Universidade Regional do Cariri - URCA
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Leitura, Escrita e Resolução de Problemas:Uma Proposta Para o Ensino do Teorema de Pitágoras

Ana Paula Pereira Bernardo

Juazeiro do Norte - CE

2025

Leitura, Escrita e Resolução de Problemas: Uma Proposta Para o Ensino do Teorema de Pitágoras

Ana Paula Pereira Bernardo

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Regional do Cariri como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em matemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo César Cavalcante de Oliveira

Juazeiro do Norte - CE

2025

Ficha Catalográfica elaborada pelo autor através do sistema
de geração automático da Biblioteca Central da Universidade Regional do Cariri - URCA

Bernardo, Ana Paula Pereira

B523l Leitura, Escrita e Resolução de Problemas: Uma Proposta Para o Ensino do Teorema de Pitágoras / Ana Paula Pereira Bernardo. Juazeiro do Norte - CE, 2025.

94p. il.

Dissertação. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Regional do Cariri - URCA.

Orientador(a): Prof. Dr. Paulo César Cavalcante de Oliveira

1.Teorema de Pitágoras, 2.Leitura, 3.Escrita, 4.Elaboração e Resolução de Problemas, 5.Sequência Didática; I.Título.

CDD: 370

Leitura, Escrita e Resolução de Problemas: Uma Proposta para o Ensino do Teorema de Pitágoras

Ana Paula Pereira Bernardo

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Regional do Cariri como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título mestre em matemática.

Aprovada em 09/04/2025

Documento assinado digitalmente
gov.br PAULO CESAR CAVALCANTE DE OLIVEIRA
Data: 05/06/2025 09:28:21-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Paulo César Cavalcante de Oliveira(Orientador)

Universidade Regional do Cariri(URCA)

Documento assinado digitalmente
gov.br BARBARA PAULA BEZERRA LEITE LIMA
Data: 05/06/2025 09:10:19-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Ma. Bárbara Paula Bezerra Leite Lima

Universidade Regional do Cariri(URCA)

Documento assinado digitalmente
gov.br FRANCISCO CAMILO DA SILVA
Data: 27/05/2025 20:29:28-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Me. Francisco Camilo da Silva

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – *campus* Juazeiro do Norte

Documento assinado digitalmente
gov.br JUSCELANDIA MACHADO VASCONCELOS
Data: 28/05/2025 11:03:49-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Ma. Juscelandia Machado Vasconcelos

Universidade Federal do Ceará (UFC)

Dedico este trabalho ao meu marido Widglan Bernardo e às nossas filhas, Lavínya e Lívia, com todo meu amor.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida, pela saúde, pela família maravilhosa que Ele me deu e pela oportunidade de estudar matemática, visto que isto vem me proporcionando muitas alegrias e realizações no decorrer da minha vida acadêmica e profissional. Aos meus amados pais, Antonia Valdeíza Pereira Brito e Manoel Pereira de Brito, pela educação e amor dedicados a mim. Agradeço em especial ao meu marido Widglan Bernardo Ferreira e às nossas filhas Vitória Lavínya Bernardo e Lívia Alessandra Bernardo por todo amor, incentivo e apoio em todos os momentos durante a nossa vida, principalmente durante a realização deste trabalho. À minha, sogra Lenir Francisco Bernardo, minha sincera gratidão, por cuidar com tanto zelo das minhas filhas na minha ausência para trabalhar, para me dedicar ao mestrado e principalmente para a elaboração deste trabalho. Aos meus professores da Universidade Regional do Cariri (URCA), os quais contribuíram significativamente para minha formação profissional através do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). A meu orientador, Paulo César Cavalcante de Oliveira, pela disponibilidade, competentes orientações, expressiva paciência e humanidade no desenvolvimento e condução deste trabalho. Aos colegas de estudo pela ajuda e notável companheirismo diante dos obstáculos e desafios acadêmicos. Minha gratidão a todos que fazem a EEMTI Tiradentes, por todo apoio e incentivo na busca pelo aperfeiçoamento profissional. Agradeço também à Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Ensino Superior (CAPES), pelo oportuno suporte financeiro. Enfim, agradeço a todos que de alguma forma contribuiram para que a realização deste trabalho fosse possível.

"Matemática não é apenas números, e sim envolve letras e toda a capacidade que o ser humano conseguir expressar."(François Viète)

Resumo

O objetivo principal deste trabalho é analisar as contribuições da utilização da leitura e escrita no ensino do Teorema de Pitágoras por meio da resolução de problemas em uma turma de 1° ano do ensino médio, através da aplicação de uma Sequência Didática. A metodologia utilizada, consiste em uma combinação das seguintes atividades: estudo histórico sobre Pitágoras e o Teorema de Pitágoras através da leitura e escrita, realização da demonstração clássica, elaboração e resolução de problemas contextualizados. A aplicação da Sequência Didática aqui proposta, nos possibilitou um sentimento de resgate de alunos que possuem dificuldade com a matemática, o que muitas vezes, os afasta desta ciência, porém, ao serem provocados por diferentes metodologias, acabam se descobrindo e despertando para uma participação ativa nas aulas, de acordo com as suas habilidades. Assim, este trabalho contribui para a melhoria do ensino do Teorema de Pitágoras, expressando importantes impactos tanto na prática pedagógica, como na aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras, Leitura, Escrita, Elaboração e Resolução de Problemas, Sequência Didática.

Abstract

The main objective of this work is to analyze the contributions of the use of reading and writing in the teaching of the Pythagorean Theorem through the resolution of problems in a 1st year class of high school, through the application of a Didactic Sequence. The methodology used consists of a combination of the following activities: historical study of Pythagoras and the Pythagorean Theorem through reading and writing, realization of the classical demonstration, elaboration and resolution of contextualized problems. The application of the Didactic Sequence proposed here, allowed us a feeling of rescue of students who have difficulty with mathematics, which often distances them from this science, however, when provoked by different methodologies, they end up discovering themselves and awakening to an active participation in classes, according to their abilities. Thus, this work contributes to the improvement of the teaching of the Pythagorean Theorem, expressing important impacts both in practice pedagogical, as well as in student learning.

Keywords: Pythagorean Theorem, Reading, Writing, Elaboration and Resolution of Problems, didactic sequence.

Lista de Figuras

Índice

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A Matemática tem papel fundamental entre as ciências e está presente em diversas situações do dia a dia de um ser humano, porém o que vemos frequentemente na sala de aula da educação básica são alunos apáticos para com tal disciplina, uma vez que, em sua grande maioria a enxergam como um complicado emaranhado de fórmulas, símbolos e cálculos que, na maioria das vezes, para eles, não fazem sentido algum, na prática. Tal situação faz com que cada vez mais, o discente se afaste da matemática, aumentando a dificuldade que o professor enfrenta para gerar nele o interesse em aprender. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza que, entre outros motivos, o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, (Brasil, 2018, p. 265). Mas o que fazer, enquanto professor, para amenizar as dificuldades dos alunos e aproximá-los da matemática?

Como professora de Matemática no ensino médio desde 2014, percebo, pela minha experiência, que muitas das dificuldades apresentadas pelos alunos em relação à aprendizagem estão diretamente relacionadas com as habilidades de leitura e escrita, uma vez que, verifica-se que a resolução de problemas é um grande obstáculo enfrentado por eles. Um dos conteúdos matemáticos que evidencia esse fato é o Teorema de Pitágoras, pois vemos que um aluno, depois de assistir algumas aulas sobre tal conteúdo, consegue aplicá-lo em um exercício simples, porém não consegue evoluir na resolução de um problema de aplicação, por mais simples que seja. Assim, o objetivo principal deste trabalho é analisar as contribuições da utilização da leitura e escrita no ensino do Teorema de Pitágoras por meio da resolução de problemas em uma turma de 1° ano do ensino médio, através da aplicação de uma sequência didática, pautando-se na fala de (Costa e Silva, 2020, p. 57):

> Desta forma, o exercício da leitura combinada com atividades de escrita nas aulas de Matemática pode influenciar positivamente na resolução de problemas e situações propostas aos alunos já que possibilita uma melhor compreensão da linguagem matemática característica desses problemas.

Temos como objetivos específicos: 1: analisar as contribuições da utilização da leitura e da escrita no ensino de matemática; 2: estimular a leitura e a escrita na sala de aula; 3: desafiar os alunos a elaborarem e resolverem problemas matemáticos.

O presente trabalho trata-se de uma pesquisa de campo de caráter quali-quantitativa realizada com 24 alunos de uma turma de 1° ano do ensino médio da EEMTI Tiradentes localizada na cidade de Juazeiro do Norte, Ceará. Segundo (Gonsalves, 2001, p. 67 apud Piana, 2009, p. 4),

> A pesquisa de campo é o tipo de pesquisa que pretende buscar a informação diretamente com a população pesquisada. Ela exige do pesquisador um encontro mais direto. Nesse caso, o pesquisador precisa ir ao espaço onde o fenômeno ocorre, ou ocorreu e reunir um conjunto de informações a serem documentadas [...].

A turma participante da pesquisa foi escolhida com base em critérios de acessibilidade e viabilidade metodológica, mais especificamente pela facilidade de acesso da pesquisadora, visto que se trata de uma unidade na qual já havia vínculo profissional, o que favoreceu o acompanhamento das etapas da pesquisa, bem como pela aceitação imediata da escola e dos próprios alunos, mediante autorização formal. Além disso, o perfil da turma é compatível com os objetivos da pesquisa, uma vez que o Teorema de

Pitágoras é tradicionalmente abordado no 9° ano do Ensino Fundamental, conforme orientações da BNCC, sendo assim, os alunos da turma do 1° ano do Ensino Médio participantes da coleta de dados já teriam uma noção sobre o conteúdo matemático em questão.

A pesquisa foi organizada em três etapas: na primeira etapa foi feito um levantamento bibliográfico sobre a temática objeto do nosso estudo. Foram consultados artigos científicos, dissertações de mestrado, livros, sites de busca pela internet, dentre outros. Na segunda etapa da pesquisa foi elaborada e aplicada uma sequência didática dividida em cinco aulas, iniciando na Aula 1 com a aplicação de um questionário com duas perguntas sociodemográficas, com o objetivo de caracterizar os participantes e 8 perguntas objetivas, onde buscamos conhecer o perfil da turma, bem como analisar a relação entre as dificuldades de ler, escrever e aprender matemática, além de diagnosticar o conhecimento prévio dos alunos sobre o Teorema de Pitágoras. Para a elaboração do questionário, tomamos como base, o artigo escrito por Anivaldo Tadeu Roston Chagas, Mestre em Administração pela USP e professor da Universidade Católica de Campinas, onde ele fornece um roteiro para elaboração de um questionário de pesquisa científica. O autor afirma que:

> Construir um bom questionário depende não só do conhecimento de técnicas mas principalmente da experiência do pesquisador. Contudo, seguir um método de elaboração sem dúvida é essencial, pois identifica as etapas básicas envolvidas na construção de um instrumento eficaz.(Chagas, 2000, p. 3).

No presente estudo, a validação do questionário foi conduzida pelo orientador da pesquisa, profissional com experiência na área, que analisou criticamente e forneceu sugestões de aprimoramento, que foram incorporadas à versão final do instrumento, garantindo maior precisão na coleta de informações.

As etapas seguintes seguem com a aplicações de atividades descritas a seguir: Aula 2 - Realização de leitura e debate a respeito da história de Pitágoras tirada do capítulo 2 deste trabalho, após os alunos teriam que escrever um bilhete contendo partes importantes do que foi lido e discutido; Na Aula 3 os alunos realizaram a demonstração clássica do teorema de Pitágoras, utilizando papel, canetinha, cola e tesoura. Na Aula 4, foram propostos dois problemas para que os alunos resolvessem, anotando o passo a passo de todo o seu raciocínio. Na aula 5, os alunos foram desafiados a elaborarem problemas contextualizados com o Teorema de Pitágoras a partir de imagens fornecidas. Na terceira e última etapa da nossa pesquisa realizamos a análise dos dados coletados nas etapas anteriores.

Esta dissertação está dividida em seis capítulos, iniciando-se com esta introdução onde apresentamos uma breve contextualização do tema, contendo a motivação para a escolha, bem como a problemática de pesquisa, a metodologia utilizada, o objetivo geral e os específicos. No segundo capítulo, primeiramente trouxemos, através do referencial teórico, um embazamento da ideia principal deste trabalho, sobre a utilização da leitura e escrita nas aulas de matemática, relacionando-a com a resolução de problemas; Em seguida trouxemos uma abordagem sobre o Teorema de Pitágoras, contando um pouco da história e trazendo três demonstrações; Dando continuidade, ressaltamos o que temos atualmente como orientações curriculares para o ensino da geometria, bem como para o ensino do Teorema de Pitágoras e por fim, buscamos caracterizar uma sequência didática, além de apresentarmos as etapas da Sequência Didática construída e aplicada nesta pesquisa. No capítulo 3, apresentamos a escola com os seus resultados em uma avaliação externa, aplicada pela Secretaria de Educação do Ceará (SEDUC), em seguida, no capítulo 4, exploramos a aplicação de cada etapa da sequência didática , ao mesmo tempo em que analisamos os dados obtidos. Finalmente, temos as considerações finais, e os instrumentais utilizados em Apêndices.

Capítulo 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Sobre Leitura, Escrita e Resolução de Problemas no Ensino de Matemática

A disciplina de Matemática é vista pela grande maioria dos alunos como algo abstrato e muito difícil de compreender; desde os anos iniciais da educação básica até no Ensino Médio, o discente carrega consigo inúmeras dificuldades que o levam à conclusão precoce de que não consegue aprender, e alguns, no meio do caminho, até desistem de tentá-lo, pois se sentem desestimulados ao se perceberem perdidos em meio à tantas definições, fórmulas e símbolos, que são próprios da linguagem matemática.

O Documento Curricular Referencial do Ceará (DCRC) é constituído por diretrizes e linhas de ação básicas que configuram o Projeto Curricular do Estado do Ceará. De acordo com esse documento, nas aulas de matemática, ainda predominam a execução de tarefas repetitivas desconectadas do contexto dos estudantes e das possibilidades de relação com o mundo onde vivemos. O mesmo documento ainda traz que:

> Historicamente, o componente da Matemática tem sido percebido como de difícil compreensão. É comum observar crianças alfabetizadas e até mesmo

> adolescentes, apresentando dificuldades nas operações básicas. Acreditamos que tais dificuldades têm múltiplas razões. Destacamos a forma como a disciplina é abordada na escola, em que existe demasiada ênfase em suas características embasadas no raciocínio lógico-dedutivo, articulado com uma linguagem própria abstrata desconectada da realidade. Isso dificulta ao educando atribuir sentidos práticos aos conceitos matemáticos. Esse fato pode estar na origem de certa aversão a esse componente curricular (Ceará, 2019, p. 372).

Em concordância com essa perspectiva, (Muller, 2015, p. 23) enfatiza que: "A matemática, hoje, é trabalhada nas escolas como uma ciência pronta, formal e descontextualizada da realidade dos estudantes, desmotivando-os". Na tentativa pela quebra desse paradigma, o professor precisa buscar métodos que tornem o processo de ensino e aprendizagem mais significativo, fazendo com que o aluno participe de forma mais ativa, traçando assim caminhos que o levem à construção e desenvolvimento do próprio conhecimento.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento normativo que indica conhecimentos e competências essenciais a serem desenvolvidas em cada ano escolar. De acordo com esse documento, aprender matemática significa desenvolver competências que envolvem raciocinar, representar, comunicar e argumentar.

> Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (Brasil, 2018, p. 531).

Segundo (Barbosa; Nacarato; Penha, 2008), as aulas de matemática mantém a metodologia tradicional, onde o professor faz explanação do conteúdo, resolve exemplos e em seguida, passa uma lista de exercícios, para ser corrigida em seguida. O que percebemos nesse método é uma comunicação limitada entre as partes, o que certamente prejudica a aprendizagem, pois como relata (Smole e Diniz, 2009) aprender matemática exige comunicação, pois é através dos recursos de comunicação que as informações, os conceitos e representações são veiculados entre as pessoas. Na busca pelo aprimoramento da comunicação nas aulas de matemática, podemos citar a linguagem escrita que, como afirma (Barbosa; Nacarato; Penha, 2008, p. 80).

> Nesse sentido, a linguagem escrita vem sendo utilizada como fonte para diagnóstico do processo de aprendizagem dos alunos, pois nos textos produzidos por eles, o professor pode identificar a apropriação adequada ou não dos conceitos que estão sendo trabalhados e os significados que são atribuídos a esses conceitos.

Dessa forma, o aluno comunica ao professor, de forma mais precisa, sua aprendizagem, isto é, aquele conceito que ele compreendeu e conseguiu aplicar no exercício, ou, uma definição que ficou de certa forma, incompreendida, o que não permitiu, por exemplo, o desenvolvimento da solução a partir de um certo ponto. Assim, o professor terá em mãos dados que o permitirão dar continuidade à aprendizagem do aluno, explicando novamente aquilo que ele não conseguiu entender. Percebemos nesse contexto a participação ativa do aluno no processo de ensino e aprendizagem.

> A escrita na aula de matemática faz com que o aluno reflita sobre seu próprio pensamento, ou seja, reflita criticamente sobre suas experiências matemáticas, possibilitando que o aprendizado se torne ativo e não passivo (Barbosa; Nacarato; Penha, 2008, p. 82)

É importante ressaltar que quando o professor de Matemática, pautado apenas pelas metodologias tradicionais, utiliza listas de exercícios de fixação como principal ferramenta de ensino, é estabelecido nesse método um padrão de comunicação limitado para com o aluno, que muitas vezes não evolui o seu raciocínio devido à pouca aplicabilidade do conteúdo. Essa perspectiva nos leva à busca do aprimoramento desse método de comunicação em sala de aula, que pode ser obtido através da utilização de problemas de aplicação, os quais despertam no aluno uma curiosidade, o que os levam ao raciocínio e à possibilidade de argumento.

> Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e

> não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem (Brasil, 2018, p.277).

Porém, ao se deparar com um problema matemático é perceptível a dificuldade da maioria dos alunos em registrar suas soluções, mesmo acompanhando a aula e participando, sugerindo assim, que compreenderam o assunto. Nesse sentido, fica evidente a falta de produtividade gerada pela utilização exclusiva de métodos tradicionais, sendo necessário a implementação de novas práticas ou o aperfeiçoamento das atuais, incrementando, por exemplo a exploração da leitura e escrita como princípios pedagógicos, que expõem a comunicação como ferramenta de aprendizagem, encontrados em documentos institucionais *on-line* (Brasil, 2018, p.532) nos seguintes termos:

> Nas comunicações, os estudantes devem ser capazes de justificar suas conclusões não apenas com símbolos matemáticos e conectivos lógicos, mas também por meio da língua materna, realizando apresentações orais dos resultados e elaborando relatórios, entre outros registros.

Nesse contexto, é essencial que o aluno consiga aperfeiçoar na prática o registro das soluções dos exercícios propostos pelo professor nas aulas de matemática, baseando-se no fato de que quando um determinado conceito faz algum sentido para uma pessoa, esta consegue expressar aquele conceito na linguagem escrita, portanto, isso nos leva a salientar que o aluno necessita, durante o processo de aprendizagem, comunicar seu raciocínio, argumentando com suas próprias palavras, utilizando a linguagem matemática corretamente, estabelecendo assim uma comunicação assertiva entre aluno/professor/matemática. Para (Costa e Silva, 2020, p. 56), "a escrita é parte importante da comunicação matemática, é essencial, pois permite que os alunos expressem seus pontos de vista de forma mais elaborada".

Com base nessas perspectivas, ressaltamos a necessidade de se explorar a linguagem escrita nas aulas de matemática de maneira mais elaborada e sofisticada, partindo do ponto em que já se utiliza listas de exercícios, o que se deve acrescentar é o aperfeiçoamento dessas listas, incluíndo problemas contextualizados que despertem a curiosidade do aluno, levando-o a praticar uma leitura atenciosa, em busca da interpretação do problema, para que assim, possa conjecturar possíveis caminhos para se chegar a uma resposta que será expressa através de argumentos em forma de textos coerentes e não somente com a aplicação de uma fórmula direta.

> Assim, a resolução de problemas e a escrita fazem uma união perfeita: por um lado os problemas proporcionam desafios aos alunos, aplicando seus conhecimentos matemáticos para encontrar soluções, desenvolvendo habilidades e raciocínio lógico, e por outro lado a escrita ajuda a internalizar o conhecimento, organizar e expressar melhor ideias e desenvolve o pensamento crítico (Sousa, 2023, p. 28).

Dessa forma, possibilita-se que o aluno, motivado pela curiosidade de resolver um problema, desenvolva o hábito de ler e escrever matemática, para isto, é necessário que ele conheça o significado correto dos símbolos, sinais, figuras e palavras utilizadas corriqueiramente na linguagem matemática. E isso se torna possível através da prática por meio do auxílio do professor, pois a aprendizagem ocorre, inicialmente através da imitação, como afirma (Polya, 1944, p. 4): "O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar". O mesmo autor, inicia sua obra mencionando que:

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na solução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a sua curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta (Polya, 1944, n.p.).

Diante do exposto, surge a seguinte problemática: a maioria dos alunos apresenta grande dificuldade ao interpretar um problema matemático e de acordo com (Smole e Diniz, 2009), é comum os professores atribuírem as dificuldades apresentadas por seus alunos em ler e interpretar um problema, à pouca habilidade de leitura. De acordo com (Luna, 2011) é comum ouvir dos professores que os alunos não conseguem resolver os problemas por causa da dificuldade em leitura e interpretação. Para (Costa e Silva, 2020, p. 56), “a proposta de leitura nas aulas de matemática tem um papel fundamental na construção dos conceitos". Além disso,

> A leitura em matemática também requer a leitura de outros textos com grande quantidade de informações numéricas e gráficas. Eles podem ser encontrados em uma notícia ou anúncios publicados em jornais e revistas. Nesses casos, a leitura pode ser enfatizada quando propomos vários questionamentos que requerem várias idas até o texto para a seleção das informações que respondem às perguntas feitas. Esse tipo de atividade pode abranger o desenvolvimento de noções, conceitos e habilidades de matemática e do tratamento de informações. (Smole e Diniz, 2009, p. 82).

