



**UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI**

**Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional**

**Douglas Maicon de Souza Dias**

**EXPLORANDO FUNÇÕES AFINS: uma proposta de sequência didática com o  
auxílio do GeoGebra**

**Teófilo Otoni**

**2026**

**Douglas Maicon de Souza Dias**

**EXPLORANDO FUNÇÕES AFINS: uma proposta de sequência didática com o auxílio do GeoGebra**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: **Weversson Dalmaso Sellin**

**Teófilo Otoni**

**2026**

### Catálogo na fonte - Sisbi/UFVJM

D541e Dias, Douglas Maicon de Souza  
2026 Explorando Funções Afins [manuscrito] : uma proposta de  
sequência didática com o auxílio do GeoGebra / Douglas Maicon  
de Souza Dias. -- Teófilo Otoni, 2026.  
91 p. : il.

Orientador: Prof. Weversson Dalmaso Sellin.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) --  
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri,  
Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teófilo Otoni, 2026.

1. GeoGebra. 2. GeoGebraBook. 3. Função Afim. 4.  
Matemática. 5. Tecnologia. I. Sellin, Weversson Dalmaso. II.  
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri.  
III. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFVJM com os  
dados fornecidos pelo(a) autor(a).  
Este produto é resultado do trabalho conjunto entre o bibliotecário Rodrigo Martins Cruz/CRB6-  
2886  
e a equipe do setor Portal/Diretoria de Comunicação Social da UFVJM

DOUGLAS MAICON DE SOUZA DIAS

**EXPLORANDO FUNÇÕES AFINS: Uma Proposta de Sequência Didática com o  
Auxílio do Geogebra**

Dissertação apresentada ao  
MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE  
NACIONAL, nível de MESTRADO,  
como parte dos requisitos para  
obtenção do título de MESTRE EM  
MATEMÁTICA.


Orientador: Prof. Dr. WEVERSSON  
DALMASO SELLIN


Data da aprovação: 12/03/2026


Prof. Dr. WEVERSSON DALMASO SELLIN (Orientador)

Prof. Dr. ALEXANDRE FAISSAL BRITO (UFVJM )

JOSÉ LUCAS PEREIRA LUIZ (IFNMG - Araçuaí)

Documento assinado digitalmente  
 **WEVERSSON DALMASO SELLIN**  
Data: 13/03/2026 09:16:22-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Documento assinado digitalmente  
 **ALEXANDRE FAISSAL BRITO**  
Data: 13/03/2026 09:52:11-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Documento assinado digitalmente  
 **JOSE LUCAS PEREIRA LUIZ**  
Data: 14/03/2026 09:28:46-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

TEÓFILO OTONI

## AGRADECIMENTO

A Deus, que, por meio da fé, me sustentou e me fez acreditar que seria possível. À toda a minha família, por sempre me motivar e acreditar em mim, muitas vezes mais do que eu mesmo. Aos meus colegas de trabalho, de comunidade e de turma, por todo incentivo e colaboração. À superintendente Regional de Educação de Barra de São Francisco, Geanne Darc de Vete Alves Nogueira, por me proporcionar as condições de apoio para cursar o Mestrado. Também ao Programa de Pós-Graduação, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), *campus* Teófilo Otoni. A todos os professores do Mestrado (PROFMAT/UFVJM), em especial ao professor Dr. Weversson Dalmaso Sel- lin, orientador deste trabalho. Seu conhecimento, sua forma de conduzir as reuniões de orientação, sua inteligência e humildade contribuíram de forma ímpar para a realização deste trabalho. Agradeço pelo acolhimento, paciência e compreensão em muitos momen- tos ao longo desse período. Por fim, meu agradecimento a todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste sonho: ser um Professor Mestre em ma- temática. Muito obrigado! O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financi- amento 001.

“Quem ama conhece a Deus, porque  
Deus é amor”.

Padre Paulo Sérgio Vaillant,  
referência a 1Jo 4, 8.

## RESUMO

No contexto da Educação Matemática, no presente trabalho buscou-se desenvolver uma sequência didática para o ensino de Função Afim para a 1ª série do Ensino Médio, por meio da utilização do software GeoGebraBook, cujas atividades estão incorporadas em um ambiente virtual de ensino que estimula a inovação e a criatividade. A pesquisa guiou-se pela seguinte pergunta: como ensinar Função Afim com o auxílio do GeoGebra, com uma proposta que busque integrar a tecnologia e a matemática, com foco em uma aprendizagem mais contemporânea e próxima à realidade dos estudantes? O objetivo central foi desenvolver um livro digital como ferramenta pedagógica no ensino de Função Afim utilizando o GeoGebra. E então, oportunizar aos estudantes uma experiência de assimilação matemática na formação da escola básica, através das interações com os Applets do GeoGebra, numa perspectiva construtivista, fugindo das perspectivas tradicionais de ensino, na tentativa de trazer maior sentido e melhor fixação dos conceitos matemáticos. A metodologia adotada foi qualitativa, com estudos bibliográficos desenvolvidos em três etapas que foram: levantamento de literatura sobre Função Afim e uso de tecnologias na educação, especialmente do GeoGebra; análise de materiais sobre o ensino de funções e elaboração de uma sequência didática para a 1ª série do Ensino Médio no GeoGebraBook. O GeoGebra possibilita a união da álgebra com a geometria, um cenário estimulante para aprender sobre Função Afim. É possível realizar simulações dentro do ambiente virtual de estudo, como por exemplo, observar o intervalo do domínio de uma função, a trajetória que representa o seu gráfico no plano cartesiano, as variações dos coeficientes angular e linear, as interseções com os eixos coordenados, dentre tantas outras experimentações possíveis. Ambientes de Matemática Dinâmica como o GeoGebra, tendem a potencializar as experiências de aprendizagem, tornando o ensino mais significativo e fluido. É possível acessar as atividades clicando no link <https://www.geogebra.org/m/aqzfsyye>.

**Palavras-chave:** GeoGebra, GeoGebraBook, Função Afim, Matemática, Tecnologia

## ABSTRACT

In the context of Mathematics Education, this dissertation seeks to develop a didactic sequence for teaching Affine Functions to first-year high school students, using GeoGebraBook. The incorporated activities are in a virtual learning environment that encourages innovation and creativity. The research is guided by the question: How to teach Affine Functions with the aid of GeoGebra? A proposal that seeks to integrate Technology and Mathematics, focusing on a more contemporary learning experience closer to the students' reality. The central objective is to make the experience of mathematical assimilation in basic education, through interactions with GeoGebra Applets, from a constructivist perspective, more effective than traditional teaching methods, bringing greater meaning and better retention of mathematical concepts. The methodology adopted was qualitative, with bibliographic studies developed in three stages: a literature review on Affine Functions and the use of technologies in education, especially GeoGebra; analysis of materials on the teaching of functions; and the development of a didactic sequence for the 1st year of High School in GeoGebraBook. GeoGebra allows the union of algebra and geometry, a stimulating scenario for learning about Affine Functions. It is possible to perform simulations within the virtual learning environment, such as observing the domain of a function, the trajectory of a graph, the variations in the slope and y-intercept, the intersections with the coordinate axes, among many other possible experiments. Dynamic Mathematics environments like GeoGebra tend to enhance learning experiences, making teaching more meaningful and fluid. Access the activities by clicking on the link: <https://www.geogebra.org/m/aqzfsyye>.

**Keywords: Geogebra, GeogebraBook, Affine Function, Mathematic, Technology**

## LISTA DE FIGURAS

3.1	Tabela de inversos multiplicativos dos tempos babilônicos . . . . .	23
3.2	Dirichlet (1805-1859) . . . . .	24
4.1	Interface do GeoGebra . . . . .	29
4.2	Tela de acesso ao GeoGebraBook . . . . .	32
4.3	Tela de <i>login</i> ou cadastro . . . . .	32
4.4	Escolha de e-mail . . . . .	33
4.5	Materiais disponíveis . . . . .	33
4.6	Material sobre Função . . . . .	34
4.7	Calculadoras disponíveis . . . . .	35
4.8	Sair do GeoGebraBook . . . . .	35
4.9	Criando uma atividade . . . . .	36
4.10	Elementos de uma atividade . . . . .	37
4.11	Acessando uma atividade . . . . .	38
4.12	Por dentro de uma atividade . . . . .	38
4.13	Associando uma atividade ao Classroom . . . . .	39
4.14	Escolha da conta de e-mail . . . . .	40
4.15	Permissão para acessar o e-mail . . . . .	40
4.16	Configurações e permissões de acesso do e-mail ao Classroom . . . . .	41
4.17	Vinculação da turma à atividade . . . . .	42
4.18	Associando a atividade a uma tarefa . . . . .	43
4.19	Criando uma tarefa com a atividade . . . . .	43
4.20	Painel inicial da Tarefa . . . . .	44
4.21	Associando um professor colaborador à tarefa . . . . .	44

4.22	Acessando a tarefa por meio de link ou <i>QR code</i> . . . . .	45
4.23	Digitando o código da tarefa . . . . .	45
4.24	Acessando a atividade dentro da Tarefa . . . . .	46
4.25	Visão do estudante ao acessar a tarefa . . . . .	46
4.26	Criando o Livro Digital parte 01 . . . . .	47
4.27	Criando o Livro Digital parte 02 . . . . .	48
4.28	Acessando o livro criado . . . . .	48
4.29	Editando o Livro Digital . . . . .	49
4.30	Inclusão de atividades dentro do capítulo do Livro Digital . . . . .	49
4.31	Inserindo uma atividade . . . . .	50
4.32	Acrescentando um capítulo . . . . .	50
4.33	Criando uma tarefa com as atividades do Livro Digital . . . . .	51
4.34	Configurações da Tarefa . . . . .	51
4.35	Tela de entrada da Tarefa . . . . .	52
4.36	Vinculando o Livro Digital ao Classroom . . . . .	52
5.1	Capa do Livro Digital . . . . .	55
5.2	<i>QR Code</i> Livro Digital . . . . .	55
5.3	<i>QR Code</i> do Capítulo I do Livro Digital . . . . .	56
5.4	O conceito de função . . . . .	57
5.5	É ou não função? . . . . .	58
5.6	<i>QR Code</i> do Capítulo II do Livro Digital . . . . .	59
5.7	A função e seu conjunto de elementos . . . . .	59
5.8	<i>QR Code</i> do Capítulo III do Livro Digital . . . . .	60
5.9	A função no cotidiano . . . . .	61

5.10	Explicação do professor . . . . .	62
5.11	Caracterização da Função Afim . . . . .	62
5.12	O Gráfico da Função Afim . . . . .	63
5.13	Construção do Gráfico da Função Afim . . . . .	64
5.14	Transformações no Gráfico da Função Afim . . . . .	65
5.15	Outras transformações do gráfico da Função Afim . . . . .	65
5.16	O coeficiente angular . . . . .	66
5.17	Encontre o coeficiente angular . . . . .	66
5.18	Zero da Função Afim . . . . .	67
5.19	Crescimento e Decrescimento da Função Afim . . . . .	68
5.20	Classificação da Função Afim em crescente, decrescente ou constante	69
5.21	Sinal da Função Afim . . . . .	69
5.22	<i>QR Code</i> do Capítulo IV do Livro Digital . . . . .	70
5.23	Atividade de Revisão 01 . . . . .	71
5.24	Atividade de Revisão 02 . . . . .	71
5.25	Atividade de Revisão 03 . . . . .	72
5.26	Atividade de Revisão 04 . . . . .	73

## **LISTA DE SIGLAS**

UFVJM – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

TIC - Tecnologia de Informação e Comunicação

TDIC – Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

SEDU – Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo

PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PNLD - Programa Nacional do Livro e do Material Didático

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas

IA - Inteligência Artificial

AVA - Ambiente Virtual de Aprendizagem

Timss - Tendências no Estudo Internacional de Matemática e Ciências

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\neq$  - Diferente.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	2
<b>2 OBJETIVOS, JUSTIFICATIVA E METODOLOGIA</b>	11
2.1 Objetivo geral	11
2.1.1 Objetivos específicos	11
2.2 Justificativa	11
2.3 Metodologia	16
2.3.1 Pesquisa Bibliográfica	16
2.3.2 Estruturação do Trabalho	18
2.3.3 Desenvolvimento de Atividades no Geogebra	18
2.3.4 Análise do Material Produzido	19
<b>3 REFERENCIAL TEÓRICO</b>	21
3.1 O conceito de Função, breve histórico	22
3.2 Aspectos Teóricos do Ensino de Função Afim	24
<b>4 GEOGEBRA E O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM</b>	28
4.1 O GeoGebra	28
4.2 O GeoGebraBook	31
4.2.1 Como acessar o GeoGebraBook?	31
4.2.2 Criando e interagindo com as funcionalidades de uma atividade no GeoGebraBook	36
4.2.3 Como criar e interagir com as funcionalidades de um Livro Digital	47
<b>5 LIVRO: EXPLORANDO FUNÇÕES AFINS: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA</b>	54
5.1 Capítulo I: apresentação	56
5.2 Capítulo II: Funções	56
5.3 Capítulo III: A Função Afim	60
5.4 Capítulo IV: Revisão	70
<b>6 CONCLUSÃO</b>	74
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	77
<b>REFERÊNCIAS</b>	79
<b>8 ANEXO</b>	83

## 1 INTRODUÇÃO

Presente nos currículos da Educação Básica, desde a Educação Infantil, passando pelo Ensino Fundamental, até a conclusão do Ensino Médio, a Matemática assume papel importante na escolarização. Uma boa formação, desde os primeiros contatos com o componente, a fim de evitar problemas de aprendizagem que, ao longo dos anos, podem se alongar e criar distâncias entre o estudante e a Matemática, como destacado por Piaget, tende a contribuir com o desenvolvimento matemático dos discentes.

Os fundamentos para o desenvolvimento matemático das crianças estabelecem-se nos primeiros anos. A aprendizagem matemática constrói-se através da curiosidade e do entusiasmo das crianças e cresce naturalmente a partir das suas experiências [...]. A vivência de experiências matemáticas adequadas desafia as crianças a explorarem ideias relacionadas com padrões, formas, número e espaço numa forma cada vez mais sofisticada. (PIAGET; LINDOSO; SILVA, 1976, p.73)

Também nos Sistemas de Avaliação da Educação Básica, tanto do Brasil quanto do mundo, a Matemática está incluída e tem peso significativo. Na verdade, não só na Educação Básica, mas em muitos processos seletivos para ingresso em cursos superiores, além de concursos e outras avaliações. Se estivéssemos dirigindo um filme relacionado à Educação, diríamos que a Matemática seria uma das protagonistas, mas nem sempre esse protagonismo se configura como algo positivo. É o caso em questão. O componente apresenta, historicamente, resultados insatisfatórios com relação ao nível de aprendizagem dos estudantes.

Segundo os dados divulgados pelo Ministério da Educação (MEC), referentes ao Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) do ano de 2022, sete em cada 10 alunos brasileiros não apresentam competências e habilidades matemáticas básicas para o exercício da cidadania. O público alvo dessa avaliação são estudantes de 15 anos de idade, ou seja, que acabaram de concluir o Ensino Fundamental e estão iniciando o Ensino Médio (UOL, 2023).

Outra avaliação em que o país não teve bons resultados foi no Estudo Internacional de Tendências em Matemática e Ciências (Timss, em inglês). O exame apontou que a aprendizagem matemática dos estudantes brasileiros, do 4º e do 8º ano do Ensino Fundamental, é crítica. O Brasil ficou entre os piores países no ranking global. O Timss é organizado pela Associação Internacional para a Avaliação do Desempenho Educacional

(IEA) e os dados que ele gera permitem comparações entre países ao longo do tempo, oferecendo uma visão global do desempenho educacional (CNN; GOMES, 2024).

Ramos (2003), afirma que

[...] a forma como os amigos, os familiares, os meios de comunicação social e a própria escola, concebem a matemática (valorizando-a mais ou menos, considerando-a mais ou menos difícil, mais ou menos útil, mais ou menos interessante, etc.) contribui, conjuntamente com os dados da sua experiência individual, para a forma como o indivíduo vai construindo a sua representação da matemática (p. 73).

Entre esses estudantes, não é difícil verificar algumas falas que remetem à Matemática como sendo difícil de aprender, e até certa repulsa a esse componente curricular. Aqui não se trata apenas do Ensino Fundamental e Médio, pois, entre aqueles que cursam o nível superior também há dados que confirmam essa teoria. “7 em cada 10 alunos da formação de professores em exatas desiste do curso” (TERRA, 2023). Isso se dá devido à distância criada entre os ensinamentos abstratos e a realidade vivida pelos estudantes. Esse afastamento entre o real e o ensino prático trouxe consequências históricas, a ponto de muitos afirmarem que só algumas pessoas poderiam aprender Matemática.

Sobre esse tema, Reis (2005) afirma que:

a dificuldade em Matemática é tida como natural, o que gera nos alunos insegurança e medo, às vezes não decorrente da falta de estudo, mas de terem assimilado ou aceitado a Matemática como algo realmente difícil e que somente quem tem aptidão consegue aprender (p. 3).

O que é indiscutível é que a Matemática é essencial para o desenvolvimento de todo e qualquer ser humano. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) preconiza que

“O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais” (BRASIL, 2018, p.265).

A BNCC apresenta cinco unidades temáticas que compõem a área de Matemática, sendo elas Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2018, p. 265). Este trabalho tem o objetivo de contribuir com o ensino da álgebra, voltando-se para o ensino de função do 1º grau na 1ª série do ensino médio, como apontado anteriormente, uma fase crítica do ensino da Matemática atualmente.

O estudo de funções é destaque para autores como Barreto (2008), para quem

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática e seus aspectos mais simples estão presentes nas noções mais básicas desta ciência, como por exemplo, na contagem. Mas, a noção de função, claramente individualizada como objeto de estudo corrente é mais recente (p. 3).

O ensino de funções é central para o currículo de Matemática na Educação Básica, especialmente nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. No entanto, muitos estudantes enfrentam dificuldades em compreender esse conceito de maneira intuitiva e aplicada, dada a sua abstração. Uma estratégia para se estudar funções é aliar a prática aos conceitos teóricos, a fim de que os estudantes consigam perceber a matemática na situações do dia a dia. Um exemplo clássico da aplicação de Função Afim, é o preço pago em uma corrida de táxi. O valor da corrida geralmente é calculado pela soma de uma taxa fixa, mais um valor variável proporcional à quilometragem percorrida no trajeto.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) abordam o conceito de função e sua relevância da seguinte forma:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL; MÉDIO, 2002, p. 3)

A utilização de tecnologias digitais no ensino de Matemática tem se mostrado uma abordagem eficaz para aumentar o engajamento dos estudantes e facilitar a aprendizagem de conceitos abstratos. Borba, Silva e Gadanidis (2020) são alguns dos autores que discorrem sobre o tema.

Buscando aliar o uso das tecnologias ao ensino da Matemática, o software GeoGebra foi escolhido para o desenvolvimento deste trabalho. O ensino de funções para a 1ª série do Ensino Médio precisa conversar com a realidade dessa faixa etária e este software é um ambiente dinâmico de matemática que pode proporcionar aos estudantes uma maneira dinâmica e interativa de entender funções, conectando a Matemática com habilidades de manipulação de ferramentas.

Moran (2000, p. 265) reflete que “não são as tecnologias que irão resolver todos os problemas da educação, na verdade, elas devem servir de novas ferramentas que renovam o processo de ensinar e aprender, com base num modelo de gestão que prioriza a construção do conhecimento”. O professor tem papel fundamental ao ser o mediador do conhecimento, presente na sala de aula.

Este trabalho foi realizado com o objetivo de propor o desenvolvimento de um produto educacional que utilize o GeoGebra para ensinar o conceito de funções, promovendo uma abordagem prática e visual do conceito, de forma a motivar os estudantes e melhorar a compreensão acerca do tema.

O trabalho está estruturado em sete seções, incluindo a presente introdução que traz um breve relato do que o trabalho propõe, além de apresentar uma contextualização do tema e de todo o material produzido. Na segunda seção apresentam-se os objetivos geral e específicos, a justificativa e a metodologia adotada, parte fundamental do trabalho, pois nele foram desenvolvidas ideias que nortearam toda a escrita e execução, incluindo as referências utilizadas e o embasamento teórico adotado.

Na terceira seção detalha-se todo o embasamento teórico construído, além de um passeio pela história do ensino de funções, colhendo informações de como se deu o desenvolvimento desse tópico na matemática ao longo da história. Além do conceito de função, aborda-se de forma específica a Função Afim, foco deste trabalho, e busca-se estabelecer um link entre o ensino de Função Afim e o currículo do estado do Espírito Santo.

A quinta seção dedica-se a descrever o software GeoGebra e abordar sua vasta utilização na educação, as premiações que recebeu, sua popularidade e a eficácia do seu emprego no ensino da matemática, com destaque especial para o GeoGebraBook, trazendo sua potencialidade e uso em geral no meio educacional. Outra discussão realizada nessa seção versa sobre as ferramentas disponibilizadas pelo aplicativo, principalmente aquelas com maior ligação para o ensino de funções do 1º grau.

A sequência didática que traz o Produto Educacional proposto neste trabalho é apresentada na sexta seção. Composto por quatro capítulos, o objetivo desse produto é tornar-se uma proposta de ensino de Função Afim para estudantes da 1ª série do Ensino Médio. Todas as atividades desse material foram construídas no GeoGebraBook e, resumidamente, compõem-se de uma apresentação do livro digital, com destaque para os autores e para as orientações de uso do material aos professores e estudantes. Na sequência, busca-se fazer com que o usuário compreenda o conceito de Função em geral, para o que foram criados três applets que trabalham a ideia de função por meio de conjuntos. A seguir, apresenta-se um estudo de destaque sobre Função Afim, abordando o

conceito, a caracterização, o gráfico, algumas transformações sofridas, a taxa de variação, o crescimento e o decréscimo, o zero e o sinal. Essas atividades visam preparar os estudantes para dominar a temática, finalizando com uma revisão em virtude dos conceitos aprendidos nas atividades anteriores.

As duas últimas seções desta dissertação destinam-se a apresentação das conclusões e das considerações finais acerca do trabalho realizado, trazendo, ainda, reflexões sobre os impactos que a pesquisa foi capaz de provocar.

Pode-se afirmar que este trabalho foi além da apresentação de conceitos e atividades referentes à Função Afim, pois promoveu uma reflexão sobre o uso das tecnologias aliadas ao ensino da matemática, destacando a potencialidade do uso do software GeoGebra na educação. Ao acessar as atividades propostas, o estudante poderá ter uma experiência de construção do conhecimento acerca do tema de Função Afim, sendo protagonista da sua aprendizagem, ou seja, vivenciando uma formação ativa. Além disso, poderá refletir também sobre a eficácia e o engajamento das tecnologias no ensino atual da matemática.

