



Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Tecnologia e Ciência
Instituto de Matemática e Estatística


Eric Souza da Silva

**Uma Sequência Didática para o Ensino de Razão e Proporção:
Explorando um Problema Ambiental em Casimiro de Abreu**

Rio de Janeiro
2025

Eric Souza da Silva

Uma Sequência Didática para o Ensino de Razão e Proporção: Explorando um Problema Ambiental em Casimiro de Abreu



Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Augusto Cesar de Castro Barbosa
Coorientadora: Prof. Dra. Cláudia Ferreira R. Concordido

Rio de Janeiro
2025

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

S586 Silva, Eric Souza da
Uma sequência didática para o ensino de razão e proporção:
explorando um problema ambiental em Casimiro de Abreu/Eric Souza da
Silva. – 2025.
107 f.: il.

Orientador: Augusto Cesar de Castro Barbosa
Coorientadora: Cláudia Ferreira Reis Concordido
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional -
PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de
Matemática e Estatística.

1. Razão e proporção - Teses. 2. Matemática – Estudo e ensino -
Teses. I. Barbosa, Augusto Cesar de Castro. II. Concordido, Cláudia
Ferreira Reis. III. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Instituto de
Matemática e Estatística. IV. Título.

CDU 511.137

Patricia Bello Meijinhos CRB7/5217 - Bibliotecária responsável pela elaboração da ficha catalográfica

Autorizo, apenas para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial
desta dissertação, desde que citada a fonte

Assinatura

Data


Eric Souza da Silva

Uma Sequência Didática para o Ensino de Razão e Proporção: Explorando um Problema Ambiental em Casimiro de Abreu


Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada Em 05 De Dezembro De 2025.


Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
 **AUGUSTO CESAR DE CASTRO BARBOSA**
Data: 08/12/2025 09:36:09-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


Prof. Dr. Augusto Cesar de Castro Barbosa (Orientador)
Universidade do Estado do Rio de Janeiro – IME/UERJ

Documento assinado digitalmente
 **CLAUDIA FERREIRA REIS CONCORDIDO**
Data: 08/12/2025 11:18:43-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


Profa. Dra. Cláudia Ferreira Reis Concordido (Coorientadora)
Universidade do Estado do Rio de Janeiro – IME/UERJ

Documento assinado digitalmente
 **DANIELLE GONCALVES TEIXEIRA**
Data: 08/12/2025 10:33:20-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Danielle Gonçalves Teixeira
Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais – IBMEC – RJ
Fundação Getulio Vargas – FGV

Documento assinado digitalmente
 **GLADSON OCTAVIANO ANTUNES**
Data: 08/12/2025 17:59:51-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Gladson Octaviano Antunes
Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO

Documento assinado digitalmente
 **ROSA MARIA GARCIA MARQUEZ**
Data: 08/12/2025 19:56:12-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dra. Rosa María García Marques
Universidade do Estado do Rio de Janeiro – FFP/UERJ

Rio de Janeiro

2025

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe, Ana Cristina de Souza Barboza, que, em vida, deu-me motivação para escrever qualquer trabalho acadêmico, inclusive este. Também ao meu pai, José Gonçalves da Silva, que, em momentos difíceis, sempre me apoiou a permanecer no PROFMAT/UERJ.

AGRADECIMENTOS

Agradeço profundamente à minha esposa, Lohane Cristina de Castro Dantas, por seu apoio incondicional em todos os momentos da minha trajetória no PROFMAT. Sua compreensão diante das noites de estudo e dos finais de semana dedicados ao mestrado foi essencial para que eu pudesse alcançar este objetivo. Sua paciência, incentivo e amor foram pilares que sustentaram minha caminhada acadêmica.

Agradeço à minha família pelo amor, carinho e ensinamentos, principalmente à Erika Souza da Silva, minha irmã querida e favorita.

Agradeço aos meus orientadores, Augusto Cesar de Castro Barbosa e Cláudia Ferreira R. Concordido, pela constante disponibilidade e paciência ao esclarecer minhas dúvidas, bem como pelas correções atentas às minhas inúmeras distrações ao longo do trabalho.

Agradeço também a todos os docentes do PROFMAT/UERJ que se dedicaram plenamente para que pudéssemos compreender o conteúdo programático. Em especial, expresso minha gratidão à Sueli Cunha, Gabriela Barbosa, Jeanne Barros, Patrícia Nunes e ao coordenador Fernando Carneiro, pela valiosa contribuição ao lecionarem as cinco disciplinas essenciais para minha aprovação no Exame de Qualificação Nacional.

Agradeço à minha turma de 2023 e, em especial, à Barbara Santana, que, ao longo deste período, formou comigo uma valiosa parceria de estudos, aproveitando os horários vagos que tínhamos, inclusive aos finais de semana.

RESUMO

SILVA, Eric Souza da. *Uma Sequência Didática para o Ensino de Razão e Proporção: Explorando um Problema Ambiental em Casimiro de Abreu*. 2025. 105 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2025.

Este trabalho visa desenvolver uma sequência didática que possibilite aos alunos adquirir conhecimentos em Matemática Elementar, utilizando como contexto um problema ambiental. A investigação parte da questão central: como a Educação Ambiental pode contribuir para o aprendizado em Matemática no município de Casimiro de Abreu? Teoricamente, a pesquisa se ampara no Ensino Colaborativo (EC) e na Educação Matemática, com base em Barbosa e Concordido (2009), Torres, Alcantara e Irala (2004) e Bruffee (1984), e na Educação Ambiental referenciada por Holmer (2020). Metodologicamente, foi elaborada uma Sequência Didática (SD), fundamentada em Zabala (1998), para explorar o potencial do Ensino Colaborativo frente a um problema ambiental local – o lixo, identificado pelos discentes. A SD foi aplicada em turmas de 8º ano do Ensino Fundamental, abordando o conteúdo de razão e proporção. Os resultados iniciais indicam que o Ensino Colaborativo apresenta efeitos significativos, facilitando a análise da compreensão do grupo e permitindo o ajuste eficiente de erros. Conclui-se preliminarmente que a abordagem colaborativa, integrada à temática ambiental, é promissora para o ensino de matemática.

Palavras-chave: esquema colaborativo; ensino de matemática; educação ambiental.

ABSTRACT

SILVA, Eric Souza da. A Didactic Sequence for Teaching Ratio and Proportion: *Exploring an Environmental Problem in Casimiro de Abreu*. 2025. 105 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2025.

This study aims to develop a didactic sequence that enables students to acquire knowledge in Elementary Mathematics by using an environmental problem as context. The investigation is guided by the central question: How can Environmental Education contribute to learning in Mathematics in the municipality of Casimiro de Abreu? Theoretically, the research is grounded in Collaborative Teaching (CT) and Mathematics Education, based on Barbosa and Concordido (2009), Torres, Alcantara, and Irala (2004), and Bruffee (1984), as well as in Environmental Education as referenced by Holmer (2020). Methodologically, a Didactic Sequence (DS) was developed, based on Zabala (1998), to explore the potential of Collaborative Teaching in addressing a local environmental issue—waste—identified by the students themselves. The DS was implemented in 8th-grade classes of elementary school, addressing the topic of ratio and proportion. Initial results indicate that Collaborative Teaching has significant effects, facilitating the analysis of group understanding and allowing for efficient correction of errors. It is preliminarily concluded that the collaborative approach, integrated with the environmental theme, shows promise for mathematics teaching.

Keywords: collaborative scheme; mathematics teaching; environmental education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Euclides.....	56
Figura 2- Teeteto.....	57
Figura 3- Hipócrates de Quios.....	58
Figura 4- Eudoxo de Cnido.....	59
Figura 5 – Questão 1 da Atividade 1 do Grupo 4.....	70
Figura 6 – Questão 2 da Atividade 1 do Grupo 4.....	71
Figura 7 – Questão 3 da atividade 1 do Grupo 4.....	71
Figura 8 – Questão 1 da Atividade 2 do Grupo 1.....	73
Figura 9 – Questão 1 da Atividade 2 do Grupo 3.....	73
Figura 10 – Questão 1 da Atividade 2 do Grupo 1.....	74
Figura 11 – Questão 2 da Atividade 2 do Grupo 2.....	74
Figura 12 – Questão 3 da Atividade 2 do Grupo 2.....	75
Figura 13 – Questão 4 da Atividade 2 do Grupo 2.....	75
Figura 14 – Questão 1 da Atividade 3 do Grupo 1.....	76
Figura 15 – Questão 1 da Atividade 3 do Grupo 5.....	76
Figura 16 – Questão 2 da Atividade 3 do Grupo 4.....	77
Figura 17 – Questão 2 da Atividade 3 do Grupo 1.....	77
Figura 18 – Questão 2 da Atividade 3 do Grupo 2.....	78
Figura 19 – Questão 3 da Atividade 3 do Grupo 5.....	78
Figura 20 – Questão 1 da Atividade 4 do Grupo 1.....	79
Figura 21 – Cartaz do Grupo 1.....	101
Figura 22 - Cartaz do Grupo 2.....	102
Figura 23 - Cartaz do Grupo 3.....	102
Figura 24 - Cartaz do Grupo 4.....	103
Figura 25 - Cartaz do Grupo 5.....	104

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Dissertações sobre Educação Ambiental e Educação Matemática.....	43
Quadro 2 - Preço do Cabo de Acordo com a Medida de Seu Comprimento.....	61
Quadro 3 - Valor Pago por Pessoa na Excursão.....	62
Quadro 4 - Frequência dos Alunos – Turma A.....	68
Quadro 5 - População de Casimiro de Abreu.....	93
Quadro 6 - Dados Sobre Resíduos Sólidos de Casimiro de Abreu.....	93
Quadro 7 - Dados Sobre Esgoto em Casimiro de Abreu.....	93

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	Aprendizagem Colaborativa
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNUMA	Conferência das Nações Unidas sobre Meio Ambiente e Desenvolvimento
DCNEA	Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental
EA	Educação Ambiental
EC	Esquemas Colaborativos
GEEM	Grupos de Estudos em Educação Matemática
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MMM	Movimento da Matemática Moderna
ONU	Organização das Nações Unidas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNEA	Política Nacional de Educação Ambiental
RPPN	Reservas Particulares do Patrimônio Natural
SD	Sequência Didática
TCTs	Temas Contemporâneos Transversais

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	13
1	EDUCAÇÃO AMBIENTAL E O ENSINO DA MATEMÁTICA	16
1.1	Breve Histórico do Ensino de Matemática no Brasil	16
1.1.1	<u>A Reforma Francisco Campos</u>	17
1.1.2	<u>A Reforma Capanema</u>	19
1.1.3	<u>A Reforma Curricular de 1951</u>	22
1.1.4	<u>O Movimento da Matemática Moderna</u>	23
1.1.5	<u>O período da redemocratização e o século XXI</u>	28
1.2	História da Educação Ambiental	29
1.3	O Ensino da Matemática e Educação Ambiental no Brasil	40
2	ENSINO COLABORATIVO	49
2.1	Breve Histórico	49
2.2	O que é o Ensino Colaborativo ?	51
2.3	Metodologia para o Ensino Colaborativo	53
3	RAZÃO E PROPORÇÃO	55
3.1	Breve Histórico	55
3.1	O Ensino Contemporâneo de Razão e Proporção	57
3.2.1	<u>Razão</u>	58
3.2.2	<u>Proporção</u>	59
3.2.3	<u>Escala</u>	59
3.2.4	<u>Divisão em Partes</u>	59
3.2.4.1	Diretamente Proporcionais.....	60
3.2.4.2	Inversamente Proporcionais.....	60
3.2.5	<u>Proporcionalidade na Circunferência: o Número Pi</u>	61
3.2.6	<u>Razão Entre as Medidas de Comprimento de Segmentos de Reta e Segmentos de Reta Proporcionais</u>	62
3.2.7	<u>A Dívida Proporção e o Número de Ouro</u>	62
4	ASPECTOS METODOLÓGICOS	63
5	RESULTADOS	66
	CONCLUSÕES	78
	REFERÊNCIAS	81

APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	87
APÊNDICE B – ELABORAÇÃO DOS CARTAZES.....	98
APÊNDICE C – AVALIAÇÃO.....	103
APÊNDICE D – RESPOSTAS ESPERADAS NA AVALIAÇÃO.....	104

INTRODUÇÃO

Em agosto de 2022, fui convocado pelo município de Casimiro de Abreu para assumir o cargo de Professor C – Matemática. A partir desse momento, tornou-se perceptível a preservação da fauna e flora ao redor da cidade, fato que pode ser atribuído ao trabalho eficaz realizado pela Secretaria de Meio Ambiente, envolvendo, inclusive, a participação de jovens locais. No entanto, é possível observar o incomodo causado pelos resíduos sólidos no município, principalmente no Canal de Medeiros¹, através da reportagem Record Interior RJ² e, também há uma projeção de uma construção de um “Parque Industrial”, com, até então, 18 indústrias confirmadas.

Casimiro de Abreu, localizada no interior do estado do Rio de Janeiro, faz fronteira com os municípios de Silva Jardim, Macaé, Rio das Ostras e Cabo Frio, além de ser cortado por duas importantes vias: a BR-101 e a RJ-140. O município destaca-se pela presença de seis Reservas Particulares do Patrimônio Natural (RPPN), o que contribui significativamente para a preservação da Mata Atlântica e tais alterações na natureza impactam esse bem-estar ambiental.

Além disso, sabe-se que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece a Educação Ambiental (EA) como um componente fundamental, que deve ser integrado em todos os níveis e modalidades de ensino, atribuindo às escolas um papel central na conscientização da população sobre a importância do desenvolvimento sustentável e da preservação do meio ambiente. Nesse sentido, a Educação Matemática pode ser um recurso pedagógico valioso, possibilitando a análise quantitativa dos impactos ambientais, o entendimento de dados sobre resíduos sólidos (Brasil, 2018).

Diante desse contexto, surge o seguinte questionamento: como a Educação Ambiental pode contribuir para o aprendizado em Matemática no município de Casimiro de Abreu?

¹O Canal de Medeiros é um corpo hídrico de mais de 4 km que atravessa os municípios de Rio das Ostras e Casimiro de Abreu, no Rio de Janeiro, desaguando no Rio São João.

²Link da reportagem: <https://www.youtube.com/watch?v=p98Hy6v45BQ>.

Acredita-se que, por meio do Ensino Colaborativo, a Educação Matemática, aliada à Educação Ambiental, pode favorecer uma visão crítica sobre os problemas ambientais locais, contribuindo para a formação de cidadãos mais conscientes em relação à preservação do meio ambiente.

A pesquisa é justificada pela urgência em compreender e enfrentar as crises ambientais no município de Casimiro de Abreu somado com o aprendizado em Matemática, desempenhando um papel de transformação social na formação de cidadãos emancipadores.

O Ensino Colaborativo, segundo Barbosa e Concordido (2009), é um conjunto de práticas pedagógicas baseadas na interação entre alunos e na construção conjunta do conhecimento. Ele rompe com a abordagem centrada no professor, fortalece habilidades sociais, incentiva o trabalho em equipe e torna o aprendizado mais motivador, reduzindo a ênfase na memorização. Dada a complexidade e urgência dos problemas ambientais, como por exemplo a poluição do Canal de Medeiros por excesso de resíduos sólidos, é importante que os alunos desenvolvam uma visão crítica. A Educação Ambiental, aliada à Matemática, pode se tornar um caminho interessante para ajudar os estudantes a questionarem as relações de exploração da natureza e socializarem esse conhecimento.

Dessa forma, a pesquisa não só contribui para a construção de um conhecimento matemático aplicado à realidade dos alunos, como também promove a conscientização ambiental, favorecendo a formação de cidadãos capazes de agir de forma crítica frente aos desafios ambientais que afetam diretamente o município.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma sequência didática, que forneça ao aluno a possibilidade de obter conhecimentos em tópicos de Matemática Elementar, tendo como pano de fundo um problema relacionado ao meio ambiente.

Para atingir esse fim, busca-se compreender os fundamentos teóricos da Educação Ambiental e sua relação com o ensino de Matemática, bem como, analisar pesquisas acadêmicas sobre a efetividade entre Educação Ambiental e ensino de Matemática. Também, explorar o Ensino Colaborativo como estratégia didática para contextualizar problemas ambientais locais e fortalecer a aprendizagem matemática. Ainda, analisar livros didáticos para compreender como é ensinada a temática Razão e Proporção nos dias atuais. E, por fim, desenvolver e

aplicar uma sequência didática que integre conceitos de Educação Ambiental ao ensino de Matemática, avaliando seus impactos no aprendizado dos alunos.

Para tanto, a pesquisa foi estruturada em cinco capítulos. No Capítulo I, são apresentados os fundamentos históricos e teóricos da Educação Ambiental, bem como um panorama das pesquisas atuais que exploram a relação entre Educação Ambiental e o ensino de Matemática. No Capítulo II, é discutido o conceito de esquema colaborativo. No Capítulo III, são apresentados os conceitos, definições e propriedades de razão e proporção. No Capítulo IV, apresenta-se a sequência didática que foi trabalhada com os estudantes, por fim, no Capítulo V são apresentados os resultados da pesquisa. Em seguida serão apresentadas as considerações finais, visando responder a questão norteadora do trabalho.

1 EDUCAÇÃO AMBIENTAL E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Neste capítulo, será apresentada uma breve história da Educação Matemática, com o objetivo de situar historicamente o leitor em relação ao Ensino Fundamental, anos finais, que constitui o objeto central desta pesquisa. Também será abordada a trajetória da Educação Ambiental, visando compreender esse tema transversal em sua essência. Para isso, a investigação contempla tanto fontes primárias, como documentos de conferências, políticas públicas e tratados, quanto fontes secundárias, que consistem em interpretações e análises posteriores, como, por exemplo, o livro de Holmer (2020). Além disso, discutiremos de que forma a Matemática tem incorporado a Educação Ambiental como tema transversal contemporâneo, com base em pesquisas da área elaboradas depois da implementação da BNCC (Brasil, 2018).

1.1 Breve Histórico do Ensino de Matemática no Brasil

Durante o período de 1730 a 1930 os estados faziam reformas isoladas no currículo de Matemática no Brasil e, com isso, havia necessidade de uma proposta nacional para a Educação. A primeira reforma foi iniciada a partir dos anos de 1930, com a chamada Reforma de Francisco Campos. Contudo, existiram outras importantes reformas, como a Reforma Capanema, a Reforma Curricular de 1951 e o Movimento da Matemática Moderna. É possível observar que há permanências dessas reformas no ensino da Matemática nas escolas nos dias de hoje, que foram estabelecidos pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996, Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e pela Base Nacional Comum Curricular.

Consideram-se, a partir dos estudos de Valente (2011), duas disciplinas de Matemática no século XX. Uma referente ao ensino ginásial e outra ao curso colegial. Isso porque existe uma tendência de apontar que o curso colegial é a continuação do ensino ginásial, mas não foi o que aconteceu. O ensino ginásial ficou

responsável por ensinar o básico da Matemática, enquanto o curso colegial tinha como fim direcionar o ensino de Matemática a uma base do ensino superior. Com isso, manifestam-se, em uma única disciplina, dois objetivos diferentes que podemos concluir quase como duas disciplinas diferentes.

1.1.1 A Reforma Francisco Campos

A escolha de Francisco Campos para ministro da Educação e Saúde Pública de Getúlio Vargas aconteceu em uma conjuntura política demasiadamente influenciada pela Revolução de 1930. Vargas recebeu apoio dos estados do Rio Grande do Sul e de Minas Gerais para se tornar Presidente do Brasil. Por conseguinte, criou dois ministérios: “Educação e Saúde Pública” e “Trabalho, Indústria e Comércio”, onde o primeiro foi assumido pelo mineiro Francisco Campos e o segundo por Lindolfo Collor, um gaúcho (Soares; Dassie; Rocha, 2004).

Segundo os referidos autores Soares, Dassie e Rocha (2004):

É óbvio que Getúlio Vargas não escolheu Francisco Campos para o cargo de ministro da Educação e Saúde somente por sua naturalidade, mas, principalmente, por sua atuação como secretário do Interior do governo de Antônio Carlos, em Minas Gerais. A sua secretaria possuía como uma de suas atribuições resolver os assuntos referentes ao setor educacional. Francisco Campos, então, com a colaboração de Mário Casasanta, inspetor-geral da Instrução em Minas Gerais, foi protagonista de uma importante reforma no sistema de educação mineiro, baseada nos “ideais escolanovistas”, que abrangeu o ensino primário e o normal (ibidem, p.8).

A mudança mais significativa para a História da Educação Matemática nessa reforma foi a fusão de aritmética, álgebra e geometria em uma única disciplina chamada Matemática, segundo o Decreto nº 19890, de 18 de abril de 1931.

Nesta reforma o ensino secundário teria duração de sete anos, divididos em dois ciclos, cinco anos de ensino fundamental e dois de curso complementar. No curso complementar, de caráter preparatório, havia os cursos pré-jurídicos, pré-médicos e pré-politécnicos que funcionavam paralelamente, sendo obrigatórias para aqueles que gostariam de entrar nos institutos de ensino superior. Vale ressaltar que

a escolha era direcionada baseada no tipo de curso que o estudante desejava ingressar.

A respeito do programa e das instituições pedagógicas de Matemática da reforma de Francisco Campos³, o professor Euclides Roxo propôs ideias alinhadas com as propostas internacionais de Félix Klein⁴.

Acerca dessas propostas, Roxo já trabalhava na escola em que era diretor, o Colégio Pedro II, pois em 1929, o colégio era adepto às ideias renovadoras para o ensino de matemática, tendo como protagonista, o professor Euclides. Tal influência é concretizada no Decreto nº 19890, de 18 de abril de 1931 no Art. 1º do Capítulo I: “O ensino secundário oficialmente, reconhecido, será ministrado no Colégio Pedro II e em estabelecimentos sob regime de inspeção oficial”. Contudo, as ideias de Roxo não foram aceitas por todos:

Nesse contexto, Euclides Roxo, então diretor do Colégio Pedro II, aproveitando-se da importância de seu cargo, conseguiu estender a todo o país as inovações que vinha implantando progressivamente no referido educandário, bem como defendendo-as por meio de artigos publicados na imprensa. Tais ideias inovadoras no ensino da matemática foram alvo de algumas críticas, principalmente por parte do catedrático Joaquim de Almeida Lisboa, que as entendia como uma queda no nível do ensino dessa disciplina que, segundo ele, se já não era bom, com a aplicação dessas novas orientações deixaria de existir (Soares; Dassie; Rocha, 2004, p.8).

As ideias do professor e diretor Euclides Roxo estavam em harmonia com o pensamento de tomar álgebra, aritmética e geometria em uma única disciplina:

As ideias de Euclides Roxo diziam respeito basicamente à fusão dos diferentes ramos da matemática, interligando-os em uma única disciplina à reestruturação de todo o currículo em torno do conceito de função e à introdução de noções de cálculo diferencial e integral para todos os alunos do secundário. Na verdade, ele estava muito bem informado de todas as discussões sobre o ensino da matemática que ocorriam, em maior ou menor grau, em vários países importantes do mundo. Além disso, estava a par de todas as atividades desenvolvidas pelo Imuk, criado em abril de 1908 no Quarto Congresso Internacional de Matemática, visando reunir esforços para a renovação do ensino da matemática. As principais influências sofridas pelo professor Euclides Roxo originaram-se de Felix Klein, com relação às ideias por ele defendidas, e de Ernst Breslich, na elaboração dos compêndios de acordo com as novas diretrizes (Soares; Dassie; Rocha, 2004, p.8).

³ Maciel (2018) mostra os quadros dos assuntos trabalhados em cada ano e uma análise crítica ao programa.

⁴ “Felix Christian Klein nasceu na Alemanha no ano de 1849. Em seu ingresso na Universidade de Bonn em 1865 Klein decide concentrar seus estudos em duas áreas: Matemática e Física. Em 1868 ele obtém o título de doutor ao concluir sua tese relacionada ao campo da Geometria” (Silva; Pietropaolo, 2014, p.305)

Além da crítica de Joaquim de Almeida Lisboa⁵, outros professores e instituições relacionadas ao ensino da Matemática também fizeram considerações à reforma, são eles: Padre Arlindo Vieira⁶, os professores militares⁷ e Paulo Vianna⁸.

