento previamente estabelecidos, geralmente tendo em vista sua promoção de uma série para outra ou de um grau para outro.

A maior dúvida no que tange o uso de Metodologias Ativas centra-se na avaliação somativa, mais especificamente ao caráter de fornecer a nota como instrumento de avaliação final. Para isto é necessário que o professor defina inicialmente um objetivo de avaliação, com isto ele consegue avaliar os alunos de modo somativo ao longo do processo de aplicação das Metodologias Ativas. Camargo [26, p. 26] pontua que:

Para avaliar é preciso ter um objetivo planejado. Sem estabelecer objetivo, o professor não conseguirá avaliar seus alunos, pois não saberá se os mesmos atingiram ou não determinado objetivo. Isso não ajudará o processo ensino aprendizagem e só atrapalhará o desenvolvimento do aluno.

A citação de Camargo [26] ressalta que a avaliação requer objetivos previamente definidos, uma vez que, sem eles, torna-se inviável verificar se os alunos atingiram os resultados esperados. Essa perspectiva reforça o papel da avaliação como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem. No caso das Metodologias Ativas, é necessário compreender as formas de avaliação compatíveis com sua proposta pedagógica. O conhecimento dessas possibilidades auxilia no planejamento e na verificação sistemática do desempenho dos estudantes em relação aos objetivos estabelecidos. Nesse sentido, Costa [33] apresenta algumas formas de avaliação somativa aplicáveis às Metodologias Ativas:

- Rubrica: consiste em uma escala de indicadores pré-definidos para avaliar e pontuar o desempenho dos alunos ao longo da aplicação da metodologia. É importante que o aluno tenha conhecimento dos indicadores antes da aplicação da atividade e, se julgar necessário, o professor deve dar um *feedback* rápido durante a aplicação das atividades.
- Participação: deve ser avaliada levando em consideração o empenho dos alunos no processo de aprendizagem. Por exemplo, observar se a fala do aluno enriquece as discussões, a interação com o professor e colegas, proatividade do aluno, etc.
- Autoavaliação: nela o próprio aluno se avalia levando em consideração questões levantadas inicialmente pelo professor, como por exemplo: Compartilhei meu aprendizado com os colegas? Minhas contribuições foram significativas? Fui criativo, participativo e colaborativo nas atividades em equipe? Como avalio minha interação com professores e alunos? Nessa disciplina, o que aprendi sobre meu processo de aprendizagem? Alcancei meus objetivos de aprendizagem na disciplina? Se não, qual ou quais foram os obstáculos? Como foi minha participação na tarefa? Numa escala crescente de 5 a 10, qual nota me dou?
- Elaboração de questionários como *quiz*: neles devem constar questões básicas sobre a prática de modo que seja fácil o aluno provar sua aprendizagem no processo, ele pode ser realizado *online* em diversas plataformas (*GoogleForms*, Questionários *Moodle*, *Quizizz*, *Kahoot*, etc).
- Avaliação oral: consiste em perguntas simples que o professor realiza para verificar a aprendizagem do aluno com a Metodologia Ativa. Inclusive pode ser solicitado que o aluno grave um *podcast* para compartilhar o que aprendeu.
- Resumos, Resenhas ou Relatórios: consiste em um relato por escrito incluindo a exigência de expressões pessoais que podem demonstrar níveis individuais de aprendizagem.

Diante das possibilidades avaliativas apresentadas, convém destacar que o papel

central do professor, no contexto das Metodologias Ativas, é o de mediador do processo de ensino e aprendizagem. Compete a ele não apenas selecionar e articular as metodologias em conformidade com os objetivos pedagógicos, mas também planejar estratégias de avaliação que considerem as características dos estudantes e as particularidades do contexto em que estão inseridos.

A avaliação, nesse cenário, deixa de ser um instrumento padronizado e passa a refletir as necessidades concretas da turma, exigindo do docente sensibilidade, flexibilidade e intencionalidade no planejamento. Considerando a ampla gama de possibilidades de avaliação, o capítulo seguinte apresenta um breve estudo sobre algumas Metodologias Ativas, visando aprofundar o entendimento acerca de sua aplicabilidade.

# 3 Explorando as Metodologias Ativas

---

Neste capítulo, são descritas de forma sucinta algumas Metodologias Ativas, com o objetivo de apresentar alternativas pedagógicas que possam contribuir para a aprendizagem dos discentes. A proposta é contextualizar brevemente a origem de cada abordagem, delinear suas etapas de aplicação, apontar algumas de suas vantagens e desvantagens e, por fim, realizar um comparativo entre elas, sem a pretensão de esgotar suas possibilidades ou aprofundamentos teóricos.

Cabe ressaltar que o objetivo aqui não é questionar a eficácia do método tradicional, mas sim ampliar opções disponíveis, considerando que cada indivíduo aprende de maneira distinta. Dessa forma, a diversificação de métodos pode atingir a aprendizagem de um número expressivo de estudantes, além de tornar as aulas mais atrativas.

Desse modo, é abordado um estudo focado em apresentar as seguintes Metodologias Ativas: Aula Expositiva Dialogada (Seção 3.1), Gamificação (Seção 3.2), Aprendizagem Baseada em Equipe (Seção 3.3), *Design Thinking* (Seção 3.4), *Cultura Maker* (Seção 3.5), Aprendizagem Baseada em Problemas (Seção 3.6), Modelagem Matemática (Seção 3.7), Realidade Aumentada (Seção 3.8), Problematização (Seção 3.9), Método de Casos (Seção 3.10), Sala de Aula Invertida (Seção 3.11) e Rotação Por Estações (Seção 3.12).

Ao longo da construção deste capítulo, observou-se que muitas das Metodologias Ativas exploradas ainda carecem de produções específicas voltadas à Educação Matemática. Por esse motivo, grande parte das referências utilizadas provém de estudos mais amplos no campo da Educação. Ainda assim, as práticas analisadas nesses trabalhos mostraram-se pertinentes e adaptáveis ao ensino de Matemática, o que justifica sua incorporação.

É importante ressaltar que não existe uma metodologia de ensino totalmente eficaz em todas as situações. Por esta razão, é importante que o docente esteja aberto a adaptar e atualizar suas práticas de ensino conforme a realidade dos alunos, visando alcançar os melhores resultados de aprendizagem.

### 3.1 Aula Expositiva Dialogada

Na Aula Expositiva Dialogada, ocorre simultaneamente a exposição dos conteúdos pelo docente e a reflexão dos discentes, mediada por meio de diálogos, indagações e interações diversas. Freire [36, p. 96] desta que:

O bom professor é o que consegue, enquanto fala, trazer o aluno para o movimento de seu pensamento. Sua aula é assim um desafio e não uma “cantiga de ninar”. Seus alunos cansam, não dormem. Cansam porque acompanham as idas e vindas de seu pensamento, surpreendem suas pausas, suas dúvidas, suas incertezas.

Freire enfatiza a interação como componente fundamental na transmissão do conhecimento, assim como ocorre na Aula Expositiva Dialogada. Nela, a construção de informações e conhecimentos é resultante da descoberta e assimilação realizadas pelo próprio aluno, a partir do repertório de informações gradativamente fornecidas pelo professor ao longo do processo educativo.

A Aula Expositiva Dialogada é uma Metodologia Ativa amplamente conhecida e, possivelmente, a mais utilizada por professores. Sua origem, porém, é desconhecida, devido aos registros antigos serem orais, especula-se ser pré-socrática, uma vez que, como afirma Gauthier e Tardif [91, p. 38]:

Para Sócrates e também para os sofistas, a discussão com o outro não é apenas um meio educativo, mas o recurso pelo qual se produz a própria educação e, ao mesmo tempo, a finalidade da formação, que é possível reconhecer pela aquisição de uma “competência discursiva”. Ser instruído é, para os sofistas, “saber falar”, “saber argumentar” em público segundo as regras pragmáticas da retórica. Para Sócrates, é ser capaz de desenvolver uma argumentação lógica para legitimar as assertivas.

Assim, através do diálogo entre professor e alunos, é possível promover uma visão ampla e integrada do conhecimento. Além disso, a troca de experiências e a discussão permite a conexão de diferentes áreas do saber de modo interdisciplinar, estimulando a reflexão e a construção do conhecimento, além da contextualização do mesmo. Nessa perspectiva, Rocha [75, p. 78] afirma que:

A prática docente exige do professor momentos de fala e escuta. A aula expositiva dialogada surge como possibilidade concreta de construção coletiva do conhecimento matemático.

Essa compreensão reforça que a Aula Expositiva Dialogada vai além da simples transmissão de conteúdos, configurando-se como uma prática que pode favorecer a partici-

pação dos alunos. Diante disso, torna-se pertinente refletir sobre os benefícios e limitações dessa abordagem no contexto educacional.

Com base nas reflexões de Silva [83], é apresentado o Quadro 3.1, que reúne aspectos favoráveis e desfavoráveis relacionados a essa metodologia educacional. Vale ressaltar que embora o estudo de Silva tenha sido desenvolvido no contexto do ensino de Biologia, suas conclusões apontam estratégias que podem oferecer contribuições significativas também para outras áreas do conhecimento, incluindo o ensino de Matemática, como proposto neste trabalho.

**Quadro 3.1:** Vantagens e desvantagens da Aula Expositiva Dialogada

<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
Facilita a transmissão de informações de forma direta e clara, a partir da interação entre professores e alunos.	Pode se tornar monótona e pouco atrativa para os alunos, resultando em desinteresse e falta de engajamento.
Permite ao professor elucidar dúvidas e adaptar o conteúdo ao nível de compreensão da turma.	Dificulta a participação de alunos mais introvertidos.
Auxilia os alunos a desenvolverem habilidades de escuta e concentração.	Pode deixar de atender às diferentes formas de aprendizagem dos alunos.
Promove a fixação e memorização de conceitos por meio da repetição e exposição.	Pode limitar a diversidade de ideias e opiniões, pois a transmissão de conhecimento é centrada no professor.
Pode ser utilizada como complemento de outras Metodologias Ativas.	Pode desestimular a autonomia dos alunos, que podem se acostumar com a dependência do professor para aprender.
É uma forma eficaz de transmitir valores e princípios, pois permite a reflexão e discussão sobre os mesmos.	Pode não se adequar às turmas grandes por dificultar a interação e participação de todos os alunos.

Fonte: Elaborado pelo autor

Para compreender o funcionamento da Aula Expositiva Dialogada, Coimbra [31, pp. 45-47] define cinco passos para sua prática, conforme a Figura 3.1. É importante ressaltar que os passos não seguem uma ordem linear e inflexível, mas podem ser compreendidos como elementos interrelacionados que contribuem para a eficácia e a dinamicidade do processo de ensino e aprendizagem.

**Figura 3.1:** Passos de aplicação da Aula Expositiva Dialogada

Fonte: Adaptado [31, pp. 45-47]

A Inspiração é o primeiro momento da aula, em que o educador deve trazer algo que mobilize para aquele conhecimento.

[...]

O segundo passo, denominado Problematização, é o momento em que o educador relaciona o tema/ conteúdo à realidade por meio de questões que o problematizem.

[...]

O momento da Reflexão é o terceiro passo dessa estratégia e o mesmo exige um movimento individual e coletivo para que educando e educador possam pensar sobre o assunto.

[...]

A Transpiração, quarto passo dessa estratégia, é o momento de estudo propriamente dito sobre o tema/ conteúdo/ conhecimento. Pode ser individual ou coletivo, depende do assunto e da realidade de cada espaço/ tempo. O educador deve propor um roteiro ou fazer coletivamente o planejamento desse estudo.

[...]

A Síntese, movimento final dessa estratégia é a capacidade individual e coletiva de incorporar o aprendido e apreendido para compartilhar, seja de forma escrita e/ ou oral.

Deste modo, em suas primeiras etapas, a Aula Expositiva Dialogada pode ser aplicada para um grupo único com todos os alunos e o professor, de modo que todos participam do processo de construção do conhecimento simultaneamente. Já na Transpiração, pode

ser aplicada de modo individual ou em grupos menores.

Para ilustrar a aplicação prática da Aula Expositiva Dialogada e seus cinco passos, consideramos o seguinte cenário em uma aula de geometria:

- **Inspiração:** é apresentado um problema para calcular a área de um terreno com formato de um trapézio, cujos lados medem 8 km, 1280 dam, 18 km e 108 hm. O problema pode despertar o interesse dos alunos e desafiá-los a aplicar seus conhecimentos.
- **Problematização:** o professor faz perguntas que estimulem os alunos a pensar sobre estratégias para calcular a área de terreno, como “Quais medidas precisamos identificar para calcular a área dessa figura?”, “É necessário que as medidas estejam todas na mesma unidade de medida? Qual?”, “Como podemos dividir esta figura em partes mais simples para facilitar o cálculo?”.
- **Reflexão:** acontece durante a aula, com o compartilhamento de ideias dos alunos. Eles argumentam sobre as questões que surgem na Problematização, discutindo as diferentes abordagens para calcular a área do terreno. O professor incentiva os alunos a justificarem suas escolhas e a explicarem o raciocínio por trás de suas soluções, dando-lhes a oportunidade de compararem estratégias e aprenderem uns com os outros.
- **Transpiração:** os alunos trabalham para calcular a área do terreno, aplicando as estratégias discutidas. Enquanto isso, o professor circula pela sala, oferecendo suporte quando necessário.
- **Síntese:** ao final da aula, os alunos compartilham suas soluções e discutem os diferentes métodos empregados para o cálculo da área. O professor destaca os pontos mais relevantes e os alunos são incentivados a refletir sobre o conteúdo e o processo de resolução do problema.

Por meio de seus passos de aplicação e da interação entre professor e alunos, a Aula Expositiva Dialogada pode promover a construção coletiva de conhecimento, fomentando a reflexão crítica e a resolução de problemas de forma colaborativa.

## 3.2 Gamificação

A Gamificação se refere à aplicação de elementos típicos de jogos em situações e ambientes fora do contexto tradicional de jogos. Além disso, é necessário compreender, conforme afirma Silva [89, pp. 172-173], que:

A Gamificação na educação tenta alinhar a linguagem e aspectos dos jogos virtuais ao assunto no qual o professor deseja abordar em sala de

aula. Vale lembrar que o objetivo final deve ser sempre a compreensão do conteúdo de forma dinâmica inserido na participação do jogo.

Nesse sentido, a Gamificação, na perspectiva das Metodologias Ativas, torna-se uma estratégia capaz de engajar, motivar e promover a aprendizagem, uma vez que o aluno tem a sensação de participar de uma espécie de jogo, sem perceber que está, na verdade, desenvolvendo sua aprendizagem. É importante destacar conforme Sales et al. [86, p. 47] que:

Gamificar a sala de aula não significa necessariamente criar um *game*, ou colocar a turma para jogar na sala de aula, mas consiste em usar as mesmas estratégias, métodos e pensamentos e alguns elementos do *design* de *games* no ambiente de aprendizagem.

Apesar de muitos estudiosos terem dúvidas com relação à origem da Gamificação, Kim [47] indica que Gamificação foi utilizado pela primeira vez em 2002 pelo programador Nick Pelling, ao sugerir que elementos e dinâmicas dos jogos poderiam ser aplicados a contextos reais para estimular a resolução de problemas. No entanto, o conceito ganhou maior visibilidade apenas em 2010, quando a designer de jogos Jane McGonigal, em entrevista para a televisão, defendeu a ideia de que os jogos têm potencial para contribuir na solução de desafios do mundo real.

Além desse marco contemporâneo, é importante considerar o contexto histórico da relação entre jogos e educação. Freitas e Leite [37, p. 169] ressaltam que:

Entre os anos de 1980 e 1990, houve a popularização dos videogames e o entendimento do seu potencial educativo. Assim criou-se jogos contendo alguns elementos educativos, como o *Where on earth is Carmen Sandiego?* (Onde está Carmen Sandiego?). Criado por um ex-funcionário da Disney, em 1985, nos Estados Unidos da América (EUA), e consistem uma série de jogos digitais voltados para o ensino dos componentes curriculares de História, Geografia e Matemática.

Com o intuito de aprofundar a compreensão da Gamificação, são apresentados alguns termos relacionado às regras de jogos, úteis para uma melhor compreensão da Gamificação:

- Teoria do *Flow*: *flow* significa “fluxo” em português. Em jogos, a Teoria do *Flow* afirma que o jogador entra em uma experiência de imersão total. De acordo com Campos e Hildebrand [21, p. 8]:

A Teoria do *Flow* permite analisar a intensidade de um desafio e o quanto de habilidades se precisa experimentar para vivenciar profundamente uma situação. E, para atingir o *Flow*, é necessário

que os desafios e habilidades estejam acima da média. Isso acontece quando se realiza algo que realmente se deseja fazer e que seja prazeroso e envolvente.

- *Game design*: consiste no processo de criar a estrutura, regras e interações de um jogo. Schuyttema [82] compara o *game design* a uma planta baixa, que deve ser elaborada de forma clara e detalhada, reunindo todas as informações essenciais sobre o jogo.
- *Storytelling*: traduzido, significa “narrativa”, ou seja, seria contar a história dos personagens do jogo de modo envolvente. De acordo com Castro [29, p. 2], a partir do *storytelling*,

É possível desenvolver os ambientes em que os públicos podem se sentir mais à vontade, para que as apresentações dos argumentos façam parte dessas realidades, construídas para que o real se pareça ou se torne no imaginado.

- *Learning Analytics*: em português, o termo significa “análise da aprendizagem”. Refere-se ao desempenho dos jogadores, identificando padrões de comportamento, buscando melhorar a experiência do jogador a partir de *feedback* personalizado.

Devido à sua natureza conectada às estratégias de jogos, a Gamificação pode ser implementada de diversas maneiras adaptáveis às necessidades específicas de cada atividade pedagógica. Deste modo, para maximizar o engajamento dos alunos, ela pode ser trabalhada tanto em grupos pequenos como em equipes maiores em contextos educacionais distintos.

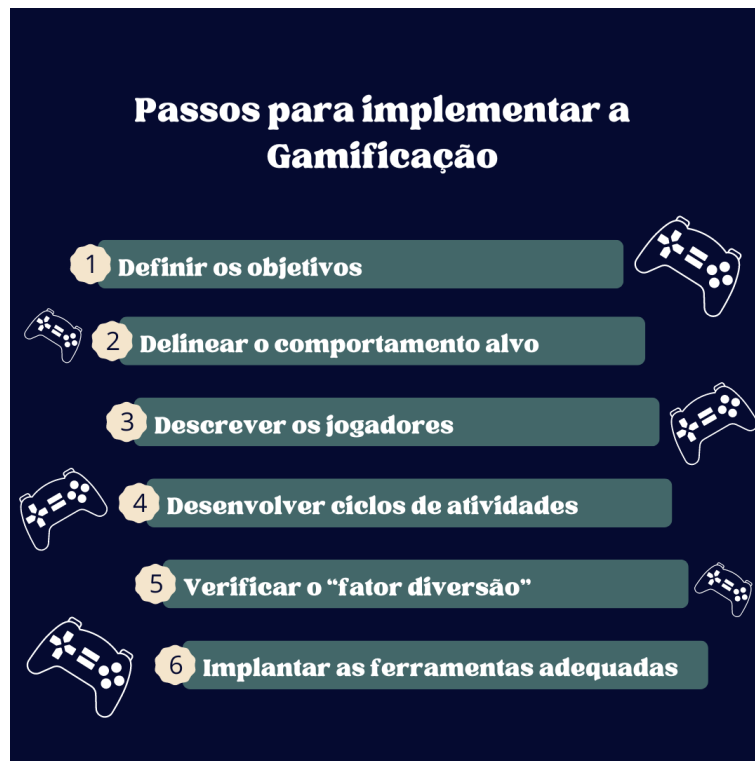
Na elaboração dos elementos da Gamificação, o professor pode utilizar uma variedade de recursos, como desafios, missões e atividades que envolvam, de maneira simultânea, conceitos oriundos de diferentes áreas do conhecimento. Essa estratégia possibilita não apenas a articulação entre os conteúdos, mas também incentiva a colaboração mútua e a troca de conhecimentos entre os participantes. Com isso, os saberes mobilizados ao longo da atividade podem ser utilizados para manter o aluno engajado na dinâmica do jogo, ao mesmo tempo em que se concretiza uma abordagem de caráter interdisciplinar.

Ao realizar uma revisão bibliográfica sobre o uso da Gamificação no ensino de História, Santos [79] destaca diversas vantagens e desvantagens dessa abordagem pedagógica. Embora o foco do estudo seja voltado à área de História, os apontamentos apresentados pelo autor demonstram-se igualmente pertinentes quando considerados no contexto do ensino de Matemática. Com base nessas contribuições, organizamos o Quadro 3.2, que sintetiza os principais aspectos positivos e limitações da Gamificação identificados pelo

autor em sua análise.

A implementação da Gamificação requer previamente a definição e o cumprimento dos seis passos descritos na Figura 3.2.

**Figura 3.2:** Passos para implementar a Gamificação



Fonte: Adaptado [34, p. 83]

Antes de aplicar a Gamificação, como passo inicial sugere-se que o professor defina o objetivo de aprendizagem. O segundo passo consiste em compreender as condições para que haja essa aprendizagem, porém os alunos podem utilizar estratégias que fogem ao plano e, caso necessário, o objetivo deve ser resgatado ao longo do processo de aplicação.

O terceiro passo é analisar o formato da Gamificação, uma vez que, inicialmente, todos os alunos são novatos, mas ao interagir com o jogo desenvolvem habilidades de modo distinto, sendo necessário oferecer ao longo do processo desafios que mantenham todos os jogadores motivados, levando em consideração os diferentes níveis de aprendizagem da turma.

O quarto passo se subdivide em dois ciclos, o ciclo de engajamento e o ciclo de progresso de aprendizagem, ou seja, o jogo mantém os alunos motivados enquanto aprendem, por isso é importante ter uma recompensa que motive os alunos a manterem-se no jogo e, ao mesmo tempo, oferecer as condições para que eles adquiram progresso em sua aprendizagem.

**Quadro 3.2:** Vantagens e desvantagens da Gamificação

<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
Envolve os alunos de maneira mais eficaz do que métodos de ensino tradicionais. Ao incorporar elementos de jogo, como desafios, recompensas e competição, a Gamificação torna o processo de aprendizado mais divertido e motivador para os alunos.	Pode levar a uma aprendizagem superficial, na qual os alunos se concentram mais nas recompensas e na competição do que na compreensão profunda dos conceitos. Isso pode resultar em uma falta de transferência de habilidades para contextos do mundo real.
Permite que os educadores personalizem a experiência de aprendizado de acordo com as necessidades e interesses individuais dos alunos. Por meio da adaptação de desafios e recompensas, os alunos podem progredir em seu próprio ritmo e receber <i>feedback</i> imediato sobre seu desempenho.	Requer um cuidadoso equilíbrio entre desafios e recompensas, para evitar que os alunos se sintam sobrecarregados ou desmotivados, sendo importante garantir que os elementos de jogo não dominem o conteúdo curricular, mantendo o foco na aprendizagem.
Incentivam a colaboração e o trabalho em equipe, promovendo o desenvolvimento de habilidades sociais essenciais, como comunicação, cooperação e resolução de conflitos.	Existe um potencial para exclusão de alguns alunos e o custo de desenvolvimento. Alguns alunos podem se sentir excluídos ou desfavorecidos em ambientes gamificados, especialmente se não tiverem habilidades específicas valorizadas pelo jogo. Isso pode criar disparidades no engajamento e na motivação dos alunos, exacerbando as desigualdades existentes.
Estimula a motivação intrínseca dos alunos, ou seja, seu desejo interno de se envolver no processo de aprendizado pelo prazer da própria atividade. Ao oferecer desafios estimulantes e recompensas significativas, as atividades gamificadas incentivam os alunos a se dedicarem ao aprendizado de forma voluntária e entusiástica.	Pode exigir recursos significativos em termos de tempo, dinheiro e técnica, sendo que nem todas as escolas têm acesso aos recursos necessários para desenvolver e manter programas gamificados de alta qualidade.

O quinto passo é considerado um dos mais difíceis de ser planejado, uma vez que a diversão só será possível de ser verificada na aplicação, sendo refinada em aplicações futuras na mesma turma, mas como um instrumento fundamental para o engajamento da turma.

Uma vez que nos passos anteriores já foram definidos os objetivos, o público alvo e os ciclos de atividades, como sexto e último passo é necessário delimitar os elementos dos jogos que estarão presentes na aula de Gamificação. Assim, esse passo basicamente consiste em definir as regras da aplicação.

Um exemplo particularmente interessante de aplicação da Gamificação em sala de aula é o jogo Batalha Neperiana, elaborado por Medeiros [59], autor deste trabalho, com o objetivo de aprofundar o estudo dos logaritmos de forma lúdica e engajadora.

Sugere-se que a aplicação do jogo ocorra após a consolidação dos conteúdos, uma vez que o aluno precisa dominar as propriedades da equação logarítmica, da função logarítmica e compreender sua relação com a função exponencial. Dessa forma, o público-alvo indicado é a 1<sup>a</sup> série do Ensino Médio.

O formato da Gamificação pode ser através de equipes que competem no jogo de trilha para conquistar o grande prêmio.

O quarto passo pode ser garantido pela premiação de ponto extra na disciplina de Matemática ou mesmo uma caixa de bombons para a equipe vencedora.

A diversão pode ser garantida através da conduta do professor como aplicador. Ele tem o papel de incentivar os alunos constantemente e expressar que existem cartas de sorte ou azar que podem mudar o jogo totalmente, garantindo a oportunidade de todos se tornarem ganhadores.

O sexto passo foi feito na criação das regras do jogo, cabendo ao aplicador ter um bom conhecimento das regras e das cartas auxiliares, conduzindo o jogo para que a Gamificação seja capaz de proporcionar o aprofundamento do conteúdo de logaritmo.

De modo geral, a Gamificação é mais eficaz quando aplicada após a abordagem tradicional e completa do conteúdo, funcionando como uma estratégia de consolidação e aprofundamento dos conhecimentos previamente trabalhados. Essa sequência permite que os alunos participem da atividade lúdica com maior autonomia e compreensão, utilizando os conceitos aprendidos de forma prática e contextualizada. No caso do estudo dos logaritmos, por exemplo, é essencial que os alunos já tenham compreendido suas propriedades e relações com a função exponencial para que possam aproveitar plenamente os desafios propostos pelo jogo.

Nessa perspectiva, a metodologia de Gamificação demonstra ser uma poderosa

aliada na aprendizagem dos alunos, transformando o ambiente de aprendizagem em um espaço dinâmico e envolvente. Ao integrar os elementos de jogos às atividades pedagógicas, ela torna a aprendizagem mais divertida e eficaz, promovendo um maior engajamento e uma compreensão mais profunda dos conteúdos.

### 3.3 Aprendizagem Baseada em Equipes

A Aprendizagem Baseada em Equipes (*Team Based Learning* - TBL) consiste, de acordo com Júnior [45, p. 31], em

Uma estratégia metodológica de ensino-aprendizagem que procura promover a aprendizagem dos alunos por meio da colaboração, participação efetiva, comunicação, autoaprendizagem e resolução de problemas complexos do assunto a ser estudado.

Além disso, Sibley e Ostafichuk, Tavares e Lobo [53, p. 2] afirmam que

O TBL foi proposto em 1979 pelo professor Larry Michaelsen como alternativa à abordagem expositiva no ensino de disciplinas do curso de administração na Universidade de Oklahoma, em um contexto de aumento do número de alunos nas salas de aula. As duas preocupações de Michaelsen eram gerar incentivos para que os estudantes viessem preparados para as aulas e criar um ambiente propício para que eles se engajassem na resolução de um problema concreto.

O TBL combina a colaboração com uma responsabilidade individual dos alunos em aprender o conteúdo. Ao ser aplicada, sugere-se que sejam utilizados grupos menores formados pelo professor, de modo que cada grupo seja composto por alunos de diferentes níveis de conhecimento, e com membros que não tenham relações muito próximas, para não comprometer o processo de discussão das atividades que serão propostas na aplicação.

Como consequência dessa organização dos grupos, existe uma facilidade de trabalhar de modo interdisciplinar através do TBL, uma vez que os grupos apresentam alunos que têm diferentes perspectivas sobre as diversas disciplinas, com diferentes experiências e habilidades que, somadas, podem contribuir para a aprendizagem como um todo.

Além disso, é importante destacar que o TBL, assim como os demais métodos estudados, apresenta vantagens e desvantagens em sua aplicação. Essas características estão detalhadas no Quadro 3.3, elaborado com base no trabalho de Naghettini e Silva [65]. A obra desses autores, que consiste em um manual voltado a profissionais da área da saúde, ainda que direcionada a esse público específico, apresenta análises e conclusões que podem ser abstraídas e aplicadas a diferentes contextos educacionais, inclusive ao ensino de Matemática, foco deste trabalho.

**Quadro 3.3:** Vantagens e desvantagens da Aprendizagem Baseada em Equipes

Vantagens	Desvantagens
Possibilita a colaboração dos alunos, interação social e desenvolvimento de habilidades sociais.	Alguns alunos podem entrar em atrito ao realizarem as atividades colaborativas.
Facilita ao professor eliminar dúvidas e usar o conhecimento para resolver problemas durante a aula.	Pode demandar mais tempo e esforço dos professores na elaboração e aplicação das atividades.
Prepara os alunos para o mundo real, onde precisam trabalhar em equipes multidisciplinares.	Nem sempre o trabalho em equipe flui bem, e alguns alunos vão insistir para trabalhar sozinhos.
Os alunos constroem seus próprios conhecimentos.	Pode haver resistência por parte dos alunos em relação à responsabilidade pela própria aprendizagem.

Fonte: Elaborado pelo autor

A estrutura do TBL apresenta três fases apresentadas na Figura 3.3: *pre-task* (pré-tarefas), *task cycle* (Ciclo de Tarefas) e *language* (Linguagem).

**Figura 3.3:** Fases de aplicação da Aprendizagem Baseada em Equipes

Fonte: Adaptado [32, pp. 65-66]

Estas fases de aplicação são descritas por Costa [32, pp. 65-66].

Na *pre-task* há a apresentação do tema e da tarefa a realizar, a ativação dos conhecimentos prévios dos alunos através de expressões, estruturas e vocabulário relacionado com o tema e o esclarecimento das instruções necessárias para a realização da tarefa, podendo existir também a apresentação de exemplos semelhantes realizados por outras pessoas.

No *task cycle* há a execução da tarefa em pares ou pequenos grupos. O professor monitoriza o desempenho dos alunos a uma certa distância, evitando que eles recorram constantemente à sua ajuda, para que utilizem só os seus conhecimentos, exprimindo significado e comunicando. Do *task cycle*, para além da realização da tarefa, fazem parte o *planning* (planejamento) e o *report* (relatório). No primeiro, os alunos estruturam e planificam a forma como vão relatar e apresentar à turma como realizaram a tarefa, o que decidiram e o que descobriram. [...]. No *report*, [...] é crucial destacar os aspetos positivos e incentivar os alunos a continuarem e a melhorarem posteriormente.

Na última fase, *language focus*, analisa-se e discute-se os elementos linguísticos que surgiram durante a realização da tarefa; há também a prática das estruturas e a explicação das mesmas, tendo resultado de um contexto já conhecido e natural para os alunos e não inventado.

Apresentamos a seguir um exemplo de aplicação do TBL que possui como fase *pre-task* a apresentação de uma proposta. Consideremos a seguinte situação-problema: Um comerciante comprou 50 kg de arroz por R\$150,00 e 30 kg de feijão por R\$90,00. Ele pretende misturar os dois produtos em proporções diferentes para vender um novo pacote de 1 kg, que será vendido por R\$5,00. Qual a proporção de arroz e feijão na mistura para garantir que ele tenha o maior lucro possível? Os alunos terão cinco minutos para realizar uma análise individual, identificando informações importantes e desenvolvendo estratégias preliminares. Durante essa etapa, fica claro que os alunos podem realizar cálculos preliminares e se preparar para a discussão em grupo.

Na fase *task cycle*, o *planning* consiste no momento após a análise individual do problema, onde os alunos são divididos em grupos de quatro a cinco integrantes montados pelo professor. Nesta etapa eles têm a oportunidade de discutir suas ideias, compartilhar suas estratégias e planejar como vão resolver o problema em grupo. Durante a fase de *planning*, as equipes podem elaborar um plano de ação, definir quem será responsável por cada etapa da resolução e estabelecer metas para alcançar uma solução eficaz. Após o planejamento, as equipes começam a trabalhar juntas para resolver o problema do comerciante. Como *report* eles aplicam conceitos matemáticos, realizam cálculos e chegam a uma conclusão sobre a proporção ideal de arroz e feijão na mistura para maximizar o lucro. No momento de *report*, as equipes definem sua solução, enquanto grupo, ficando claro para os membros o raciocínio utilizado.

Por fim, como *language focus* os alunos discutem suas ideias com os demais grupos, explicando seus raciocínios e apresentando suas conclusões de forma clara e lógica. Durante essa etapa, os alunos têm a oportunidade de compartilhar suas análises, debater diferentes abordagens e aprender com as diferentes soluções apresentadas pelos colegas.

Assim, a implementação do TBL proporciona um ambiente colaborativo, no qual os alunos são desafiados a aplicar conhecimentos teóricos para solucionar problemas propostos com possibilidade de aumentar a motivação, de forma a consolidar o aprendizado.

### 3.4 Design Thinking

O *Design Thinking* (DT) consiste em um processo exploratório que enfatiza encontrar uma solução viável a determinado problema por meio da criatividade e colaboração. Licosa [52, pp. 59-60] afirma que

*O Design Thinking é uma abordagem usada para resolver problemas complexos e encontrar soluções centradas nas necessidades dos seres humanos. Em relação à educação, esse é um processo criativo, no qual os estudantes geram novas ideias para um maior desenvolvimento, e as avaliam com base em critérios para ajudá-los a projetar soluções significativas para os problemas apresentados. Esse tipo de pensamento é frequentemente usado para ajudar a promover o pensamento criativo, o trabalho em equipe e fazer com que os alunos assumam a responsabilidade por seu próprio aprendizado.*

Apesar de haver divergências com relação à origem do DT, Stuber [90] data sua origem como método de ensino em 1958.

O método de inovação conhecido como *design thinking* surgiu no curso de engenharia mecânica da Stanford University em 1958, quando o professor John Arnold iniciou uma disciplina de desenvolvimento de produtos centrado no ser humano. (Stuber [90], 2016, p. 25)

Embora o artigo de Stuber [90] seja voltado à gestão de negócios e não se configure como uma publicação do meio acadêmico, as informações nele apresentadas podem ser corroboradas por outros autores. Garcia [38, p. 137], por exemplo, afirma que:

O Design Thinking é notado como uma metodologia de inovação desenvolvido pela D. School, um Instituto da Universidade de Stanford, no vale do Silício na Califórnia.

Desde sua origem, o DT valoriza a experimentação, o erro e a iteração como parte do processo de aprendizagem, estimulando os alunos a se tornarem mais pró-ativos e engajados em seu próprio desenvolvimento. Além disso, o DT promove a interdisciplinaridade,

sugerindo-se o trabalho em pequenos grupos, permitindo que eles abordem os desafios em sua totalidade de forma colaborativa.

Segundo Hohemberger e Rossi [76, p. 18], o DT é um processo composto por cinco etapas distintas, como apresentado na Figura 3.4.

**Figura 3.4:** Etapas de aplicação do *Design Thinking*



Fonte: Adaptado [76, p. 18]

**Empatia:** entender quais são os desejos e as necessidades das pessoas envolvidas no problema.

**Definição do Problema:** interpretar as informações e definir o problema.

**Ideação:** problema definido, é o momento de gerar ideias criativas.

**Prototipação:** hora de tirar as ideias do papel e torná-las concreta e visual.

**Teste:** etapa de testar e aperfeiçoar a solução.

Assim, o processo de aplicação inicia-se com a escolha e exploração de um problema de maneira empática, e somente ao finalizar todas as etapas a equipe apresenta a solução, que atende aos critérios estabelecidos que são: a desejabilidade humana, viabilidade financeira e praticabilidade técnica.

Baseado no trabalho Rathmann [71], relacionado a formação continuada de professores, foi elaborado o Quadro 3.4, com o objetivo de apresentar algumas vantagens e desvantagens da aplicação desta Metodologia Ativa.

**Quadro 3.4:** Vantagens e desvantagens do *Design Thinking*

<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
Os professores são inseridos como participantes e não apenas usuários do método.	Existe uma ampla diversidade de métodos e ferramentas de <i>design</i> , que pode confundir o professor aplicador.
O <i>Design Thinking</i> utiliza a tecnologia para desenvolver experiências de ensino, o que gera interesse de grande parte dos alunos.	A aplicação requer um perfil proativo e criativo do professor e dos alunos, para lidar com a variedade de ferramentas disponíveis.
O método incentiva o desenvolvimento da empatia, do trabalho colaborativo e do espírito empreendedor, características muito importantes para a formação dos alunos. Sendo útil para explorar situações que envolvam um dado conteúdo já estudado.	Em alguns casos, é necessário um estudo para que os professores possam se apropriar dos métodos e ferramentas do <i>Design Thinking</i> e aplicá-los.

Fonte: Elaborado pelo autor

Com o intuito de demonstrar a aplicação do DT e suas etapas de aplicação, apresentaremos um cenário de implementação utilizando o conteúdo da trigonometria como referência.

Na etapa da Empatia, os alunos entrevistam colegas de outras turmas para identificar quais são as maiores dificuldades no aprendizado de trigonometria, além de pesquisar sobre aplicações cotidianas.

Com base na etapa anterior, os alunos podem definir os problemas comuns enfrentados no aprendizado de trigonometria, como dificuldades de memorizar fórmulas, compreensão dos conceitos básicos e aplicações práticas dos mesmos.

Na Ideação, os alunos formam grupos para discutir as ideias de como tornar o aprendizado da trigonometria mais interessante e significativo, como desenvolver atividades práticas, criar desafios ou usar recursos digitais.

Na Prototipação, os alunos criam protótipos de atividades ou recursos para auxiliar no ensino de trigonometria, como jogos de tabuleiro, vídeos explicativos ou aplicativos interativos.

No Teste, os alunos testam os protótipos desenvolvidos com colegas da mesma classe, levantando *feedback*, realizando os ajustes necessários para garantir a eficácia. O

produto pode ser apresentado às outras turmas, onde serão colhido novos *feedbacks* para aperfeiçoamento e entrega do produto final.

O *Design Thinking* mostra-se como um importante instrumento para promover a criatividade e a inovação, proporcionando a integração entre diversos saberes e disciplinas, enquanto estimula a experimentação. Além disso, o método favorece a aquisição de novas competências e habilidades por parte dos professores e alunos com o uso dos recursos tecnológicos disponíveis.

No entanto, para que sua aplicação seja efetiva, é necessário um estudo inicial que permita compreender suas etapas e fundamentos, garantindo que o processo seja conduzido de forma intencional e adequada ao contexto educacional.

Ressalta-se ainda que o *Design Thinking* pode ser especialmente útil no ensino de Matemática, ao permitir a identificação de novas aplicabilidades para técnicas matemáticas e à criação de formas inovadoras de ensinar conteúdos, tornando a aprendizagem mais significativa e conectada à realidade dos estudantes.

### 3.5 Cultura Maker

A Cultura *Maker* tem sua origem associada ao termo DIY (do inglês, “*do it yourself*” - “faça você mesmo”), tendo por base a ideia de que qualquer indivíduo tem a capacidade de planejar e concretizar um projeto com suas próprias mãos. De acordo com Bacich e Morán [61], ela propõe um ambiente educativo em que docentes e discentes atuam de maneira conjunta na busca por soluções para desafios reais.

No contexto da Matemática, essa abordagem favorece a aprendizagem prática e colaborativa, estimulando a experimentação e a construção ativa do conhecimento por meio de situações que integram teoria e aplicação concreta. Neto et al. [62, p. 107] afirmam que:

Nos últimos anos, a cultura maker tem emergido como uma abordagem inovadora e promissora para o ensino e aprendizagem em diversas áreas do conhecimento. Com base nos princípios da experimentação, da colaboração e do “faça você mesmo”, a cultura maker encoraja os estudantes a se tornarem protagonistas de sua própria aprendizagem, incentivando a criatividade, o pensamento crítico e a resolução de problemas. Um campo de estudo que se beneficia significativamente dessa abordagem é a Matemática.

Quanto à sua origem, Neto [23, p. 17] observa que:

De fato, não há uma data exata para a criação do movimento *maker*, pois se trata de um fenômeno em escala mundial que se tornou mais notório devido à internet.

Na metodologia de Cultura *Maker*, os alunos trabalham em pequenos grupos para solucionar um problema a partir de uma aplicação prática; ou seja, os alunos aprendem criando o projeto, realizando-o, experimentando-o, construindo-o e colaborando para solucionar o problema.

Devemos ressaltar que a solução desse problema não é única, mas totalmente funcional, indo além do “faça você mesmo”, pois é necessário que o aluno compreenda como os objetos e as coisas funcionam como partes para criar um projeto que efetivamente funcione.

Para facilitar o entendimento do funcionamento da Cultura *Maker*, a Microsoft trouxe uma adaptação das quatro principais fases voltadas ao ensino (Figura 3.5), conforme apresentado no site IPELAB.

**Figura 3.5:** Fases para implementação da Cultura *Maker*



Fonte: Adaptado [1]

- Fase 1 – A introdução: nesta primeira fase, pode-se esperar diferentes reações dos alunos, das mais animadas até as mais assustadas e ansiosas. Por isso, nesta fase, é importante desenvolver habilidades como resolução de problemas, abertura às novas ideias, abstenção de julgamento e poder do pensamento em grupo para propor novas ideias.

- Fase 2 – A experimentação: nesta segunda etapa, surge uma maior interação dos alunos, que podem trabalhar em silêncio ou preferir discutir as ideias. Aqui há espaço para desenvolver habilidades como pensamento ágil, pensamento crítico, reflexão, pesquisa e comunicação.
- Fase 3 – A prototipagem: nesta fase começam a surgir as restrições de recursos e os alunos precisam aprender a gerenciar materiais e tempo, sempre orientados pelos professores para encontrar novas possibilidades. É possível desenvolver perseverança, gerenciamento de recursos, confiança e a visão do trabalho como um processo.
- Fase 4 – O *feedback*: na última fase, os alunos irão refletir e compartilhar entre si o que fizeram durante o processo. É importante que, para finalizar, o professor evidencie a importância do *feedback* como uma parte do processo do fazer, mostrando que o retorno é fundamental para uma maior aprendizagem. Para finalizar, as principais habilidades desenvolvidas são: comunicação, conhecimento aprofundado, *feedback*, reflexão e pensamento crítico.

As quatro fases da Cultura *Maker* se relacionam à interdisciplinaridade. Na introdução, os participantes são apresentados ao desafio ou problema a ser solucionado, o que pode envolver conceitos de diferentes disciplinas. Na experimentação, os estudantes exploram e aplicam conceitos teóricos de várias áreas na prática para compreender a totalidade do desafio proposto. Na prototipagem, eles criam soluções para o problema, o que requer a combinação de conhecimentos de diferentes campos do saber. Na fase de *feedback*, a interação entre os participantes tem o potencial de identificar novas perspectivas e abordagens para solucionar o problema, enriquecendo o processo com contribuições de diferentes disciplinas.

Um exemplo de aplicação envolvendo Cultura *Maker* consiste na aplicação do conceito de razão e proporção utilizadas em uma catapulta simples.

Na introdução, o professor relembra o conceito de razão e proporção, explicando sua importância na construção de máquinas simples. Além disso, apresenta o desafio de construir uma catapulta utilizando seus próprios materiais.

Na experimentação, os alunos são divididos em grupos de cerca de três integrantes, planejam e realizam a montagem da máquina, aplicando as noções de razão e proporção para garantir a estabilidade e eficácia. Podendo ser induzidos a investigar os conceitos de força aplicada e distância percorrida pelo objeto lançado, bem como qual o melhor objeto a ser lançado.

Na prototipagem, os alunos testam a máquina, ajustando o ângulo e a força do lançamento para alcançar diferentes distâncias, registrando os resultados e discutindo as

relações matemáticas observadas, como a variação da distância de lançamento em função da força aplicada.

Após a conclusão do projeto, na fase de *feedback*, os grupos apresentam suas catapultas para a turma, discutindo a aplicação dos conceitos matemáticos na construção, a precisão dos cálculos de proporção e a eficácia da catapulta em alcançar as metas estabelecidas.

Convém destacar que, em sua revisão sistemática da literatura, Paula, Martins e Oliveira [66] apresentam uma visão geral das atividades *makers* na educação no Brasil e citam uma série de vantagens e desvantagens que, devidamente adaptadas, estão sistematizadas no Quadro 3.5.

**Quadro 3.5:** Vantagens e desvantagens da Cultura *Maker*

Vantagens	Desvantagens
Aumento do estímulo à criatividade.	Dificuldade de incorporação da tecnologia atrelada ao currículo acadêmico.
O aluno é condicionado a resolver problemas em forma de desafios, partindo de suposições e teorias antes vistas ou estudos sobre determinado tema.	Existe um custo para se adquirir as ferramentas e recursos necessários que nem sempre a escola dispõe.
Desenvolvimento da capacidade motora do aluno, onde o estudante atua como protagonista em projetos práticos, ao criar objetos que possam ser socializados.	É preciso espaço adequado para realizar o projeto.
Há um estímulo ao aprendizado por meio da autonomia, exploração, descoberta e experiências. Torna-se útil para ser realizado em trabalhos multidisciplinares.	Nem todo professor está preparado para acompanhar o projeto, tendo dificuldade de avaliar o aluno e de entender a sua participação como tutor.

Fonte: Elaborado pelo autor

A integração da Cultura *Maker* como uma ferramenta metodológica, promove uma abordagem prática e colaborativa, fomentando a inovação e o espírito empreendedor, além de capacitar os estudantes com habilidades essenciais para atender às demandas futuras.

### 3.6 Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)

A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) ou Problem-Based Learning (PBL) é uma Metodologia Ativa que prioriza a investigação e a resolução de problemas específicos que não apresentam uma única resposta correta. De acordo com Ribeiro [27, p. 27],

Um problema PBL pode ser um desafio acadêmico, ou seja, estruturado de forma a integrar um dado recorte do conteúdo disciplinar, ou um cenário, isto é, um problema real, porém simulado, da prática profissional com o intuito de integrar conhecimentos intra e interdisciplinares. Há ainda a possibilidade do uso de problemas da vida real, o que pode ser uma maneira eficaz de aproximar a academia da comunidade.

Assim, uma característica marcante da ABP é sua estruturação flexível, permitindo o surgimento de diversas questões e subquestões semelhantes às encontradas em situações reais. Essa flexibilidade contribui diretamente para a contextualização do aprendizado, especialmente em áreas como a Matemática, conforme pontua Filho [30, p. 94].

Na ABP, os alunos são desafiados a resolver problemas do mundo real, promovendo uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos e sua aplicação prática. Essa abordagem não apenas estimula o desenvolvimento de habilidades matemáticas, mas também fomenta a capacidade dos estudantes de analisar situações, formular hipóteses, buscar soluções e comunicar seus raciocínios de maneira clara e eficaz.

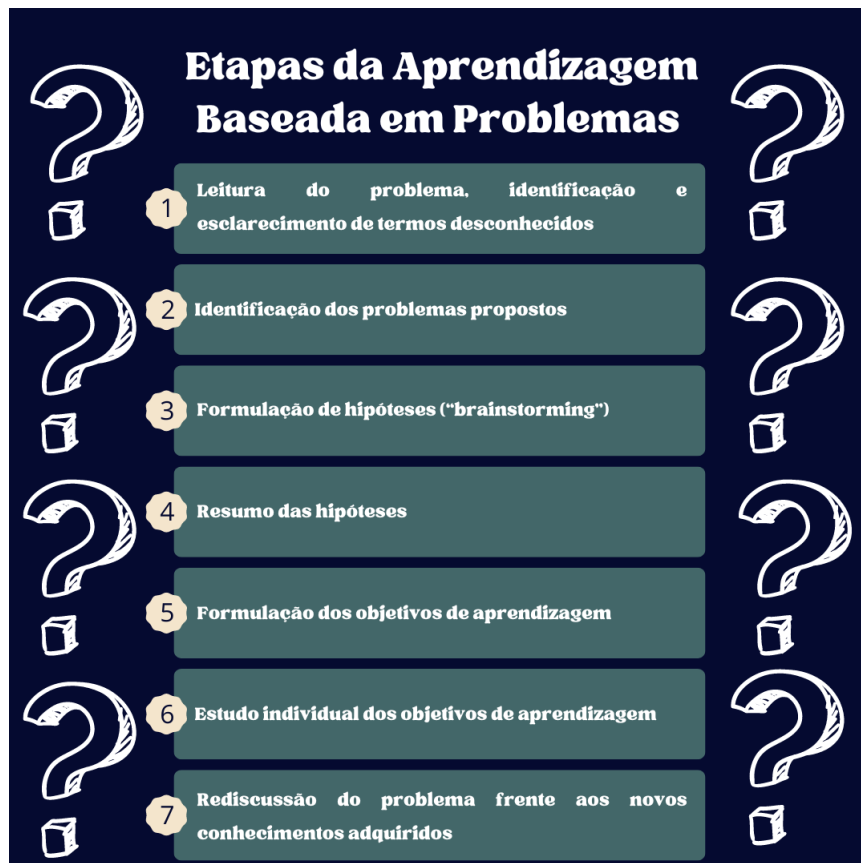
Para além de suas características pedagógicas, é relevante compreender o contexto histórico dessa metodologia, Filho [35, p. 442] pontua que:

A Aprendizagem Baseada em Problemas tem sua origem na escola de medicina da Universidade de McMaster, no Canadá, em meados dos anos 1960. Na década de 70 ela foi introduzida na Universidade de Maastricht, na Holanda, em Newcastle na Austrália e Harvard, nos Estados Unidos. Como já citado anteriormente, no Brasil essa metodologia foi implantada pela primeira vez em 1993.

A ABP foi criada com o objetivo de promover a aprendizagem ativa e colaborativa, utilizando inicialmente problemas que podem simular situações reais. Cada problema sendo cuidadosamente selecionado com o intuito de promover a investigação a partir de diversas perspectivas, incentivando assim uma abordagem genuinamente interdisciplinar. Além disso, sugere-se a aplicação desta estratégia de ensino através do uso de pequenos grupos, onde os alunos são incentivados a trabalhar juntos, para que possam discutir ideias, trocar conhecimentos e colaborar na busca da solução.

O processo de formação educacional dos alunos ao longo do processo da ABP pode ser dividido em sete fases, descritas na Figura 3.6. As fases são contínuas na busca da solução, mas focadas na aprendizagem do aluno. Este assume o papel de identificar o próprio caminho na busca da solução, cabendo ao professor facilitar ou guiar o trabalho, valorizando sempre a colaboração dos alunos na construção do conhecimento.

**Figura 3.6:** Etapas da Aprendizagem Baseada em Problemas



Fonte: Adaptado [12, p. 147]

- Na primeira fase, o problema é apresentado aos alunos. Se for realizada uma leitura, todos os termos desconhecidos pelos estudantes podem ser esclarecidos neste momento.
- Na segunda fase, os alunos realizam uma análise do problema, identificando o que já é conhecido e as lacunas que precisam ser compreendidas para uma solução.
- Na terceira fase, são formuladas hipóteses com possíveis soluções para as lacunas identificadas.
- Na quarta fase, é realizada uma reformulação do problema, baseada nas hipóteses levantadas.
- Na quinta fase, há a formulação dos novos objetos de aprendizagem, buscando um

aumento do consenso entre os membros do grupo.

- Na sexta fase, há um estudo dos objetos de aprendizagem em sua individualidade, buscando informações adicionais para a solução do problema.
- Na sétima e última fase, o problema é rediscutido levando em consideração as novas informações adquiridas, havendo então o compartilhamento dos resultados e das fontes de aprendizagem por meio da prática e da reflexão sobre o problema.