Ler é uma atividade essencial para o desenvolvimento humano e significa não somente proferir palavras, e sim compreender uma mensagem. Esta prática não deve ser utilizada somente na leitura de problemas ou exercícios de fixação e sim durante todo o processo de aprendizagem, desde a leitura de conceitos, aplicações, utilizando o livro didático, jornais, revistas, textos que tragam dados, gráficos, informações contendo matemática, pois nesta disciplina, "[...]a leitura se caracteriza como um importante suporte para a relação do aluno com o conteúdo, sendo por meio dela que se estabelece, por exemplo, o início do processo de resolução de um problema matemático", como defende (Luna, 2011, p. 36). Com a prática da leitura, surge a habilidade para a escrita, ferramenta essencial para a aprendizagem em matemática, logo, se o professor almeja que o aluno aprenda o conteúdo e registre sua evolução através da escrita correta de soluções de problemas, é indispensável que introduza e utilize continuamente os textos em suas aulas a fim de facilitar o desenvolvimento da formação do aluno para a leitura. Além disso, a BNCC estabelece como compromisso para o ensino fundamental:

> Letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 268).

Diante do exposto, reforçamos a necessidade de trabalhar a matemática em sala de aula, não apenas com números, cálculos e fórmulas prontas, e sim por meio de um processo interativo pautado na leitura, debate e registro escrito, com trocas de experiência, além da aplicação e investigação de problemas, favorecendo assim, o desenvolvimento da prática de leitura e escrita, habilidades fundamentais para a aprendizagem do aluno.

Ensinar matemática se torna um grande desafio quando nos deparamos com um público de alunos que apresenta dificuldades básicas em leitura, interpretação e escrita. Nesse sentido, o trabalho do professor não pode se limitar ao manuseio dos exercícios de fixação geralmente propostos nos finais dos capítulos dos livros didáticos, a fim de fixar um conceito, tendo em vista que "possibilitam que os estudantes fiquem mais rápidos e tenham mais precisão em procedimentos matemáticos, mas não produzem compreensão" (Possamai e Silva, 2020, p. 4). Em busca de métodos que possibilite se trabalhar tais demandas, as mesmas autoras sugerem que:

> Diante do exposto, acredita-se que a exploração da leitura, da oralidade e da escrita na Resolução de Problemas representam um campo fértil para o desenvolvimento da aprendizagem do estudante, assim como de várias habilidades, uma vez que proporciona seu envolvimento direto, além de um caminho para a análise da compreensão do seu processo" (Possamai e Silva, 2020, p. 9)

Para isso, é necessário compreendermos o real significado de um problema matemático; enquanto um exercício de fixação é uma tarefa mais simples e direta, focada apenas na prática repetitiva de um determinado conceito específico através de uma técnica mecânica, um problema envolve desafios mais complexos e buscam explorar várias teorias, conceitos e definições, envolvendo várias etapas, desde a leitura e interpretação até a conjectura de uma solução escrita ou oral, explicitando passo a passo do raciocínio e da técnica aplicada. Em consonância com esse entendimento, (Onuchic, 1999) reforça que "[...] problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que está interessado em resolver". (Onuchic , 1999, p. 215 apud Souto, 2020, p. 5).

> Nessa direção, entendemos problema matemático como uma situação desafiadora para a qual o aluno não possui em sua memória um modelo de resolução. Por conseguinte, este precisa interpretar e compreender o enunciado do problema, mobilizar conhecimentos anteriores e elaborar estratégias resolutivas próprias, na busca de uma solução que apresente sentido matemático para a pergunta do problema. (Souto, 2020, p. 5).

Nessa direção, em concordância com a BNCC (Brasil, 2018) sobre a relevância de relacionar a Matemática a acontecimentos cotidianos, destacamos que através de problemas matemáticos contextualizados envolvendo as vivências do aluno, é possível se trabalhar de forma mais impactante as habilidades de leitura e escrita, uma vez que, ao ler o enunciado ele se identifica de alguma forma com a problemática em questão e se sente desafiado em busca da compreensão, estimulando seu raciocínio à procura de uma solução. De acordo com o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA 2012), "Um indivíduo quando trabalha na solução de um problema contextualizado ativa suas capacidades fundamentais da matemática simultaneamente e sucessivamente, recorrendo a conteúdos matemáticos até encontrar a solução (Brasil, 2012, p. 19)". Nesse modelo, o professor tem em mãos uma grande oportunidade de despertar a criatividade do aluno, sugerindo que ele registre no caderno os dados do problema e o passo a passo da resolução pensada por ele, seguindo as orientações descritas por (Polya, 2006, p. 4-5) em sua obra intitulada *How Solve It*, publicada em 1945 e traduzida para o português em 1978 como *A Arte de Resolver Problemas* : "compreender o problema, estabelecer um plano de resolução, executá-lo e fazer um retrospecto da resolução". O autor defende, em sua obra, a utilização da resolução de problemas como ferramenta para o ensino de Matemática.

Trabalhar com leitura e escrita através da resolução de problemas favorece o desenvolvimento do letramento matemático, descrito pelo (PISA 2012) como a "capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos". O documento elenca a comunicação como uma capacidade fundamental para se aprender matemática nos seguintes termos:

> Letramento matemático envolve comunicação. O indivíduo percebe a existência de algum desafio e é estimulado a reconhecer e compreender uma situação-problema. Leitura, decodificação e interpretação de declarações, perguntas, tarefas ou objetos habilita o indivíduo a formar um modelo mental da situação, o que é um passo importante na compreensão, esclarecimento e formulação de um problema. Durante o processo de resolução, os resultados intermediários podem precisar ser resumidos e apresentados. Mais tarde, uma vez que uma solução tenha sido encontrada, o estudante pode precisar apresentar a solução de um problema, e talvez, uma explicação ou justificativa para outros. (Brasil, 2012, p. 24)

Diante dessa compreensão, a BNCC (Brasil, 2018, p.268) indica que os processos matemáticos de resolução de problemas é uma forma privilegiada da atividade matemática por serem potencialmente ricos para o desenvolvimento do letramento matemático. Portanto, para o ensino de competências matemáticas na escola com o desenvolvimento das habilidades de leitura e escrita, deve-se reconhecer o impacto positivo do uso metodológico da resolução de problemas contextualizados, como conclui (Possamai e Silva, 2020, p. 13):

> Em especial, no que se refere aos processos de leitura e escrita, as aulas baseadas em Resolução de Problemas, também se tem mudanças frente uma aula tradicional de matemática. A leitura demanda de criticidade e reflexão, mobilizando conhecimentos prévios, e não apenas uma interpretação rasa para a exreação de dados. A escrita precisa, além de apresentar os cáculos ou procedimentos de resolução, justificar as soluções e possibilitar a argumentação das escolhas realizadas.

Corroborando com as ideias apresentadas (Müller, 2015, p. 28) enfatiza:

> Na matemática, para que alguém se torne um bom resolvedor de problemas é de fundamental importância o professor utilizar textos matemáticos, os quais o aluno poderá ler, interpretar e compreender. Sendo estes aspectos fundamentais para resolver as situações propostas.

Com isso, a resolução de problemas matemáticos com ênfase na leitura e escrita, se torna uma poderosa ferramenta que tem implicação direta no resultado escolar por intermédio das práticas pedagógicas capazes de impulsionar o desenvolvimento efetivo da aprendizagem em matemática. A seguir falaremos sobre a História de Pitágoras e algumas de suas principais contribuições para a matemática.

2.2 Sobre o Teorema de Pitágoras

2.2.1 Levantamento Histórico

A palavra Trigonometria que tem origem grega e etimologicamente significa medida de triângulos, é a área da geometria que estuda as relações entre os lados e os ângulos de um triângulo. Neste trabalho, o objetivo de estudo está focado no Teorema de Pitágoras e suas aplicações em problemas matemáticos contextualizados. O ensino de Trigonometria, muitas vezes deixa dúvidas sobre o uso de seu conceito e aplicações na vida prática e situações do cotidiano. De acordo com (Sormani Junior, 2006, p. 27):

> Conhecendo a origem e a evolução desse conceito matemático, torna-se mais fácil contextualizá-lo e, deste modo, facilitar o processo cognitivo dos alunos, principalmente com a Trigonometria, que teve seu início e evolução pautada por necessidades objetivas do ser humano.

As primeiras referências encontradas sobre Trigonometria remetem aos Egípcios e Babilônios e referem-se a cálculos de razões entre dimensões de lados de triângulos semelhantes. Segundo (Sormani Junior, 2006), os egípcios em 1650 a. C., usavam os cálculos da razão entre o afastamento horizontal e a altura para construir pirâmides; relacionava também a sombra projetada de uma vara com as horas do dia. Já os Babilônios, utilizando propriedades dos triângulos, realizaram estudos sobre astronomia, relacionando as fases da lua, os pontos cardeais e as estações do ano. Eles construíram um calendário astrológico no século 28 a.C. e uma tábua de eclipses lunares em 747 a.C. (Costa, 2003). A matemática se desenvolveu ao longo do tempo gradualmente e em diversas partes do mundo, sendo que os estudos e as descobertas dos egípcios foram seguidos pelos gregos, como relata (Costa, 2003, p. 4-5).

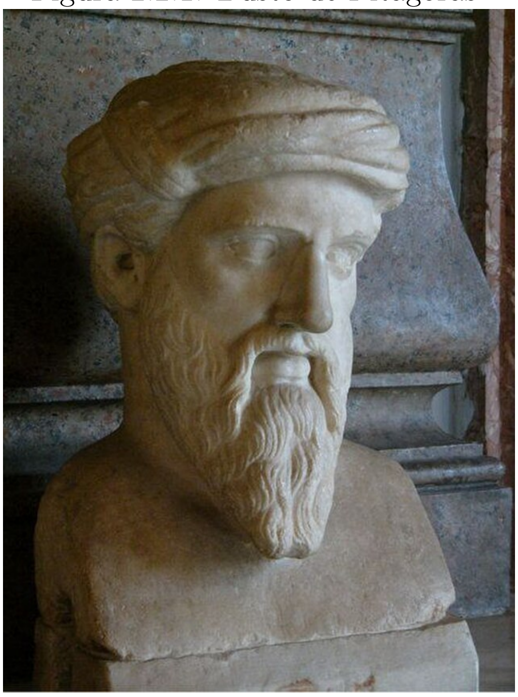
> No mundo Ocidental, o saber dos egípcios foi seguido pelo dos gregos. É reconhecido que, se os egípcios foram seus mestres, não tardou para que estes fossem superados pelos discípulos. Na Grécia a Matemática teve um grande desenvolvimento, e a civilização grega passou a servir de preceptora a todas as outras nações. (...). Neste campo, a Grécia produziu grandes

> sábios; entre eles Thales (625 - 546 a.C.), com seus estudos de semelhança que embasam a trigonometria, e seu discípulo Pitágoras (570 - 495 a.C.). Conjectura-se que este último tenha feito a primeira demonstração do teorema que leva seu nome: "Em todo triângulo retângulo a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos". Deste teorema deriva a relação fundamental da trigonometria.

As informações sobre Pitágoras de Samos foram escritas séculos depois da sua morte e não existem textos de sua autoria, alguns até duvidam da sua real existência. De acordo com a maioria dos historiadores, ele nasceu na Ilha de Samos no leste do mar Egeu, por volta de 570 a.C. e morreu por volta de 500 a.C. na cidade de Metaponto na Itália. Nas palavras de (Kamers, 2008, p. 7):

> Relata a lenda que Pitágoras era filho de Menesarco - um rico comerciante de Samos - e de Partêmis. No início de sua juventude Pitágoras estudou filosofia sob os cuidados de um discípulo de Tales, o filósofo Ferecídio, tendo sido, posteriormente, aluno do próprio Tales, em Mileto. Tales era o maior sábio da época e considerado o fundador da matemática grega.

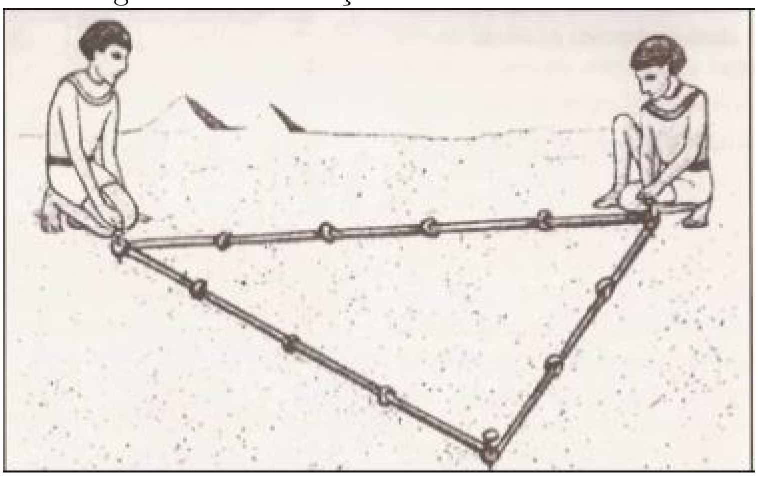
Figura 2.2.1: Busto de Pitágoras



Fonte: Wikimedia Commons, Galilea

Pitágoras de Samos dedicou sua vida ao estudo dos números, ele visitou a Babilônia e o Egito, pois essas nações dominavam os cálculos complexos. Segundo (Ribeiro, 2013), Na época em que visitou o Egito, Pitágoras teve contato pela primeira vez com a ideia do que viria a ser chamado futuramente de ternos pitagóricos, através da maneira como os egípcios construíam o ângulo reto: Eles utilizavam uma corda com 13 nós espaçados igualmente entre si, e a organizavam de tal forma que ela formasse um triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5. É importante mencionar que muitos autores designam corda com 12 nós, uma vez que quando se une os dois nós das pontas eles formam apenas um nó.

Figura 2.2.2: Medição com corda de 12 nós



Fonte: Toledo (1997, p. 19)

Mas o que são ternos pitagóricos? São trios de números naturais que satisfazem o Teorema de Pitágoras. De acordo com a Definição de (Wagner, 2010, p.11): "Sendo a, b e c inteiros positivos com $b < c < a$ dizemos que (b, c, a) é um terno pitagórico se $a^2 = b^2 + c^2$. Assim, (3, 4, 5) e (5, 12, 13) são exemplos de ternos pitagóricos". O autor ainda define terno pitagórico primitivo que é quando b e c são primos entre si, logo os exemplos dados acima são exemplos de ternos pitagóricos primitivos. Em seguida, o autor fornece uma fórmula geral atribuída a Platão (séc.4 a.C.) para encontrar ternos pitagóricos: Basta tomar m e n inteiros positivos tais que $m>n$ e considerar $b = m^2 - n^2$ e $c = 2mn$, daí temos que $b^2 + c^2 = (m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$, logo a

$= m^2 + n^2$. Dessa forma, como a depende de b e c , basta atribuir valores para m e n, assim o terno $(b,\ c,\ a)$ será um terno pitagórico. Por exemplo, para $m = 4$ e $n = 2$, encontramos o terno pitagórico (12, 16, 20). Observe que se atribuirmos valores para m e n de mesma paridade, encontraremos ternos pitagóricos não primitivos, como o último exemplo dado.

Diante disso, fica provado que o teorema nomeado atualmente como Teorema de Pitágoras não foi descoberto pelo próprio Pitágoras. Como ressalta (Silva, 2016, p. 23): "séculos antes da existência de Pitágoras, já era conhecido por babilônios, egípcios e chineses, que utilizavam o resultado na resolução de problemas". Ainda de acordo com o autor, o Plimpton 322, um tablete de barro que data de 1800 a 1600 a. C., encontrado na Babilônia, contém uma tabela de 15 linhas e 3 colunas contendo ternos pitagóricos.

Figura 2.2.3: Placa Plimpton 322.

Fonte: Joyce (1995) apud Pereira (2020, p. 24)

De acordo com (Silva, 2016) Pitágoras teria permanecido no Egito por 25 anos, retornando a Samos com 56 anos com o objetivo de fundar a escola Pitagórica. Porém, por rivalidades políticas, isso não teria sido possível, o que o levou a posteriormente partir para Crotona, onde teria, finalmente reunido discípulos, nascendo assim, uma instituição secreta, religiosa e intelectual, onde ocorriam práticas de rituais religiosos, era exercida a lealdade entre os membros que se dedicavam integralmente ao estudo da Geometria, Aritmética, Música e Astronomia. A Escola Pitagórica posteriormente veio a ser destruída por inimigos, aniquilando os pitagóricos e dando fim a todos os possíveis registros escritos a respeito de Pitágoras. Quanto as descobertas matemáticas atribuídas a Escola Pitagórica, (Ribeiro, 2013, p. 21) destaca:

> **1**.De estabelecer em que proporções uma corda deve ser dividida para a obtenção das notas musicais, dó, ré, mi, etc.
> **2**.A classificação dos números em: pares e ímpares, primos e compostos, figurados e perfeitos.
> **3**.O máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum.
> **4**.Que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a dois ângulos retos.
> **5**.Que a soma das áreas dos quadrados determinados pelos lados catetos de um triângulo retângulo é igual à área do quadrado determinado pela hipotenusa.
> **6**.O primeiro número irracional, a raiz quadrada de 2.

Figura 2.2.4: Escola Pitagórica.

Fonte: Ribeiro (2013, p. 17)

Após a análise da historia que se sabe sobre Pitágoras, podemos perceber que sua colaboração para a Matemática vai muito além do famoso *Teorema de Pitágoras*, por esse motivo é considerado um dos maiores matemáticos de todos os tempos, pois juntamente com seus seguidores através da Escola Pitágorica, forneceu várias e grandes contribuições para esta ciência. No próximo tópico abordaremos três demonstrações diferentes do Teorema de Pitágoras.

2.2.2 Demonstrações

Com o objetivo de construir uma aprendizagem mais significativa, é importante a utilização de demonstrações nas aulas de matemática do ensino fundamental e médio, pois isso possibilitará ao estudante constatar a generalização de padrões e ainda compreender a origem de fórmulas utilizadas muitas vezes, de forma intuitiva em casos particulares, dessa forma, a aprendizagem se torna mais completa e menos vazia. Sousa (2023, p.15) afirma que a falta do hábito de demonstrar "(...) deixa algumas lacunas nas habilidades desenvolvidas pelos estudantes, prejudicando o desenvolvimento efetivo dos alunos envolvidos no processo, principalmente na disciplina de matemática". Compartilhando com essa ideia, (Pereira, 2020, p. 18), diz que:

> Estudar matemática, analisando e entendendo as demonstrações, é importante não apenas em níveis escolares mais avançados, mas também na escola básica, desde o ensino fundamental. O aluno desde cedo precisa entender a necessidade de provas formais para validar hipóteses, pois mesmo que se possa apresentar diversos exemplos para os quais um conceito é válido, pode haver um caso para o qual o conceito não é válido e, uma vez provada a validade para um caso geral, tem-se a garantia de que o conceito é aplicável em qualquer situação.

As demonstrações do Teorema de Pitágoras escolhidas para serem abordadas neste trabalho são consideradas adequadas aos níveis dos alunos da educação básica, pois são de fácil compreensão geométrica e/ou algébrica, e, além disso, podem ser trabalhadas com ênfase na leitura e escrita, pois se tratam de textos organizados, que seguem um passo a passo e onde são mencionados conceitos e propriedades, aspectos importantes para o desenvolvimento da aprendizagem. Hoje sabemos que existem mais de 400 demonstrações do Teorema de Pitágoras que pode ser interpretado tanto como uma relação entre os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo quanto à relação entre as áreas dos quadrados determinados pelos lados de um triângulo retângulo.

> O Teorema de Pitágoras é um dos mais belos e importantes teoremas da

> Matemática de todos os tempos e ocupa uma posição especial na história do nosso conhecimento matemático. Foi onde tudo começou. Desde o século 5 a.C. até o século 20 d.C. inúmeras demonstrações do Teorema de Pitágoras apareceram. Em 1940, o matemático americano E. S. Loomis publicou 370 demonstrações, mas ainda há mais. (Wagner, 2010, p. 10)

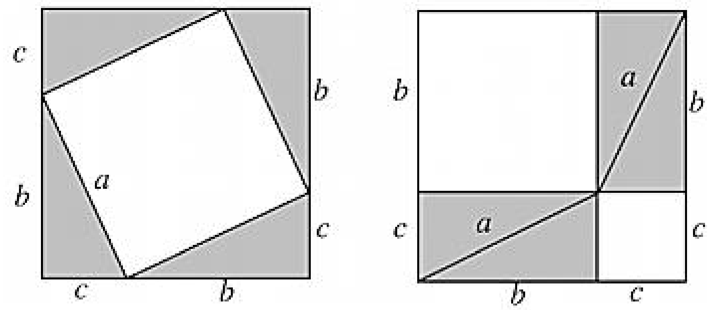
O Teorema de Pitágoras é enunciado de diferentes formas e por diversos autores, como por exemplo, em seu livro *Geometria Euclidiana Plana*, João Lucas Marques Barbosa (2012, p.133) traz o seguinte enunciado: "Em todo triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos". Utilizando o conceito de áreas, Eduardo Wagner (2010, p. 12) descreve o Teorema desta maneira: "Em qualquer Triângulo Retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos". Se chamarmos de a, a medida da hipotenusa, b e c, as medidas dos catetos, podemos representar o Teorema de Pitágoras simplesmente por: $a^2 = b^2 + c^2$. A demonstração que traremos a seguir seguir é conhecida como A Demonstração Clássica e é atribuída aos pitagóricos, como já mencionamos:

Demonstração Clássica: Em sua tese de mestrado (Oliveira, 2023) ressalta a importância e utilidade da geometria, além do fascínio que a sua beleza sempre provocou no ser humano. "Além disso, percebemos que atualmente há uma maior ênfase na apresentação de teoremas em sua forma algébrica. Daí cabem aos estudantes memorizarem fórmulas que muitas vezes não têm nenhum significado para eles"(Oliveira, 2023, p. 25). Nesta perspectiva, quando houver possibilidade, deve-se apresentar o Teorema de Pitágoras em seu aspecto geométrico, para que os estudantes tenham co-nhecimento da relaçao entre as áreas dos quadrados construídos sobre os lados de um triângulo retângulo. A seguinte demonstração cumpre esse papel perfeitamente, além de atender a recomendação da BNCC no que se refere à aproximação da álgebra e da geometria:

Considere um triângulo retângulo de catetos b e c e hipotenusa a e tome o quadrado cujo lado é $b + c$.