Dassie (2001) afirma que as considerações de Arlindo Vieira eram diretamente centradas nos programas de ensino de Matemática. Para ele, os professores deveriam ensinar os clássicos da disciplina e, em comparação com outros países⁹, modificar os programas de uma determinada série por assunto ensinado. Isso porque, pelo que constavam, alguns assuntos estavam demasiadamente adiantados para o ano escolar. Vale considerar que, para Vieira, a finalidade do ensino secundário era a formação das elites.

O Exército, junto aos seus professores, desqualificou a fusão da Matemática porque acreditavam que se deveria ensinar de acordo com a ordem: Aritmética, Álgebra e Geometria. Além disso, para os professores do Exército, a comparação com os outros países não era de acordo com a realidade do Brasil (Dassie, 2001).

O professor Paulo Vianna defendia a geometria em seu caráter intuitivo, sendo ministrada nos primeiros anos, faz-se uma referência ao escolanovismo. Também, era contra o grau de abstração que estudantes do quinto ano tinham na disciplina de aritmética, mas defendia tal ensino no curso complementar pré-politécnico. Em suma, o Vianna era favorável às reformas nos conteúdos programáticos, mas com essa pequena consideração, dizia o estudo de Dassie (2001).

1.1.2 A Reforma Capanema

Gustavo Capanema, nascido em Minas Gerais, bacharelou-se em direito, foi professor de Escola Normal e advogado no mesmo Estado. Além disso, em 1927,

⁵ Almeida Lisboa era professor Catedrático do Colégio Pedro II (Soares; Dassie; Rocha, 2004).

⁶ Padre Arlindo Vieira era professor do Colégio Santo Inácio (Dassie, 2001).

⁷ Os professores militares do Colégio Militar do Rio de Janeiro (Dassie, 2001).

⁸ Paulo Vianna era professor das escolas técnicas secundárias do Distrito Federal (Soares; Dassie; Rocha, 2004).

⁹ Fez comparações com os programas de Bélgica, França, Itália e Portugal.

elegeu-se vereador na cidade onde nasceu e em 1929 toma posse do governo do Estado com o cargo de chefe de gabinete do Presidente do Estado. Em 1934, Vargas o convidou para ser Ministro da Educação e Saúde Pública e permaneceu no ministério até 1945 (Dassie, 2001).

Com o objetivo de criar um Plano Nacional de Educação, Capanema criou um questionário para diferentes profissionais de várias categorias responderem as perguntas, segundo o referido autor:

o questionário apresentava um total de 213 perguntas que “inquiriram sobre todos os aspectos do ensino: princípios, finalidade, sentido, organização, administração, burocracia, conteúdo, didática, metodologia, disciplina, engenharia, tudo, enfim, que se fizesse necessário considerar para a definição, montagem e funcionamento de um sistema educacional” (2001, p. 34-35).

Depois de o ministério ter analisadas as respostas, Capanema envia um Plano Nacional de Educação ao presidente Vargas: “os 504 artigos do Plano Nacional de Educação eram dispostos em 6 partes: Normas gerais, Institutos educativos, do regime escolar, do ensino livre, dos recursos financeiros e das disposições gerais e transitórias”. Sobre o Plano:

[...] “código da educação nacional”, era definido, na primeira parte, como “um conjunto de princípios e normas adotados” que serviriam “de base à organização e funcionamento das instituições educativas, escolares e extra-escolares, mantidas no território nacional pelos poderes públicos ou por particulares [...] a educação nacional tinha “por objetivo formar o homem completo, útil à vida social, pelo preparo e aperfeiçoamento de suas faculdades morais e intelectuais e atividades físicas” e visava “ministrar conhecimentos e formar caráter, preparando a pessoa para a vida na família, na profissão e na sociedade” (Dassie, 2001, p. 40-41).

A respeito da carga horária, o referido autor diz que houve uma desproporção em relação ao estudo das línguas que contabilizava “mais da metade das horas de todo o curso” (Dassie, 2001, p.41). O mesmo Plano manteve o que foi decretado por Francisco Campos: a educação secundária continuou com dois ciclos, sendo cinco anos do curso fundamental e dois anos do curso complementar.

De acordo com Soares, Dassie e Rocha (2004) um dos problemas mais discutidos da época foi “sobre a orientação que deveria ser dada ao ensino secundário”. Para isso, foi organizado pela Associação Brasileira de Educação, uma série de conferências entre maio e agosto de 1937. Euclides Roxo era um dos conferencistas e “talvez essa tenha sido a primeira vez, após a Reforma de

Francisco Campos, em que Euclides Roxo teve a oportunidade de expor sua proposta para o ensino da matemática no ensino secundário” (Soares; Dassié; Rocha, p.10, 2004). Contudo, com o Golpe de Estado de 1937 o Plano Nacional da Educação não foi para frente, então a última reforma permaneceu.

Apesar disso, ainda houve interesse de Gustavo Capanema promover uma reforma na Educação, como apresenta Soares, Dassié e Rocha (2004), a partir de 1939:

[...] Gustavo Capanema deu início aos estudos para a elaboração de uma reforma no ensino secundário. O ministro analisou, entre outras coisas, um relatório elaborado pelo Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos sobre a educação escolar brasileira, no período de 1932 a 1936, uma proposta do Colégio Pedro II e um relatório sobre a legislação do ensino secundário, vigente em alguns países europeus. [...] Após anos de estudo e coleta de dados, Gustavo Capanema inicia a redação do decreto-lei e da exposição de motivos, que seria apresentada ao Presidente da República e, em 9 de abril de 1942, a Lei Orgânica do Ensino Secundária foi promulgada (Soares; Dassié; Rocha, p.10-11, 2004).

A Reforma Capanema continuava com a configuração de dois ciclos, contudo, foi reestruturado de tal forma que o primeiro ciclo correspondia ao curso ginásial, com duração de 4 anos e o segundo ciclo reestruturado com os cursos clássico e científico, com duração de 3 anos cada um. Além disso, houve a criação de uma comissão para a construção dos programas do ensino secundário:

O decreto-lei no 4.244, de 9 de abril de 1942, previa a criação de uma comissão para a elaboração dos programas dos dois ciclos. Ela foi criada em 27 de abril de 1942, pela portaria ministerial no 101. Euclides Roxo, entre outros, fazia parte dessa comissão. Apesar de a mesma ter sido criada nessa data, as discussões para a elaboração dos programas de matemática tiveram início antes mesmo da promulgação da Lei Orgânica do Ensino Secundário. Com efeito, em 1o de abril de 1942, o inspetor do ensino do Exército, Isauro Reguera, enviou um ofício ao ministro da Guerra, Eurico Gaspar Dutra, relatando uma reunião de professores civis. De acordo com o documento, a reunião tratou da nova lei do ensino secundário, mais especificamente, da elaboração dos programas de matemática. A reunião foi presidida por Gustavo Capanema, que declarou que Eurico Gaspar Dutra achava indispensável o desdobramento das aulas de matemática em aritmética, álgebra e geometria. Em 24 de abril de 1942, Isauro Reguera, a pedido do ministro da Guerra, em ofício agora endereçado a Gustavo Capanema, reafirma o posicionamento dos militares em relação à seriação do ensino de matemática (Soares; Dassié; Rocha, 2004, p.11).

Por fim, Euclides Roxo recuou com a sua proposta a respeito da fusão dos ramos da matemática. Como citado antes, na Reforma Francisco Campos, os militares eram contra a tal união em uma única disciplina, segundo os autores

Soares, Dassie e Rocha (2004), podemos observar este recuo no ensino ginásial a partir de

[...] 20 de maio de 1942, pois os conceitos aritmético, algébrico e geométrico foram destacados, dando a entender que, na realidade, não ocorreria o ensino simultâneo dos diversos ramos da matemática, mas sim, que seria ministrada mais de uma disciplina por série: aritmética, álgebra e geometria (Soares; Dassie; Rocha, p. 11, 2004).

1.1.3 A Reforma Curricular de 1951

Em seu Governo Democrático (1951 – 1954), Vargas escolheu Simões Filho para ser ministro de Educação e Saúde Pública. Por meio da iniciativa do ministro, no início da década de 1950, houve uma revisão dos programas de conteúdos e das orientações pedagógicas no curso ginásial e colegial (Marques, 2005).

Tal revisão se deu porque houve um aumento do número de alunos no ensino secundário, os docentes afirmavam que ficou inviável cumprir todo o programa de ensino proposto na Reforma anterior e com isso houve a criação do Programa Mínimo.

A reforma não inseriu conteúdos novos, apenas especificou quais eram os assuntos indispensáveis que deveriam ser ensinados em cada ciclo do secundário: “o programa mínimo é uma referência oficial e cada estado terá a autonomia de elaborar seus próprios planos, porém, sem a obrigação de fazê-lo” (Marques, 2005, p.55).

Além de atender as questões dos docentes, o referido autor, em seu estudo, afirma que os Programas Mínimos teriam “[...] como finalidade dar ao currículo maior flexibilidade, uma vez que o Brasil dos anos 1950, já apresenta uma maior diversidade da população escolar em relação aos anos 1930” (Marques, 2005, p.52).

Vale ressaltar que nas reformas anteriores, a disciplina de Matemática possuía três horas semanais. A partir da Portaria de 1951, a carga horária mínima para a disciplina de Matemática era de, no mínimo, três horas semanais, deixando o estabelecimento de ensino aumentar, se necessário.

A respeito das Instruções Metodológicas para o ensino de Matemática, destacam-se no estudo do referido autor (2005) os seguintes aspectos:

As Instruções Metodológicas da Portaria de 1951 enfatizam a idéia de que o rigor não deveria ser exagerado e que o apelo à instituição jamais seria desprezado. [...] Outro ponto de relevo nessas Instruções Metodológicas é a indicação de que o aluno não poderá ser um mero receptor passivo de conhecimentos, e que deve haver uma solicitação constante do aluno (Marques, 2005, p.62).

Acerca da avaliação dos Programas Mínimos, Marques (2005) analisou o I Congresso Nacional de Ensino de Matemática que foi apoiado pela Fundação Nacional para o Desenvolvimento da Ciência e do Serviço, realizado na Bahia, em setembro de 1955.

O congresso objetivava discutir os programas, livros didáticos, e as “tendências modernas do ensino”. Soares afirma que “várias teses ressalvam quais deveriam ser os verdadeiros objetivos das escolas secundárias e do Ensino da Matemática, refletindo a insatisfação dos educadores com o ensino tradicional e convocando os professores a refletirem sobre sua prática docente” (Soares, 2001, p.68).

Por parte dos docentes, não houve grandes contestações ao Programa Mínimo. Apenas consideraram algumas ressalvas como, por exemplo: aumentar a carga horária obrigatória para quatro horas semanais na disciplina de matemática e “uma preocupação em colocar a matemática em posição de destaque no cenário educativo moderno” (Marques, 2005, p.66). Vale a pena ressaltar que o termo “moderno” não se refere ao Movimento da Matemática Moderna (MMM) iniciado na década de 1960.

1.1.4 O Movimento da Matemática Moderna

No final dos anos 1950, havia uma tendência em um “movimento internacional de renovação do ensino chamado de ‘nova matemática’ ou ‘matemática moderna’” (Búrigo, 1989). A partir do ano de 1960, aqui no Brasil, o Movimento da Matemática Moderna (MMM) teve grande ascensão, principalmente a partir das suas

características que diziam respeito ao rigor e estruturalismo na linguagem matemática baseada na teoria dos conjuntos para o ensino e aprendizagem.

Visto que a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)¹⁰ teve a sua aprovação tardiamente e o cenário mundial¹¹ estava modificando seus currículos de Matemática, o Brasil fez parte desse movimento a partir do MMM, segundo Soares:

[...] quando enfim, a LDB entra em vigor, já está ultrapassada. Depois de mais de 10 anos no congresso [...]. A estrutura tradicional do ensino estipulada pela Reforma de Capanema de 1942 foi mantida. Esta estrutura estava organizada em quatro níveis: 1. o ensino pré-primário; 2. o ensino primário, de 4 anos; 3. o ensino médio subdividido em dois ciclos: o ginásial de 4 e o colegial de 3 anos, ambos por sua vez compreendendo o ensino secundário e o ensino técnico; 4. o ensino superior (Soares, 2001, p.19).

Concordamos com a referida autora sobre o MMM no Brasil ter um reconhecimento nacional na época, o estudo de Soares, Dassie e Rocha salienta que

Dentre todas as reformas do ensino de matemática levadas a cabo no Brasil, pode-se dizer com certeza que o Movimento da Matemática Moderna foi a que se tornou mais conhecida. Ao contrário das Reformas Campos e Capanema, a Matemática Moderna não foi implantada por nenhum decreto, o que não impediu que ela fosse amplamente divulgada e adotada em todo território nacional (Soares; Dassie; Rocha, 2004, p.11).

Além desses fatores, outro que gostaríamos de salientar é a organização docente a partir de grupos de estudos e pelas Conferências Nacionais de Ensino de Matemática que tiveram bastante influência para os estudos do MMM no Brasil.

O II Congresso Nacional de Ensino de Matemática, realizado em Porto Alegre, no ano de 1957, mesmo ano da Conferência de Royaumont, teve o objetivo de discutir questões ligadas ao ensino de Matemática à psicologia e apresentar palestras:

referentes ao ensino primário e à formação de professores[...]. O tema Matemática Moderna foi abordado, ainda que discretamente, nas teses de Ubiratan D'Ambrósio e de Osvaldo Sangiorgi, de São Paulo; de Jorge Emmanuel Ferreira, representante do Colégio Militar do Rio de Janeiro e de Martha Maria de Sousa Dantas, da Bahia (Soares, 2001, p. 71-72).

¹⁰ Consta na LDB de 1961 a “descentralização e criação dos Sistemas Estaduais, abre-se caminho para os debates sobre o currículo escolar, em nível dos estados brasileiros” (Valente, 2008, p.599).

¹¹ Um dos motivos da mudança dos currículos de Matemática no cenário mundial se dá porque a URSS em 1957 teve o lançamento do seu primeiro foguete Sputnik 1. Com isso, os países imperialistas tentaram modernizar o ensino de Matemática, tendência iniciada na Conferência de Royaumont. (Soares, 2001).

Após dois anos, em 1959, ocorreu o III Congresso Nacional de Ensino de Matemática no Rio de Janeiro. O objetivo do congresso era, segundo a referida autora “estudar os problemas relativos ao ensino secundário e também do ensino primário, comercial, industrial e normal, além de problemas de ordem geral relativos ao ensino de matemática” (Soares, 2001, p.74).

Em relação ao MMM, neste congresso, falou-se sobre uma proposta aprovada da professora Martha Maria de Souza Dantas para que

[...] fosse solicitado aos Departamentos de Matemática das Faculdades de Filosofia de todo o país a criação de cursos de preparação à Matemática Moderna, tais como Teoria dos Números, Lógica Matemática, Teoria dos Conjuntos e Álgebra Moderna, para os professores do Ensino Médio (Soares, 2001, p.75).

Além da proposta aprovada da professora Martha Maria, Osvaldo Sangiorgi¹² havia solicitado aos docentes presentes no III Congresso para que realizassem experiências no Curso Secundário a respeito da Matemática Moderna e que levassem o resultado no IV Congresso (Valente, 2008). O mesmo professor possui um destaque para o MMM no Brasil:

[...] em 1960, ano seguinte à realização do III Congresso, alguns fatores contribuíram para que fosse acelerado o processo de mudança, com vistas a uma matemática moderna no ensino secundário brasileiro. Toma a dianteira das propostas de modernização, o professor Osvaldo Sangiorgi (Valente, 2008, p. 596).

Entendemos que essa tomada de dianteira a que Valente se refere diz respeito à publicação de Osvaldo Sangiorgi, em 1960 na revista *Atualidades Pedagógicas*, que mostra as experiências do curso realizado pelo Departamento de Matemática da Universidade de Kansas/EUA. Neste artigo, Sangiorgi relata que existiam diversos grupos de pesquisadores pensando em um desenvolvimento do currículo de Matemática, além disso, elogiou a iniciativa norte-americana a respeito do curso de verão. Outro detalhe significativo neste texto foi a comparação que Osvaldo Sangiorgi (1960) fez acerca dos Cursos de Verão (ou Inverno) como iniciativa para um melhor ensino de Matemática:

Não devemos esquecer que os problemas pertinentes ao ensino da matemática são, praticamente, os mesmos quer aqui no Brasil, quer no EUA, como também na França, Rússia, Itália, Inglaterra, Alemanha... (basta

¹² Osvaldo Sangiorgi foi professor de Matemática e o principal autor dos livros didáticos no período do Movimento da Matemática Moderna e um dos fundadores do GEEM (Valente, 2008).

consultar os boletins que registram as atividades educacionais desses países para verificar os inúmeros grupos de estudos criados e constituídos por ilustres personalidades, não só professores militantes de Matemática, como também psicólogos e pedagogos de renome). Procura-se, na verdade, destacar 'o que se deve ensinar' (novos programas) e 'como ensinar' (novos métodos) a Matemática aos jovens de hoje, a fim de proporcionar-lhes meios de adquirirem 'melhores hábitos de pensar'. O emprego dos recursos que a didática moderna possui (método heurístico, uso de filmes apropriados, da televisão, de livros didáticos bem organizados, de laboratórios experimentais bem dosados, etc...) constitui metas a serem vencidas pelo Cursos de Férias (Sangiorgi, p. 12, 1960).

No ano seguinte, em 1961, Sangiorgi realizou um curso de aperfeiçoamento para professores com parceria entre a *National Science Foundation*, a Secretaria de Educação e o Instituto Mackenzie, local onde foi realizado o curso (Búrigo, 1989). Posteriormente ao curso, foi criado o Grupo de Estudo do Ensino de Matemática (GEEM)¹³:

O curso foi realizado nos meses de agosto e setembro de 1961. Em 31 de outubro foi fundado o GEEM, uma proposta inspirada na existência do SMSG americano (School Mathematics Study Group). O GEEM tinha como membros tanto professores do ensino elementar e secundário como professores das universidades de São Paulo. O presidente, como era natural, era o professor Sangiorgi (Búrigo, 1989, p. 105-106).

Em 1962, foi realizado o IV Congresso Nacional de Ensino de Matemática. Analisando os três primeiros Congressos, constatou-se que o MMM teve pouca representatividade, já a partir do quarto, houve um comportamento diferente, tem-se que

[...] o primeiro Congresso significativo para o Movimento da Matemática Moderna no Brasil foi o ocorrido em Belém, no estado do Pará, em 1962. O IVº Congresso Nacional de Ensino de Matemática tratou pela primeira vez de forma mais objetiva, a questão da introdução da Matemática Moderna no ensino secundário. Isto se deu em grande parte pela presença de congressistas ligados ao GEEM (Grupo de Estudos do Ensino da Matemática), recém fundado em 1961. Foram realizados por membros do GEEM sete aulas-demonstração enfocando o tratamento moderno de certos tópicos da Matemática na escola secundária, duas apresentações do desenvolvimento moderno de assuntos de matemática e três palestras relativas à introdução da Matemática Moderna na escola Secundária (Soares, 2001, p.75).

¹³ Além do GEEM, outro grupo que influenciou bastante foi o grupo Bourbaki que “[...] defendeu a sistematização das relações matemáticas, com base nas noções de estruturas algébricas, de ordem e topológicas. Também esta proposta tinha como fundamento psicológico às idéias piagetianas, que defendiam a correspondência entre as estruturas matemáticas, base de toda arquitetura bourbakista da Matemática, e as estruturas operatórias” (Lavorente, 2008, p.51)

É importante dizer que mesmo após o golpe cívico-militar do dia 1º de abril de 1964 o MMM continuou crescendo pelo Brasil, “mesmo com a destruição dos movimentos de cultura e educação popular”. Segundo a referida autora, o golpe:

[...] não deteve o crescimento do movimento da matemática moderna. Mesmo no fim da década de 60, quando experiências de inovação educacional como a do Ginásio Vocacional do Brooklin e do Colégio de Aplicação da USP - às quais o movimento estava ligado - foram interrompidas pela repressão, a matemática moderna seguiu sendo amplamente divulgada (p.146).

E, por fim, no quinto congresso, ocorrido em 1966, no Estado de São Paulo, o nome Matemática Moderna já estava como objeto de discussão, de acordo com Soares (2001, p.75):

[...] continuou com grande participação do GEEM, que se encarregou de sua organização. O temário deste Vº Congresso Nacional de Ensino de Matemática foi Matemática Moderna na escola secundária, articulações com o ensino primário e com o ensino universitário [...]. As sessões de estudo foram distribuídas em três estágios: o primeiro discutiu problemas da Teoria dos conjuntos e de Lógica Matemática aplicada ao ensino; o segundo, para os já iniciados em Matemática Moderna, tratou de tópicos de Álgebra Moderna e Espaços Vetoriais; e o terceiro, de problemas de tratamento moderno da Geometria e Lógica Matemática.

Apesar de ser dos principais assuntos discutidos nos Congressos Nacionais de Ensino da Matemática, pode-se observar que, diferente das últimas reformas, não houve ação direta com o Ministério de Educação e Cultura.

Como citado anteriormente, a divulgação para institucionalização do MMM não envolveu políticos, mas sim um trabalho que abrangeu a articulação de grupos de professores secundários e universitários, a realização e debate de experiências concretas de ensino, a publicação de textos para professores e alunos, a construção de um discurso adaptado à realidade social (Búrigo, 1989).

O MMM visava um ensino de Matemática estruturalista, utilizando a linguagem dos conjuntos. Além disso, seu objetivo seria pôr “em dia” o ensino tradicional das escolas, e acrescentar aos programas certos temas da denominada Matemática Moderna, como o estudo de conjuntos; conceitos de grupo, anel e corpo; espaços vetoriais; matrizes; álgebra de Boole; noções de cálculo diferencial e integral e estatística (Soares; Dassie; Rocha, 2004, p.12).

Vimos que no último Congresso houve cursos sobre Matemática Moderna, mas a maioria dos participantes do V Congresso eram defensores do Movimento.

Alguns pesquisadores, como Soares, Dassisti e Rocha (2004), acreditam que tudo ocorreu rapidamente e, para uma mudança estrutural no currículo, deveria ocorrer de forma lenta e organizada e, por isso, o MMM não se perpetuou até os anos presentes.

1.1.5 O período da redemocratização e o século XXI

Estruturada no período de redemocratização do país, a LDB de 1996 é um documento ainda vigente que busca organizar a Educação no país. Entretanto, foi um campo de intensas disputas hegemônicas. Segundo Brzezinski (2010, p.190):

O cenário da tramitação da LDB/1996 revelou o campo de disputa ideológica entre o público e o privado, tendo como foco a relação conflitante entre a defesa da escola pública, laica, gratuita para todos e de qualidade socialmente referenciada em todos os níveis de escolarização, e o ensino privado, administrado pelos empresários que não encontraram obstáculos da sociedade política para transformar em mercadoria o direito à educação preceituado na Constituição de 1988.

Nessa perspectiva, uma das principais alterações da LDB foi a nomenclatura das etapas de ensino e a definição da idade ideal para estar cursando cada uma delas. Nesse sentido, foram substituídos os termos "1º e 2º graus" por Educação Infantil – até 5 anos, Ensino Fundamental – até 15 anos – e Ensino Médio – até 18 anos. Além disso, houve a criação do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério, uma forma de financiar a educação com verbas próprias (Brasil, 1996).

Concomitantemente ao processo de tramitação da LDB, estavam sendo preparados os PCN, que são diretrizes que orientam o ensino no Brasil, em uma perspectiva curricular, da Educação Infantil até o Ensino Médio.

Há inúmeras críticas em relação ao PCN, uma delas são as conformidades em relação às novas exigências da ordem econômica globalizada e das políticas neoliberais, que buscavam formar cidadãos flexíveis e adaptados às demandas do mercado de trabalho. Além disso, recebeu uma novidade que seriam os temas

transversais e junto dessa novidade recebeu a crítica da baixa orientação em relação a como aplicar tais temas (Galian, 2014).