Após a compreensão das etapas de aplicação, é importante destacar as vantagens e desvantagens da ABP, conforme apresentadas no Quadro 3.6. Esse quadro foi elaborado com base nas análises de Piolla [2] e Sanar [77], realizadas, respectivamente, nas áreas de Contabilidade e Medicina, mas cujas considerações demonstram-se pertinentes a diversas modalidades de ensino, inclusive ao Ensino de Matemática.

**Quadro 3.6:** Vantagens e desvantagens da ABP

Vantagens	Desvantagens
Auxilia no desenvolvimento de retenção de conhecimento a longo prazo.	A disputa de egos pode inviabilizar o processo e polarizar discussões.
Aumento do senso de responsabilidade, instigando o aluno a investigar e resolver problemas.	A timidez pode afetar o desempenho de alguns alunos e atrapalhar as avaliações em grupo.
Estimula a leitura, emprego do raciocínio lógico e a discussão.	Muitos alunos recorrem a fontes de pesquisa duvidosas, sem se preocupar com a origem e a quantidade das informações.
Desenvolve nos alunos a habilidade de trabalhar em equipe e habilidades interpessoais.	Nem sempre o trabalho em equipe flui bem, alguns alunos vão insistir para trabalhar sozinhos.
Permite a interdisciplinaridade.	É necessário muito tempo de preparação para integração.
Promove o conhecimento da área por meio de uma abordagem contextualizada.	A postura mais passiva em métodos de ensino trabalhados anteriormente pode atrapalhar adaptação ao modelo.

Fonte: Elaborado pelo autor

Um exemplo de atividade envolvendo a ABP consiste na elaboração de um projeto de orçamento financeiro familiar para uma pessoa que vive com apenas um salário mínimo.

Na primeira fase, é apresentado ao aluno o problema-gerador, que consiste na elaboração do planejamento familiar, sendo analisados todos os gastos para sobrevivência

mensal e para desejos pessoais, ficando claro para o aluno que ele analisará o quanto está disposto a gastar com moradia, conta de luz, água, internet, entre outros consumos que julgue essenciais. Neste momento o aluno passa a se encontrar na segunda fase, pois identifica as situações que surgem para que o problema gerador seja solucionado.

Na aula seguinte, os alunos iniciam a terceira fase, sendo recomendado que se organizem em grupos de quatro estudantes para formular possíveis hipóteses de solução para o problema. Em seguida, devem resumir as hipóteses mais relevantes, conforme previsto na quarta fase, e anotar todos os gastos que considerarem essenciais, entrando assim na quinta fase.

Como sexta fase, é solicitado que, para a aula seguinte, os alunos consultem seus pais a fim de levantar informações adicionais e coletar suas opiniões sobre o problema, contribuindo assim para a elaboração prevista nesta etapa.

Na próxima aula, é determinado que os alunos retornem os grupos e elaborem um orçamento único para cada grupo, levando em consideração todas as novas informações adquiridas conforme a sétima fase, concluindo assim a atividade.

Em um contexto educacional que valoriza a autonomia, a colaboração e a interdisciplinaridade, a Aprendizagem Baseada em Problemas se destaca como uma estratégia eficaz para o desenvolvimento de competências críticas, reflexivas e práticas. Embora sua implementação demande planejamento cuidadoso, adaptação ao contexto escolar e acompanhamento constante, os benefícios para a formação integral dos alunos, como o estímulo à responsabilidade, ao pensamento crítico e à resolução de problemas reais, tendem a superar os desafios enfrentados ao longo do processo.

### 3.7 Modelagem Matemática

De acordo com Bassanezi [10, p. 24],

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Assim, o ensino com a metodologia de Modelagem Matemática permite integrar outros conceitos juntos à Matemática a partir de atividades práticas, o que facilita a interação interdisciplinar. Além disso, por se tratar de uma abstração, pode ser aplicada tanto de modo individualizado, como em pequenos grupos ou mesmo em grupos maiores,

desde que isto atenda melhor ao problema investigado.

O surgimento da Modelagem Matemática como prática pedagógica acompanha a evolução do ensino de Matemática ao longo dos anos. Conforme Quartieri e Knijnik [49, p. 15]:

O debate sobre modelagem e seus usos na Educação Matemática no cenário internacional retrocede ao século XX, em especial, na década de 1960, quando matemáticos se preocupavam com os diferentes modos de ensinar Matemática. De acordo com Breiteig *et. al.* (*apud* BARBOSA, 2001), um marco histórico desse movimento deu-se no Simpósio de Lausanne, em 1968, cujo tema era “Como ensinar Matemática de modo que seja útil”.

No Brasil, de acordo com Fiorentini (1994), as experiências iniciais de Modelagem Matemática no ensino, foram realizadas, na década de 70, por um grupo de professores ligados à área da Matemática Aplicada na UNICAMP, o qual trabalhava com modelos matemáticos ligados à área da “Biomatemática”.

De acordo com Almeida, Silva e Ventura [7], uma atividade de Modelagem Matemática consiste em quatro fases, apresentadas na Figura 3.7. É importante compreender que essas fases nem sempre ocorrem de forma linear, podendo haver constantes movimentos de ida e volta entre elas, em razão da dinamicidade do processo de aplicação.

**Figura 3.7:** Fases de aplicação da Modelagem Matemática



A seguir, descrevemos cada uma dessas fases com base em Almeida, Silva e Ventura [7, pp. 15-16].

Integração: [...] representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação. Implica, portanto, cercar-se de informações sobre essa situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos.

[...]

Matematização: [...] a segunda fase da Modelagem Matemática é caracterizada por “matematização”, considerando esse processo de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas. Essas descrições são realizadas a partir de formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na fase de integração.

[...]

Resolução: esta fase consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo.

Interpretação de Resultados e validação: a interpretação dos resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação para a situação.

As etapas descritas por Almeida, Silva e Ventura [7] evidenciam um processo dinâmico no qual o estudante é conduzido a observar uma situação do mundo real, traduzi-la para a linguagem matemática, explorar soluções possíveis e refletir sobre os resultados obtidos. Nesse sentido, o ato de perpassar por essas etapas não apenas favorece o desenvolvimento de habilidades matemáticas, como também mobiliza processos cognitivos profundos, como destaca Biembengut [15, p. 151]:

Perpassar pelas etapas da Modelagem estimula nosso senso cognitivo: ao interpretar sobre os dados empíricos, fazer a tradução Matemática, adaptar a algum modelo existente e obter um modelo físico (análogo ou de escala), interpretar a validade do modelo de acordo com a realidade. Por assim, os conceitos teóricos não são incorporados apenas como ‘ato de fé’ das teorias, mas, especialmente, passam a fazer sentido.

Diante deste cenário, Matos [57] aponta que é importante salientar que o uso da Modelagem Matemática no contexto escolar exige uma abordagem criteriosa por parte dos educadores, uma vez que apresenta tanto vantagens quanto desvantagens que precisam ser consideradas com atenção. Tendo isso em vista, formulamos o Quadro 3.7.

**Quadro 3.7:** Vantagens e desvantagens da Modelagem Matemática

<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
Auxilia os alunos a entender e a dominar situações do mundo real, ao mesmo tempo que desenvolve competências criativas, permitindo ao aluno aprofundar seus conhecimentos em Matemática e outras disciplinas a partir da própria realidade, facilitando a percepção dos conteúdos.	O professor precisa preparar muitos detalhes da aula, já com a visualização de como se dará a sua aplicação.
Possibilita ao aluno desenvolver a experiência social na medida em que ocorrem interações entre os alunos que discutem e comunicam as suas ideias e entre os alunos e o professor, que tem o papel de facilitar e apoiar o desenvolvimento matemático.	Os alunos têm dificuldade em realizar as atividades iniciais por falta de hábito, cabendo ao professor motivá-los.
Apresenta sentido à Matemática na vida real, sem se limitar à simples busca por aplicações da disciplina.	É possível que surjam questionamentos para os quais o professor não esteja preparado.
Potencializa a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações matemáticas, assim como possibilita a integração tecnológica como instrumento de ensino.	Demanda um tempo maior de aplicação que os métodos mais utilizados no ensino.
Possibilita contextualizar a Matemática formal aprendida, dando ferramentas para, através dos modelos matemáticos, atuar de forma positiva na sociedade e no mundo.	Alguns alunos têm dificuldade em relacionar os conhecimentos teóricos adquiridos com a situação prática estudada.

Fonte: Elaborado pelo autor

Um exemplo de aplicação consta no artigo intitulado “Relato de experiência da Construção de uma proposta de atividade de Modelagem Matemática” [63], produzido durante a disciplina de Modelagem Matemática no PROFMAT, tendo o presente autor como um dos coautores. Esta atividade possui quatro fases de aplicação.

- Interação: consiste de uma aula expositiva dialogada apresentando o objetivo geral

da atividade, introduzindo o significado da cesta básica juntamente com os itens que a compõem. Por fim, é solicitada uma pesquisa de campo sobre o atual custo da cesta básica na localidade onde o aluno reside.

- **Matematização:** consiste em utilizar os dados coletados para realizar o cálculo do percentual do salário-mínimo atual necessário para a compra da cesta básica com regra de três simples. Após isto, o professor fornece uma tabela com os dados históricos da evolução do salário mínimo e dos valores da cesta básica ao longo dos anos, e solicita que os alunos comparem com o valor encontrado questionando as razões para as diferenças.
- **Resolução:** os alunos criam, utilizando aplicativo *GeoGebra Classic*, um gráfico de dispersão observando a relação entre a evolução do salário mínimo e o valor da cesta básica, inicialmente de modo investigativo e depois através da reta que melhor se ajusta com instruções dadas pelo professor (conforme explicado no artigo).
- **Interpretação de Resultados e Validação:** discute-se com os alunos a função obtida e o significado prático da expressão encontrada. Finalmente, os alunos apresentam seus resultados e conclusões, discutindo as possíveis discrepâncias entre os valores coletados e o salário ideal, que é aquele que não compromete 35,71 % do salário mínimo.

Ao utilizar Modelagem Matemática, os estudantes são incentivados a pensar criticamente, compreendendo conceitos abstratos e aplicando-os em situações reais. Assim, além de ampliar a compreensão dos conteúdos curriculares, essa abordagem contribui para a preparação dos alunos frente aos desafios do mundo real.

Além disso, a Modelagem proporciona aos alunos a oportunidade de desenvolver experiências sociais significativas, à medida que discutem, argumentam e comunicam suas ideias em grupo. Essa interação favorece o exercício da escuta ativa, o respeito à diversidade de pensamento e a construção coletiva de soluções, potencializando o papel de cada indivíduo nos debates e nas tomadas de decisões sociais. Com isso, a Matemática deixa de ser percebida apenas como um conjunto de fórmulas e procedimentos, passando a representar uma ferramenta essencial para interpretar e intervir na realidade, atribuindo-lhe sentido prático e social.

### 3.8 Realidade Aumentada

Na metodologia de Realidade Aumentada (RA), os alunos interagem com objetos virtuais sobrepostos no mundo real, proporcionando uma experiência de aprendizagem imersiva. Conforme pontua Porto, Oliveira e Neto [55, p. 133],

Uma das principais características da RA é que o usuário não se mantém imerso em um ambiente de Realidade Virtual, ele mantém o sentido de presença do mundo físico e dos objetos/ações virtuais auxiliados por um mecanismo que irá sobrepor virtual e físico de forma combinada.

Complementando essa perspectiva, Oliveira e Barbosa [64, p. 6] destacam o potencial da RA especificamente no contexto do ensino de Matemática:

A Realidade Aumentada é uma tecnologia que vem sendo explorada cada vez mais no campo educacional devido ao seu caráter inovador em que possibilita a visualização tridimensional de diversos objetos, diminuindo as dificuldades de formar imagens mentalmente devido ao cunho abstrato que a Matemática apresenta. Esta ferramenta utilizada juntamente com conteúdos matemáticos, desperta um maior interesse pelos alunos e, por consequência, desenvolve uma maior assimilação dos conceitos trabalhados.

Para compreender melhor essa tecnologia, é importante também retomar sua origem. Nesse sentido, Kirner e Kirner [48, p. 16] explicam que:

As bases da realidade aumentada surgiram na década de 1960, com o pesquisador Ivan Sutherland, que prestou duas contribuições principais: a) escreveu um artigo, vislumbrando a evolução da realidade virtual e seus reflexos no mundo real; b) desenvolveu um capacete de visão ótica direta rastreado para visualização de objetos 3D no ambiente real. No entanto, só na década de 1980 é que surgiu o primeiro projeto de realidade aumentada, desenvolvido pela Força Aérea Americana, consistindo em um simulador de cockpit de avião, com visão ótica direta, misturando elementos virtuais com o ambiente físico do usuário.

A partir desse avanço, diversas aplicações passaram a ser desenvolvidas, exigindo uma compreensão mais aprofundada sobre seu funcionamento. Ao envolver os estudantes em atividades práticas e desafiadoras, a Realidade Aumentada estimula a articulação de conhecimentos provenientes de diferentes disciplinas e amplia, de forma visual e interativa, as perspectivas sobre determinado tema. Sua aplicação pode ocorrer tanto individualmente quanto em pequenos grupos, o que permite adaptá-la às necessidades específicas e aos objetivos de cada proposta pedagógica.

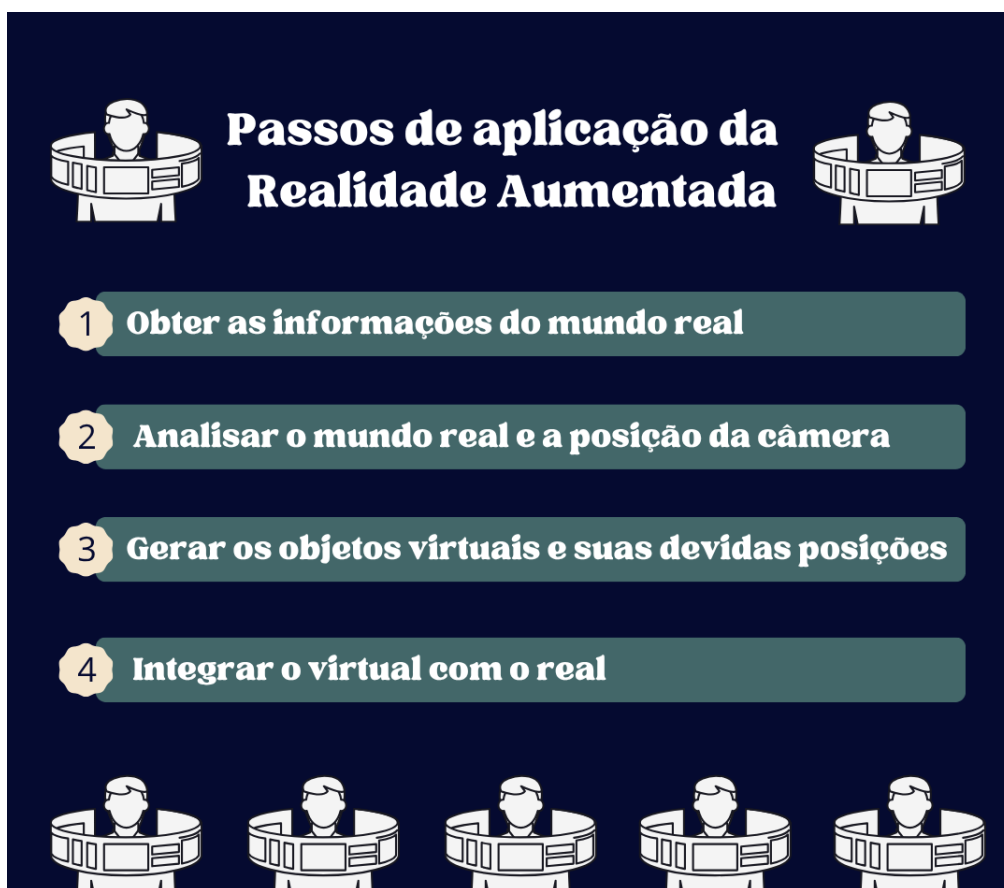
Para que a aplicação da Realidade Aumentada no contexto educacional seja realmente eficaz, é necessário mais do que o simples uso de recursos tecnológicos. De acordo com Reis [74, p. 19], é fundamental compreender e considerar quatro etapas essenciais que orientam sua implementação pedagógica de maneira estruturada e significativa.

1. Obter as informações do mundo real: através de dispositivos de entrada tais como, câmeras e sensores, obter as informações e imagens do mundo real.

2. Analisar o mundo real e a posição da câmera: neste passo, principalmente através de técnicas de reconhecimento de imagem, coletar informações sobre o posicionamento da câmera e onde deverão ser inseridos os modelos virtuais.
3. Gerar os objetos virtuais e suas devidas posições.
4. Integrar o virtual com o real: finalmente tudo que foi gerado nos passos anteriores deve ser integrado com a imagem obtida pelo dispositivo de entrada e exibida no de saída.

Estas etapas estão organizadas na Figura 3.8, que apresenta de forma clara os principais pontos a serem observados no processo de integração da Realidade Aumentada às práticas de ensino.

**Figura 3.8:** Passos de aplicação da Realidade Aumentada



Fonte: Adaptado [74, p. 19]

Além disso, é importante destacar que, por envolver, na maioria das vezes, o uso de dispositivos eletrônicos pessoais, como celulares e tablets, a aplicação da Realidade Aumentada em ambientes escolares deve necessariamente levar em conta os aspectos legais e normativos relacionados ao uso dessas tecnologias pelos estudantes. Esses aspectos são fundamentais para garantir que a implementação dessa ferramenta ocorra dentro dos parâmetros legais e respeite os direitos e deveres dos envolvidos no processo educacional.

Nesse contexto, a Lei Federal nº 15.100, de 13 de janeiro de 2025, que regulamenta a utilização de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais pelos estudantes nos estabelecimentos públicos e privados de ensino da educação básica, torna-se um marco importante a ser observado. Em seu artigo 3º, a referida legislação estabelece claramente, conforme citado por Brasil [19, p. 2], que:

É permitido o uso de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais por estudantes, independentemente da etapa de ensino e do local de uso, dentro ou fora da sala de aula, para os seguintes fins:

I - garantir a acessibilidade;

II - garantir a inclusão;

III - atender às condições de saúde dos estudantes;

IV - garantir os direitos fundamentais.

Dessa forma, ao assegurar os direitos dos estudantes, a legislação educacional também contempla as finalidades pedagógicas associadas ao uso de dispositivos móveis no ambiente escolar. Tal respaldo normativo possibilita a realização de atividades que envolvam tecnologias como a Realidade Aumentada, especialmente em propostas didáticas que demandam o uso do celular como ferramenta de aprendizagem. Essas atividades podem ser desenvolvidas tanto em espaços extraclasse — nos quais os alunos utilizam os aparelhos de seus responsáveis — quanto no próprio ambiente da sala de aula. Para isso, é essencial que haja uma comunicação prévia com os pais ou responsáveis, solicitando que os estudantes levem seus dispositivos móveis em dias previamente estabelecidos, garantindo transparência e organização no processo.

Nos casos em que algum aluno não dispõe de celular, é possível adotar estratégias de trabalho colaborativo, organizando a turma em pequenos grupos, de modo a assegurar que todos tenham acesso igualitário aos conteúdos propostos. Essa prática reforça o caráter inclusivo do uso de tecnologias digitais e promove a cooperação entre os estudantes. Além disso, observa-se que o uso de recursos interativos, como os proporcionados pela Realidade Aumentada, tende a despertar significativo interesse e engajamento por parte dos alunos. A motivação gerada por essas ferramentas pode favorecer a participação ativa nas atividades pedagógicas, contribuindo para uma aprendizagem mais dinâmica, contextualizada e alinhada às linguagens contemporâneas dos próprios estudantes.

Com base neste estudo, bem como nas fundamentações teóricas aprofundadas apresentadas por Tavares [92], Silva e Rufino [85], elaboramos o Quadro 3.8. Esse quadro tem como objetivo sistematizar e apresentar de forma clara algumas das principais vantagens e desvantagens associadas ao uso da Realidade Aumentada enquanto Metodologia Ativa no contexto educacional.

**Quadro 3.8:** Vantagens e desvantagens da Realidade Aumentada

<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
Possibilita maior motivação pelo aprendizado, fornecendo informações de modo interativo, o que permite aos utilizadores ver e interagir com elementos virtuais em tempo real, tornando o ambiente mais envolvente e cativante.	Essa metodologia depende do uso de dispositivos tecnológicos específicos, que normalmente possuem alto valor de mercado. Nesse contexto, torna-se necessário recorrer a laboratórios de informática, recursos de projeção ou ao uso de celulares. No entanto, o uso de dispositivos móveis em sala de aula pode enfrentar certa resistência, especialmente após a promulgação da Lei nº 15.100, de 13 de janeiro de 2025, que regulamenta a utilização de aparelhos eletrônicos por estudantes na educação básica.
Integra elementos virtuais no ambiente do mundo real, permitindo ao aluno interagir com os dois ao mesmo tempo, fornecendo contexto e dados valiosos.	Necessita de capacitação de professores para utilizar a metodologia.
Estimula a criatividade e a inovação.	Não atende a alunos com deficiências visuais e existe a possibilidade de distração dos alunos com os elementos virtuais.
Possibilita simulação de situações reais de modo prático.	Existem muitos alunos que têm dificuldade em utilizar Realidade Aumentada por falta de interação com este tipo de recurso digital.
Facilita a abstração, melhorando a eficiência e a produtividade em tarefas de visualização tridimensional.	Alunos familiarizados com Realidade Virtual, tendem a considerar esta menos envolvente e realista, por apresentar um nível de imersão mais limitado.

Fonte: Elaborado pelo autor

Um exemplo de aplicação de Realidade Aumentada consiste na visualização de prismas a partir do Aplicativo “Geometría - Realidad Aumentada” [13]. A partir dele é possível identificar o número de vértices, faces e arestas dos prismas disponíveis. Os passos

de aplicação são descritos a seguir.

**Para obter as informações do mundo real**, de posse do aplicativo “Geometría - Realidad Aumentada” [13], é entregue o Material de Apoio ao Aplicativo [14]. No aplicativo, o aluno seleciona a função *Evalidar* e, em seguida, a função *Caras, vertices y aristas*. O professor deixa claro para os alunos que *Caras* significa faces, *vertices* significa vértices e *aristas* significa arestas, uma vez que as palavras encontram-se em espanhol devido à origem do aplicativo.

Após essa orientação inicial e a seleção da função adequada, os alunos passam a fase de **analisar o mundo real e a posição da câmera** do celular. Ao apontarem a câmera para a imagem do Material de Apoio [14], inicia-se o passo de **gerar os objetos virtuais e suas devidas posições**, permitindo a visualização 3D de um prisma, juntamente com uma pergunta relacionada a vértices, faces ou arestas.

Em seguida, **para integrar o virtual com o real**, é realizado um *quiz* do aplicativo, com base em diferentes imagens. O professor informa que o objetivo é alcançar 500 pontos e que ele acompanhará a atividade por meio da visualização da tela do celular de cada aluno. Durante a atividade, caso necessário, o professor pode orientar os alunos para garantir a participação de todos. Ao final, o professor avalia o desempenho dos estudantes.

A integração da tecnologia com o ambiente escolar proporciona uma experiência de imersão que favorece a compreensão e assimilação de conceitos importantes na formação dos estudantes. Desta forma, a Realidade Aumentada surge como uma ferramenta eficaz no desenvolvimento da curiosidade e aprendizagem atrativa por grande parte dos estudantes.

### 3.9 Problematização

A Metodologia de Problematização (MP) tem como ponto de partida a realidade em que os alunos estão inseridos, e a partir dessa realidade é que um problema específico é extraído para ser estudado. Ao contrário da ABP, na Problematização os resultados obtidos são aplicáveis à realidade observada durante o processo de solução e podem, inclusive, promover mudanças nessa realidade, abrindo espaço para a resolução de novos problemas que emergem.

Como a MP interfere na realidade como um todo, sugere-se que este método seja trabalhado em grupos maiores, como por exemplo com dez estudantes.

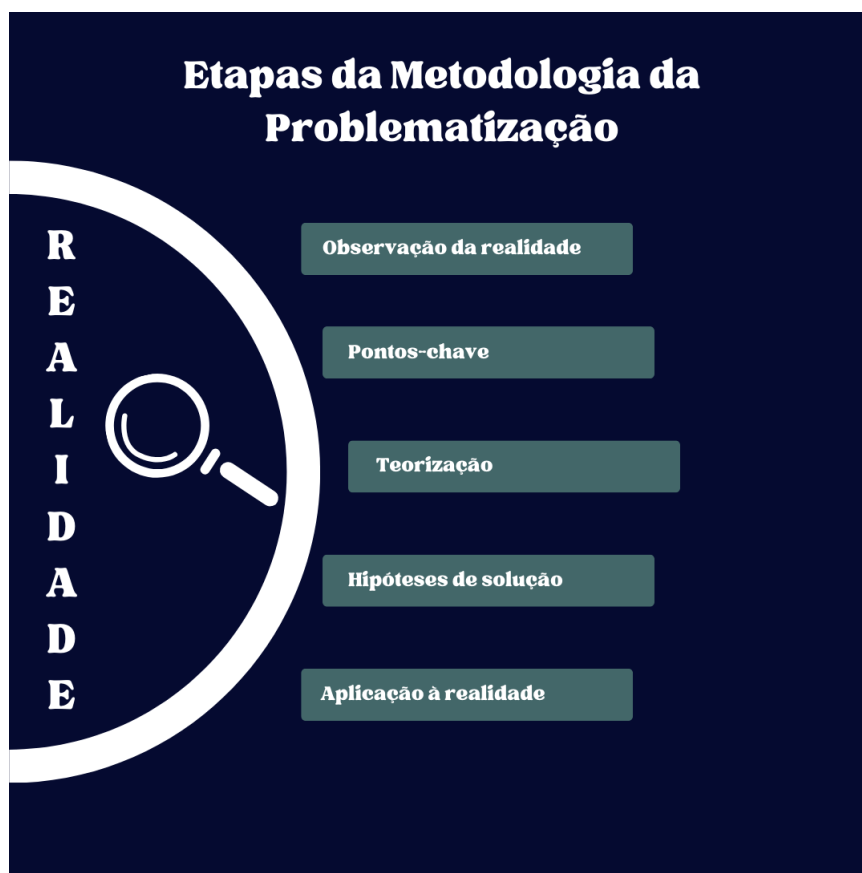
Acerca da origem da MP, Colombo e Barbel [11] pontuam que, apesar do Arco de Magueres, que é a base da Metodologia da Problematização, ser da década de 70, o método só se tornou público por Bordenave e Pereira a partir de 1977, sendo pouco utilizado até sua aplicação em 1992 no centro de saúde da Universidade Estadual de Londrina, quando

passou a adquirir popularidade.

O Arco de Maguerez, embora não constitua uma metodologia de ensino por si só, é um modelo didático composto por cinco etapas sequenciais, que orientam a análise e a transformação da realidade por meio da reflexão crítica. Esse modelo adquire caráter metodológico ao ser incorporado à Metodologia da Problematização, servindo como sua estrutura fundamental.

A aplicação da MP segue as 5 etapas do Arco de Maguerez apresentadas na Figura 3.9.

**Figura 3.9:** Etapas da Metodologia da Problematização



Fonte: Adaptado [24, p. 2-3]

Cada etapa é explicada por Santiago et al. [24, pp. 2-3] da seguinte forma:

Observação da realidade: etapa realizada no cenário de prática, em que os alunos procuram vivenciar e redigir casos reais observados.

Pontos-chave: etapa realizada em sala de aula, em que o professor leva os alunos a uma reflexão sobre as possíveis causas da existência do problema em estudo.

Teorização: etapa realizada em sala de aula, em que os problemas apontados são teorizados por meio de artigos científicos, legislações, entre outros.

Hipóteses de solução: etapa realizada em sala de aula, em que são elaboradas e planejadas ações de dispersão visando às possíveis soluções para o problema em estudo.

Aplicação à realidade: etapa realizada no cenário de prática, em que as ações de dispersão planejadas são executadas como um compromisso social, com uma devolutiva prática de solução para o problema.

Por ser uma metodologia que utiliza de problemas multifacetados e complexos, o MP exige uma abordagem que integre diferentes áreas do conhecimento. Assim, os estudantes são incentivados a relacionar o conteúdo com os desafios e demandas reais da sociedade, enquanto se apropriam da interdisciplinaridade.

Para uma compreensão mais precisa do método, tomemos como exemplo a seguinte situação: é requerido dos estudantes determinar qual a menor quantidade de laranjas-baía necessárias para a produção de um copo contendo 250ml de suco.

- Como Observação da realidade, os alunos inicialmente perceber que se trata de uma situação real.
- Como Ponto-chave, temos que a laranja é baía e a quantidade de suco que pode ser produzida por uma fruta varia.
- Na Teorização, os alunos são levados a associar o fato de que o suco pode ser uma proporção direta ao maior diâmetro da laranja.
- Como Hipótese de solução, os alunos buscam as frutas com maior diâmetro para chegar à quantidade de suco desejada.
- Por fim, como Aplicação à realidade, os alunos compreendem que a teorização se aplica à realidade, ajudando a determinar a melhor escolha para maximizar o lucro na produção de alimentos para comercialização de produtos como sucos, bolos, etc.

Esse exemplo ilustra de forma clara como a Modelagem Matemática pode ser aplicada em sala de aula a partir de situações do cotidiano, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada. Ao seguir as etapas do método os estudantes não apenas desenvolvem competências matemáticas, como também exercitam o pensamento crítico, a tomada de decisões e a capacidade de generalizar conhecimentos.

Em sua pesquisa, após aplicar o método de Problematização, Reis [72] propôs um questionário “Ex-Post”, contendo uma série de seis perguntas abertas aos participantes (estudantes do curso de Engenharia Ambiental). Uma das questões destacadas era “Na sua avaliação quais as vantagens e desvantagens da metodologia da problematização? Justifique sua resposta”. A partir da análise das respostas, elencamos algumas vantagens e desvantagens do uso da problematização. Com base nestas informações, formulamos o Quadro 3.9.

**Quadro 3.9:** Vantagens e desvantagens da Problematização

<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
Possibilita o contato com problemas reais, que estão associados às funções e atividades a serem desenvolvidas pelos alunos no futuro, porém como profissionais.	O uso de apenas uma situação problematizadora, o que pode limitar a compreensão de outros problemas.
O aluno desenvolve o raciocínio e a descoberta de novas alternativas para resolução do problema.	O professor nem sempre está preparado para as demandas que surgem, precisando adquirir base teórica e prática.
Aprimora a habilidade de resolver problemas e agir em situações desse tipo.	No início da apresentação das atividades a serem realizadas, muitos alunos demonstram insegurança quanto à postura a adotar na proposição de soluções para o problema.
Melhora a fixação dos conhecimentos.	Existe falta de interesse e participação de alguns alunos que são integrantes do grupo.
Possibilita a identificação das dúvidas dos alunos em grande velocidade em comparação com o ensino tradicional.	Falta de tempo para solucionar algumas dúvidas que aparecem durante as discussões.
Estimula a pesquisa e o estudo fora do horário normal de aula.	Alguns alunos acabam dispersando a discussão e a atenção, dificultando o aprofundamento das dúvidas.
Estimula o aluno a criar novas formas de estudo e trabalho.	Existe falta de experiência dos alunos para resolver alguns problemas.
Desenvolve a habilidade de trabalho em grupo, de ouvir e discutir opiniões diferentes.	Ausência de alguns alunos durante alguma aula, faz com que ele perca as discussões realizadas, dificultando o entendimento das atividades seguintes.
Aumenta a interação entre o aluno, o professor e o assunto abordado na aula.	Alguns grupos têm dificuldade de continuar a discussão do problema fora do horário escolar.

Fonte: Elaborado pelo autor

O Quadro 3.9 evidencia que a Metodologia da Problematização apresenta um conjunto expressivo de benefícios pedagógicos, especialmente no que se refere à aprendizagem

ativa, ao desenvolvimento do raciocínio crítico e à aproximação entre teoria e prática. No entanto, as desvantagens também apontam para desafios relevantes, como a necessidade de preparo docente, o gerenciamento do tempo e o envolvimento dos estudantes. A análise dessas percepções permite compreender que a efetividade da metodologia depende tanto do planejamento das atividades quanto do engajamento dos sujeitos envolvidos no processo educativo.

Outro fator importante a ser considerado é a existência da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP), que não deve ser confundida com a Metodologia da Problematização.

A MEAAMaRP propõe a resolução de problemas como ponto de partida para o desenvolvimento das aulas, buscando integrar os momentos de ensino, aprendizagem e avaliação de forma contínua e interdependente. Nessa abordagem, o problema não é apresentado como simples exercício de aplicação de conteúdos previamente ensinados, mas como situação instigadora que desperta a curiosidade dos estudantes e mobiliza seus conhecimentos prévios. A partir da análise e discussão coletiva das possíveis estratégias de resolução, os alunos constroem novos saberes, que são sistematizados ao longo do processo e avaliados com base no raciocínio empregado, nas justificativas apresentadas e na capacidade de argumentação matemática.

Em contraste com a MEAAMaRP, a Metodologia da Problematização não parte apenas da resolução de problemas matemáticos, mas de uma realidade concreta que, ao ser observada criticamente, dá origem à problematização. Nesse modelo, a aprendizagem não se estrutura em torno da busca imediata por soluções, mas sim pela análise reflexiva de uma situação real que provoca incômodo ou questionamento, levando à investigação de suas causas, implicações e possíveis transformações. Enquanto a MEAAMaRP organiza o processo didático em torno de problemas matemáticos contextualizados, a Problematização propõe uma abordagem mais ampla, pautada na transformação da realidade e no desenvolvimento da consciência crítica dos estudantes. Assim, embora ambas valorizem a participação ativa dos alunos, suas finalidades e formas de condução didática revelam orientações pedagógicas distintas.

Visando evitar possíveis equívocos conceituais entre essas duas metodologias, elaboramos o Quadro 3.10, com base no artigo de Hartmann, Silva e Binotto [87], bem como nas demais pesquisas consultadas ao longo deste trabalho. O quadro comparativo busca evidenciar algumas das principais semelhanças e diferenças entre a MEAAMaRP e a Metodologia da Problematização, contribuindo para uma compreensão mais clara de suas especificidades e aplicações no contexto educacional.

**Quadro 3.10:** Comparativo das Metodologias: MEAAMaRP e MP

<b>Aspecto</b>	<b>MEAAMaRP</b>	<b>MP</b>
Abordagem Pedagógica	Tem como foco a resolução de um problema matemático e o conhecimento matemático que se desenvolve no processo de investigação da solução, sem intervir na realidade do problema.	Consiste na investigação e reflexão de um problema real, em que o aluno pode intervir na realidade do problema no processo de aprendizagem.
Tipo de problema	Matemático, podendo ser cotidiano ou abstrato	Social, político, econômico ou ambiental, ligado à vivência dos alunos.
Estrutura das Atividades	Segue etapas estruturadas: Leitura, Discussão, Resolução, Mediação, Registro e Socialização.	Segue as etapas do Arco Maguerez: Observação da realidade, Pontos-chave, Teorização, Hipóteses de solução e Aplicação à realidade.
Participação dos alunos	Resolução em grupo, discussão coletiva, construção de conhecimento matemático.	Questionamento da realidade, construção coletiva do saber crítico.
Papel do professor	Mediador do processo, propõe o problema e acompanha o desenvolvimento da resolução.	Mediador, incentivando a discussão, orientando questionamentos e promovendo a reflexão crítica.
Papel dos Alunos	Enfrentar problemas matemáticos não previamente ensinados, explorar estratégias de resolução, argumentar suas ideias e construir significados para os conceitos envolvidos ao longo do processo.	Busca informações, interagir com o problema e propor soluções para os desafios que surgem a partir da situação-problema original.
Organização	Os alunos são distribuídos em grupos menores.	Os alunos são distribuídos em grupos maiores.
Foco final da aprendizagem	Aprendizagem Matemática.	Transformação social, autonomia dos estudantes e aprendizagem Matemática.

Fonte: Elaborado pelo autor

A Problematização estimula, assim, a reflexão sobre problemas reais e complexos, favorecendo que o discente desenvolva habilidades de análise e argumentação sobre os problemas sociais, preparando-os para desafios do mundo contemporâneo.

### 3.10 Método de Casos

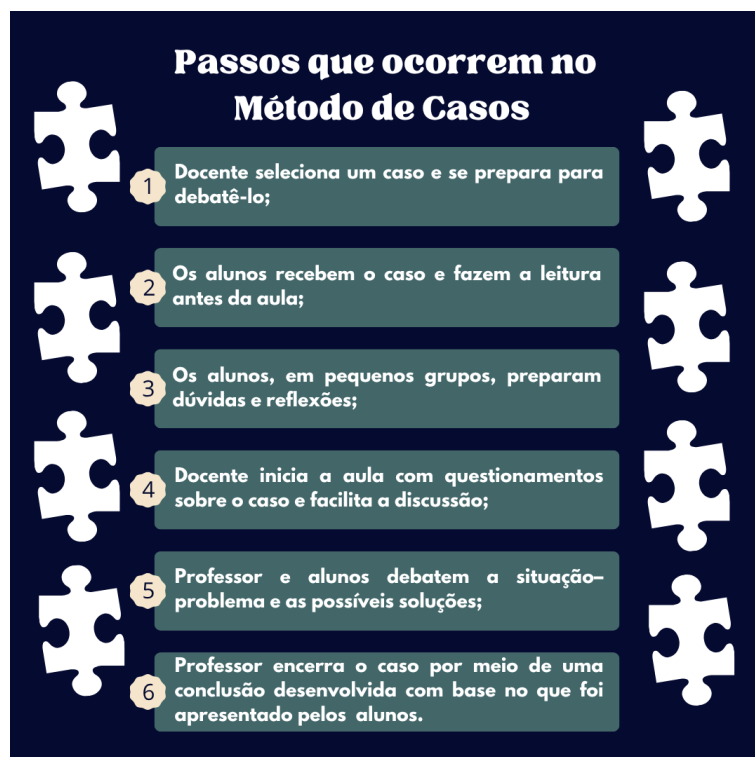
O Método de Casos consiste da análise de decisões tomadas em relação a uma situação prática (caso), podendo ser real ou hipotética, a ser resolvida. A abordagem se concentra no debate sobre os cenários gerados pela tomada de decisões baseadas nos fatos já constatados e relevantes ao caso, sendo sugestiva sua aplicação em grupos pequenos.

Sobre essa metodologia, Rodrigues et al. [3, p. 6-7] afirma que

[...] no final do século XIX um professor da Escola de Direito de Harvard, percebendo que as aulas expositivas não atendiam às necessidades de aprendizado dos seus alunos, introduziu o método.

Como o Método de Casos lida com problemas abertos e baseados em situações reais complexas, há diferentes abordagens e estilos de realização dessa estratégia de ensino, porém existem fases específicas que naturalmente se desdobram no processo de aplicação, conforme apontado por Iizuka [44] e apresentadas na Figura 3.10.

**Figura 3.10:** Passos que ocorrem no Método de Casos



Fonte: Adaptado [44, pp. 4-5]

Com base na pesquisa bibliográfica e exploratória realizada por Peixoto [67], extraímos e categorizamos elementos que podem ser interpretados como vantagens e desvantagens, conforme apresentados no Quadro 3.11.

**Quadro 3.11:** Vantagens e desvantagens do Método de Casos

<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
Sua aplicação possibilita o desenvolvimento das habilidades interpessoais dos alunos e sua capacidade de trabalho em grupo de forma produtiva.	Por falta de prática, a maioria dos alunos não conseguem debater, intervir e fazer perguntas sobre o caso em análise. Isso pode fazer com que os alunos a falem e interrompam outros colegas em momentos inadequados com ou sem a autorização do professor.
O método ajuda os alunos a estabelecerem uma relação entre as diversas disciplinas estudadas, permitindo-lhes uma aprendizagem interdisciplinar.	Alguns alunos não têm o hábito de estudar por conta própria, o que compromete o estudo do caso.
Auxilia no desenvolvimento da capacidade do aluno em formular questões que o auxiliam a tomar decisões aplicadas inicialmente ao caso e posteriormente à vida real.	O professor precisa estar preparado para o desconhecido, pois não tem conhecimento do rumo e das proporções que as discussões podem ocasionar enquanto o método está sendo aplicado.
Possibilita a investigação do problema de modo aplicado à realidade do aluno, mantendo-o motivado a participar da aula.	Para a elaboração do caso, o professor precisa estabelecer conexões diretas com a vivência dos alunos. Assim, ele precisa de um conhecimento prévio da turma de aplicação.
Permite aos alunos lidarem com conceitos complexos relativos ao mundo real, desenvolvendo sua capacidade analítica para distinguir entre os elementos mais ou menos prioritários que exigem tomada de decisão.	Inicialmente, o professor precisa fazer com que o aluno possa conhecer de forma clara quais são os objetivos esperados com a análise e discussão do caso.

Fonte: Elaborado pelo autor

Apesar das desvantagens citada, o Método de Casos se mostra como uma ferramenta valiosa para o desenvolvimento não só do ensino de conteúdos, mas também por seu caráter social.

Como um possível caso a ser discutido em sala de aula, o professor de Matemática poderia apresentar aos alunos a seguinte situação: como fazer a divisão justa entre uma herança de um imóvel local levando em consideração que um dos irmãos recebeu um

terreno de maior valor em vida.

Os alunos recebem previamente um texto relatando a história, com detalhes precisos do imóvel, e investigam o preço do imóvel e de um lote nas condições também apresentadas anteriormente, tomando por base a cotação de preços da cidade onde moram.

Durante a aula seguinte à apresentação, o docente inicia a aula questionando sobre como os alunos pretendem resolver a situação e, em seguida, divide os alunos em pequenos grupos, com no máximo quatro integrantes, para discutirem as possibilidades e possíveis soluções. Nesse momento o professor passa pelos grupos fazendo alguns questionamentos, de acordo com as afirmações surgidas, auxiliando na produção do pensamento crítico dos integrantes.

Por fim, os grupos apresentam suas propostas de solução, enquanto os demais participantes são convidados a argumentar e confrontar as ideias apresentadas. Diferentemente de situações em que se valoriza a multiplicidade de respostas possíveis, neste caso específico, que envolve questões de herança, busca-se chegar a uma solução juridicamente viável ou socialmente equitativa. Cabe ao professor, com base nas argumentações dos alunos e na interpretação da realidade local, conduzir a discussão e consolidar uma conclusão final, reconhecida como a mais adequada à situação apresentada.

A abordagem do Método de Casos, devido às suas particularidades e atributos, pressupõe uma postura interdisciplinar. Por exemplo, no caso citado, provavelmente os alunos adquirem alguns conhecimentos jurídicos para entender como funciona a partilha de valores e bens. Conforme pontua Paiva e Souza [88, p. 16], isto

[...] promoverá uma singular oportunidade de crescimento para educadores e educandos, à medida que favorece a valorização e aceitação de novas ideias, superação de inseguranças, aceitação da possibilidade de errar, o respeito às ideias dos outros, o trabalho cooperativo, o processo de autocrítica, o estudo mais aprofundado da prática, a compreensão dos limites de cada um, e várias outras possibilidades.

Assim, Método de Casos se destaca pela participação ativa dos alunos, promovendo o desenvolvimento do seu pensamento crítico, capacidade colaborativa, o pensamento não linear e a percepção de outras interpretações sobre o caso estudado.

### 3.11 Sala de Aula Invertida

A Sala de Aula Invertida consiste de um método em que os alunos estudam o conteúdo através de recursos disponibilizados previamente pelo professor. No ambiente físico da sala de aula, o tempo é destinado para a resolução e discussão de problemas,

resolução de dúvidas e aplicações de conhecimentos.

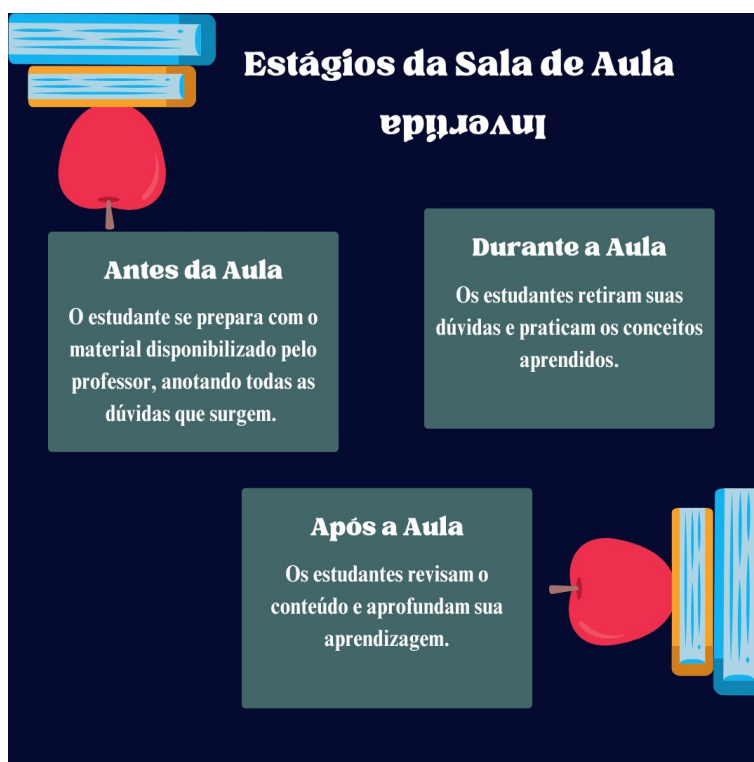
Conforme aponta Silva e David [43, p. 6]:

A sala de aula invertida, também conhecida como flipped classroom, surgiu na década de 1990, com o trabalho do professor de química Jonathan Bergmann e do professor de física Aaron Sams, na escola Woodland Park High School, no Colorado, Estados Unidos. Bergmann e Sams começaram a gravar suas aulas em vídeo para que os alunos pudessem assisti-las em casa, antes de irem para a escola. Dessa forma, o tempo em sala de aula poderia ser usado para trabalhar em atividades práticas e tirar dúvidas, em vez de simplesmente apresentar o conteúdo.

Em entrevista, Jonathan Bergman [50] afirmou que a Sala de Aula Invertida surgiu para atender alunos que não podiam estar presentes em todas as aulas, priorizando, assim, a aplicação do conteúdo em vez de sua exposição. Essa abordagem favorece o desenvolvimento do hábito de estudo e da autonomia dos estudantes.

Para uma boa organização, é necessário compreender os três estágios de aplicação da Sala de Aula Invertida, conforme apresentado na Figura 3.11.

**Figura 3.11:** Estágios da Sala de Aula Invertida



Fonte: Adaptado [43, pp. 17-19]

Cabe destacar que não há uma única forma para a implementação dessa metodologia, sendo necessário adaptá-la ao contexto educacional do docente. Essas adaptações devem

considerar, especialmente, o grau de maturidade dos discentes envolvidos no processo.

Ao utilizar a Sala de Aula Invertida, temos a oportunidade de criar atividades que abordem conceitos e temas de diversas disciplinas, uma vez que essa metodologia permite que os estudantes acessem materiais de estudo e recursos prévios que podem facilmente auxiliar na produção de uma visão mais holística e integrada do aprendizado.

Devido à sua flexibilidade, a metodologia da Sala de Aula Invertida não deve ter suas aplicações limitadas. Quando bem planejada, pode ser utilizada tanto com estudantes do Ensino Fundamental II quanto do Ensino Médio, considerando as particularidades de cada etapa. Além disso, sua aplicação em sala pode ocorrer em pequenos grupos para facilitar a discussão, mas nada impede que seja aplicada de modo individualizado ou em grupos maiores nos momentos que ocorrem durante a aula.

Uma aplicação que poderia ser realizada seria utilizar uma videoaula ensinando o aluno a completar quadrados como método de resolução da equação do segundo grau.

Antes da aula, os alunos seriam instruídos a assistir ao vídeo proposto, resolver alguns exercícios com o tema e anotar as dúvidas.

Durante a aula, o professor inicia esclarecendo as dúvidas anotadas e, em seguida, os alunos são separados em grupos contendo quatro estudantes. Em seguida, são propostos alguns problemas mais elaborados para os alunos aprofundarem os conceitos. Enquanto isso, o professor circula pela sala tirando dúvidas e fornecendo informações adicionais, caso necessário, sempre incentivando a colaboração entre os membros dos grupos. Para a próxima aula, os alunos são instruídos a resolver diferentes problemas práticos e apresentar para a turma.

Na aula seguinte, ocorre o momento do pós-aula, no qual os alunos têm a oportunidade de apresentar as soluções que desenvolveram para os problemas práticos propostos anteriormente. Durante essa etapa, eles complementam a exposição com as descobertas que realizaram ao longo do processo de investigação e reflexão, compartilhando suas análises e argumentos com os demais colegas. Essa fase é fundamental para consolidar o aprendizado, promover o diálogo e o debate construtivo, e assim finalizar a sequência didática de maneira integrada.

Outro fator relevante para este estudo encontra-se na dissertação de Lopes [54], que, embora esteja voltada para o ensino de Física de semicondutores, busca compreender como a Sala de Aula Invertida pode auxiliar na construção do conhecimento. Apesar do recorte disciplinar específico, as conclusões obtidas no trabalho apresentam fundamentos teóricos e práticos que se estendem a diversas áreas do conhecimento, incluindo a Educação Matemática. Com base nesse estudo, apontamos algumas vantagens e desvantagens do

uso dessa metodologia no Quadro 3.12.

**Quadro 3.12:** Vantagens e desvantagens da Sala de Aula Invertida

Vantagens	Desvantagens
O estudante tem acesso ao conteúdo em seu tempo livre, a hora que desejar e da forma que desejar, pausando e assistindo quantas vezes quiser ao vídeo.	Assim como os estudantes que ignoram os conteúdos nas aulas expositivas, os estudantes envolvidos na Sala de Aula Invertida podem, simplesmente, abrir o material e não assistir, para somente validarem o acesso.
Os estudantes recebem mais atenção do professor, conseguem tirar as dúvidas de forma individual, enquanto os outros desenvolvem as atividades. O professor está disponível para visitar os grupos e auxiliá-los.	A prática de apenas anotar a dúvida, sem buscar esclarecimento imediato, pode prejudicar a compreensão dos conteúdos e, eventualmente, levar à desmotivação do estudante.
Possibilidade do auxílio dos colegas que dominaram melhor determinados conceitos: os aprendizes podem ser agrupados conforme afinidades e/ou aptidões, dessa forma consegue-se um melhor resultado no desempenho do grupo.	Alguns alunos podem apresentar resistência durante a realização de atividades colaborativas, seja por dificuldades de convivência, seja pela recusa em ajudar ou aceitar ajuda dos colegas.
Os materiais estão disponíveis para todos os estudantes acessá-los e revisá-los quando sentirem necessidade, inclusive para os estudantes que não comparecem às aulas.	Os estudantes faltosos podem pensar que, por terem os materiais disponíveis, não precisam assistir às aulas. Isso resultará em um desnível muito grande em relação aos outros estudantes da classe.

Fonte: Elaborado pelo autor

A Sala de Aula Invertida enfatiza a preparação prévia tanto dos estudantes quanto dos professores antes das aulas, possibilitando uma maior interação e colaboração durante as atividades em sala. Assim, ao utilizar essa metodologia, o professor incentiva o aluno no desenvolvimento de reflexão e da habilidade de formular boas perguntas.

### 3.12 Rotação por Estações

A Rotação por Estações consiste em um modelo de ensino que organiza os alunos em estações de trabalho, cada uma contendo uma tarefa distinta, mas com tempos semelhantes para execução, sendo definido um tempo, individual, comum para a realização de todas. Assim, cada grupo de estudantes se encontra em uma estação de trabalho, e ao terminar o tempo definido, trocam de estação, repetindo este processo até passar por todas as estações. Ressaltamos que as estações devem ser totalmente independentes e não sequenciais, pois as atividades ocorrem de forma simultânea e não seguem uma ordem fixa.

