



Universidade Regional do Cariri - URCA
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional



Tecnologias no Ensino de Matemática: O Impacto do Software Maxima na compreensão da Função Quadrática

Najila Barros de Souza

Juazeiro do Norte - CE

2025

Tecnologias no Ensino de Matemática: O Impacto do Software Maxima na Compreensão da Função Quadrática

Najila Barros de Souza

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Regional do Cariri como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo César Cavalcante de Oliveira

Juazeiro do Norte - CE

2025

Ficha Catalográfica elaborada pelo autor através do sistema
de geração automático da Biblioteca Central da Universidade Regional do Cariri - URCA

De Souza, Najila Barros

S729tt Tecnologias no Ensino de Matemática: O Impacto do Software Maxima na Compreensão da Função Quadrática / Najila Barros De Souza. Juazeiro-CE, 2025.

122p.

Dissertação. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Regional do Cariri - URCA.

Orientador(a): Prof. Dr. Paulo Cesar Cavalcante de Oliveira

1.Aprendizagem matemática, 2.Software Maxima, 3.Função quadrática; I.Título.

CDD: 510

Najila Barros de Souza

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Regional do Cariri como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo César Cavalcante de Oliveira

Tecnologias no Ensino de Matemática: o Impacto do Software Maxima na compreensão da Função Quadrática

Nájila Barros de Souza

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática
Pura e Aplicada da Universidade Regional do Cariri como
parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título
mestre em matemática.

Aprovada em 30/06/2025


Prof. Dr. Paulo César Cavalcante de Oliveira (Orientador)

Universidade Regional do Cariri (URCA)


Prof.ª. Ma. Valéria Gerônimo Pedrosa

Universidade Regional do Cariri (URCA)


Prof. Ma. Priscila Rodrigues de Alcantara Viana

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – campus Juazeiro do Norte

Dedico este trabalho a Deus, pela força e inspiração; aos meus pais, pelo amor, apoio e exemplo; aos meus irmãos e ao meu noivo, pela parceria e incentivo; aos mestres, que contribuíram com ensinamentos valiosos; e a toda a minha família e amigos, que foram essenciais para a conclusão desta etapa da minha vida.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, que me permitiu concluir mais uma etapa da minha vida, toda honra e glória seja dada a Ele.

Aos meus pais: Maria Margarida Barros de Souza e Francisco de Souza Bezerra Neto, aos meus irmãos, em especial o meu irmão Allison Barros de Souza por terem me acompanhado nas viagens até a faculdade. Cada viagem foi uma demonstração de carinho e comprometimento que jamais esquecerei. Obrigada por estarem sempre ao meu lado, tornando possível a realização deste sonho.

Minha profunda gratidão ao meu noivo Maylson Bezerra dos Santos, cujo apoio inabalável foi fundamental ao longo desta jornada. Sua paciência, compreensão e palavras de encorajamento nos momentos mais desafiadores fizeram toda a diferença. Obrigada por acreditar em mim mesmo quando eu duvidava de mim mesma.

A todos os professores que contribuíram para minha formação, compartilhando seus conhecimentos, sempre instigando o meu melhor. Ao professor Paulo César Cavalcante de Oliveira por ter sido meu orientador, contribuindo expressivamente para o desenvolvimento desta pesquisa que não seria possível sem seu apoio.

Aos amigos que fiz durante essa jornada compartilhando experiências e vivendo momentos intensos que me permitiram crescer não só como pessoa, mas também como uma profissional da área. A todos aqueles que contribuíram de certa forma para que eu chegasse a esse resultado de conclusão da pesquisa.

“Não te mandei eu? Esforça-te, e tem bom ânimo; não temas, nem te espantes; porque o Senhor teu Deus é contigo, por onde quer que andares ”(Josué 1:9)

Resumo

Com o avanço das tecnologias, cada vez mais tem se discutido a aplicabilidades dessas ferramentas na educação escolar. Dessa forma, a presente pesquisa tem como objetivo investigar o impacto da utilização das tecnologias digitais no ensino da matemática, particularmente a aplicação do software *Maxima* para o estudo de funções no ensino médio. O estudo se propõe a analisar como essa ferramenta pode facilitar a compreensão dos alunos sobre a representação gráfica e algébrica de funções quadráticas. O estudo apoiou-se em pressupostos da pesquisa quali-quantitativa de cunho exploratório, sendo desenvolvido por meio de um estudo em sala de aula, em que a revisão de literatura e aplicação de sequência didática foram utilizadas como ferramentas de coleta de dados. A comparação entre resultados obtidos nas duas avaliações aponta para uma melhora significativa na compreensão dos alunos a respeito dos conceitos de função quadrática, principalmente no que se refere à determinação do ponto máximo ou mínimo da função e à interpretação de gráficos. Mesmo diante dos obstáculos enfrentados durante o desenvolvimento do estudo, conclui-se que o programa *Maxima* se constitui um recurso didático de grande potencial no ensino da matemática, desde que utilizado estrategicamente e em consonância com as necessidades e os perfis dos alunos.

Palavras-chave: Aprendizagem matemática; Software Maxima; Função quadrática.

Abstract

With the advancement of technologies, the applicability of these tools in school education has been increasingly discussed. Therefore, this research aims to investigate the impact of using digital technologies in teaching mathematics, particularly the application of Maxima software for studying quadratic functions. The study aims to analyze how this tool can facilitate students' understanding of representation graph and algebra of quadratic functions. The studies were based on the assumptions of qualitative-quantitative research of an exploratory nature, being developed through a classroom study, in which the literature review and application of didactic sequences were used as data collection tools. The comparison between results obtained in the two assessments points to a significant improvement in students' understanding of function concepts quadratic, mainly with regard to determining the maximum or minimum point of the function and interpreting graphs. Despite the obstacles faced during the development of the study, it is concluded that the Maxima program constitutes a didactic resource with great potential in teaching mathematics, as long as it is used strategically and in line with the needs and profiles of the students.

Keywords Mathematical learning; Maxima Software; Quadratic function.

Lista de Figuras

2.3.1 interface WxMaxima	27
2.3.2 Menu arquivo	27
2.3.3 Menu editar	28
2.3.4 Menu view	29
2.3.5 Menu célula	30
2.3.6 Menu maxima	31
2.3.7 Menu equações	32
2.3.8 Menu matrix	33
2.3.9 Menu cálculo	34
2.3.10 Menu simplificar	35
2.3.11 Menu list	36
2.3.12 Menu gráfico	37
2.3.13 Menu numérico	37
2.3.14 Menu ajuda	38
5.1.1 Percentual de acerto por questão - Avaliação Diagnóstica	58
5.1.2 respostas dos alunos 3 e 12 na questão 9	59
5.2.1 Percentual de acertos - Segunda Avaliação	61
5.2.2 respostas dos alunos 17 e 19 na questão 9.	62
6.0.1 Gráfico $A = A(x)$	107
6.0.2 Gráfico $R(x)$	110

6.0.3 Gráfico $L(x)$	112
--------------------------------	-----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GPL	General Public License
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SPAECE	Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
TIC's	Tecnologias da Informação e Comunicação

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	Tecnologias na educação	20
2.2	Tecnologias no ensino da matemática	24
2.3	Software educacional Maxima	26
3	Conteúdo	39
3.1	Conjuntos	39
3.1.1	Noções iniciais	39
3.1.2	Igualdade de Conjuntos	41
3.1.3	Subconjunto	41
3.1.4	Operações entre conjuntos	41
3.1.5	Complementar de um conjunto	42
3.2	Relações	42
3.2.1	Par ordenado	42
3.2.2	Sistema cartesiano ortogonal	43
3.2.3	Produto cartesiano	44
3.2.4	Relação binária	45
3.2.5	Domínio e imagem	46
3.3	Funções	46

3.4	Função afim	47
3.4.1	Casos particulares da função afim	48
3.4.2	Valor de uma função afim	48
3.4.3	Gráfico de uma função afim	48
3.5	Função quadrática	50
3.5.1	Gráfico	50
3.5.2	Estudo da função	51
4	Procedimentos metodológicos	52
4.1	Características da pesquisa, público alvo	52
4.2	Procedimentos para levantamento de dados	53
4.3	Procedimentos para análise e interpretação de dados	55
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	57
5.1	Avaliação diagnóstica: conhecimentos prévios dos alunos	58
5.2	Segunda avaliação: observando os avanços	61
5.3	Aplicativo Maxima como ferramenta no processo de aprendizagem: concepção dos alunos	63
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
	REFERÊNCIAS	74
	APÊNDICES	79
	ANEXOS	115

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A matemática ainda é considerada por muitos estudantes como algo complexo, em que aquele que não consegue compreender conceitos básicos fazem dela um "bicho papão" (Zanella; Rocha, 2020). Resultados de avaliações estaduais, nacionais e internacionais mostram que os alunos apresentam uma grande dificuldade na aprendizagem de conceitos matemáticos, obtendo assim resultados não satisfatórios.

De acordo com o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) (2023), o Brasil no ano de 2022 apresentou um desempenho médio de 379 pontos em matemática na avaliação do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), ficando com uma pontuação inferior a de países como Chile (412), Uruguai (409) e Peru (391). Os dados revelaram que 73% dos estudantes brasileiros encontram-se com um baixo desempenho na disciplina em questão, ou seja, abaixo do nível 2 e apenas 1% alcançaram um desempenho alto (nível igual ou superior a 5).

A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) estabelece que o nível 2 é o padrão mínimo necessário para que um jovem consiga exercer sua cidadania de maneira eficaz, em que

[...] são capazes de interpretar e reconhecer situações em contextos que não exigem mais do que inferência direta. São capazes de extrair informações re-

levantes de uma única fonte e de utilizar um modo simples de representação. Os estudantes situados neste nível conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções de nível básico. São capazes de raciocinar diretamente e de fazer interpretações literais dos resultados. (BRASIL, 2020)

Assim, os dados revelam que os estudantes apresentam um grande déficit na aprendizagem matemática.

Para Nunes e Hlenka (2017), a matemática é marcada por mitos e preconceitos que afetam o processo de aprendizagem, em que a concepção de que os conteúdos matemáticos são difíceis acaba fazendo com que os estudantes tenham uma aversão a disciplina. Além do mais, essa situação também está relacionada ao fato dos alunos não veem sentindo na matéria, sendo apenas algo constituído de fórmulas e números incompreensíveis. .

Os estudiosos ainda enfatizam que a aplicação de estratégias pedagógicas inovadoras contribuem para aulas mais dinâmicas e cativantes, permitindo que os alunos reflitam e relacionem os conteúdos estudados com sua realidade, obtendo êxito na aprendizagem. Para eles, o uso de tecnologias na educação matemática pode transformar a prática docente e a forma como os estudantes compreendem e estabelecem ligações com os conceitos matemáticos, uma vez que muitos demonstram interesse por esses recursos e habilidades em manuseá-los.

Em sua pesquisa com 67 professores de matemática, Camillo (2020) constatou que as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) podem contribuir significativamente para aprendizagem matemática, permitindo a visualização de informações e construção do conhecimento, ou seja, possibilita a abordagem mais interativa de conceitos matemáticos.

A motivação para o desenvolvimento deste estudo resultou de experiências vivenciadas pela autora no contexto de sua profissão, que observou as dificuldades enfrentadas pelos alunos durante a abordagem de conteúdos relacionados a funções e também

na análise de resultados de avaliações diagnósticas da aprendizagem matemática, que apresentam proficiência aquém do esperado. Ao refletir sobre esses aspectos pode-se deduzir que os estudantes brasileiros apresentam dificuldades na disciplina de matemática, assim motivada por tais circunstâncias surgiu o interesse por esta temática de estudo.

É importante destacar que temáticas relacionadas a aprendizagem de matemática, tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores (LIMA, ROCHA, 2022; SANTOS, 2023; NUNES, HLENKA, 2017; ZANELLA, ROCHA, 2020), que tem-se dedicado a refletir sobre esses aspectos, apresentar alternativas que facilitem a compreensão de conteúdos matemáticos por parte dos estudantes e discutir sobre metodologias que permitam aulas mais dinâmicas e interativas nesta disciplina.

O referido trabalho, tem como objetivo geral investigar o impacto da utilização das tecnologias digitais no ensino da matemática, particularmente a aplicação do software *Maxima* para o estudo de funções quadráticas. O estudo propõe-se a analisar como essa ferramenta pode facilitar a compreensão dos alunos sobre a representação gráfica e algébrica de funções quadráticas, bem como auxiliar na resolução de problemas envolvendo pontos de máximos e mínimos do gráfico. Para isto foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Explorar a utilização do software *Maxima* no ensino de funções quadráticas, destacando suas principais funcionalidades e aplicações na aprendizagem matemática.
- Analisar a relevância do software *Maxima* na compreensão dos conceitos de representação gráfica e algébrica de funções quadráticas, verificando sua eficácia no processo de ensino-aprendizagem.
- Comparar a aprendizagem dos alunos sobre funções quadráticas antes e após a utilização do software *Maxima*, identificando suas possíveis vantagens pedagógicas e desafios da sua aplicação.

Neste sentido o estudo foi orientado pelos seguintes questionamentos: Quais as principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes no estudo de funções quadráticas? Como o software Maxima pode contribuir para a aprendizagem desses sujeitos?

Buscando alcançar os objetivos propostos, foi realizada a aplicação de uma sequência didática de 7 aulas de 50 minutos cada. A proposta, inspirada no trabalho de Silva (2016), foi desenvolvida com uma turma do 3º ano do Ensino Médio, em uma escola de ensino integral localizada na cidade de Cariús, no estado do Ceará.

Como resultado desta pesquisa, foi desenvolvido um produto pedagógico que poderá auxiliar professores de Matemática. Propõe-se uma sequência didática com planos de aula descritos de acordo com as competências e habilidades da BNCC, detalhando todas as atividades a serem desenvolvidas, incluindo um manual das atividades a serem realizadas no software Maxima.

Dessa forma, além da introdução, o trabalho está dividido em quatro capítulos. Inicialmente, apresenta-se a fundamentação teórica, refletindo sobre aspectos relacionados a tecnologias na educação e tecnologias no ensino de matemática, bem como a apresentação do software Maxima.

No segundo capítulo, foi abordado a parte teórica do conteúdo de conjuntos, relações e funções. Já no terceiro capítulo foram descritos os procedimentos metodológicos, descrevendo o caminho percorrido, explicitando a natureza da pesquisa, Características da pesquisa, público alvo; Procedimentos para levantamento de dados; Procedimentos para análise e interpretação de dados.

No quarto capítulo, apresentam-se os resultados e discussões da pesquisa, que foram organizados em três eixos: Avaliação diagnóstica: conhecimentos prévios dos alunos; Segunda avaliação: observando os avanços; Aplicativo Maxima como ferramenta no processo de aprendizagem: concepção dos alunos. E, por último, são apresentadas as considerações finais.

Capítulo 2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Tecnologias na educação

Nas últimas décadas, é evidente que uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) tem sido alvo de discussão de diversos estudiosos. Com os avanços tecnológicos os sistemas educacionais tem procurado inserir ferramentas no seu processo de ensino e aprendizagem, que trazem benefícios significativos

Conforme Souza e Souza (2010) as tecnologias vêm desenvolvendo um papel fundamental na sociedade, ingressando em diversas áreas do conhecimento. Com a educação não é diferente, tem ocupado um papel importante, permitindo novos parâmetros e se tornando um diferencial para quem atua nesse campo.

As autoras ainda argumentam que a integração dos recursos tecnológicos no ambiente escolar pode ajudar a identificar e reduzir falhas na aprendizagem, transformando esse processo. Para elas, se os recursos forem utilizados de forma adequada facilita não somente a aquisição de conhecimentos como também transforma as atividades árduas em tarefas mais dinâmicas e acessíveis, estimula a criatividade e eleva a autoestima dos alunos, promovendo mudanças positivas.

Nessa perspectiva a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece que uma das competências gerais da educação básica é

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2018, p.9)

Então o documento reconhece a importância de fazer com que os alunos tenham capacidade de lidar com as tecnologias digitais de forma crítica, significativa, reflexiva. Assim a competência visa desenvolver discentes protagonistas capazes de participarem de uma sociedade digital, promovendo habilidades como comunicação eficiente, acesso e disseminação de informações, produção de conhecimento e resolução de problemas.

Em corroboração Gallo, et al (2024) em sua pesquisa sobre metodologias ativas e tecnologia na educação enfatiza

A tecnologia na educação não apenas enriquece o processo de aprendizagem, mas também desempenha um papel crucial na preparação dos alunos para a sociedade digital em constante evolução. A utilização de ferramentas e recursos tecnológicos permite o desenvolvimento de habilidades digitais essenciais, incluindo a capacidade de buscar, avaliar e utilizar informações de maneira crítica e ética. Além disso, os alunos aprendem a se adaptar a novas tecnologias e ambientes digitais, promovendo uma formação mais completa e alinhada às demandas do mundo contemporâneo. (Gallo, et al 2024, p. 31)

Ainda conforme os autores, a combinação entre metodologias de ensino ativas e o uso intencional de tecnologias digitais constitui uma alternativa pedagógica capaz de favorecer práticas mais inovadoras e centradas no estudante. Essa articulação contribui para a construção de contextos educacionais em que o aluno participa ativamente de sua aprendizagem, com maior engajamento e responsabilidade. Ferramentas digitais, quando bem integradas, ampliam as possibilidades de mediação docente ao promoverem maior flexibilidade, interatividade e adaptação às necessidades educacionais, incentivando o desenvolvimento da autonomia e de competências essenciais no

cenário contemporâneo.

Nesse sentido, em seu estudo Barbosa, Mariano e Sousa (2021) constataram que grande parte dos professores entrevistados reconhecem a importância das tecnologias na educação e sentem-se motivados a utilizá-las, considerando que o seu uso é uma forma de despertar o interesse dos alunos, tendo em vista que une o conteúdo estudado com algo que faz parte do dia a dia de grande parte dos alunos. Para os autores os recursos tecnológicos contribuem para a construção de significados, compreensão dos conteúdos, deixando para trás aulas monótonas e tradicionais, tornando o ambiente escolar em algo mais interessante, moderno e alinhado a era da informação e comunicação.

A tecnologia transformou a forma como acessamos, compartilhamos e utilizamos informações no cotidiano. Uma das áreas mais impactadas por essas transformações é o sistema educacional, onde a inserção de aparelhos como computadores e tablets em sala de aula já se tornou uma realidade irreversível (Barros, 2019).

Em sua obra a autora ainda enfatiza a importância das novas tecnologias no sistema educacional e como elas transformam as metodologias de ensino. Todavia afirma que, apesar da sua relevância esse processo é acompanhado de desafios, em que os professores enfrentam dificuldades com integração das tecnologias dentro de sala de aula, sendo preciso que esse profissional tenha domínio sobre essas ferramentas, sendo capaz de despertar o interesse de seus alunos ao utilizá-las como uma diferencial em seus métodos de ensino, facilitando a compreensão do discente nos assuntos abordados.

Em corroboração Souza e Souza (2010) relatam

O professor que usa a tecnologia na escola além de somar as dificuldades encontradas na sala de aula tem que aliar as três vertentes, ou seja, mostrar que domina o conteúdo, os recursos tecnológicos e praticidade técnica do conhecimento adquirido. Sem essas teorias é impossível desenvolver e resolver as questões difíceis que a educação apresenta. (Souza, Souza, 2010 p.139)

Então as autoras refletem sobre a complexidade do papel do docente no contexto

da integração das ferramentas tecnológicas na educação. Afirmando que não é uma tarefa simples e exige do profissional a atuação em três aspectos: o domínio do conteúdo, o manejo eficaz dos recursos tecnológicos e a aplicabilidade prática do conhecimento adquirido.

Em seu livro *Tecnologias e Educação: Conhecer o Outro Lado*, Habowski (2020) traz um discurso a respeito dos desafios em relação a implementação das tecnologias na educação escolar, refletindo sobre aspectos complexos e negligenciados. O autor fala que muitos docentes enfrentam problemas ao utilizar as ferramentas tecnológicas de maneira eficaz na sua prática. Assim é preciso que esses profissionais tenham acesso a uma formação continuada que ajude a solucionar essas dificuldades, de maneira que consigam enriquecer sua metodologia pedagógica e consequentemente contribuir para aprendizagem dos seus alunos. Para Habowski a ausência de uma formação adequada pode levar a um uso superficial e ineficaz das tecnologias, o que compromete o aprendizado significativo.

Ainda conforme o autor um dos principais desafios é o pensamento equivocado de achar que a simples presença das tecnologias no ambiente escolar por si só, pode revolucionar o processo de ensino e aprendizagem. Na verdade, a situação não é tão simples, os recursos tecnológicos devem ser utilizados de forma estratégica, alinhados a objetivos pedagógicos. Realizar práticas educativas que contribuem para o protagonismo do aluno e o desenvolvimento de habilidades críticas e criativas se constitui uma verdadeira inovação.

É uma realidade que muitas vezes as tecnologias são utilizadas em sala de aula apenas como recursos audiovisuais (Barbosa; Mariano; Sousa; 2021). Docentes ainda apresentam uma resistência quanto a desenvolver habilidades e técnicas necessárias a utilização dessas ferramentas, instituições de ensino apresentam em condições precárias, sem uma internet favorável, ausência de laboratório de informática e até mesmo a inexistência de políticas de incentivo para uso de tecnologias em sala de aula (Conceição; Ferreira, 2022).

Magnago et al. (2024) que pesquisaram sobre a realidade das escolas públicas e as tecnologias, também identificaram que questões relacionadas a falta de infraestrutura adequadas, desigualdades no acesso tecnológicos, bem como a formação continuada de professores, são fatores que impactam diretamente na eficácia da implementação da tecnologia e assim afetam negativamente o processo de ensino e aprendizagem. Os resultados obtidos no estudo, revelam a importância de políticas públicas e bem planejadas, acompanhadas de investimentos contínuos, garantindo que todas as instituições de ensino, independentemente da sua localização tenham acesso a integração das tecnologias de maneira eficaz. Além da falta de laboratórios de informática, Santos (2023) aponta que a falta de tempo e o excesso das funções do professor provocam falhas no seu planejamento pedagógico, o que consequentemente prejudica a inserção das escolas na chamada era digital.

2.2 Tecnologias no ensino da matemática

Nos últimos tempos, tem-se discutido a importância das tecnologias digitais na educação matemática, as quais podem contribuir para melhor compreensão de assuntos relacionados a geometria, aritmética, funções entre outros. O uso de softwares tem a capacidade de facilitar o ensino de conteúdos mais abstratos, pois a partir de aplicações o aluno consegue ter acesso a algo concreto que facilita sua compreensão. (Lima; Rocha, 2022)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta a importância das tecnologias digitais no ensino da matemática

[...] o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações (Brasil, 2018, p. 536).

Além disso, ela incentiva o uso de calculadora e planilhas eletrônicas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, para que os alunos sejam capazes de desenvolver

o pensamento computacional.

Assim, neste documento estão elencadas algumas habilidades que trazem conteúdos matemáticos que podem ser estudados com a aplicação das tecnologias, entre elas podemos destacar: “(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.” (Brasil, 2018, p. 541).