Quanto à organização do currículo, centrou-se nas disciplinas, mas sem mudanças bruscas para o Ensino Fundamental, pois nessa etapa de ensino

[...] mantém a organização por disciplinas, procurando garantir o esbatimento das fronteiras entre elas, no debate de questões da atualidade, por meio dos Temas Transversais. E também, que, como destaca o excerto anterior, vem se firmando a importância das áreas definidas nos PCN para o Ensino Médio, bem como das noções de contextualização e interdisciplinaridade, mesmo quando se trata de uma proposta para o Ensino Fundamental, em especial para o seu segundo segmento (Galian, p.660, 2014)

Portanto, compreende-se que a contextualização e a interdisciplinaridade eram destinadas apenas ao Ensino Médio, enquanto, no Ensino Fundamental, o tempo era inteiramente dedicado ao conteúdo das disciplinas. Assim, entende-se que os alunos deveriam, primeiramente, aprender os conteúdos de forma isolada, desconectada da realidade, em um processo tecnicista e mecânico, deixando para o Ensino Médio os elementos considerados mais interessantes e aplicáveis.

Entretanto, os PCN não foram capazes de normatizar os conteúdos a serem ensinados nas redes de ensino. Dessa maneira, para evitar uma desigualdade entre escolas privadas e redes municipais e estaduais, foi criado um documento de caráter normativo nomeado de Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o qual determina competências gerais e específicas para o ensino (Brasil, 2018).

A principal mudança é que a rede de ensino passa a ter como foco o desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas aos conteúdos escolares. De acordo com a BNCC, competências são entendidas como a mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. As habilidades, por sua vez, correspondem aos conhecimentos que permitem desenvolver essas competências (Brasil, 2018).

Além disso, houve uma mudança do termo “Temas Transversais” para “Temas Transversais Contemporâneos”, visando que o estudante aprenda o conteúdo em conflito com temas cotidianas e presentes em seu dia a dia. Posteriormente fala-se mais sobre essa temática.

1.2 História Da Educação Ambiental

Holmer (2020) comenta que a EA é discutida desde o século XX, quando o termo foi citado pela primeira vez na década de 60 na Conferência de Educação da Universidade de Keele (Inglaterra), por um pacifista. A referida autora ressalta que os problemas ambientais se tornaram evidentes após a segunda guerra mundial, porque os países capitalistas investiram na industrialização para se recomporem financeiramente e isso demandava do meio ambiente, através da deterioração do ar, da água e da terra.

Fávaro et al. (2025) salientam que as discussões sobre EA originaram-se entre a década de 1960 e 1970 com as mobilizações de ambientalistas devido aos problemas ambientais causados pelo uso descontrolado dos recursos naturais. Segundo os referidos autores, o primeiro registro foi em Roma em 1968, a partir do debate sobre consumo e as reservas de recursos naturais não renováveis e o crescimento populacional.

Nesse sentido, o termo “Educação Ambiental” foi citado pela primeira vez na Inglaterra e a discussão acerca disso, em Roma, entre as décadas de 1960 e 1970.

A Holmer (2020) ainda afirma que a década de 1970 foi importante para a internacionalização da EA. Isso porque um grupo formado por especialistas de 30 países, que se denominavam “Clube de Roma”, elaborou um documento, em 1972, sobre a emergente crise ambiental por conta do modelo de desenvolvimento, que consistia em esgotar os recursos não renováveis do planeta. Tal fato repercutiu no mundo, o que levou a Organização das Nações Unidas (ONU) a realizar a Conferência das Nações Unidas sobre o Ambiente Humano, conhecida como Conferência de Estocolmo.

Essa foi a primeira reunião para discutir o Meio Ambiente em escala mundial, no período entre 5 e 16 de junho de 1972. Via-se a necessidade de estabelecer princípios fundamentais para a convivência harmoniosa na terra com o Meio Ambiente. O resultado dessa conferência foi uma Declaração da Conferência de Organização das Nações Unidas no Meio Ambiente (1972).

O documento introduz sete proclamações. As sete proclamações realçam a interdependência entre o ser humano e o meio ambiente, destacando a capacidade humana de transformar o mundo ao seu redor e a conseqüente necessidade de agir com responsabilidade.

As proclamações também apontam para um duplo poder da ação humana: por um lado, a capacidade de inovação e desenvolvimento; por outro, o potencial de causar danos irreversíveis à natureza. Elas alertam para os perigos da poluição, do desequilíbrio ecológico e do esgotamento de recursos naturais, por conta do “crescimento natural da população” (ONU, 1972, p.1).

Além disso, as proclamações reconhecem as distâncias entre países desenvolvidos e em desenvolvimento e a necessidade de uma abordagem global para os problemas ambientais. Defendem que a proteção ambiental não é um obstáculo ao desenvolvimento, mas sim um pré-requisito para garantir a qualidade de vida das gerações presentes e futuras.

Sendo assim, as proclamações convocam a humanidade a agir de forma consciente e responsável para proteger o planeta. Elas enfatizam a importância da cooperação internacional, da educação ambiental e da participação de todos os setores da sociedade na construção de um futuro mais sustentável.

Posteriormente, o documento expressa vinte e seis princípios e o primeiro aborda sobre o homem:

o direito fundamental à liberdade, à igualdade e ao desfrute de condições de vida adequadas em um meio ambiente de qualidade tal que lhe permita levar uma vida digna e gozar de bem-estar, tendo a solene obrigação de proteger e melhorar o meio ambiente para as gerações presentes e futuras (ONU, 1972, p.2).

Inclusive, salienta a condenação e a eliminação de qualquer ato discriminatório, como o *apartheid*, e o fim das opressões coloniais ou qualquer tipo de dominação estrangeira. O segundo princípio diz que quaisquer recursos naturais devem ser preservados em prol das gerações futuras. Destaca-se o quarto princípio que diz que os homens são os principais responsáveis pela conservação da fauna e flora das regiões.

A declaração pontua também sobre não gastar todos os recursos não renováveis do planeta terra e para pôr fim em descarte irregular de resíduos tóxicos.

Outrossim, alerta sobre o descarte irregular dessas substâncias no mar, no princípio sete:

Os Estados deverão tomar todas as medidas possíveis para impedir a poluição dos mares por substâncias que possam pôr em perigo a saúde do homem, os recursos vivos e a vida marinha, menosprezar as possibilidades de derramamento ou impedir outras utilizações legítimas do mar (ONU, 1972, p.3).

Também, destacam-se os princípios dezesseis e dezenove que abordam, respectivamente, as políticas demográficas para áreas em que há um crescimento populacional significativo, ao ponto de prejudicar o meio ambiente, e a contribuição na Educação com o enfoque no meio ambiente:

É indispensável um esforço para a educação em questões ambientais, dirigida tanto às gerações jovens como aos adultos e que preste a devida atenção ao setor da população menos privilegiado, para fundamentar as bases de uma opinião pública bem-informada, e de uma conduta dos indivíduos, das empresas e das coletividades inspirada no sentido de sua responsabilidade sobre a proteção e melhoramento do meio ambiente em toda sua dimensão humana. É igualmente essencial que os meios de comunicação de massas evitem contribuir para a deterioração do meio ambiente humano e, ao contrário, difundem informação de caráter educativo sobre a necessidade de protegê-lo e melhorá-lo, a fim de que o homem possa desenvolver-se em todos os aspectos (ONU, 1972, p.5).

Esse princípio é fundamental, porque foi a primeira vez que as temáticas Educação e Meio Ambiente encontraram-se juntas em uma reunião de caráter global. Segundo Fávaro et al. (2025, p.1), “oficializou-se para o mundo a ideia de EA devido a necessidade de uma consciência ‘esclarecida’ do indivíduo sobre sua relação com a natureza e o meio ambiente para garantir a sua preservação e conservação”.

Após três anos, a Organização das Nações Unidas para Educação, Ciência e Cultura (UNESCO) realizou o Encontro Internacional em Educação Ambiental, em Belgrado, e o resultado foi um documento chamado “Carta de Belgrado” que

[...] apresentava os princípios e as orientações gerais para um programa de educação ambiental em nível internacional, propondo a abordagem de temas na prática educativa que contemplassem a erradicação das causas da pobreza, como a fome, o analfabetismo, a poluição, a exploração e a dominação (Holmer, 2020, p.14).

Por fim, em 1977, foi realizada a Conferência Intergovernamental de Educação Ambiental, em Tbilisi (antiga União Soviética) cujo objetivo era discutir

estratégias para a incorporação da Educação Ambiental no contexto formal e não formal. Segundo o Secretário-Geral da UNESCO,:

[...] para que a educação ambiental alcance seus objetivos, não basta torná-la um complemento dos programas educativos. É necessário encarar as preocupações relativas ao meio ambiente como uma dimensão e uma função permanentes da educação escolar e extraescolar, em seu sentido mais amplo (Brasil, 1997, p.8).

Ou seja, a Educação Ambiental não é tratada como uma disciplina isolada, mas sim como um tema interdisciplinar que deve ser integrado a todas as disciplinas, destacando sua importância e relevância no contexto acadêmico e social.

Destaca-se também que a Conferência entendia que a Educação não resolveria todos os problemas ambientais, mas tinha o objetivo de sensibilizar todas as camadas da sociedade, promover atitudes responsáveis para a conservação ambiental e, como abordado anteriormente, integrar a Educação Ambiental ao sistema educativo de forma interdisciplinar.

A Abordagem para isso seria a incorporação da EA nos currículos escolares, como parte transversal do currículo, inclusão e permanência de toda a sociedade na Educação e cooperação internacional através de compartilhamento de experiências e metodologias para promover o desenvolvimento sustentável (Brasil, 1997). Entende-se que a Conferência foi um marco que definiu os rumos da Educação Ambiental, em um contexto internacional.

Para tanto, ressalta-se que

[...] a década de 70 é um período que se destaca no contexto histórico da EA e é marcado por dois grandes marcos, sendo o primeiro a Conferência de Estocolmo considerada como o momento em que se recomenda a EA a nível mundial e o segundo, a Conferência de Tbilisi, que se caracterizou como o evento mais importante para a definição e evolução da sua institucionalização (Fávaro et al., 2025, p.660).

A década de 1980 ficou conhecida pelo fracasso do modelo econômico desenvolvimentista baseado no crescimento industrial e tecnológico. Tal modelo foi denunciado pela exploração ilimitada dos bens ambientais, gerando insustentabilidade social e ambiental. Isso porque a crise do meio ambiente ganhou popularidade, pois ficou conhecido pela mídia e, automaticamente, pela sociedade, deixando de ser fator de conhecimento apenas para técnicos da área (Holmer, 2020).

Dito isso, a ONU criou a Comissão Mundial sobre o Meio Ambiente e Desenvolvimento, em 1983. Com o objetivo de analisar os problemas ambientais e o panorama do desenvolvimento mundial, um relatório dessa comissão, publicado em 1987, destacou que o progresso econômico e social, tanto em países desenvolvidos quanto em desenvolvimento, deve ser orientado pela sustentabilidade, introduzindo o conceito de desenvolvimento sustentável (Comissão Mundial Sobre o Meio Ambiente, 1987).

O relatório diz ainda que projetos de grande escala devem ter autorização da comunidade, através de audiências públicas capazes de analisar os impactos do desenvolvimento sobre o meio ambiente. Além disso, deve-se observar as empresas com mais rigor em relação à regulamentação ao meio ambiente. Destaca-se também que “é necessário harmonizar em nível internacional a integração de fatores econômicos e ecológicos nos sistemas legal e decisório dos países” (Comissão Mundial Sobre o Meio Ambiente, 1987, p.70). Segundo Holmer (2020, p. 16),

O conceito de desenvolvimento sustentável lançado no Nosso Futuro Comum constitui o ideário que marcou o início da década de 1990, valorizando o papel da educação ambiental na construção de uma nova sociedade baseada na ética da sustentabilidade.

Dito isso, na década de 1990, houve a Conferência Nacional de Educação para Todos, conhecida como Conferência de Jomtien, em 1990. Nessa conferência, foi aprovado um plano de ação para satisfazer as necessidades básicas de aprendizagem, chamado de Declaração Mundial sobre Educação para Todos.

Neste documento, ressalta-se que, como política para a melhoria da educação básica, o ensino deve trabalhar com a interdependência entre a educação, a proteção ambiental e outros temas globais relevantes, incentivando os estudantes a compreenderem e atuarem em questões que impactam diretamente suas vidas e o futuro da sociedade.

Além disso, nessa década, em 1992, houve a Conferência das Nações Unidas sobre o Meio Ambiente e Desenvolvimento (CNUMAD), no Rio de Janeiro, que ficou conhecida como “Cúpula da Terra” para definir normas de desenvolvimento sustentável de caráter planetário, conhecida como Agenda 21 Global (Holmer, 2020, p. 20).

No capítulo 36 da Agenda 21, trata-se sobre a “Promoção do ensino, da conscientização e do treinamento”, com o objetivo de reorientar o ensino para um

sentido do desenvolvimento sustentável, aumentar a conscientização pública e promover a capacitação da sociedade para implementar práticas sustentáveis. Sobre o ensino, o documento diz:

O ensino, inclusive o ensino formal, a consciência pública e o treinamento devem ser reconhecidos como um processo pelo qual os seres humanos e as sociedades podem desenvolver plenamente suas potencialidades. O ensino tem fundamental importância na promoção do desenvolvimento sustentável e para aumentar a capacidade do povo para abordar questões de meio ambiente e desenvolvimento. Ainda que o ensino básico sirva de fundamento para o ensino em matéria de ambiente e desenvolvimento, este último deve ser incorporado como parte essencial do aprendizado. Tanto o ensino formal como o informal são indispensáveis para modificar a atitude das pessoas, para que estas tenham capacidade de avaliar os problemas do desenvolvimento sustentável e abordá-los. O ensino é também fundamental para conferir consciência ambiental e ética, valores e atitudes, técnicas e comportamentos em consonância com o desenvolvimento sustentável e que favoreçam a participação pública efetiva nas tomadas de decisão. Para ser eficaz, o ensino sobre meio ambiente e desenvolvimento deve abordar a dinâmica do desenvolvimento do meio físico/biológico e do socioeconômico e do desenvolvimento humano (que pode incluir o espiritual), deve integrar-se em todas as disciplinas e empregar métodos formais e informais e meios efetivos de comunicação (Brasil, 1992, p.1).

Observa-se, reforçando a Conferência Intergovernamental de Educação Ambiental, em 1977, que o foco da Educação Ambiental deve continuar em uma perspectiva integradora a outras disciplinas, de caráter interdisciplinar. Além disso, insere a discussão acerca do desenvolvimento na Educação, levando o debate internacional para dentro da sala de aula.

O documento também prevê metas a serem alcançadas em cenário mundial, que seriam: garantir o acesso universal ao ensino básico, buscando que ao menos 80% das crianças em idade escolar concluam o Ensino Fundamental e que a taxa de analfabetismo adulto seja reduzida pela metade em relação a 1990. Ressalta-se que a alfabetização feminina deve ser aprimorada para equilibrar os índices com os masculinos. Paralelamente, busca-se desenvolver a conscientização ambiental e de desenvolvimento em toda a sociedade global de maneira abrangente e ágil (Brasil, 1992).

Além disso, destaca a importância de facilitar o acesso à educação sobre meio ambiente e desenvolvimento para todas as faixas etárias e grupos sociais. Outrossim, incentiva a integração de temas ambientais e de desenvolvimento nos programas educacionais, analisando problemas locais com base em evidências

científicas e aprimorando o treinamento de tomadores de decisão em todos os níveis (Brasil, 1992).

Para alcançar essas metas, a Cúpula da Terra promove deveres aos governantes, eles devem formular estratégias para integrar meio ambiente e desenvolvimento como temas interdisciplinares em todos os níveis de ensino. Essas estratégias devem envolver políticas, atividades e cronogramas para implementação e revisão, além de revisar currículos para garantir uma abordagem multidisciplinar que considere aspectos socioculturais e demográficos, respeitando as necessidades comunitárias e diferentes sistemas de conhecimento (Brasil, 1992).

Também, recomenda-se que autoridades educacionais, com apoio de grupos comunitários e ONGs, promovam programas de treinamento para professores e educadores, explorando métodos inovadores e práticas pedagógicas eficazes. Deve-se valorizar também os sistemas tradicionais de ensino, alinhados às especificidades das comunidades locais, para enriquecer a abordagem educacional sobre meio ambiente e desenvolvimento (Brasil, 1992).

Embora o documento esteja bem contemplado no quesito da Educação Ambiental no que se refere a uma sociedade sustentável, a Conferência Internacional sobre Ambiente e Sociedade, realizada em Thessaloniki, em 1995, avaliou que não foi investido o suficiente nessa área (Holmes, 2020).

A Declaração de Thessaloniki propôs uma reestruturação que abarque todos os níveis de ensino e diferentes áreas do conhecimento, incluindo ciências humanas e sociais. Essa perspectiva exige uma abordagem interdisciplinar e integrada, respeitando as especificidades das disciplinas e instituições. O documento também sugere a formulação de planos de ação concretos para educação ambiental e sustentabilidade, alinhados à Agenda 21.

Além disso, o documento recomenda a atualização curricular nas escolas, incorporando questões ambientais e de sustentabilidade em todas as disciplinas. Enfatiza-se o fortalecimento da educação ambiental com base nas orientações da Conferência de Tbilisi, ajustando-a para abordar questões globais apresentadas na Agenda 21 e em outras conferências das Nações Unidas.

Conforme já mencionado, no Brasil, em 1996, foi aprovada a lei nº 9394/1996, cujo título é Lei de Diretrizes e Bases da Educação, a LDB. Respeitando,

tardiamente, a Agenda 21, o documento impôs dever do Estado e da família com a educação pública com garantia de acesso e financiamento público. Dos princípios adotados em 1996, destacam-se dois: “Igualdade de condições para o acesso e permanência na escola” e a “vinculação entre a educação escolar, o trabalho e as práticas sociais¹⁴” (Brasil, 1996), que previa o documento elaborado pela Cúpula da Terra.

Ressalta-se que o documento diz não estar dentro das normas da Declaração Mundial sobre Educação para Todos, realizada no início da década de 1990, e que dará um prazo de um ano após a publicação da lei para estar de acordo com as normas globais.

Também, a LDB afirma que os currículos seguirão padrões mínimos e, nesse caso, refere-se aos Parâmetros Curriculares Nacionais, publicados no diário oficial em 1997. Um breve histórico dos PCN afirma que a:

LDB reforça a necessidade de se propiciar a todos a formação básica comum, o que pressupõe a formulação de um conjunto de diretrizes capaz de nortear os currículos e seus conteúdos mínimos, incumbência que, nos termos do art. 9º, inciso IV, é remetida para a União. Para dar conta desse amplo objetivo, a LDB consolida a organização curricular de modo a conferir uma maior flexibilidade no trato dos componentes curriculares, reafirmando desse modo o princípio da base nacional comum (Parâmetros Curriculares Nacionais), a ser complementada por uma parte diversificada em cada sistema de ensino e escola na prática, repetindo o art. 210 da Constituição Federal (Brasil, 1997, p.14).

Dessa forma, a Educação Ambiental é abordada nos temas transversais, considerando o conhecimento amplo e diversificado do professor para intervir em determinados assuntos de maneira mais significativa e contextualizada. Nesse caso, estaria de acordo com a agenda internacional voltada para o meio ambiente.

O Brasil finalizou a década de 1990 criando a Política Nacional de Educação Ambiental (PNEA), Lei nº9795/1999, regulamentado pelo Decreto nº 4281, de 25 de junho de 2022. O documento diz que a EA é um elemento fundamental e contínuo da educação no país, devendo ser integrada de maneira articulada a todos os níveis e modalidades no ensino, tanto no âmbito formal quanto no não formal (Brasil, 1999). Para tanto, de acordo com o artigo 4º, inciso I ao VIII deste documento, os princípios básicos da educação ambiental são:

¹⁴ Entende-se aqui como “práticas sociais”, além de outras definições, também o cuidado com o meio ambiente, visto que a crise ambiental é um problema social.

A Educação Ambiental deve ter um enfoque humanista, holístico, democrático e participativo, considerando o meio ambiente em sua totalidade e a interdependência entre os aspectos naturais, socioeconômicos e culturais sob a perspectiva da sustentabilidade. Deve promover o pluralismo de ideias e concepções pedagógicas, adotando uma abordagem interdisciplinar, multidisciplinar e transdisciplinar, além de estabelecer a relação entre ética, educação, trabalho e práticas sociais. É fundamental garantir a continuidade e permanência do processo educativo, assegurando sua avaliação crítica constante e a articulação das questões ambientais em diferentes escalas, do local ao global. Por fim, deve reconhecer e respeitar a pluralidade e diversidade individual e cultural (Brasil, 1999).

Sendo assim, ficam estabelecidos os princípios essenciais para a implementação no contexto educacional que visava promover uma compreensão integrada do meio ambiente, abordando suas diversas dimensões ecológicas, sociais, econômicas, culturais e éticas. Ela deve garantir o acesso democrático às informações ambientais e incentivar uma consciência crítica sobre os problemas ambientais e sociais. Além disso, deve estimular a participação ativa na preservação do meio ambiente, entendendo a defesa ambiental como um valor essencial à cidadania. A cooperação entre as regiões do país e o fortalecimento da integração com ciência e tecnologia são fundamentais para uma sociedade sustentável. A participação das escolas em ações de mitigação das mudanças climáticas e preservação da biodiversidade também é crucial. Por fim, a Educação Ambiental deve contribuir para os objetivos de diversas políticas nacionais voltadas para a melhoria da qualidade de vida e das condições ambientais (Brasil, 1999, cap. I, art 5º, inciso I ao IX).

No cenário mundial, em 2002, foi realizada uma conferência da ONU, em Joanesburgo, na África do Sul, conhecida como Rio+10. Essa reunião teve como objetivo avaliar os resultados da Rio 92, definir novas metas e reforçar o compromisso da Agenda 21. O tema sobre fornecimento de água e saneamento básico teve destaque nas discussões. Segundo Holmes (2020), a Rio+10 foi considerada um fracasso devido à falta de um plano de ação frente à crise planetária.

Dez anos depois da Rio+10, foi realizada outra conferência, no Rio de Janeiro, denominada Rio+20. Segundo Holmes (2020, p.21), a reunião tinha como objetivo “avaliar os avanços e retrocessos na implementação da Rio 92”, o tema central foi a economia verde e a erradicação da pobreza, contou com 193 países

participantes. Outrossim, a ONU lançou a Agenda 2030 para o desenvolvimento sustentável com 17 objetivos. Destacam-se os dois primeiros objetivos que são a erradicação da pobreza e fome zero, além do 4º objetivo que é a educação de qualidade. Outras pautas antigas continuam, como redução das desigualdades e cidades e comunidades sustentáveis.

Durante o mesmo ano, no Brasil, foi aprovada a resolução nº 2, de 15 de junho, que estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental (DCNEA), orientando a PNEA, publicada em 1999. Segundo o capítulo I, artigo 2º,

A Educação Ambiental visa à construção de conhecimentos, ao desenvolvimento de habilidades, atitudes e valores sociais, ao cuidado com a comunidade de vida, a justiça e a equidade socioambiental, e a proteção do meio ambiente natural e construído (Brasil, 2012, p.1).

Desse modo, há uma definição do que é a Educação Ambiental que não está preocupada apenas com o meio ambiente, mas também com uma série de problemas envolvendo a sociedade e a natureza, de modo geral.

Em 2017, o Conselho Nacional de Educação homologou a implementação da BNCC. O documento inicial, publicado em 2018, normatizava a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, e, em 2022, foi expandido para incluir o Ensino Médio. A BNCC dá continuidade ao pensamento da Conferência de Tbilisi, ao não tratar a Educação Ambiental como uma disciplina isolada, e, alinhada com a Agenda 21, estabelece que deve ser abordada como um tema transversal, integrando-se aos diversos componentes curriculares que estejam de acordo com a vivência do aluno. A Base nomeia isso de Temas Contemporâneos Transversais (TCT).

No ano de 2019 foi lançada uma proposta de práticas de implementação dos TCT. Segundo o documento, essas práticas

têm a condição de explicitar a ligação entre os diferentes componentes curriculares de forma integrada, bem como de fazer sua conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades, contribuindo para trazer contexto e contemporaneidade aos objetos do conhecimento descritos na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2019, p.6).

Dessa forma, o documento classifica os TCT em seis macroáreas: Meio Ambiente, Economia, Saúde, Ciência e Tecnologia, Cidadania e Civismo, e Multiculturalismo. Em relação à primeira macroárea, as disciplinas devem ser

abordadas de maneira intradisciplinar, interdisciplinar ou transdisciplinar, integrando a Educação Ambiental e promovendo o consumo consciente (BRASIL, 2019).

Para entender melhor esses conceitos, a intradisciplinaridade ocorre quando o estudo das macroáreas se restringe a uma única disciplina, aprofundando seus próprios conceitos e métodos sem recorrer a outras áreas do conhecimento. A interdisciplinaridade, envolve a integração entre duas ou mais disciplinas, permitindo um diálogo entre elas para entender melhor a temática abordada. Já a transdisciplinaridade vai além das disciplinas tradicionais, atravessando diferentes campos do conhecimento para abordar uma determinada macroárea (Lima, 2020).

Para tanto, foi proposta a implementação das TCT no currículo, no projeto pedagógico e nos planos de aula. O documento reforça a necessidade de uma educação que vá além da transmissão de conteúdos disciplinares, integrando temas relevantes para a formação cidadã dos estudantes (Brasil, 2019).

Nesse sentido, destaca-se a necessidade de uma educação voltada para a formação integral e para a compreensão das relações entre sociedade e meio ambiente. A inclusão da Educação Ambiental na LDB reforça a perspectiva interdisciplinar e transversal desse tema, garantindo sua presença nos currículos escolares de maneira integrada a diferentes disciplinas.

Dessa forma, observa-se uma evolução na concepção e implementação da EA, passando de uma abordagem inicial voltada à conservação para uma visão mais ampla e crítica, que considera as dimensões sociais, econômicas e políticas do desenvolvimento sustentável. Esse processo reflete não apenas a crescente preocupação global com os impactos ambientais, mas também o reconhecimento da educação durante esse percurso como instrumento de formador da população.

1.3 O Ensino da Matemática e Educação Ambiental no Brasil

Neste tópico abordaremos o Estado da Arte da Educação Ambiental e o Ensino de Matemática. Entende-se que Estado da Arte ou Estado do Conhecimento são, segundo Ferreira (2002, p. 258),

definidas como de caráter bibliográfico, elas parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários. Também são reconhecidas por realizarem uma metodologia de caráter inventariante e descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais o fenômeno passa a ser analisado.

Portanto, vai além de um simples levantamento ou revisão bibliográfica. Embora inclua essas etapas, ela se aprofunda ao examinar cada produção identificada, buscando mapear os métodos de análises presentes nas produções educacionais de um determinado campo de conhecimento. Dessa forma, caracteriza-se como uma pesquisa que combina aspectos quantitativos e qualitativos.

Com o intuito de analisar as obras atualizadas, decidiu-se por filtrar a busca para pesquisas a partir de 2018 até 2024, pois a BNCC foi publicada dia 22 de dezembro de 2017 e, acredita-se que a base teve um impacto nas pesquisas sobre Educação Ambiental, pois normatiza o seu papel como um tema transversal e integrador. Além disso, salienta que

cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora (Brasil, 2018, p.19).

Outrossim, foi utilizado o Scientific Electronic Library Online (SciELO), para buscar artigos sobre a temática Ensino de Matemática/Educação Ambiental. Foi encontrado apenas um artigo de Costa e Pontarolo (2019). O trabalho utilizou Modelagem Matemática como ferramenta pedagógica para auxiliar nas reflexões acerca das questões ambientais em uma turma de 9º ano de uma escola pública em São Lourenço do Oeste, Santa Catarina.

Além disso, o estudo demonstrou que, ao articular atividades de Modelagem Matemática com temas ambientais, os estudantes ampliaram sua compreensão sobre o Meio Ambiente, indo além de uma visão naturalista e incorporando uma perspectiva crítica. Atividades relacionadas a problemas reais, como o consumo de

energia elétrica, a produção de resíduos sólidos e o desmatamento da floresta amazônica, possibilitaram que os alunos visualizassem os impactos das ações humanas por meio de dados matemáticos, gráficos e simulações.

Os resultados mostraram que a abordagem promoveu maior clareza sobre a gravidade dos problemas ambientais, incentivando os estudantes a refletirem sobre suas próprias ações e a desenvolverem uma postura mais consciente. Além disso, a Modelagem Matemática deu mais dinamismo para o ensino de Matemática, tornando-o mais atrativo.

Entretanto, o estudo identificou desafios, como a dificuldade de alguns estudantes em compreender conteúdos matemáticos mais complexos e a resistência inicial à integração de temáticas ambientais nas aulas de Matemática. O artigo também destacou a importância de uma formação docente mais sólida e interdisciplinar, que capacite professores a trabalhar com metodologias críticas.

Feita essa análise, foi utilizado o catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Foram localizadas 1953 teses e dissertações. Para refinar os resultados, foi adicionado o termo "Matemática", o que reduziu o número de pesquisas relacionadas para 74¹⁵. No entanto, identificou-se a necessidade de uma filtragem mais específica. Para isso, foi realizada a leitura dos resumos dos trabalhos, seguida de uma categorização, com o objetivo de selecionar as pesquisas mais alinhadas à temática de estudo. Foram identificadas apenas nove pesquisas que tinham relação direta com o Ensino de Matemática:

¹⁵ Link: <<https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>>. Acessado em: 08/12/2024.

Quadro 1 - Dissertações sobre Educação Ambiental e Educação Matemática

TÍTULO	AUTOR	TIPO	ANO
MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE – RELAÇÕES POSSÍVEIS?: UM ESTUDO DE CASO SOBRE PRÁTICA CURRICULAR EM EDUCAÇÃO AMBIENTAL NO CONTEXTO DO RIO PIRACURUCA NO MUNICÍPIO DE PIRACURUCA/PI	BRITO, M.	DISSERTAÇÃO	2019
EDUCAÇÃO AMBIENTAL E AS FERRAMENTAS METODOLÓGICAS NO ENSINO MATEMÁTICO TRANSVERSAL	ASSIS, R.	DISSERTAÇÃO	2019
MODELAGEM MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO AMBIENTAL: DESENVOLVIMENTO DE FICHAS AMBIENTAIS PARA APLICAÇÃO NO ENSINO BÁSICO	RAPELLI, O.	DISSERTAÇÃO	2019
EDUCAÇÃO AMBIENTAL E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: O OBSTÁCULO ENTRE ECONOMIA, MEIO AMBIENTE E DESENVOLVIMENTO EM ATUAÇÕES PORTUÁRIAS EM SÃO FRANCISCO DO SUL	DONÉL, G.	DISSERTAÇÃO	2020
MATEMÁTICA COMO UMA FERRAMENTA NA EDUCAÇÃO AMBIENTAL NAS ESCOLAS BRASILEIRAS: REVISÃO DA LITERATURA DE 2009 A 2019	SILVA, L.	DISSERTAÇÃO	2020
JOGOS COMO TECNOLOGIAS SUSTENTÁVEIS PARA O ENSINO DE FIGURAS PLANAS: ESTUDO EM UMA ESCOLA PÚBLICA DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NA CIDADE DE CHOROZINHO- CEARÁ	SILVA, A.	DISSERTAÇÃO	2020
MODELOS MATEMÁTICOS E EDUCAÇÃO AMBIENTAL: UM OLHAR SOBRE A LAGOA DE MARICÁ	MOREIRA, B.	DISSERTAÇÃO	2020
UMA ABORDAGEM DE PROBLEMAS AMBIENTAIS POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	LIMA, F.	DISSERTAÇÃO	2022
EDUCAÇÃO AMBIENTAL E ENSINO DE MATEMÁTICA: ANÁLISE DE PROPOSTAS DESENVOLVIDAS POR DOCENTES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	DALEASTE, R.	DISSERTAÇÃO	2023

Fonte: Autoria própria

Observa-se que dentre as pesquisas, no intervalo de tempo mencionado, encontram-se três pesquisas em 2019, quatro trabalhos em 2020, um no ano de 2022 e um de 2023. Além disso, através da análise do resumo, sete dessas abordam Modelagem Matemática¹⁶, uma é sobre jogos e a outra sobre formação continuada.

A pesquisa de Lima (2022) destaca-se pela aplicação da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental, com enfoque em problemas ambientais

¹⁶ A modelagem matemática é uma tendência da educação matemática em cujas atividades se busca a compreensão de alguma situação real ou cotidiana e a resolução de problemas relativos a essa situação, usando técnicas ou conceitos matemáticos no apoio a essa busca (Araújo; Avelar, 2022, p.240).

relacionados à gestão de resíduos sólidos, ao controle da dengue e ao saneamento básico. A pesquisa desenvolveu um caderno de atividades que permitiu aos alunos interagir com dados reais e realizar análises críticas sobre questões do cotidiano. Com base nos princípios de interação, matematização e validação (Biembengut; Hein, 2013), os alunos aprenderam a coletar e interpretar dados ambientais, utilizando gráficos e tabelas para validar suas conclusões.

A relevância deste trabalho está na sua capacidade de introduzir conceitos matemáticos de maneira prática e conectada à realidade, especialmente em um nível de ensino em que as disciplinas frequentemente são abordadas de forma descontextualizada. O estudo também evidenciou que a falta de materiais didáticos que integrem Matemática e EA representa uma lacuna no sistema educacional, sugerindo a necessidade de novas abordagens interdisciplinares e formação continuada de professores.

A dissertação de Rapelli (2019) amplia a aplicação da Modelagem Matemática para o Ensino Fundamental, nos anos finais, e Ensino Médio, abordando problemas ambientais como desperdício de recursos hídricos e reciclagem. As fichas ambientais elaboradas foram estruturadas para explorar conceitos matemáticos, como porcentagens, funções e gráficos, sempre contextualizados com problemas ambientais. A metodologia qualitativa e participativa promoveu o engajamento dos estudantes no levantamento de dados, análise crítica e proposição de soluções.

Além de melhorar a compreensão matemática, o estudo objetivou a conscientização ambiental e a participação dos jovens, ao conectar os conteúdos à realidade local. Essa abordagem interdisciplinar demonstrou como a Matemática pode ser um veículo para reflexões mais amplas sobre sustentabilidade, incentivando ações concretas no ambiente escolar e na comunidade. No entanto, o estudo aponta para o desafio de expandir o alcance dessa metodologia, sugerindo a criação de programas de capacitação para professores que visem implementar atividades semelhantes em diferentes contextos educacionais.

O estudo de Moreira (2020) explora o uso de equações diferenciais ordinárias e do modelo Streeter-Phelps para analisar a poluição e despoluição da Lagoa de Maricá, no estado do Rio de Janeiro. Com uma abordagem interdisciplinar, a

pesquisa combina conceitos de Matemática, Química e Biologia para simular o comportamento de poluentes e o processo de autodepuração da lagoa.

O trabalho também inclui experimentos práticos em escala reduzida, permitindo aos alunos visualizarem e entenderem os fenômenos ambientais. Uma das contribuições mais relevantes deste estudo é a divisão didática das etapas da Modelagem Matemática, que torna a metodologia acessível aos professores do Ensino Médio. O relato de experiência destaca que as atividades despertaram maior interesse dos estudantes pela Matemática Aplicada e contribuíram para sua conscientização ambiental. Entretanto, o trabalho enfatiza a necessidade de formação docente para lidar com a complexidade dos modelos matemáticos utilizados, além de sugerir adaptações para ampliar sua aplicabilidade em outras regiões e níveis educacionais.

A dissertação "Educação Ambiental e as Ferramentas Metodológicas no Ensino Matemático Transversal", de Assis (2022), apresenta uma abordagem interdisciplinar que utiliza a Matemática como ferramenta para promover a conscientização ambiental em alunos do Ensino Fundamental e Médio. A pesquisa foi desenvolvida no CIEP 337 Berta Lutz, localizado na Baixada Fluminense.

A pesquisa destaca quatro experimentos principais que integram conteúdos matemáticos com temáticas ambientais de maneira prática e contextualizada. O primeiro experimento aborda o consumo consciente de energia elétrica, com atividades que envolvem cálculos e comparação entre diferentes tipos de equipamentos, como lâmpadas de LED e fluorescentes, sensibilizando os estudantes sobre consumo de qualidade e redução de custos.

O segundo experimento trata de alimentação saudável, promovendo discussões sobre preferências alimentares e a criação de gráficos para análise de dados, conectando conceitos matemáticos ao cotidiano alimentar dos estudantes.

O terceiro experimento explora a reutilização de pneus inservíveis, desenvolvendo projetos sobre a destinação de resíduos sólidos e utilizando conceitos matemáticos para o cálculo de volume, através do diâmetro do pneu. Por fim, o quarto experimento foca no consumo consciente de água e incentiva os alunos a medir o uso desse recurso, promovendo práticas mais sustentáveis.

Os resultados mostraram que essas atividades aumentaram a participação dos alunos, melhoraram o desempenho escolar e incentivaram mudanças de hábitos em casa e na escola. O estudo ressalta que a abordagem transversal e contextualizada fortalece a conexão dos alunos com o aprendizado, promovendo maior significado para os conteúdos.

A metodologia adotada se fundamenta na resolução de problemas práticos, com o uso de ferramentas como gráficos, tabelas e planilhas eletrônicas. Além disso, o estudo promove uma abordagem interdisciplinar, integrando áreas como Ciências, Física e Artes, o que enriquece o processo de aprendizagem e amplia as possibilidades pedagógicas.

Ao selecionar temas diretamente relacionados ao cotidiano dos estudantes, como a gestão de resíduos sólidos e o consumo de energia, a pesquisa alerta que contextualizar os assuntos matemáticos com práticas socioculturais da comunidade escolar potencializa o aprendizado. Como produto final, foi elaborada uma cartilha com as atividades desenvolvidas, que se apresenta como um recurso pedagógico replicável para outros educadores.

A dissertação de Luiz Silva (2020), explora o papel da Matemática na conscientização ambiental em contextos educacionais. Desenvolvida no Instituto Federal de Pernambuco (IFPE), a pesquisa investiga como a Modelagem Matemática pode ser integrada ao ensino para abordar problemas ambientais de forma interdisciplinar, junto à Política Nacional de Educação Ambiental.

A pesquisa utiliza questionários aplicados a alunos dos cursos técnicos integrados de Edificações e Saneamento e a docentes que lecionam nessas áreas, coletando informações sobre problemas ambientais e o uso da Matemática como suporte. O estudo aponta que a maioria dos alunos reconhece a importância dos problemas ambientais e enxerga a Matemática como uma ferramenta prática para resolvê-los, especialmente em áreas como consumo consciente de energia e água. Já os docentes demonstraram conhecimento sobre o tema, mas identificaram limitações estruturais e pedagógicas na abordagem interdisciplinar nas escolas.

A dissertação ressalta que, embora a Política Nacional de Educação Ambiental preveja a integração do tema em todas as etapas de ensino, a aplicação ainda enfrenta desafios relacionados à formação docente e à disponibilidade de

recursos didáticos. A pesquisa ressalta a necessidade de estudos que tornem as conexões entre Matemática e Meio Ambiente mais acessíveis e replicáveis.

A pesquisa de Ana Silva (2020) apresenta práticas lúdicas e preocupações ambientais no contexto educacional dos anos finais do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática, em uma escola pública de Chorozinho, Ceará. Este estudo se fundamenta na utilização de jogos matemáticos confeccionados com materiais recicláveis, apresentando uma aprendizagem interdisciplinar que conecta conceitos matemáticos e práticas de sustentabilidade.

O estudo destaca a relevância da utilização de jogos como tecnologias sustentáveis, enfatizando que esses recursos pedagógicos podem não apenas facilitar o ensino de figuras planas, mas também estimular o pensamento crítico e a conscientização ambiental entre os alunos. Por meio de uma metodologia qualitativa e exploratória, foram desenvolvidas formações continuadas para professores, com o objetivo de capacitá-los para o uso dessa abordagem.

Os resultados indicaram que o uso de jogos promoveu maior participação dos estudantes, especialmente em conteúdos matemáticos que tradicionalmente apresentam altos índices de dificuldade. Além disso, os professores relataram mudanças em suas práticas pedagógicas.

O trabalho utilizou a pesquisa-formação como estratégia metodológica, envolvendo observações de aulas, testes diagnósticos com os alunos e formações presenciais e remotas com docentes. O jogo “Trilha da Geometria”, desenvolvido para o estudo, foi produzido com materiais recicláveis, abordando conceitos de figuras planas.

A pesquisa de Donél (2020) investiga as possibilidades de articular a Educação Ambiental e a Educação Matemática Crítica para promover reflexões sobre problemas socioambientais, com enfoque nas questões relacionadas à construção do Porto Brasil Sul, em São Francisco do Sul, Santa Catarina. Desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias da UDESC, a pesquisa alia a Matemática à análise crítica de problemas reais.

A dissertação busca conectar o Ensino de Matemática a questões socioambientais relevantes, utilizando a metodologia de pesquisa-ação-participativa.

Os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental foram incentivados a analisar os impactos da construção do Porto Brasil Sul em múltiplas dimensões: individual, coletiva e global, considerando questões como benefícios econômicos e, em contrapartida, os prejuízos ambientais. Por meio de atividades que envolviam Estatísticas e Modelagem Matemática, os estudantes puderam explorar a aplicação prática da Matemática em cenários cotidianos, como a análise de dados sobre desmatamento, impactos na pesca artesanal e alterações na biodiversidade.

O produto final da pesquisa foi a criação de um livro pedagógico que serve como inspiração para outros professores. Esse material sugere práticas pedagógicas baseadas na resolução de problemas e na articulação interdisciplinar, com o objetivo de engajar os alunos na construção do conhecimento e no desenvolvimento de uma postura crítica diante dos desafios ambientais.

O trabalho aponta para a dificuldade de incorporar práticas interdisciplinares no cotidiano escolar, em contextos onde a formação docente é voltada para abordagens tradicionais. No entanto, os resultados indicam que a combinação entre a Educação Matemática Crítica e a Educação Ambiental pode tornar o ensino mais significativo, ao conectar conteúdos teóricos a questões concretas do ambiente social dos alunos.

A dissertação de Daleaste (2023), desenvolvida na Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), apresenta uma abordagem interdisciplinar para integrar a Educação Ambiental ao Ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A pesquisa se insere na linha de ensino de Ciências e Matemática, com foco na formação docente e na articulação de práticas pedagógicas contextualizadas.

A pesquisa teve como objetivo principal analisar as concepções de professores dos anos iniciais de Ramilândia-PR sobre a Educação Ambiental e propor um curso de formação continuada que integrasse essa temática ao Ensino de Matemática. A metodologia foi de abordagem qualitativa, com técnicas como observação participativa e aplicação de questionários antes e após o curso. Além disso, o estudo desenvolveu planos de aula que foram implementados em sala de aula, permitindo a análise de sua eficácia na prática docente.

O curso de formação utilizou metodologias ativas, como a sala de aula invertida, e buscou promover reflexões sobre a potencialidade da Matemática crítica como ferramenta para abordar problemas ambientais. Essa abordagem incentivou a criação de atividades que conectassem conceitos matemáticos a questões locais, como consumo de água e resíduos sólidos.

Os resultados revelaram que, mesmo que os professores possuíssem noções sobre a importância da Educação Ambiental, havia dificuldades em relacioná-la ao Ensino de Matemática de forma crítica e contextualizada. O curso contribuiu para superar algumas dessas limitações, oferecendo estratégias práticas para incorporar temas ambientais no planejamento pedagógico. Outrossim, os planos de aula elaborados reforçaram a capacidade da Matemática de abordar problemas sociais e ambientais, contribuindo para a formação dos alunos.

Cabe ressaltar que não foi encontrado em nenhum banco de dados a pesquisa de Brito (2019).

Os trabalhos analisados apresentam diversas abordagens metodológicas e educacionais, desde o uso da Modelagem Matemática até o emprego de jogos sustentáveis. Tais metodologias visam enfatizar a necessidade de situar a Matemática como ferramenta prática para análise de problemas reais, como o consumo consciente de energia, gestão de recursos hídricos, e impactos ambientais causados por grandes empreendimentos.

Outro ponto relevante é o desenvolvimento de produtos educacionais que podem ser replicados em diferentes contextos escolares, como cartilhas, fichas de atividades e livros pedagógicos.

2 ENSINO COLABORATIVO

Neste capítulo é apresentado o histórico que perpassa pelo termo “Ensino Colaborativo”, além de mostrar a sua definição segundo diversos autores. Em seguida, abordamos a metodologia para utilizar o ensino colaborativo em sala de aula.

2.1 Breve Histórico

A abordagem de trabalhar em grupos surgiu no século XVIII a partir do ensino de escrita. Esse método foi utilizado por George Jardine (1742 – 1827), professor de lógica e filosofia na Universidade de Glasgow entre 1774 e 1826, que desenvolveu um método de revisão por pares com o objetivo de preparar seus alunos para uma participação ativa na sociedade britânica (Gaillet, 1994).

A pesquisa de Torres, Alcantara e Irala (2004) acrescenta que, no final do século XIX, a aprendizagem em grupos foi abordada em escolas dos Estados Unidos por Francis Parker (1827 – 1902), um coronel superintendente das escolas públicas e obteve êxito na aplicação, sendo destaque no âmbito educacional.

Além disso, a metodologia ganhou força do escolanovismo. De acordo com Santos, Prestes e Vale (2006), o escolanovismo¹⁷ surgiu como movimento mundial após a consolidação da democracia liberal frente às monarquias autoritárias. Nesse sentido, para Dewey, duas características orientam a democracia:

O primeiro: mais numerosos e variados pontos de participação no interesse comum, como também maior confiança para reconhecer que os interesses são fatores da regulação e direção social. E o segundo: uma cooperação mais livre entre os grupos sociais, antes isolados tanto quanto voluntariamente o podiam ser, e também a mudança de hábitos sociais e contínua readaptação e ajuste dos grupos às novas situações criadas pelos vários intercâmbios (Dewey, 1959, p.53, apud Santos, Prestes, Vale, 2006, p.134).

¹⁷ Interesse burguês de educação para preparar mão de obra barata e, assim, acelerar a industrialização (Santos; Prestes; Vale, 2006).

Ou seja, era necessária uma sociedade diferente e, tanto Dewey quanto Anísio Teixeira, acreditavam que a educação formava um papel importante nessa mudança. E, no Brasil, o Manifesto Pioneiro da Escola Nova exigia que a educação fosse ativa, funcional, além de ser pública.

Durante a década de 1950, as Teorias de Aprendizagem Cognitivas de Jean Piaget (1896 – 1980) e Lev Vygotsky (1896 – 1934) surgiram. Piaget buscava compreender a construção do conhecimento por meio da interação do indivíduo com o meio. Nesse sentido, ele é reconhecido como um pesquisador interacionista. A troca de conhecimentos entre os alunos permite a assimilação de novas informações, seguida pela reorganização e acomodação do conhecimento, estabelecendo um estado de equilíbrio cognitivo. A construção do conhecimento ocorre por meio de desequilíbrios e novas equilíbrios (Palangana, 2001).

Segundo Palangana (2001), a pesquisa de Vygotsky, um sócio-interacionista, destaca a linguagem como base fundamental. O pensamento se forma a partir da interação social e, aos poucos, se torna individual. O indivíduo se desenvolve socialmente e constrói sua individualidade por meio das interações. Vygotsky definiu a Zona de Desenvolvimento Proximal, que representa a diferença entre o que um aluno consegue fazer sozinho e o que consegue com mediação, seja de um professor ou colega. Ambos os teóricos contribuíram para a história do ensino colaborativo.

Torres, Alcantara e Irala (2004) destacam que, nos anos 1960, Stuart Cook estudou os efeitos da cooperação em ambientes sociais e educacionais, mostrando como essa abordagem pode melhorar tanto o desempenho acadêmico quanto as relações interpessoais.

Spencer Kagan investigou a relação entre cooperação e competição em crianças, analisando o impacto de ambientes cooperativos e competitivos no desenvolvimento infantil. Ele concluiu que contextos cooperativos favorecem maior participação, empatia e aprendizado (Torres, Alcantara, Irala, 2004).

A Aprendizagem por Investigação, defendida por Bruner e Richard Suchman, também se destacou. Bruner acreditava que o aprendizado ocorre de forma mais eficaz quando os alunos exploram ativamente o conhecimento e constroem novas ideias a partir de suas descobertas, em vez de apenas receber informações.

Suchman contribuiu com métodos para incentivar o pensamento crítico por meio de investigações guiadas (Torres, Alcantara, Irala, 2004).

David e Roger Johnson foram fundamentais na promoção da aprendizagem cooperativa, iniciando treinamentos para professores na Universidade de Minnesota. Eles desenvolveram estratégias pedagógicas para estruturar ambientes de aprendizagem colaborativa, focando na interdependência positiva e no sucesso conjunto dos alunos (Torres, Alcantara, Irala, 2004).

Nos anos 1970, David Johnson escreveu *Psicologia Social da Educação*, explorando os efeitos dessas dinâmicas. Robert Hamblin estudou o impacto comportamental da cooperação e competição. No Primeiro Simpósio Anual da Associação Portuguesa de Anestesiologia (APA), pesquisadores como David e Roger Johnson e Elliot Aronson compartilharam estudos sobre aprendizagem cooperativa. Robert Slavin desenvolveu currículos cooperativos, enquanto Shlomo e Yael Sharan investigaram o ensino em pequenos grupos. Elliot Aronson criou o método Jigsaw¹⁸, promovendo colaboração. Houve também a Primeira Conferência Internacional sobre Aprendizagem Cooperativa em Tel Aviv, consolidando o campo. Esses eventos influenciaram a educação cooperativa moderna (Torres, Alcantara, Irala, 2004).

Finalmente, segundo Torres, Alcantara, Irala (2004), nos anos 1990

[...] a Aprendizagem Colaborativa ganha popularidade entre educadores do ensino superior. David e Roger Johnson e Karl Smith adaptam a aprendizagem cooperativa para a sala de aula de faculdades e escrevem *Aprendizagem Ativa: Cooperação na Sala de Aula Universitária* (Torres; Alcantara; Irala, 2004, p.10).

2.2 O Que é O Ensino Colaborativo?

Com o objetivo de evitar confusões conceituais e interpretações futuras em torno dos termos 'ensino colaborativo', 'aprendizado cooperativo' e 'aprendizado

¹⁸É um método em que o conteúdo é separado em subtemas, posteriormente aprendidos e compartilhados com os demais em uma interação de grupos, até que todos os participantes consigam “montar o seu quebra-cabeça” e a partir da unificação de todos os subtemas (Matias; Masulck; Schneider, p.210, 2021).

colaborativo', será adotada, neste trabalho, a expressão 'Esquemas Colaborativos', conforme proposta por Barbosa e Concordido (2009).

De acordo com Torres, Alcantara e Irala (2004), a Aprendizagem Colaborativa (AC) parte do princípio de que o conhecimento é construído coletivamente entre membros de um determinado ambiente de aprendizado. Tal construção é feita a partir de consensos e acordos de determinadas conclusões individuais. Segundo os referidos autores, a AC

[...] é uma estratégia de ensino que encoraja a participação do estudante no processo de aprendizagem e que faz da aprendizagem um processo ativo e efetivo. É um conjunto de abordagens educacionais também chamadas de aprendizagem cooperativa ou aprendizagem em grupo pequeno (p.3).

A pesquisa de Torres, Alcantara e Irala (2004) realizou um levantamento bibliográfico sobre a discussão acerca da diferenciação entre aprendizagem cooperativa e ensino colaborativo. Os autores entenderam que, embora alguns pesquisadores utilizem os termos "cooperação" e "colaboração" como sinônimos, ao longo dos anos, esses conceitos passaram a adquirir características próprias e metodologias distintas em sala de aula.

O primeiro é caracterizado por uma estrutura hierárquica, em que os participantes contribuem de forma separada no processo de ensino-aprendizagem. Nessa perspectiva, o professor assume o papel central, sendo o principal responsável por conduzir e organizar as atividades. Por outro lado, o ensino colaborativo visa a formação de pessoas de um grupo, preferencialmente heterogêneo, onde o professor atua como mediador, facilitando a exploração do aprendizado pelos alunos. Nesse processo, os discentes discutem o conteúdo abordado, mesmo que em níveis de compreensão distintos, e cada indivíduo contribui para o aprendizado coletivo, visando alcançar um objetivo comum. Ressalta-se que ambos trabalham em grupos e com um mesmo propósito.

Para Barbosa e Concordido (2009), a aprendizagem colaborativa é definida como um conceito amplo que engloba diversas abordagens educacionais, nas quais os estudantes, ou estudantes e professores, trabalham juntos em um esforço intelectual. Geralmente, os alunos atuam em grupos de dois ou mais, com o objetivo de compreender um tema específico, resolver problemas ou desenvolver projetos. Essas atividades podem variar, mas a maioria delas se concentram na exploração

ou aplicação do conteúdo do curso, indo além da simples exposição ou explicação feita pelo professor.

Para Bruffee (1984), a aprendizagem colaborativa é uma abordagem educacional que se baseia na construção do conhecimento por meio da interação social e da conversa entre os alunos. Ele utiliza como referência o teórico Vygotsky, um pensador materialista que defendia que o desenvolvimento humano e a aprendizagem ocorrem a partir das relações sociais. Assim, a aprendizagem colaborativa reflete a ideia de que o conhecimento é construído coletivamente, por meio de consensos.

2.3 Metodologia Para o Ensino Colaborativo

Como visto, o Ensino Colaborativo (EC) busca tornar o aprendizado em uma perspectiva ativa entre os discentes. Para isso, como método são realizadas atividades que propiciem a interação entre os alunos. O professor elabora exercícios em grupos e questões que valorizem esse método. Assim, os aprendizes compartilham diferentes perspectivas e, além de construir o conhecimento de maneira coletiva, desenvolvem aspectos da argumentação, para construir consensos (DelRio, 2014).

Outro fator importante do EC é o desenvolvimento da autonomia cognitiva. Como visto anteriormente através da visão de Vygotsky, esse método estimula a capacidade individual e coletiva dos alunos ao resolver problemas, visto que o conhecimento em grupo, se torna individual com o passar do tempo. Assim, eles se tornam mais independentes para resolver novos problemas.

Ressalta-se que outro fator importante nesse esquema é a socialização entre os alunos, principalmente nesse período caótico que os docentes disputam espaço com celulares nas salas de aula. O Ensino Colaborativo incentiva os alunos a se comunicarem de maneira clara e organizada. Segundo Torres, Alcantara e Irala (2004), esse processo pode impactar positivamente o desempenho escolar e o desenvolvimento social dos estudantes.

O papel do professor no EC é de uma perspectiva ativa. Visto que ele deve interferir nos grupos para cativar debate entre os alunos durante as atividades. Outrossim, cabe ao professor observar se todos os estudantes estão participando integralmente, evitando que um aproveite o momento apenas para copiar respostas do outro. Ao fim da aula, o professor reassume o controle do conteúdo para esclarecer dúvidas e sistematizar o conhecimento (DelRio, 2014).

Além disso, a respeito da formação dos grupos, devem ter entre três e cinco alunos com perfis diferentes, no sentido de posturas disciplinares, rendimento escolar e capacidade de comunicação. A diversidade enriquece o debate e trocas de experiências que os discentes carregam com eles. Além disso, nesses grupos heterogêneos, uma fração de alunos que compreendeu o conteúdo pode auxiliar uma parte que não entendeu muito bem. Sendo assim, o EC propicia ambientes mais equilibrados, inclusivos e democráticos.

Nesse sentido, acredita-se que os estudantes tenham participação ativa na aprendizagem. O objetivo do EC é que os discentes construam um ambiente solidário para construção do conhecimento. Além disso, espera-se que eles finalizem o aprendizado com poucas falhas conceituais acerca de um determinado assunto e que as discussões aprofundem o aprendizado (Barbosa; Concordido, 2009).

3 RAZÃO E PROPORÇÃO

Neste capítulo abordamos de forma breve o assunto de Razão e Proporção e, posteriormente, será apresentado como é ensinado em um livro didático do Programa Nacional do Livro Didático de Dante e Viana (2022), da editora Teláris. Tal livro foi escolhido porque foi o adotado pelos professores do Município de Casimiro de Abreu, durante a escolha dos livros didáticos, sendo assim, é o livro que os estudantes da pesquisa também utilizam. Aproveitamos e mostramos tais conceitos na escrita contemporânea.

3.1 Breve Histórico

Segundo Roque (2012, p.39), os mesopotâmicos e os egípcios realizavam cálculos de grandezas, “ou seja, efetuaram procedimentos de cálculo de coisas que podem ser medidas”.

A pesquisa da autora mostra que Euclides (325 a.E.C. – 265 a.E.C.; cuja representação pode ser vista na Figura 1) apresentou duas abordagens para a teoria das razões e proporções. Uma delas se aplica aos inteiros, enquanto a outra abrange grandezas comensuráveis e incomensuráveis.

Figura 1- Euclides



Fonte: EQUIPETODAMATÉRIA, [s.d.]

Ressalta-se que existe um debate sobre a origem dessa teoria. A formulação inicial é atribuída aos pitagóricos, mas o historiador W. Knorr argumenta que a apresentação formal do conceito foi iniciada por Teeteto (417 a.E.C. – 369 a.E.C; cuja representação pode ser vista na Figura 2), no início do século IV a.E.C. A razão deixou de ser vista apenas como uma comparação de comprimentos, “[...] qualquer tipo de comparação entre grandezas pode ser encarada como uma teoria sobre razões” (Roque, 2012, p.116).

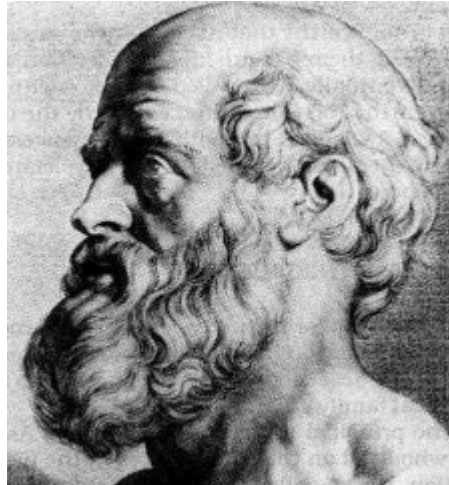
Figura 2- Teeteto



Fonte: RAPHAEL, [s.d.]

A autora também menciona relatos de comparações de grandezas anteriores aos conceitos desenvolvidos por Euclides em Elementos. Um exemplo é Hipócrates de Quios (470 a.E.C. – 410 a.E.C.; cuja representação pode ser vista na Figura 3), que estudou razão e proporção em figuras geométricas, “[...] ele sabia que a razão entre as áreas de dois segmentos de círculo semelhantes é igual à razão entre os quadrados de seus diâmetros” (p.116). Sendo assim, compreende-se que, de fato, os estudos de razão e proporção vieram antes de Euclides.

Figura 3- Hipócrates de Quios



Fonte: FERREIRA, 2016

Além disso, o conceito de razão compreendida na época é diferente do conceito que entendemos hoje, uma fração entre números. Nesse exemplo de Hipócrates, a noção compreendida era “a área do primeiro círculo está para a área do segundo assim como o quadrado construído sobre o diâmetro do primeiro está para o quadrado construído do diâmetro do segundo” (Roque, 2012, p.117).

A definição que Euclides utilizou para razão foi “Uma razão é um tipo de relação referente ao tamanho entre duas grandezas de mesmo tipo” (Euclides, 2009, apud Roque, 2012, p.118). Roque entende que há motivos históricos para compreender a inadequação da definição, pois não engloba grandezas incomensuráveis.

Foi desenvolvido um método chamado *antifairese* para definir se a razão é uma grandeza incomensurável ou comensurável. Esse método já era usado para números e os matemáticos da época estenderam para grandezas. O método consistia no seguinte: Se há dois números a e b , sendo $a > b$, então pode-se subtrair um número determinado de b em a . Caso tenha um resto, r_1 , repete-se o processo diminuindo r_1 em b , e assim por diante, até que encontremos um valor comum (segmento comum) ou que a subtração nunca termine. Se encontrarmos um segmento comum para os dois números, significa que são grandezas comensuráveis. Caso encontremos a segunda opção, são grandezas incomensuráveis. Segundo Roque (2012, p. 122):

[...] os matemáticos já possuíam uma noção de comensurabilidade para números, tendo a unidade como medida de todos os números. Em seguida, eles teriam estendido tal noção para grandezas, mas não puderam encontrar uma medida comum para todas elas. A possibilidade de existirem duas grandezas incomensuráveis tornou necessário o uso da técnica da antífrase para que se fundasse uma nova teoria das razões, independentemente da igualdade entre números... [...] essa técnica teria sido usada para desenvolver a teoria da razão independente da noção de proporção.

Segundo Bongiovanni (2005), o matemático que resolveu o debate acerca de grandezas não comensuráveis foi Eudoxo de Cnido (408 a.E.C. – 355 a.E.C.; ; cuja representação pode ser vista na Figura 4), um matemático grego seguidor das ideias do filósofo grego Platão (427 a.E.C. – 347 a.E.C). Ele construiu uma teoria das proporções que englobasse tanto as grandezas comensuráveis, quanto as grandezas incomensuráveis.

Figura 4- Eudoxo de Cnido



Fonte: Historia-Biografia (EUDOXO DE CNIDOS, [s.d.]

A definição conhecida de proporção é: sejam os segmentos com medidas pertencentes a R^+ , AD , DB , AE , EC , estão em proporção quando $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$.

Segundo Bongiovanni (2005), Eudoxo foi quem primeiro formalizou a igualdade entre razões, considerando não números reais, mas números inteiros. (Bongiovanni, 2005).

Dada a igualdade anterior, considerando AD e DB comensuráveis, então existe um máximo divisor comum tal que seja possível simplificar a fração para

$\frac{AD}{DB} = \frac{m}{n}$. Dessa maneira, $\frac{AE}{EC} = \frac{m}{n}$. Com isso, se $m \cdot DB = n \cdot AD$, então $m \cdot EC = n \cdot AE$.

Entretanto, supondo que AD e DB sejam incomensuráveis, então, se m e n são inteiros positivos: $\frac{m}{n} < \frac{AD}{DB}$, então $\frac{m}{n} < \frac{AD}{EC}$. Assim como, $\frac{m}{n} < \frac{AD}{DB}$, então $\frac{m}{n} < \frac{AD}{EC}$, ou seja, se $m \cdot DB < n \cdot AD$, então $m \cdot EC < n \cdot AE$ e $m \cdot DB > n \cdot AD$, então $m \cdot EC > n \cdot AE$. Isso se traduz na seguinte definição (Euclides apud Bongiovanni, 2005, p.96):

Diz-se que quatro grandezas estão na mesma razão, a primeira para a segunda e a terceira para a quarta se, quando equimúltiplos quaisquer são tomados da primeira e da terceira e equimúltiplos quaisquer da segunda e da quarta, os primeiros equimúltiplos são ambos maiores que, ou ambos iguais a, ou ambos menores que, os últimos equimúltiplos considerados em ordem correspondentes.

Segundo Bongiovanni (2005), essa definição foi usada posteriormente para a criação dos números reais e, também, para o Teorema de Tales, nesse último caso, seja para grandezas comensuráveis, quanto para grandezas incomensuráveis.

3.2 O Ensino Contemporâneo de Razão e Proporção

O ensino de Razão e Proporção, de acordo com a BNCC (2018), está previsto para o 9º ano do Ensino Fundamental, em EF09MA07 e EF09MA08, em que se espera trabalhar as seguintes habilidades: “Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica” e “Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas” (Brasil, 2018). Decide-se aqui apresentar conceituações de razão e proporção de Dante e Viana (2022).

3.2.1 Razão

Dante e Viana (2022) iniciam o debate apresentando ideias sobre o que é razão através de exemplos numéricos e cita propriedades envolvendo mais exemplos.

A razão entre 5 e 8 é $\frac{5}{8}$ e a razão entre 8 e 5 é $\frac{8}{5}$.

A razão entre 10 e 15 é $\frac{10}{15}$ ou $\frac{2}{3}$.

A razão entre 6 e 2 é $\frac{6}{2}$ ou 3.

A razão entre 0 e 9 é $\frac{0}{9}$ ou 0. Contudo, perceba que a razão entre 9 e 0 não existe! (Dante;Viana, 2022, p.66).

Percebe-se que inicialmente o livro apresenta a definição entre razão de dois números, posteriormente, ele mostra que se simplificarmos os valores da razão, não há problemas matemáticos; em seguida, indica que a razão pode ser um número natural e, por último, mostra que não é possível que o denominador seja 0, pois não é possível dividir por zero. Os autores tentam mostrar o que é razão e suas propriedades de maneira exemplificada.

Ademais, Dante e Viana (2022, p.66) conceituam o que é velocidade média e densidade demográfica, para apresentar razões “especiais” envolvendo 2 grandezas diferentes, segundo os autores:

A medida de velocidade média é obtida pela razão entre a medida de distância percorrida e a medida de intervalo de tempo gasto.

O valor da densidade demográfica de uma região é obtido pela razão entre a quantidade de habitantes da população e a medida de área da região.

Além disso, eles dão ênfase às unidades de medida, no caso da velocidade média, 80 km/h lê-se oitenta quilômetros por hora e, 80 hab./km^2 , lê-se oitenta habitantes por quilômetros quadrados.

3.2.2 Proporção

Mais uma vez, os autores, primeiro, exemplificam com números aleatórios para mostrar o conceito de proporção. Segundo eles,

[...] a razão entre 10 e 25 é $\frac{10}{25}$ à igual a razão entre $\frac{6}{15}$, e ambas são equivalentes a $\frac{2}{5}$. Por isso dizemos que as razões $\frac{10}{25}$ e $\frac{6}{15}$ formam uma **proporção e que $\frac{2}{5}$ é o coeficiente de proporcionalidade**. 2 razões iguais, formam uma proporção (Dante;Viana, 2022, p.67).

Da mesma forma, mostra que, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios (propriedade fundamental das proporções), desde que, nesse caso, $b, d \neq 0$.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \quad (1)$$

3.2.3 Escala

Como aplicação dos conceitos de razão e proporção, Dante e Viana (2022) introduzem a ideia de escala.

Escala é a razão entre uma medida de comprimento no desenho e a medida de comprimento correspondente na realidade.

$$Escala = \frac{\text{Medida de comprimento no desenho}}{\text{Medida de comprimento real}}$$

3.2.4 Divisão em Partes

Diferentemente do padrão conhecido pelos professores de Matemática, para abordar sobre grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, eles apresentam o título “Divisão em partes”, nesse caso, em Divisão em partes diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

3.2.4.1 Diretamente proporcionais

Dante e Viana (2022) para explicar o conceito propriamente dito, abordam uma situação-problema. A situação apresentada envolve Carlos, um electricista, que foi a uma loja de materiais eléctricos comprar cabos. Ele encontrou um cabo que custa R\$3,00 por metro. O problema explora a relação entre o comprimento do cabo e o preço a ser pago, que são grandezas diretamente proporcionais. Isso significa que, à medida que o comprimento do cabo aumenta, o preço também aumenta na mesma proporção.

Em casos como esse, dizemos que os números 2, 5, 8 e 10 são **diretamente proporcionais** aos números 6, 15, 24 e 30, respectivamente.

As razões $\frac{2}{6}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{8}{24}$, $\frac{10}{30}$ são todas iguais a $\frac{1}{3}$ que é chamado de **coeficiente de proporcionalidade** ou **fator de proporcionalidade** (Dante; Viana, 2022, p.70).

3.2.4.2 Inversamente proporcionais

De forma semelhante, abordam uma situação-problema para conceitualizar. A situação apresentada envolve Jeferson, que está organizando uma excursão e precisa alugar um ônibus cujo custo fixo é de R\$300,00. Esse valor deve ser dividido entre as pessoas que confirmarem participação. O problema explora a relação entre

o número de participantes e o custo individual que cada um deve pagar, que são grandezas inversamente proporcionais. Isso significa que, quanto mais pessoas confirmarem, menor será o custo individual para cada uma.

Dizemos que os números 15, 20, 25, e 30 são **inversamente proporcionais** aos números 20, 15, 12 e 10, respectivamente. Perceba que as razões $\frac{15}{20}$, $\frac{20}{15}$, $\frac{25}{12}$ e $\frac{30}{10}$ são todos iguais a 300. Esse é o **coeficiente de proporcionalidade** ou **fator de proporcionalidade** (Dante; Viana, 2022, p.71).

3.2.5 Proporcionalidade na Circunferência: O Número Pi (π)

Quando há duas ou mais circunferências distintas, a razão entre a medida de comprimento da circunferência e a medida de comprimento do diâmetro em qualquer uma delas é a mesma, chamada pi.

$$\frac{C_1}{d_1} = \frac{C_2}{d_2} = \pi \quad (2)$$

3.2.6 Razão Entre as Medidas de Comprimento de Segmentos de Reta e Segmentos de Reta Proporcionais

A razão entre os segmentos AB e CD é obtida calculando-se a razão entre suas medidas de comprimento em uma mesma unidade. Assim, a razão entre AB e CD : $\frac{AB}{CD}$ que é o coeficiente de proporcionalidade (Dante; Viana, 2022, p.77).

3.2.7 A Divina Proporção e o Número de Ouro

A proporção áurea, também conhecida como razão divina, é um princípio matemático formalizado por Euclides em sua obra Elementos, no século III a.C. Considere um segmento de reta AB com comprimento unitário. Ao dividi-lo em duas partes por um ponto C , estabelece-se a proporção áurea quando a razão entre o segmento total (AB) e a parte maior (AC) é igual à razão entre a parte maior (AC) e a menor (CB), de tal forma que:

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{x}{1-x} = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = 1-x \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

Resolvendo essa equação, obtemos que o valor positivo de x é $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Considerando agora a razão $\frac{1}{x}$, temos:

$\frac{1}{x} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Este número irracional $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, cujo valor racional aproximado é 1,618034, é conhecido por número de ouro ou razão de ouro ou, ainda, razão áurea (Dante; Viana, 2022, p.79).

O número de ouro, ou proporção áurea ($\phi \approx 1,618$), representa uma constante irracional derivada da divisão de um segmento em partes desiguais onde a razão entre o todo e a maior parte iguala a da maior para a menor, conectando-se à sequência de Fibonacci e padrões naturais como espirais em conchas e flores. Sua importância reside na presença em fenômenos biológicos, artísticos (como na Mona Lisa de Da Vinci) e arquitetônicos (Parthenon), simbolizando harmonia e beleza ideal (BRASIL ESCOLA, 2025).

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa é realizada em duas turmas de 8º ano do Ensino Fundamental da rede de Casimiro de Abreu. Nas duas turmas, foram abordados os assuntos Razão e Proporção. Uma, com 28 alunos, trabalhou na perspectiva de um Esquema Colaborativo, envolvendo um problema ambiental – para facilitar a escrita, a chamamos de “turma A” – e outra turma, em que a abordagem metodológica será a tradicional, de “turma B”, contendo 23 discentes.

Para organizar a maneira de ensinar na turma A e na turma B, decidiu-se estabelecer uma Sequência Didática (SD). O termo SD ou atividades didáticas é definido como sendo “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores, como pelos alunos” (Zabala, 1998, p.18). A SD possui três fases: planejamento, aplicação e avaliação.

No contexto da turma A, a respeito do planejamento, o docente apresentou, inicialmente, uma pergunta sobre os problemas ambientais que, para eles, existem no município de Casimiro de Abreu. Posteriormente, buscaram-se dados reais para incorporar o problema ambiental ao conteúdo Razão e Proporção. A escolha dos alunos foi discutir os resíduos sólidos.

A proposta foi criar um ambiente onde os estudantes busquem soluções de problemas sobre o tema e tomem decisões sem depender do professor, desenvolvendo a própria autoestima e acreditando nas suas capacidades matemáticas.