## **2 OBJETIVOS, JUSTIFICATIVA E METODOLOGIA**

### **2.1 Objetivo geral**

O presente trabalho foi realizado com o objetivo geral de desenvolver um livro digital como ferramenta pedagógica no ensino do conceito de Função Afim utilizando o software GeoGebra.

#### **2.1.1 Objetivos específicos**

Especificamente, os objetivos foram os seguintes:

- analisar as dificuldades na aprendizagem do conceito de Função Afim por parte dos estudantes da 1ª série do Ensino Médio, por meio da revisão da literatura, verificando a melhor forma de abordagem desse tópico, analisando materiais utilizados por especialistas da área da Educação;
- explorar e analisar as possibilidades de uso do software GeoGebra para trabalhar operações com Funções Afim, para que a construção gráfica das mesmas facilite a compreensão conceitual por parte dos estudantes, a partir do desenvolvimento das ferramentas disponíveis;
- produzir um conjunto de atividades que utilizem o GeoGebra para ensinar os principais conceitos relacionados à Função Afim (conceito, domínio, contradomínio, imagem, gráfico, crescimento, decrescimento, sinal e zero) para uso pelos professores e estudantes da Educação Básica.

### **2.2 Justificativa**

O ensino de funções costuma ser um ponto crítico no aprendizado da Matemática, uma vez que exige dos alunos a capacidade de lidar com abstrações, como a ideia de uma relação entre dois conjuntos.

Sobre o estudo da construção do conceito de função, RÊGO (2000) afirma que

A Matemática Moderna, adotada no Brasil no início da década de 1970, ainda está presente em muitos dos livros textos dirigidos para o Ensino Fundamental e Médio utilizados em nossas escolas. Ao prestigiar fundamentalmente a linguagem, baseada na Teoria dos Conjuntos, contribuiu para tornar esta disciplina um jogo de símbolos sem significado. Como resultado de uma aprendizagem mecânica, centrada na memorização de definições, regras e algoritmos, verifica-se que mesmo entre a maioria dos alunos que são bem-sucedidos em seus estudos, entendendo como tal os que logram resultados positivos em avaliações formais, a construção dos conceitos fica em segundo plano e a capacidade de transferir conhecimentos, tomar decisões e realizar aplicações é limitada. As dificuldades provocadas por tais fatos são ampliadas pelo sistema de crenças vigente que apregoa, dentre outras coisas, serem capazes de aprender Matemática apenas pessoas especialmente inteligentes. Avanços nos estudos relativos ao modo como ocorrem os processos de aprendizagem, entretanto, trouxeram à tona a necessidade do trabalho em sala de aula com problemas relacionados ao dia a dia do aluno. Materiais e situações familiares irão não apenas motivá-lo, mas também dar sentido aos conteúdos matemáticos desenvolvidos (p. 11 e 12).

De acordo com Ponte (1990), o conceito de funções é importantíssimo na Matemática, e deve ser articulado com a representação numérica, algébrica e gráfica. Ele afirma que as funções podem ser consideradas

(...) instrumentos por excelência para estudar problemas de variação. Uma dada grandeza pode variar no tempo, variar no espaço, variar segundo outras grandezas, e mesmo variar simultaneamente em diversas dimensões. Essas variações podem ser mais rápidas ou mais lentas, podem desaparecer de todo, pode, em suma, obedecer às mais diversas leis ou constrangimentos (p. 5).

Estudos mostram que o uso de tecnologias digitais interativas pode proporcionar uma aprendizagem mais significativa, permitindo que os estudantes explorem e manipulem conceitos de forma visual e prática. Para Kenski (2003), “não há dúvida de que as novas tecnologias de comunicação e informação trouxeram mudanças consideráveis e positivas para a educação” (p. 46).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em suas 10 competências, também destaca o importante uso da tecnologia na Educação. Enquanto a segunda competência se apoia no uso da tecnologia para “exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências” (BRASIL, 2018, p.9) , a quinta competência destaca o importante papel da tecnologia no processo educacional.

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (p. 9).

Além disso, na segunda competência específica de Matemática e suas Tecnologias

da BNCC para o Ensino Médio, o tema da Tecnologia aparece novamente com o seguinte texto:

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. (BRASIL, 2018, p.531)

Segundo Blikstein (2008), uma pessoa do século XXI precisa dominar muito mais habilidades do que em anos anteriores. Não basta apenas dominar a leitura e a escrita. Há uma série de outras habilidades fundamentais.

Os professores de Matemática, em busca de despertar o interesse dos estudantes para o ensino de funções, podem adotar diversas estratégias, especialmente aliadas à tecnologia, pois são muitos os recursos disponíveis. A internet é um desses recursos que oferecem interações individuais e coletivas. Cabe ao docente, em seus planejamentos, buscar por essas novidades e aplicá-las às suas aulas para que, cada vez mais, os estudantes tenham a percepção de que os objetos de conhecimento vistos nas aulas fazem parte do mundo em que vivem e, mais ainda, que a forma de abordagem desses tópicos converse com os conhecimentos prévios que eles adquiriram e tenham tido contato em algum momento.

Nessa linha de pensamento, Moran (2000) destaca que

Os docentes podem utilizar os recursos digitais na educação, principalmente a internet, como apoio para a pesquisa, para a realização de atividades discentes, para a comunicação com os alunos e dos alunos entre si, para integração entre grupos dentro e fora da turma, para a publicação de páginas web, blogs, vídeos, para a participação em redes sociais e entre muitas outras possibilidades (p. 36).

Importante ressaltar também que, muitas vezes, a impressão que se tem é a de que os estudantes, por utilizarem o celular e por viverem em uma era tecnológica, dominam todas as ferramentas tecnológicas disponíveis, inclusive as escolhidas para aplicação pedagógica no processo de ensino e aprendizagem. Mas, nem sempre a realidade é essa. De acordo com a publicação do portal Terra (2011), o professor aposentado de Novas Tecnologias da Universidade de São Paulo (USP) e diretor de Educação a Distância na Universidade de Anhanguera (Uniderp), José Moran, “a internet deixou as pessoas em geral mais acomodadas. Adultos também cometem erros ao realizarem pesquisas online”.

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) são recursos tecnológicos

para obter, processar e gerar informações que são tornadas acessíveis por meio de redes de comunicação. O professor tem um pacote de opções para trabalhar com os estudantes e isso não é a substituição da presença e da importância desse profissional, Vieira (2011) afirma que

Sabe-se que o professor não será substituído pela tecnologia, mas ambos juntos podem adentrar na sala de aula levando aprendizado e conhecimento para os alunos, pois basta que ele comece a pensar como introduzir no cotidiano escolar de forma decisiva para que após essa etapa passe a construir conteúdos didáticos renovados e dinâmicos, que estabeleça todo o potencial necessário que essa tecnologia oferece (p. 134).

Moraes, Bueno e Nascimento (2017) refletem sobre essa situação afirmando que “nossa defesa é de que as ações, ou o fazer pedagógico, requerem reflexão, rompimento com as formas pragmáticas e utilitárias no uso das TICs e exigem que o professor esteja consciente e se dê conta dos resultados de sua prática” (p. 46).

Um dos programas disponíveis para se trabalhar o conceito de função, no contexto da discussão deste trabalho, que inclui as novas formas de ensino com o uso da tecnologia, é o GeoGebra, criado pelo professor de Educação Matemática Markus Hohenwarter, da Johannes Kepler University Linz, na Áustria, em 2001. Trata-se de um software de matemática dinâmica que pode ser trabalhado em todos os níveis da educação, com aplicações na geometria, na álgebra, na estatística, na construção de gráficos e de planilhas, entre outros. É utilizado por milhões de pessoas e já ganhou mais de 18 prêmios importantes como o Prêmio Alemão de Software Educacional (Colônia, Alemanha), 2004 e o Prêmio MERLOT Classics 2013 - Recurso Educacional Multimídia para Aprendizagem e Ensino Online (Las Vegas, Nevada, EUA), mostrando sua relevância e eficácia no ensino da matemática. O GeoGebra é amplamente utilizado em contextos educacionais, para o ensino da matemática.

De acordo com Soares (2012), o GeoGebra estimula a investigação matemática e torna o aprendizado mais significativo.

Sá e Machado (2017) também destacam que

A utilização da tecnologia é muito significativa no ambiente escolar. Mais ainda quando se direciona no ensino de matemática, já que há diversos softwares que permitem ao aluno melhor compreensão e visualização do conteúdo, além de proporcioná-los vários meios de resolução. No estudo de funções, destaca-se o software GeoGebra que possibilita uma aprendizagem mais atraente e divertida, além de provocar a curiosidade do aluno em aprender mais. O software oferece uma visão ampla de todas as etapas da resolução e ainda facilita o encontro e a correção de seu erro, fazendo com que o aluno construa seu próprio conhecimento, caracterizando um bom rendimento (p. 5).

Para Marchetti e Klaus (2014), “O Geogebra, quando utilizado de maneira planejada, favorece o desenvolvimento de diversas habilidades por parte dos alunos, permitindo que construam, experimentem e conjecturem” (p. 11).

Ao introduzir o conceito de funções por meio da utilização do GeoGebra, pretende-se tornar esse conteúdo mais acessível e interessante para os estudantes. E, como defendido pelos autores citados, o software tem grande potencial no ensino da matemática, aliando geometria e álgebra.

O presente trabalho justifica-se pela inovação pedagógica que propõe, ao combinar o ensino de Função Afim com a utilização de um software de matemática que estimule uma aprendizagem mais dinâmica e interativa.

Hoje, existem muitas aplicações que utilizam o GeoGebra, como a criação de gráficos 2D/3D interativos, visualização de funções e raízes, manipulação geométrica, análise de dados, dentre outras, porém, neste trabalho propõe-se uma utilização mais participativa por parte do usuário. Os applets criados não são nada estáticos; pelo contrário, promovem uma interação completa, oferecendo experiências didáticas construtivas. As criações geram valores aleatórios e promovem reflexões; existem entradas para a inserção de valores, gráficos podem ser movimentados e perguntas são formuladas, dentre tantas outras interações. A ideia é a de que o estudante, apesar de não construir a atividade, faça parte da sua montagem ao interagir com os applets. Nas pesquisas realizadas não foram encontradas atividades do GeoGebra com essa proposta.

O GeoGebra é utilizado em muitas instituições de ensino superior, em diversos cursos, incluindo os de Matemática e Engenharia como é o caso da Universidade Federal do Semi-Árido no Rio Grande do Norte que utilizou o software para auxiliar no ensino de cálculo diferencial (Eliviano, Josenildo e Otávio (2024)). Muitas dessas instituições, por exemplo, ofertam cursos para a utilização do software. Inclusive o autor deste trabalho

já ofereceu o curso de “Difusão de conhecimento intitulado Curso de GeoGebra”, na modalidade a distância, oferecido pela Universidade Estadual do Paraná (Unespar), campus de Apucarana, com duração de 50 horas. O curso foi coordenado pelo professor Sérgio Carrazedo Dantas.

Os comandos do programa são considerados intuitivos, portanto, de fácil acesso. Obviamente que, à medida que se exploram recursos mais avançados, a dificuldade de uso vai aumentando também.

## **2.3 Metodologia**

Realizou-se uma pesquisa de abordagem qualitativa, de natureza aplicada, que tende a ampliar o conhecimento em um campo específico, com foco na resolução de problemas imediatos, buscando contribuir com a temática. O propósito desse tipo de pesquisa é construir uma base sólida de conhecimento, cooperando para o desenvolvimento de práticas e conceitos. É uma pesquisa com objetivos normativos e com procedimentos de pesquisa bibliográfica.

Sobre a pesquisa de abordagem qualitativa, GUERRA (2014) afirma que

Na abordagem qualitativa, o cientista objetiva aprofundar-se na compreensão dos fenômenos que estuda – ações dos indivíduos, grupos ou organizações em seu ambiente ou contexto social, interpretando-os segundo a perspectiva dos próprios sujeitos que participam da situação, sem se preocupar com representatividade numérica, generalizações estatísticas e relações lineares de causa e efeito (p. 11)

A metodologia adotada foi desenvolvida em cinco etapas que foram pesquisa bibliográfica, estruturação do trabalho, desenvolvimento de atividades no GeoGebra, análise do material produzido e finalização da dissertação.

### **2.3.1 Pesquisa Bibliográfica**

A pesquisa bibliográfica tratou do levantamento e do estudo de materiais, como dissertações, artigos acadêmicos, publicações, livros, sites de notícias, dentre outras referências. É uma etapa que exige muita leitura e apropriação de ideias, visando dar maior embasamento para a construção do trabalho. Foram várias abordagens do ensino de funções encontradas, importante para a ampliação da visão de como ensinar funções

para os estudantes presentes nas escolas de hoje.

Dentre as abordagens encontradas, destacou-se o ensino de funções por meio das tecnologias, com ênfase na utilização do software GeoGebra, uma ferramenta gratuita e que disponibiliza diversas aulas e tutoriais para os usuários. O software pode ser acessado tanto de forma *on-line* como *of-line*, detalhe importante, visto a realidade da falta de conexão com a internet em muitas escolas.

A revisão bibliográfica acerca do ensino de funções na Educação Básica, desenvolvida com foco nas dificuldades de aprendizagem associadas a esse conceito, bem como na aplicação de ferramentas tecnológicas, foi importante, principalmente, para a construção das atividades no GeoGebra.

Para Silva e Menezes (2005), Menezes a pesquisa bibliográfica se configura como um instrumento poderoso do trabalho a ser desenvolvido.

Uma das etapas mais importantes de um projeto de pesquisa é a revisão de literatura. A revisão de literatura refere-se à fundamentação teórica que você irá adotar para tratar o tema e o problema de pesquisa. Por meio da análise da literatura publicada você irá traçar um quadro teórico e fará a estruturação conceitual que dará sustentação ao desenvolvimento da pesquisa. A revisão de literatura resultará do processo de levantamento e análise do que já foi publicado sobre o tema e o problema de pesquisa escolhidos. Permitirá um mapeamento de quem já escreveu e o que já foi escrito sobre o tema e/ou problema da pesquisa (p. 21).

Livros didáticos utilizados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) também deram subsídios para a pesquisa. Em especial, cita-se o livro "Prisma Matemática", da editora FTD, dos professores José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior e Paulo Roberto Câmara de Sousa, que foi a base para a verificação do ensino sobre funções no ensino médio. Esses autores já atendem à educação com seus livros há muitos anos, sendo suas obras populares entre os professores de matemática. Oliveira (2023) em sua dissertação, refere-se ao livro Prisma Matemática da seguinte forma:

Na análise da parte investigada deste volume, nota-se que os conteúdos desenvolvidos têm o propósito de estimular a curiosidade intelectual dos estudantes por meio da investigação de diversas situações-problema, tanto dentro do contexto da Matemática quanto em outros contextos, incentivando a interpretação de dados para a resolução de problemas de forma reflexiva e crítica.[...] Assim, podemos inferir que os procedimentos explicativos têm como objetivo aprimorar a compreensão dos estudantes em relação aos conceitos relacionados ao conteúdo de Funções definidas por mais de uma sentença, buscando desenvolver a autonomia deles na resolução de problemas (p. 160).

É importante saber como o conceito de função tem sido levado para a sala de aula por meio dos recursos disponibilizados. Em muitos espaços, o livro didático é referência do trabalho do professor. Um bom livro é um importante aliado da educação.

É relevante mencionar que muitas leituras teóricas adotadas neste trabalho foram de trabalhos de ex-estudantes do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional (PROFMAT), havendo excelentes trabalhos desenvolvidos sobre o tema de funções.

### **2.3.2 Estruturação do Trabalho**

A estruturação deste trabalho foi uma etapa importante, na qual se organizou, planejou e definiu seria construído cada parte deste documento, definindo a quantidade de seções, subseções, temas e outros elementos que comporiam o corpo da dissertação. Em todas as seções houve forte cuidado na seleção das referências adotadas, a fim de que o trabalho tivesse consistência e respaldo teórico.

Toda a diagramação da dissertação foi realizada com suporte da Plataforma Overleaf, uma plataforma *on-line* colaborativa utilizada para editar documentos usando o sistema de composição de textos LaTeX. Nela é possível trabalhar de forma coletiva, em um mesmo documento, de forma simultânea. Outra característica importante da plataforma é a formatação do trabalho de acordo com a normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

### **2.3.3 Desenvolvimento de Atividades no Geogebra**

As atividades desenvolvidas no GeoGebra foram pensadas a partir da experiência de ensino do autor e do orientador, de pesquisas realizadas em artigos acadêmicos e livros didáticos, além de sites e criações encontradas no próprio aplicativo do GeoGebra para o ensino de Funções Afins.

Algumas atividades encontradas no GeoGebra foram adaptadas ou reformuladas para cumprir a proposta do trabalho. É importante destacar a favorável utilização do aplicativo; há muitos materiais disponíveis, porém, grande parte carece de interação e

melhor *layout*. Para aproveitar os recursos disponíveis, é preciso conhecer com mais profundidade o GeoGebra.

O professor Weversson Dalmaso Sellin, orientador deste trabalho, contribuiu significativamente nessa etapa. Com o domínio de muitos desses recursos (ferramentas e comandos) do programa, foi possível deixar as atividades e os materiais da sequência mais atrativos e potentes a aprendizagem. Em muitas criações utilizou-se do recurso da programação, em que o usuário consegue interagir com as produções. Os resultados podem variar dentro de um intervalo e não se repetem com frequência, não sendo atividades monótonas.

Foram desenvolvidos quatro capítulos no GeoGebraBook, sendo apresentação, funções, a Função Afim e revisão. Dentro de cada um deles há atividades com tarefas a serem executadas; algumas ficaram um pouco mais encorpadas, com mais recursos e materiais; outras prezaram por uma menor quantidade de tarefas, mais voltadas a uma aprendizagem em específico. Os temas das atividades produzidas foram: o conceito de função, o conceito de função afim, a caracterização da função afim, o gráfico da função afim, transformações no gráfico da função afim, o coeficiente angular (taxa de variação), zero da função afim, crescimento/decrescimento da função afim, sinal da função afim e quatro atividades de revisão.

#### **2.3.4 Análise do Material Produzido**

Após a finalização das atividades no GeoGebraBook, foi realizada uma revisão em todos materiais produzidos, corrigindo erros e realizando alterações necessárias. Em alguns casos, também houve a inserção de um novo item na atividade, surgido após o planejamento inicial, assim como a retirada de alguns tópicos, considerados de pouca relevância para o trabalho.

Nessa etapa de curadoria, muitas ideias e contribuições surgiram. Essas novas propostas foram fundamentais para ampliar a qualidade do trabalho. A curadoria é uma etapa importante de um trabalho, garantindo qualidade e confiabilidade, o combate à sobrecarga de informações, a otimização de recursos, a comunicação eficaz, a produção de conhecimento e a tomada de decisão informada, dentre outros benefícios.

Para Bhaskar (2020), a curadoria "é o emprego de práticas de seleção e arranjo (além do refinamento, redução, exposição, simplificação, apresentação e explicação), para agregar valor ao conteúdo"(p. 87).

### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

No ambiente escolar, é muito comum ver o conceito de função ser aplicado somente com a utilização de fórmulas e a aplicação de exercícios. Isso pode levar a uma desmotivação, por parte dos estudantes, uma vez que não se cria um sentido para o desenvolvimento do conceito. Muitos estudantes conseguem aprender dessa forma, porém, se fosse apresentada a eles a história por trás da definição dada, o proveito e o alcance seriam melhores.

Sobre este tema, Costa, Silva e Silva (2022) afirmam que

As noções de função abordadas por meio de procedimentos algébricos, simplesmente como “fórmula”, induzem os estudantes a desenvolverem uma concepção confusa. Ao ensinar a matemática buscando relacionar e articular representações numéricas, algébricas e gráficas na Resolução de Problemas são caminhos que podem chegar ao desenvolvimento das habilidades exigidas pela Base Nacional Comum Curricular (p. 104).

Alguns fatores estão por trás dessa prática comum nas escolas, dentre eles, a falta de tempo para desenvolver toda a grade curricular daquele ano/série e a formação defasada do professor, que mesmo na Universidade, não é apresentado a essas novas tendências do ensino da Matemática, como História da Matemática, Etnomatemática, Resolução de problemas e Modelagem Matemática. Pouco a pouco essa realidade vem sendo mudada, frente aos desafios do ensino da Matemática neste atual momento, como nos mostra um estudo de Ubiratan et al. (2025).

De acordo com Santana e Vladimir (2015), um trabalho que envolveu a análise de diversas publicações e autores, voltados para as dificuldades encontradas no ensino de Função Afim, destaca-se a análise do gráfico, a generalização de resultados sobre esse tema, a localização de pontos nos eixos cartesianos, a construção de gráficos, o estabelecimento de relações de dependência entre as variáveis e a conversão do registro natural para o tabular.

O GeoGebra possui diversas funcionalidades que tendem a contribuir com a ideia de Costa, Silva e Silva (2022). Na linha de ensino de Função Afim, o aplicativo ao mesclar a parte algébrica e geométrica, oferece uma nova forma de aprendizagem, não se baseando unicamente em fórmulas, mas utilizando representações numéricas, algébricas e gráficas. Muitas dessas representações podem ser exibidas passo a passo, com suas

trajetórias a mostra. São construídos controles deslizantes, que na verdade são intervalos, onde é possível observar de perto o comportamento do gráfico das funções. No capítulo seguinte essas ferramentas são destacadas.

A seguir, descreve-se como ocorreu o desenvolvimento do conceito de função. Esse espaço pretende ser, para os professores, um local de pesquisa e embasamento, levando até a sala de aula a história e a aplicação desse conceito amplamente utilizado nos dias atuais, conscientes de que o docente necessita de materiais como esse para colaborar com sua prática educativa, uma vez que os tempos de planejamento ainda não atendem às tendências e às realidades da escola contemporânea. Para isso, foram realizadas diversas leituras e pesquisas, dentre elas, se destaca a Coleção História da Matemática para Professores, volume 15: um desenvolvimento histórico do conceito de função, do autor José Ricardo e Souza Maffra (2009).

A Matemática adquiriu uma característica própria dela dentro das escolas que, talvez, possamos chamar de "fama", que é não mudar os seus ensinamentos desde muito tempo, diferente, por exemplo, do componente de Ciências, área em que a cada novo dia, surge uma descoberta que interfere diretamente em seu ensino nas aulas. Outro componente que sofre muitas atualizações é o de História; fatos, versões e conclusões vão sendo construídos, dia após dia. Porém, os conceitos tidos hoje como referência para o estudo da Matemática levaram longos anos até chegarem a essas definições e aplicações que são apresentadas hoje.