É importante que as tarefas estejam bem definidas, para que os alunos consigam realizar satisfatoriamente cada uma delas. Sugere-se que as atividades tenham natureza diferente; inclusive, podem ser utilizadas outras metodologias de ensino em cada uma dessas estações. Em um estudo voltado para o ensino de Botânica, mas cujas análises sobre os benefícios da Rotação por Estações podem ser estendidas a outras áreas do conhecimento, Albuquerque [6, p. 51] afirma que:

É válido ressaltar que o professor, ao planejar as tarefas, deverá organizá-las de maneira independentes e que não siga uma sequência. Durante a execução da estratégia ele poderá mediar, levantar os conhecimentos prévios, estimular o trabalho em equipe e sistematizar, no final, as aprendizagens.

Algumas práticas que fundamentaram o desenvolvimento do modelo de Rotação por Estações têm origem na década de 1980, quando professores de Ciências nos Estados Unidos começaram a organizar as salas de aula em diferentes espaços de aprendizagem. Essa organização buscava tornar as aulas mais dinâmicas e promover a participação ativa dos estudantes, conforme destacado por Thum [93].

A natureza dinâmica e flexível das estações possibilita a integração de conteúdos e práticas de diferentes áreas do conhecimento, favorecendo, deste modo, a abordagem interdisciplinar no processo de ensino e aprendizagem. Ademais, é imprescindível que os grupos de alunos não sejam grandes, a fim de garantir a eficácia na execução. Andrade e Souza [22, p. 6] pontuam que

A quantidade de Estações de Trabalho está ligada diretamente com o tamanho de uma turma de estudantes. Esse tamanho pode influenciar positivamente ou negativamente a aula. Desse modo, é proposto que seja criado um grande número de estações, para que cada grupo tenha um número menor de integrantes.

Além disso, a Rotação por Estações demonstra atributos favoráveis e desfavoráveis. Com base nas reflexões de Steinert e Hardoim [41], desenvolvemos o Quadro 3.13, que evidencia algumas vantagens e desvantagens inerentes a essa metodologia de ensino. Embora o estudo de Steinert e Hardoim tenha sido desenvolvido no contexto do ensino de Biologia, suas conclusões apontam estratégias que podem oferecer contribuições significativas também para outras áreas do conhecimento, incluindo o ensino de Matemática, como proposto neste trabalho.

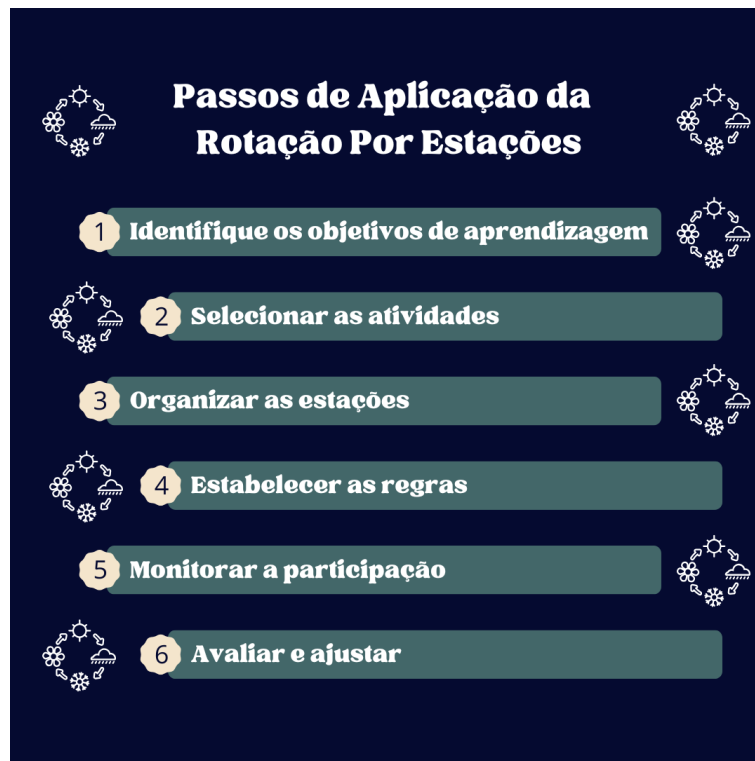
**Quadro 3.13:** Vantagens e desvantagens da Estação por Rotações

<b>Vantagens</b>	<b>Desvantagens</b>
Promove um ambiente de aprendizagem mais colaborativo.	Tende a demandar mais tempo de planejamento por parte dos professores, pois é necessário criar atividades específicas para cada estação, todas com o mesmo tempo de realização, e ainda algumas podem necessitar de reorganização do espaço físico da sala de aula.
Facilita o uso de tecnologias digitais o que costuma gerar interesse dos alunos, e desenvolver a autonomia na aprendizagem dos mesmos.	A maioria dos alunos têm mais familiaridade com tecnologia do que os professores, o que faz com que alguns professores se sintam ameaçados. Existem muitas escolas com dificuldade de acesso a internet.
Auxilia no desenvolvimento da autonomia e autorregulação dos alunos, pois permite interagir de modo diferente em cada estação, além de possibilitar atividades ligadas ao cotidiano dos alunos.	Pode ser difícil de implementar devido à resistência dos alunos ou próprios professores em experimentar diferentes abordagens de ensino.
Facilita a personalização do ensino, permitindo que o professor se aproxime dos alunos de modo a instruir individualmente, o que pode atender às necessidades de cada aluno de forma mais eficaz.	Alguns alunos podem se sentir insatisfeitos em determinadas tarefas devido a diversas dificuldades de realização, como a interação com outras áreas de conhecimento ou mesmo pré-requisitos da própria disciplina norteadora.

Fonte: Elaborado pelo autor

Com o intuito de sistematizar a execução dessa metodologia, o *website* “Viva Metodologia Ativa” [9] delineou seis passos para aplicação da Rotação por Estações, apresentados na Figura 3.12.

**Figura 3.12:** Passos para aplicação da Rotação por Estações



Fonte: Adaptado [9]

1. Identifique os objetivos de aprendizagem: defina quais objetivos de aprendizagem você deseja alcançar com a Rotação por Estações. Considere as necessidades dos alunos, os objetivos curriculares e as habilidades que deseja desenvolver.
2. Selecione as atividades: escolha as atividades que melhor atendem aos seus objetivos de aprendizagem e que são adequadas para o seu grupo de alunos. Considere atividades que podem ser realizadas em diferentes estações de aprendizagem, como jogos, projetos e exercícios de prática.
3. Organize as estações: cada estação contém uma atividade diferente de maneira que os alunos possam alternar entre elas. Você pode organizar as estações de acordo com temas, habilidades, níveis de dificuldade ou interesses dos alunos.
4. Estabeleça as regras: certifique-se de que os alunos entendem o funcionamento, quanto tempo têm em cada estação e como se comportar durante a aula.
5. Monitore os alunos: para garantir que todos estejam engajados nas atividades e seguindo as regras estabelecidas, você pode circular pelas estações, observar os alunos

e fornecer *feedback*.

6. Ajustes e melhorias: se necessário, faça ajustes e continue a melhorar o método com base nos resultados da avaliação e no *feedback* dos alunos e professores.

Embora o material do site Viva Metodologia [9] não configure uma referência acadêmica formal, os passos por ele descritos oferecem uma estrutura prática e didaticamente valiosa para a aplicação da Rotação por Estações. Cabe destacar que, embora esses elementos não apareçam de forma listada em obras acadêmicas, o conteúdo apresentado pelo site pode ser utilizado como material complementar, desde que interpretado criticamente à luz da bibliografia científica da área.

Um exemplo de aplicação da metodologia de Rotação por Estações tem como objetivo de aprendizagem desenvolver a habilidade de relacionar um sistema de equações do primeiro grau com um problema do cotidiano, englobando três estações.

Na primeira estação, os alunos resolvem um problema do cotidiano que pode ser representado por um sistema de equações do primeiro grau, como: “(ENA2024 [70]- Questão 20) Duas locadoras de automóveis indicadas por A e B cobram tarifas diferentes por um mesmo tipo de carro. A locadora A cobra 1 real por quilômetro rodado mais uma taxa fixa de 100 reais. A locadora B cobra 80 centavos por quilômetro rodado mais uma taxa fixa de 200 reais. Nestas condições, a distância mínima  $d$ , tal que se a distância percorrida for maior do que  $d$  é mais vantajoso utilizar a locadora B, é igual a: (A) 400 km (B) 500 km (C) 600 km (D) 700 km (E) 800 km”.

Na segunda estação, os alunos representam o gráfico das funções dadas por  $A(x) = x + 100$  e  $B(x) = 0,8x + 200$ . Para isso, podem utilizar um *software* de geometria dinâmica, como o *GeoGebra*.

Na terceira estação, os estudantes criam um problema que pode ser resolvido utilizando um sistema de equações com  $A(x) = x + 100$  e  $B(x) = 0,8x + 200$ .

Para organizar as estações, o professor pode separar as mesas da sala em três grupos, onde serão colocadas as orientações, com uma estação de acordo com cada grupo formado. Três alunos são previamente preparados para atuar como monitores das estações, para que possam explicar aos demais alunos a tarefa de cada estação. Além disso, divide-se o quantitativo dos alunos entre os três grupos.

Como regras, será definido que os alunos mudam de mesas ao término de 20 min, respeitando a opinião de todos os membros do grupo e estando prontos para ouvir os monitores quanto às instruções das tarefas.

O monitoramento dos alunos será realizado pelo professor que, ao longo da atividade, circula pelas estações para garantir que os alunos estejam comprometidos com a resolução

dos problemas e intervenha, caso julgue necessário.

Os ajustes e melhorias também são de responsabilidade do professor, que pode intervir para adaptar as atividades, facilitando o entendimento dos alunos. Ao final, é imprescindível que seja feita uma breve discussão para identificar os pontos negativos e positivos da aplicação, e realizar perguntas que permitam relacionar as tarefas realizadas nas três estações, para que assim possam ser aperfeiçoadas para nova aplicação.

A Rotação por Estações proporciona uma diversificação das estratégias de ensino, permitindo atender às diferentes necessidades e estilos de aprendizagem dos discentes. Assim, a utilização desta metodologia tem o potencial de fortalecer as relações entre professor e alunos, gerando um ambiente de aprendizagem dinâmico, desafiador e inspirador.

### 3.13 Comparativo das Metodologias Ativas

Esta seção visa oferecer ao leitor um comparativo das Metodologias Ativas investigadas, por meio dos Quadros 3.13, 3.15 e 3.16. Os Quadros abrangem os seguintes aspectos:

- **Metodologia Ativa:** apresenta o nome da Metodologia Ativa que será caracterizada.
- **Abordagem Pedagógica:** descreve a abordagem utilizada para promover a aprendizagem ativa.
- **Estrutura das Atividades:** descreve as etapas utilizadas ao aplicar as metodologias.
- **Papel do Professor:** expõe a função e responsabilidade do professor durante a aplicação.
- **Papel dos Alunos:** destaca o papel dos alunos como agentes do processo de aprendizagem.
- **Configuração:** informa sobre a configuração dos grupos de alunos (individual, grupos menores ou grupos maiores) sugerida ao aplicar a metodologia em análise.

Tal abordagem é essencial para clarificar as distinções entre essas Metodologias Ativas, facilitando a compreensão dos leitores sobre seus principais aspectos.

Quadro 3.14: Comparativo das Metodologias Ativas - Parte 1

Metodologia Ativa	Abordagem Pedagógica	Estrutura das Atividades	Papel do Professor	Papel dos Alunos	Configuração
Aula Expositiva Dialogada	Ocorre simultaneamente a exposição dos conteúdos pelo professor e a reflexão dos alunos, mediada através de diálogos, indagações e interações diversas.	Possui cinco passos de aplicação: 1- Inspiração, 2- Problematização, 3- Reflexão, 4- Transpiração e 5- Síntese.	Facilitador do aprendizado, expondo o conteúdo e estimulando a participação dos alunos na construção do conhecimento.	Ocupam a posição de aprendizes, podendo questionar, opinar e debater sobre os assuntos expostos.	Inicialmente em grupo único. Na fase de Transpiração, grupos menores ou individual.
Gamificação	Incorpora elementos dos jogos no ensino para motivar e engajar os alunos.	Sua implementação contém os seguintes passos: 1- Definir os objetivos, 2- Delinear o comportamento do alvo, 3- Descrever os jogadores, 4- Desenvolver ciclos de atividades, 5- Verificar o “fator diversão”, 6- Utilizar as ferramentas adequadas.	Multifacetado, como facilitador ao criar e estruturar as atividades e mediador ao promover a interação, colaboração e reflexão dos alunos.	Os alunos assumem a posição de jogadores, explorando, experimentando, interagindo e aprendendo de forma divertida e motivadora.	Grupos menores ou maiores de acordo com a proposta.
Aprendizagem Baseada em Equipes	Combina a colaboração com uma responsabilidade individual dos alunos em aprender o conteúdo.	Apresenta três fases: <i>pre-task</i> (pré-tarefas), <i>task cycle</i> (ciclo de tarefas) e <i>language</i> (linguagem).	Facilitador, mediador e incentivador do processo de ensino-aprendizagem, proporcionando suporte e orientação aos alunos.	Os alunos resolvem os problemas propostos e contribuem para o conhecimento do grupo.	Grupos menores.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quadro 3.15: Comparativo das Metodologias Ativas - Parte 2

Metodologia Ativa	Abordagem Pedagógica	Estrutura das Atividades	Papel do Professor	Papel dos Alunos	Configuração
<i>Design Thinking</i>	Prioriza a inovação, criatividade e colaboração na solução do projeto proposto.	Apresenta as seguintes etapas de aplicação: 1- Empatia, 2- Definição do Problema, 3- Ideação, 4- Prototipação, 5- Teste.	Mediador, sendo proativo e criativo para auxiliar os alunos no desenvolvimento da solução.	Desenvolvedores do projeto, sendo incentivados a explorar soluções criativas para os desafios propostos.	Grupos menores.
<i>Cultura Maker</i>	Foca na aprendizagem a partir da construção de material prático, que pode ser físico ou digital.	Apresenta quatro fases principais: 1- A introdução, 2- A experimentação, 3- A prototipagem, 4- O <i>feedback</i> .	Facilitador, estimulador e orientador da experimentação.	Identificar desafios, propor soluções e realizar o projeto.	Grupos menores.
Aprendizagem Baseada em Problemas	Construída através de problemas reais sem solução única.	Consta de 7 etapas: 1- Leitura do problema e esclarecimento de termos desconhecidos, 2- Identificação do problema, 3- Formulação de hipóteses, 4- Resumo das hipóteses, 5- Formulação dos objetos de aprendizagem, 6- Estudo individual dos objetivos de aprendizagem e 7- Rediscussão do problema.	Facilitador, direciona as discussões fornecendo <i>feedback</i> .	Buscar informações, elaborar hipóteses, propor solução para o problema apresentado.	Grupos menores.
Modelagem Matemática	Consiste em uma metodologia utilizada para a obtenção e validação de modelos matemáticos a partir da abstração de uma situação prática.	Constitui de quatro fases: 1- Integração, 2- Matematização, 3- Resolução, 4- Interpretação de Resultados e validação.	Mediador, auxiliando os alunos na construção do modelo matemático e na reflexão dos resultados obtidos.	Exploradores, sendo responsáveis por buscar soluções para os problemas propostos e por apresentarem seus resultados de forma clara e coerente.	Pode ser realizada em grupos maiores, grupos menores ou de modo individual.

Fonte: Elaborado pelo autor

**Quadro 3.16:** Comparativo das Metodologias Ativas - Parte 3

Metodologia Ativa	Abordagem Pedagógica	Estrutura das Atividades	Papel do Professor	Papel dos Alunos	Configuração
Realidade Aumentada	Promove a aprendizagem por meio da sobreposição de elementos virtuais dentro do mundo real.	Consta de quatro passos: 1- Obter as informações do mundo real, 2- Analisar o mundo real e a posição da câmera, 3- Gerar os objetos virtuais e suas devidas posições, 4- Integrar o virtual com o real.	Mediador, guiando os alunos a explorar e compreender os conteúdos por meio da tecnologia.	Exploradores dos elementos digitais sobrepostos ao ambiente real, interagindo e aprendendo a partir deste recurso.	Grupos menores.
Problematização	Consiste na investigação e reflexão de um problema real, em que o aluno pode intervir na realidade do problema no processo de aprendizagem.	Segue as etapas do Arco de Maguerez: Observação da realidade, Pontos-chave, Teorização, Hipóteses de solução e Aplicação à realidade.	Mediador, incentivando a discussão, orientando questionamentos e promovendo a reflexão crítica.	Buscar informações, interagir com o problema e propor soluções para os desafios que surgem a partir da situação-problema original.	Grupos maiores.
Método de Casos	Baseado na discussão e resolução de um problema real ou simulado, com múltiplas soluções.	1- Docente seleciona um caso para debate, 2- Alunos realizam a leitura antes da aula, 3- Alunos preparam dúvidas, 4- Docente inicia a aula organizando a discussão, 5- Debate da situação-problema e possíveis soluções, 6- Professor encerra o caso com base no que foi apresentado.	Facilitador, orientando a discussão. Julgador, escolhendo a melhor solução a partir das argumentações apresentadas.	Analisar, questionar, propor soluções e tomar decisões bem fundamentadas para o caso apresentado.	Grupos maiores.
Sala de Aula Invertida	Valoriza a autonomia e protagonismo do aluno. Ele inicia a aula já possuindo o conhecimento sobre o conteúdo a ser trabalhado, de modo que possa desenvolver outras habilidades.	Antes da aula: estudantes se preparam com o material disponibilizado pelo professor, anotando suas dúvidas. Durante a aula: estudantes tiram suas dúvidas e praticam os conceitos. Após a aula: estudantes revisam o conteúdo.	Mediador que orienta, apoia e promove reflexão no desenvolvimento da aprendizagem.	Estudar, buscar por formas de compreensão do conteúdo, levantar dúvidas, participar ativamente das atividades em sala de aula.	Grupos menores.
Rotação por Estações	Permite aos alunos explorarem diferentes temas e abordagens de maneira dinâmica.	Consiste em seis passos para aplicação, onde o professor tende a: 1- Identificar os objetivos de aprendizagem, 2- Selecionar as atividades, 3- Organizar as estações, 4- Estabelecer as regras, 5- Monitorar os alunos e 6- Ajustar e apontar melhorias.	Facilitador, orientando e apoiando os alunos em sua jornada de aprendizagem.	Os alunos assumem um papel explorador, desenvolvendo diferentes tarefas ao longo do circuito das estações, de acordo com seu ritmo de aprendizagem.	Grupos menores.

Fonte: Elaborado pelo autor

# 4 Guia Didático: Metodologias Ativas no Ensino de Matemática

---

Esta seção tem o objetivo de apresentar o Guia Didático elaborado como recurso educacional desta dissertação. Trata-se de um *ebook* desenvolvido como um recurso para auxiliar a compreensão das Metodologias Ativas exploradas de forma sucinta no Capítulo 3. Além disso, oferece uma coletânea de atividades elaboradas a partir das experiências empíricas do autor em suas aulas no Ensino Fundamental, com o objetivo de ampliar o repertório pedagógico do leitor.

O *ebook* foi elaborado considerando a possibilidade do professor selecionar os capítulos de maior interesse para aplicar atividades com o tema ou método desejado. Dessa forma, não se espera uma leitura linear, mas sim a promoção de um espaço de interação, permitindo que o professor possa explorar as metodologias apresentadas. Cada capítulo é individual, não sendo necessário ler os demais para compreendê-lo. Assim, buscamos promover uma experiência de ensino e aprendizado mais dinâmica e enriquecedora.

Embora o Guia apresente exemplos práticos de cada metodologia, sua função principal é servir como uma ferramenta de apoio, sugerindo caminhos para a aplicação em sala de aula. No entanto, é fundamental que o docente adapte essas sugestões à realidade da sua prática, considerando o contexto educacional e as particularidades dos estudantes para os quais leciona.

A seguir, são descritas de forma sucinta a estrutura e os conteúdos abordados nos capítulos do Guia Didático. Essa estrutura tem como objetivo facilitar o uso, permitindo que professores encontrem rapidamente orientações úteis para implementar a proposta.

O primeiro capítulo do Guia, intitulado **Decifrando o Guia**, apresenta uma introdução sobre a concepção e construção do material. Nesse capítulo, buscamos esclarecer ao leitor que o Guia não é interpretado como uma instrução rígida e imutável, mas como um conjunto de sugestões metodológicas que podem ser adaptadas e aperfeiçoadas para diferentes realidades.

Adicionalmente, o capítulo expõe as habilidades previstas para o 6º ano, conforme

estabelecidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG). Essas habilidades foram consideradas na organização estrutural do Guia. Também é relevante destacar que a distribuição por bimestres sugerida pelo CRMG orientou a elaboração das atividades, permitindo que o professor encontre um compilado organizado em consonância com essa estrutura, enquanto explora as diferentes metodologias.

Do capítulo dois ao capítulo treze, são apresentadas as diversas metodologias abordadas no Guia. Após a exposição de cada metodologia, é apresentada uma estrutura didática que exemplifica a aplicação de uma atividade direcionada ao 6<sup>o</sup> ano, utilizando a respectiva abordagem metodológica. Cada atividade pode ser impressa separadamente, de modo a facilitar seu uso pelo professor.

O segundo capítulo, **Aula Expositiva Dialogada**, propõe a atividade intitulada “O Surgimento dos Números”. Nessa atividade, é apresentada a história da descoberta dos registros históricos da caverna de Lascaux, localizada na França. Por meio desse contexto histórico, o professor interage com os alunos, buscando despertar neles o interesse em compreender mais sobre a origem do nosso sistema de numeração, bem como de outros sistemas que o antecederam. Para concluir a atividade, os estudantes são orientados a construir uma linha do tempo destacando os principais sistemas de numeração ao longo da história.

O terceiro capítulo, **Gamificação**, apresenta a atividade intitulada “O Rush da Multiplicação”. Essa dinâmica consiste em um jogo no qual os alunos recitam os fatos básicos da multiplicação, sinalizando por meio de um movimento corporal, sempre que recitam uma multiplicação em que o multiplicador seja o número dez. Além de revisar os fatos básicos, os alunos são desafiados a manter a atenção para evitar a eliminação do jogo. Como a proposta é realizada em equipes, a maior parte dos participantes se envolve ativamente e se diverte durante a atividade. A cada rodada, os jogadores têm a oportunidade de aprimorar sua compreensão dos fatos e explorar estratégias para memorizá-los, considerando que esse conhecimento é essencial para o aprendizado de conteúdos matemáticos subsequentes.

O quarto capítulo, **Aprendizagem Baseada em Equipes**, apresenta a atividade intitulada “O Enigma do Rei”. Nesta proposta, os alunos são organizados em grupos de, no máximo, cinco integrantes. Cada grupo recebe um problema diferente, sendo fundamental que o professor distribua os problemas de forma estratégica, levando em consideração o perfil e o nível de conhecimento dos integrantes, para que todos possam participar da discussão e contribuir para a solução de maneira colaborativa. Ao final da atividade,

cada grupo apresenta o problema que recebeu juntamente com a solução encontrada, compartilhando com os demais alunos as estratégias utilizadas. Esse momento permite que diferentes abordagens sejam discutidas, incentivando o aprimoramento das habilidades de resolução de problemas, além de promover o aprendizado mútuo por meio do trabalho em equipe.

O quinto capítulo, **Design Thinking**, apresenta a atividade intitulada “Sinalização Angular”. Nessa atividade, os alunos são desafiados a identificar os diferentes tipos de sinalização de trânsito presentes na região escolar, analisando os ângulos de visibilidade, clareza e eficácia das placas. Após a coleta de dados, identificam problemas no contexto observado e propõem soluções, incluindo uma nova estrutura de sinalizações, considerando as medidas dos ângulos e as necessidades específicas do ambiente. Essa proposta não apenas estimula a reflexão crítica sobre a relevância da sinalização para a segurança pública, mas também amplia a compreensão dos alunos sobre a aplicação prática da geometria em situações cotidianas. A atividade culmina com a apresentação dos protótipos de sinalização criados pelos alunos, proporcionando um espaço construtivo para a troca de ideias e o desenvolvimento de soluções.

O sexto capítulo, **Cultura Maker**, apresenta a atividade intitulada “Triângulos e Quadriláteros: formas em Ação”. Essa atividade tem como objetivo engajar os alunos em um processo prático de aprendizado, no qual eles criam triângulos e quadriláteros utilizando seus próprios materiais, sendo produzido um portfólio que documenta as criações, reflexões e descobertas, promovendo a criatividade e o aprendizado colaborativo.

O sétimo capítulo, **Aprendizagem Baseada em Problemas**, apresenta a atividade intitulada “A Festa Surpresa da Diretora”. Nessa atividade, os alunos são desafiados a organizar uma festa surpresa para a diretora da escola, utilizando conceitos de algoritmos em linguagem natural e representando as etapas da organização por meio de um fluxograma. Ao lidar com esse problema, os alunos são estimulados a refletir sobre processos de tomada de decisão, planejamento de ações e a organização eficiente de recursos, sempre considerando um orçamento restrito.

O oitavo capítulo, **Modelagem Matemática**, apresenta a atividade intitulada “A Corrida dos Números”. Nessa proposta, os alunos escolhem números entre um e cem e investigam suas características com base em questões investigativas propostas. A atividade tem início com uma introdução feita pelo professor, que contextualiza os conceitos de números primos, números compostos, múltiplos e divisores, destacando sua relevância na Matemática e no cotidiano. Em seguida, os alunos são convidados a formular hipóteses sobre o que torna um número mais competitivo, isto é, um número capaz de superar o

maior número de desafios propostos na atividade. Para isso, realizam a coleta e análise de dados, testando suas hipóteses. A abordagem adotada para essa atividade envolve a construção de um modelo que possibilita uma visualização dinâmica e interativa das relações numéricas.

O nono capítulo, **Realidade Aumentada**, apresenta a atividade intitulada “Poliedros Imersivos”. Essa iniciativa utiliza o aplicativo *Sólidos RA - Realidade Aumentada*, proporcionando aos alunos a oportunidade de interagir com modelos tridimensionais de poliedros e corpos redondos. O principal objetivo é aprofundar o entendimento sobre as relações entre vértices, faces e arestas, além de desenvolver a percepção espacial de forma dinâmica e envolvente. Durante a interação com prismas e pirâmides, os alunos são desafiados a identificar e diferenciar as propriedades desses sólidos, relacionando-os às suas respectivas planificações. Essa abordagem estimula a análise crítica e a conexão entre representações tridimensionais e bidimensionais.

O décimo capítulo, **Problematização**, apresenta a atividade intitulada “O parque de diversões”. Na atividade, os estudantes são desafiados a projetar e construir modelos de atrações que compõem um parque em miniatura, como carrosséis, montanhas-russas e rodagigantes. O processo envolve o uso de ferramentas como desenho em papel milimetrado, para a elaboração inicial dos projetos, que serão posteriormente expandidas para construções manipulativas ou virtuais. Essa abordagem tem como objetivo desenvolver a percepção espacial dos alunos. Além disso, busca aprofundar a compreensão das propriedades geométricas por meio da observação e interpretação de objetos reais.

O décimo primeiro capítulo, **Método de Casos**, apresenta a atividade intitulada “A Horta”. A proposta tem como foco principal estimular discussões sobre o uso de frações e números decimais em situações práticas, como o cálculo do espaço para o plantio e a distribuição proporcional das áreas destinadas a diferentes vegetais. Esses critérios de distribuição podem ser definidos com base em fatores discutidos coletivamente, como a preferência por alface, que pode ocupar metade da área, ou a relevância das cenouras para receitas como o salpicão, reservando um quarto da área para esse cultivo. A atividade promove um ambiente colaborativo em que os alunos, orientados tanto pelos questionamentos do professor quanto pelos próprios, exploram conceitos matemáticos, desenvolvem soluções e refletem sobre as estratégias utilizadas, consolidando sua aprendizagem de forma prática e contextualizada.

O décimo segundo capítulo, **Sala de Aula Invertida**, apresenta a atividade intitulada “Investigando a Porcentagem”. A atividade é organizada em três momentos distintos. No primeiro momento, os alunos realizam um estudo dirigido como tarefa para casa, sendo

orientados a identificar eventuais dúvidas para discussão na aula seguinte. No segundo momento, o professor inicia a aula com uma discussão coletiva, proporcionando aos alunos a oportunidade de compartilhar as dificuldades encontradas durante o estudo prévio e a resolução das atividades propostas. Em seguida, os alunos são organizados em grupos, e cada grupo se dedica à resolução de uma lista de exercícios, cuja entrega é prevista para o final da aula. Esse momento busca promover a cooperação e o aprofundamento dos conteúdos trabalhados. No terceiro momento, os alunos se preparam para apresentar questões previamente sorteadas, estimulando a discussão sobre as diversas formas de resolução. Essa abordagem favorece a consolidação da aprendizagem ao promover o diálogo e a reflexão coletiva sobre as estratégias adotadas.

O décimo terceiro capítulo, **Rotação por estações**, apresenta a atividade intitulada “Rotação de Medidas”. A atividade é composta por cinco estações, cada uma com uma atividade prática cuidadosamente planejada. Na Estação C, os alunos analisam as transformações de área e comprimento utilizando o quadro branco. Na Estação M, os estudantes convertem medidas relacionadas ao seu próprio peso para gramas e seus submúltiplos, comparando os resultados com o peso do livro de Matemática. Na Estação V, utilizando um copo medidor, os alunos determinam a capacidade da jarra recebida. Na Estação T, cronometrando o tempo necessário para completar cinco voltas na escola, os alunos analisam quantas voltas seriam capazes de realizar em uma hora. Por fim, na Estação P, os estudantes elaboram problemas envolvendo transformações de temperatura e uma das grandezas — comprimento, massa, capacidade ou tempo —, além de resolver as atividades propostas por seus colegas.

O décimo quarto capítulo, **Compreendendo as Habilidades do 6º Ano**, apresenta três atividades voltadas a complementar os descritores obrigatórios desse nível de ensino. A atividade “Partilha em Equilíbrio” combina as metodologias Aula Expositiva Dialogada e Modelagem Matemática, com o objetivo de desenvolver um método para a escrita e solução de equações simples. Na atividade “Jogos Probabilísticos”, os alunos criam jogos, definindo suas próprias regras, enquanto exploram os conceitos fundamentais de probabilidade. Já na atividade “Sustentabilidade em Ação”, os estudantes formulam uma entrevista com o tema sustentabilidade, coletam dados e destacam as principais conclusões que podem ser extraídas a partir da análise dos dados representados.

Por fim, o capítulo de **Considerações Finais** reforça a relevância das Metodologias Ativas para dinamizar as aulas e melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

# 5 Considerações Finais

---

A proposta deste Trabalho de Conclusão de Curso centra-se na criação do “Guia de Metodologias Ativas para Professores de Matemática - 6º Ano -”. Esse material foi elaborado com o objetivo de compilar atividades que auxiliem a prática docente e ressignifiquem a aprendizagem dos alunos.

Especificamente, foram levantados os seguintes objetivos: investigar superficialmente as Metodologias Ativas que têm sido utilizadas no ensino; proporcionar uma análise crítica e realista sobre a implementação de Metodologias Ativas no ensino; elaborar atividades utilizando diferentes Metodologias Ativas; compreender como avaliar o desempenho dos alunos em aulas que utilizam Metodologias Ativas.

Para investigar superficialmente as Metodologias Ativas que têm sido utilizadas no ensino, foi realizada uma pesquisa de modo amplo sobre o tema. Foram selecionadas doze metodologias para compor o trabalho, tendo em vista o tempo disponível para sua produção, embora o autor demonstre interesse em explorar outras metodologias futuramente. O estudo foi norteado pela compreensão da origem de cada metodologia, a funcionalidade de sua aplicação e compreensão de algumas de suas vantagens e desvantagens no contexto escolar. Além disso, foi elaborado um quadro comparativo para auxiliar o leitor na identificação e diferenciação das Metodologias Ativas observadas.

Quanto a proporcionar uma análise crítica e realista sobre a implementação de Metodologias Ativas no ensino, buscamos evidenciar que as dificuldades enfrentadas ao utilizar essas metodologias são uma realidade que não exclui seus benefícios. Adicionalmente, sua adoção não implica no abandono das aulas tradicionais. Nesse sentido, o papel das Metodologias Ativas é complementar o ensino, somando forças para ampliar as possibilidades de aprendizagem de um maior número de alunos.

Na elaboração de atividades utilizando diferentes Metodologias Ativas, tomamos como base a percepção dos autores sobre as metodologias estudadas, resultando na criação de atividades originais para o Guia. Do segundo ao décimo terceiro capítulo do recurso educacional, são apresentadas atividades que exploram individualmente cada uma das metodologias selecionadas. Já no décimo quarto capítulo, são propostas atividades que

combinam diferentes metodologias, o que reflete práticas comuns no contexto educacional. Conforme reforçado nas considerações finais do Guia, não é necessário que o professor se preocupe excessivamente em classificar a metodologia utilizada, desde que o aprendizado dos alunos seja promovido.

No que diz respeito a compreender como avaliar o desempenho dos alunos em aulas que utilizam Metodologias Ativas, foi constatada a necessidade de estabelecer critérios avaliativos que valorizem tanto os estudantes quanto os professores. No Capítulo 2 dessa dissertação, são apresentadas diversas sugestões de avaliação, oferecendo instrumentos que permitem ao professor maior segurança ao aplicar as metodologias em seu contexto escolar. Além disso, cada atividade proposta no Guia inclui uma sugestão de avaliação, facilitando a atribuição de notas de acordo com a escala escolar.

Diante dos argumentos apresentados, concluímos que o objetivo geral deste trabalho foi alcançado, especialmente ao considerarmos o cumprimento dos objetivos específicos propostos, como a investigação das Metodologias Ativas, a análise crítica de sua implementação, a elaboração de atividades didáticas e a reflexão sobre formas de avaliação. No entanto, reconhecemos que as atividades presentes no Guia ainda podem ser aprimoradas e aprofundadas em futuros trabalhos.

Destacamos, ainda, que este trabalho se configura como um relato de experiência didática, cujas análises possuem cunho interpretativo. As reflexões aqui apresentadas foram construídas a partir de observações, leituras e vivências do autor durante o processo de elaboração do Guia, sem a pretensão de esgotar o tema, mas sim de contribuir com perspectivas práticas e realistas sobre o uso das Metodologias Ativas.

Devido às limitações de tempo para a realização deste trabalho não foi possível aplicar as atividades propostas. Isto inviabilizou uma análise mais aprofundada sobre sua implementação. Nesse sentido, planejamos a produção de futuros artigos que utilizem o Guia como instrumento pedagógico.

Ressaltamos ainda que as atividades desenvolvidas servem de inspiração para a criação de novas propostas pedagógicas, tanto com as metodologias abordadas quanto com outras ainda não exploradas. Encorajamos os leitores, especialmente professores, a experimentarem as sequências didáticas aqui descritas, compartilhando experiências e contribuindo para a construção de uma aprendizagem matemática sólida.

Por fim, destacamos que, embora as Metodologias Ativas apresentem grande valor acadêmico e pedagógico, nenhum método pode ser tratado como único ou absoluto. O objetivo deste trabalho é contribuir para o aprimoramento da prática pedagógica, incentivando o professor a articular diferentes metodologias de ensino a fim de construir

planejamentos que sejam atrativos para os alunos e, simultaneamente, promovam uma aprendizagem significativa.

# Referências

---

- 1 -UFG, I. *Cultura maker e o ensino a distância*. 2021. Disponível em: <<https://ipelab.ufg.br/n/145025-cultura-maker-e-o-ensino-a-distancia>>. Acesso em: 25 jul. 2024.
- 2 A; E. A. LEAL, M. A. S. A. M. P. DE. Evidências Empíricas da Aplicação do Método Problem-based Learning (PBL) na Disciplina de Contabilidade Intermediária do Curso de Ciências Contábeis. *XXXII Encontro da ANPAD*, Rio de Janeiro-RJ, p. 5–6, 2008.
- 3 A. LEÃO J; F. S. CARDOSO, H. W. R. T. M. DE. Método do caso como ferramenta de transformação da educação jurídica brasileira. *Revista Brasileira de Direito*, Atitus, Passo Fundo-RS, v. 17, n. 1, p. 40–50, 2021.
- 4 AL, L. A. ET. *A Avaliação Formativa Num Ensino Diferenciado*. 6. ed. Coimbra - Portugal: Almedina, 1991. P. 307.
- 5 AL, R. B. W. ET. *John Dewey*. 1. ed. Recife - PE: Editora Massangana, 2010. P. 136.
- 6 ALBUQUERQUE, M. C. R. Rotação por Estações: uma estratégia metodológica eficaz para o ensino da botânica. *Revista Docentes - Secretaria da Educação do Estado do Ceará*, v. 8, n. 23, p. 49–55, 2023. Disponível em: <<https://periodicos.seduc.ce.gov.br/revistadocentes/article/view/919/336>>. Acesso em: 29 jul. 2024.
- 7 ALMEIDA; K. P. DA SILVA; R. E. VERTUAN, L. W. DE. *Modelagem Matemática na educação básica*. 1. ed. São Paulo - SP: Editora Contexto, 2012. P. 157.
- 8 ANDRADE FILHO; ELINEIDE CAVALCANTI DE OLIVEIRA; JORGE JOSÉ KLAUCH; LUCIANA MONTEIRO DOS SANTOS; MARIA CLEONICE SANTOS DE MELO PENHA, M. A. S. DE. Metodologias Ativas na avaliação do ensino superior. *Revista Ilustração*, v. 5, n. 9, p. 135–152, 2024. Disponível em: <<https://journal.editoraillustracao.com.br/index.php/ilustracao/article/view/390/330>>. Acesso em: 16 jul. 2025.
- 9 ATIVA, V. M. *Rotação por estações, como aplicar na minha escola?* 2023. Disponível em: <<https://vivametodologia.com/metodologia-ativa/rotacao-por-estacoes-como-aplicar-na-minha-escola/>>. Acesso em: 29 jul. 2024.
- 10 BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. 4. ed. São Paulo - SP: Editora Contexto, 2021. P. 389.
- 11 BERBEL, A. A. C. N. A. N. A Metodologia da Problematização com o Arco de Magueres e sua relação com os saberes de professores. *Semina: Ciências Sociais e Humanas*, Londrina-PR, v. 28, n. 2, p. 121–146, 2007.
- 12 BERBEL, N. A. N. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos? *Revista Interfase*, Unesp, Botucatu-SP, v. 2, n. 2, p. 139–154, 1998.
- 13 BERMÚDEZ, M. *Geometría - Realidad Aumentada*. 2016. Disponível em: <<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.ZombieStudio.GeometryAR>>. Acesso em: 31 jul. 2024.
- 14 BERMÚDEZ, M. *Realidad Aumentada*. 2016. Disponível em: <<https://drive.google.com/drive/folders/1YtE-FbGmoZyCNjmpjzZqTDDYHHdyg9Fn>>. Acesso em: 31 jul. 2024.
- 15 BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem na Educação Matemática e na Ciência*. 1. ed. São Paulo-SP: Editora Livraria da Física, 2016. P. 368. ISBN 978-85-7861-401-0.
- 16 BOALER, J. *Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*. 1. ed. São Paulo: Penso Editora, 2018. P. 272. (Desafios da Educação). ISBN 9788584291144.

- 17 BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. 2017. Disponível em: <<https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 1 jun. 2025.
- 18 BRASIL. *Currículo Referência de Minas Gerais - Ensino Fundamental*. 2017. Disponível em: <<https://acervodenoticias.educacao.mg.gov.br/images/documentos/%2020181012%20%20Curr%C3%ADculo%20Refer%C3%Aancia%20de%20Minas%20%20Gerais%20vFinal.pdf>>. Acesso em: 24 jul. 2024.
- 19 BRASIL. *Lei Nº 15.100, de 13 de janeiro de 2025*. 2025. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2023-2026/2025/Lei/L15100.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2023-2026/2025/Lei/L15100.htm)>.
- 20 BRASIL. *Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (com última atualização em 27/10/2009)*. 2009. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L9394.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm)>. Acesso em: 1 ago. 2024.
- 21 C; H. R. HILDEBRAND, A. M. A. DE. O Ensino e a Aprendizagem em comunidades Indígenas por meio das artes e jogos digitais utilizando a Teoria do Flow. São Paulo-SP, n. 1, p. 1–14, 2024.
- 22 C. F. DE ANDRADE; P. R. DE SOUZA, M. DO. Modelos de Rotação do Ensino Híbrido: Estações de Trabalho e Sala De Aula Invertida. *Revista E-Tech: Tecnologias para Competitividade Industrial*, v. 9, n. 1, p. 3–16, 2016. Disponível em: <<https://etech.sc.senai.br/revista-cientifica/article/view/773/425>>. Acesso em: 29 jul. 2024.
- 23 C. M. NETO, F. DAS. *A Cultura Maker no Ensino de Matemática: uma via para aprendizagem da trigonometria a partir da resolução de problemas*. 2021. Diss. (Mestrado) – Universidade Estadual do Maranhão (UEMA) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.
- 24 C. SANTIAGO; V. A. DE MORAES; R. J. DE ALMEIDA, R. DE. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos? *Revista Brasileira de Educação Médica*, Brasília-DF, v. 44, n. 162, p. 11, 2020.
- 25 C. SILVA; S. R. M. CRUZ; W. F. SAHB; C. M. C. S. COSTA, A. J. DE. Metodologias Ativas: Origem, Características, Potencialidades, Limitações e Relações Possíveis. *ReMATE*, v.2, n.1, 2021.
- 26 CAMARGO, W. F. *Avaliação da aprendizagem no ensino fundamental*. 2010. Diss. (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina.
- 27 CAMARGO RIBEIRO, L. R. DE. Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL) na educação em engenharia. *Revista de Ensino de Engenharia*, v. 115, n. 2, p. 23–32, 2008. Disponível em: <[https://ugb.edu.br/arquivossite/MethodologiasAtivas/AprendizagemBaseadaEmProblemas/APRENDIZAGEM\\_BASEADA\\_EM\\_PROBLEMAS\\_PBL\\_NA\\_EDUCACAO\\_.pdf](https://ugb.edu.br/arquivossite/MethodologiasAtivas/AprendizagemBaseadaEmProblemas/APRENDIZAGEM_BASEADA_EM_PROBLEMAS_PBL_NA_EDUCACAO_.pdf)>. Acesso em: 29 jul. 2024.
- 28 CASTANHA, V. B. V. A. P. O Papel exercido pela afetividade na transição do 5º para o 6º ano do Ensino Fundamental. *Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE - Artigos*, v. 1, p. 21, 2016. Disponível em: <[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2016/2016\\_artigo\\_ped\\_unioeste\\_vandabressan.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_ped_unioeste_vandabressan.pdf)>. Acesso em: 29 jul. 2024.
- 29 CASTRO, A. B. S. Storytelling: narrativas que dão voz às organizações. *The Trends Hub*, Porto-Portugal, n. 4, p. 1–10, 2024.
- 30 CHRISTEL, O. A. G. F. Entre Certezas e Dúvidas: Aproximando a Matemática da Aprendizagem Baseada em Problemas. *Revista Científica FESA*, Rio de Janeiro-RJ, v. 14, n. 3, p. 93–101, 2024. Disponível em: <<https://revistafesa.com/index.php/fesa/article/view/387/363>>. Acesso em: 21 jul. 2025.
- 31 COIMBRA, C. L. A aula expositiva dialogada em uma perspectiva freireana. *LEAL, E. A; MIRANDA, G. J; CASA NOVA, S. P. de C. Revolucionando a Sala de Aula: como envolver o estudante aplicando técnicas de metodologias ativas de aprendizagem*. Editora Atlas, São Paulo-SP, p. 1–13, 2017.

- 32 COSTA, A. O Potencial do Task-Based Learning (TBL) na Aprendizagem de uma Língua Estrangeira. *Via Panorâmica: Revista de Estudos Anglo*, Porto-Portugal, v. 3, n. 6, p. 63–71, 2017.
- 33 COSTA, M. A. DA. *Metodologias ativas aplicadas ao ensino remoto emergencial (ebook)*. 1. ed. Belo Horizonte - MG: CEFET-MG: 2020. P. 48.
- 34 EUGENIO, T. *Aula em jogo: descomplicando a gamificação para educadores*. 1. ed. São Paulo - SP: Editora Évora, 2020. P. 288. ISBN 9786588199152.
- 35 FILHO, N. P. R. Aprendizagem baseada em problemas aplicada em cursos de graduação na área de tecnologia da informação. *Studies in Engineering and Exact Sciences*, Studies Publicações, Curitiba- PR, v. 4, n. 2, p. 439–455, 2023.
- 36 FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa*. 51. ed. Rio de Janeiro - RJ: Paz e terra, 2014. P. 144. ISBN 9788577532261.
- 37 FREITA; EDERSON WILCKER FIGUEIREDO LEITE, N. A. DE. Origens da gamificação e a aplicabilidade no ensino de História: uma experiência na amazônia amapaense. *Revista Científica Sigma*, Rio de Janeiro-RJ, v. 4, n. 4, p. 165–186, 2023.
- 38 GARCIA, E. F. Revisão Bibliométrica sobre: Design Thinking. *Revista Destaques Acadêmicos*, v. 17, n. 1, p. 135–147, 2025. Disponível em: <<https://www.univates.br/revistas/index.php/destaques/article/view/4079/2563>>. Acesso em: 21 jul. 2025.
- 39 GOMEZ, A. I. P. *Educação Na Era Digital: a escola educativa (tradução de Marisa Guedes)*. Porto Alegre: Penso, 2015.
- 40 GUERRA, R. M. C. L. B. *Neurociência e educação: Como o cérebro aprende*. 1. ed. Porto Alegre-RS: Artmed, 2011. P. 151. ISBN 9788536326078. Acesso em: 29 jul. 2024.
- 41 HARDOIM, M. É. P. S. E. L. Rotação por Estações na escola pública: limites e possibilidades em uma aula de Biologia. *Ensino em foco: produção de conhecimento em educação*, Salvador-BA, v. 2, n. 4, p. 11–24, 2019.
- 42 HAYDT, R. C. *Avaliação do processo ensino-aprendizagem*. 6. ed. São Paulo - SP: Ática, 2008. P. 160.
- 43 SILVA; J. M. N. DAVID, G. B. DA. *Guia da Sala de Aula Invertida*. 1. ed. Juiz de Fora- MG, 2023. P. 45.
- 44 IIZUKA, E. S. O método do caso de Harvard: reflexões sobre sua pertinência ao contexto brasileiro. *XXXII Encontro da ANPAD*, Rio de Janeiro-RJ, v. 32, p. 14, 2008.
- 45 JÚNIOR, E. L. P. *Estudo de Probabilidade por meio da estratégia de Aprendizagem TBL (Aprendizagem em Equipe)*. 2022. Diss. (Mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - PROFMAT.
- 46 KATIA MILANI LARA BOSSI, J. S. Metodologias ativas no ensino de Matemática: estado da arte. *Research, Society and Development*, v. 9, n. 4, p. 1–12, 2020. Disponível em: <<https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/2819/2201>>. Acesso em: 15 jul. 2025.
- 47 KIM, B. A popularidade da gamificação na era móvel e social. *American Library Association*, v. 51, n. 2, p. 5–9, 2015.
- 48 KIRNER, C. K. T. G. Evolução e Tendências da Realidade Virtual e da Realidade Aumentada. *XIII Simpósio de Realidade Virtual e Aumentada*, Uberlândia-MG, p. 10–25, 2011.
- 49 KNIJNIK, M. T. Q. G. Modelagem Matemática na escola básica: surgimento e consolidação. *Caderno Pedagógico*, Lajeado - RS, v. 9, n. 1, p. 9–26, 2012.
- 50 LACERDA, R. *Jon Bergmann explica o conceito de sala de aula invertida*. 2018. Disponível em: <<https://desafiosdaeducacao.com.br/jon-bergmann-e-a-sala-de-aula-invertida/>>. Acesso em: 18 jul. 2024.
- 51 LIBÂNEO, J. C. *Didática*. 2. ed. São Paulo - SP: Cortez, 2013. P. 288. (Prática pedagógica: Educação). ISBN 9788524925573.

- 52 LICOSA, G. M. D. *Contribuições do Design Thinking no Ensino Fundamental - Anos Iniciais em um contexto de aprendizagem por projeto*. 2021. Diss. (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- 53 LOBO, P. T. T. P. Aprendizagem baseada em grupos: uma aplicação no curso de graduação em economia da Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas. *GVcasos - Revista Brasileira de Casos de Ensino em Administração*, São Paulo - SP, v. 14, Número Especial, p. 1–12, 2024.
- 54 LOPES, J. I. M. *O Estudo de Semicondutores no Ensino Médio: Uma proposta de Sala de Aula Invertida*. 2018. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará.
- 55 M. PORTO; K. E. OLIVEIRA; E. M. DA G. NETO, C. DE. *Realidade aumentada e a potencialidade do aplicativo*. In: *App-learning: experiências de pesquisa e formação*. 1. ed. Salvador - BA: EDUFBA, 2016. P. 256.
- 56 MACEDO, I. C. S. S. S. K. O. S. A. L. T. F. F. M. A. Como aprende o cérebro: descobertas recentes e aplicações na educação. *Rebena - Revista Brasileira De Ensino E Aprendizagem*, v. 7, p. 515–526, 2023. Disponível em: <<https://rebena.emnuvens.com.br/revista/article/view/173>>.
- 57 MATOS, A. A. M. F. DE. *A modelação matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º Ciclo do Ensino Básico - Relatório Final de Estágio no 2.º Ciclo em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º CEB*. 2018. Diss. (Mestrado) – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro.
- 58 MATTAR, J. *Games em educação: como os nativos digitais aprendem*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- 59 MEDEIROS, J. R. T. *O estudo dos logaritmos: uma abordagem utilizando-se jogos e materiais concretos*. 2017. Diss. (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.
- 60 MORAN, J. *Metodologias ativas de bolso: Como os alunos podem aprender de forma ativa, simplificada e profunda*. 1. ed. São Paulo: Arco 43, 2019. P. 96. (Coleção de Bolso). ISBN 978-8510076579.
- 61 MORAN, L. B. J. *Metodologias ativas para uma educação inovadora: Uma abordagem teórico-prática*. 1. ed. Porto Alegre-RS: Penso Editora, 2017. P. 260.
- 62 OLIVEIRA MAIA; DANIEL BRANDÃO MENEZES; FRANCISCO HERBERT LIMA VASCONCELOS, J. R. N. L. E. DE. A Cultura Maker como Metodologia Ativa de Ensino: Contribuições, Desafios e Perspectivas na Educação. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, v. 25, n. 1, p. 107–115, 2024. Disponível em: <<https://revistaensinoeducacao.pgsscogna.com.br/ensino/article/view/11179/7017>>. Acesso em: 21 jul. 2025.
- 63 OLIVEIRA; J. A. DOS S. CRUZ; M. H. C. OLIVEIRA; W. F. DA SILVA, J. R. T. M. J. D. S. DE. Relato de experiência da Construção de uma proposta de atividade de Modelagem Matemática. *V ENOPEM - Encontro Nacional online de Professores que Ensinam Matemática*, Belo Horizonte- MG, p. 1–12, 2024.
- 64 OLIVEIRA; JOSÉ LUIZ DE ANDRADE BARBOSA, F. DE. O uso da realidade aumentada nas aulas de matemática. *OBSERVATÓRIO DE LA ECONOMÍA LATINOAMERICANA*, v. 22, n. 7, p. 1–8, 2024. Disponível em: <<https://ojs.observatoriolatinoamericano.com/ojs/index.php/olel/article/view/5888/3767>>.
- 65 ORGANIZADORES ALESSANDRA VITORINO NAGHETTINI, U. B. S. D. S. *Metodologias ativas : manual para profissionais da saúde (ebook)*. 1. ed. Goiânia - GO: Cegraf UFG, 2020. P. 42.
- 66 PAULA; C. B. MARTINS; T. DE OLIVEIRA, B. B. DE. Análise da crescente influência da Cultura Maker na Educação: Revisão Sistemática da Literatura no Brasil. *Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico*, v. 7, e134921, p. 1–23, 2021. Disponível em: <<https://sistemascmc.ifam.edu.br/educitec/index.php/educitec/article/view/1349/695>>. Acesso em: 29 jul. 2024.
- 67 PEIXOTO, L. L. W. O Método de Estudo de Caso na Metodologia da Pesquisa Científica e o Método de Caso no Processo Didático de Ensino Aprendizagem: uma análise comparativa entre suas características, suas vantagens e desvantagens. *XVI Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia (SEGGeT)*, Rio de Janeiro-RJ, n. 6, p. 1–15, 2018.