Na figura da esquerda sobrepomos nos quatro cantos do quadrado, quatro tri-

Figura 2.2.5: Demonstração Clássica.



Fonte: Wagner (2010, p. 14)

ângulos retângulos iguais ao triângulo dado, sobrando no meio um quadrado cujo lado mede exatamente o comprimento da hipotenusa. Na figura da direita, novamente sobrepomos de maneira diferente da anterior, quatro triângulos retângulos idênticos ao triângulo dado, sobrando (parte branca) dois quadrados, um de lado medindo o comprimento do cateto b e o outro quadrado de lado medindo o comprimento do cateto c. Logo as áreas em branco nas duas figuras correspondem à mesma medida, isto é, a área do quadrado de lado a é igual a soma das áreas dos quadrados de lado b e c, ou seja, $a^2 = b^2 + c^2$.

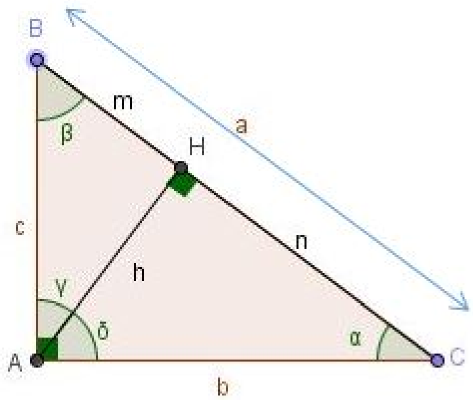
A segunda demonstração, também é encontrada em livros didáticos do ensino médio, é baseada na semelhança de triângulos e utiliza a manipulação algébrica, conforme mostraremos abaixo:

Demonstração Por Semelhança de Triângulos: Considere o triângulo ABC, retângulo em A, e observe que, pelo fato de que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180°, concluímos que:

$$\alpha + \beta = 90° \, (i)$$

Traçando a altura h, referente à hipotenusa a, obtemos os triângulos ACH e

Figura 2.2.6: Triângulo Retângulo ABC.



Fonte: Autoria Própria 2025

AHB, ambos retângulos em H; Com raciocínio análogo ao anterior, observe que:

$$\beta + \gamma = \delta + \alpha = 90° \; (ii)$$

De (i) e (ii), temos que $\alpha + \beta = \beta + \gamma$, o que implica que $\alpha = \gamma$, e ainda, $\alpha + \beta = \delta + \alpha$, o que implica que $\beta = \delta$. Logo, podemos afirmar que os triângulos ACH, AHB e ABC são semelhantes entre si pelo caso AA (ângulo, ângulo). Da semelhança entre os triângulos AHB e ABC, temos que:

$$\frac{c}{a} = \frac{m}{c}$$

o que implica que:

$$c^2 = a \cdot m \;\; \text{(iii)}$$

Da semelhança entre os triângulos ACH e ABC, temos que:

$$\frac{b}{a} = \frac{n}{b}$$

o que implica que:

$$b^2 = a \cdot n \;\; \text{(iv)}$$

De (iii) e (iv), temos que

$$c^2 + b^2 = a \cdot m + a \cdot n = a \cdot (m + n)$$

como, por construção, $m + n = a$, então, concluímos que

$$c^2 + b^2 = a \cdot a = a^2$$

isto é, $a^2 = b^2 + c^2$, como queríamos mostrar.

De acordo co Wagner (2020, p. 15)

> Esta demonstração é a mais frequente hoje nas escolas porque permite, com um único e pequeno esforço, não só demonstrar o Teorema de Pitágoras de forma bastante simples, como também encontrar as relações importantes do triângulo retângulo.

Para obter a relação que revela o importante fato de que a altura é igual a média geométrica entre as projeções dos catetos sobre a hipotenusa, considere a semelhança mencionada no início dessa demonstração entre os triângulos ACH e AHB, de onde obtemos que:

$$\frac{h}{m} = \frac{n}{h}$$

o que implica que:

$$h^2 = m \cdot n$$

Já para obtermos a relação que enfatiza que o produto entre os catetos é igual ao produto entre a hipotenusa e a altura relativa à hipotenusa que também se interpreta com o conceito de área, basta considerarmos a seguinte relação que surge por meio da semelhança entre os triângulos AHB e ABC:

$$\frac{c}{a} = \frac{h}{b}$$

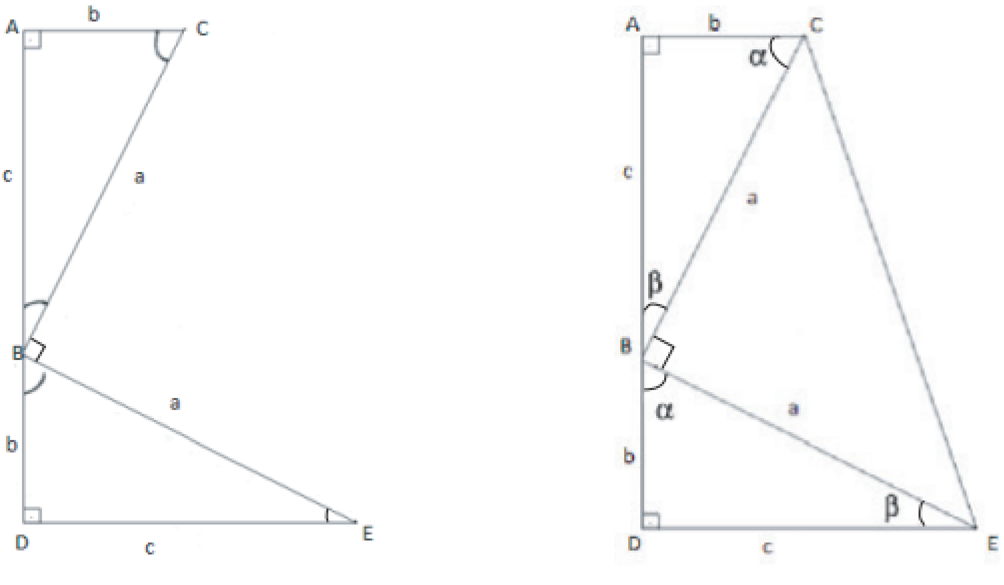
o que implica que:

$$a \cdot h = b \cdot c$$

Demonstração do Presidente: A terceira demonstração é menos conhecida e abordada nos livros didáticos, porém é muito interessante e pautada em uma ideia simples sobre o conceito da área do trapézio. De acordo com (Santos, 2012, p. 5), foi elaborada por James Abram Garfield, que foi presidente dos Estados Unidos por apenas quatro meses (assassinado em 1981), ele era também General e gostava de Matemática. Em sua dissertação de mestrado, (Ribeiro, 2013, p. 34) menciona que Garfield rabiscou a seguinte demonstração enquanto estava em reunião na câmara de representantes, e ela foi publicada posteriormente no *New England Journal of Education.*

Considere um triângulo retângulo ABC de hipotenusa a e catetos b e c. Tome um triângulo retângulo BDE congruente ao primeiro, de tal forma que o vértice B coincida e os catetos c do triângulo ABC e b do triângulo BDE estejam contidos sob a mesma reta. Trace o segmento que liga o vértice C ao vértice E, formando o trapézio retângulo $ACED$, de base menor medindo b, base maior, medindo c e altura medindo $b + c$, conforme a figura 2.2.7.

Figura 2.2.7: Triângulos Retângulos com seus vértices alinhados e Trapézio Retângulo.



Fonte:(RIBEIRO, 2013, p.34)

Observe, no trapézio $ACED$, que no triângulo ABC, temos que $\alpha + \beta = 90°$, pela soma dos ângulos internos de um triângulo. Como o ângulo $\angle ABD$ é raso, podemos concluir que o ângulo $\angle BCE$ mede 90°, isto é, o triângulo BCE é retângulo. Note que podemos calcular a área do trapézio $ACED$ de duas formas distintas:

1. Diretamente, através da fórmula da área do trapézio:

$$\frac{(b+c)\cdot(b+c)}{2} = \frac{b^2+2\cdot b\cdot c+c^2}{2} \quad \text{(i)}$$

2. Somando as áreas dos três triângulos que formam o trapézio:

$$\frac{(b\cdot c)+(b\cdot c)+(a\cdot a)}{2} = \frac{2\cdot b\cdot c+a^2}{2} \quad \text{(ii)}$$

Igualando (i) e (ii), temos:

$$\frac{b^2+2\cdot b\cdot c+c^2}{2} = \frac{2\cdot b\cdot c+a^2}{2}$$

Multiplicando ambos os membros por 2, somando $(-2\cdot b\cdot c)$ em ambos os membros e organizando os termos, obtemos: $a^2 = b^2 + c^2$, como queríamos mostrar.

A seguir traremos o que temos como orientações para o ensino de geometria, pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular).

2.3 Orientações Curriculares à luz da BNCC

De acordo com a BNCC, para os alunos do Ensino Fundamental, "A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento" (Brasil, 2018, p. 273). Em relação ao pensamento geométrico: "são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança" (Brasil, 2018, p. 529). "Outro ponto a ser destacado é a aproximação da Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da geometria analítica" (Brasil, 2018, p. 274). O documento aponta como objetos de conhecimento da geometria do 9° ano do Ensino Fundamental: As Relações métricas no triângulo retângulo bem como o Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração e dando sequência ao desenvolvimento do conhecimento matemático, orienta que:

> Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio. (BRASIL, 2018, p.530).

Dessa forma, entendemos que no Ensino Médio devemos explorar os conteúdos estudados no Ensino Fundamental de modo inter-relacionados, aplicando-os em diferentes contextos ligados à realidade do aluno, a fim de viabilizar a construção do raciocínio matemático voltado para a resolução de problemas. "Assim, a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras" (Brasil, 2018, p. 274). Compartilhando desse mesma ideia, (Sormani Junior, 2006, p. 34) relata que "Apresentada desta maneira, a Trigonometria deve deixar de ser vista como exclusivamente cálculos algébricos de identidades e equações para mostrar ao aluno que o ser humano pode resolver problemas de seu cotidiano, usando conhecimento matemático".

Nesta pesquisa, utilizaremos leitura, escrita de textos, resolução e formulação de problemas contextualizados para introduzir e motivar o desenvolvimento da compreensão a respeito do Teorema de Pitágoras focando na leitura e escrita, com o objetivo de levar os alunos a desenvolverem e registrarem por escrito, estratégias adequadas à resolução de problemas, estimulando sua criatividade na busca da solução, pautados no que se refere ao desenvolvimento do raciocínio, segundo a BNCC:

> Assim, para o desenvolvimento de competências que envolvem raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e

> professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática. Embora todos esses processos pressuponham o raciocínio matemático, em muitas situações são também mobilizadas habilidades relativas à representação e à comunicação para expressar as generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado (Brasil, 2018, p. 531).

Na BNCC, “competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (Brasil, 2018, p. 8). Para o ensino médio determina a “Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente” (Brasil, 2018, p. 535) e associada a essa competência, aponta como habilidade 8: “Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos” (Brasil, 2018, p. 545). Em suma, para o desenvolvimento das competências gerais e específicas, são indicadas habilidades relacionadas principalmente à prática de leitura e escrita, no que se refere à interpretação e formulação de problemas matemáticos contemplando contextos diversos e construindo significados para o aluno.

Considerando os princípios e diretrizes apresentados pela BNCC, é necessário discutir como essas orientações podem se trasnformar em práticas pedagógicas, sendo assim, no próximo capítulo abordaremos as concepções atuais sobre sequência didática, além de apresentarmos o planejamento da proposta elaborada para esta pesquisa, com base nos fundamentos discutidos até aqui.

2.4 Sobre Sequência Didática

Na prática de ensino, o principal ojetivo é a aprendizagem do aluno, sendo assim, o professor está sempre em busca de estratégias que o levem a tal finalidade. Deste modo, percebemos a importância do planejamento da prática pedagógica, pois através dele, pontua-se de onde irá partir, onde pretende-se chegar, e assim define-se de fato o objeto a ser trabalhado e como será trabalhado, isto é, quais metodologias serão mais adequadas. Assim como um plano de aula, uma Sequência Didática precisa ser planejada e elaborada a fim de alcançar um determinado objetivo. Neste sentido, (Peretti, 2013, p. 6), define:

> A sequência didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido.

Sendo assim, uma Sequência Didática, como o próprio nome sugere, consiste em elaborar um conjunto de atividades seguindo etapas continuadas, possibilitando desta forma, que o aluno evolua gradativamente até alcançar o objetivo definido, diferindo neste sentido de um simples plano de aula.

> Uma sequência didática, em algumas situações se assemelha com um plano de aula, porém se difere na sequência que o conteúdo deverá ser organizado, de forma que leve o estudante a uma evolução no conhecimento, através do aprofundamento dos estudos sobre o tema. (Franco, 2018, p. 7)

Tendo em vista o objetivo a ser alcançado, é preciso definir o ponto de partida, para em seguida, sequenciar as próximas etapas a serem seguidas. Para isto, faz-se necessário diagnosticar o nível de conhecimento em que se encontram os alunos a respeito de determinado tema que pretende-se trabalhar. Isso é possível através de uma sondagem com perguntas orais ou atividade diagnóstica de forma escrita.

> Ao iniciar a sequência didática, é necessário efetuar um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir desses, planejar uma variedade de

> aulas com desafios e/ou problemas diferenciados, jogos, análise e reflexão. Aos poucos, faz-se necessário aumentar a complexidade dos desafios e orientações permitindo um aprofundamento do tema proposto. (Peretti, 2013, p. 6)

No desenvolvimento de uma Sequência Didática, o professor pode fazer uso de diversas metodologias que julgue adequadas, por exemplo, discussão coletiva, exibições de vídeos, aulas expositivas, atividades lúdicas, dinâmicas, jogos, leitura, produção textual e outros, bem como aplicar a interdisciplinaridade, desde que tudo esteja organizado sequencialmente e gradativamente em prol de um determinado objetivo conhecido pelo professor e pelos alunos.

Diante do exposto, conclui-se que uma Sequêcia Didática consiste de etapas sequenciais e gradativas, partindo de um ponto bem definido com objetivo de alcançar uma meta pré-definida, analisando o desempenho dos alunos por meio de avaliações durante ou ao término da execução, para constatar se o objeto de aprendizagem foi atingido por meio das atividades realizadas durante o processo de aplicação da Sequência Didática.

Em consonância com tais perspectivas, elaboramos e aplicamos a Sequência Didática descrita a seguir:

Tema: Teorema de Pitágoras

Unidade Temática: Geometria

Ano Escolar: 1° ano do Ensino Médio

Objetos do Conhecimento: Teorema de Pitágoras: verificações experimentais, demonstração, elaboração e resolução de problemas.

Tempo Previsto: 9h/a

Material Necessário: projetor, computadores, celular ou tablet; atividades impressas, lápis, caneta, borracha, tesoura, cola e canetinhas.

Etapas do Desenvolvimento:

1° DIA (1h/a) - Aplicação do Questionário disponível no Apêndice A;

2° DIA (2h/a)- Leitura sobre a história de Pitágoras e seu teorema disponíveis no ca-

pítulo 2 deste trabalho e Prática de Escrita por Meio da Produção de uma Carta;
3° DIA (2h/a) - Realização da Demonstração Clássica disponível no Apêndice B;
4° DIA (2h/a) - Resolução de Problemas disponíveis no Apêndice C;
5° DIA (2h/a) - Formulação de Problemas, dadas as figura disponíveis no Apêndice D.

A seguir mostraremos alguns resultados obtidos pela escola onde coletamos a amostra desta pesquisa, em uma avaliação externa promovida pela Secretaria de Educação do Ceará (SEDUC).

Capítulo 3

Sobre a Escola e Alguns de Seus Resultados no SISEDU

A Sequência Didática proposta neste trabalho foi aplicada em uma turma do 1° ano do Ensino Médio Integral, na EEMTI Tiradentes, localizada na Avenida Castelo Branco S/N, Bairro Novo Juazeiro, na cidade de Juazeiro do Norte, Ceará. A escola funciona nas modalidades Integral e Regular Noturno, oferecendo também atendimento educacional especializado (AEE). Ao todo, funcionam 19 turmas, sendo 13 turmas no Integral e 6 no turno noturno.

De acordo com a plataforma do Sistema Online de Avaliação, Suporte e Acompanhamento Educacional (SISEDU) da Coordenadoria Estadual de Formação Docente e Educação a Distância (CODED/CED), o (SISEDU) tem por objetivo identificar as dificuldades de aprendizagem dos/as estudantes, em determinados saberes e habilidades para a obtenção do conhecimento em cada série do ensino médio. Para isto, é aplicada uma Avaliação Diagnóstica contendo problemas matemáticos que tem como base a Matriz de Conhecimentos Básicos (MCB), que "é motivada pelos desafios de implementação de arranjos curriculares alinhados a documentos norteadores como BNCC e DCRC e, necessariamente, ajustáveis às evidências e expectativas de aprendizagem nas escolas e redes" (Ceará, 2021, p. 94). Além disso, visa ofertar aos/às professores/as dados e relatórios que os/as ajudem a repensar estratégias pedagógicas que possam auxiliar na aprendizagem, por meio de material didático estruturado que compõe o repositório do sistema. "Na Matriz, os objetos de conhecimento são organizados por série, em uma sequência sugerida de modo a refletir a progressão lógica e cognitiva da Matemática Básica" (Ceará, 2021, p. 95).

A seguir listamos os saberes que foram avaliados pela Avaliação Diagnóstica, em duas aplicações da prova, no ano de 2024:

S01 - Aplicar, em diversos contextos e problemas, conceitos e propriedades do sistema de numeração posicional decimal.

S02 - Efetuar procedimentos e resolver problemas envolvendo números naturais e inteiros.

S03 - Efetuar procedimentos e resolver problemas envolvendo números racionais em suas representações fracionárias e decimais.

S04 - Compreender e aplicar relações de proporcionalidade entre grandezas numéricas.

S05 - Aplicar, a problemas em diversos contextos, conhecimentos sobre formas geométricas no plano (elementos, propriedades, transformações, movimentos, invariantes e estruturas geométricas).

S06 - Modelar e resolver problemas envolvendo relações lineares entre variáveis.

S07 - Compreender e aplicar conhecimentos sobre grandezas geométricas de figuras geométricas planas.

S08 - Compreender e aplicar, em problemas de diversos contextos, relações métricas e razões trigonométricas em figuras geométricas.

S09 - Efetuar operações aritméticas, expressar medidas, representar informações e resolver problemas, utilizando números reais.

S10 - Utilizar modelos e resolver problemas envolvendo relações algébricas (e.g., quadráticas e polinomiais) entre variáveis.

S11 - Utilizar modelos e resolver problemas envolvendo relações exponenciais (e outras

relações não polinomiais) entre variáveis reais.
S14 - Compreender os elementos, propriedades e medidas de objetos geométricos no espaço e aplicá-los em diversos contextos e problemas.
S15 - Utilizar conceitos, métodos e ferramentas estatísticas na análise de dados e validação de inferências.
S16 - Compreender e utilizar métodos probabilísticos na análise de dados e na modelagem da aleatoriedade.

A Avaliação Diagnóstica vem sendo aplicada semestralmente nas escolas de Ensino Médio do Ceará desde 2019, sendo a última aplicação até a finalização desta pesquisa, em agosto de 2024. A seguir apresentaremos os resultados atingidos pelos alunos de 1°, 2° e 3° anos da EEMTI Tiradentes nas duas últimas avaliações (2024.1 e 2024.2), referentes ao saber 8: *S08 - Compreender e aplicar, em problemas de diversos contextos, relações métricas e razões trigonométricas em figuras geométricas*, cujas habilidades correspondentes avaliadas foram: S08-H1 - *Utilizar, com correção e justificativa, o Teorema de Pitágoras, em diversos contextos, aplicações e problemas*; S08-H3 – *Aplicar o Teorema de Pitágoras à determinação da distância entre pontos, medidas de segmentos de reta e ângulos entre retas.*

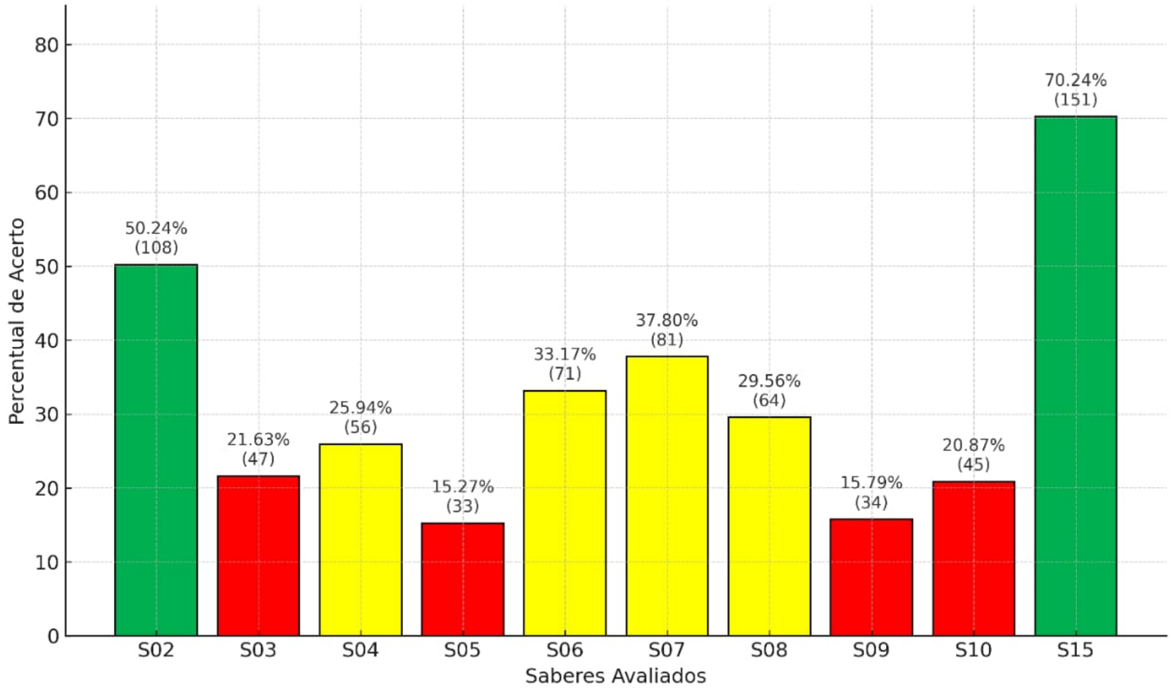
Para a organização dos resultados pela plataforma do SISEDU, os alunos são classificados em quatro níveis, de acordo com o percentual de acertos por saber e/ou por habilidade, na avaliação diagnóstica; e para cada nível é associada uma cor correspondente, da seguinte forma: Vermelho: Nível Muito Crítico (0% - 25%), Amarelo: Nível Crítico (25% - 50%), Verde: Nível Intermediário (50% - 75%) e, por fim, Azul: Nível Adequado (75% - 100%), como ilustra a figura abaixo:

Figura 3.0.1: Classificação por cores.