Então conforme orientado pela BNCC a inserção das tecnologias digitais no ensino da matemática, objetiva desenvolver o pensamento crítico, preparar os alunos para os desafios da sociedade, além de facilitar a sua compreensão em relação a conteúdos complexos.

Nesse sentido, em concordância com a BNCC Nóbrega et al (2022) afirmam que Tecnologias da Informação e Comunicação contribuem para o processo de ensino-aprendizagem da matemática de maneira positiva, permitindo aulas interativas e dinâmicas. Na sua pesquisa os professores entrevistados também confirmaram tal pensamento, reconhecendo que existe uma relação positiva entre as TICs e o ensino de matemática.

Quando se fala matemática e tecnologia, Pereira, Costa e Alves (2019, p.6) destacam que “[...] os registros da história da humanidade apontam que Matemática e tecnologias sempre caminharam lado a lado, numa estreita relação, e que não podemos ignorar as significativas mudanças que as tecnologias têm provocado na vida das pessoas”.

Os autores ainda relatam que é inegável que o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's) tem gerado mudanças significativas na vida das pessoas, sendo um tema amplamente discutido quanto às suas capacidades e restrições no contexto contemporâneo. Naturalmente, esses avanços tecnológicos também penetraram nas escolas, alterando os processos de ensino e, por consequência, a maneira como os alunos assimilam o conhecimento.

Resultados de testes nacionais de desempenho escolar e pesquisas em educação, revelam que umas das disciplinas que os alunos mais apresentam dificuldade é a matemática. O uso adequado das tecnologias digitais no ensino da matemática pode amenizar tal situação, vista que possibilita criar aulas mais dinâmicas e atrativas, ajudando a desmitificar os preconceitos com essa área, fazendo com que o aluno tenha um novo olhar e consequentemente se sinta motivado a estudar (Santos, 2023).

É necessário que os professores conheçam as potencialidades das TICs, alinhando o planejamento, o conteúdo, a realidade dos alunos e os objetivos educacionais (Nóbrega et al, 2022).

2.3 Software educacional Maxima

O Maxima é um *software* educacional livre, de acesso gratuito na internet, compatível com diferentes sistemas operacionais UNIX, LINUX, MAC OS e Windows. O fato de ser livre apresenta diversas vantagens: acesso ao código fonte, estímulo ao desenvolvimento de um espírito de comunidade, maior segurança, incentivo ao trabalho colaborativo, criação de patrimônio cultural da humanidade, etc. (Vaz, 2016)

Conforme Goulart e Oliveira (2010) o Maxima foi desenvolvido no final de 1960 no Instituto Tecnológico de Massachusetts, sendo o sucessor do Macsyma, é o único sistema ainda disponível que é baseado neste programa. O Maxima foi mantido por William Schelter, que liberou o seu código fonte no ano de 1998 sob a licença de *General Public License* (GPL). Desde então colaboradores e usuários do programa tem feito com que ganhe adesão de outros usuários.

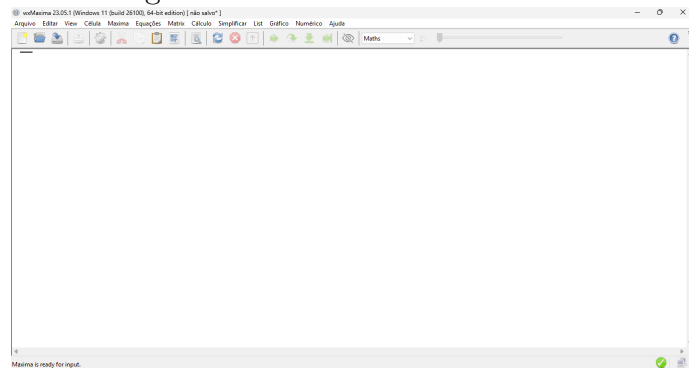
De maneira simples o Maxima é software CAS (Computer Algebra System - Sistema de Computação Algébrica) desenvolvido para a manipulação de expressões simbólicas e numéricas. Traz funcionalidades como cálculo de limites, diferenciação, integração, operações com matrizes e funções, entre outras. Além do mais, o programa permite a visualização e o processamento de dados em duas ou três dimensões, per-

mitindo uma ampla gama de ferramentas para análise matemática e computacional (Goulart e Oliveira, 2010).

No trabalho em questão foi utilizado o software na versão versão 5.47.0 com interface WxMaxima versão 23.05.1 para sistema operacional Windows. O download do programa pode ser feito pelo link <https://maxima.sourceforge.io/>. A seguir observa-se a interface do programa e apresentação dos seus menus.

I. Interface WxMaxima

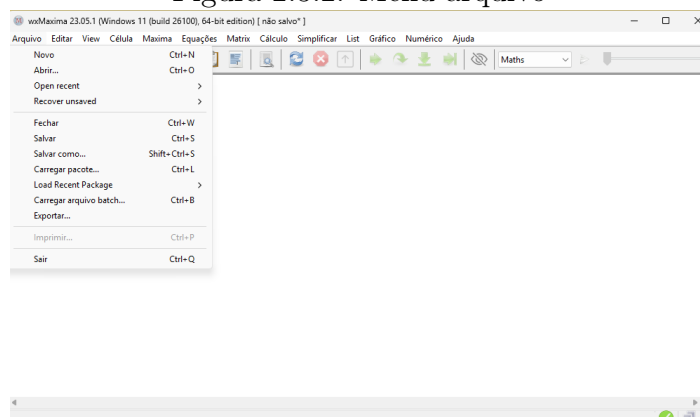
Figura 2.3.1: interface WxMaxima



Fonte: Autoria própria (2025)

II. Menu arquivo

Figura 2.3.2: Menu arquivo



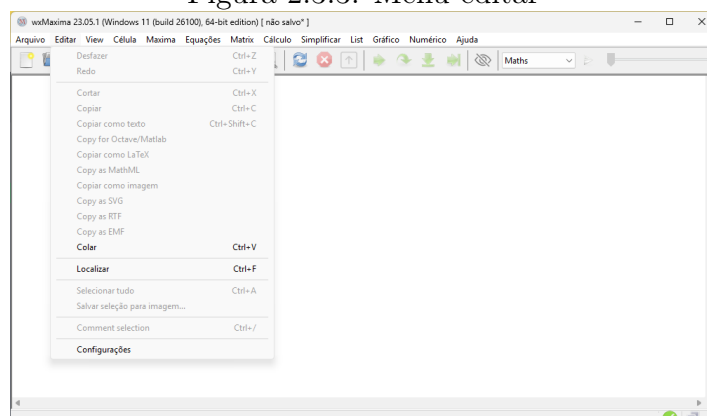
Fonte: Autoria própria (2025)

Neste menu tem-se os seguintes comandos:

- **Novo:** abre um novo arquivo.
- **Abrir:** abre um arquivo existente no computador.
- **Open recente:** abre um arquivo salvo recentemente.
- **Recover unsaved:** Recuperar arquivo não salvo.
- **Fechar:** fechar o arquivo aberto.
- **Salvar:** salvar arquivo com a extensão wxmx.
- **Salvar como:** salvar arquivo com nome e extensão wxmx em local escolhido pelo usuário.
- **Carregar pacote:** inseri pacotes.
- **Load Recent Package:** carrega pacote recente.
- **Carregar arquivo batch:** inseri arquivo do tipo batch.
- **Exportar:** exporta o arquivo aberto.
- **Sair:** fecha a sessão do Maxima.

III. Menu editar

Figura 2.3.3: Menu editar



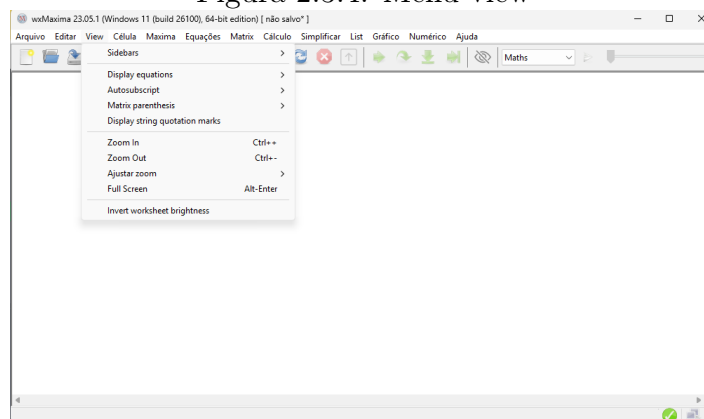
Fonte: Autoria própria (2025)

Dentre os comandos deste menu podemos destacar:

- **Desfazer:** desfaz a última operação.
- **Cortar:** recorta parte selecionada.
- **Copiar:** copia parte selecionada.
- **Copiar como texto:** copia parte selecionada como texto.
- **Copiar como LaTeX:** copia parte selecionada como LaTeX.
- **Copiar como imagem:** copia parte selecionada como imagem.
- **Colar:** cola material copiado no programa.
- **Localizar:** localiza e substitui expressão.
- **Selecionar tudo:** seleciona todo documento.
- **Configurações:** acessa informações do programa Maxima.

IV. Menu view

Figura 2.3.4: Menu view



Fonte: Autoria própria (2025)

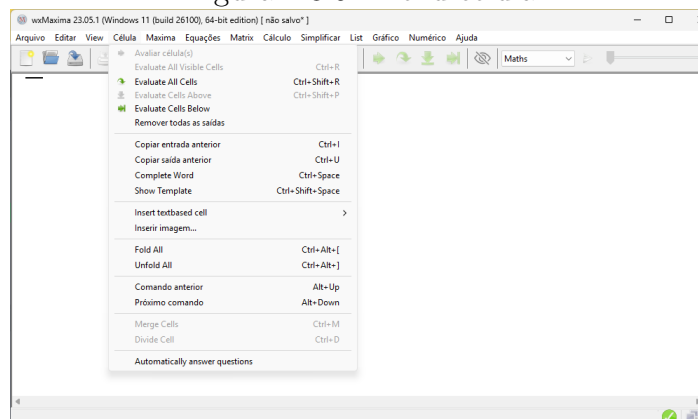
Dentre os comandos do menu view podemos destacar:

- **Sidebars:** este menu acessa submenu do maxima.
- Matemática Geral: funções da matemática geral.

- Estatística: funções da estatística.
- Greek Letters: insere letras gregas.
- Symbols: insere símbolos matemáticos.
- Histórico
- Inserir células
- **Zoom In:** aumenta o zoom.
- **Zoom Out:** diminui o zoom.
- **Ajustar zoom:** ajusta o zoom na porcentagem que deseja.

V. Menu célula

Figura 2.3.5: Menu célula



Fonte: Autoria própria (2025)

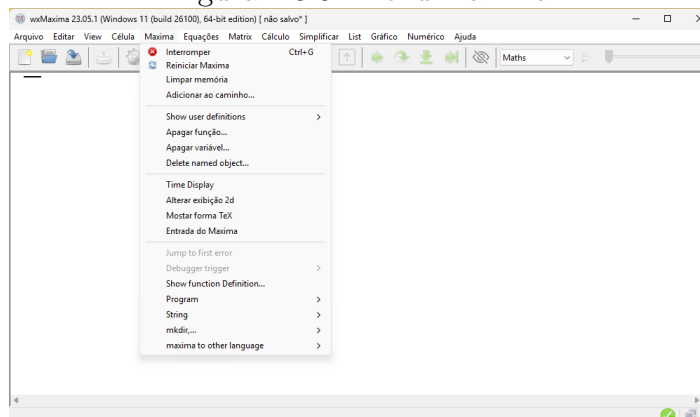
Dentre os comandos do menu célula destaca-se:

- **Evaluate all cells:** avalia todas as células.
- **Remover todas as saídas:** remove todas as saídas, preservando as entradas.
- **Copiar entrada anterior:** copia a entrada anterior.
- **Copiar saída anterior:** copia a saída anterior.

- **Inserir imagem:** insere imagem no arquivo.

VI. Menu maxima

Figura 2.3.6: Menu maxima



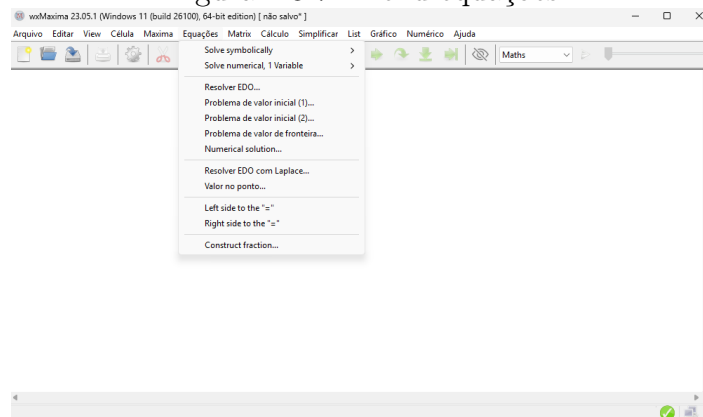
Fonte: Autoria própria (2025)

Este menu apresenta comandos sobre funcionalidades do aplicativo os quais destaca-se:

- **Interromper:** interrompe operações que estão sendo utilizadas no aplicativo.
- **Reniniciar:** Reinicia o Maxima, remove funções, apaga variáveis e limpa expressões armazenadas na memória.
- **Limpar memória:** limpa a memória, ou seja, todas funções e operações guardadas na memória.

VII. Menu equações

Figura 2.3.7: Menu equações



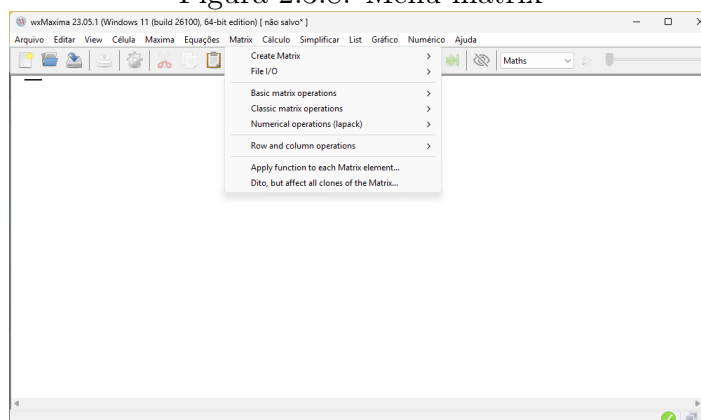
Fonte: Autoria própria (2025)

Este menu permite explorar e resolver diversos tipos de equações. Observe a seguir alguns tópicos voltados para conteúdo do ensino médio:

- **Solve symbolically:** esse menu acessa submenu do maxima:
 - Resolver....: abre uma janela para resolver uma equação.
 - Resolver to poly...: abre uma janela para resolver uma equação.
 - Resolver sistema linear ...: abre inicialmente uma janela onde deverá informar a quantidades de equações do sistema, em seguida abre outra janela para inserir as equações e variáveis que serão obtidas na solução.
 - Resolver sistema algébrico ...: Resolver sistema linear ...: abre inicialmente uma janela onde deverá informar a quantidades de equações do sistema, em seguida abre outra janela para inserir as equações e variáveis que serão obtidas na solução.
 - Eliminar variável...: abre uma janela para eliminar a variável de uma expressão.

VIII. Menu Matrix

Figura 2.3.8: Menu matrix



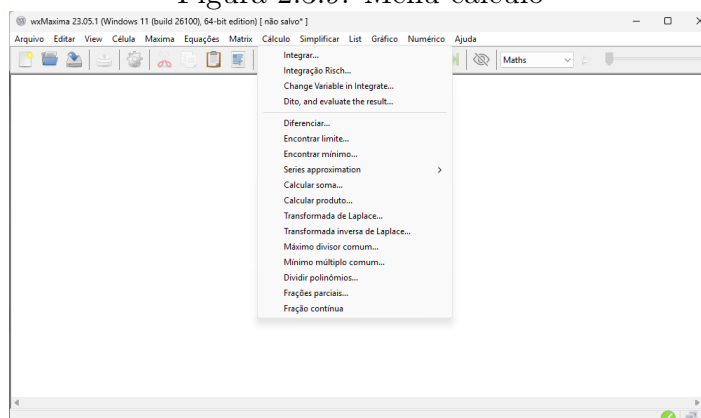
Fonte: Autoria própria (2025)

Este menu traz comandos voltados para o conteúdo de matrizes. Como o foco do trabalho não é este assunto, destaca-se a seguir apenas alguns comandos:

- **Create Matrix:** acessa a submenu do Maxima:
 - Gerar matriz da Expressão...: abre uma janela para criar uma matriz com entradas geradas a partir de uma expressão matemática.
 - Introduzir matriz...: Abre inicialmente uma janela onde deverá informar a quantidade de linhas e colunas da matriz, em seguida outra janela é aberta com todas as entradas para inserir o valor dos termos da matriz.
- **Basic matrix operations:** acessa a submenu relacionados a operações com matrizes como .
- **Classic matrix operations** acessa a submenu do Maxima relacionado a transformações de matrizes como matriz inversa, • matriz adjunta, matriz transposta e também cálculo de determinante.

IX. Menu Cálculo

Figura 2.3.9: Menu cálculo



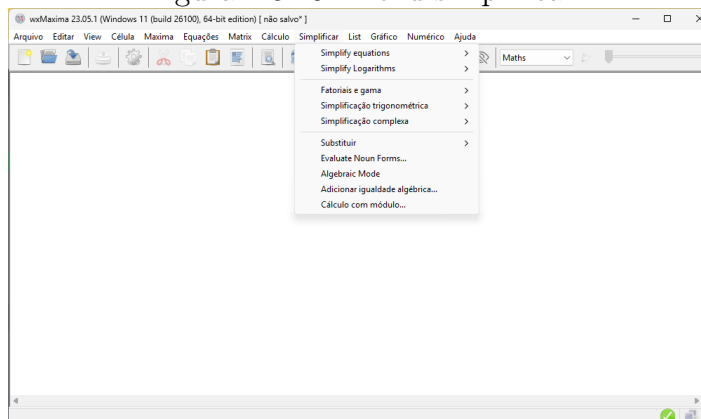
Fonte: Autoria própria (2025)

Este menu apresenta comandos relacionados ao cálculo diferencial e integral, ou seja, grande parte dos conteúdos estão relacionados ao ensino superior, todavia ainda encontra-se alguns tópicos do ensino médio, são eles:

- **Máximo divisor comum...:** calcula o máximo divisor comum (mdc) de polinômios.
- **Mínimo múltiplo comum...:** calcula o mínimo múltiplo comum (mmc) de polinômios.
- **Dividir polinômios...:** realiza a divisão entre polinômios, apresentando o resultado do quociente e resto.

X. Menu Simplificar

Figura 2.3.10: Menu simplificar



Fonte: Autoria própria (2025)

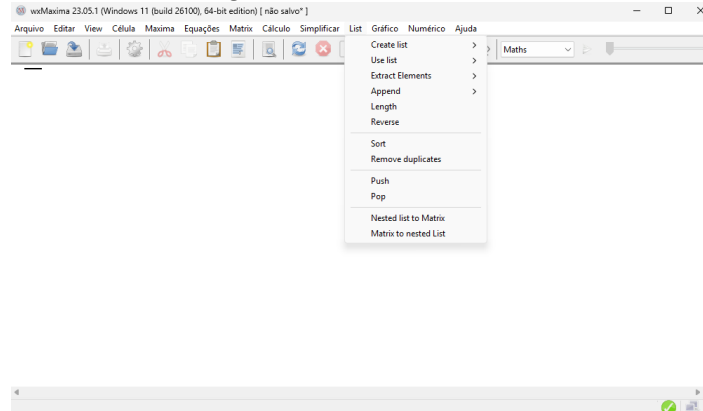
O menu simplificar apresenta diversos comandos voltados para a simplificação de expressões algébricas, os quais destaca-se alguns referentes ao ensino médio:

- **Simplify equations:** acessa ao submenu com opções para simplificação e fatoração de expressões dentre eles:
 - Simplify Radicals...: utilizando a função *radcan* simplifica expressão composta por radicais, logaritmos e exponencial, transformando em uma expressão comum.
 - Fatorar expressão: Com a função *factor* fatora expressão real.
 - Fatorar complexo: Com a função *gfactor* fatora expressão complexa.
 - Expandir expressão: Com a função *expand* expande expressão.
- **Simplify Logarithms:** acessa a submenu do maxima sobre logaritmos dentre eles:
 - Contrair logaritmos: Contrai expressão com logaritmos.
 - Expand log in previous expression: expande expressões com logaritmo.
- **Simplificação trigonométrica:** acessa ao submenu com comandos voltados a simplificação de expressões trigonométricas:

- Simplificar trigonométricas: com a função *trigsimp* simplifica expressão trigonométrica.
- Reduzir trigonométricas : com a função *trigreduce* reduz expressão trigonométrica.
- Expandir trigonométricas: com a função *trigexpand* expande expressão trigonométrica.
- **Simplificação complexa:** acessa submenu com funções relacionadas a simplificação de expressões complexas entre as quais destaca-se:
 - Obter parte real: na expressão complexa gera a parte real.
 - Obter parte imaginária: na expressão complexa gera a parte imaginária.

XI. Menu list

Figura 2.3.11: Menu list



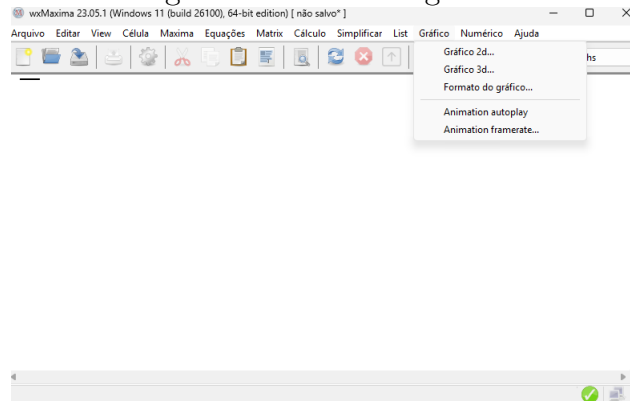
Fonte: Autoria própria (2025)

Este menu reúne uma série de comandos e funcionalidades voltadas à criação, manipulação e análise de listas. Dentre os comandos podemos destacar:

- **Reverse:** inverte a ordem dos elementos;
- **Sort:** ordena os elementos de uma lista;
- **Length:** retorna o número de elementos;

XII. Menu Gráfico

Figura 2.3.12: Menu gráfico



Fonte: Autoria própria (2025)

Este menu possibilita a construção de gráficos em diversos formatos em duas ou três dimensões. Dentre os comandos destaca-se:

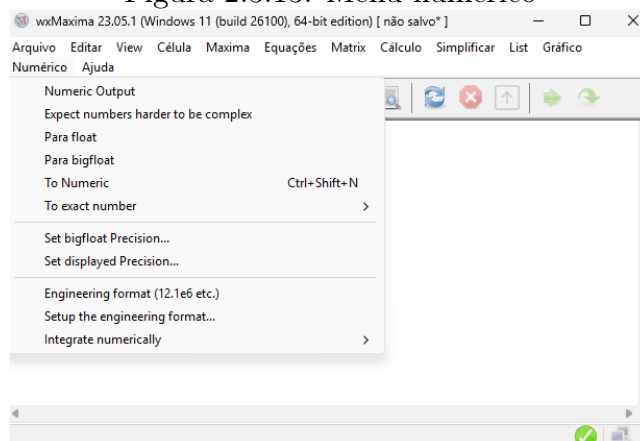
Gráficos 2D ... : abre a janela para a construção de gráficos em 2D.