O conceito de função, da forma como conhecemos e estudamos atualmente, é recente: data de meados do Século XVII e XVIII. Seu significado foi sendo construído paulatinamente, assumindo ideias, pressupostos e concepções que foram sendo modificadas e estruturadas ao longo da linha do tempo. (MAFFRA, 2009, p.8)

### **3.1 O conceito de Função, breve histórico**

A história sobre a origem do conceito de função não parece ser consensual entre os muitos autores que abordam o tema, mas é possível encontrar, entre os babilônicos, uma ideia geral de Função cerca de 2000 anos a.C. Há algumas evidências que mostram essa tendência. Na Figura 3.1 observa-se uma tabela dos tempos babilônicos que traz o inverso multiplicativo dos números naturais. A peça se encontra na Universidade Friedrich Schiller de Jena, na Alemanha.

Figura 3.1: Tabela de inversos multiplicativos dos tempos babilônicos



Fonte: Barros, Jeanne; Silva, Alexandre Oliveira; affra, José Ricardo e Souza, Ensino de função: uma releitura histórico-epistemológica, 2020.

Segundo EVES (2011),

Com a evolução gradual da sociedade, tornaram-se inevitáveis contagens simples. Uma tribo tinha que saber quantos eram seus membros e quantos eram seus inimigos e tornava-se necessário a um homem saber se seu rebanho de carneiros estava diminuindo. É provável que a maneira mais antiga de contar se baseasse em algum método de registro simples, empregando o princípio da correspondência biunívoca. Para uma contagem de carneiros, por exemplo, podia-se dobrar um dedo para cada animal. Podia-se também contar fazendo-se ranhuras no barro ou numa pedra, produzindo-se entalhes num pedaço de madeira ou fazendo-se nós numa corda (p. 25 e 26).

Foi René Descartes (1596-1650), que pode ter usado primeiramente o termo Função, que alcançou grandes resultados para a Matemática. O plano cartesiano, que permite a correspondência entre os pontos, foi criação dele, e contribuiu muito para a ideia de Função, ainda que um pouco distante da que usamos hoje. Aos poucos, com a contribuição de outros matemáticos, o conceito foi sendo desenvolvido até chegar o que conhecemos hoje como definição formal de Função (BARROS; SILVA; AFFRA, 2020).

Alguns defendem que foi Leibniz (1646-1716) quem primeiro utilizou o termo Função de forma mais ampla, quando tratou de descrever quantidades relacionadas a curvas geométricas (BARROS; SILVA; AFFRA, 2020). Outros autores que contribuíram para a definição do conceito foram Newton (1642-1727), Galileu (1564-1642), Bernoulli

(1667-1748), Euler (1707-1783), Jean d’Aiembert (1717-1783), Lagrange (1736-1813), Fourier (1768-1830) e Cauchy (1789-1857), dentre tantos outros.

Observa-se, dessa forma, que o conceito de função foi sendo desenvolvido ano após ano, contando com grandes nomes da história Matemática. Dentre todos eles, Dirichlet (1805-1859) (Figura 3.2) foi o responsável por dar a definição de função mais próxima do que temos hoje, de acordo com Barros, Silva e Affra (2020).

Figura 3.2: Dirichlet (1805-1859)



Fonte: Barros, Jeanne; Silva, Alexandre Oliveira; affra, José Ricardo e Souza, Ensino de função: uma releitura histórico-epistemológica, 2020.

Dirichlet (1837) apresenta um significado amplo de função no qual associa a função de  $Y$  variável dependente com os seus valores fixos ou apresentados conforme uma regra de restrição, a partir de valores atribuídos à variável independente  $x$ . Na definição de Dirichlet, uma função é um caso especial de uma relação. Relação é um conjunto de pares ordenados, onde cada elemento do par pertence a um dos conjuntos relacionados (Nas relações não existem restrições quanto à lei de correspondência entre os elementos dos conjuntos, já para as funções é costume introduzir restrições) (p. 19).

### 3.2 Aspectos Teóricos do Ensino de Função Afim

A partir de contribuições de vários matemáticos na idade moderna (BARROS; SILVA; AFFRA, 2020), formou-se, então, o conceito de Função Afim que temos hoje, ou seja, é uma função do 1º grau, dada pela forma geral

$$f(x) = ax + b.$$

em que  $a$  e  $b$  são números reais, com  $a \neq 0$ .

Vale lembrar que o grau de uma função polinomial é definido pelo maior expoente da sua variável independente (geralmente representada pela letra  $x$ ) em sua expressão matemática. Ele determina a forma como a função se comporta e como será o desenho do seu gráfico.

$a$  indica o valor da tangente do ângulo que a reta forma com o eixo das abscissas, ou seja, a inclinação da reta, também conhecido como coeficiente angular ou taxa de variação, enquanto  $b$  é chamado de coeficiente linear ou valor inicial, ele representa o valor  $y$  do ponto onde a reta intersecta o eixo vertical.

O zero da Função Afim é dado por

$$x = \frac{-b}{a}.$$

Geometricamente, é a abscissa do ponto onde a reta corta o eixo  $x$ .

Dentre as habilidades definidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), cinco delas relacionam-se a Função Afim. Após a apresentação da escrita de cada habilidade, é feita uma correlação entre essas habilidade e os tópicos abordados no capítulo dois do livro digital. Como já mencionado, anteriormente, este capítulo aborda os principais tópicos sobre Função Afim dentro do livro digital.

**(EM13MAT101):** interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Esta habilidade relaciona-se diretamente com o coeficiente angular (taxa de variação), pois envolve interpretar aumentos e reduções em diferentes contextos. Também se conecta com o gráfico, crescimento/decrescimento e sinal da Função Afim, exigindo analisar comportamentos das grandezas em gráficos e interpretar situações reais como consumo, inflação, velocidade e temperatura.

**(EM13MAT302):** construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Esta segunda habilidade contempla o conceito e a caracterização da função afim, pois os estudantes precisam compreender a estrutura algébrica da função para modelar situações reais. Além disso, envolve o zero e o coeficiente angular da Função Afim, quando resolvem problemas ligados ao consumo, lucros e custos.

**(EM13MAT401):** converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

A terceira habilidade refere-se ao gráfico da Função Afim, exigindo transformar expressões algébricas em gráficos no plano cartesiano. Também envolve transformações no gráfico da Função Afim, permitindo analisar deslocamentos e mudanças na reta, além do coeficiente angular, que determina a inclinação da reta.

**(EM13MAT404):** analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

A EM13MAT404 envolve o crescimento/decrescimento, sinal, zero e o gráfico da Função Afim, permitindo interpretar o comportamento da função em diferentes intervalos. Envolve AINDA Transformações no gráfico da Função Afim, com alterações em gráficos de contas de água, luz, impostos e tarifas.

**(EM13MAT501):** investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

Esta última habilidade está relacionada com o conceito e a caracterização da Função Afim, pois a habilidade envolve reconhecer padrões numéricos e construir expressões algébricas. Além de conectar com o gráfico e o coeficiente angular, já que os estudantes devem interpretar tabelas, identificar regularidades e representar essas relações grafica-

mente.

Além de apresentar as habilidades que estão envolvidas com este objeto de conhecimento, o documento traz orientações práticas quanto à aplicação desses conceitos dentro das aulas de Matemática. O professor deve observar criticamente a sua realidade para que o ensino possa ser mais próximo possível da realidade vivenciada pelos estudantes. "É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação (BRASIL, 2018).

A noção intuitiva de função pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: "Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco? (BRASIL, 2018, p.270)

## 4 GEOGEBRA E O ENSINO DA FUNÇÃO AFIM

Nesta seção apresenta-se de forma mais detalhada o software que foi base para o desenvolvimento do Produto Educacional fruto deste trabalho, o GeoGebra, destacando-se suas ferramentas, comandos, menus e telas, assim como as formas de utilização desses recursos. Um dos principais recursos desse programa é o GeoGebraBook. Como criar atividades nesse ambiente, as opções existentes dentro das atividades e demais mecanismos disponíveis para uso são abordados. A construção dos tópicos desta seção se deu, em parte, por meio de tutoriais, que tendem a facilitar a compreensão do usuário acerca do programa, proporcionando uma experiência de aprendizagem do GeoGebra.

### 4.1 O GeoGebra

A criação do software GeoGebra foi iniciada no ano 2001, como parte da tese de mestrado do austríaco Markus Hohenwarter, na Florida Atlantic University, Flórida, Estados Unidos (PUC, 2020). O objetivo era criar um programa de matemática que aliasse Geometria e Álgebra, resultando na fusão do prefixo “**geo**” com parte da palavra àlgebra, no caso, “**gebra**”, dando nome ao programa que logo se expandiu e ganhou notoriedade entre os matemáticos do mundo inteiro, recebendo mais de 15 prêmios na Europa e nos Estados Unidos. Atualmente é utilizado em mais de 190 países e popularmente conhecido pelos professores e estudantes, sendo empregado como suporte educacional em muitas aulas de matemática.

De acordo com NASCIMENTO (2012),

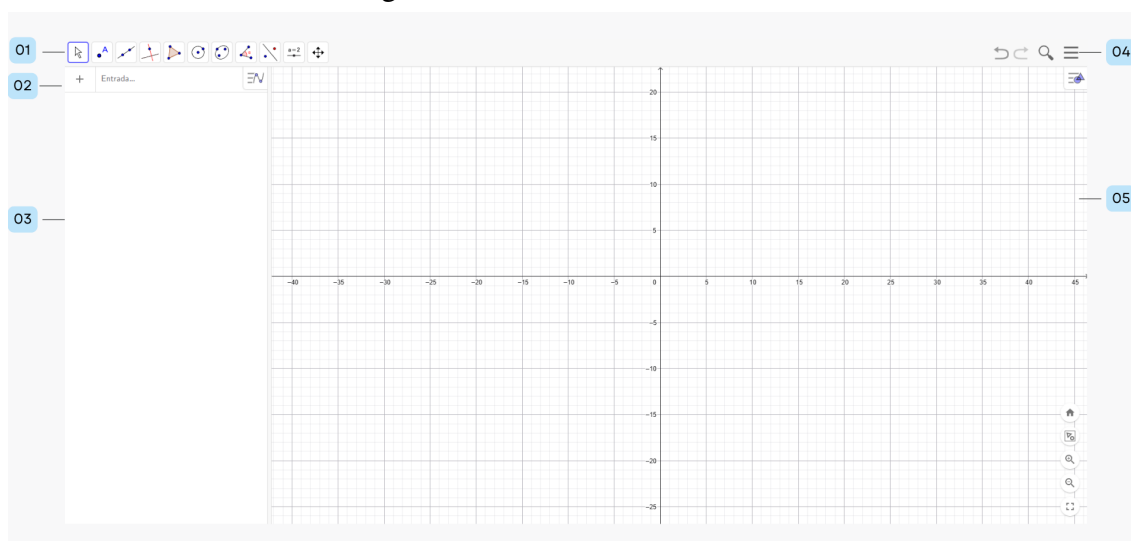
O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Além dos aspectos didáticos, o GeoGebra é uma excelente ferramenta para criar-se ilustrações profissionais para serem usadas no Microsoft Word, no Open Office ou no LaTeX. Escrito em JAVA e disponível em português, o GeoGebra é multiplataforma e, portanto, ele pode ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS (p. 113)

Assim, esse software tem demonstrado importante impacto na dinamização do ensino da matemática em diferentes contextos da Educação, desde a escola básica até o ensino superior, em cursos de graduação, mestrado e doutorado. Há inúmeros trabalhos que utilizaram o software como potente ferramenta pedagógica, além de artigos, livros e

dissertações, dentre tantos outros materiais disponibilizados. A disseminação do GeoGebra é tão notória que, para ter acesso a essa bibliografia, basta realizar pesquisas rápidas na internet, que serão encontrados diversos desses acervos.

O programa pode ser acessado de forma *off-line*, outro ponto positivo, visto que, ainda hoje, muitos usuários, inclusive escolas, encontram dificuldade de conexão com a internet em muitos locais. Na Figura 4.1 é apresentada a interface do GeoGebra, identificando cada parte da tela inicial do software por números de 1 a 5, cuja descrição é feita a seguir.

Figura 4.1: Interface do GeoGebra



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

01 - **Barra de ferramentas:** espaço onde estão listadas várias ferramentas do programa, as quais são utilizadas para a construção de pontos, retas, polígonos, círculos, tirar medidas e construir ângulos, dentre tantas outras. Cada ícone dessa barra esconde outros ícones que podem ser acessados clicando com o mouse em seu canto inferior direito.

02 - **Entrada:** caixa de texto para digitação de comandos.

03 - **Janela de álgebra:** neste espaço são exibidas as coordenadas, as equações, as medidas e outras propriedades das criações.

04 - **Barra de menus:** ao clicar no ícone, é exibida uma barra com vários menus,

na qual é possível salvar o projeto em arquivo (.ggb), exportar, baixar, editar, compartilhar e alterar outras configurações.

05 - **Janela de visualização:** área para a visualização das construções inseridas no campo de álgebra, como gráficos, figuras geométricas, controles deslizantes, retas e pontos, dentre outras.

Além destes, que são os principais elementos do GeoGebra, existe uma grande quantidade de ferramentas que podem ser exploradas no software. A cada ícone mostrado, ao clicar, são apresentados inúmeros comandos que o usuário tem a opção de incorporar em suas criações, a valer da sua criatividade e experiência com o programa. Inclusive, é possível criar comandos para realizar alguma aplicação matemática.

Por essa vastidão de opções, que proporciona uma experiência de aprendizagem, muitas vezes, nova para os estudantes e com mais ferramentas para se estudar matemática, é que o GeoGebra tem alcançado tanto sucesso na educação, em nível internacional. É importante destacar que, desde a sua criação, muitas atualizações foram realizadas, surgindo novas versões como o GeoGebra 4.x, Geogebra 5 e atualmente o GeoGebra 6, ampliando as opções de ferramentas criadas e, conseqüentemente, aprimorando o uso do programa. A programação dentro do ambiente do software avançou muito, assim como o design das criações e todas essas melhorias ajudam a entender a potência desse software.

Barbosa (2009) afirma que

Muitos conceitos e processos matemáticos podem ser visualizados através de diagramas ou gráficos. A visualização na Matemática é um processo de formação de imagens (mental ou com papel e lápis, material concreto ou com ajuda das TIC) de conceitos abstratos, para usá-las com o intuito de se obter um melhor entendimento e de estimular a descoberta matemática. É um tipo de raciocínio baseado no uso de elementos visuais e espaciais para resolver problemas ou provar propriedades. É um ato no qual é estabelecida uma conexão entre construção interna (que está na mente) e algumas coisas acessadas dos sentidos (está fora, papel, computador, etc (p. 60).

O GeoGebra se enquadra muito nessa linha de pensamento, sendo um suporte para atender às demandas atuais do ensino da Matemática, uma vez que traz uma proposta participativa, construtivista e de interação. Os estudantes tendem a se tornar mais interessados pelas aulas e, conseqüentemente, aprendem com mais sentido e propósito.

## 4.2 O GeoGebraBook

O GeoGebraBook é uma das opções que o GeoGebra oferece e que trabalha com a ideia de atividades e tarefas. Dentro desse ambiente virtual é possível criar atividades individuais ou, então, agrupar um bloco de atividades que, nesse caso, chamamos de GeoGebraBook ou livro digital, que é justamente o produto educacional deste trabalho.

Esse ambiente, que funciona como um organizador de conteúdos no qual o professor pode, em um só lugar, ligar elementos essenciais à aprendizagem, como textos explicativos, vídeos, materiais em PDF, imagens, applets, outras construções no GeoGebra, além de incorporar criações de outros ambientes, diferencia-se por ser um espaço que protagoniza exploração e interação.

Como já citado, dentro do GeoGebraBook é possível organizar os materiais em capítulos e seções. A ferramenta ajuda o professor a planejar e a organizar suas aulas de matemática, elaborando novos materiais, compartilhando em ambiente virtual tarefas e atividades com os estudantes, dentre outras possibilidades. Além disso, as atividades podem ser baixadas para acesso sem internet.

A seguir apresenta-se um manual sobre como acessar esse espaço e o que fazer dentro dele.

### 4.2.1 Como acessar o GeoGebraBook?

Para acessar o ambiente do GeoGebraBook, clique no link <https://www.geogebra.org/>

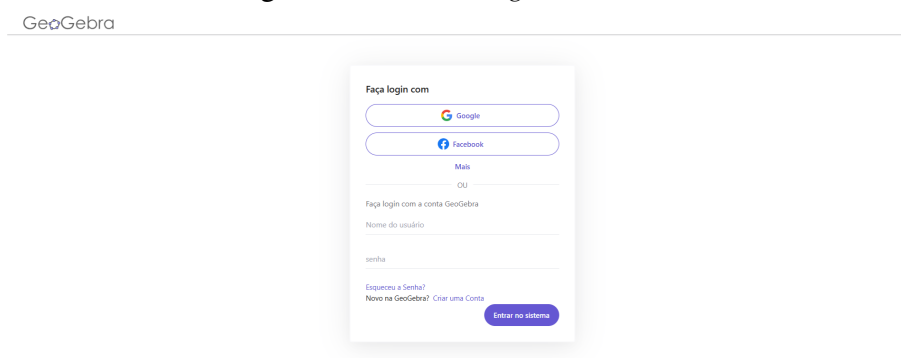
A tela inicial traz o título: "Ensine e aprenda matemática de uma forma mais inteligente". Já nesse espaço é possível navegar para conhecer alguns materiais, calculadoras, fazer pesquisas, entrar em uma tarefa e acessar alguns recursos da comunidade. Rolando o cursor, o usuário pode visualizar e realizar a leitura sobre tudo que a página oferece. Para acessar o ambiente de forma completa, basta clicar na parte superior da tela, canto direito, em "Entrar no sistema", destacado de vermelho". Tudo o que foi descrito aqui pode ser visualizado na Figura 4.2 abaixo:

Figura 4.2: Tela de acesso ao GeoGebraBook



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

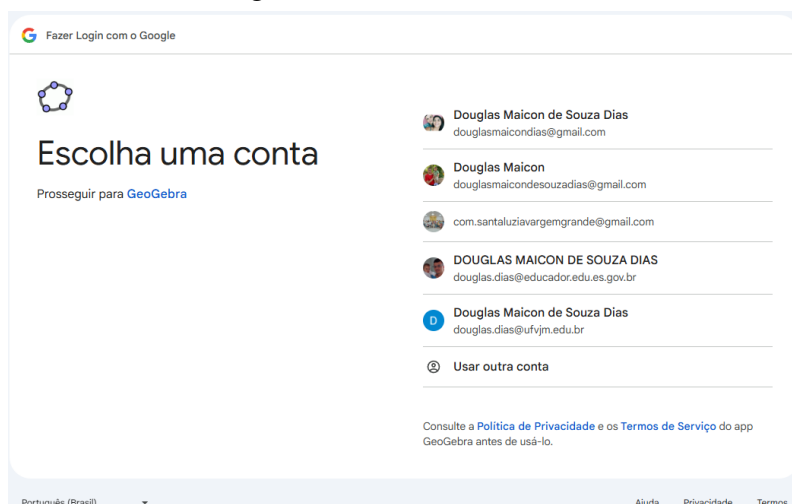
A seguir, será solicitado ao usuário que faça login, conforme mostrado na Figura 4.3. Existe a opção de se conectar por meio de uma conta Google, do Facebook, Office 365, Twitte ou Microsoft, ou com uma conta do GeoGebra. É possível, ainda, realizar o cadastro para a criação de uma conta. Para isso, é necessário informar o nome, um e-mail, criar uma senha e consentir com os termos da Plataforma do GeoGebra.

Figura 4.3: Tela de *login* ou cadastro

Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Se o usuário escolher fazer *login* utilizando uma de suas contas já existentes, na tela seguinte (Figura 4.4) ele terá a opção de escolher em qual conta irá entrar.

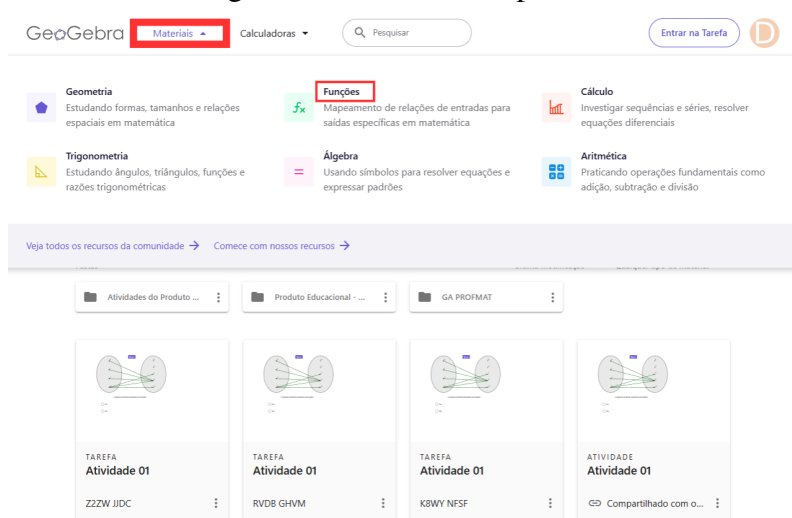
Figura 4.4: Escolha de e-mail



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Ao entrar na página, há uma série de opções para o usuário, dentre elas a aba Materiais, conforme mostrado na Figura 4.5. Clicando nela, aparecem as seguintes opções: Geometria, Trigonometria, Funções, Álgebra, Cálculo e Aritmética.

Figura 4.5: Materiais disponíveis



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Como exemplo, vamos clicar em Funções, que se relaciona ao tema deste trabalho. Nesse momento são mostrados vários materiais sobre o tema, como jogos, criações,

animações, documentos, exercícios e muitos outros materiais. Da mesma forma, há muitos insumos relacionados aos outros temas, bastando clicar para conhecer.