Fonte:(Plataforma SISEDU)

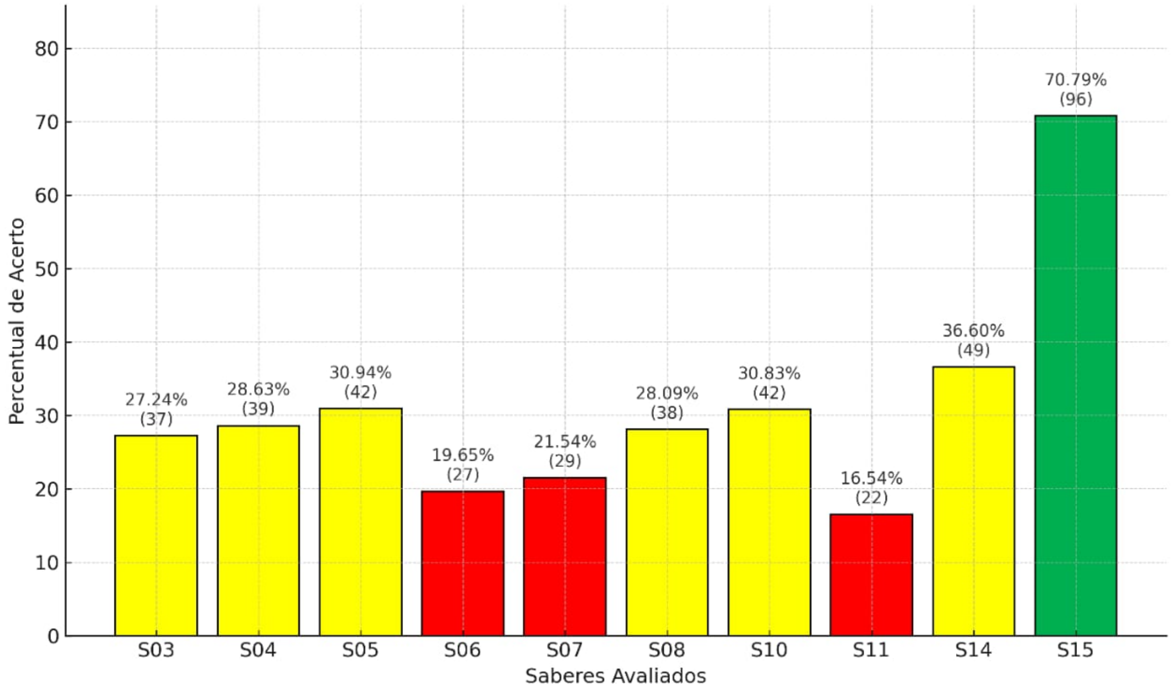
Os resultados que mostraremos a seguir trazem as séries que foram contempladas com avaliações que abordavam o saber 08: S08-H3 – *Aplicar o Teorema de Pitágoras à determinação da distância entre pontos, medidas de segmentos de reta e ângulos entre retas.* De acordo com dados da Plataforma do SISEDU, em fevereiro de 2024, na EEMTI Tiradentes, 213 alunos de 1° ano e 135 alunos de 3° ano foram avaliados através da Avaliação Diagnóstica. A seguir mostraremos os resultados dessas turmas, para que possamos fazer uma análise comparativa em um panorama geral, envolvendo o saber 08 e os demais saberes avaliados.

Figura 3.0.2: 1°ano: Percentual Médio de Acerto por Saber, 2024.1



Fonte:(Plataforma SISEDU)

Figura 3.0.3: 3°ano: Percentual Médio de Acerto por Saber, 2024.1

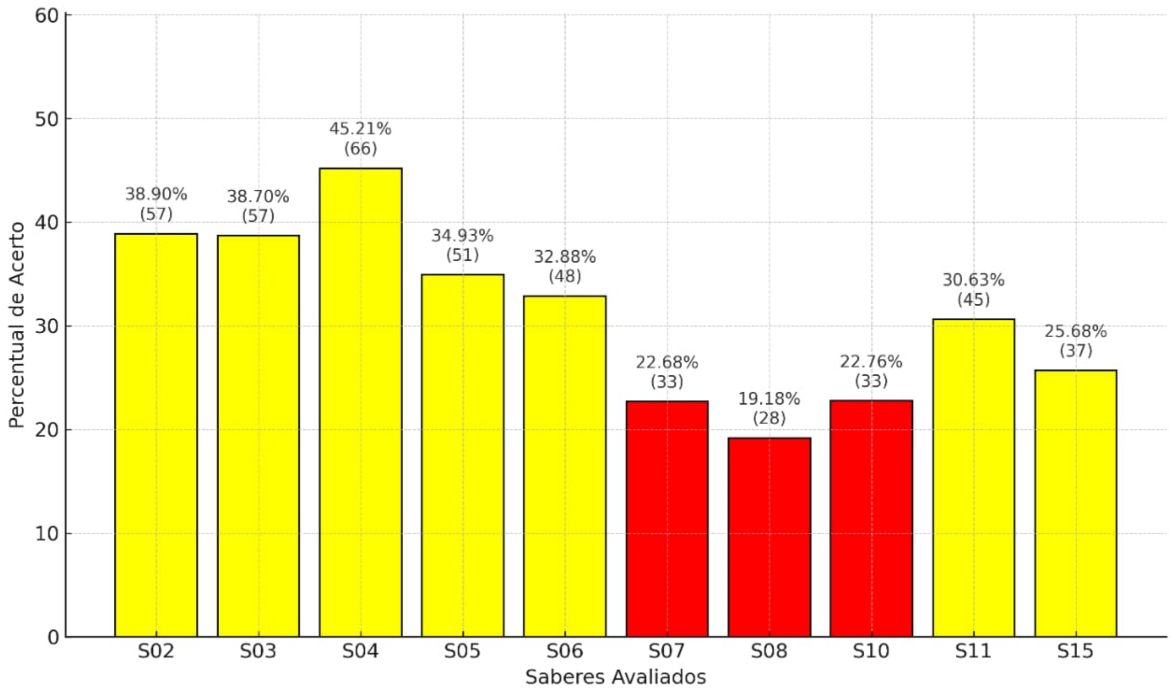


Fonte:(Plataforma SISEDU)

De acordo com os gráficos acima, tanto os alunos do primeiro ano, como os alunos do terceiro ano foram classificados no nível crítico com relação ao saber 08, pois ambos estão identificados pela cor amarela com percentuais de acerto de 29,56% e 28,09%, respectivamente.

Em agosto do mesmo ano, 146 alunos de 2° ano realizaram a Avaliação Diagnóstica, cujo saber 08 foi abordado para esta série. Abaixo encontram-se os resultados, referentes ao total de habilidades avaliadas.

Figura 3.0.4: 2°ano: Percentual Médio de Acerto por Saber, 2024.2 .



Fonte:(Plataforma SISEDU)

Para esta série, os alunos foram classificados no nível muito crítico com relação ao saber 08, uma vez que o percentual de acerto foi de apenas 19,18%. Observamos que este foi o pior resultado dentre os saberes avaliados.

Concluímos, através desses resultados, que os alunos da EEMTI Tiradentes, no presente momento não apresentam uma aprendizagem satisfatória referente aos conteúdos relacionados à trigonometria e relações métricas no triângulo retângulo, inclusive o Teorema de Pitágoras, objeto de estudo deste trabalho, o que reforça ainda mais a importância desta pesquisa.

A seguir, faremos a análise dos dados obtidos através da aplicação da Sequência Didática abordada nesta pesquisa.

Capítulo 4

ANÁLISE DE DADOS: SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

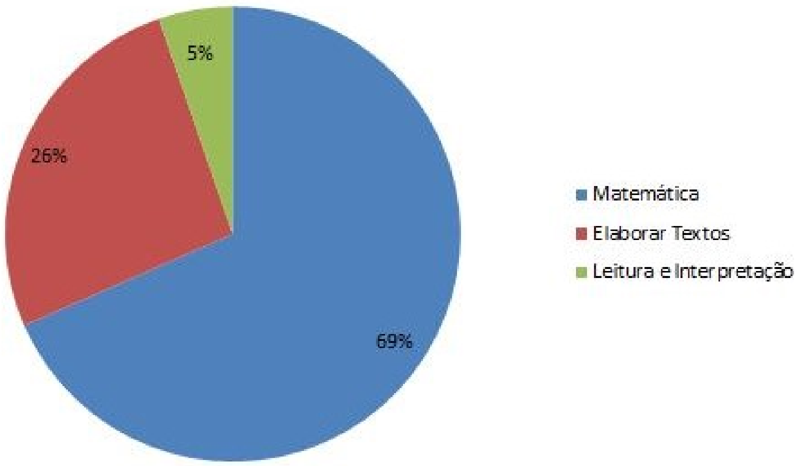
4.1 Aula 1 - Conhecendo a Turma: Aplicação de um Questionário (1h/a)

A partir do estudo realizado, elaboramos uma sequência didática, que tem como foco principal, o ensino do Teorema de Pitágoras explorando a leitura e a escrita na resolução de problemas.

No primeiro momento para a coleta de dados, aplicamos um questionário no *Google Forms* cujos objetivos foram: conhecer o perfil da turma; analisar a relação entre as dificuldades de ler, escrever e aprender matemática; diagnosticar o conhecimento da turma sobre o Teorema de Pitágoras. Ao solicitar sexo e idade, obtemos os seguintes resultados da amostra de 24 alunos: 14 com idade de 15 anos, 9 com 16 anos e 1 aluno com 17 anos, do total, 7 são do sexo masculino e 17 do sexo feminino.

Dando continuidade, o questionário traz oito perguntas objetivas, sendo que as três primeiras perguntas se referem às dificuldades em: aprender matemática, ler e escrever. Mais da metade da turma, afirmou ter muita dificuldade em aprender matemática, cinco alunos afirmaram ter muita dificuldade com a escrita e apenas um aluno afirmou ter muita dificuldade com leitura, como mostra o gráfico a seguir:

Figura 4.1.1: Percentual de alunos que relataram muita difculdade em cada habilidade

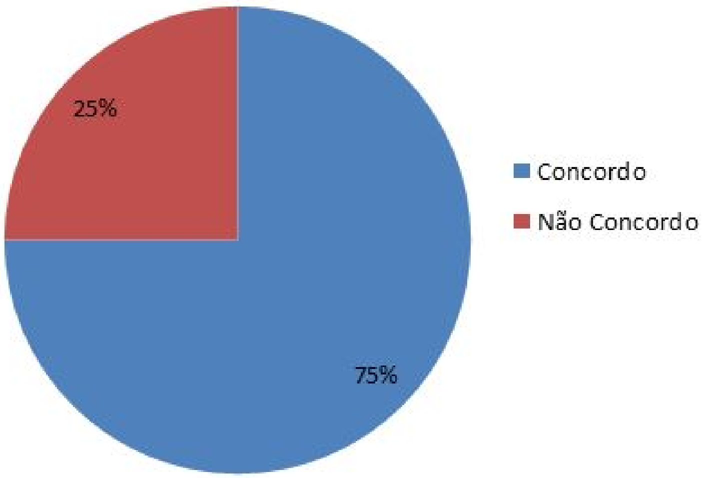


Fonte: Autoria Própria (2025)

O gráfico 4.1.1 acima evidencia um fato muito importante a respeito da relação que o aluno assume com: a leitura, a esrita e a matemática. De fato, estamos acostumados a lidar com estudantes que, na sua grande maioria, carregam consigo uma certa aversão à matemática, e eles já chegam no ensino médio trazendo essa relação negativa com tal disciplina, fato este, que aumenta a dificuldade enfrentada pelo professor na tentativa de despertar o interesse do aluno. Sendo assim, ao observar e comparar os resultados acima, podemos elaborar uma estratégia que pode auxiliar o professor de matemática em sua prática pedagógica por meio do uso da leitura e da escrita, pois temos que, enquanto mais da metade da turma afirmou ter muita dificuldade com matemática, um total de 26% dos alunos afirmaram ter muita dificuldade com escrita, e apenas 5% afirmaram ter muita dificuldade com a leitura. Dessa forma, ao utilizar elementos que permitam que os alunos apliquem suas habilidades de leitura e escrita, espera-se que possamos atrai-los de maneira mais eficiente a participarem como sujeitos ativos no processo de ensino e aprendizagem de matemática, uma vez que eles assumem possuir uma maior afinidade com tais habilidades.

Dando continuidade ao questionário, a quarta pergunta aborda o significado de aprender matemática. Como resultado, 18 alunos (75%), concordam que aprender essa disciplina se resume a decorar fórmulas e fazer cálculos, como mostra o gráfico (4.1.4):

Figura 4.1.2: Pergunta 4: Qual a sua opinião sobre a afirmativa: “Aprender matemática é decorar fórmulas e fazer cálculos”?



Fonte: Autoria Própria (2025)

Na quinta pergunta sobre gostar de estudar matemática, metade da turma afirmou não gostar de jeito nenhum, enquanto que apenas 1 aluno afimrou gostar muito e 11 alunos escolheram a opção: gosto um pouco, como mostra a figura (4.1.5):

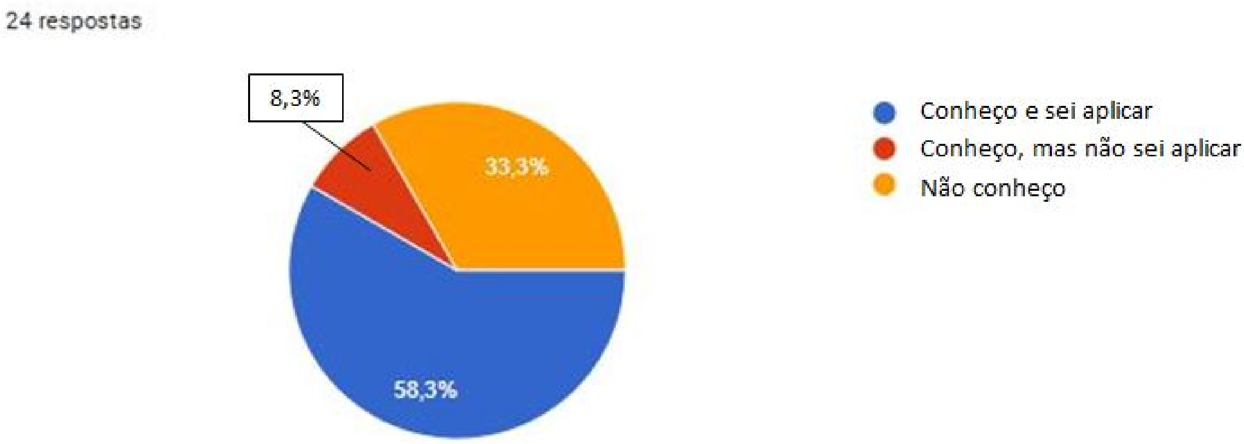
Figura 4.1.3: Pergunta 5: 5. Você Gosta de Estudar Matemática?

Fonte: Autoria Própria (2025)

As três perguntas finais do questionário evidenciam a relação existente entre a habilidade de leitura e a aprendizagem em matemática. Ao se deparar com a fórmula do Teorema de Pitágoras no seu formato algébrico: $a^2 = b^2 + c^2$, apenas 33% afirmaram não conhecer o teorema. Por outro lado, ao explicitar os enunciados do mesmo teorema com abordagens através de comprimento e em seguida de área, a quantidade de alunos que afirmaram não conhecer o teorema, subiu para quase 42% na abordagem através do comprimento e para mais de 54% na abordagem utilizando área, como mostram os gráficos:

Figura 4.1.4: Pergunta 6 do Questionário

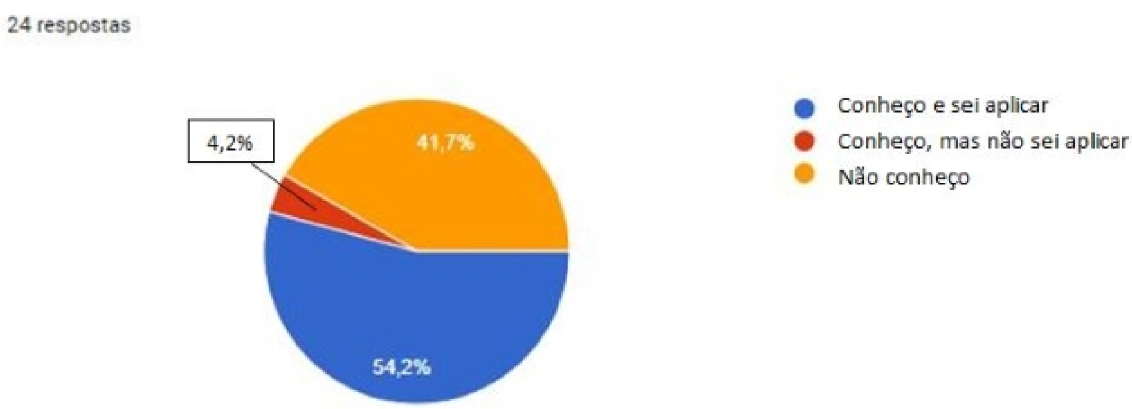
O Teorema de Pitágoras diz que: $a^2 = b^2 + c^2$, onde a (hipotenusa), b e c (catetos) são os lados de um triângulo retângulo.



Fonte: Autoria Própria (2025)

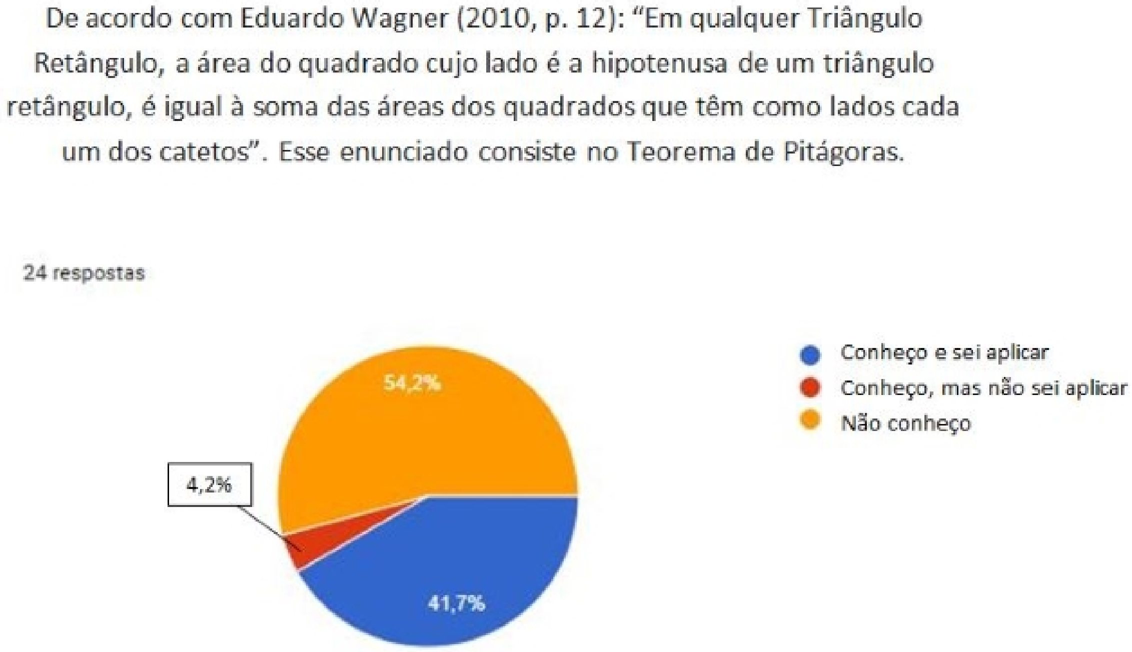
Figura 4.1.5: Pergunta 7 do Questionário

De acordo com João Lucas Marques Barbosa (2012, p.133): "Em todo triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos". Esse enunciado consiste no Teorema de Pitágoras.



Fonte: Autoria Própria (2025)

Figura 4.1.6: Pergunta 8 do Questionário



Fonte: Autoria Própria (2025)

Concluimos que, apesar de já terem estudado o teorema de Pitágoras no ensino fundamental, os alunos ainda não consolidaram de fato a aprendizagem completa do mesmo, pois não o reconhecem em suas diversas abordagens, bem como não conseguem identificá-lo em meio a leitura do enunciado, sendo necessário, dessa forma, explorar o Teorema de Pitágoras em suas diversas abordagens, além de procurar desenvolver as habilidades de leitura e interpretação no ensino de matemática.

4.2 Aula 2 - Leitura, escrita e o Teorema de Pitágoras (2h/a)

Seguindo com a aplicação da Sequência Didática proposta nesta pesquisa, no segundo momento apresentamos para a turma um slide construído a partir do capítulo 2, tópico 2.2.1 do referencial teórico deste trabalho, onde abordamos um pouco da história de Pitágoras e do surgimento do Teorema de Pitágoras. Além do slide, também fornecemos folhas impressas com o mesmo conteúdo para que os alunos pudessem fazer a leitura individualmente. Como atividade propomos o seguinte: "Lavinya, aluna do 1° ano perdeu a aula sobre Pitágoras! Para ajudar nossa amiga, escreva um texto no formato de carta para Lavinya, explicando os detalhes mais importantes sobre a aula. Não esqueça de falar sobre a história de Pitágoras, os ternos pitagóricos, a escola pitagórica e o Teorema de Pitágoras."De acordo com o dicionário, uma carta é uma "mensagem, manuscrita ou impressa, a uma pessoa ou a uma organização, para comunicar-lhe algo". Estavam presentes 23 alunos e todos participaram e concluiram a atividade proposta.