- 68 PIAGET, J. *Psicologia e Pedagogia*. 10. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2010. P. 172. ISBN 978-8521804727.
- 69 PROFESSOR., E. D. *Metodologias Ativas*. 2020. Disponível em: <[https://professor.escoladigital.pr.gov.br/metodologias\\_ativas](https://professor.escoladigital.pr.gov.br/metodologias_ativas)>. Acesso em: 24 jul. 2024.
- 70 PROFMAT. *ENA – 2024 – Gabarito com Soluções*. 2023. Disponível em: <<https://profmatsbm.org.br/wp-content/uploads/sites/4/sites/4/2023/10/Solucoes-ENA-2024.pdf>>. Acesso em: 30 jul. 2024.
- 71 RATHMANN, L. G. *Design Thinking na formação continuada de professores da Educação Básica: uma construção coletiva entre pesquisadores e docentes de uma escola estadual do Rio Grande do Sul*. 2023. Diss. (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
- 72 REIS, F. A. G. V. *Aplicação da Metodologia da Problematização em disciplinas de Engenharia Ambiental*. 2005. Diss. (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista.
- 73 REIS, F. L. DOS. *O Ensino de Matemática e os desafios da prática pedagógica*. 2023. Diss. (Mestrado) – Faculdade de Inhumas FACMAIS.
- 74 REIS, M. G. *Realidade Aumentada aplicada ao ensino da simetria molecular*. 2013. Diss. (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina.
- 75 REZENDE ROCHA, L. DE. *Educação Matemática: fundamentos e metodologia*. São Paulo: Cortez, 2000.
- 76 ROSSI, D. A. H. F. D. *Guia Didático do Design Thinking: Uma metodologia ativa para estimular a criatividade, a inovação e o empreendedorismo em sala de aula*. 1. ed. Jaguari - RS: (Produto Educacional) Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica - Instituto Federal Farroupilha, 2020. P. 36.
- 77 SANAR, R. *PBL na medicina: metodologia, vantagens e desvantagens, faculdades que adotam e muito mais!* 2019. Disponível em: <<https://sanarmed.com/pbl-na-medicina-metodologia-vantagens-e-desvantagens-faculdades-que-adotam-e-muito-mais/>>. Acesso em: 19 jul. 2024.
- 78 SANT'ANNA, I. M. *Por que avaliar? Como avaliar: critérios e instrumentos*. 17. ed. Petrópolis - RJ: Editora Vozes, 2014. P. 136.
- 79 SANTOS, N. M. DOS. Além dos livros: Uma revisão de literatura do papel da Gamificação no ensino de História. *Journal of Education, Science and Health – JESH (Revista de Educação, Ciência e Saúde)*, Teresina-PI, v. 2, n. 4, p. 1–9, 2024.
- 80 SANTOS, T. C. V. J. *Estudos e práticas em psicologia, psicopedagogia e neuropsicopedagogia – uma interface com a educação*. 1. ed. São Paulo - SP: Mentis Abertas, 2023. P. 214. ISBN 9786598245719.
- 81 SAVIANI, D. Fundamentos filosóficos e pedagógicos das Metodologias de Ensino. *Série Acadêmica, PUC-Campinas, n.35, p. 7-19*, 2017.
- 82 SCHUYTEMA, P. *Design de Games: uma Abordagem Prática*. 1. ed. São Paulo-SP: Editora Cengage, 2008. P. 472. ISBN 9788522106158.
- 83 SILVA, A. S. DA. *Motivação e percepção da aprendizagem de alunos do ensino médio após a abordagem das infecções sexualmente transmissíveis por meio dos métodos da instrução por pares e da aula expositiva dialogada*. 2022. Diss. (Mestrado) – Universidade de Brasília.
- 84 SILVA, L. M. D. Ludicidade e matemática: um novo olhar para aprendizagem. *Revista Psicologia Saberes*, v. 4, n. 5, p. 10–22, 2015. Disponível em: <<https://revistas.cesmac.edu.br/psicologia/article/view/726/602>>. Acesso em: 15 jul. 2025.
- 85 SILVA; H. L. P. RUFINO, L. G. P. DA. Revisão sistemática sobre as vantagens e desafios no uso de realidade aumentada como ferramenta pedagógica no ensino médio. *Revista UFSM: Educação*, Santa Maria - RS, v. 46, p. 1–31, 2021.

- 86 SILVA; R. L. DOS SANTOS, G. L. S. J. L. L. C. A. J. G. J. B. DA. Gamificação e Ensino Híbrido na Sala de Aula de Física: Metodologias Ativas Aplicadas Aos espaços de Aprendizagem e na Prática Docente. *Revista Conexões Ciência e Tecnologia*, IFCE, Fortaleza - CE, v. 11, n. 2, p. 45–52, 2017. Disponível em: <<https://conexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/article/view/1181>>. Acesso em: 18 jul. 2024.
- 87 SILVA; ROSANE ROSSATO BINOTTO, A. L. B. H. L. C. P. DA. Equações diofantinas lineares por meio da resolução de problemas: possibilidades para cursos de licenciatura em matemática. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, São Paulo - SP, v. 25, n. 3, p. 322–343, 2023.
- 88 SOUZA, S. B. P. E. A. DE. Uma contribuição à prática interdisciplinar no ensino da contabilidade: o método do caso. *XIV Congresso Brasileiro de Contabilidade*, Goiânia-GO, p. 1–19, 2000.
- 89 SOUZA SILVA, B. A. DE. Gamificação como recurso de ensino da matemática. *TANGRAM - Revista De Educação Matemática*, v. 7, n. 2, p. 168–178, 2024.
- 90 STUBER, E. C. O design thinking põe o foco no ser humano. *Revista HSM Management*, v. 115, p. 24–27, 2016. Disponível em: <<https://portalidea.com.br/cursos/54dd75496bc039f54cd0af3f14ea57b8.pdf>>. Acesso em: 29 jul. 2024.
- 91 TARDIF, C. G. M. *A pedagogia: teorias e práticas da Antiguidade aos nossos dias. Tradução de Guilherme João de Freitas Teixeira*. 2. ed. Petrópolis - RJ: Vozes, 2013. P. 447.
- 92 TAVARES, J. D. *Um estudo da Realidade Aumentada como tecnologia de ensino-aprendizagem na área de Design*. 2021. Diss. (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
- 93 THUM, C. P. Understanding the meaning of learning centers. *Reading World*, v. 20, n. 2, p. 99–106, 1980. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/19388078009557579>>. Acesso em: 21 jul. 2025.
- 94 VISCA, J. *Psicopedagogia - Novas Contribuições*. 2. ed. São Paulo - SP: Novas Fronteiras, 2002. P. 119. ISBN 9788520903445.
- 95 W. PEDRO, E. A. *Guia prático de Neuroeducação: Neuropsicopedagogia, neuropsicologia e neurociência (Organização de Waldir Pedro)*. 2. ed. Rio de Janeiro - RJ: Wak, 2018. P. 344. ISBN 9788578543822.

# **Anexo I**

## **Produto Educacional**

---



# Guia de Metodologias Ativas para Professores de Matemática - 60 Anos -

Joel Ricardo Teixeira Medeiros  
Pedro Henrique Pereira Daldegan



# Guia de Metodologias Ativas para Professores de Matemática - 60 Anos -

Recurso Educacional apresentado ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre. Aprovado em Defesa de Mestrado realizada no dia 07 de julho de 2025.

**Guia de Metodologias Ativas para Professores de Matemática - 6º Ano -**

Copyright ©2025 Joel Ricardo Teixeira Medeiros e Pedro Henrique Pereira Daldegan

Direitos reservados ao CEFET-MG

A reprodução não autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98).

**Montagem da capa e diagramação**

Joel Ricardo Teixeira Medeiros

**Preparação de textos**

Joel Ricardo Teixeira Medeiros

Pedro Henrique Pereira Daldegan

**Revisão**

Eder Marinho Martins

Fernanda Aparecida Ferreira

Jane Lage Bretas

Lúcia Helena dos Santos Lobato

Pedro Henrique Pereira Daldegan

**Distribuição**

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Av. Amazonas, 7675, Nova Gameleira

30510-000, Belo Horizonte - MG

+55 (31) 3319-6722 - (31) 3319-6724

<https://www.ng.cefetmg.br>

**Joel Ricardo Teixeira Medeiros  
Pedro Henrique Pereira Daldegan**

# **Guia de Metodologias Ativas para Professores de Matemática - 60º Ano -**



## Prefácio

O ambiente escolar está em constante transformação, tornando de suma importância a formação contínua dos educadores, especialmente na implementação eficaz das Metodologias Ativas. Diante disso, este Guia tem como objetivo compartilhar um valioso conjunto de práticas pedagógicas que podem ser úteis no planejamento das aulas de Matemática do 6º ano.

As técnicas expostas aqui foram elaboradas pelo professor Joel Ricardo, com sugestões e aprimoramentos oferecidos por seu orientador, Pedro Daldegan, durante a produção de seu trabalho de conclusão de curso do PROFMAT (Programa de Mestrado Profissional em Matemática) no CEFET-MG (Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais).

Tendo em vista que a abordagem tradicional deve ser somada a outros métodos e estratégias pedagógicas dinâmicas, este material busca proporcionar ferramentas e estratégias práticas que estimulem a reflexão e o aprimoramento profissional, contribuindo para um processo de ensino-aprendizagem mais envolvente e eficaz.

Ao longo do Guia são apresentadas doze Metodologias Ativas: Aula Expositiva Dialogada, Gamificação, Aprendizagem Baseada em Equipes, *Design Thinking*, Cultura Maker, Aprendizagem Baseada em Problemas, Modelagem Matemática, Realidade Aumentada, Problemáticação, Método de Casos, Sala de Aula Invertida e Rotação por Estações.

As sessões foram organizadas de acordo com a ordem em que as disciplinas são introduzidas no plano de Curso do Currículo Referência de Minas Gerais de 2024, garantindo uma abordagem sequencial e coerente.

O primeiro capítulo aborda o que seria este Guia de Metodologias Ativas para Professores de Matemática - 6º ano. Os doze capítulos seguintes abordam conceitos fundamentais relacionados à Metodologia Ativa em foco, com a integração de uma sequência didática relacionada. O décimo quarto capítulo explora atividades que contêm mais de uma Metodologia Ativa entre as citadas anteriormente. O último capítulo contém as considerações finais dos autores.

As práticas pedagógicas apresentadas foram cuidadosamente criadas e adaptadas para proporcionar aos professores de Matemática possibilidades de integrar essas Metodologias Ativas, enriquecendo suas abordagens pedagógicas, com o intuito de alcançar resultados que atendam a uma diversidade maior de alunos.

Esperamos que este material seja considerado uma valiosa ferramenta de apoio ao uso criativo das metodologias analisadas, levando ao fortalecimento da prática pedagógica, beneficiando o ambiente escolar e contribuindo para a formação integral dos alunos.

**Joel Ricardo e Pedro Daldegan**



## Sumário

I	<b>Decifrando o Guia</b>	
1	<b>Decifrando o Guia</b> .....	<b>11</b>
1.1	<b>Conteúdos de Matemática do 6º ano</b> .....	<b>12</b>
II	<b>Aula Expositiva Dialogada</b>	
2	<b>Aula Expositiva Dialogada</b> .....	<b>18</b>
2.1	<b>Atividade I - O Surgimento dos Números</b> .....	<b>20</b>
III	<b>Gamificação</b>	
3	<b>Gamificação</b> .....	<b>26</b>
3.1	<b>Atividade II - O <i>Rush</i> da Multiplicação</b> .....	<b>28</b>
IV	<b>Aprendizagem Baseada em Equipes</b>	
4	<b>Aprendizagem Baseada em Equipes</b> .....	<b>33</b>
4.1	<b>Atividade III - O Enigma do Rei</b> .....	<b>34</b>

<b>V</b>	<b>Design Thinking</b>	
<b>5</b>	<b>Design Thinking</b> .....	<b>42</b>
<b>5.1</b>	<b>Atividade IV - Sinalização Angular</b> .....	<b>43</b>
<b>VI</b>	<b>Cultura Maker</b>	
<b>6</b>	<b>Cultura Maker</b> .....	<b>50</b>
<b>6.1</b>	<b>Atividade V - Triângulos e Quadriláteros: formas em ação</b> .....	<b>52</b>
<b>VII</b>	<b>Aprendizagem Baseada em Problemas</b>	
<b>7</b>	<b>Aprendizagem Baseada em Problemas</b> .....	<b>57</b>
<b>7.1</b>	<b>Atividade VI - A festa surpresa da diretora</b> .....	<b>59</b>
<b>VIII</b>	<b>Modelagem Matemática</b>	
<b>8</b>	<b>Modelagem Matemática</b> .....	<b>63</b>
<b>8.1</b>	<b>Atividade VII - A Corrida dos Números</b> .....	<b>64</b>
<b>IX</b>	<b>Realidade Aumentada</b>	
<b>9</b>	<b>Realidade Aumentada</b> .....	<b>70</b>
<b>9.1</b>	<b>Atividade VIII - Poliedros imersivos</b> .....	<b>72</b>
<b>X</b>	<b>Problematização</b>	
<b>10</b>	<b>Metodologia de Problematização</b> .....	<b>89</b>
<b>10.1</b>	<b>Atividade IX - O Parque de diversões</b> .....	<b>91</b>
<b>XI</b>	<b>Método de Casos</b>	
<b>11</b>	<b>Método de Casos</b> .....	<b>96</b>
<b>11.1</b>	<b>Atividade X - A horta</b> .....	<b>98</b>

## **XII Sala de Aula Invertida**

<b>12</b>	<b>Sala de Aula Invertida</b> .....	<b>103</b>
<b>12.1</b>	<b>Atividade XI - Investigando a Porcentagem</b> .....	<b>105</b>

## **XIII Rotação por Estações**

<b>13</b>	<b>Rotação por Estações</b> .....	<b>111</b>
<b>13.1</b>	<b>Atividade XII - Rotação de Medidas</b> .....	<b>113</b>

## **XIV Complementando as Habilidades do 6º ano**

<b>14</b>	<b>Complementando as Habilidades do 6º ano</b> .....	<b>121</b>
<b>14.1</b>	<b>Atividade XIII - Partilha em equilíbrio</b> .....	<b>121</b>
<b>14.2</b>	<b>Atividade XIV - Jogos probabilísticos</b> .....	<b>128</b>
<b>14.3</b>	<b>Atividade XV - Sustentabilidade em ação</b> .....	<b>131</b>

## **Considerações Finais**

<b>Considerações Finais</b> .....	<b>135</b>
-----------------------------------	------------

## **Referências Bibliográficas**

<b>Bibliografia</b> .....	<b>138</b>
---------------------------	------------

## **Índice Remissivo**

<b>Índice Remissivo</b> .....	<b>141</b>
-------------------------------	------------

## **Autores**

<b>Autores</b> .....	<b>143</b>
----------------------	------------



# Decifrando o Guia

<b>1</b>	<b>Decifrando o Guia</b> .....	<b>11</b>
1.1	Conteúdos de Matemática do 6º ano	



## 1. Decifrando o Guia



Seja muito bem-vindo(a) a esta jornada de descobertas sobre Metodologias Ativas. Este Guia foi pensado para todo professor que busca ir além das práticas convencionais de ensino. Por isso, este material pretende oferecer não apenas ferramentas, mas também ideias que estimulem a criatividade e inspirem o professor a promover experiências de ensino alinhadas às necessidades reais da sala de aula. Por exemplo, o número de recursos que a escola oferece, a quantidade de alunos em sala, motivação e interesse dos alunos, a dificuldade dos alunos com disciplinas exatas, especificidades de aprendizagem, as limitações curriculares, etc, podem alterar completamente a forma com que o professor irá trabalhar.

Antes de mergulhar na exploração do material apresentado, é essencial compreender o que não se pretende alcançar com ele. As Metodologias Ativas não são processos engessados, com etapas rígidas a serem seguidas. Elas trazem consigo uma dinamicidade que é adaptável de acordo com a realidade da turma e com a abordagem do professor diante dos desafios que surgem em sua sala de aula.

Ao apresentar uma divisão em fases, é importante que o leitor compreenda que essa organização é apenas uma forma de facilitar seu entendimento e não uma regra absoluta a ser seguida. Afinal, não existe uma receita de bolo que facilite a aplicação de uma Metodologia Ativa como um todo. Por se tratar de algo vivo, diferentes metodologias podem se misturar no processo de aplicação com muita facilidade, e isto não é algo que atrapalhe seu funcionamento e eficácia; ao contrário, é uma peça privilegiada na facilitação do processo de aprendizagem.

De acordo com o dicionário Priberam [1], a palavra Guia pode ser traduzida como: “19. Livro que contém indicações úteis. 21. Publicação que pretende o ensino prático de algo. 22. Que dirige ou conduz”.

Com este Guia, o professor de Matemática terá em mãos um material que servirá como recurso prático para auxiliar sua prática pedagógica, melhorando seu repertório de atividades e abordagens metodológicas, enquanto proporciona uma experiência de aprendizado enriquecedora para os alunos. É importante ter em vista que, apesar de exemplificarmos cada metodologia, estamos oferecendo apenas um suporte para que o professor tenha indicações úteis de como aplicá-las, aumentando a visualização de possibilidades. Porém, ao aplicar, deve-se levar em consideração

todo o contexto em que se está inserido bem como os alunos.

Ao despertar o olhar dos professores para diferentes metodologias de ensino, esperamos que o professor se aproprie delas, como protagonista de cada uma, de modo que sua criatividade ao aplicar gere a adaptação das sequências didáticas apresentadas a uma versão própria, sem seguir um roteiro pré-definido, mas fluindo com leveza de acordo com a sua realidade. Inclusive, espera-se que, através das atividades criadas, surjam novas atividades elaboradas pelo próprio leitor.

Além disso, devemos ressaltar que o papel do professor no processo de ensino-aprendizagem com Metodologias Ativas é o de guiar e conduzir os alunos na construção do conhecimento. Atuando como um guia, orientando os estudantes na realização de atividades, provocando questionamentos, promovendo discussões e estimulando a reflexão crítica.

Cabe salientar que algumas metodologias são mais restritivas, pois requerem maior preparação e planejamento, bem como a utilização de recursos específicos ou adoção de técnicas que muitos alunos não estão familiarizados. Porém, isso não deve gerar seu descarte imediato, mas sim uma análise de quais adaptações podem ser realizadas ou mesmo quais elementos deste método seriam válidos incorporar a sua sala de aula.

Nesse sentido, é necessário abordar não apenas princípios teóricos que fundamentam as metodologias, mas também estratégias práticas para sua implementação, levando em consideração o contexto em que foram criadas, seus princípios, exemplos de técnica, apresentação de alguns benefícios e desafios encontrados em seu uso, finalizando com um exemplo de aplicação. Afinal, quando bem implementadas, as Metodologias Ativas vão além do mero conteúdo, podendo levar ao desenvolvimento de habilidades úteis para a vida profissional e social.

Por meio do uso dinâmico dessas metodologias, o estudante tem a oportunidade de fortalecer suas habilidades interpessoais, como a comunicação e o trabalho em equipe, uma vez que muitas dessas metodologias exigem colaboração e troca de ideias. Além disso, essas práticas favorecem a tomada de decisões e a abstração ao desafiar o aluno a se envolver com problemas e tarefas de maneira criativa, estimulando a análise de diferentes perspectivas e a integração de conhecimentos de modo estratégico.

Os 12 capítulos (Capítulos 2 a 13) dedicados às metodologias neste Guia foram estruturados de forma a apresentar cada metodologia com seus elementos essenciais, seguidos de atividades práticas que demonstram sua aplicação. Essa organização permite ao leitor explorar e compreender a funcionalidade prática de cada metodologia de maneira independente, sem a necessidade de seguir uma ordem linear de leitura. Assim, o leitor pode selecionar os capítulos de maior interesse e interagir de forma ajustável com as diferentes abordagens metodológicas apresentadas. Já o Capítulo 14 mescla o uso de diferentes metodologias em atividades contextualizadas, de maneira a evidenciar a flexibilidade dos conceitos abordados nos capítulos anteriores.

Além disso, para um estudo mais aprofundado — que inclui vantagens e desvantagens das metodologias aqui apresentadas — recomendamos a leitura da dissertação “Um Estudo de Metodologias Ativas para o Ensino de Matemática no 6º Ano”, a qual serviu de base para a elaboração deste guia.

A flexibilidade e a personalização são elementos essenciais para o sucesso da implementação das Metodologias Ativas no processo de ensino-aprendizagem. Este Guia é um convite para a reflexão e a ação, com potencial para tornar os professores agentes de mudanças positivas no próprio processo de Ensino de Matemática, conduzindo um ambiente de aprendizagem mais interessante e acessível às diversas realidades existentes no contexto escolar.

## 1.1 Conteúdos de Matemática do 6º ano

O 6º ano foi escolhido como foco deste estudo devido ao seu caráter de transição, momento em que os alunos estão mais propensos a explorar e aceitar novas abordagens. Esse estágio

do desenvolvimento escolar facilita a introdução de Metodologias Ativas, que estimulam um aprendizado com engajamento e motivação dos estudantes.

A transição para o segundo ciclo do ensino fundamental traz consigo uma série de desafios e novas responsabilidades para os alunos, que se tornam mais conscientes das exigências do currículo e das práticas escolares separadas por disciplinas. No entanto, é também um momento de grande curiosidade e disposição para novas experiências, o que torna os alunos mais abertos a aprender de maneiras diferenciadas e a se envolver no processo de ensino.

Nosso principal objetivo é explorar, ao longo deste material, todas as habilidades necessárias para essa série, a fim de fornecer ao leitor um compilado de atividades simultaneamente rico em conteúdo e estratégias pedagógicas. A intenção é fornecer um conjunto diversificado de recursos que contribuam para uma aprendizagem eficaz e significativa, abordando os temas de maneira aprofundada e estimulando o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos estudantes.

Deste modo, antes de iniciarmos a apresentação das atividades propostas, é crucial conhecermos os conteúdos e habilidades de Matemática trabalhados no 6º ano, conforme estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [2]. Com isso, busca-se garantir que as Metodologias Ativas propostas estejam em conformidade com as diretrizes estabelecidas, assegurando que as atividades desempenhem um papel efetivo no desenvolvimento destas. As habilidades do 6º ano previstas na BNCC são:

- (EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.
- (EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
- (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
- (EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).
- (EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.
- (EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
- (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.
- (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.
- (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.
- (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
- (EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.
- (EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da

potência de 10, mais próxima.

- (EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
- (EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
- (EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
- (EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
- (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
- (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
- (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
- (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação à lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
- (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
- (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
- (EF06MA23) Construir algoritmos para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).
- (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
- (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.
- (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
- (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
- (EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
- (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.
- (EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por um número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
- (EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráficos.

- (EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
- (EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e textos.
- (EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

Além dos conteúdos da BNCC, consideramos válido destacar o Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG), que foi construído a partir da BNCC, mas levando em consideração particularidades mineiras, que é o nosso público inicial de destino ao material produzido ao longo deste Guia, ele apresenta as seguintes habilidades complementares ao 6º ano:

- (EF06MA35MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números naturais.
- (EF06MA36MG) Operar com os números naturais: adicionar, subtrair, multiplicar, dividir, calcular potências, calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos.
- (EF06MA55MG) Identificar ângulo como mudança de direção.
- (EF06MA37MG) Fatorar números naturais em produto de números primos.
- (EF06MA38MG) Utilizar a fatoração em primos em diferentes situações problema.
- (EF06MA39MG) Resolver problemas que envolvam o algoritmo de Euclides.
- (EF06MA40MG) Determinar o M.D.C. e M.M.C. de números naturais.
- (EF06MA16X) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono, com ou sem o uso de tecnologias digitais.
- (EF06MA41MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números racionais.
- (EF06MA42MG) Operar com números racionais em forma fracionária: adicionar e subtrair.
- (EF06MA43MG) Operar com números racionais em forma decimal: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências.
- (EF06MA44MG) Interpretar e utilizar o símbolo  $\%$ .
- (EF06MA45MG) Efetuar cálculos de porcentagem.
- (EF06MA46MG) Relacionar o metro com seus múltiplos e submúltiplos.
- (EF06MA48MG) Relacionar o metro quadrado com seus múltiplos e submúltiplos.
- (EF06MA49MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de área.
- (EF06MA50MG) Relacionar o grama com seus múltiplos e submúltiplos.
- (EF06MA51MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de massa.
- (EF06MA52MG) Relacionar o metro cúbico com seus múltiplos e submúltiplos.
- (EF06MA53MG) Relacionar o decímetro cúbico com o litro e o mililitro.
- (EF06MA54MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de volume/capacidade.
- (EF06MA56MG) Relacionar o conceito de probabilidade com o de razão.

Ao delimitarmos o foco de nossa análise para o 6º ano, buscamos garantir uma abordagem específica e detalhada dos conteúdos matemáticos presentes nessa etapa escolar, conforme as habilidades citadas. Além disso, de acordo com o CRMG, é válido destacar que as cinco primeiras atividades fazem referência ao conteúdo programado do 1º bimestre escolar, da sexta à décima atividade fazem referência ao conteúdo previsto no 2º bimestre, a décima e décima primeira sobre o conteúdo do 3º bimestre, e da décima segunda à décima quinta ao conteúdo do 4º bimestre.

No entanto, é fundamental salientar que as estratégias e recursos metodológicos que serão apre-

sentados têm potencial para serem utilizados em outros anos letivos, promovendo uma aprendizagem significativa e dinâmica em diversas situações educacionais. Assim, mesmo concentrando-nos no 6º ano, nossa proposta visa fornecer subsídios que possam ser adaptados e enriquecidos em diferentes contextos de ensino, ampliando assim o alcance e a eficácia de sua aplicação.

Antes de iniciarmos o estudo das Metodologias Ativas e das respectivas atividades, é pertinente apresentar algumas dicas que podem ser úteis para a aplicação dessas metodologias de forma geral, conforme ilustrado na Figura 1.1.

Figura 1.1: Dicas para implementação de Metodologias Ativas




Fonte: Elaborado pelos autores



# Aula Expositiva Dialogada



## 2. Aula Expositiva Dialogada



A Aula Expositiva Dialogada representa uma metodologia em que há a exposição do conhecimento pelo facilitador do processo educativo (professor) e a construção ativa do saber por parte dos estudantes, numa dinâmica pautada por questionamentos, discussões e trocas de ideias.

Neste método, novas informações e conhecimentos são construídos a partir da síntese e internalização dos conteúdos, entre professor e alunos ao longo do processo educativo. Assim, através do diálogo entre professor e alunos, é possível promover uma visão ampla e integrada de conhecimento.

Apesar de ser uma metodologia amplamente conhecida, sua origem mostra-se incerta, sendo definida por alguns estudiosos como pré-socrática, conforme afirma Lima [3], “o método expositivo é um processo de comunicação oral anterior à descoberta da escrita e da imprensa. Pode-se imaginar, por exemplo, o professor das universidades medievais dispondo deste único recurso para fazer seus alunos aprenderem.”

A complexidade da origem da Aula Expositiva Dialogada está intimamente relacionada à forma como a informação era compartilhada nos tempos antigos. Dessa forma, essa abordagem evoluiu ao longo dos séculos, adaptando-se às necessidades de comunicação e aprendizagem de cada época, até chegar à metodologia que conhecemos hoje.

A partir dos estudos de Coimbra [4], são definidos cinco passos para a prática de Aula Expositiva Dialogada, conforme mostra a Figura 2.1, sendo válido ressaltar que os passos não seguem uma ordem inflexível, mas devem ser compreendidos como elementos interrelacionados que contribuem para a eficácia e a dinamicidade do processo de ensino-aprendizagem.

A **Inspiração** representa a fase inicial da aula, na qual o educador deve apresentar um estímulo que engaje os alunos com o conceito a ser abordado.

O segundo estágio, denominado **Problematização**, consiste em contextualizar o tema ou conteúdo em relação à realidade, por meio da formulação de questões que desafiam e explorem o assunto.

A **Reflexão** constitui o terceiro passo desta abordagem e requer um esforço tanto individual quanto coletivo, permitindo que alunos e docentes analisem e reflitam sobre o tema em questão.

Figura 2.1: Passos de aplicação da Aula Expositiva Dialogada



Fonte: Adaptado [4, pp. 45-47]

A **Transpiração**, o quarto estágio desta metodologia, refere-se ao estudo aprofundado do tema ou conteúdo. Esse estudo pode ser realizado de forma individual ou coletiva, dependendo da natureza do assunto e das características do ambiente educacional. O educador deve elaborar um roteiro ou colaborar na construção do planejamento para essa fase.

A **Síntese**, como etapa final da estratégia, envolve a capacidade de integrar o conhecimento adquirido de forma individual e coletiva, permitindo sua apresentação e compartilhamento, seja de forma escrita ou oral.

Com a apresentação das fases de aplicação da metodologia, torna-se essencial refletir sobre sua eficácia e seu impacto no processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, propõe-se uma sequência didática que explora a abordagem expositiva dialogada. Tal metodologia busca promover uma interação dinâmica entre o educador e os alunos, facilitando a construção do conhecimento por meio de discussões e trocas de ideias.

## 2.1 Atividade I - O Surgimento dos Números

Neste capítulo, apresentaremos a sequência didática de uma atividade envolvendo Aula Expositiva Dialogada. Essa abordagem consiste em uma aula na qual o professor narra uma história relacionada a descoberta dos desenhos que representavam números na caverna de *Lascaux*, na França.

A atividade tem como objetivo envolver os alunos na temática dos sistemas de numeração ao longo da história, e propõe a construção de uma linha do tempo com os principais sistemas de numeração utilizados pela humanidade. Esta proposta pode vir a se tornar uma boa aula inicial de conteúdo, uma vez que, através dessa proposta, buscamos estimular a reflexão crítica dos estudantes sobre a evolução dos números e suas representações ao longo do tempo, ampliando assim o seu conhecimento sobre a Matemática e sua história.

Por fim, apresentamos na Figura 2.4 um exemplo de linha do tempo, contendo os sistemas de numeração, que pode ser construída juntamente com os alunos.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: o Quadro 2.1 e as Figuras 2.2 e 2.4, que compõem uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, recomendamos a impressão da atividade representada na Figura 2.3.

### Referência Bibliográfica da Atividade

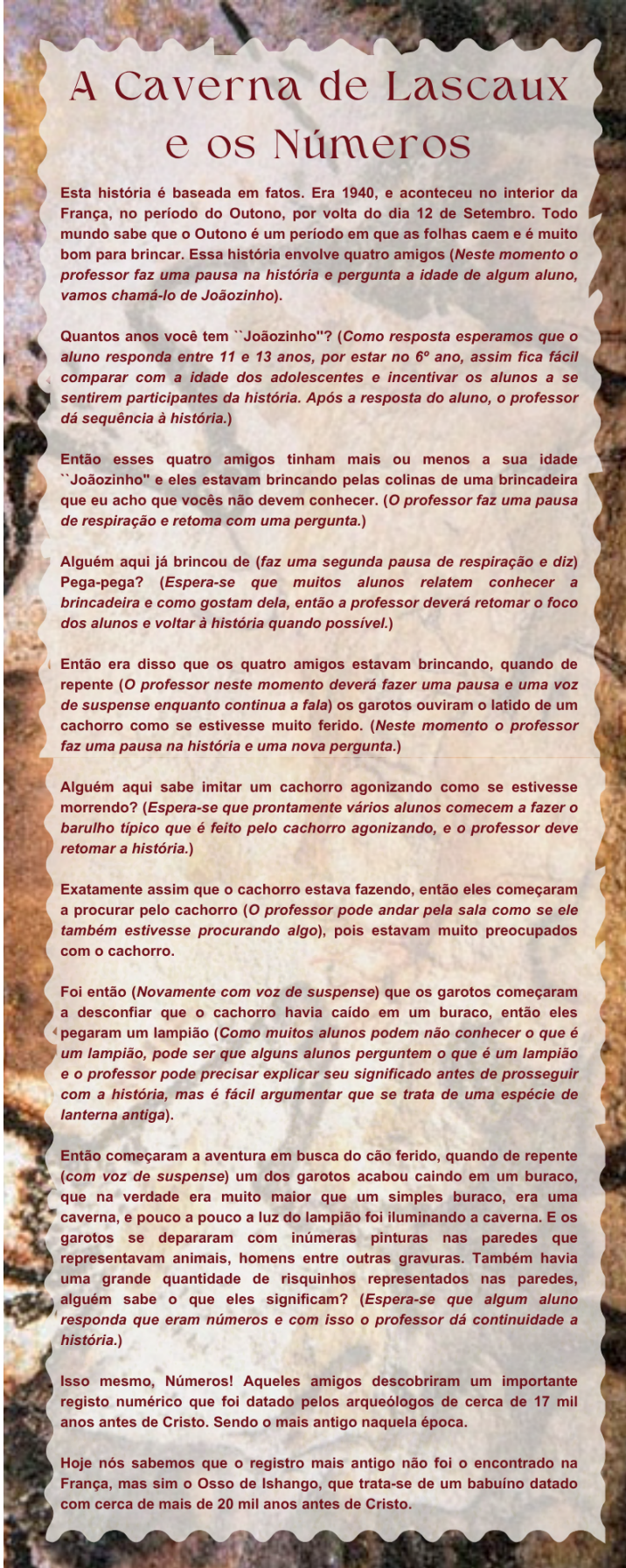
COLONESE, P. H.; SILVA, A. K. **Quatro meninos, um cachorro e uma gruta.** nov. 2021. Disponível em: <https://www.invivo.fiocruz.br/cienciaetecnologia/quatro-meninos-um-cachorro-e-uma-gruta/>. Acesso em: 24 jul.2024.

SANTOS, J. **A Matemática no Continente Africano: O Osso de Ishango.** jul. 2016. Disponível em: <https://www.matematicaefacil.com.br/2016/07/matematica-continente-africano-osso-ishango.html>. Acesso em: 25 jul.2024.

GOMES, E. **Linha do tempo: Evolução Dos números.** jun. 2017. Disponível em: <https://evanildes07.blogspot.com/2017/06/linha-do-tempo-evolucao-dos-numeros.html>. Acesso em: 25 jul.2024.

Quadro 2.1: Sequência Didática Atividade I - O Surgimento dos Números

<b>Conteúdo Abordado:</b> Construção dos sistemas de numeração	
<b>Objetivo:</b> Explorar a evolução dos números ao longo do tempo, a fim de compreender a importância das mudanças e transformações que ocorreram até chegar no nosso sistema de numeração.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica. (EF06MA02) Reconhecer o sistema de nu (EF06MA35MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números naturais.
<b>Pré-Requisitos:</b> Não apresenta.	
<b>Recursos didáticos:</b> Lápis, caneta, borracha, lousa, material próprio para desenho, pincel para escrita na lousa.	<b>Avaliação:</b> Os alunos são avaliados por concluir a sua própria linha do tempo e por sua participação durante a realização da atividade, principalmente o processo de construção da linha do tempo.
<b>Duração estimada:</b> 2 horas-aula não geminadas (100 minutos).	
<p><b>Desenvolvimento da atividade:</b> Consiste de 5 passos conforme a metodologia da Aula Expositiva Dialogada.</p> <p><i>Passo 1 (Inspiração):</i> O professor inicia a aula solicitando aos alunos que estejam atentos, pois narrará uma história relacionada ao surgimento dos números. Os alunos realizarão uma atividade avaliativa para a aula seguinte que se relaciona à história.</p> <p><i>Passo 2 (Problematização):</i> Consiste em narrar a história da descoberta da Caverna de Lascaux, incluindo detalhes como os registros em ossos. A Figura 2.2 contém uma versão de como apresentar a história.</p> <p><i>Passo 3 (Reflexão):</i> Consiste em perguntas norteadoras realizadas pelo professor de modo a possibilitar ao aluno abstrair dados importantes da história. Lista de perguntas sugeridas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1- Qual o registro mais antigo dos números que conhecemos? (<i>Espera-se que os alunos respondam que se trata do Osso de Ishango, 20 mil anos antes de Cristo.</i>)</li> <li>2- Qual outra informação nós temos sobre os números na história? De quando era o seu registro? (<i>O registro nas cavernas de cerca de 17 mil antes de Cristo.</i>)</li> <li>3- O que vocês acham que aconteceu com o cachorro? (<i>Espera-se que os alunos criem respostas para esta pergunta, porém o professor deve relatar aos alunos que o cachorro não foi encontrado e provavelmente veio a óbito.</i>)</li> </ol> <p><i>Passo 4 (Transpiração):</i> Como fase seguinte o professor deve solicitar que os alunos realizem como atividade extraclasse a proposta da Figura 2.3.</p> <p><i>Passo 5 (Síntese):</i> Na aula seguinte, o professor inicia recolhendo a atividade proposta na fase de Transpiração. Em seguida, constroi em conjunto com os alunos uma linha do tempo contendo os sistemas de numeração pesquisados, promovendo um espaço para o compartilhamento do conhecimento adquirido durante a atividade. Como exemplo de linha do tempo temos a Figura 2.4</p>	

Figura 2.2: A História da descoberta da Caverna de *Lascaux* e os Números

## A Caverna de Lascaux e os Números

Esta história é baseada em fatos. Era 1940, e aconteceu no interior da França, no período do Outono, por volta do dia 12 de Setembro. Todo mundo sabe que o Outono é um período em que as folhas caem e é muito bom para brincar. Essa história envolve quatro amigos *(Neste momento o professor faz uma pausa na história e pergunta a idade de algum aluno, vamos chamá-lo de Joãozinho).*

Quantos anos você tem "Joãozinho"? *(Como resposta esperamos que o aluno responda entre 11 e 13 anos, por estar no 6º ano, assim fica fácil comparar com a idade dos adolescentes e incentivar os alunos a se sentirem participantes da história. Após a resposta do aluno, o professor dá sequência à história.)*

Então esses quatro amigos tinham mais ou menos a sua idade "Joãozinho" e eles estavam brincando pelas colinas de uma brincadeira que eu acho que vocês não devem conhecer. *(O professor faz uma pausa de respiração e retoma com uma pergunta.)*

Alguém aqui já brincou de *(faz uma segunda pausa de respiração e diz)* Pega-pega? *(Espera-se que muitos alunos relatem conhecer a brincadeira e como gostam dela, então a professor deverá retomar o foco dos alunos e voltar à história quando possível.)*

Então era disso que os quatro amigos estavam brincando, quando de repente *(O professor neste momento deverá fazer uma pausa e uma voz de suspense enquanto continua a fala)* os garotos ouviram o latido de um cachorro como se estivesse muito ferido. *(Neste momento o professor faz uma pausa na história e uma nova pergunta.)*

Alguém aqui sabe imitar um cachorro agonizando como se estivesse morrendo? *(Espera-se que prontamente vários alunos comecem a fazer o barulho típico que é feito pelo cachorro agonizando, e o professor deve retomar a história.)*

Exatamente assim que o cachorro estava fazendo, então eles começaram a procurar pelo cachorro *(O professor pode andar pela sala como se ele também estivesse procurando algo)*, pois estavam muito preocupados com o cachorro.

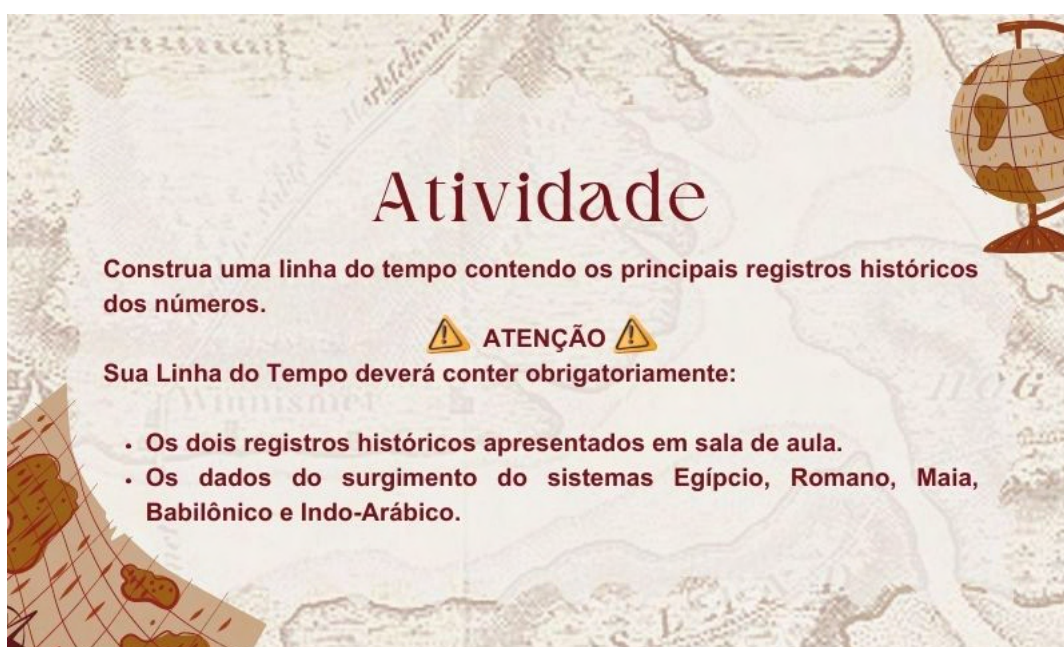
Foi então *(Novamente com voz de suspense)* que os garotos começaram a desconfiar que o cachorro havia caído em um buraco, então eles pegaram um lampião *(Como muitos alunos podem não conhecer o que é um lampião, pode ser que alguns alunos perguntem o que é um lampião e o professor pode precisar explicar seu significado antes de prosseguir com a história, mas é fácil argumentar que se trata de uma espécie de lanterna antiga).*

Então começaram a aventura em busca do cão ferido, quando de repente *(com voz de suspense)* um dos garotos acabou caindo em um buraco, que na verdade era muito maior que um simples buraco, era uma caverna, e pouco a pouco a luz do lampião foi iluminando a caverna. E os garotos se depararam com inúmeras pinturas nas paredes que representavam animais, homens entre outras gravuras. Também havia uma grande quantidade de risquinhos representados nas paredes, alguém sabe o que eles significam? *(Espera-se que algum aluno responda que eram números e com isso o professor dá continuidade a história.)*

Isso mesmo, Números! Aqueles amigos descobriram um importante registro numérico que foi datado pelos arqueólogos de cerca de 17 mil anos antes de Cristo. Sendo o mais antigo naquela época.

Hoje nós sabemos que o registro mais antigo não foi o encontrado na França, mas sim o Osso de Ishango, que trata-se de um babuíno datado com cerca de mais de 20 mil anos antes de Cristo.

Figura 2.3: Atividade proposta



**Atividade**

Construa uma linha do tempo contendo os principais registros históricos dos números.

**⚠️ ATENÇÃO ⚠️**

Sua Linha do Tempo deverá conter obrigatoriamente:

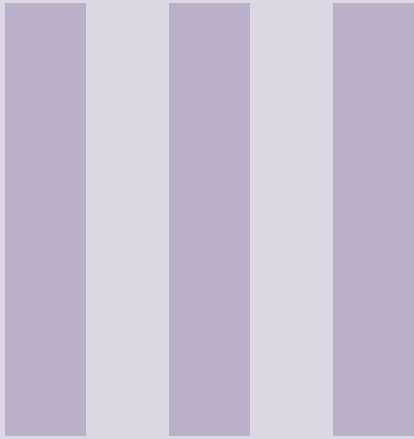
- Os dois registros históricos apresentados em sala de aula.
- Os dados do surgimento do sistemas Egípcio, Romano, Maia, Babilônico e Indo-Arábico.

Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 2.4: Exemplo de linha do tempo a ser produzida



# Gamificação





### 3. Gamificação

A Gamificação consiste em uma Metodologia Ativa que incorpora componentes característicos dos jogos em ambientes fora da realidade de um jogo, o que a torna uma estratégia eficaz para aumentar o envolvimento e a motivação dos alunos.

Ao criar experiências de aprendizagem que se assemelham a jogos, essa metodologia proporciona aos estudantes a impressão de estarem participando de uma atividade lúdica, o que, de forma sutil, facilita o desenvolvimento de suas competências e conhecimentos.

Apesar da origem ser totalmente incerta, a popularização do termo Gamificação aconteceu por volta de 2010 impulsionado pela disseminação dos *smartphones*, mas seu surgimento antecede a este fato. Kim [5] destaca que o termo foi utilizado pela primeira vez em aproximadamente 2002; pelo programador Nick Pelling, ao sugerir que elementos e dinâmicas dos jogos poderiam ser aplicados a contextos reais para estimular a resolução de problemas.

A evolução da Gamificação ao longo do tempo mostra que a prática de incorporar elementos de jogo em contextos educativos e de *marketing* já era explorada antes da era digital. Essa capacidade de adaptação ao longo do tempo demonstra como a Gamificação se adequou às novas tecnologias disponíveis, configurando-se em uma estratégia pedagógica eficaz para aumentar a participação e a retenção do conhecimento por parte dos estudantes.

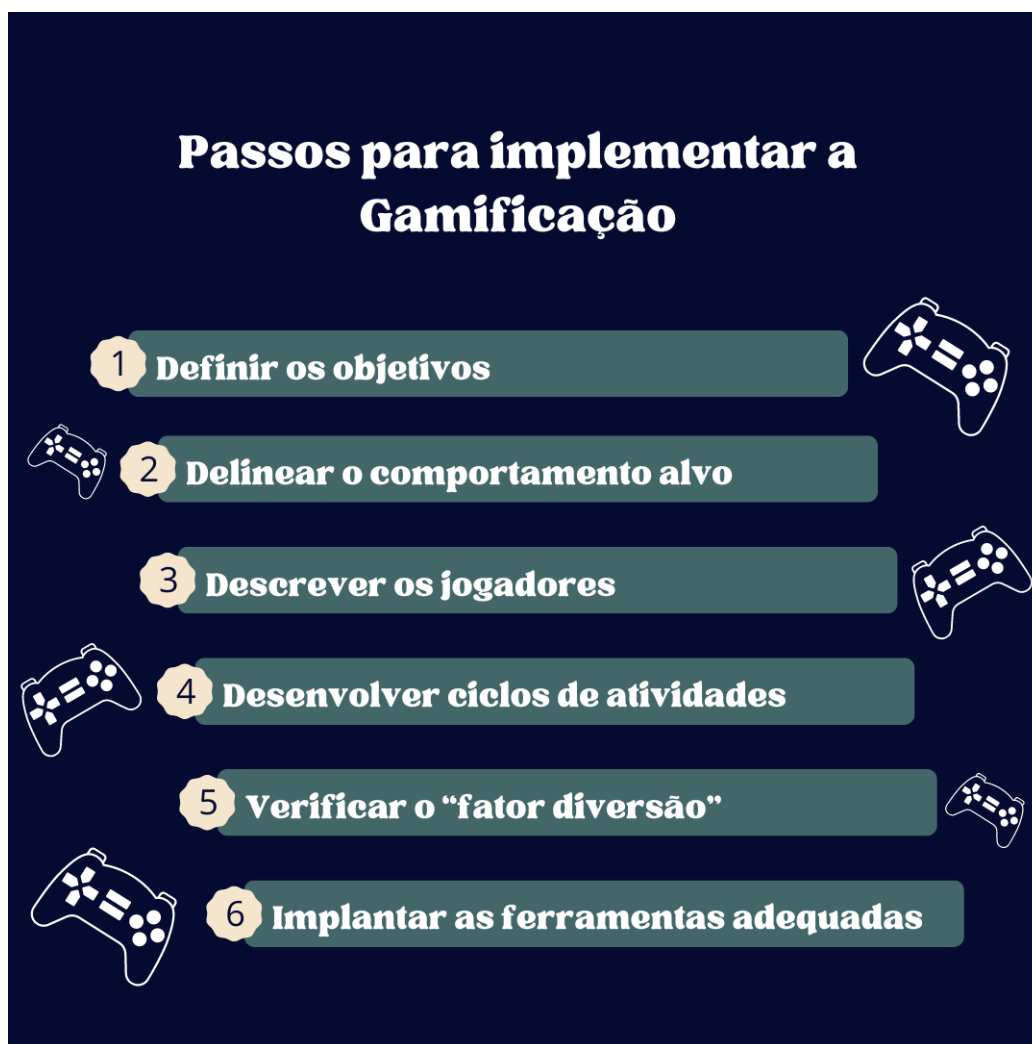
Fundamentando-se nas pesquisas de Eugenio [6], é viável destacar seis passos para implementação desta metodologia, contidos na Figura 3.1, sendo importante destacar que os passos não devem ser vistos como uma estrutura fixa a ser seguida, mas sim como componentes interconectados que favorecem o entendimento do processo de ensino e aprendizagem.

No primeiro passo, o professor deve **definir os objetivos** da aprendizagem, para que os alunos compreendam suas metas e saibam o que precisam alcançar para se tornarem vencedores.

O segundo passo é **delinear o comportamento alvo**, onde o aluno deve compreender como alcançar as metas do jogo, além de entender o processo de conquista.

O terceiro passo é **descrever os jogadores** que representam os personagens no jogo. Conhecendo previamente os alunos, é fundamental encontrar meios de oferecer desafios a aqueles com maior facilidade de compreensão, ao mesmo tempo em que se garante que os alunos com

Figura 3.1: Passos para implementar a Gamificação



Fonte: Adaptado [6, p. 83]

dificuldades também possam participar e se desenvolver.

O quarto passo é **desenvolver ciclos de atividades**, divididos em dois: o ciclo de engajamento e o ciclo de avanço na aprendizagem. O ciclo de engajamento visa manter os alunos envolvidos até o término da atividade, o que pode ser feito a por meio de premiações que despertem o interesse dos alunos. O ciclo de avanço na aprendizagem, assegura que os alunos estejam realmente aprendendo com o jogo, aprimorando seus conhecimentos sobre o tema abordado.

O quinto passo é **verificar o fator diversão** durante a aplicação da atividade. O professor deve estar atento às reações dos alunos, observando se eles estão se engajando na atividade por prazer ou se é necessário realizar ajustes durante a execução e em futuras aplicações.

O sexto passo é **implementar as ferramentas adequadas**, definindo os elementos do jogo que serão incorporados à aula de Gamificação e, principalmente, estabelecendo as regras para sua aplicação.

Cada fase da Gamificação desempenha um papel crucial na eficácia de sua aplicação, influenciando diretamente a experiência dos alunos e os objetivos de aprendizagem. A seguir, apresenta-se uma sequência didática que incorpora essa metodologia. Seu objetivo é tornar o processo de apren-

dizagem mais envolvente, facilitando a retenção do conhecimento e incentivando a participação ativa dos estudantes.

### 3.1 Atividade II - O *Rush* da Multiplicação

Neste capítulo, apresentamos a sequência didática de uma atividade que utiliza a abordagem de Gamificação, com base em um jogo desenvolvido pelo autor.

O objetivo da atividade é colaborar na assimilação dos fatos básicos da multiplicação. No jogo, os alunos competem e precisam se concentrar para não errar os fatos mais simples, mantendo o foco na atividade. Essa proposta pode servir como revisão em uma turma com bom desempenho ou como um desafio após um aprofundamento no estudo dos conceitos. Além disso, ela contribui para ampliar a percepção do aluno sobre o que significa a multiplicação, pois os fatos são cobrados em ordem, o que auxilia compreender a multiplicação como soma de parcelas iguais e ajuda a manter os alunos engajados no jogo.