A dinâmica das aulas deu-se através da seguinte estrutura: o professor iniciou uma breve explicação do conteúdo a ser trabalhado, em seguida, os alunos foram divididos em cinco grupos pré-determinados através da colaboração de seus antigos professores, de maneira a formar grupos heterogêneos. Ressalta-se que o professor foi mediador e enriqueceu o debate em determinados momentos nos grupos, além de incentivar a colaboração entre os discentes. Durante essa etapa, os alunos debatem e refletem, até que cheguem a consensos, fortalecendo senso de

responsabilidade compartilhada. Por fim, o professor retomou o controle da aula, fez a síntese do conteúdo, ou corrigiu a atividade e tirou dúvidas que os alunos tiveram.

No que se refere a avaliação, foi em uma perspectiva contínua, abordada de duas formas: em grupo e individualmente. O primeiro verifica o progresso coletivo e a capacidade dos alunos de trabalharem em colaboração. Enquanto o segundo permite analisar o desenvolvimento de cada um deles, de maneira detalhada, através de uma avaliação final, contendo 6 questões. Espera-se que os resultados demonstrem melhorias no desempenho coletivo dos discentes, assim como a capacidade de comunicação entre eles, de maneira respeitosa e solidária.

Além disso, a avaliação final foi a mesma para as duas turmas envolvendo problemas ambientais. Será feita uma análise sobre o rendimento de cada turma e aluno para podermos comparar se o método do EC, de fato, é um método eficaz no processo de ensino.

Para tanto, foram organizadas duas sequências didáticas como método de organização pedagógica. A sequência didática da turma A foi estruturada em cinco aulas com duração de 90 minutos cada, nas quais o professor desenvolveu, com seus discentes, os seguintes objetivos, em ordem:

1. Compreender o conceito de razão e aplicá-lo a dados ambientais;
2. Compreender o conceito de proporção e também aplicá-lo a dados ambientais;
3. Integrar os conceitos de razão e proporção na resolução de problemas ambientais mais complexos;
4. Utilizar os conhecimentos desenvolvidos para propor soluções a questões ambientais;
5. Socializar as soluções propostas pelos grupos e realizar a avaliação final.

Ressalta-se que o quinto momento corresponde à socialização entre todos os grupos da turma. Vale destacar que o professor, nesse contexto, visa um aprendizado partindo da realidade local dos estudantes, para instigar a curiosidade e a importância do conteúdo de matemática e uma formação cidadã dos alunos, mostrando também que a matemática é uma ferramenta de leitura crítica da realidade.

A avaliação da turma A é formativa e somativa, ou seja, no primeiro momento analisa a participação dos membros do grupo, a socialização das soluções e a

construção de consensos. O segundo é através da avaliação na aula 5, com foco na aplicação prática de razão e proporção.

A SD da turma B foi elaborada para cinco aulas, concomitantemente à turma A. durante essas aulas, o objetivo do professor é:

1. Introduzir o conceito de razão e sua conversão entre frações, decimais e porcentagens;
2. Compreender a ideia de proporção e suas propriedades matemáticas;
3. Ensinar a técnica da regra de três simples;
4. Ensinar a regra de três composta;
5. Avaliar o conteúdo aprendido nas aulas anteriores, através de uma avaliação.

Nesse contexto, o professor adota uma abordagem conteudista e mecanicista, uma vez que a prioridade está na técnica e na abstração formal dos conceitos trabalhados. Embora a última avaliação, na aula 5, utilize dados reais, o desenvolvimento das aulas permanece descontextualizado e centrado na figura do professor como transmissor do conhecimento. A avaliação é tanto formativa, pois os alunos realizam exercícios ao longo das aulas, quanto somativa, uma vez que há aplicação prática dos conteúdos por meio de uma prova.

5 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentadas as observações feitas durante a aplicação na sequência colaborativa, além de apresentar as respostas dos alunos por grupo. Nesse sentido, para facilitar a análise, foi criado um modelo para apresentar, sem expor, os alunos, por exemplo: a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 representa que são alunos diferentes do grupo 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Observe a frequência dos alunos de acordo com os dias das atividades apresentadas e o percentual de aproveitamento, de acordo com a avaliação individual:

Quadro 2 - Frequência dos Alunos – Turma A

Grupo	Pseudônimo	Atividade 1	Atividade 2	Atividade 3	Atividade 4	Avaliação Final individual (% de acertos)
1	a_1	50%
	b_1	.	.	.	F	F ¹⁹
	c_1	33%
	d_1	.	.	.	F	50%
	e_1	50%
	f_1	83%
2	a_2	.	F	F	.	50%
	b_2	67%
	c_2	33%
	d_2	50%
	e_2	50%
	f_2	.	F	F	.	50%
3	a_3	50%
	b_3	F	.	.	F	F
	c_3	67%
	d_3	F	.	.	.	83%
	e_3	F	.	.	.	F

¹⁹ Os alunos que receberam a indicação “F” o fizeram por ausência no dia da avaliação final individual.

4	a ₄	F	.	.	.	67%
	b ₄	.	.	.	F	50%
	c ₄	.	F	F	.	17%
	d ₄	50%
	e ₄	F	.	.	.	50%
5	a ₅	.	.	.	F	17%
	b ₅	F	.	.	.	50%
	c ₅	50%
	d ₅	50%
	e ₅	83%
	f ₅	F	.	.	.	50%

Fonte: Autoria própria

Na aplicação da Atividade 1, foi possível perceber que, embora todos os discentes já se conhecessem e convivessem juntos há, pelo menos, um bimestre, eles estavam tímidos em seu próprio grupo. Retirou-se a “zona de conforto” dos grupos os quais eles faziam parte anteriormente, socialmente falando. Isso, de certa forma, foi desafiador, pois o professor mediava a situação de forma que os alunos pudessem interagir entre si.

Sendo assim, a maioria das atividades foi feita de maneira individual e, ao final, os alunos foram tirando dúvidas de como se faziam determinadas atividades e questionando o docente “qual maneira de fazer estava certa” entre membros do mesmo grupo. Nesse momento, foi possível escutar a argumentação de cada aluno e, o próprio grupo decidiu quem estava certo, entrando em um consenso. Sobre as respostas das perguntas, todos os grupos responderam de maneira similar todas as três questões. Observe a Figura 1.

Figura 5 – Questão 1 da Atividade 1 do Grupo 4

1- Escrever, por extenso, a razão entre a extensão da rede de esgoto e o número de ligações.

Dados: 6,93 m/lig.

SEIS VIRGULA NOVENTA E TRÊS
METROS POR LIGAÇÃO

Fonte: Autoria própria

Essa primeira questão teve como objetivo que o grupo entendesse a relação que a razão pode transmitir, nesse caso, “metros por ligação”. Os alunos ficaram sem entender essa relação, pois não é do conhecimento deles esse tipo de dado. O professor explicou que, nesse caso, ligações significa que são casas. Na próxima questão, o professor autorizou o uso da calculadora, a pedido dos alunos (Figura 2).

Figura 6 – Questão 2 da Atividade 1 do Grupo 4

2- Determinar a razão entre a população atendida pelo esgoto e a população total.

Determine a resposta em porcentagem, mostrando que a porcentagem é uma razão.

Dados:

23 025 habitantes da população possui atendimento pelo esgoto. A população total de Casimiro de Abreu é de 44 110 habitantes.

$$\frac{23\ 025}{44\ 110} \quad 0,2552\%$$

APROXIMADAMENTE

Fonte: Autoria própria

Os alunos sabiam que, ao dividir um número por outro, o resultado pode ser expresso em porcentagem multiplicando-o por 100. Contudo, percebeu-se que o uso da calculadora omitiu que seriam aproximadamente 52 por 100, encontrando a resposta diretamente como porcentagem e deixando a reflexão de lado. Outra situação em que isso foi observado foi a questão seguinte e última (Figura 3).

Figura 7 – Questão 3 da atividade 1 do Grupo 4

3- Calcular a razão entre a quantidade de resíduos gerados por habitante e o custo da coleta.

Dados:

Resíduos gerados por habitante: 0,78 kg/dia.

Custo da coleta: R\$ 190,45 por tonelada (1 tonelada = 1 000 kg).

$$\frac{0,78}{190,45}$$

Fonte: Autoria própria

Com essa resposta é possível conjecturar que, se os discentes tivessem contato com a matéria em um primeiro momento, estaria certo. Contudo, não analisaram corretamente as unidades de medida. Para resolver da maneira matematicamente correta, os grupos deveriam converter unidades para compatibilidade, ou seja:

$$Custoporkg = \frac{190,45 \text{ R\$}}{1000 \text{ kg}} = 0,19045 \text{ R\$/kg} \quad (3)$$

Em seguida, com as unidades ajustadas, resolver a razão:

$$Razã o = \frac{0,78 \text{ kg/habitante}}{0,19045 \text{ R\$/kg}} \approx 4,095 \text{ kg}^2/\text{R\$} \quad (4)$$

O objetivo dessa questão era mostrar que nem toda razão possui sentido intuitivo ou físico, embora esteja matematicamente correto. Vale ressaltar que o docente, ao final das atividades e registros coletados, corrigiu com a turma as questões e, perceberam-se dificuldades em frações, conteúdo apresentado tanto no 6º ano, quanto no 7º ano para resolver essa questão.

Na segunda aula, que tratou sobre proporção, os discentes realizaram as atividades compreendendo a importância da troca de ideias e do auxílio mútuo na resolução dos problemas. Contudo, observou-se que a dinâmica de "ajudar o colega de grupo" foi além dos próprios grupos, transformando-se em um auxílio generalizado à turma. Ou seja, quando um grupo finalizava sua atividade, seus integrantes passavam a auxiliar outros grupos na conclusão correta das tarefas. Ressalta-se que essa cooperação era frequentemente direcionada a colegas com quem já havia um vínculo de amizade preexistente.

Além disso, outra questão interessante foi a falta de manuseio correto da calculadora. Quando o aluno montava a proporção, no entendimento dele, deveria ter a opção de escrever a razão e, automaticamente, encontrar a incógnita. Em outros casos, eles confundiam a vírgula da calculadora com um ponto e isso será possível notar em algumas respostas. Observe na Figura 4 essa resposta de um dos discentes do grupo 1.

Figura 8 – Questão 1 da Atividade 2 do Grupo 1

1- Em Casimiro de Abreu, cada habitante gera 0,78 kg de resíduos por dia. Sabendo que a população da cidade é de 44.110 habitantes, determine, usando uma proporção, a quantidade total de resíduos gerados diariamente no município.

34,408,80 kg de lixo

Fonte: Autoria própria

É possível notar que esse integrante apenas copiou a resposta de alguém do próprio grupo ou montou a proporção em um rascunho e fez as contas diretamente na calculadora. Contudo, percebe-se que ele não compreende a posição da vírgula.

O grupo 3 respondeu também resolveu a mesma questão, de maneira correta, mas não se atentou ao rigor matemático quando montou a proporção. Eles esqueceram do principal – o sinal da igualdade, conforme se vê na Figura 5.

Figura 9 – Questão 1 da Atividade 2 do Grupo 3

1- Em Casimiro de Abreu, cada habitante gera 0,78 kg de resíduos por dia. Sabendo que a população da cidade é de 44.110 habitantes, determine, usando uma proporção, a quantidade total de resíduos gerados diariamente no município.

$$\frac{1 \text{ hab}}{0,78 \text{ kg}} \times \frac{44.110 \text{ hab}}{x} \quad x = 0,78 \cdot 44.110$$

$$x = 34.408,80 \text{ kg de lixo.}$$

Fonte: Autoria própria

Observa-se que buscou cuidado ao relacionar as unidades e demonstrou os passos claramente, mesmo contendo um erro em relação ao rigor matemático, esquecendo o sinal da igualdade ao montar a proporção. Esse mesmo equívoco aconteceu no grupo 5. Na resolução dos demais grupos e de outra resolução do grupo 1, é possível observar a igualdade presente, observe a solução do grupo 2 (Figura 6).

Figura 10 – Questão 1 da Atividade 2 do Grupo 1

1- Em Casimiro de Abreu, cada habitante gera 0,78 kg de resíduos por dia. Sabendo que a população da cidade é de 44.110 habitantes, determine, usando uma proporção, a quantidade total de resíduos gerados diariamente no município.

$$\frac{1 \text{ hab}}{0,78 \text{ kg}} = \frac{44.110 \text{ hab}}{x}$$

$$x = 0,78 \cdot 44.110 \quad x = 34.408,80 \text{ kg de lixo}$$

Fonte: Autoria própria

Com isso, ao analisar as demais respostas dos grupos 3 e 5, percebe-se que é necessário o docente rever este conceito em sala de aula, visto a quantidade de equívocos dentro do grupo.

Percebe-se, na segunda questão da atividade 2, que a maioria dos alunos demonstrou uma boa compreensão do conceito, com exceção dos grupos 3 e 5. No entanto, uma falha comum foi a omissão da unidade de medida ao finalizar os cálculos. Essa falha indica que os estudantes, em vez de analisarem a problemática ambiental/sustentável em sua totalidade, concentraram-se apenas nos aspectos numéricos da questão, deixando de refletir sobre a problemática. Observe na Figura 7 resposta do grupo 2.

Figura 11 – Questão 2 da Atividade 2 do Grupo 2

2- O custo da coleta de resíduos em Casimiro de Abreu é de 190,45 R\$ por tonelada, sabendo que 1 tonelada equivale a 1.000 kg. Considerando que a cidade gera 34.405,8 kg de resíduos por dia, utilize uma proporção para determinar o custo diário da coleta

$$\frac{190,45}{1000} \times \frac{x}{34.405,8} \quad x = 6.552,584$$

$$1000x = 190,45 \cdot 34.405,8 \quad x = 6.552,584$$

Fonte: Autoria própria

Outro lapso que ocorreu também nessa resposta foi não acompanhar corretamente a igualdade na resolução, embora tenha acertado a resposta final. Por falta de tempo ou excesso de conversa, apenas dois grupos finalizaram toda a questão 3 da segunda atividade, os grupos 2 e 5. O grupo 2 acertou, mas manteve o mesmo equívoco em relação à igualdade e não considerou que o número de

peças deveria ser um número natural, e o grupo 5, como já dito, omitiu o sinal da igualdade para representar a proporção. Observe a resposta do grupo 2 na Figura 8.

Figura 12 – Questão 3 da Atividade 2 do Grupo 2

3- A cidade de Casimiro de Abreu possui uma população total de 44.110 habitantes, e 55,20% dessa população tem acesso ao serviço de esgoto. Utilize uma proporção para determinar quantos habitantes são atendidos pelo serviço de esgoto.

$$\frac{44.110}{100} \times \frac{x}{55,20} = x = 2.434,872$$

$$x = 24.348,72$$

Fonte: Autoria própria

Desses dois grupos, apenas o grupo 2 finalizou toda a atividade. Mas observe a resposta do grupo na questão 2, esquecendo a unidade de medida (Figura 9).

Figura 13 – Questão 4 da Atividade 2 do Grupo 2

4- Em Casimiro de Abreu, cada ligação de esgoto corresponde a 6,93 metros de rede, e cada empregado é responsável por 323 ligações. Utilize uma proporção para determinar a extensão total da rede de esgoto sob responsabilidade de um único empregado.

$$\frac{6,93}{1} \times \frac{x}{323}$$

$$1x = 2.238,39$$

$$x = 22.383,9$$

Fonte: Autoria própria

Observa-se que foi compreendido corretamente o conceito sobre proporção, mas evidentemente, há uma lacuna de aprendizado em todo o grupo sobre resolução de equação do primeiro grau, um assunto lecionado no 7º ano do Ensino Fundamental. Nesse caso, o grupo 2 indica que, após multiplicar os meios e os extremos, se deve sempre dividir por algum número para encontrar o resultado final, nesse caso, porque evidentemente buscou a solução da questão anterior como base.

Na terceira aula foi proposto ensinar a regra de três, como método prático de resolver problemas relacionados a proporção. Com isso, apresentaram-se exemplos

e a maneira de resolver tais exemplos utilizando essa ferramenta. Posteriormente, os alunos foram separados em grupos para fazerem a atividade 3. A solução da primeira questão do grupo 1 pode ser vista na Figura 10.

Figura 14 – Questão 1 da Atividade 3 do Grupo 1

Calcular a quantidade total de resíduos gerados por dia em uma cidade com 100.000 habitantes.

Dados:

Resíduos gerados por habitante: 0,78 kg/dia

$$\begin{array}{l} 1 \text{ hab} \rightarrow 0,78 \\ 100.000 \rightarrow x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 100.000 \cdot 0,78 \\ x = 78.000 \end{array}$$

Fonte: Autoria própria

Assim como os demais grupos, novamente, os alunos ignoraram a unidade de medida, o que torna a questão essencial e focaram apenas nos aspectos numéricos. O grupo 5 confundiu com proporções e escreveu a “regra de 3” como uma fração, mas, ao mesmo tempo, aparentava não ser uma igualdade de frações (Figura 11).

Figura 15 – Questão 1 da Atividade 3 do Grupo 5

Calcular a quantidade total de resíduos gerados por dia em uma cidade com 100.000 habitantes.

Dados:

Resíduos gerados por habitante: 0,78 kg/dia

$$\frac{1}{100.000} \propto \frac{0,78}{x} \quad \begin{array}{l} x \approx 0,78 \cdot 100.000 \\ x \approx 78.000 \end{array}$$

Fonte: Autoria própria

Aparentemente, o grupo confundiu a classe posicional do número, pois errou o uso da vírgula, mas compreendeu, embora parcialmente, a aplicação e a praticidade da regra de 3.

Neste estágio da pesquisa, os grupos já se encontravam saturados da convivência com os novos colegas definidos na primeira aula. Observou-se um aumento nos episódios de indisciplina em sala, resultando em um ambiente caótico que prejudicou a concentração dos demais grupos. O grupo 3 foi o principal

responsável por essa situação e, em decorrência disso, eles optaram por não realizar as atividades propostas.

A próxima questão dependia do resultado da anterior, o grupo 4 conseguiu identificar isso, mas cometeu um erro na resolução de equações do primeiro grau, como se vê na Figura 12.

Figura 16 – Questão 2 da Atividade 3 do Grupo 4

Determinar o custo total da coleta de resíduos para essa cidade, considerando o custo por toneladas.

Dados:

Custo da coleta: R\$ 190,45 por tonelada.

$$190,45 \times 1000 \text{ kg} = 78.000$$

$$x = 19.855.100$$

Fonte: Autoria própria

Percebe-se que os discentes esqueceram de multiplicar cruzado o x por 1000, com isso cometendo um erro na solução da questão. Mas observe na Figura 12 que houve um cuidado ao transformar uma tonelada em mil quilogramas, coincidindo as unidades trabalhadas.

O grupo 1, que demonstrava estar se sobressaindo em comparação aos demais grupos no contexto colaborativo, apenas montou a regra de três e não finalizou os cálculos nem tentou responder a última questão, porque o grupo começou a se conhecer melhor, trocando experiências para além do assunto debatido na aula de Matemática. Ressalta-se que o professor não conseguiu intervir para manter o foco na disciplina. Veja a solução parcial do grupo 1 na Figura 13.

Figura 17 – Questão 2 da Atividade 3 do Grupo 1

Determinar o custo total da coleta de resíduos para essa cidade, considerando o custo por toneladas.

Dados:

Custo da coleta: R\$ 190,45 por tonelada.

$$1.000 \rightarrow 190,45$$

$$x \rightarrow 78.000$$

Fonte: Autoria própria

Através dessa tentativa, é possível identificar que conseguiram perceber o cuidado que se deve ter em relação às unidades de medida, no que se refere à transformação de uma tonelada para mil quilogramas. Entretanto, haviam errado a posição dos 78.000 quilogramas. Por outro lado, o grupo 2 conseguiu resolver a questão com êxito (Figura 14).

Figura 18 – Questão 2 da Atividade 3 do Grupo 2

Determinar o custo total da coleta de resíduos para essa cidade, considerando o custo por toneladas.

Dados:
Custo da coleta: R\$ 190,45 por tonelada.

Handwritten work:

$$1000X = 78.000 \cdot 190,45$$

$$X = 14.855,100$$

$190,45$ ——— $1000K$
 X ——— 78.000

Fonte: Autoria própria

Considera-se que o grupo 2, depois de lembrado acerca da equação do primeiro grau devido ao erro na solução 4, da atividade 2, conseguiu acertar a questão, embora tenham um lapso em relação à unidade de medida.

Por fim, na questão 3, da atividade 3, era preciso que os discentes fizessem duas regras de 3 para resolver o problema. Essa questão foi um desafio. Como os alunos viram o assunto pela primeira vez, ficaram confusos, embora tenha havido tentativas honrosas de resolução, como a do grupo 5, que pode ser vista na Figura 15.

Figura 19 – Questão 3 da Atividade 3 do Grupo 5

Calcular quantos quilômetros de varrição são necessários para uma cidade que gera 50 toneladas de resíduos por dia.

Dados:

Custo da varrição: R\$ 266,73 por km.

$$\begin{array}{l}
 1\text{KM} \text{ --- } 266,73 \\
 x \text{ --- } 9552,500 \\
 \hline
 x = 9.552,500\text{R\$} \\
 x = 9,5525
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 1\text{T} - 190,45 \\
 50\text{T} - x \\
 \hline
 x = 9522,5
 \end{array}$$

Fonte: Autoria própria

Através dessa tentativa, é possível analisar que primeiro foi montada a regra de 3 que possui o x como incógnita, mas estava faltando um dado, que era o valor por quilômetros, relacionando com toneladas de lixo varridos. Com isso, o grupo pensou em associar os dados trabalhados anteriores, visto que, se em 1 tonelada de resíduos, gasta-se 190,45, quanto devem custar 50 toneladas?

A partir desse resultado, que é R\$ 9.522,50, colocar na regra de 3 que relaciona a quilometragem com o valor, pois assim, é possível determinar quantos quilômetros é possível varrer. O que não se esperava nesse patamar, é que houvesse um equívoco ao multiplicar cruzado, pois, então, se encontraria como resposta aproximadamente 35,7 quilômetros. Vale lembrar que todas as questões foram corrigidas posteriormente com os estudantes.

Por fim, a atividade 4 consistia em lembrar como fazer uma questão envolvendo proporção, visto que os alunos poderiam utilizar igualdade entre razões ou, de uma maneira mais prática, a regra de três. Veja na Figura 16 resposta do grupo 1.

Figura 20 – Questão 1 da Atividade 4 do Grupo 1

1- Calcular quantos empregados seriam necessários para atender uma cidade com 500.000 ligações de esgoto, mantendo a proporção de 1 empregado para 323 ligações.

$$\begin{array}{l}
 \frac{1}{323} = \frac{x}{500.000} \\
 323x = 500.000 \\
 x = \frac{500.000}{323} = 1.547,98...
 \end{array}$$

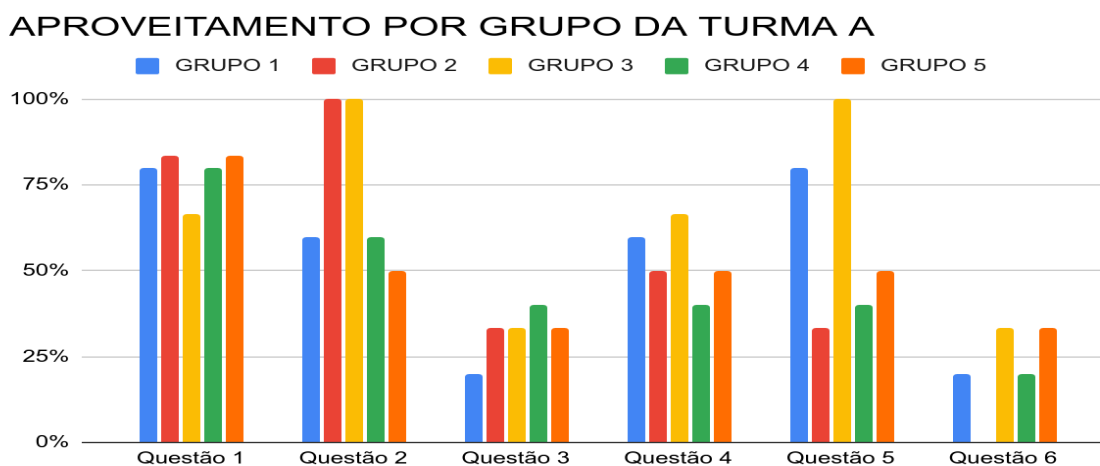
Fonte: Autoria própria

É possível perceber que o grupo 1 priorizou proporções a resolver pela regra de três, contudo, como hábito da turma, não retornou à questão inicial para compreender o que se pedia. Perceba que o valor da incógnita deveria ser arredondado para um número natural, pois se trata de quantidade de empregados. Sendo assim o resultado correto deveria ser 1548 empregados.

A segunda questão foi dividida em duas partes: a primeira consistia em propor uma meta de redução dos resíduos sólidos e calcular o impacto dessa redução no custo total da coleta; a segunda, em criar uma campanha de conscientização para diminuir o consumo de água e esgoto, utilizando o conceito de proporção. No entanto, os alunos concluíram apenas a primeira etapa, tanto por ela ser o problema inicial que eles haviam proposto quanto pelo tempo disponível ter se tornado um obstáculo. Os cartazes estão apresentados no apêndice B, junto com a Sequência Didática trabalhada com os estudantes, em um modelo de Esquema Colaborativo .

A respeito da avaliação, apresentada no Apêndice C, observa-se o aproveitamento da turma em um Esquema Colaborativo, de acordo com as questões trabalhadas (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Aproveitamento por grupo da turma A, de acordo com a Avaliação Final



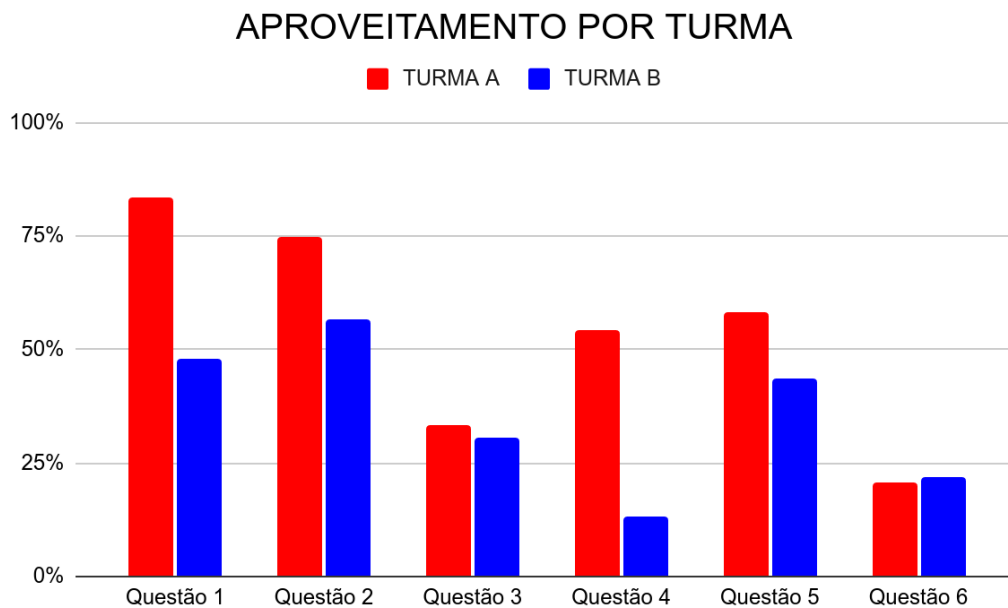
Fonte: Autoria própria

As questões 1 e 2 tratavam acerca da reciclagem e reflorestamento, usando conhecimentos sobre o cálculo de proporção direta simples, sendo as questões menos complexas. Também a questão 3, que abordava sobre produção de lixo, é

similar às questões anteriores, em relação à proporção direta simples, mas com valores maiores e cálculos mais sofisticados. Além disso, a questão 4, abordava Razão (economia de água), porém era necessário simplificar o resultado. A questão 5 abordava sobre taxa constante a respeito de vazamento de óleo, também utilizava proporção simples direta. Por fim, a questão 6 contextualizava sobre compostagem e utilizava, também, proporção simples direta, mas poucos alunos conseguiram finalizá-la porque foi ofertado apenas uma aula de 45 minutos para realizar a avaliação e, com isso, não foi tempo suficiente, devido ao limitado domínio de conhecimentos matemáticos por parte dos discentes.

Vale ressaltar que a turma B teve o acompanhamento em um contexto de ensino tradicional, onde centra-se o papel no professor como detentor do processo de ensino aprendizagem. Observa-se a comparação entre o rendimento por questões em relação as turmas no Gráfico 2.

Gráfico 2 – Aproveitamento por turma



Fonte: Autoria própria

Sendo assim, é possível observar que a turma A se sobressaiu, em relação à turma B na maioria das questões. Além disso, compreende-se que ambas as turmas possuem uma dificuldade em efetuar cálculos mais complexos sem o auxílio da

calculadora, visto o percentual de aproveitamento da questão 3. A turma B se sobressaiu apenas na questão 6, o que pode demonstrar que os alunos da turma A, de fato, fizeram todos os cálculos, demonstrando que o trabalho era árduo para eles, apresentando dificuldade nos cálculos. Destaca-se que, infelizmente, o docente recebeu avaliações em branco por desinteresse de determinados alunos em realizar a atividade da turma B.

CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo central desenvolver e analisar uma sequência didática que integrasse a Educação Ambiental ao ensino de Matemática, especificamente os conceitos de razão e proporção, por meio da metodologia de Esquemas Colaborativos. A pesquisa foi motivada pela relevância ambiental no município de Casimiro de Abreu e pela construção de um conhecimento matemático aplicado à realidade dos alunos, promovendo uma visão crítica por parte dos discentes.

A pesquisa centrou-se na comparação de duas turmas de 8º ano: uma submetida à sequência didática com EC e temática ambiental, e outra com abordagem tradicional. A análise dos resultados da aplicação da sequência didática na Turma A mostrou, inicialmente, a timidez e dificuldade de interação nos grupos heterogêneos recém-formados, demandando mediação ativa por parte do docente. Entretanto, ao longo das atividades, a colaboração foi além dos grupos formados, mostrando a construção de um ambiente de auxílio mútuo, mesmo que direcionado a amizades preexistentes.

A contextualização dos problemas ambientais locais, escolhidos pelos discentes, despertou a curiosidade deles ao resolverem os problemas. Contudo, observou-se que eles focavam apenas nos cálculos numéricos, ignorando a análise mais profunda em relação às unidades de medida e deixando de fazer reflexões sobre o significado da razão em um determinado contexto. Para tanto, houve dificuldades com conceitos matemáticos prévios, como operação com fração,

resolução de equações de 1º grau e também com manuseio correto da calculadora, contribuindo para a resolução equivocada em algumas atividades.

Mesmo com episódios de indisciplina e pela sobrecarga da dinâmica nas últimas atividades, a avaliação final indicou um desempenho maior da Turma A em relação à Turma B na maioria das questões que envolviam a aplicação de razão e proporção em contextos ambientais. Sendo assim, acredita-se que a abordagem colaborativa e contextualizada favoreceu o aprendizado efetivo dos conceitos matemáticos discutidos, em comparação ao ensino tradicional. Além disso, percebe-se, a partir da dificuldade na resolução de algumas questões – em especial, a questão 3 –, que é necessário reforçar cálculos aritméticos com os alunos.

Conclui-se, portanto, que a articulação entre EA, Matemática e EC é uma estratégia interessante para ser adotada no Ensino Fundamental nos anos finais. A SD permitiu que os alunos não só aplicassem o conceito de razão e proporção, mas também que refletissem, mesmo com limitações, sobre questões ambientais em seu entorno. Ressalta-se que a implementação da abordagem de EC pode facilitar a corrigir possíveis más interpretações em relação ao conteúdo de Matemática de maneira mais eficaz, visto que os discentes entram em consenso para determinar um resultado. Outrossim, os Esquemas Colaborativos não demandam tempo de planejamento fora do normal, mas para contextualizar com dados reais, é necessária uma dedicação além do habitual.

Sendo assim, sugere-se que futuras pesquisas explorem a aplicação dessa abordagem em outros contextos, com diferentes temas ambientais, visando consolidar práticas pedagógicas que formem cidadãos matematicamente competentes e ambientalmente conscientes.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. DE L.; AVELAR, P. R. N.. Modelagem Matemática e o Desenvolvimento do Pensamento Integral. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 36, n. 72, p. 239–261, jan. 2022.

ASSIS, R. P. *Educação Ambiental e as Ferramentas Metodológicas no Ensino Matemático Transversal*. 2019. Dissertação (Mestrado) — Universidade Veiga de Almeida. Disponível em:

https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7669641. Acesso em: 14 dez. 2024.

BARBOSA, A.; CONCORDIDO, C. Ensino colaborativo em ciências exatas. *Ensino, Saúde e Ambiente*, v. 2, n. 3, dez. 2009. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/328526092_ENSINO_COLABORATIVO_EM_CIENCIAS_EXATAS. Acesso em: 23 fev. 2025.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no Ensino*. 5. ed., 3. reimpressão. São Paulo: Contexto, 2013.

BONGIOVANNI, V. As duas maiores contribuições de Eudoxo de Cnido: a teoria das proporções e o método da exaustão. *Revista Iberoamericana de Educação Matemática*, n. 2, p. 91-110, jun. 2005.

BRASIL. *Decreto nº 4.281*, de 25 de junho de 2002. Dispõe sobre a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 26 jun. 2002. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/2002/d4281.htm. Acesso em: 24 jan. 2025.

BRASIL. Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis. *Educação ambiental: as grandes diretrizes da Conferência de Tbilisi*. Brasília: IBAMA, 1997. Disponível em: <https://www.ibama.gov.br/sophia/cnia/livros/educacaoambientalalasgrandesdiretrizesdaconferenciadetblisidigital.pdf>. Acesso em: 17 dez. 2024.

BRASIL. *Lei nº 9.394*, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1996/lei-9394-20-dezembro-1996-362578-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 20 dez. 2024.

BRASIL. *Lei nº 9.795*, de 27 de abril de 1999. Dispõe sobre a educação ambiental, institui a Política Nacional de Educação Ambiental e dá outras providências. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 28 abr. 1999. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9795.htm#art14. Acesso em: 24 jan. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília,

DF: MEC/SEF, 1997. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 24 jan 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 08 dez. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. *Resolução CNE/CEB nº 2*, de 12 de julho de 2012. Estabelece diretrizes para a educação ambiental no contexto da educação básica. Brasília, DF, 12 jul. 2012. Disponível em:
http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rcp002_12.pdf. Acesso em: 24 jan. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Guia prático para temas contemporâneos transversais na Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2019. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 28 jan. 2025.

BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. *Declaração de Thessaloniki*. 1995. Disponível em: <https://antigo.mma.gov.br/governanca-ambiental/sistema-nacional-do-meio-ambiente/item/8070-declara%C3%A7%C3%A3o-de-thessaloniki.html>. Acesso em: 19 dez. 2024.

BRASIL. *Promoção da educação, conscientização pública e treinamento*: Capítulo 36 da Agenda 21. 1992. Disponível em:
https://antigo.mma.gov.br/estruturas/agenda21/_arquivos/cap36.pdf. Acesso em: 19 dez. 2024.

BRASIL ESCOLA. *Proporção áurea: número de ouro, como calcular*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/proporcao-aurea.htm>. Acesso em: 5 dez. 2025.

BRUFFEE, K. Collaborative Learning and the "Conversation of Mankind". *College English*, v. 46, n. 7, p. 635-652, nov. 1984. Disponível em:
<http://www.jstor.org/stable/376924>. Acesso em: 22 fev. 2025.

BRZEZINSKI, I. Tramitação e desdobramentos da LDB/1996: embates entre projetos antagônicos de sociedade e de educação. *Trabalho, Educação e Saúde*, Rio de Janeiro, v. 8, n. 2, p. 185–206, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1981-77462010000200002>. Acesso em: 13 abr. 2025.

BÚRIGO, E. Z. Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Dissertação de Mestrado em Educação. UFRGS, Porto Alegre, 1989.

COMISSÃO MUNDIAL SOBRE MEIO AMBIENTE E DESENVOLVIMENTO. *Nosso futuro comum*. 2. ed. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1991. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4245128/mod_resource/content/3/Nosso%20Futuro%20Comum.pdf. Acesso em: 17 dez. 2024.

CONFERÊNCIA das Nações Unidas sobre o Meio Ambiente Humano. *Declaração de Estocolmo*: 5-16 de junho de 1972. São Paulo: CETESB, [ano]. Disponível em: <https://cetesb.sp.gov.br/wp-content/uploads/sites/33/2016/09/Declaracao-de-Estocolmo-5-16-de-junho-de-1972-Declaracao-da-Conferencia-da-ONU-no-Ambiente-Humano.pdf>. Acesso em: 13 de dezembro de 2024.

COSTA, D.; PONTAROLO, E. Aspectos da Educação Ambiental Crítica no Ensino Fundamental por meio de Atividades de Modelagem Matemática. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v. 100, n. 254, p. 149-168, jan./abr. 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbeped/a/mQVQp8thpJMdy9qkjZxVbTD/?lang=pt>. Acesso em: 14 dez. 2024.

DALEASTE, R. *Educação Ambiental e Ensino de Matemática*: Análise de Propostas Desenvolvidas por Docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. 2023. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=14118526. Acesso em: 14 dez. 2024.

DANTE, L. R; VIANA, E. *Teláris: Matemática*. 9º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2022.

DECLARAÇÃO MUNDIAL SOBRE EDUCAÇÃO PARA TODOS. Encontro realizado em Jomtien, Tailândia, de 5 a 9 de março de 1990. Disponível em: https://abres.org.br/wp-content/uploads/2019/11/declaracao_mundial_sobre_educacao_para_todos_de_marco_de_1990.pdf. Acesso em: 20 dez. 2024.

DONÉL, G. M. *Educação Ambiental e Educação Matemática*: O Obstáculo entre Economia, Meio Ambiente e Desenvolvimento em Atuações Portuárias em São Francisco do Sul. 2020. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=10268347. Acesso em: 14 dez. 2024.

DASSIE, B. A. *Matemática do curso secundário na reforma Gustavo Capanema*. Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada. PUC/RJ, 2001.

DELRIO, V. *Práticas colaborativas no ensino de funções*: uma aplicação no Programa de Educação de Jovens e Adultos do município do Rio de Janeiro. 2014. 83 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

EUDOXO de Cnidos. *Eudoxo de Cnidos*. Historia-Biografia, [s.l.], [s.d.]. Disponível em: <<https://historia-biografia.com/eudoxo-de-cnidos/>>. Acesso em: 5 dez. 2025.

EQUIPETODAMATÉRIA. *Euclides de Alexandria: o pai da geometria*. Toda Matéria, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/euclides-de-alexandria/>. Acesso em: 5 dez. 2025.

FÁVARO, L.; FONSECA, L.; MAGALHÃES, S.; PEREIRA, D. A história da educação ambiental perpassando pela concepção crítica e emancipatória. *Revista Educação Ambiental em Ação*, Porto Alegre, v. XXII, n. 90, mar./maio 2025. ISSN 1678-0701. Disponível em: <https://revistaea.org/artigo.php?idartigo=3994>. Acesso em: 12 abr. 2025.

FERREIRA, N.S.A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 23, n. 79, p. 258-272, ago. 2002. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0101-73302002000300013>. Acesso em: 08 dez. 2024.

GAILLET, L. L. *An Historical Perspective on Collaborative Learning*. Documento eletrônico. Disponível em: http://michel.delord.free.fr/bibli1998/collaborative_learning.html. Acesso em: 13 abr. 2025.

GALIAN, C. V. A. Os PCN e a elaboração de propostas curriculares no Brasil. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo, v. 44, n. 153, p. 648–669, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/198053142768>. Acesso em: 13 abr. 2025.

HOLMER, S. A. *Histórico da educação ambiental no Brasil e no mundo*. Salvador: UFBA, Instituto de Biologia; Superintendência de Educação a Distância, 2020. 67 p.: il. ISBN 978-65-5631-047-3. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/34024/1/eBook-Historico%20da%20educacao%20ambiental%20no%20Brasil%20e%20no%20mundo.pdf>. Acesso em: 13 dez. 2024.

LAVORENTE, C. R. *A Matemática Moderna nos livros de Osvaldo Sangiorgi*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP. 2008.

LIMA, R. F. As relações intradisciplinares e interdisciplinares representadas em textos de materiais curriculares educativos. *Revista Triângulo*, Uberaba - MG, v. 13, n. 1, p. 114–127, 2020. DOI: 10.18554/rt.v0i0.4406. Disponível em: <https://seer.uftm.edu.br/revistaeletronica/index.php/revistatriangulo/article/view/4406>. Acesso em: 29 mar. 2025.

MARQUES, A. S. *Tempos pré-modernos: A Matemática escolar dos anos de 1950*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC/SP. 2005.

MACIEL, P. R. *A Matemática na Escola Técnica Nacional (1942-1965): uma Disciplina Diferente?*. Tese de Doutorado em Ciência, Tecnologia e Educação. CEFET/RJ. 2018.

FERREIRA, M.L. Uma análise dos métodos empregados pelos egípcios para a Quadratura do Círculo. 2016. 42 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/4065/1/MLF07052018.pdf>. Acesso em: 5 dez. 2025.

MATIAS, M. A. de F. B.; MASULCK, R. D.; SCHNEIDER, S. G. *Método Jigsaw Classroom: aprendizagem cooperativa no ensino superior tecnológico*. CBTECLE, v. 4, n. 1, p. 209–223, jul. 2021. Disponível em: <https://revista-cbtecle.cps.sp.gov.br/index.php/CBTECLE/article/download/257/60/151>

MOREIRA, B. S. S. *Modelos Matemáticos e Educação Ambiental: Um Olhar sobre a Lagoa de Maricá*. 2020. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9294641. Acesso em: 13 dez. 2024.

PALANGANA, I. *Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vigotski: a relevância do social*. São Paulo: Plexus Editora, 2001.

RAPELLI, O. J. *Modelagem Matemática e Educação Ambiental: Desenvolvimento de Fichas Ambientais para Aplicação no Ensino Básico*. 2019. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7872422. Acesso em: 13 dez. 2024.

RAPHAEL, R.S. *Detalhe da Escola de Atenas, 1509-1511*. Meisterdrucke, [s.d.]. Disponível em: <https://www.meisterdrucke.pt/impressoes-artisticas-sofisticadas/Raffaello-Sanzio-Raphael/722532/Arist%C3%B3teles.-Stanza-della-Segnatura.-Detalhe-da-Escola-de-Atenas,-1509-1511.html>. Acesso em: 5 dez. 2025.

RECORD INTERIOR RJ. *Crise ambiental e social no Canal de Medeiros, no RJ, ameaça moradores locais*. YouTube, 2025. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=p98Hy6v45BQ> . Acesso em: 05 dez. 2025.

ROQUE, T. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANGIORGI, O. Cursos de verão. *Atualidades pedagógicas*. São Paulo: Nacional. 1960. p. 7-12. Disponível em: <https://mobile.repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/202453/APOS%201267-1280.pdf?sequence=2&isAllowed=y>. Acessado em: 5 mai. 2025.

SANTOS, I.; PRESTES, R.; VALE, A. Brasil, 1930-1961: Escola Nova, LDB e disputa entre escola pública e escola privada. *Revista HISTEDBR On-line*, n. 22, p. 131-149, jun. 2006. Disponível em:

https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/4901/art10_22.pdf. Acesso em: 23 fev. 2025.

SILVA, A.F.F. *Jogos como Tecnologias Sustentáveis para o Ensino de Figuras Planas*: Estudo em uma Escola Pública dos Anos Finais do Ensino Fundamental na Cidade de Chorozinho — Ceará. 2020. Dissertação (Mestrado) — Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=10622474. Acesso em: 14 dez. 2024.

SILVA, J. C.; PIETROPAOLO, R.C. Um Estudo sobre as Contribuições de Felix Klein para a Introdução das Transformações Geométricas nos Currículos. *Perspectivas da Educação Matemática*, UFMS. Volume 7, nº 14. 2014.

SILVA, L. H. de S. *Matemática como uma Ferramenta na Educação Ambiental nas Escolas Brasileiras*: Revisão da Literatura de 2009 a 2019. 2020. Dissertação (Mestrado) — Instituto Federal de Pernambuco. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=9537015. Acesso em: 13 dez. 2024.

SOARES, F. *Movimento da matemática moderna no Brasil: avanço ou retrocesso?* 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, PUC/RJ, Rio de Janeiro, 2001.

SOARES, F.S.; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. Ensino de matemática no século XX – da Reforma Francisco Campos à Matemática Moderna. *Horizontes*, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, jan./jun. 2004.

TORRES, P.; ALCANTARA, P.; IRALA, E. Grupos de consenso: uma proposta de aprendizagem colaborativa para o processo de ensino-aprendizagem. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 4, n.13, p.129-145, set./dez. 2004.

VALENTE, W. Osvaldo Sangiorgi e o movimento da matemática moderna no Brasil. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.

VALENTE, W.R. A Matemática do ensino secundário: duas disciplinas escolares? *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 11, n. 34, p. 645-662, set./dez. 2011.

ZABALA, Antoni. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 2004.

APÊNDICE A – Sequência Didática

Aula 1: Introdução ao Conceito de Razão

Duração: 90 minutos

Objetivos:

Compreender o conceito de razão.

Aplicar a razão para interpretar dados ambientais.

Atividades:

- Aula expositiva dialogada (30 minutos):
 - O professor explica o conceito de razão, utilizando exemplos simples
 - Apresenta os dados ambientais fornecidos, destacando as razões envolvidas
- Atividade prática em grupo (40 minutos):
 - Os grupos recebem uma folha com problemas que envolvem razão para discutirem e resolverem juntos
- Socialização (20 minutos):
 - Cada grupo apresenta uma das soluções para a turma.
 - O professor complementa as explicações e corrige possíveis erros.

Aula 2: Introdução ao Conceito de Proporção

Duração: 90 minutos

Objetivos:

Compreender o conceito de proporção.

Aplicar a proporção para interpretar dados ambientais.

Atividades:

1. Aula expositiva dialogada (30 minutos):
 - O professor explica o conceito de proporção, utilizando exemplos simples.
 - Apresenta os dados ambientais fornecidos, destacando as proporções envolvidas.
2. Atividade prática em grupo (40 minutos):

- Os grupos recebem uma folha com problemas que envolvem proporção para discutirem e resolverem juntos

3. Socialização (20 minutos):

- Cada grupo apresenta uma das soluções para a turma.
- O professor complementa as explicações e corrige possíveis erros.

Aula 3: Aplicação de Razão e Proporção em Problemas Ambientais

Duração: 90 minutos

Objetivos:

1. Integrar os conceitos de razão e proporção.
2. Aplicar razão e proporção para resolver problemas ambientais mais complexos.

Atividades:

1. Revisão rápida (10 minutos):

- O professor retoma os conceitos de razão e proporção, destacando a diferença entre eles.

2. Atividade colaborativa (60 minutos):

- Os grupos recebem uma folha com problemas que envolvem razão e proporção
- Os grupos devem discutir e resolver as questões juntos, com cada membro contribuindo para os cálculos e interpretações.

3. Socialização (20 minutos):

- Cada grupo apresenta uma das soluções para a turma.
- O professor complementa as explicações e corrige possíveis erros.

Aula 4: Proposta de Soluções Ambientais

Duração: 90 minutos

Objetivos:

1. Utilizar razão e proporção para propor soluções ambientais.
2. Desenvolver criatividade e pensamento crítico.

Atividades:

1. Introdução (10 minutos):

- O professor explica o objetivo da aula: propor soluções para problemas ambientais usando razão e proporção.

2. Atividade colaborativa (60 minutos):

- Os grupos recebem um novo desafio
- Os grupos devem preparar uma apresentação com cartaz para explicar suas propostas.

3. Preparação das apresentações (20 minutos):

- Os grupos finalizam seus trabalhos e ensaiam as apresentações.

Aula 5: Apresentações e Avaliação

Duração: 90 minutos

Objetivos:

1. Socializar as propostas desenvolvidas pelos grupos.
2. Avaliar a aprendizagem dos conceitos de razão e proporção.

Atividades:

1. Apresentações dos grupos (40 minutos):

- Cada grupo apresenta suas propostas para a turma.
- Os outros grupos podem fazer perguntas ou sugerir melhorias.
- O professor media as discussões, destacando a aplicação correta dos conceitos de razão e proporção.

2. Avaliação individual (40 minutos):

- Prova escrita com questões que envolvam razão e proporção aplicadas a novos dados ambientais.

3. Encerramento (10 minutos):

- O professor faz um fechamento, destacando os pontos principais aprendidos e parabenizando os alunos pelo trabalho colaborativo.

Recursos Utilizados

- Dados ambientais fornecidos.
- Calculadoras.
- Folhas de atividade.
- Cartazes, canetas coloridas e papel para as propostas.
- Projetor ou quadro para apresentações.

Avaliação

- Colaborativa: Observação do engajamento e participação dos alunos nas atividades em grupo.

- Individual: Prova escrita com questões práticas e reflexivas.

Dados Utilizados²⁰

Quadro 3 - População de Casimiro de Abreu

Descrição	Valor
População	44110

Fonte: Brasil, 2022

Quadro 4 - Dados Sobre Resíduos Sólidos de Casimiro de Abreu

Descrição	Valor
Despesas da prefeitura com RSU	3,16%
Custo da coleta	R\$ 190,45 por tonelada
Custo de varrição	R\$ 266,73 por km
Autossuficiência	18,10%
Resíduos gerados por habitante	0,78 kg/dia (total)
Resíduos domiciliares e operacionais (RDO)	0,68 kg/dia
Resíduos totais gerados por dia	34,41 toneladas/dia
Custo total da coleta por dia	R\$ 6.551,37

Fonte: BRASIL, 2022

Quadro 5 - Dados Sobre Esgoto em Casimiro de Abreu

Descrição	Valor
População atendida pelo esgoto	55,20% (24.349 hab)
Água tratada	52,45%

²⁰Link: https://appsniis.mdr.gov.br/indicadores-hmg/web/residuos_solidos/mapa-indicadores?codigo=33. Acessado em: 14 de março de 2025

Quadro 5 - Dados Sobre Esgoto em Casimiro de Abreu

Tarifa de água/esgoto R\$ 5,03 por m³

Despesa total por m³
faturado R\$ 7,49

Suficiência 90,04%

Extensão da rede por
ligação 6,93 metros

Extensão total da rede 305,62 km

Empregados necessários 137

Fonte: Brasil, 2022

ATIVIDADE 1

NOME DOS PARTICIPANTES DO GRUPO:

1- Escrever, por extenso, a razão entre a extensão da rede de esgoto e o número de ligações.

Dados: 6,93 m/lig.

2- Determinar a razão entre a população atendida pelo esgoto e a população total. Determine a resposta em porcentagem, mostrando que a porcentagem é uma razão.

Dados:

23 025 habitantes da população possuem atendimento pelo esgoto. A população total de Casimiro de Abreu é de 44 110 habitantes.

3- Calcular a razão entre a quantidade de resíduos gerados por habitante e o custo da coleta.

Dados:

Resíduos gerados por habitante: 0,78 kg/dia.

Custo da coleta: R\$ 190,45 por tonelada (1 tonelada = 1 000 kg).

ATIVIDADE 2

NOME DOS PARTICIPANTES DO GRUPO:

1- Em Casimiro de Abreu, cada habitante gera 0,78 kg de resíduos por dia. Sabendo que a população da cidade é de 44.110 habitantes, determine, usando uma proporção, a quantidade total de resíduos gerados diariamente no município.

2- O custo da coleta de resíduos em Casimiro de Abreu é de 190,45 R\$ por tonelada, sabendo que 1 tonelada equivale a 1.000 kg. Considerando que a cidade gera 34.405,8 kg de resíduos por dia, utilize uma proporção para determinar o custo diário da coleta

3- A cidade de Casimiro de Abreu possui uma população total de 44.110 habitantes, e 55,20% dessa população tem acesso ao serviço de esgoto. Utilize uma proporção para determinar quantos habitantes são atendidos pelo serviço de esgoto.

4- Em Casimiro de Abreu, cada ligação de esgoto corresponde a 6,93 metros de rede, e cada empregado é responsável por 323 ligações. Utilize uma proporção

para determinar a extensão total da rede de esgoto sob responsabilidade de um único empregado.

ATIVIDADE 3

NOME DOS PARTICIPANTES DO GRUPO:

Calcular a quantidade total de resíduos gerados por dia em uma cidade com 100.000 habitantes.

Dados:

Resíduos gerados por habitante: 0,78 kg/dia

Determinar o custo total da coleta de resíduos para essa cidade, considerando o custo por toneladas.

Dados:

Custo da coleta: R\$ 190,45 por tonelada.

Calcular quantos quilômetros de varrição são necessários para uma cidade que gera 50 toneladas de resíduos por dia.

Dados:

Custo da varrição: R\$ 266,73 por km.

ATIVIDADE 4

NOME DOS PARTICIPANTES DO GRUPO:

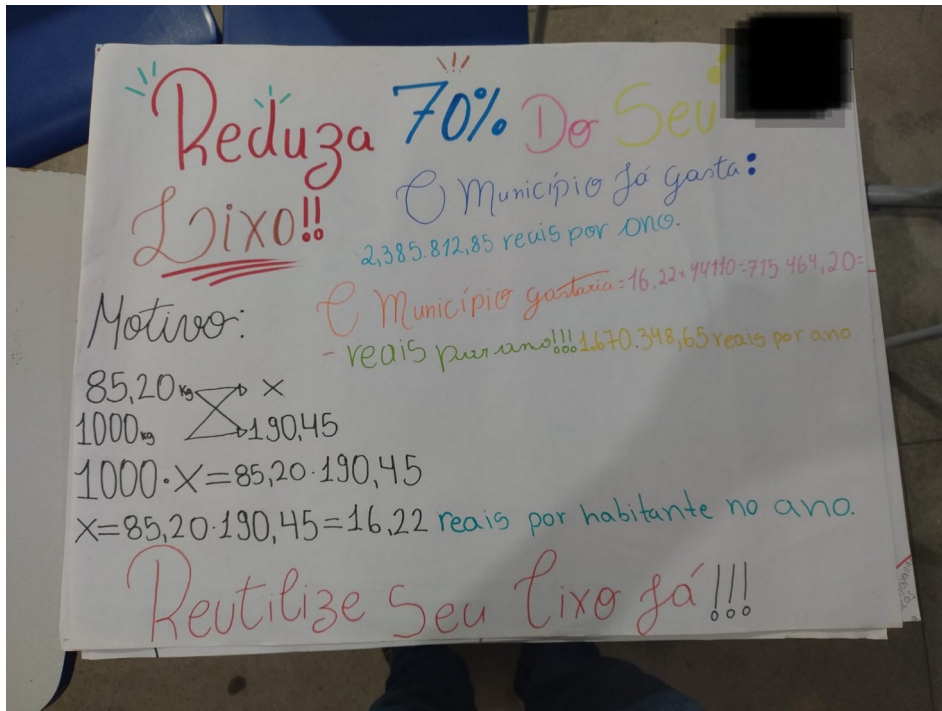
1- Calcular quantos empregados seriam necessários para atender uma cidade com 500.000 ligações de esgoto, mantendo a proporção de 1 empregado para 323 ligações.

2- Ler e preparar um cartaz para ser divulgado pela escola:

a) Propor uma meta de redução de resíduos sólidos e calcular o impacto dessa redução no custo total da coleta.

APÊNDICE B – Elaboração dos Cartazes

Figura 21 – Cartaz do Grupo 1



Fonte: Autoria própria

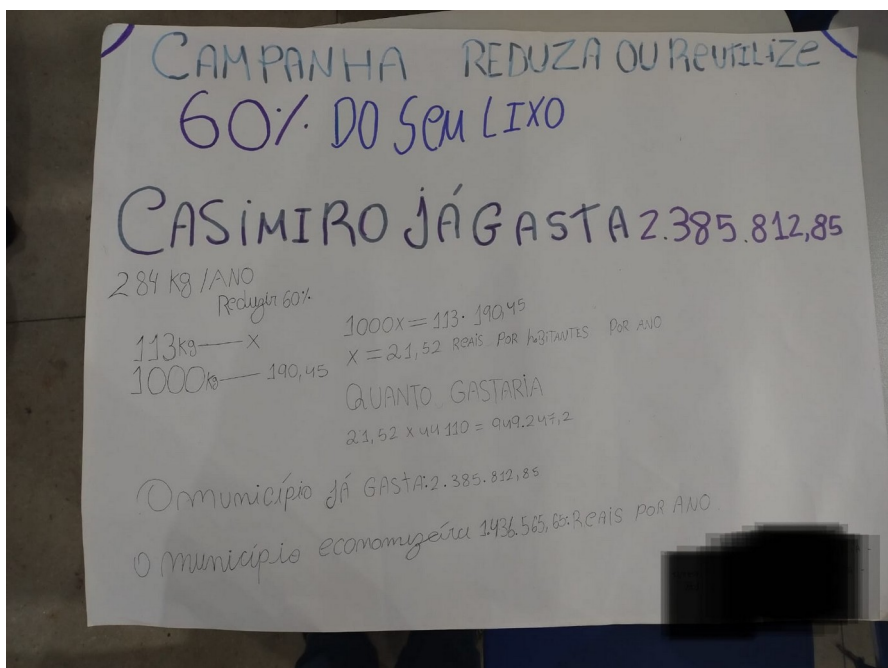
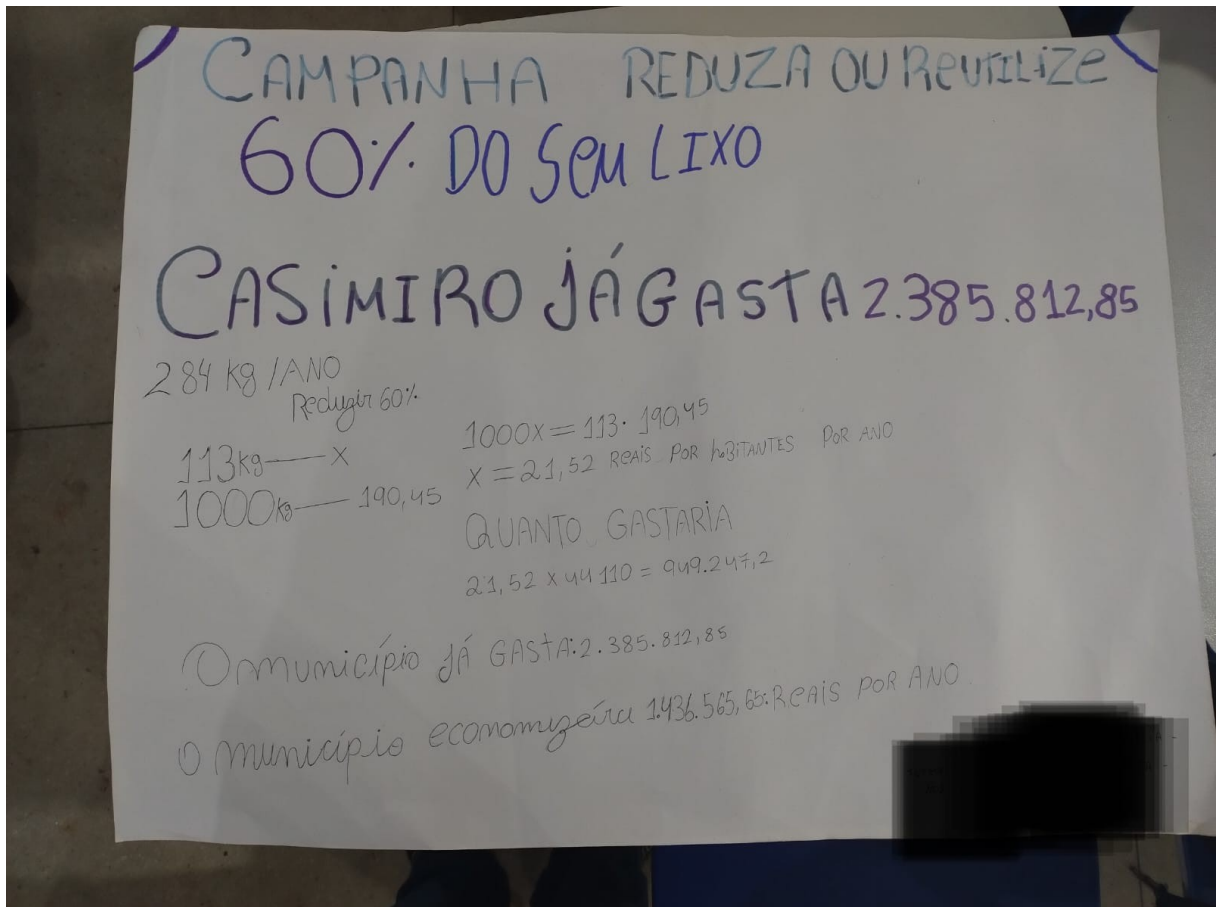
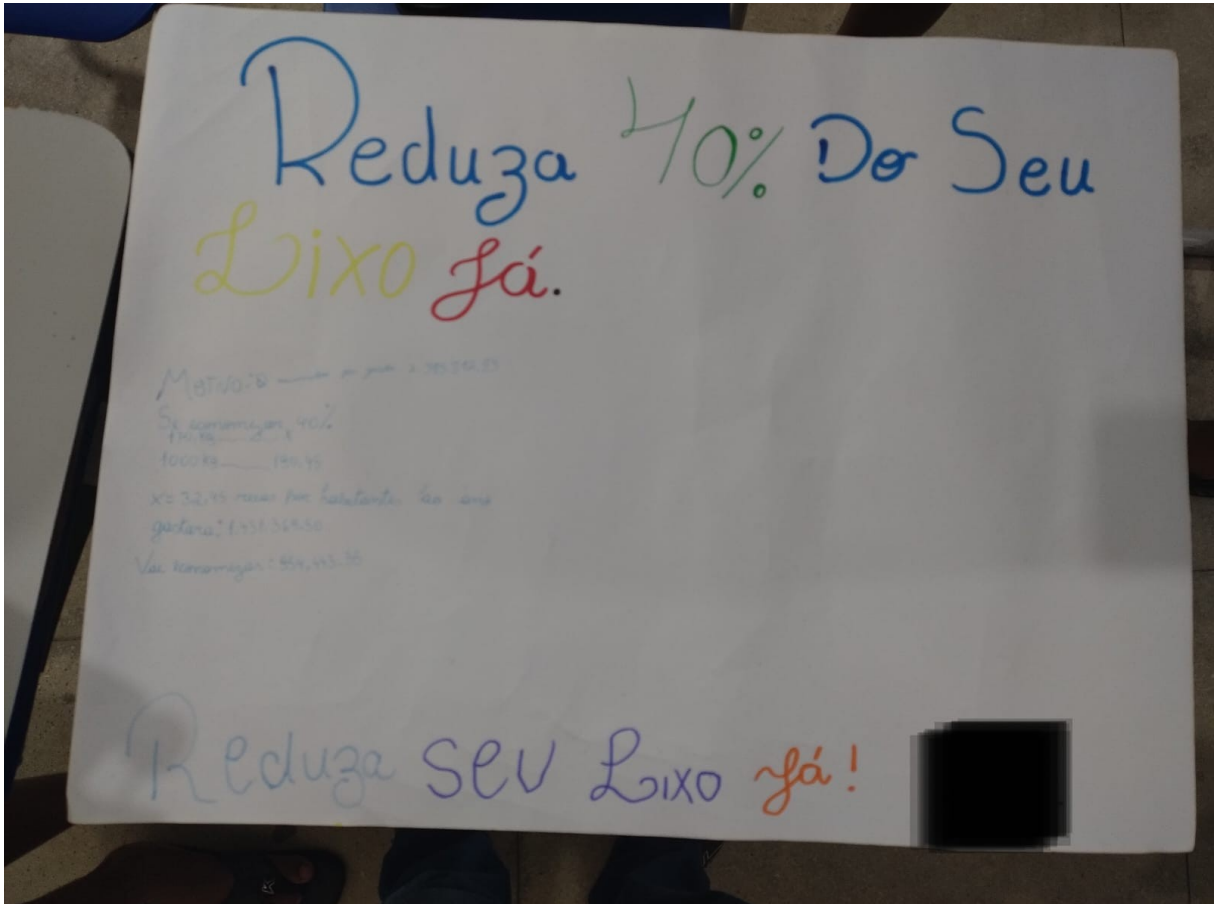


Figura 22 - Cartaz do Grupo 2



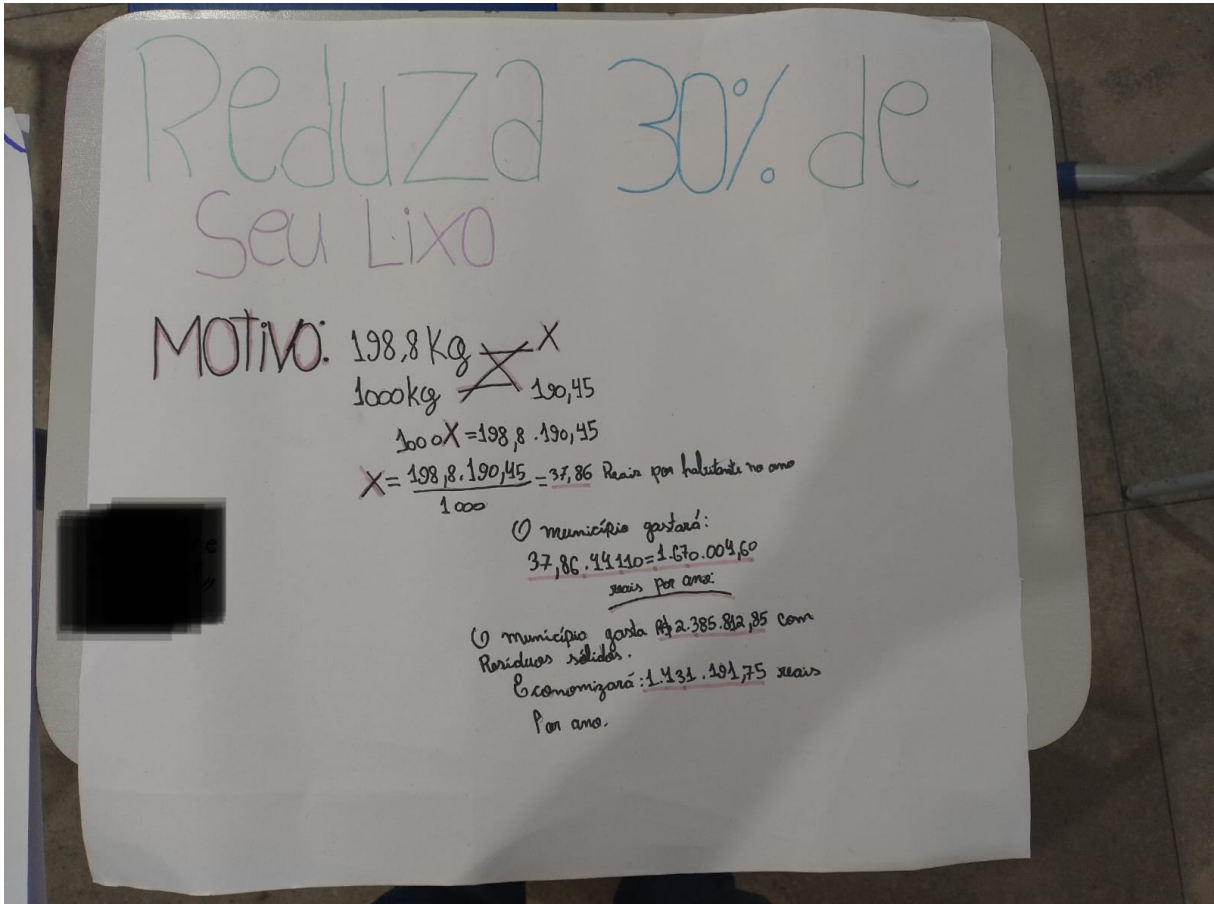
Fonte: Autoria própria

Figura 23 - Cartaz do Grupo 3



Fonte: Autoria própria

Figura 24 - Cartaz do Grupo 4



Fonte: Autoria própria

Figura 25 - Cartaz do Grupo 5

REUTILIZE 10% DO SEU LIXO Já!

Motivo^M : o Município gasta R\$ 2.385.538,05 com a coleta, triagem e destinação do lixo.

~~X~~

2556 \times X

1.000 \times 190,45 Reais

$1000X = 255,6 \times 190,45$

$X = \frac{255,6 \times 190,45}{1.000}$

$X = 48,68$

$X = 48,68$ Reais por habitante no ano

o Município gastará: R\$ 2.147.279,80

Economizará: R\$

238.538,05
R\$ Por Ano.

Fonte: Autoria própria

APÊNDICE C – Avaliação

Questão 1 - Uma cooperativa de reciclagem coletou 135 kg de materiais em 4 dias. Mantendo a mesma proporção, quantos quilogramas serão coletados em 7 dias?

- a) 210 kg b) 225 kg c) 236,25 kg d) 245 kg

Questão 2 - Em uma campanha de reflorestamento, plantaram 84 mudas em 3 horas. Quantas mudas seriam plantadas em 5 horas?

- a) 84 mudas b) 105 mudas c) 126 mudas d) 140 mudas

Questão 3 - Uma cidade produz 7,5 toneladas de lixo para cada 2.500 habitantes. Considerando a mesma proporção, quanto lixo seria produzido por 6.750 habitantes?

- a) 18,75 toneladas b) 20,25 toneladas c) 22,5 toneladas d) 24,75 toneladas

Questão 4 - Em um projeto de economia de água, uma escola reduziu seu consumo de 840 litros para 630 litros por semana. Qual é a razão entre o consumo atual e o consumo anterior?

- a) $1/4$ b) $3/4$ c) $2/3$ d) $4/7$

Questão 5 - Um vazamento de óleo se espalha a uma taxa constante. Se em 3 horas a mancha cobriu uma área de 126 m^2 , qual será a área coberta após 8 horas do início do vazamento?

- a) 294 m^2 b) 336 m^2 c) 350 m^2 d) 378 m^2

Questão 6

Uma usina de compostagem transforma 35 kg de resíduos orgânicos em 14 kg de adubo. Seguindo esta proporção, quantos quilogramas de adubo serão produzidos a partir de 85 kg de resíduos orgânicos?

- a) 28 kg b) 32 kg c) 34 kg d) 36 kg

APÊNDICE D – Respostas Esperadas na Avaliação

Ressalta-se que há inúmeras maneiras de resolver as questões das avaliações.

Solução da questão 1:

$$\frac{135}{4} = \frac{x}{7} \rightarrow 4x = 135 * 7 \rightarrow 4x = 945 \rightarrow x = \frac{945}{4} = 236,25 \text{ kg}$$

Solução da questão 2:

$$\frac{84}{3} = \frac{x}{5} \rightarrow 3x = 84 * 5 \rightarrow 3x = 420 \rightarrow x = \frac{420}{3} = 140 \text{ mudas}$$

Solução da questão 3:

$$\frac{(7,5)}{2500} = \frac{x}{6750} \rightarrow 2500x = 7,5 * 6750 \rightarrow 2500x = 50625 \rightarrow x = \frac{50625}{2500} = 20,25 \text{ toneladas}$$

Solução da questão 4:

$$\frac{630}{840} = \frac{3}{4}$$

Solução da questão 5:

$$\frac{126}{3} = \frac{x}{8} \rightarrow 3x = 126 * 8 \rightarrow 3x = 1008 \rightarrow x = \frac{1008}{3} = 336 \text{ m}^2$$

Solução da questão 6:

$$\frac{14}{35} = \frac{x}{85} \rightarrow 35x = 14 * 85 \rightarrow 35x = 1190 \rightarrow x = \frac{1190}{35} = 34 \text{ kg}$$