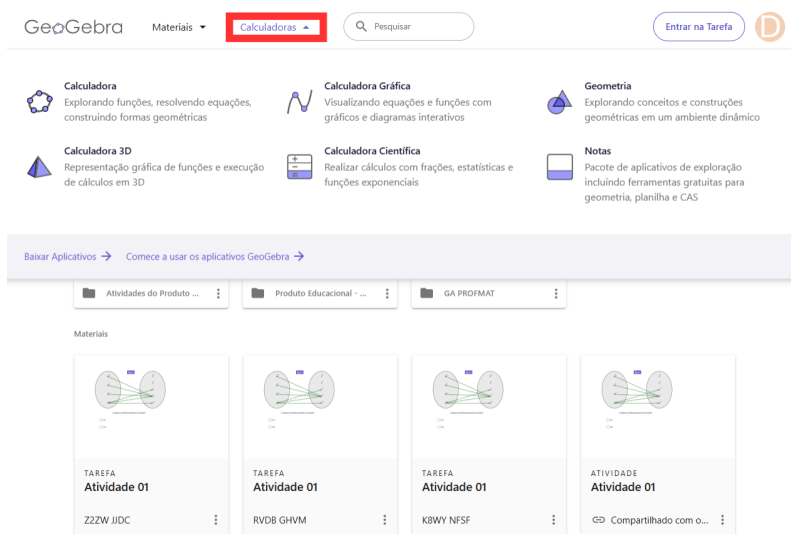
Figura 4.6: Material sobre Função

The image shows the GeoGebra website interface. At the top, there is a navigation bar with the GeoGebra logo, a dropdown menu for 'Materiais', another dropdown for 'Calculadoras', a search bar with the text 'Pesquisar', and a button labeled 'Entrar na Tarefa' next to a user profile icon. Below the navigation bar, the main heading is 'Funções'. Underneath, it says 'Tópico Raiz: Cálculo, Matemática'. The central part of the page features a network diagram with 'Funções' at the center, connected to various sub-topics: Funções Trigonômicas, Linear, Cálculo, Matemática, Potência, Exponencial, Logarítmica, Continuidade, Quadrática, Esboço de Curva, Gráfico, and Polinomial. Below this diagram, there is a filter 'Qualquer tipo de material'. At the bottom, there are four material cards, each with a thumbnail and a title: 'Gráficos de barras e setores' by Marco A. Manetta, 'Reta e Equação' by Jorge Cássio, 'Gráfico de funções sem lei' by Vandoir Stormowski, and 'Equação do 2º Grau' by Jorge Cássio.

Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Ao lado da aba materiais existe a aba Calculadoras, em destaque em vermelho na Figura 4.7. As opções de Calculadoras são calculadora, calculadora 3D, gráfica, científica, geometria e notas.

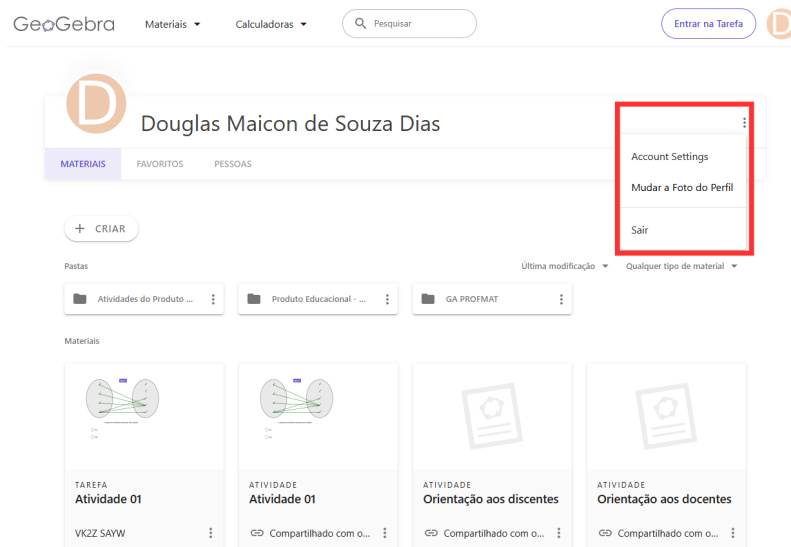
Figura 4.7: Calculadoras disponíveis



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Para sair do ambiente virtual do GeoGebra, é só clicar nos três pontinhos, lado direito, parte superior e escolher a opção Sair. Repare que nesse local é possível atualizar os dados pessoais e atualizar a foto de perfil do usuário. Caso não haja foto no perfil, aparecerá a imagem da primeira letra do nome cadastrado (Figura 4.8).

Figura 4.8: Sair do GeoGebraBook

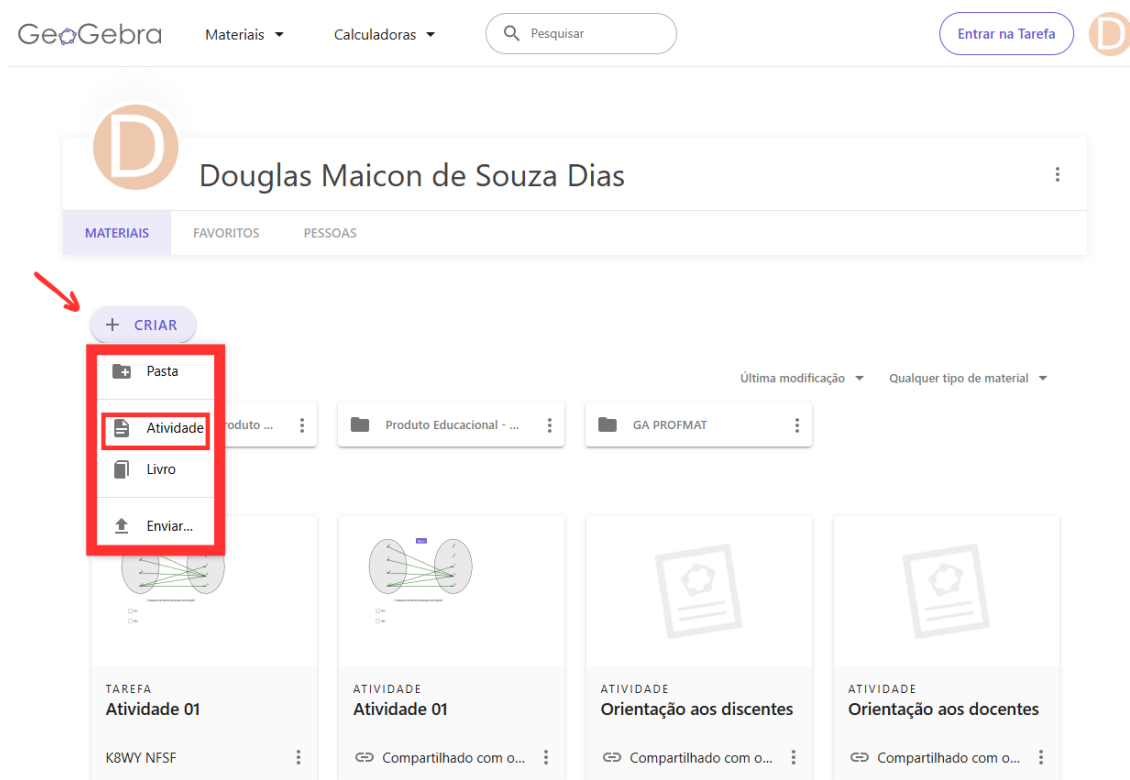


Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

## 4.2.2 Criando e interagindo com as funcionalidades de uma atividade no GeoGebra-Book

Depois de ter realizado o *login*, para criar uma atividade na plataforma do GeoGebra, basta clicar no botão ”+ Criar”. Ao fazer isso, são mostradas as seguintes opções: Pasta, Atividade, Livro e Enviar (Figura 4.9). Vamos clicar em criar uma atividade e verificar o passo a passo dessa ferramenta.

Figura 4.9: Criando uma atividade



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Na tela seguinte (Figura 4.10) são ofertadas várias opções que a atividade pode conter, cada uma com a sua função, sendo

- **Texto:** este elemento serve para a inserção de textos na atividade;
- **GeoGebra:** aqui o usuário pode procurar, enviar ou criar um mini aplicativo (applet) no GeoGebra, explorando os conceitos matemáticos de forma interativa. É o

centro do GeoGebraBook;

- **Notas:** espaço livre de criação utilizando formas, anexo, texto e desenho, dentre outros;

- **Questão:** tem a função de orientar a investigação por meio de uma ou mais perguntas, podendo estas serem abertas e/ou objetivas. Além disso, é possível dar feedback sobre a resposta das perguntas;

- **Vídeo:** inserção de vídeo na atividade por meio de link;

- **Imagem:** inserção de imagem na atividade por meio de upload. A imagem pode ter suas dimensões preservadas, ou então, personalizadas;

- **Arquivo PDF:** essa opção anexa a atividade um documento em formato PDF;

- **Web:** este elemento da atividade permite inserir links que o autor deseja incluir, bem como a inserção da página em que o link aponta.

Após incluir os elementos almejados, basta clicar no botão "Gravar e Fechar" e a atividade estará criada.

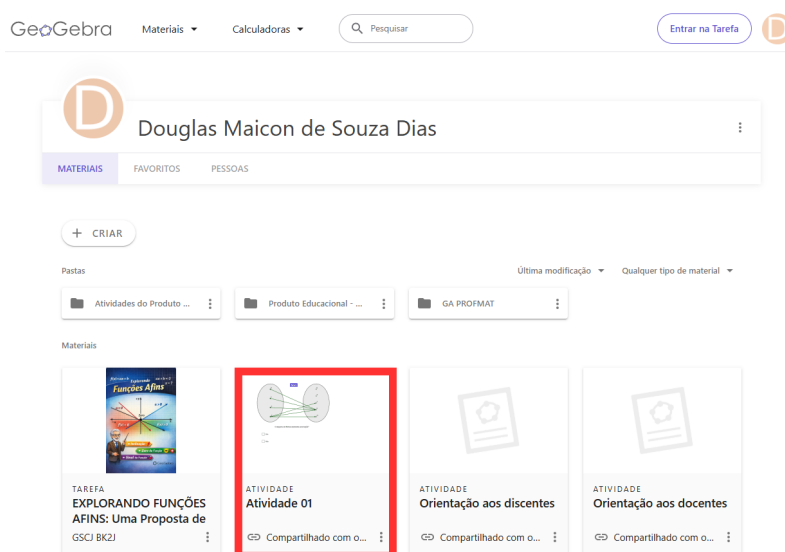
Figura 4.10: Elementos de uma atividade



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

O próximo passo para acessar a atividade criada é, na tela inicial, clicar sobre a atividade, como destacado em vermelho na Figura 4.11.

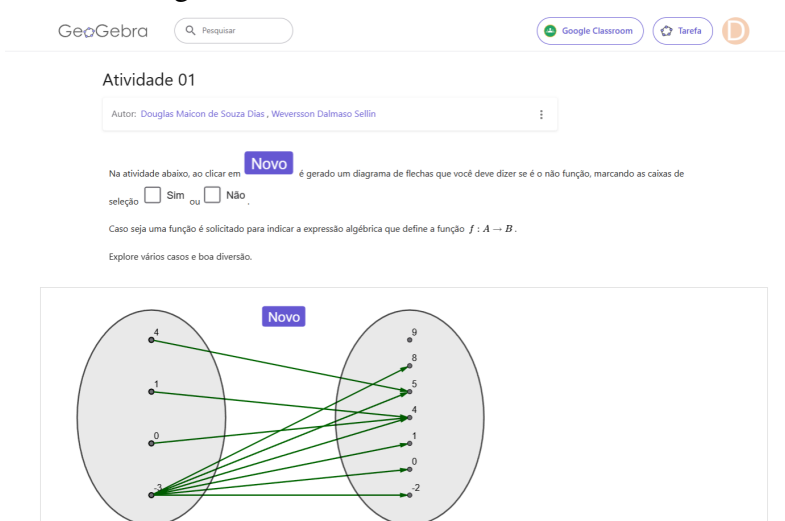
Figura 4.11: Acessando uma atividade



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Dentro da atividade será possível visualizar todos os elementos que foram inseridos na criação, como texto, questões, vídeos, etc. Como exemplo para a montagem desse tutorial, foi utilizada a Atividade 01 do autor, presente no capítulo 02 do Livro Digital, conforme Figura 4.12. Verifique que, além dos elementos criados, aparece um local para Pesquisa, outro nomeado como Tarefa e mais um denominado Google Classroom.

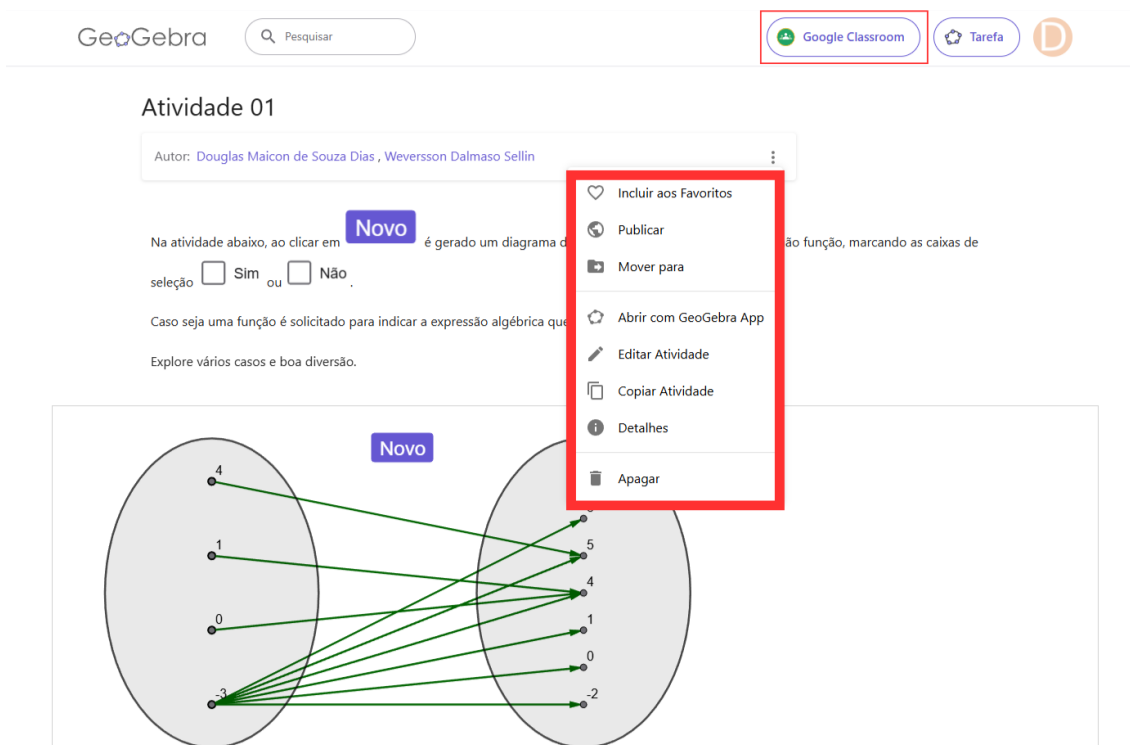
Figura 4.12: Por dentro de uma atividade



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Para editar a atividade criada, basta clicar sobre os três pontinhos que aparecem em destaque de vermelho na Figura 4.13. Feito isso, o autor da atividade poderá fazer as alterações que desejar. Nesse mesmo local também, é possível incluir a atividade aos favoritos, publicar, ou seja, tornar público o acesso, mover para uma outra pasta dentro da plataforma do GeoGebra, abrir o applet com o app do GeoGebra, copiar a atividade, ver mais detalhes ou, então, apagá-la. Além disso, é possível lançar a atividade no Google Classroom, clicando nesse mesmo nome no topo da página, lado direito.

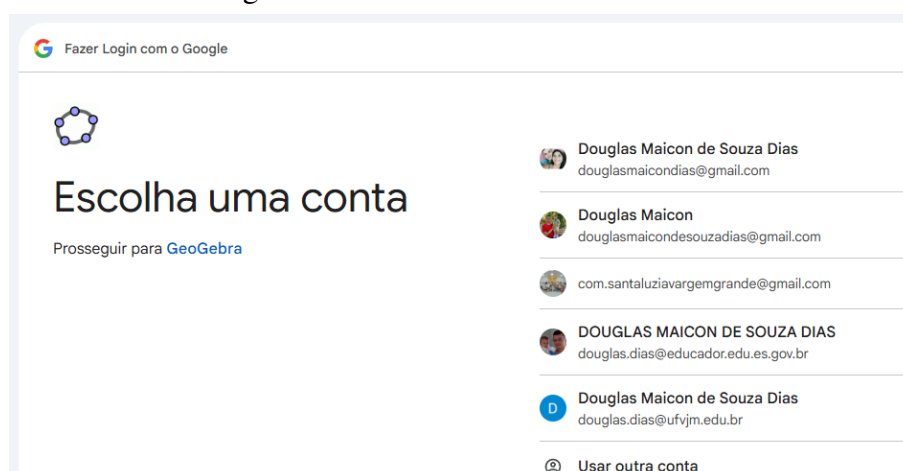
Figura 4.13: Associando uma atividade ao Classroom



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Após o clique, será pedido para o usuário escolher uma conta para acessar o Google Classroom. É recomendável escolher uma conta institucional.

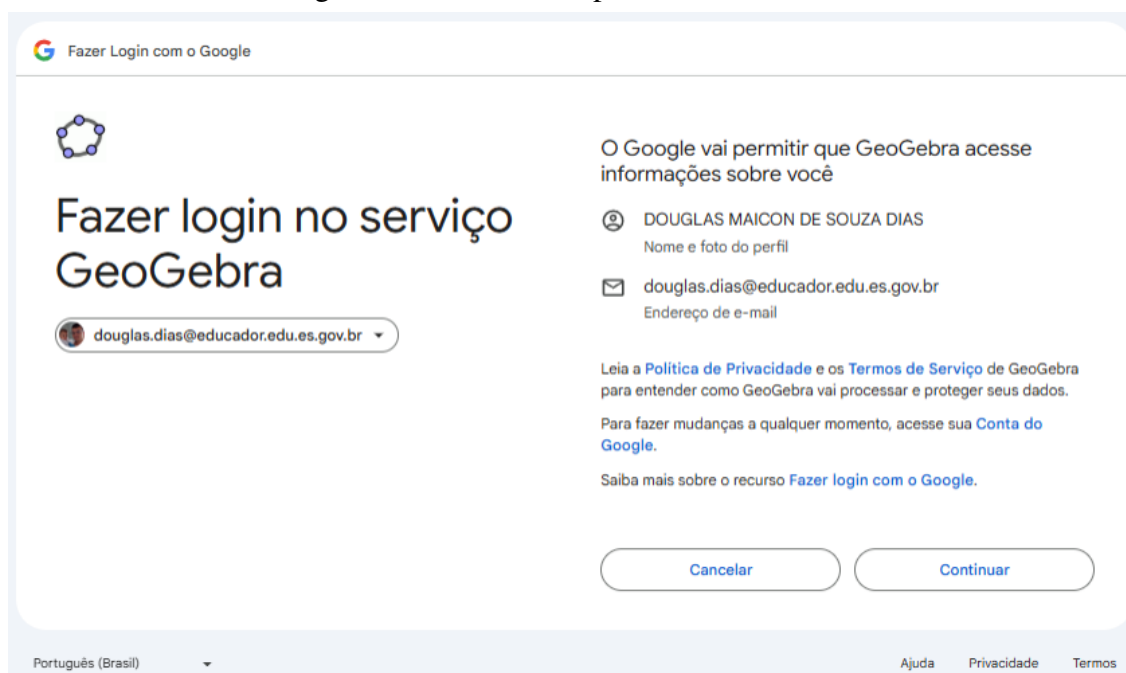
Figura 4.14: Escolha da conta de e-mail



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Em alguns casos, o serviço do Google poderá abrir a janela mostrada na Figura 4.15. Basta clicar em continuar para permitir o acesso do GeoGebra à sua conta.

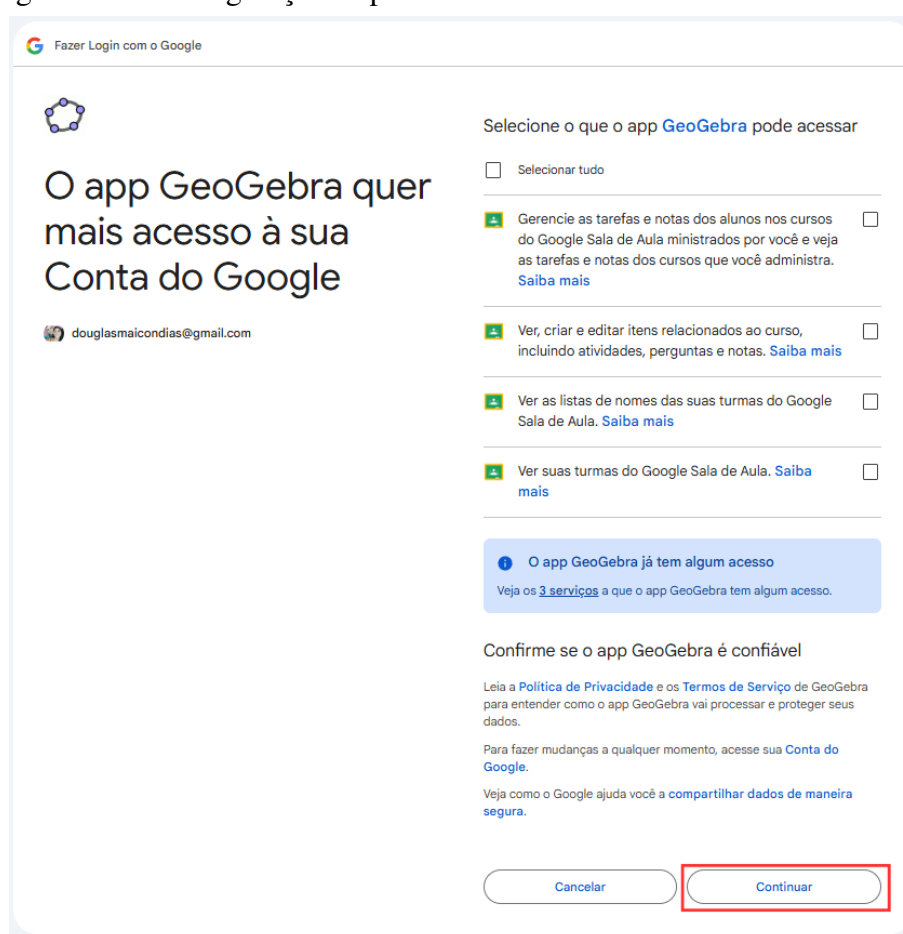
Figura 4.15: Permissão para acessar o e-mail



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Nesse acesso poderá ocorrer também que o GeoGebra solicite mais permissões de acesso à conta. O usuário poderá marcar quais opções estão liberadas, sendo elas gerenciar as tarefas e notas dos alunos nos cursos do Google Sala de Aula ministrados por você e ver as tarefas e notas dos cursos que você administra; ver, criar e editar itens relacionados ao curso, incluindo atividades, perguntas e notas; ver as listas de nomes das suas turmas do Google Sala de Aula e ver suas turmas do Google Sala de Aula. Após a análise, clique em continuar novamente.

Figura 4.16: Configurações e permissões de acesso do e-mail ao Classroom

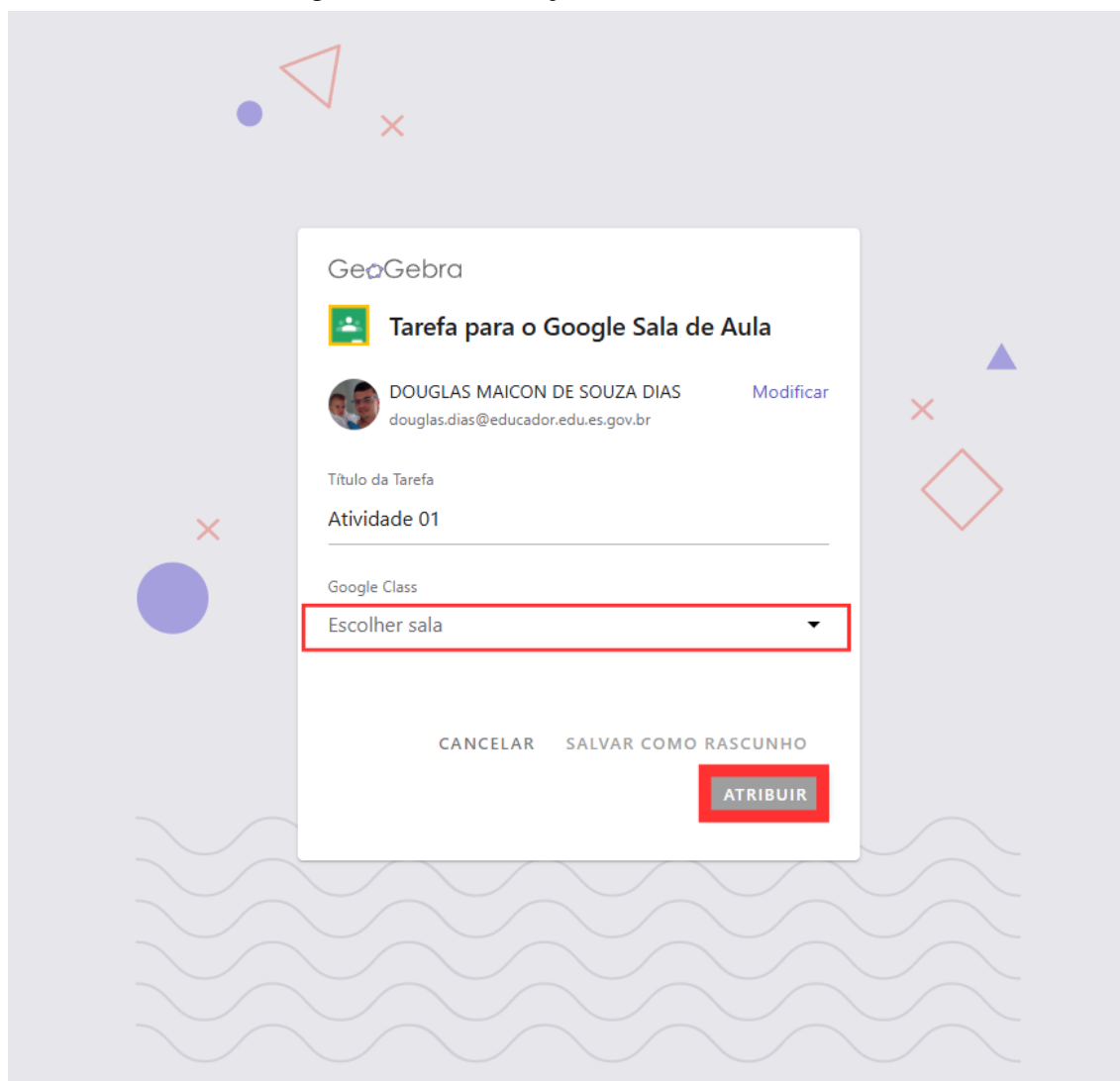


Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Abrirá uma tela designada como: Tarefa para o Google Sala de Aula, de acordo a Figura 4.17. Nesse espaço, é possível alterar o nome da atividade e escolher a turma em que a atividade será vinculada. Todas as turmas que estão associadas à conta Google do professor aparecerão nas opções. Também é possível salvar como rascunho tudo que

foi feito até aqui. Após esses passos, clique em Atribuir e a atividade estará livre para os estudantes acessarem.

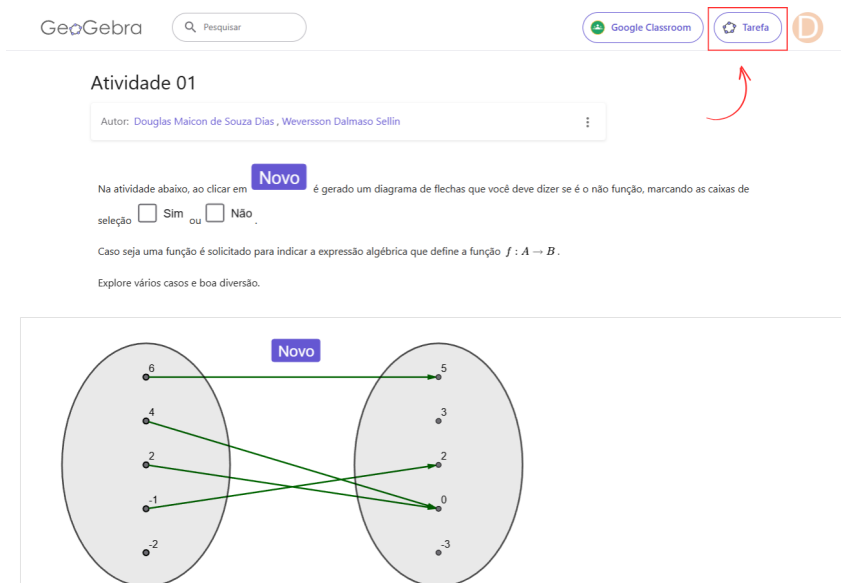
Figura 4.17: Vinculação da turma à atividade



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Para criar uma tarefa com a atividade, os passos são semelhantes à associação ao Google Classroom. Na tela apresentada na Figura 4.18, clique em Tarefa, destacada de vermelho.

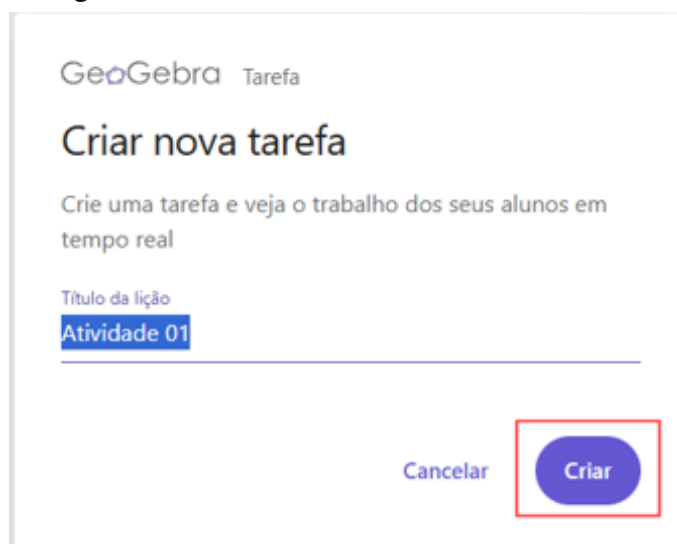
Figura 4.18: Associando a atividade a uma tarefa



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Aparecerá uma tela intitulada Criar nova tarefa (Figura 4.19). Em título da lição renomeie a tarefa e clique em criar.

Figura 4.19: Criando uma tarefa com a atividade

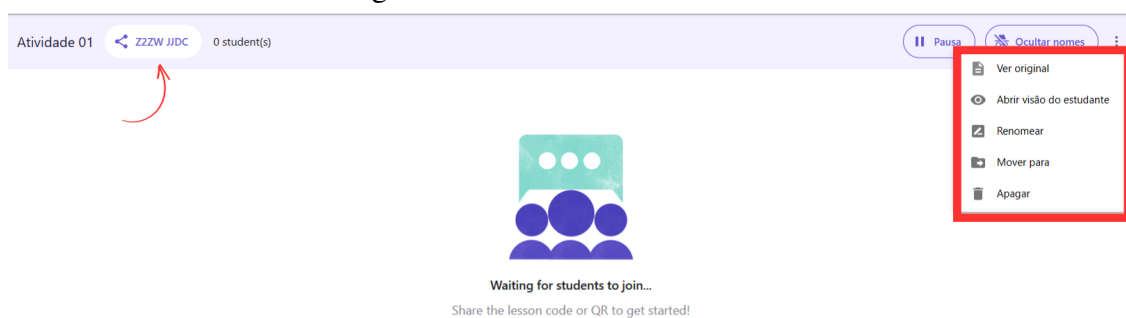


Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

A próxima tela (Figura 4.20) mostra a visão geral da atividade criada. É possível visualizar os estudantes que acessaram a tarefa, ocultar ou não os nomes dos mesmos,

pausar ou retomar a tarefa, visualizar a atividade da tarefa, clicando no nome da mesma. Clicando nos três pontinhos na parte superior, canto direito, o professor tem as opções de ver a atividade original, abrir a visão do estudante, renomear, mover para uma pasta e apagar. Explore todas essas opções. Como indicado pela seta na Figura 4.20, é mostrado um código. Clique neste código.

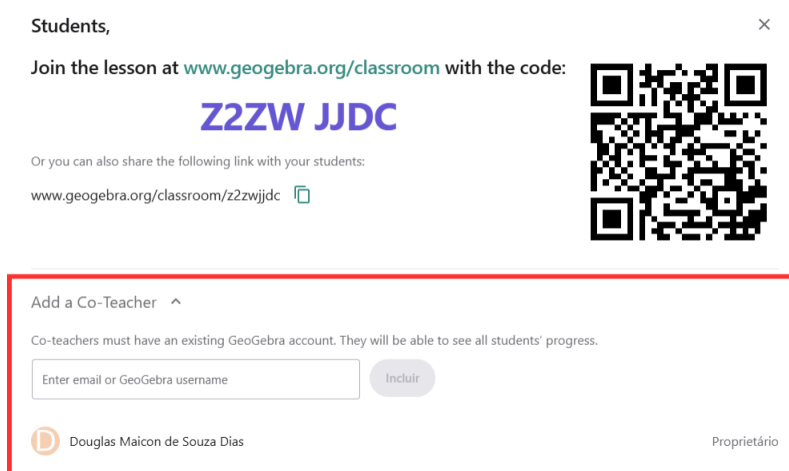
Figura 4.20: Painel inicial da Tarefa



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Após o clique, aparecerá a tela mostrada na Figura 4.21 com algumas opções. Uma delas é a de associar um professor para contribuir com a atividade. Para isso, basta inserir o e-mail do professor e clicar em Incluir, na parte inferior da tela aberta.

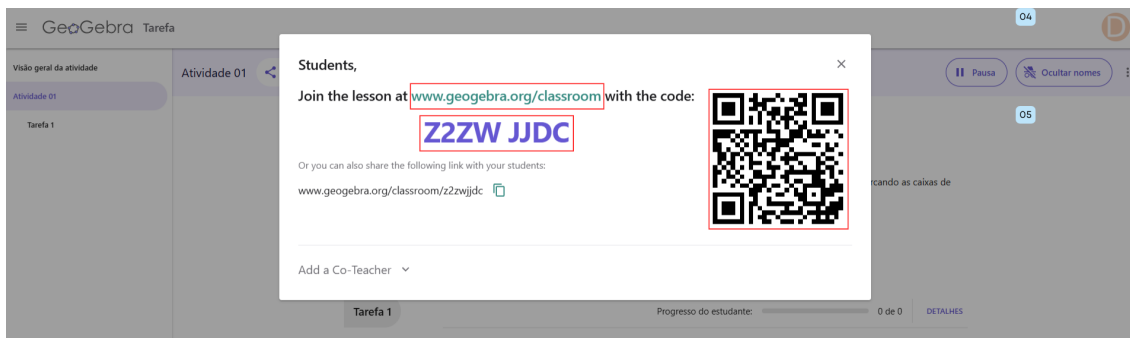
Figura 4.21: Associando um professor colaborador à tarefa



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Outras opções aparentes dessa tela são: código da tarefa, *QR Code* e link, que dão acesso à tarefa, na visão de estudantes. Há a opção de copiar o link da tarefa na visão do professor. Acesse o *QR Code* ou cole na barra do navegador o link de acesso à tarefa visão do estudante.

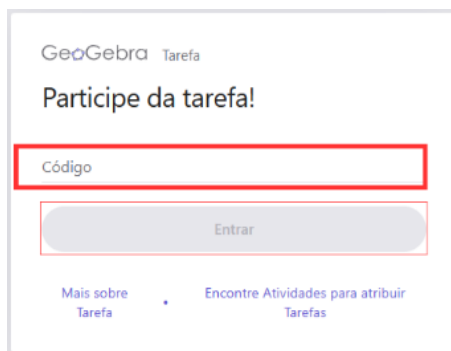
Figura 4.22: Acessando a tarefa por meio de link ou *QR code*



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Após o passo anterior, basta digitar o código e clicar em entrar. Antes disso, o professor tem a opção de acessar outros materiais relacionados à tarefa e também de encontrar outros materiais para atribuir à tarefa.

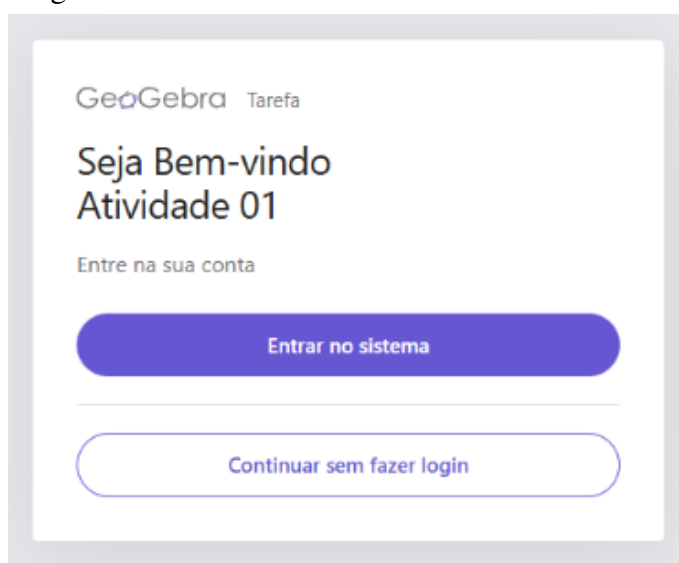
Figura 4.23: Digitando o código da tarefa



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Será mostrada a mensagem Seja bem-vindo Atividade 01, conforme a Figura 4.24. O estudante deverá fazer o *login* para entrar no sistema.

Figura 4.24: Acessando a atividade dentro da Tarefa



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Na Figura 4.25 é apresentada a visão do estudante, na qual visualizará a atividade que foi acessada e poderá resolvê-la.

Figura 4.25: Visão do estudante ao acessar a tarefa

Atividade 01 [Download](#)

Na atividade abaixo, ao clicar em **Novo** é gerado um diagrama de flechas que você deve dizer se é o não função, marcando as caixas de seleção  Sim ou  Não.

Caso seja uma função é solicitado para indicar a expressão algébrica que define a função  $f : A \rightarrow B$ .

Explore vários casos e boa diversão.

Tarefa 1

Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

### 4.2.3 Como criar e interagir com as funcionalidades de um Livro Digital

Na página inicial da plataforma do GeoGebra, clique sobre a opção Criar e, depois, em Livro. Na sequência é apresentada a tela mostrada na Figura 4.26.

Nessa tela (Figuras 4.26 e 4.27), o usuário deverá informar o seguinte: o título do livro, o idioma, uma descrição do que trata o livro, o grupo alvo (idade), palavras-chave e as configurações de visibilidade: público, compartilhado com o link e particular. Para criar, basta clicar sobre o botão Gravar no final da página. Pronto! O Livro Digital está criado.

Figura 4.26: Criando o Livro Digital parte 01

The screenshot shows the GeoGebra 'Criar Livro Digital' form. The form is titled 'Criar Título da Página' and includes a subtitle 'Pode ser criado aqui um Livro de recursos GeoGebra, que poderá ser adicionado no próximo passo.' The form fields are: 'Titulo' (text input), 'Idioma' (dropdown menu set to 'Portuguese / Português'), 'Descrição (opcional)' (rich text editor with formatting tools), 'Grupo alvo (idade)' (slider set to 'Idade: 3 - 19+'), and 'Palavras-chaves' (text input). The user's name 'Douglas Maicon de Souza Dias' is visible in the top right corner.

Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Figura 4.27: Criando o Livro Digital parte 02

**Visibilidade**

Por favor, escolha se você quer compartilhar este Livro com outras pessoas ou quer mantê-lo privado.

**Público** - Outros usuários podem encontrar e visualizar este Livro. Obrigado por compartilhá-lo com a comunidade.  
Para definir a visibilidade para "Público": por favor, feche esta tela, pressione : e escolha "Publicar".

**Compartilhado com o Link** - Somente usuários que possuam o link poderão visualizar este Livro. Ele não aparecerá nos resultados de pesquisa de outros usuários.

**Particular** - Outros usuários não poderão visualizar este Livro GeoGebra. Ele não aparecerá nos resultados de pesquisa de outros usuários.

Por favor, note que você não pode acrescentar materiais particulares em Livros compartilhados ou públicos.

Por favor, note que os recursos não podem ter maior visibilidade do que o original. Também 'privado' não é uma opção válida se o recurso for usado em atividades públicas ou livros, ou tiver sido anexado a uma postagem pública.

Ao criar um Livro você concorda em publicar o seu trabalho segundo a licença [Creative Commons: Attribution Share Alike](#).

**Gravar**

Termos de Serviço Privacidade Licença © 2026 International GeoGebra Institute

Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Para acessar um livro criado, vá até a página inicial da plataforma do GeoGebra e clique sobre o livro. Veja um exemplo, através do Livro Digital: Funções Afins. Confira o local na Figura 4.28.

Figura 4.28: Acessando o livro criado

GeoGebra Materiais Calculadoras Pesquisar Entrar na Tarefa

Materiais > Produto Educacional - PROFMAT

+ CRIAR

Materiais Última modificação Qualquer tipo de material

**LIVRO**  
**EXPLORANDO FUNÇÕES AFINS: Uma Proposta de**  
Compartilhado com o...

**ATIVIDADE**  
**Crescimento/Decrescimer de Função Afim**  
Compartilhado com o...

**ATIVIDADE**  
**O Coeficiente Angular (Taxa de Variação)**  
Compartilhado com o...

**ATIVIDADE**  
**Transformações no Gráfico da Função Afim**  
Compartilhado com o...

**ATIVIDADE**  
**O Gráfico da Função Afim**  
Compartilhado com o...

**ATIVIDADE**  
**A Representação Gráfica e Tabular da Função Afim**  
Compartilhado com o...

**ATIVIDADE**  
**A Caracterização da Função Afim**  
Compartilhado com o...

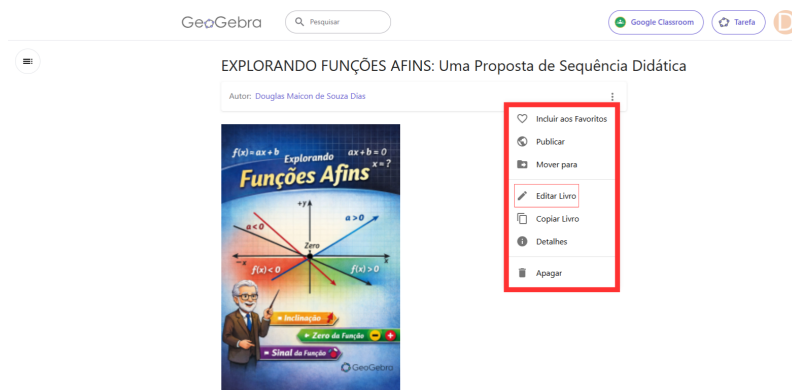
**ATIVIDADE**  
**O Conceito de Função Afim**  
Compartilhado com o...

Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Ao entrar no livro, clique nos três pontinhos e aparecerá a caixa retangular destacada em vermelho na Figura 4.29. Essa caixa oferece as mesmas opções citadas quando

foi criada a atividade. Aqui vamos aprofundar um pouco mais na edição do livro.

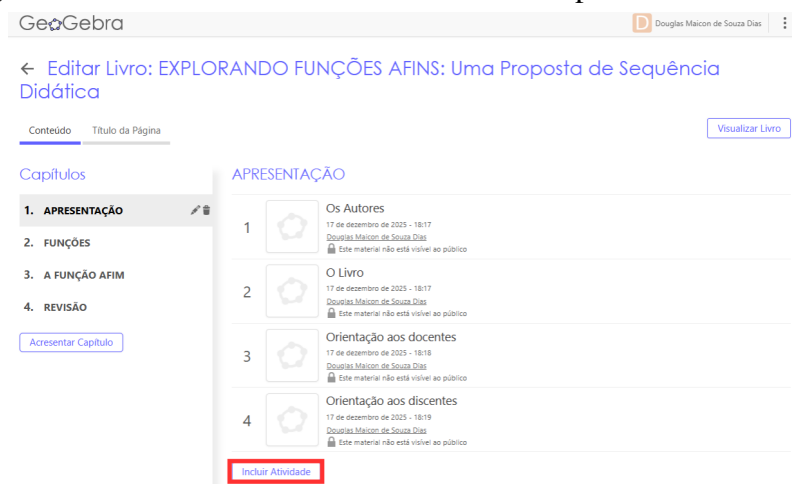
Figura 4.29: Editando o Livro Digital



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

A próxima página (Figura 4.30) mostra o livro completo com os capítulos. Ao clicar sobre um capítulo, são mostradas as atividades desse capítulo. Há uma opção para apenas visualizar o livro também. Outra opção é a de incluir uma atividade. Clique sobre Incluir Atividade para adicionar mais uma atividade ao livro.

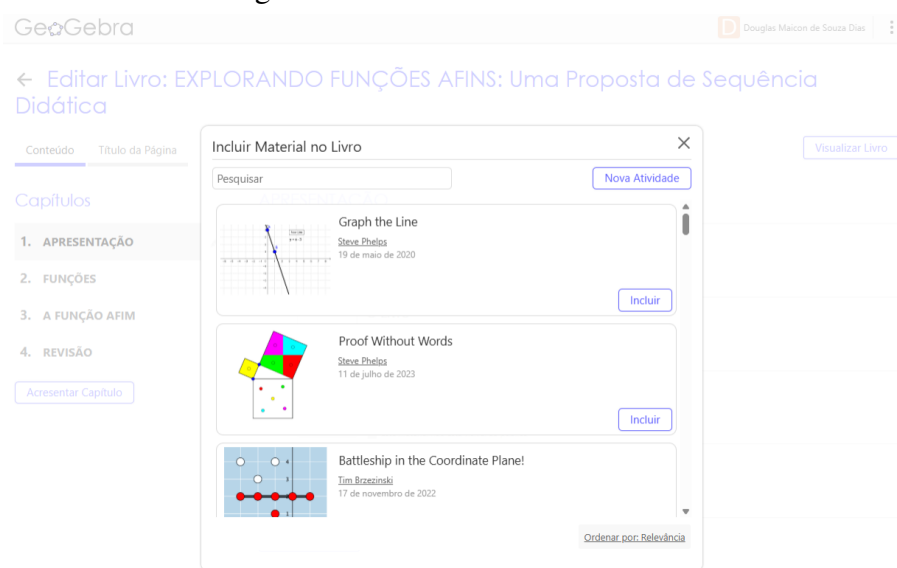
Figura 4.30: Inclusão de atividades dentro do capítulo do Livro Digital



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

A seguir, o usuário poderá criar uma nova atividade ou, então, selecionar uma já criada (Figura 4.31).

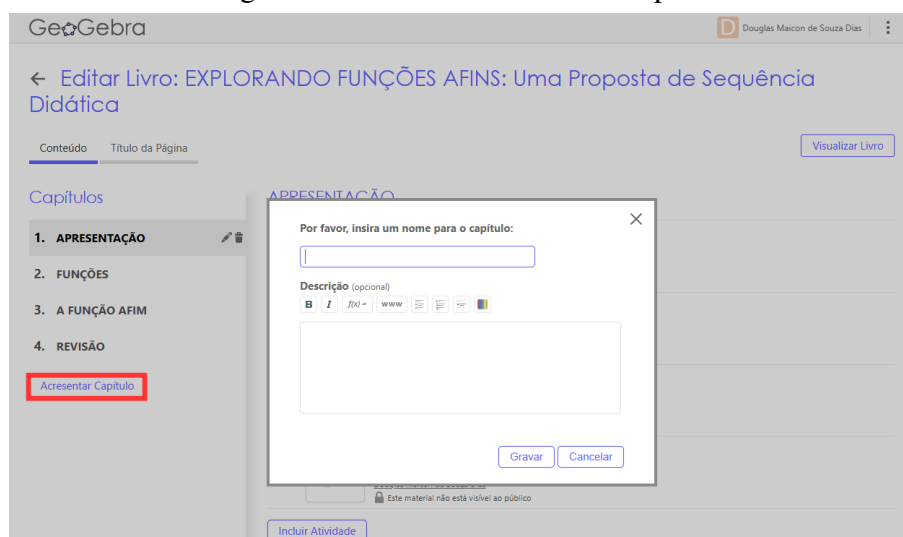
Figura 4.31: Inserindo uma atividade



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Voltando à página anterior, na qual é possível visualizar os capítulos do livro, clique em Acrescentar Capítulo e, depois, em 'Criar Novo Capítulo'. Depois disso, será solicitado que sejam inseridos o nome do capítulo e a sua descrição, conforme a Figura 4.32. Para salvar, clique em gravar e o capítulo estará acrescentado.

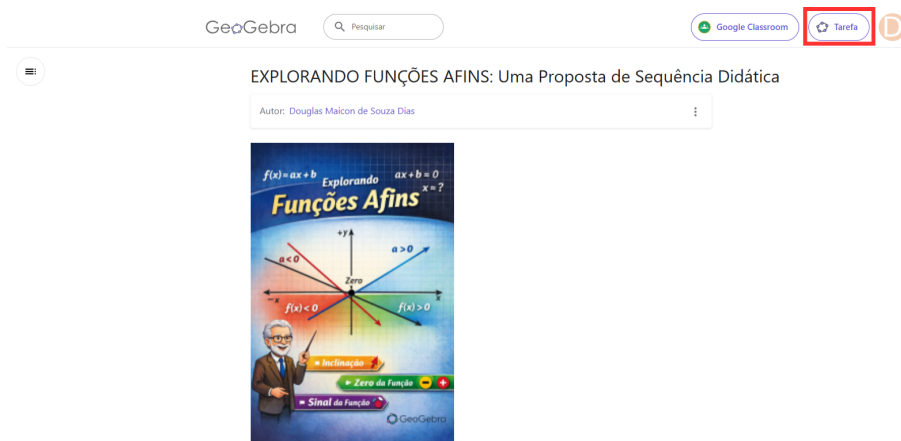
Figura 4.32: Acrescentando um capítulo



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Voltando à tela inicial do livro, é possível criar uma tarefa com o livro digital. Como fazer isso? Clique em Tarefa e veja o item destacado de vermelho na Figura 4.33.

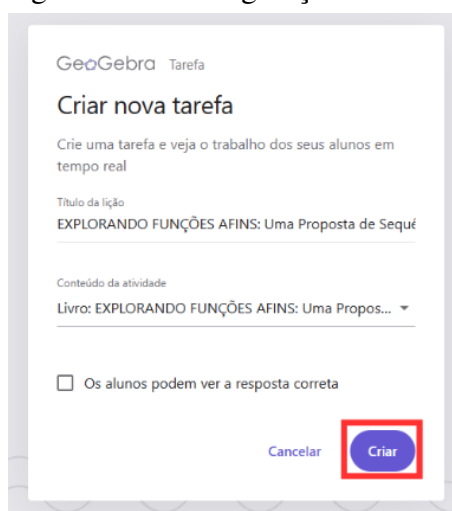
Figura 4.33: Criando uma tarefa com as atividades do Livro Digital



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

A tela seguinte apresenta o título da tarefa, que pode ser alterado, e uma configuração de visualização da resposta correta das questões para os estudantes. Além disso, mostra que os conteúdos da tarefa pertencem ao livro. Para concluir a criação da tarefa clique em Criar, no final da página.

Figura 4.34: Configurações da Tarefa

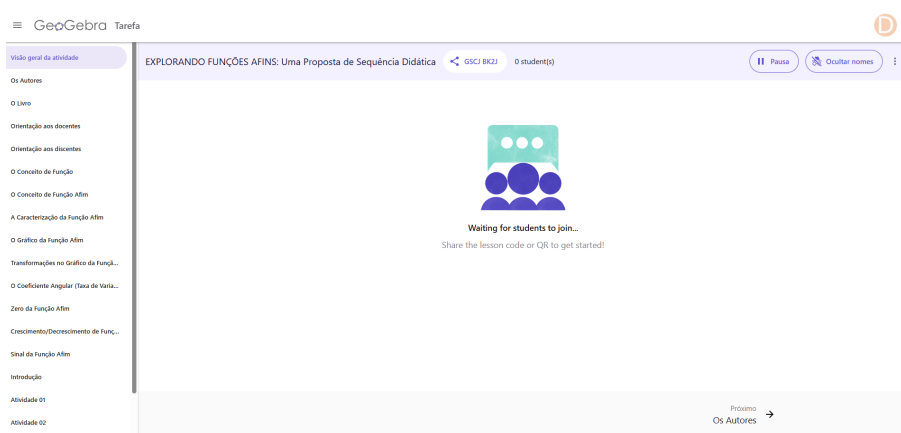


Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Essa tarefa criada, traz as mesmas opções que mostramos quando criamos a pri-

meira tarefa com apenas uma atividade. O que as diferencia é que, nas opções de atividades, é mostrado o livro por completo (Figura 4.35).

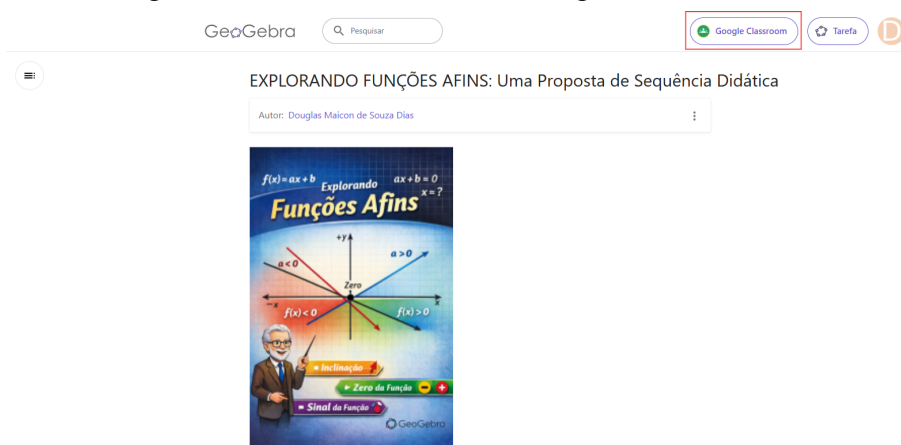
Figura 4.35: Tela de entrada da Tarefa



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Da mesma forma, a associação do livro ao Google Classroom segue a mesma ideia que já apresentamos anteriormente, ao associar uma atividade à plataforma. Para iniciar a associação do livro, vá até a sua página inicial, clique em Google Classroom na parte superior da tela, canto direito, e siga os mesmos passos já citados (Figura 4.36).

Figura 4.36: Vinculando o Livro Digital ao Classroom



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Foram apresentadas as principais funcionalidades da plataforma. Os professores têm em mãos um espaço dinâmico e interativo que dialoga com a linguagem dos estu-

dantes. Na era de constante evolução tecnológica em que vivemos, é necessário que as Secretarias de Educação invistam em formações continuadas, principalmente para o desenvolvimento da aprendizagem matemática, historicamente prejudicada pela abstração de seus conceitos e pela escassez de ferramentas de apoio. Dessa forma, a plataforma do Geogebra, em especial a ferramenta de criação de livros digitais, GeoGebraBook, pode ser uma grande aliada para o ensino de Matemática.

## **5 LIVRO: EXPLORANDO FUNÇÕES AFINS: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA**

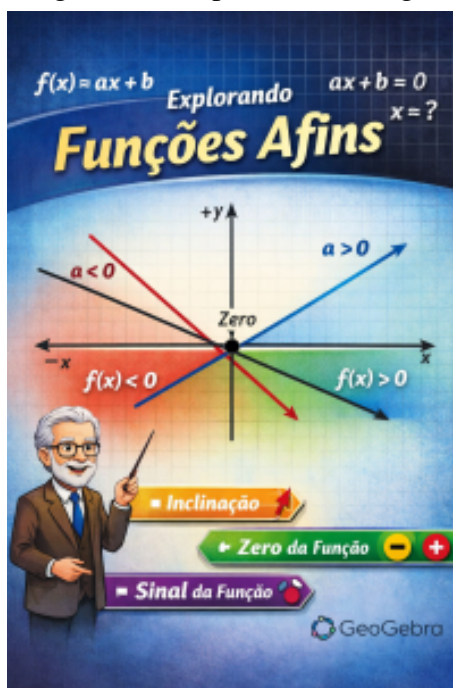
O livro “Função afim: uma proposta de sequência didática”, produto educacional fruto deste trabalho, aborda o ensino de Função Afim na Educação Básica, mais especificamente na 1ª série do Ensino Médio, podendo sofrer adaptações para atender a demandas do 9º ano do Ensino Fundamental e da 2ª e 3ª série do Ensino Médio. Uma das principais características do livro é a proposta de construção do conhecimento que o usuário pode obter ao interagir com as atividades. Os applets criados trazem uma inovação para o trabalho com Função Afim no GeoGebra. Eles trabalham com intervalos, fazendo com que as interações sejam dinâmicas e nada repetitivas, proporcionando uma experiência inovadora com o software.

O livro foi dividido em quatro capítulos, sendo eles Apresentação, Funções, A Função Afim e Revisão. Nesses capítulos são abordados diversos tópicos do tema de Função Afim, como:

- o conceito;
- a caracterização
- o gráfico;
- coeficiente angular e linear;
- zero da função;
- crescimento e decrescimento;
- o sinal da Função Afim.

O usuário, ao concluir todas as atividades propostas, deve ser capaz de compreender esses importantes conceitos ligados à Função Afim. Na Figura 5.1 observa-se a capa do livro, a qual foi gerada utilizando de um bot de Inteligência Artificial (IA).

Figura 5.1: Capa do Livro Digital



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

A obra pode ser acessada por meio do link (<https://www.geogebra.org/m/aqzfsyye>) ou apontando a câmera do celular para o *QR Code* mostrado na Figura 5.2

Figura 5.2: *QR Code* Livro Digital

Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

## 5.1 Capítulo I: apresentação

No capítulo 1 apresentam-se os autores, Douglas Maicon de Souza Dias (mes-trando) e Weverson Dalmaso Sellin (orientador), trazendo suas trajetórias, contribuições, atuação e outras informações. Além disso, também traz um resumo do que os leitores en-contrarão no livro. Concluindo este capítulo, há também orientações aos docentes e aos discentes, preparando melhor cada um desses atores para um bom uso da obra, a fim de que os mesmos tenham a melhor experiência possível com este volume. O capítulo 1 pode ser acessado por meio do link <https://www.geogebra.org/m/aqzfsyye#chapter/1280384> ou usando o *QR Code* da Figura 5.3.

Figura 5.3: *QR Code* do Capítulo I do Livro Digital



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

## 5.2 Capítulo II: Funções

No capítulo 2, o tópico abordado é sobre o conceito de função. Logo no início, são apresentados alguns exemplos vivenciados comumente pelas pessoas no dia a dia, como almoçar em um restaurante (preço pago em função da quantidade, em quilogramas, de comida) ou a pintura de uma parede (quantidade de tinta e a área a ser pintada), dentre outros. Em seguida, o usuário pode interagir com três applets.

O primeiro applet, como pode ser visto na Figura 5.4, trabalha com a ideia de dois conjuntos, A e B, e a relação estabelecida entre eles. Clicando em “Novos Conjuntos”,

são gerados novos elementos pertencentes a esses dois conjuntos. O usuário deve associar esses elementos, verificando se a relação estabelecida é ou não uma função. Para isso, no campo de entrada Elemento de A, o usuário deve digitar um elemento do conjunto A de sua escolha, depois, no campo de entrada do Elemento de B, deve digitar o elemento do conjunto B de sua escolha. A cada passo, clicar no botão Associar, repetindo quantas vezes for necessário e, por fim, clicar no botão Verificar para atestar se a relação é ou não uma função. Para realizar novas construções, basta clicar no botão Definir nova relação.

Figura 5.4: O conceito de função

Instruções:

- 1 - Clique no botão Novos conjuntos para obter novos conjuntos e poder construir novas relações entre A e B.
- 2 - No campo de Entrada Elemento de A digite um elemento do conjunto A de sua escolha.
- 3 - No campo de Entrada Elemento de B digite um elemento do conjunto B de sua escolha.
- 4 - Em seguida, clique em Associar para ligar o Elemento de A ao Elemento de B escolhido.
- 5 - Repita os passos 3 e 4 quantas vezes necessárias.
- 6 - Clique no botão Verificar e veja se a relação estabelecida nos passos 3 à 5 entre os elementos do conjunto A e os elementos do conjunto B forma uma função.
- 7 - Clique no Botão "Definir nova relação" para limpar as associações realizadas nos passos 2 à 5 mantendo os conjuntos A e B.

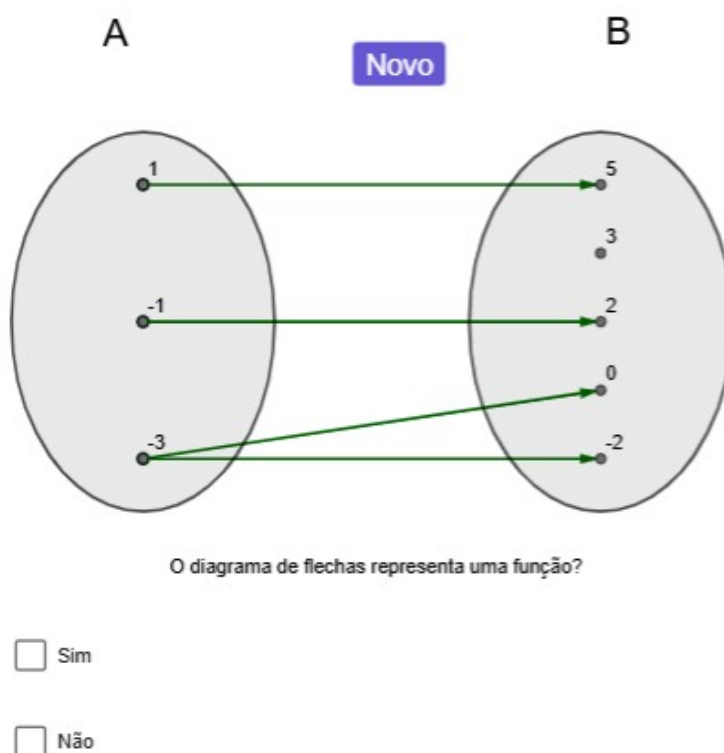
Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

Interagindo dessa maneira, a proposta é que os discentes aprendam a identificar as características de uma função e percebam que toda função é uma relação, mas nem toda relação é função. As perguntas, após esse momento no applet, contribuem para essa tomada de consciência sobre o conceito de função. Algumas perguntas selecionadas são as seguintes: em quais situações podemos dizer que a correspondência entre A e B é uma função? E se dois elementos diferentes de A apontam para o mesmo elemento de B — isso é permitido? É necessário que uma função tenha lei de formação (expressão

algébrica) ou apenas atenda aos requisitos de sua definição?

O segundo applet também trabalha sobre o conceito de função, identificando se a relação é ou não uma função, porém, desta vez, o estudante é quem deve responder a esse questionamento. Os dois conjuntos, A e B, aparecem com seus elementos e uma relação estabelecida; então, é realizada a seguinte pergunta: o diagrama de flechas representa uma função? Para responder basta clicar em sim ou não. Após esse passo, é mostrada uma mensagem informando se a marcação está correta ou incorreta, e também uma explicação para a situação. Confira na Figura 5.5 o applet.

Figura 5.5: É ou não função?



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

Na última aplicação desse capítulo, o usuário poderá visualizar quando a relação de A em B for uma função, assim como o seu domínio, a sua imagem, uma representação tabular, bem como sua representação gráfica no plano cartesiano XOY. Quando a relação não é uma função, é apresentada apenas uma mensagem de positivo na cor verde. Já

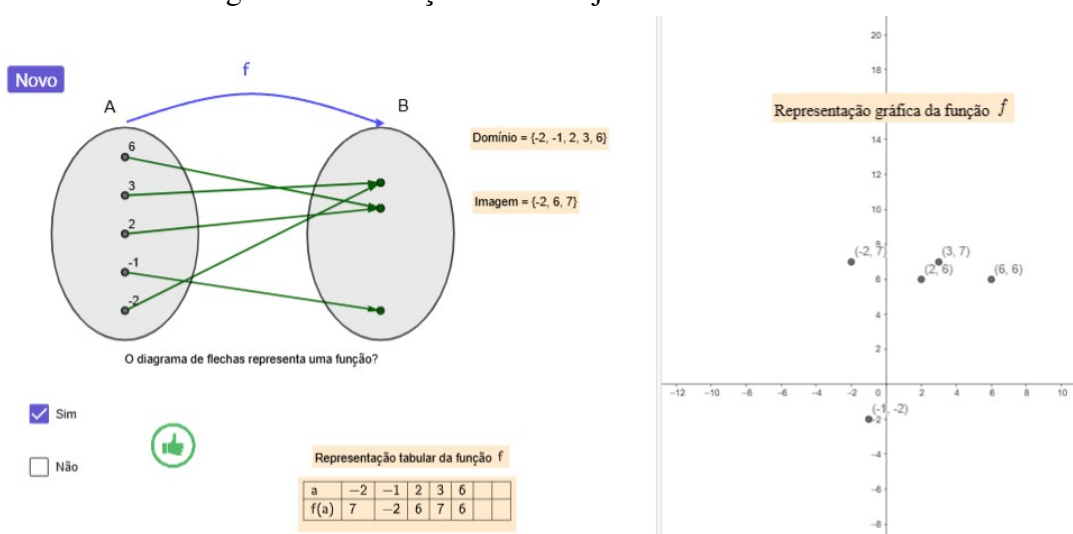
quando temos uma função, são mostrados seu domínio, a sua imagem, uma representação tabular e até os pontos marcados no plano cartesiano XOY. Na Figura 5.7 observa-se o exemplo de uma função mostrada pelo applet. Essa atividade encerra o segundo capítulo do livro, que pode ser acessado por meio do link <https://www.geogebra.org/m/aqzfsyye#chapter/1271165>, ou o QR code da Figura 5.6.

Figura 5.6: QR Code do Capítulo II do Livro Digital



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Figura 5.7: A função e seu conjunto de elementos



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

### 5.3 Capítulo III: A Função Afim

No capítulo 3, denominado Função Afim, aparece a maior parte dos tópicos estudados. Convidamos o leitor a acessar este capítulo através do link (<https://www.geogebra.org/m/aqzfsyyc#chapter/1276952>) ou do *QR Code* da Figura 5.8.

Figura 5.8: *QR Code* do Capítulo III do Livro Digital



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

A primeira atividade trabalha de forma contextualizada o conceito de função. Primeiro é apresentado um problema do cotidiano sobre o tema e, em seguida, o estudante vai interagir com problemas que envolvam funções afins. Aqui ele deverá ser capaz de escrever a lei de formação da função. A seguir, um exemplo.

Figura 5.9: A função no cotidiano

**Novo Problema**

Uma vela de 26 cm é acesa e, após cada hora, perde 1 cm de altura. Expresse a altura  $h(t)$  da vela em função do tempo  $t$  (em horas).

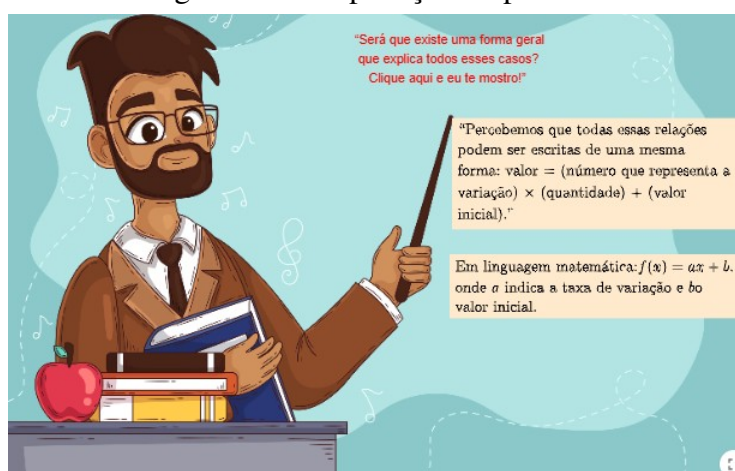
$$h(t) = \text{[input box]}$$

Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

Há a possibilidade de testar várias vezes e, quando acertar, será mostrada uma tabela contendo os valores da variável independente e as imagens desses valores, quando aplicados na lei da função. Para fechar essa atividade, foram elaboradas algumas perguntas para reflexão pelos usuários acerca do tema, como por exemplo, em relação aos problemas que você explorou no applet 1, quando uma grandeza aumenta, o que ocorre com a outra? Existe um valor inicial, antes que algo comece a mudar? O que muda de um problema para o outro? Já no final, há a imagem de um professor que questiona sobre a lei de formação geral da Função Afim e apresenta a definição formal.

Na Figura 5.10 é possível ver como essa interação se dá.

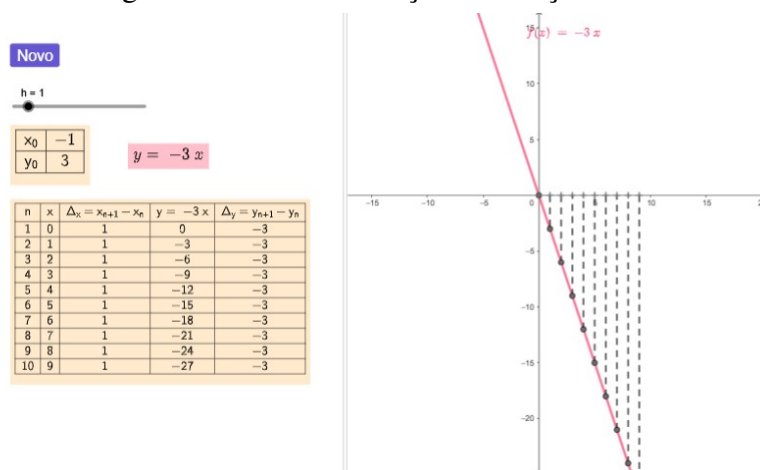
Figura 5.10: Explicação do professor



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

O segundo tópico do capítulo 3 aborda a caracterização da Função Afim, utilizando a ideia de passos e saltos iguais. Toda vez que se clica no botão Novo, são gerados, aleatoriamente, uma função afim e um valor inicial, e então é calculado o valor da função naquele ponto. Também é exibido o gráfico da função (Figura 5.11). Além disso, é mostrada também uma tabela com uma lista de valores, todos com o mesmo incremento em relação ao termo anterior. Em seguida, é calculada a imagem desses valores pela função. O tópico termina com algumas perguntas relacionadas com as interações do applet em questão.

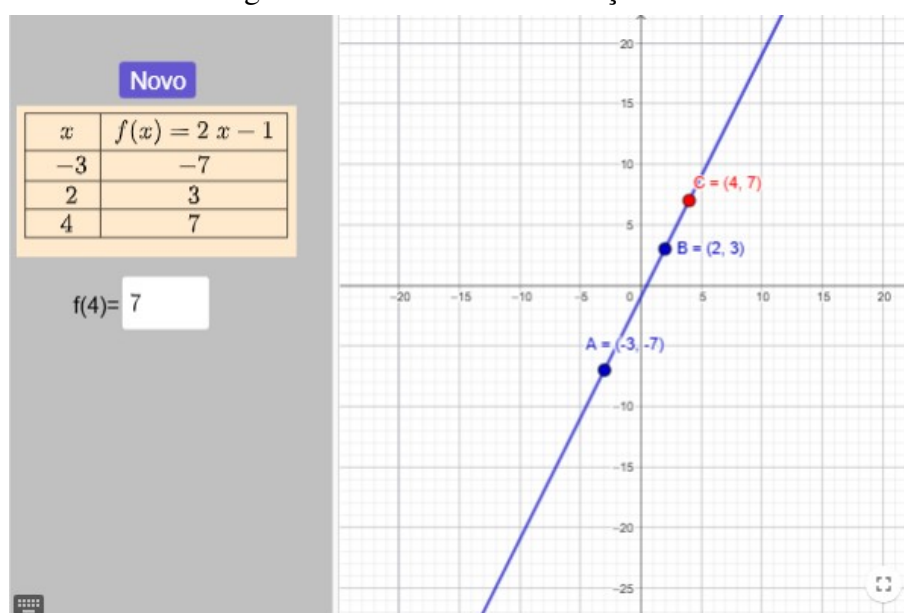
Figura 5.11: Caracterização da Função Afim



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

O tópico 3 deste capítulo aborda o tema do gráfico de uma Função Afim. Por meio de um applet, em uma tabela, é apresentada a lei de formação da função, três pontos do seu domínio e a imagem de dois deles. O usuário deverá calcular a imagem do terceiro elemento do domínio, digitando no campo de entrada o resultado. Na tela de visualização (Figura 5.12) são mostrados os três pontos sobre uma reta, ou seja, o gráfico da função.

Figura 5.12: O Gráfico da Função Afim



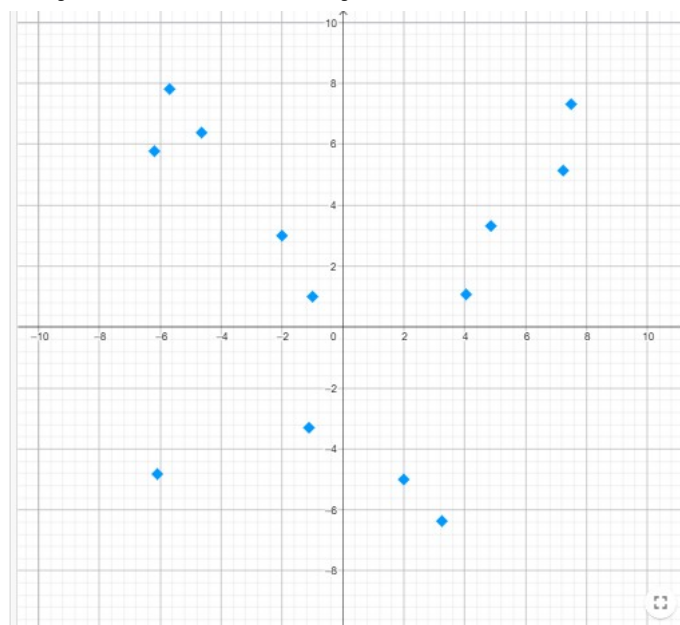
Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

Mais abaixo aparecem algumas perguntas que exploram o tema a partir da interação vivenciada pelo estudante. Fechando esse tópico, mais um applet (Figura 5.13). Ele mostra a lei de formação de uma função; na tela de visualização, vários pontos sobre o plano cartesiano são exibidos como diamantes, sendo que três deles pertencem ao gráfico da função dada, e uma tabela que contém quatro elementos do domínio dessa função. O usuário deve selecionar três pontos que pertencem ao gráfico da função, dentre os vários existentes. Em seguida é traçada a reta e exibida a imagem de cada um deles na tabela ao lado.

Figura 5.13: Construção do Gráfico da Função Afim

Selecione 3 pontos na janela gráfica que estão representados na tabela e pertencem ao gráfico da função  $f(x) = -2x - 1$ .

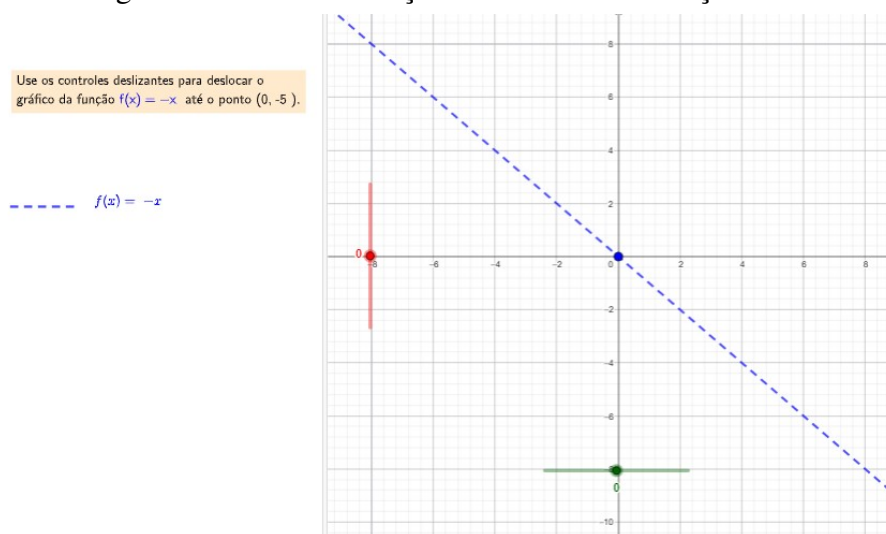
$x$	$y$	$y = -2x - 1$
-2	3	
-1	1	
0	-1	
2	-5	



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

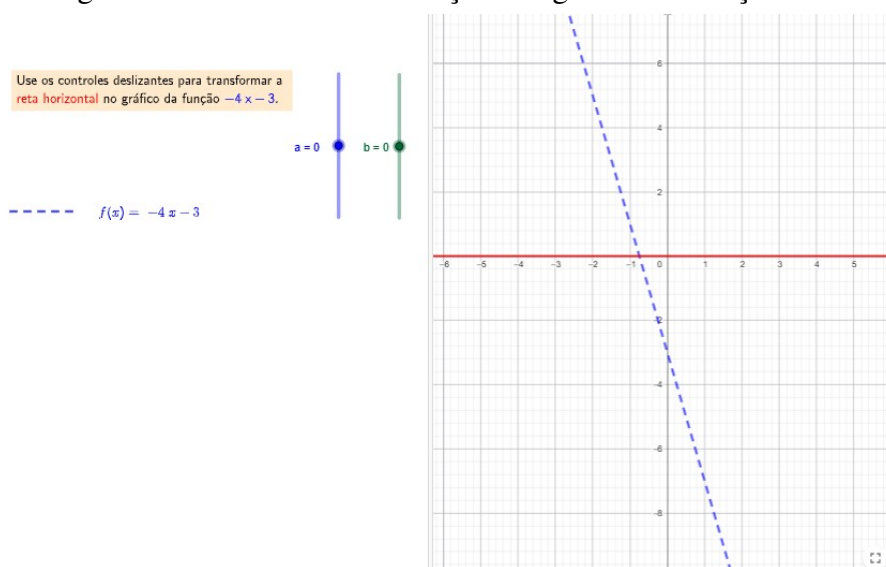
A seguir o estudante estudará sobre Transformações no Gráfico da Função Afim. No primeiro Applet (Figura 5.14) a proposta é de observar os deslocamentos do gráfico da função afim por meio de dois controles deslizantes, um horizontal e outro vertical. O estudante pode fazer vários testes, observando os padrões e, de acordo com as movimentações, é mostrada a lei de formação da função. Esse applet serve para que o estudante possa responder as perguntas que vêm a seguir. Algumas delas são: o que acontece com o gráfico quando movemos o controle deslizante vermelho? O que acontece com gráfico quando movemos o controle deslizante verde? Em algum dos casos, a reta muda de inclinação? Se a expressão da função é  $f(x)=ax$ , o que acontece com a expressão da função quando variamos o controle deslizante vermelho? Depois, em uma segunda interação, também utilizando controles deslizantes, é possível movimentar o gráfico para atender a solicitação do problema. Para finalizar, mais perguntas, desta vez, baseadas no segundo applet (Figura 5.15).

Figura 5.14: Transformações no Gráfico da Função Afim



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

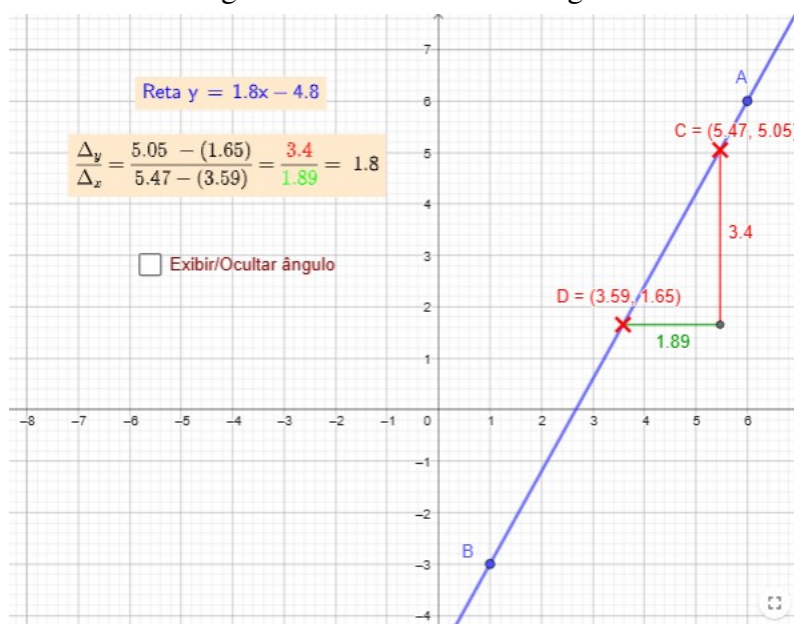
Figura 5.15: Outras transformações do gráfico da Função Afim



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

O próximo tópico desse capítulo 3 trabalha a ideia de coeficiente angular, de forma semelhante à do tópico anterior, trazendo a criação de dois applets e, entre eles, perguntas referentes às interações realizadas. No primeiro (Figura 5.16), o usuário verifica na reta, por meio da movimentação de pontos fixos, e não fixos o valor do quociente  $\Delta_y/\Delta_x$ .

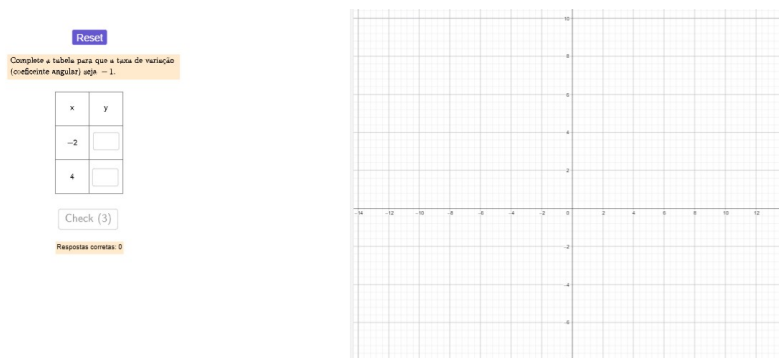
Figura 5.16: O coeficiente angular



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

Após uma explicação detalhada, por meio do personagem professor criado, a atividade é finalizada com o estudante tendo que indicar dois valores para a ordenada de dois pontos, dadas as abscissas desses mesmos pontos. A ideia é obter um valor determinado para o coeficiente angular informado na interação (Figura 5.17).

Figura 5.17: Encontre o coeficiente angular

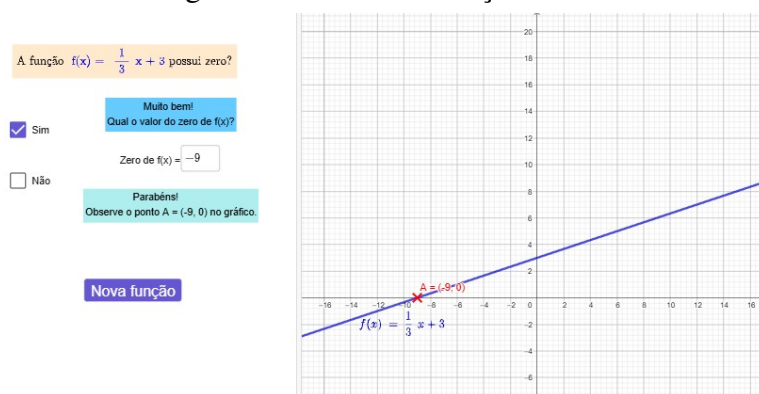


Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

O próximo tópico estuda o zero da Função Afim. Inicialmente, é feita uma definição formal do que é o zero de uma função e, em seguida, detalhada a definição para o caso

da função afim. Foi criado um applet (Figura 5.18) no qual o estudante recebe a lei de formação de uma função com seu gráfico sendo ilustrado, e deve responder se a mesma tem ou não um zero. Caso tenha, é preciso marcar a opção sim e, depois, digitar o valor do zero. Aparecerá uma mensagem parabenizando o usuário caso acerte e o ponto do zero será marcado no gráfico da função. Após a interação com o applet, são feitas duas perguntas: nos casos que você explorou e que a função tinha zero, o seu gráfico corta o eixo  $X$ ? Ocorreu alguma situação em que a função afim  $f(x) = ax + b$  não tem zero?

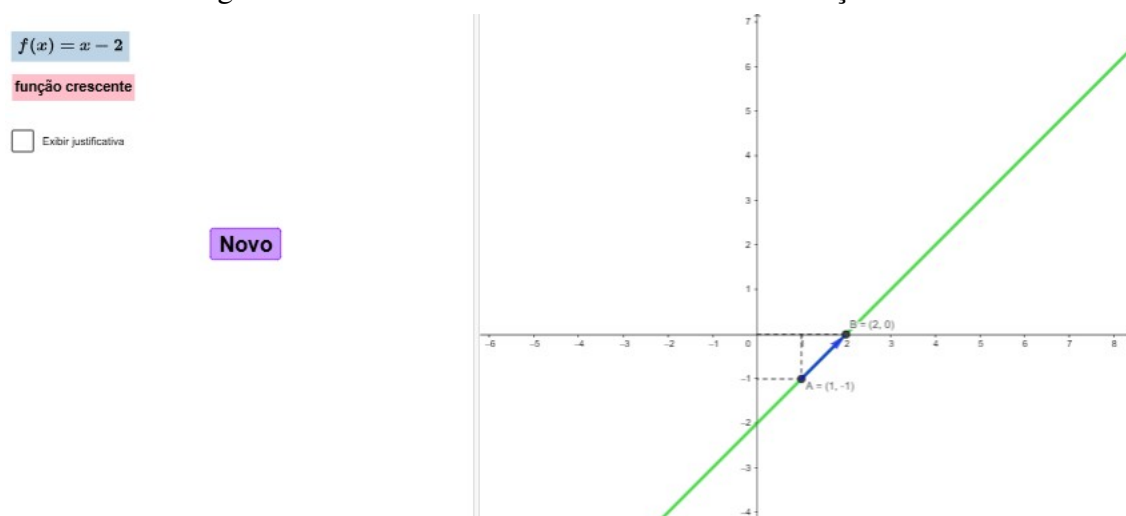
Figura 5.18: Zero da Função Afim



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

O penúltimo tópico do capítulo 3 traz o crescimento e o decréscimo da Função Afim. Com a criação de dois applets, o usuário pode aprender sobre o tema interagindo com as criações. Em ambas, a ideia é aprender se a função é crescente ou decrescente, sendo que no primeiro applet (Figura 5.19) o usuário apenas observa e verifica a justificativa da função que é apresentada. Ele pode fazer isso por várias vezes com funções diferentes, inclusive com variações de exemplos de funções crescentes, decrescentes e constantes. A seguir, duas perguntas: a Função Afim  $f(x) = ax + b$ , quando é? A Função Afim  $f(x) = ax + b$ , quando é?

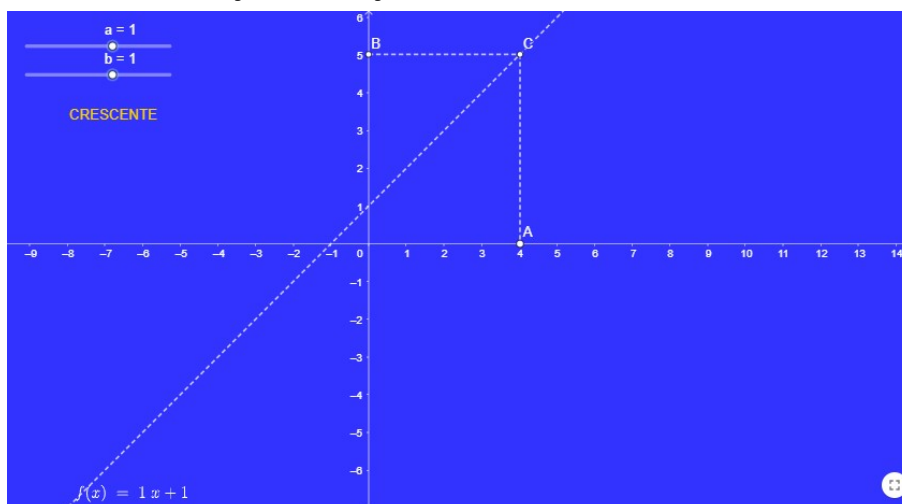
Figura 5.19: Crescimento e Decrescimento da Função Afim



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

No segundo applet (Figura 5.20), o estudante pode variar os coeficientes  $a$  e  $b$ , e verificar os casos em que a função cresce, decresce ou permanece constante. Após a interação, duas perguntas: altere o valor de  $a$  no seletor. Qual mensagem é mostrada quando  $a=0$ ? Altere o valor de  $b$  no seletor. A classificação da função em crescente, decrescente ou constante é modificada quando o valor de  $b$  é alterado? Encerrando o tópico, há a imagem do professor resumindo todo o assunto.

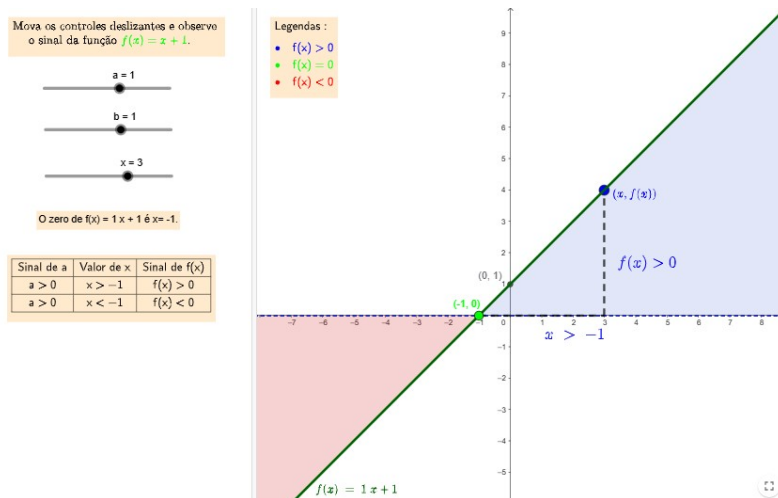
Figura 5.20: Classificação da Função Afim em crescente, decrescente ou constante



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

O último tópico do capítulo 3 apresenta o sinal da Função Afim. É um tópico mais curto, que começa com um applet completo (Figura 5.21). Nele o usuário encontra três controles deslizantes referentes aos coeficientes  $a$  e  $b$  e a variável  $x$ ; também apresenta o zero da função e mostra no plano cartesiano onde a função  $f(x)$  é maior, igual ou menor que zero. Após esse applet, o estudante deverá responder a sete perguntas sobre o tema. Ao final, é feito um resumo sobre o sinal da Função Afim por meio do professor criado para este livro.

Figura 5.21: Sinal da Função Afim



Fonte: Acervo da pesquisa, 2025.

## 5.4 Capítulo IV: Revisão

O capítulo 4, último capítulo deste livro, tem a proposta de fazer uma revisão de todo o conteúdo estudado nos capítulos anteriores, perpassando todos os tópicos de Função Afim: conceito, caracterização, gráfico, transformações no gráfico, taxa de variação, zero, crescimento, decrescimento e sinal. O estudante, ao estudar os tópicos anteriores, terá plena condição de concluir as atividades propostas nesse capítulo. O leitor é convidado a seguir a leitura deste tópico acompanhando as atividades no livro digital através do link <https://www.geogebra.org/m/aqzfsyye#chapter/1276959> ou acessando o *QR Code* da Figura 5.22.

Figura 5.22: *QR Code* do Capítulo IV do Livro Digital



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Para iniciar, o primeiro tópico é chamado de introdução, um breve relato do que o usuário irá verificar.

A primeira atividade de revisão traz um diagrama de flechas (Figura 5.23), no qual é mostrada a relação entre os elementos de dois conjuntos. Em seguida é feita a seguinte pergunta: o diagrama de flechas representa uma função? Em ambas as respostas é verificado se a resposta dada está correta ou não, e também perguntado o motivo de ser ou não uma função, como pode ser visualizado na imagem abaixo. Clicando em NOVO o estudante pode, mais uma vez, testar seus conhecimentos sobre o tema.

Figura 5.23: Atividade de Revisão 01

O diagrama de flechas representa uma função?

Sim  Não

Por qual motivo o diagrama não representa uma função?

Há elementos no domínio sem imagem.  Há elementos no domínio com 2 ou mais imagens diferentes.  Há elementos no domínio sem imagens E elementos com 2 ou mais imagens diferentes.

Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

Na atividade 2 (Figura 5.24), encontra-se uma proposta bem diferente e ousada, em que o estudante visualiza a lei de formação da função afim e uma reta com dois pontos A e B. A ideia é a de que ele, movimentando os pontos, consiga chegar no gráfico da função dada. Para ajudar nessa atividade, há uma caixa de seleção nomeada como dica; caso o estudante enfrente dificuldades na resolução, poderá acionar esta opção. Após posicionar os dois pontos A e B que estão sobre a reta no plano cartesiano, basta clicar em verificar para saber se o gráfico corresponde a função afim indicada e, então, aparecerá uma mensagem dizendo se está certa ou não a resolução. Caso haja erro, há a opção de resolução também para ser clicada. Um exemplo pode ser observado na Figura 5.24

Figura 5.24: Atividade de Revisão 02

Movimente os pontos A e B para obter o gráfico de  $f(x) = \frac{1}{3}x + 3$ .

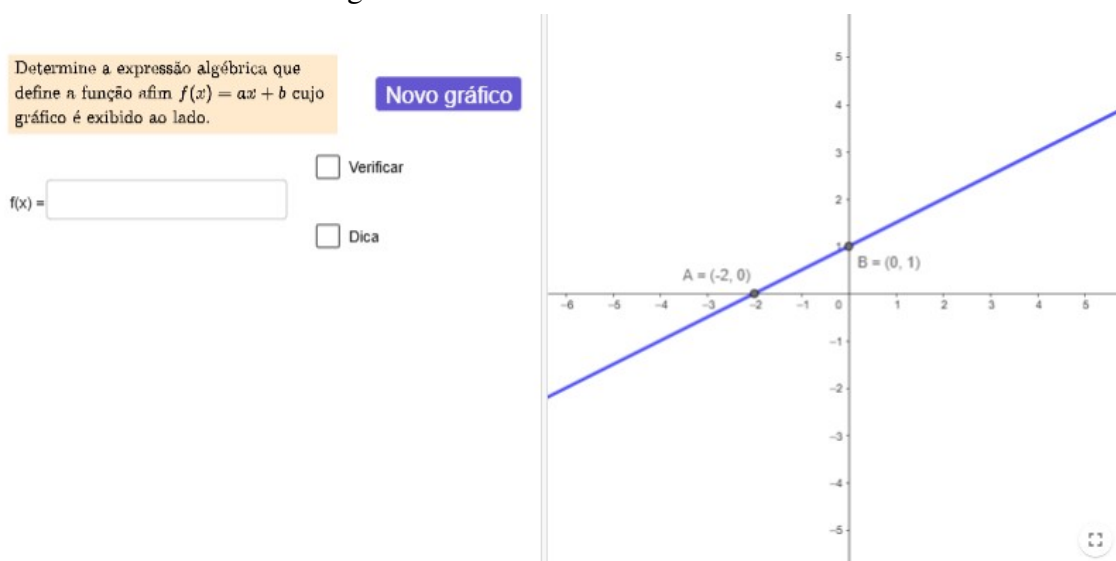
Nova função

Verificar  Dica

Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

A terceira atividade (Figura 5.25) mostra o gráfico de uma função afim com dois pontos A e B destacados, e pede que o usuário digite a lei de formação da mesma na caixa de seleção  $f(x)$ . Também há uma opção de dica para ajudar o estudante a resolver o exercício. Após digitar a lei de formação, é possível verificar se a função apontada está correta ou não.

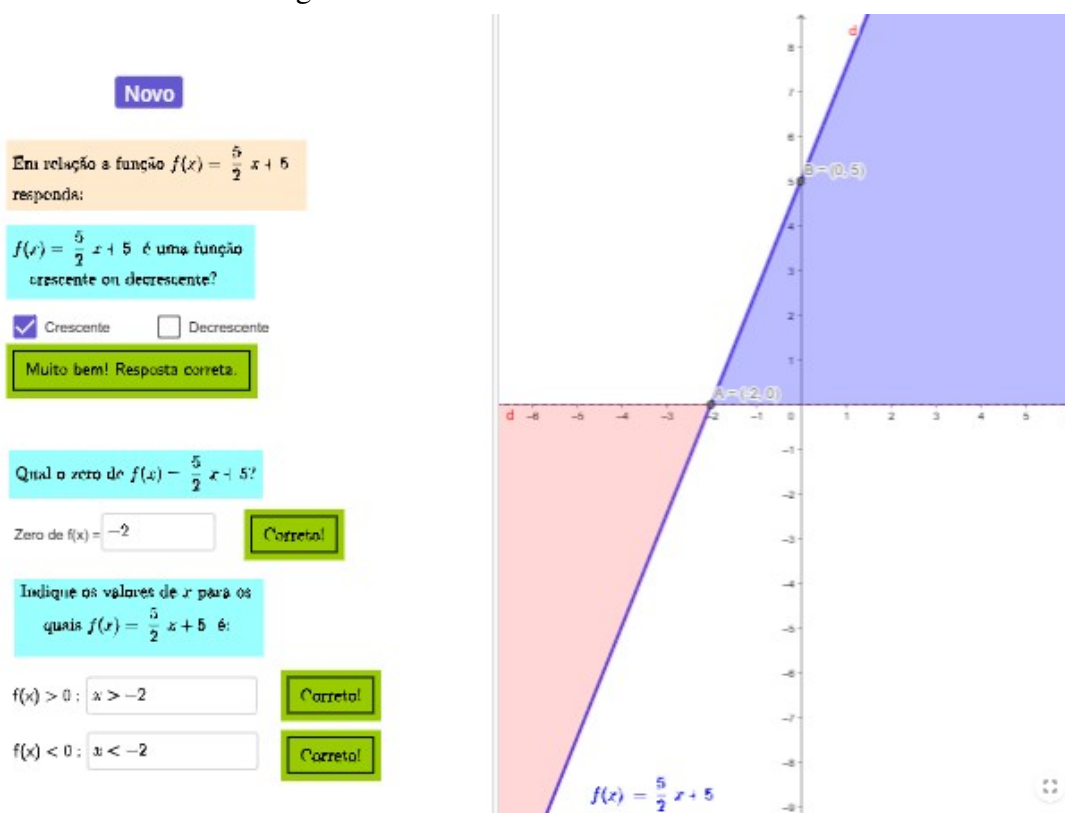
Figura 5.25: Atividade de Revisão 03



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

A última atividade (Figura 5.26) apresenta a lei de formação e o gráfico da função com dois pontos A e B. A primeira pergunta é se a função é crescente ou decrescente. Em seguida, pede o zero da função e, posteriormente, os valores em que a função  $f(x)$  é maior que zero e os valores em que a função é menor que zero. Acertando, são visualizadas no plano cartesiano essas áreas.

Figura 5.26: Atividade de Revisão 04



Fonte: Acervo da pesquisa, 2026.

## 6 CONCLUSÃO

Ao longo desta pesquisa, procurou-se compreender como as ferramentas digitais podem auxiliar na aprendizagem Matemática, especialmente no ensino de Função Afim para a 1ª série do Ensino Médio, visto que muitos métodos tradicionais não têm surtido o efeito esperado no quesito aprendizagem e engajamento dos estudantes. O auxílio da tecnologia, cada vez mais presente nas famílias desde cedo, surge de forma natural e com força crescente, dadas as suas diversas formas de manipulação e inclusão.

A ferramenta pedagógica utilizada foi o Software GeoGebra. No cenário internacional, o aplicativo tem se mostrado um potente aliado da Educação Matemática, aliando os conceitos de álgebra e geometria, e dando mais robustez e significado aos conceitos básicos de função, desenvolvidos em sala de aula com os estudantes. O software é acessado de forma gratuita e oferece inúmeros aparatos para seus usuários.

Ao utilizar um dos recursos disponíveis pelo GeoGebra, o GeoGebraBook, pretendeu-se que as atividades incorporadas ao programa ficassem mais atrativas, envolventes e dinâmicas, habilitando-se como uma alternativa tanto para a participação dos estudantes nas aulas, sendo eles responsáveis por sua aprendizagem, quanto para uma experiência de ensino mais qualificada. O estudante, ao acessar as atividades do GeoGebraBook, tem um ensaio completo sobre Função Afim, desde os conceitos básicos de definição até atividades mais elaboradas e que exigem maior conhecimento do tema.

Após a execução deste trabalho, foram realizados alguns testes com as atividades do livro digital, e há alguns pontos que merecem observação, pois podem apresentar-se como barreiras à sua utilização por parte dos estudantes e professores. Ao mesmo tempo, foram pensadas algumas alternativas que colaboram para minimizar as dificuldades encontradas, proporcionando ao usuário uma experiência exitosa com o livro digital.

A primeira questão trata da dificuldade que alguns usuários podem alegar ao utilizarem o GeoGebra pela primeira vez, com suas várias ferramentas, menus e comandos. Também a lógica exigida pelo software. A conexão entre o algébrico e o geométrico pode levar certo tempo para adaptação, assim como para superar as dificuldades matemáticas na utilização de algumas funções dentro do ambiente virtual. Porém, hoje, com a difusão do GeoGebra, muitos materiais foram disponibilizados na internet. São inúmeras aulas,

tutoriais e manuais que, com certo tempo e dedicação, ajudam o usuário a avançar significativamente no conhecimento do programa. Inclusive, os tutoriais dessa dissertação caminham nessa perspectiva.

Uma segunda queixa se refere ao acesso às atividades que exige internet. Muitas escolas enfrentam sérias dificuldades de conexão e, para resolver esse impasse, o GeoGebra disponibiliza a versão baixada das atividades, na qual os usuários podem acessar todos os materiais fora da rede, ou seja, de forma *off-line*. O aplicativo do GeoGebra pode ser instalado nos computadores e acessado sem internet.

Outra dificuldade encontrada foi na visualização de algumas produções via celular ou tablets, principalmente de applets criados. Ocorrem distorções, visualizações parciais, instabilidade do navegador ou do próprio aplicativo, dentre outras inconsistências. A ideia aqui é que o professor programe a aula de forma antecipada e utilize os laboratórios da escola; quando não estiverem disponíveis, os *cromebooks* são uma opção também.

Um último ponto observado é sobre a inclusão. Estudantes com comprometimento motor ou visual tendem a ter barreiras maiores na utilização do software. A interface nem sempre é intuitiva para todos os perfis e o professor precisará realizar adaptações para lidar com essas especificidades.

Para potencializar o uso de ferramentas tecnológicas como o Geogebra, as escolas podem investir em capacitação dos professores, a fim de que estes profissionais sejam treinados para a utilização de tais meios. São muitas as atualizações sofridas na educação ao longo dos anos, exigindo mudanças de metodologia e recursos. Importante destacar que atividades como essas do GeoGebraBook demandam estruturação para serem produzidas, fazendo com que seja garantido ao professor um tempo de planejamento adequado.

Diante das discussões empreendidas, pretende-se que o uso do livro digital no GeoGebraBook seja um aliado do ensino de Função Afim, servindo como recurso para o professor e, podendo potencializar a aprendizagem dos estudantes da 1ª série do Ensino Médio. No caso do GeoGebraBook, suas criações podem ser adaptadas de acordo com a realidade escolar, pois possui applets manipuláveis e dinâmicos. Dessa maneira, deseja-se que os estudantes protagonizem uma formação atualizada e com qualidade matemática, ou seja, com ganho real de aprendizagem dos conceitos de Função Afim, adquirindo

habilidades essenciais para a continuidade do Ensino Médio.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise realizada ao longo deste trabalho, evidenciou que as novas ferramentas tecnológicas, podem potencializar o ensino de Matemática, em especial o de Função Afim. O GeoGebra possibilita uma aprendizagem voltada à concretude, não no sentido literal, que seja palpável, mas sim que seja possível imaginar e visualizar, algo que há muito tempo desafia o ensino da Matemática. Por isso, é fundamental que a escola esteja atenta a todas as possibilidades de ensinar e aprender, atualizando-se constantemente.

Apesar do crescente uso dos celulares e das novas formas de manipulação tecnológicas, há pesquisas que apontam para um analfabetismo digital dos estudantes. Este é um desafio que se apresenta e que a escola precisa contornar por meio das boas iniciativas que envolvam a temática da Cultura Digital, inserindo o uso das novas tecnologias na rotina escolar, de forma sistêmica e com intencionalidade.

A capacitação dos professores é essencial para implementação do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Para tanto, é preciso que surjam iniciativas do poder público que visem apoiar e garantir a atualização das abordagens de ensino na educação, como por exemplo parcerias das Secretarias de Educação com instituições públicas e privadas de ensino superior, que trabalham com softwares como o GeoGebra. Esperamos que este trabalho sirva de reflexão e inspiração para a melhoria da qualidade do ensino e dos direitos dos professores da Educação Básica.

As atividades do GeoGebraBook intitulado Explorando Funções Afins: uma proposta de sequência didática proporcionam uma inédita forma de comunicar a Matemática por meio do ensino de Função Afim no GeoGebra. Os applets permitem uma interação construtivista em que o usuário não recebe respostas prontas, ou simplesmente faz a leitura de conceitos. O método de aprendizagem utilizado coloca o estudante como protagonista. Como os estudos teóricos indicam, essa abordagem pode gerar mais significado e, conseqüentemente, maior aprendizagem matemática.

Como desdobramento deste estudo, sugere-se a realização da aplicação do livro digital do GeoGebraBook em uma turma da 1ª série do ensino médio. O professor pode utilizar todo o material produzido, ou então, optar por determinadas atividades utilizando a ferramenta tarefa. O conteúdo programado faz um percurso desde o conceito de função

até atividades de revisão que abordam os principais tópicos de Função Afim.

Em uma perspectiva futura de pesquisa também, objetiva-se a construção e a adaptação de novas atividades em formato de GeoGebraBook, baseadas no produto educacional desta pesquisa, porém, voltadas para o estudo da Função Quadrática. A ideia é produzir um livro digital que interaja com os estudantes e proporcione qualidade de aprendizagem no ambiente virtual da plataforma do GeoGebra.

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, S. M. **Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra de cadeia**. Tese (Doutorado) — SciELO Brasil, 2009.
- BARRETO, M. M. Tendências atuais sobre o ensino de funções no ensino médio. **PPG-Ensino de Matemática, UFRGS**, Porto Alegre, 2008.
- BARROS, J.; SILVA, A. O.; AFFRA, J. R. e. S. da Silva snd. **Ensino de função: uma releitura histórico-epistemológica**. [S.l.]: Rio de Janeiro: Ed SBEM, 2020.
- BHASKAR, M. **Curadoria: o poder da seleção no mundo do excesso**. [S.l.]: Edições Sesc SP, 2020.
- BLIKSTEIN, P. O pensamento computacional e a reinvenção do computador na educação. **Education & Courses**, v. 1, 2008.
- BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R. da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. [S.l.]: Autêntica Editora, 2020.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL, P. C. N.; MÉDIO, E. orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**, v. 32, 2002.
- CNN; GOMES, T. **Abaixo da média, Brasil fica entre os piores em ranking global de matemática**. 2024. Acesso em 20 de março, 2025. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/educacao/abaixo-da-media-brasil-fica-entre-os-piores-em-ranking-global-de-matematica/>.
- COSTA, E. A.; SILVA, V. C.; SILVA, J. da C. Uma proposta para o ensino de funções exponenciais e logaritmicas de acordo com a bncc: mediada pelo geogebra e resolução de problemas. **Professor de Matemática online. PMO**, v. 10, n. 5, 2022.

ELIVANIO, C. N. J.; JOSENILDO, F. G.; OTÁVIO, F. P. **As contribuições do GeoGebra como ferramenta auxiliar no ensino e aprendizagem de cálculo diferencial em uma universidade do Semi-Árido Potiguar**. [S.l.]: Curitiba, 2024.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. [S.l.]: Campinas: Ed. Unicamp,, 2011.

GUERRA, E. L. A. Manual de pesquisa qualitativa. **Anima Educação. Faculdade a Distância. Produzido conforme contrato assinado, para uso em ambiente virtual pelo Centro Universitário UNA**, 2014.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. [S.l.]: Papyrus editora, 2003.

MAFFRA, J. R. e. S. **Um desenvolvimento histórico do conceito de função**. [S.l.]: Belém,Pará: Ed ISBM, 2009.

MARCHETTI, J. M.; KLAUS, V. L. C. A. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor pde. Paraná, 2014.

MORAES, M. G.; BUENO, D. C.; NASCIMENTO, N. A. do. Os usos das tecnologias por professores: de uma lógica utilitária à prática pedagógica. **Dialogia**, p. 41–52, 2017.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias. **Informática na educação: teoria & prática**, v. 3, n. 1, 2000.

NASCIMENTO, E. G. Avaliação do uso do software geogebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. In: **Acta de la Conferencia Latinoamericana de Geogebra. Uruguay. ISSN**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 2301–0185.

OLIVEIRA, M. S. **Sequência didática para contextualização do ensino de função afim por partes: adaptação das questões dos livros didáticos**. 2023. Acesso em 21 de novembro, 2025. Disponível em: [https://www.uesb.br/ppg/profmat/wp-content/uploads/2023/07/TCC-Profmat-2023-Vers%C3%A3o-Final-Mateus-Souza-de-Oliveira.-27.07.2023.pdf?utm\\_source=chatgpt.com](https://www.uesb.br/ppg/profmat/wp-content/uploads/2023/07/TCC-Profmat-2023-Vers%C3%A3o-Final-Mateus-Souza-de-Oliveira.-27.07.2023.pdf?utm_source=chatgpt.com).

PIAGET, J.; LINDOSO, D.; SILVA, R. Ribeiro da. **Psicologia e Pedagogia**. [S.l.]: Forense Universitária, 1976.

PONTE, J. P. d. O conceito de função no currículo de matemática. **Educação e Matemática**, p. 3–9, 1990.

PUC. **Sobre o GeoGebra**. São Paulo, 2020. Acesso em 24 de março, 2026. Disponível em: <https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>.

RAMOS, M. Matemática: A bela ou o monstro. **Contributos para uma análise das representações sociais da matemática dos alunos do 9º ano de escolaridade**. Lisboa: APM, 2003.

RÊGO, R. G. Um estudo sobre a construção do conceito de função. **Orientador: Fossa, John Andrew**, v. 251, 2000.

REIS, L. R. Rejeição à matemática: Causas e formas de intervenção. 2005.

SANTANA, A.; VLADIMIR, L. V. X. d. A. **As dificuldades dos estudantes com o conceito de Função Afim analisadas em livros didáticos dos ensinos fundamental e médio**. Pernambuco, 2015. Acesso em 18 de maio, 2026. Disponível em: <file:///C:/Users/dmsdias/Downloads/31753.pdf>.

SILVA, E. L. D.; MENEZES, E. M. Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação. **UFSC, Florianópolis, 4a. edição**, v. 123, n. 4, p. 138, 2005.

SOARES, L. H. Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do geogebra no estudo de funções. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 1, n. 1, p. LXVI–LXXX, 2012.

Sá, A. L.; MACHADO, M. C. **O uso da tecnologia no ensino da Matemática: contribuições do software GeoGebra no ensino da função do 1º grau**. 2017. Acesso em 19 de novembro, 2025.

Disponível em: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/36/>

[o-uso-da-tecnologia-no-ensino-da-matematica-contribuicoes-do-isoftwarei-geogebra-no-ensino-da-funcao](https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/36/o-uso-da-tecnologia-no-ensino-da-matematica-contribuicoes-do-isoftwarei-geogebra-no-ensino-da-funcao)

TERRA, P. **Estudo mostra que geração digital não sabe pesquisar**. 2011.

Acesso em 19 de novembro, 2025. Disponível em: [https://www.ueg.br/noticia/9297\\_estudo\\_mostra\\_que\\_geracao\\_digital\\_nao\\_sabe\\_pesquisar](https://www.ueg.br/noticia/9297_estudo_mostra_que_geracao_digital_nao_sabe_pesquisar)).

TERRA, P. **7 em cada 10 alunos da formação de profes-**

**res em exatas desiste do curso**. 2023. Acesso em 21 de março,

2025. Disponível em: <https://www.terra.com.br/noticias/educacao/7-em-cada-10-alunos-da-formacao-de-professores-em-exatas-desiste-do-curso,b2415f2d44f09deb9e1674c98e136a98schx9kmd.html>).

UBIRATAN, S. C. et al. **O ensino de Matemática no século XXI: desafios e tecnologias emergentes**. 2025.

UOL. **Abaixo da média, Brasil fica entre os piores em ranking global de matemática**.

2023. Acesso em 12 de março, 2025. Disponível em: <https://educacao.uol.com.br/noticias/2023/12/05/pisa-2022-alunos-brasil-desempenho-matematica.htm>).

VIEIRA, R. S. O papel das tecnologias da informação e comunicação na educação a distância: um estudo sobre a percepção do professor/tutor. **Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância**, v. 10, 2011.

**8 ANEXO**

Declaro que ferramentas de Inteligência Artificial generativa foram utilizadas de forma auxiliar para apoio na revisão linguística e organização textual deste trabalho. A responsabilidade pelo conteúdo, interpretação dos dados e conclusões apresentadas é integralmente do autor.



**UFVJM**