Devemos ressaltar que esta atividade não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração, pois é de autoria própria.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: o Quadro 3.1, que compõe uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, recomendamos a impressão por grupo das regras da Gamificação representadas nas Figuras 3.2 e 3.3.

Quadro 3.1: Sequência Didática Atividade II - O *Rush* da Multiplicação

<b>Conteúdo Abordado:</b> Multiplicação de Números Naturais	
<b>Objetivo:</b> Desenvolver a concentração e revisar os fatos básicos da multiplicação de números naturais.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA36MG) Operar com os números naturais: adicionar, subtrair, multiplicar, dividir, calcular potências, calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos.
<b>Pré-Requisitos:</b> Compreender a adição de números naturais. Reconhecer que a multiplicação é uma forma de adicionar grupos de números iguais, bem como sua propriedade comutativa.	
<b>Recursos didáticos:</b> Não necessita obrigatoriamente de recursos materiais. Sugere-se que o professor tenha um prêmio para entregar aos alunos (ou conceda pontuação extra para os vencedores).	<b>Avaliação:</b> Os alunos serão avaliados pelo cumprimento das regras estabelecidas, participação na execução do jogo, desempenho e desenvolvimento em atividades posteriores.
<b>Duração estimada:</b> No mínimo 3 horas-aula (150 minutos), variando de acordo com as necessidades específicas identificadas ao longo da aplicação.	
<p><b>Desenvolvimento da atividade:</b> A atividade foi elaborada levando em consideração os seis passos para implementação da Gamificação:</p> <p>Como <i>objetivo de aprendizagem</i>, deve ficar claro que os alunos devem buscar compreender a operação de multiplicação.</p> <p>Como <i>delineação do comportamento alvo</i>, os alunos devem compreender que precisam estar em silêncio para ouvir os demais colegas e para isto todos devem colaborar durante a realização do jogo.</p> <p>A <i>descrição dos jogadores</i> consiste de competidores individuais, pois somente um aluno será o grande vencedor da partida, e também de competidores de grupos, sendo uma disputa de equipes divididas previamente pelo professor com cerca de 6 alunos por equipe, marcando 3 pontos a equipe que tiver o vencedor da rodada e um ponto a equipe que tiver o vice-campeão da rodada.</p> <p>No passo de <i>desenvolver ciclos de atividades</i>, temos que o ciclo de engajamento se dará a partir de uma premiação, já o ciclo de avanço na aprendizagem se dará durante a aplicação do jogo a partir de intervenções do professor com comentários que auxiliem os alunos a compreender os fatos errados e ainda por meio das atividades rotineiras envolvendo a multiplicação aplicadas após a aplicação do jogo.</p> <p>Para <i>verificar o fator diversão</i>, o professor deve motivar os alunos ao longo do jogo mostrando que todos têm chance de se tornarem vencedores na partida e induzindo os mesmos como melhorar para a rodada seguinte.</p> <p>A fim de <i>implantar as ferramentas adequadas</i> são definidas previamente com os alunos as regras das Figuras 3.2 e 3.3. Simulando teríamos:</p> <p><math>1 \cdot 1 = 1, 1 \cdot 2 = 2, 1 \cdot 3 = 3, 1 \cdot 4 = 4, 1 \cdot 5 = 5, 1 \cdot 6 = 6, 1 \cdot 7 = 7, 1 \cdot 8 = 8, 1 \cdot 9 = 9, 1 \cdot 10 = 10,</math>  <i>Rush</i>, <math>2 \cdot 1 = 2, 2 \cdot 2 = 4, 2 \cdot 3 = 6, 2 \cdot 4 = 8, 2 \cdot 5 = 10, 2 \cdot 6 = 12, 2 \cdot 7 = 14, 2 \cdot 8 = 16, 2 \cdot 9 = 18,</math>  <math>2 \cdot 10 = 20,</math> <i>Rush</i>, <math>3 \cdot 1 = 3, 3 \cdot 2 = 6, 3 \cdot 3 = 9, 3 \cdot 4 = 12, 3 \cdot 5 = 15, 3 \cdot 6 = 18, 3 \cdot 7 = 21, \dots</math></p>	

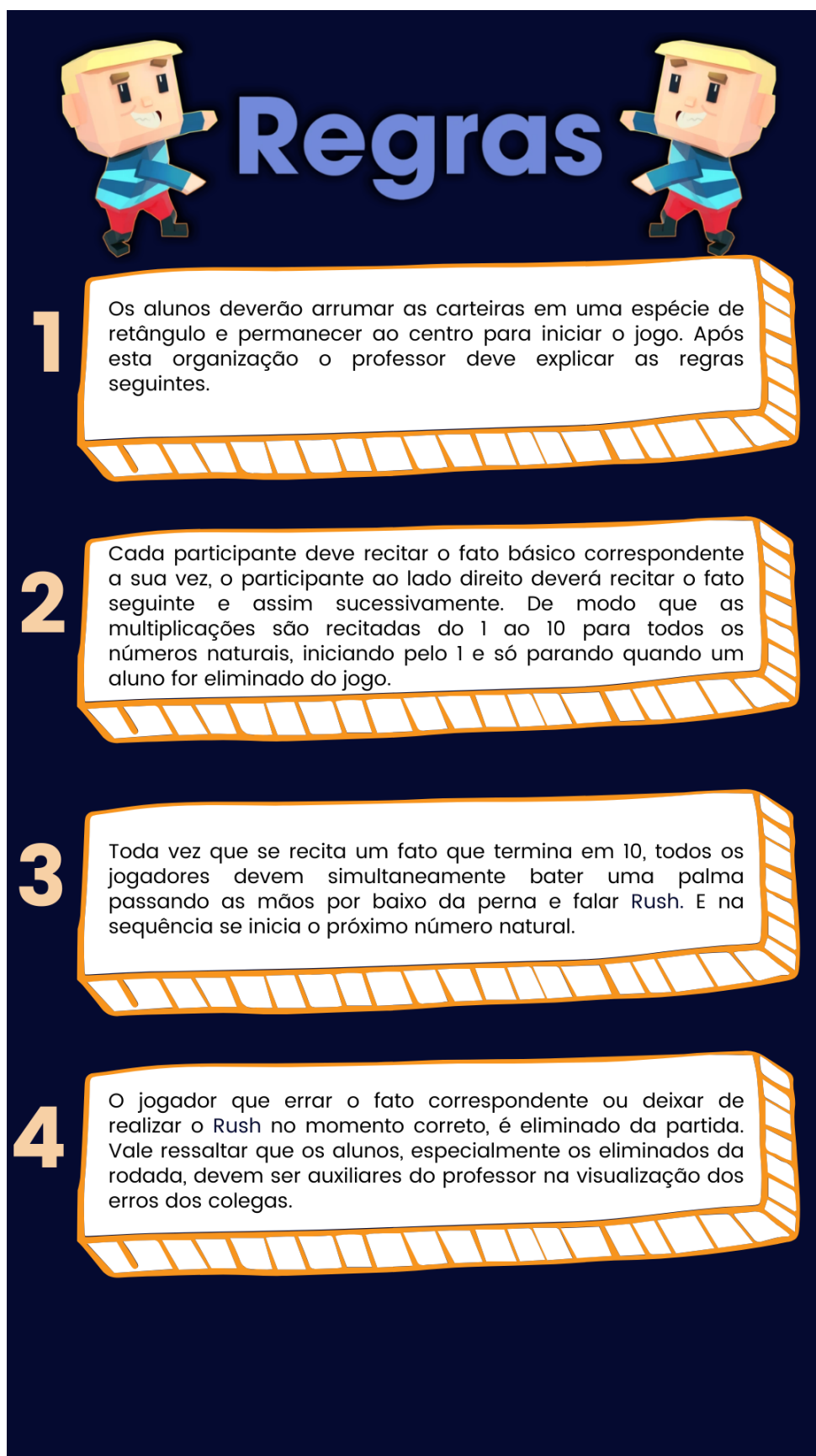
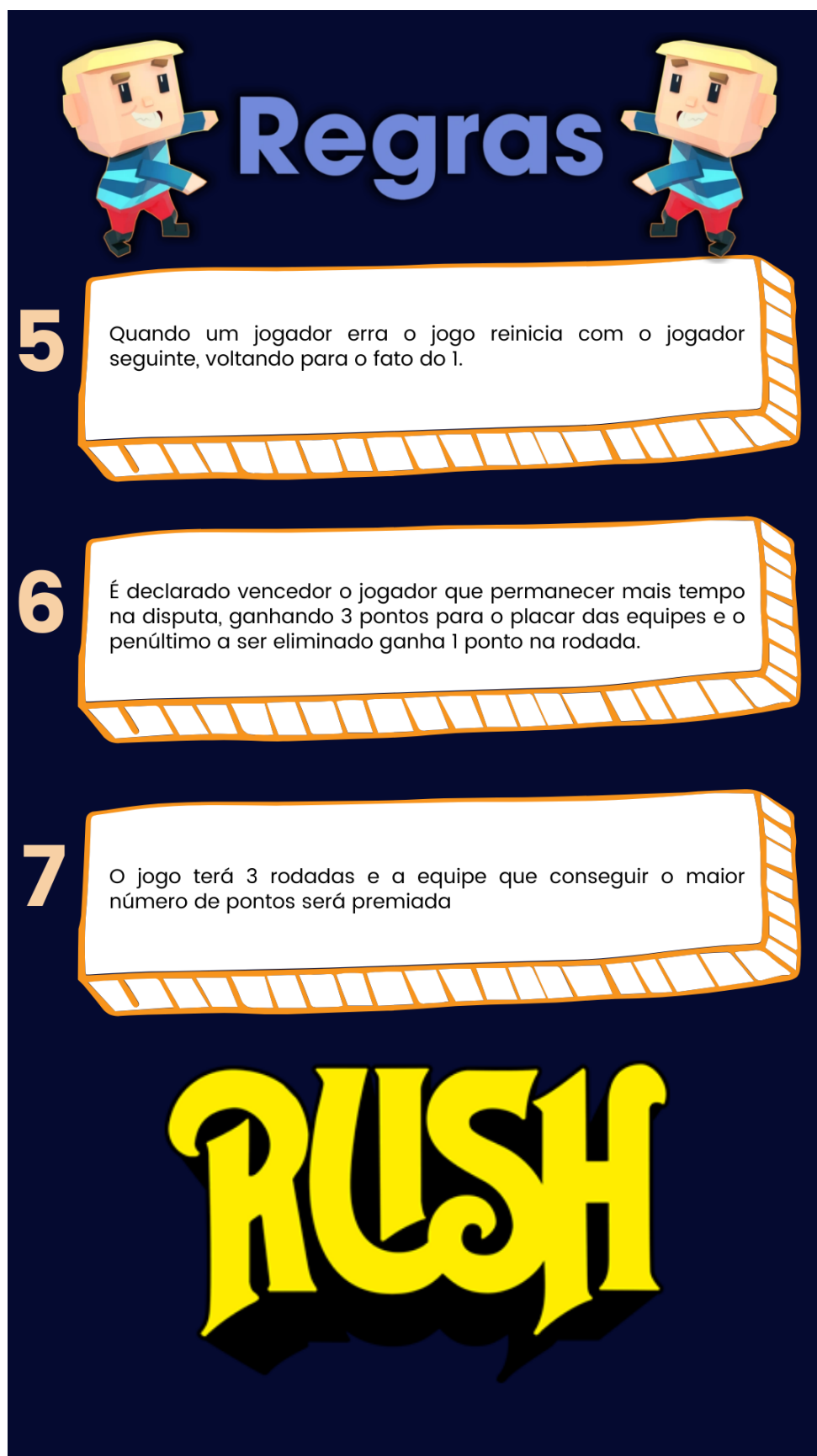
Figura 3.2: Regras do *Rush* - Parte 1

Figura 3.3: Regras do Rush - Parte 2




# IM

## Aprendizagem Baseada em Equipes



## 4. Aprendizagem Baseada em Equipes



A Aprendizagem Baseada em Equipes consiste em uma metodologia que tem como foco proporcionar aprendizagem por meio da colaboração dos alunos na resolução de problemas mais elaborados, ou seja, problemas que não podem ser resolvidos automaticamente e que exigem que o aluno pense bastante antes de obter uma solução. A partir desses problemas, esta metodologia permite que os alunos comuniquem e discutam múltiplas possibilidades de solução enquanto desenvolvem a aprendizagem autônoma.

De acordo com Sibley e Ostafichuk (*apud* Tavares e Lobo [7, p. 2]), a Aprendizagem Baseada em Equipes foi proposta em 1979 pelo professor Larry Michaelsen como alternativa à abordagem expositiva no ensino de disciplinas do curso de administração na Universidade de Oklahoma, em um contexto de aumento do número de alunos nas salas de aula. As duas preocupações de Michaelsen eram gerar incentivos para que os estudantes viessem preparados para as aulas e criar um ambiente propício para que eles se engajassem na resolução de um problema concreto.

A proposta de Michaelsen enfatiza a importância da interação e da colaboração entre os alunos, elementos centrais na Aprendizagem Baseada em Equipes. Essa metodologia busca não apenas o engajamento dos estudantes na resolução de problemas, mas também uma preparação cuidadosa das soluções e uma estrutura que favoreça o aprendizado efetivo, destacando a necessidade de diretrizes claras para sua implementação.

Costa [8] destaca que uma forma de organizar e facilitar a preparação da aplicação da Aprendizagem Baseada em Equipes é através de três fases, que devem ser tidas apenas como possibilidades de elementos que podem contribuir ou não para a eficácia do processo de aplicação.

Na fase de *pre-task* (pré-tarefa), ocorre a introdução do tema e à atividade, com foco em esclarecer dúvidas e dificuldades na realização da atividade, bem como explicar os termos e vocabulário desconhecidos pelos alunos. Além disso, são fornecidas as instruções necessárias para a execução da tarefa.

Na fase *task cycle* (ciclo da tarefa), os alunos realizam a atividade em pares ou pequenos grupos, enquanto o professor acompanha seu progresso a distância, evitando intervenções para permitir que os estudantes utilizem seus próprios meios na busca de significado para o problema. Além

da execução da tarefa, essa fase deve incluir o *planning* (planejamento) e o *report* (relato). No planejamento, os alunos organizam e estruturam a apresentação do processo que seguiram, bem como suas decisões e descobertas. No relato, os alunos de fato apresentam efetivamente como chegaram na solução, sendo fundamental ressaltar os aspectos positivos e encorajar a continuidade e aprimoramento de suas habilidades.

Na etapa final, denominada *language focus* (foco na linguagem), são analisados e discutidos os elementos da linguagem matemática que surgiram durante a execução da atividade e no relato da solução. Essa fase é essencial para promover a compreensão e o uso adequado de conceitos e terminologias matemáticas. O professor pode conduzir essa discussão tanto durante o relato, com questionamentos direcionados, quanto após o relato, com questionamentos pontuais, a fim de familiarizar os alunos ainda mais com as linguagens matemáticas envolvidas.

Figura 4.1: Fases de aplicação da Aprendizagem Baseada em Equipes



Fonte: Adaptado [8, pp. 65-66]

Após a compreensão das fases de implementação da metodologia de Aprendizagem Baseada em Equipes, torna-se fundamental refletir sobre a eficácia dessa abordagem. Para isso, apresentamos uma seção dedicada a uma sequência didática que adota essa metodologia. Seu objetivo é promover a construção do conhecimento por meio da resolução colaborativa de problemas. Essa estratégia estimula a interação entre os alunos, permitindo que trabalhem em conjunto para enfrentar desafios e desenvolver habilidades essenciais a um aprendizado eficaz.

#### 4.1 Atividade III - O Enigma do Rei

A proposta de atividade consiste em dividir os estudantes em pequenos grupos de no máximo cinco alunos e propor que eles resolvam o problema designado ao seu grupo. Sendo a divisão dos grupos realizada pelo professor levando em consideração as habilidades e potencial individual de cada aluno, os grupos são formados com equilíbrio. Após a resolução, os alunos devem elaborar um modelo de apresentação coletiva que exponha o problema e a construção de suas soluções,

assegurando que a linguagem matemática utilizada fique clara para toda a turma.

O objetivo da atividade é desenvolver nos alunos a habilidade de resolver de forma autônoma problemas matemáticos que envolvam operações com números naturais, como adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada. Essa proposta serve como um aprofundamento do conteúdo abordado, sendo recomendada para aplicação após um trabalho coerente sobre as operações.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: o Quadro 4.1, que compõe uma sugestão de sequência didática, e o material 4.4 e 4.5, que contempla as soluções dos enigmas propostos. Para os alunos, recomendamos a impressão das atividades representadas pelas Figuras 4.2 e 4.3.

### **Referência Bibliográfica da Atividade**

DANTE, Luiz Roberto; **Matemática: Vivência e Construção - Ensino Fundamental I - 4ª Série**, 1 ed. São Paulo: Ática, 2004. 304p (Página referência: 69)

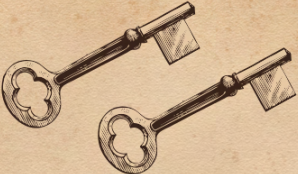
Giovanni, José Ruy, CASTRUCCI, Benedito, JUNIOR, José Ruy Giovanni; **A conquista da Matemática - Nova: atividades - Ensino Fundamental II - 7ª Série**, 1 ed. São Paulo: FTD, 1998. 159p. (Páginas referência: 6, 7 e 14)

IEZZI, Gelson, DOLCE, Olvaldo, MACHADO, Antonio; **Matemática e realidade - Ensino Fundamental II - 7ª Série**, 4 ed. São Paulo: Atual, 2000. 366p. (Páginas referência: 19, 50 e 63)


Quadro 4.1: Sequência Didática Atividade III - O Enigma do Rei

<b>Conteúdo Abordado:</b> Problemas envolvendo operações com números naturais	
<b>Objetivo:</b> Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos com números naturais por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
<b>Pré-Requisitos:</b> Compreender a adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada de números naturais. Interpretar e criar estratégias para resolver problemas.	
<b>Recursos didáticos:</b> Folhas de papel para registro da solução, lápis e borracha, 7 palitos de fósforos para o grupo 1, calculadora (opcional).	<b>Avaliação:</b> Os alunos serão avaliados pela apresentação da solução final e através das observações realizadas pelo professor durante o processo de realização da atividade.
<b>Duração estimada:</b> No mínimo 3 hora-aula (150 minutos), variando de acordo com as necessidades da turma.	
<p><b>Desenvolvimento da atividade:</b> Vamos organizar seu desenvolvimento por intermédio das três fases de aplicação da Aprendizagem Baseada em Equipes:</p> <p>Como <i>pre-task</i>, na primeira aula, o professor deve organizar os alunos em equipes de no máximo cinco integrantes (sugere-se alunos de mesmo nível de conhecimento em cada equipe para facilitar as discussões), e explica que cada grupo receberá um “desafio” (problema de Matemática) a ser solucionado. Os alunos devem ser orientados que não podem discutir a atividade com membros de outros grupos e não devem solicitar auxílio do professor. Além disso, após chegar à solução do desafio, os alunos devem elaborar uma apresentação com participação de todos os membros do grupo, explicando como chegaram à solução.</p> <p>Em seguida, acontece a fase de <i>task cycle</i>. Nesta fase o professor entrega a cada grupo o seu referido problema, apresentados nas Figuras 4.2 e 4.3, e os alunos devem solucioná-los utilizando métodos próprios. Enquanto isso, o professor deve estar atento andando pela sala e analisando o que cada grupo está fazendo, sem intervir nas soluções dos grupos. Após um grupo concluir a solução o professor deve orientar aos alunos que planejem a apresentação de como chegaram à solução. Caso perceba alguma solução incorreta, o professor pode gerar algumas indagações ao grupo para que eles percebam o erro antes de preparar a apresentação para a aula seguinte. No planejamento, já deve estar claro que durante a apresentação devem expor como foi o processo de discussão, e quais conhecimentos matemáticos utilizados.</p> <p>Na terceira e última aula os grupos apresentam seu relato conforme o planejamento feito, finalizando a fase de <i>task cycle</i>. Após cada apresentação de relato chega o momento de <i>language focus</i>, quando os demais alunos e o professor têm a oportunidade de comentar sobre o problema, a linguagem matemática utilizada e a solução esperada (conforme as Figuras 4.4 e 4.5). Caso algum grupo tenha errado a solução, o professor deve motivá-los a continuar aprimorando suas habilidades.</p>	


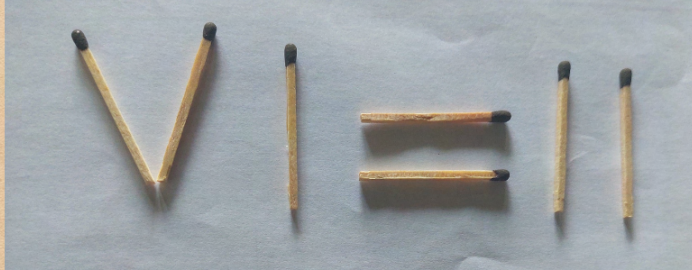

Figura 4.2: Perguntas do Enigma do Rei - Parte 1




# GRUPO 1




O Bobo-da-corte propôs ao Rei que mova um palito tornando a igualdade verdadeira. Qual a solução que o Rei deu a este enigma?



---



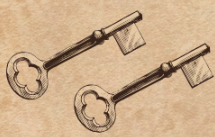
# GRUPO 2




Para agradecer ao Rei, dois servos, Hodor e Podrick, decidiram abrir quitandas no vilarejo. A semana começou mal para Hodor: na segunda-feira, ele vendeu apenas duas frutas. No entanto, suas vendas foram melhorando ao longo da semana, com o número de frutas vendidas a cada dia sendo igual ao dobro da quantidade vendida no dia anterior. Já para Podrick, a semana começou de forma promissora, com 128 frutas vendidas na segunda-feira, mas suas vendas diminuíram em uma razão inversa à das vendas de Hodor. Em que dia da semana os dois venderam a mesma quantidade? Quantas frutas cada um venderam nesse dia?

---



# GRUPO 3



Chamamos de palíndromos os números naturais que não se alteram quando é invertida a ordem de seus algarismos (por exemplo, 383, 4224, 74847). Certo dia, uma bruxa lançou um feitiço no Rei, e ele só poderá assistir Netflix se conseguir descobrir o total de palíndromos com cinco algarismos. Qual é o número que quebra o feitiço do Rei?






Figura 4.3: Perguntas do Enigma do Rei - Parte 2

**GRUPO 4**

O Rei organizou uma festa à qual compareceram catorze convidados. Se cada um der apenas um abraço em todos os outros membros da festa, quantos abraços serão dados ao todo?

**GRUPO 5**

O Rei, querendo impedir que seus servos tomassem sorvete, trançou a porta do freezer com o resultado do seguinte enigma: Três algarismos distintos, combinados de três formas diferentes, representam três números cuja raiz quadrada é exata. Quais são essas combinações?



**GRUPO 6**

A Rainha apareceu diante do Rei com duas ampulhetas. Numa delas, a areia demorava sete minutos para cair; na outra quatro minutos. A Rainha então desafiou o Rei a marcar 9 minutos utilizando apenas as duas ampulhetas partindo do repouso. Qual a solução do Rei para este problema?

**GRUPO 7**

Um sábio desafiou o Rei a descobrir em qual número ele pensou através da seguinte dica: Ao multiplicar o número que pensei por 14, dividi o resultado por 13, depois subtraí 19 e obtive 9. Qual foi o número que o sábio pensou?

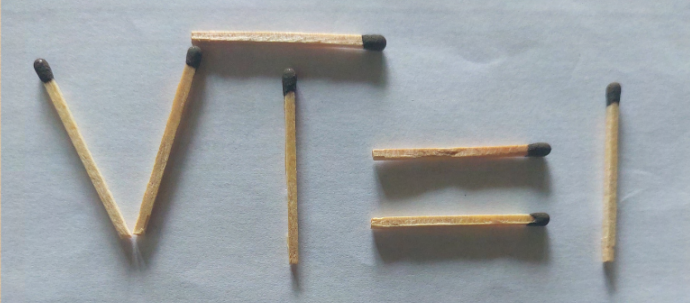
Figura 4.4: Respostas do Enigma do Rei Parte 1

# RESPOSTAS

## GRUPO 1

Basta mover um palito do lado direita para a esquerda formando do lado esquerdo a raiz quadrada do número 1, conforme pode ser visto na imagem:



## GRUPO 2

Temos que o número de frutas vendidas por Hodor ao longo da semana, de segunda a domingo, foi respectivamente: 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128. Já o número de frutas vendidas por Podrick no mesmo período foi: 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2. Assim, é fácil perceber que o único dia em que ambos venderam a mesma quantidade de frutas foi na quinta-feira, quando cada um vendeu 16 frutas.

## GRUPO 3

Note que a primeira e a última posição precisam ser iguais. Como a primeira posição não pode ser zero (pois, nesse caso, o número teria apenas quatro algarismos e não cinco) temos apenas nove opções para preencher estas posições. Para a segunda e quarta posição precisamos novamente que os números sejam iguais, assim para cada opção da primeira posição escolhida temos 10 opções de algarismos para preencher a segunda e quarta posição (pois este algarismo pode ser zero). Para preencher a terceira posição temos novamente 10 opções. Logo o total de palíndromos de cinco algarismos é dado pelo produto:  $9 \times 10 \times 10 = 900$  palíndromos de cinco algarismos.




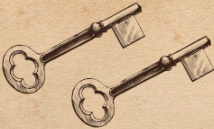



Figura 4.5: Respostas do Enigma do Rei Parte 2



# RESPOSTAS

## GRUPO 4

Como o Rei está na festa, temos que o primeiro convidado abraça 14 pessoas. O segundo, já tendo abraçado ao primeiro, falta abraçar apenas 13, o seguinte 12, o seguinte 11, o seguinte 10, o seguinte 9, o seguinte 8, o seguinte 7, o seguinte 6, o seguinte 5, o seguinte 4, o seguinte 3, o seguinte 2, o último apenas o Rei pois já abraçou a todos os demais. Assim temos que o total de abraços é dado pela soma:  $14+13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 105$  abraços.

## GRUPO 5



Os alunos devem utilizar o método de tentativa e erro para descobrir que os algarismos em questão são 1, 6 e 9. Assim, os números 169, cuja raiz quadrada é 13, 196, cuja raiz quadrada é 14, e 961, cuja raiz quadrada é 31, atendem ao enigma. Para verificar essa solução, basta elevar números de dois algarismos ao quadrado e analisar as combinações possíveis, concluindo que essa é a única solução válida.

## GRUPO 6

Inicialmente deixa-se as duas ampulhetas descerem os 4 minutos. Quando esse tempo terminar gira-se a ampulheta de 4 minutos novamente. Totalizando 7 minutos gira-se ambas as ampulhetas. Nesse momento, a ampulheta de 4 minutos marcará apenas 1 minuto restante ( $4-3 = 1$  minuto) teremos marcado 8 minutos. Então, gira-se a ampulheta de 7 minutos novamente para recuperar o 1 minuto de areia que desceu, marcando o último minuto necessário. Com isso, obtém-se o total de 9 minutos, conforme desejado.

## GRUPO 7

Deve-se realizar as operações inversas na ordem contrária. Inicialmente realizamos a soma  $19+9 = 28$ . Depois multiplicando 28 por 13, obtemos 364. Por fim, dividindo 364 por 14 descobrimos que o número que o sábio pensou era 26.





# *Design Thinking*



## 5. Design Thinking

O *Design Thinking* se configura como uma abordagem metodológica que permite aos alunos gerar e analisar novas ideias com foco nas características e necessidades do seu público-alvo. A partir disso, os alunos devem propiciar a criação de soluções relevantes para o problema identificado, promovendo um ambiente de aprendizado colaborativo e orientado para atender a soluções viáveis às necessidades identificadas.

Apesar de haver algumas divergências com relação à origem desta metodologia, Stuber [9] atribui seu surgimento ao curso de engenharia mecânica da Universidade de Stanford, em 1958. Nessa época, o professor John Arnold introduziu uma disciplina voltada para o desenvolvimento de produtos com foco nas necessidades e experiências dos usuários, algo que se relaciona perfeitamente ao *Design Thinking*, que busca a criação de soluções inovadoras.

Com o passar do tempo, o *Design Thinking* evoluiu e se consolidou, sendo utilizado por profissionais de diferentes setores, que reconhecem que o entendimento profundo das necessidades dos usuários é fundamental para a criação de produtos e serviços que realmente fazem a diferença. Deste modo, torna-se necessário compreender como aplicar essa metodologia no contexto escolar.

Nesta perspectiva, Hohemberger [10] propõe a definição de cinco etapas sequenciais que atuam como facilitadores na aplicação do *Design Thinking*, apresentadas na Figura 5.1. É importante destacar que essas etapas não devem ser vistas como um conjunto rígido e imutável de diretrizes, mas sim como uma orientação flexível que pode ser especialmente útil para aqueles que estão começando a explorar essa metodologia. Essa perspectiva permite uma adaptação mais dinâmica do processo, promovendo uma abordagem mais inclusiva e criativa na resolução de problemas.

Na primeira etapa, denominada **empatia**, o aluno deve compreender os desejos e necessidades das pessoas envolvidas no problema.

Após essa fase, o aluno passa para a **definição do problema**, que consiste em interpretar as informações coletadas e, em seguida, articular claramente o problema a ser solucionado para atender às necessidades do público-alvo.

A etapa seguinte é a **ideação**, que representa o momento de gerar ideias criativas para resolver o problema definido anteriormente.




Figura 5.1: Etapas de aplicação do *Design Thinking*

Fonte: Adaptado [10, p. 18]

Uma vez estabelecida a solução, avança-se para a **prototipagem**, que envolve transformar as ideias em algo concreto e visível; isso pode ser feito por meio de maquetes, apresentações em slides ou até mesmo a criação de um produto físico.

Por fim, a última etapa é o **teste**, que envolve a aplicação das soluções desenvolvidas. Este é o momento de realizar testes práticos e receber críticas construtivas, permitindo o aperfeiçoamento da proposta inicial.

Uma vez compreendidas as etapas de aplicação do *Design Thinking*, é possível explorar seu potencial no contexto educacional. Essa abordagem visa promover uma iniciativa prática que facilita a construção do conhecimento por meio de discussões, troca de ideias e colaborações entre os alunos. Ao incentivar a participação ativa e o envolvimento no processo de aprendizagem, o *Design Thinking* proporciona um ambiente propício à criatividade e à resolução de problemas, permitindo que os alunos desenvolvam habilidades como o pensamento crítico e a autonomia. Nesse sentido, apresentamos uma sequência didática que utiliza essa metodologia.

## 5.1 Atividade IV - Sinalização Angular

Nesta seção, apresentamos uma sequência didática utilizando *Design Thinking* focada na sinalização urbana. A proposta consiste em uma aula em que o professor apresenta um cenário cotidiano, destacando os desafios enfrentados por pedestres e motoristas em relação à visibilidade

das placas de sinalização em frente à escola.

A atividade tem como objetivo envolver os alunos com a temática da segurança e da comunicação visual, propondo que eles identifiquem problemas relacionados à sinalização existente e desenvolvam soluções criativas. Os alunos realizam um levantamento dos ângulos e posicionamentos das placas, avaliando como esses aspectos impactam a visibilidade e a compreensão das informações apresentadas.

Ao longo da atividade, os estudantes trabalham em grupos para propor novos *designs* de sinalização, levando em consideração as medidas dos ângulos e a necessidade de uma comunicação clara e eficaz. Essa proposta não apenas estimula a reflexão crítica sobre a importância da sinalização para a segurança pública, mas também amplia a compreensão dos alunos sobre como a geometria pode ser aplicada em contextos cotidianos.

A atividade culmina na apresentação dos protótipos de sinalização criados pelos alunos, proporcionando um espaço para troca de ideias de modo construtivo. Com isso, esperamos promover o aprendizado colaborativo e a conscientização sobre a relevância da sinalização adequada na convivência urbana.

Devemos ressaltar que esta atividade não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração, pois é de autoria própria.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: os Quadros 5.1 e 5.2, que compõem uma sugestão de sequência didática, bem como o Quadro 5.3, que contém uma sugestão avaliativa por rubrica. Para os alunos, recomendamos a impressão da atividade representada na Figura 5.2.

Quadro 5.1: Sequência Didática Atividade IV - Sinalização Angular: Parte 1

<b>Conteúdo Abordado:</b> Reconhecer, medir e classificar ângulos com medida de $0^\circ$ a $180^\circ$	
<b>Objetivo:</b> Explorar e aplicar o conceito de ângulos em contextos reais, desenvolvendo soluções criativas para o problema observado.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às Figuras geométricas. (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão. (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais. (EF06MA55MG) Identificar ângulo como mudança de direção.
<b>Pré-Requisitos:</b> Conhecer o básico sobre ângulos, classificar ângulos (agudos, retos, obtusos) e ter familiaridade com o uso do transferidor.	
<b>Recursos didáticos:</b> Papel, papelão ou cartolina, canetas, tesoura, cola, marcadores, lápis de cor ou tintas. Câmeras de <i>smartphones</i> (opcional), para registrar imagens das sinalizações. Transferidores, para medir ângulos. Réguas, para medir distâncias e dimensões de placas. Computadores ou <i>tablets</i> com <i>softwares</i> de <i>design</i> (como <i>Canva</i> , <i>SketchUp</i> ou similares), caso opte em criar protótipos digitais.	<b>Avaliação:</b> Como base do processo avaliativo, sugerimos o uso de uma rubrica, conforme o Quadro 5.3, para tornar a avaliação mais objetiva. O professor observará o engajamento dos alunos durante a atividade, a criação do protótipo, a aplicação dos conceitos matemáticos, a apresentação e o texto de reflexão final. A nota do aluno será obtida realizando a média aritmética simples dos resultados obtidos em cada item da rubrica
<b>Duração estimada:</b> No mínimo 6 horas-aula (300 minutos), variando de acordo com as necessidades da turma.	
<b>Desenvolvimento da atividade:</b> Será organizada levando em consideração as 5 etapas da metodologia de <i>Design Thinking</i> descritas na seção anterior. <i>Empatia:</i> Na primeira aula, o professor deve fornecer orientações claras para que os alunos compreendam a atividade, bem como o objetivo de identificar problemas com as placas de sinalização e desenvolver soluções criativas. Para isso, o aluno deve seguir as orientações da atividade presentes no item Aula 1 da Figura 5.2. Após a caminhada, os alunos se reunirão em grupos de 4 a 5 componentes (os próprios alunos têm liberdade de escolher seu grupo de trabalho, porém o professor pode fazer algumas alterações nos grupos caso considere mais proveitoso para a turma) para discutir suas observações e criar uma síntese do que descobriram. Essa etapa é fundamental, pois será a base para as soluções que iremos desenvolver nas próximas aulas.	

Quadro 5.2: Sequência Didática Atividade IV - Sinalização Angular: Parte 2

*Definição do Problema:* Na segunda aula, o professor deve orientar os alunos sobre como transformar suas observações em um problema específico a ser resolvido. O objetivo é que cada grupo formule uma declaração clara do problema em relação à sinalização observada. O professor deve enfatizar a importância de definir um problema concreto, pois isso guiará o restante do projeto. Os alunos devem realizar as tarefas do item Aula 2 da Figura 5.2.

*Ideação:* Na terceira aula, o professor deve incentivar a criatividade dos alunos, orientando-os na geração de ideias para solucionar o problema definido. O objetivo é que os alunos se sintam à vontade para pensar fora da caixa. O professor deve lembrar que não existem ideias ruins nesta fase. Os grupos terão tempo para trabalhar com uma infinidade de ideias e devem ser estimulados a registrar todas as sugestões. As tarefas estão no item Aula 3 da Figura 5.2. O professor deve ter em mente que, para construir protótipos, os alunos podem utilizar papel, cartolina, papelão e outros materiais disponíveis, ou ainda construir este protótipo com uso de recursos digitais, como computadores ou *tablets* com *softwares* de *design* (como *Canva*, *SketchUp* ou similares).

*Prototipação:* Na quarta e quinta aulas, o foco será na criação dos protótipos das soluções escolhidas. O professor deve fornecer orientações sobre como transformar as ideias em modelos concretos. Os alunos devem ser incentivados a usar materiais diversos e a aplicar os conceitos de ângulos aprendidos. As tarefas a serem realizadas nessas aulas estão presentes no item Aulas 4 e 5 da Figura 5.2.

*Teste:* Na sexta aula, os grupos apresentam seus protótipos para a turma. O professor deve enfatizar a importância dos comentários com caráter de aperfeiçoamento, não sendo permitidas críticas de caráter destrutivo, tanto para a apresentação quanto para a revisão dos protótipos. Os alunos devem ser incentivados a fazer perguntas e oferecer sugestões construtivas. As tarefas a serem realizadas nessas aulas estão presentes no item Aula 6 da Figura 5.2.

Fonte: Elaborado pelos autores

Quadro 5.3: Modelo avaliativo de rubrica para a aplicação com *Design Thinking*

<b>Crterios</b>	<b>Insatisfat6rio (1)</b>	<b>Regular (2)</b>	<b>Bom (3)</b>	<b>Excelente (4)</b>
Participa73o e Colabora73o	N3o participou ou contribuiu pouco nas atividades em grupo.	Participou de forma limitada, com pouca colabora73o.	Participou ativamente, colaborando com os colegas.	Contribuiu significativamente e incentivou a colabora73o do grupo.
Qualidade do Prot6tipo	Prot6tipo n3o atende aos requisitos ou 6 confuso.	Prot6tipo atende parcialmente aos requisitos, mas tem falhas.	Prot6tipo atende 3 maioria dos requisitos e 6 funcional.	Prot6tipo 6 criativo, funcional e atende a todos os requisitos.
Aplica73o de Conceitos Matem3ticos	N3o utilizou conceitos matem3ticos corretamente.	Aplicou conceitos matem3ticos de forma limitada e com erros.	Aplicou a maioria dos conceitos matem3ticos corretamente.	Aplicou todos os conceitos matem3ticos de forma precisa e relevante.
Apresenta73o e Justificativa	A apresenta73o 6 confusa e sem justificativas claras.	A apresenta73o 6 razo3vel, mas falta clareza nas justificativas.	A apresenta73o 6 clara e as justificativas s3o adequadas.	A apresenta73o 6 envolvente, clara e as justificativas s3o muito bem elaboradas.
Reflex3o Final	Reflex3o ausente ou irrelevante.	Reflex3o superficial, sem aprofundamento.	Reflex3o adequada, com algumas conex3es relevantes.	Reflex3o profunda, demonstrando compreens3o significativa do aprendizado.

Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 5.2: Atividade Sinalização Angular

## Sinalização Angular


### Aula 1

Ao longo da caminhada ao redor da escola os estudantes devem coletar informações buscando responder, em grupo de 4 ou 5 integrantes, as seguintes questões:

- Quais são as sinalizações presentes no percurso?
- Quais ângulos podem ser identificados em cada sinalização identificada?
- Quais observações podem ser feitas com relação à visibilidade, clareza e eficácia das placas?

### Aula 2

Nesta aula vocês devem :

- discutir sobre como os ângulos afetam a percepção e a funcionalidade das sinalizações;
- formular uma declaração do problema que descreva a situação de forma clara, como por exemplo: "A sinalização de pedestres é insuficiente devido ao ângulo de visão das placas";
- compartilhar a declaração do problema com a turma e receber feedback. Caso necessário, reformular o problema a ser solucionado.

### Aula 3

Nesta aula vocês devem :

- listar todas as ideias dos membros do grupo para resolver o problema identificado na Aula 2;
- discutir qual ou quais ideias listadas devem ser escolhidas como solução do problema norteador;
- dividir entre si para trazerem os materiais necessários para criar um protótipo da solução na próxima aula.

### Aulas 4 e 5

Nestas aulas vocês devem :

- criar o protótipo que solucione o problema;
- preparar uma apresentação que explique o protótipo e como ele aborda o problema definido.

### Aula 6

Nesta aula vocês devem :

- apresentar o protótipo, explicando a solução proposta e como os ângulos foram considerados, anotando as sugestões para melhoria do protótipo;
- elaborar um texto contendo os possíveis ajustes ou revisões a serem feitos no protótipo apresentado. Esse texto deve ser entregue ao professor.





# Cultura *Maker*

<b>6</b>	<b>Cultura <i>Maker</i></b> .....	<b>50</b>
6.1	Atividade V - Triângulos e Quadriláteros: formas em ação	



## 6. Cultura Maker



A Cultura *Maker* é um movimento que valoriza a aprendizagem por meio da prática e da experimentação, incentivando os indivíduos a “colocar a mão na massa”. Essa abordagem promove a realização de atividades que muitas vezes envolvem a construção física de objetos e protótipos, permitindo uma conexão mais direta entre teoria e prática. Ao engajar-se em projetos tangíveis, cada estudante tem a oportunidade de explorar sua criatividade e suas habilidades técnicas, o que o prepara para resolver problemas de maneira colaborativa e inovadora.

Embora a Cultura *Maker* tenha suas raízes no conceito DIY (do inglês, “*do it yourself*” - “faça você mesmo”), que enfatiza a capacidade de qualquer pessoa de idealizar e realizar um projeto de forma autônoma, não é possível estabelecer uma data específica para o seu surgimento.

Como observa Neto [11], “essa cultura emergiu como um fenômeno global, cuja visibilidade e disseminação foram amplificadas pela internet, permitindo que ideias e práticas se espalhassem rapidamente ao redor do mundo”. Nesse contexto, a Cultura *Maker* consiste de uma metodologia que se desenvolveu de forma orgânica, impulsionada por múltiplas iniciativas individuais e coletivas ao longo do tempo, em que o protagonismo do sujeito enquanto criador é um dos principais fundamentos.

Nessa metodologia, os estudantes são desafiados a abordar um problema por meio de uma aplicação prática. Nesse contexto, os alunos não apenas adquirem conhecimento ao desenvolver um projeto, mas também participam ativamente de sua execução, testes e aprimoramento, colaborando para encontrar soluções para a questão proposta.

Para apoiar esse processo e estruturar a abordagem pedagógica, a *Microsoft* apresentou uma adaptação das quatro principais fases voltadas para a educação, conforme descritas no site do Ipelab [12]. É importante destacar que essas fases não seguem uma sequência rígida nem delimitam a Cultura *Maker* a conceitos fixos; ao contrário, devem ser vistas como componentes que podem enriquecer o processo de ensino-aprendizagem.

A Fase 1, **Introdução**, tem como foco apresentar o projeto aos alunos. Os educadores devem incentivar a participação de todos, ajudando os alunos a expressarem suas reações, sejam elas de entusiasmo ou apreensão.

Figura 6.1: Fases para implementação da Cultura *Maker*

Fonte: Adaptado [12]

Na Fase 2, **Experimentação**, os alunos devem se envolver ativamente no processo de construção do material. Eles têm a liberdade de trabalhar sozinhos ou em grupo, discutindo suas ideias e abordagens iniciais de construção.

A Fase 3, **Prototipagem**, consiste na produção de material. Nela, os alunos enfrentam desafios práticos relacionados a recursos limitados. Aqui, eles precisam aprender a gerenciar materiais e tempo de forma eficiente. Os educadores podem oferecer suporte, ajudando os alunos a encontrar soluções criativas e a superar obstáculos.

A Fase 4, **Feedback**, é a fase final. Nela, os alunos são convidados a refletir sobre o que aprenderam e a compartilhar suas experiências com os colegas. É essencial que o professor enfatize a importância do *feedback*, mostrando como essa troca de experiências contribui para o aprimoramento da aprendizagem.

Após compreender as fases de implementação da Cultura *Maker*, é fundamental refletir sobre sua eficácia, considerando que se trata de uma metodologia amplamente reconhecida e aplicada na educação. Nesse contexto, apresentamos um exemplo de sequência didática que explora essa abordagem, com foco em proporcionar uma experiência prática e colaborativa, na qual os alunos “fazem geometria com as próprias mãos”. Essa metodologia incentiva a interação e o trabalho em equipe, permitindo que os estudantes desenvolvam habilidades técnicas, pensamento crítico e criatividade.

## 6.1 Atividade V - Triângulos e Quadriláteros: formas em ação

Nesta seção, apresentamos a sequência didática de uma atividade centrada na construção de formas geométricas. A atividade tem como objetivo engajar os alunos em um processo prático de aprendizado, no qual eles criam triângulos e quadriláteros utilizando diversos materiais disponíveis. Durante as quatro aulas, os estudantes trabalham em trios para desenvolver um portfólio que documente suas criações, reflexões e descobertas, promovendo a colaboração e a criatividade entre eles.

Essa proposta não apenas estimula a curiosidade em relação à geometria, mas também encoraja o desenvolvimento de habilidades de observação e classificação. Ao final da sequência, os alunos têm a oportunidade de apresentar seus portfólios e receber *feedback* construtivo dos colegas, fomentando uma cultura de aprendizado colaborativo. Assim, buscamos promover uma compreensão mais profunda dos conceitos geométricos e suas aplicações, ampliando o conhecimento dos estudantes sobre a Matemática de forma dinâmica e envolvente.


Devemos ressaltar que esta atividade não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração, pois é de autoria própria.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: o Quadro 6.1, que apresenta uma sugestão de sequência didática. Para os discentes, recomendamos a impressão dos comandos necessários para a criação do portfólio, conforme ilustrado na Figura 6.3. Ainda, recomendamos que os critérios avaliativos representados na Figura 6.2 sejam impressos tanto para docentes quanto para discentes.

Quadro 6.1: Sequência Didática Atividade V - Triângulos e Quadriláteros: formas em ação

<b>Conteúdo Abordado:</b> Construção e classificação de triângulos e quadriláteros.	
<b>Objetivo:</b> Desenvolver a compreensão dos alunos sobre a classificação e identificação de triângulos e quadriláteros por meio de experiências práticas de construção física e representação geométrica.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou <i>softwares</i> para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.
<b>Pré-Requisitos:</b> Identificar triângulos e quadriláteros. Compreender como medir o comprimento para uso de régua e esquadros;. Ter uma noção que a soma dos ângulos internos de um triângulo é $180^\circ$ e de um quadrilátero é $360^\circ$ .	
<b>Recursos didáticos:</b> Régua, esquadros, papel, tesouras, palitos de picolé, fita adesiva, canetas, <i>tablets</i> ou câmera fotográfica caso julgue necessário.	<b>Avaliação:</b> Como sugestão avaliativa, propomos a construção de um portfólio por grupos de três alunos. Este portfólio terá os critérios avaliativos que constam na Figura 6.2.
<b>Duração estimada:</b> No mínimo 4 horas-aula (200 minutos).	
<b>Desenvolvimento da atividade:</b> Vamos organizar seu desenvolvimento levando em consideração as fases para implementação da Cultura <i>Maker</i> , citadas na seção anterior. Na fase de Introdução, primeira aula, os alunos são informados da construção do portfólio em trios que acontecerá ao longo das quatro aulas, e é proposta a primeira atividade do portfólio, conforme indicado na Figura 6.3. Os alunos devem ainda se conscientizar que precisam registrar o que fizeram no portfólio de acordo com a criatividade deles com colagens, fotografias ou mesmo desenhos (esperamos que isso incentive a curiosidade e a colaboração entre os alunos). Na segunda aula, os alunos entram para a fase de Experimentação. O professor inicia a aula dividindo os alunos em trios e eles resolvem a segunda atividade, conforme indicado na Figura 6.3. Na terceira aula, os alunos têm a fase de Prototipagem, que já está sendo realizada ao longo das aulas anteriores com a construção do portfólio, mas que ganha novas atividades, conforme indicado na Figura 6.3. Na quarta aula, acontece a fase do <i>Feedback</i> . Nela, cada grupo apresenta seu portfólio, conforme as instruções da Figura 6.3. Durante as apresentações, os demais alunos devem oferecer <i>feedback</i> , para que todos reflitam sobre o que funcionou e o que poderia ser melhorado. Ao final da aula, caso julgue necessário, o professor recolhe os portfólios para análise e avaliação dos trabalhos.	




Figura 6.2: Critérios Avaliativos do portfólio



**Critérios Avaliativos**

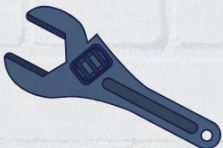

- **Construção e classificação (30 pesos):**  
Será considerada a precisão nas construções das formas geométricas e classificação correta das formas, com justificativas adequadas.
- **Documentação visual (20 pesos):**  
Será analisada a qualidade e clareza das fotos e desenhos incluídos no Portfólio.
- **Reflexão e anotações (30 pesos):**  
Será considerada a profundidade e clareza das reflexões escritas sobre o processo de construção e aprendizado, bem como a inclusão de observações sobre o trabalho em grupo e o uso dos materiais.
- **Apresentação e participação (20 pesos):**  
Será levada em conta a clareza e organização do material presente no portfólio e a participação nas discussões e *feedbacks* fornecidos aos colegas.

Figura 6.3: Atividades do portfólio



### Atividade 1

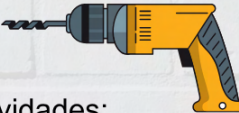

- Crie um triângulo e um quadrilátero usando todos os seus materiais escolares disponíveis. Lembre-se de registrar o resultado no portfólio.



### Atividade 2

Em grupos de três integrantes vocês deverão realizar as seguintes atividades:



- Construam diferentes triângulos e quadriláteros usando régua, esquadros e outros instrumentos de medida, registrando a construção no portfólio.
- Anote no portfólio as características observadas em cada figura e classifique as formas identificadas. No caso do triângulo, essa classificação deve ser dada baseada no lados (equilátero, isósceles, escaleno) e nos ângulos (acutângulo, retângulo, obtusângulo). Já no caso do quadrilátero, classifique como paralelogramo, trapézio ou trapezoide.
- Após finalizar as atividades anteriores, compartilhe sua descobertas com os outros grupos. No portfólio, faça um relato do aprendizado obtido a partir deste compartilhamento.



### Atividade 3

Nos grupos, vocês deverão realizar as seguintes atividades:

- Construir com seus materiais o maior triângulo equilátero e o maior quadrado possível. Registre o resultado no Portfólio.
- Organizar o portfólio de maneira clara e visualmente atraente para que possa ser apresentado para a turma na aula seguinte.



### Atividade 4

Cada grupo deve apresentar seu portfólio, destacando suas construções, classificações e reflexões. Durante as apresentações, os demais alunos devem oferecer um *feedback*, para que seja realizada uma reflexão sobre o resultado e possíveis melhorias.

# VI Aprendizagem Baseada em Problemas



## 7. Aprendizagem Baseada em Problemas



A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) é uma metodologia que prioriza a investigação e a resolução de problemas complexos que não possuem uma única solução correta. Essa abordagem estimula o pensamento crítico, a colaboração e a aplicação prática de conhecimentos, promovendo o engajamento dos alunos em processos de aprendizagem e preparando-os para enfrentar desafios do mundo real de maneira eficaz.

Conforme pontua Filho [13], esse método de ensino surgiu na Escola de Medicina da Universidade McMaster, no Canadá, na década de 1960. Posteriormente, na década de 1970, foi adotado por instituições como a Universidade de Maastricht, na Holanda; a Universidade de Newcastle, na Austrália; e a Universidade de Harvard, nos Estados Unidos.

No Brasil, as discussões em torno da reformulação dos cursos de medicina ganharam força a partir da década de 1990, impulsionadas pela atuação da Comissão Interinstitucional de Avaliação do Ensino Médico (Cinaem), que identificou fragilidades significativas na formação dos profissionais da área. Nesse cenário, a Aprendizagem Baseada em Problemas começou a ser implementada em 1993, configurando-se como uma alternativa metodológica voltada à superação das deficiências apontadas no processo de ensino-aprendizagem nos cursos de medicina.