Gráficos 3D ...: abre a janela para a construção de gráficos em 3D.

Formato do gráfico ...: abre a janela para ajustes do formato dos gráficos.

XIII. Menu Numérico

Figura 2.3.13: Menu numérico



Fonte: Autoria própria (2025)

Este menu permite alterar e ajustar o formato de saídas dos números.

Numeric Output: Alterna o formato de saída de um número entre frações e decimais.

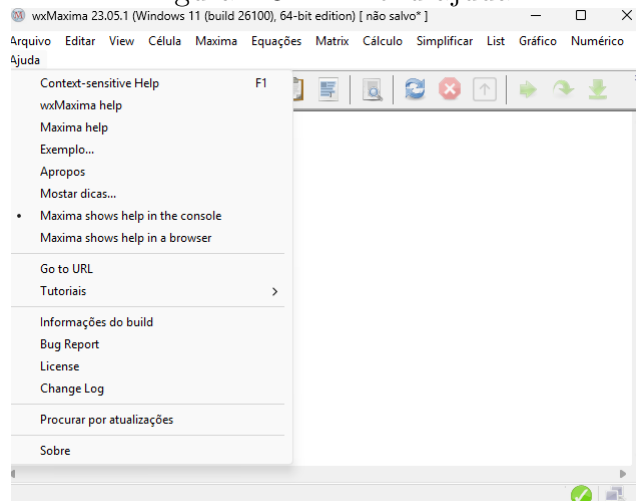
Para float: Com a função *float* gera a saída decimal de uma expressão.

Para bigfloat: Com a saída *bfloat* gera saída decimal de uma expressão com mais precisão.

To exact number: acessa submenu com funções relacionadas a precisão de um número como a representação de um número em uma fração.

XIV. Menu Ajuda

Figura 2.3.14: Menu ajuda



Fonte: Autoria própria (2025)

No menu ajuda estão presente comandos relacionados ao manuseio do software, os quais destacam-se

- **Context-sensitive Help :** acesso ao manual do Maxima.
- **Exemplo...:** apresenta exemplos de uso de comando indicado.
- **Mostrar dicas...:** Apresenta dicas do Maxima.
- **Procurar por atualizações:** busca por atualizações para o software.
- **Sobre:** informações gerais sobre o programa.

Capítulo 3

Conteúdo

3.1 Conjuntos

3.1.1 Noções iniciais

A matemática é traçada a partir da linguagem de conjuntos. Assim a noção de conjuntos é fundamental para que conceitos matemáticos possam ser expressos. Então vamos revisar as principais noções da teoria dos conjuntos.

Conjunto é uma coleção de quaisquer objetos, em que seus elementos pode ser um número, uma letra, um nome, etc. de maneira geral indicamos um conjunto por uma letra maiúscula $A, B, C, \dots$ e um elemento por meio de uma letra minúscula $a, b, c, \dots$

Dado um conjunto A e a um elemento qualquer. Dizemos que a pertence ao conjunto A e escrevemos:

$$a \in A$$

Caso contrário, se a não pertence a A , denotamos

$$a \notin A \tag{3.1}$$

De maneira simples, para descrevermos um conjunto e seus elementos, podemos utilizar dois recursos principais: enumerarmos os seus elementos ou determinamos uma propriedade ou condição que caracteriza os elementos do conjunto.

Na enumeração, devemos escrever todos elementos de um conjunto entre chaves, separados um a um por virgula.

Exemplos:

Conjunto dos números primos menores que 17;

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

Conjunto das vogais:

$$\{a, e, i, o, u\}$$

Já quando descrevemos um conjunto A por meio de uma propriedade ou condição p , denotamos $\{x|x \text{ tem a propriedade } p\}$.

Exemplos:

$$\{x|x \text{ é um número natural ímpar}\}$$

$$\{x|x \text{ é divisor inteiro de } 12\}$$

Destacamos dois casos especiais de conjuntos:

Conjunto unitário: apresenta um único elemento. Por exemplo:

$$\{x|x \text{ é um número natural maior do que } 5 \text{ e menor do que } 7\}$$

Conjunto vazio: não apresenta nenhum elemento, sendo representado pelo símbolo $\emptyset$. Por exemplo:

$$\{x|x \text{ é número ímpar e múltiplo de } 2\} = \emptyset$$

3.1.2 Igualdade de Conjuntos

Sejam A e B dois conjuntos, dizemos que A e B são iguais se ambos apresentam os mesmos elementos e escrevemos $A = B$. Por exemplo, os conjuntos $A = \{a, b, c, d, e\}$ e $B = \{b, d, a, e, c\}$, apresentam os mesmos elementos, logo $A = B$.

Agora sejam A e B dois conjuntos, dizemos que A e B não são iguais se existe algum elemento de A que não pertence a B ou vice-versa, denotamos $A \neq B$. Por exemplo, $A = \{a, b, e\}$ e $B = \{b, d, a, e, c\}$, tem-se que $A \neq B$.

3.1.3 Subconjunto

Considerando dois conjuntos A e B , se todos elementos de A pertence ao conjunto B , dizemos que A é subconjunto de B ou A está contido em B , e também dizemos que A é parte de B . Tal situação pode ser representada por $A \subset B$.

Quando $A \subset B$, também podemos denotar $B \supset A$ que significa " B contém A "

3.1.4 Operações entre conjuntos

Reunião ou união de conjuntos

Sejam os conjuntos A e B , a reunião $A \cup B$ é o conjunto formado pelos elementos de A mais os elementos de B .

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Exemplo:

Se $A = \{4, 5\}$ e $B = \{5, 7\}$, então $A \cup B = \{4, 5, 7\}$

Intersecção de conjuntos

Sejam os conjuntos A e B , a intersecção $A \cap B$ é o conjunto formado pelos elementos que pertencem A e B simultaneamente.

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Exemplo:

Se $A = \{2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{4, 5, 6\}$, então $A \cap B = \{4, 5\}$

Diferença entre conjuntos

Sejam os conjuntos A e B , denomina-se diferença entre A e B o conjunto formado pelos elementos que pertence a A e não pertence a B .

$$A - B = \{x | x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Exemplo:

Se $A = \{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$ e $B = \{2, 3, 6, 9\}$, então $A - B = \{5, 7, 8\}$

3.1.5 Complementar de um conjunto

Sejam os conjuntos A e B , tais que $B \subset A$, denomina-se complementar de B em relação a A o conjunto $A - B$, ou seja, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B , indicado por:

$$C_A^B \text{ ou } \overline{A} \text{ ou } A^C$$

3.2 Relações

3.2.1 Par ordenado

Denomina-se *par* todo conjunto constituído de dois elementos, por exemplo $\{2, 4\}, \{a, b\}$. Conforme o conceito de igualdade conjuntos, temos que invertendo a

ordem dos elementos não produz um novo par:

$$\{2, 4\} = \{4, 2\}, \{a, b\} = \{b, a\}$$

Porém em Matemática existem situações, em que é necessário diferenciar dois pares pela ordem dos elementos. Por exemplo, considere o seguinte sistema de equações

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

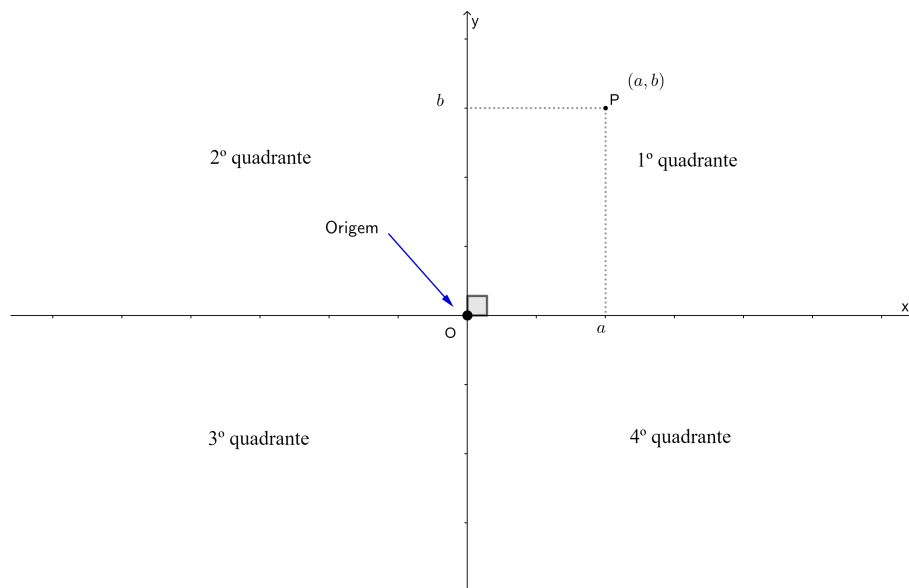
tem-se que $x = 3$ e $y = 2$ é solução, no entanto $x = 2$ e $y = 3$ não é solução. Se fossemos representar a solução por um conjunto teríamos que $\{3, 2\}$ seria solução e $\{2, 3\}$ não seria solução. Tal situação provoca uma contradição, visto que $\{3, 2\} = \{2, 3\}$. Diante disso, dizemos que a solução é o *par ordenado* $(3, 2)$, onde subentende-se que o primeiro elemento 3 representa a incógnita x e o segundo elemento 2 representa a incógnita y . Assim consideremos a seguinte noção de *par ordenado*. Para cada elemento a e cada elemento b , existe um terceiro elemento (a, b) a qual denominamos *par ordenado* tal que

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \text{ e } b = d$$

3.2.2 Sistema cartesiano ortogonal

Um sistema de eixos ortogonais também chamado de **plano cartesiano**, em homenagem a René Descartes, é formado por dois eixos perpendiculares, Ox e Oy , que se intersectam no ponto O , que é a origem do sistema cartesiano.

O eixo horizontal (Ox) é denominado **eixo das abscissas**, já o eixo vertical (Oy) é denominado **eixo das ordenadas**. Esses eixos ortogonais dividem o plano em quatro **quadrantes**, conforme indicado



fonte: autoria própria (2025)

Assim dado o ponto P da figura, tem-se que os números a e b são as **coordenadas cartesianas** do ponto P , em que a é **abscissa** e b a **ordenada**.

Portanto, tem-se que cada par ordenado corresponde a um ponto no plano cartesiano e cada ponto no plano cartesiano representa um par ordenado.

3.2.3 Produto cartesiano

Sejam A e B dois conjuntos não vazios, tem-se que o produto cartesiano de A por B é o conjunto $A \times B$, em que todos elementos são pares ordenados (x, y) cujo primeiro elemento pertence a A e o segundo termo a B .

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ e } y \in B\}$$

Exemplo:

Se $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 5\}$, logo

$$A \times B = \{(2, 2), (2, 5), (3, 2), (3, 5), (4, 2), (4, 5)\}$$

3.2.4 Relação binária

Sejam os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5, 6\}$, o produto cartesiano A por B é definido por

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ e } y \in B\}$$

constituído de $3 \cdot 4 = 12$ elementos, representados abaixo

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$$

Agora se considerarmos o conjunto de pares ordenados de (x, y) de $A \times B$ tais que $x|y$, tem-se que

$$R = \{(x, y) \in A \times B | x|y\} = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6)\}$$

que é denominado relação entre os elementos de A e de B , ou seja, uma relação binária de A em B .

Assim, sejam dois conjuntos A e B , denomina-se relação binária de A em B todo subconjunto R de $A \times B$

$$R \text{ é relação binária de } A \text{ em } B \leftrightarrow R \subset A \times B$$

Caso, os conjuntos A e B forem iguais, tem-se que todo subconjunto de $A \times A$ é denominado relação binária em A .

$$R \text{ é relação binária em } A \leftrightarrow R \subset A \times A$$

Quando um par (x, y) pertence a relação R , representamos xRy , ou seja

$$(x, y) \in R \leftrightarrow xRy$$

caso contrário, se o par (x, y) não pertence a relação R , representamos como x , ou seja

$$(x, y) \notin R \leftrightarrow x \not R y$$

Exemplo:

Seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{1, 3, 4\}$, determine os elementos da relação $R = \{(x, y) | x > y \text{ de } A \text{ em } B\}$

Os elementos de R é constituído por todos pares ordenados de $A \times B$ em que o primeiro elemento $x \in A$ é maior que o segundo $y \in B$, logo

$$R = \{(2, 1), (3, 1), (4, 1), (4, 3)\}$$

3.2.5 Domínio e imagem

Seja R uma relação de A em B . Tem-se que o domínio de R é o conjunto D formado por todos os primeiros elementos dos pares ordenados pertencentes a R

$$x \in D \iff \exists y, y \in B | (x, y) \in R$$

já a imagem de R é o conjunto Im formado por todos os segundos elementos dos pares ordenados pertencentes a R

$$y \in Im \iff \exists x, x \in A | (x, y) \in R$$

Dessa forma, $D \subset A$ e $Im \subset B$.

Exemplo: Qual é o domínio e a imagem da relação $R = \{(x, y) \in A \times B | x \text{ é divisor de } y\}$, dado os conjuntos $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$.

O conjunto relação é dado por

$$R = \{(2, 4), (2, 6), (2, 8), (3, 6), (4, 4), (4, 8)\}$$

logo, $D = \{2, 3, 4\}$ e $Im = \{4, 6, 8\}$

3.3 Funções

Definição

Dados dois conjuntos não vazios, A e B , uma relação f de A em B é uma função definida de A com imagens em B se, e somente se, para qualquer $x \in A$ existe um único

$y \in B$ tal que $(x, y) \in f$.

Notação das funções

Sendo toda função uma relação binária de A em B , logo, toda função é um conjunto de pares ordenados.

Assim dados os conjuntos A em B , a função f tem a seguinte lei de correspondência $y = f(x)$. E para indicarmos essa função f podemos utilizar a notação:

$$\begin{aligned} f : A &\longmapsto B \\ x &\longmapsto f(x) \end{aligned}$$

Domínio, contradomínio e conjunto imagem

Seja uma função f de A em B , denomina-se domínio da função (D), o conjunto A e contradomínio (CD) o conjunto B , isto é $D = A$ e $CD = B$.

Denomina-se imagem de f o conjunto Im dos elementos $y \in B$, o qual representa o valor assumido pela função f para $x \in A$, logo $Im \subset B$.

Exemplo: Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e considerando a função $f : A \mapsto B$ a qual transforma $x \in A$ em $x + 1 \in B$. Determine o domínio, contradomínio e imagem.

Temos que o domínio é $D = A = \{1, 2, 3\}$, contradomínio $CD = B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ e imagem $Im = \{2, 3, 4\}$.

3.4 Função afim

Definição: É uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, do tipo $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$, tal que $a \neq 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplo: $f(x) = 3x - 2$, em que $a = 3$ e $b = -2$.

3.4.1 Casos particulares da função afim

Função linear

É uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax$, com $a \in \mathbb{R}$, tal que $a \neq 0$.

A função linear é um caso especial de função afim, que obtém-se quando $b = 0$, por exemplo $f(x) = 2x$, em que $a = 2$ e $b = 0$.

Função identidade

É uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$.

A função recebe esse nome devido ao fato de cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa-se a ele mesmo.

3.4.2 Valor de uma função afim

Para $x = x_0$, tem-se que o valor de uma função afim $f(x) = ax + b$, é definido por $f(x_0) = ax_0 + b$.

Exemplo: Seja a função $f(x) = 3x + 1$, então para $x = 2$ o valor da função é dado por

$$f(2) = 3 \cdot 2 + 1 = 6 + 1 = 7$$

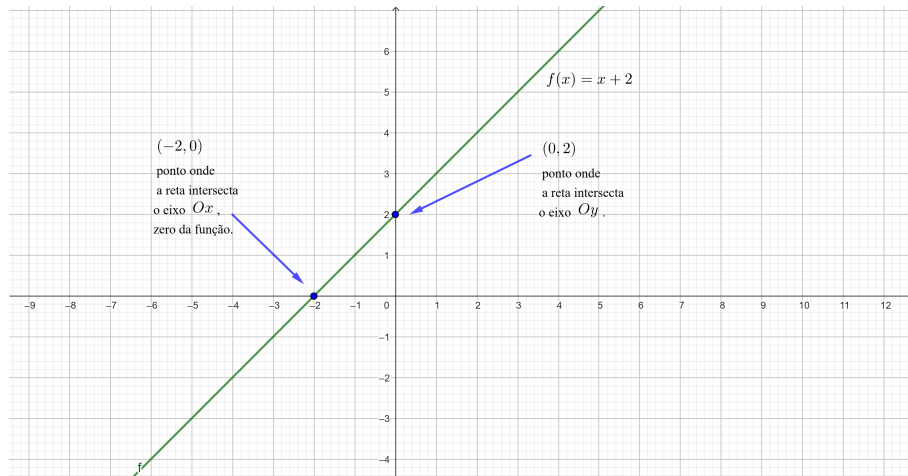
3.4.3 Gráfico de uma função afim

O gráfico de uma função afim $f(x) = ax + b$ é dado por uma reta, em que

- a é o coeficiente angular ou declividade da reta.
- b é o coeficiente linear da reta e a ordenada do ponto onde a reta intersecta o eixo Oy , pois para $x = 0$ tem-se que $f(0) = a \cdot 0 + b = b$.
- o ponto onde a reta intersecta o eixo Ox é chamado zero da função, ou seja, quando $y = 0$, logo $0 = ax + b \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -b/a$. Assim o ponto de

intersecção é $(-b/a, 0)$.

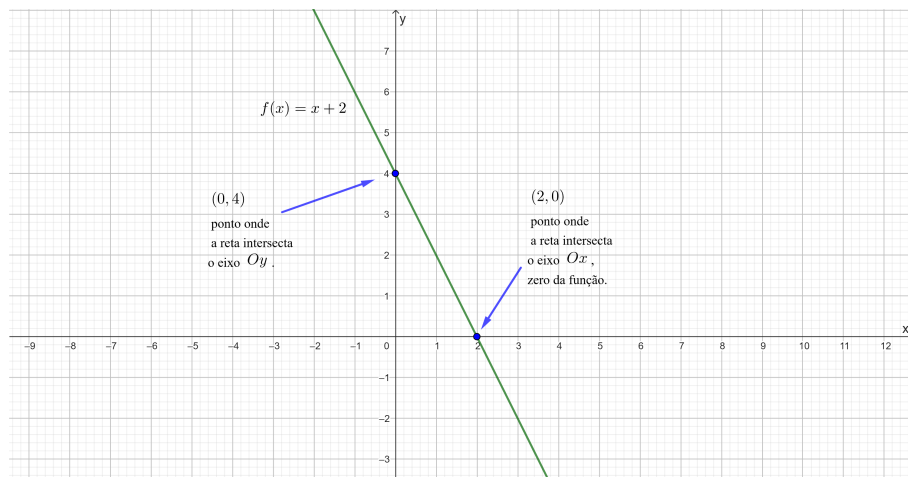
$$f(x) = x + 2$$



fonte: autoria própria (2025)

Como $a = 1 > 0$, a reta é ascendente, ou seja, quando $a > 0$ tem-se uma função crescente.

$$f(x) = -2x + 4$$



fonte: autoria própria (2025)

Como $a = -2 < 0$, a reta é decrescente, ou seja, quando $a < 0$ tem-se uma função decrescente.

3.5 Função quadrática

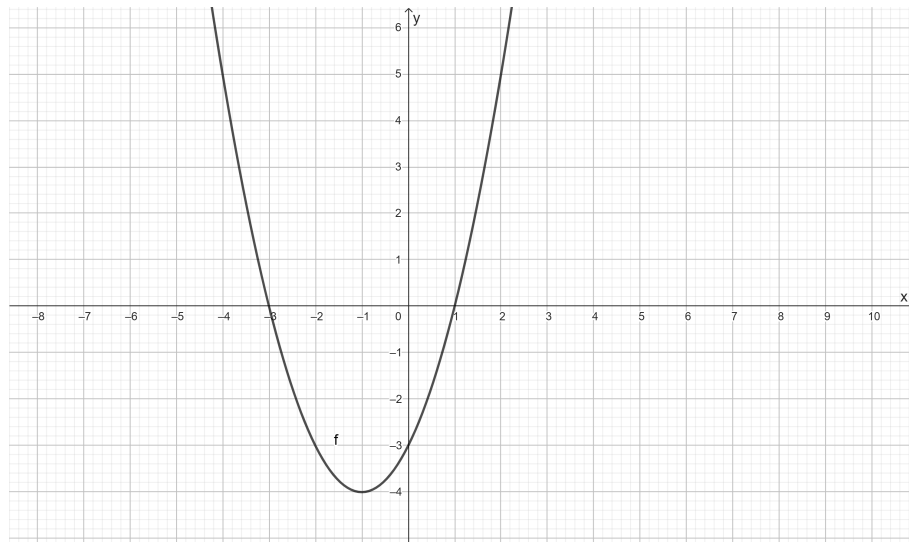
Definição

É uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$, tal que $a \neq 0$, para cada $x \in \mathbb{R}$.

Exemplo: $f(x) = x^2 - 5x + 6$, onde $a = 1, b = -5, c = 6$.

3.5.1 Gráfico

O gráfico da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é uma parábola.



fonte: autoria própria (2025)

[I.] Se $a > 0$, a concavidade da parábola é voltada para cima. Se $a < 0$, a concavidade da parábola é voltada para baixo. A intersecção da parábola com o eixo das abscissas Ox em um ou dois pontos, é chamada zeros da função, sendo obtido através da resolução da equação $ax^2 + bx + c = 0$ utilizando a fórmula resolutive

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ em que } \Delta = b^2 - 4ac.$$

- Se $\Delta > 0$ a equação apresenta duas raízes reais distintas.
- Se $\Delta = 0$ a equação apresenta uma raiz real.

- Se $\Delta < 0$ a equação não apresenta raízes reais.

A intersecção da parábola com o eixo das ordenadas Oy é ponto $(0, c)$, pois tomando $x = 0$ tem-se $y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow y = c$. O vértice da parábola é o ponto $V = (\frac{-b}{a}, \frac{-\Delta}{4a})$.

3.5.2 Estudo da função

Mínimo

Seja a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, se $a > 0$ então a função admite valor máximo, portanto, o vértice V é chamado ponto máximo.

Máximo

Seja a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, se $a < 0$ então a função admite valor mínimo, portanto, o vértice V é chamado ponto mínimo.

Capítulo 4

Procedimentos metodológicos

4.1 Características da pesquisa, público alvo

O presente estudo apoiou-se em pressupostos da pesquisa quali-quantitativa de cunho exploratório, sendo desenvolvido por meio de um estudo em sala de aula, em que a revisão de literatura e aplicação de sequência didática foram utilizadas como ferramentas de coleta de dados.