Quando é dada ao aluno a oportunidade de escrever nas aulas de matemática, ele tem em mãos uma poderosa ferramenta a seu favor, pois através do texto produzido por ele, é possível comunicar-se de maneira direta com o professor, principalmente no caso de se tratar de um aluno que tem maiores dificuldades com os números ou até mesmo com a oralidade. Sendo assim, através da escrita, se dá uma importante comunicação entre professor e aluno, por meio da qual, pode-se averiguar a maneira e o nível de conhecimento matemático, seja ele conteudista ou histórico. De acordo com (Barbosa; Nacarato; Penha, 2008, p. 84):

> É de suma importância que o professor leve em consideração que os textos escritos, por sua singularidade, contribuem diferentemente no desenvolvimento da cognição matemática e tenha consciência de que existem alunos com maior dificuldade que outros.

A análise das produções textuais dos alunos foi de natureza qualitativa e interpretativa, centrada na compreensão das relações entre leitura, escrita e aprendizagem matemática, buscando observar como os estudantes comunicam conteúdos matemáticos. Para isso, foram identificadas duas categorias:

1 - Ênfase matemática: alunos que priorizam em suas cartas os conceitos, definições e procedimentos matemáticos trabalhados com relação ao Teorema de Pitágoras.

2 - Ênfase Histórica/Contextual: alunos que destacaram elementos históricos, curiosidades ou contextos culturais abordados durante a aula, como menor detalhamento ou inexistência dos conteúdos matemáticos propriamente ditos.

As cartas foram lidas e interpretadas com base nessas categorias, buscando-se compreender quais aspectos do conteúdos foram mais absorvidos pelos alunos. Essa análise permitiu evidenciar diferrentes formas de apropriação dos conhecimentos e apontou indícios da articulação entre leitura, escrita e compreensão matemática no processo educativo.

Veremos a seguir duas das cartas criadas por eles, elas representam as demais, uma vez que, as produções se dividiram basicamente em dois grupos:o que deu ênfase ao contexto histórico e o que deu ênfase ao conteúdo matemático.

A carta produzida pela Aluna A, apresentada a seguir, se encaixa na categoria **2 - Ênfase Histórica/Contextual**, uma vez que nos possibilita identificar uma certa dificuldade em expressar o assunto trabalhado, pois observamos no decorrer da escrita, uma escassez de conteúdo matemático. Neste sentido (Barbosa; Nacarato; Penha, 2008, p. 84) ressalta que: "Quando os alunos começam a escrever seus textos, estes podem não explicitar o aprendizado matemático; as mudanças acontecem com o passar do tempo e com a prática constante da escrita, que propicia a reflexão".

Carta produzida pela aluna A

Juazeiro, 12 de novembro de 2024

Querida amiga Lorrainya.

Acabei de chegar da escola, fiquei triste ao saber que minha parceira de mesa ao lado não iria comparecer hoje nas aulas. Espero que esteja bem♥

Não tenho muitas novidades sobre o dia de hoje, você sabe, é o mesmo de sempre, aulas cansativas, dormidas no intervalo... Entretanto, a aula de matemática foi bem interessante, acredita? Hoje aprendemos sobre pitágoras, e pra te mostrar que prestei atenção e o quão interessante é, eu vou te explicar!

O nome dele é Pitágoras de Samos, as informações sobre ele foram escritos séculos depois de sua morte, e sabe o que é mais legal? não existem textos da autoria dele, alguns até duvidam de sua existência, o cara é uma misteriosa lenda. Ele nasceu em uma ilha de Samos no leste do mar Egeu, lá por volta de 570 a.C, muito tempo atrás, em uma cidade da Itália.

Pitágoras teve a ideia que hoje chamamos de ternos pitagóricos, mas o que é isso? Lorrainya, resumindo, são números que satisfazem o Teorema de pitágoras, não vou saber te explicar detalhado, mas pesquise sobre a definição de wagner pu, você vai gostar♥

E não esquecendo, pitágoras fundou uma escola, a escola pitagórica, e você acredita que a descoberta das notas musicais foram atribuidos da Escola pitagorica? Eu nunca imaginaria. Finalizando, tem muitas outras descobertas matemáticas da escola, espero que tenha entendido, você viu né, eu prestei atenção. Não falte amanha, para conversarmos mais sobre.

Um beijo,

Com amor, Giih ♥

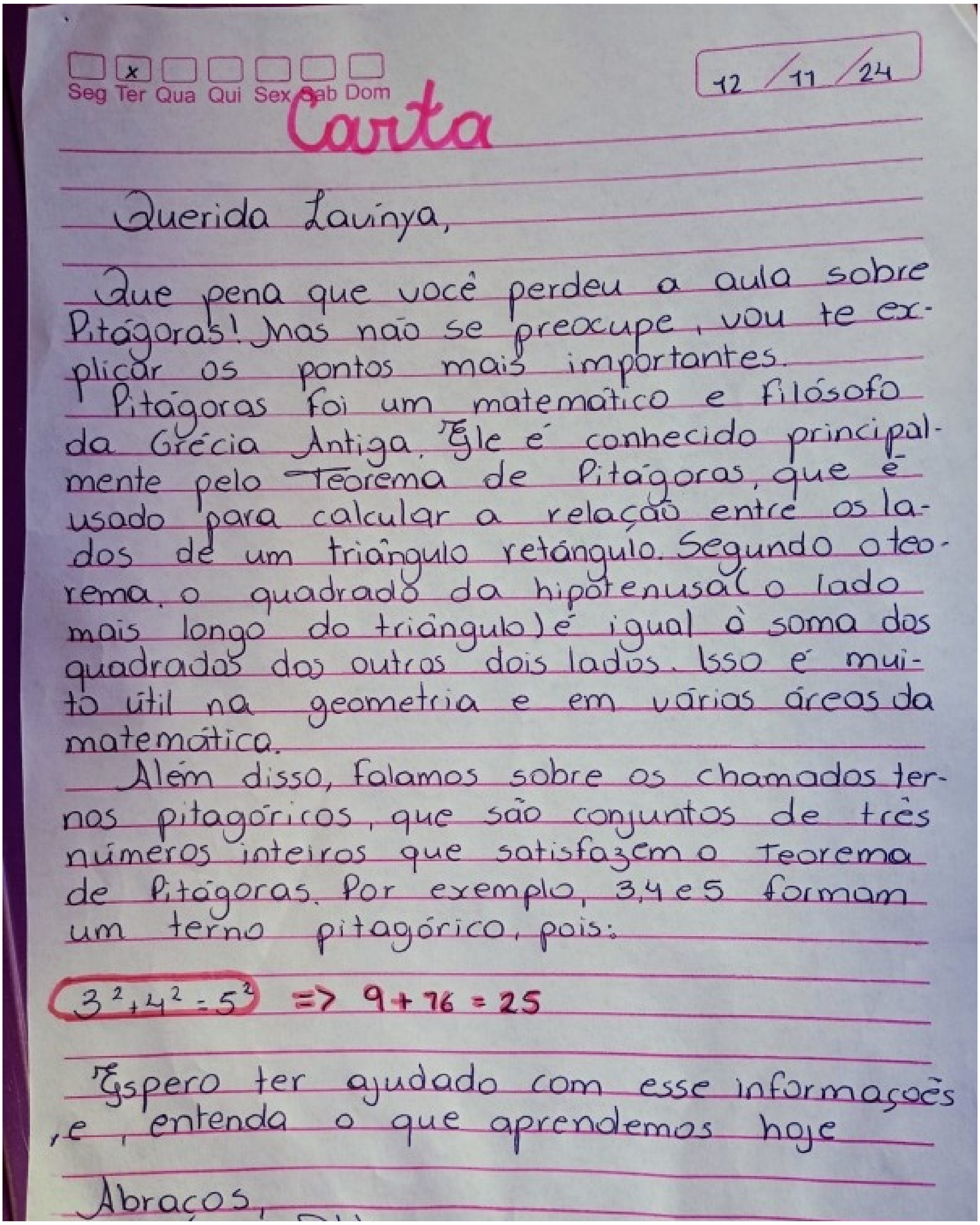
É possível perceber que a aluna A demonstra uma certa afinidade com a escrita, pois é notória a sua desenvoltura ao articular as palavras no contexto da mensagem através da carta escrita por ela. Por outro lado, no aspecto do conteúdo da matemática em si, a aluna apresenta uma grande dificuldade, uma vez que não chegou sequer a citar o Teorema de Pitágoras, assunto principal da aula, e ainda reconheceu através das próprias palavras que não iria saber explicar o assunto detalhado. Por fim, ainda observamos que a aluna dedicou a maior parte da sua atenção ao contexto histórico da aula sobre a vida de Pitágoras e suas contribuições, demonstrando grande entusiasmo ao afirmar que a aula foi interessante e ao utilizar o termo "legal"ao se referir a informações a respeito de Pitágoras.

Sendo assim, podemos perceber um importante ponto positivo ao utilizar leitura e escrita nas aulas de matemática: a possibilidade de envolver um número maior de alunos, despertando-os para participar da aula, inclusive aqueles que não gostam de cálculos e fórmulas, pois ao utilizar habilidades que vão além do ato de calcular, decorar fórmulas ou resolver repetidos exercícios, criamos oportunidades para que mais alunos se aproximem da matemática, favorecendo significativamente a aprendizagem. Além disso, a BNCC orienta que

> Diante dessas considerações, a área de Matemática e suas Tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior (Brasil, 2018, p. 528).

A carta B que está representada pela imagem abaixo, apresenta um aspecto diferente da carta A, podemos encaixá-la na categoria **1 - Ênfase matemática**, pois a aluna criadora do conteúdo deu uma maior ênfase a fórmula, ao significado do teorema de Pitágoras bem como a aplicação em ternos pitagóricos, mostrando através de um exemplo. Isto é, temos uma abordagem mais matemática e menos histórica, o que reforça o fato de que com esse tipo de atividade, abrimos portas para que diferentes públicos de alunos se engajem e participem através das suas próprias perspectivas e habilidades.

Carta produzida pela aluna B



Seg Ter Qua Qui Sex Sab Dom

12/11/24

Carta

Querida Lavinya,

Que pena que você perdeu a aula sobre Pitágoras! Mas não se preocupe, vou te explicar os pontos mais importantes.

Pitágoras foi um matemático e filósofo da Grécia Antiga. Ele é conhecido principalmente pelo Teorema de Pitágoras, que é usado para calcular a relação entre os lados de um triângulo retângulo. Segundo o teorema, o quadrado da hipotenusa (o lado mais longo do triângulo) é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados. Isso é muito útil na geometria e em várias áreas da matemática.

Além disso, falamos sobre os chamados ternos pitagóricos, que são conjuntos de três números inteiros que satisfazem o Teorema de Pitágoras. Por exemplo, 3,4 e 5 formam um terno pitagórico, pois:

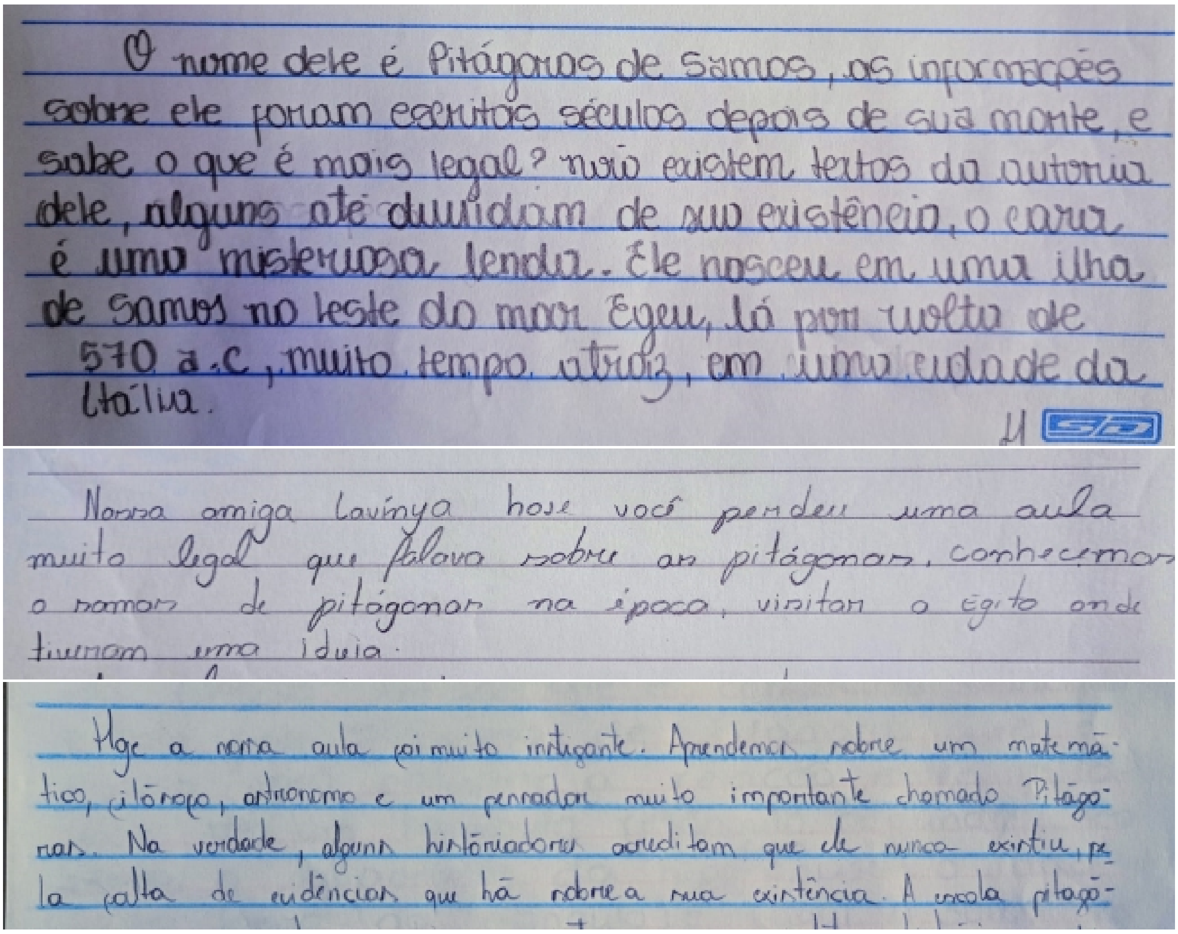
$3^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow 9 + 16 = 25$

Espero ter ajudado com esse informações, e, entenda o que aprendemos hoje

Abraços,

Enfim, por meio desta atividade conseguimos realizar o objetivo 2 deste trabalho: estimular a leitura e a escrita na sala de aula, onde pudemos observar o entusiasmo da grande maioria dos alunos em escrever a carta, demonstrado por alguns através de palavras como "legal"e "intrigante", como mostram os trechos das produções representadas pelas imagens abaixo. Tal entusiasmo também pode ser observado durante a aula, algo que não é comum de acontecer em uma aula tradicional com aplicações de repetidos exercícios de cálculos.

Trechos de algumas cartas produzidas por alunos



O nome dele é Pitágoras de Samos, as informações sobre ele foram escritas séculos depois de sua morte, e sabe o que é mais legal? não existem textos da autoria dele, alguns até duvidam de sua existência, o cara é uma misteriosa lenda. Ele nasceu em uma ilha de Samos no leste do mar Egeu, lá por volta de 570 a.C, muito tempo atrás, em uma cidade da Itália.

Nossa amiga Lavínya hoje você perdeu uma aula muito legal que falava sobre os pitágoras, conhecemos o nomes de pitágoras na época, visitar o Egito onde tiveram uma ideia.

Hoje a nossa aula foi muito intrigante. Aprendemos sobre um matemático, filósofo, astronomo e um pensador muito importante chamado Pitágoras. Na verdade, alguns historiadores acreditam que ele nunca existiu, pela falta de evidências que há sobre a sua existência. A escola pitagó-

Ao contrário do que muitos pensam, a matemática não se dá apenas com a manipulação de cálculos, fórmulas e números. Cada indivíduo possui a sua forma e o seu tempo de aprender e através da linguagem escrita, podemos encontrar uma forma diferente de alcansar, principalmente aqueles alunos que possuem maior dificuldade.

4.3 Aula 3 - Demonstração Clássica (2h/a)

No primenro encontro com a aplicação do questionário, pudemos constatar que 54% dos alunos não reconhecem a abordagem geométrica do Teorema de Pitágoras, definida da seguinte forma por Eduardo Wagner (2010, p. 12): "Em qualquer Triângulo Retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa de um triângulo retângulo, é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos". A BNCC trás como Objeto de Conhecimento para a Unidade Temática de Geometria do 9° ano: o Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração; além disso, reforça que no Ensino Médio, entre outras habilidades, a demonstração "tem importante papel na formação matemática dos estudantes, para que construam uma compreensão viva do que é a Matemática, inclusive quanto à sua relevância"(Brasil, 2018, p. 540).

> [...] a demonstração é entendida como um encadeamento de argumentos gerais e resistentes, pelo qual uma ou mais conclusões são alcançadas, por meio de raciocínios lógico-dedutivos, a partir de uma hipótese, constituída ou, por axiomas, ou por teoremas anteriormente já demonstrados e aceites como verdadeiros. (Rodrigues, 2009, p. 37).

O mesmo autor ressalta em sua tese de doutorado, a importância do uso da demonstração para o entendimento da natureza da matemática, por parte dos estudantes, para que eles compreendam de onde vem a certeza dos resultados matemáticos. Baseando-se nessa perspectiva, no terceiro momento da Sequência Didática, realizamos a Demonstração Clássica abordada no capítulo 2, tópico 2.2.2 deste trabalho.

Cada dupla de alunos recebeu duas cópias do Anexo 2, tesoura, canetinha e cola e antes que iniciassem a tarefa, revisamos os conceitos de área, bem como a fórmula da área do quadrado. Em seguida, os discentes ficaram à vontade para colorir e recortar os triângulos retângulos congruentes. Por fim, foram orientados a colar os triângulos, de acordo com a Figura 2.2.5, ao mesmo tempo em que calculavam as áreas dos quadrados formados em cada figura, chegando à conclusão da equivalência das áreas e da relação com o Teorema de Pitágoras.

Todos os 24 alunos estavam presentes, eles realizaram a "Demonstração"em duplas, utilizando papel, tesoura, cola e canetinhas. Essa atividade teve um resultado bastante satisfatório, pois foi possível estimular a participação dos discentes, despertando sua curiosidade através do uso do material concreto. Vejamos algun registros desse momento abaixo e a seguir, no próximo capítulo, traremos a análise da aula sobre a Resolução de Problemas.

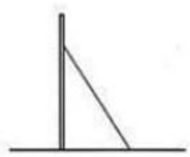
Alunos realizando a Demonstração Clássica

4.4 Aula 4 - Resolução de Problemas (2h/a)

Nesta aula, os alunos foram desafiados a resolverem dois problemas, em momentos separados, envolvendo o teorema de Pitágoras. Para o Primeiro Problema, estipulamos o tempo de 20 minutos, após percorrido esse tempo, recolhemos as soluções dos estudantes e distribuimos o Problema 2, estipulando o mesmo tempo de 20 minutos para anotarem a solução.

Figura 4.4.1: Problemas Propostos Para os Alunos

Problema 1: Observe a figura abaixo que representa uma escada apoiada em uma parede vertical. Sabendo que o topo da escada está a 8m de altura e o pé da escada está há 6m da parede, calculo o comprimento da escada.



Problema 2: Para subir até a janela do seu apartamento que fica em um prédio no centro da cidade, Gabriela utilizou uma escada de 10m de comprimento, posicionando-a a uma distância de 5m da base do prédio.

a. Faça um desenho para representar o problema.
b. Calcule, aproximadamente, o valor da altura da janela em relação ao solo.
c. Escreva um resumo, explicando passo a passo, o raciocínio que você utilizou para encontrar a altura da janela.

Autoria Própria (2025)

Os problemas abordam situações similares, onde temos, em ambos, uma escada apoiada em uma parede vertical, diferenciando-se no fato de que o primeiro problema trás a representação por meio de uma figura, onde vemos explicitamente um triângulo retângulo, sendo necessário apenas identificar os dados e aplicar o Teorema de Pitágoras, enquanto que o segundo problema não acompanha nenhuma ilustração, aumentanto assim, seu grau de dificuldade. A BNCC considera como Competência para o Ensino Médio, a Resolução de diferentes tipos de problemas:

> Há problemas nos quais os estudantes deverão aplicar de imediato um conceito ou um procedimento, tendo em vista que a tarefa solicitada está ex-

> plícita. Há outras situações nas quais, embora essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes deverão fazer algumas adaptações, antes de aplicar o conceito que foi explicitado, exigindo, portanto, maior grau de interpretação (Brasil, 2018, p. 535).

Nesse contexto, aplica-se o que (Polya, 2006) nos diz, quando ele afirma que na escolha de um problema, o professor tem dois objetivos em vista: auxiliar o aluno na resolução ou desenvolver nele, a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio. Respectivamente, esses objetivos competem aos Problemas 1 e 2 aqui propostos, sendo que o Problema 1 se encaixa na definição de (Boavida *et. al.*, 2018, p. 17), no que se refere a um Problema de Cálculo:

> Os problemas de cálculo requerem decisões quanto à operação ou operações a aplicar aos dados apresentados. Os alunos lêem o problema, avaliam o que é conhecido e o que é pedido e, finalmente, efetuam uma ou mais operações que consideram apropriadas usando os dados do enunciado.

Enquanto que o Problema 2 refere-se a um Problema de Processo:

> Os problemas de processo diferem dos de cálculo porque não podem ser resolvidos apenas por selecção da(s) operação(ões) apropriada(s). Estão, geralmente, embutidos em contextos mais complexos e requerem um maior esforço para compreender a Matemática necessária para chegar à solução, uma vez que tem de se recorrer a estratégias de resolução mais criativas para descobrir o caminho a seguir. Requerem persistência, pensamento flexível e uma boa dose de organização (Boavida *et. al.*, 2018, p. 19),.

