

ALICE ROCHA BARRETO CORRÊA MANHÃES

EXPLORANDO A SOMA DOS ÂNGULOS
INTERNOS DE POLÍGONOS COM
MATERIAIS MANIPULÁVEIS: UMA
ABORDAGEM SIGNIFICATIVA E
INVESTIGATIVA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

Julho, 2025

ALICE ROCHA BARRETO CORRÊA MANHÃES

EXPLORANDO A SOMA DOS ÂNGULOS
INTERNOS DE POLÍGONOS COM MATERIAIS
MANIPULÁVEIS: UMA ABORDAGEM
SIGNIFICATIVA E INVESTIGATIVA

“Dissertação apresentada como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro.”

Orientador: Prof. Dr. Luis Humberto Guillermo Felipe

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

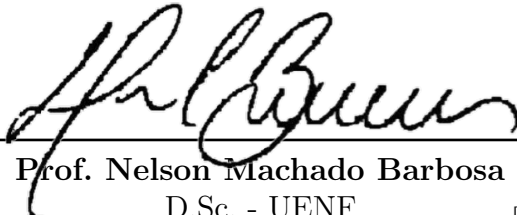
Julho, 2025

ALICE ROCHA BARRETO CORRÊA MANHÃES

EXPLORANDO A SOMA DOS ÂNGULOS
INTERNOS DE POLÍGONOS COM MATERIAIS
MANIPULÁVEIS: UMA ABORDAGEM
SIGNIFICATIVA E INVESTIGATIVA

“Dissertação apresentada como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro.”

Aprovada em 07 de julho de 2025.


Prof. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF



Documento assinado digitalmente
MARIDELMA DE SOUSA POURBAIX
Data: 03/10/2025 17:37:08-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^a. Maridelma de Sousa Pourbaix
D.Sc. - UENF



Documento assinado digitalmente
LÍVIA AZELMAN DE FARIA ABREU
Data: 03/10/2025 11:33:37-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^a. Lívia Azelman de Faria Abreu
D.Sc. - IFF



Documento assinado digitalmente
LUIS HUMBERTO GUILLERMO FELIPE
Data: 02/10/2025 12:40:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Luis Humberto Guillermo Felipe
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

*Dedico este trabalho a todos os meus alunos,
que me ensinam, todos os dias, a ser uma professora
e uma pessoa melhor.*

Agradecimentos

Gostaria de registrar minha sincera gratidão a todos que, de alguma forma, colaboraram e apoiaram a realização deste trabalho.

Agradeço ao meu orientador, Professor Luis Guillermo, por toda a assistência ao longo desta trajetória e, pelas conversas geométricas e educacionais que tivemos desde antes mesmo do início da orientação. Foi um privilégio ser sua aluna e orientanda.

Sou grata, também, à minha família e amigos, que me deram todo o suporte, incentivo e força, não apenas para a realização desta pesquisa, mas em cada etapa do programa. Aos meus pais, irmãos e sobrinhos: muito obrigada por tudo.

Aos professores do PROFMAT/UENF, especialmente à Professora Elba, com quem tive o enorme prazer de conviver durante o período da bolsa de apoio ao ensino, agradeço pelo carinho, apoio e ensinamentos; e ao Professor Nelson, por sempre nos ouvir e acolher com atenção diante das dúvidas e dificuldades enfrentadas ao longo do curso.

Aos demais professores que passaram pela minha vida escolar e acadêmica e que influenciaram tanto minha trajetória pessoal e profissional, deixo meu agradecimento sincero. É um privilégio ter tido excelentes referências. Obrigada por tudo, por fazerem parte do que sou hoje e por me inspirarem a acreditar na importância da educação.

Aos amigos professores que conheci nos últimos anos, com quem tanto aprendo diariamente, e às amigas que construí na turma do PROFMAT/UENF (2023), deixo minha profunda gratidão. Muito obrigada, Fred, Dani, Silvana, Nara, Rodrigo, Genaldo e Bráulio, pela união, parceria, grupos de estudos, trocas de experiências e conversas profundas. Vocês foram fundamentais, e sou muito grata por todos os momentos compartilhados.

Agradeço, ainda, às diretoras do CEMSTIAC, Sheila e Sandra, pelo carinho, pela confiança no meu trabalho e por permitirem a aplicação desta pesquisa nessa escola que me acolheu tão bem logo na minha primeira experiência docente. Aos meus colegas professores Carol, Roberto, Juliana e Gesseana, que gentilmente cederam seus horários para os encontros com as turmas e colaboraram nos momentos da aplicação dos questionários, minha sincera gratidão. À minha grande amiga Bruna que, também, acompanhou todo o processo e deu diversas sugestões valiosas para este trabalho.

A todos, meu muito obrigada!

“Mestre não é quem sempre ensina, mas quem de repente aprende”.
– Guimarães Rosa

Resumo

Esta pesquisa investiga as contribuições da abordagem investigativa e do uso de materiais manipuláveis para a compreensão do conceito da soma dos ângulos internos de polígonos por alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. A pesquisa foi realizada em uma escola pública municipal de Campos dos Goytacazes (RJ) e fundamenta-se na Teoria da Aprendizagem Significativa. Adotou-se uma metodologia qualitativa, de natureza exploratória e com características de pesquisa-ação, envolvendo a elaboração, aplicação e análise de uma sequência didática, composta por sete etapas: sondagem diagnóstica, aula expositiva, construção de polígonos, atividade de descoberta da soma dos ângulos internos, atividade de verificação, resolução do Quebra-Cabeça de *Haberdasher* e questionário final. Os dados analisados — registros escritos dos estudantes, observações da pesquisadora e respostas dos questionários — indicaram que a maioria dos alunos foi capaz de reconhecer padrões, formular hipóteses e compreender de forma mais significativa a relação entre o número de lados de um polígono e a soma de seus ângulos internos. Observou-se que o uso de materiais manipuláveis favoreceu a visualização e a construção de significados, além de promover maior engajamento nas atividades. No entanto, dificuldades persistentes na generalização de ideias e na formulação de conclusões abstratas apontam para a necessidade de intervenções mais sistemáticas, capazes de contribuir para a formalização progressiva do conhecimento matemático. Os resultados sugerem que metodologias baseadas na investigação e na manipulação concreta são promissoras no ensino da Geometria, especialmente quando articuladas a estratégias que favoreçam o desenvolvimento cognitivo e a argumentação matemática. Como proposta para estudos futuros, recomenda-se explorar abordagens semelhantes na perspectiva de outros conteúdos geométricos e investigar o papel da argumentação em contextos investigativos.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa; Materiais Manipuláveis; Abordagem Investigativa; Geometria; Soma dos Ângulos Internos de Polígonos.

Abstract

This research investigates the contributions of an investigative approach and the use of manipulative materials to support students' understanding the concept of the sum of interior angles of polygons in 8th and 9th grades of elementary school. The study was conducted at a public school in Campos dos Goytacazes (RJ) and is grounded in the Meaningful Learning Theory. A qualitative, exploratory methodology with characteristics of action research was adopted, involving the design, implementation, and analysis of a didactic sequence composed of seven stages: diagnostic survey, expository class, polygon construction, discovery activity on the sum of interior angles, verification activity, solving the Haberdasher's Puzzle, and final questionnaire. The data analyzed — written student work, field observations, and questionnaire responses — indicated that most students were able to recognize patterns, formulate hypotheses, and understand more meaningfully the relationship between the number of sides of a polygon and the sum of its interior angles. The use of manipulative materials enhanced visualization and supported the construction of meaning, also increasing student engagement in the activities. However, persistent difficulties in generalizing ideas and drawing abstract conclusions point to the need for more systematic pedagogical interventions that promote the gradual formalization of mathematical knowledge. The results suggest that methodologies involving investigation and concrete manipulation are promising in Geometry teaching, especially when combined with strategies that foster cognitive development and mathematical argumentation. For future research, it is recommended to apply similar approaches in the perspective of other geometric topics and explore the development of argumentation in investigative contexts.

Keywords: Meaningful Learning; Manipulative Materials; Investigative Approach; Geometry; Sum of Interior Angles of Polygons.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Transformação do triângulo equilátero em retângulo	19
Figura 2 – Sistema de coordenadas dos tipos de aprendizagem	28
Figura 3 – Item 2 do Registro das Atividades	44
Figura 4 – Itens 3 e 4 do Registro das Atividades	45
Figura 5 – Ilustração do livro <i>The Canterbury Puzzles</i>	46
Figura 6 – Construção do Quebra-Cabeça de <i>Haberdasher</i>	47
Figura 7 – Variante Simplificada da Construção do Quebra-Cabeça de <i>Haberdasher</i>	48
Figura 8 – Quebra-Cabeça de <i>Haberdasher</i>	49
Figura 9 – Peças do Quebra-Cabeça de <i>Haberdasher</i>	50
Figura 10 – Respostas dos alunos da 8AM01 e 9AM01 na Questão 9	57
Figura 11 – Respostas de uma aluna da 8AM01 para as Questões 4 e 7	58
Figura 12 – Resposta de um aluno da 8AT03 para a Questão 7	59
Figura 13 – Respostas dos alunos da 9AM01 para a Questão 4	59
Figura 14 – Respostas de três alunos da 9AM01 para a Questão 7	60
Figura 15 – Respostas de alunos da 8AM01 e 8AT03 para a Questão 5	61
Figura 16 – Respostas de dois alunos da 9AM01 e de uma aluna da 8AM01 para a Questão 5	62
Figura 17 – Resposta de uma aluna da 9AM01 para a Questão 6	65
Figura 18 – Resposta de uma aluna da 8AM01 para a Questão 6	65
Figura 19 – Resposta de um aluno da 8AM01 para a Questão 8	66
Figura 20 – Resposta de uma aluna da 9AM01 para a Questão 8	67
Figura 21 – Comentários dos alunos da 8AM01 sobre a Atividade de Sondagem	68
Figura 22 – Comentários dos alunos da 8AT03 sobre a Atividade de Sondagem	69
Figura 23 – Comentários dos alunos da 9AM01 sobre a Atividade de Sondagem	69
Figura 24 – Registros da aula na turma 8AT03	71
Figura 25 – Registros dos alunos de todas as turmas construindo e recortando os triângulos	72
Figura 26 – Registros dos alunos juntando os ângulos internos dos triângulos	73
Figura 27 – Registros das respostas dos alunos para a Questão 1	73
Figura 28 – Respostas de dois alunos da 8AT03 para a Questão 1	74
Figura 29 – Respostas incorretas de estudantes da 8AM01 e 8AT03 para a Questão 1	74
Figura 30 – Polígonos desenhados por uma aluna da 9AM01	75
Figura 31 – Alunos desenhando os polígonos e suas diagonais	75

Figura 32 – Registro dos alunos produzindo os polígonos na turma 8AM01	76
Figura 33 – Registros de uma aluna para o Item 2	76
Figura 34 – Registros de uma aluna da 9AM01 para o Item 3	77
Figura 35 – Respostas de dois alunos da 9AM01 e três da 8AM01 para o Item 4	78
Figura 36 – Resposta de um estudante da 8AM01 para a Questão 1	80
Figura 37 – Resposta de um estudante da 9AM01 para a Questão 2	80
Figura 38 – Resposta de um estudante da 8AT03 para a Questão 3	81
Figura 39 – Resposta de uma estudante da 8AM01 para a Questão 4	81
Figura 40 – Resposta de um estudante da 9AM01 para a Questão 5	83
Figura 41 – Alunos tentando montar o Quebra-Cabeça de <i>Haberdasher</i>	83
Figura 42 – Respostas dos estudantes para a Questão 5	86
Figura 43 – Respostas dos estudantes para a Questão 6	87
Figura 44 – Respostas de alguns alunos para a pergunta: Qual foi a parte da atividade que você mais gostou? Por quê?	89
Figura 45 – Respostas de alguns dos estudantes sobre as partes da atividade que mais tiveram dificuldade	90
Figura 46 – Comentários adicionais dos respondentes sobre todas as etapas da sequência didática	90

Lista de tabelas

Tabela 1 – Respostas dos estudantes sobre a primeira pergunta do Registro de Atividades	74
Tabela 2 – Respostas dos estudantes sobre a terceira questão do Registro de Atividades	78

Lista de quadros

Quadro 1 – Cronograma de atividades realizadas por turma	54
--	----

Lista de gráficos

Gráfico 1 – Acertos e erros dos estudantes sobre a Questão 1	56
Gráfico 2 – Acertos e erros dos estudantes sobre a Questão 2	56
Gráfico 3 – Acertos e erros dos estudantes sobre a Questão 3	57
Gráfico 4 – Acertos e erros das três turmas em cada item da Questão 5	64
Gráfico 5 – Acertos e erros das três turmas na Questão 6	64
Gráfico 6 – Acertos e erros dos alunos na Questão 8	66
Gráfico 7 – Termos mais utilizados pelos alunos das três turmas acerca da Atividade de Sondagem	67
Gráfico 8 – Acertos e erros dos alunos na Questão 5	82
Gráfico 9 – Como você avaliaria a clareza das instruções dadas durante a atividade? . .	84
Gráfico 10 – Como foi trabalhar com os materiais manipuláveis?	85
Gráfico 11 – Você conseguiu entender a relação entre o número de lados de um polígono e a soma dos ângulos internos?	85
Gráfico 12 – Você acredita que a atividade contribuiu para o seu aprendizado?	86
Gráfico 13 – Você acredita que a sequência de atividades te deixou preparado(a) para responder as perguntas da atividade de verificação e a montar o Quebra-Cabeça?	87

Lista de abreviaturas e siglas

BDBTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEMSTIAC	Centro Educacional Municipal do Sindicato dos Trabalhadores da Indústria do Açúcar de Campos
EJA	Educação de Jovens e Adultos
MD	Material Didático
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
UENF	Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
2	REFERENCIAL TEÓRICO	22
2.1	Soma dos Ângulos Internos de Polígonos	22
2.1.1	O Ensino e Aprendizagem de Geometria	22
2.1.2	Ângulos e Polígonos no contexto da Educação Básica	24
2.2	Aprendizagem Significativa	25
2.3	Abordagem Investigativa	29
2.4	Materiais Manipuláveis	30
2.5	Trabalhos Relacionados	33
2.5.1	A Aprendizagem Significativa em Ambientes Colaborativo-Investigativos de Aprendizagem: um Estudo de Conceitos de Geometria Analítica Plana	34
2.5.2	O estudo da Geometria Espacial por meio da construção de sólidos com materiais alternativos	34
2.5.3	Estudo de polígono por meio de Prática Investigativa	35
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS	37
3.1	Caracterização da Pesquisa	37
3.1.1	Tipo de Pesquisa	37
3.1.2	Público-Alvo	40
3.2	Sequência de Atividades	41
3.2.1	Atividade de Sondagem	41
3.2.2	Aula Expositiva	42
3.2.3	Atividade de Construção de Polígonos	43
3.2.4	Atividade de Descoberta da Soma dos Ângulos	43
3.2.5	Atividade de Verificação	45
3.2.6	Quebra-Cabeça de Haberdasher	46
3.2.7	Questionário Final	50
3.3	Análise dos Dados	51
4	APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E RESULTADOS	54
4.1	Aplicação da Atividade de Sondagem	54
4.1.1	Ângulos	56
4.1.2	Elementos de Polígonos	58
4.1.3	Classificação de Polígonos	60
4.1.4	Triângulos	65

4.1.5	Comentários Gerais dos Estudantes	67
4.2	Aula Expositiva (Aplicação)	70
4.3	Atividade com os Polígonos	71
4.4	Aplicação da Atividade de Verificação	79
4.5	Aplicação do Quebra-Cabeça de <i>Haberdasher</i>	83
4.6	Aplicação do Questionário Final	84
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	92
REFERÊNCIAS		95

APÊNDICES 101

APÊNDICE A	–	DOCUMENTOS DE AUTORIZAÇÃO	102
APÊNDICE B	–	ATIVIDADE DE SONDAAGEM	104
APÊNDICE C	–	SLIDES DA AULA	107
APÊNDICE D	–	REGISTROS DAS ATIVIDADES	123
APÊNDICE E	–	ATIVIDADE DE VERIFICAÇÃO	125
APÊNDICE F	–	QUESTIONÁRIO FINAL	127

Capítulo 1

Introdução

A Matemática, mais do que uma disciplina escolar, é um instrumento essencial para o desenvolvimento do pensamento lógico, da capacidade de resolução de problemas e para a compreensão do mundo. No entanto, apesar de sua relevância ser indiscutível, o ensino dessa ciência tem enfrentado muitos desafios em todos os segmentos da Educação Básica e carece de uma atenção redobrada ao modo em que é ensinada.

A diversidade de vertentes e metodologias no ensino de Matemática hoje oferece um panorama rico e variado para os educadores. No entanto, essa abundância de abordagens, embora enriquecedora, pode também apresentar desafios práticos em sua aplicação integral. Por exemplo, os modelos mais tradicionais de ensino, por vezes, restringem-se a abordagens teóricas que não se conectam de forma efetiva com a realidade vivenciada pelos estudantes. Da mesma forma, as tecnologias educacionais, embora ofereçam recursos inovadores que promovem interatividade e uma melhor visualização dos conceitos, muitas vezes não são acessíveis a todos os contextos educacionais.

De modo relacionado a isso, [Fiorentini \(1995\)](#) argumenta que há uma distinção substancial nos resultados obtidos pelos alunos dependendo da orientação pedagógica adotada pelo professor e ainda, exemplifica que há uma diferença notável entre a prática do professor que enfatiza a memorização de fatos e a repetição de exercícios daquele que adota uma abordagem centrada na construção dos conceitos por meio de atividades reflexivas, manipulação de materiais e resolução de situações-problema.

Vale ressaltar, porém, que a intenção deste trabalho não é enfatizar os problemas e limitações ou desmerecer outras metodologias, mas sim evidenciar as vantagens, a importância e a razão por trás da escolha de uma metodologia experimental, fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e no uso de materiais manipuláveis. A escolha por essas abordagens objetiva enfatizar um aprendizado mais ativo e significativo, propondo um contexto de ensino mais acessível e adaptado às necessidades da realidade educativa atual.

Tendo isso em mente, é necessário, primeiramente, trazer à tona o fato de que existe uma problemática no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. De acordo com [Ponte \(1994\)](#):

Para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. [...] Alguns alunos interiorizam mesmo desde cedo uma auto-imagem de incapacidade em relação à disciplina. Dum modo geral, culpam-se a si próprios, aos professores, ou às características específicas da Matemática ([Ponte, 1994](#), p. 2).

Outro fator relevante de se considerar é que grande parte dos problemas relacionados ao ensino de Matemática pode vir da base, ou seja, dos anos iniciais da educação. Nesse sentido, [Nacarato, Mengali e Passos \(2011\)](#) apontam algumas lacunas existentes na formação matemática dos professores polivalentes, que ensinam todos os componentes curriculares, uma vez que os cursos de Pedagogia e os de Normal e Médio, na maioria das vezes, possuem um enfoque maior nos aspectos metodológicos.

Além disso, no ensino da Geometria a situação é ainda mais delicada. É notável que, em alguns contextos, um enfoque mais algébrico gera uma certa negligência acerca de conteúdos geométricos. Tal fato é muito preocupante, visto que o estudo de Geometria contribui no desenvolvimento do pensar geométrico, no raciocínio espacial e mais abstrato, na resolução de problemas de outras áreas de conhecimento e na *não* distorção da visão matemática ([Lorenzato, 1995](#)).

[Lorenzato \(1995\)](#) chama essa situação de “omissão geométrica” e aponta as principais causas para que isso ocorra. O primeiro exemplo é a falta de conhecimentos geométricos por parte dos professores que podem se ver em um dilema de tentar ensinar Geometria sem conhecê-la, ou então, não ensiná-la. Outra razão para essa lacuna acontecer seria a abordagem e a organização de boa parte dos materiais didáticos que muitas vezes apresentam a Geometria meramente como um conjunto de regras, definições, fórmulas e propriedades sem qualquer conexão com situações reais, cotidianas ou com o cenário histórico. Somado a tudo isso, a Geometria é, na maioria das vezes, exibida na última parte do livro, o que aumenta ainda mais as chances de não ser estudada por falta de tempo letivo ([Lorenzato, 1995](#)).

Essa omissão geométrica não só limita e dificulta o aprendizado da disciplina, mas também compromete a construção da visão matemática. Quando a Geometria é tratada de forma isolada, sem conexão com o restante dos conteúdos e conceitos trabalhados na Matemática e em outras áreas do conhecimento, ficando distante dos contextos reais, ela pode deixar de ser vista pelos alunos como uma ferramenta útil para a resolução de problemas do mundo real.

Solucionar todos esses problemas não é uma tarefa fácil, mas algumas medidas podem ser tomadas para tornar esse eixo da Matemática, a Geometria, mais acessível e

agradável aos estudantes e, o primeiro passo é reconhecer que isso não ocorre efetivamente. [Ponte \(1994\)](#) enfatiza que a Matemática é ensinada para ser difícil, uma vez que os currículos focam na quantidade, em detrimento da qualidade e, geralmente, tendem a incentivar uma abstração precoce. Afirma também que, para tornar o ensino desta disciplina uma experiência escolar bem-sucedida, é necessária uma intervenção em todos os níveis de escolaridade e âmbitos de políticas educacionais, criando uma imagem diferenciada, na qual a Matemática seja uma atividade multifacetada e que proporcione experiências desafiadoras a todos.

Dentre as medidas a serem tomadas, é válido enfatizar a necessidade do desenvolvimento e melhoria das práticas pedagógicas, "valorizando-se o trabalho de grupo, a realização de projectos, as actividades exploratórias e de investigação, a resolução de problemas, a discussão e a reflexão crítica" ([Ponte, 1994](#), p. 5).

Nesse contexto, a abordagem investigativa surge como uma resposta fundamental para lidar com os desafios identificados anteriormente. A realização de atividades de investigação em sala de aula proporciona uma compreensão mais profunda dos conceitos. Conforme argumentado por [Cunha, Oliveira e Ponte \(1995\)](#), as atividades investigativas constituem parte essencial da experiência matemática, permitindo aos alunos uma visão mais ampla desta ciência. Ao envolver os alunos em situações desafiadoras, as atividades investigativas fornecem um conhecimento factual e promovem uma aprendizagem mais significativa.

Em coerência com a perspectiva investigativa, por proporcionarem uma experiência concreta, os materiais manipuláveis podem ser importantes aliados na aplicação dessa abordagem, permitindo que os alunos explorem os conceitos matemáticos de forma ativa e participativa. É uma atividade que entusiasma os alunos a explorarem, obterem dados e a formularem suposições ([Bzunek et al, 2016](#)).

Em consonância a isso, é primordial que o caráter exploratório e o uso de materiais manipuláveis estejam diretamente vinculados, visto que, conforme afirma [Nacarato \(2005, p. 4\)](#), "Um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática".

Ao integrar materiais manipuláveis às atividades investigativas, os alunos têm a oportunidade não apenas de visualizar e representar mentalmente conceitos abstratos, mas também de experimentá-los de forma tangível. Essa abordagem pode ser alinhada à Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, que se caracteriza, entre outros aspectos, pela interação entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos, de modo não arbitrário e não literal, como aponta [Moreira \(2012\)](#).

Para Ausubel, no processo de aprendizagem "[...]os novos conhecimentos adquirem significado para o sujeito e os conhecimentos prévios adquirem novos significados ou maior

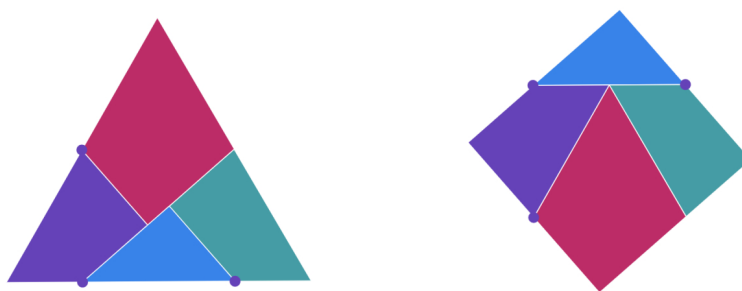
estabilidade cognitiva” (Moreira, 2012, p. 2).

Essencialmente, são duas as condições para a aprendizagem significativa: 1) o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e 2) o aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender. [...] o material deve ser relacionável à estrutura cognitiva e o aprendiz deve ter o conhecimento prévio necessário para fazer esse relacionamento de forma não-arbitrária e não-literal (Moreira, 2012, p. 8).

A respeito do conteúdo e dos conceitos que serão explorados no presente trabalho, é possível fazer um paralelo com Tinoco (2012) que afirma que, para a generalização da soma dos ângulos internos de triângulos, o que pode ser facilmente aplicável para polígonos quaisquer, convém começar por alguns casos concretos antes de generalizá-la, principalmente porque, nesse ano de escolaridade da Educação Básica, quando comumente são construídos, os alunos ainda não estão familiarizados com demonstrações matemáticas.

Durante as pesquisas sobre a Soma dos Ângulos Internos de um Polígono, por meio do livro dos autores Giraldo, Caetano e Mattos (2012) tomou-se conhecimento acerca de um interessante recurso pedagógico, um quebra-cabeça geométrico, criado em 1902 por Henry Ernest Dudeney, um matemático inglês que é autor de diversos jogos e quebra-cabeças matemáticos. O *Haberdasher's Puzzle* (Quebra-Cabeça de *Haberdasher*) é construído a partir da realização de cortes em um triângulo equilátero de modo que os pedaços recortados formem um quadrado e, a solução consiste na execução de apenas três cortes retilíneos que geram quatro ângulos retos compatíveis com a montagem do quadrado. (Giraldo, Caetano, Mattos, 2012). A Figura 1 ilustra essa transformação:

Figura 1 – Transformação do triângulo equilátero em retângulo



Fonte: Amplify, 2024.

Esse tipo de dissecção geométrica representa uma oportunidade de se explorar conceitos matemáticos de forma prática e concreta, estimulando a percepção espacial, a criatividade e o raciocínio geométrico dos alunos, promovendo uma abordagem lúdica e visual da Geometria.

Ao se relacionar o Quebra-Cabeça de *Haberdasher* com o conteúdo explorado neste trabalho, decidiu-se utilizá-lo, de modo adaptado, como um desafio para os alunos após a aplicação de toda a atividade de exploração dos materiais manipuláveis e dedução da relação da Soma dos Ângulos Internos de Polígonos, uma vez que os alunos precisarão levar em conta os ângulos das figuras e os conceitos aprendidos durante as atividades, para formarem o triângulo e o retângulo.

Todo planejamento para a realização desta pesquisa foi motivado após a primeira experiência profissional enquanto professora do segundo segmento do Ensino Fundamental, que ocorreu num contexto logo após a pandemia, de 2022 a 2023, em escolas da Rede Municipal de Campos dos Goytacazes (RJ). Nesse período, foi possível observar verdadeiramente as dificuldades encontradas em ensinar e aprender na rede pública, sobretudo após a pandemia em que os alunos não tiveram aulas ou tiveram aulas remotas e perderam etapas importantes da trajetória escolar.

A carência material e estrutural nas escolas também foi outro fato relevante que gerou entraves no processo de ensino e aprendizagem. Todavia, é importante deixar claro que essas ponderações não são críticas à gestão escolar em si, uma vez que entende-se que essa problemática é algo muito mais amplo, pertencente a outras instâncias da Política Educacional e que está presente também em diversas outras realidades.

Propositadamente, escolheu-se aplicar a sequência didática em uma dessas escolas, tendo por motivação todas as dificuldades enfrentadas, levando em conta que outros professores, possivelmente, tenham se deparado com barreiras similares. Além disso, a escolha por um tema dentre os conteúdos de Geometria se deu, não só por uma aproximação pessoal com a área, mas também pela percepção de que era um eixo temático que ficava realmente esquecido, sobretudo quando não há, nas Unidades Escolares, um currículo estruturado com uma separação de tempos de aula somente para ela.

Como o conteúdo abordado na sequência didática foi a Soma dos Ângulos Internos de um Polígono, aplicou-se a proposta em algumas turmas de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, uma vez que era necessário que os alunos tivessem um prévio conhecimento geométrico. A sequência didática foi aplicada no Centro Educacional Municipal do Sindicato dos Trabalhadores da Indústria do Açúcar de Campos (CEMSTIAC), no município de Campos dos Goytacazes - RJ.

Com base em motivações pessoais e profissionais, após a escolha das abordagens e fundamentações teóricas de melhor aderência à pesquisa, desenvolveu-se o seguinte objetivo geral: *Analisar, a partir da observação e atividades aplicadas, as contribuições da abordagem investigativa-exploratória e do uso de material manipulável na compreensão do conceito de Soma dos Ângulos Internos de Polígonos, por alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental.*

Nesse sentido, buscou-se responder à seguinte questão de pesquisa: *De que maneira a abordagem investigativa-exploratória, aliada ao uso de materiais manipuláveis, contribui para a compreensão do conceito de soma dos ângulos internos de polígonos por alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental?*

Com a finalidade de alcançar o objetivo geral e responder à questão de pesquisa, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Avaliar os conhecimentos prévios dos alunos sobre conceitos geométricos, tais como ângulos, polígonos, lados, vértices, diagonais e soma dos ângulos em um triângulo, por meio de atividade de sondagem.
- Realizar atividade prática de construção de polígonos, incentivando os alunos a identificarem diagonais e ângulos internos, promovendo a visualização das relações geométricas.
- Analisar a contribuição da abordagem investigativa e dos materiais manipuláveis para o entendimento dos alunos sobre a relação entre o número de lados de um polígono e a soma dos ângulos internos
- Investigar a forma pela qual os conhecimentos construídos durante a sequência didática foram mobilizados na resolução do Quebra-Cabeça de *Haberdasher*.
- Verificar se a fixação dos conhecimentos prévios antes da introdução de novos conceitos colaborou para o entendimento e aprendizado dos alunos.

Este trabalho está organizado em cinco capítulos. No primeiro capítulo está contida a Introdução; no segundo, apresenta-se todo o Referencial Teórico que foi utilizado na pesquisa; no Capítulo 3 são explicitados os Aspectos Metodológicos e como se deu a construção e planejamento do trabalho; o quarto capítulo trata da Aplicação da Metodologia e da discussão dos Resultados, ou seja, o que foi possível observar e inferir a partir do que foi aplicado; e no último, apresentam-se as Considerações Finais acerca da pesquisa, assim como os desdobramentos futuros. Após os cinco capítulos, têm-se ainda as Referências Bibliográficas e os Apêndices.

Capítulo 2

Referencial Teórico

Este capítulo está estruturado em cinco partes. A primeira aborda as dificuldades, o contexto histórico e a importância do ensino da Geometria, sobretudo dos temas "Ângulos" e "Polígonos". A segunda trata da importância, das distinções relevantes na metodologia de David Ausubel, a Aprendizagem Significativa e das correlações desta com este trabalho. No terceiro subcapítulo discute-se a importância da Abordagem Investigativa no ensino e na aprendizagem de Matemática. O quarto refere-se ao uso dos Materiais Manipuláveis para as atividades desenvolvidas na pesquisa. Por fim, são apresentados os pontos mais relevantes dos três principais trabalhos de pesquisa que se relacionam com a presente dissertação, bem como suas diferenças e contribuições, haja vista as lacunas observadas no estudo dos mesmos.

2.1 Soma dos Ângulos Internos de Polígonos

2.1.1 O Ensino e Aprendizagem de Geometria

Diversos estudos e pesquisas vêm sendo realizados acerca das dificuldades enfrentadas no ensino e na aprendizagem, assim como na negligência de uma importante unidade temática da área Matemática: a Geometria. Alguns deles fazem uma análise curricular ou histórica sobre como a Geometria vem sendo ensinada e aprendida, enquanto outros trazem opiniões de estudantes e professores a respeito dos problemas enfrentados nesse processo.

Historicamente, conforme afirmam [Lobo e Bayer \(2004\)](#) e [Lorenzato \(1995\)](#), até a década de 1950, a Geometria era ensinada de modo lógico-dedutivo, com demonstrações complexas e abstratas, o que não agradava muito aos alunos. Isso muda ao final da década com o surgimento do Movimento da Matemática Moderna que influenciou o ensino de Matemática em diversos países, incluindo o Brasil. Com isso, a abordagem da Geometria sofreu mudanças, uma vez que a Matemática passa a ter um foco maior na Teoria dos

Conjuntos e na Álgebra Vetorial, o que fez com que a Geometria Euclidiana deixasse de ser parte central do currículo de Matemática (Lobo; Bayer, 2004).

De acordo com [Lorenzato \(1995\)](#) "a proposta da Matemática Moderna de algebrizar a Geometria não vingou no Brasil, mas conseguiu eliminar o modelo anterior, criando assim uma lacuna nas nossas práticas pedagógicas, que perdura até hoje"(Lorenzato, 1995, p. 4). Esse contexto demonstra a necessidade de uma atenção especial ao ensino de Geometria, visto que esse hiato entre a abordagem tradicional, baseada na lógica dedutiva, e as tentativas de inclusão de métodos mais modernos e algébricos continua a influenciar negativamente na maneira em que se aborda a Geometria nas escolas brasileiras, resultando em uma formação possivelmente incompleta para muitos alunos.

Sobre a visão dos professores com relação ao ensino da Geometria, [Almouloud et al. \(2004\)](#) afirmam que por mais importante e relevante que a Geometria seja, especialmente por ser aplicável em diversas outras áreas do conhecimento, diversos professores do Ensino Fundamental apontam dificuldades, tanto no ensino quanto na aprendizagem de tal ramo da Matemática. "Talvez por isso solicitem, sempre que questionados a respeito do ensino de geometria, cursos de extensão que priorizem reflexões de suas práticas pedagógicas"(Almouloud et al, 2004, p. 94).

Todavia, antes de se pensar em alternativas, metodologias e meios para mudar o modo pelo qual se ensina Geometria, é preciso salientar o porquê de ela ser tão importante e relevante no processo de ensino e aprendizagem, como destacam os autores citados. [Lorenzato \(1995\)](#) resume a necessidade de se ter Geometria nas escolas pelo simples fato de que, sem ela, as pessoas não desenvolvem o pensamento geométrico nem o raciocínio espacial e, por consequência, não conseguem resolver situações da vida que sejam geometrizadas ou utilizá-la para resolver questões das demais áreas de conhecimento.

A Geometria pode ser ainda um simplificador de processos mentais porque apoia a construção do conhecimento, valoriza descobertas, a formulação de hipóteses e a experimentação (Lorenzato, 1995). "Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida"(Lorenzato, 1995, p. 5). Além disso, o mesmo autor salienta que:

A Geometria é um excelente apoio as outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem idéias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental que a Geometria (que é carregada de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos. A imagem desempenha importante papel na aprendizagem e é por isso que a representação de tabelas, fórmulas, enunciados, etc, sempre recebe uma interpretação mais fácil com o apoio geométrico. A Geometria pode esclarecer situações abstratas, facilitando a comunicação da idéia matemática (Lorenzato, 1995, p. 6).

2.1.2 Ângulos e Polígonos no contexto da Educação Básica

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento normativo, elaborado para nortear a comunidade escolar acerca dos temas e componentes curriculares que compõem aprendizagens essenciais em que todos os alunos devem desenvolver e que permeiam as etapas da Educação Básica (Brasil, 2017).

Dentro do Componente Matemática e da Unidade Temática Geometria, o estudo de Ângulos e de Polígonos aparece diversas vezes na BNCC. Mais especificamente no 6º e 7º anos do Ensino Fundamental muitas habilidades já relacionam os dois conceitos e, por isso, é fundamental destacar a importância de se ensinar aos alunos que um está diretamente relacionado ao outro. Dentre essas habilidades, é válido salientar:

(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, [...]

(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.

(EF07MA24) [...] verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, [...] (Brasil, 2017, p. 303 e 309).

As habilidades EF07MA24 e EF07MA27 abordam de fato a Soma dos Ângulos Internos de Polígonos. A primeira é a mais conhecida e, como aponta Tinoco (2012), é um dos resultados principais da Geometria Euclidiana, sendo uma das propriedades em que a maioria dos alunos não esquece: de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . E a partir dessa propriedade já é possível introduzir o valor da Soma dos Ângulos Internos dos demais Polígonos. No entanto, quando precisam recorrer a ela para algum outro aprendizado, quase sempre esquecem desse conhecimento prévio (Tinoco, 2012).

Ainda segundo Tinoco (2012), a dificuldade aparece quando se percebe que, na realidade, os alunos não sabem o porquê dessas propriedades e, muito menos conseguem demonstrá-las. O que indica que essa é "mais uma abstração da matemática, que pode parecer bastante intuitiva mas que, talvez, não tenha sido trabalhada da melhor forma das primeiras vezes que foi abordada" (Tinoco, 2012, p. 12) Este fato, mais uma vez, demonstra a problemática nas abordagens utilizadas no ensino de conteúdos geométricos, ou seja, como mencionado, o enfoque metodológico aplicado no tratamento dos conteúdos desenvolvidos possui extrema relevância.

2.2 Aprendizagem Significativa

A Aprendizagem Significativa é uma Teoria de Aprendizagem desenvolvida pelo psicólogo da linha da educação cognitivista, David Ausubel. O cognitivismo, segundo [Moreira e Masini \(1982\)](#), busca descrever como o ser humano organiza seu mundo, distinguindo o igual do diferente, por meio de um processo de atribuição de significados à realidade em que se encontra. Nesse processo, a estrutura cognitiva é formada a partir dos primeiros significados, que servem como pontos de ancoragem para a construção de novos significados (Moreira; Masini, [1982](#)).

Dentre todas as obras, o conceito mais importante na Teoria Cognitivista de Ausubel diz respeito à Aprendizagem Significativa que, segundo ele, ocorre quando uma nova informação se conecta de forma relevante com a estrutura de conhecimento pré-existente do indivíduo (Moreira; Masini, [1982](#)).

De acordo com [Ausubel \(2000\)](#), a aprendizagem por recepção significativa consiste na aquisição de novos significados a partir do material apresentado ao aluno, dependendo de um processo que favoreça a conexão significativa e de uma apresentação de conteúdo que seja relevante, com potencial para ser compreendido de maneira significativa pelo aprendiz. Além disso, [Ausubel \(2000\)](#) ressalta que para que esse tipo de aprendizagem aconteça é necessário

(1) que o próprio material de aprendizagem possa estar relacionado de forma não arbitrária (plausível, sensível e não aleatória) e não literal com qualquer estrutura cognitiva apropriada e relevante (i.e., que possui significado 'lógico') e (2) que a estrutura cognitiva particular do aprendiz contenha ideias ancoradas relevantes, com as quais se possa relacionar o novo material (Ausubel, [2000](#), p. 1).

[Ausubel \(2000\)](#) ainda complementa afirmando que a interação entre novos significados e as ideias previamente existentes na estrutura cognitiva do aprendiz leva à criação de significados psicológicos. Além disso, como a estrutura cognitiva de cada indivíduo é distinta, os significados gerados também acabam sendo únicos para cada pessoa (Ausubel, [2000](#)).

Sobre a não-arbitrariedade mencionada por Ausubel, [Moreira \(2011\)](#) salienta que o material de aprendizagem não se relaciona com qualquer aspecto da estrutura cognitiva do aprendiz, e sim com os conhecimentos relevantes, aos quais Ausubel chama de "subsunçores". Desse modo, os conhecimentos prévios relevantes (subsunçores) presentes na estrutura cognitiva do aprendiz funcionam como os tais pontos de "ancoragem", ou seja, são uma base organizacional e ideacional, facilitando a incorporação, compreensão e retenção de novos conhecimentos (Moreira, [2011](#)).

[Moreira \(2012\)](#) destaca ainda uma diferença no grau de modificação do subsunçor, principalmente na subsunção subordinada. O autor ainda exemplifica como isso poderia

acontecer na Física e na Biologia: "[...] aprender que mais um determinado animal, relativamente conhecido, é mamífero é uma subsunção derivativa, porém aprender que o morcego e a baleia também são mamíferos certamente será uma subsunção correlativa" (Moreira, 2012, p. 9).

Uma maneira de ilustrar um provável exemplo de subsunção derivativa na Geometria seria a situação de um estudante que, dado o conhecimento prévio sobre retângulos (quadriláteros planos convexos que possuem os quatro ângulos congruentes, ou seja, retos (Dolce; Pompeo, 2013)), consegue perceber que o quadrado é um caso específico de retângulo, visto que possui todas essas características e, além disso, ainda tem todos os lados congruentes. Nesse caso, a nova informação é incorporada a partir do conceito já estabelecido, sem alterá-lo.

Por sua vez, uma possível situação de subsunção correlativa ocorreria quando um aluno que, até então, conhece apenas triângulos com todos os lados congruentes (equiláteros), ao ser apresentado aos triângulos isósceles e escalenos, percebesse que o conceito de triângulo não depende da igualdade dos lados, mas apenas da condição de ser uma figura plana formada por três lados e três ângulos. Essa aprendizagem exige uma reorganização cognitiva, na medida em que o conceito anterior, restrito, precisa ser ampliado para acomodar a diversidade de casos.

Outro conceito muito abordado pelos autores quando se fala sobre a Aprendizagem Significativa é sobre a Aprendizagem Mecânica, também chamada de memorística. Moreira (2012) aponta que a aprendizagem que mais ocorre na escola é ela, a aprendizagem mecânica, com um enfoque na memorização e que, após utilizada para as avaliações, é esquecida. "Em linguagem coloquial, a aprendizagem mecânica é comumente referida como 'decoreba', ou aprendizagem puramente memorística, tão utilizada pelos alunos e tão incentivada na escola" (Moreira, 2012, p.12).

De modo relacionado a isso, Pelizzari et al. (2001) indicam que a Teoria de Ausubel não se limita à retenção temporária de informações e que existem três vantagens primordiais em relação à aprendizagem memorística:

Em primeiro lugar, o conhecimento que se adquire de maneira significativa é retido e lembrado por mais tempo. Em segundo, aumenta a capacidade de aprender outros conteúdos de uma maneira mais fácil, mesmo se a informação original for esquecida. E, em terceiro, uma vez esquecida, facilita a aprendizagem seguinte – a "reaprendizagem", para dizer de outra maneira (Pelizzari *et al.*, 2001, p. 39 e 40).

Apesar disso, Moreira (2012) destaca que ambas não constituem uma dicotomia, mas estão ao longo de uma mesma linha, ou seja, efetivamente a aprendizagem pode acontecer em uma zona intermediária entre os dois tipos, na qual ocorre um "ensino potencialmente significativo".

De modo análogo, outros dois tipos de aprendizagem muito abordados por [Moreira \(2012\)](#) e [Ausubel \(2000\)](#) são a *Aprendizagem Receptiva* e a *Aprendizagem por Descoberta*. O primeiro diz respeito a quando o aprendiz "recebe" o conhecimento, o que não implica, necessariamente, uma postura passiva por parte do aprendiz ou que a aprendizagem não possa acontecer de forma significativa, e, nesse contexto, [Moreira \(2012, p.13\)](#) reforça que essa recepção pode ocorrer de diversas formas e que a aprendizagem significativa receptiva "[...] requer muita atividade cognitiva para relacionar, interativamente, os novos conhecimentos com aqueles já existentes na estrutura cognitiva".

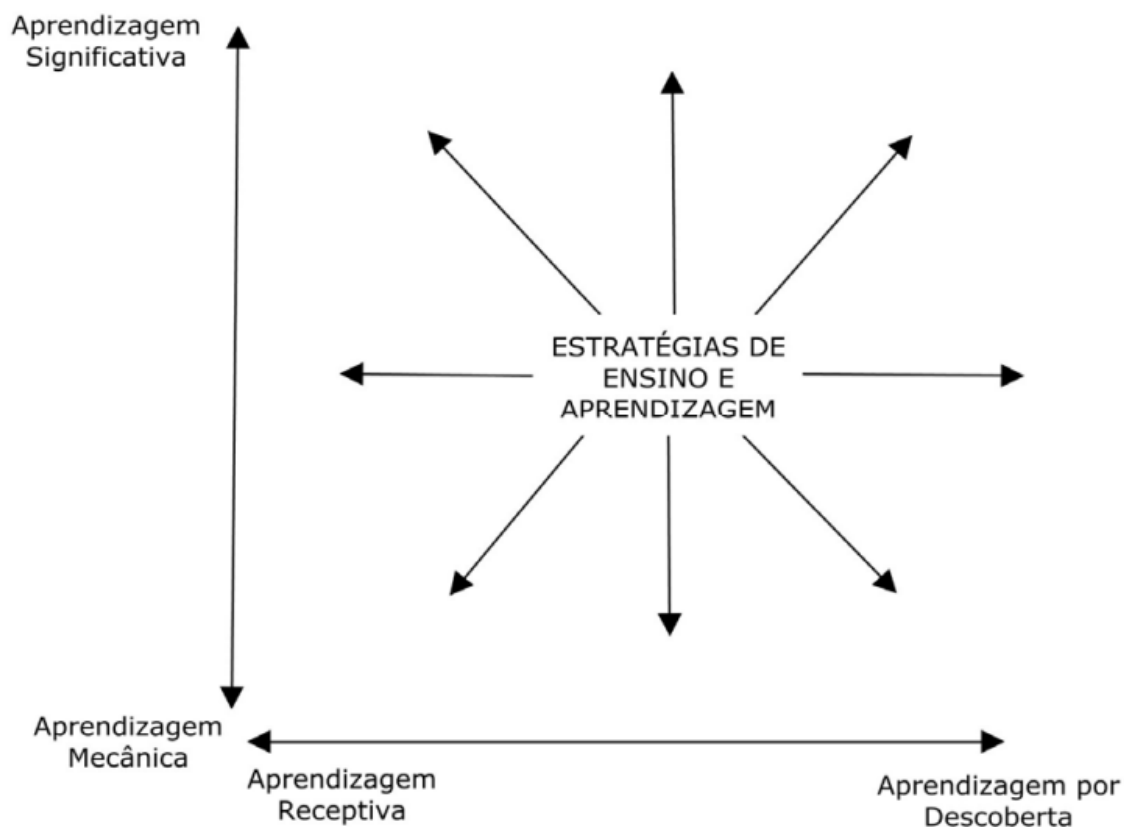
Já o segundo demanda que o aprendiz "descubra" o que vai acontecer, o que também não implica, impreterivelmente, que a descoberta seja condição para o aprendizado significativo (exceto para crianças pequenas) ([Moreira, 2012](#)). O autor ainda acentua que adultos e crianças maiores aprendem basicamente pela recepção e interação cognitiva entre as informações recebidas. "Seria inviável para seres humanos aprender significativamente a imensa quantidade de informações e conhecimentos disponíveis no mundo atual se tivessem que descobri-los" ([Moreira, 2012, p. 13](#)).

Tais argumentos são corroborados pelo próprio [Ausubel \(2000\)](#) que diz que há uma confusão existente na distinção dos tipos de aprendizagem e que, em oposição ao que muitas vezes se reproduz nas esferas educacionais,

[...] a aprendizagem por recepção verbal não é necessariamente memorizada ou passiva (tal como o é frequentemente na prática educacional corrente), desde que se utilizem métodos de ensino expositivos baseados na natureza, condições e considerações de desenvolvimento que caracterizam a aprendizagem por recepção significativa. Além disso, [...] a aprendizagem pela descoberta também pode ser – e, geralmente, na maioria das salas de aula é – de natureza memorizada, pois não se adapta às condições da aprendizagem significativa ([Ausubel, 2000, p. 5](#)).

Com tudo isso, mais uma vez é válido frisar que assim como não há uma dicotomia entre aprendizagem Significativa e Mecânica, também não há entre aprendizagem por Recepção e por Descoberta. [Moreira \(2012\)](#) afirma que há também uma "zona cinza" entre os extremos da linha recepção-descoberta e constitui um sistema de coordenadas hipotético formado por dois eixos, como é possível observar na Figura 2, na página a seguir.

Figura 2 – Sistema de coordenadas dos tipos de aprendizagem



Fonte: Moreira, 2012.

Esse esquema deixa claro que o processo de ensino e aprendizagem variará nesse plano cartesiano, dependendo das circunstâncias, metodologias e até mesmo da idade dos alunos com os quais se trabalha; nos ensinos superior e médio, por exemplo, há uma predominância da aprendizagem receptiva (Moreira, 2012). O professor pesquisador sinaliza, ainda, a necessidade de se aprender a trabalhar nas zonas intermediárias, as "zonas cinza", e desmistifica algumas associações e falsas dicotomias que podem ser propagadas, tais como

Ensino centrado no aluno não é sinônimo de aprendizagem por descoberta. Aprendizagem por descoberta não leva necessariamente à aprendizagem significativa. Aprendizagem receptiva não é o mesmo que aprendizagem mecânica (Moreira, 2012, p. 14).

Com a intenção de uma abordagem voltada para a Aprendizagem Significativa e com um misto entre a recepção e a descoberta, buscou-se apoio também em uma Abordagem Investigativa, sobretudo pelo caráter prático e dedutivo das atividades que foram desenvolvidas neste trabalho de pesquisa.

2.3 Abordagem Investigativa

A abordagem investigativa no ensino de Matemática pode ser facilmente relacionada à aprendizagem por descoberta, visto que as atividades investigativas ocorrem por meio da exploração, da formulação de hipóteses, da resolução de problemas e da reflexão. Conforme afirmam [Jucá e Pironel \(2022, p. 3\)](#), “[...] envolver os alunos em atividades de investigação matemática possibilita que, além de aprenderem matemática, possam sentir o prazer da descoberta”. Trata-se de uma forma de ensinar que focaliza o aluno como protagonista da aprendizagem, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico, da autonomia e de uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos. Além disso, [Ponte, Brocado e Oliveira \(2005\)](#) apontam que diversos estudos em educação demonstraram que investigar constitui uma poderosa forma de construir conhecimento.

A memorização de conteúdos e a repetição mecânica de exercícios não são garantia de uma aprendizagem efetiva da Matemática. Como destacam [Jucá e Pironel \(2022\)](#), decorar e repetir não indicam que houve uma aprendizagem de fato, pois compreender é condição essencial para aprender, e a dificuldade dos alunos em transferir o que foi exercitado para situações-problema revela uma lacuna no processo de ensino tradicional.

Nesse sentido, a abordagem investigativa surge como uma alternativa potente, ao promover uma aprendizagem significativa, na qual os estudantes são incentivados a assumir o papel de investigadores do conhecimento, desenvolvendo não apenas competências matemáticas, mas também a autoestima e a capacidade de argumentar e de comunicar ideias com mais clareza.

No entanto, implementar práticas investigativas na sala de aula exige muita atenção por parte do professor. Segundo [Ponte, Brocado e Oliveira \(2005\)](#), nem sempre é evidente como desenvolver nos alunos, e nos próprios docentes, as atitudes e competências necessárias para esse tipo de trabalho. Há, ainda, o risco de que propostas investigativas se tornem meras aplicações de procedimentos rotineiros, esvaziando o caráter exploratório e criativo que é essencial. Para evitar isso, os autores propõem uma estrutura básica para a realização de atividades investigativas, composta por três fases: (i) introdução da tarefa, na qual o professor faz a proposta à turma; (ii) realização da investigação; (iii) discussão dos resultados, na qual os alunos relatam o que foi realizado e concluído.

Complementando essa perspectiva, [Braumann \(2002, p. 5\)](#) reforça que “[...] aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática”, de modo que o estudante experimente, erre, reflita e aprenda.

Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (Braumann, 2002, p. 5).

Para Braumann (2002), o ensino que ignora essa faceta investigativa corre o risco de transformar a matemática em algo descolado da realidade e das motivações dos alunos e, por isso, por mais simples que sejam, problemas e projetos que estão ligados ao cotidiano e à realidade deles possibilitam a modelagem matemática, incentivando a compreensão da utilidade da matemática como ferramenta de análise e intervenção no mundo, além de desenvolverem o "espírito científico", deixando claro que a Ciência é uma coisa só, na qual os saberes não estão dissociados ou compartimentalizados.

A Matemática, nesse contexto, é tanto influenciada quanto impulsionadora do avanço científico e tecnológico, o que evidencia sua relevância como ferramenta de compreensão e intervenção no mundo (Braumann, 2002). Ignorar esse aspecto investigativo pode reduzir o ensino a uma prática desinteressante, desmotivadora e distante da realidade dos estudantes, como alerta o autor:

Esquecer esta simbiose, como frequentemente nós, professores de Matemática, fazemos, é matar a Matemática do seu principal alimento e motivação, fazendo a Matemática parecer um mero jogo intelectual que busca a autosatisfação dos que com ele se deleitam. Não que, em si, isso tenha algum mal. O problema está se deixamos que ensino seja monopolizado por esse jogo, com o qual muitos se não deleitam nem vêm nele qualquer interesse ou utilidade, cedo se afastando em definitivo (Braumann, 2002, p. 5).

Dessa forma, a abordagem investigativa se revela não apenas como uma alternativa metodológica, mas como uma forma de ressignificar o ensino da Matemática. Ao se posicionar o estudante no centro do processo de aprendizagem com o caráter exploratório que a investigação possui, é possível que ele consiga integrar mais facilmente teoria e prática, erro e descoberta. Mais do que ensinar procedimentos, trata-se de cultivar curiosidade, promover questionamentos e estimular a busca por respostas, tornando a Matemática mais humana, significativa e próxima da realidade dos alunos.

2.4 Materiais Manipuláveis

No processo de ressignificação do ensino da Matemática, os materiais manipuláveis ocupam um lugar de destaque ao favorecerem a construção ativa do conhecimento. Mais do que simples recursos ilustrativos, esses materiais funcionam como mediadores entre a abstração dos conceitos e a concretude da experiência do aluno.

Segundo Lorenzato (2006), material didático é todo instrumento que pode auxiliar no processo de ensino-aprendizagem. Isso inclui desde recursos mais tradicionais, como

giz/caneta e quadro, até elementos mais específicos, como jogos, embalagens, sólidos geométricos ou materiais montessorianos. No entanto, o autor ressalta que, por mais versátil que seja, o material didático não deve ser visto como solução única para as dificuldades de aprendizagem: ele é, antes de tudo, um meio, um suporte metodológico, e seu valor está diretamente ligado à intencionalidade pedagógica com que é utilizado (Lorenzato, 2006).

Essa perspectiva dialoga com a visão de Góes (2013), para quem os materiais manipuláveis integram o campo da Expressão Gráfica, ao lado de desenhos, imagens, modelos e recursos computacionais. Esses elementos, segundo o autor, têm a função de representar, aplicar, formalizar e visualizar conceitos, contribuindo tanto para a solução de problemas quanto para a comunicação de ideias e pontos de vista. Ao serem incorporados ao ensino da Matemática, esses recursos ampliam as possibilidades de compreensão e permitem que o aluno veja, toque e experimente aquilo que, muitas vezes, é ensinado apenas de forma simbólica e abstrata.

Complementando essa discussão, Pereira e Oliveira (2016) ampliam a compreensão do que pode ser considerado material manipulável, ao destacarem que recursos simples, como uma folha de papel, uma régua ou uma tesoura, também podem cumprir essa função, mesmo que não tenham sido originalmente concebidos com fins matemáticos.

A escolha desses materiais, portanto, deve estar alinhada aos objetivos da aula e ao papel que se deseja atribuir ao estudante naquele momento do processo educativo, seja como observador, como participante ativo ou como descobridor. Essa distinção é fundamental, pois há materiais que apenas ilustram conceitos, enquanto outros favorecem a experimentação, a transformação e a redescoberta, estimulando a percepção de propriedades matemáticas e contribuindo para uma aprendizagem mais profunda e duradoura (Lorenzato, 2006).

As reflexões de Pereira e Oliveira (2016) e Lorenzato (2006) reforçam que o potencial dos materiais manipuláveis não reside unicamente em sua forma ou sofisticação, mas sim nas interações e nos significados construídos pelos sujeitos durante o processo de aprendizagem. Assim, mais do que selecionar materiais prontos e específicos, cabe ao professor planejar situações didáticas que favoreçam a investigação, a colaboração entre os alunos e a construção coletiva do conhecimento matemático. Quando utilizados com intencionalidade e sensibilidade pedagógica, esses materiais tornam-se ferramentas poderosas para dar concretude a conceitos abstratos e promover uma aprendizagem verdadeiramente significativa.

Essa compreensão é corroborada por Fiorentini e Miorim (1990), que destacam a importância de se olhar além da estética ou da complexidade dos materiais. Para os autores, é necessário valorizar não apenas o uso, mas também a produção de materiais pelos próprios alunos.

Neste sentido, o material mais adequado, nem sempre, será o visualmente mais bonito e nem o já construído. Muitas vezes, durante a construção de um material o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de forma mais efetiva. Em outros momentos, o mais importante não será o material, mas sim, a discussão e resolução de uma situação problema ligada ao contexto do aluno, ou ainda, à discussão e utilização de um raciocínio mais abstrato (Fiorentini e Miorim, 1990, p. 9).

Com isso, reafirma-se que os materiais manipuláveis devem servir como meios, e não como fins em si mesmos. Seu valor está na intencionalidade pedagógica e na articulação com práticas que promovam reflexão, diálogo e compreensão profunda dos conceitos.

Embora os materiais manipuláveis apresentem inúmeros pontos positivos, também enfrentam críticas e desafios no contexto escolar. Como aponta Nacarato (2005), muitos professores, embora conscientes da importância do “concreto” no ensino de Matemática, lidam com obstáculos como a falta de formação específica, a escassez de recursos nas escolas ou a sobrecarga em salas superlotadas. Frequentemente, a utilização desses materiais se limita à reprodução de desenhos nos livros didáticos ou a atividades descontextualizadas, em que não há uma real interação do aluno com o objeto. Nessas situações, o material perde sua função investigativa e transformadora, sendo reduzido a um recurso visual, sem que se explorem as relações matemáticas envolvidas (Nacarato, 2005).

A fim de evitar tais situações, Nacarato (2005, p. 5, grifo nosso) aponta que há diversas abordagens didático-pedagógicas possíveis no contexto da significação: “projetos interdisciplinares, **tarefas exploratórias e investigativas**, resolução de problemas, Modelagem Matemática, tecnologias de informação, uso de jogos, de história” e outras. Cabe destacar, aqui, que qualquer um desses cenários pode favorecer a utilização de materiais manipuláveis e que, “[...] muitas vezes, o professor precisa utilizar uma diversidade de materiais, podendo transitar por diferentes tendências” (Nacarato, 2005, p. 5).

Lorenzato (2006) também problematiza algumas visões equivocadas sobre os materiais didáticos. Um exemplo é a crença de que, com o avanço das tecnologias, os materiais manipuláveis teriam se tornado obsoletos. O autor contrapõe essa ideia ao lembrar que, além do acesso desigual à informática nas escolas brasileiras, muitos alunos ainda dependem do contato direto com materiais concretos para compreender conteúdos que não são bem assimilados por meio de telas e interfaces digitais. Para esses estudantes, o material manipulável pode, inclusive, atuar como um pré-requisito para a aprendizagem via computador.

Além disso, Lorenzato destaca que o uso de materiais concretos não deve ser restrito à Educação Infantil ou aos anos iniciais. A questão central não é a idade do aluno, mas sim se o conteúdo trabalhado representa uma novidade para ele. Como afirma o autor, “[...] a experiência tem mostrado que o MD facilita a aprendizagem, qualquer que seja o assunto, curso ou idade, o que conflita com a crença de que MD só deve ser utilizado com crianças”

(Lorenzato, 2006, p. 30). Esse ponto reforça que os materiais manipuláveis, quando bem escolhidos e inseridos com intencionalidade, podem contribuir para a aprendizagem em qualquer etapa da escolarização.

Dessa forma, a integração entre materiais manipuláveis e abordagem investigativa potencializa a aprendizagem significativa no ensino da Geometria. No estudo da soma dos ângulos internos dos polígonos, essa articulação permite que os alunos explorem, testem e descubram propriedades por meio da ação, desenvolvendo uma compreensão mais sólida e conectada dos conceitos, ao mesmo tempo em que exercitam o raciocínio e a autonomia.

2.5 Trabalhos Relacionados

A busca por trabalhos relacionados desempenha um papel fundamental na construção desta pesquisa, pois fornece suporte, possibilita a compreensão e a definição dos métodos mais adequados a serem adotados. Além disso, tomar conhecimento de como ocorreram outras pesquisas auxilia também na prevenção de erros. Adicionalmente, essas investigações permitem identificar outros trabalhos que, embora não diretamente ligados ao tema central, compartilham referenciais teóricos ou metodológicos semelhantes.

De modo a aprofundar os estudos sobre o tema, foram feitas algumas pesquisas a respeito dos trabalhos que se relacionam com ele. No dia 10 de setembro de 2024, foi feita uma busca na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDBTD) simultaneamente com os descritores de busca “Aprendizagem Significativa”, “Investigativa” e “Geometria”, usando o filtro “de 2013 a 2024”, que gerou 132 resultados. Após ordenados com o filtro de relevância, foi selecionado um dentre os dez primeiros, uma vez que os outros não englobavam simultaneamente os três termos e este foi o critério para a exclusão dos outros nove trabalhos.

A segunda busca teve o intuito de buscar trabalhos que relacionassem, sobretudo, a Aprendizagem Significativa com o uso de Materiais Manipuláveis, já que o segundo não foi contemplado na primeira busca, e ocorreu também na BDBTD com os termos descritivos “Aprendizagem Significativa”, “Material Manipulável” e “Geometria” que gerou 10 resultados, dos quais, pelo critério de exclusão, selecionou-se o único que possuía, de fato, os três descritores.

No mesmo dia, também foram feitas algumas pesquisas mais específicas envolvendo os mesmos descritores citados associados às palavras-chave “Polígonos” e “Ângulos”; no entanto, devido aos resultados não muito satisfatórios, optou-se por fazer uma busca no Google Acadêmico com os termos “Ângulos”, “Polígonos”, “Abordagem Investigativa” e “Materiais Manipuláveis”. Devido ao grande número de resultados que existem nessa plataforma de busca, optou-se por utilizar o filtro “de 2016 a 2024”, que gerou 332 resultados, os quais foram ordenados com o filtro de relevância. Com o critério de relevância

estabelecido, dos dez mais relevantes selecionou-se o único que abordava de fato a Soma dos Ângulos Internos de Polígonos, simultaneamente com a prática investigativa e o uso de materiais manipuláveis, excluindo-se assim, os outros nove.

2.5.1 A Aprendizagem Significativa em Ambientes Colaborativo-Investigativos de Aprendizagem: um Estudo de Conceitos de Geometria Analítica Plana

O primeiro trabalho analisado é de José Milton Lopes Pinheiro, uma dissertação de mestrado de 2013, cujo título é “A Aprendizagem Significativa em Ambientes Colaborativo-Investigativos de Aprendizagem: um Estudo de Conceitos de Geometria Analítica Plana”. O trabalho apresenta uma proposta direcionada ao uso de abordagens exploratórias e investigativas no ensino de Geometria Analítica Plana, com suporte da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel como principal base teórica (Pinheiro, 2013).

O autor aborda a combinação de dois campos em sala de aula, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) e a Investigação Matemática, optando pela Geometria Analítica Plana como o conteúdo a ser desenvolvido. Ele propõe a integração de tecnologias digitais, como o *software GeoGebra*, para promover a colaboração entre professores e alunos em ambientes virtuais, como o *Virtual Math Teams with Geogebra* (VMTwG). Ao adotar uma abordagem metodológica que combina a TAS e a Fenomenologia, a pesquisa foca nas experiências vividas pelos sujeitos (professores e futuros professores) e nas interações dinâmicas que surgem durante o processo de aprendizagem, sempre com o enfoque na Investigação, Exploração e Colaboração (Pinheiro, 2013).

Este estudo contribui para uma compreensão mais profunda do fenômeno da aprendizagem matemática investigativa, oferecendo uma base teórica e metodológica relevante para a construção de ambientes de ensino mais interativos e significativos. Pelo fato de o próprio autor considerar a Investigação Matemática e a Aprendizagem Significativa como dois dos principais pilares da sua pesquisa, destaca-se que, além do tema matemático ser relacionado à Geometria, a base metodológica também é muito similar. Tendo isso em vista, percebe-se que a pesquisa de Pinheiro (2013) possui semelhanças relevantes com o presente estudo.

2.5.2 O estudo da Geometria Espacial por meio da construção de sólidos com materiais alternativos

Apesar de ter como conteúdo matemático a Geometria Espacial e ser voltado para o Ensino Médio, a dissertação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do autor Janio Benevides de Souza Nascimento intitulada "O estudo da Geometria Espacial

por meio da construção de sólidos com materiais alternativos" possui semelhanças relevantes com a presente pesquisa, pois, além do enfoque geométrico, Nascimento (2013) também utiliza a Aprendizagem Significativa como fundamentação para sua pesquisa, bem como o uso de Materiais Manipuláveis.

Nascimento (2013) ressalta que um dos objetivos de seu trabalho era tornar a Matemática mais presente e significativa na vida dos alunos. Ao observar as dificuldades dos alunos em aprender conceitos matemáticos dessa maneira, o autor adotou uma pesquisa-ação, buscando não apenas analisar, mas também intervir no processo de ensino-aprendizagem. Essa abordagem, segundo o autor, permitiu uma compreensão das atitudes e motivações dos alunos, assim como da eficácia do uso de materiais alternativos no aprendizado de geometria espacial, visto que a abordagem prática despertou o interesse e entusiasmo de seu público-alvo. Ele evidenciou ainda que, ao construírem os sólidos geométricos, os alunos aprenderam a aplicar os conceitos de superfícies e volumes.

A elaboração de sólidos com canudos, palitos, jujubas e papéis do tipo cartolina utilizada por Nascimento (2013) muito se aproxima à construção de polígonos de papel cartolina e emborrachado proposta no presente trabalho. Ademais, a combinação da utilização desses materiais e estratégias pedagógicas pautadas na perspectiva de Ausubel também são correspondências relevantes. Assim, essa pesquisa se insere como uma contribuição valiosa, não só para a presente dissertação, mas também para a Educação Matemática como um todo, pois demonstra como práticas significativas e manipuláveis, como a construção de sólidos com materiais alternativos, podem facilitar a aprendizagem de conceitos abstratos e matemáticos.

2.5.3 Estudo de polígono por meio de Prática Investigativa

Devido à temática e à abordagem adotadas, o artigo de Bzunek et al. (2016) intitulado "Estudo de polígono por meio de Prática Investigativa" é um dos trabalhos que mais se aproxima desta pesquisa. Desenvolvido durante a participação dos integrantes no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), os autores realizaram uma atividade com alunos de 8.º ano de uma escola municipal.

Com a utilização de Materiais Manipuláveis e do *software Geogebra*, o objetivo do trabalho era facilitar o entendimento dos alunos acerca do tema Polígonos. Ele foi dividido em cinco etapas: 1. Construção de Polígonos; 2. Construindo as diagonais de um polígono; 3. Conhecendo os ângulos internos de um polígono; 4. Conhecendo os ângulos externos de um polígono; 5. Verificando a compreensão dos conceitos abordados (Bzunek et al., 2016). Destas, as segunda e terceira etapas muito se assemelham a uma parte da sequência didática elaborada nesta dissertação, oportunizando solidez à proposta didático-pedagógica escolhida.

Além da similaridade em parte das tarefas desenvolvidas, [Bzunek et al. \(2016\)](#) tinham a intenção de utilizar elementos da Expressão Gráfica, mais especificamente, os Materiais Manipuláveis. Ademais, adotaram a Investigação Matemática como principal fundamentação metodológica. Ambas as escolhas possuem equivalência ao que foi proposto na presente dissertação, o que, mais uma vez, demonstra o quanto o artigo citado se corresponde a esta pesquisa.

Por outro lado, os pesquisadores utilizaram algumas abordagens diferentes durante o desenvolvimento do trabalho. Por exemplo, os polígonos construídos pelos alunos foram feitos a partir de dobraduras e instruções pré-definidas. Além disso, também foram abordadas relações de ângulos externos dos polígonos e o uso de tecnologias digitais por meio do aplicativo *Geogebra*.

Os autores puderam concluir que, devido às atividades investigativas, os alunos participaram mais efetivamente do que foi sugerido e recomendado, posto que interagiram, questionaram, demonstraram entusiasmo e fizeram sugestões durante a aplicação. Também destacaram a importância da Expressão Gráfica no aprendizado dos alunos, visto que houve uma contribuição no entendimento dos conceitos geométricos abordados e uma participação mais autônoma e ativa proporcionada pela abordagem e pelo material ([Bzunek et al., 2016](#)). De fato, esta verificação corrobora as concepções que estão aqui defendidas após a pesquisa-ação.

Capítulo 3

Aspectos metodológicos

Neste capítulo, são apresentados os referenciais metodológicos que fundamentam esta pesquisa, bem como a descrição das etapas envolvidas para sua realização. Detalham-se o tipo de pesquisa adotado, o público-alvo envolvido, os instrumentos utilizados para a coleta de dados e a forma como esses dados foram analisados. Também é descrita a sequência didática aplicada em sala de aula, composta por atividades práticas e teóricas, e ainda está apresentado o questionário final que buscou captar as percepções dos estudantes sobre as atividades realizadas.

3.1 Caracterização da Pesquisa

3.1.1 Tipo de Pesquisa

Trata-se de uma pesquisa qualitativa de caráter exploratório, com características de pesquisa-ação, uma vez que a pesquisadora atuou diretamente na elaboração, aplicação e análise de uma sequência didática, com o objetivo de investigar as contribuições do uso de materiais manipuláveis e da abordagem investigativa para a aprendizagem de conceitos geométricos. Ao mesmo tempo, a pesquisa teve um propósito interventivo, voltado para a melhoria da prática pedagógica.

A opção por uma abordagem qualitativa está diretamente relacionada ao objetivo de compreender a complexidade da realidade educacional, considerando os significados atribuídos pelos sujeitos às suas experiências. De acordo com [Silveira e Córdova \(2009, p. 34\)](#), a pesquisa qualitativa "[...] preocupa-se, portanto, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais".

Para as autoras, a pesquisa qualitativa tem algumas características como a clareza nas conexões entre aspectos globais e locais relacionados ao fenômeno; distinção entre a realidade social e a natural; valorização da interação entre os propósitos dos pesquisadores,

suas abordagens e os dados coletados; empenho em alcançar resultados com o máximo de fidelidade; rejeição da ideia de um modelo de pesquisa universal aplicável a todas as ciências (Silveira; Córdova, 2009).

Ao distinguir a abordagem qualitativa da quantitativa, [Moreira e Caleffe \(2006, p. 73\)](#) apontam que não há uma dicotomia entre ambas, contudo, a maior diferenciação entre esses dois tipos de métodos é que a perspectiva qualitativa "[...] explora as características dos indivíduos e cenários que não podem ser facilmente descritos numericamente. O dado é freqüentemente verbal e é coletado pela observação, descrição e gravação".

Justamente por não haver uma oposição entre as duas abordagens, reconhece-se a possibilidade de integrar dados quantitativos em pesquisas qualitativas, desde que subordinados ao propósito interpretativo da investigação. De acordo com [Moreira e Caleffe \(2006, p. 55\)](#), alguns pesquisadores apontam a presença de problemas quando a pesquisa se baseia "[...] somente em medidas ou índices objetivos e quantificáveis dos fenômenos sociais sem prestar atenção às interpretações e significados que os indivíduos dão aos eventos e situações de uma forma qualitativa". No presente estudo, como serão descritos no Capítulo 4, alguns dados numéricos foram tratados de maneira complementar, enriquecendo a interpretação dos aspectos qualitativos, sem comprometer o foco na compreensão do processo educativo.

No mesmo sentido, [Godoy \(1995, p. 58\)](#) destaca que "[...] a pesquisa qualitativa não procura enumerar e/ ou medir os eventos estudados", além de partir de questões amplas, que vão se delimitando ao longo do estudo, e envolve a obtenção de dados descritivos a partir do contato direto do pesquisador com os sujeitos e o ambiente investigado. A autora enfatiza que, nessa abordagem, o pesquisador é o principal instrumento de coleta e análise de dados, atuando de forma contínua, reflexiva e contextualizada. Assim, valoriza-se a imersão no ambiente natural e a interpretação dos fenômenos segundo a perspectiva dos próprios participantes, o que é coerente com o que se pretende neste estudo, ao acompanhar diretamente o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes durante a aplicação da sequência didática.

No que tange ao objetivo, podemos classificar a pesquisa como exploratória. A pesquisa exploratória, conforme explica [Gil \(2002, p. 41\)](#), tem como principal finalidade proporcionar maior familiaridade com um problema, de modo a torná-lo mais claro ou a permitir a formulação de hipóteses futuras, visto que "[...] estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de idéias ou a descoberta de intuições".

Nessa mesma linha, [Moreira e Caleffe \(2006\)](#) destacam que pesquisas exploratórias oferecem uma visão geral, inicial e aproximativa de um fenômeno, sendo muitas vezes o ponto de partida para investigações mais estruturadas e sistemáticas. Dessa forma, a presente pesquisa pode ser caracterizada como exploratória por buscar compreender as contribuições do uso de materiais manipuláveis e da abordagem investigativa no ensino de

Geometria, trazendo o tema à tona e permitindo a construção de reflexões para futuras pesquisas e intervenções didáticas mais amplas.

No que se refere aos procedimentos, pode-se perceber características da pesquisa-ação no presente estudo. Para [Thiollent \(2018\)](#), a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica, concebida e realizada em estreita associação com a resolução de um problema coletivo, envolvendo de modo cooperativo os pesquisadores e os participantes da situação estudada. Segundo o autor, os objetivos de ação e de conhecimento estão entrelaçados no processo investigativo, estruturando-se a partir de referenciais teóricos que guiam tanto a análise quanto as decisões tomadas ao longo da intervenção ([Thiollent, 2018](#)).

Nesse sentido, a pesquisa-ação tem se consolidado como uma metodologia adequada à investigação de práticas educacionais que demandam transformação e reflexão crítica. Segundo [Moreira e Caleffe \(2006\)](#), embora seja desafiador estabelecer uma definição única e universal, devido à variedade de contextos e finalidades em que é empregada, pode-se compreendê-la como uma intervenção em pequena escala no mundo real, acompanhada de uma análise cuidadosa dos efeitos provocados. [Moreira e Caleffe \(2006, p. 90\)](#) afirmam, ainda, que a pesquisa-ação apresenta características tangíveis: a) é situacional (contexto específico); b) é comumente, mas não necessariamente, colaborativa; c) é participativa; d) é autoavaliativa (o objetivo central é melhorar a prática).

Apesar de sua aplicabilidade prática, a pesquisa-ação também tem sido alvo de críticas e discussões. Como destaca [Gil \(2002, p. 55\)](#), o envolvimento ativo do pesquisador e a participação dos sujeitos no processo investigativo fazem com que esse tipo de pesquisa, por vezes, seja considerado menos objetivo em comparação a métodos mais tradicionais. "A despeito, porém, dessas críticas, vem sendo reconhecida como muito útil, sobretudo por pesquisadores identificados por ideologias 'reformistas' e 'participativas'" ([Gil, 2002, p. 55](#)). Além disso, conforme salienta [Thiollent \(2018\)](#), a pesquisa-ação está em constante evolução, o que exige sempre a discussão e rediscussão de seus fundamentos teóricos, filosóficos, éticos, bem como o aprimoramento de suas técnicas de coleta e análise de dados.

[Moreira e Caleffe \(2006, p. 92\)](#) fazem diversas reflexões sobre a pesquisa-ação no âmbito educacional e indicam o quanto ela é versátil. Os autores apresentam três formas pelas quais a pesquisa-ação pode ser desenvolvida nas escolas: pelo professor que atua sozinho com sua turma e "[...] se torna praticante e pesquisador e tentará integrar as orientações teóricas e práticas em seu trabalho"; por grupos de professores que colaboram dentro da mesma instituição; ou por meio de uma parceria entre professores e pesquisadores externos.

Apesar de os defensores da pesquisa-ação acreditarem "[...] que pouco pode ser realizado se apenas uma pessoa está envolvida na tentativa de mudar suas idéias e práticas" ([Moreira; Caleffe, 2006, p. 93](#)) e dos autores enfatizarem o potencial da pesquisa-

ação cooperativa, eles também reconhecem a legitimidade do trabalho conduzido por um único professor que busca aprimorar e enriquecer sua prática. Essa abordagem pode, inclusive, reforçar o papel do professor como agente de transformação e pesquisador de um determinado contexto educacional.

Moreira e Caleffe (2006) destacam que a pesquisa-ação pode ser aplicada em diversas áreas do ambiente escolar, como na substituição de um método tradicional de ensino por uma metodologia progressista, nas mudanças de estratégias de aprendizagem, no aprimoramento dos métodos de avaliação, no incentivo a atitudes e valores positivos entre os alunos, no desenvolvimento profissional docente, bem como na gestão e no controle de aspectos administrativos e comportamentais da escola. Sendo assim, a pesquisa-ação na escola pode ser um ótimo meio:

a) de sanar os problemas diagnosticados em situações específicas, ou melhorar de alguma maneira um conjunto de circunstâncias; b) de treinamento em serviço, portanto, proporcionando ao professor novas habilidades[...]; c) de introduzir abordagens adicionais e inovadoras no processo ensino-aprendizagem e aprender continuamente em um sistema que normalmente inibe a mudança e a inovação; d) de melhorar a comunicação entre o professor praticante e o pesquisador acadêmico na tentativa [...]; e e) de proporcionar uma alternativa à solução de problemas na sala de aula (Moreira; Caleffe, 2006, p. 92).

3.1.2 Público-Alvo

Considerando que os conteúdos relativos à soma dos ângulos internos de polígonos fazem parte do currículo do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, conforme orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), optou-se por aplicar a presente pesquisa com turmas de 8º e 9º anos do Centro Educacional Municipal do Sindicato dos Trabalhadores da Indústria do Açúcar de Campos (CEMSTIAC). A escolha por essas turmas se deu com o intuito de retomar conceitos teoricamente considerados trabalhados nos anos anteriores, favorecendo a construção de novos conhecimentos a partir dos prévios.

O CEMSTIAC é uma escola municipal localizada na região central da cidade de Campos dos Goytacazes (RJ), que atende a alunos provenientes de diversos bairros do município. Em virtude da disponibilidade de horários e da logística da escola, participaram da pesquisa duas, das três turmas de 8º ano (8AM01 e 8AT03), além da única turma de 9º ano existente na instituição (9AM01) no ano letivo de 2024. Das três, apenas a 8AT03 pertencia ao horário vespertino, sendo as demais do turno da manhã. As turmas são regulares e, ao todo, estima-se que, no total, aproximadamente 50 estudantes tenham participado da maioria das atividades propostas. Devido ao fato de terem acontecido alguns encontros em cada turma, e em dias diferentes, o número de alunos participantes variou ao longo da aplicação.

Para a realização da pesquisa, foi necessária a autorização formal da direção da escola, que se mostrou receptiva à proposta. Com essa autorização, foi possível aplicar a sequência didática e acompanhar os estudantes durante as atividades, coletando os dados necessários para a pesquisa. A documentação referente a essa autorização está disponível no Apêndice A.

3.2 Sequência de Atividades

A sequência didática foi dividida em sete etapas. São elas:

1. Atividade de Sondagem
2. Aula Expositiva
3. Construção de polígonos
4. Soma dos Ângulos Internos de Polígonos
5. Atividade de verificação
6. *Haberdasher's Puzzle*
7. Questionário Final

A análise dos dados obtidos por meio das atividades e instrumentos aplicados durante a sequência didática será apresentada no Capítulo 4, juntamente com as análises e interpretações dos resultados observados.

3.2.1 Atividade de Sondagem

Foi elaborada uma Atividade de Sondagem (Apêndice B) para verificar se a turma tinha conhecimento de alguns conceitos da Geometria, como ângulos, polígonos, lados, vértices, diagonais e a soma dos ângulos internos de um triângulo. Optou-se por uma atividade escrita, com questões objetivas e rápidas de serem realizadas, visando maior aceitação e engajamento por parte dos alunos. Essa atividade foi planejada para ser aplicada no início da sequência didática, funcionando como uma etapa preparatória para o desenvolvimento das demais atividades.

A principal finalidade dela foi atuar como uma forma de avaliação diagnóstica, voltada à identificação dos conhecimentos prévios e das possíveis lacunas na aprendizagem dos estudantes. Segundo Luckesi (2008), a avaliação diagnóstica deve ser entendida como um instrumento que possibilita ao educador compreender o estágio de aprendizagem em que o aluno se encontra, a fim de tomar decisões pedagógicas que o ajudem a avançar em seu processo formativo. Para o autor, esse tipo de avaliação não deve ter um caráter

classificatório ou punitivo, mas sim investigativo e propositivo, permitindo que a prática docente se organize de maneira eficiente e intencional, uma vez que está voltada à formação de sujeitos críticos capazes de compreender e transformar a realidade em que vivem.

Ainda de acordo com Luckesi (2008, p. 84) a avaliação diagnóstica pressupõe que "[...] os dados coletados por meio dos instrumentos sejam lidos com rigor científico, tendo por objetivo não a aprovação ou reprovação dos alunos, mas uma compreensão adequada do processo do aluno, de tal forma que ele possa alcançar no seu processo de crescimento".

A escolha pelo uso do termo "atividade" no lugar de "avaliação" também se deu visando uma melhor aceitação dos estudantes. Nesse sentido, a atividade aqui proposta foi planejada não apenas como um instrumento de coleta de informações, mas como parte integrante de um processo de ensino reflexivo e visando a aprendizagem significativa dos alunos. Os dados obtidos por meio da sondagem foram analisados cuidadosamente conforme serão apresentados no Capítulo 4 e ainda serviram de base para a organização da Aula Expositiva a partir das necessidades observadas nas respostas dos estudantes.

As três primeiras questões da Atividade de Sondagem tinham o objetivo de sondar os conhecimentos básicos das turmas sobre as classificações de ângulos; a quarta pedia para que os alunos nomeassem os elementos de um polígono; a quinta e sexta, respectivamente, tratavam da classificação de polígonos (quanto ao número de lados) e da classificação de polígonos convexos; a sétima questão pedia para os estudantes quantificarem e desenharem diagonais nos polígonos apresentados; a oitava tratava da classificação de triângulos em equiláteros, isósceles ou escalenos; e a última questão procurava investigar se os alunos sabiam identificar complemento ou suplemento de um ângulo e a própria soma dos ângulos em um triângulo.

Todas as nove questões foram elaboradas tendo em vista as habilidades da BNCC referentes ao 6º e 7º anos do Ensino Fundamental no contexto da temática da pesquisa. Ao final da atividade, havia um espaço destinado a comentários sobre os conteúdos e sobre a atividade aplicada a fim de que os alunos pudessem escrever o que desejassem.

3.2.2 Aula Expositiva

Após a atividade de sondagem, foi realizada uma aula expositiva com o objetivo de revisar e consolidar os conceitos geométricos que seriam fundamentais para o desenvolvimento das atividades seguintes. Os conteúdos abordados incluíram definições de ângulo, vértice, lado, polígono, diagonal e propriedades básicas dos triângulos.

O objetivo da aula era consolidar os conhecimentos prévios dos estudantes, utilizando exemplos visuais desenhados no quadro e uma apresentação de slides (Apêndice C) com os principais conceitos. É importante destacar que essa aula foi elaborada após a aplicação e análise da Atividade de Sondagem, conforme explicitado no Capítulo 4.

Além disso, os alunos foram incentivados a participar ativamente, sendo solicitados a responder às perguntas e a compartilhar seus conhecimentos sobre o que se discutia, o que foi primordial para sanar dúvidas e apresentá-los a conceitos, com o intuito de prepará-los para a realização das atividades práticas que viriam num momento a seguir.

3.2.3 Atividade de Construção de Polígonos

Alguns testes foram realizados para verificar qual seria o melhor material para a realização dessa etapa do trabalho. Como a atividade demandava corte e manipulação dos polígonos que seriam construídos, concluiu-se que o papel deveria ter uma espessura mediana. As cores também não poderiam ser muito escuras, visto que os alunos precisariam desenhar os ângulos internos e as diagonais.

Sendo assim, foram escolhidos para essa etapa papéis do tipo cartolina, de cores claras que foram cortados em tamanhos similares para serem distribuídos aos alunos. As cores foram padronizadas para cada tipo de polígono, de modo que os triângulos de cada um dos integrantes das turmas fossem amarelos, os quadriláteros vermelhos, os pentágonos azuis, os hexágonos verdes e os heptágonos roxos, ainda que cada aluno tenha feito polígonos de dimensões e formatos diferentes. Optou-se por padronizar as cores para que, visualmente, os alunos pudessem identificar com mais facilidade de qual polígono se tratava, nos momentos das interações e partilhas.

Os alunos foram, portanto, instruídos a construir individualmente diferentes polígonos convexos da maneira que achassem melhor (não necessariamente regulares) de forma progressiva em relação ao número de lados (iniciando-se pelo triângulo) usando régua e os papéis cartolina já disponibilizados. A indicação para que os polígonos fossem convexos foi feita para que não houvesse problemas ou confusões nas etapas seguintes, uma vez que seria necessário desenhar as diagonais dos polígonos com quatro lados ou mais.

3.2.4 Atividade de Descoberta da Soma dos Ângulos

Esta etapa teve como objetivo permitir que os alunos descobrissem, por meio da experimentação, a soma dos ângulos internos de diferentes polígonos. O ponto de partida foi o triângulo, figura mais simples e base para as demais construções. Com o triângulo construído, os alunos foram direcionados a marcar seus ângulos internos e a cortar o triângulo em três partes, cada uma com um dos ângulos.

A partir disso, eles foram questionados sobre o que foi possível constatar após juntarem os três ângulos. O objetivo era que eles constatassem que os três ângulos juntos formavam um ângulo raso (180°) e que isso aconteceria com qualquer tipo de triângulo, já que cada um dos colegas havia feito de uma maneira diferente.

Com os outros polígonos em mãos, os estudantes foram guiados a pegar o quadrilátero construído e escolher um dos vértices e marcar todas as diagonais que existiam partindo dele. Em seguida, os alunos receberam a orientação de fazer o mesmo com o pentágono, o hexágono e o heptágono, respectivamente.

Novamente eles foram perguntados sobre as conclusões que puderam ser tiradas. A intenção era que eles percebessem que, na medida em que se aumenta o número de lados de um polígono, aumenta-se também a quantidade de diagonais e, conseqüentemente, a quantidade de triângulos que compõem esse polígono. Por fim, eles deveriam perceber qual a relação existente entre o número de lados e a soma dos ângulos em um polígono qualquer.

Para ajudar nessa conclusão, os alunos receberam uma folha para o Registro das Atividades (Apêndice D) que continha algumas perguntas e uma tabela, para que registrassem todas as informações sobre os polígonos. A primeira pergunta era sobre o que o(a) aluno(a) pôde perceber sobre os ângulos em um triângulo qualquer. A segunda encaminhava o aluno a preencher a tabela com as informações sobre os polígonos construídos, conforme apresentado na Figura 3 a seguir.

Figura 3 – Item 2 do Registro das Atividades

2. Quantas diagonais partiram dos vértices que você escolheu? E quantos triângulos foram formados? E quanto você acha que é a soma dos ângulos internos em cada polígono construído? Preencha a tabela a seguir para ajudar nos registros.

POLÍGONO	Diagonais partindo do vértice escolhido	Triângulos formados no interior do polígono	Soma dos Ângulos Internos do Polígono

Fonte: Elaboração própria.

O terceiro item tinha a intenção de fazer o(a) estudante pensar nas características do próximo polígono que seria analisado (o octógono), caso a atividade de construção continuasse. Por fim, o quarto item pedia para que os alunos dissessem sua conclusão geral sobre a soma dos ângulos internos em um polígono qualquer, como exibido na Figura 4.

Figura 4 – Itens 3 e 4 do Registro das Atividades

3. Você desenhou e cortou cinco polígonos de acordo com o número de lados.
 - a. Mantendo o padrão, quantos lados teria o próximo polígono da sequência? _____
 - b. Qual seria o nome desse polígono? _____
 - c. Se você escolher um vértice, quantas diagonais partirão desse vértice? _____
 - d. E quantos triângulos serão formados em seu interior? _____
 - e. Qual a soma dos ângulos internos desse polígono? _____
4. A partir de tudo que foi observado, escreva com suas palavras como determinamos a soma dos ângulos internos em um polígono qualquer.

Fonte: Elaboração própria.

3.2.5 Atividade de Verificação

A Atividade de Verificação (Apêndice E) conta com perguntas para os alunos responderem individualmente sobre o conteúdo aprendido. Ela foi aplicada com o objetivo de analisar a compreensão dos alunos em relação aos conceitos trabalhados nas etapas anteriores. Segundo Dantas (2025), é comum que na prática docente os termos “avaliar” e “verificar” sejam utilizados como sinônimos, embora apresentem sentidos distintos. A verificação, nesse contexto, está relacionada à constatação de acertos e erros, sem necessariamente promover reflexão ou implicar uma tomada de decisão pedagógica.

Dessa forma, embora nomeada como "Atividade de Verificação", a proposta aplicada nesta pesquisa não se limita a uma verificação no sentido restrito do termo. O instrumento foi pensado como parte de um processo avaliativo mais amplo, permitindo identificar indícios de compreensão dos conceitos geométricos trabalhados, em consonância com uma perspectiva de avaliação que vai além da simples atribuição de notas. Visando justamente uma categorização mais qualitativa, foi utilizada a técnica de análise de conteúdo proposta por Bardin (2011) que será melhor explicitada ainda neste capítulo.

A atividade está composta por cinco questões, sendo as quatro primeiras dissertativas, voltadas ao reconhecimento e cálculo de ângulos internos de polígonos. Nas duas primeiras, pergunta-se o nome do polígono e a soma dos ângulos internos dele, dado o número de lados; na terceira, pede-se a soma dos ângulos internos dado o nome do polígono; a quarta faz o processo inverso, perguntando o número de lados do polígono dada a soma dos ângulos internos; a última questão solicita que o aluno complete as medidas de ângulos que faltam nos polígonos apresentados.

3.2.6 Quebra-Cabeça de Haberdasher

Conforme já mencionado no Capítulo 1, o Quebra-Cabeça de Haberdasher é um quebra-cabeça matemático baseado em uma dissecção geométrica. Sua criação é atribuída ao matemático inglês Henry Ernest Dudeney, pioneiro em enigmas desse tipo, publicados em jornais e revistas no final do século XIX e início do XX (Demaine; Kamata; Uehara, 2024). Dudeney propôs a dissecção de um triângulo equilátero em quatro peças que poderiam ser rearranjadas para formar um quadrado, e posteriormente reconheceu que a solução em quatro partes, apresentada por C. W. McElroy, seria publicada em seu livro *The Canterbury Puzzles* como “*The Haberdasher’s Puzzle*” (Demaine; Kamata; Uehara, 2024).

No texto original, Dudeney (1908) narra o desafio de forma lúdica: o personagem Chapeleiro apresenta um triângulo equilátero de pano aos demais peregrinos, propondo que o cortem em quatro peças capazes de formar um quadrado (Figura 5). Segundo Dudeney (1908), na verdade, ele estava pregando uma peça, pois desconhecia completamente qualquer resposta para o quebra-cabeça que havia proposto. Na história, o Chapeleiro diz:

"Be there any among ye full wise in the true cutting of cloth? I trow not. Every man to his trade, and the scholar may learn from the varlet and the wise man from the fool. Show me, then, if ye can, in what manner this piece of cloth may be cut into four several pieces that may be put together to make a perfect square" [Há entre vós alguém que seja plenamente sábio no verdadeiro corte de tecido? Creio que não. Cada um ao seu ofício, e o erudito pode aprender com o servo e o sábio com o tolo. Mostrai-me, então, se puderdes, de que maneira este pedaço de tecido pode ser cortado em quatro peças distintas que podem ser unidas para formar um quadrado perfeito] (Dudeney, 1908, p. 24).

Figura 5 – Ilustração do livro *The Canterbury Puzzles*

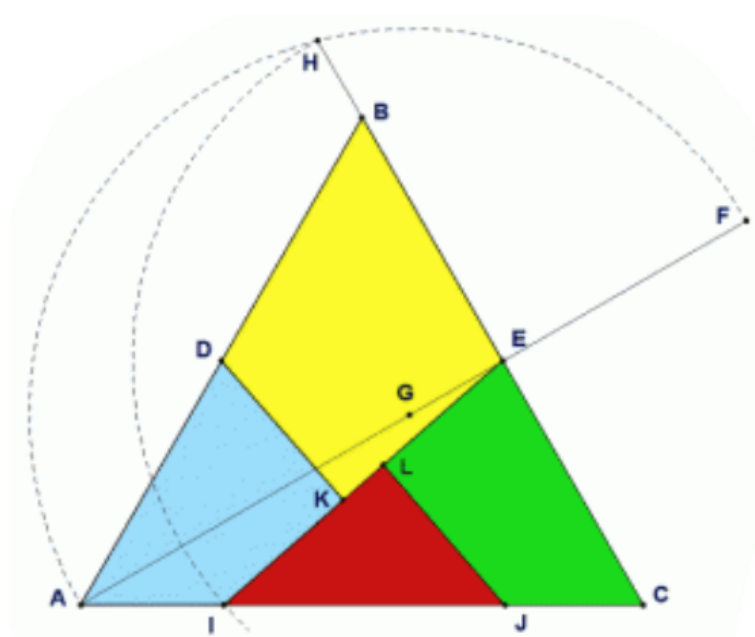


Fonte: Dudeney, 1908.

A dissecção do Quebra-Cabeça ocorre por meio da realização de três cortes retilíneos no triângulo equilátero e, para essa construção geométrica, é necessário, inicialmente, a marcação dos pontos médios de dois lados do triângulo equilátero ABC conforme o passo a passo e a Figura 6 a seguir:

1. Desenhar o triângulo ABC e marcar D (ponto médio de AB) e E (ponto médio de BC).
2. Construir a reta AE prolongando além de E até um ponto F tal que $EF = EB$.
3. Construir o ponto médio G do segmento AF .
4. Com centro em G e raio $GA = GF$, desenhar o arco que passa por A e por F . Prolongando a reta EB até cortar esse arco em um ponto H .
5. Com centro em E e raio EH , descrever um arco que intercepte a reta AC em um ponto I sobre AC .
6. Sobre AC , a partir de I , marcar um segundo ponto J de modo que $IJ = BE$ por meio de transporte de segmentos.
7. Traçar o segmento EI .
8. Construir o segmento perpendicular a EI que termine em D e outro também perpendicular a EI que termine em J , formando os segmentos DK e JL , respectivamente.

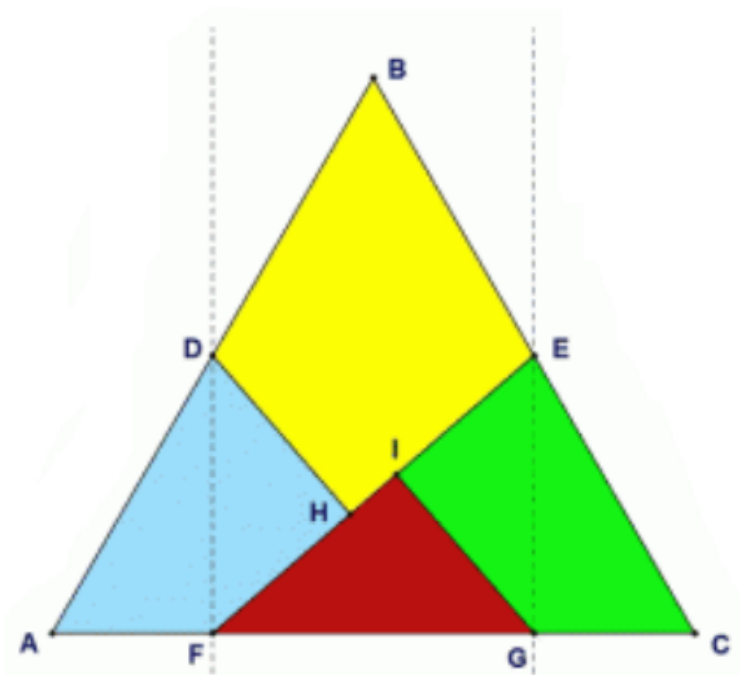
Figura 6 – Construção do Quebra-Cabeça de *Haberdasher*



Fonte: A Magic Classroom, [s.d.](#).

Há ainda uma variante simplificada desse passo a passo na qual os pontos contidos em AC são obtidos por meio das projeções ortogonais dos pontos D e E sobre o segmento AC . Essa construção é menos precisa, mas pode ser adaptada para a transformação do triângulo equilátero em um retângulo (Figura 7) com o intuito de tornar as construções mais fáceis para estudantes, por exemplo.

Figura 7 – Variante Simplificada da Construção do Quebra-Cabeça de *Haberdasher*

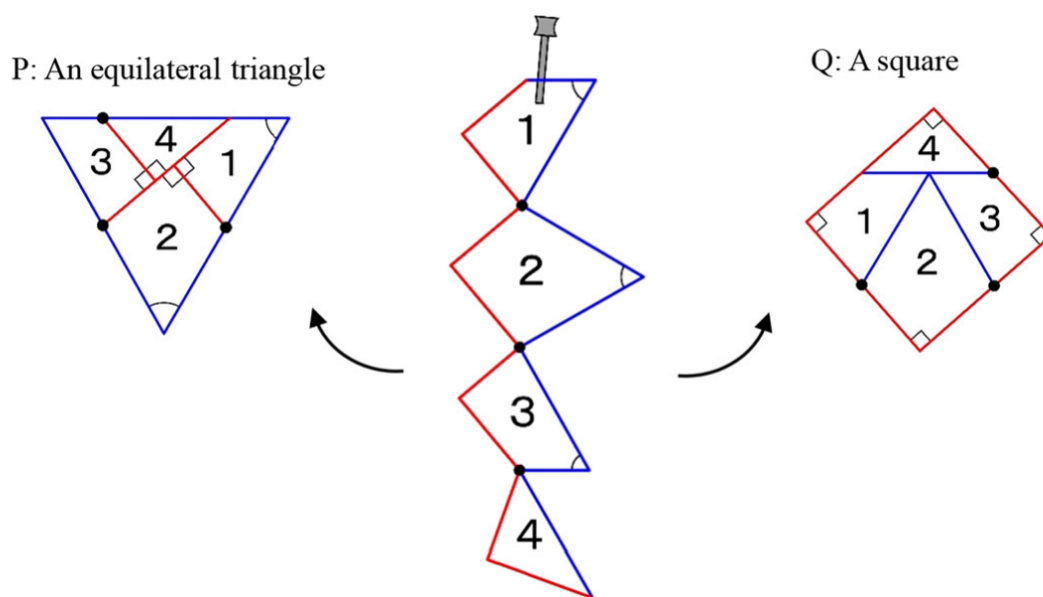


Fonte: (A Magic Classroom, [s.d.](#)).

Esse processo de dissecção e recomposição das partes oferece uma oportunidade de explorar de maneira prática e concreta a geometria e a transformação de figuras. Além da proposta prática de montagem, o Quebra-Cabeça de *Haberdasher* pode ser compreendido sob uma perspectiva mais formal da geometria das transformações.

Segundo [Akiyama e Matsunaga \(2017\)](#), uma transformação reversível entre dois polígonos, como o triângulo equilátero e o quadrado nesse quebra-cabeça, deve satisfazer condições específicas de dissecção, articulação por vértices e movimento rotacional coordenado entre as peças.

A análise matemática desse tipo de construção se insere no campo da reversibilidade geométrica, na qual pares de figuras podem ser transformados um no outro por meio de rotação de peças, mantendo a congruência das partes. Isso pode ser observado na Figura 8.

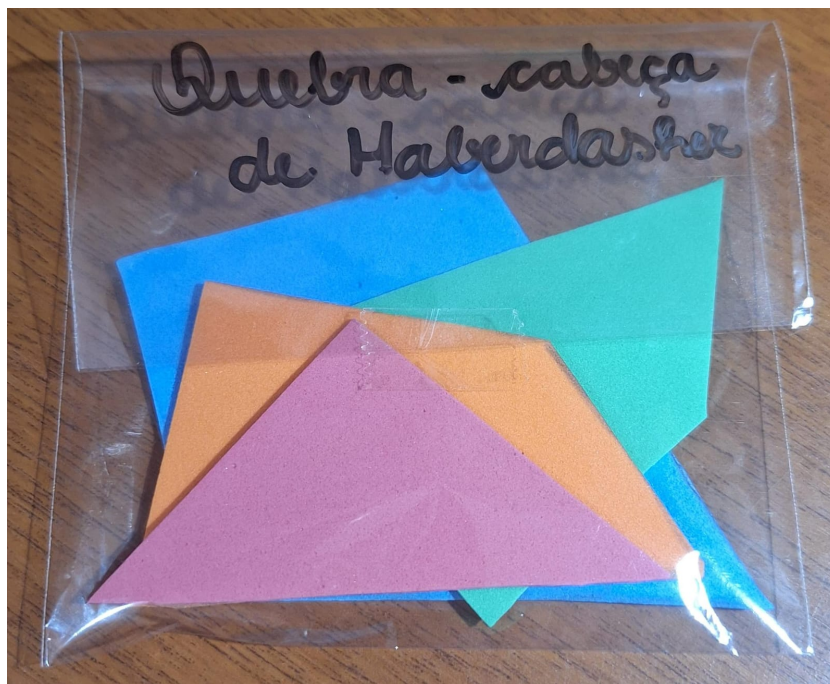
Figura 8 – Quebra-Cabeça de *Haberdasher*

Fonte: (Akiyama; Matsunaga, 2017).

A atividade foi conduzida de modo adaptado ao problema original, já com as peças prontas do quebra-cabeça. Dessa forma, os alunos precisavam apenas tentar montar o triângulo e o quadrado com as peças fornecidas. O intuito dessa atividade era que, com os conhecimentos adquiridos pelas primeiras etapas da sequência didática, os alunos conseguissem perceber como resolver o problema proposto. Além disso, o fato de ser algo lúdico e manipulável poderia proporcionar um bom fechamento para a etapa mais extensa da sequência didática: as atividades práticas.

Para a elaboração do Quebra-Cabeça de *Haberdasher* optou-se pelo uso da espuma vinílica acetinada (E.V.A.) devido ao fato de ser um material emborrachado, mais difícil de amassar ou dobrar, o que facilita a manipulação das peças. Além disso, apesar de ser difícil cortá-lo precisamente, os encaixes ficam melhores do que quando feitos com um papel mais fino. Foram elaborados e cortados mais de 60 quebra-cabeças, conforme exemplificado na Figura 9, para o uso dos alunos durante a sequência didática e para que eles pudessem levar para casa, levando em conta o quantitativo de estudantes em cada turma conforme informação dos professores. Cada um deles continha as quatro peças com cores diferentes que foram colocadas em embalagens plásticas para uma melhor organização.

Durante alguns testes na montagem do *Haberdasher's Puzzle*, percebeu-se a necessidade de marcar um dos lados de cada peça, para que não corresse o risco de que os alunos virassem elas para o outro lado, o que dificultaria muito a tentativa deles em montá-lo. A partir disso, todas as peças foram marcadas do mesmo lado, e na aplicação, os alunos foram instruídos a seguir a marcação.

Figura 9 – Peças do Quebra-Cabeça de *Haberdasher*

Fonte: Acervo da Pesquisa.

3.2.7 Questionário Final

Para a coleta de dados da pesquisa, foi elaborado um Questionário Final (Apêndice F), com o objetivo de verificar a percepção dos estudantes sobre a atividade didática proposta. Esse instrumento buscou levantar opiniões, compreensões e sentimentos relacionados à clareza das instruções, à manipulação dos materiais, à compreensão conceitual e à contribuição da atividade para o aprendizado, além de aspectos como interesse e dificuldade.

O questionário foi composto por nove perguntas, sendo cinco fechadas, com alternativas predeterminadas, e quatro de caráter aberto, permitindo que os estudantes expressassem livremente suas opiniões. De acordo com Gerhardt et al. (2009, p. 71), o questionário é um instrumento que “objetiva levantar opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas” e deve apresentar linguagem simples e direta, de modo a garantir que os respondentes compreendam com clareza o que está sendo perguntado.

A escolha desse instrumento se justifica por suas vantagens, como a economia de tempo, a possibilidade de atingir todos os participantes simultaneamente e a liberdade de expressão proporcionada pelo anonimato. Segundo os autores, o questionário também evita possíveis distorções causadas pela presença do pesquisador e oferece mais segurança aos participantes por não requerer identificação (Gerhardt et al., 2009). Tendo tudo isso em vista, o questionário não possuía espaço para os alunos preencherem seus nomes (apenas a

turma) e não foi aplicado pela pesquisadora, mas sim por professores das turmas que se disponibilizaram para essa tarefa.

Moreira e Caleffe (2006) também destacam que o questionário é um dos instrumentos mais populares para a coleta de dados em pesquisas de pequena escala, especialmente no contexto escolar. Segundo os autores, ele possibilita o uso eficiente do tempo e permite que o professor/pesquisador colete dados de um número expressivo de alunos de uma só vez, garantindo o anonimato e a padronização das perguntas.

A estrutura do questionário considerou recomendações metodológicas quanto à elaboração de instrumentos de pesquisa. De acordo com Gerhardt et al. (2009), é necessário observar a formulação, a ordem e o tipo de questões, a fim de garantir maior eficácia e validação dos dados coletados. Assim, a combinação de questões abertas e fechadas permitiu tanto a uniformização dos dados quanto a captação de aspectos subjetivos relevantes para a análise qualitativa.

3.3 Análise dos Dados

Devido à natureza qualitativa, a análise dos dados desta pesquisa foi realizada por meio da Análise de Conteúdo. Essa escolha se justifica por se tratar de uma metodologia que permite interpretar, com profundidade e qualitativamente, as conclusões construídas a partir do material coletado. Segundo Bardin (2011, p. 37), a Análise de Conteúdo trata-se de um “conjunto de técnicas de análise das comunicações”, sendo adaptável a diferentes objetos de investigação e tipos de documentos, sejam eles verbais ou não verbais. Para a autora, a Análise de Conteúdo “[...] não se trata de um instrumento, mas de um leque de apetrechos [...] adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações” (Bardin, 2011, p. 37). Em consonância a isso, Moraes (1999) aponta que

A análise de conteúdo constitui uma metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos. Essa análise, conduzindo a descrições sistemáticas, qualitativas ou quantitativas, ajuda a reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum. (Moraes, 1999, p. 2).

De acordo com Silva e Fossá (2015), nesse tipo de análise, procura-se organizar os dados em temas ou categorias que contribuam para interpretar os significados subjacentes às falas ou observações registradas. No que tange à interpretação, ela transita entre duas pontas: “[...] o rigor da objetividade e a fecundidade da subjetividade. É uma técnica refinada, que exige do pesquisador disciplina, dedicação, paciência e tempo” (Silva e Fossá, 2015, p. 3). Também a respeito da análise categorial, Bardin (2011, p. 42-43) indica que ela “[...] pretende tomar em consideração a totalidade de um ‘texto’, passando-o pelo crivo

da classificação e do recenseamento, segundo a frequência de presença (ou de ausência) de itens de sentido”

Bardin (2011, p. 124) afirma que a análise organiza-se em três eixos: a pré-análise; a exploração do material; e o tratamento dos resultados, inferência e interpretação. A fase de pré-análise é composta de três fatores que, não necessariamente, são cronológicos, são eles: "a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final". A partir disso, a exploração do material "consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas". Por fim, no tratamento dos resultados, o uso de estatísticas simples ou complexas ajuda a compor os resultados obtidos. Esses "resultados brutos são tratados de maneira a serem significativos" (Bardin, 2011, p. 131).

Ainda que cada um desses autores apresente diferenças no detalhamento das etapas da Análise de Conteúdo, há entre eles uma convergência quanto à centralidade da interpretação sistemática como elemento distintivo desse método. Como observa Moraes (1999), a Análise de Conteúdo tem oscilado, em sua trajetória, entre o rigor da objetividade dos números e a fecundidade da subjetividade interpretativa. Com o tempo, passou-se a valorizar especialmente as abordagens qualitativas, ancoradas em processos indutivos e intuitivos que possibilitam atingir níveis mais profundos de compreensão dos fenômenos investigados.

Nesse sentido, é importante destacar, mais uma vez, que a análise qualitativa não se opõe ao uso de recursos quantitativos, mas os incorpora de forma complementar, sempre que esses contribuírem para a interpretação dos dados. Conforme explica Bardin (2011, p.146), "a análise qualitativa não rejeita toda e qualquer forma de quantificação [...] podendo o analista recorrer a testes quantitativos: por exemplo, a aparição de índices similares em discursos semelhantes" o que caracteriza a abordagem qualitativa na Análise de Conteúdo é o fato de a inferência estar fundada na presença significativa dos índices (temas, palavras ou personagens) e não em sua frequência numérica. Assim, o recurso a dados quantitativos pode ser útil, desde que não substitua a análise de sentido que está no centro da proposta qualitativa.

Além disso, a análise envolve um posicionamento interpretativo por parte do pesquisador. Moraes (1999, p. 3) afirma que “não é possível uma leitura neutra. Toda leitura se constitui numa interpretação”, indicando que a subjetividade é um elemento inerente ao processo e que a neutralidade absoluta não existe. Reconhecer esse aspecto não compromete o rigor da análise, mas exige consciência crítica, disciplina e clareza metodológica por parte de quem conduz a investigação.

A análise aqui realizada contemplou os seguintes materiais: a Atividade de Sondagem, a Atividade de Verificação, o Questionário Final com perguntas abertas e fechadas e

as anotações oriundas das observações em sala de aula. Durante a exploração do material, foram definidas as unidades de registro e, posteriormente, agrupadas em categorias temáticas. A utilização dos diferentes instrumentos de coleta de dados já citados nas seções acima permite o enriquecimento na análise das informações, pois integra perspectivas obtidas de diferentes maneiras. Dessa forma, os instrumentos escolhidos se complementam, favorecendo a natureza qualitativa e exploratória da pesquisa.

Capítulo 4

Aplicação da Metodologia e Resultados

Este capítulo tem como objetivo apresentar a aplicação prática da sequência didática desenvolvida, bem como analisar os resultados obtidos a partir da observação, produção dos alunos e instrumentos de coleta aplicados. Ele está dividido em seis partes: Aplicação da Atividade de Sondagem, Aula Expositiva, Atividade com os Polígonos, Aplicação da Atividade de Verificação, Aplicação do Quebra-Cabeça de *Haberdasher* e Aplicação do Questionário Final. As seções a seguir acompanham a ordem cronológica de aplicação da sequência didática e apresentam a descrição da atividade, o contexto de sua aplicação e a análise dos dados coletados com base na Análise de Conteúdo.

Ao longo da aplicação da sequência didática, alguns ajustes no planejamento dela foram necessários, tanto na duração de algumas etapas quanto nas datas de aplicação, devido à disponibilidade dada pelos professores e pela escola, sempre visando não atrapalhar o andamento das atividades e o funcionamento da unidade. No Quadro 1 estão indicadas as etapas, datas e duração aproximada de cada uma delas.

Quadro 1 – Cronograma de atividades realizadas por turma

Atividade	8AM01	8AT03	9AM01
Atividade de Sondagem	10 de outubro de 2024 (1h)	10 de outubro de 2024 (1h)	10 de outubro de 2024 (1h)
Aula Expositiva	31 de outubro de 2024 (1h)	31 de outubro de 2024 (1h)	31 de outubro de 2024 (1h)
Atividades com os polígonos	31 de outubro e 01 de novembro de 2024 (2h)	31 de outubro e 11 de novembro de 2024 (2h)	01 de novembro de 2024 (1h)
Atividade de Verificação	01 de novembro de 2024 (30 min)	11 de novembro de 2024 (30 min)	01 de novembro de 2024 (30 min)
Quebra-Cabeça de <i>Haberdasher</i>	01 de novembro de 2024 (30 min)	11 de novembro de 2024 (30 min)	01 de novembro de 2024 (30 min)
Questionário Final	04 de novembro de 2024 (30 min)	26 de novembro de 2024 (30 min)	12 de novembro de 2024 (30 min)

Fonte: Elaboração própria.

4.1 Aplicação da Atividade de Sondagem

Após o consentimento da direção da escola para a realização da pesquisa e a disponibilização dos horários de alguns professores das três turmas, o primeiro encontro com cada turma foi agendado para o dia 10 de outubro de 2024, quinta-feira, e teve duração de aproximadamente uma hora. Inicialmente, houve uma apresentação inicial e

uma explicação sobre o que se tratava a pesquisa. Alguns dos estudantes já conheciam a professora devido ao fato de ela já ter lecionado na escola nos anos anteriores, principalmente na 9AM01, que tinha alguns ex-alunos. Também foi explicado, em cada turma, que haveria outros encontros para a continuidade da pesquisa e foi pedido aos estudantes que fizessem as atividades com seriedade e honestidade, sem uso de celulares e sem compartilhar as respostas com os colegas.

Depois de toda a explicação, cada aluno recebeu a Atividade de Sondagem e esclareceu-se que não havia problema caso eles não soubessem responder a uma ou mais questões. Em todas as turmas, observou-se uma resistência inicial por parte dos estudantes, por se tratar de uma atividade na área de Matemática e por serem exercícios escritos. Alguns alunos se recusaram a fazer a atividade, atitude que foi respeitada. Outros demonstraram insegurança inicial, alegando não saber responder, mas, aos poucos, conseguiram preencher algumas questões.

Toda essa resistência dos alunos com a Matemática pode ser justificada pelo que foi mencionado sobre a visão inacessível e difícil que eles têm da disciplina, do excesso de abstração no ensino e da falta de conexão com a realidade dos estudantes, conforme argumenta [Ponte \(1994\)](#). Além disso, segundo [Moreira \(2011\)](#), para que a Aprendizagem Significativa ocorra, é necessário não apenas a presença de conteúdo potencialmente significativo, mas também a disposição do aluno em aprender. Tendo isso em vista, a resistência inicial observada pode indicar a ausência dessa disposição, o que reforça a importância da abordagem motivadora nas etapas seguintes.

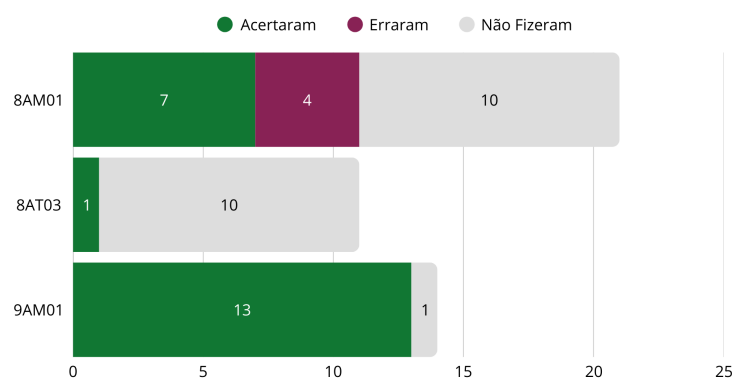
Reforçou-se diversas vezes que a atividade não tinha caráter avaliativo, que a atividade buscava apenas averiguar os conhecimentos geométricos prévios deles, que não se tratava de uma avaliação, que eles não seriam julgados por nada respondido e que eles não prejudicariam a pesquisa caso não soubessem alguns dos conteúdos.

Nessa primeira etapa, nas turmas 8AM01, 8AT03 e 9AM01 houve a participação de, respectivamente, **21**, **11** e **14** alunos. Como cada turma poderia ter um nível de conhecimento diferente sobre os assuntos em questão, na Atividade de Sondagem, os resultados foram avaliados separadamente, para que a etapa seguinte (Aula Expositiva) fosse adaptada da melhor forma para cada uma das turmas. Considerando os procedimentos de Análise de Conteúdo já apresentados ([Bardin, 2011](#); [Silva e Fossá, 2015](#); [Moraes, 1999](#)), a análise dessa atividade está dividida em cinco categorias de acordo com os temas (Ângulos, Elementos de Polígonos, Classificação de Polígonos, Triângulos e Comentários Gerais), as respostas dos alunos nas questões propostas e os dados separados por turma.

4.1.1 Ângulos

Dentre as questões propostas na Atividade de Sondagem, algumas envolviam o conceito de ângulo. Foram elas as questões **1**, **2**, **3** e **9**. A primeira perguntava aos alunos quanto mede o ângulo reto e o ângulo raso. Os resultados foram pouco satisfatórios nas turmas de 8º ano, e bastante positivos na 9AM01 como pode ser observado no Gráfico 1.

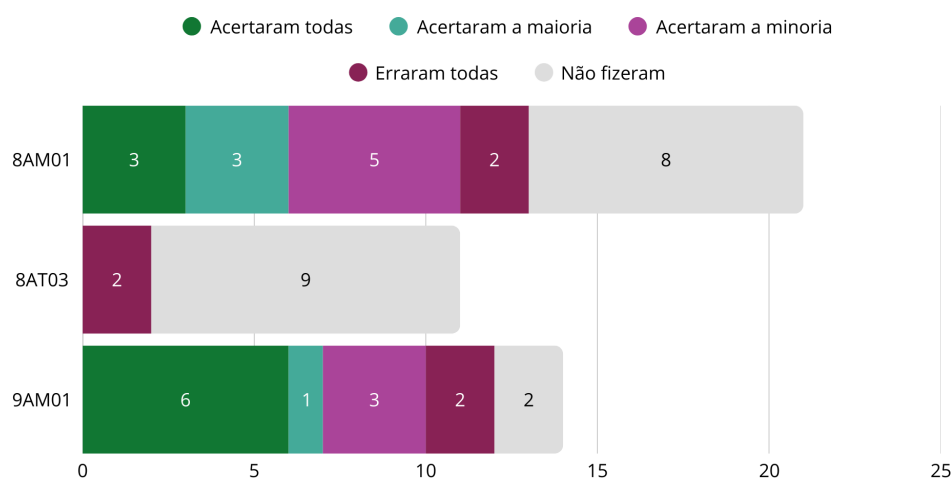
Gráfico 1 – Acertos e erros dos estudantes sobre a Questão 1



Fonte: Elaboração própria.

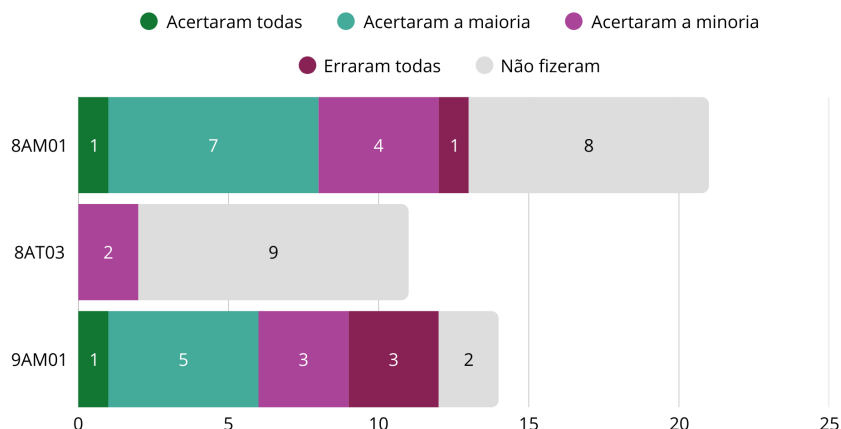
Nas segunda e terceira questões, os conceitos abordados foram os de ângulo agudo e ângulo obtuso, respectivamente. Ao observar os gráficos 2 e 3, é possível perceber que, novamente, a 8AT03 teve dificuldades para respondê-las. Em contrapartida, a maior parte dos alunos das outras duas turmas assinalou pelo menos algum(ns) do(s) ângulo(s) corretamente, sendo a 9AM01 a turma que teve menos dificuldade na resolução.

Gráfico 2 – Acertos e erros dos estudantes sobre a Questão 2



Fonte: Elaboração própria.

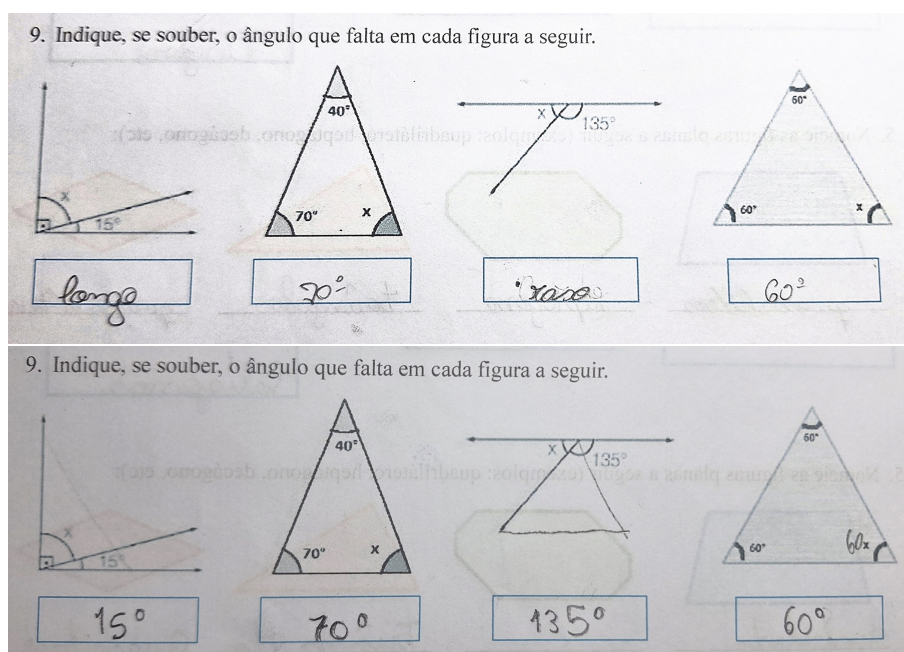
Gráfico 3 – Acertos e erros dos estudantes sobre a Questão 3



Fonte: Elaboração própria.

Já na questão 9, os conceitos necessários foram os de ângulos complementares, suplementares e soma dos ângulos internos em um triângulo. A essa questão, nenhum aluno da turma 8AT03 respondeu e apenas dois de cada uma das demais turmas tentaram fazer. Apesar disso, ninguém acertou todos os itens, mas dois dos estudantes acertaram apenas os que envolviam a soma dos ângulos internos de um triângulo, como é possível ver na Figura 10. Observou-se, também, que um dos respondentes parecia saber que o ângulo do item c era raso, o que demonstra que, às vezes, os alunos podem ter alguma memória do conceito, mas não lembram em sua totalidade.

Figura 10 – Respostas dos alunos da 8AM01 e 9AM01 na Questão 9



Fonte: Acervo da Pesquisa.

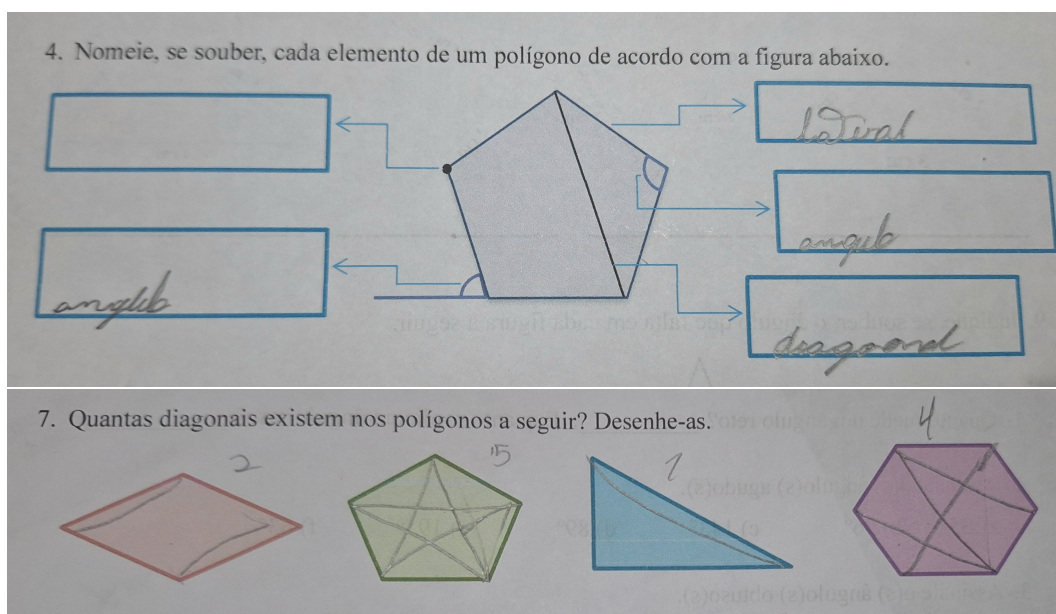
A partir de todos esses dados analisados sobre os conceitos essenciais relacionados a ângulos, percebeu-se a necessidade de reforçá-los em todas as três turmas, sobretudo na 8AT03 em que os presentes tiveram mais dificuldades para responder às perguntas.

4.1.2 Elementos de Polígonos

As questões da Atividade de Sondagem que envolvem elementos de polígonos são as de número 4 que pede aos alunos para nomearem cada um deles e a 7 que solicita que eles desenhem as diagonais de cada polígono apresentado.

Dentre os 21 alunos da 8AM01 presentes na aplicação da Atividade de Sondagem, apenas seis responderam a algum dos itens da quarta questão. Destes, quatro souberam identificar os ângulos do polígono e três classificaram a diagonal corretamente. Nenhum deles mencionou as palavras "vértice" ou "lado", porém um fato interessante foi que uma aluna classificou este último como "lateral" (Figura 11). Já na sétima questão, dez alunos não responderam. Dos outros onze, sete pareceram assimilar o que era para ser feito, ainda que de modo incompleto ou com erros, como a resposta de uma aluna indicada na Figura 11. Os outros quatro pareceram não entender o proposto, uma vez que contabilizaram o número de lados de cada polígono.

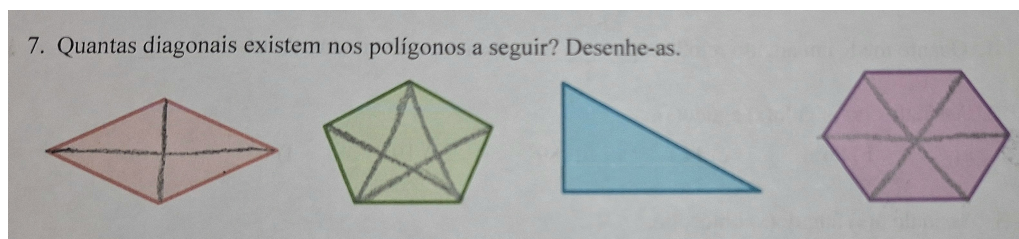
Figura 11 – Respostas de uma aluna da 8AM01 para as Questões 4 e 7



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Nenhum aluno da 8AT03 respondeu à quarta questão e apenas três dos onze responderam à sétima, ainda que parcialmente. Destaca-se aqui a resposta do aluno da turma que mais se aproximou da resposta correta e completa. É possível perceber, conforme ilustrado na Figura 12 que ele compreendeu o que era para ser feito, porém parece ter esquecido de marcar algumas das diagonais.

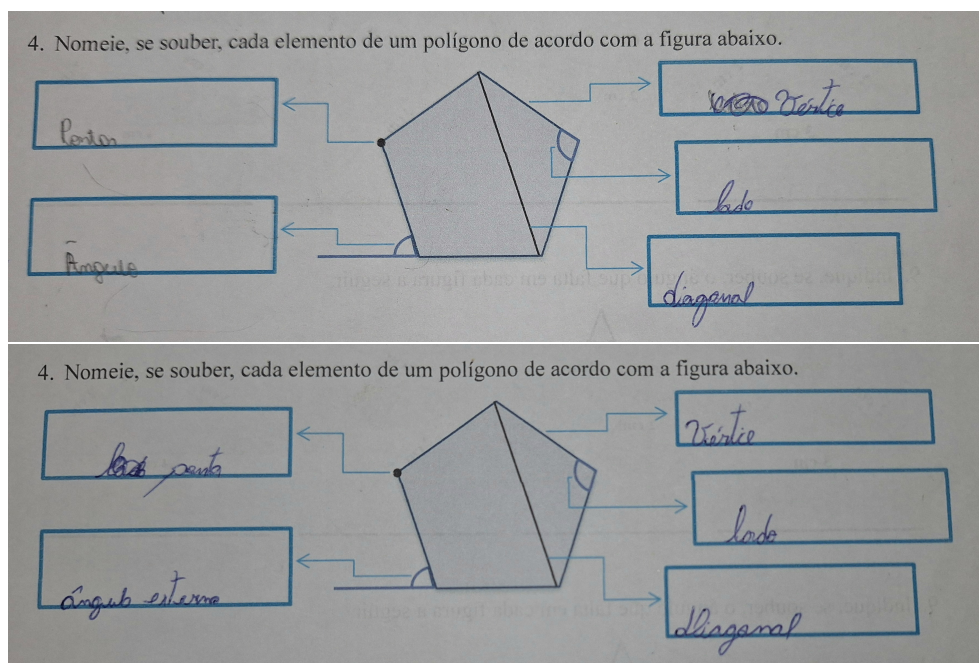
Figura 12 – Resposta de um aluno da 8AT03 para a Questão 7



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Já na turma 9AM01, dos 14 estudantes, oito responderam ao menos a algum dos itens. Destes, seis conseguiram identificar os ângulos e três souberam nomear a diagonal. Além disso, quatro alunos referiram-se aos vértices como "pontas" e dois referiram-se à diagonal e ao lado como "reta", demonstrando familiaridade visual com as figuras, mas sem o uso da nomenclatura formal. Ademais, dois destes alunos pareciam ter conhecimento dos conceitos, mas confundiram alguns na hora de preencher, como pode ser observado na Figura 13.

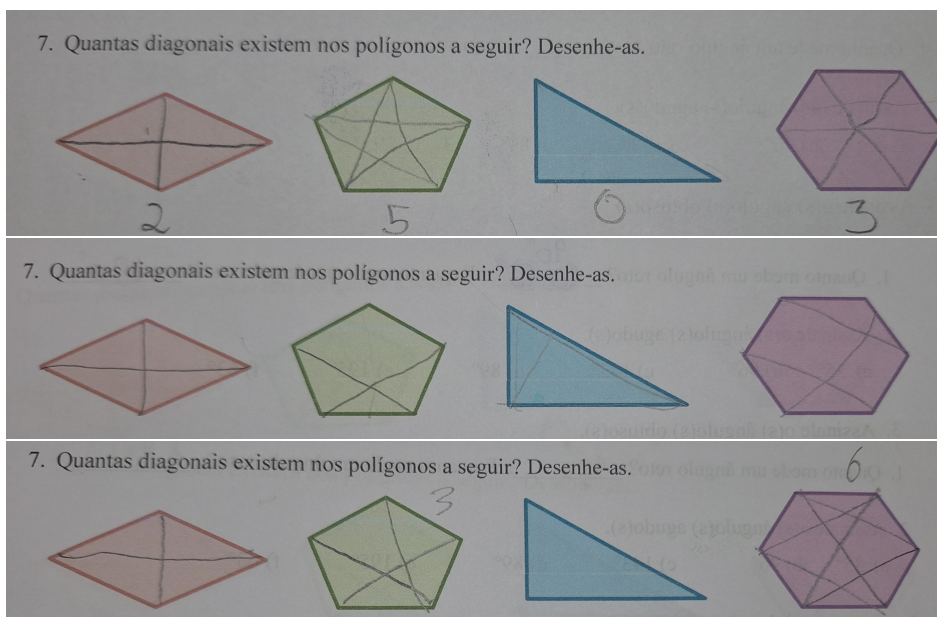
Figura 13 – Respostas dos alunos da 9AM01 para a Questão 4



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Na questão sobre as diagonais (número 7), tiveram, novamente, apenas oito respondentes; destes, apenas três pareceram entender o que era para ser feito (Figura 14). Dos outros cinco, dois circularam alguns polígonos e três indicaram o número de lados de cada um. Ainda assim, mesmo aqueles que entenderam o que era para ser feito e pareciam saber o conceito de diagonal, não marcaram todas as diagonais existentes em cada uma das figuras.

Figura 14 – Respostas de três alunos da 9AM01 para a Questão 7



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Vygotsky (2008) defende as noções de "conceitos científicos" e "conceitos espontâneos" e em como isso é parte da relação entre a instrução escolar e o desenvolvimento mental da criança. Para ele, inicialmente, as crianças nomeiam objetos e fenômenos com base em suas percepções imediatas e experiências práticas. Somente com a intervenção pedagógica e o domínio da linguagem formal é que elas conseguem desenvolver conceitos científicos mais precisos. Além disso, para Vygotsky (2008), elevando o domínio dos conceitos científicos também eleva-se o nível dos conceitos espontâneos.

Portanto, quando os alunos utilizam termos como "pontas", "laterais" ou "retas" no lugar de "vértices", "lados" e "diagonais", isso indica que estão operando com conceitos espontâneos. A transição para o uso de termos científicos ocorre à medida que eles internalizam o conhecimento formal através do ensino estruturado e da mediação linguística.

Tendo tudo isso em vista, concluiu-se sobre a necessidade de reforçar conceitos relacionados aos elementos de polígonos, uma vez que eles serão necessários nas instruções das atividades práticas com os materiais manipuláveis.

4.1.3 Classificação de Polígonos

Os exercícios 5 e 6 da Atividade de Sondagem tratam, respectivamente, da classificação de polígonos quanto ao número de lados e da classificação em convexos ou não. Em todas as turmas, a maioria dos alunos tentou responder a pelo menos um dos itens da quinta questão, todavia, em todas elas, alguns erros comuns apareceram nas respostas dos alunos.

Primeiramente, os erros ortográficos foram muito recorrentes nessa questão e em todas as turmas, exemplos como "heptágno", "heságono", "octogno" e "triângolo" foram comuns de serem vistos ao longo da análise das atividades, como foi ilustrado na Figura 15, talvez por não terem acesso a todos os nomes de polígonos listados.

Figura 15 – Respostas de alunos da 8AM01 e 8AT03 para a Questão 5



Fonte: Acervo da Pesquisa.

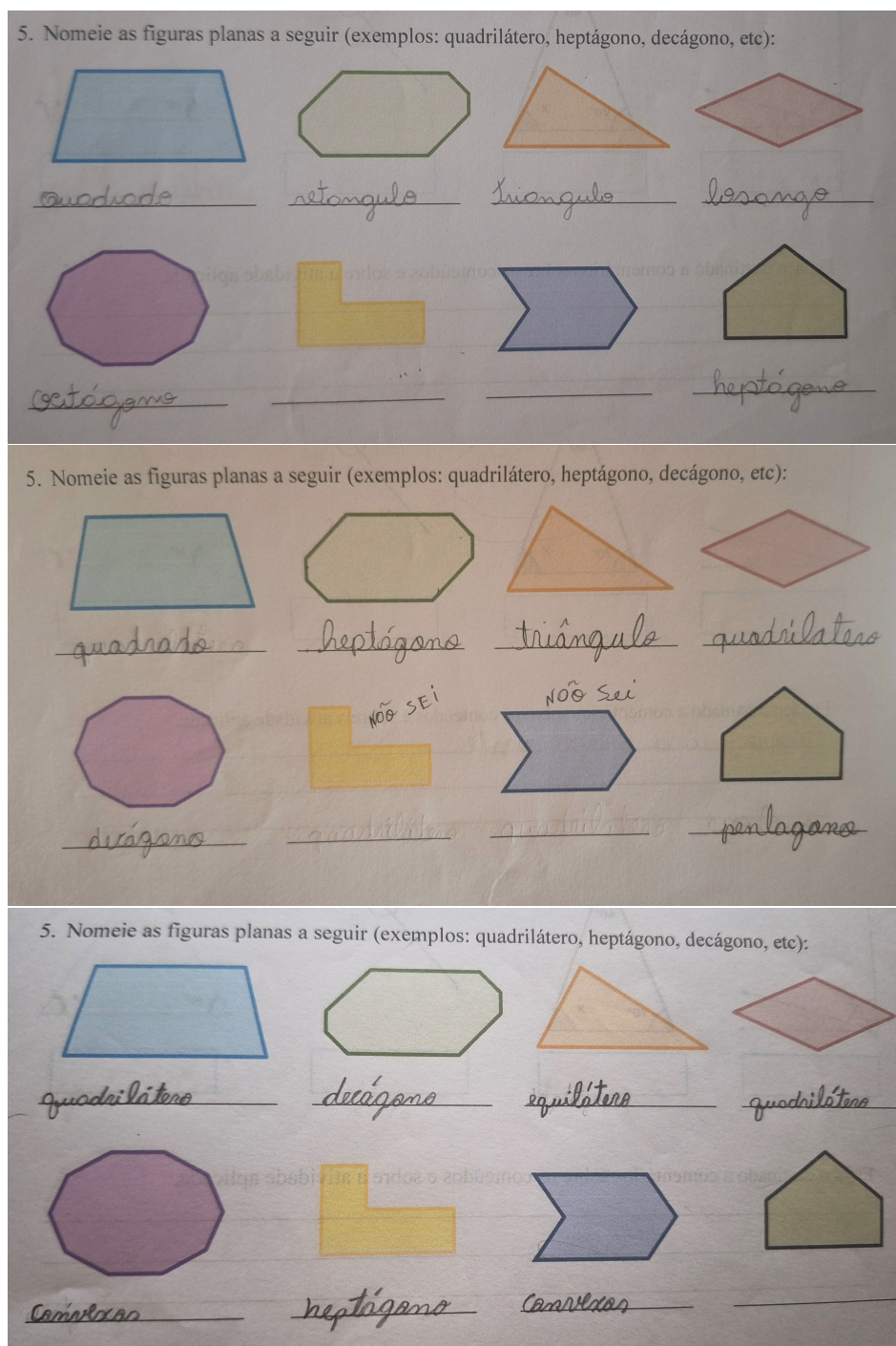
Os erros ortográficos citados, embora bastante recorrentes em todas as questões, não comprometeram a compreensão conceitual dos estudantes, que, em sua maioria, demonstraram reconhecer corretamente a quantidade de lados das figuras e as associaram ao nome correspondente, ainda que com grafias imprecisas. Essa dissociação entre domínio conceitual e domínio ortográfico pode ser compreendida também com a visão de [Vygotsky \(2008\)](#) de que o desenvolvimento da linguagem escrita exige um alto grau de abstração e deliberação.

Para o autor, as funções psicológicas necessárias ao domínio da escrita não estão plenamente desenvolvidas no início da escolarização formal, e, nesse contexto, o ensino precede e impulsiona esse desenvolvimento ([Vygotsky, 2008](#)). Assim, o uso incorreto da ortografia não impede que os alunos elaborem e manipulem conceitos matemáticos de forma significativa.

Outro erro comum foi a confusão de conceitos. Além de muitos alunos que contabilizaram o número de lados dos polígonos erroneamente, foi possível observar que vários

chamaram os quadriláteros de retângulos ou quadrados, o que é uma generalização equivocada, já que nem todo quadrilátero tem as características do quadrado ou do retângulo. Na Figura 16 vê-se exemplos com respostas de dois alunos da turma 9AM01 que cometeram esse engano, bem como a resposta de uma aluna da 8AM01 que mencionou palavras como "equilátero" e "convexos" dentre as respostas, demonstrando mais uma confusão de conceitos geométricos.

Figura 16 – Respostas de dois alunos da 9AM01 e de uma aluna da 8AM01 para a Questão 5



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Percebe-se que ambos os estudantes da 9AM01 classificaram o primeiro polígono, o quadrilátero trapézio, como "quadrado". Além disso, o primeiro aluno ainda classificou o segundo polígono (octógono) como "retângulo", enquanto o segundo, provavelmente contabilizou errado, classificando como "heptágono".

Essas dificuldades podem ser compreendidas à luz da teoria dos níveis de pensamento geométrico proposta por Van Hiele (1986). Conforme o autor, no nível visual (primeiro estágio de desenvolvimento) os alunos reconhecem figuras com base em sua aparência global, e não nas propriedades que as definem. Assim, figuras de quatro lados acabam sendo chamadas de “quadrados” mesmo que não possuam ângulos retos ou lados congruentes. Essa forma de pensar é coerente com a estrutura relacional daquele estágio, mas impede a distinção adequada entre classes geométricas.

Ainda de acordo com Van Hiele (1986, p. 50), *“people of the first period reason rightly if they deny that a square is a rhombus. They are guided by a visual network of relations; their intuition shows them the way”* [Pessoas no primeiro estágio têm razão, segundo seu nível, ao negar que um quadrado é um losango. Elas se guiam por uma rede visual de relações; sua intuição as conduz].

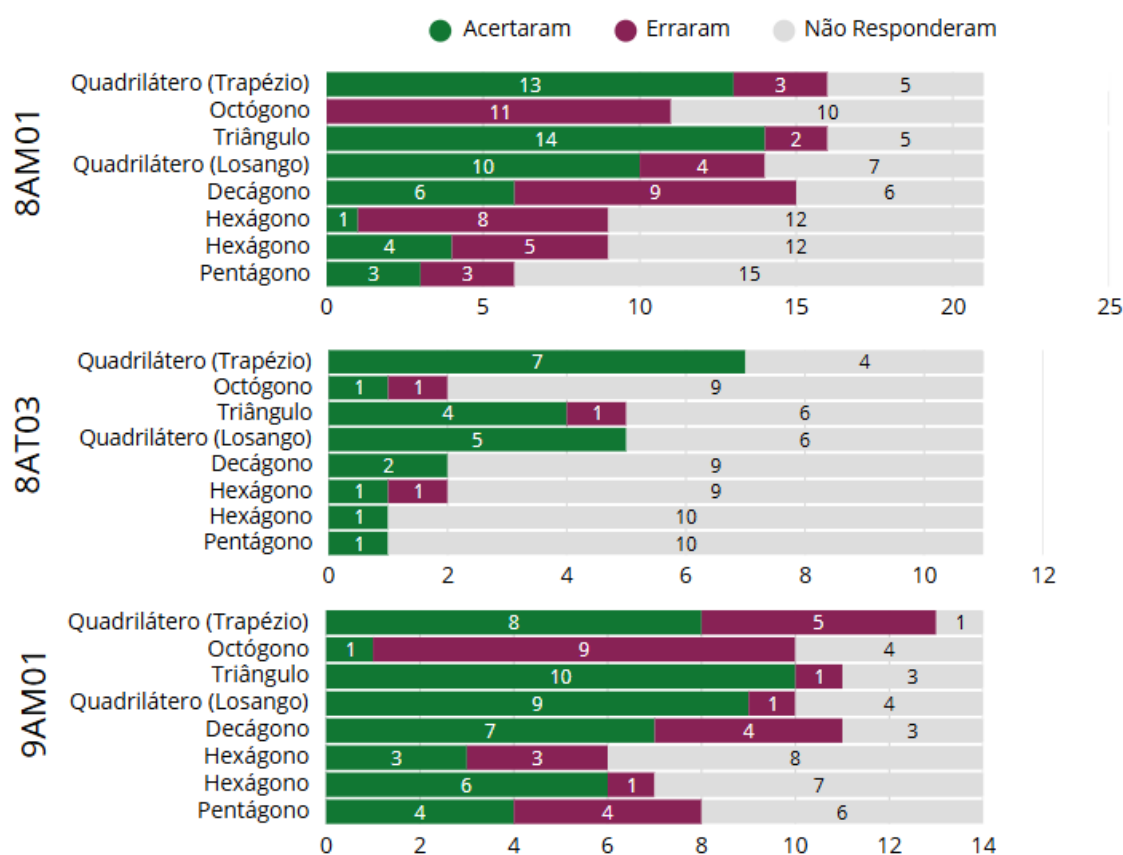
A transição para o nível seguinte, no qual propriedades são analisadas e relacionadas, depende de mediação pedagógica e linguagem apropriada, um processo que, segundo Van Hiele (1986), no qual as propriedades das figuras são analisadas, comparadas e organizadas, não ocorre espontaneamente, mas por meio do ensino estruturado.

Como os quadriláteros presentes na questão eram dois dos quadriláteros notáveis, trapézio e losango, as respostas que continham esses nomes no lugar do termo 'quadrilátero' foram consideradas como certas, assim como ocorreu na resposta do primeiro aluno da Figura 16 que havia nomeado, corretamente, o quarto polígono como losango.

Ademais, os erros ortográficos encontrados nas respostas não foram considerados como erros na quantificação dos dados para a construção do Gráfico 4, uma vez que, como mencionado, não são conceituais ou geométricos. Nele é possível constatar que, novamente, os integrantes da turma 8AT03 tiveram mais dificuldades na resolução quando comparadas às outras duas turmas e que o índice de acertos foi maior na nomeação de quadriláteros e triângulos, o que é compreensível, já que esses são os polígonos mais básicos e familiares a eles.

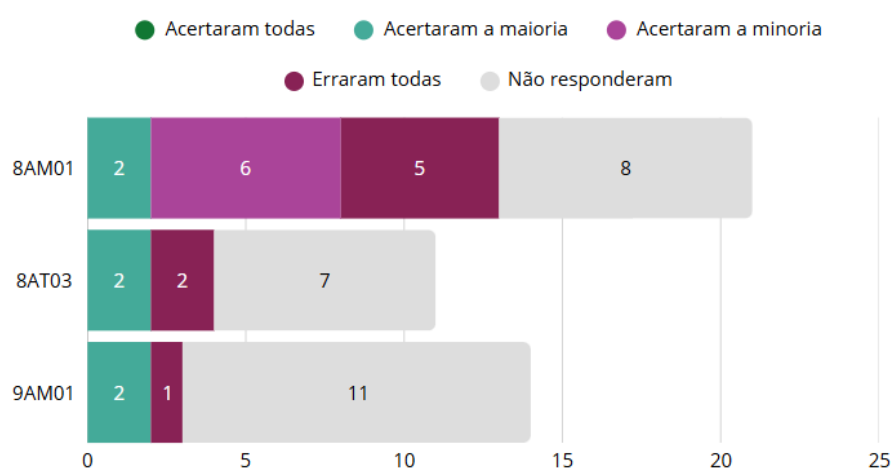
Já na sexta questão, os resultados foram menos expressivos, como indicado no Gráfico 5. Isso é ratificado pelo que foi observado durante as aplicações em todas as turmas, nas quais vários alunos perguntaram o que eram polígonos convexos. Embora o estudo de polígonos seja uma das habilidades requeridas no Eixo Temático de Geometria na BNCC (Brasil, 2017), muitos deles disseram nunca ter ouvido a palavra "convexo". Contudo, nenhuma explicação foi dada para não influenciar os resultados da análise diagnóstica.

Gráfico 4 – Acertos e erros das três turmas em cada item da Questão 5



Fonte: Elaboração própria.

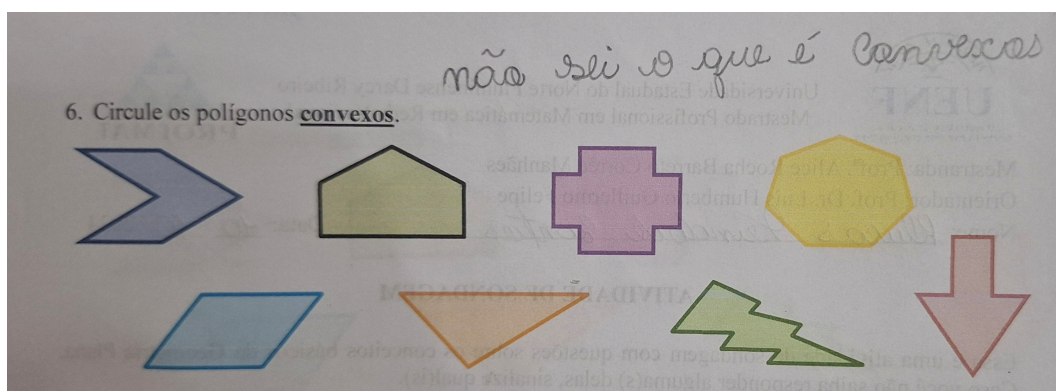
Gráfico 5 – Acertos e erros das três turmas na Questão 6



Fonte: Elaboração própria.

Apesar disso, alguns deles tentaram responder, e, como esperado, ninguém acertou a questão inteira. Vários deles sinalizaram, por escrito, não saber do que se tratava, como a aluna da 9AM01 na Figura 17.

Figura 17 – Resposta de uma aluna da 9AM01 para a Questão 6

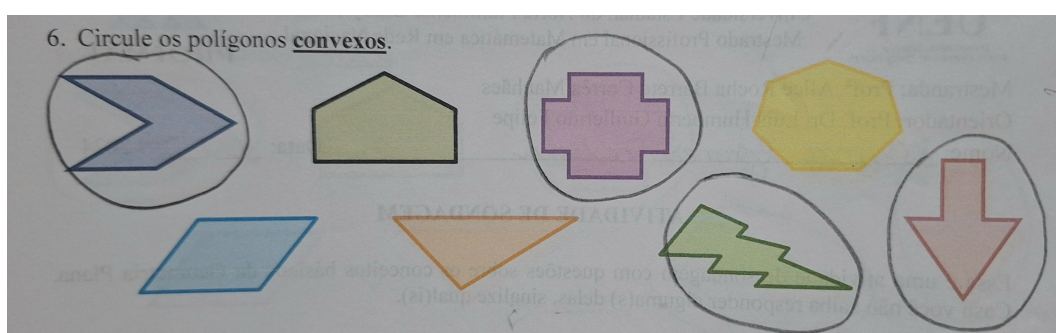


Fonte: Acervo da Pesquisa.

É interessante destacar que, dentre essas respostas, sobretudo na turma 8AM01 (Figura 18), um número expressivo de respondentes circulou exatamente os polígonos não convexos, o que demonstra que, apesar de não saberem o conceito, conseguiram perceber alguma diferença geométrica entre os dois tipos de polígonos e, por isso, podem ter suposto que os polígonos convexos eram, justamente, os não convexos.

Esse comportamento vem ao encontro do que Van Hiele (1986) afirma sobre o nível visual, no qual o aluno reconhece propriedades e padrões intuitivamente pela observação direta, mas não dispõe da linguagem formal para nomeá-las. Isso justifica por que os alunos conseguem perceber que “há algo diferente” nos polígonos não convexos, mas não sabem nomear ou justificar a convexidade.

Figura 18 – Resposta de uma aluna da 8AM01 para a Questão 6



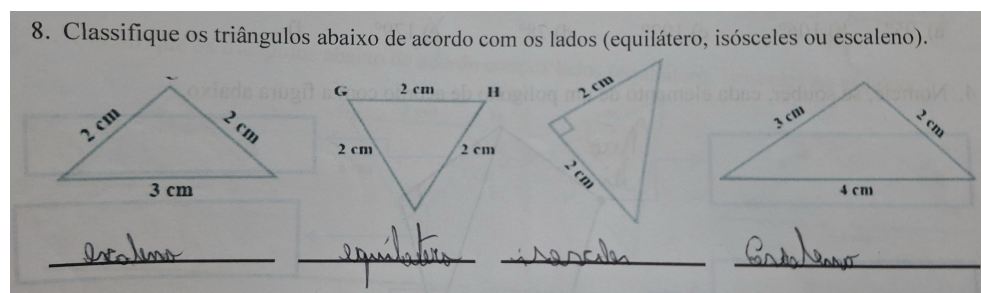
Fonte: Acervo da Pesquisa.

4.1.4 Triângulos

Sobre a categoria de triângulos, duas questões foram abrangidas, a número 9 que já foi analisada e a de número 8 que consistia em classificar os triângulos apresentados em equilátero, isósceles e escaleno. Novamente, na turma 8AT03 nenhum dos estudantes respondeu, ao passo que nas demais turmas, apenas cinco alunos de cada tentaram fazer.

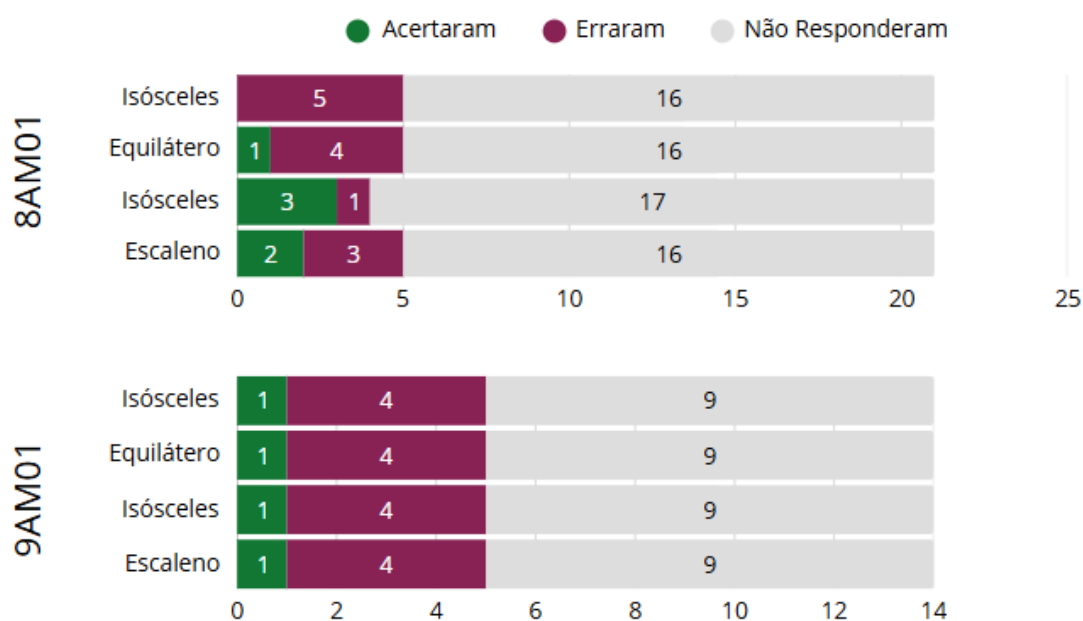
Na Figura 19 tem-se a resposta de um aluno da 8AM01, que foi o que acertou mais itens da questão. De maneira adicional, o Gráfico 6 contempla de forma objetiva quais itens os alunos de cada uma das turmas acertaram ou não.

Figura 19 – Resposta de um aluno da 8AM01 para a Questão 8



Fonte: Acervo da Pesquisa.

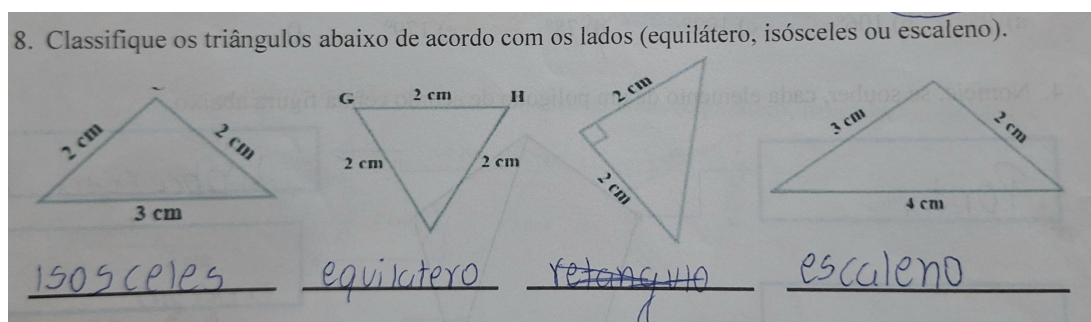
Gráfico 6 – Acertos e erros dos alunos na Questão 8



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Evidencia-se, ainda, a resposta de uma aluna da turma do nono ano que percebeu a presença do ângulo reto no terceiro item da questão e classificou o triângulo como "retângulo", conforme retratado na Figura 20. Ainda que estivesse correto, levando em conta o enunciado da questão, a resposta foi considerada errada, posto que foi pedida a classificação de acordo com os lados, e não ângulos. Tendo isso em vista, possivelmente a rasura pode ter sido um sinal dessa percepção por parte dela.

Figura 20 – Resposta de uma aluna da 9AM01 para a Questão 8

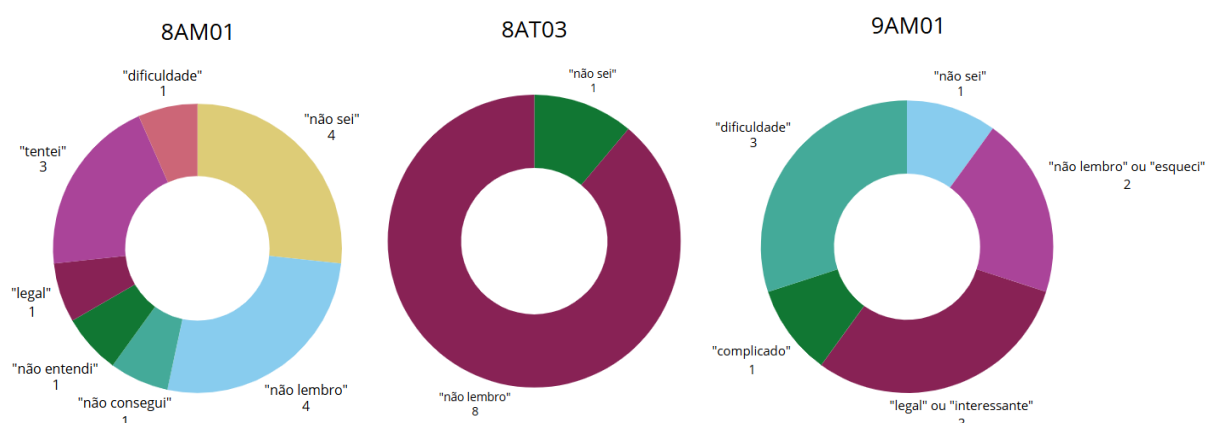


Fonte: Acervo da Pesquisa.

4.1.5 Comentários Gerais dos Estudantes

Ao final da Atividade de Sondagem, havia um espaço para que os alunos tecessem quaisquer comentários sobre ela, e a grande maioria das respostas foi relativa à dificuldade que tiveram em fazê-la. Dentre os termos mais utilizados em todas as três turmas, destaca-se os apresentados no gráfico contido no Gráfico 7.

Gráfico 7 – Termos mais utilizados pelos alunos das três turmas acerca da Atividade de Sondagem

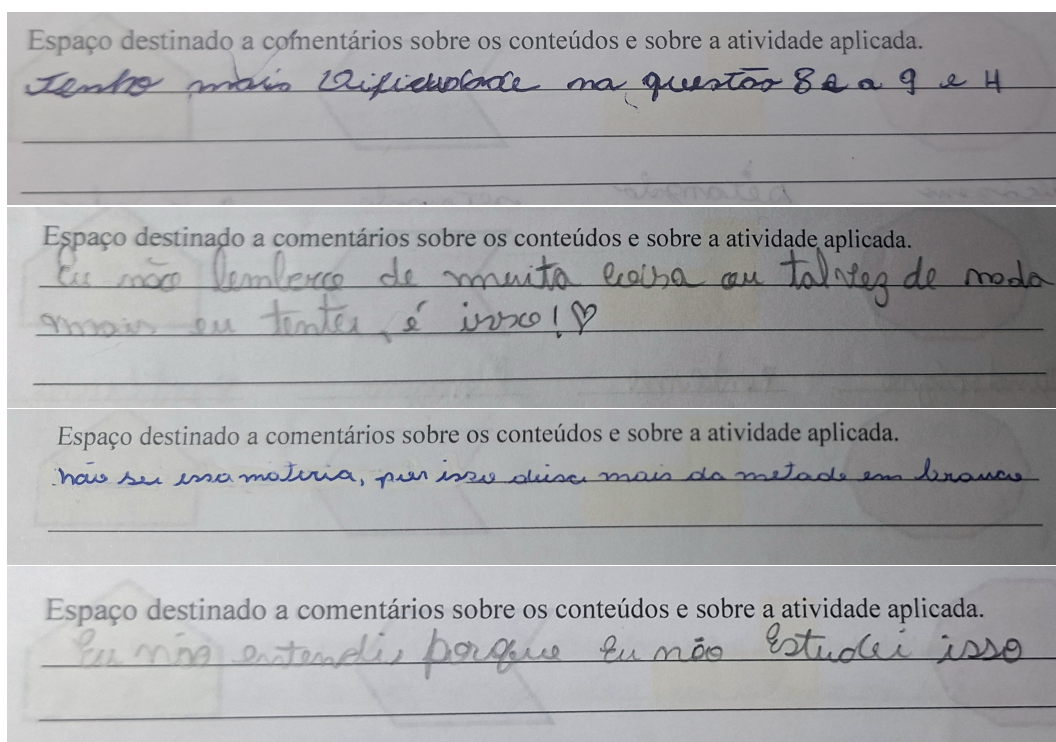


Fonte: Elaboração própria.

Dos 21 alunos da turma 8AM01, 12 fizeram comentários. Enfatiza-se quatro deles que estão presentes na Figura 21. O primeiro diz respeito às dificuldades terem sido maiores em questões específicas, tendo duas delas (8 e 9) um índice de erros e falta de respostas bastante elevado, como visto anteriormente, o que confirma que a observação do aluno dialoga com os dados analisados.

A segunda resposta representa várias outras da turma que apontam não lembrar do conteúdo, mas tentar fazer o máximo. Já os dois últimos respondentes indicam a falta de conhecimento e de estudo sobre o assunto. O fato de, possivelmente, não terem aprendido tais conteúdos pode ser realmente verdade, dependendo do contexto escolar prévio desse aluno.

Figura 21 – Comentários dos alunos da 8AM01 sobre a Atividade de Sondagem



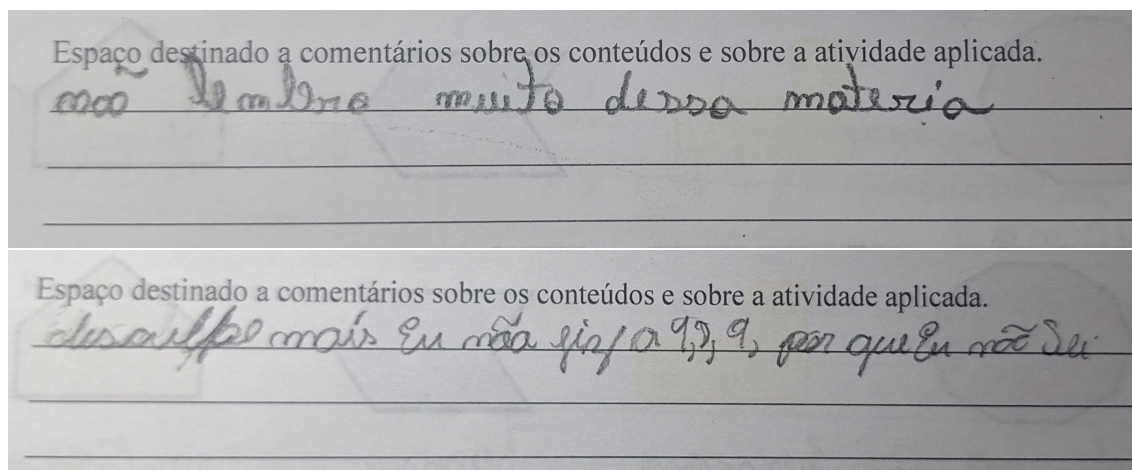
Fonte: Acervo da Pesquisa.

Essa percepção está de acordo com os princípios da aprendizagem significativa, descritos no Capítulo 2 e propostos por Ausubel (2000). Para o autor, o fator mais determinante na aprendizagem de novos conteúdos é o que o aluno já sabe, ou seja, a existência de conceitos prévios organizados em sua estrutura cognitiva. Quando esses conceitos estão ausentes ou não foram devidamente consolidados, o novo conteúdo não encontra base para ser assimilado significativamente, resultando em esquecimento, erros ou abandono da tarefa. Isso evidencia a importância de sondagens diagnósticas, como a analisada, e da consideração do histórico escolar dos estudantes no planejamento pedagógico.

Na 8AT03, nove alunos fizeram observações sobre a atividade, e os outros dois não comentaram nada. A grande maioria alegou não lembrar do conteúdo, como ilustrado na primeira resposta da Figura 22. Já a segunda resposta apresentada se assemelha muito com a do aluno da 8AM01 que teve dificuldade nas mesmas questões (4, 8 e 9), o que é importante de ser levado em conta.

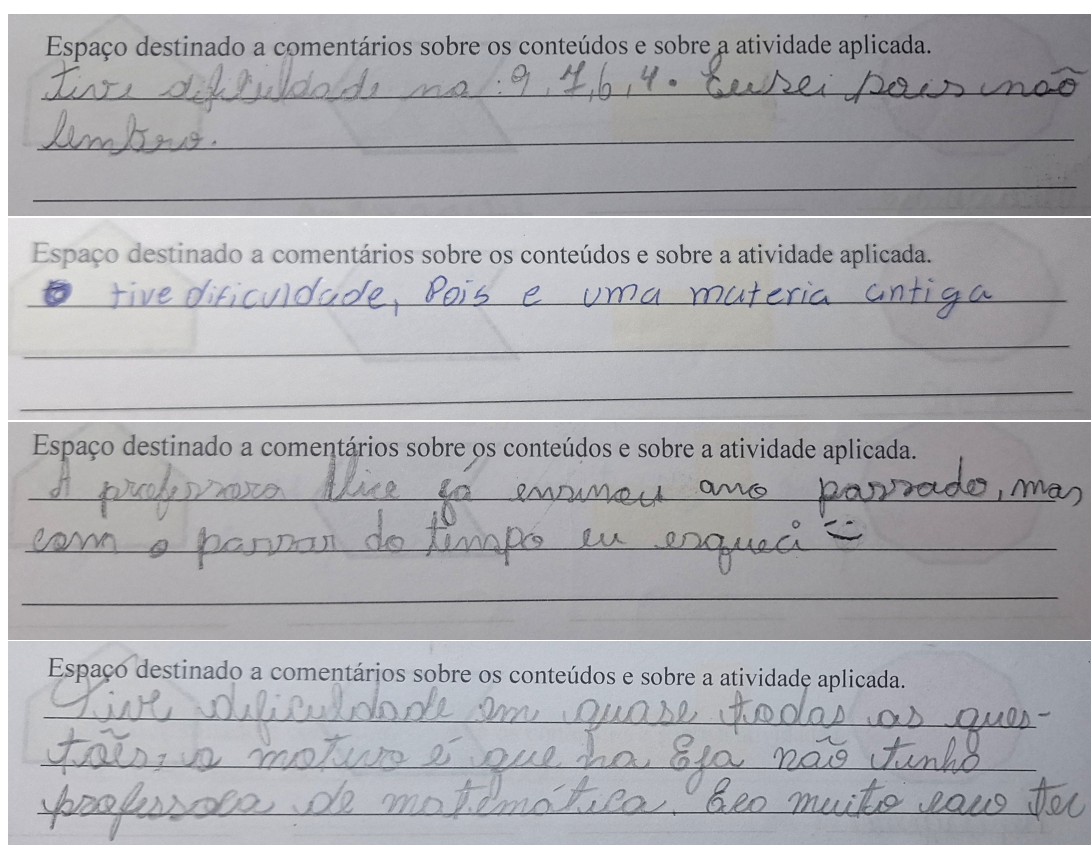
Essas respostas se aproximam ainda da de um estudante da 9AM01 que, igualmente, apontou dificuldades nas questões 4 e 9 e, também, nas 6 e 7 que envolviam os conceitos de polígonos convexos e as diagonais de um polígono (Figura 23). Nessa turma, oito alunos elaboraram ponderações e os outros seis deixaram o espaço em branco. Também foi comentada a questão do esquecimento após um tempo sem lidar com os conteúdos, como é frisado no segundo e terceiro comentários.

Figura 22 – Comentários dos alunos da 8AT03 sobre a Atividade de Sondagem



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Figura 23 – Comentários dos alunos da 9AM01 sobre a Atividade de Sondagem



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Como mencionado, parte dessa turma havia tido aulas com a professora, inclusive com conteúdos de Geometria, o que justifica a resposta da terceira aluna. Outro comentário muito importante de se salientar é o da quarta aluna (Figura 23) que alega não ter tido professor de Matemática durante o período em que estudou na modalidade de ensino

da EJA (Educação de Jovens e Adultos). Esse é mais um indicativo da precarização da educação pública.

Tal relato evidencia uma violação do direito à educação e reforça a análise de [Saviani \(2008\)](#), para quem a escola pública brasileira, ao mesmo tempo em que se apresenta como instrumento de democratização do acesso, frequentemente opera de forma excludente, especialmente no atendimento às camadas populares.

A ausência de professores em etapas da trajetória escolar compromete a aprendizagem dos conteúdos estruturantes e revela uma questão estrutural do sistema educacional. Na EJA, essa precarização assume formas ainda mais problemáticas, dado o histórico de abandono e descontinuidade que marca essa modalidade, como reconhecido nas políticas públicas e pelos professores atuantes na Educação Básica. Desse modo, a fala da aluna não representa apenas uma dificuldade individual dela, mas um sintoma de algo muito mais amplo.

4.2 Aula Expositiva (Aplicação)

Após analisar cuidadosamente todas as respostas obtidas na Atividade de Sondagem, foi possível planejar uma aula expositiva para relembrar o que os alunos não lembravam e reforçar aquilo que já sabiam. A ideia era consolidar os conceitos necessários para a próxima etapa da sequência didática. A aula expositiva foi planejada com base nos conhecimentos prévios identificados, conforme propõe [Ausubel \(2000\)](#), cuja teoria da aprendizagem significativa defende que a instrução deve conectar-se diretamente à estrutura cognitiva já existente no aluno.

Assim, no dia 31 de outubro, ocorreu o segundo encontro com cada uma das turmas. As aulas tiveram duração aproximada de uma hora, nas quais utilizou-se uma apresentação de *slides* (Apêndice C) para facilitar a explicação e não tomar muito tempo do que foi disponibilizado. Além disso, alguns desenhos e explicações complementares foram expostos no quadro, principalmente para tirar dúvidas pontuais que surgiram em cada turma.

Apesar de os *slides* terem sido os mesmos para todas as turmas, o enfoque na explicação foi diferente. Por exemplo, a explicação sobre o conceito de ângulos e suas classificações na 9AM01 foi mais sucinta do que nas turmas 8AM01 e 8AT03, visto que a primeira obteve resultados melhores nas questões referentes a esse conteúdo e, portanto, nas outras duas turmas, algumas perguntas e exemplos a mais foram necessários para que os estudantes realmente relembrassem ou compreendessem o que estava sendo dito. Na Figura 24 é possível observar dois registros feitos na turma 8AT03.

Figura 24 – Registros da aula na turma 8AT03



Fonte: Acervo da Pesquisa.

4.3 Atividade com os Polígonos

Após a aula para reforçar os conteúdos necessários, a próxima etapa consistia na realização das atividades práticas, parte central do trabalho. Seu principal objetivo foi levar os estudantes à percepção de regularidades geométricas por meio da decomposição de polígonos em triângulos, culminando na generalização do algoritmo para a soma dos ângulos internos. Em cada turma, esse passo teve duração de aproximadamente duas horas no total. Nas turmas 8AM01 e 8AT03, devido à disposição de horários, essas duas horas não foram contínuas, mas dividiram-se em dois dias, como já mencionado no início do capítulo no Quadro 1.

Sendo assim, na 8AM01 as atividades práticas ocorreram nos dias 31 de outubro e 1 de novembro de 2024, participando os **12** alunos que estavam presentes nos dois dias. Na 8AT03 houve um espaçamento maior entre os dias devido à necessidade de mudança na data disponibilizada para a semana posterior, ficando as atividades nos dias 31 de outubro e 11 de novembro de 2024, com participação de **17** alunos. Já na turma do nono ano, a 9AM01, **16** foram os participantes e tais atividades ocorreram em 1 de novembro de 2024.

Os procedimentos para as atividades foram os mesmos em todas as turmas. Inicialmente, foram distribuídos para os estudantes os papéis amarelos para que eles desenhasssem o triângulo. Enfatizou-se que os triângulos poderiam ser diversos, cada um deveria fazer o seu como achasse melhor, fosse ele equilátero, isósceles ou escaleno, grande ou pequeno. Depois disso, solicitou-se aos alunos que recortassem os triângulos e marcassem os três ângulos. Alguns deles não possuíam régua e tesoura, e, pensando nessa possibilidade, algumas canetas, réguas e tesouras foram levadas para emprestar, caso houvesse necessidade. Alguns registros dessa parte da atividade podem ser visualizados na Figura 25.

Figura 25 – Registros dos alunos de todas as turmas construindo e recortando os triângulos



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Depois disso, os alunos foram guiados pela professora a cortarem cada um dos ângulos e juntá-los, de modo a formar um ângulo só (Figura 26). Quando isso aconteceu, perguntou-se para eles o que foi possível concluir e, pelo menos um dos alunos de cada turma logo percebeu que os três ângulos juntos formavam um ângulo raso (180°). Logo após essa conclusão, foram distribuídas as folhas de Registros das Atividades (Apêndice D) e solicitou-se que eles respondessem com as próprias palavras à primeira pergunta que perguntava justamente o que havia sido possível perceber acerca dos ângulos em um triângulo qualquer.

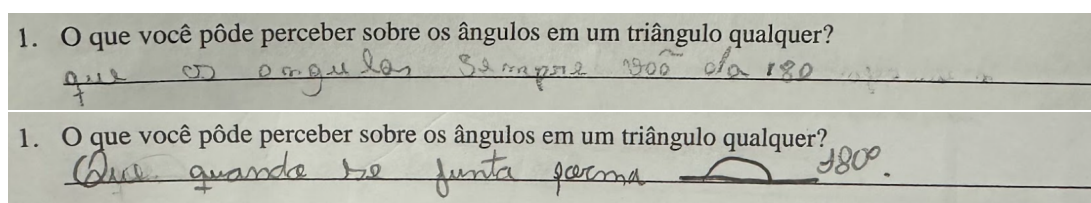
Figura 26 – Registros dos alunos juntando os ângulos internos dos triângulos



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Na turma 8AM01, todos os 12 participantes deram suas respostas, ao passo que nas turmas 8AT03 e 9AM01, respectivamente, 7 dos 17 e 3 dos 16 não responderam à primeira questão. No total, 11 alunos da 8AM01, 7 da 8AT03 e 13 da 9AM01 chegaram à conclusão de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , assim como responderam os estudantes na Figura 27.

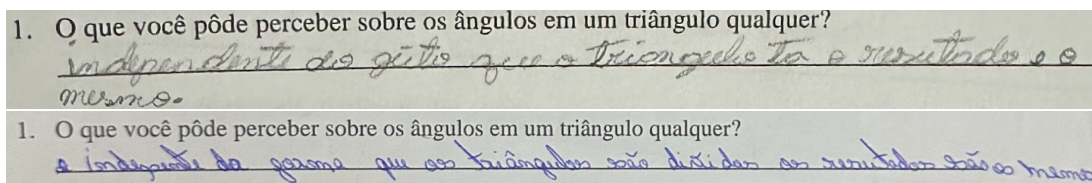
Figura 27 – Registros das respostas dos alunos para a Questão 1



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Outro fato interessante é que, apesar de não identificarem que os três ângulos juntos formariam um ângulo raso, dois alunos da 8AT03, como vê-se na Figura 28, observaram que, independentemente do triângulo construído, a soma dos ângulos internos é sempre a mesma. Essa é uma observação muito importante, porque eles tiveram a percepção de encontrarem a mesma coisa que os colegas, ainda que tenham construído os triângulos e recortado os ângulos em formatos diferentes.

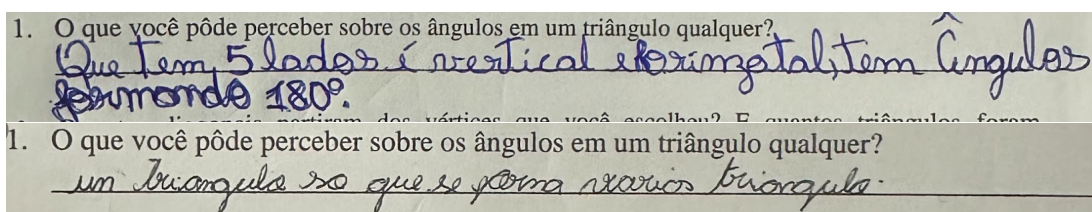
Figura 28 – Respostas de dois alunos da 8AT03 para a Questão 1



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Dos que responderam a essa primeira pergunta, apenas dois alunos não chegaram à conclusão corretamente, sendo um da 8AM01 e o outro da 8AT03, como indicado na Figura 29. Em resumo, a Tabela 1 contempla como se caracterizaram as respostas à primeira questão, em cada turma.

Figura 29 – Respostas incorretas de estudantes da 8AM01 e 8AT03 para a Questão 1



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Tabela 1 – Respostas dos estudantes sobre a primeira pergunta do Registro de Atividades

Turma	Perceberam que a soma era 180°	Perceberam que a soma era sempre a mesma	Não responderam	Erraram
8AM01	11	0	0	1
8AT03	7	2	7	1
9AM01	13	0	3	0

Fonte: Elaboração própria.

Após a atividade com os triângulos, os estudantes receberam os papéis vermelhos para que desenhasssem, agora, os quadriláteros convexos. Nesse, os alunos foram instruídos a não mais marcarem os ângulos, e sim, escolherem um dos vértices e traçarem as diagonais que saíssem desse vértice, ou seja, apenas uma. Antes de construírem os demais polígonos, pediu-se que preenchessem a tabela do item dois da folha de registros, à medida em que fossem desenhando cada figura.

Assim, o próximo passo foi construir o pentágono na folha azul, o hexágono na folha verde e o heptágono na folha lilás, todos convexos (Figura 30). Em cada um desses polígonos, os participantes deveriam escolher um vértice e traçar as diagonais que partiam dele.

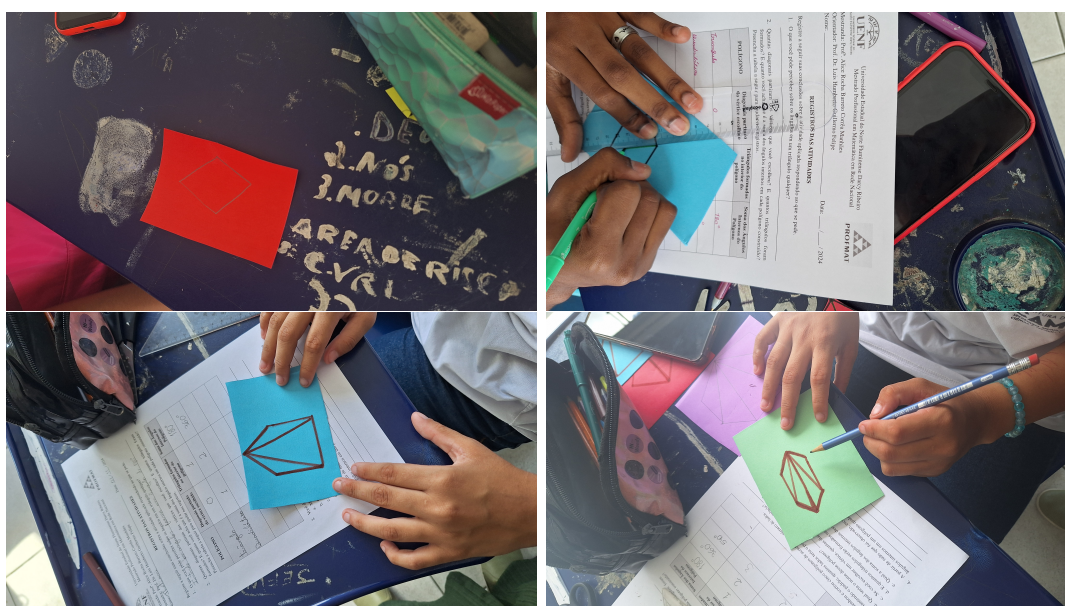
Figura 30 – Polígonos desenhados por uma aluna da 9AM01



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Ao longo dessa etapa, algumas dificuldades surgiram. Primeiramente, tanto no pentágono quanto no hexágono e no heptágono, os alunos tiveram problemas para visualizar e desenhar os polígonos e as diagonais. Para ajudá-los, a professora desenhou no quadro algumas opções de pentágonos, hexágonos e heptágonos convexos para inspirar a escolha deles. Também foi necessário enfatizar algumas vezes que as diagonais deveriam partir do mesmo vértice. Houve uma participação ativa da professora para que todas as dúvidas fossem sanadas ao longo da realização da atividade e para fazer os registros dos polígonos produzidos (Figuras 31 e 32).

Figura 31 – Alunos desenhando os polígonos e suas diagonais



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Figura 32 – Registro dos alunos produzindo os polígonos na turma 8AM01



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Após a construção dos polígonos e marcações das diagonais, os alunos foram convidados a refletir sobre o que se formou em cada polígono e, após perceberem que eram triângulos, perguntou-se qual seria a soma dos ângulos internos de cada um deles.

Alguns alunos conseguiram perceber que bastava multiplicar o número de triângulos por 180° , mas, devido às dificuldades apresentadas durante essa etapa, a tabela do item 2 da folha de registros de atividades foi feita no quadro juntamente com os alunos, para que eles preenchessem com o nome dos polígonos, a quantidade de diagonais (partindo do vértice escolhido), a quantidade de triângulos formados e a soma dos ângulos, conforme a Figura 33.

Figura 33 – Registros de uma aluna para o Item 2

2. Quantas diagonais partiram dos vértices que você escolheu? E quantos triângulos foram formados? E quanto você acha que é a soma dos ângulos internos em cada polígono construído? Preencha a tabela a seguir para ajudar nos registros.

POLÍGONO	Diagonais partindo do vértice escolhido	Triângulos formados no interior do polígono	Soma dos Ângulos Internos do Polígono
Triângulo	0	1	180°
quadrilátero	1	2	$360 = 2 \cdot 180$
Pentágono	2	3	$540 = 3 \cdot 180$
Hexágono	3	4	$720 = 4 \cdot 180$
heptágono	4	5	$900 = 5 \cdot 180$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Em seguida, com a tabela construída, perguntou-se aos estudantes qual a relação havia entre o número de lados e a soma dos ângulos internos de cada polígono, e, em nenhuma das turmas, eles imediatamente perceberam a relação, então mudou-se a pergunta para "O que acontece com a soma dos ângulos internos de um polígono para o outro?". E assim, alguns conseguiram perceber que a soma estava sempre aumentando 180° . A partir daí, a professora voltou a perguntar a relação entre o número de lados e a soma dos ângulos.

Após algum tempo, uma aluna da 9AM01 conseguiu concluir que sempre diminuía duas unidades do número de lados para, então, multiplicar por 180° . O mesmo aconteceu na 8AM01 em que duas alunas conseguiram perceber juntas a relação, e na 8AT03, em que um aluno percebeu que o número de triângulos formados seria sempre duas unidades a menos que o número de lados formados.

Em momento nenhum a professora-pesquisadora disse as respostas para as perguntas feitas aos estudantes, posto que o objetivo era que eles mesmos concluíssem o padrão existente na tabela. Por causa da dificuldade dos alunos em perceber a conexão entre os dados da tabela que eles construíram, foi possível refletir que, para aplicações futuras, talvez seja interessante reforçar, também, os conceitos de sequências e padrões antes das atividades práticas.

Essa dificuldade indica a necessidade de um trabalho mais sistemático com padrões, conforme propõe a BNCC (Brasil, 2017), que ressalta a identificação e análise de regularidades como fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático. Apesar dos resultados negativos, algumas respostas para os itens 3 e 4 da folha de registros foram muito positivas.

A terceira perguntava sobre o próximo polígono da sequência (octógono) a ser inserido na tabela, caso eles continuassem desenhando polígonos, como respondido por um aluno na Figura 34. Os dados obtidos a partir da análise de todas as respostas podem ser observados na Tabela 2. A partir disso, percebe-se um alto índice de falta de respostas nas turmas 8AT03 e 9AM01, mesmo se tratando de respostas simples. Contudo, em todas as turmas, dos que responderam, a maioria respondeu corretamente.

Figura 34 – Registros de uma aluna da 9AM01 para o Item 3

3. Você desenhou e cortou cinco polígonos de acordo com o número de lados.

a. Mantendo o padrão, quantos lados teria o próximo polígono da sequência? 8 lados

b. Qual seria o nome desse polígono? Octógono

c. Se você escolher um vértice, quantas diagonais partirão desse vértice? 5

d. E quantos triângulos serão formados em seu interior? 6

e. Qual a soma dos ângulos internos desse polígono? 1080°

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Tabela 2 – Respostas dos estudantes sobre a terceira questão do Registro de Atividades

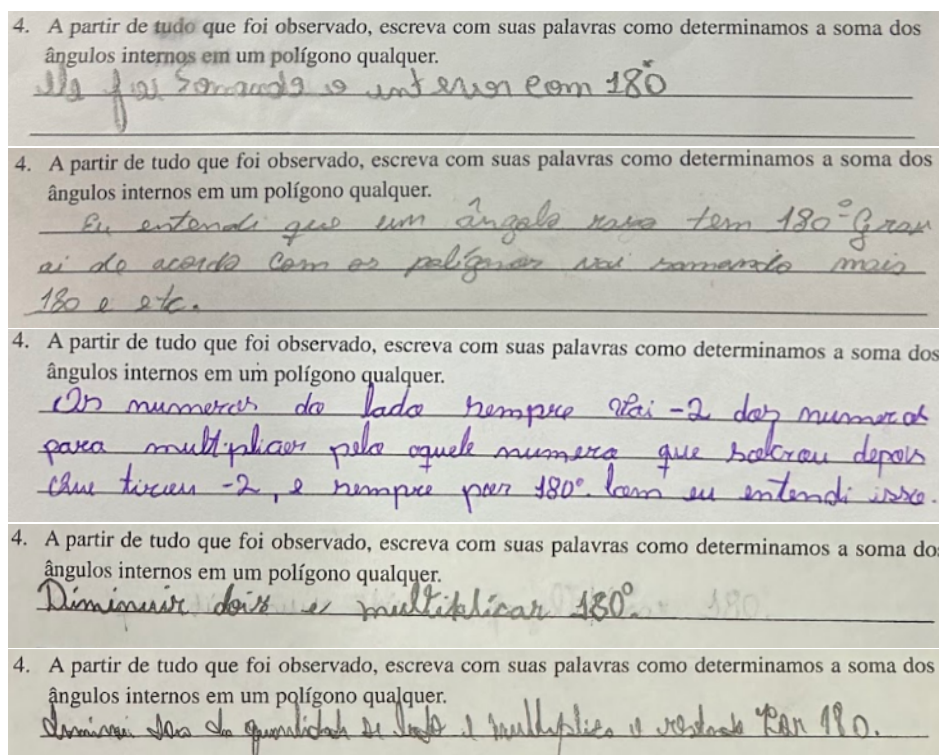
Turma	Respostas corretas	Respostas incorretas	Respostas incompletas	Sem respostas
8AM01	9	1	1	1
8AT03	9	0	1	7
9AM01	7	1	3	5

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, o último item da folha de Registros continha a pergunta-chave sobre a relação existente na soma dos ângulos internos de um polígono e cinco dos doze alunos da 8AM01, onze dos dezessete da 8AT03 e metade da turma 9AM01 não responderam. Dos demais estudantes de cada turma, alguns não escreveram respostas que fizessem sentido com o que estava sendo perguntado e outros indicaram apenas o necessário para encontrar o número de triângulos formados no polígono, ou seja, apenas citaram a necessidade de diminuir duas unidades do número de lados, mas não concluíram o raciocínio. Observou-se ainda que a resposta de uma aluna continha a fórmula da soma dos ângulos internos, o que não foi mencionado em momento algum, já que a proposta era uma conclusão intuitiva, o que indica que provavelmente ela pesquisou essa resposta na internet.

Destaca-se na Figura 35 as cinco respostas que mais se aproximaram do que se pretendia, ainda que na linguagem própria de cada estudante respondente.

Figura 35 – Respostas de dois alunos da 9AM01 e três da 8AM01 para o Item 4



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Os dois primeiros destacam a diferença na soma de um polígono para aquele que tem um lado a mais, ou seja, a cada lado aumentado, somou-se mais 180° para obter a soma dos ângulos internos do novo polígono. Essa observação indica que eles compreenderam a progressão existente, mas não conseguiram generalizar para um número desconhecido de lados. Diferentemente disso, os outros três estudantes conseguiram expressar que era necessário diminuir duas unidades do número de lados e multiplicar esse número por 180° para então obter a soma.

A diferença nos níveis de resposta pode estar relacionada à complexidade da tarefa em termos cognitivos. Embora todos os alunos tenham lidado com a mesma quantidade de informação, as exigências mentais para organizar e operar com esses dados variaram consideravelmente. Como aponta Sweller (1994), tarefas com aparência semelhante podem demandar esforços muito distintos para que se atinja o domínio, justamente por exigirem diferentes formas de processamento e organização interna da informação.

No caso específico da generalização da fórmula da soma dos ângulos internos, os alunos precisaram lidar com vários elementos interativos simultaneamente: reconhecer um padrão numérico, associá-los às propriedades geométricas e transformá-lo em uma regra geral aplicável a qualquer polígono. Esse tipo de tarefa se caracteriza por uma alta interatividade entre elementos, o que, segundo a Teoria da Carga Cognitiva de Sweller (1994), eleva a carga cognitiva intrínseca da atividade. Quando essa carga ultrapassa a capacidade da memória de trabalho dos estudantes, especialmente daqueles que ainda não consolidaram esquemas adequados, a aprendizagem é comprometida, mesmo que parte da estrutura seja compreendida. Esse processo também dialoga com a Aprendizagem Significativa de Ausubel (2000) segundo a qual a nova informação só pode ser assimilada quando encontra ancoragem na estrutura cognitiva pré-existente.

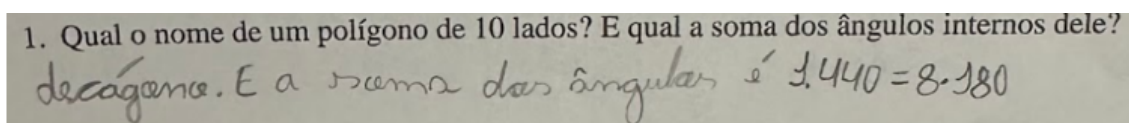
Isso explica por que alguns estudantes conseguiram identificar a lógica da progressão, mas não foram capazes de expressá-la em termos gerais. Como destaca o próprio Sweller (1994, p. 311), o conceito de "entendimento" aplica-se, de fato, a esse tipo de conteúdo, pois envolve a aprendizagem de "materiais com alta interatividade" entre elementos, em que algumas falhas parciais de integração costumam ser interpretadas como ausência de compreensão.

4.4 Aplicação da Atividade de Verificação

Para todas as turmas, a Atividade de Verificação aconteceu no mesmo dia das atividades práticas, ou seja, no dia 1 de novembro nas turmas 8AM01 e 9AM01 e no dia 11 de novembro na turma 8AT03. Diferentemente das atividades práticas, sete alunos da turma 8AT03 e um aluno da 9AM01 não quiseram responder às perguntas da atividade. Sendo assim, participaram **12** alunos da 8AM01, **10** da 8AT03 e **15** da 9AM01.

A primeira e a segunda questões da atividade perguntavam o nome e a soma dos ângulos internos de um polígono de dez lados e de um de seis lados, respectivamente. Na questão 1, dez alunos da turma 8AM01 responderam às duas perguntas corretamente, como ilustrado na Figura 36; dos outros dois, um respondeu apenas o nome do polígono e o outro respondeu a tudo incorretamente. Já na 8AT03, sete dos estudantes responderam corretamente, dois não responderam e o outro respondeu parcialmente certo. Na 9AM01, por sua vez, doze responderam de modo correto, um errou a questão por completo e outros dois acertaram parcialmente.

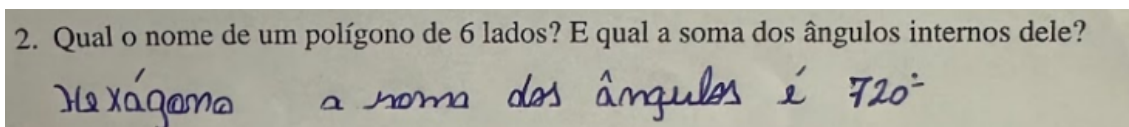
Figura 36 – Resposta de um estudante da 8AM01 para a Questão 1



Fonte: Acervo da Pesquisa.

No item 2, onze alunos da 8AM01 responderam corretamente e um incorretamente que o polígono de seis lados é o hexágono e que a soma de seus ângulos internos é 720° . Apenas oito estudantes da 8AT03 fizeram a atividade proposta, dos quais um respondeu incorretamente, um respondeu apenas o nome do polígono e os demais acertaram as duas perguntas. Dos respondentes da 9AM01, dez acertaram completamente, um respondeu apenas a soma dos ângulos internos e os outros quatro acertaram a questão de forma parcial. Na Figura 37 é possível observar uma resposta correta para a questão.

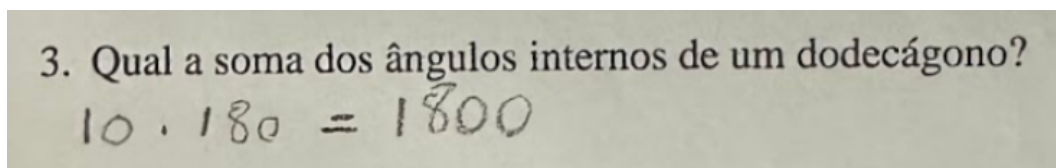
Figura 37 – Resposta de um estudante da 9AM01 para a Questão 2



Fonte: Acervo da Pesquisa.

A questão 3 já dizia o nome do polígono, o dodecágono, e perguntava a soma de seus ângulos internos. Para isso, era necessário que os respondentes já percebessem que o polígono possuía 12 lados, e, portanto, era necessário multiplicar os 180° por 10, conforme feito por um aluno na Figura 38. Dos doze alunos participantes na turma 8AM01, metade acertou a questão e a outra metade errou. Já na 8AT03, dois não responderam, um errou o resultado e os outros sete acertaram. De modo parecido, no grupo respondente da 9AM01, onze acertaram o que se pedia e quatro não.

Figura 38 – Resposta de um estudante da 8AT03 para a Questão 3



Fonte: Acervo da Pesquisa.

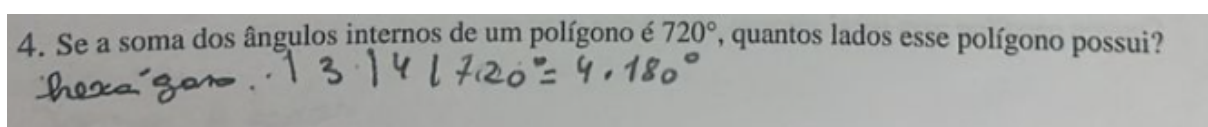
O índice mais expressivo de erros nessa questão pode ser um indicativo de uma dificuldade por parte dos estudantes de realizarem passos que estão implícitos, mas que são necessários para responder ao que se pede, visto que, nas duas primeiras questões, as quantidades de lados dos polígonos já haviam sido informadas e, dessa vez, não.

Conforme [Vygotsky \(2008\)](#), operações mentais como essas envolvem processos cognitivos superiores que se desenvolvem gradualmente por meio da mediação social e do ensino formal. A dificuldade em lidar com esse elemento implícito pode indicar que os estudantes ainda não internalizaram completamente os conceitos e estratégias envolvidos na análise das figuras geométricas e necessitam de pistas explícitas para acionar os procedimentos.

A quarta questão era exatamente o caminho inverso da segunda, ou seja, dado que a soma dos ângulos internos era 720° , perguntava-se o número de lados que esse polígono continha. É curioso observar, porém, que, apesar disso, o índice de acertos foi maior nessa do que na anterior, o que leva a crer que, possivelmente, os estudantes compartilharam respostas uns com os outros ou se lembraram do que havia sido feito na tabela da atividade anterior.

Sendo assim, na 8AM01, dez alunos responderam de modo correto, um errou e outro não respondeu. Em contrapartida, todos os dez alunos da 8AT03 que realizaram essa etapa responderam corretamente. Já na 9AM01, houve apenas uma resposta incorreta e as outras 14 indicavam que o polígono possuía, de fato, seis lados. Destaca-se aqui, a resposta de uma aluna da 8AM01 (Figura 39) que pareceu seguir o padrão utilizado na tabela da folha de Registros das Atividades, de indicar o nome do polígono, o número de diagonais partindo de um vértice, o número de triângulos formados e a soma dos ângulos internos corretamente sinalizada pelo produto $4 \times 180^\circ$.

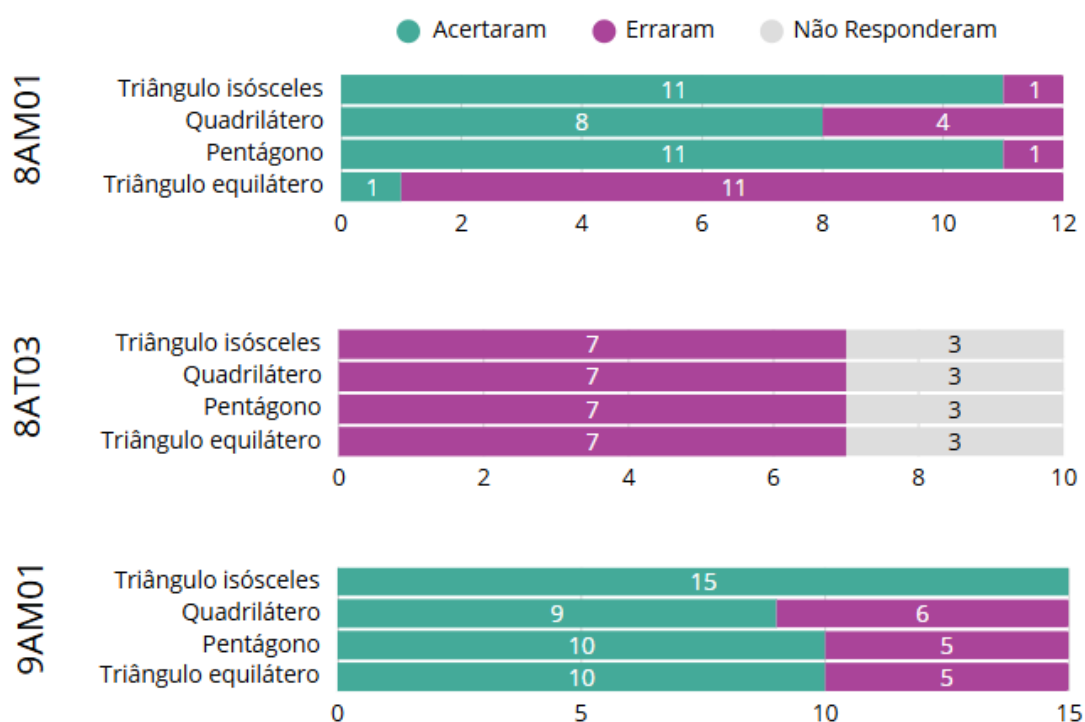
Figura 39 – Resposta de uma estudante da 8AM01 para a Questão 4



Fonte: Acervo da Pesquisa.

A última questão consistia em encontrar o valor do ângulo desconhecido em cada item. Para isso, os alunos deveriam reconhecer, inicialmente, de qual polígono se tratava e, a partir daí, utilizar os aprendizados para identificar a soma dos ângulos internos deles e perceber a medida que faltava. A Figura 8 contempla os acertos e erros de cada turma e em cada item.

Gráfico 8 – Acertos e erros dos alunos na Questão 5

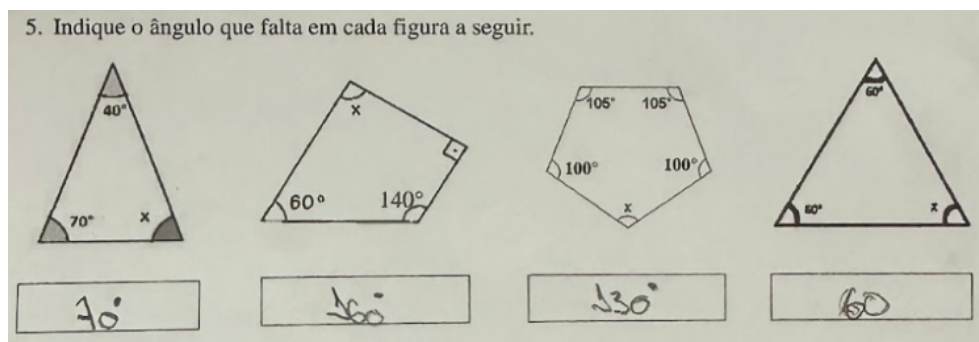


Fonte: Elaboração própria.

Percebe-se que, no geral, tanto na 8AM01 quanto na 9AM01, os resultados foram relativamente positivos. Por outro lado, nenhum dos estudantes da 8AT03 conseguiu acertar algum dos itens, o que possivelmente se relaciona ao que foi observado na questão 3, sobre as etapas implícitas para a resolução da questão. Nota-se ainda que boa parte dos respondentes que erraram a resposta do ângulo omitido no quadrilátero encontraram a resposta 160° , como aconteceu na Figura 40, o que pode ser encontrado caso o aluno não considere o ângulo reto existente no polígono, ou seja, $60^\circ + 140^\circ + x = 360^\circ$ geraria um $x = 160^\circ$ e não $x = 70^\circ$, que seria a resposta correta.

Esse erro pode ser justificado pela presença do símbolo do ângulo reto no lugar do valor. Embora essa representação tenha sido utilizada também na aula, ela pode ter gerado um pouco de confusão para alguns dos estudantes, por fugir do padrão dos outros itens da questão.

Figura 40 – Resposta de um estudante da 9AM01 para a Questão 5



Fonte: Acervo da Pesquisa.

4.5 Aplicação do Quebra-Cabeça de Haberdasher

Quando pensou-se na utilização do Quebra-Cabeça de *Haberdasher* ao final da aula, a ideia não era propriamente que ele fosse um instrumento de verificação da aprendizagem, mas sim que fosse um encerramento lúdico para uma etapa extensa da sequência didática e que tivesse relação com o tema de polígonos e ângulos.

De início, os alunos tiveram um pouco de resistência à ideia de montá-lo, mas, aos poucos, foram aceitando a ideia e se interessando em descobrir primeiro que os colegas como montar o quadrado e, depois, o retângulo. Na Figura 41 vê-se registros do momento em que os alunos tentaram montar o quebra-cabeça.

Figura 41 – Alunos tentando montar o Quebra-Cabeça de *Haberdasher*

Fonte: Acervo da Pesquisa.

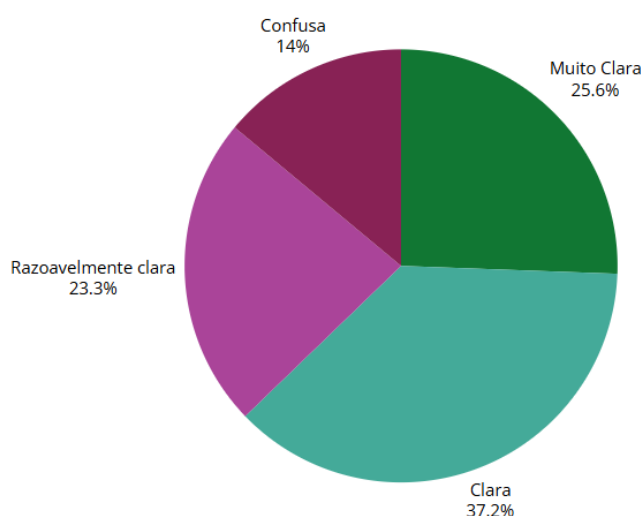
Considera-se que essa atividade contribuiu para consolidar a ideia de conservação da soma dos ângulos internos, proporcionando uma situação significativa de aprendizagem, conforme proposto por Ausubel (2000), ao permitir que os alunos relacionassem a manipulação concreta das peças à compreensão conceitual. Além disso, a natureza visual e exploratória da proposta dialoga com Nacarato, Mengali e Passos (2011), que defendem o uso de materiais manipuláveis como facilitadores na construção de conceitos geométricos por meio da ação dos estudantes, favorecendo o raciocínio espacial de forma significativa.

4.6 Aplicação do Questionário Final

A aplicação do Questionário Final ocorreu nos dias 4, 12 e 26 de novembro, nas turmas 8AM01, 9AM01 e 8AT03, respectivamente. Como mencionado anteriormente, essa etapa aconteceu de modo anônimo, para que os respondentes tivessem mais liberdade em dizer o que desejassem. Sendo assim, o questionário foi aplicado pelos professores da turma, sem a presença da professora pesquisadora no momento da aplicação e sem a identificação dos estudantes. Participaram dessa última etapa 47 alunos das três turmas, cujos dados de todas as turmas foram analisados em conjunto.

Uma das problemáticas encontradas na análise dos dados foi o fato de que quatro respondentes alegaram não estarem presentes em todas as etapas da sequência didática por conta de terem sido aplicados em dias diferentes e, por esse motivo, as respostas deles foram desconsideradas, ficando assim, **43 respostas**. Como é possível visualizar no Gráfico 9, a primeira pergunta do questionário tinha a intenção de saber como os estudantes avaliavam a clareza das instruções dadas durante as atividades propostas, por ser um fator que poderia influenciar no entendimento deles para a realização de todas as etapas.

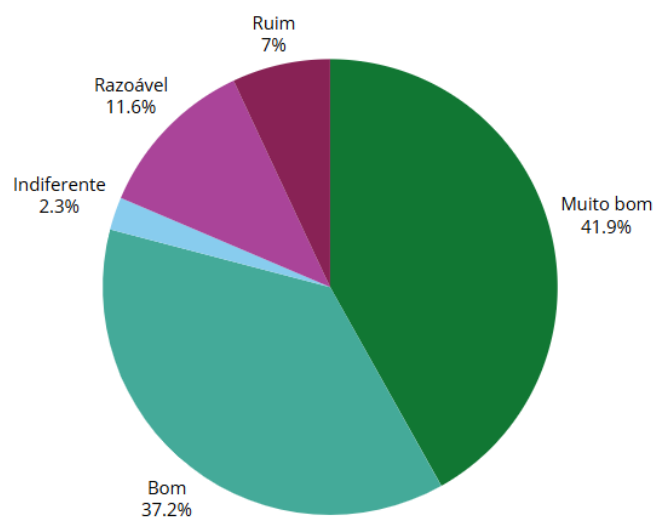
Gráfico 9 – Como você avaliaria a clareza das instruções dadas durante a atividade?



Fonte: Elaboração própria.

Apesar de uma quantidade significativa de alunos ter apontado que as instruções foram confusas, a maioria sinalizou a clareza das explicações. A segunda questão buscava saber as impressões dos estudantes sobre o uso dos materiais manipuláveis, conforme apresentado no Gráfico 10, ficando claro que a grande maioria considerou esse uso como algo positivo.

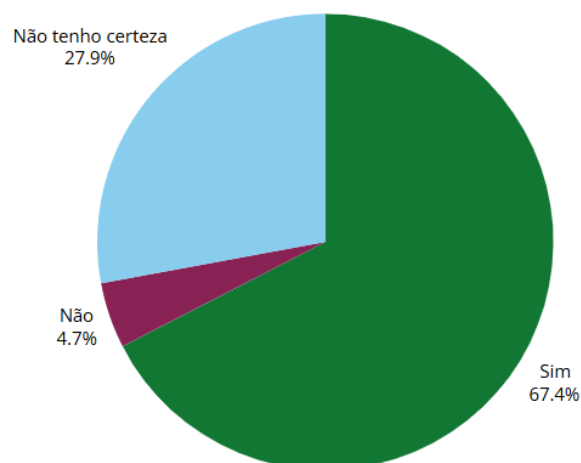
Gráfico 10 – Como foi trabalhar com os materiais manipuláveis?



Fonte: Elaboração própria.

Para além dos resultados analisados na Atividade de Verificação, o terceiro item do questionário pretendia saber a percepção deles sobre o próprio aprendizado em relação à soma dos ângulos internos em um polígono (Gráfico 11). Dentre as respostas válidas, 29 alunos (67,4%) afirmaram ter entendido a relação existente.

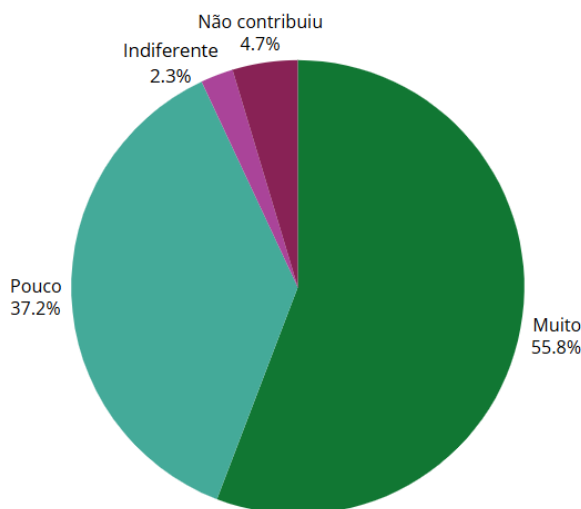
Gráfico 11 – Você conseguiu entender a relação entre o número de lados de um polígono e a soma dos ângulos internos?



Fonte: Elaboração própria.

Quando perguntado na questão 4 se os alunos acreditavam que a atividade havia contribuído no aprendizado, um pouco mais que a metade assinalou a opção "muito" e apenas 4,7% disse que não contribuiu, assim como está indicado no Gráfico 12.

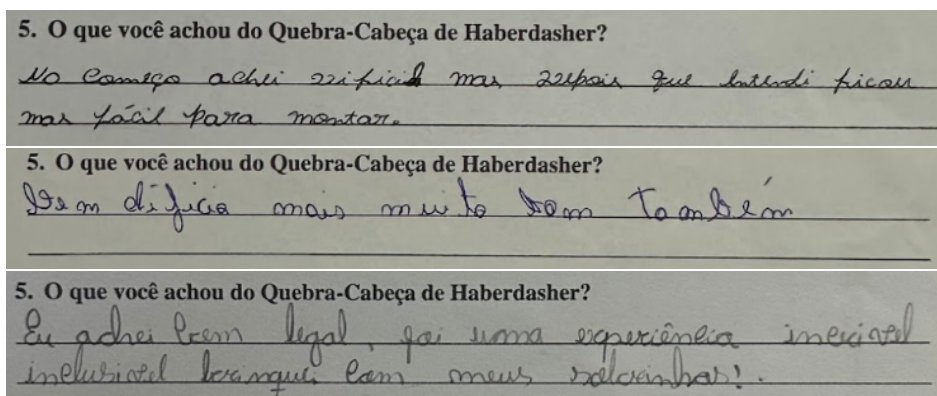
Gráfico 12 – Você acredita que a atividade contribuiu para o seu aprendizado?



Fonte: Elaboração própria.

A quinta questão era discursiva e perguntava aos respondentes o que eles haviam achado do Quebra-Cabeça de *Haberdasher* e, dentre as respostas, alguns mencionaram que tiveram dificuldades para montá-lo ou que não conseguiram. Ademais, palavras como "legal" e "interessante" apareceram na grande maioria das respostas analisadas. Na Figura 42, os dois primeiros alunos mencionam a dificuldade, mas reconhecem os pontos positivos da atividade. O terceiro, por sua vez, relata que achou tão legal que usou o Quebra-Cabeça para brincar com os sobrinhos, o que é muito interessante, pois o objetivo de entregar uma unidade dele para cada um levar pra casa era justamente que eles pudessem ter a experiência exploratória com o material manipulável também em outros lugares.

Figura 42 – Respostas dos estudantes para a Questão 5



Fonte: Acervo da pesquisa.

A sexta questão era mista e continha as opções "sim", "não", "parcialmente" e um espaço para comentários adicionais, e buscava saber se os estudantes acreditavam que todas as atividades realizadas haviam deixado eles preparados para a Atividade de Verificação e para o Quebra-Cabeça de *Haberdasher*. A grande maioria apenas marcou um dos itens e não acrescentou nada no espaço disponível, todavia, destaca-se na Figura 43 as respostas de dois alunos que apontaram ter gostado das atividades e o Gráfico 13 que contém o percentual das respostas de todos eles, indicando que 19 deles responderam que sim e 18 responderam que parcialmente.

Figura 43 – Respostas dos estudantes para a Questão 6

6. Você acredita que a sequência de atividades te deixou preparado(a) para responder as perguntas da atividade de verificação e a montar o Quebra- Cabeça?

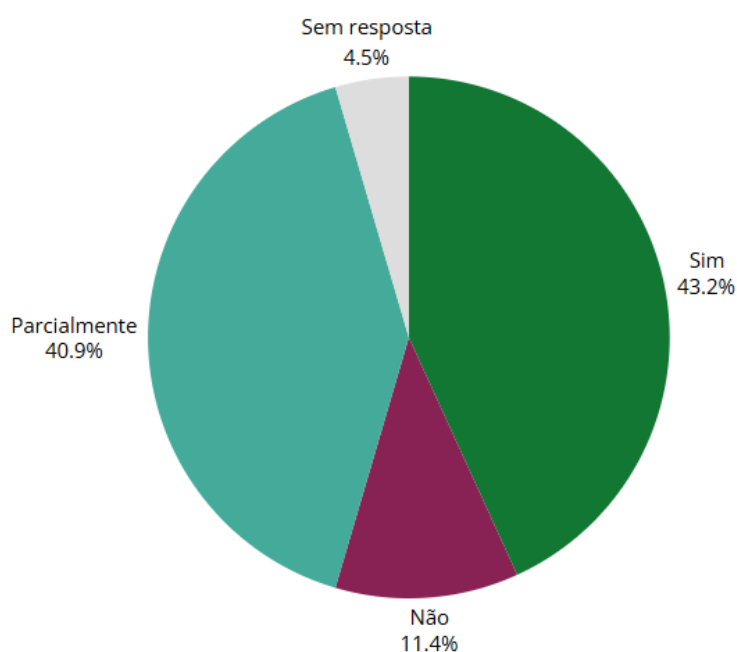
☒ Sim () Não () Parcialmente *foi muito bom essa brincadeira*

6. Você acredita que a sequência de atividades te deixou preparado(a) para responder as perguntas da atividade de verificação e a montar o Quebra- Cabeça?

() Sim () Não ☒ Parcialmente *Muito bom ou melhor, mas achei legal.*

Fonte: Acervo da pesquisa.

Gráfico 13 – Você acredita que a sequência de atividades te deixou preparado(a) para responder as perguntas da atividade de verificação e a montar o Quebra- Cabeça?



Fonte: Elaboração própria.

Os dados sugerem uma percepção predominantemente positiva ou, ao menos, moderadamente favorável por parte dos estudantes quanto à eficácia da sequência didática. A expressiva escolha pela opção "parcialmente" pode indicar que, embora tenham se sentido envolvidos com as atividades ou compreendido parte delas, alguns alunos ainda enfrentaram dificuldades em consolidar os conhecimentos necessários para resolver desafios mais complexos ou ao nível de abstração exigido por algumas delas, como indicado anteriormente pela teoria de Sweller (1994).

Ainda assim, as menções espontâneas de satisfação, ainda que pontuais, e a predominância de respostas afirmativas sinalizam que a proposta foi, em geral, bem recebida pelos alunos. Isso reforça a importância de sequências didáticas que articulem momentos de exposição, manipulação concreta e investigação, como defendem Nacarato (2005) e Lorenzato (2006).

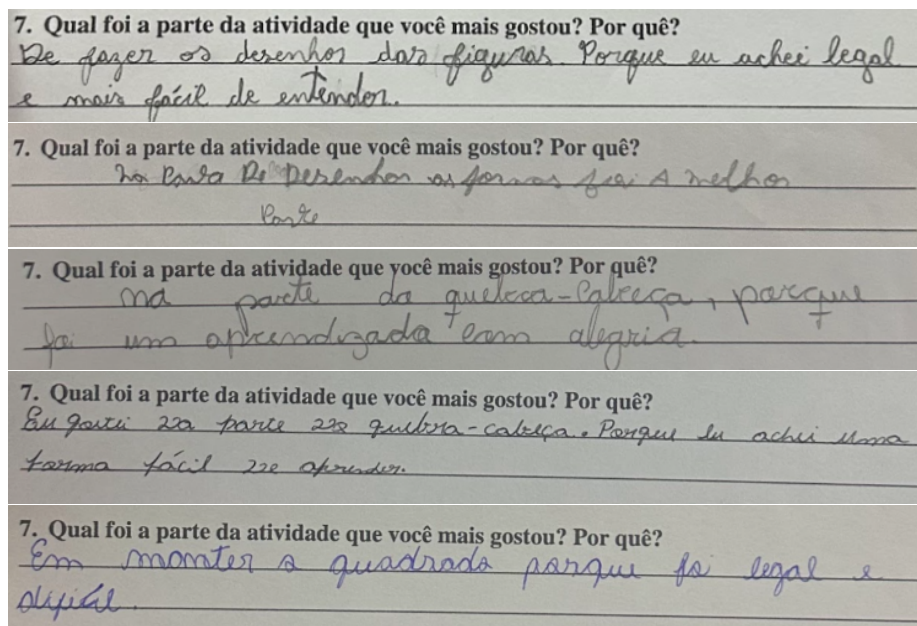
A sétima questão, por sua vez, perguntava aos respondentes a parte que eles mais haviam gostado dentre todas as desenvolvidas ao longo da sequência didática. Dos 43 alunos, oito não responderam nada no espaço destinado para a questão, 22 afirmaram gostar mais de montar o Quebra-Cabeça, cinco preferiram a parte de desenhar e recortar polígonos, dois teceram elogios gerais às aulas, três apontaram ter gostado da parte de nomear os polígonos e os outros três mencionaram gostar mais da parte que envolvia ângulos, o que pode ter sido tanto na Aula Expositiva quanto na Atividade de Verificação. De todo modo, é válido destacar que a maioria deles mencionou justamente as atividades que envolviam os materiais manipuláveis.

Esse dado empírico reforça a importância de tais recursos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, especialmente quando utilizados com intencionalidade pedagógica. Como afirmam Lorenzato (2006) e Pereira e Oliveira (2016), materiais manipuláveis vão muito além de instrumentos ilustrativos: eles atuam como pontes entre o pensamento abstrato e a experiência concreta dos alunos, favorecendo a construção de sentidos e o desenvolvimento da autonomia intelectual.

O destaque dado pelos estudantes ao Quebra-Cabeça de Haberdasher e à construção dos polígonos confirma esse potencial, pois indica maior envolvimento e compreensão nos momentos em que os conceitos puderam ser visualizados, manipulados e discutidos coletivamente.

Algumas respostas dos alunos estão indicadas na Figura 44. Os dois primeiros fazem referência à etapa da construção dos polígonos enquanto os três últimos indicam o caráter divertido da atividade de montagem do Quebra-Cabeça de Haberdasher.

Figura 44 – Respostas de alguns alunos para a pergunta: Qual foi a parte da atividade que você mais gostou? Por quê?



Fonte: Acervo da pesquisa.

Por outro lado, a oitava pergunta do Questionário Final teve a intenção de coletar informações sobre a(s) parte(s) das atividades que os respondentes acharam mais difíceis e dos participantes, cinco não responderam à questão, um indicou ter tido dificuldades mas não especificou em qual(is) parte(s), 22 disseram não terem achado as atividades difíceis, cinco mencionaram a soma dos ângulos internos como a parte mais complicada, quatro consideraram a montagem do Quebra-Cabeça como a maior dificuldade, dois apontaram complicações na parte da construção dos polígonos, um citou as atividades 2 e 4 como as mais difíceis e os outros três disseram ter achado todas as atividades difíceis.

Sobre esse estudante que mencionou as atividades 2 e 4, não se pode concluir se ele estaria mencionando alguma questão de uma das atividades escritas ou se ele estava se referindo à montagem dos polígonos e do quebra-cabeça que ocorreram, do ponto de vista deles, em um segundo e quarto momentos. Na Figura 45 observa-se algumas dessas respostas, as quais, as três primeiras destacam o que mais consideraram difícil e as outras duas declaram não haver uma parte difícil.

O último item deixava um espaço disponível para que os alunos pudessem fazer um comentário ou sugestão adicional sobre a sequência didática. Neste, três deles deixaram o espaço em branco, 30 disseram não ter comentário a fazer e os outros dez proferiram comentários positivos à atividade, como os indicados na Figura 46, em que os dois primeiros mencionam as explicações e o conteúdo abordado, o terceiro ressalta ter aprendido bastante, o quarto diz que gostaria de fazer mais das atividades e o último faz menção às atividades práticas, um dos pontos mais importantes da proposta da pesquisa.

Figura 45 – Respostas de alguns dos estudantes sobre as partes da atividade que mais tiveram dificuldade

8. Houve alguma parte da atividade que você achou difícil? Se sim, qual?
 Sim, a soma dos ângulos internos

8. Houve alguma parte da atividade que você achou difícil? Se sim, qual?
 Sim, ganhar as medidas das quantidades de lados

8. Houve alguma parte da atividade que você achou difícil? Se sim, qual?
 O quebra-cabeça de Haberdasher

8. Houve alguma parte da atividade que você achou difícil? Se sim, qual?
 Não, porque tudo foi bem explicado, a professora explicou muito bem então não tive dúvidas.

8. Houve alguma parte da atividade que você achou difícil? Se sim, qual?
 Não, as atividades foram claras e divertidas.

Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 46 – Comentários adicionais dos respondentes sobre todas as etapas da sequência didática

9. Gostaria de fazer algum comentário ou sugestão adicional sobre a sequência didática?
 Não. Ela explica bem, eu que não gosto de matemática e de fazer conta.

9. Gostaria de fazer algum comentário ou sugestão adicional sobre a sequência didática?
 Amei ter aprendido essas coisas ainda mais bem porque ela explica muito bem!!!

9. Gostaria de fazer algum comentário ou sugestão adicional sobre a sequência didática?
 Sim, gostei muito, aprendi bastante coisa.

9. Gostaria de fazer algum comentário ou sugestão adicional sobre a sequência didática?
 Gostaria de fazer mais

9. Gostaria de fazer algum comentário ou sugestão adicional sobre a sequência didática?
 Sim, as atividades práticas são boas, gostei.

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Todos esses comentários são muito relevantes, posto que permitem traçar, de modo geral, a opinião dos alunos sobre o trabalho, haja vista que o mesmo tem o objetivo voltado para o ensino. A partir de tudo que foi observado, percebe-se que a atividade mais apreciada foi o Quebra-Cabeça de *Haberdasher*, seguida pela construção de polígonos. As maiores dificuldades apontadas e observadas foram a dedução da soma dos ângulos internos e a interpretação dos enunciados por parte dos alunos.

Esses dados demonstram que a sequência favoreceu a aprendizagem e o envolvimento dos estudantes, validando as propostas de uso de materiais manipuláveis e abordagem investigativa no ensino de geometria. No entanto, algumas limitações foram observadas, como a dificuldade de parte dos alunos em interpretar enunciados e reconhecer padrões matemáticos com autonomia.

Apesar das dificuldades, os alunos demonstraram avanços significativos na compreensão da soma dos ângulos internos dos polígonos, especialmente quando puderam explorar conceitos por meio de materiais manipuláveis e atividades investigativas. Além disso, o potencial pedagógico da proposta para tornar a Geometria mais acessível, concreta e significativa foi reforçado. Diante disso, as reflexões que seguem nas Considerações Finais buscam retomar a problemática inicial, sintetizar as principais contribuições do trabalho e apontar caminhos possíveis para novas investigações e práticas docentes.

Capítulo 5

Considerações Finais

A proposta apresentada nesta dissertação partiu de uma inquietação presente na prática docente da autora e reforçada pela literatura: a dificuldade de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental em compreender e construir conceitos fundamentais de Geometria, assim como da falta de materiais e recursos facilitadores no âmbito da escola pública. A motivação para desenvolver esta pesquisa surgiu da constatação, vivenciada em sala de aula, de que esse eixo temático, muitas vezes, é tratado de maneira superficial ou mecânica, centrado na memorização de fórmulas sem que os estudantes compreendam suas origens, os significados dos conceitos e, muito menos, suas aplicações.

Como discutido ao longo do trabalho, essa problemática tem raízes estruturais. A Geometria, embora formalmente presente no currículo, é frequentemente negligenciada, tanto pela falta de formação docente específica (Lorenzato, 1995; Ponte, 1994) quanto pela ausência de materiais didáticos apropriados ou pelo não uso de metodologias que valorizem a experimentação, a visualização e a linguagem dos estudantes. Em muitos casos, a matemática escolar se apresenta como um discurso autoritário e distante da realidade, o que, segundo Saviani (2008), contribui para a reprodução das desigualdades educacionais e para a desvalorização do conhecimento pelos próprios estudantes.

Frente a esse cenário, esta pesquisa teve como objetivo desenvolver e aplicar uma sequência didática que explorasse o conteúdo da soma dos ângulos internos dos polígonos a partir de uma abordagem significativa e investigativa, utilizando materiais manipuláveis e promovendo a participação ativa dos alunos. A construção teórica foi fundamentada principalmente na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2000) e no uso de Materiais Manipuláveis combinados a uma Abordagem Investigativa (Lorenzato, 2006; Nacarato 2005; Cunha, Oliveira e Ponte, 1995).

Ao longo da sequência, observou-se que a participação dos alunos foi mais efetiva quando as atividades envolviam justamente a manipulação de materiais, como no caso do Quebra-Cabeça de *Haberdasher* e a construção de figuras. A prática mostrou que o envolvimento dos estudantes aumentava significativamente quando o conteúdo era

apresentado de forma exploratória e visual, em consonância com as ideias de [Lorenzato \(2006\)](#). A valorização dos materiais por parte dos estudantes também foi evidenciada nos comentários e nas respostas ao questionário final, indicando que o uso desses recursos não apenas facilita a compreensão, mas também torna o processo de aprendizagem mais agradável.

Dentre os aspectos positivos da proposta, destacam-se: a resposta positiva dos alunos às tarefas manipulativas e visuais; o avanço progressivo de alguns estudantes em relação a alguns temas da Geometria; e o aumento da participação e do interesse, especialmente entre os alunos que inicialmente se mostraram resistentes.

Por outro lado, alguns desafios importantes também foram identificados. A resistência inicial dos alunos às atividades matemáticas, conforme esperado, exigiu intervenções constantes da pesquisadora para motivar e engajar os estudantes. Além disso, foram observadas dificuldades na generalização dos padrões geométricos e na linguagem matemática, como nos casos em que estudantes usaram termos como “pontas” ou “retas” de forma imprecisa. Esses episódios, interpretados com o apoio da Teoria de [Vygotsky \(2008\)](#), revelam o distanciamento entre os conceitos espontâneos e os conceitos científicos, indicando a importância da mediação docente na construção e apropriação da linguagem matemática formal.

Outro aspecto que merece destaque foi a dificuldade na interpretação e entendimento do que deveria ser feito em algumas tarefas que exigiam uma coordenação de múltiplas informações, o que, segundo [Sweller \(1994\)](#), eleva a carga cognitiva necessária e pode comprometer a aprendizagem quando os esquemas ainda não estão consolidados. Isso ficou evidente, por exemplo, nas dificuldades de alguns estudantes em completar a tabela com os dados dos polígonos ou em generalizar o algoritmo para descobrir a soma dos ângulos internos. Embora tenham compreendido partes do raciocínio, não conseguiram expressá-lo de forma completa e precisa, o que pode ser compreendido como um indicativo de que o processo de construção do conceito ainda estava em andamento.

A partir de tudo isso, recomenda-se para trabalhos futuros: a ampliação do uso de materiais manipuláveis com enfoque investigativo em sequências didáticas voltadas para outros conteúdos e conceitos relativos à Geometria, podendo ainda combinar o uso de *softwares* de Geometria Dinâmica; investigar com mais profundidade o entendimento geométrico, com apoio em entrevistas e registros mais detalhados do raciocínio dos estudantes durante as atividades; e aplicar a sequência didática em outros contextos educacionais, como em escolas com diferentes perfis socioeconômicos, ou em turmas da Educação de Jovens e Adultos, como citado por uma aluna da EJA nesta pesquisa.

Outro ponto importante é a necessidade de se incluir conceitos como sequências e padrões na Atividade de Sondagem e na Aula Expositiva. Além disso, para melhorar o andamento e deixar a atividade menos cansativa, o tempo da aplicação poderia ser

aumentado e algumas atividades reduzidas. Ademais, a resistência inicial e a necessidade constante de mediação indicam que futuras aplicações podem ser melhor sucedidas se adotarem estratégias como tarefas prévias mais simples e atividades preparatórias focadas em habilidades específicas, como visualização espacial e interpretação textual.

Ao finalizar este percurso, reafirma-se que o ensino de Matemática, e mais especificamente do eixo temático Geometria, precisa dialogar com os modos de pensar dos alunos, com suas formas de linguagem e com suas experiências. O professor, como mediador consciente e intencional, pode criar pontes entre o mundo dos significados e o rigor conceitual da disciplina. Como aponta [Lorenzato \(1995\)](#), ensinar Geometria não é apenas apresentar regras e procedimentos, mas criar condições para que os alunos façam conexões, formulem hipóteses, descubram padrões e se apropriem de uma linguagem que, apesar de muitas abstrações, lhes permita compreender o mundo à sua volta.

Referências

- A Magic Classroom. *Equilateral Triangle to Square*. s.d. https://amagicclassroom.com/uploads/3/4/5/2/34528828/equilateral_triangle_to_square.pdf. Acesso em: 08 set. 2025. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.
- AKIYAMA, J.; MATSUNAGA, K. Reversibility and foldability of conway tiles. *Computational Geometry*, Elsevier, v. 64, p. 1–14, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.comgeo.2017.03.003>. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.
- ALMOULOUD, S. A. et al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*, Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, v. 27, n. 4, p. 94–108, set-out-nov-dez 2004. ISSN 1413-2478. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=27502707>. Citado na página 23.
- AMPLIFY. *Hinged dissection*. 2024. <https://polypad.amplify.com/lesson/hinged-dissection>. Acesso em: 11 dez. 2024. Citado na página 19.
- AUSUBEL, D. P. *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva*. 1.^a edição. ed. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2000. Acesso em: 20 jan. 2025. Disponível em: https://www.uel.br/pos/ecb/pages/arquivos/Ausubel_2000_Aquisicao%20e%20retencao%20de%20conhecimentos.pdf. Citado 7 vezes nas páginas 25, 27, 68, 70, 79, 84 e 92.
- BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. 3. ed.. ed. São Paulo: Edições 70, 2011. Tradução da obra original: L'analyse de contenu, Presses Universitaires de France, 1977. ISBN 978-85-62398-04-7. Citado 4 vezes nas páginas 45, 51, 52 e 55.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: educação infantil e ensino fundamental*. Brasília, DF: [s.n.], 2017. Acesso em: 8 jan. 2025. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Citado 3 vezes nas páginas 24, 63 e 77.
- BRAUMANN, C. A. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. *Coimbra*, p. 5–24, 2002. Centro de Investigação em Matemática e Aplicações, Universidade de Évora. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/662913762/Braumann-Divagacoes-sobre-investigacao-matematica-e-o-seu-papel-na-aprendizagem-da-matem>. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- BZUNEK, D. et al. *O estudo de polígono por meio de prática investigativa*. 2016. Seme²pi: 2^a Semana de Ensino, Extensão, Pesquisa e Inovação do Litoral – Instituto Federal do Paraná, campus Paranaguá. Acesso em 10 set 2024. Disponível em:

https://sigpibid.ufpr.br/site/uploads/institution_name/ckeditor/attachments/870/S2016_O_ESTUDO_DE_POL_GONO_POR_MEIO_DE_PR_TICA_INVESTIGATIVA.pdf. Citado 3 vezes nas páginas 18, 35 e 36.

CUNHA, H.; OLIVEIRA, H.; PONTE, J. P. da. Investigações matemáticas na sala de aula. *Actas do ProfMat95*, APM, p. 161–167, 1995. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/242306039_Investigacoes_matematicas_na_sala_de_aula. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 92.

DANTAS, L. A. Avaliação e verificação escolar: uma análise histórica das legislações educacionais do brasil. *História & Ensino*, v. 29, n. 2, p. 157–182, 2025. Acesso em: 13 abr 2025. Disponível em: <https://ojs.uel.br/revistas/uel/index.php/histensino/article/view/49996>. Citado na página 45.

DEMAINE, E. D.; KAMATA, T.; UEHARA, R. *Dudeney's Dissection is Optimal*. 2024. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/386464682_Dudeney's_Dissection_is_Optimal> .Acessoem : 6set.2025.Disponvelem : . Citado na página 46.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria plana*. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 9. 456 p. (Fundamentos de Matemática Elementar, v. 9). ISBN 9788535716863. Citado na página 26.

DUDENEY, H. E. *The Canterbury Puzzles and Other Curious Problems*. 2. ed. Londres: Thomas Nelson and Sons, 1908. Disponível em: <<https://archive.org/details/canterburypuzzle00dudeu>> .Acesso em: 6 set. 2025. Citado na página 46.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no brasil. *Zetetike: Revista de Educação Matemática*, v. 3, n. 1, 1995. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877>. Citado na página 16.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. *Boletim SBEM-SP*, São Paulo, Ano 4, n. 7, p. 5–10, jul. 1990. Acesso em: 16 mar. 2025. Disponível em: <https://app.uff.br/riuff/bitstream/handle/1/2608/TEXTOS%20-%20MARIA%20ANGELA%20MIORIM.pdf?sequence=1>. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.

GERHARDT, T. E. et al. Unidade 4 – estrutura do projeto de pesquisa. In: GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (Ed.). *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31–43. Obra coordenada pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica: Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Acesso em: 11 abr. 2025. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/52806/000728684.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*. Rio de Janeiro: SBM – Coleção PROFMAT, 2012. Citado na página 19.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de Administração de Empresas*, Fundação Getulio Vargas, v. 35, n. 2, p. 57–63, mar. 1995. Acesso em: 10 abr. 2025. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rae/a/wf9CgwXVjpLFVgpwNkCgnnC/?format=pdf&lang=pt>. Citado na página 38.

GóES, H. C. Um esboço de conceituação sobre expressão gráfica. *Revista Cadernos de Educação, Tecnologia e Sociedade*, v. 17, n. 1, 2013. ISSN 2179-7374. Acesso em: 14 mar. 2025. Disponível em: https://exatas.ufpr.br/degraf_adriana_vaz/wp-content/uploads/sites/17/2014/11/2019_CEG201_leitura-8_Esbo%C3%A7o-Express%C3%A3o-gr%C3%A1fica_artigo.pdf. Citado na página 31.

JUCÁ, R. de S.; PIRONEL, M. Investigação matemática: um caminho para o ensino da matemática: *Mathematical Research a Pathway to Teaching Mathematics*. *Revista Cocar*, n. 14, 2022. Acesso em: 3 abr. 2025. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5499>. Citado na página 29.

LOBO, J. da S.; BAYER, A. O ensino de geometria no ensino fundamental / the teaching of geometry in primary schools. *ACTA SCIENTIAE*, Canoas, v. 6, n. 1, p. 19–26, jan./jun. 2004. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

LORENZATO, S. Por que não estudar geometria? *A educação matemática em revista*, III, n. 4, p. 3–13, 1995. Disponível em: https://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf. Citado 5 vezes nas páginas 17, 22, 23, 92 e 94.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Ed.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, (Coleção Formação de Professores). Citado 7 vezes nas páginas 30, 31, 32, 33, 88, 92 e 93.

LUCKESI, C. C. *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições*. 19. ed.. ed. São Paulo: Cortez, 2008. 160 p. ISBN 978-85-249-0550-6. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.

MORAES, R. Análise de conteúdo. *Revista Educação*, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7–32, 1999. Acesso em: 25 abr 2025. Disponível em: <http://pesquisaemeducacaoufrgs.pbworks>.

<com/w/file/fetch/60815562/Analise%20de%20conte%C3%BAdo.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 51, 52 e 55.

MOREIRA, H.; CALEFFE, L. G. *Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador*. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 38, 39, 40 e 51.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa: Um conceito subjacente. *Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review*, Instituto de Física da UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, v. 1, n. 3, p. 25–46, 2011. Acessado: 2025-01-12. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubport.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 55.

MOREIRA, M. A. *O que é afinal Aprendizagem Significativa?* 2012. 29–56 p. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueefinal.pdf>. Citado 6 vezes nas páginas 18, 19, 25, 26, 27 e 28.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Editora Moraes, 1982. Acesso em: 28 jan. 2025. Disponível em: <https://feapsico2012.wordpress.com/wp-content/uploads/2016/11/moreira-masini-aprendizagem-significativa-pdf>. Citado na página 25.

NACARATO, A.; MENGALI, L.; PASSOS, C. L. B. *Geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: refletindo sobre a formação do professor*. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 84.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. *Revista de Educação Matemática*, v. 9, n. 9-10, p. 1–6, 2005. ISSN 1676-8868. Disponível em: <https://pactuando.wordpress.com/wp-content/uploads/2014/08/eu-trabalho-primeiro-no-concreto.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 18, 32, 88 e 92.

NASCIMENTO, J. B. D. S. *O estudo da geometria espacial por meio da construção de sólidos com materiais alternativos*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, dez 2013. Acesso em: 5 mar. 2025. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10737/485>. Citado na página 35.

PELIZZARI, A. et al. Teoria da aprendizagem significativa segundo ausubel. *Revista PEC*, Curitiba, v. 2, n. 1, p. 37–42, jul 2001. Acessado: 2025-01-13. Citado na página 26.

PEREIRA, J. d. S.; OLIVEIRA, A. M. P. d. Materiais manipuláveis e engajamento de estudantes nas aulas de matemática envolvendo tópicos de geometria. *Ciência & Educação (Bauru)*, v. 22, n. 1, p. 69–86, 2016. Acesso em: 16 mar. 2025. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/trnC3B5JbdpQ36JYSgKnKvm/?lang=pt>. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 88.

PINHEIRO, J. M. L. *A Aprendizagem Significativa em Ambientes Colaborativo-Investigativos de Aprendizagem: um Estudo de Conceitos de Geometria Analítica Plana*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Juiz de Fora - MG, Dezembro 2013. Acesso em: 23 jan. 2025. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/3466/1/josemiltonlopespinheiro.pdf>. Citado na página 34.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. Citado na página 29.

PONTE, J. P. da. Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso. *NOESIS*, n. 32, p. 24–26, 1994. Disponível em: <https://doceru.com/doc/n8ss5xxx>. Citado 4 vezes nas páginas 17, 18, 55 e 92.

SAVIANI, D. *Escola e democracia*. Edição comemorativa. Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (Coleção Educação Contemporânea). ISBN 978-85-7496-219-1. Citado 2 vezes nas páginas 70 e 92.

SILVA, A. H.; FOSSÁ, M. I. T. Análise de conteúdo: exemplo de aplicação da técnica para análise de dados qualitativos. *Qualit@s Revista Eletrônica*, v. 17, n. 1, p. 1–13, 2015. ISSN 1677-4280. Acesso em: 25 abr 2025. Disponível em: <https://www.fepiam.am.gov.br/wp-content/uploads/2020/06/2113-7552-1-PB.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 55.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. In: GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (Ed.). *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31–43. Obra coordenada pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica: Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Acesso em: 11 abr. 2025. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/52806/000728684.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

SWELLER, J. Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction*, Elsevier, v. 4, n. 4, p. 295–312, 1994. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0959475294900035>. Citado 3 vezes nas páginas 79, 88 e 93.

THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisa-ação*. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2018. Citado na página 39.

TINOCO, J. Soma dos ângulos em um polígono. *Educação e Matemática*, n. 118, p. 13–18, 2012. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2036>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 24.

Van Hiele, P. M. *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Edição do reino unido. Orlando: Academic Press, Inc., 1986. (Developmental Psychology Series). Traduzido do holandês. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 65.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e Linguagem*. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008. 212 p. Tradução de Jefferson Luiz Camargo. ISBN 8533624301. Citado 4 vezes nas páginas 60, 61, 81 e 93.

Apêndices

APÊNDICE A

Documentos de Autorização

Campos dos Goytacazes, 10 de outubro de 2024.

AUTORIZAÇÃO

Prezadas Diretoras,

Peço autorização para a realização de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, desenvolvida pela mestrande e professora de Matemática, Alice Rocha Barreto Corrêa Manhães. O tema da pesquisa é “Explorando a Soma dos Ângulos Internos de Polígonos com Materiais Manipuláveis e o Quebra-Cabeça de Haberdasher: Uma Abordagem Prática e Investigativa” e as atividades serão realizadas com turmas de 8º e 9º anos do Centro Educacional Municipal do Sindicato dos Trabalhadores da Indústria do Açúcar de Campos (CEMSTIAC). O objetivo principal desse trabalho é verificar a eficácia da abordagem exploratória com uso de material manipulável para a compreensão do conceito de Soma dos Ângulos Internos de Polígonos. Dessa forma, gostaria de pedir que preencha o formulário a seguir caso esteja de acordo e autorize a participação da Escola e das referidas turmas, bem como os registros das atividades.

Eu, Sheila Soares dos Santos de Paula, diretora do Centro Educacional Municipal do Sindicato dos Trabalhadores da Indústria do Açúcar de Campos (CEMSTIAC), autorizo a participação das turmas na pesquisa: “Explorando a Soma dos Ângulos Internos de Polígonos com Materiais Manipuláveis e o Quebra-Cabeça de Haberdasher: Uma Abordagem Prática e Investigativa” desenvolvida pela professora de Matemática, Alice Rocha Barreto Corrêa Manhães.


Sheila Soares dos Santos de Paula
Diretora
Mat: 38929

Assinatura

APÊNDICE B

Atividade de Sondagem

Mestranda: Prof^ª. Alice Rocha Barreto Corrêa Manhães

Orientador: Prof. Dr. Luis Humberto Guillermo Felipe

Nome: _____ Data: ____ / ____ / 2024

ATIVIDADE DE SONDAGEM

Essa é uma atividade de sondagem com questões sobre os conceitos básicos da Geometria Plana. Caso você não saiba responder alguma(s) delas, sinalize qual(is).

1. Quanto mede um ângulo reto? _____. E quanto mede um ângulo raso? _____.

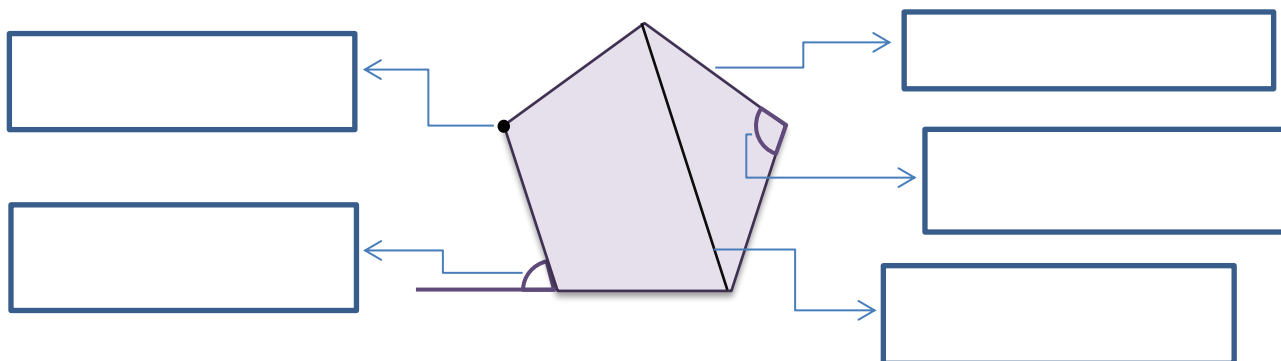
2. Assinale o(s) ângulo(s) agudo(s).

a) 35° b) 96° c) 143° d) 89° e) 195° f) 63°

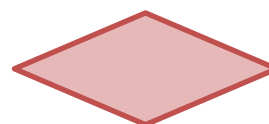
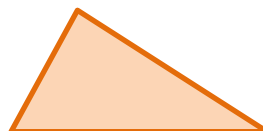
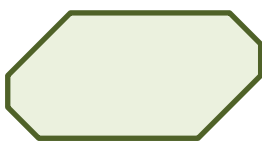
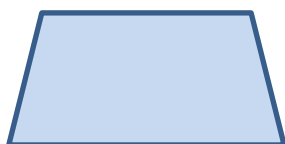
3. Assinale o(s) ângulo(s) obtuso(s).

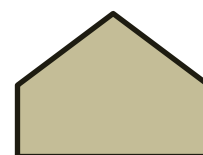
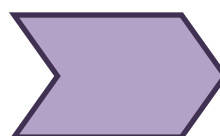
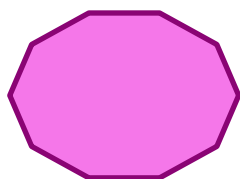
a) 95° b) 106° c) 192° d) 78° e) 179° f)

4. Nomeie, se souber, cada elemento de um polígono de acordo com a figura abaixo.

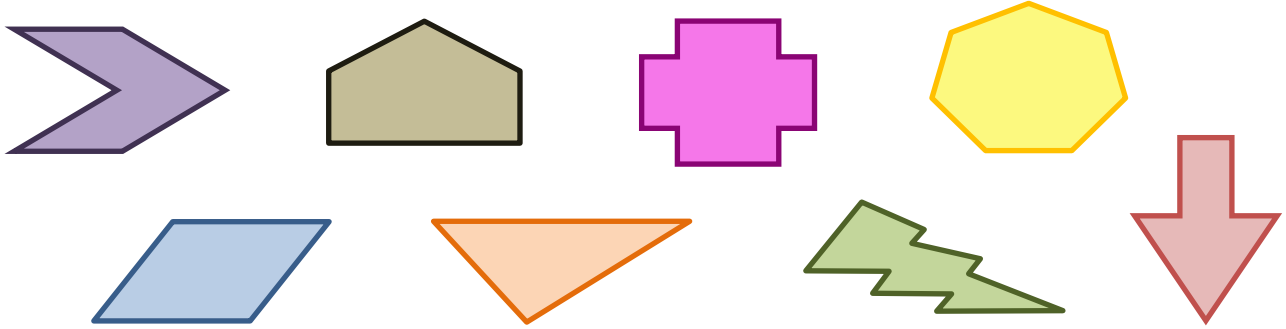


5. Nomeie as figuras planas a seguir (exemplos: quadrilátero, heptágono, decágono, etc):

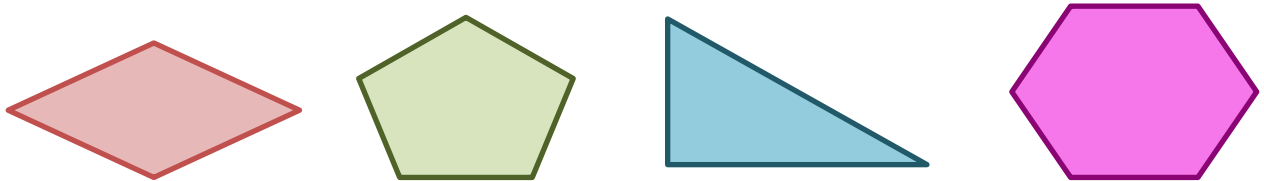




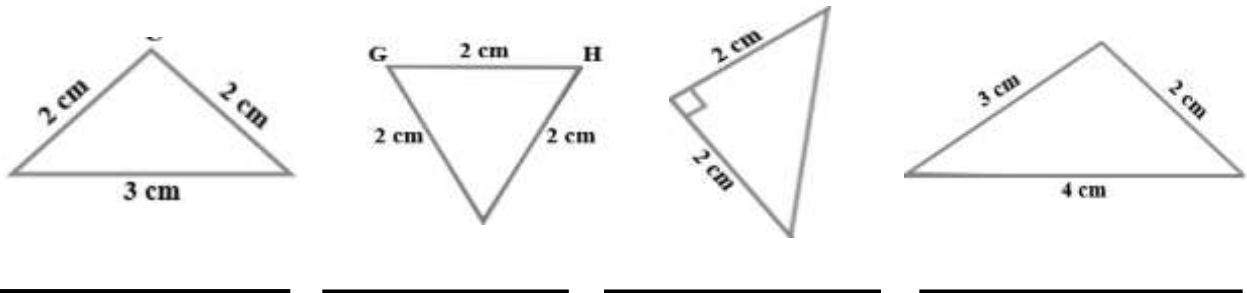
6. Circule os polígonos **convexos**.



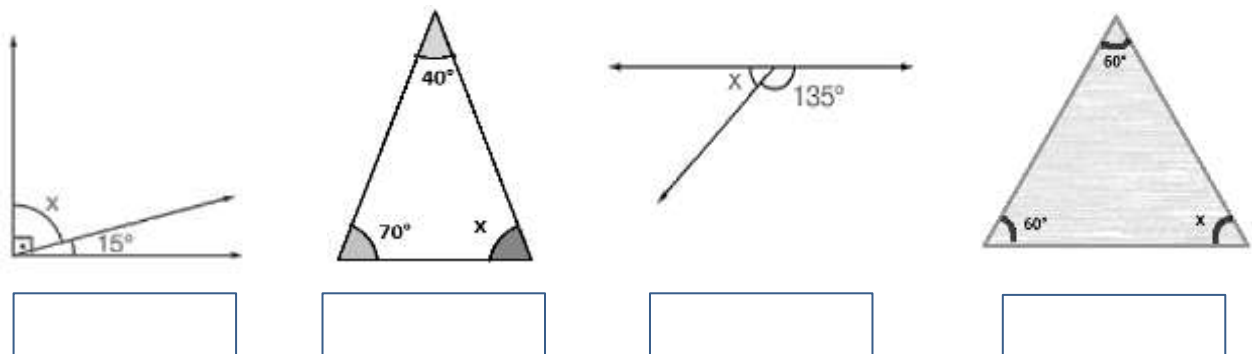
7. Quantas diagonais existem nos polígonos a seguir? Desenhe-as.



8. Classifique os triângulos abaixo de acordo com os lados (equilátero, isósceles ou escaleno).



9. Indique, se souber, o ângulo que falta em cada figura a seguir.



Espaço destinado a comentários sobre os conteúdos e sobre a atividade aplicada.

APÊNDICE C

Slides da Aula



Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional



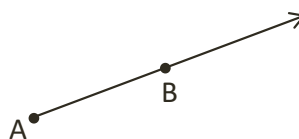
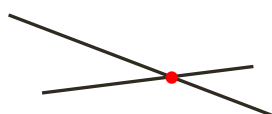
Tópicos da Geometria Plana

Mestranda: Prof^a. Alice Rocha Barreto Corrêa Manhães

Orientador: Prof. Dr. Luis Humberto Guillermo Felipe

Vértices, Segmentos e Semirretas

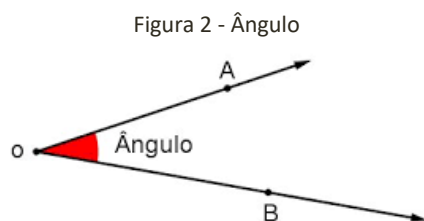
Figura 1 – Vértice, Segmento e Semirreta



Fonte: A autora.

Ângulos

- Dadas, no plano, duas semirretas OA e OB, um ângulo de vértice O e lados OA e OB é uma das duas regiões do plano limitadas pelas semirretas OA e OB (Muniz Neto, 2014).



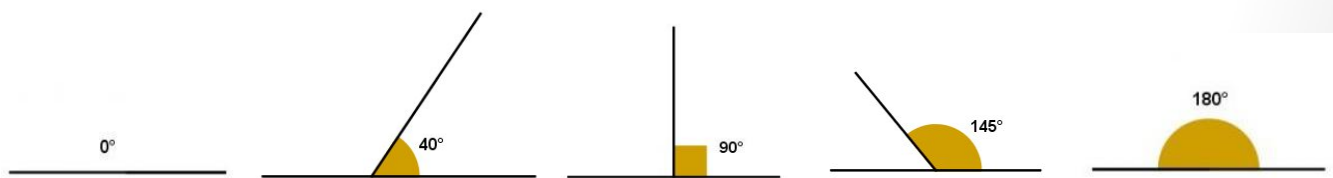
Fonte: Silva, s. d.

- Ou seja, um ângulo é uma figura geométrica formada por duas semirretas que partem de um mesmo ponto, conhecido como vértice.

Ângulos: Classificação

- Os ângulos podem ser classificados de acordo com a sua medida. Geralmente são medidos em graus ($^{\circ}$).
- **Ângulo nulo:** ângulo com medida igual a 0° .
- **Ângulo agudo:** ângulo com medida **maior** que 0° e **menor** que 90° .
- **Ângulo reto:** ângulo com medida igual a 90° .
- **Ângulo obtuso:** ângulo com medida **maior** que 90° e **menor** que 180° .
- **Ângulo raso:** ângulo com medida igual a 180° .

Figura 3 – Exemplos de Ângulos



Fonte: Silva, s. d.

Ângulos

- Quanto mede um ângulo reto? _____. E quanto mede um ângulo raso? _____.

- Assinale o(s) ângulo(s) agudo(s).

~~a)~~ 35° b) 96° c) 143° ~~d)~~ 89° e) 195° ~~f)~~ 63°

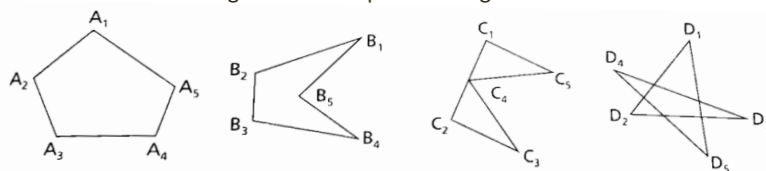
- Assinale o(s) ângulo(s) obtuso(s).

~~a)~~ 95° ~~b)~~ 106° c) 192° d) 78° ~~e)~~ 179° f) 87°

Polígonos

- Sejam $n \geq 3$ um natural e $A_1, A_2, \dots, A_n$ pontos distintos do plano. Dizemos que $A_1A_2\dots A_n$ é um polígono (Muniz Neto, 2014).
- Em outras palavras: um polígono é uma figura geométrica plana e fechada, formada por segmentos de reta que não se cruzam, apenas em seus vértices.

Figura 4 – Exemplos de Polígonos



$A_1A_2A_3A_4A_5$, $B_1B_2B_3B_4B_5$, $C_1C_2C_3C_4C_5$ e $D_1D_2D_3D_4D_5$ são polígonos.

Fonte: Dolce; Pompeo, 2013.

Polígonos: Classificação

Figura 5 – Classificação de Polígonos

De acordo com o número n de lados, os polígonos recebem nomes especiais. Veja a seguir as correspondências:

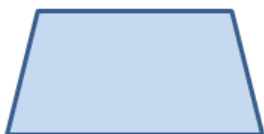
$n = 3$	→	triângulo ou trilátero	→	3 lados
$n = 4$	→	quadrângulo ou quadrilátero	→	4 lados
$n = 5$	→	pentágono	→	5 lados
$n = 6$	→	hexágono	→	6 lados
$n = 7$	→	heptágono	→	7 lados
$n = 8$	→	octógono	→	8 lados
$n = 9$	→	eneágono	→	9 lados
$n = 10$	→	decágono	→	10 lados
$n = 11$	→	undecágono	→	11 lados
$n = 12$	→	dodecágono	→	12 lados
$n = 15$	→	pentadecágono	→	15 lados
$n = 20$	→	icoságono	→	20 lados

Fonte: Dolce; Pompeo, 2013.

Polígonos

- Nomeie as figuras planas a seguir (exemplos: quadrilátero, heptágono, decágono, etc):

Figura 6 – Nomes de Polígonos



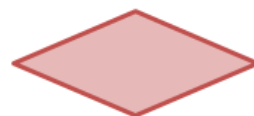
Quadrilátero



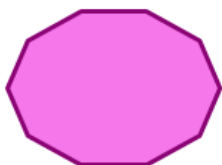
Octógono



Triângulo



Quadrilátero



Decágono



Hexágono



Hexágono



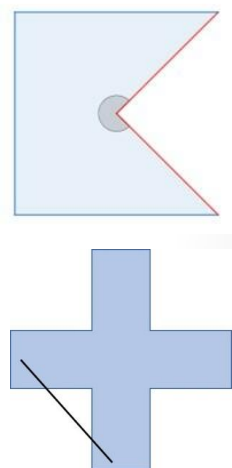
Pentágono

Fonte: A autora.

Polígonos: Convexo e Não Convexo

- Há dois testes usados para saber se um polígono é convexo. O primeiro é verificar se algum dos ângulos internos é maior que 180° . Em caso afirmativo, o polígono não é convexo e recebe o nome de côncavo. Possuir um ângulo maior que 180° induz ao efeito de apontar para dentro, ou seja, cria uma concavidade.
- Por exemplo, este polígono com cinco lados e não convexo, ou seja, côncavo.
- Uma segunda maneira é decorrência da primeira e consiste em traçar um segmento no interior do polígono. Se for possível traçar um segmento entre dois pontos internos e uma parte ficar de fora, o polígono não é convexo.

Figura 7 – Polígonos Côncavos

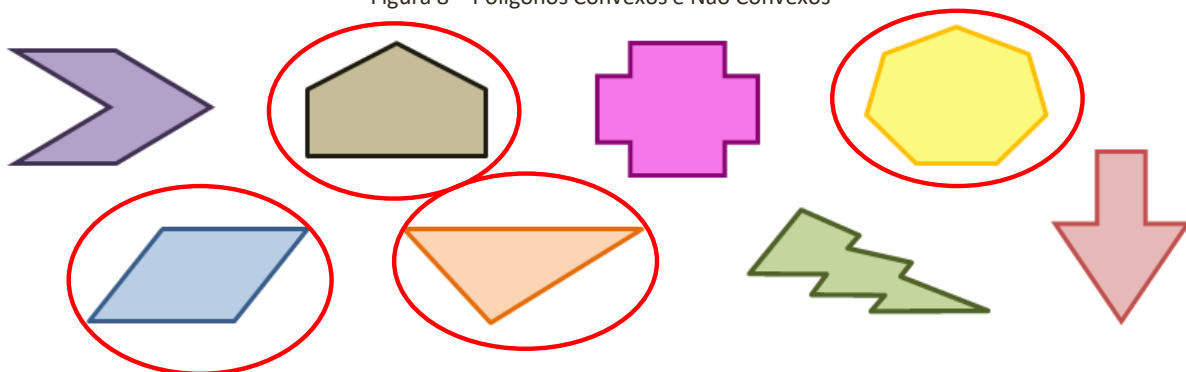


Fonte: Asth, s. d.

Polígonos

- Circule os polígonos **convexos**.

Figura 8 – Polígonos Convexos e Não Convexos

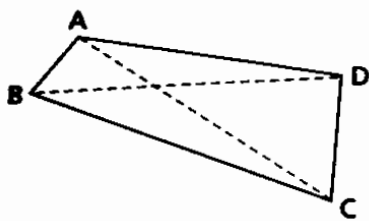


Fonte: A autora.

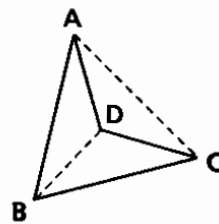
Polígonos: Diagonais

- Diagonal de um polígono é um segmento cujas extremidades são vértices não consecutivos do polígono.

Figura 9 – Diagonais de Polígonos



**ABCD é um quadrilátero convexo.
 $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ são suas diagonais.**



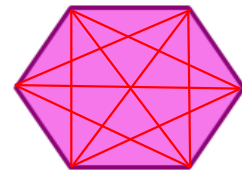
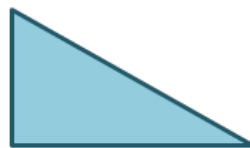
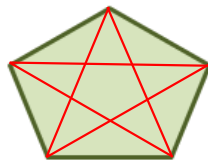
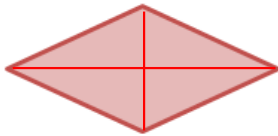
**ABCD é um quadrilátero côncavo.
 $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ são suas diagonais.**

Fonte: Dolce; Pompeo, 2013.

Polígonos: Diagonais

- Quantas diagonais existem nos polígonos a seguir? Desenhe-as.

Figura 10 – Diagonais de Polígonos

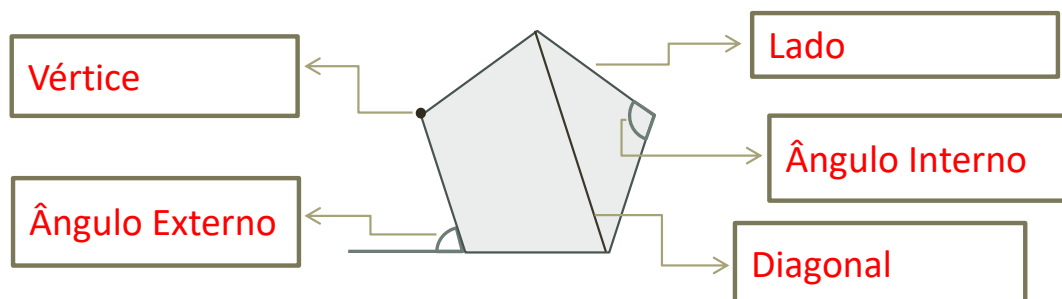


Fonte: A autora.

Polígonos

- Nomeie, se souber, cada elemento de um polígono de acordo com a figura abaixo.

Figura 11 – Elementos de Polígonos



Fonte: A autora.

Polígonos: Triângulos

Figura 12 – Classificação de Triângulos



Fonte: Rizzo, s. d.

Referências Bibliográficas

- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar** Geometria Plana Vol.9: Geometria plana. 9. ed. São Paulo: ATUAL (DIDATICO) GRUPO SARAIVA, 2013. ISBN 9788535716863.
- MUNIZ NETO, Antônio Caminha. **Tópicos de Matemática Elementar: Geometria Euclidiana Plana: Volume 2.** 1. ed. Rio de Janeiro: [s.n.], 2014. (Coleção Professor de Matemática). ISBN 978-85-8337-020-8
- SILVA, Daniel Duarte da. Ângulos. **Infoescola**, s.d.. Disponível em: https://www.infoescola.com/matematica/angulos/#google_vignette. Acesso em: 25 de out de 2024.
- ASTH, Rafael. Polígonos convexos: o que são e como reconhecer um. **Toda Matéria**, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/poligonos-convexos/>. Acesso em: 27 out. 2024.
- RIZZO, Maria Luiza Alves. Triângulo Escaleno. **Escola Kids UOL**, s. d.. Disponível em: <https://escolakids.uol.com.br/matematica/triangulo-escaleno.htm>. Acesso em: 27 out. 2024.

APÊNDICE D

Registros das Atividades

Mestranda: Prof^a. Alice Rocha Barreto Corrêa Manhães

Orientador: Prof. Dr. Luis Humberto Guillermo Felipe

Nome: _____ Data: ____ / ____ / 2024

REGISTROS DAS ATIVIDADES

Registre a seguir suas conclusões sobre a atividade aplicada respondendo ao que se pede.

1. O que você pôde perceber sobre os ângulos em um triângulo qualquer?

2. Quantas diagonais partiram dos vértices que você escolheu? E quantos triângulos foram formados? E quanto você acha que é a soma dos ângulos internos em cada polígono construído? Preencha a tabela a seguir para ajudar nos registros.

POLÍGONO	Diagonais partindo do vértice escolhido	Triângulos formados no interior do polígono	Soma dos Ângulos Internos do Polígono

3. Você desenhou e cortou cinco polígonos de acordo com o número de lados.
- Mantendo o padrão, quantos lados teria o próximo polígono da sequência? _____
 - Qual seria o nome desse polígono? _____
 - Se você escolher um vértice, quantas diagonais partirão desse vértice? _____
 - E quantos triângulos serão formados em seu interior? _____
 - Qual a soma dos ângulos internos desse polígono? _____
4. A partir de tudo que foi observado, escreva com suas palavras como determinamos a soma dos ângulos internos em um polígono qualquer.

APÊNDICE E

Atividade de Verificação

Mestranda: Prof^ª. Alice Rocha Barreto Corrêa Manhães

Orientador: Prof. Dr. Luis Humberto Guillermo Felipe

Nome: _____ Data: ____ / ____ / 2024

ATIVIDADE DE VERIFICAÇÃO

Essa é uma atividade de verificação sobre os conteúdos aprendidos. Caso você não saiba responder alguma(s) delas, sinalize qual(is).

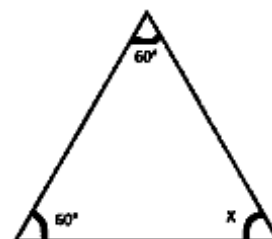
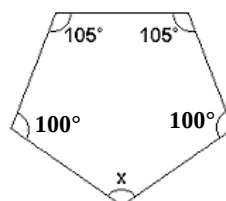
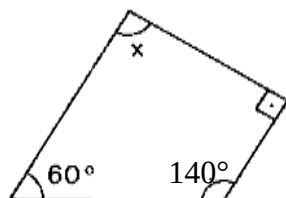
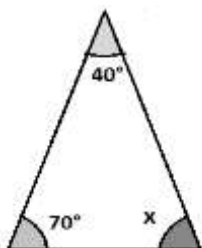
1. Qual o nome de um polígono de 10 lados? E qual a soma dos ângulos internos dele?

2. Qual o nome de um polígono de 6 lados? E qual a soma dos ângulos internos dele?

3. Qual a soma dos ângulos internos de um dodecágono?

4. Se a soma dos ângulos internos de um polígono é 720° , quantos lados esse polígono possui?

5. Indique o ângulo que falta em cada figura a seguir.



APÊNDICE F

Questionário Final

Mestranda: Prof^a. Alice Rocha Barreto Corrêa Manhães

Orientador: Prof. Dr. Luis Humberto Guillermo Felipe

Turma: _____

Data: ____ / ____ / 2024

QUESTIONÁRIO FINAL

Esse é um questionário para que você demonstre sua opinião sobre a atividade que foi aplicada.

1. Como você avaliaria a clareza das instruções dadas durante a atividade?

- ☐ Muito clara
☐ Clara
☐ Razoavelmente clara
☐ Confusa

2. Como foi trabalhar com os materiais manipuláveis?

- ☐ Muito bom
☐ Bom
☐ Razoável
☐ Ruim
☐ Indiferente

3. Você conseguiu entender a relação entre o número de lados de um polígono e a soma dos ângulos internos?

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Não tenho certeza

4. Você acredita que a atividade contribuiu para o seu aprendizado?

- ☐ Muito
☐ Pouco
☐ Indiferente
☐ Não contribuiu

5. O que você achou do Quebra-Cabeça de Haberdasher?

6. Você acredita que a sequência de atividades te deixou preparado(a) para responder as perguntas da atividade de verificação e a montar o Quebra- Cabeça?

☐ Sim ☐ Não ☐ Parcialmente _____

7. Qual foi a parte da atividade que você mais gostou? Por quê?

8. Houve alguma parte da atividade que você achou difícil? Se sim, qual?

9. Gostaria de fazer algum comentário ou sugestão adicional sobre a sequência didática?