Em relação a pesquisa quali-quantitativa Schneider, Fujii e Crazza (2017) afirmam que este tipo de pesquisa permite uma análise estrutural do problema com métodos quantitativos e uma análise processual mediante métodos qualitativos. Para Gatti (2004), as abordagens quali-quantitativa podem ser vistas como complementares em vez de opostas, uma vez que os métodos utilizados

[...] que se traduzem por números podem ser muito úteis na compreensão de diversos problemas educacionais. Mais ainda, a combinação deste tipo de dados com dados oriundos de metodologias qualitativas, podem vir a enriquecer a compreensão de eventos, fatos, processos. As duas abordagens demandam, no entanto, o esforço de reflexão do pesquisador para dar sentido ao material levantado e analisado. (GATTI, 2004, p. 13).

Já no que diz respeito ao aspecto exploratório, Gil (2017) enfatiza que a pesquisa

exploratória possibilita uma compreensão mais aprofundada do problema, facilitando sua análise e contribuindo para a formulação de hipóteses.

Conforme Yin (2001) o estudo de caso é um método de pesquisa que busca compreender um fenômeno dentro de seu contexto real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente definidos. Ele destaca que esse tipo de estudo é particularmente adequado para responder a perguntas do tipo "como" e "por quê", sendo útil em situações nas quais o pesquisador tem pouco controle sobre os eventos em análise.

A pesquisa foi desenvolvida na EEMTI Adahil Barreto, localizada na Rua Manoel Viração, nº 222 – Vila Nova, na cidade de Cariús, Ceará, envolvendo um grupo de 20 alunos voluntário, do terceiro ano do ensino médio. A escolha desse público foi motivada por diversos fatores. Primeiramente, os alunos dessa série são submetidos a importantes avaliações externas, como SPAECE e SAEB, além de estarem se preparando para o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), que é fundamental para o seu ingresso no ensino superior.

Outro ponto relevante é que o conteúdo de funções quadráticas já foi visto por esses alunos na primeira etapa do ensino médio, o que possibilita observar seus conhecimentos prévios e identificar possíveis lacunas na aprendizagem, bem como realizar uma comparação com os resultados obtidos após a aplicação da pesquisa.

Por fim, o assunto de funções quadráticas é recorrente nas avaliações externas, assim, compreender este conteúdo é essencial para que os alunos tenham resultados favoráveis nesses exames e uma aprendizagem consolidada.

4.2 Procedimentos para levantamento de dados

Inicialmente na pesquisa, fez-se necessário uma revisão de literatura, em que segundo Brizola e Fantin (2016, p. 24) a revisão “poderá ser muito útil, uma vez que, sendo bem-feita, poderá evitar futuros dissabores, como por exemplo, descobrir que a

“roda já foi inventada”, que a sua pesquisa é algo já dito, já investigado”.

Para o levantamento bibliográfico desse trabalho foi utilizado a plataforma *Google Acadêmico*. A pesquisa foi norteada por algumas palavras-chave "tecnologias e educação", "matemática e tecnologias", "matemática e aprendizagem". Devido à grande gama de trabalhos encontrados durante a pesquisa, foi necessário estabelecer um período, sendo este de 2010 a 2024.

Para definir os arquivos a serem utilizados na pesquisa, foi realizada uma leitura minuciosa dos resumos de cada trabalho, como forma de selecionar aqueles que partilhavam com objetivo a qual se propõe a pesquisa, assim foram descartados os trabalhos que remetiam à educação superior, visto que o presente estudo é voltado para aprendizagem matemática na educação básica, em particular o ensino médio. Ao final, foi realizada uma discussão teórica com os trabalhos levantados, com a finalidade de propor uma reflexão acerca da aplicação das tecnologias na educação.

A segunda etapa da pesquisa consistiu na realização de um estudo com os alunos participantes, sendo realizado, inicialmente, a aplicação de uma avaliação diagnóstica com o objetivo de verificar os seus conhecimentos prévios em relação ao conteúdo de função polinomial do segundo grau, bem como orientar o desenvolvimento da sequência didática. A avaliação foi composta por dez questões selecionadas de exames como o Spaece, o Saeb e o Enem, abrangendo diferentes aspectos conceituais e procedimentais da função quadrática.

Após a aplicação da avaliação, realizou-se uma revisão teórica, com uma duração de 2 h/a, abordando os principais conceitos da função quadrática. Nessa ocasião, também foi apresentado um feedback pedagógico aos alunos, por meio da correção comentada das questões da avaliação diagnóstica. Finalizado a etapa de revisão, iniciou-se o processo de desenvolvimento de atividades com o uso do software Maxima, baseadas no manual elaborado por Souza (2016) em sua dissertação.

É importante destacar, que este momento foi desafiador, visto que a autora

desta pesquisa tentou instalar o software nos computadores da escola, todavia não foi possível devido o sistema operacional utilizado não permitir. Dessa forma, para dar continuidade ao estudo, optou-se pelo uso de notebooks emprestados que operavam com o sistema operacional *Windows*. Como a quantidade de notebooks disponíveis não foi suficiente para atender a todos os alunos, foi necessário que eles se organizassem em trios e duplas.

Por fim, ao término da sequência de aulas, aplicou-se uma segunda avaliação, baseada na primeira com o objetivo de analisar o desempenho dos alunos e possíveis avanços. Além disso, foi aplicado um questionário na plataforma google forms com dez perguntas sobre o software *Maxima* e sua contribuição para aprendizagem dos alunos.

O instrumental utilizado nas aulas, assim como as avaliações aplicadas e os questionários, encontram-se no apêndice deste trabalho. O manual de Silva (2016), utilizado como suporte para a aplicação das aulas com o uso do software *Maxima*, está disponível nos anexos.

4.3 Procedimentos para análise e interpretação de dados

A análise e interpretação de dados qualitativos estão apoiadas na Análise de Conteúdo de Bardin (2009), que é dividida em três etapas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados, inferência e interpretação. Segundo a autora, essa metodologia é definida como um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que tem por objetivo obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos, a descrição do conteúdo das mensagens, possibilitando a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção e recepção dessas mensagens.

Então inicialmente realizou-se a "pré-análise", que de acordo com a autora, objetiva organizar e planejar a análise dos dados. Dessa forma, iniciou-se um estudo sobre

os conhecimentos prévios do público participante da pesquisa por meio da aplicação de uma avaliação diagnóstica. Em seguida partiu-se para aplicação da sequência de aulas, por fim aplicou-se uma segunda avaliação com questões sobre o conteúdo estudado e um questionário na plataforma Google Forms como forma de identificar a concepção dos alunos em relação o software Maxima.

Após essa etapa, deu início a exploração do material, obtido durante a aplicação da sequência, e tratamento dos resultados, inferência e interpretação, que permitiu organizar os resultados em três tópicos: avaliação diagnóstica: conhecimentos prévios dos alunos; segunda avaliação: observando os avanços; Aplicativo Maxima como ferramenta no processo de aprendizagem: concepção dos alunos.

No capítulo seguinte é possível observar a discussão dos três tópicos.

Capítulo 5

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo tem o propósito de apresentar os resultados obtidos na aplicação das avaliações sobre função quadrática, buscando discutir os percentuais de acertos dos alunos, identificando suas principais dificuldades em relação a esta temática, bem como relacionar os resultados com a literatura estudada.

O primeiro item do capítulo, traz uma discussão acerca dos resultados obtidos na avaliação diagnóstica, aplicada antes da sequência didática, procurando identificar os conhecimentos prévios dos alunos e suas maiores dificuldades.

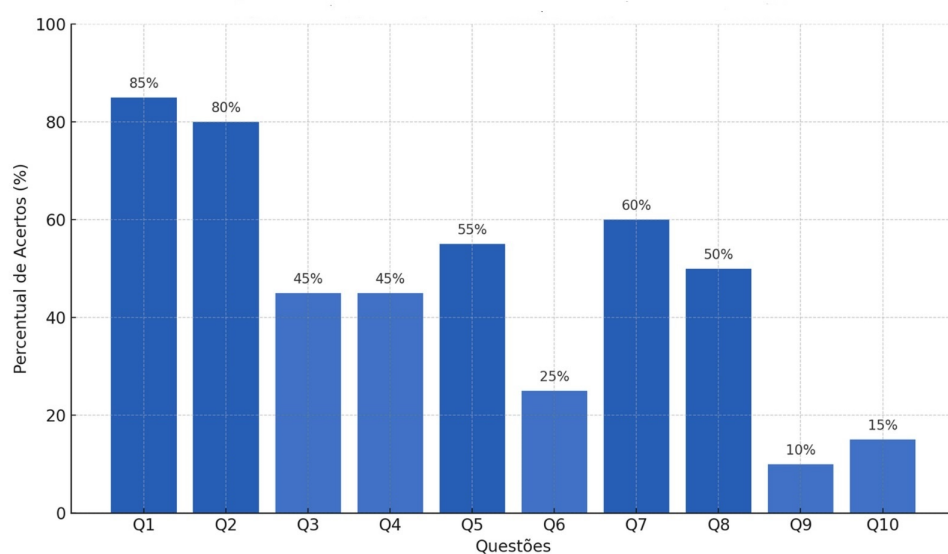
No segundo item, realiza-se uma discussão acerca dos resultados obtidos na avaliação aplicada após a realização das sequências didáticas sobre o conteúdo de função quadrática, desenvolvidas com o auxílio do software Maxima, buscando identificar os avanços obtidos pelos estudantes.

Por fim, o último tópico apresenta uma análise dos dados coletados por meio da aplicação de um questionário elaborado na plataforma Google Forms. Neste item, discutem-se os resultados relacionados à opinião dos alunos sobre o uso do software Maxima durante o processo de aprendizagem de funções quadráticas, com o objetivo de compreender de que maneira a utilização da tecnologia influenciou a compreensão dos conceitos e o desempenho acadêmico dos estudantes.

5.1 Avaliação diagnóstica: conhecimentos prévios dos alunos

A avaliação diagnóstica era constituída de 10 questões, voltadas para diferentes aspectos relacionados a função quadrática. A seguir, são apresentados os percentuais de acerto por questão, calculados a partir das respostas dos 20 alunos participantes, que serão denominados nesta pesquisa como aluno 1, aluno 2, até aluno 20.

Figura 5.1.1: Percentual de acerto por questão - Avaliação Diagnóstica



Fonte: Autoria própria (2025)

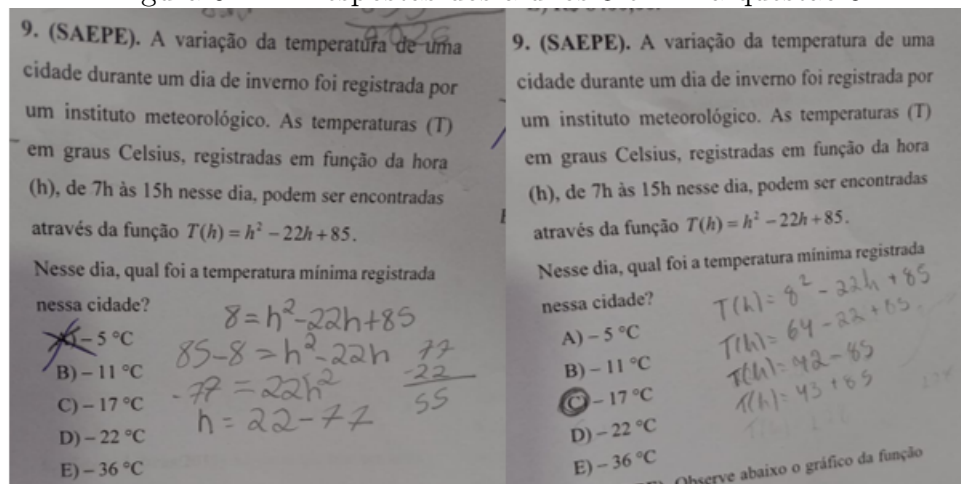
As duas primeiras questões da avaliação solicitavam que o aluno observando o gráfico de uma função quadrática determinasse o valor para qual a função atingia o seu ponto máximo, ou seja, que encontrasse a abscissa do vértice da parábola. Para isto bastava calcular a média aritmética das raízes da função. Nessas questões dos 20 alunos que realizaram a avaliação 17 acertaram a primeira e 16 a segunda, o que representa 85% e 80% respectivamente. Assim, com base nestes resultados verifica-se uma quantidade significativa de discentes que possivelmente apresentam uma aprendizagem consolidada em relação a este aspecto.

A terceira, quinta, oitava e nona questão também estavam relacionadas ao con-

ceito de ponto máximo ou mínimo de uma função polinomial do segundo grau. Para determinar a solução era necessário encontrar o valor mínimo ou máximo da função utilizando as fórmulas do vértice de uma parábola. Apesar de tratarem do mesmo assunto, a questão nove apresentou o menor percentual de acerto, com apenas 10%, enquanto a terceira 45%, a quinta 55% e a oitava 50%.

Analisando as respostas dos alunos na questão nove em que apenas 2 acertaram, observa-se uma grande dificuldade por parte dos alunos, sem saber os comandos a realizar para solucionar a questão.

Figura 5.1.2: respostas dos alunos 3 e 12 na questão 9



Fonte: Autoria própria (2025)

Com base nas respostas dos alunos 3 e 12, aparentemente um tomou $T(h) = 8$, substituiu na função e não conseguiu finalizar os cálculos cometendo passos matematicamente errados. Já o outro pensou em $h = 8$ e também começou a substituir na função, porém não obteve nenhum êxito. No fim não conseguindo respostas favoráveis os alunos acabaram marcando uma alternativa aleatória ao que tudo indica.

De acordo com essas respostas, percentuais e contextos das questões, percebe-se que os alunos apresentam dificuldades em resolver problemas relacionados a essa abordagem. Provavelmente alguns não lembram mais de conceitos fundamentais ou tem dificuldades quanto a sua interpretação, em que não consegue identificar quando

a questão solicita abscissa ou ordenada do vértice.

Em relação ao esquecimento de conteúdos trabalhados em séries anteriores Pacheco e Andreis (2018) afirmam ser uma das causas relacionadas a dificuldades dos alunos na aprendizagem matemática.

Ao analisar a quarta questão depara-se com um resultado aquém do esperado, em que apenas 45% dos alunos obtiverem êxito. O problema apresentava uma situação em que as coordenadas do ponto mínimo de uma parábola estava apagado, solicitando que o aluno indicasse estas coordenadas. Para isto, bastava observar que o vértice pertencia ao quarto quadrante, logo sua ordenada teria valor negativo. É importante ressaltar que apenas uma alternativa apresentava esta característica, ou seja, dado que era uma questão consideravelmente simples, esperava-se um percentual de acerto mais expressível.

Por fim, as questões 6, 7 e 10 estavam relacionadas a encontrar a lei de formação da função quadrática a partir do gráfico apresentado. Na questão 6, apenas 25% dos alunos conseguiram responder corretamente, indicando uma dificuldade significativa na interpretação do gráfico e na identificação da equação correspondente. Já na questão 7, o índice de acertos foi de 60%, sugerindo uma melhor compreensão desse tipo de exercício. Entretanto, na questão 10, o percentual de acertos é de apenas 15%, evidenciando um maior desafio na determinação da expressão algébrica da função nesse caso específico.

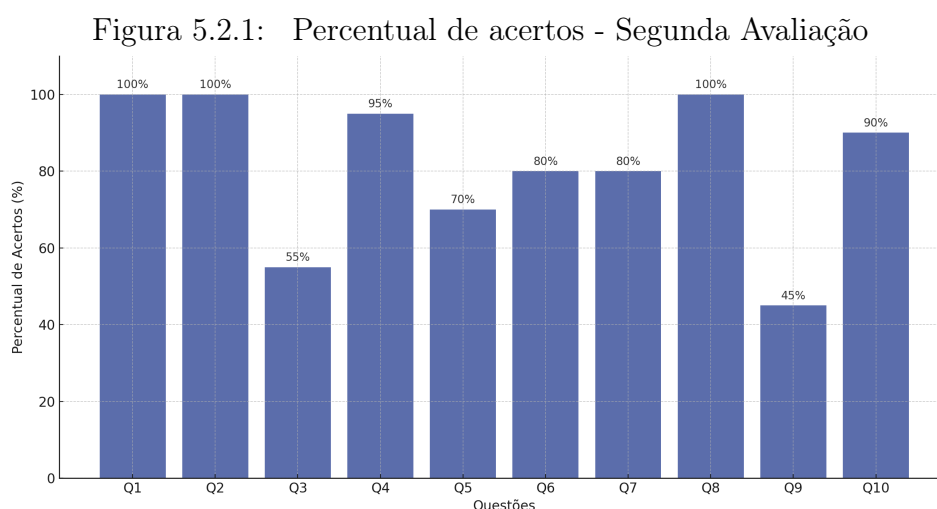
Analisando os resultados da avaliação diagnóstica, infere-se que os alunos aparentemente apresentaram dificuldades na resolução dos problemas de função polinomial do segundo grau, mesmo sendo um conteúdo referente a primeira série do ensino médio. Os percentuais apontaram que os discentes não tinham uma aprendizagem consolidada sobre o conteúdo em destaque ou acabaram esquecendo conceitos importantes, que eram necessários para resolução das questões.

Este levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos, permitiu identificar as

principais dificuldades dos sujeitos da pesquisa e consequentemente contribuiu para nortear o desenvolvimento do estudo, quais aspectos do conteúdo de função quadrática era necessário um maior foco durante a revisão, para que fosse possível aplicar as atividades no software Maxima.

5.2 Segunda avaliação: observando os avanços

Após a aplicação da avaliação diagnóstica, e das aulas de revisão do conteúdo de função quadrática e resolução de questões utilizando o aplicativo Maxima, foi proposto uma nova avaliação, seguindo o mesmo padrão das questões aplicada na avaliação diagnóstica, como forma de realizar uma comparação entre os resultados dos dois testes e verificar possíveis avanços, observando também se o aplicativo Maxima contribuiu de alguma forma. Abaixo é possível observar o percentual de acerto por questão.



Fonte: Autoria própria (2025)

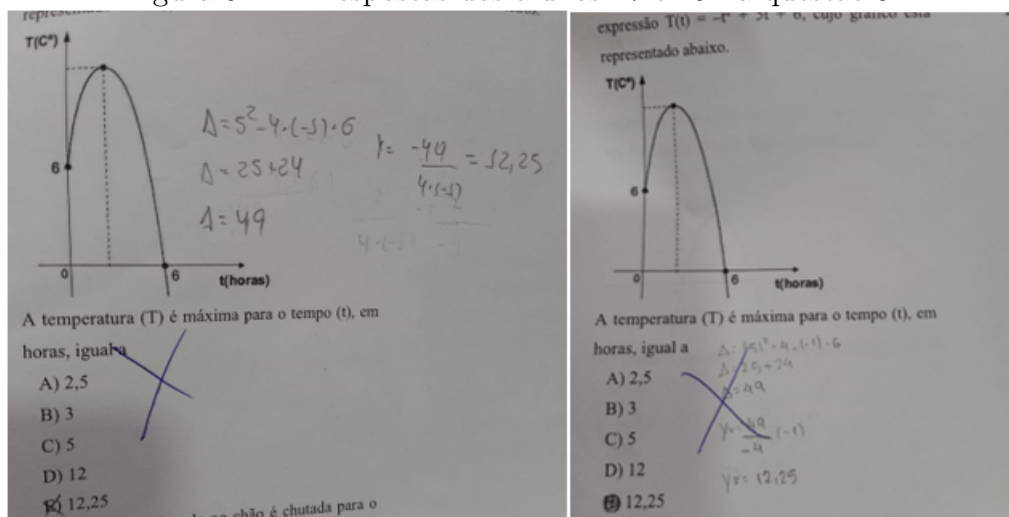
A primeira e segunda questão apresentavam situações relacionadas ao cotidiano envolvendo funções quadráticas, sendo fornecido o seu gráfico, com suas raízes explicitamente indicadas. Cada problema perguntava o valor para qual a função atingia seu ponto máximo. Assim os percentuais de acertos nas duas questões foram de 100%, representando um aumento 15% e 20% em relação a primeira e segunda questão da

primeira avaliação, respectivamente.

As questões de número três, cinco, oito e dez, que abordavam o valor máximo da função, obtiveram taxas de acerto de 55%, 70%, 100% e 90%, respectivamente. Em comparação com os resultados da primeira avaliação, verifica-se um aumento expressivo, pois, naquela ocasião, as questões do mesmo contexto apresentaram um percentual máximo de acertos de 55% e mínimo de apenas 10%. Já no teste em estudo, esses percentuais foram de 100% e 55%, respectivamente. Esse aumento significativo sugere que houve um progresso na compreensão do conceito de valor máximo da função, tais resultados podem ser adivindos dos estudos desenvolvidos, que permitiram uma maior familiaridade dos alunos com o tema.

Em contrapartida, ao analisar a questão 9, que fornecia a expressão algébrica de uma função polinomial do segundo e seu gráfico, observou-se que apenas 45% dos alunos conseguiram encontrar o valor para o qual a função era máxima.

Figura 5.2.2: respostas dos alunos 17 e 19 na questão 9.



Fonte: Autoria própria (2025)

Verifica-se que parte dos discentes efetuaram o cálculo da ordenada do vértice em vez da abscissa, o que indica uma confusão conceitual. Tal situação mostrou ainda uma certa persistência do que foi observado na avaliação diagnóstica, a realização de

interpretação dos problemas de maneira errônea. Também, é preciso por em discussão que o fato da questão utilizar a notação $T(t)$ para temperatura e t para o tempo, pode ter gerado dúvidas contribuindo para a quantidade de respostas incorretas, visto que os alunos estão habituados as notações $f(x)$ e x .

Por fim, ao analisar o desempenho nas questões 6 e 7, que exigiam a identificação da expressão algébrica correspondente ao gráfico dado, constatou-se um percentual de acerto de 80% em ambas. Isso representa um resultado expressivo, especialmente quando comparado ao primeiro teste, no qual as três questões sobre o mesmo tema tiveram índices de acerto de 25%, 15% e 60%. Isso indica uma melhoria significativa na aprendizagem, com um aumento de 65 pontos percentuais em relação à questão com menor desempenho, demonstrando um progresso claro na compreensão desse conceito.

No entanto, não é possível afirmar com certeza que os sujeitos da pesquisa conseguem determinar a lei de formação de qualquer gráfico de uma função quadrática, pois a avaliação foi composta por questões de múltipla escolha. Nesse formato, as questões 6 e 7 poderiam ser resolvidas apenas observando o sinal do coeficiente a e o valor do coeficiente c . Assim, não há garantia de que os alunos conseguiriam determinar a expressão algébrica corretamente em uma questão dissertativa, sem opções de resposta para guiar sua análise.

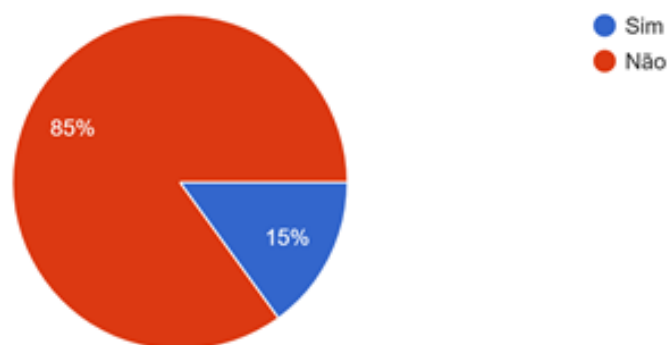
5.3 Aplicativo Maxima como ferramenta no processo de aprendizagem: concepção dos alunos

Nas duas primeiras perguntas do formulário, buscou-se identificar se os alunos já haviam tido contato prévio com softwares matemáticos, como o Maxima, e como avaliavam sua familiaridade com computadores e tecnologias digitais. As respostas a essas questões podem ser visualizadas nos Gráficos 01 e 02.

Gráfico 01: experiência prévia com softwares matemáticos.

Você já teve contato anterior com softwares matemáticos como o Maxima?

20 respostas

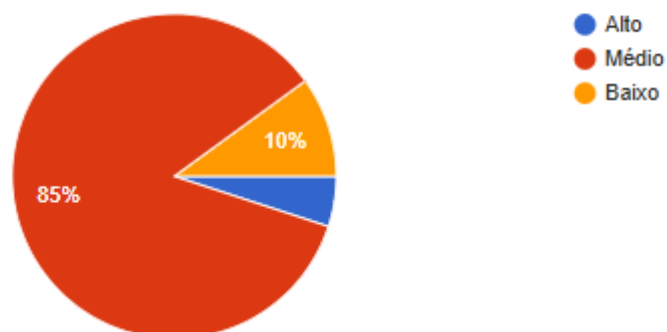


Fonte: Autoria própria (2025)

Gráfico 02: Nível de familiaridade com computadores e ferramentas digitais .

Como você classificaria seu nível de familiaridade com o uso de computadores e tecnologias digitais?

20 respostas



Fonte: Autoria própria (2025)

De acordo com o Gráfico 01, observa-se que, dos 20 alunos que participaram da pesquisa, 85% ,ou seja, 17 estudantes não possuíam experiência prévia com softwares matemáticos. Quanto ao nível de familiaridade com computadores e ferramentas digitais, conforme apresentado no Gráfico 02, 85% dos discentes declararam ter nível médio de familiaridade, 10% relataram nível baixo e apenas 5% (correspondente a 1

aluno) afirmaram possuir nível alto.

Em seguida, na terceira pergunta, solicitou-se que os discentes descrevessem, de forma geral, como foi sua experiência ao utilizar o software Maxima. Uma parte significativa destacou que o programa se mostrou eficiente e interessante, especialmente por oferecer diversas funcionalidades aplicáveis ao estudo das funções quadráticas. Muitos apontaram que o Maxima facilitou a visualização de gráficos, a resolução de cálculos algébricos e a compreensão dos conceitos envolvidos. Como destacou um aluno: “O Maxima facilitou a visualização dos gráficos e a resolução de cálculos algébricos que, manualmente, poderiam ser mais trabalhosos. A possibilidade de obter rapidamente as raízes, o vértice e a representação gráfica das funções ajudou a compreender melhor o comportamento das parábolas.” Outro estudante reforça esse ponto de vista ao afirmar: “Foi muito agradável e produtiva.”

Além disso, houve comentários que ressaltaram o caráter inovador e motivador da atividade com o uso do software, como exemplifica o depoimento: “Muito boa, achei inovador, uma ferramenta que auxilia muitos alunos e que poucos conhecem, acredito que poderia ter mais visibilidade.” Outro comentou: “O aplicativo é uma ferramenta muito importante e nos ajudou bastante na resolução das funções quadráticas. Achei muito bom e recomendo para outras pessoas usarem.”

Entretanto, apesar do reconhecimento das potencialidades proporcionadas pelo aplicativo, também foram apontadas dificuldades, sobretudo relacionadas à usabilidade do software. Alguns alunos mencionaram que o manuseio requer atenção redobrada aos comandos e à digitação, o que pode tornar a experiência desafiadora para aqueles que não possuem familiaridade com tecnologias digitais ou com a linguagem do programa. Um dos participantes afirmou: “É um pouco difícil de usar porque, não tendo prática de digitação e não sabendo os códigos, é meio complicado. Mas é muito útil, caso você seja experiente.” Um segundo participante reforça, “O software Maxima é um pouco difícil de manusear, tem que prestar muita atenção aos comandos; qualquer erro já altera o resultado.”

As dificuldades relatadas por esses alunos, são as mesmas vivenciada por uma professora participante da pesquisa de Neves e Nagamine (2013), que enfrentou problemas durante a resolução de uma questão no programa, dado ao fato de não ter se apropriada efetivamente dos comandos a serem utilizados no programa.

Nesta mesma linha de pensamento, Souza (2018) afirma que uma das desvantagens da utilização do programa Maxima é a sua linguagem, uma vez que apresenta comandos em inglês, sendo isso uma barreira no primeiro contato com o software. Todavia a vantagens em usá-lo ultrapassam as dificuldades iniciais.

Ainda assim, mesmo entre os que enfrentaram obstáculos, a percepção geral foi positiva. Boa parte dos estudantes constataram que, apesar das dificuldades iniciais, conseguiram se adaptar e aproveitar a experiência. Como expressou um discente: “Foi um pouco complicado no começo, mas depois ele ajudou muito a compreender um pouco mais sobre função quadrática.” Outro complementa: “Inicialmente não foi uma tarefa fácil, visto que precisávamos manusear adequadamente cada tecla, cada sinal e prestar atenção em cada instrução do software. Mas foi incrível, pois ao realizar as operações, vimos passo a passo como funcionava a função, de como deveríamos fazer mesmo que em escrito. Simplesmente magnífico.”

A fala desses alunos, validam o discurso de Souza e Souza (2010), os quais declaram que os recursos tecnológicos contribuem para aprendizagem dos alunos, principalmente para aqueles que apresentam dificuldades, visto que é uma forma de provocar o interesse e motivação desses sujeitos.

Quando questionados sobre a contribuição do aplicativo Maxima para a compreensão dos conceitos relacionados a função quadrática, grande parte dos alunos relataram que o uso do aplicativo teve um impacto significativo em sua aprendizagem. Apenas dois, dentre os 20 participantes, afirmaram que o Maxima não contribuiu de forma relevante. Um desses alunos justificou sua resposta, destacando que esteve focado em aprender os comandos do programa, por se tratar de uma ferramenta nova, do

que o conteúdo matemático propriamente dito. Os demais reconheceram a importância do aplicativo no seu processo de aprendizagem. A seguir, destacam-se as respostas de dois desses alunos:

"Sim, pois apresentava como resolver a função do início ao fim e ainda montava um gráfico para uma melhor visualização, eu achei perfeito pois consegui aprender bastante, e até o momento estou usando o software para estudos em casa. "

"Sim, foi possível visualizar rapidamente os gráficos das funções, identificar o formato das parábolas, localizar o vértice e as raízes de maneira prática. Além disso, consegui entender melhor a relação entre a expressão algébrica e a representação gráfica, o que facilitou a interpretação e a análise das funções. "

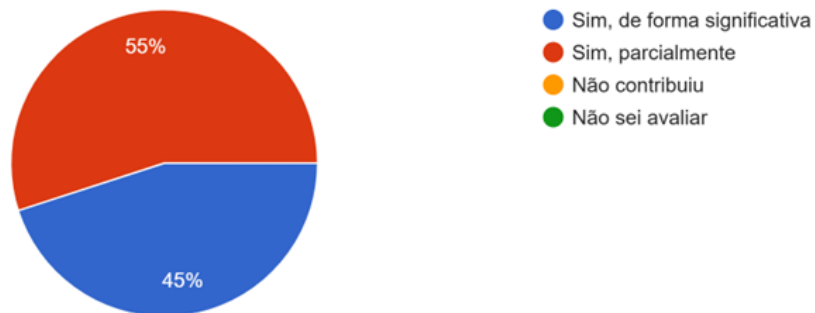
Os dados obtidos na pesquisa revelam que a utilização do software Maxima contribuiu positivamente para o processo de aprendizagem dos alunos, principalmente no que se refere à compreensão de conceitos abstratos como expressão algébrica de uma função e sua representação gráfica. Essa percepção é reforçada nas respostas dos discentes, que relataram ter conseguido visualizar de forma mais concreta os conteúdos ensinados, o que evidencia a importância da tecnologia no ensino da matemática, conforme destacado por Lima e Rocha (2022).

No que se refere ao ensino de matemática, em alguns assuntos, como Geometria, funções, aritmética e entre outros, o uso das tecnologias digitais pode contribuir para melhor compreensão a partir de aplicações que fazem sentido para o aluno, pois consegui ver algo concreto relacionado ao assunto ensinado pelo professor. (Lima, Rocha, 2022, p. 730)

Os comentários realizados pelos participantes da pesquisa nas terceira e quarta perguntas, a respeito da utilização do aplicativo na construção do gráfico de uma função quadrática, são corroborados pelos dados apresentados no Gráfico 03. Ao serem questionados se o programa facilitou a visualização e interpretação dos gráficos das funções quadráticas, todos responderam que sim, sendo que 55% consideraram que a contribuição foi parcial e 45% avaliaram como significativa.

Gráfico 03: Avaliação do Impacto do Maxima na Compreensão dos Gráficos de Funções Quadráticas.

O Maxima facilitou a visualização e interpretação dos gráficos das funções quadráticas?
20 respostas

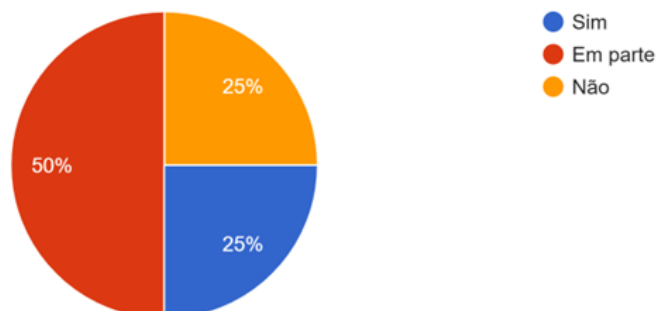


Fonte: Autoria própria (2025)

Já no gráfico 04 a seguir, podemos verificar a percepção dos alunos quando perguntado se acreditavam que o software foi um dos principais responsáveis pela sua aprendizagem em relação o conteúdo de função quadrática.

Gráfico 04: O Maxima como Fator de Aprendizagem em Função Quadrática: Opinião dos Alunos.

Você acredita que o software foi um dos principais responsáveis pela sua aprendizagem em relação o conteúdo de função quadrática?
20 respostas



Fonte: Autoria própria (2025)

Observa-se que 25% dos participantes afirmaram que o software foi fundamental para a aprendizagem do conteúdo de função quadrática, enquanto 50% indicaram que o Maxima contribuiu parcialmente e os demais 25% afirmaram que ele não teve papel relevante. Essas duas últimas porcentagens podem estar, aparentemente, relacionadas ao fato de alguns alunos já possuírem um conhecimento prévio sobre o tema, como foi enfatizado por um estudante na terceira pergunta do formulário: "De forma geral, já tinha bastante conhecimento sobre o conteúdo, mas o Maxima me ajudou a aprofundar mais."

Por fim, no questionário foi realizado a seguinte pergunta "Você considera que o software Maxima é um recurso adequado e eficaz para ser utilizado nas aulas de matemática?" Com base nas respostas dos participantes, verificou-se que estes apresentam uma percepção positiva sobre o uso do software Maxima como recurso de apoio nas aulas de matemática. A maioria considerou o programa útil, destacando sua capacidade de tornar a aprendizagem mais visual, prática e dinâmica. Essa valorização está em consonância com autores como Magnago et. al (2024), enfatiza que as tecnologias digitais são capazes de tornar a aprendizagem mais interativa, permitindo que o estudante explore novos conceitos e desenvolvam habilidades críticas. Nessa perspectiva, Lima e Rocha (2022) que incentivam o uso das tecnologias em sala de aula, para a explicação de conteúdos matemáticos.

Contudo, os relatos dos alunos também indicam a necessidade de equilíbrio entre o uso das tecnologias e as abordagens tradicionais. De acordo com um participante muitos estudantes têm preferência por aulas expositivas no quadro, por considerarem esse método mais eficiente para fixar o conteúdo. Isso aponta para a importância de integrar o uso do Maxima de forma complementar e não substitutiva, respeitando os diferentes estilos de aprendizagem. .

Outro aspecto relevante observado é a ênfase no papel do professor como mediador do processo de ensino com tecnologia. Um aluno condicionou o uso eficaz do Maxima à orientação docente, como evidencia-se na sua fala: "Sim. Contanto que seja

com o auxílio do professor e seja apresentado com instruções”. Isso corrobora a ideia de Santos (2023), o qual destaca o professor como elemento fundamental no processo de inserção das tecnologias na educação.

Além disso, de acordo com alguns depoimentos percebe-se que, embora o software seja eficaz, a sua utilização depende do nível de familiaridade do aluno com recursos tecnológicos, como já discutido em respostas anteriores. Porém, mesmo aqueles que relataram dificuldades reconheceram o potencial do Maxima em contribuir para uma aprendizagem mais ativa, investigativa e autônoma.

Capítulo 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa foi motivada pela experiência profissional da autora, que observou as dificuldades dos alunos na resolução e interpretação de problemas sobre função quadrática. Considerando a relevância da temática, pode-se inferir que os resultados obtidos possam contribuir para novas discussões no meio acadêmico a respeito da utilização do software Maxima nas aulas de matemática.

O referido trabalho teve o objetivo de investigar o impacto da utilização das tecnologias digitais no ensino da matemática, particularmente a aplicação do software Maxima para o estudo de funções quadráticas. A partir da literatura estudada observou-se que diversos pesquisadores (Lima; Rocha, 2022; Nóbrega et al, 2022; Pereira; Costa; Alves, 2019; Silva, 2023) tem se dedicado a estudar aspectos relacionados a utilização da tecnologias na educação, especialmente na matemática.

A comparação entre resultados obtidos nas duas avaliações aponta para uma melhora significativa na compreensão dos alunos a respeito dos conceitos de função quadrática, principalmente no que se refere à determinação do ponto máximo ou mínimo da função e à interpretação de gráficos. Isto indica que o uso do software Maxima aliado a mediação do professor contribuiu para superar parte das dificuldades inicialmente apresentadas na avaliação diagnóstica.

Todavia é importante ressaltar que o fato de as avaliações serem compostas por questões de múltipla escolha, pode ter influenciado positivamente os resultados. Em contextos de avaliação dissertativa, talvez houvesse uma mudança nos índices de acerto, uma vez que os alunos não teriam ao seu dispor alternativas para auxiliá-los na dedução da resposta correta.

Quanto aos dados obtidos no questionário aplicado na plataforma Google Forms, constatou que os estudantes tiveram uma experiência positiva com o aplicativo Maxima, reconhecendo sua importância na visualização de gráficos, e o desenvolvimento de cálculos algébricos, como é reforçado pela fala do aluno “o Maxima facilitou a visualização dos gráficos e a resolução de cálculos algébricos que, manualmente, poderiam ser mais trabalhosos”.

Ainda que alguns alunos tenham relatado dificuldades com os comandos do programa, devido a sua complexidade, conforme também afirmou Souza (2018), que reconhece os desafios iniciais com a linguagem do Maxima, estes conseguiram se sobressair ao longo do desenvolvimento das atividades.

Os gráficos 03 e 04, mostrou que o Maxima contribui para a compreensão e visualização do gráfico de uma função quadrática. Os alunos afirmaram que o programa é um recurso adequado para o ensino de matemática, pois possibilita aulas mais dinâmicas, práticas e interativas. Estes também destacaram a importância do apoio do professor, na utilização da ferramenta, que é uma peça fundamental na realização das atividades, bem como a necessidade de existir um equilíbrio entre o uso da tecnologia e as metodologias tradicionais, visto que aulas expositivas no quadro também facilita na fixação do conteúdo.

Dessa forma, os dados indicam que a utilização do Maxima, quando bem planejada e acompanhada pela orientação pedagógica do professor é eficaz, auxilia na aprendizagem de conteúdos matemáticos como a função quadrática, além de proporcionar aulas mais dinâmicas, interativas e permitir a compreensão de conceitos mais

abstratos.

Portanto, conclui-se que mesmo diante dos obstáculos enfrentados durante o desenvolvimento do estudo, como a falta de computadores suficientes para cada estudante, e a complexidade da linguagem do software Maxima, o programa se constitui um recurso didático de grande potencial no ensino da matemática, desde que utilizado estrategicamente e em consonância com as necessidades e os perfis dos alunos.

Espera-se que esta pesquisa, juntamente com o produto educacional desenvolvido, contribua para novas reflexões sobre o ensino de Matemática, especialmente no que diz respeito ao uso de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem. Ademais, acredita-se que os resultados obtidos possam colaborar com a prática pedagógica de outros professores, incentivando a elaboração de propostas didáticas inovadoras e alinhadas às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular.

REFERÊNCIAS

- [1] BARBOSA, Francisco Danilo Duarte; MARIANO, Erich de Freitas; DE SOUSA, Jair Moisés. Tecnologia e Educação: perspectivas e desafios para a ação docente. **Conjecturas**, v. 21, n. 2, p. 38-60, 2021. Disponível em: <<http://www.conjecturas.org/index.php/edicoes/article/view/91>>. Acesso em: 15 de jan. 2025.
- [2] BARROS, Aline Fabiana. **O uso das tecnologias na educação como ferramentas de aprendizado**. Revista Científica Semana Acadêmica. Revista Científica Semana Acadêmica. Fortaleza, ano MMXIX, Nº. 000156, 07/02/2019. Disponível em: <<https://semanaacademica.org.br/artigo/o-uso-das-tecnologias-na-educacao-como-ferramentas-de-aprendizado>>. Acesso em: 12 de jan. 2025.
- [3] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- [4] BRIZOLA, Jairo; FANTIN, Nadia. Revisão de Literatura e Revisão Sistemática de Literatura. **Revista de Educação Vale dos Arinos**, Juara, v. 3, n. 2, p. 23-39, jul./dez. 2016. Disponível em: <<https://periodicos.unemat.br/index.php/relva/article/view/1738>>. Acesso em: 15 fev. 2025.
- [5] CAMILLO, Cíntia Moralles. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação: contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 7, p. e182973272-e182973272, 2020. Disponível em:

- <<https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/3272>>. Acesso em: 12 jan. 2025.
- [6] CONCEIÇÃO, José Luis Monteiro da; FERREIRA, Fabricio Nicácio. As novas tecnologias da informação na educação: desafios, possibilidades e contribuições para ensino e aprendizagem. **Revista Educar Mais**, v. 6, p. 126–138, 2022. Disponível em: <<https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/educarmais/article/view/2624>>. Acesso em: 16 de jan. 2025.
- [7] GALLO, S. A.; BARROS, A. M. R.; CARVALHO, I. E. de; LAET, L. E. F.; SILVA, T. P. A. da. METODOLOGIAS ATIVAS E TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO. **Revista Ilustração**, [S. l.], v. 5, n. 1, p. 27–36, 2024. DOI: 10.46550/ilustracao.v5i1.245. Disponível em: <https://journal.editorailustracao.com.br/index.php/ilustracao/article/view/245>. Acesso em: 16 de jan. 2025.
- [8] GATTI, Bernardete Angelina. Estudos quantitativos em educação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.30, n.1, p. 11-30, jan./abr. 2004. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/ep/article/view/27922/29694>>. Acesso em: 15 fev. 2025.
- [9] GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 6. ed. – São Paulo: Atlas, 2017.
- [10] GOULART, L. C. R.; OLIVEIRA, S. L. de. O Software MAXIMA e suas aplicações. 2010, V Bienal da SBM.
- [11] HABOWSKI, Adilson Cristiano . Tecnologias e educação: conhecer o outro lado. Appris Editora; 1ª edição (22 setembro 2020).
- [12] LIMA, Marta Gomes; ROCHA, Adriano Aparecido Soares da. As tecnologias digitais no ensino de matemática. **Revista Ibero-Americana de Humanidades**,

- Ciências e Educação**, São Paulo, v. 8, n. 5, p. 729–739, maio 2022. Disponível em: <<https://periodicorease.pro.br/rease/article/view/5513>>. Acesso em: 16 de jan. 2025.
- [13] MAGNAGO, Walaci. et al. Superando Barreiras: A Tecnologia e a realidade das escolas públicas. **Revista Contemporânea**, v. 4, n. 9, p. e5661, 2024. DOI: 10.56083/RCV4N9-038. Disponível em: <<https://ojs.revistacontemporanea.com/ojs/index.php/home/article/view/5661>>. Acesso em: 16 de jan. 2025.
- [14] NÓBREGA, Maria Rafaela Andrade Da et al. A utilização, relação e contribuição das tecnologias da informação e comunicação no ensino de matemática. E-book VII CONAPESC, Campina Grande, **Realize Editora**, 2022. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/87862>>. Acesso em: 17 de jan. 2025.
- [15] NUNES, Angela Maria; HLENKA, Vanessa. Dificuldade na aprendizagem e metodologias no ensino da matemática. **Revista Eletrônica Científica e Inovação**, v.8 n.17. 2017. E – 4975. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/recit>>. Acesso em: 04 fev. 2025.
- [16] PACHECO, Marina Buzin; ANDREIS, Greice da Silva Lorenzetti. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia**, João Pessoa, v. 1, n. 38, p. 105–119, 2018. Disponível em: <<https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1612>>. Acesso em: 03 fev. 2025.
- [17] Pereira, Cinthia Cunha Maradei, COSTA, Acylena Coelho e ALVES, Fábio José da Costa. **O uso de Tecnologias no Ensino de Matemática**. Volume 1, Universidade do Estado do Pará, Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PMPEM/UEPA), 2019.

- [18] SANTOS, Reinaldo Silva dos. O uso de tecnologias digitais no ensino da matemática. **Revista Contemporânea**, v. 3, n. 12, p. 31490–31507, 2023. Disponível em: <<https://ojs.revistacontemporanea.com/ojs/index.php/home/article/view/2845>>. Acesso em: 17 de jan. 2025.
- [19] SANTOS, Alexandra Sousa de Carvalho. **Atividades no software MAXIMA no ensino de equações algébricas**. 2018. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Campus Universitário de Santana do Araguaia, Instituto de Engenharia do Araguaia, Faculdade de Matemática, Curso de Licenciatura em Matemática, Santana do Araguaia. Disponível em: <<http://repositorio.unifesspa.edu.br/handle/123456789/1259>>. Acesso em: 03 maio 2025.
- [20] SILVA, Rogério Mendes. **Software Maxima no Ensino de Matemática: uma proposta abordando tópicos da álgebra do Ensino Médio**. 2016. 108 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática)– Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016
- [21] SOUZA, Isabel Maria Amorim de; SOUZA, Luciana Virgília Amorim de. O uso da tecnologia como facilitadora da aprendizagem do aluno na escola. **Revista Fórum Identidades**, Itabaiana: Gepi-adde, ano 4, v.8, n.8, p. 127-142, jul-dez., 2010. Disponível em: <<https://periodicos.ufs.br/index.php/forumidentidades/article/view/1784>>. Acesso em: 15 de jan. 2025.
- [22] SCHNEIDER, Eduarda Maria et al. Pesquisas quali-quantitativas: contribuições para a pesquisa em ensino de ciências. **Revista Pesquisa Qualitativa**. São Paulo (SP), v.5, n.9, p. 569-584, dez. 2017. Disponível em: <<https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/157>>. Acesso em: 15 fev. 2025.
- [23] ZANELLA, Ana Claudia da Silva; ROCHA, Flavia Sucheck Mateus. Dificuldades na aprendizagem matemática. **Ca-**

dermo Intersaberes, v. 9, n. 22 – 2020. Disponível em:
<<https://www.cadernosuninter.com/index.php/intersaberes/article/view/1646>>.
Acesso em: 04 fev. 2025.