O DCRC aponta que a "geometria envolve o estudo da exploração do espaço (figuras, formas e relações espaciais) e de procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico (...) (Ceará, 2019, p.375)". Além disso, o documento, em consonância com a BNCC, defende o uso de diferentes registros para a compreensão, a resolução e a comunicação de resultados de uma atividade. Em concordância com esta ideia, (Smole e Diniz, 2009, p.19) nos diz que:

> O desenho pode ser proposto pelo professor depois da realização de uma atividade como forma de os alunos registrarem o que fizeram, refletirem sobre suas ações, e mostrarem para o professor se observaram, aprenderam e assimilaram os aspectos mais relevantes que foram estabelecidos como

objetivos de determinada tarefa.

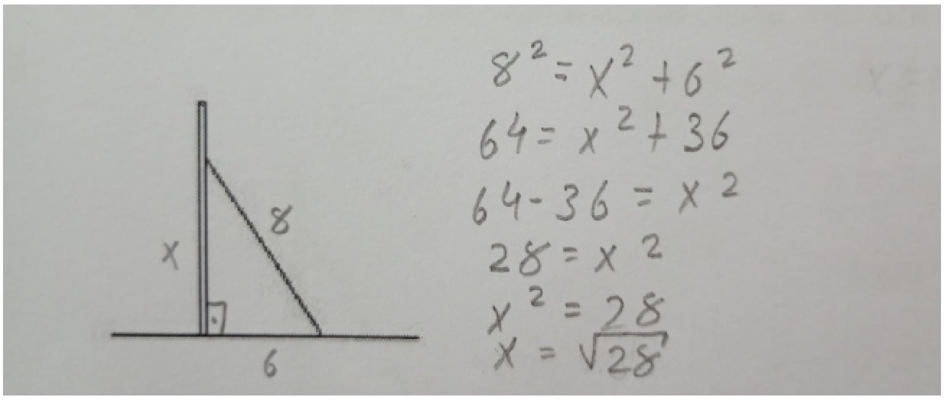
Nesse sentido e com o intuito de estimular a organização, a prática da escrita e a elaboração de registro de representação através de figura, no Problema 2, solicitamos uma sequência de passos, determinados pelos itens *a, b*, e *c* do enunciado. Estavam presentes os 24 alunos no dia da aplicação dessa atividade que foi entregue em uma folha impressa para que cada estudante resolvesse de forma individual. Todos os estudantes, terminaram de resolver o Problema 1 dentro do tempo proposto, já com relação ao Problema 2, apenas metade da turma terminou no decorrer dos 20 minutos. Para os demais, foi necessário estipular um acréscimo de 10 minutos para que concluissem suas resoluções.

Analisando os resultados para o Problema 1, verificamos que apenas três alunos apresentaram soluções incorretas, tendo em vista que a solução esperada seria a aplicação direta do Teorema de Pitágoras, considerando que a escada apoiada na parede forma um triângulo retângulo de catetos *8m* e *6m*, e hipotenusa desconhecida a, portanto:

$$a^2 = 8^2 + 6^2$$
$$a^2 = 64 + 36$$
$$a^2 = 100$$
$$a = \sqrt{100}$$
$$a = 10$$

Selecionamos a resolução do Aluno C para representá-las, uma vez que eles cometeram o mesmo erro: confundiram a altura e o comprimento da escada,vejamos:

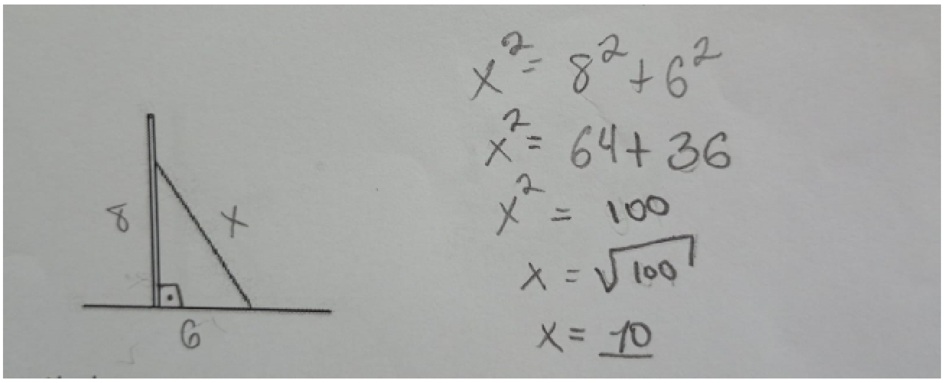
Resolução Incorreta do Problema 1 - Aluno C



A resolução do Aluno C, ilustrada acima evidencia que ele aplicou um conceito previamente estudado, porém, de uma forma mecânica e superficial, sem compreender corretamente os dados fornecidos. De acordo com (Boavida *et. al.*, 2018, p.18), esse tipo de problema são os que mais aparecem em livros didáticos e ressalta que "o risco de lhes propor exclusivamente estes problemas reside em poderem levá-los a leituras demasiado rápidas, a análises superficiais ou a respostas sem qualquer nexo".

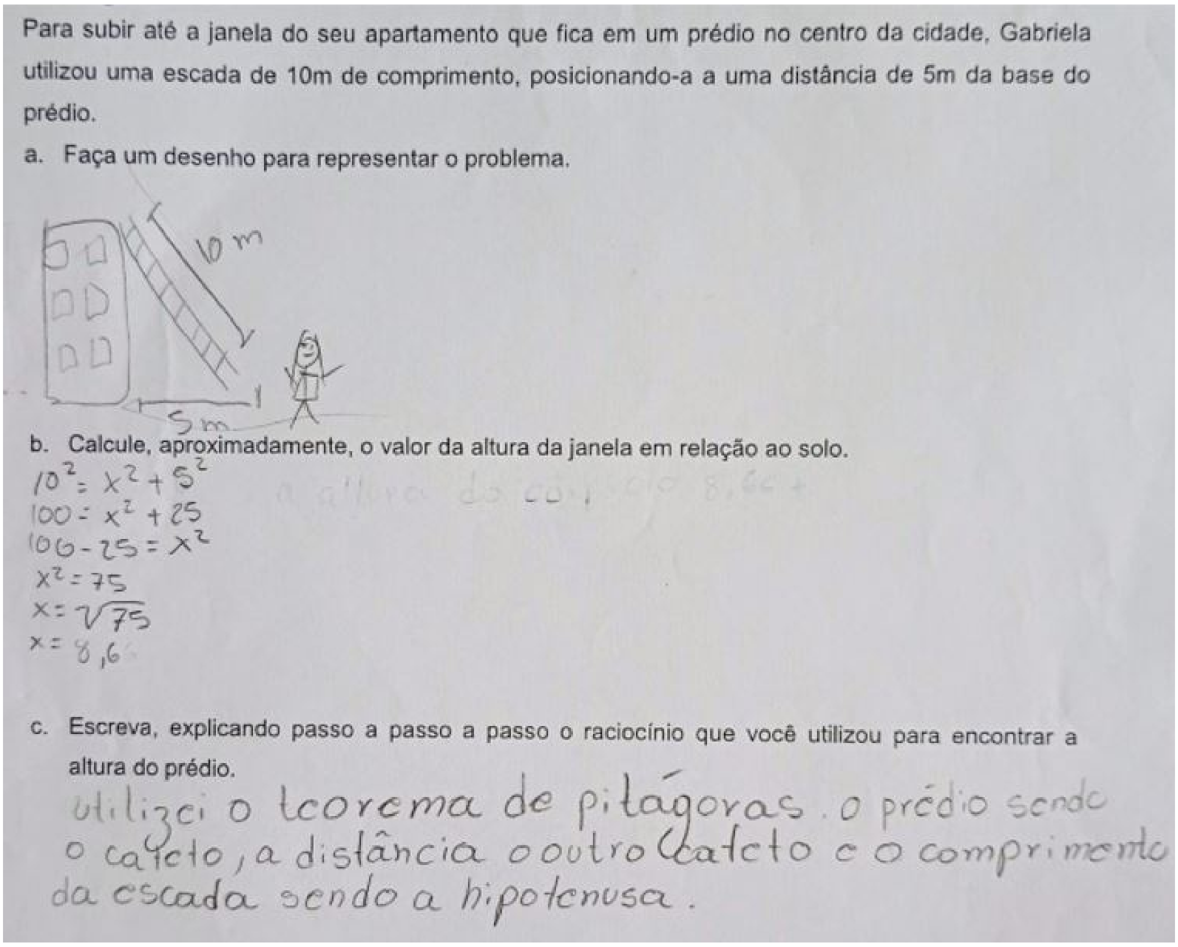
Vejamos a resolução do Aluno D, abaixo, escolhida para representar as demais soluções corretas do Problema 1, uma vez que, as respostas são bastante similares:

Resolução Correta do Problema 1 - Aluno D



Com relação ao problema 2, obtivemos apenas trê soluções parcialmente incorretas, os demais alunos apresentaram soluções corretas. A solução esperada está representada pela imagem abaixo, onde o Aluno E resolveu corretamente todos os passos do Problema, assim, podemos averiguar a importância de organizar o raciocínio durante a resolução de um problema, através do registro escrito e/ou através de desenho, o que leva o estudante a realizar sua solução de forma consciente, se apropriando do processo, e não apenas, repetindo uma fórmula de maneira mecânica.

Resolução Correta do Problema 2 - Aluno E


Para subir até a janela do seu apartamento que fica em um prédio no centro da cidade, Gabriela utilizou uma escada de 10m de comprimento, posicionando-a a uma distância de 5m da base do prédio.

a. Faça um desenho para representar o problema.

b. Calcule, aproximadamente, o valor da altura da janela em relação ao solo.

$10^2 = x^2 + 5^2$

$100 = x^2 + 25$

$100 - 25 = x^2$

$x^2 = 75$

$x = \sqrt{75}$

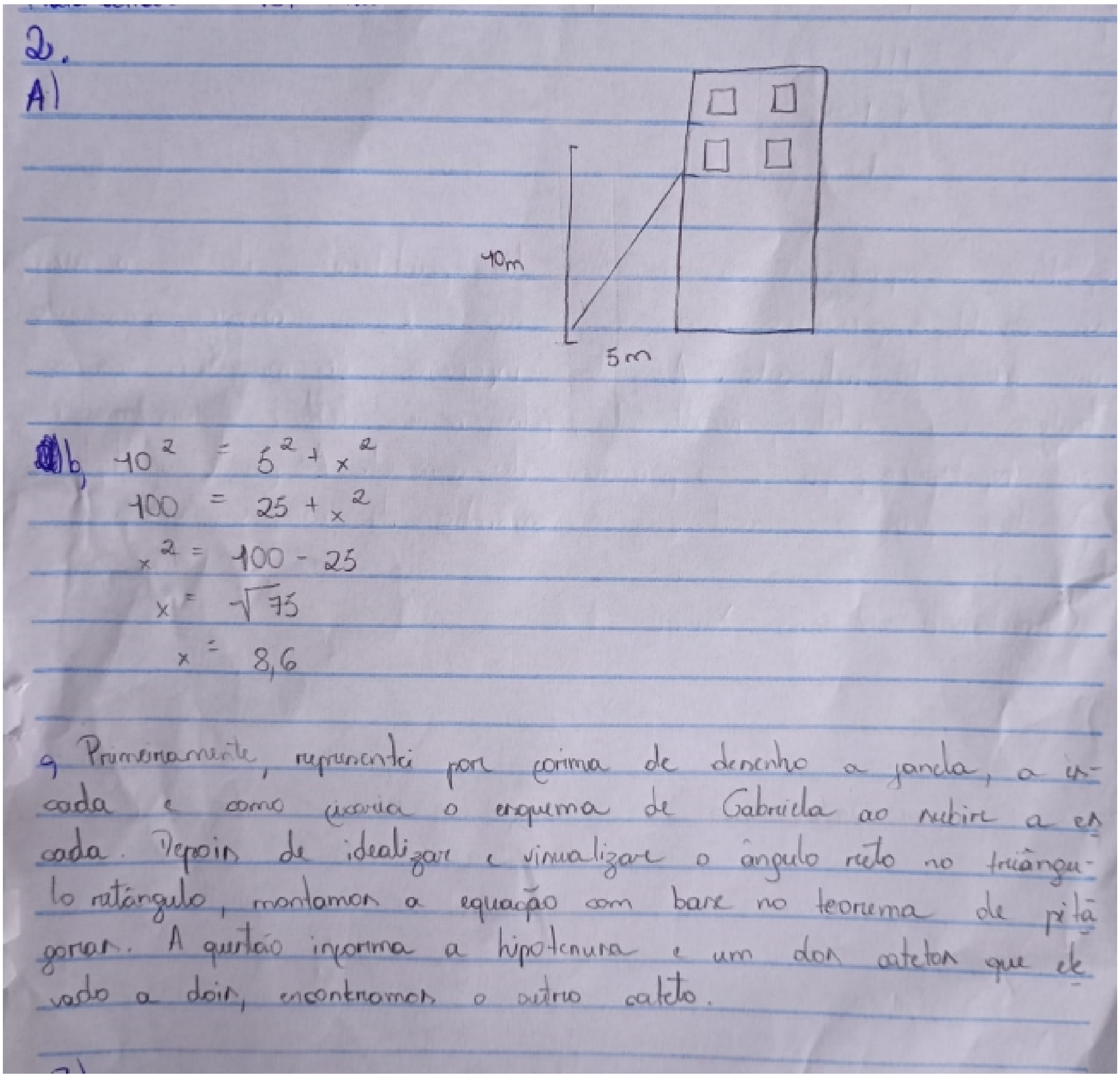
$x = 8,6$

c. Escreva, explicando passo a passo a passo o raciocínio que você utilizou para encontrar a altura do prédio.

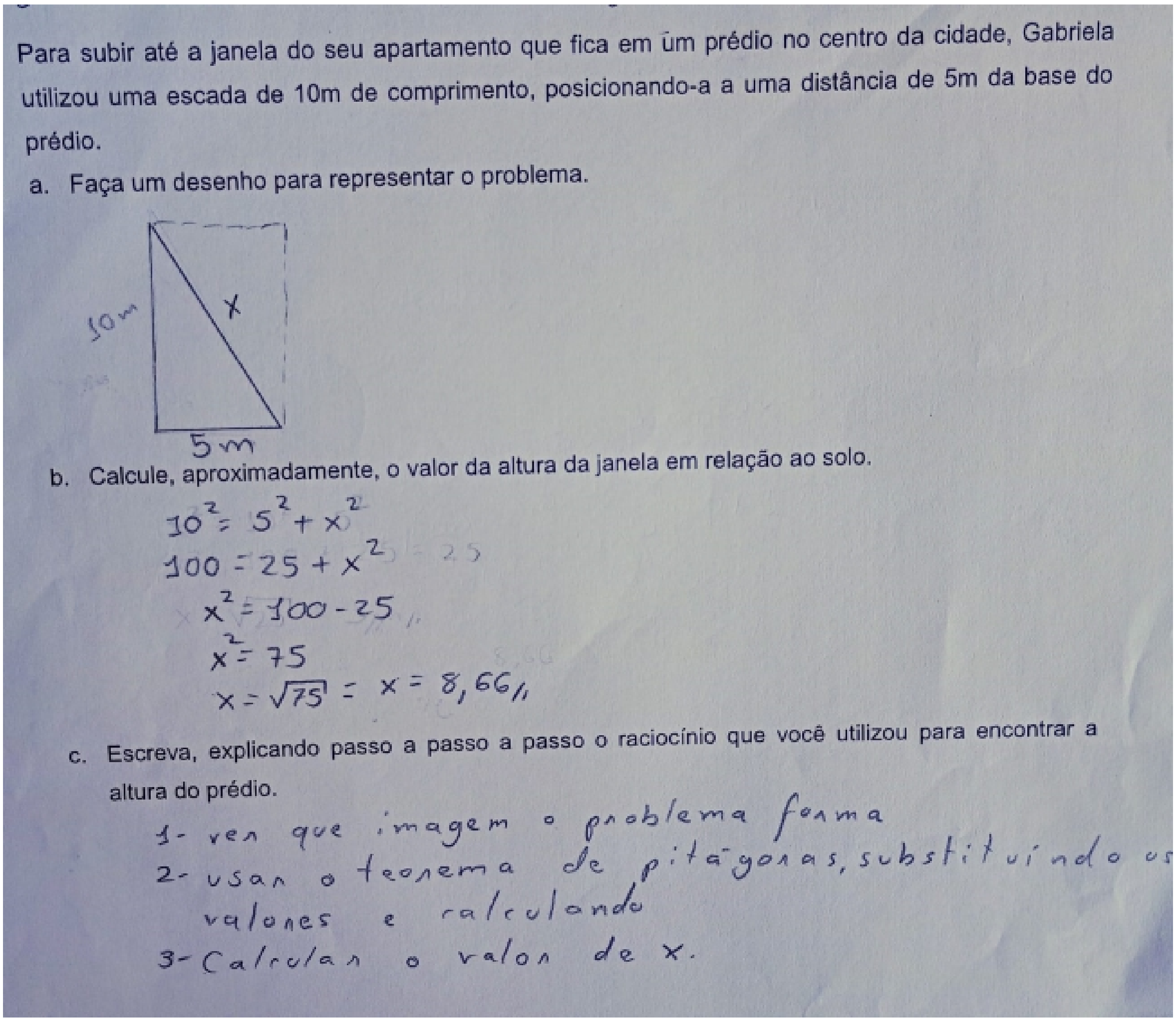
utilizei o teorema de pitágoras. o prédio sendo o cateto, a distância o outro cateto e o comprimento da escada sendo a hipotenusa.

Já os Alunos F e G, cometeram um equívoco ao representar o Problema 2, por meio de uma figura, esboçando o comprimento da escada no lugar da altura, no entanto, ambos conseguiram desenvolver o restante da solução de maneira correta, inclusive, com o Aluno F, relacionando os elementos do problema com os lados de um triângulo retângulo : "A questão informa a hipotenusa e um dos catetos (...)", e finaliza dizendo: "(...)que elevando a dois, encontramos o outro cateto". Acreditamos que aqui, o estudante se refere ao teorema de Pitágoras, de maneira incompleta, apesar de que no item *b*, mostrou que sabe aplicá-lo corretamente, levando-nos a concluir que há uma grande necessidade de prática de elaboração de registro escrito e por meio de esboço de figura nas aulas de matemática, a fim de levar ao aprimoramento de tais habilidades e consequentemente a um melhor desenvolvimento da aprendizagem.

Resolução Parcialmente Correta do Problema 2 - Aluno F



Resolução Parcialmente Correta do Problema 2 - Aluno G



Para subir até a janela do seu apartamento que fica em um prédio no centro da cidade, Gabriela utilizou uma escada de 10m de comprimento, posicionando-a a uma distância de 5m da base do prédio.

a. Faça um desenho para representar o problema.

b. Calcule, aproximadamente, o valor da altura da janela em relação ao solo.

$10^2 = 5^2 + x^2$

$100 = 25 + x^2$

$x^2 = 100 - 25$

$x^2 = 75$

$x = \sqrt{75} = x = 8,66$

c. Escreva, explicando passo a passo o raciocínio que você utilizou para encontrar a altura do prédio.

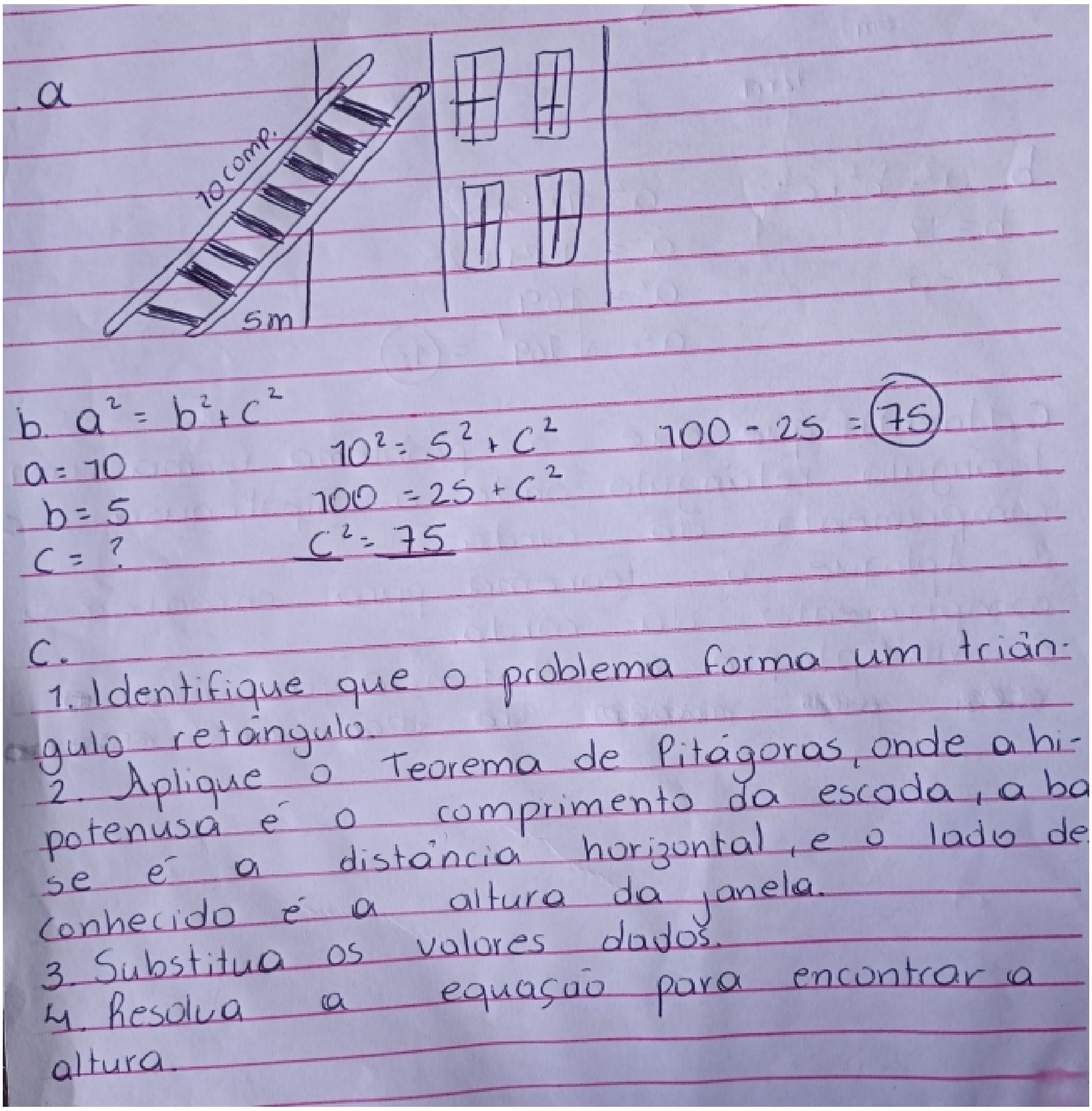
1- ver que imagem o problema forma

2- usar o teorema de pitágoras, substituindo os valores e calculando

3- Calcular o valor de x.