Berbel [14] destaca que essa metodologia é implementada em sete etapas distintas, conforme ilustrado na Figura 7.1. Ressaltamos que essas etapas não devem ser vistas como uma sequência rígida, mas como componentes interligados que enriquecem o processo de ensino e aprendizagem.

Na primeira etapa, o problema é apresentado aos alunos, que devem compreender sua natureza. Caso a leitura contenha termos desconhecidos, é essencial que sejam esclarecidos aos estudantes.

Na segunda etapa, os alunos analisam o problema, identificando o conhecimento prévio e as lacunas que precisam ser abordadas para alcançar uma solução.

A terceira etapa consiste na formulação de hipóteses que proponham possíveis soluções para as lacunas previamente identificadas.

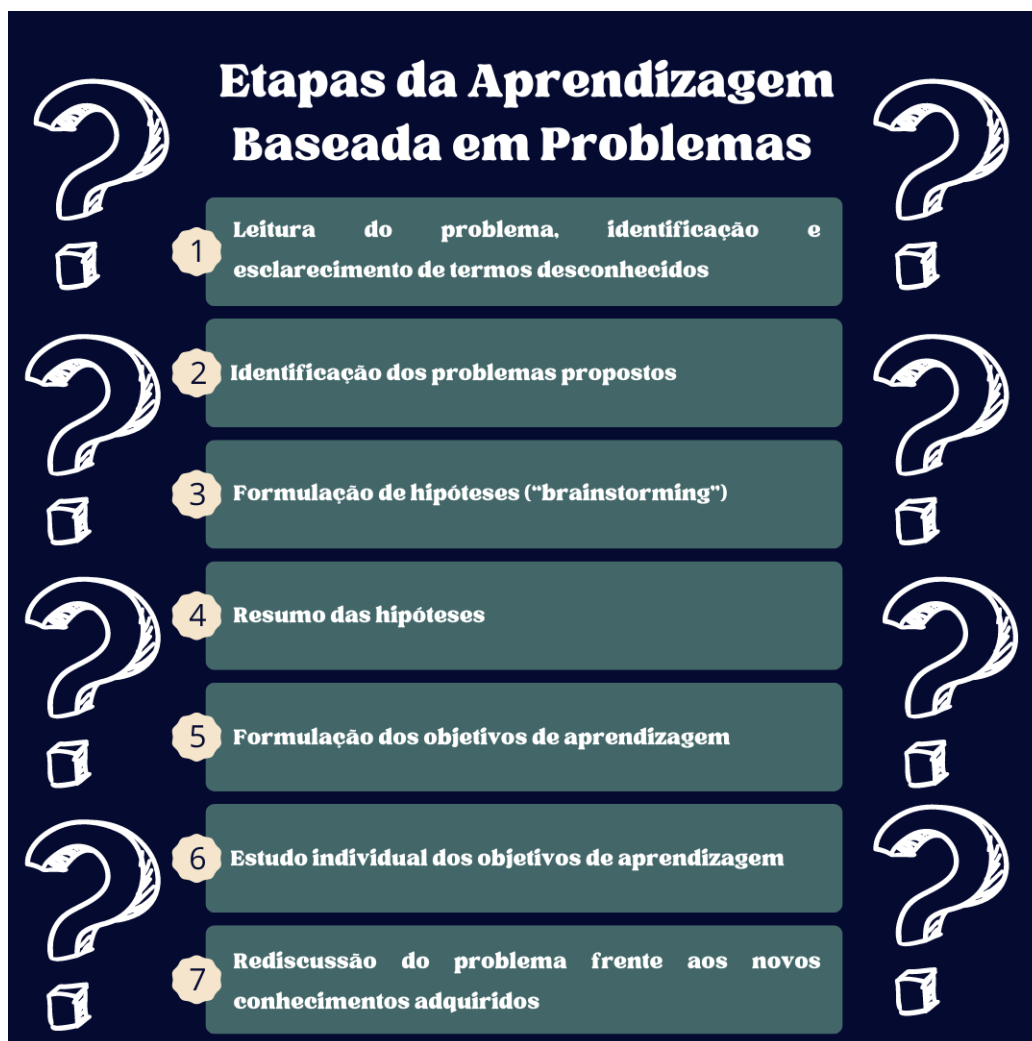
Na quarta etapa, o problema é reformulado com base nas hipóteses levantadas.

Na quinta etapa, os alunos desenvolvem novos objetos de aprendizagem, visando aumentar o consenso entre os membros do grupo.

Na sexta etapa, é realizada uma análise individual dos objetos de aprendizagem, com o objetivo de obter informações adicionais que contribuam para a resolução do problema.

Finalmente, na sétima e última etapa, o problema é reexaminado com base nas novas informações adquiridas. Nesse momento, os alunos compartilham os resultados e refletem sobre o aprendizado obtido por meio da prática e da reflexão sobre o problema.

Figura 7.1: Etapas da Aprendizagem Baseada em Problemas



Fonte: Adaptado [14, p. 147]

Após compreender as etapas de aplicação, é importante reconhecer que a Aprendizagem Baseada em Problemas envolve tanto benefícios quanto desafios, que devem ser analisados com atenção. Ao adotá-la, é fundamental evitar a percepção equivocada de que se trata de uma solução universal para todas as realidades educacionais.

No que segue, propomos uma atividade didática fundamentada na Aprendizagem Baseada em Problemas, orientada por uma situação-problema que mobiliza ativamente os conhecimentos dos estudantes em contextos significativos.

Ao longo da proposta, os alunos são estimulados a investigar, discutir e propor soluções para o problema apresentado. Esse processo favorece a identificação de lacunas no conhecimento, a formulação de hipóteses e a construção de respostas criativas, promovendo o desenvolvimento do

pensamento crítico.

## 7.1 Atividade VI - A festa surpresa da diretora

A sequência didática apresentada neste capítulo tem como foco o desenvolvimento de algoritmos e fluxogramas. A proposta consiste em uma atividade em que os alunos devem organizar uma festa surpresa para a diretora da escola, utilizando conceitos de algoritmos em linguagem natural e representando as etapas da organização por meio de um fluxograma. Essa abordagem visa engajar os estudantes em um problema prático e cotidiano, estimulando o raciocínio lógico e a resolução estruturada de problemas.

O objetivo da atividade é possibilitar a construção de algoritmos que descrevam a sequência de tarefas necessárias para a realização de um evento, além de desenvolver a habilidade de transformar esses algoritmos em fluxogramas. A proposta oferece aos estudantes a oportunidade de aplicar conceitos de lógica e programação em um contexto significativo e familiar, como o planejamento de uma festa. Nesse processo, os alunos são desafiados a refletir sobre a tomada de decisões, o planejamento de ações e a organização eficiente de recursos, respeitando um orçamento limitado.

Essa atividade constitui uma introdução eficaz ao estudo de algoritmos e fluxogramas, pois permite que os alunos experimentem, de forma prática, a criação de sequências lógicas e a representação gráfica de processos. Além disso, ao incentivar o trabalho em grupo e a apresentação de soluções, a proposta também promove a colaboração e a comunicação entre os estudantes, ampliando suas habilidades em Matemática e na resolução criativa de problemas.

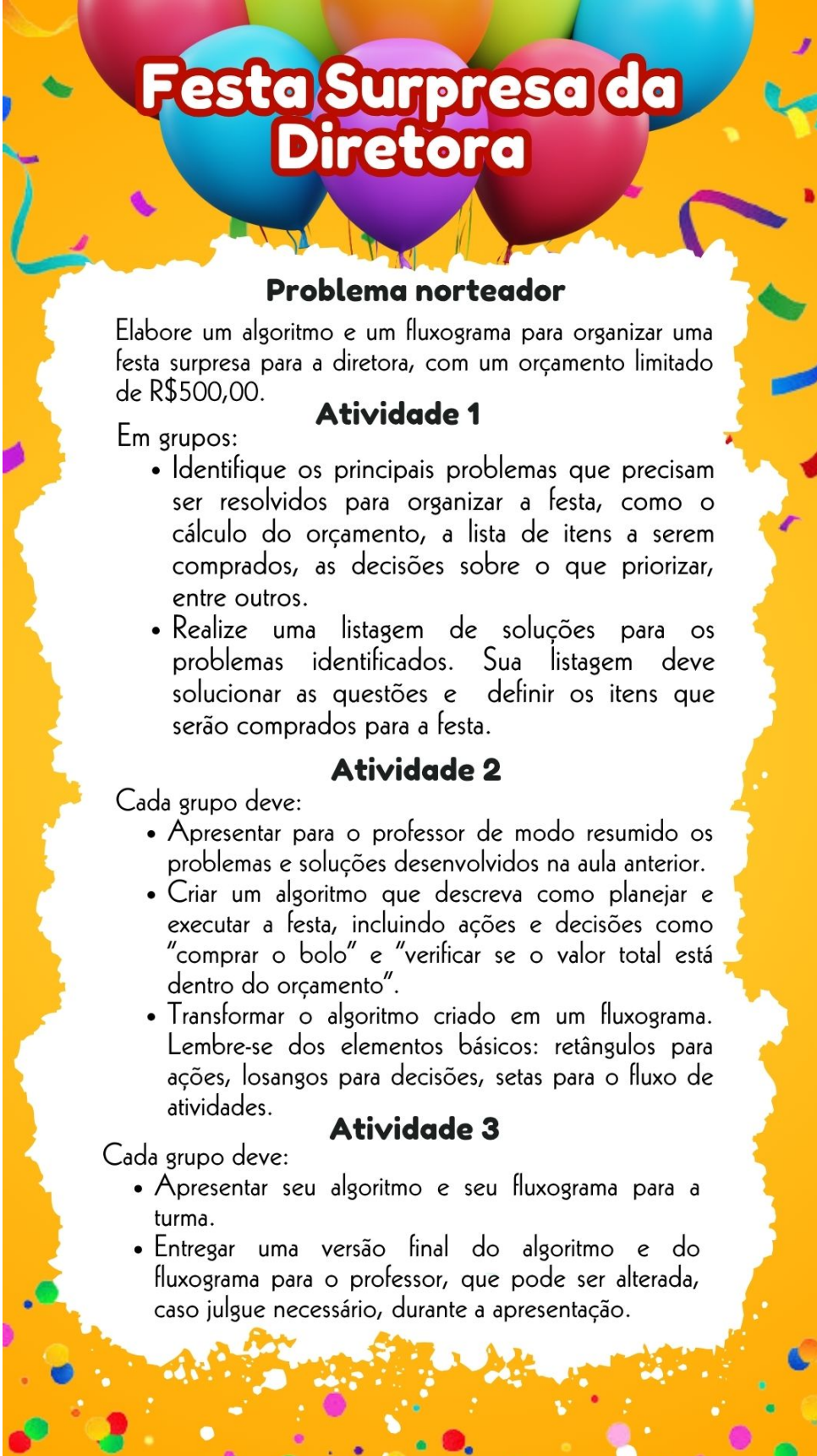
Devemos ressaltar que esta atividade não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração, pois é de autoria própria.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: o Quadro 7.1, que apresenta uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, recomendamos a impressão da atividade representada na Figura 7.2.

Quadro 7.1: Sequência Didática Atividade VI - A festa surpresa da diretora

<b>Conteúdo Abordado:</b> Construção de algoritmos em linguagem natural e sua representação através de fluxogramas.	
<b>Objetivo:</b> Planejar uma festa surpresa, criando um algoritmo em linguagem natural e representando-o por meio de um fluxograma, para a execução das tarefas envolvidas.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples. (EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc).
<b>Pré-Requisitos:</b> Compreender a ideia de sequência de ações e eventos condicionais. Conhecer visualmente fluxogramas. Realizar operações de adição e subtração.	
<b>Recursos didáticos:</b> Papel, lápis, borracha, dispositivos eletrônicos (opcional, caso deseje desenhar fluxogramas digitais).	<b>Avaliação:</b> Sugerimos que todo o processo de colaboração e construção do algoritmo e do fluxograma seja avaliado.
<b>Duração estimada:</b> No mínimo 3 horas-aula (150 minutos).	
<p><b>Desenvolvimento da atividade:</b> A proposta é composta por três aulas, cada uma com uma atividade (Figura 7.2), seguindo as etapas da Aprendizagem Baseada em Problemas.</p> <p>Na primeira aula:</p> <p>Etapa 1: Os alunos devem ler o problema e discuti-lo com o auxílio do professor, de modo que todos possam compreendê-lo.</p> <p>Etapa 2: Após o esclarecimento inicial, os alunos são divididos em grupos de 4 a 5 integrantes, com o objetivo de identificar os problemas que surgem ao organizar uma festa.</p> <p>Etapa 3: Os alunos criam uma lista de hipóteses de solução para os problemas identificados.</p> <p>Na segunda aula:</p> <p>Etapa 4: No início desta aula, cada grupo apresenta as hipóteses levantadas na aula anterior e recebe orientações do professor para selecionar as soluções mais viáveis e organizá-las sob a forma de um algoritmo.</p> <p>Etapa 5: Após resumir as hipóteses e organizarem o algoritmo, os alunos são instruídos a transformar o algoritmo em um fluxograma.</p> <p>Etapa 6: Deve ocorrer ao longo de toda a atividade quando os alunos revisam conceitos de algoritmos e fluxogramas, e ao pesquisar sobre o preço dos produtos necessários.</p> <p>Na terceira aula:</p> <p>Etapa 7: Cada grupo apresenta seu algoritmo e fluxograma. O professor, juntamente com os colegas, realiza observações e questionamentos, promovendo a reflexão a fim de assegurar que o planejamento da festa seja eficiente e esteja de acordo com o orçamento disponível. Ao final, os alunos entregam a versão final do algoritmo e do fluxograma, incorporando os conhecimentos adquiridos.</p>	

Figura 7.2: A festa surpresa da diretora: atividades

A graphic with a yellow background and colorful confetti. At the top, there are several colorful balloons (red, blue, green, purple, orange) and the title "Festa Surpresa da Diretora" in a large, bold, red-outlined font. Below the title, the text is organized into sections: "Problema norteador", "Atividade 1", "Atividade 2", and "Atividade 3".

## Festa Surpresa da Diretora

### Problema norteador

Elabore um algoritmo e um fluxograma para organizar uma festa surpresa para a diretora, com um orçamento limitado de R\$500,00.

### Atividade 1

Em grupos:

- Identifique os principais problemas que precisam ser resolvidos para organizar a festa, como o cálculo do orçamento, a lista de itens a serem comprados, as decisões sobre o que priorizar, entre outros.
- Realize uma listagem de soluções para os problemas identificados. Sua listagem deve solucionar as questões e definir os itens que serão comprados para a festa.

### Atividade 2

Cada grupo deve:

- Apresentar para o professor de modo resumido os problemas e soluções desenvolvidos na aula anterior.
- Criar um algoritmo que descreva como planejar e executar a festa, incluindo ações e decisões como "comprar o bolo" e "verificar se o valor total está dentro do orçamento".
- Transformar o algoritmo criado em um fluxograma. Lembre-se dos elementos básicos: retângulos para ações, losangos para decisões, setas para o fluxo de atividades.

### Atividade 3

Cada grupo deve:

- Apresentar seu algoritmo e seu fluxograma para a turma.
- Entregar uma versão final do algoritmo e do fluxograma para o professor, que pode ser alterada, caso julgue necessário, durante a apresentação.

# VIII Modelagem Matemática



## 8. Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é uma ferramenta de ensino que permite traduzir fenômenos cotidianos em expressões matemáticas, facilitando a análise e a previsão de comportamentos futuros. Ao abstrair e simplificar a realidade, essa metodologia não apenas contribui para uma melhor compreensão dos sistemas envolvidos, mas também auxilia no desenvolvimento de soluções práticas para problemas específicos.

Conforme apontam Quartieri e Knijnik [15], a aplicação da Modelagem Matemática na educação remonta ao século XX, com um marco histórico no Simpósio de Lausanne, realizado em 1968, que abordou o ensino útil da Matemática. No Brasil, as primeiras experiências com essa abordagem ocorreram na década de 1970, conduzidas por professores da UNICAMP, com destaque para aplicações na área da Biomatemática.

Com isso, torna-se essencial compreender como os conceitos dessa metodologia podem ser aplicados no espaço escolar. Baseando-se nas pesquisas de Almeida, Silva e Ventura [16], é possível delinear quatro etapas fundamentais para a aplicação da Modelagem Matemática, conforme ilustrado na Figura 8.1. Essas etapas não devem ser vistas como um procedimento rígido, mas como fases inter-relacionadas que se complementam, promovendo a eficácia e a fluidez do processo de ensino e aprendizagem.

A primeira etapa, chamada **Integração**, envolve o contato inicial com uma situação-problema a ser analisada, com o objetivo de compreender suas características e particularidades. Nessa fase, os alunos devem reunir informações relevantes por meio da coleta de dados, sejam eles de natureza quantitativa ou qualitativa, utilizando diferentes métodos, como entrevistas, pesquisas ou observações diretas.

Na fase seguinte, denominada **Matematização**, os estudantes realizam a transição entre linguagens, convertendo os dados coletados em símbolos matemáticos que descrevem a situação. Essa etapa inclui a formulação de hipóteses, a seleção de variáveis relevantes e a simplificação das informações, estruturando o problema identificado na etapa anterior.

A terceira etapa, chamada **Resolução**, consiste na construção de um modelo matemático que melhor descreva a situação em questão. O objetivo é analisar os aspectos mais significativos do


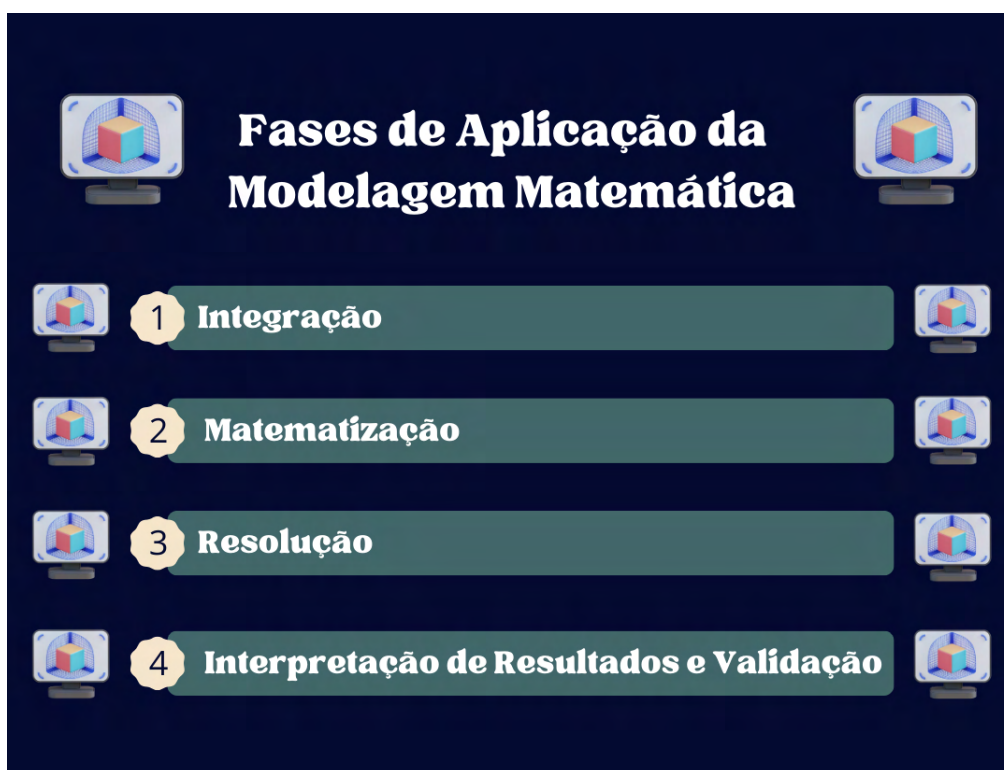


Figura 8.1: Fases de aplicação da Modelagem Matemática



Fonte: Adaptado [16, pp. 15-16]

problema e responder às questões levantadas durante a fase de Integração. Em algumas situações, essa etapa também pode permitir a realização de previsões sobre o problema estudado.

Por fim, na etapa de **Interpretação de Resultados e Validação**, os alunos analisam as respostas geradas pelo modelo matemático. Essa análise envolve uma avaliação crítica que busca validar a representação matemática em relação ao problema original. Os estudantes devem considerar tanto os procedimentos matemáticos empregados quanto a relevância da solução encontrada, garantindo que as conclusões sejam adequadas e significativas.

Para além das etapas de aplicação da Modelagem Matemática, é igualmente importante refletir sobre os impactos dessa metodologia no contexto educacional. A análise de seus benefícios e desafios permite uma compreensão mais ampla de como ela pode ser implementada de forma eficiente, respeitando as especificidades de cada ambiente escolar. Essa reflexão contribui para alinhar as expectativas em relação aos resultados esperados e orientar práticas pedagógicas que aproveitem ao máximo o potencial dessa abordagem.

Nesse contexto, é fundamental destacar que a utilização da Modelagem Matemática nas escolas exige uma abordagem cuidadosa. Apresenta-se, a seguir, uma sequência didática que explora a aplicação prática dessa metodologia. O objetivo é promover um aprendizado ativo, no qual os alunos se envolvem diretamente na coleta de dados e na investigação de propriedades dos números naturais.

## 8.1 Atividade VII - A Corrida dos Números

Nesta seção, apresentamos uma sequência didática centrada na exploração das propriedades dos números naturais, incentivando os alunos a coletar dados físicos e matematicamente significativos.

A atividade propõe a escolha de números de 1 a 100 e a investigação de características como serem primos ou compostos, além de identificar seus divisores e múltiplos.

O objetivo dessa proposta é fomentar o entendimento das relações numéricas de forma interativa, promovendo a aprendizagem colaborativa entre os estudantes. Por meio da dinâmica intitulada “A Corrida dos Números”, os alunos não apenas exploram as características dos números escolhidos, mas também visualizam fisicamente suas propriedades ao construir uma linha de múltiplos em um espaço designado.

A atividade inicia-se com uma introdução ao tema, em que o professor contextualiza a importância dos números primos e compostos, destacando como esses conceitos se aplicam à Matemática do cotidiano. Em seguida, os alunos são encorajados a formular hipóteses sobre o que torna um número “mais competitivo” e a coletar dados que fundamentem ou desafiem essas hipóteses. A construção da linha de múltiplos em um ambiente físico proporciona uma abordagem dinâmica para visualizar as interações entre os números e suas propriedades, fomentando discussões significativas entre os grupos.

Essa atividade visa desenvolver nos alunos uma compreensão mais profunda da estrutura dos números naturais e de suas interações. Além disso, oferece a oportunidade de aplicar conceitos matemáticos como máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, utilizando ferramentas como o Algoritmo de Euclides, ampliando a capacidade dos estudantes de resolver problemas de maneira estruturada e criativa.

Devemos ressaltar que essa atividade não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração, pois é de autoria própria.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: os Quadros 8.1 e 8.2, que apresentam uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, recomendamos a impressão da atividade representada na Figura 8.2.

Quadro 8.1: Sequência Didática Atividade VII - A Corrida dos Números: Parte 1

<p><b>Conteúdo Abordado:</b> Números primos e compostos. Múltiplos e divisores de um número natural. Critérios de divisibilidade (2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100). Decomposição em fatores primos. Algoritmo de Euclides. Máximo Divisor Comum e Mínimo Múltiplo Comum.</p>	
<p><b>Objetivo:</b> Classificar números naturais em primos e compostos. Aplicar conceitos de múltiplos, divisores e critérios de divisibilidade em uma atividade prática. Coletar dados reais, fatorar números e resolver problemas matemáticos de forma colaborativa.</p>	<p><b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. (EF06MA06A) Resolver problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor. (EF06MA06B) Elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor. (EF06MA37MG) Fatorar números naturais em produto de números primos. (EF06MA38MG) Utilizar a fatoração em primos em diferentes situações problema. (EF06MA39MG) Resolver problemas que envolvam o Algoritmo de Euclides. (EF06MA40MG) Determinar o M.D.C. e M.M.C. de números naturais. (EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.</p>
<p><b>Pré-Requisitos:</b> Conhecer as definições de múltiplos, divisores e o Algoritmo de Euclides para cálculo do Máximo Divisor Comum. Ter noções básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Compreender a decomposição de números naturais em fatores primos e utilizar deste resultado no cálculo do Mínimo Múltiplo Comum.</p>	
<p><b>Recursos didáticos:</b> Fichas de papel com números naturais (1 a 100), trena ou régua, cordão ou barbante.</p>	<p><b>Avaliação:</b> Como sugestão, o professor deve avaliar a apresentação dos grupos com a solução encontrada e o relatório escrito individual sobre a atividade.</p>
<p><b>Duração estimada:</b> No mínimo 3 horas-aula (150 minutos), variando de acordo com as necessidades da turma.</p>	

Fonte: Elaborado pelos autores

Quadro 8.2: Sequência Didática Atividade VII - A Corrida dos Números: Parte 2

**Desenvolvimento da atividade:** O Desenvolvimento da atividade foi elaborado considerando as quatro fases de aplicação da Modelagem Matemática.

Na primeira aula, inicia-se a fase de Integração, em que o professor apresenta a situação-problema ilustrada na Figura 8.2. Deve ficar claro para os alunos que, na aula seguinte, será realizada “A Corrida dos Números”.

Ainda na primeira aula, os alunos avançam para a fase de Matematização, começando a formular conjecturas sobre a quantidade de divisores e múltiplos que cada número possui e como isso pode influenciar o “vencedor” da corrida. Nesse momento, os critérios de divisibilidade são explorados para determinar os múltiplos e divisores de cada número, incentivando uma abordagem investigativa.

Na segunda aula, tem início a fase de Resolução. Nessa etapa, os alunos utilizam a fatoração dos números sorteados em números primos para listar todos os divisores. Após a coleta dos dados, os alunos formam grupos de 4 ou 5 integrantes e realizam a corrida, colocando em prática os conceitos matemáticos estudados.

Por fim, na terceira aula, ocorre a fase de Interpretação de Resultados e Validação. Os grupos se reúnem novamente, e o professor orienta discussões sobre os resultados da corrida, analisando os motivos para a vitória ou derrota e considerando ajustes para uma nova competição, caso necessário. Para encerrar, cada aluno deve elaborar, de forma individual, um relatório apresentando suas conclusões e reflexões sobre a atividade.

Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 8.2: A Corrida Dos Números



Vamos organizar uma corrida de números!

Os alunos devem se organizar em equipes, em que cada aluno sorteará um número natural entre as fichas. Sobre o número:

- Ele é primo ou composto? Vencerá a primeira volta a equipe que escolher um número primo.
- Quais são seus 5 primeiros múltiplos? Vencerá a segunda volta a equipe que tiver o maior múltiplo.
- O maior múltiplo da lista dos 5 múltiplos deve ser arredondado para a potência de 10 mais próxima. Vencerá a terceira volta a equipe que realizar o arredondamento corretamente.
- Quais seus divisores? Vencerá a quarta volta, a equipe que tiver o maior número de divisores.
- Determine o máximo divisor comum (MDC) dos números de todos os componentes do grupo, utilizando o Algoritmo de Euclides. Vencerá a quinta volta o grupo que tiver o maior MDC.
- Determine o mínimo múltiplo comum (MMC) dos números de todos os componentes do grupo. Vencerá a sexta volta o grupo que tiver o menor MMC.
- Crie um problema envolvendo os múltiplos e divisores do número escolhido pela equipe. Vencerá a sétima volta a equipe que elaborar o problema corretamente.

### **FUNCIONAMENTO DA CORRIDA**

Cada grupo deve escolher um, dentre os números que foram sorteados em sua equipe, para ser o seu representante na competição. As equipes iniciam na mesma posição. Em seguida, elas devem disputar as categorias andando 5 centímetros horizontais para cada categoria que vençam (mesmo em caso de empate), e 3 centímetros caso fiquem em segundo lugar na disputa (mesmo em caso de empate). Vencerá a corrida a equipe que tiver o maior deslocamento após todas as voltas serem avaliadas.



# IX Realidade Aumentada



## 9. Realidade Aumentada



A Realidade Aumentada consiste em um método de ensino em que os alunos interagem com o ambiente virtual enquanto se mantêm no ambiente físico, de modo que a realidade virtual sobrepõe o ambiente físico e o aluno interage com ambos simultaneamente.

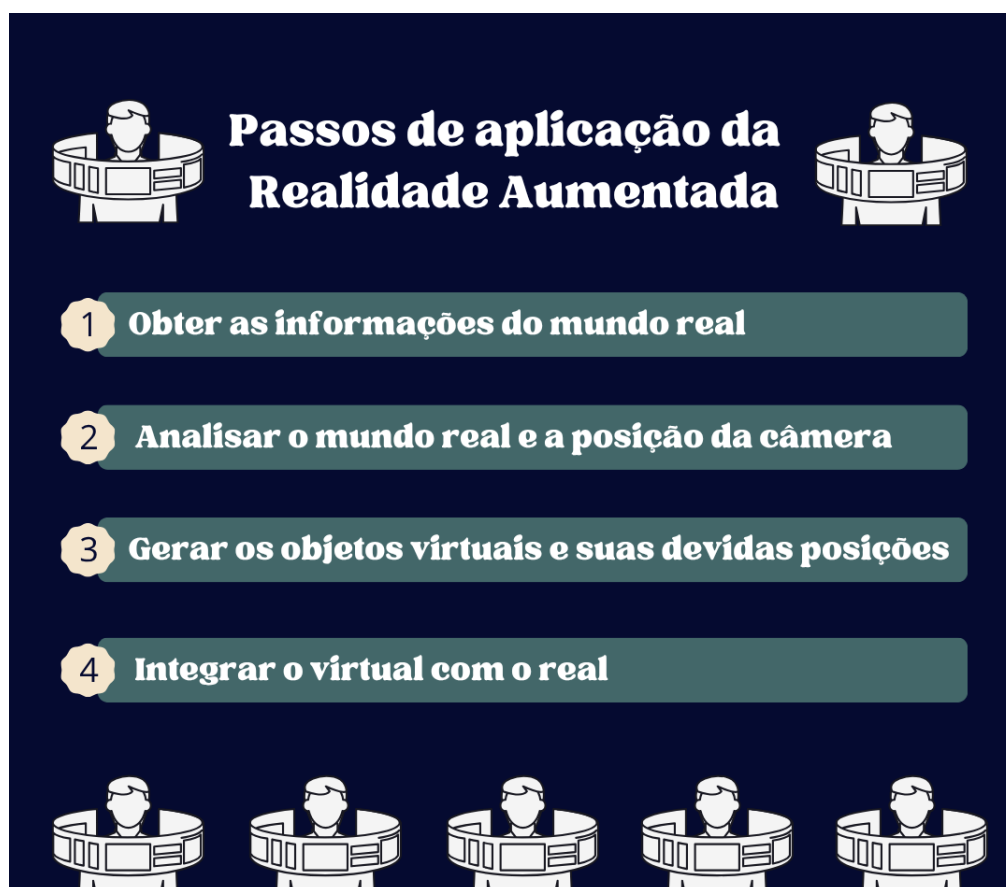
Conforme pontuam Kirner e Kirner [17], a Realidade Aumentada teve sua origem na década de 1960, quando Ivan Sutherland escreveu um artigo sobre os reflexos da realidade virtual no mundo real, e desenvolveu um capacete com visão óptica direta para exibir objetos 3D no mundo real. Porém, somente nos anos 1980 é que a primeira aplicação prática surgiu, com a Força Aérea Americana desenvolvendo um simulador de *cockpit* que mesclava elementos virtuais com o ambiente físico.

Conforme Reis [18], a aplicação da Realidade Aumentada envolve quatro etapas principais, ilustradas na Figura 9.1.

**Captura das informações do ambiente real:** Para que a interação entre o ambiente físico e o digital seja possível, é indispensável a utilização de dispositivos tecnológicos, como câmeras de alta resolução e sensores especializados. Esses dispositivos são responsáveis por captar dados visuais e informações relevantes do ambiente em tempo real. Esse processo cria uma base sólida de informações sobre o espaço físico, permitindo que o sistema reconheça e entenda o ambiente ao redor. Dessa forma, é possível estabelecer uma conexão direta entre o mundo físico e os elementos virtuais que serão incorporados posteriormente.

**Análise do ambiente e posicionamento da câmera:** Uma vez capturadas as informações do ambiente, o próximo passo é realizar uma análise detalhada desses dados utilizando técnicas de reconhecimento de imagem e processamento de informações espaciais. Essa etapa envolve identificar características específicas do ambiente, como planos, superfícies, objetos existentes e suas localizações. Paralelamente, é feita a identificação precisa da posição e do ângulo da câmera utilizada no dispositivo, garantindo que o sistema compreenda exatamente onde está localizado e para onde está apontando. Essas informações são cruciais para determinar os pontos específicos no ambiente físico onde os objetos virtuais serão posicionados. O objetivo principal é garantir que a sobreposição entre o ambiente real e os elementos digitais seja precisa e natural, evitando

Figura 9.1: Passos de aplicação da Realidade Aumentada



Fonte: Adaptado [18, p. 19]

desalinhamentos ou inconsistências visuais. A partir de técnicas de reconhecimento de imagem, o aplicativo deve identificar a posição da câmera e determinar os locais no ambiente onde os objetos virtuais serão inseridos, garantindo precisão na sobreposição dos ambientes virtual e real.

**Criação dos objetos virtuais:** Após a análise do ambiente e o entendimento completo de suas características espaciais, o sistema inicia o processo de criação dos objetos virtuais. Esses objetos, que podem variar desde representações tridimensionais complexas até elementos gráficos simples, são desenvolvidos e ajustados digitalmente para se adaptarem às condições do espaço físico analisado. É nessa etapa que se considera não apenas o tamanho e o formato dos objetos, mas também fatores como perspectiva, escala, iluminação e posicionamento, de modo a garantir que eles pareçam uma extensão natural do ambiente real. A criação desses modelos digitais deve ser feita com precisão e atenção aos detalhes, para que a interação do usuário com esses elementos seja intuitiva e visualmente satisfatória.

**Integração do virtual com o real:** A última etapa do processo consiste em combinar, de forma harmônica e fluida, os elementos virtuais gerados com as imagens reais capturadas. Essa integração é feita por meio de algoritmos que sincronizam a movimentação dos elementos virtuais com a câmera e com as mudanças no ambiente físico. Quando realizada corretamente, essa fusão proporciona uma experiência imersiva, na qual os objetos digitais parecem fazer parte do mundo real, respondendo de forma natural às interações do usuário e às alterações no ambiente. O resultado final é exibido em dispositivos de saída, como telas de *smartphones*, *tablets* ou óculos de Realidade Aumentada, permitindo que o usuário perceba uma única realidade enriquecida pela presença dos

elementos virtuais. Essa etapa garante que a experiência seja envolvente, realista e adequada ao propósito desejado.

Uma vez compreendido o processo de aplicação da metodologia dividido em etapas, apresentamos a seguir uma sequência didática que explora a aplicação da Realidade Aumentada, buscando integrar de forma prática esse recurso tecnológico ao processo de ensino-aprendizagem.

## 9.1 Atividade VIII - Poliedros imersivos

Nesta seção, apresentamos uma sequência didática que utiliza a Realidade Aumentada para explorar os poliedros no ensino de geometria. A proposta consiste em uma aula interativa em que os alunos se envolvem ativamente com o aplicativo “Sólidos RA - Realidade Aumentada,” permitindo-lhes visualizar e manipular modelos tridimensionais desses sólidos geométricos. A atividade tem como objetivo promover a compreensão das relações entre vértices, faces e arestas, ao mesmo tempo em que desenvolve a percepção espacial dos estudantes. Ao conectar a teoria das planificações com a prática, buscamos despertar a curiosidade dos alunos.

Explorando as características dos prismas e pirâmides de maneira interativa, os alunos são estimulados a diferenciar esses sólidos com base em suas propriedades geométricas e a relacionar figuras tridimensionais com suas planificações. Além disso, ao integrar a tecnologia de forma imersiva ao processo de ensino, espera-se que a atividade proporcione ao aluno a percepção de uma geometria mais acessível, interativa e dinâmica.

As figuras trabalhadas nas fichas da atividade são: 1- Cubo, 2- Pirâmide regular quadrangular, 3- Pirâmide regular pentagonal, 4- Pirâmide regular hexagonal, 5- Pirâmide regular heptagonal, 6- Pirâmide regular octogonal, 7- Tronco de pirâmide regular quadrangular, 8- Tronco de pirâmide regular pentagonal, 9- Pirâmide regular hexagonal, 10- Pirâmide regular heptagonal, 11- Pirâmide regular octogonal, 12- Prisma reto regular quadrangular, 13- Prisma reto regular pentagonal, 14- Prisma reto regular hexagonal, 15- Prisma reto regular heptagonal, 16- Prisma reto regular octogonal, 17- Prisma reto quadrangular, 18- Prisma oblíquo regular triangular, 19- Prisma oblíquo regular quadrangular, 20- Prisma oblíquo regular pentagonal, 21- Pirâmide oblíqua quadrangular, 22- Pirâmide oblíqua pentagonal, 23- Pirâmide oblíqua hexagonal, 24- Tetraedro, 25- Cilindro reto, 26- Cone reto, 27- Esfera, 28- Octaedro.

Sugerimos, ainda, que em uma aula posterior à sequência didática apresentada, o professor promova uma discussão sobre a aplicação da relação de Euler aos sólidos geométricos. Essa abordagem permitirá consolidar os conceitos trabalhados e aprofundar a compreensão dos alunos sobre as propriedades estruturais dessas figuras espaciais.

Destacamos que o Quadro 9.1 pode ser impresso como material de apoio para o docente, por se tratar de uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, é necessário imprimir todo o material relacionado à atividade, apresentado nas Figuras 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.7, 9.8, 9.9, 9.10, 9.11, 9.12, 9.13, 9.14 e 9.15.

### Referência Bibliográfica da Atividade

AMORIM, Lucas Luppi. **Sólidos RA - Realidade Aumentada**. jan. 2023. Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.LuMuGames.SolidosRA>. Acesso em: 23 jan. 2025.

AMORIM, Lucas Luppi. **Sólidos RA Material de apoio: Sólidos geométricos em Realidade Aumentada**. jan 2023. Disponível em: [https://drive.google.com/drive/folders/1\\_qgc3g0HX8igfEWiKOKM803W0iu2Kv1l?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1_qgc3g0HX8igfEWiKOKM803W0iu2Kv1l?usp=sharing). Acesso em: 25 jan. 2025.


Quadro 9.1: Sequência Didática Atividade VIII - Poliedros imersivos

<b>Conteúdo Abordado:</b> Prismas e pirâmides: planificações e relações entre vértices, faces e arestas.	
<b>Objetivo:</b> Quantificar e estabelecer relações entre vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides. Desenvolver a percepção espacial através da visualização 3D de sólidos geométricos. Diferenciar prismas e pirâmides com base nas suas características geométricas. Relacionar figuras tridimensionais com suas planificações.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial. (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano quanto em faces de poliedros.
<b>Pré-Requisitos:</b> Conhecimentos prévios sobre poliedros e suas propriedades (faces, vértices e aresta), bem como um estudo dos corpos redondos.	
<b>Recursos didáticos:</b> <i>Smartphones</i> ou <i>tablets</i> com câmera, material de apoio impresso, lápis, borracha e caneta.	<b>Avaliação:</b> Esperamos que o professor avalie a compreensão dos alunos, a partir do resultado apresentado no material de apoio.
<b>Duração estimada:</b> No mínimo 2 horas-aula (100 minutos), variando de acordo com as necessidades da turma.	
<p><b>Desenvolvimento da atividade:</b> A proposta segue as etapas de aplicação da Realidade Aumentada (Devido às resistências de algumas escolas em relação ao uso de <i>Smartphones</i> ou <i>tablets</i>, essa atividade pode ser direcionada para ser realizada como dever de casa).</p> <p>1. Obter as informações do mundo real: O professor apresenta aos alunos a proposta da atividade, que consiste em revisar conceitos básicos sobre prismas, pirâmides e suas propriedades (vértices, faces e arestas), discutir as características das planificações e como elas se relacionam com os sólidos geométricos. Deve ficar claro para os alunos que utilizarão <i>smartphones</i> ou <i>tablets</i> com o aplicativo “Sólidos RA - Realidade Aumentada” instalado. Os alunos recebem o material de apoio com os <i>QR Code</i>'s, que se encontram nas Figuras 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.7, 9.8, 9.9, 9.10, 9.11, 9.12, 9.13, 9.14 e 9.15. Esse material foi adaptado do <i>drive</i> de Material de apoio do aplicativo.</p> <p>Com relação às etapas 2. Analisar o mundo real e a posição da câmera e 3. Gerar os objetos virtuais e suas devidas posições: Antes de iniciar o preenchimento dos dados solicitados, os alunos selecionam a função “Visualização” e apontar a câmera para um dos <i>QR Codes</i> entregues, explorando as funcionalidades do aplicativo para gerar diferentes visualizações dos sólidos e rotacioná-los, o que pode auxiliá-los na identificação de seus elementos.</p> <p>4. Integrar o virtual com o real: Na segunda aula, é solicitado então que os alunos preencham as fichas entregues. Ao finalizar a atividade, esperamos que o aluno tenha aperfeiçoado sua visão espacial dos poliedros e suas propriedades, podendo ser trabalhados também os corpos redondos.</p>	

Figura 9.2: Material de apoio - Parte 1


# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 1**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 2**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.3: Material de apoio - Parte 2

# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 3**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 4**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.4: Material de apoio - Parte 3


# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 5**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 6**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.5: Material de apoio - Parte 4


# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 7**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 8**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.6: Material de apoio - Parte 5


# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 9**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 10**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.7: Material de apoio - Parte 6

# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 11**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 12**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.8: Material de apoio - Parte 7

# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 13**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 14**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.9: Material de apoio - Parte 8


# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 15**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 16**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.10: Material de apoio - Parte 9

# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 17**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 18**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.11: Material de apoio - Parte 10


# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 19**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 20**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.12: Material de apoio - Parte 11


# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 21**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 22**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.13: Material de apoio - Parte 12


# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 23**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 24**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.14: Material de apoio - Parte 13

# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 25**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 26**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

Figura 9.15: Material de apoio - Parte 14


# POLIEDROS IMERSIVOS

**FIGURA 27**



- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:

**FIGURA 28**




- Nome do sólido:
- Número de vértices:
- Número de faces:
- Número de arestas:
- Desenhe a planificação do sólido:



# Problematização<sub>5</sub>



## 10. Metodologia de Problematização



A Metodologia da Problematização tem início com a identificação de um problema concreto, extraído da realidade vivida pelos alunos. Esse problema, por sua relevância e proximidade com o cotidiano dos estudantes, torna-se um ponto de partida significativo para o processo de aprendizagem. A partir dessa situação real, os alunos são convidados a realizar uma análise crítica, levantando hipóteses, identificando causas e consequências, e refletindo sobre possíveis caminhos de investigação.

Ao longo do processo investigativo, os alunos não apenas observam passivamente a realidade, mas podem intervir na mesma. Essa interação promove mudanças significativas no ambiente analisado e, ao mesmo tempo, promove o surgimento de novas questões, o que amplia o alcance da aprendizagem.

Colombo e Barbel [19] destacam que, embora o Arco de Maguerez — estrutura fundamental na aplicação da Metodologia da Problematização — tenha surgido na década de 1970, essa metodologia só começou a se difundir a partir de 1977, por meio dos trabalhos de Bordenave e Pereira. No entanto, seu uso permaneceu restrito até 1992, quando passou a ganhar maior reconhecimento com sua implementação no Centro de Saúde da Universidade Estadual de Londrina.

A Metodologia da Problematização, com base nas diretrizes estabelecidas pelo Arco de Maguerez, pode ser implementada por meio de cinco etapas principais (ilustradas na Figura 10.1). No entanto, é fundamental destacar que o método não se restringe a uma sequência rígida; trata-se de um processo dinâmico, em que as etapas podem ocorrer de forma interconectada e adaptativa. Essa flexibilidade permite que o professor, ao compreender cada fase, as utilize de maneira integrada e contextualizada, enriquecendo a aplicação do método em diferentes contextos.

**Observação da realidade:** Nesta etapa inicial, no cenário prático, os alunos são incentivados a observar diretamente a situação e registrar problemas relacionados ao tema estudado ou que possam servir como problema central para análise na sala de aula.

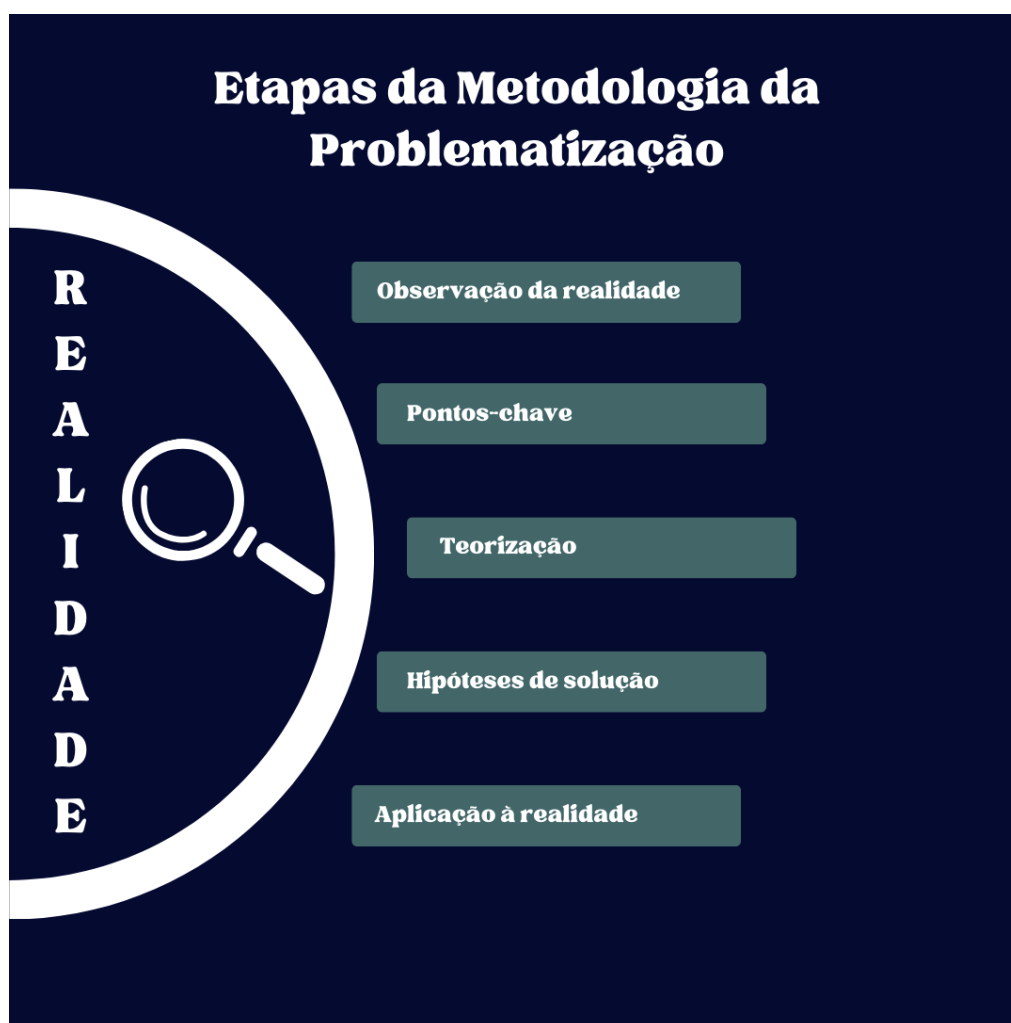
**Identificação de pontos-chave:** Em sala de aula, o professor orienta os alunos a identificar e discutir as causas fundamentais do problema estudado, promovendo uma reflexão crítica e levando-os a compreender os fatores centrais da questão.

**Teorização:** Na etapa seguinte, os alunos buscam embasamento teórico para as questões levantadas, utilizando artigos científicos, legislações e outras fontes acadêmicas, com o objetivo de aprofundar o entendimento do problema.

**Hipóteses de solução:** Nesta etapa, são propostas e planejadas ações para abordar o problema identificado, estabelecendo possíveis soluções.

**Aplicação à realidade:** Na etapa final, retorna-se ao cenário prático, onde os alunos implementam as ações planejadas, contribuindo com soluções reais e gerando um impacto social direto no contexto observado.

Figura 10.1: Etapas da Metodologia da Problematização



Fonte: Adaptado [20, p. 2-3]

Ao analisar as etapas de aplicação, percebe-se que a Metodologia da Problematização configura-se como uma abordagem valiosa para o contexto escolar, especialmente por seu potencial em estimular a investigação, o pensamento crítico e a construção coletiva do conhecimento.

Em seguida, apresentamos uma sequência didática que incorpora a Metodologia da Problematização, destacando sua aplicação prática no contexto educacional. O objetivo é demonstrar como essa abordagem pode ser implementada de forma eficiente, promovendo a integração entre teoria e prática, além de favorecer o desenvolvimento de habilidades críticas e reflexivas nos alunos. A Metodologia da Problematização se apresenta, assim, como uma valiosa ferramenta

pedagógica, capaz de incentivar a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem, posicionando-os como protagonistas na construção de soluções para problemas reais.

## 10.1 Atividade IX - O Parque de diversões

Nesta seção, propomos uma atividade prática para explorar conceitos de geometria plana, escalas e organização espacial por meio da criação de um parque de diversões em miniatura. Os alunos, em grupos, são incentivados a projetar e construir modelos de atrações que compõem o parque, como carrossel, montanha-russa e roda-gigante, utilizando ferramentas de desenho, papel milimetrado e o plano cartesiano para o projeto inicial, expandindo a atividade para a construção de modelos manipulativos. Esta proposta visa desenvolver habilidades relacionadas à ampliação e redução de figuras, construção de plantas baixas e compreensão das mudanças de área e perímetro ao se alterar a escala das atrações.

A atividade está estruturada com base na Metodologia de Problematização e no modelo do Arco de Maguerez, passando por etapas de Observação da realidade, Pontos-chave, Teorização, Hipóteses de solução e Aplicação à realidade. A ideia é que, ao interpretar e construir figuras planas no plano cartesiano e desenhar plantas baixas simples, os alunos aprimorem a percepção espacial e a compreensão das propriedades geométricas. Além disso, a sequência didática promove habilidades de planejamento e resolução de problemas, ao mesmo tempo em que estimula o trabalho em equipe entre os estudantes, a construção de algoritmos de solução e a aplicação de conceitos matemáticos por meio de uma experiência tangível e colaborativa.

Devemos ressaltar que esta atividade não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração, pois é de autoria própria.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: os Quadros [10.1](#) e [10.2](#), que apresentam uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, recomendamos a impressão da atividade apresentada na Figura [10.2](#).

Quadro 10.1: Sequência Didática Atividade IX - O Parque de diversões: Parte 1

<b>Conteúdo Abordado:</b> Construir e manipular figuras semelhantes utilizando ampliação e redução.	
<b>Objetivo:</b> Compreender a utilização do plano cartesiano para localizar pontos e construir figuras. Desenvolver a habilidade de construir figuras semelhantes em situações de ampliação e redução. Compreender como alterações nas medidas dos lados de uma figura geométrica influenciam seu perímetro e área. Aplicar algoritmos em contextos práticos, como a construção de um modelo em escala.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e redução, usando malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. (EF06MA23) Construir algoritmos para resolver situações passo a passo. (EF06MA16X) Associar pares ordenados de números a pontos no plano cartesiano para a localização de vértices de um polígono. (EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas. (EF06MA29) Analisar mudanças no perímetro e na área de figuras ao se ampliarem ou reduzirem as medidas dos lados.
<b>Pré-Requisitos:</b> Noções básicas de geometria plana, área e perímetro. Conhecimento introdutório sobre o plano cartesiano. Habilidade motoras de construção e manipulação de figuras.	
<b>Recursos didáticos:</b> Malhas quadriculadas impressas ou papel milimetrado. Régua e transferidores. Materiais de escolha pessoal dos alunos para construção do projeto, tais como papel, palitos de sorvete, cola, objetos recicláveis, etc.	<b>Avaliação:</b> Como sugestão, o professor deve avaliar a apresentação do trabalho e a planta do projeto, tendo como principal critério de avaliação a fidelidade das medidas apresentadas.
<b>Duração estimada:</b> No mínimo 5 horas-aula (250 minutos), variando de acordo com as necessidades da turma.	