APÊNDICES

1. Sequência didática: instrumental

- **Público alvo:** Alunos cursando o terceiro ano do ensino médio.
- **Objetivo:** Relembrar e aprofundar os conhecimentos sobre função quadrática estudados pelos alunos no primeiro ano do ensino médio, retomando conteúdos que são recorrentes em importantes avaliações externas, como o Saeb, o Spaece e o Enem.
- **Tempo previsto:** 7h/a.
- **Materiais necessários:** projetores, notebooks ou computadores, atividades impressas, lápis, caneta, borrachas.
- **Etapas do desenvolvimento:**

1º DIA (1h/a) - Aplicação da avaliação diagnóstica, apresentada no apêndice seguinte, cujos resultados são discutidos no capítulo 5 do trabalho.

2º DIA (2h/a) - Revisão do conteúdo de função quadrática relembrando os principais aspectos que os alunos apresentaram dificuldade, com correções das questões aplicadas na avaliação diagnóstica. O conteúdo de função quadrática é descrito no item 3.5 do trabalho.

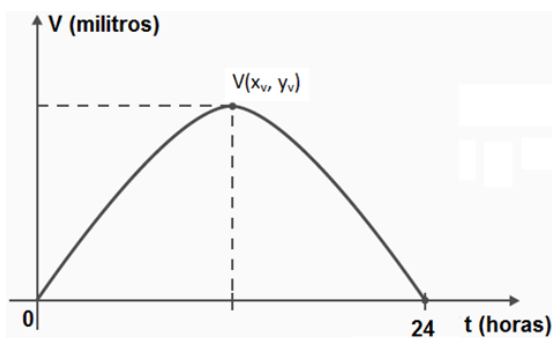
3º DIA (2h/a) - Desenvolvimento das atividades aplicando o programa Maxima, conforme o manual de Souza (2016), apresentado nos axenos.

4º DIA (1h/a) - Aplicação da segunda avaliação, apresentada no apêndice 3, cujo resultados são discutidos no capítulo 5, especificamente no item 5.2.

5º DIA (1h/a) - Aplicação de questionário no google formulário, apresentado no apêndice 4, com discussão dos resultados no capítulo 5.

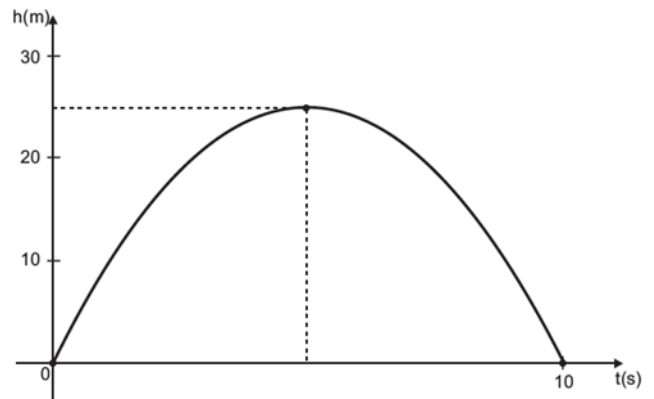
2. Avaliação Diagnóstica

1. (SAEPE). O volume (V) em um reservatório de água varia em função do tempo (t), em horas, conforme representado no gráfico da função quadrática abaixo.



De acordo com esse gráfico, em quantas horas esse reservatório atinge seu volume máximo?

- A) 6.
B) 12.
C) 24.
D) 144.
E) 288.
2. (SAEPE). Uma pedra é atirada para cima e sua altura (h), em metros, é descrita pelo gráfico abaixo, que está em função do tempo t , dado em segundos.



Qual foi o instante em que essa pedra atingiu a altura máxima?

- A) 25 s.
B) 20 s.
C) 10 s.
D) 5 s.
E) 4 s.

3. . (SAEPE). A expressão $h(t) = 20t - 5t^2$ descreve a trajetória de uma bola de golfe após uma tacada de um dos jogadores. Nessa expressão, $h(t)$ indica, em metros, a altura da bola t segundos após a tacada. Qual é a altura máxima atingida pela bola de golfe nessa jogada?

- A) 2 metros..

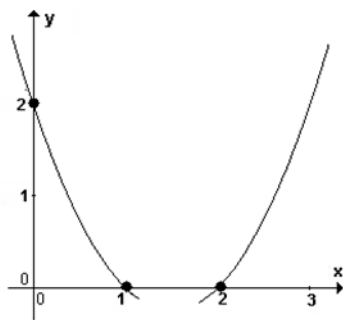
B) 4 metros.

C) 15 metros.

D) 20 metros.

E) 40 metros.

4. A professora Mônica fez o gráfico de uma função quadrática no quadro negro. Mas um estudante sem querer apagou uma parte dele, conforme figura abaixo.



Nessa função, as coordenadas do ponto mínimo que foram apagadas são:

A) $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4})$

B) $(\frac{3}{2}, \frac{1}{4})$

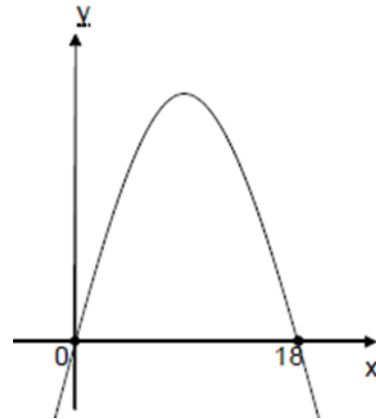
C) (3, 2)

D) (2, 3)

E) (5, 3)

5. Uma bala é atirada de um canhão e sua trajetória descreve uma parábola

de equação , onde as variáveis x e y são medidas em metros.



Nessas condições, a altura máxima atingida pela bala é:

A 30 m.

B 40,5 m.

C 81,5 m.

D 405 m.

E 810 m.

6. (Enem-Libras/2017) Suponha que para um trem trafegar de uma cidade à outra seja necessária a construção de um túnel com altura e largura iguais a 10 m. Por questões relacionadas ao tipo de solo a ser escavado, o túnel deverá ser tal que qualquer seção transversal seja o arco de uma determinada parábola, como apresentado na Figura 1. Deseja-

se saber qual a equação da parábola que contém esse arco. Considere um plano cartesiano com centro no ponto médio da base da abertura do túnel, conforme Figura 2.



Figura 1 (Túnel)

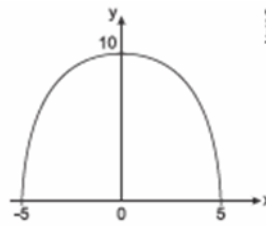
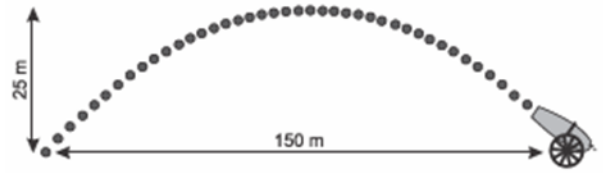


Figura 2

A equação que descreve a parábola é

- A) $y = -\frac{2}{5}x^2 + 10$
 - B) $y = \frac{2}{5}x^2 + 10$
 - C) $y = -x^2 + 10$
 - D) $y = x^2 - 25$
 - E) $y = -x^2 - 25$
7. (Enem-PPL/2018) Um projétil é lançado por um canhão e atinge o solo a uma distância de 150 metros do ponto de partida. Ele percorre uma trajetória parabólica, e a altura máxima que atinge em relação ao solo é de 25 metros.



Admita um sistema de coordenadas xy em que no eixo vertical y está representada a altura e no eixo horizontal x está representada a distância, ambas em metro. Considere que o canhão está no ponto $(150;0)$ e que o projétil atinge o solo no ponto $(0;0)$ do plano xy . A equação da parábola que representa a trajetória descrita pelo projétil é

- A) $y = 150x - x^2$
 - B) $y = 3750x - 25x^2$
 - C) $75y = 300x - 2x^2$
 - D) $125y = 450x - 3x^2$
 - E) $225y = 150x - x^2$
8. (2ª P.D – seduc-GO 2012). O lucro de uma fábrica, na venda de determinado produto, é dado pela função , onde x representa o número de produtos vendidos e $L(x)$ é o lucro em reais. De acordo com essas informações qual o lucro máximo que a fábrica pode obter na venda

desses produtos?

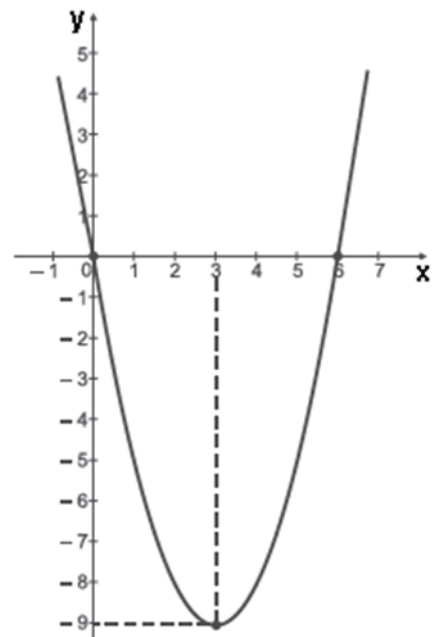
- A) R\$80,00
- B) R\$185,00
- C) R\$420,00
- D) R\$500,00
- E) R\$8400,00

9. (SAEPE). A variação da temperatura de uma cidade durante um dia de inverno foi registrada por um instituto meteorológico. As temperaturas (T) em graus Celsius, registradas em função da hora (h), de 7h às 15h nesse dia, podem ser encontradas através da função $T(h) = h^2 - 22h + 85$. Nesse dia, qual foi a temperatura mínima registrada nessa cidade?

- A) -5°C
- B) -11°C
- C) -17°C
- D) -22°C

E) -36°C

10. (SAEPE). Observe abaixo o gráfico da função quadrática definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

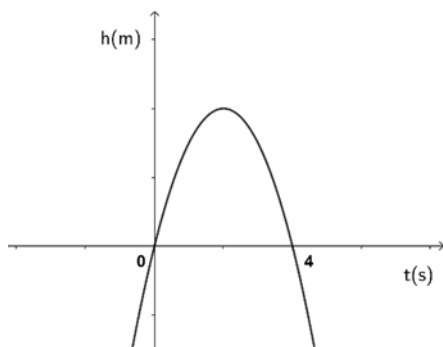


A lei de formação dessa função é

- A) $f(x) = x^2 - 6x$
- B) $f(x) = x^2 + 6x$
- C) $f(x) = 3x^2 - 9x$
- D) $f(x) = 3x^2 + 9x$
- E) $f(x) = 6x^2$

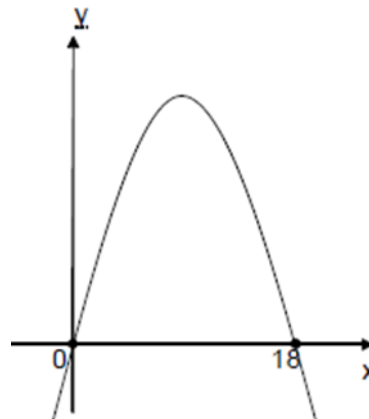
3. Segunda Avaliação

1. Uma bola é lançada para cima e sua altura (h), em metros, é descrita pelo gráfico abaixo, que está em função do tempo t , dado em segundos.



O instante em que a bola atingiu a altura máxima foi aos

- A) 1 s
 - B) 2 s
 - C) 3 s
 - D) 10 s
 - E) 20 s
2. . Uma bala é atirada de um canhão e sua trajetória é descrita pelo gráfico abaixo, onde x representa o tempo em segundos e y a altura atingida pela bala.



Nessas condições, o instante em que a bala atingi a altura máxima foi aos

- A) 3 s
 - B) 6 s
 - C) 9 s
 - D) 15 s
 - E) 18 s
3. Durante a execução de um projeto de Física, um foguete de garrafa pet foi lançado do solo, de modo que a altura f atingida por ele, em relação ao solo, pode ser calculada, em função do tempo x , pela expressão $f(x) = 4,6x - 3x^2$, em que x é dado em segundos e f , em metros. A altura máxima que esse foguete atingiu foi de, aproximadamente,

A) 0,77 metros.

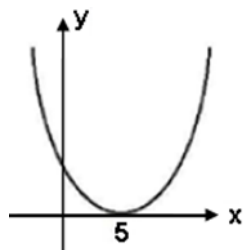
B) 1,53 metros.

C) 1,76 metros.

D) 2,76 metros.

E) 4,60 metros.

4. . Observe o gráfico abaixo.



A função apresenta ponto de

A) máximo em (0,5)

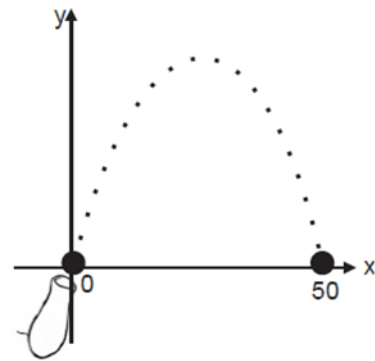
B) máximo em (5,0)

C) mínimo em (5,1)

D) mínimo em (5,0)

E) mínimo em (0,5)

5. (2ª P.D – Seduc-GO 2012). A ilustração a seguir descreve um canhão atirando um projétil em uma trajetória parabólica de equação , onde os valores de x e y estão em metros.



Nessas condições, a altura máxima atingida pelo projétil, em metros será

A) 25

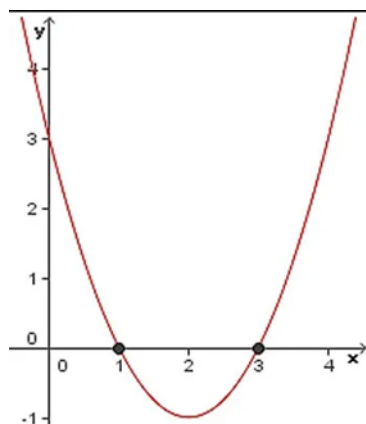
B) 150

C) 625

D) 1875

E) 3750

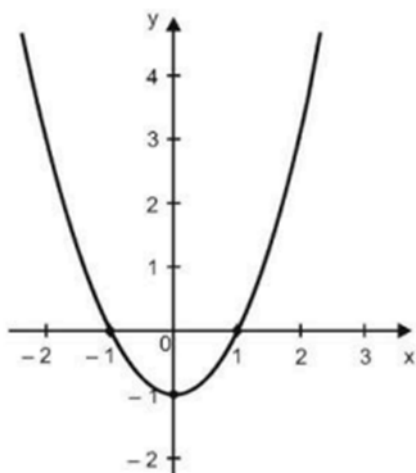
6. A professora de Matemática da EEMTI Adahil Barreto elaborou com seus alunos no Laboratório de Informática o seguinte gráfico da função quadrática, usando o aplicativo Phet:



Podemos afirmar que a função representada no gráfico é:

- A) $y = 3x^2 + 4x + 1$
- B) $y = 3x^2 + x - 3$
- C) $y = x^2 - 4x + 3$
- D) $y = -x^2 + 4x + 3$

7. Observe abaixo o gráfico da função quadrática definida de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.



A lei de formação dessa função é

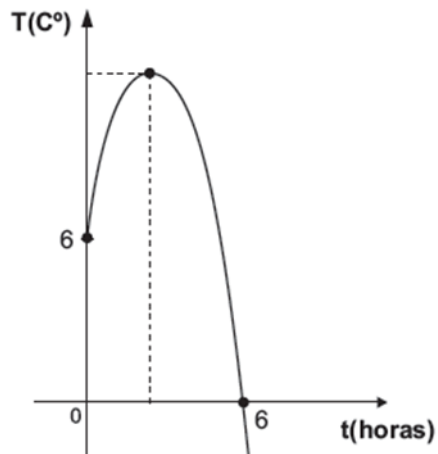
- A) $y = -x^2 - x$
- B) $y = -x^2 + 1$
- C) $y = x^2 - 1$
- D) $y = x^2 + 1$
- E) $y = x^2 + x$

(Supletivo 2011). Um cano está furado, e a altura alcançada pelo jato d'água $f(x)$, em metros, é descrita pelo gráfico da função, onde x representa o alcance, em metros, desse jato d'água. A altura máxima atingida por essa água, em metros, é

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

9. (SAEPE) Para economizar energia, um supermercado desliga uma câmara fria por algumas horas e depois a religa, de forma que entre meia noite (0 hora) e seis horas da manhã, a temperatura (T), em graus Celsius, em função do tempo (t), em horas, é controlada e varia de acordo com a

expressão $T(t) = -t^2 + 5t + 6$, cujo gráfico está representado abaixo.

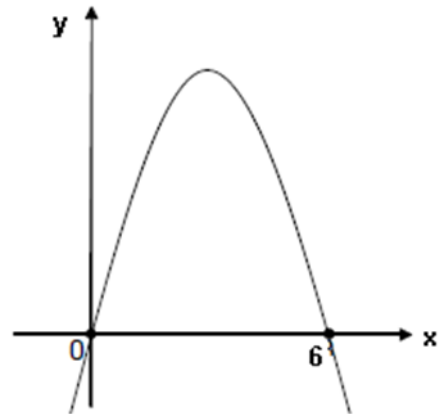


A temperatura (T) é máxima para o tempo (t), em horas, igual a

- A) 2,5
- B) 3
- C) 5
- D) 12
- E) 12,25

10. Uma bola colocada no chão é chu-

tada para o alto, percorre uma trajetória descrita por $y = -x^2 + 12x$, onde y é a altura e x é o alcance, em metros, está representada no gráfico abaixo.



Nessas condições, a altura máxima atingida pela bala é

- A) 48 metros
- B) 144 metros
- C) 18 metros
- D) 72 metros
- E) 36 metros

4. Questionário

Você está convidado(a) a responder este questionário anônimo que faz parte da coleta de dados da pesquisa “ Tecnologias no Ensino de Matemática: O Impacto do Software Maxima na Compreensão da Função Quadrática”, sob responsabilidade da pesquisadora Najila Barros de Souza, aluna do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat. Caso você concorde em participar da pesquisa, leia com atenção os seguintes pontos:

- a) Você é livre para, a qualquer momento, recusar-se a responder às perguntas que lhe ocasionem constrangimento de qualquer natureza;
- b) Você pode deixar de participar da pesquisa e não precisar apresentar justificativas para isso;
- c) Sua identidade será mantida em sigilo;
- d) Caso você queira, poderá ser informado(a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa, independentemente do fato de mudar seu consentimento em participar da pesquisa.

1. Você já teve contato anterior com softwares matemáticos como o Maxima?

a - Sim

b - Não

2. Como você classificaria seu nível de familiaridade com o uso de computadores e tecnologias digitais?

a - Alto

b - Médio

c - Baixo

3. Como foi sua experiência geral ao utilizar o software Maxima durante as aulas

sobre função quadrática?

4. O uso do Maxima contribuiu para a sua compreensão dos conceitos de função quadrática? Explique de que forma.
5. O Maxima facilitou a visualização e interpretação dos gráficos das funções quadráticas?
 - a - Sim, de forma significativa
 - b - Sim, parcialmente
 - c - Não contribuiu
 - d - Não sei avaliar
6. Você sentiu mais facilidade para compreender a relação entre os coeficientes da função (a, b, c) e o formato da parábola após o uso do software?
 - a - Sim
 - b - Em parte
 - c - Não
7. Em sua opinião, quais foram as principais vantagens do uso do Maxima no estudo da função quadrática?
8. Houve alguma dificuldade significativa no uso do software? Se sim, qual?
9. Você acredita que o software foi um dos principais responsáveis pela sua aprendizagem em relação o conteúdo de função quadrática?
 - a - Sim
 - b - Em parte
 - c - Não

10. Você considera que o software Maxima é um recurso adequado e eficaz para ser utilizado nas aulas de matemática? Justifique sua resposta.



Universidade Regional do Cariri - URCA
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional



Produto Educacional: Sequência Didática
para o Ensino de Função Quadrática com o
Uso do Software Maxima

Najila Barros de Souza

Juazeiro do Norte - CE

2025

APRESENTAÇÃO

O presente produto educacional foi elaborado com base nos resultados de uma pesquisa dedicada ao ensino e aprendizagem da função quadrática com o uso do software Maxima, e tem o objetivo de oferecer suporte ao trabalho docente, contribuindo com o planejamento e a condução de aulas mais significativas e alinhadas às necessidades reais dos estudantes.

Assim, propõe-se uma sequência didática com duração de quatro encontros, totalizando 7 horas/aula de 50 minutos cada, seguindo uma abordagem que favoreça a compreensão conceitual da função quadrática. A proposta articula teoria e prática de forma contextualizada e acessível, com a utilização do software Maxima como recurso pedagógico. Todas as atividades foram elaboradas com planos de aula alinhados às competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além disso, são disponibilizadas as atividades a serem desenvolvidas nas estações por rotação, bem como um manual contendo as instruções das questões a serem aplicadas no programa Maxima.

O conteúdo abordado na sequência é previsto para a 1ª série do Ensino Médio, todavia, as atividades podem ser aplicadas em qualquer uma das séries dessa etapa de ensino, sendo uma excelente proposta para estudantes da 3ª série, visto que estes participam de diversas avaliações externas, como o Enem, o SPAECE e o SAEB. Dessa forma, a proposta configura-se como uma estratégia didática eficaz para o fortalecimento das competências avaliadas nesses exames.

PLANO DE AULA 01		
MODALIDADE/NÍVEL DE ENSINO: Ensino Médio/ 1ª Série.	COMPONENTE CURRICULAR: Matemática	TEMA: Conhecendo a função quadrática no cotidiano
ÁREA DO CONHECIMENTO: Matemática e suas tecnologias		
COMPETÊNCIAS: Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.		
HABILIDADES: EM13MAT503: Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.		
OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: • Identificar movimentos no cotidiano que podem ser representados por funções do segundo grau. • Reconhecer a trajetória de um objeto lançado ao ar como um exemplo de função polinomial do segundo grau.		
OBJETOS DO CONHECIMENTO: • Aplicações práticas da função quadrática. • Função quadrática: definição.		
ESTRATÉGIAS METODOLÓGICAS: A temática será abordada durante 1 h/a, sendo desenvolvida através da seguinte sequência didática: 1º MOMENTO: Inicialmente a sala de aula deverá ser organizada em um grande círculo, para realizar o estudo dos movimentos de alguns objetos e na oportunidade verificar os conhecimentos prévios dos alunos em torno do conteúdo a ser abordado. O professor mostra		

uma bolinha de papel e diz que vai jogá-la para um aluno, pedindo que esse observe o movimento realizado pela bolinha e responda as seguintes perguntas:

- Qual o movimento realizado pela bola? (Exemplo: ela sobe, desce, faz uma curva...)
- Qual o formato da trajetória?