O Aluno H, esboçou corretamente o problema através de uma figura, bem como aplicou o teorema e explicou o passo a passo do raciocínio, como solicitado. O único equívoco foi esquecer de extrair a raiz quadrada de 75, um descuido, por conta da falta de atenção, bem comum na sala de aula do ensino médio, vejamos:

Resolução Parcialmente Correta do Problema 2 - Aluno H



Concluimos que a utilização de Resolução de Problemas nas aulas de Matematica é de suma importância e trás grandes contribuições para o processo de ensino e aprendizagem em diversos aspectos, como: desenvolver os hábitos de elaborar diferenes registros, escrita, leitura e interpretação, além de proporcionar ao professor novas ferramentas de avaliação, uma vez que, através dos textos escritos pelos alunos, temos a possibilidade de averiguar onde estão as maiores dificuldades e habilidades dos mesmos.

4.5 Aula 5 - Formulação de Problemas (2h/a)

A BNCC sugere "Resolver e Elaborar Problemas" no lugar de apenas "Resolver Problemas" no ensino de matemática no Ensino Médio, e reitera a justificativa dessa escolha, afirmando que:

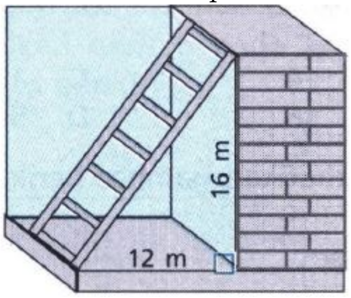
> Essa opção amplia e aprofunda o significado dado à resolução de problemas: a elaboração pressupõe que os estudantes investiguem outros problemas que envolvem os conceitos tratados; sua finalidade é também promover a reflexão e o questionamento sobre o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescentada ou retirada (Brasil, 2018, p. 536).

Em conformidade com a BNCC, (Boavida *et. al.*, 2018, p. 28), enfatiza que:

> A par da resolução de problemas, a formulação de problemas é uma atividade de importância inquestionável, pois contribui não só para o aprofundamento dos conceitos matemáticos envolvidos, mas também para a compreensão dos processos suscitados pela sua resolução.

Nesse sentido, os alunos foram desafiados a elaborar um problema a partir de uma figura dada, de tal forma que fosse possível encontrar uma solução utilizando o Teorema de Pitágoras. A escolha das figuras para compor a atividade foi baseada no aspecto de que permitisse ao professor ter alguma previsibilidade do contexto e do conteúdo matemático abordado, ao mesmo tempo em que estimulasse a criatividade dos alunos a fim de criar situações diversas para compor o problema. Cada aluno recebeu uma das duas figuras que foram distribuídas aleatoriamente. A seguir, traremos as figuras com as respectivas produções dos alunos, ao mesmo tempo em que fazemos as análises das mesmas:

Figura 4.5.1: Escada Apoiada na Parede



https://imgix2.ruangguru.com/assets/miscellaneous/png_wrbgnu_4672.PNG

A figura acima retrata uma escada de comprimento desconhecido, apoiada em uma parede vertical de 16 metros de altura; o pé da escada está afastada 12m do pé da parede.

Ao observarmos os textos dos problemas formulados pelos estudantes a seguir, percebemos semelhanças no seu enredo, sendo todos direcionados a profissão de pedreiro. Essa situação pode estar ligada ao contexto social no qual estão inseridos.

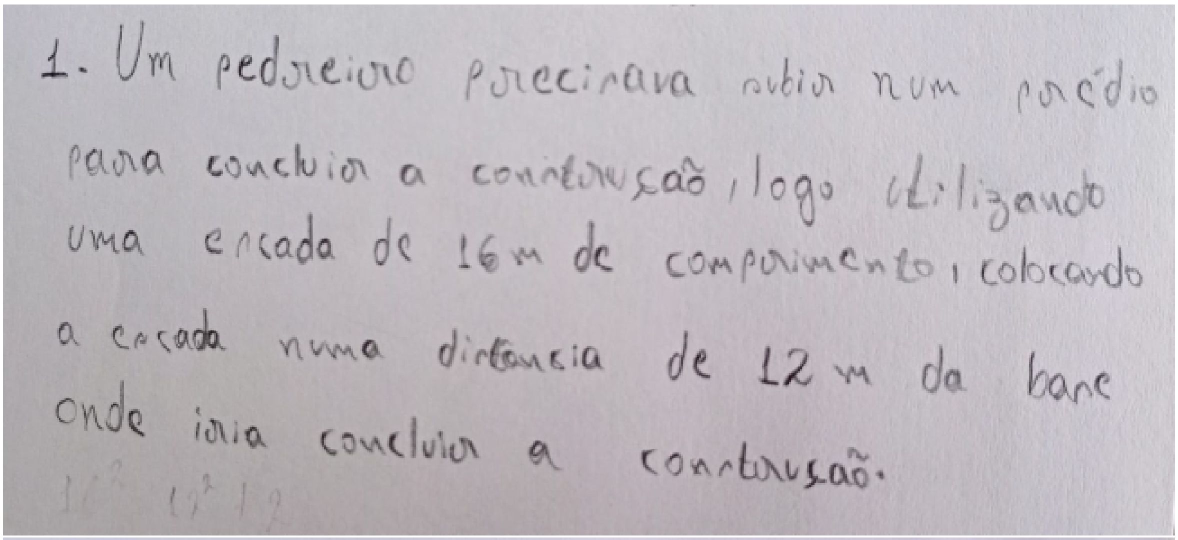
> Nesse sentido, os problemas cotidianos têm papel fundamental na escola para o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos, considerando que o cotidiano não se refere apenas às atividades do dia a dia dos estudantes, mas também às questões da comunidade mais ampla e do mundo do trabalho. (Brasil, 2018, p. 535).

O uso de imagens e figuras é bastante frequente no ensino de matemática, todavia na área da geometria, e além disso, a BNCC sugere como Competência Específica 4:

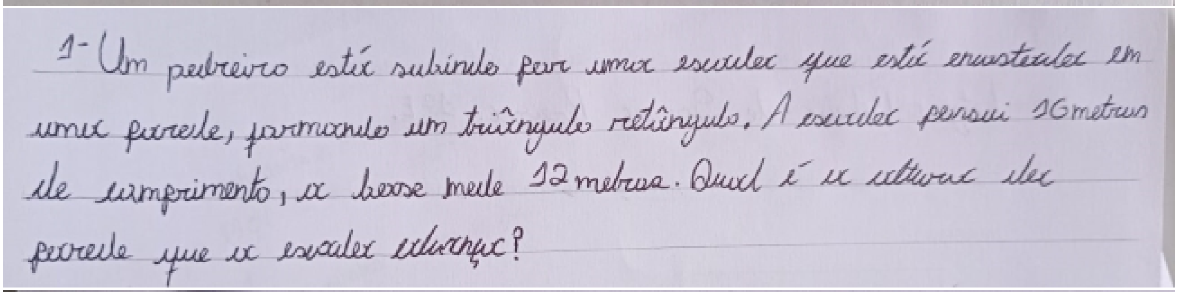
> Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas"(Brasil, 2018, p. 538).

Dito isto, observamos que apesar de conseguirem formular um problema dentro de um contexto, sete estudantes demonstraram uma certa dificuldade em compreender corretamente as informações representadas por meio das figura, confundindo as medidas fornecidas, como por exemplo nos três casos a seguir:

Confundindo o Comprimento da Escada



1. Um pedreiro precisava subir num prédio para concluir a construção, logo utilizando uma escada de 16m de comprimento, colocando a escada numa distancia de 12 m da base onde iria concluir a construção.



1- Um pedreiro está subindo por uma escada que está encostada em uma parede, formando um triângulo retângulo. A escada possui 16metros de comprimento, a base mede 12metros. Qual é a altura da parede que a escada alcança?

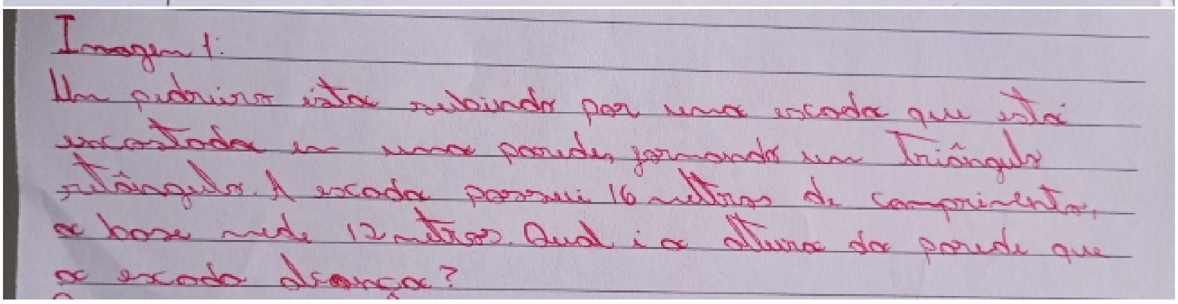
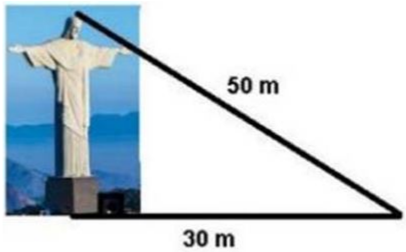


Imagem 1:
Um pedreiro está subindo por uma escada que está encostada em uma parede, formando um triângulo retângulo. A escada possui 16 metros de comprimento, a base mede 12 metros. Qual é a altura da parede que a escada alcança?

Como mostram as imagens acima, três alunos confundiram a informação fornecida na Figura 4.5.1, onde 16m refere-se à altura da parede e não ao comprimento da escada, como mencionado por eles. Em seguida, na figura 3.8.3, observamos que outros dois estudantes, interpretaram erroneamente o comprimento da escada como sendo 13m e 12m.

A figura, abaixo, retrata a estátua do Cristo Redentor sendo observada a partir de um ponto localizado a 30m, em linha reta, da sua base, na linha horizontal e a 50m, em linha reta do topo da estátua.

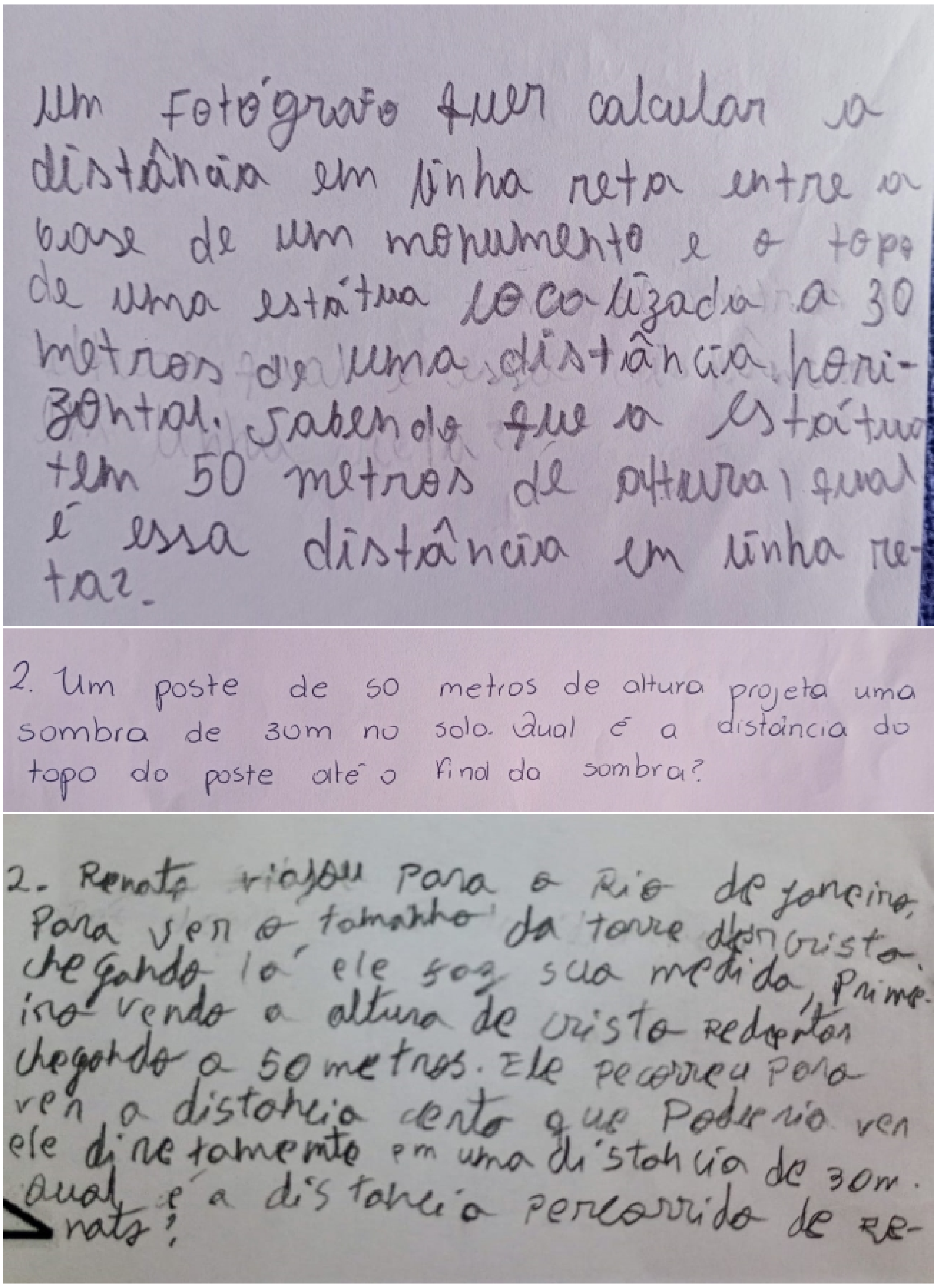
Figura 4.5.2: Imagem do Cristo Redentor



https://www.bing.com/images/blob?bcid=svD.yWf.kPYHEQ

Nesse caso, apenas três estudantes não conseguiram identificar corretamente as medidas de comprimento e altura. Assim como no primeiro caso, o erro consistiu em confundir a altura com a distância entre o topo e o ponto do observador, conforme mostrma as imagens abaixo:

Confundindo Altura e Distância


um Fotógrafo quer calcular a distância em linha reta entre a base de um monumento e o topo de uma estátua localizada a 30 metros de uma distância horizontal. sabendo que a estátua tem 50 metros de altura, qual é essa distância em linha reta?

2. Um poste de 50 metros de altura projeta uma sombra de 30m no solo. Qual é a distoincia do topo do poste até o final da sombra?

2. Renato viajou para o Rio de Janeiro, para ver o tamanho da torre do cristo. chegando lá ele fez sua medida, Primeiro vendo a altura de cristo redentor chegando a 50 metros. Ele pecorreu para ver a distohcia certo que Poderia ver ele diretamente em uma distohcia de 30m. Qual é a distohcia percorrida de Renato?

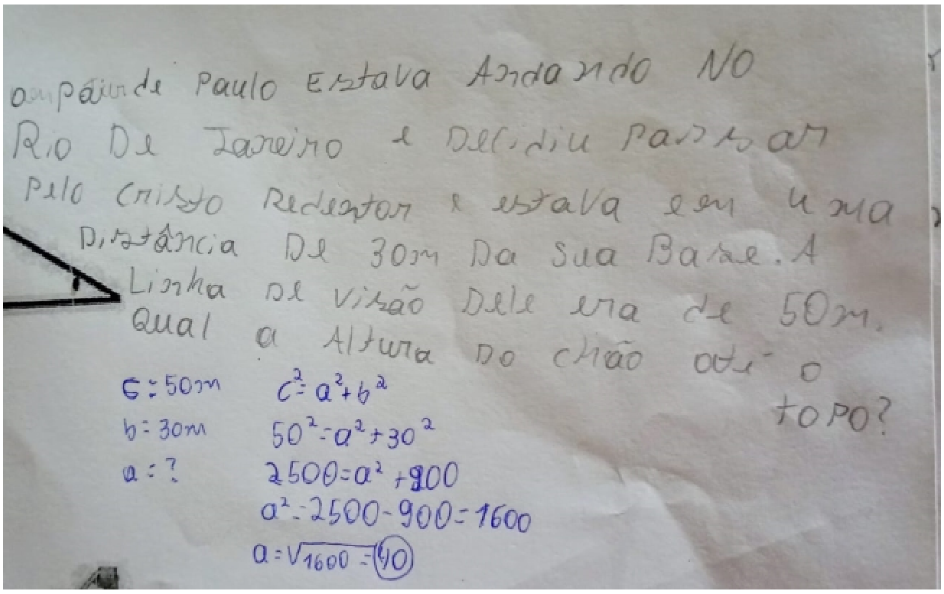
Apesar dos erros identificados, podemos concluir que esta atividade despertou o interesse, estimulou a criatividade dos alunos para a escrita, além de reforçar a aplicação do teorema de Pitágoras em situações cotidianas. De acordo com (Andreatta, 2020, p.16)

A proximidade com o contexto de vida e o interesse pessoal dos estudantes pode tornarse um elemento favorável para a elaboração e a resolução de problemas, pois os estudantes acabam se interessando mais por eles, por entenderem que os problemas são "seus".

É importante mencionar que durante o processo de elaboração dos problemas, foi possível perceber de início, que os estudantes demonstraram um certo sentimento de insegurança, ao demorarem um pouco para iniciar o processo da escrita, além disso, apesar de termos solicitado que a atividade fosse feita individualmente, alguns conversaram entre si, o que pode explicar o fato de que algumas produções ficaram bem parecidas contextualmente.

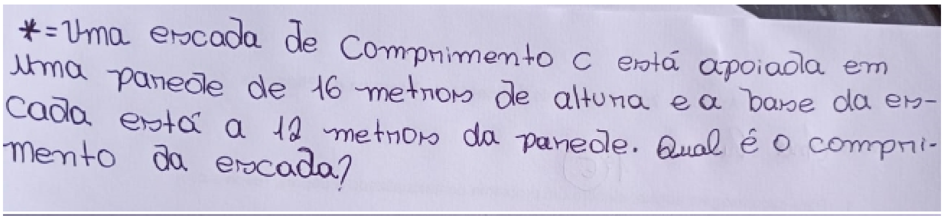
À medida que o tempo foi passando, os alunos foram aos poucos começando a produzir a escrita dos problemas, ao mesmo tempo em que iam se empolgando, criando segurança e dando asas à imaginação. Isso fica comprovado, por exemplo no fato de que apesar de não termos solicitado que eles também resolvessem os problemas, o autor do problema apresentado abaixo o fez.

Problema Referente à Figura 4.5.2 Formulado e Respondido

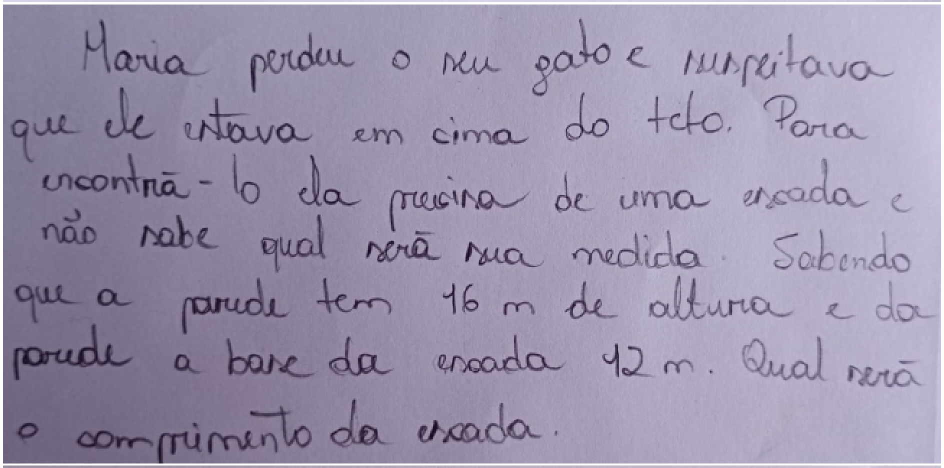


Os demais estudantes, em sua grande maioria, conseguiram concluir a atividade de forma satisfatória como mostram as próximas imagens:

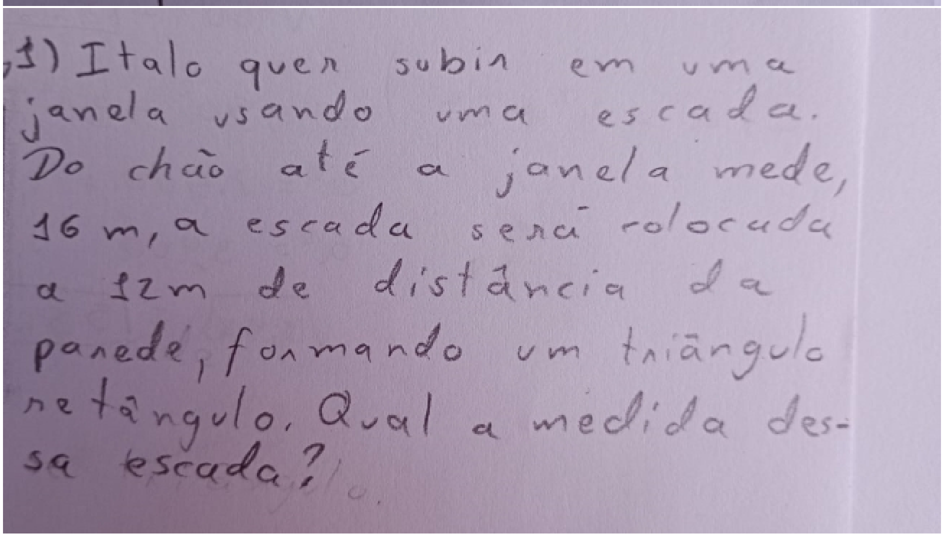
Problemas Elaborados Pelos Alunos - Referentes à Figura 4.5.1



*=Uma escada de Comprimento c está apoiada em uma parede de 16 metros de altura e a base da escada está a 12 metros da parede. Qual é o comprimento da escada?