Fonte: Elaborado pelos autores

Quadro 10.2: Sequência Didática Atividade IX - O Parque de diversões: Parte 2

**Desenvolvimento da atividade:** As aulas do desenvolvimento estão apresentadas na Figura 10.2.

Aula 1 (Observação da Realidade): O professor inicia a atividade apresentando a proposta de os alunos criarem um parque de diversões em miniatura, no qual deverão elaborar a planta do projeto e depois executar a construção com materiais que tenham acesso. Deve ficar claro para os alunos que eles têm dois desafios: o de projetar e o de realizar o projeto. Para iniciar o planejamento, os alunos devem pesquisar exemplos reais de parques e analisar as áreas e formas das atrações. O professor pode mostrar exemplos de plantas baixas simples e vistas aéreas para contextualizar o desenho do projeto. Caso seja viável, pode-se organizar uma visita a algum parque de diversões como instrumento de observação.

Aula 2 e 3 (Identificação dos Pontos-Chave, Teorização, Hipóteses de solução): Nas aulas seguintes, o professor propõe que os alunos se dividam em grupos de cerca de seis integrantes, em que cada grupo escolhe uma atração distinta para o parque. Eles deverão projetar a planta baixa, listar os materiais necessários para a construção, identificando onde obtê-los, e detalhar a área e o perímetro. O professor deve solicitar que os alunos tragam, para a aula seguinte, os materiais necessários para a construção concreta do projeto. Além disso, nos grupos, os alunos discutem como o lado influencia na área e no perímetro, identificando que o perímetro é proporcional à medida dos lados, enquanto a área não.

Aulas 4 e 5 (Aplicação à Realidade): Nessas aulas, os alunos devem realizar suas construções e fazer ajustes na planta baixa para garantir que todas as atrações do parque estejam alinhadas na escala desejada. Além disso, cada grupo apresenta sua atração, explicando os conceitos matemáticos utilizados, como localização no plano cartesiano, área, perímetro, interpretação de plantas, entre outros. As atrações são reunidas para compor o parque em miniatura, que ficará em exposição para outras turmas e, se possível, para a comunidade escolar.

Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 10.2: O Parque de diversões - Atividade

# O PARQUE DE DIVERSÕES

**Objetivo: Projetar e construir um parque de diversões em miniatura**

**AULA 1**

- Pesquise exemplos reais de parques de diversões e responda: Quais são as atrações mais comuns?
- Analise as formas e áreas das atrações. Quais padrões ou regularidades você observa?

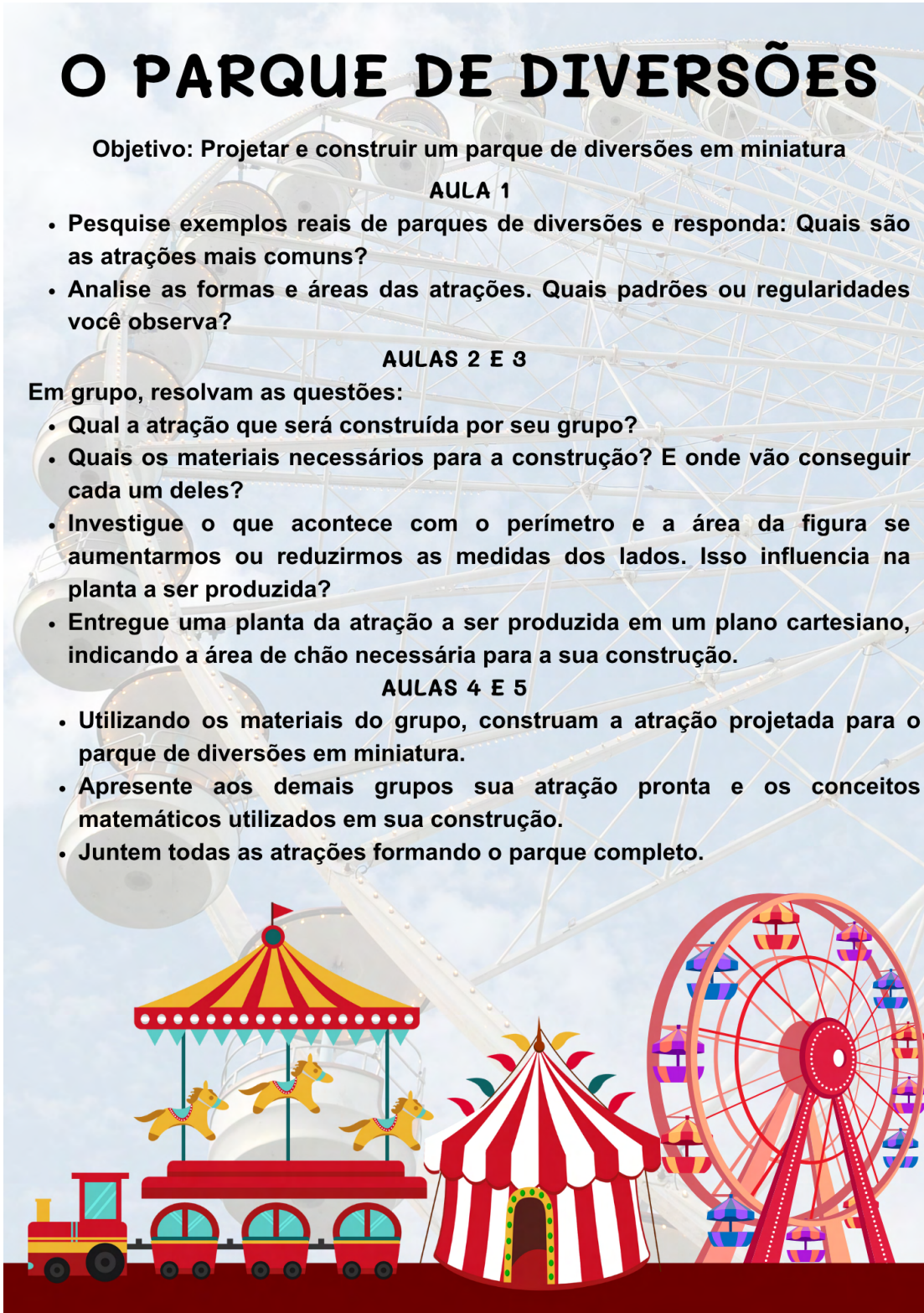
**AULAS 2 E 3**

Em grupo, resolvam as questões:

- Qual a atração que será construída por seu grupo?
- Quais os materiais necessários para a construção? E onde vão conseguir cada um deles?
- Investigue o que acontece com o perímetro e a área da figura se aumentarmos ou reduzirmos as medidas dos lados. Isso influencia na planta a ser produzida?
- Entregue uma planta da atração a ser produzida em um plano cartesiano, indicando a área de chão necessária para a sua construção.

**AULAS 4 E 5**

- Utilizando os materiais do grupo, construam a atração projetada para o parque de diversões em miniatura.
- Apresente aos demais grupos sua atração pronta e os conceitos matemáticos utilizados em sua construção.
- Juntem todas as atrações formando o parque completo.

The illustration at the bottom of the page shows a colorful miniature amusement park. On the left, there is a red and yellow train with three red cars. In the center, a carousel with a yellow and red striped canopy and three yellow horses is mounted on a red platform. To the right of the carousel is a red and white striped tent with a green entrance. On the far right, a large red Ferris wheel with colorful passenger cars is visible. The background is a light blue sky with a faint, large-scale image of a Ferris wheel.

# XI

## Método de Casos

<b>11</b>	<b>Método de Casos</b> .....	<b>96</b>
11.1	Atividade X - A horta	



## 11. Método de Casos

O Método de Casos consiste na análise crítica de decisões tomadas em relação a uma situação prática, que pode ser tanto real quanto fictícia, e que requer uma solução. Essa abordagem enfatiza a discussão dos diferentes cenários gerados pela tomada de decisões fundamentadas em dados previamente observados e considerados relevantes. O objetivo é promover um entendimento profundo das implicações dessas escolhas, incentivando a reflexão crítica e a aplicação prática do conhecimento adquirido.

De acordo com Rodrigues [21], essa metodologia teve origem no final do século XIX, quando um professor da Escola de Direito de Harvard identificou que as aulas expositivas tradicionais não eram suficientes para atender de forma satisfatória às necessidades de aprendizagem de seus alunos. Diante dessa constatação, percebeu-se a necessidade de complementar a prática pedagógica, buscando estratégias que favorecessem maior envolvimento e participação dos estudantes. Como alternativa a esse modelo limitado, o professor decidiu introduzir o Método de Casos, reconhecendo-o como uma abordagem alternativa para promover o desenvolvimento do pensamento crítico e a autonomia intelectual dos estudantes.

Desde sua origem, essa metodologia tem se consolidado como uma estratégia pedagógica que estimula o protagonismo. Ao colocar os alunos diante de situações que simulam a complexidade da vida real, promove a análise crítica, a argumentação e a tomada de decisões fundamentadas. Além disso, sua natureza dinâmica e adaptável permite sua aplicação em diferentes áreas do conhecimento, tornando o Método de Casos uma ferramenta didática capaz de integrar teoria e prática de maneira significativa. Essa integração favorece o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, como empatia, escuta ativa e cooperação, especialmente quando os casos são discutidos em grupo. Com isso, o aluno não apenas aplica conteúdos conceituais, mas também reflete sobre valores e perspectivas diversas.

Ao lidar com problemas abertos e baseados em situações reais mais complexas, o Método de Casos permite diferentes formas e estilos de aplicação. Apesar dessa flexibilidade, Iizuka [22] destaca a existência de fases que tendem a surgir naturalmente ao longo de sua implementação, conforme apresentado na Figura 11.1.


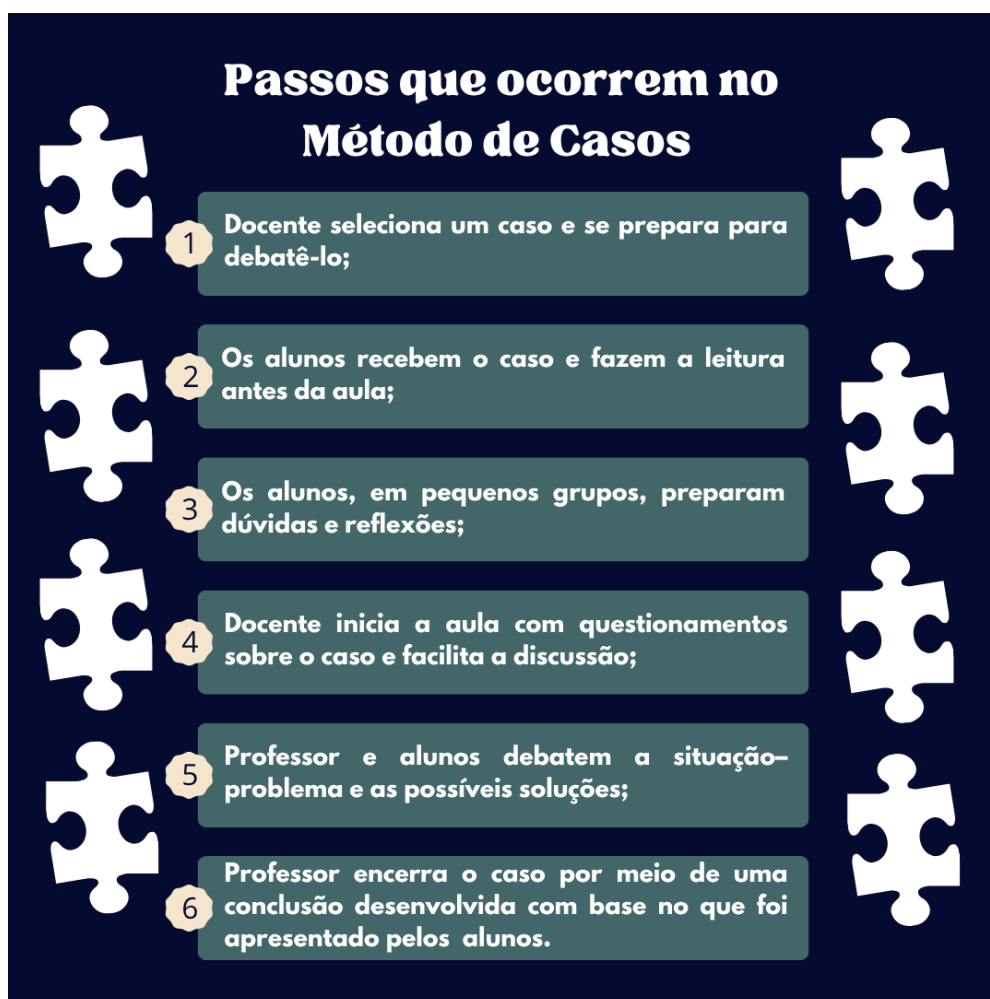


Figura 11.1: Passos que ocorrem no Método de Casos



Fonte: Adaptado [22, p. 4-5]

**Fase 1: Docente seleciona um caso e se prepara para deba-  
tê-lo:** Inicialmente, o profes-  
sor seleciona um caso pertinente, com potencial para despertar o interesse dos alunos e promover  
discussões profundas. Essa preparação é essencial para direcionar o debate em sala de aula e  
garantir que os estudantes tenham uma base sólida para explorar o tema.

**Fase 2: Os alunos recebem o caso e fazem a leitura antes da aula:** Após a seleção, o caso  
é disponibilizado aos alunos para leitura prévia. Esse estudo inicial permite que os estudantes se  
familiarizem com a situação apresentada e reflitam sobre os principais aspectos e desafios que  
precisam ser abordados.

**Fase 3: Os alunos, em pequenos grupos, preparam dúvidas e reflexões:** Após a leitura, os  
alunos são organizados em pequenos grupos, onde têm a oportunidade de discutir o caso. Nesse  
momento, eles formulam perguntas, identificam pontos de interesse e compartilham reflexões sobre  
a situação-problema.

**Fase 4: Docente inicia a aula com questionamentos sobre o caso e facilita a discussão:**  
Durante a aula, o professor inicia o debate lançando questionamentos instigantes sobre o caso,  
incentivando os alunos a expressarem suas opiniões e explorarem as questões levantadas.

**Fase 5: Professor e alunos debatem a situação-problema e as possíveis soluções:** Nesta

fase, o debate aprofunda-se à medida que professor e alunos discutem as possíveis soluções para a situação-problema apresentada. Os estudantes são incentivados a apresentarem ideias e argumentações, enquanto o professor orienta a discussão, promove o pensamento crítico e desafia os alunos a considerarem diferentes perspectivas. Essa etapa é fundamental para a construção do conhecimento, pois permite que os alunos testem suas hipóteses e aprendam com as contribuições de seus colegas.

**Fase 6: Professor encerra o caso por meio de uma conclusão desenvolvida com base no que foi apresentado pelos alunos:** Ao final da discussão, o professor sintetiza as principais ideias e soluções discutidas, encerrando o caso com uma conclusão que reflete a aprendizagem coletiva. Essa síntese não apenas reafirma os conceitos explorados durante a aula, mas também ajuda os alunos a consolidarem o conhecimento adquirido e a compreenderem a aplicação prática do que foi debatido.

Considerando a compreensão das fases de aplicação do Método de Casos, apresentamos, na próxima seção, uma sequência didática que explora essa metodologia. Essa abordagem promove o envolvimento dos alunos na resolução de problemas complexos, estimulando a reflexão crítica e a discussão colaborativa.

## 11.1 Atividade X - A horta

Apresentamos nesta seção uma sequência didática que visa integrar o conceito de números racionais com uma situação prática do cotidiano, por meio da medição e divisão de um terreno para o plantio de uma horta comunitária. A proposta consiste em uma atividade que envolve cálculos e operações com frações e números decimais, estimulando os alunos a aplicarem os conceitos matemáticos. Essa atividade busca promover a compreensão de como as frações e os números decimais são utilizados para resolver problemas cotidianos, como o planejamento de espaços e a distribuição de recursos, desenvolvendo habilidades matemáticas de forma prática e contextualizada.

Ao resolver o problema de divisão do terreno, os alunos são desafiados a comparar, ordenar e operar com números racionais em suas diferentes representações (fracionária e decimal). A proposta permite que eles explorem conceitos como adição, subtração e multiplicação de frações e números decimais, ao mesmo tempo em que refletem sobre a aplicação desses conceitos em um cenário social. Espera-se que, ao finalizar a atividade, os alunos não apenas compreendam a teoria por trás das operações com números racionais, mas também desenvolvam uma visão mais prática e integrada da Matemática, tornando-a mais relevante e acessível para o seu cotidiano.

Devemos ressaltar que esta atividade não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração, pois é de autoria própria.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: os Quadros 11.1 e 11.2, que apresentam uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, recomendamos a impressão da questão norteadora representada na Figura 11.2.


Quadro 11.1: Sequência Didática Atividade X - A horta: Parte 1

<b>Conteúdo Abordado:</b> Aplicação dos números racionais para medir e dividir espaços em situações reais.	
<b>Objetivo:</b> Compreender e aplicar conceitos de números racionais em um contexto de medição e divisão de terrenos. Realizar operações com números racionais em representações decimal e fracionária.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA01B) Comparar, ordenar, ler e escrever números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica. (EF06MA02B) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição números racionais em sua representação decimal. (EF06MA03B) Elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números racionais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA09) Resolver e elaborar situações problema que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária. (EF06MA41MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números racionais. (EF06MA42MG) Operar com números racionais em forma fracionária: adicionar e subtrair. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA11) Resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora. (EF06MA43MG) Operar com números racionais em forma decimal: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências.

Quadro 11.2: Sequência Didática Atividade X - A horta: Parte 2

<b>Pré-Requisitos:</b> Noções básicas de operações com frações e decimais. Conhecimento prévio sobre medições de comprimento e cálculo de área.	
<b>Recursos didáticos:</b> Fichas de trabalho com o caso fictício, lápis, borracha, caneta, trena e régua, quadro e pincel para mediação da discussão.	<b>Avaliação:</b> Como sugestão, o professor deve avaliar a participação relevante dos alunos nas discussões e a produção individual de uma breve síntese sobre o que foi aprendido ao final da sequência.
<b>Duração estimada:</b> No mínimo 4 horas-aula (200 minutos), variando de acordo com as necessidades da turma.	
<p><b>Desenvolvimento da atividade:</b> A aplicação leva em consideração as etapas de aplicação do Método de Casos:</p> <p>1ª Etapa: Docente seleciona o caso e se prepara para debatê-lo. Um exemplo de caso selecionado encontra-se na Figura 11.2.</p> <p>2ª Etapa: Alunos recebem o caso e fazem a leitura antes da aula. Antes da aula os alunos devem receber o problema e realizar a leitura já iniciando a busca da solução para o mesmo.</p> <p>3ª Etapa: Alunos, em pequenos grupos, preparam dúvidas e reflexões. Na primeira aula, os alunos devem organizar grupos de quatro alunos para discutir o caso e registrar dúvidas e hipóteses de soluções.</p> <p>4ª Etapa: Docente inicia a aula com questionamentos sobre o caso e facilita a discussão. O professor abre a aula seguinte com discussão, incluindo perguntas como: Qual é a área total do terreno? Como representamos essa área usando números racionais? Após descontar o caminho de 1 metro ao redor, qual é a área de plantio restante? Quais vegetais devem ser plantados na horta? Como representar e calcular essas divisões em frações da área de plantio de cada vegetal? Qual a relação entre a representação fracionária e decimal das áreas para os diferentes vegetais? Qual o número de plantas que cabem em cada fração da área disponível? Como o aumento da área ocupada por uma planta ao longo do tempo influencia no espaço destinado ao plantio de cada vegetal?</p> <p>5ª Etapa: Professor e alunos debatem a situação-problema e as possíveis soluções. Na mesma aula, a turma realiza o cálculo da área de plantio restante após a delimitação do caminho, buscando soluções tanto para os questionamentos formulados pelos próprios alunos quanto para aqueles propostos pelo professor.</p> <p>6ª Etapa: Professor encerra o caso com uma conclusão baseada no que foi apresentado pelos alunos O professor conduz uma reflexão final sobre o uso de frações e decimais para representar áreas e divisões de espaço, e solicita que os alunos escrevam um resumo claro e objetivo com a solução final discutida para o caso entregue.</p>	

Figura 11.2: A horta - questão norteadora



## Questão Norteadora

A escola deseja organizar uma horta em um terreno retangular, dividindo-o em diferentes áreas para plantar tipos variados de vegetais. O terreno mede 12 metros de comprimento por 8 metros de largura. Devemos dividir o terreno em quatro partes iguais para diferentes grupos da comunidade e decidir quais vegetais serão plantados em cada área. Além da divisão em partes iguais, deve ser marcado um caminho de 1 metro de largura ao longo de todo o perímetro para facilitar o acesso, reduzindo a área de plantio. Precisamos calcular o novo espaço útil para o plantio, após a criação do caminho. Deve ser decidida qual fração da área total de plantio será destinada a diferentes vegetais. Por exemplo, metade para alface, um quarto para cenouras, etc.

Fonte: Elaborado pelos autores

# XII

## Sala de Aula Invertida

<b>12</b>	<b>Sala de Aula Invertida</b> .....	<b>103</b>
12.1	Atividade XI - Investigando a Porcentagem	



## 12. Sala de Aula Invertida



Na Sala de Aula Invertida, os alunos são incentivados a assumir um papel ativo no processo de aprendizagem desde o início, sendo convidados a estudar o conteúdo de maneira autônoma antes da aula presencial. Para isso, o professor deve disponibilizar previamente recursos didáticos, como vídeos explicativos, textos, artigos e materiais interativos em plataformas digitais. Essa etapa inicial tem como objetivo preparar os estudantes para uma participação mais efetiva nas atividades propostas em sala.

Com esse preparo prévio, o ambiente da sala de aula se transforma em um espaço dinâmico e colaborativo, voltado à troca de ideias, à resolução de problemas e ao aprofundamento dos conteúdos estudados. Nesse contexto, os alunos têm a oportunidade de esclarecer dúvidas, confrontar diferentes pontos de vista e aplicar os conhecimentos adquiridos em situações práticas.

Conforme apontam Silva e David [23], a Sala de Aula Invertida teve origem nos anos 1990, nos Estados Unidos, com a iniciativa do professor Jonathan Bergmann de Química e do professor de Física Aaron Sams. Percebendo a necessidade de otimizar o tempo em sala de aula, eles começaram a gravar suas aulas em vídeo e a disponibilizá-las para que os alunos pudessem assisti-las em casa, antes de irem para a escola. Com isso, o tempo presencial passou a ser aproveitado de forma mais interativa, permitindo que os alunos participassem de atividades práticas e esclarecessem dúvidas, em vez de utilizá-lo apenas para a exposição de conteúdos.

A evolução dessa abordagem ao longo dos anos consolidou-se em um modelo estruturado que divide o processo de ensino-aprendizagem em três estágios principais: antes, durante e após a aula. Essa organização permite que o aprendizado seja sistemático e eficiente, engajando os estudantes em cada etapa do processo. A Figura 12.1 apresenta um panorama do que ocorre em cada um desses estágios, ilustrando a dinâmica própria da Sala de Aula Invertida.

**Antes da aula**, o estudante deve se dedicar à preparação com o material previamente disponibilizado pelo professor. Geralmente, esse material consiste em aulas gravadas, vídeos explicativos ou textos de apoio teórico, que têm como objetivo introduzir os conceitos centrais do conteúdo a ser trabalhado. É essencial que, durante esse momento de estudo individual, o aluno esteja atento e registre todas as dúvidas e dificuldades que surgirem.

Figura 12.1: Estágios da Sala de Aula Invertida



Fonte: Adaptado [23, pp. 17-19]

**Durante a aula**, os estudantes têm a oportunidade de compartilhar as dúvidas que anotaram, permitindo que o professor as esclareça de maneira completa e interativa. Após todas as dúvidas serem devidamente sanadas, o foco da aula passa para a prática do conteúdo aprendido. Nesse momento, os alunos aplicam os conceitos teóricos em atividades práticas, o que ajuda a consolidar a aprendizagem de maneira mais concreta e significativa.

**Após a aula**, os estudantes retomam o conteúdo trabalhado, revisando-o com mais profundidade para reforçar a aprendizagem. Esse momento pós-aula é essencial para sedimentar os conceitos, explorar aspectos que possam não ter sido compreendidos e ampliar o entendimento por meio de exercícios adicionais, leituras complementares ou reflexões sobre a aplicação prática do que foi aprendido. Dessa forma, o processo de aprendizagem se torna mais completo e integrado, envolvendo o aluno em todas as etapas do conhecimento.

A seguir, é apresentada uma sequência didática envolvendo a metodologia de Sala de Aula Invertida. Essa abordagem enriquece o processo de aprendizagem, permitindo que os estudantes desenvolvam habilidades autônomas enquanto aplicam o conhecimento de maneira prática e contextualizada.

## 12.1 Atividade XI - Investigando a Porcentagem

O foco desta seção é apresentar uma sequência didática baseada na metodologia da Sala de Aula Invertida. Reconhecendo que muitos professores de escolas públicas enfrentam desafios relacionados ao acesso à internet, optamos por elaborar uma proposta que seja viável mesmo sem o uso de recursos tecnológicos. Essa escolha não desvaloriza a importância da tecnologia no ensino, mas busca atender à diversidade de contextos educacionais, garantindo a aplicabilidade da metodologia.

A proposta desenvolve o conteúdo de porcentagem por meio de aplicações práticas do cotidiano. Utilizando exemplos concretos, como promoções, impostos e planejamento financeiro, a proposta aproxima os estudantes do tema de forma contextualizada. A estrutura da sequência didática é organizada em três momentos: a exploração inicial dos conceitos antes da aula, a interação em grupo durante o encontro presencial e a consolidação do aprendizado com reflexões posteriores.


Devemos ressaltar que esta atividade não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração, pois é de autoria própria.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: o Quadro 12.1, que compõe uma sugestão de sequência didática, e a Figura 12.4, que contempla as soluções das atividades propostas. Para os alunos, recomendamos a impressão das atividades representadas pelas Figuras 12.2 e 12.3.

Quadro 12.1: Sequência Didática Atividade XI - Investigando a Porcentagem

<b>Conteúdo Abordado:</b> Resolução e elaboração de problemas envolvendo porcentagens.	
<b>Objetivo:</b> Compreender o conceito de porcentagem, resolver e elaborar problemas contextualizados, e aplicar esse conhecimento em situações práticas do cotidiano.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA13A) Resolver problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. (EF06MA13B) Elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. (EF06MA44MG) Interpretar e utilizar o símbolo %. (EF06MA45MG) Efetuar cálculos de porcentagem.
<b>Pré-Requisitos:</b> Conhecimento básico de cálculos envolvendo frações e decimais. Noções iniciais de proporcionalidade.	
<b>Recursos didáticos:</b> Material de apoio impresso, lápis, borracha, caneta, folhas de caderno ou de ofício, conforme preferência do professor.	<b>Avaliação:</b> Como sugestão, o professor deve avaliar o material entregue aos alunos verificando a compreensão do conteúdo durante o processo e a criatividade na elaboração das questões propostas pelo estudante.
<b>Duração estimada:</b> No mínimo 3 horas-aula (150 minutos), variando de acordo com as necessidades da turma.	
<b>Desenvolvimento da atividade:</b> Consiste de três momentos. <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Antes da aula:</b> O professor orienta os alunos a lerem, como dever de casa, o texto entregue e resolverem as questões da Figura 12.2, base da próxima aula.</li> <li>• <b>Durante a aula:</b> O professor começa perguntando aos alunos se há dúvidas sobre a leitura do texto e as atividades propostas. Após esclarecer as questões, orienta os estudantes a se organizarem em grupos de quatro integrantes para resolverem uma lista de exercícios (a Figura 12.3 apresenta sugestões de questões para os alunos e a Figura 12.4 mostra as respostas esperadas). Durante a atividade, o professor circula pela sala, tirando dúvidas, fornecendo orientações e incentivando a colaboração entre os grupos. Recomenda-se que essa etapa ocorra ao longo de duas aulas consecutivas.</li> <li>• <b>Pós-aula:</b> Nos minutos finais da aula, o professor orienta os alunos a se prepararem para apresentar as questões por sorteio na próxima aula. Na aula seguinte, cada grupo sorteado apresenta uma entre as questões propostas na lista. Após cada apresentação, o professor questiona se outros grupos resolveram de forma diferente, incentivando a discussão e a consolidação da aprendizagem.</li> </ul>	

Figura 12.2: Texto do Momento Antes da Aula

  
**Porcentagem na Prática**

Você já parou para pensar em como a porcentagem está presente em muitas situações do nosso dia-a-dia? Quando vemos uma promoção anunciando 30% de desconto, ou mesmo ao pagar a conta de um restaurante indicando 10% de gorjeta, estamos usando um conceito de porcentagem. Mas o que ela de fato significa?

A palavra vem do latim “*per centum*”, que quer dizer “por cada cem”. Porcentagem é uma forma de expressar uma proporção ou uma parte de um todo, dividida em 100 partes iguais. Por exemplo: Se você compra um produto que custa R\$200,00, e há um desconto de 10%, significa que o desconto é equivalente a 10 partes de 100. Então você deve pagar apenas 90% do valor total, ou seja, R\$180,00, pois cada parte vale R\$2,00.

Além de descontos, a porcentagem é utilizada entre outras, como calcular impostos, avaliar aumentos ou diminuições em preços ou salários, planejar economias e investimentos, tomada de decisões financeiras, entre outros.

Você pode resolver cálculos de porcentagem de várias maneiras, como:

- Utilizando proporção simples. Exemplo: Para calcular 20% de um valor, uma maneira prática é dividir o valor por 5, pois 100 dividido por 5 é igual a 20. Assim, 20% de R\$450,00 corresponde a  $R\$450,00 \div 5 = R\$90,00$ .
- Utilizando a ideia de parte de um todo para calcular qualquer porcentagem, basta dividir o valor por 100 e, em seguida, multiplicar pelo número da porcentagem desejada. Por exemplo: para calcular 15% de R\$250,00, primeiro divide-se 250 por 100, obtendo-se 2,5. Em seguida, multiplica-se 2,5 por 15, resultando em 37,5. Portanto, 15% de R\$250,00 é igual a R\$37,50.
- Utilizando a calculadora, o cálculo de porcentagem pode ser feito de forma direta. Para isso, basta digitar o número correspondente à porcentagem, seguido do símbolo %, e em seguida o valor desejado. Exemplo: Para calcular 25% de R\$200,00, digita-se 25 % 200,00. O resultado exibido será 50, que corresponde a R\$50,00.

Agora que você sabe o básico, responda às seguintes perguntas:

- 1- O que significa 10% de desconto?
- 2- Encontre em jornais, revistas ou folhetos aplicações do símbolo de %.


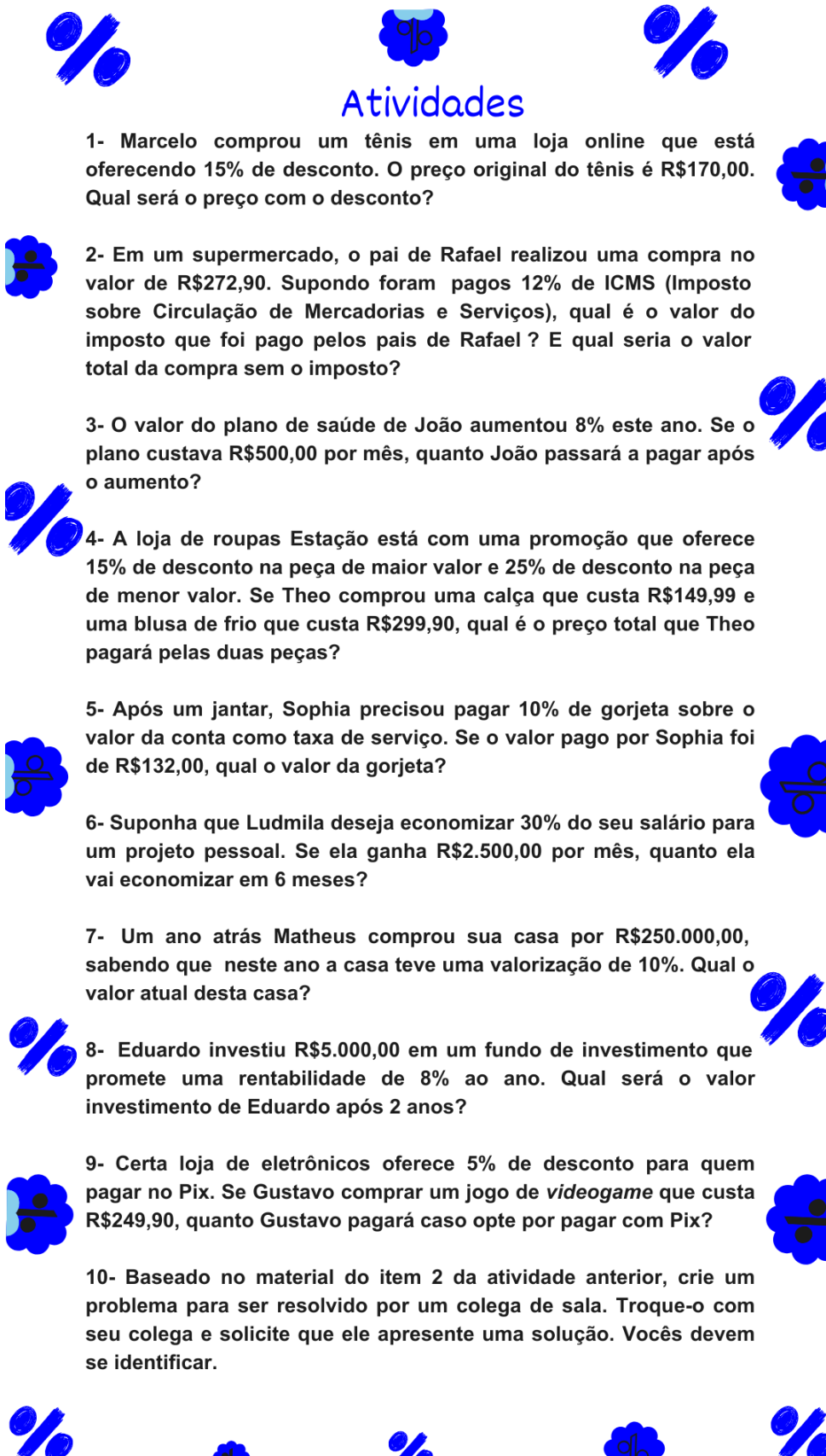


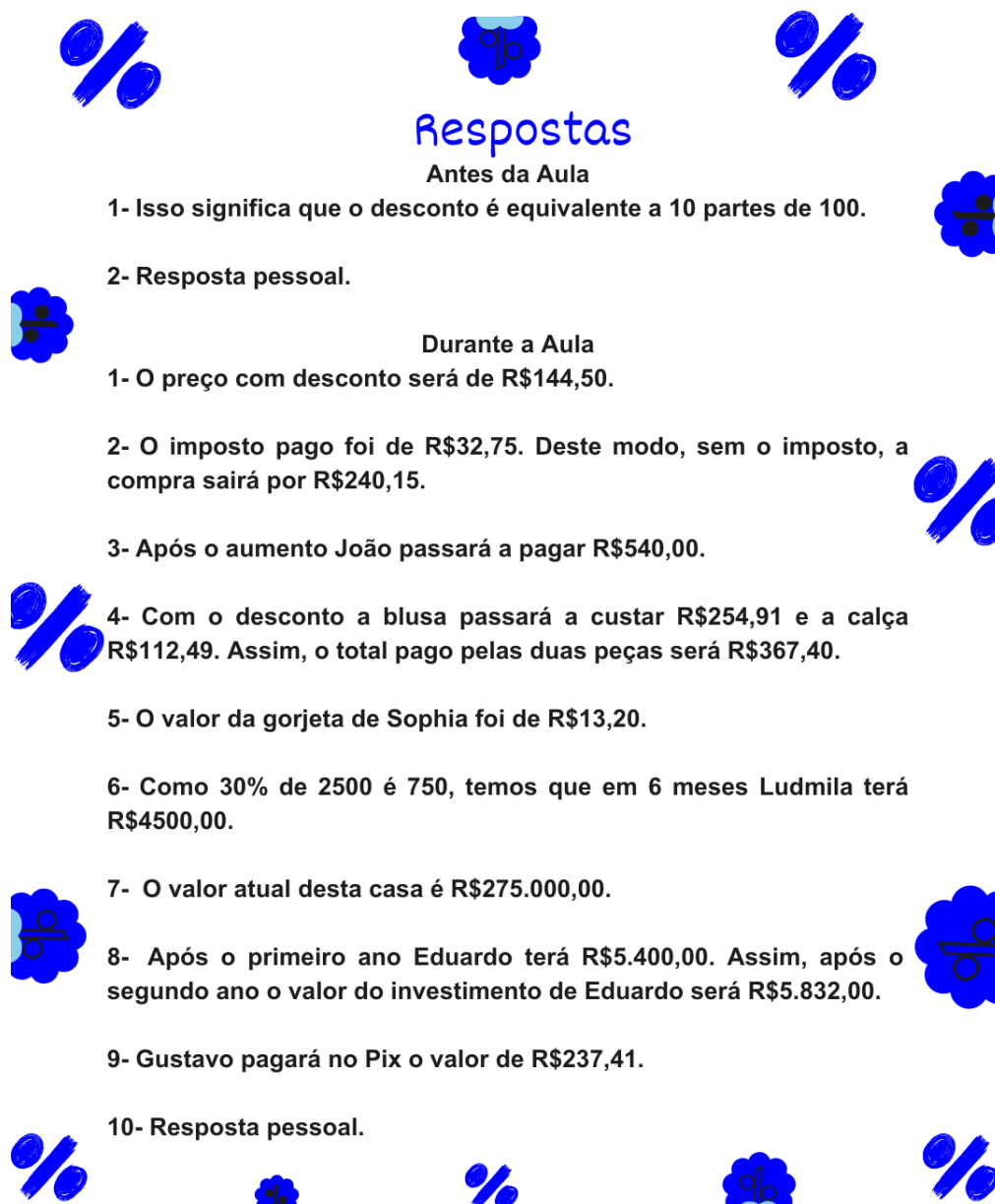
Figura 12.3: Questões para o momento de Durante a Aula



## Atividades

- 1- Marcelo comprou um tênis em uma loja online que está oferecendo 15% de desconto. O preço original do tênis é R\$170,00. Qual será o preço com o desconto?
- 2- Em um supermercado, o pai de Rafael realizou uma compra no valor de R\$272,90. Supondo foram pagos 12% de ICMS (Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços), qual é o valor do imposto que foi pago pelos pais de Rafael? E qual seria o valor total da compra sem o imposto?
- 3- O valor do plano de saúde de João aumentou 8% este ano. Se o plano custava R\$500,00 por mês, quanto João passará a pagar após o aumento?
- 4- A loja de roupas Estação está com uma promoção que oferece 15% de desconto na peça de maior valor e 25% de desconto na peça de menor valor. Se Theo comprou uma calça que custa R\$149,99 e uma blusa de frio que custa R\$299,90, qual é o preço total que Theo pagará pelas duas peças?
- 5- Após um jantar, Sophia precisou pagar 10% de gorjeta sobre o valor da conta como taxa de serviço. Se o valor pago por Sophia foi de R\$132,00, qual o valor da gorjeta?
- 6- Suponha que Ludmila deseja economizar 30% do seu salário para um projeto pessoal. Se ela ganha R\$2.500,00 por mês, quanto ela vai economizar em 6 meses?
- 7- Um ano atrás Matheus comprou sua casa por R\$250.000,00, sabendo que neste ano a casa teve uma valorização de 10%. Qual o valor atual desta casa?
- 8- Eduardo investiu R\$5.000,00 em um fundo de investimento que promete uma rentabilidade de 8% ao ano. Qual será o valor investimento de Eduardo após 2 anos?
- 9- Certa loja de eletrônicos oferece 5% de desconto para quem pagar no Pix. Se Gustavo comprar um jogo de *videogame* que custa R\$249,90, quanto Gustavo pagará caso opte por pagar com Pix?
- 10- Baseado no material do item 2 da atividade anterior, crie um problema para ser resolvido por um colega de sala. Troque-o com seu colega e solicite que ele apresente uma solução. Vocês devem se identificar.

Figura 12.4: Respostas Das Atividades



**Respostas**

**Antes da Aula**

- 1- Isso significa que o desconto é equivalente a 10 partes de 100.
- 2- Resposta pessoal.

**Durante a Aula**

- 1- O preço com desconto será de R\$144,50.
- 2- O imposto pago foi de R\$32,75. Deste modo, sem o imposto, a compra sairá por R\$240,15.
- 3- Após o aumento João passará a pagar R\$540,00.
- 4- Com o desconto a blusa passará a custar R\$254,91 e a calça R\$112,49. Assim, o total pago pelas duas peças será R\$367,40.
- 5- O valor da gorjeta de Sophia foi de R\$13,20.
- 6- Como 30% de 2500 é 750, temos que em 6 meses Ludmila terá R\$4500,00.
- 7- O valor atual desta casa é R\$275.000,00.
- 8- Após o primeiro ano Eduardo terá R\$5.400,00. Assim, após o segundo ano o valor do investimento de Eduardo será R\$5.832,00.
- 9- Gustavo pagará no Pix o valor de R\$237,41.
- 10- Resposta pessoal.

Fonte: Elaborado pelos autores

# XIII Rotação por Estações

<b>13</b>	<b>Rotação por Estações</b> .....	<b>111</b>
13.1	Atividade XII - Rotação de Medidas	



## 13. Rotação por Estações

A metodologia de Rotação por Estações consiste na criação de diferentes estações, cada uma contendo uma atividade específica com tempo previamente definido para sua execução. Os alunos são organizados em grupos que se distribuem entre essas estações. Após completarem o tempo estabelecido em uma, os grupos rotacionam para a próxima, até que todas as atividades propostas sejam realizadas.

Segundo Munhoz [24], a Rotação por Estações foi criada nos Estados Unidos, na década de 1980, por um grupo de professores de Ciências que buscavam estratégias inovadoras para estimular o interesse e a participação dos estudantes durante as aulas. Essa abordagem nasceu da necessidade de tornar o aprendizado mais dinâmico e interativo, oferecendo um ambiente em que os alunos pudessem explorar conteúdos por meio de atividades práticas.

A partir de sua origem, a Rotação por Estações evoluiu como uma estratégia pedagógica voltada para atender às necessidades de diferentes perfis de estudantes. É nesse contexto que surgem orientações específicas para estruturar a metodologia, garantindo que as atividades propostas sejam alinhadas aos objetivos pedagógicos e favoreçam o engajamento dos estudantes.

Para estruturar a metodologia de Rotação por Estações, o site “Viva Metodologia Ativa” [25] sugere seis passos principais, organizados para serem aplicados nas etapas antes e durante a execução, conforme ilustrado na Figura 13.1.

**Passo 1: Identificar objetivos de aprendizagem** - O primeiro passo consiste em o professor definir de forma clara os objetivos pedagógicos que a Rotação por Estações deve alcançar. É fundamental levar em conta as necessidades e características individuais dos alunos, os objetivos previstos no currículo escolar e as habilidades específicas que se espera desenvolver ao longo da atividade.

**Passo 2: Selecionar as atividades** - Com os objetivos pedagógicos definidos, o próximo passo é a escolha cuidadosa das atividades. O professor deve garantir que elas sejam compatíveis com os objetivos estabelecidos e adequadas ao perfil dos estudantes, assegurando que cada atividade contribua para a construção do aprendizado de forma eficaz.

**Passo 3: Organizar as estações** - Neste estágio, o professor organiza as estações de maneira


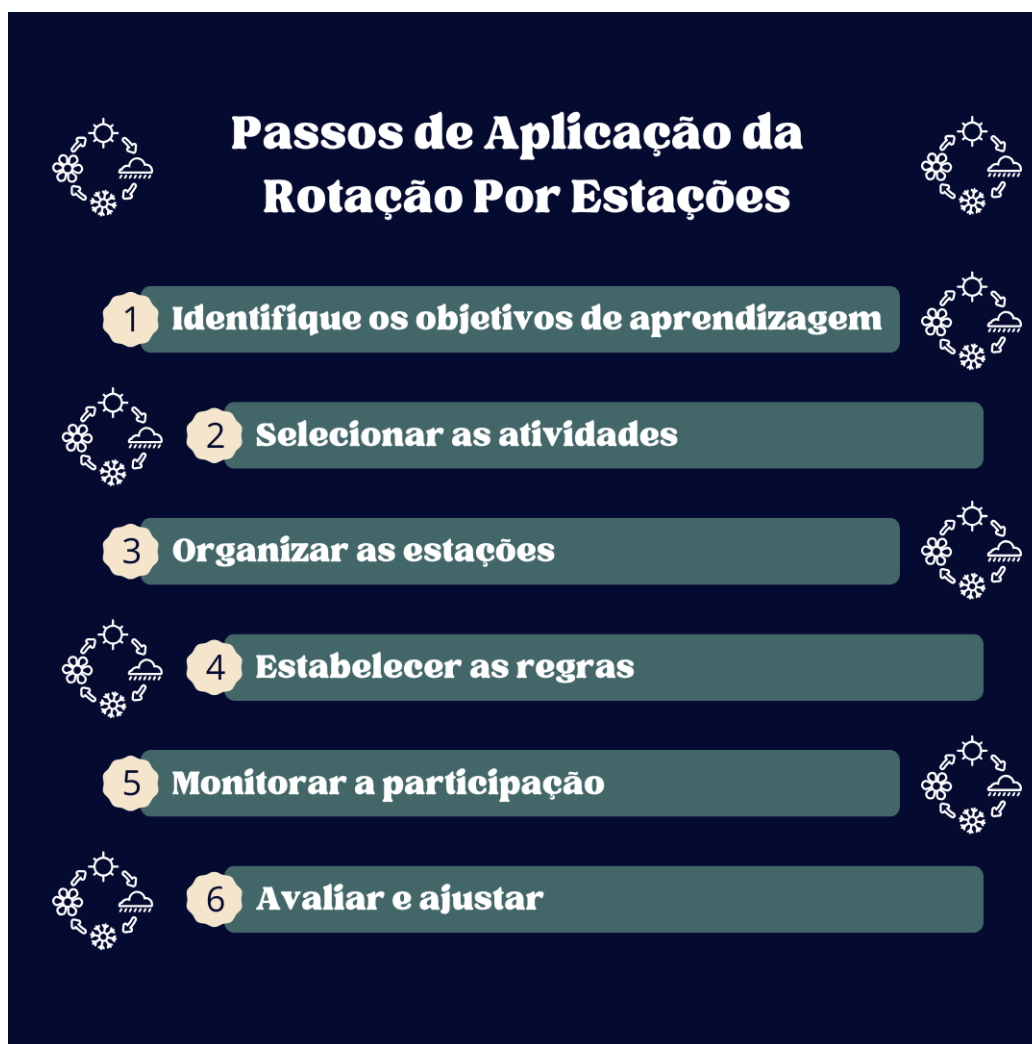


Figura 13.1: Passos de aplicação da Rotação por Estações



Fonte: Adaptado [25]

estratégica, planejando cada uma delas para oferecer uma atividade específica e distinta. A organização deve permitir que os alunos circulem entre as estações de maneira fluida.

Passo 4: **Estabelecer as regras** - É imprescindível que o professor estabeleça regras claras para o funcionamento das estações. Além de definir o tempo que os alunos terão para completar cada atividade, o professor deve comunicar as expectativas de comportamento durante a rotação, garantindo um ambiente organizado e produtivo.

Passo 5: **Monitorar a participação** - Durante a execução, o professor assume o papel de facilitador. É necessário acompanhar a movimentação dos alunos entre as estações, observar como as atividades estão sendo realizadas e oferecer *feedback* individualizado. Esse monitoramento garante que todos os estudantes se mantenham engajados e focados, além de permitir ajustes pontuais, quando necessário.

Passo 6: **Avaliar e ajustar** - O professor deve refletir sobre os resultados obtidos nas atividades e considerar o *feedback* dos alunos para avaliar a eficácia da metodologia aplicada. Essa análise possibilita ajustes na estrutura das estações, de forma a aprimorar a dinâmica em futuras implementações e atender de maneira ainda mais eficaz às necessidades dos estudantes.

Compreendidos os passos de aplicação da metodologia, é pertinente oferecer uma visão mais detalhada sobre a eficácia da Rotação por Estações. Com esse propósito, apresentamos, a seguir, uma sequência didática que aplica essa abordagem. Essa proposta tem como objetivo engajar os alunos por meio de atividades diversificadas, promovendo uma aprendizagem ativa, prática e colaborativa.

### 13.1 Atividade XII - Rotação de Medidas

Propomos uma sequência de atividades práticas baseada na metodologia de Rotação por Estações, abordando o conteúdo de grandezas e medidas. Cada estação foca em um aspecto específico: comprimentos e superfícies, massa, capacidade e volume, tempo e, por fim, a criação de problemas envolvendo essas grandezas. Nessa dinâmica, os alunos utilizam diversos instrumentos e técnicas para medir e comparar unidades, aplicando os conhecimentos de forma prática e contextualizada. A estrutura rotativa favorece o aprendizado ativo, permitindo que os estudantes vivenciem a medição em contextos variados e próximos da realidade.

Além de desenvolver habilidades práticas, a proposta estimula a reflexão sobre a relação entre as grandezas e situações do cotidiano, ampliando a compreensão das unidades físicas e seus significados. Por meio dessa abordagem, os alunos constroem competências analíticas e críticas, tornando a Matemática mais acessível e relevante. Assim, a sequência fortalece o vínculo entre o conteúdo acadêmico e sua aplicação concreta.

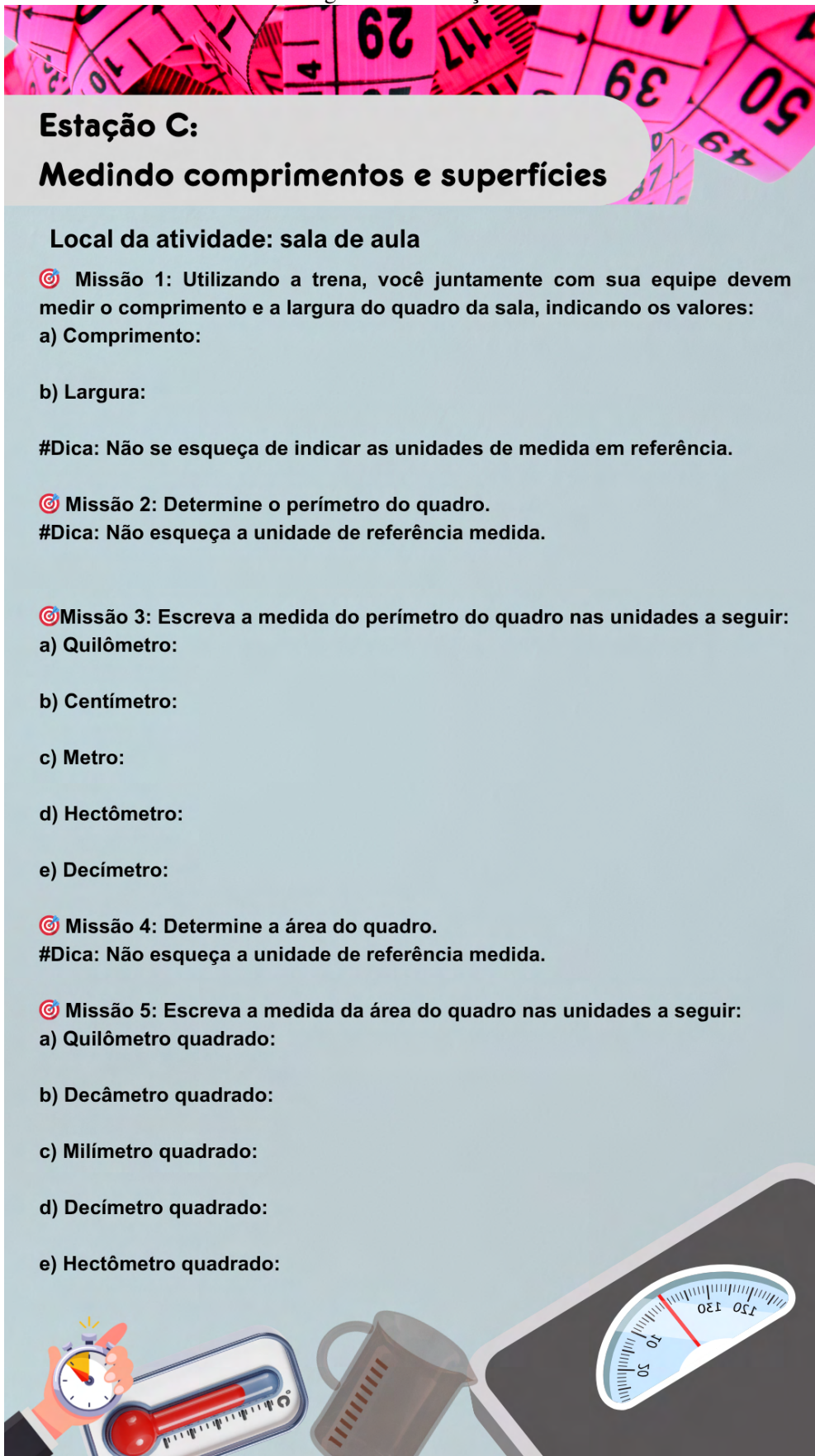
Ressaltamos que esta atividade é de autoria própria e não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: o Quadro 13.1, que apresenta uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, recomendamos a impressão das atividades representadas nas Figuras 13.2, 13.3, 13.4, 13.5 e 13.6. Ressaltamos que não há um material com as soluções da atividade, pois as medidas devem se adequar à realidade específica dos recursos que o professor dispõe no momento da realização.

Quadro 13.1: Sequência Didática Atividade XII - Rotação de Medidas

<b>Conteúdo Abordado:</b> Grandezas e medidas.	
<b>Objetivo:</b> Relacionar diferentes grandezas e suas unidades de medida a situações práticas do cotidiano, promovendo a compreensão de sua aplicação no dia a dia.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. (EF06MA46MG) Relacionar o metro com seus múltiplos e submúltiplos. (EF06MA48MG) Relacionar o metro quadrado com seus múltiplos e submúltiplos. (EF06MA49MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de área. (EF06MA51MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de massa. (EF06MA50MG) Relacionar o grama com seus múltiplos e submúltiplos. (EF06MA52MG) Relacionar o metro cúbico com seus múltiplos e submúltiplos. (EF06MA53MG) Relacionar o decímetro cúbico com o litro e o mililitro. (EF06MA54MG) Realizar conversões entre unidades de medidas de volume/capacidade.
<b>Pré-Requisitos:</b> Conhecimento básico de como utilizar as tabelas de transformação de unidades de medida do comprimento, área, massa, volume e capacidade.	
<b>Recursos didáticos:</b> Material impresso, livro didático, lápis, borracha, caneta, trena, balança, copo medidor, jarra e cronômetro.	<b>Avaliação:</b> Como sugestão, o professor deve avaliar a conclusão das estações.
<b>Duração estimada:</b> 5 horas-aula (250 minutos)	
<b>Desenvolvimento da atividade:</b> A atividade foi elaborada seguindo os seis passos de aplicação da Rotação por Estações. Passo 1: definição do objetivo, apresentado na tabela. Passo 2: seleção das cinco tarefas que compõem as estações (Figuras 13.2 a 13.6). Passo 3: indicação de colaboradores previamente orientados para apoiar a condução da atividade, que podem ser alunos ou mesmo outros funcionários da escola. Passo 4: explicação aos alunos sobre a dinâmica da atividade sendo obrigatório passar por todas as estações, cooperar em equipe e o respeito ao responsável por cada estação. Passo 5: o professor deve circular entre as estações, observando e intervindo quando necessário. Passo 6: analisar os resultados e o <i>feedback</i> dos alunos, com o objetivo de aperfeiçoar futuras aplicações da atividade.	

Figura 13.2: Estação C



**Estação C:**  
**Medindo comprimentos e superfícies**

**Local da atividade: sala de aula**

🎯 **Missão 1:** Utilizando a trena, você juntamente com sua equipe devem medir o comprimento e a largura do quadro da sala, indicando os valores:

a) Comprimento:

b) Largura:

**#Dica:** Não se esqueça de indicar as unidades de medida em referência.

🎯 **Missão 2:** Determine o perímetro do quadro.

**#Dica:** Não esqueça a unidade de referência medida.

🎯 **Missão 3:** Escreva a medida do perímetro do quadro nas unidades a seguir:

a) Quilômetro:

b) Centímetro:

c) Metro:

d) Hectômetro:

e) Decímetro:

🎯 **Missão 4:** Determine a área do quadro.

**#Dica:** Não esqueça a unidade de referência medida.

🎯 **Missão 5:** Escreva a medida da área do quadro nas unidades a seguir:

a) Quilômetro quadrado:

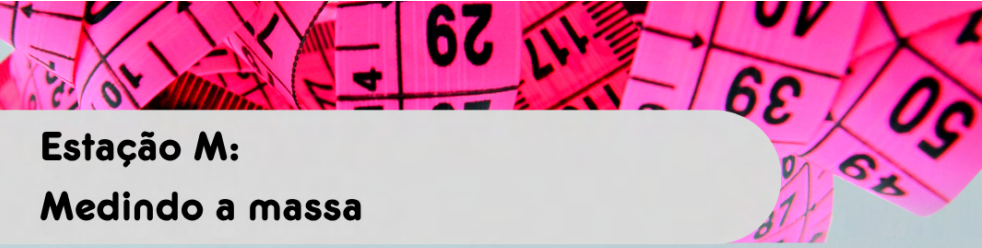
b) Decâmetro quadrado:

c) Milímetro quadrado:

d) Decímetro quadrado:

e) Hectômetro quadrado:

Figura 13.3: Estação M



## Estação M: Medindo a massa

**Local da atividade: sala de aula**

🎯 **Missão 1:** Utilizando a balança, determine seu “peso”.  
#Dica: Não esqueça a unidade de referência medida.

🎯 **Missão 2:** Escreva a medida do seu “peso” nas unidades a seguir:

- Centigrama:
- Gramma:
- Hectograma:
- Decigrama:
- Miligrama:

🎯 **Missão 3:** Utilizando a balança, determine o peso do livro didático de Matemática.  
#Dica pode ser necessário utilizar vários livros para que a balança registre o peso de um corretamente.

🎯 **Missão 4:** Determine quantos livros de Matemática são necessários para obter o seu peso.


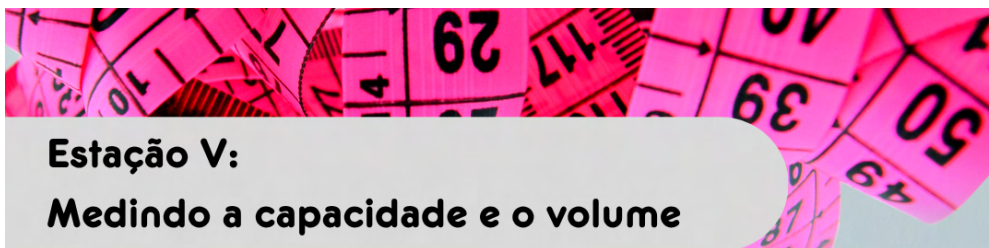


Figura 13.4: Estação V



**Estação V:**  
**Medindo a capacidade e o volume**

**Local da atividade: mesas da cantina**

🎯 **Missão 1:** Utilizando o copo medidor, determine a capacidade da jarra recebida.  
#Dica: Não esqueça a unidade de referência medida.

🎯 **Missão 2:** Escreva a capacidade da jarra nas unidades a seguir:

- Decalitro:
- Centilitro:
- Litro:
- Quilolitro:
- Decilitro:

🎯 **Missão 3:** Determine o volume que cabe na jarra.  
#Dica: Um decímetro cúbico corresponde a um litro.

🎯 **Missão 4:** Escreva o volume da jarra nas unidades a seguir:

- Centímetro cúbico:
- Metro cúbico:
- Milímetro cúbico:


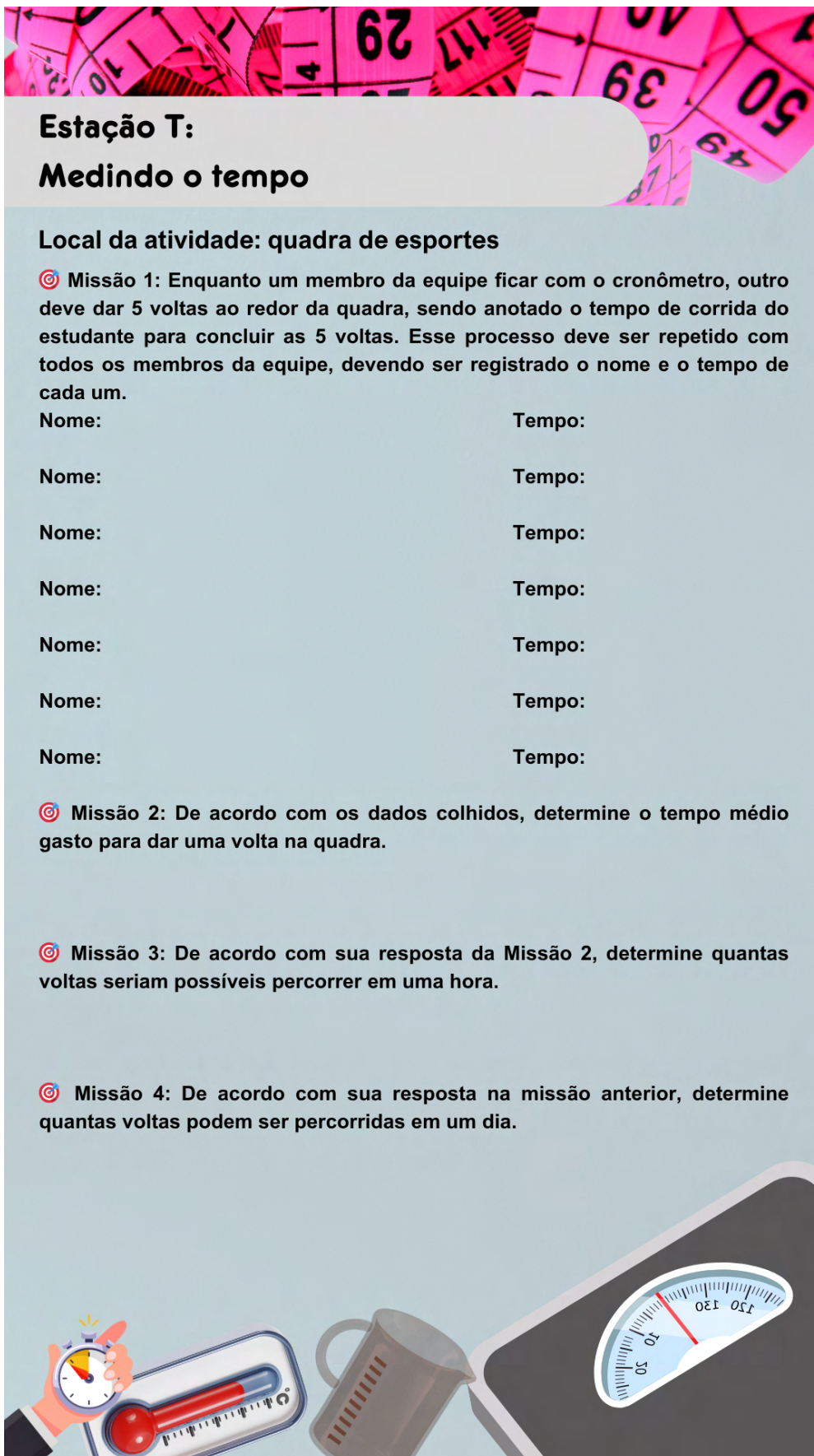


Figura 13.5: Estação T



## Estação T: Medindo o tempo

**Local da atividade: quadra de esportes**

🎯 **Missão 1:** Enquanto um membro da equipe ficar com o cronômetro, outro deve dar 5 voltas ao redor da quadra, sendo anotado o tempo de corrida do estudante para concluir as 5 voltas. Esse processo deve ser repetido com todos os membros da equipe, devendo ser registrado o nome e o tempo de cada um.


Nome:	Tempo:
Nome:	Tempo:
Nome:	Tempo:
Nome:	Tempo:
Nome:	Tempo:
Nome:	Tempo:
Nome:	Tempo:

🎯 **Missão 2:** De acordo com os dados colhidos, determine o tempo médio gasto para dar uma volta na quadra.

🎯 **Missão 3:** De acordo com sua resposta da Missão 2, determine quantas voltas seriam possíveis percorrer em uma hora.

🎯 **Missão 4:** De acordo com sua resposta na missão anterior, determine quantas voltas podem ser percorridas em um dia.

Figura 13.6: Estação P



## Estação P: Elaborando problemas

**Local da atividade: sala de aula**

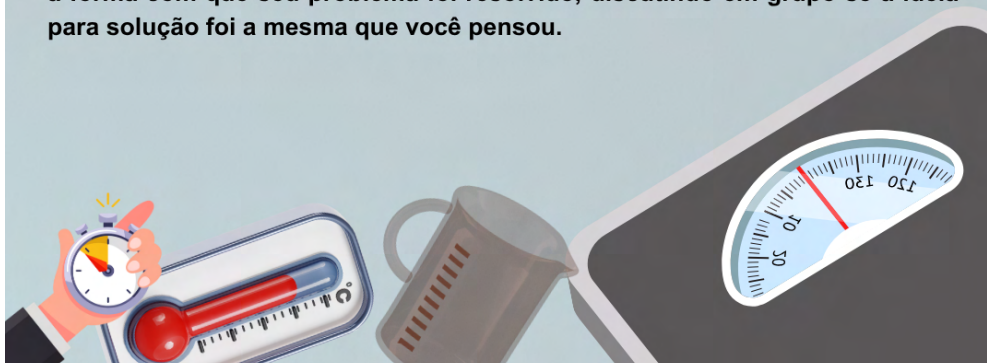
🎯 **Missão 1:** Elabore um problema que envolva o cálculo da medição de temperatura. Por exemplo: Qual a temperatura ideal para assar um bolo em graus Celsius, se em graus Fahrenheit a temperatura ideal é de  $325^{\circ}\text{F}$  a  $375^{\circ}\text{F}$ ?

🎯 **Missão 2:** Entregue o problema elaborado para um colega e pegue um problema para si. Resolva-o em folha separada. Cada aluno deve resolver um problema.

🎯 **Missão 3:** Escolha uma grandeza entre Comprimento, Massa, Volume, Capacidade e Tempo e elabore um problema envolvendo a grandeza escolhida.

🎯 **Missão 4:** Entregue o problema elaborado na Missão 3 para um colega e pegue um problema para si. Resolva-o em folha separada. Certifique-se que não seja entregue para o mesmo colega da Missão 2.

🎯 **Missão 5:** Os problemas e resoluções devem voltar aos criadores. Analise a forma com que seu problema foi resolvido, discutindo em grupo se a ideia para solução foi a mesma que você pensou.





# Complementando as Habilidades do 6º ano

<b>14</b>	<b>Complementando as Habilidades do 6º ano</b> .....	<b>121</b>
14.1	Atividade XIII - Partilha em equilíbrio	
14.2	Atividade XIV - Jogos probabilísticos	
14.3	Atividade XV - Sustentabilidade em ação	



## 14. Complementando as Habilidades do 6º ano



Este capítulo tem como finalidade apresentar novas sequências didáticas que complementem o estudo dos descritores do plano de curso do 6º ano do Ensino Fundamental, os quais não foram contemplados nos capítulos anteriores, mas que integram o conteúdo previsto para o 4º bimestre do CRMG (Currículo Referência de Minas Gerais) de 2024. A intenção é oferecer propostas que auxiliem os professores no planejamento e execução de aulas, atendendo de maneira mais completa às exigências curriculares. As atividades propostas buscam articular conteúdos e práticas de modo criativo, sem perder de vista os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento das competências e habilidades esperadas para essa etapa do ensino.

As Metodologias Ativas, por sua natureza, não se limitam a uma estrutura fixa, rígida ou linear. Dessa forma, a construção das sequências didáticas aqui apresentadas foi orientada por maior liberdade criativa, permitindo que as propostas sejam adaptadas de acordo com a realidade e as necessidades de cada turma. Esse caráter flexível permite que o professor atue como mediador, incentivando a participação ativa dos alunos, promovendo a autonomia e estimulando o pensamento crítico e reflexivo. Assim, o uso das Metodologias Ativas contribui para tornar o processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico, envolvente e significativo.

Além disso, é importante destacar que as atividades reunidas neste capítulo não foram baseadas em referências bibliográficas específicas. Elas foram elaboradas a partir da experiência prática, da observação das necessidades pedagógicas e da busca por estratégias que pudessem enriquecer o trabalho docente. Portanto, tratam-se de propostas de autoria própria, desenvolvidas com o intuito de compartilhar sugestões que possam ser ajustadas e aplicadas por outros educadores em diferentes contextos escolares.

### 14.1 Atividade XIII - Partilha em equilíbrio

Esta seção apresenta uma sequência didática elaborada para explorar os conceitos de igualdade e partilha de quantidades em partes desiguais, fundamentais para o desenvolvimento do pensamento lógico e para a resolução de problemas práticos. Com essa proposta, os alunos terão a oportunidade de compreender como a relação de igualdade se mantém em operações e, em seguida, aplicar

esse conhecimento na solução de desafios relacionados a proporções e razões. Foram utilizadas Metodologias Ativas, como a Aula Expositiva Dialogada e a Modelagem Matemática, com o objetivo de promover um aprendizado interativo e conectado ao cotidiano dos alunos.

Ressaltamos que esta atividade é de autoria própria e não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: os Quadros 14.1 e 14.2, que compõem uma sugestão de sequência didática, e o material 14.3 e 14.4, que contempla as soluções das atividades propostas. Para os alunos, recomendamos a impressão das atividades representadas pelas Figuras 14.1 e 14.2.

Quadro 14.1: Sequência Didática Atividade XIII - Partilha em equilíbrio: Parte 1

<b>Conteúdo Abordado:</b> Propriedades da igualdade matemática e resolução de equações simples.	
<b>Objetivo:</b> Compreender e aplicar o conceito de igualdade matemática na resolução de problemas. Resolver problemas envolvendo partilhas desiguais, analisando relações entre as partes e o todo.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas. (EF06MA15) Resolver problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
<b>Pré-Requisitos:</b> Operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão). Compreender e aplicar os conceitos de razão e proporção.	
<b>Recursos didáticos:</b> Quadro Branco e pincéis de quadro, lápis, borracha, caneta e material impresso.	<b>Avaliação:</b> Como sugestão, o professor deve avaliar as estratégias utilizadas na resolução do problema a ser modelado.
<b>Duração estimada:</b> 2 horas-aula (100 minutos)	

Fonte: Elaborado pelos autores

Quadro 14.2: Sequência Didática Atividade XIII - Partilha em equilíbrio: Parte 2

**Desenvolvimento da atividade:** O professor inicia a primeira aula com uma situação prática e formula questionamentos aos alunos, de modo que resolvam a situação juntos e reflitam sobre ela (Figura 14.1). Em seguida, apresenta equações que traduzem a situação inicial e, nesse momento, pode explorar diferentes formas de representação, incentivando a criatividade.

Na sequência, o professor introduz novas equações e solicita que os alunos determinem mentalmente o valor de  $x$  nas duas primeiras. Após ouvir algumas respostas, pergunta quais estratégias foram utilizadas para chegar às soluções. Em seguida, apresenta formalmente a regra: ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir ambos os lados de uma equação por um mesmo número, a igualdade é preservada. Assim,

$$x + 5 = 12$$

pode ser reescrita como

$$x + 5 - 5 = 12 - 5.$$

Isso permite identificar que o valor de

$$x = 7.$$

Da mesma forma,

$$3x = 15$$

pode ser reescrita como

$$(3x) : 3 = 15 : 3,$$

o que implica que

$$1x = 5.$$

Como

$$1x = x,$$


temos que

$$x = 5.$$

O professor então solicita que os alunos resolvam as demais equações utilizando esse método. Após a resolução, o professor revisa as equações com a turma, explicando os passos com a participação dos alunos. Por fim, questiona: Por que a igualdade se mantém mesmo quando alteramos os dois lados? Finaliza a aula explicando que uma equação representa uma balança em equilíbrio — se realizarmos a mesma operação em ambos os lados, o equilíbrio permanece.

Na aula seguinte, o professor propõe que os alunos se organizem em grupos de três para resolver novos problemas, apresentados na Figura 14.2. Eles devem traduzir as situações em equações e resolvê-las. Durante a atividade, o professor circula pelos grupos, intervindo quando necessário, sem oferecer respostas diretas, apenas conduzindo questionamentos que ajudem os alunos a chegar às soluções. Ao final da aula, promove uma discussão coletiva sobre os métodos e resultados obtidos.


Figura 14.1: Partilha em Equilíbrio - Aula 1



PARTILHA EM EQUILÍBRIO

- Joaquim tem R\$50,00 e compra um lanche de R\$10,00. Quantos reais Joaquim terá de troco?
  
- Agora vamos adicionar o mesmo valor aos dois lados dessa situação, ou seja, se Joaquim tiver R\$60,00 e comprar um lanche de R\$20,00, o resultado será o mesmo?

Podemos relacionar isso com o conceito de igualdade matemática, ou seja, podemos manter o equilíbrio ao fazer operações de mesma natureza.



**Se chamarmos de  $x$  o valor inicialmente desconhecido do troco de Joaquim, podemos montar a equação:**

$$50 - x = 10$$

**E a segunda situação seria:**

$$60 - x = 20$$

**Deste modo,  $x$  seria a solução deste problema.**

**Agora vamos resolver outras equações:**

$x + 5 = 12$ 
 $3x = 15$ 
 $x - 9 = 77$ 
 $23x = 92$

$7x = 56$ 
 $x + 21 = 39$ 
 $\frac{x}{5} = 4$ 
 $2x + 3 = 19$

Quando temos uma equação, os dois lados são iguais, como uma balança equilibrada. Se fizermos a mesma operação nos dois lados, o equilíbrio continua, e a igualdade se mantém.


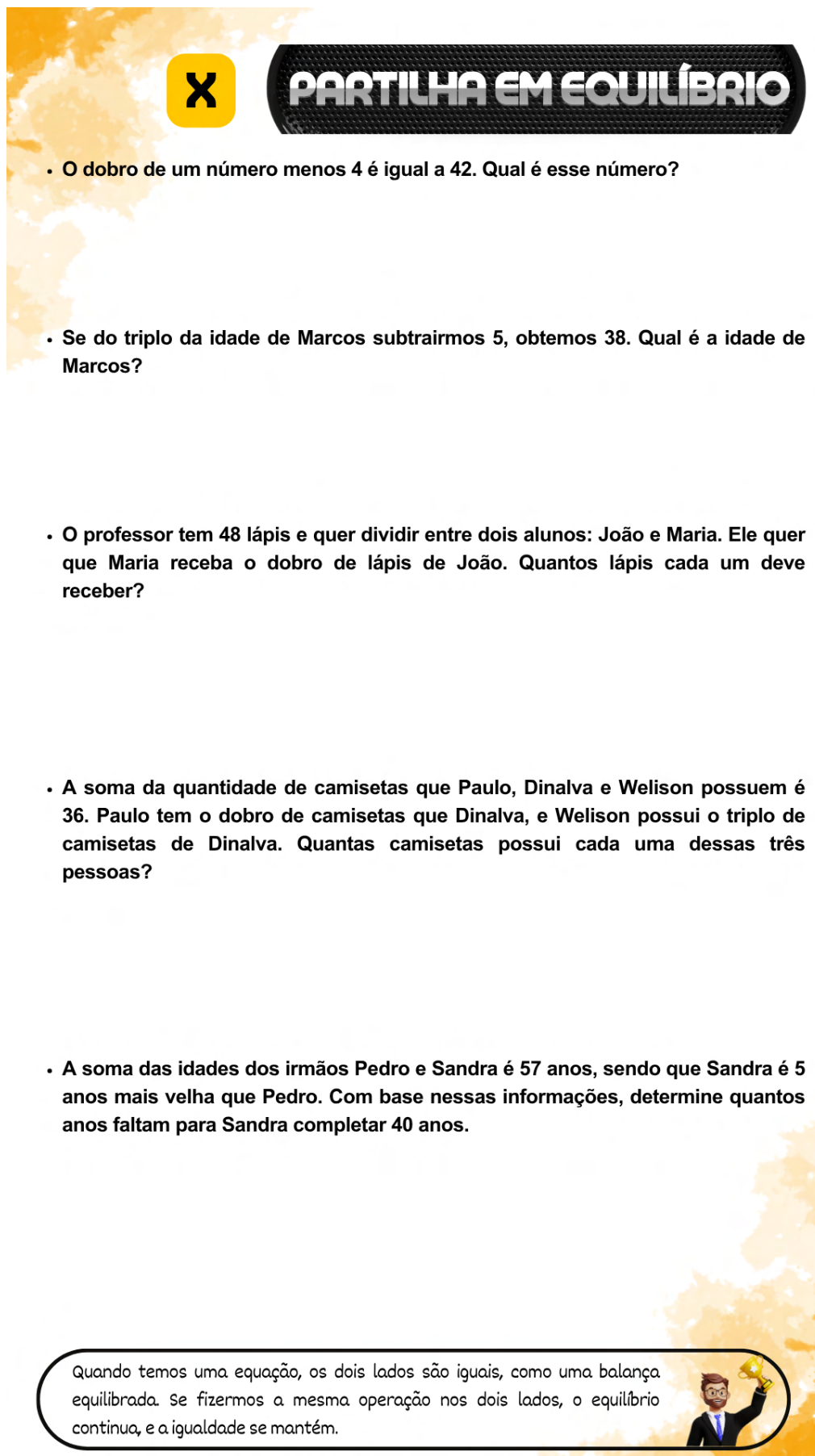


Figura 14.2: Partilha em Equilíbrio - Aula 2



**X** **PARTILHA EM EQUILÍBRIO**

- O dobro de um número menos 4 é igual a 42. Qual é esse número?
- Se do triplo da idade de Marcos subtrairmos 5, obtemos 38. Qual é a idade de Marcos?
- O professor tem 48 lápis e quer dividir entre dois alunos: João e Maria. Ele quer que Maria receba o dobro de lápis de João. Quantos lápis cada um deve receber?
- A soma da quantidade de camisetas que Paulo, Dinalva e Welison possuem é 36. Paulo tem o dobro de camisetas que Dinalva, e Welison possui o triplo de camisetas de Dinalva. Quantas camisetas possui cada uma dessas três pessoas?
- A soma das idades dos irmãos Pedro e Sandra é 57 anos, sendo que Sandra é 5 anos mais velha que Pedro. Com base nessas informações, determine quantos anos faltam para Sandra completar 40 anos.

Quando temos uma equação, os dois lados são iguais, como uma balança equilibrada. Se fizermos a mesma operação nos dois lados, o equilíbrio continua, e a igualdade se mantém.





Figura 14.3: Partilha em Equilíbrio - Respostas Aula 1




**Resolução das equações:**

$\begin{aligned}x + 5 &= 12 \\x + 5 - 5 &= 12 - 5 \\x &= 7\end{aligned}$	$\begin{aligned}3x &= 15 \\3x : 3 &= 15 : 3 \\1x &= 5 \\x &= 5\end{aligned}$	$\begin{aligned}x - 9 &= 77 \\x - 9 + 9 &= 77 + 9 \\x &= 86\end{aligned}$
$\begin{aligned}23x &= 92 \\23x : 23 &= 92 : 23 \\1x &= 4 \\x &= 4\end{aligned}$	$\begin{aligned}7x &= 56 \\7x : 7 &= 56 : 7 \\1x &= 8 \\x &= 8\end{aligned}$	$\begin{aligned}x + 21 &= 39 \\x + 21 - 21 &= 39 - 21 \\x &= 18\end{aligned}$
$\begin{aligned}\frac{x}{5} &= 4 \\ \frac{x}{5} \cdot 5 &= 4 \cdot 5 \\1x &= 20 \\x &= 20\end{aligned}$	$\begin{aligned}2x + 3 &= 19 \\2x + 3 - 3 &= 19 - 3 \\2x &= 16 \\2x : 2 &= 16 : 2 \\1x &= 8 \\x &= 8\end{aligned}$	

Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 14.4: Partilha em Equilíbrio - Respostas Aula 2



**X** **PARTILHA EM EQUILÍBRIO**

- **O dobro de um número menos 4 é igual a 42. Qual é esse número?**  
Resposta: Esse número é 23.  $2x - 4 = 42$   
 $2x - 4 + 4 = 42 + 4$   
 $2x = 46$   
 $2x : 2 = 46 : 2$   
 $1x = 23$   
 $x = 23$
- **Se do triplo da idade de Marcos subtrairmos 5, obtemos 37. Qual é a idade de Marcos?**  
Resposta: Marcos têm 14 anos.  $3x - 5 = 37$   
 $3x - 5 + 5 = 37 + 5$   
 $3x = 42$   
 $3x : 3 = 42 : 3$   
 $1x = 14$   
 $x = 14$
- **O professor tem 48 lápis e quer dividir entre dois alunos: João e Maria. Ele quer que Maria receba o dobro de lápis de João. Quantos lápis cada um deve receber?**  
Resposta: João receberá 16 lápis e Maria 32 lápis.  
 $x + 2x = 48$   
 $3x = 48$   
 $3x : 3 = 48 : 3$   
 $1x = 16$   
 $x = 16$
- **A soma da quantidade de camisetas que Paulo, Dinalva e Welison possuem é 36. Paulo tem o dobro de camisetas que Dinalva, e Welison possui o triplo de camisetas de Dinalva. Quantas camisetas possui cada uma dessas três pessoas?**  
Resposta: Dinalva possui 6 camisetas; Paulo possui 12 camisetas e Welison possui 18 camisetas.  
 $x + 2x + 3x = 36$   
 $6x = 36$   
 $6x : 6 = 36 : 6$   
 $1x = 6$   
 $x = 6$
- **A soma das idades dos irmãos Pedro e Sandra é 57 anos, sendo que Sandra é 5 anos mais velha que Pedro. Com base nessas informações, determine quantos anos faltam para Sandra completar 40 anos.**  
Resposta: Como Sandra tem 31 anos, faltam 9 anos para que ela complete 40 anos.  
 $x + x + 5 = 57$   
 $2x + 5 = 57$   
 $2x + 5 - 5 = 57 - 5$   
 $2x = 52$   
 $2x : 2 = 52 : 2$   
 $1x = 26$   
 $x = 26$

## 14.2 Atividade XIV - Jogos probabilísticos

Nesta seção apresentamos uma sequência didática para o ensino de probabilidade, utilizando Gamificação e Cultura *Maker*. A partir de atividades desafiadoras e envolventes, os alunos têm a oportunidade de calcular e comparar probabilidades teóricas e empíricas, desenvolvendo habilidades essenciais como a compreensão de frações, decimais e percentuais. Além disso, exploramos o conceito de razão, relacionando-o com a probabilidade de forma intuitiva. O uso da Gamificação e da Cultura *Maker* proporciona um ambiente dinâmico e colaborativo, incentivando a participação ativa dos estudantes e estimulando a aprendizagem significativa.

Ressaltamos que esta atividade é de autoria própria e não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração.

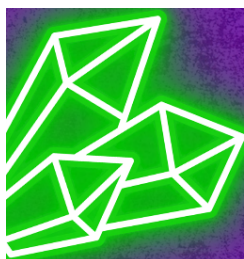
Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: o Quadro 14.3, que apresenta uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, recomendamos a impressão da atividade representada na Figura 14.5.

Quadro 14.3: Sequência Didática Atividade XIV - Jogos probabilísticos

<b>Conteúdo Abordado:</b> Probabilidade.	
<b>Objetivo:</b> Criar jogos envolvendo probabilidade.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por um número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos. (EF06MA56MG) Relacionar o conceito de probabilidade com o de razão.
<b>Pré-Requisitos:</b> Compreender a escrita da fração como porcentagem e razão.	
<b>Recursos didáticos:</b> Computador ou celular com internet para pesquisa. Materiais diversos para construção dos jogos.	<b>Avaliação:</b> Como sugestão, o professor deve avaliar a fidelidade do jogo produzido ao conteúdo.
<b>Duração estimada:</b> 4 horas-aula (200 minutos).	
<p><b>Desenvolvimento da atividade:</b> Inicialmente, o professor solicita que os alunos se distribuam em grupos com quatro ou cinco integrantes. Entrega para cada grupo um dado e solicita que resolvam as questões propostas na Figura 14.5.</p> <p>O professor finaliza a aula discutindo sobre a importância de realizar experimentos para confirmar ou ajustar teorias. Propõe ainda que os alunos pesquisem sobre o conceito de probabilidade e sobre problemas matemáticos simples envolvendo esse tema, e que elaborem uma proposta de jogo a ser produzido por eles nas aulas seguintes.</p> <p>Na aula seguinte o professor deve explicar que os alunos devem criar jogos relacionados aos conceitos de probabilidade, devendo ter regras claras e objetivo final. O professor deve sugerir jogos como jogo de tabuleiro, “quem sou eu?”, jogos de baralho, como “vinte e um”, entre outros. Deve ficar claro para os alunos que nesta aula devem entregar para o professor as regras do jogo e que, na aula seguinte, devem trazer o material necessário para confeccionar os jogos. Após ler as regras, caso necessário, o professor solicita alguns reparos ou aperfeiçoamentos para que os jogos tenham aplicabilidade maior ao conceito de probabilidade clássica ou empírica.</p> <p>Na aula seguinte, os alunos devem confeccionar os jogos. Na quarta aula, os jogos devem ser apresentados e os alunos devem jogá-los enquanto o professor observa de modo a testar a eficácia de cada jogo na exploração dos conceitos de probabilidade.</p>	

Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 14.5: Jogos probabilísticos - atividades




## Jogos Probabilísticos

1- Jogue o dado sessenta vezes, sempre anotando o resultado obtido.


2- Determine as razões entre a quantidade de vezes que cada resultado apareceu em relação aos sessenta lançamentos.

Resultado 1	Resultado 2	Resultado 3	Resultado 4	Resultado 5	Resultado 6

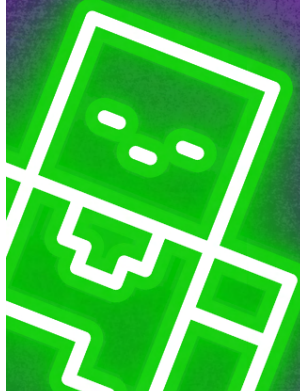


Agora, compare o resultado com a probabilidade de cada número sair no dado, ou seja, a razão 1:6. O que percebemos com isso?

3- Elabore um jogo. Seu jogo deverá conter:

- regras claras que se relacionem com probabilidade;
- objetivo final a ser alcançado;
- material de própria autoria, de modo que não possa ser encontrado em pesquisas.

Para a próxima aula traga o material necessário para a produção do jogo.



### 14.3 Atividade XV - Sustentabilidade em ação

Nesta sequência didática, propõe-se uma abordagem que utiliza as metodologias de Problematização e Aprendizagem Baseada em Equipe. Os alunos serão convidados a explorar o tema sustentabilidade de maneira prática e reflexiva, desenvolvendo, de forma colaborativa, habilidades de investigação e análise.

Por meio de atividades que incluem a formulação de perguntas, a coleta e organização de dados, além da construção e interpretação de gráficos, o objetivo é não apenas promover o engajamento dos alunos, mas também fomentar a autonomia e o pensamento crítico.

Ressaltamos que esta atividade é de autoria própria e não apresenta referências bibliográficas em sua elaboração.

Destacamos o material de apoio que pode ser impresso pelo docente: o Quadro 14.4, que apresenta uma sugestão de sequência didática. Para os alunos, recomendamos a impressão da atividade representada na Figura 14.6.

Quadro 14.4: Sequência Didática Atividade XV - Sustentabilidade em ação

<b>Conteúdo Abordado:</b> Análise de dados por meio de tabelas e gráficos.	
<b>Objetivo:</b> Planejar, coletar, organizar e interpretar dados de uma pesquisa real sobre a opinião das famílias sobre três temas relevantes.	<b>Habilidades da BNCC relacionadas:</b> (EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráficos. (EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões. (EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e textos.
<b>Pré-Requisitos:</b> Ler e interpretar gráficos e tabelas; compreender a conversão de frações em porcentagens; conhecer o conceito de sustentabilidade e sua importância social.	
<b>Recursos didáticos:</b> Folhas de papel, régua e lápis.	<b>Avaliação:</b> Como sugestão, o professor deve avaliar o material final entregue com a análise do resultado da pesquisa.
<b>Duração estimada:</b> 4 horas-aula (200 minutos).	
<b>Desenvolvimento da atividade:</b> Os alunos desenvolvem o trabalho em duplas. A Figura 14.6 foi elaborada para facilitar a compreensão e a aplicação desta sequência didática. Na primeira aula, os alunos elaboram cinco perguntas de múltipla escolha relacionadas ao tema sustentabilidade. Essas perguntas serão usadas em entrevistas, nas quais cada aluno entrevistará dez familiares, totalizando vinte participantes por dupla. Após a elaboração, o professor analisará a pertinência das questões e, se necessário, sugerirá ajustes. O objetivo dessa etapa é preparar os alunos para a coleta de dados. Na aula seguinte, os alunos devem trazer os resultados das entrevistas. O professor orienta que cada dupla organize os dados em tabelas e os represente por meio de gráficos, indicando o número de pessoas que escolheram cada alternativa em cada pergunta. Explica também que, para construir gráficos de setor, é necessário utilizar porcentagens. Concluídas as tabelas e os gráficos, os alunos devem analisá-los e, para cada gráfico, redigir um parágrafo destacando as principais conclusões a partir dos dados. Esse conjunto de análises será entregue ao professor para avaliação.	

Figura 14.6: Sustentabilidade em ação - atividades



## Sustentabilidade em Ação

### Atividade 1

**Em dupla:**

- Formule cinco perguntas de múltipla escolha relacionadas ao tema sustentabilidade.

**#Dica:** Mostre ao professor para que ele confira se estão bem elaboradas.

- Cada aluno deverá entrevistar 10 familiares usando as perguntas elaboradas e anotar as respostas dadas. Totalizando um total de 20 entrevistados.

### Atividade 2

**Utilizando os dados coletados:**

- Construa uma tabela para cada pergunta, indicando o número de pessoas que escolheu cada alternativa em cada pergunta realizada.
- Agora, construa um gráfico para cada uma das perguntas, sendo que haja pelo menos um gráfico de colunas, um gráfico de linhas, um pictograma e um gráfico de setor (pizza).
- Para cada gráfico, escreva um parágrafo destacando as principais conclusões que podem ser identificadas a partir dos dados representados.

Fonte: Elaborado pelos autores





## Considerações Finais



Chegamos ao final deste Guia Didático, e gostaríamos de iniciar estas considerações finais com uma reflexão inspiradora do pensador Myles Munroe: “Não leve para a sepultura o potencial que você carrega dentro de si. Libere o seu potencial”. Essa frase se conecta diretamente aos desafios enfrentados pelos professores ao lidar com Metodologias Ativas, muitas vezes marcados por inseguranças e situações inesperadas no contexto escolar. Essas dificuldades podem impedir que liberemos todo o potencial que essas metodologias têm a oferecer.

Desde o início, sabíamos que organizar este livro seria um trabalho desafiador. No entanto, também reconhecíamos o impacto que ele poderia ter nas mãos de professores dispostos a inovar. Não pretendemos oferecer um manual com soluções pré-formatadas ou um simples compilado de atividades. Nosso objetivo é encorajar os professores que, por qualquer razão, deixaram de explorar as Metodologias Ativas, de forma a redescobri-las como ferramentas valiosas que podem tornar as aulas mais envolventes e eficazes no processo de ensino-aprendizagem.

As etapas de aplicação das metodologias apresentadas aqui não devem ser vistas como um caminho rígido. Elas são apenas um ponto de partida, um norte para quem ainda não sabe por onde começar. Se, durante a implementação, surgirem dúvidas sobre qual metodologia você está utilizando, isso é um ótimo sinal. As Metodologias Ativas são, por natureza, dinâmicas, fluidas e naturalmente integradas à prática escolar. Elas se mesclam de forma orgânica durante as atividades.

Em cada proposta apresentada ao longo desse Guia, é possível perceber a intersecção de diferentes Metodologias Ativas. Na atividade do segundo capítulo, a *Cultura Maker* pode ser utilizada na construção de uma linha do tempo, junto à Aula Expositiva Dialogada. No terceiro capítulo, sobre Gamificação, uma Aula Expositiva Dialogada é essencial para introduzir o contexto. No quarto capítulo, a Aprendizagem Baseada em Equipes pode ser combinada com a Modelagem Matemática. No quinto capítulo, o *Design Thinking* pode incluir a *Cultura Maker* na criação de novas placas. No sexto capítulo, a *Cultura Maker* pode integrar-se à Modelagem Matemática, criando triângulos equiláteros. No sétimo capítulo, o *Design Thinking* pode ser usado para identificar preferências antes de elaborar orçamentos na atividade de Modelagem Matemática. No oitavo capítulo, a Modelagem Matemática pode incluir elementos de Gamificação durante a re-

alização de corridas. No nono capítulo, sobre Realidade Aumentada, a Aprendizagem Baseada em Equipes pode explorar propriedades geométricas. No décimo capítulo, em uma atividade de Problematização, a Rotação por Estações pode ser usada para que todos os grupos construam partes de um parque de diversões. No décimo primeiro capítulo, o Método de Casos pode se beneficiar de questões norteadoras trabalhadas com a Problematização. No décimo segundo capítulo, a atividade de Sala de Aula Invertida pode utilizar a Aprendizagem Baseada em Equipes para fortalecer a resolução de problemas. No décimo terceiro capítulo, temos que a Rotação por Estações pode integrar a Modelagem Matemática ao descobrir quantos livros equivalem ao peso de uma pessoa. Por fim, no décimo quarto capítulo as metodologias se misturam.

Portanto, mais importante do que a nomenclatura ou a estrutura das metodologias, é focar no objetivo principal: a aprendizagem dos alunos. Se, em algum momento, você se questionar sobre o que exatamente está fazendo, não se preocupe. Respire fundo e libere o seu potencial.

Assim, não podemos permitir que aulas criativas e envolventes sejam sufocadas por limitações externas. Nosso potencial como educadores não deve ser condicionado por fatores alheios à nossa vontade. Ele reside dentro de nós, movido pelo propósito de transformar vidas por meio da educação.

Esperamos que este livro inspire você, professor, a implementar as atividades propostas ou criar as suas próprias, adaptando-as às especificidades de sua turma e ao seu contexto escolar. Que juntos possamos compartilhar experiências e construir novas estratégias que, por meio da Matemática, nos ajudem a liberar o melhor de nosso potencial.





## Referências Bibliográficas

- 
- [1] Priberam Informática. Dicionário Priberam da Língua Portuguesa (DPLP); 2024. Acesso em: 24 jul. 2025. Available from: <https://dicionario.priberam.org/manual>.
  - [2] Brasil. Base Nacional Comum Curricular; 2017. Acesso em: 24 jul. 2025. Available from: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>.
  - [3] Lima LdO. Mutações em educação segundo McLuhan. 12th ed. Petrópolis: Vozes; 1979.
  - [4] Coimbra CL. A aula expositiva dialogada em uma perspectiva freireana. São Paulo-SP; 2017. p. 1-13.
  - [5] Kim B. A popularidade da gamificação na era móvel e social. American Library Association. 2015;51(2):5-9.
  - [6] Eugenio T. Aula em jogo: descomplicando a gamificação para educadores. 1st ed. São Paulo - SP: Editora Évora; 2020.
  - [7] Tavares P, Lobo TP. Aprendizagem baseada em grupos: uma aplicação no curso de graduação em economia da escola de economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas. GVCasos - Revista Brasileira de Casos de Ensino em Administração. 2024;14(Número Especial):1-12.
  - [8] Costa A. O Potencial do Task-Based Learning (TBL) na Aprendizagem de uma Língua Estrangeira. Via Panorâmica: Revista de Estudos Anglo. 2017;3(6):63-71.
  - [9] Stuber EC. O design thinking põe o foco no ser humano. Revista HSM Management. 2016;115:24-7. Acesso em: 24 jul. 2025. Available from: <https://portalidea.com.br/cursos/54dd754>.
  - [10] Hohemberger DA, Rossi FD. Guia Didático do Design Thinking: Uma metodologia ativa para estimular a criatividade, a inovação e o empreendedorismo em sala de aula. 1st ed. Jaguari - RS: (Produto Educacional) Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica - Instituto Federal Farroupilha; 2020.

- [11] das Chagas Melo Neto F. A Cultura Maker no Ensino de Matemática: uma via para aprendizagem da trigonometria a partir da resolução de problemas; 2021.
- [12] IDEIAS PeEIU. Cultura maker e o ensino a distância; 2021. Available from: <https://ipelab.ufg.br/n/145025-cultura-maker-e-o-ensino-a-distancia>.
- [13] Filho NPR. Aprendizagem baseada em problemas aplicada em cursos de graduação na área de tecnologia da informação. *Studies in Engineering and Exact Sciences*. 2023;4(2):439-55.
- [14] Berbel NAN. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos? *Revista Interfase*. 1998;2(2):139-54.
- [15] Quartieri MT, Knijnik G. Modelagem Matemática na escola básica: surgimento e consolidação. *Caderno Pedagógico*. 2012;9(1):9-26.
- [16] de Almeida LW, da Silva KP, Vertuan RE. Modelagem Matemática na educação básica. 1st ed. São Paulo - SP: Editora Contexto; 2012.
- [17] Kirner C, Kirner TG. Evolução e Tendências da Realidade Virtual e da Realidade Aumentada. XIII Simpósio de Realidade Virtual e Aumentada. 2011:10-25.
- [18] Reis MG. Realidade Aumentada aplicada ao ensino da simetria molecular; 2013.
- [19] Colombo AA, Berbel NAN. A Metodologia da Problematização com o Arco de Maguerez e sua relação com os saberes de professores. *Semina: Ciências Sociais e Humanas*. 2007;28(2):121-46.
- [20] de Carvalho Santiago R, de Moraes VA, de Almeida RJ. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos? *Revista Brasileira de Educação Médica*. 2020;44(162):11.
- [21] Horácio Wanderlei Rodrigues FSCa Teófilo Marcelo de Arêa Leão Júnior. Método do caso como ferramenta de transformação da educação jurídica brasileira. *Revista Brasileira de Direito*. 2021;17(1):40-50.
- [22] Iizuka ES. O método do caso de Harvard: reflexões sobre sua pertinência ao contexto brasileiro. *XXXII Encontro da ANPAD*. 2008;32:14.
- [23] da Silva GB, David JMN. Guia da Sala de Aula Invertida. 1st ed. Juiz de Fora- MG: Creative Commons; 2023.
- [24] Munhoz M. Rotação Por Estações; 2023. Available from: <https://mauriciomunhoz.blogspot.com/2023/09/rotacao-por-estacoes.html>.
- [25] Soares C, Botto A, Borges D, Alves J. Rotação por estações, como aplicar na minha escola?; 2023. Available from: <https://vivametodologia.com/metodologia-ativa/rotacao-por-estacoes-como-aplicar-na-minha-escola/>.





## Índice Remissivo

6º ano, 5, 12, 13, 15, 16, 120, 121

Aluno, 5, 6, 11–13, 15, 18–21, 26–29, 33–36, 42–46, 50–53, 57–60, 63–65, 67, 70, 72, 73, 89–93, 96–98, 100, 103, 104, 106, 111–114, 121–123, 128, 129, 131, 132, 136

Aprendizagem Baseada em Equipes, 5, 32–34, 36, 135, 136

Aprendizagem Baseada em Problemas, 5, 56–58, 60

Aula Expositiva Dialogada, 5, 17–21, 122, 135

Cultura Maker, 5, 49–51, 53, 128, 135

Design Thinking, 5, 41–43, 45, 47, 135

Gamificação, 5, 25–29, 128, 135

Guia, 5, 10–12, 15, 135

Matemática, 5, 11–13, 20, 52, 59, 65, 98, 113, 136

Metodologias Ativas, 5, 11–13, 16, 26, 121, 122, 135

Modelagem Matemática, 5, 62–64, 67, 135, 136

Método de Casos, 5, 95–98, 100, 136

Problematização, 5, 88–91, 136

Professor, 5, 18, 20, 21, 26, 27, 29, 33, 34, 36, 42, 43, 45, 46, 51, 53, 60, 63, 65–67, 73, 89, 92, 93, 96–98, 100, 103–106, 111, 112, 114, 122, 123, 129, 132, 135, 136

professor, 11, 12

Realidade Aumentada, 5, 70–73, 136

Rotação por Estações, 5, 110–114, 136

Sala de Aula Invertida, 5, 102–105, 136





## Autores



(Arquivo Pessoal do autor)

**Joel Ricardo Teixeira Medeiros** é professor de Matemática há cerca de dez anos, atuando nos Ensinos Fundamental II e Médio, atualmente na Escola Estadual Professor Ernesto Carneiro Santiago (Eepecs) e no Centro Educacional Maria Madalena Friche Passos (Cemma). Com licenciatura e especialização em Matemática pela PUC-MG e Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat) pelo Cefet-MG, traz em sua bagagem não apenas conhecimento, mas também uma boa dose de humor – um ingrediente indispensável para sobreviver em sala de aula.

Apaixonado por Metodologias Ativas (e por sobremesas, seu combustível pedagógico), Joel acredita que ensinar Matemática não precisa ser cansativo ou monótono. Pelo contrário: com jogos, desafios e até construções que mais parecem obras de arte, ele torna suas aulas mais divertidas que um quebra-cabeça de mil peças (ok, às vezes um de 500 é bem melhor).

Este livro é o reflexo de sua curiosidade e entusiasmo em explorar novas formas de ensinar. Entre conceitos inovadores e práticas inspiradoras, convida professores a embarcar em uma jornada de criatividade e, acima de tudo, propósito. Afinal, para os alunos, difícil mesmo não é aprender Matemática, mas viver sem Wi-Fi!



(Arquivo Pessoal do autor)

**Pedro Henrique Pereira Daldegan** é um mineirinho de coração grande e mente inquieta. Graduado em Matemática pela UFMG (2011), onde também fez Mestrado (2014) e Doutorado (2018) — sim, ele praticamente montou acampamento por lá —, desde então é professor no Departamento de Matemática do Cefet-MG e atua no Profmat, onde dá aula, coordena, pesquisa... se sobrar tempo, até passa o café.

Professor por vocação e algebrista por formação, nos últimos anos tem se interessado por outros tópicos, como Metodologias Ativas de ensino, história da matemática, programação, teoria de jogos e matemática olímpica.

Mas nem só de trabalho vive o Pedro. Homem de família, é casado com Esdras Melleberg e pai do Mike, um cãozinho que o considera bronca, tapete e colo. Nas horas vagas (quando existem), ele se aventura na dança, no vôlei, na cozinha, na leitura e até na escrita — tudo no modo amador, mas com amor de sobra. Só que é nas poltronas dos cinemas de BH que ele se sente verdadeiramente em casa. Pipoca, tela grande e bons filmes, receita infalível para esse cinéfilo declarado. Pedro vive com afeto e propósito, e está sempre pronto pra mais uma sessão, seja de cinema ou de aula!