Em seguida o aluno lança a bola para outro colega e a conversa segue, para que todos participem, enquanto isso o professor registra no quadro as respostas dos alunos.

2º MOMENTO: Exiba em um projetor imagens de trajetórias diferentes: bola de futebol sendo chutada (trajetória curva, em forma de “arco”), bola de golf sendo lançada (trajetória semelhante, mas com diferentes alturas e distâncias).

3º MOMENTO: Dialogue com os alunos se existe alguma relação com os movimentos das trajetórias das imagens apresentadas e o movimento da bolinha de papel, e assim explique que essas trajetórias são exemplos reais que podem ser estudados com um tipo de função matemática chamada função polinomial do segundo grau.

4º MOMENTO: Introduza o conteúdo de função quadrática, realizando primeiramente uma recapitulação de função afim e o movimento que a bola realiza não é de uma reta e sim de uma curva chamada parábola. Apresente o conceito básico da função do segundo grau como aquela que descreve essa curva.

5º MOMENTO: Realize o encerramento da aula, informando aos alunos que na próxima aula aprofundarão o estudo de função quadrática. Também solicite que estudantes observem ao redor deles durante a semana movimentos que possam ter essa trajetória curva para compartilhar depois.

AVALIAÇÃO:

A avaliação será contínua e formativa, considerando a participação ativa dos estudantes ao longo da aula, com foco no desenvolvimento da autonomia, do comportamento investigativo, da capacidade de observação e da formulação de hipóteses.

RECURSOS:

Bolinha de papel, notebook, internet, datashow, quadro, pincel e apagador.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: conjuntos e funções: ensino médio: manual do professor: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.

PLANO DE AULA 02		
MODALIDADE/NÍVEL DE ENSINO: Ensino Médio/ 1ª Série.	COMPONENTE CURRICULAR: Matemática	TEMA: Conhecendo as funções quadráticas.
ÁREA DO CONHECIMENTO: Matemática e suas tecnologias.		
COMPETÊNCIAS: Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.		
HABILIDADES: EM13MAT503: Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.		
OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: • Identificar os coeficientes a, b e c em uma função quadrática. • Compreender e calcular o vértice da parábola. • Compreender o conceito de raiz de uma função quadrática. • Relacionar raízes e vértice ao gráfico da parábola.		
OBJETOS DO CONHECIMENTO: • Análise dos coeficientes a, b e c . • Raízes da função quadrática. • Vértice da função quadrática. • Análise de gráficos: raízes, vértice e concavidade.		
ESTRATÉGIAS METODOLÓGICAS: A temática será abordada durante 2 h/a, sendo desenvolvida através da seguinte sequência didática: 1º MOMENTO: Retome brevemente a aula anterior e a ideia de movimento curvo representado por uma parábola e então apresente no quadro a expressão que define função a função quadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$. Dialogando com a turma sobre os coeficientes		

a, b e c e como eles afetam a curva.

2º MOMENTO: Mostre em um projetor diferentes gráficos com variações nos valores de a, b e c . Explicando que

- $a > 0$: parábola voltada para cima.
- $a < 0$: parábola voltada para baixo.
- c : ponto de interseção com o eixo y .

3º MOMENTO: Explique sobre as raízes da função quadrática, informando que são os valores de x onde $f(x) = 0$, ou seja, os pontos onde a parábola intercepta o eixo x . Assim ensine como encontrá-los utilizando a fórmula resolvente de uma equação do segundo grau através de um exemplo no quadro.

4º MOMENTO: Apresentação de um novo exemplo no quadro para identificação das raízes da função, realizando a interpretação do discriminante Δ e os tipos de raízes:

- $\Delta > 0$: duas raízes reais e distintas
- $\Delta = 0$: uma raiz real (dupla)
- $\Delta < 0$: raízes complexas.

5º MOMENTO: Apresente o conceito do vértice da parábola e sua fórmula, informando que este representa o ponto mais alto (máximo) ou mais baixo (mínimo) da parábola. Resolva um exemplo com a turma no quadro.

6º MOMENTO: Coloque no quadro o exemplo de uma função quadrática e identifique com os alunos os seus coeficientes a, b e c , raízes, coordenadas do vértice e realize o esboço do seu gráfico.

7º MOMENTO: Encerre a aula recapitulando o que foi visto e informe que na próxima aula, realização resolução de problemas envolvendo o conteúdo.

AValiação:

A avaliação será contínua e formativa, considerando a participação ativa dos estudantes ao longo da aula, com foco no desenvolvimento da autonomia, do comportamento investigativo, da capacidade de observação e da formulação de hipóteses.

RECURSOS:

Quadro, pincel, apagador, lápis, projetor e caderno.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto
Câmara de. **Prisma matemática: conjuntos e funções: ensino médio: manual do professor: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.

PLANO DE AULA 03		
MODALIDADE/NÍVEL DE ENSINO: Ensino Médio/ 1ª Série.	COMPONENTE CURRICULAR: Matemática	TEMA: Resolução de problemas sobre função quadrática.
ÁREA DO CONHECIMENTO: Matemática e suas tecnologias.		
COMPETÊNCIAS: Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.		
HABILIDADES: EM13MAT503: Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.		
OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: • Identificar os coeficientes a, b e c em uma função quadrática. • Compreender e calcular o vértice da parábola. • Compreender o conceito de raiz de uma função quadrática. • Relacionar raízes e vértice ao gráfico da parábola		
OBJETOS DO CONHECIMENTO: • Análise dos coeficientes a, b e c . • Raízes da função quadrática. • Vértice da função quadrática. • Análise de gráficos: raízes, vértice e concavidade.		
ESTRATÉGIAS METODOLÓGICAS: A temática será abordada durante 2 h/a, sendo desenvolvida através da seguinte sequência didática:		

1º MOMENTO: Inicie aula perguntando aos alunos em quais situações do cotidiano a função quadrática pode ser aplicada. Assim apresente alguns problemas do dia a dia como:

- Lançamento de projéteis (bola, foguete, água de uma fonte);
- Lucro de uma empresa em função da quantidade produzida;
- Construção de cercas com área máxima, entre outros.

2º MOMENTO: Escreva no quadro o seguinte problema:

Uma empresa vende camisetas e o seu lucro diário $L(x)$, em reais, ao vender x camisetas, é dado por: $L(x) = -2x^2 + 40x - 100$

- a) Quantas camisetas devem ser vendidas para obter o lucro máximo?
- b) Qual é o lucro máximo?
- c) Para que valores de x o lucro é nulo?

3º MOMENTO: Organize a sala de aula em quatro equipes para realizar a atividade de Rotação por Estações. Cada grupo deverá girar entre quatro estações com diferentes problemas envolvendo função quadrática. Cada estação trabalhará um tipo de aplicação. Eles terão 15 minutos por estação.

4º MOMENTO: Cada grupo apresenta a solução encontrada para o problema de cada estação, debatendo brevemente os aprendizados e desafios encontrados.

AVALIAÇÃO:

A avaliação será contínua e formativa, considerando a participação ativa dos estudantes ao longo da aula, com foco no desenvolvimento da autonomia, do comportamento investigativo, da capacidade de observação e da formulação de hipóteses.

RECURSOS:

Folha A4, lápis, canetas, questões impressas, quadro, pincel, apagador.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: conjuntos e funções: ensino médio: manual do professor: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.

PLANO DE AULA 04		
MODALIDADE/NÍVEL DE ENSINO: Ensino Médio/ 1ª Série.	COMPONENTE CURRICULAR: Matemática.	TEMA: Estudo de funções quadráticas utilizando o software Maxima.
ÁREA DO CONHECIMENTO: Matemática e suas Tecnologias.		
COMPETÊNCIAS: Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.		
HABILIDADES: EM13MAT503: Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.		
OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Resolver problemas sobre função quadrática utilizando o software Maxima.		

OBJETOS DO CONHECIMENTO: - Uso do software Maxima como ferramenta de cálculo e visualização. - Aplicações práticas na resolução de funções polinomiais do segundo grau.
ESTRATÉGIAS METODOLÓGICAS: A temática será abordada durante 2 h/a, sendo desenvolvida através da seguinte sequência didática: 1º MOMENTO: Apresentação do programa Maxima, breve relato sobre a origem e evolução do Maxima como software livre e de código aberto para álgebra computacional. 2º MOMENTO: Apresentação dos comandos básicos do programa, demonstração prática dos comandos essenciais para manipulação e estudo de funções quadráticas, tais como: - Definição de funções. - Cálculo do valor da função para um dado x.

- Determinação do vértice.
- Plotagem gráfica da função;

3º MOMENTO: Resolução de questões utilizando o software Maxima, conduzida pelo professor, que irá orientar os alunos passo a passo. Durante a atividade, o professor explicará quais comandos digitar para definir funções quadráticas, calcular valores, encontrar vértices, determinar raízes pelo delta e gerar gráficos. Os alunos acompanharão a execução dos comandos no programa, replicando as ações para consolidar o entendimento e relacionar os conceitos matemáticos à prática computacional.

4º MOMENTO: Encerramento com os alunos compartilhando sua experiência com o programa, apresendizagem e desafios encontrados.

AVALIAÇÃO:

A avaliação será contínua e formativa, considerando a participação ativa dos estudantes ao longo da aula, com foco no desenvolvimento da autonomia, do comportamento investigativo, da capacidade de observação e da formulação de hipóteses.

RECURSOS:

Lápis, caderno, pincel, notebook, projetor, computadores.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: conjuntos e funções: ensino médio: manual do professor: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.

Maxima homepage: <http://maxima.sourceforge.net>

RIOTORTO, M.R., **Primeiros passos com o Maxima**. Notas, 2006. Disponível em <http://maxima.sourceforge.net/docs/tutorial/pt/max.pdf>. Acesso em maio 2025.

QUESTÕES DA ROTAÇÃO POR ESTAÇÕES

1 Estação: (UFRRJ) O custo de produção de um determinado artigo é dado por $C(x) = 3x^2 - 15x + 21$. Se a venda de x unidades é dada por $V(x) = 2x^2 + x$, para que o lucro $L(x) = V(x) - C(x)$ seja máximo, devem ser vendidas:

- a) 20 unidades
- b) 16 unidades
- c) 12 unidades
- d) 8 unidades
- e) 4 unidades

2 Estação: (Material estruturado-ES) Uma empresa produz um determinado produto com o custo definido pela seguinte função $C(x) = x^2 - 80x + 3000$. Considerando o custo C em reais e x a quantidade de unidades produzidas, determine a quantidade de unidades para que o custo seja mínimo e o valor desse custo mínimo.

3 Estação: (Material estruturado-ES) Uma pedra é lançada do solo verticalmente para cima. Ao fim de t segundos, atinge a altura h dada por: $h(t) = 40t - 5t^2$. Qual a altura máxima atingida pela pedra?

4 Estação: (UECE-2022) No sistema usual de coordenadas cartesianas, o gráfico da função quadrática f é simétrico em relação ao eixo das ordenadas. Se o valor máximo que f assume é igual a 16 e se a distância entre os pontos de cruzamento do gráfico de f com o eixo das abscissas é igual a 8, então a expressão algébrica da função f é

- A) $f(x) = -x^2 + 4x + 16$.
- B) $f(x) = -2x^2 + 2x + 16$.
- C) $f(x) = -x^2 + 16$.
- D) $f(x) = -2x^2 + 16$.

SOLUÇÃO DAS QUESTÕES DA ROTAÇÃO POR ESTAÇÕES

1 Estação:

Para solucionar o problema, faz-se necessário, inicialmente, determinar a função que representa o lucro. Esta é definida como a diferença entre a receita e o custo, expressa pela equação:

$$L(x) = V(x) - C(x)$$

Considerando que a função receita é dada por $V(x) = 2x^2 + x$ e a função custo por $C(x) = 3x^2 - 15x + 21$, tem-se:

$$L(x) = (2x^2 + x) - (3x^2 - 15x + 21)$$

$$L(x) = 2x^2 + x - 3x^2 + 15x - 21$$

$$L(x) = -x^2 + 16x - 21$$

Logo, para determinar a quantidade de unidades x que maximiza o lucro, basta encontrar a abscissa do vértice:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Para os coeficientes $a = -1$ e $b = 16$, obtém-se:

$$x = \frac{-16}{2 \cdot (-1)} = 8$$

Portanto, conclui-se que o lucro máximo será atingido quando forem produzidas e comercializadas 8 unidades do artigo.

2 Estação:

Considerando-se a função custo, dada por:

$$C(x) = x^2 - 80x + 3000$$

Tem-se, que o valor de x que minimiza o custo é obtido pela abscissa do vértice da parábola, dada por:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Sendo os coeficientes da função $C(x)$:

$$a = 1, \quad b = -80$$

tem-se:

$$x = \frac{-(-80)}{2 \cdot 1} = \frac{80}{2} = 40$$

Dessa forma, o custo mínimo ocorre para a produção de 40 unidades.

Para determinar o valor desse custo mínimo, calcula-se:

$$C(40) = 40^2 - 80 \cdot 40 + 3000 = 1600 - 3200 + 3000 = 1400$$

Portanto, o custo mínimo é de R\$ 1400,00, obtido quando a produção é de 40 unidades.

3 Estação:

A altura $h(t)$, em metros, atingida por uma pedra lançada verticalmente para cima é dada pela função $h(t) = 40t - 5t^2$, onde t representa o tempo em segundos.

O instante t em que a altura máxima ocorre é dado pela abscissa do vértice da parábola:

$$t = \frac{-b}{2a}$$

sendo $a = -5$ e $b = 40$, logo:

$$t = \frac{-40}{2 \cdot (-5)} = 4 \text{ segundos.}$$

Substituindo na função, obtém-se a altura máxima:

$$h(4) = 40 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 = 160 - 80 = 80 \text{ metros.}$$

Portanto, a altura máxima atingida pela pedra é de 80 metros, ocorrendo aos 4 segundos após o lançamento.

4 Estação: Sabendo que o gráfico da função quadrática f é simétrico em relação ao eixo das ordenadas, então o eixo de simetria é $x = 0$. Dessa forma, sendo valor máximo de f igual a 16, tem-se que o vértice da parábola é $(0, 16)$. Como se trata de um valor máximo, o coeficiente a deve ser negativo, e tem-se:

Além disso, a distância entre os pontos de interseção do gráfico com o eixo das abscissas é 8. Como a função é simétrica em relação a $x = 0$, as raízes são simétricas em relação à origem e, portanto, dadas por $x = -4$ e $x = 4$.

Considerando a função quadrática na forma fatorada,

$$f(x) = a(x + 4)(x - 4)$$

$$f(x) = a(x^2 - 16)$$

$$f(x) = ax^2 - 16a$$

Substituindo o vértice da parábola $(0, 16)$ em $f(x)$, obtem-se

$$f(0) = a \cdot 0^2 - 16a = 16$$

$$-16a = 16$$

$$a = -1$$

Portanto, a expressão algébrica da função é

$$f(x) = -x^2 + 16.$$

ATIVIDADES DO MAXIMA

PROBLEMA 1: Com 80 metros de cerca um fazendeiro deseja cercar uma área retangular junto a um rio para confinar alguns animais. Quais devem ser as medidas do retângulo para que a área cercada seja maior possível? ¹

Sequência a ser seguida para resolução do problema:

1. Definir variáveis:

- x : comprimento dos lados perpendiculares ao rio (dois lados cercados).
- y : comprimento do lado paralelo ao rio (um lado cercado).

2. Definir a expressão do perímetro que representa a quantidade de cerca a ser utilizada;

3. Determinar a expressão da área em função de x .

4. Encontrar as medidas x e y que maximiza a área do retângulo.

Pauta de resolução da atividade 1:

1. Iniciar o software Maxima.

2. Definir a expressão do perímetro.

3. Clicar no menu *equações*, em seguida em *Solve symbolically* clicar em *Resolver...* e resolver a equação anterior na variável y .

4. Digitar o comando *expand* e dentro do parênteses colocar a expressão da área do retângulo, substituído y pelo valor obtido no item no interior.

5. Digitar o comando *define* e definir a função $A(x)$.

6. Clicar no menu *Gráfico* em seguida em *Gráfico 2d...* e construir o gráfico da função $A = A(x)$ no intervalo $[-80, 80]$.

7. Utilizando o comando *coeff* definir os coeficientes a, b e c da função $F(x)$.

¹Questão do livro números e funções da coleção PROFMAT.

8. Calcular o ponto de máximo da função $A(x), (x_v, y_v)$.
9. Substituir na equação definida no passo 3 x pelo valor encontrado em x_v .

Resolução do problema 1:

1. Observando o problema e o esquema apresentado, definindo x como o comprimento dos lados perpendiculares ao rio (dois lados cercados) e y o comprimento do lado paralelo ao rio (um lado cercado), podemos determinar que o perímetro da cerca é dado por $P = 2x + y$, em que P é igual a $80m$. Assim no Maxima obtemos a equação:

```
(%i19) eq: 80=2*x+y;
eq      80=y+2 x
```

2. Resolvendo a equação eq na variável y temos

```
(%i20) solve([(eq)],[y]);
(%o20) [y = 80 - 2 x]
```

3. A área do retângulo é dado pela expressão $A = x \cdot y$, substituindo o valor de y obtido e expandindo esta expressão em função de x , obtemos:

```
(%i21) expand(x*(80-2*x));
(%o21) 80 x - 2 x^2
```

4. Definimos a função como $A = A(x)$ utilizando o comando **define** do Maxima:

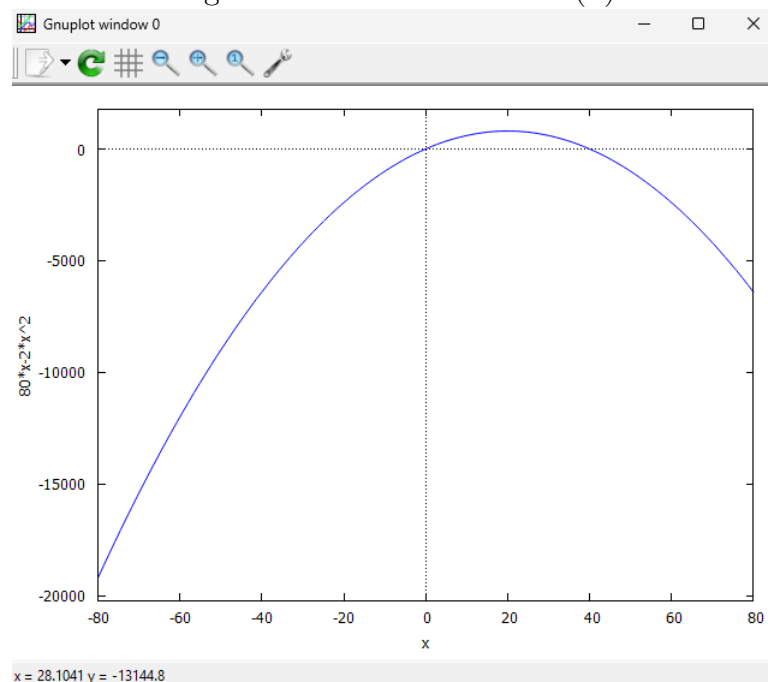
```
(%i28) define(A(x),%o21);
(%o28) A(x):= 80 x - 2 x^2
```

5. Construimos o gráfico de $A = A(x)$ com o domínio em $[-80, 80]$

```
(%i29) plot2d([A(x)], [x,-80,80],
               [plot_format, gnuplot])$
```

assim, analisando o gráfico gerado pode-se estimar o valor de x para qual a área do retângulo será máxima, mas para garantirmos certeza devemos obter o valor de x_v .

Figura 6.0.1: Gráfico $A = A(x)$



Fonte: Autoria própria (2025)

6. Utilizando o comando *coeff* vamos obter o valor dos coeficientes a , b e c da função $A(x)$.

```
(%i35) [a: coeff(A(x),x,2),
        b: coeff(A(x),x,1),
        c: coeff(A(x),x,0)];
(%o35) [-2,80,0]
```

7. Vamos obter as coordenadas do vértice da parábola que é ponto de máximo:

$$\begin{cases} (\%i37) \ x_v = -b/(2 \cdot a); y_v = -(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)/(4 \cdot a); \\ (\%o36) \ x_v = 20 \\ (\%o37) \ y_v = 800 \end{cases}$$

8. Então a área do retângulo será máxima para $x = 20m$, logo podemos determinar o valor de y que é o lado paralelo a rio. Para isso vamos substituir o valor de x por $x_v = 20$ na equação eq do ponto 2.

$$\begin{cases} (\%i38) \ y = 80 - 2 \cdot 20; \\ (\%o38) \ y = 40 \end{cases}$$

PROBLEMA 2: Um avião de 100 lugares foi fretado para uma excursão. A companhia exigiu de cada passageiro R\$ 800,00 mais R\$ 10,00 por cada lugar vago. Para que número de passageiros a rentabilidade da empresa é máxima?²

Sequência a ser seguida para resolução do problema:

1. Definir a expressão que representa a rentabilidade da empresa;
2. Encontrar o valor do x que maximiza o lucro da empresa.

Pauta de resolução da atividade 2:

1. Iniciar o software Maxima.
2. Definir a função $R(x)$ utilizando o símbolo $:=$ que representa a rentabilidade da empresa.
3. Clicar no menu *Simplificar*, em seguida em *Simplify equations* clicar em *Try to guess which form is simple* e simplificar a expressão $R(x)$
4. Clicar no menu *Gráfico* em seguida em *Gráfico 2d...* e construa o gráfico da função $R(x)$ no intervalo $[1, 200]$.

²Questão do livro números e funções da coleção PROFMAT.

5. Utilizando o comando *coeff* definir os coeficientes a, b e c da função $R(x)$.
6. Calcular o ponto de máximo da função $R(x), (x_v, y_v)$.

Resolução do problema 2

1. Seja x o número de passageiros que ocupam os lugares do avião, assim a quantidade de lugares vagos é dado por $(100 - x)$, logo temos que a receita da empresa é :

```
(%i7)  R(x):=800·x+10·(100-x)·x;
(%o7)  R(x):= 800 x + 10 ( 100 - x ) x
```

2. Expandindo a expressão $R(x)$, obtemos

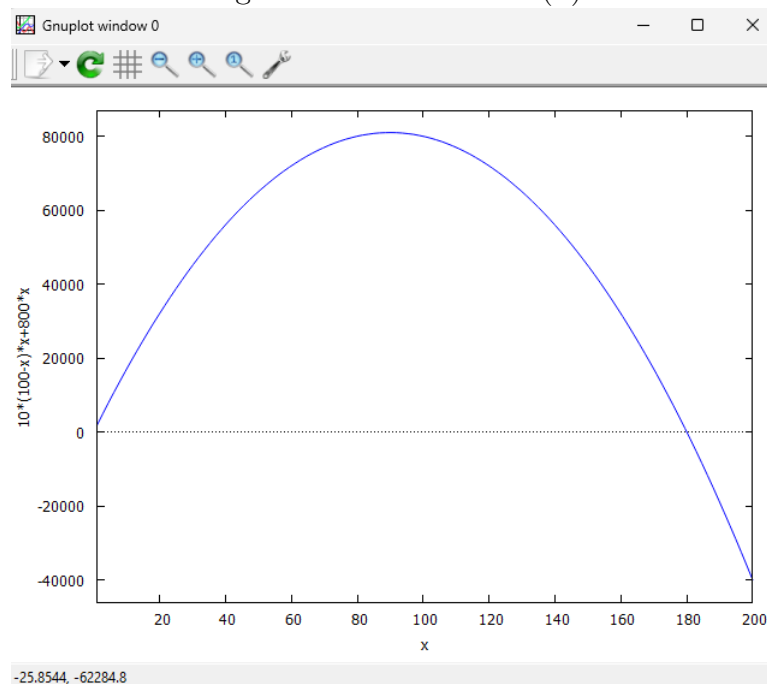
```
(%i10) ratsimp((%o7));
(%o10) R(x):= - ( 10 x 2 ) + 1800 x
```

3. Construimos o gráfico de $R(x)$ com o domínio em $[1, 200]$

```
(%i23) plot2d([R(x)], [x,1,200],
               [plot_format, gnuplot])$
```

assim, analisando o gráfico gerado pode-se estimar o valor de x para qual a rentabilidade da empresa será máxima, mas para garantirmos certeza devemos obter o valor de x_v .

Figura 6.0.2: Gráfico $R(x)$



Fonte: Autoria própria (2025)

4. Utilizando o comando *coeff* vamos obter o valor dos coeficientes a, b e c da função $R(x)$.

```
(%i30) [a: coeff(R(x),x,2),
        b: coeff(R(x),x,1),
        c: coeff(R(x),x,0)];
(%o30) [-10,1800,0]
```

5. Vamos obter as coordenadas do vértice da parábola que é ponto de máximo: Então a receita será máxima para $x = 90$, sendo essa receita de R\$81000,00.

```
(%i32) x_v=-b/(2*a); y_v=-(b^2-4*a*c)/(4*a);
(%o31) x_v = 90
(%o32) y_v = 81000
```

PROBLEMA 3: Uma aluna do 3º ano da EFOMM, responsável pelas vendas dos produtos da SAMM (Sociedade Acadêmica da Marinha Mercante), percebeu que, com a venda de uma caneca a R\$9,00, em média 300 pessoas compravam, quando colocadas as canecas à venda em um grande evento. Para cada redução de R\$1,00 no preço da caneca, a venda aumentava em 100 unidades. Assim, qual deve ser o preço da caneca, para que a receita seja máxima?³

Sequência a ser seguida para resolução do problema:

1. Definir a expressão $L(x)$ que representa a receita das vendas;
2. Encontrar o valor do x que maximiza a receita.

Pauta de resolução da atividade 3:

1. Iniciar o software Maxima.
2. Definir a função $L(x)$ utilizando o símbolo $:=$ que representa a receita da aluna.
3. Clicar no menu *Simplificar*, em seguida em *Simplify equations* clicar em *Try to guess which form is simple* e simplificar a expressão $L(x)$
4. Clicar no menu *Gráfico* em seguida em *Gráfico 2d...* e construa o gráfico da função $L(x)$ no intervalo $[0, 9]$.
7. Utilizando o comando *coeff* definir os coeficientes a, b e c da função $L(x)$.
8. Calcular o ponto de máximo da função $L(x), (x_v, y_v)$.
9. Determinar o valor que caneca deverá ser vendida.

Resolução do problema 3

1. Seja x reais o valor que será reduzido no valor da caneca, temos que são vendidas $300 + 100 * x$ canecas a $9 - x$ reais. Assim a receita é representada pela

³Questão da EFOMM 2018.

expressão :

```
(%i22) L(x):=(300+100*x)*(9-x);
(%o22) L(x):= (300 + 100 x) (9 - x)
```

2. Expandindo a expressão $L(x)$, obtemos

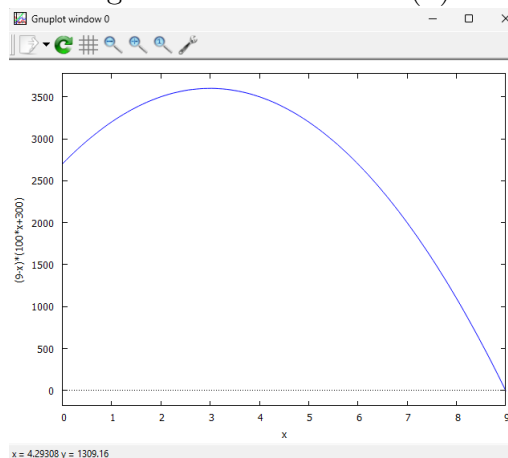
```
(%i25) ratsimp((%o22));
(%o25) L(x):= -(100 x^2) + 600 x + 2700
```

3. Construimos o gráfico de $L(x)$ com o domínio em $[0, 9]$

```
(%i26) plot2d([L(x)], [x,0,9],
               [plot_format, gnuplot])$
```

assim, analisando o gráfico gerado pode-se estimar o valor de x para qual a receita da venda de canecas será máxima, mas para garantirmos certeza devemos obter o valor de x_v .

Figura 6.0.3: Gráfico $L(x)$



Fonte: Autoria própria (2025)

4. Utilizando o comando *coeff* vamos obter o valor dos coeficientes a, b e c da função $L(x)$.

```
(%i29) [a: coeff(L(x),x,2),
        b: coeff(L(x),x,1),
        c: coeff(L(x),x,0)];
(%o29) [-100,600,2700]
```

5. Vamos obter as coordenadas do vértice da parábola que é ponto de máximo: Então a receita será máxima quando o desconto no valor da ceneca for $x = 3$, sendo

```
(%i31) x_v=-b/(2*a); y_v=-(b^2-4*a*c)/(2*a);
(%o30) x_v = 3
(%o31) y_v = 7200
```

essa receita de R\$7200,00.

6. Portanto, o valor que a caneca deverá ser vendida é de $9 - x = 9 - 3 = R\$6,00$.

REFERÊNCIAS

- [1] LIMA, Elon Lages. Números e funções reais. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013. (Coleção PROFMAT).
- [2] MARINHA DO BRASIL. Processo seletivo de admissão às Escolas de Formação de Oficial da Marinha Mercante (EFOMM 2017/2018): questionário das provas de Matemática e Física – 2º dia. Rio de Janeiro: Diretoria de Portos e Costas, 2017. Disponível em: <<https://www.concursosmilitares.com.br/provas-antiores/marinha/efomm/2018-efomm-oficial-da-marinha-mercante-segundo-dia.pdf>>. Acesso em: 02 jun. 2025.
- [3] UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ. Vestibular 2023.1 – 2ª fase – 1º dia: Redação e Matemática. Fortaleza: Comissão Executiva do Vestibular (CEV), 2022. Aplicação em: 11 dez. 2022. Disponível em:<<https://www.cev.uece.br/wp-content/uploads/2022/12/vtb20231f2d1matg3.pdf>>. Acesso em: 02 jun. 2025.
- [4] ESPÍRITO SANTO (Estado). Material estruturado: Matemática – 2ª série do Ensino Médio – 25ª semana: Função quadrática (problemas de máximo e mínimo). Vitória: Secretaria de Estado da Educação, [s.d.]. Disponível em: <<https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/wp-content/uploads/2024/08/25a-Semana-2a-serie-f.pdf>>. Acesso em: 02 jun. 2025.

ANEXOS

1. Manual das questões aplicadas, conforme Souza (2016)

6.1 ATIVIDADE 1: MAXIMIZANDO A PRODUÇÃO DE CANA-DE-AÇÚCAR

O óxido de potássio, denotado por K_2O , é um nutriente usado para melhorar a produção em lavouras de cana-de-açúcar. Em determinada região, foram testadas três dosagens diferentes do nutriente e, neste caso, a relação entre a produção de cana e a dosagem do nutriente se deu conforme mostra a tabela a seguir.

Tabela 6.1: Dados da atividade 1.

Dose do nutriente (Kg/ha)	Produção de cana-de-açúcar (ton/ha)
0	42
70	56
140	61

Fonte: Vestibular da UEL[16].

Considerando que a produção de cana-de-açúcar por hectare, em função da dose de nutriente pode ser descrita pela função real definida por $y(x) = ax^2 + bx + c$, obtenha a quantidade de nutriente por hectare que maximiza a produção de cana-de-açúcar e construa o gráfico desta função. ^[2]

Na resolução desta atividade devemos seguir o roteiro a seguir.

1. Determinar os valores de a , b e c e obter a expressão que representa algebricamente a função.
2. Verificar se a expressão obtida está correta calculando $y(0)$, $y(70)$ e $y(140)$.
3. Explorar a função para mais alguns valores para compreender o seu comportamento.
4. Construir o gráfico da função.
5. Calcular a quantidade x que maximiza a produção e o valor máximo produzido.

6.1.1 Pauta de Resolução da Atividade 1

1. Iniciar o software Maxima.
2. Definir a função $y = y(x)$ utilizando o símbolo:=
3. Clique no menu `Equações`, em seguida clique em `Resolver sistema linear`, escolha o número de equações e defina as equações utilizando `:` e clique em **OK**.
4. Utilizando `:` defina os valores de a , b e c obtidos no item anterior.

²Questão de vestibular da UEL, adaptada [16]

- Verifique a validade da expressão, calculando $y = y(x)$ nos valores fornecidos no enunciado e a seguir explore outros valores de $y = y(x)$.
- Clique no menu Gráficos a seguir em Gráficos 2d... e construa o gráfico da função $y = y(x)$.
- Calcule o ponto de máximo da função $P = (x_v, y_v)$.

6.1.2 Resolução da Atividade 1

- Para iniciar a resolução deste problema, vamos definir a função $y = y(x)$.

```
(%i1) y(x) := a*x^2+b*x+c;
```

```
(%o1) y(x) := ax^2 + bx + c
```

- Pela tabela, pode-se concluir que $y(0) = 42$, $y(70) = 56$ e $y(140) = 61$. Vamos substituir estes valores na função pré-definida e usar a opção resolver um sistema linear com as equações eq1, eq2 e eq3, para obter os valores de a , b e c .

```
(%i2) linsolve([eq1: y(0)=42,  
               eq2: y(70)=56,  
               eq3: y(140)=61], [a,b,c]);
```

```
(%o2) [a = -9/9800, b = 37/140, c = 42]
```

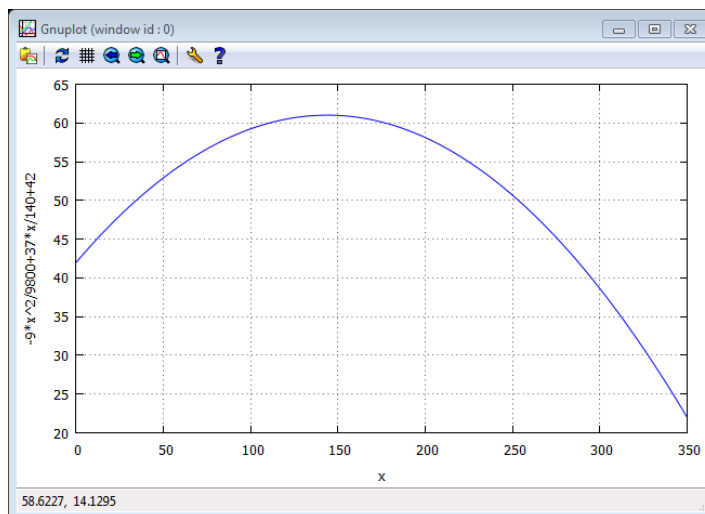
- Calculamos a função $y = y(x)$ em alguns valores para verificar o seu comportamento.

```
(%i4) [y(0), y(70), y(140), y(210), y(280), y(350)];
```

```
(%o4) [42, 56, 61, 57, 44, 22]
```

- A função obtida satisfaz aos valores fornecidos na tabela original.
- Notamos uma variação nos valores de $y = y(x)$ que inicialmente cresce quando x cresce e a partir de um certo valor começa a decrescer enquanto x cresce.
- Para entender melhor o comportamento desta função, plotamos o seu gráfico, observando que, neste caso, não faz sentido um valor de x menor que zero, pois trata-se de uma dosagem de nutrientes a ser aplicada.
- Para construir o gráfico, vamos usar o intervalo $0 \leq x \leq 350$, ainda na janela Gráfico 2d podemos selecionar no campo opções o comando `set grid`, que insere uma grade que auxilia na visualização dos resultados obtidos.

```
(%i5) plot2d([y(x)], [x,0,350],  
             [gnuplot_preamble, "set grid;"])
```

Figura 6.7: Gráfico da função $y = y(x)$ 

8. Analisando o gráfico da figura 6.7, podemos estimar o ponto máximo atingido pela função, mas, para um resultado mais preciso, devemos calcular x_v e y_v , que são coordenadas do vértice da curva $y = y(x)$.

```
(%i6) x_v: -b/(2*a); y_v: -(b^2-4*a*c)/(4*a);
```

```
(%o6) 1295
```

```
(%o7) 4393
```

```
72
```

9. Escrevemos as coordenadas deste ponto com os seus valores decimais.

```
(%i8) x_v, numer; y_v, numer;
```

```
(%o8) 143.888888888889
```

```
(%o9) 61.0138888888889
```

6.2 ATIVIDADE 2: LUCRO MÁXIMO DE UMA EMPRESA DE COSMÉTICOS

A empresa RMS Cosméticos vende um determinado produto, cujo custo de fabricação de x unidades é dado por $3x^2 + 232$ e o seu valor de venda é expresso por $180x - 116$. A empresa vendeu 10 unidades deste produto, e teve um lucro de R\$ 1.152,00. Contudo, esta empresa deseja saber quantas unidades precisa vender para obter um lucro máximo. Qual é a quantidade máxima de unidades a serem vendidas pela empresa RMS para obter o maior lucro? ^[3]

³Questão adaptada do ENEM [17]

Para resolver este problema, devemos:

1. Definir a função lucro $L = L(x)$.
2. Calcular o valor de $L(10)$.
3. Explorar a função para mais alguns valores para verificar o seu comportamento.
4. Construir o gráfico de $L = L(x)$
5. Calcular a quantidade máxima a ser vendida para obter o maior lucro.
6. Calcular o lucro máximo a ser obtido.

6.2.1 Pauta de Resolução da Atividade 2

1. Iniciar o software Maxima.
2. Definir a função $L = L(x)$ utilizando o símbolo `:=`
3. Com o menu `Simplificações`, iremos `Simplificar` a expressão.
4. Verifique a veracidade da equação, calculando $L(x)$ para $x = 10$, explore a função calculando mais alguns valores de $L(x)$.
5. Com o menu `Gráficos`, opção `Gráficos 2d...`, obteremos o gráfico de $L=L(x)$.
6. Calcule o ponto de máximo da função (x_v, y_v) .

6.2.2 Resolução da Atividade 2

1. Se a expressão do valor de custo é $C(x) = 3x^2 + 232$ e a expressão do valor de venda é $V(x) = 180x - 116$, o lucro pode ser expresso da forma $L(x) = V(x) - C(x)$ para compor esta expressão, e, em seguida expandir a mesma.

```
(%i1) L(x) := (180*x-116) - (3*x^2+232);
```

```
(%o1) L(x) := 180x - 116 - (3x^2 + 232)
```

2. Com o comando `ratsimp` do Maxima, obtemos a simplificação:

```
(%i2) ratsimp(%);
```

```
(%o2) L(x) := -3x^2 + 180x - 348
```

3. Para verificar se esta função satisfaz aos valores usados para $L(10)$, basta calcular este e mais alguns valores para esta função.

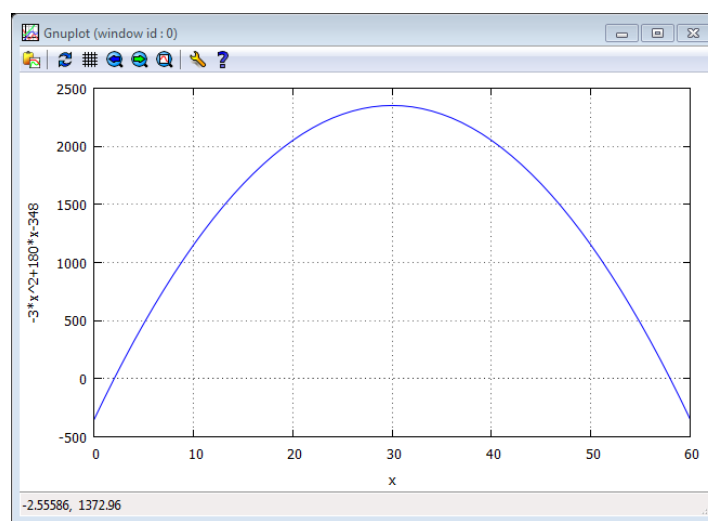
```
(%i3) [L(10), L(15), L(20), L(25), L(30), L(35), L(40)];
```

```
(%o3) [1152, 1677, 2052, 2277, 2352, 2277, 2052]
```

4. Como esperado, $L(10) = 1152$. Analisando os valores obtidos, podemos verificar que para algum valor de x maior que 30 a função deixa de ser crescente.
5. Vamos construir o gráfico da função $L = L(x)$, e como estamos tratando de produção, não faz sentido admitir valores de x menores do que zero.

```
(%i4) plot2d([L(x)], [x,0,60],
             [gnuplot_preamble, "set grid;"], [nticks,15])
```

Figura 6.8: Gráfico da função $L = L(x)$



6. O gráfico da função $L = L(x)$ permite uma boa estimativa para a quantidade a ser vendida para a obtenção de um lucro máximo, mas, para se ter certeza, devemos determinar número de vendas x_v e o respectivo lucro máximo y_v .
7. Os valores de a , b e c são obtidos através do comando `coeff`, para identificar os coeficientes que aparecem na função e em seguida obter estes valores.

```
(%i5) [a: coeff(L(x), x, 2),
      b: coeff(L(x), x, 1),
      c: coeff(L(x), x, 0)];
```

```
(%o5) [-3, 180, -348]
```

```
(%i6) x_v=-b/(2*a); y_v=-(b^2-4*a*c)/(4*a);
```

8. Como os valores de a , b e c já estão na memória do computador, podemos obter as coordenadas do ponto de máximo de $L = L(x)$.

```
(%o6) x_v = 30
```

```
(%o7) y_v = 2352
```

6.3 ATIVIDADE 3: PREJUÍZO COM UMA PEDRA PRECIOSA

Pedro tinha uma pedra semipreciosa, cujo valor de mercado, em reais, é numericamente igual ao quadrado da massa da pedra, em gramas. Ele colocou a pedra em uma balança, para constatar que a massa dela era de 40 gramas. Ao guardar a pedra, ela caiu e quebrou em dois pedaços. Dados que um dos pedaços tem massa igual a x e que a soma dos valores dos pedaços é S , obter a expressão de S em função de x , em seguida estimar o valor de S para que o prejuízo de Pedro seja máximo. [4]

Vamos resolver este problema com as etapas:

1. Obter a função $S = S(x)$ que representa o valor da pedra.
2. Obter o Domínio da função $S = S(x)$ e construir o seu gráfico.
3. Calcular a medida x da massa para a qual o prejuízo é máximo e obter este valor.

6.3.1 Pauta de Resolução da Atividade 3

1. Iniciar o software Maxima.
2. Definir a função $S = S(x)$ utilizando o símbolo `:=`
3. Com o menu `Simplificações`, opção `Simplificar expressão`.
4. Clique no menu `Gráficos` a seguir em `Gráficos 2d...` e construa o gráfico da função $S = S(x)$.
5. Definir os coeficientes a , b e c utilizando o comando `coeff`.
6. Calcular o ponto de mínimo da função $P = (x_v, y_v)$.

6.3.2 Resolução da Atividade 3

1. Pelas informações, temos dois pedaços de pedra, um com massa de peso x e outro com massa $40 - x$, pois a massa inicial da pedra era 40 gramas. Como o valor é proporcional ao quadrado da massa, um pedaço vale x^2 e o outro vale $(40 - x)^2$, assim, temos a função soma $S = S(x)$:

```
(%i1) S(x) := x^2 + (40-x)^2;
```

```
(%o1) S(x) := x^2 + (40 - x)^2
```

⁴Questão do livro ANGLO, adaptada[9]

2. Vamos expandir o resultado algébrico:

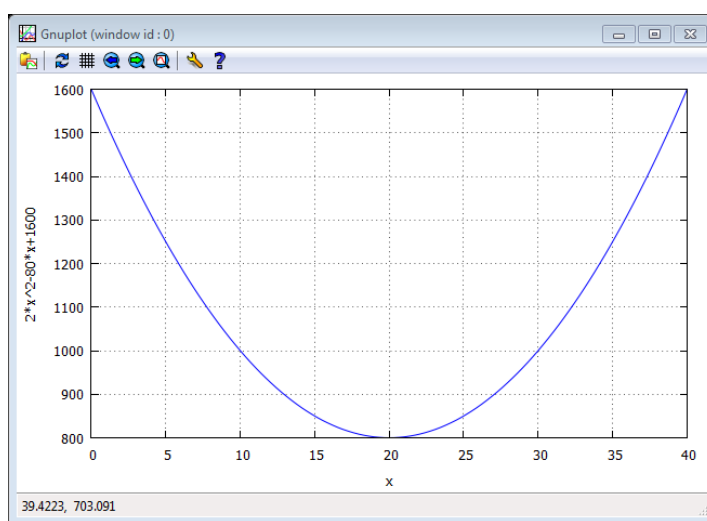
```
(%i2) ratsimp(%);
```

```
(%o2)  $S(x) := 2x^2 - 80x + 1600$ 
```

3. Construímos o gráfico, sobre o domínio $[0, 40]$.

```
(%i6) plot2d([S(x)], [x,0,40],  
             [gnuplot_preamble, "set grid;"])
```

Figura 6.9: Gráfico da Função $S = S(x)$



4. O prejuízo é máximo quando a função atinge o seu valor mínimo, algo próximo do valor 20.

```
(%i8) [a: coeff(S(x), x, 2),  
      b: coeff(S(x), x, 1),  
      c: coeff(s(x), x, 0)];
```

```
(%o8) [2, -80, 1600]
```

5. Usando estes valores, vamos obter os coeficientes e calcular o ponto de mínimo da função e o valor mínimo assumido pela função.

```
(%i9) x_v=-b/(2*a); y_v=-(b^2-4*a*c)/(4*a);
```

```
(%o9)  $x_v = 20$ 
```

```
(%o10)  $y_v = 800$ 
```