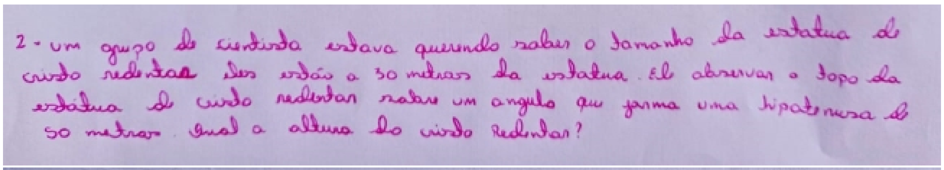


Maria perdeu o seu gato e suspeitava que ele estava em cima do teto. Para encontrá-lo ela precisa de uma escada e não sabe qual será sua medida. Sabendo que a parede tem 16 m de altura e da parede a base da escada 12 m. Qual será o comprimento da escada.

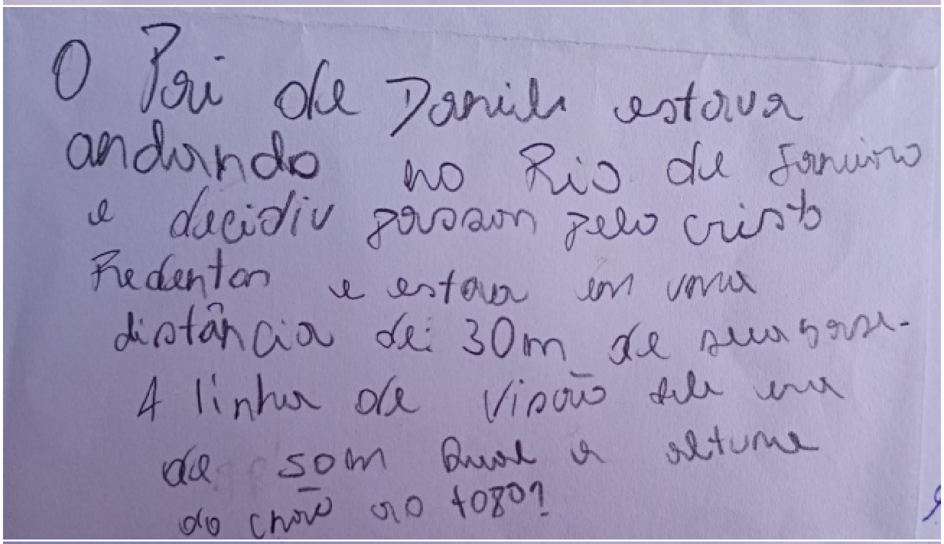


1) Italo quer subir em uma janela usando uma escada. Do chão até a janela mede, 16 m, a escada será colocada a 12m de distância da parede, formando um triângulo retângulo, Qual a medida dessa escada?

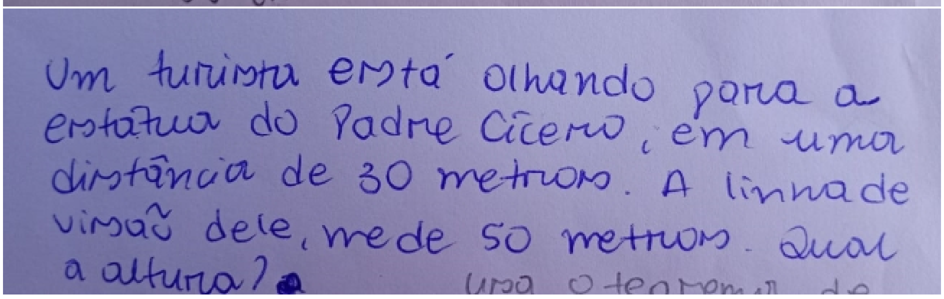
Problemas Elaborados Pelos Alunos - Referentes à Figura 4.5.2



2- Um grupo de turista estava querendo saber o tamanho da estatua do cristo redentor. Eles estão a 30 metros da estatua. Ele observar o topo da estatua do cristo redentor sabe um angulo que forma uma hipotenusa de 50 metros. Qual a altura do cristo redentor?



O Pai de Daniel estava andando no Rio de Janeiro e decidiu passar pelo cristo Redentor e estava em uma distância de 30m de sua base. A linha de visão dele era de 50m Qual a altura do chão ao topo?



Um turista está olhando para a estatua do Padre Cícero, em uma distância de 30 metros. A linha de visão dele, mede 50 metros. Qual a altura?

A análise da participação dos estudantes por meio da produção da escrita, nos leva a uma importante reflexão a respeito do processo de ensino e aprendizagem de matemática: tal experiência é enriquecedora para a prática pedagógica do professor, o levando ao aprimoramento profissional ao agregar uma nova metodologia, além de possibilitar diferentes formas de avaliar o aluno através do que ele produz ao escrever, e não somente através de cálculos matemáticos.

Capítulo 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A principal contribuiçao deste trabalho foi propor uma Sequência Didática para o ensino do Teorema de Pitágoras, baseada principalmente no que é estabelecido pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com o intuito de incentivar a utilização da leitura e escrita na prática pedagógica das aulas de matemática.

No decorrer da aplicação da Sequência Didática aqui proposta, foi possível perceber a importância de um ensino mais dinâmico, visto que uma das grandes dificuldades que o professor de matemática enfrenta na atualidade é a desmotivação, a falta de interesse e a dificuldade com os números, enfrentada pela grande maioria dos estudantes da educação básica. Sabendo que o papel do professor é fundamental para a mudança dessa realidade, já que ele está na linha de frente do processo de ensino e aprendizagem, este trabalho aponta uma importante ação que pode ser somada a didática docente.

Foi possível perceber um maior engajamento dos alunos, em especial, aquele que apresenta maior dificuldade com a matemática, motivo este que, muitas vezes, o afasta cada vez mais, ao se deparar sempre com listas de exercícios repetitivos, contendo fórmulas e cálculos, muitas vezes sem sentido para ele. Um dos resultados mais impactantes que obtivemos, foi dar-lhe uma oportunidade de participar mais ativamente das aulas, praticando a leitura, a escrita, bem como a demonstração do

Teorema de Pitágoras. Sabemos que dessa forma, aos poucos, a sua aprendizagem vai melhorando e a sua aproximação com a matemática vai acontecendo, pois a matemática é para todos, cada um a seu modo.

Outro ponto importante que precisamos destacar como contribuição desta pesquisapa para o professor de matemática, é a possibilidade de suscitar uma estratégia de avaliação, através da valorização da habilidade de ler e escrever apresentada pelo estudante, assumindo assim, uma visão plural, singular e integral, promovendo uma educação inclusiva através do desenvolvimento pleno, nas suas singularidades e diversidades, como estabelece a BNCC.

Apesar dos resultados positivos observados ao longo da aplicação da Sequência Didática aqui proposta, é importante reconhecer algumas limitações que podem ter influenciado no desenvolvimento da pesquisa, bem como nos resultados obtidos: A aplicação ocorreu nas últimas semanas do ano letivo, mais precisamente no mês de novembro, período marcado pelo cansaço generalizado e pela expectativa das férias. Esse contexto afetou o ritmo das atividades e o nível de motivação da turma, que poderia ser bem maior em outro período do calendário letivo. Outro fator limitante foi o número restrito de participantes, por ter escolhido uma turma pouco numerosa, o que dificulta generalizações mais amplas dos resultados. Vale ressaltar que a escolha se deu de forma mais limitada devido ao cronograma apertado e às exigências do próprio processo de pesquisa, sendo assim não foi possível utilizar uma amostra maior para a realização da coleta de dados deste trabalho de pesquisa.

Por fim, ressaltamos a necessidade de se realizarem mais pesquisas dentro da temática abordada neste trabalho, sobre a utilização da leitura e da escrita como ferramentas essenciais no ensino da matemática, a fim de se produzir a investigação e implementação de estratégias didáticas que integrem a leitura de textos e a escrita reflexiva, contribuindo para o desenvolvimento do raciocício e da argumentação dos estudantes. Ademais, destaca-se a importância de estudos voltados à formação docente, visando o aprimoramento da prática pedagógica do ensino tradicional, promovendo uma abordagem mais integrada e sginificativa da disciplina, para que possamos, com maior eficiência, provocar a curiosidade e interesse dos estudantes, em especial, aqueles que se sentem incapazes de aprender matemática, para que assim, possamos melhorar a realidade dos resultados na aprendizagem dos alunos da educação básica.

Referências

ANDREATTA, Cidimar; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Aprendizagem matemática através da elaboração de problemas em uma escola comunitária rural. **Educação Matemática Debate**, v. 4, p. 1-23, 2020.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria euclidiana plana**. 11. Ed – Rio de Janeiro.SBM, 2012.

BARBOSA, Kelly C. Betereli A.; NACARATO, Adair Mendes; DA PENHA, Paulo César. A escrita nas aulas de matemática revelando crenças e produção de significados pelos alunos. **Série-Estudos-Periódico do Programa de Pós-Graduação em Educação da UCDB**, 2008.

BOAVIDA, Ana Maria et al. A experiência matemática no ensino básico: programa de formação contínua em matemática para professores dos 1. º e 2. º ciclos do ensino básico. 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular. Brasília**, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Relatório nacional PISA 2012: Resultados brasileiros. Brasília, DF: MEC / INEP, 2012. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf Acesso em: 17 jul. 2024.

CEARÁ. **Matriz de conhecimentos básicos. Secretaria de Educação do Ceará**, 2021.

CEARÁ. Secretaria da Educação do Estado do Ceará. **Documento Curricular Referencial do Ceará:educação infantil e ensino fundamental**. Fortaleza: SEDUC, 2019. Disponível em: https:www.seduc.ce.gov.br./wp-content/uploads/sites/37/2020/02/ DCRC_2019_OFICIAL.pdf. Acesso em: 07 nov. 2024

CHAGAS, Anivaldo Tadeu Roston. **O questionário na pesquisa científica**. Administração on line, v. 1, n. 1, p. 25, 2000.

COSTA, Marília Lidiane Chaves; DA SILVA, Cláudio Pereira. INTRODUZINDO PRÁTICAS DE LEITURA E ESCRITA NAS AULAS DE MATEMÁTICA:: A QUEBRA DO SILÊNCIO. **REVISTA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM FOCO**, v. 9, n. 2, p. 52-73, 2020.

DA COSTA, Nielce M. Lobo. A história da trigonometria. **Educação Matemática em Revista-Revista da SBEM**,(10), p. 60-68, 2003.

FRANCO, Donizete Lima. A importância da sequência didática como metodologia no ensino da disciplina de física moderna no ensino médio. **Revista triângulo**, v. 11, n. 1, p. 151-162, 2018.

GALILEA. Busto de Pitágoras (cópia romana de original grego), Museu Capitolino, Roma [fotografia]. Wikimedia Commons, 2010. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kapitolinischer_Pythagoras.jpg. Acesso em: 17 Maio 2025

KAMERS, Fernando. Pitágoras de Samos e o Teorema de Pitágoras. **TCC. UFSC**, 2008.

LUNA, Amanda Silva Alencar et al. **Matemática e linguagem: um estudo sobre leitura e escrita na sala de aula**. 2011.

MÜLLER, Ana Paula Krein. **Resolução de problemas matemáticos no ensino fundamental: possibilidades a partir da leitura e da escrita**. 2015.

OLIVEIRA, Idalice Maria Santiago et al. **Geometrização do teorema de Pitágoras e sua generalização como o teorema de Pólya**. 2023

PEREIRA, Jarde. **Teorema de Pitágoras e Algumas Aplicações**. 2020.

PERETTI, Lisiane; TONIN DA COSTA, Gisele Maria. Sequência didática na matemática. **Revista de Educação do IDEAU**, v. 8, n. 17, p. 1-14, 2013.

PIANA, Maria Cristina. A pesquisa de campo. São Paulo: Editora Unesp, 2009.

PLATAFORMA SISEDU. Disponível em: https://sisedu.seduc.ce.gov.br/home/. Acesso em Agosto de 2024.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro, RJ: Inter ciência, 2006.

POSSAMAI, Janaína Poffo; SILVA, Viviane Clotilde da. Comunicação Matemática na Resolução de Problemas. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. e020026-e020026, 2020.

RIBEIRO, Vanessa Vânia Silva Marinho. **Revisitando o teorema de pitágoras**. 2013.

RODRIGUES, Margarida. **A demonstração na prática social da aula de Matemática**. 2009.

SANTOS, Marconi Coelho dos; SILVA, Fernando Luiz Tavares da; LINS, Abigail Fregni. Demonstrações do teorema de Pitágoras na perspectiva do Professor de Matemática. **Encontro Nacional de Educação, Ciência e Tecnologia da UEPB**. Paraíba, 2012.

SILVA, João Evangelista Brito; FANTI, Ermínia de Lourdes Campello; PEDROSO, Hermes Antonio. Teorema de Pitágoras: extensões e generalizações. **CQD-Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, 2016.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Artmed editora, 2009.

SORMANI JUNIOR, Celio. **Um estudo exploratório sobre o uso da informática na resolução de problemas trigonométricos**. 2006.

SOUSA, Railson Pereira de. **A importância da argumentação matemática na resolução de problemas**. 2023.

SOUTO, Flavia Cristine Fernandes; GUÉRIOS, Ettiène. Resolução de problemas contextualizados: análise de uma ação didática para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Revista de Educação Matemática, v. 17, p. e020023-e020023, 2020.

TOLEDO, M. Didática de matemática: como dois e dois: a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997

WAGNER, Eduardo. Teorema de Pitágoras e áreas. **Programa de Iniciação Científica da**, 2010.

Apêndice A

Modelo de Consentimento

Universidade Regional do Cariri - URCA
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS

Nos termos da Lei nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998 e da Lei 8.069, de 13 de julho de1990,____,brasileiro/a, portador da cédula de identidade nº_____________________, órgão expedidor ________ CPF nº___________, residente na ____ nº____,bairro _________________________, cidade____________________-CE, e seu responsável____portador do CPF n°__________________________e identidade n°____, à professora mestranda Ana Paula Pereira Bernardo, lotada na Escola de Ensino Médio Tempo Integral Tiradentes, AUTORIZO expressamente a título definitivo e gratuito o registro fotográfico, depoimentos e demais registros de áudio e/ou vídeo, bem como sua divulgação ao público da minha participação na dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Autorizo também a reprodução, a distribuição e a divulgação das obras produzidas coletivamente, das quais participei, desde que essas imagens e obras sejam usadas e divulgadas exclusivamente com fins didáticos pela Univerdade Regional do Cariri, sem qualquer utilização econômica ou exploração comercial do referido material.

Juazeiro do Norte, _______________de______________________de 2024.

____

Assinatura da professora mestranda

____

Assinatura do responsável pelo(a) aluno(a)

Apêndice B

Questionário

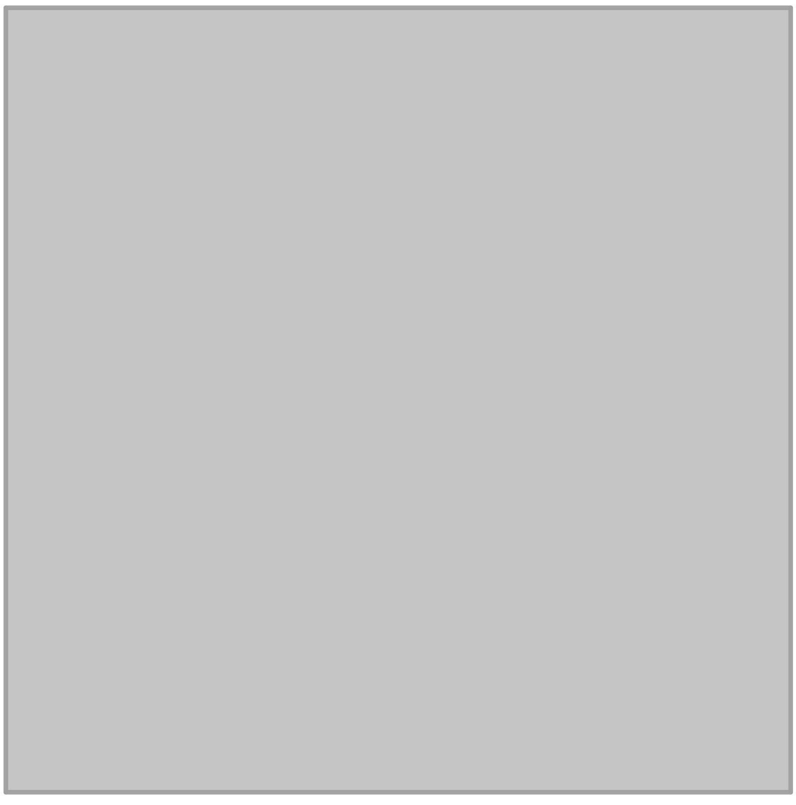
QUESTIONÁRIO

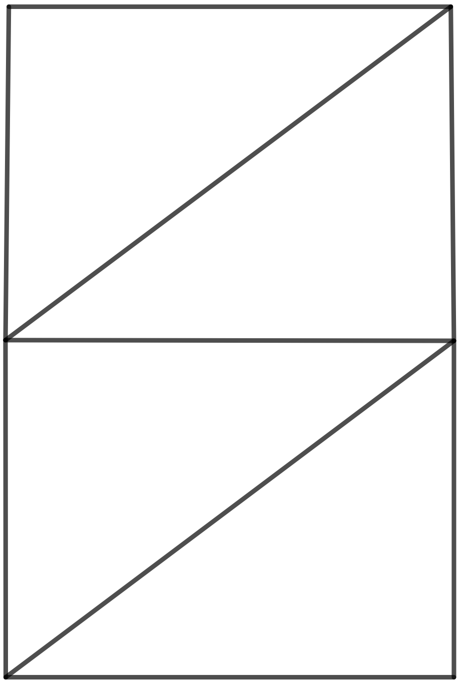
- **Qual seu Gênero?**
  - Feminino
  - Masculino
  - Outro
- **Qual sua idade?**
  - 15 anos
  - 16 anos
  - 17 anos

1. **Qual seu grau de Dificuldade em Aprender Matemática?**
   - Não tenho dificuldade
   - Tenho um pouco de dificuldade
   - Tenho muita dificuldade
2. **Qual seu grau de Dificuldade em Elaboração de Textos?**
   - Não tenho dificuldade
   - Tenho um pouco de dificuldade
   - Tenho muita dificuldade
3. **Qual seu grau de Dificuldade em Leitura e Interpretação de Textos?**
   - Não tenho dificuldade
   - Tenho um pouco de dificuldade
   - Tenho muita dificuldade
4. **Qual a sua opinião sobre a afirmativa: "Aprender matemática é decorar fórmulas e fazer cálculos"?**
   - Concordo
   - Não Concordo
5. **Você Gosta de Estudar Matemática?**
   - Sim
   - Não
6. **O Teorema de Pitágoras diz que: $a^2 = b^2 + c^2$, onde a (hipotenusa), b e c (catetos) são os lados de um triângulo retângulo**.
   - Conheço e sei aplicar
   - Conheço, mas não sei aplicar
   - Não conheço
7. **De acordo com João Lucas Marques Barbosa (2012, p.133): "Em todo triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos". Esse enunciado consiste no Teorema de Pitágoras.**
   - Conheço e sei aplicar
   - Conheço, mas não sei aplicar
   - Não conheço
8. **De acordo com Eduardo Wagner (2010, p. 12): "Em qualquer Triângulo Retângulo, a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa de um triângulo retângulo, é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos". Esse enunciado consiste no Teorema de Pitágoras.**
   - Conheço e sei aplicar
   - Conheço, mas não sei aplicar
   - Não conheço

Apêndice C

Demonstração Clássica

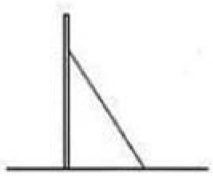




Apêndice D

Questões para Resolução de Problemas

Problema 1: Observe a figura abaixo que representa uma escada apoiada em uma parede vertical. Sabendo que o topo da escada está a 8m de altura e o pé da escada está há 6m da parede, calculo o comprimento da escada.



Problema 2: Para subir até a janela do seu apartamento que fica em um prédio no centro da cidade, Gabriela utilizou uma escada de 10m de comprimento, posicionando-a a uma distância de 5m da base do prédio.

a. Faça um desenho para representar o problema.

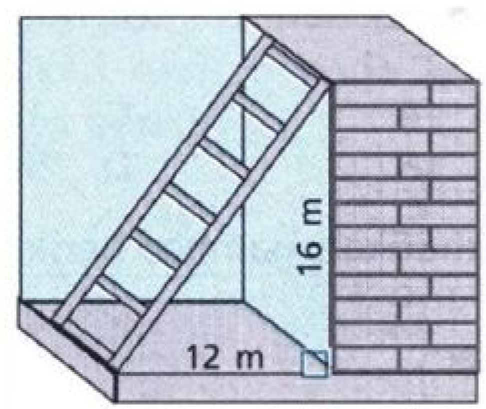
b. Calcule, aproximadamente, o valor da altura da janela em relação ao solo.

c. Escreva um resumo, explicando passo a passo, o raciocínio que você utilizou para encontrar a altura da janela.

Apêndice E

Figuras para Formulação de Problemas

Dada a figura abaixo, formule um problema matemático, de tal forma que seja possível encontrar uma solução utilizando o teorema de Pitágoras:



Dada a figura abaixo, formule um problema matemático, de tal forma que seja possível encontrar uma solução utilizando o teorema de Pitágoras: