

EMANUEL QUINTINO ANGELO

**GEOGEBRA 3D E REALIDADE AUMENTADA COMO
FERRAMENTAS DE APOIO AO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL
NA EJA**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES -RJ

Dezembro de 2025

EMANUEL QUINTINO ANGELO

**GEOGEBRA 3D E REALIDADE AUMENTADA COMO
FERRAMENTAS DE APOIO AO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL
NA EJA**

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Prof. Luis Humberto Guillermo Felipe


UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES -RJ
Dezembro de 2025

EMANUEL QUINTINO ANGELO

**GEOGEBRA 3D E REALIDADE AUMENTADA COMO FERRAMENTAS
DE APOIO AO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL NA EJA**


"Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Aprovada em 08 de dezembro de 2025.

Documento assinado digitalmente
 **NELSON MACHADO BARBOSA**
Data: 23/03/2026 14:48:14-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


Prof. Nelson Machado Barbosa

D.Sc. – UENF

Documento assinado digitalmente
 **MARCUS VINICIUS DA SILVA SALES**
Data: 19/03/2026 15:42:01-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


Prof. Marcus Vinicius da Silva Sales

D.Sc. – UFF

Documento assinado digitalmente
 **MARIDELMA DE SOUSA POURBAIX**
Data: 19/03/2026 15:11:05-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof^ª. Maridelda de Sousa Pourbaix

D.Sc. – UENF

Documento assinado digitalmente
 **LUIS HUMBERTO GUILLERMO FELIPE**
Data: 19/03/2026 12:42:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Luis Humberto Guillermo Felipe

D.Sc. – UENF

(Orientador)

RESUMO

A presente dissertação tem como objetivo analisar as contribuições do uso de recursos digitais, como o *software* GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada (RA), no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial na Educação de Jovens e Adultos (EJA). A pesquisa foi desenvolvida com base em aulas práticas que buscaram aliar teoria e tecnologia, permitindo aos alunos explorar e visualizar sólidos geométricos, de forma interativa e dinâmica. A metodologia adotada incluiu aulas expositivas, atividades exploratórias e aplicação de questionários antes e depois da intervenção, a fim de avaliar o impacto das ferramentas digitais na aprendizagem. Os resultados indicaram uma melhora significativa na compreensão dos conceitos espaciais, bem como maior engajamento e interesse dos estudantes. Conclui-se que o uso de Tecnologias Digitais, quando bem planejado e orientado pelo professor, favorece uma aprendizagem mais significativa, criativa e contextualizada, além de contribuir para a inclusão e valorização dos alunos da EJA.

Palavras-chave: Geometria Espacial. GeoGebra 3D. Realidade Aumentada. Educação de Jovens e Adultos. Tecnologias Digitais.

ABSTRACT

This dissertation aims to analyze the contributions of using digital resources, such as GeoGebra 3D software and Augmented Reality (AR), in the teaching and learning process of Spatial Geometry in Youth and Adult Education (EJA). The research was developed based on practical classes that sought to combine theory and technology, allowing students to explore and visualize geometric solids in an interactive and dynamic way. The methodology adopted included lectures, exploratory activities, and the application of questionnaires before and after the intervention, in order to evaluate the impact of digital tools on learning. The results indicated a significant improvement in the understanding of spatial concepts, as well as greater student engagement and interest. It is concluded that the use of Digital Technologies, when well-planned and guided by the teacher, favors more meaningful, creative, and contextualized learning, in addition to contributing to the inclusion and empowerment of EJA students.

Keywords: Spatial Geometry. GeoGebra 3D. Augmented Reality. Youth and Adult Education. Digital Technologies.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Geogebra 3D	12
Figura 2 – Funcionamento da Realidade Aumentada em Dispositivos móveis	12
Figura 3 – Realidade Aumentada na Arquitetura	13
Figura 4 – Triângulo	20
Figura 5 – Polígonos	20
Figura 6 – Polígono convexo de cinco vértices (e lado)	21
Figura 7 – Região poligonal correspondente ao polígono da Figura 6	21
Figura 8 – Poliedro	22
Figura 9 – Janela do Geogebra 3D	24
Figura 10 – Sólido geométrico em 3D pelo Geogebra 3D	24
Figura 11 – Diário	28
Figura 12 – Aluna A12 (3º etapa) – Questionário de entrada	29
Figura 13 – Aluno A10 (3º etapa) – Questionário de entrada	29
Figura 14 – Aluna A9 (3º etapa) – Questionário de entrada	30
Figura 15 – Aluno A2 (3º etapa) – Questionário de entrada	30
Figura 16 – Aluna A6 (3º etapa) – Questionário de saída	33
Figura 17 – Aluna A12 (3º etapa) – Questionário de saída	34
Figura 18 – Aluno A5 (3º etapa) – Questionário de saída	34
Figura 19 – Aplicação GeoGebra Aula (i)	38
Figura 20 – Aplicação GeoGebra Aula (ii)	38
Figura 21 – Aplicação GeoGebra Aula (iii)	39
Figura 22 – Aplicação GeoGebra Aula (iv)	39
Figura 23 – Aplicação GeoGebra Aula (v)	40
Figura 24 – Aplicação GeoGebra Aula (vi)	40
Figura 25 – Aplicação GeoGebra Aula (vii)	41
Figura 26 – Aplicação GeoGebra Aula (viii)	41
Figura 27 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (i)	42
Figura 28 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (ii)	43
Figura 29 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (iii)	44
Figura 30 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (iv)	45
Figura 31 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (v)	46

LISTA DE QUADROS

2.1 Atividades cognitivas	23
3.1 Consolidação das respostas do questionário de entrada (Apêndice C)	31
3.2 Consolidação da Aprendizagem (Apêndice E)	32
3.3 Consolidação das respostas do questionário de saída (Apêndice D)	35

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC Base Nacional Comum Curricular

EJA Educação de Jovens e Adultos

IOS Sistema Operacional do iPhone

RA Realidade Aumentada

SUMÁRIO

Lista de ilustrações	6
1 INTRODUÇÃO	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS	16
2.2 GEOMETRIA ESPACIAL E SUA APRENDIZAGEM	19
2.3 RECURSOS DIDÁTICOS: GEOGEBRA 3D E REALIDADE AUMENTADA	23
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS	27
3.1 METODOLOGIAS DAS AULAS	27
4 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E RESULTADOS	37
4.1 APLICAÇÃO DO RECURSO GEOGEBRA 3D	37
4.2 APLICAÇÃO DO RECURSO REALIDADE AUMENTADA EM SÓLIDOS	41
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
REFERÊNCIAS	49
A APÊNDICE A - TERMO AUTORIZAÇÃO DOS RESPONSÁVEIS	51
B APÊNDICE B - TERMO AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA	52
C APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO DE ENTRADA	53
D APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO DE SAÍDA	55
E APÊNDICE E - CONSOLIDAÇÃO DA APRENDIZAGEM	57

1 INTRODUÇÃO

Diante das concepções pedagógicas que focalizam a Matemática com base no método tradicional voltado para mecanização de exercícios e aplicação de fórmulas, surgem as inovações pedagógicas, que, por conseguinte, trazem mudanças consideráveis, principalmente para o campo da Geometria. Ao invés de se ensinar o aluno pelo método da mecanização de fórmulas opta pelo pensar com lógica e criticidade, propõe-se o ensino da Geometria em um campo fértil, tanto na percepção do cotidiano, quanto no desenvolvendo de habilidades de representação, descrição, argumentação e até mesmo, experimentação (BAIRRAL; SETTIMY, 2020, p. 178).

A escolha pela modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA) como foco desta pesquisa não ocorreu de forma aleatória, mas decorre de características próprias desse público e das especificidades pedagógicas que envolvem essa etapa da educação básica. Os estudantes da EJA, em sua maioria, conciliam a rotina escolar com jornadas de trabalho, responsabilidades familiares e outras demandas cotidianas, o que muitas vezes resulta em um tempo reduzido para dedicação aos estudos. Além disso, o currículo dessa modalidade apresenta organização diferenciada e carga horária mais condensada, exigindo do professor estratégias didáticas que favoreçam maior objetividade, clareza conceitual e aproveitamento pedagógico do tempo em sala de aula. Nesse contexto, torna-se necessário buscar metodologias que tornem o processo de ensino mais dinâmico, atrativo e significativo para os alunos.

Dessa forma, a utilização de recursos digitais e tecnológicos, como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada, apresenta-se como uma alternativa promissora para o ensino de Geometria Espacial, uma vez que esses recursos possibilitam maior interação, visualização e manipulação das figuras tridimensionais, contribuindo para reduzir o grau de abstração frequentemente associado a esse conteúdo. Assim, a presente pesquisa busca investigar de que maneira o uso dessas ferramentas pode colaborar para o processo de ensino e aprendizagem na EJA, considerando as particularidades desse público e a necessidade de práticas pedagógicas que favoreçam maior engajamento e compreensão dos conceitos matemáticos.

Nessa contexto, eis que surge a questão de pesquisa: que contribuições o uso de diferentes recursos pode trazer para o desenvolvimento da visualização geométrica de alunos da EJA (Educação de Jovens e Adultos). A partir desse ponto que se direciona o cerne deste trabalho. Objetiva-se trazer recursos visuais para dentro da sala de aula, de forma a desenvolver com os alunos, atividades de Geometria Espacial, utilizando recursos pedagógicos digitais de visualização como realidade aumentada, planificações articuladas, sólidos em acrílicos ou poliedros gerados no software GeoGebra (BAIRRAL; SETTIMY, 2020, p. 178).

Outrossim, Basto (1999) afirma que por meio da Geometria é possível interpretar, entender e intervir no espaço em que se vive, inclusive visualizando e representando objetos, bem como manipulando representações e criando novos (BAIRRAL; SETTIMY, 2020, p. 178). Nesse viés, o conhecimento matemático está intimamente ligado ao saber pensar com lógica-matemática, de

forma a articular a Álgebra com a Visualização Geométrica, haja visto que, ambas são essenciais à construção de conceitos defendidos pela Educação Matemática (OLIVEIRA; VELASCO, 2007 *apud* Bairral e Settimy, 2020, p. 178).

Em Geometria Espacial, Rogenski e Pedroso (2009, p. 5) enfatiza que:

[. . .] os alunos têm amplas dificuldades, primeiramente com relação à visualização e representação, pois reconhecem poucos conceitos da Geometria Básica e, por conseguinte, da Geometria Espacial. Também apresentam problemas de percepção das relações existentes entre os objetos de identificação das propriedades das figuras que formam os sólidos, dentre outros conceitos (ROGENSKI; PEDROSO, 2009, p. 5 *apud* Bairral e Settimy, 2020, p. 179).

Na mesma direção, Moura (1991) defende a ideia de que os materiais manipuláveis servem como um “salva-vidas” na aprendizagem da Geometria. Com efeito, tais recursos não são ferramentas como tentativa de acerto, mas ferramentas pensadas, projetadas e inseridas, de forma intencional, no processo didático-pedagógico. Outrossim, os materiais didáticos propiciam aos alunos interação e trabalho colaborativo, de forma a conjecturar uma compreensão geométrica por meio da visualização (CHAVES, s.d., p. 29).

[. . .] o material concreto tem fundamental importância, pois, a partir de sua utilização adequada, os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como é e para que aprender matemática, vencendo mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos (LORENZATO, 2006 *apud* Chaves, s.d., p. 30).

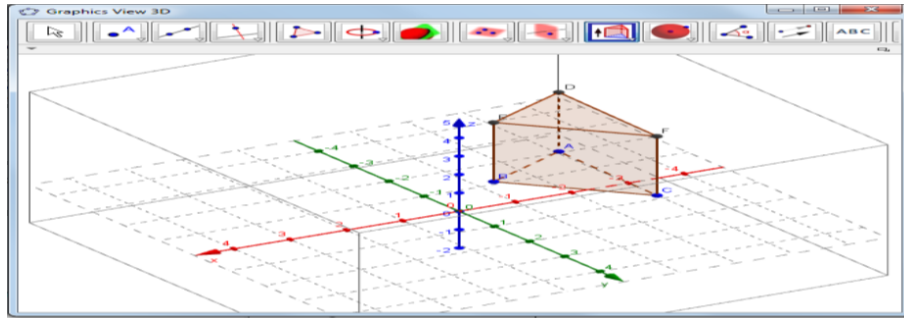
Segundo, Justino (2011):

A melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo objetos que mostrem os conceitos espaciais. Construindo poliedros os alunos têm oportunidades de observar e usar muitas relações espaciais. Recursos visuais interessantes também estimulam o pensamento criativo (JUSTINO, 2011 *apud* Chaves, s.d., p. 30).

Desta forma, um dos recursos analisados nesta pesquisa é o software GeoGebra 3D, que disponibiliza um ambiente geométrico livre e dinâmico, com versão gratuita para dispositivos Android, iOS e também, para computadores. Sua dinamicidade permite visualizações de formas variadas, construções e manipulações de objetos, mantendo, pois, seus principais elementos geométricos e suas relações. Assim, com uma ferramenta eficiente na mão dos alunos, cria-se a possibilidade de teste de hipóteses e criações de estratégias para resoluções de problemas (PAULA, 2020, p. 10).

De forma simplificada, tem-se um modelo de captura de tela inicial do GeoGebra 3D, conforme mostra a Figura 1:

Figura 1 – Geogebra 3D



Fonte: Chaves (s.d.).

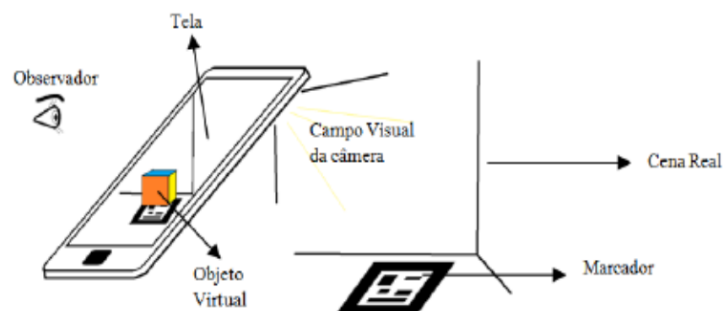
Observe que, na Figura 1, é possível visualizar um prisma de base triangular com nitidez. Apresentação do sólido evidencia os seus elementos: vértices, arestas e lados, podendo inclusive, verificar as coordenadas dos pontos e as medidas de elementos e volume.

Perante o uso de animações em 3D, afirma que o recurso se justifica por causa da(s) (PAULA, 2020, p. 12):

- (i) Proximidade de um trabalho contextualizado em situações cotidianas.
- (ii) Possibilidades de realização de projetos de trabalho.
- (iii) Abordagem da questão da rigidez e da mobilidade de formas.
- (iv) Motivação e possibilidade de uma produção criativa.
- (v) Constituição de uma atividade não comum e rotineira para os alunos.
- (vi) Produção de aluno e professor como criadores em seu processo educativo.

De modo análogo, outro recurso didático a ser explorado na construção de conceitos geométricos é a Realidade Aumentada (RA). Consoante ao trabalho de visualização geométrica como melhoria na aprendizagem da Geometria Espacial, tal ferramenta tem eficácia indiscutível. De outra forma, suas possibilidades de utilizações abrangem um campo vasto no estudo de sólidos geométricos, podendo ser utilizada em smartphones, e propiciando momentos motivadores dentro da sala de aula, haja vista a incorporação do celular como recurso facilitador da aprendizagem (COSTA, 2022, p. 32). O recurso da Realidade Aumentada conta com a facilidade da tecnologia dos smartphones, conforme mostra a Figura 2:

Figura 2 – Funcionamento da Realidade Aumentada em Dispositivos móveis



Fonte: Buriol, Silva e Macedo (s.d.).

Vale então destacar que, de forma concisa, o funcionamento é bem simples. Com o marcador, a imagem do objeto a ser ampliado se fixa no campo visual da câmera, de forma que o aplicativo capta a imagem, faz o seu rastreamento e amplifica em 3D, mostrando sua forma no ambiente em que estiver o observador. Salienta que, o marcador geralmente, é uma figura geométrica, possibilitando o manejo para estudos dentro do Campo da Geometria (BURIOL; SILVA; MACEDO, s.d.).

No campo pedagógico, a visão de Tori, Kimer e Siscouto (2006) é que, a “realidade aumentada possui um mecanismo para combinar o mundo real com o mundo virtual; mantém o senso de presença do usuário no mundo real; e enfatiza a qualidade das imagens e a interação do usuário” (TORI; KIMER; SISCOUTO, 2006 *apud* Costa, 2022, p. 32). Nesse sentido, tal abordagem pode favorecer condições eficazes de aprendizagem em sala de aula. Segundo Anami (2013), a ferramenta da RA, ajuda:

[...] estimulando o estudante na análise do mundo real ao ofertar informações suplementares, objetos virtuais, ligadas ao ambiente real. Ela pode também se estender na integração do mundo real com recursos de aprendizado digitais, por exemplo, possibilitando a visualização de fenômenos que não podem ser reproduzidos em ambiente real (ANAMI, 2013 *apud* Costa, 2022, p. 32).

Em outro viés, Azuma (2001) defende que a Realidade Aumentada necessita combinar objetos pragmáticos com objetos virtuais de forma simultânea e no mesmo espaço do mundo real. Afirma ainda que a Realidade Aumentada tem 3 propriedades, são elas: combinar objetos reais e virtuais, ser interativo com o tempo real, alinhar objetos reais e virtuais entre si (COSTA, 2022, p. 33). A Figura 3 a seguir, mostra a aplicação da RA no campo da Arquitetura.

Figura 3 – Realidade Aumentada na Arquitetura



Fonte: Projetou Blog (2022) *apud* Costa, 2022.

Dessa forma, o estudo da Geometria Espacial alinhado à utilização da Realidade Aumentada, tem o potencial de quebrar paradigmas de aprendizagem, melhorar a visualização geométrica, bem como melhorar a motivação e o engajamento dos alunos com o conteúdo (COSTA, 2022, p. 35). Para Kimer (2013) a inclusão de RA no ambiente escolar pode contribuir para a:

Interatividade intuitiva no ambiente do usuário, envolvendo textos, imagens, objetos 3D, vídeos, etc., exigindo participação ativa do estudante; Alto grau de motivação e envolvimento, decorrente dos elementos interativos inovadores utilizados; Independência de dispositivos especiais, uma vez que pode usar somente um computador com webcam ou mesmo um tablet; Autonomia na exploração da aplicação; Adequação a diversos tipos de estilos de aprendizagem, apresentando o assunto através de conteúdo rico em múltiplas mídias; Alto potencial de uso em trabalhos colaborativos (KIRNER, 2013 *apud* Costa, 2022, p. 35).

De toda maneira, o que pretende-se avaliar, com base em métodos diagnósticos é o impacto da diversidade de recursos disponíveis para o ensino da Geometria Espacial, considerando, previamente, a análise dos recursos didáticos pedagógicos e sua contribuição para a visualização, principalmente, dos sólidos (MORAIS et al., 2008). Segundo Morais et al. (2008), na aplicação desses recursos, há níveis de gradações que precisam ser observados, a saber:

- (i) Nível 1 – neste nível o foco principal será trabalhar o reconhecimento de formas através da visualização;
- (ii) Nível 2 – os níveis 2 e 3 se propõem trabalhar com as bases dos sólidos. O nível 2 aborda o conceito perímetro da base;
- (iii) Nível 3 – aborda o conceito da área das bases dos sólidos;
- (iv) Nível 4 – conceituações de elementos básicos como arestas, faces, vértices, dentre outras;
- (v) Nível 5 – identificação de formas geométricas, pois os elementos básicos já foram apresentados na etapa anterior;
- (vi) Nível 6 – Trabalha a visualização de sólidos. Esta fase visa desenvolver a percepção tridimensional dos polígonos espaciais;
- (vii) Nível 7 – Apresentar o teorema de Euler;
- (viii) Nível 8 – Explorar o conceito de área;
- (ix) Nível 9 – Aborda o cálculo simples de volume, algum prisma, alguma pirâmide.

Para Turrioni (2004), o uso correto dos materiais tecnológicos e digitais em sala de aula é um grande apoiador do educador, tendo em vista o auxílio que proporcionam à aprendizagem, levando em questão a ênfase dada à compreensão de conteúdos e as demais contribuições didáticas. Além disso, o uso adequado de materiais didáticos desperta no aluno o hábito de observar e analisar, contribuindo para o aprimoramento do raciocínio lógico, crítico e científico (CONCEIÇÃO et al., s.a.).

A proposta deste trabalho então tem como objetivo geral, defender as ferramentas digitais e tecnológicas como facilitadoras à compreensão de conceitos chave da Geometria Espacial. E para alcançar este objetivo, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- Analisar o estudo dos os sólidos geométricos, por meio de outras perspectivas didáticas;
- Verificar a importância da visualização no estudo de figuras espaciais;
- Apresentar os recursos digitais e tecnológicos para estudo da Geometria Espacial.

Portanto, o presente estudo tem como finalidade explorar os sólidos geométricos e outros conceitos da Geometria Espacial sob novas abordagens, promovendo o desenvolvimento

da visualização espacial dos alunos por meio de recursos digitais e tecnológicos. Para isso, defende a utilização desses recursos didáticos, por favorecerem à compreensão de conceitos. Espera-se contribuir para o debate da possibilidade de ter aulas de geometria mais dinâmicas, com trabalhos colaborativos que, permitam que o aluno da EJA seja protagonista do seu processo de aprendizagem, corroborando com o que está normatizado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

2.1 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

A dificuldade de acesso à Educação ainda impede que muitas pessoas adquiram habilidades básicas de leitura e escrita, perpetuando desigualdades e limitando oportunidades. Esse cenário exige um olhar atento e ações concretas de toda a sociedade, desde Políticas Públicas mais eficientes até iniciativas comunitárias. Portanto, é fundamental que esse tema permaneça em pauta, incentivando reflexões e medidas eficazes para reduzir a exclusão escolar (MELO, 2006, p. 19). Segundo adverte Carlos Cury (2000), na realidade existe:

“Uma dívida social não reparada para com os que não tiveram acesso a escola e nem domínio da escrita e leitura como bens sociais, na escola ou fora dela, e tenham sido a força de trabalho empregado na constituição de riquezas e na elevação de obras públicas. Ser privado deste acesso é, de fato, a perda de um instrumento imprescindível para uma presença significativa na convivência social contemporânea”. (CURY, 2000 *apud* MELO, 2006, p. 19)

Deste modo, para que a EJA seja verdadeiramente inclusiva, é essencial que os profissionais envolvidos levem em conta aspectos como a jornada de trabalho dos estudantes, que costuma ser de, pelo menos, 8 horas diárias, resultando em fadiga durante as aulas. Além disso, é preciso considerar a dificuldade que muitos enfrentam para frequentar, regularmente, as aulas ao longo do ano letivo ou para chegar no horário estabelecido pela instituição escolar (MELO, 2006, p. 21).

“Na realidade, os que abandonam a escola o fazem por diversos fatores, de ordem social, econômica principalmente, que, em geral, extrapolam as paredes da sala de aula e ultrapassam os muros da escola. Deixam a escola para trabalhar; deixam a escola porque as condições de acesso ou de segurança são precárias; deixam a escola porque os horários e as exigências são incompatíveis com as responsabilidades que se viram obrigados a assumir. Deixam a escola porque não há vagas, não tem professor, não tem material. Deixam a escola, sobretudo, porque não consideram que a formação escolar seja assim tão relevante que justifique enfrentar toda essa gama de obstáculos à sua permanência ali” (FONSECA, 2002, p. 32 *apud* MELO, 2006, p. 21).

Nesse sentido, é fundamental estabelecer um vínculo de confiança entre os alunos e o professor. Para oferecer atividades relevantes no Processo de Alfabetização de Jovens e Adultos, é imprescindível a constante busca por métodos e práticas pedagógicas alinhadas à realidade cultural dos estudantes, garantindo que os resultados obtidos estejam em consonância com os objetivos propostos (SILVA et al., 2012). A Proposta Curricular (2001, p. 15) aponta que:

“Um princípio pedagógico já bastante assimilado entre os que se dedicam à educação básica de adultos é o da incorporação da cultura e da realidade vivencial dos educandos como conteúdo ou ponto de partida da prática educativa” (SILVA et al., 2012).

Na Educação de Jovens e Adultos, a inadequação de um ensino que não transforme a forma como os alunos percebem e interagem com o mundo, torna-se ainda mais evidente. Diante dos desafios enfrentados no ambiente escolar, o processo de ensino e aprendizagem voltado à alfabetização desse público, conforme evidenciado nesta pesquisa, parte do conhecimento prévio, da realidade e das necessidades dos estudantes, muitos dos quais não tiveram a oportunidade de estudar na idade escolar considerada regular, devido a diversos fatores (SILVA et al., 2012).

No entanto, por outro lado, a EJA já obteve diversas conquistas, como o direito a continuidade aos estudos na idade adequada, porém é fundamental que os professores reflitam sobre sua prática e busquem, continuamente, metodologias que garantam um ensino capaz de proporcionar aprendizagens significativas aos alunos. Esse compromisso é essencial para que essa modalidade educacional atinja, plenamente, seus objetivos (SILVA et al., 2012).

É notório que, a EJA é uma modalidade de ensino que vai além da simples transmissão de conhecimentos, pois envolve aspectos sociais e culturais que impactam, diretamente, o processo educativo. Durante muito tempo, essa forma de ensino esteve restrita à alfabetização, vista apenas como a capacidade de ler e escrever. No entanto, o professor que atua com esse público precisa ter uma visão crítica e ampliada sobre sua prática pedagógica, considerando, não apenas a dinâmica da sala de aula, mas também o contexto escolar e social em que está inserido (STRELHOW, 2010).

É fundamental à prática docente deste profissional que ele reconheça e valorize as vivências dos alunos, compreendendo que eles possuem um conhecimento próprio, adquirido no cotidiano, muitas vezes negligenciado pelo ambiente escolar. Além disso, a busca pela escolarização, por parte desses estudantes, reflete o desejo de se integrarem plenamente, à sociedade letrada, superando as limitações impostas pela falta de domínio da leitura e da escrita (STRELHOW, 2010).

Outrossim, ao considerar as particularidades dos jovens e adultos como aprendizes sob a ótica da Psicologia, Oliveira (1999 *apud* Pierro, 2005) ponderou que a relativa homogeneidade social dos estudantes (a maioria dos quais são migrantes rurais adultos de baixa renda que, no meio urbano, desempenham ocupações não-qualificadas, ou jovens urbanos pobres, ambos excluídos da escola) não sustenta abstrações universalistas, assinalando que a educação desse público deve ser compreendida a partir de sua especificidade cultural.

Sob a perspectiva histórico-cultural, entende-se que as práticas culturais desempenham um papel essencial na formação do psiquismo, tornando a heterogeneidade uma consequência natural desse processo. Dessa forma, o ensino voltado para essa modalidade precisa reconhecer e respeitar as diversas experiências de vida dos estudantes, integrando-as ao processo educativo de maneira significativa (PIERRO, 2005).

Contudo, revisões da literatura sobre a Educação de Jovens e Adultos no Brasil apontam que, até a década de 1990, grande parte das pesquisas na área tratava os sujeitos de aprendizagem de forma homogênea, desconsiderando sua diversidade e, apagando suas identidades distintas — sejam elas de classe, geração, gênero, etnia, cultura ou território — ao reduzi-los à categoria genérica de “alunos” (Haddad, 1987, 2002 *apud* Pierro, 2005).

A Educação de Jovens e Adultos vai além da escolarização tradicional, configurando-se como um campo de práticas e reflexões que extrapola os limites da escola formal. Isso ocorre, em primeiro lugar, porque envolve diferentes processos formativos, incluindo iniciativas voltadas à qualificação profissional, ao desenvolvimento comunitário, à formação política e a diversas questões culturais que ocorrem fora do ambiente escolar.

Além disso, mesmo quando se trata da escolarização propriamente dita, o modelo tradicional, com sua organização rígida de tempos e espaços, revela-se inadequado. Assim, esse campo pedagógico, situado na interseção de diferentes saberes e práticas, apresenta-se como um espaço propício para inovações, tanto teóricas quanto metodológicas (PIERRO; JOIA; RIBEIRO, 2001, p. 58–77). Rosa Maria Torres pontua:

Tudo isso é preocupante não só pelo abandono educativo de jovens e adultos enquanto tais, mas também pela visão estreita que tal descuido revela em relação à própria meta (considerada prioritária) da universalização da educação primária infantil. Deixar de lado a educação de adultos é ignorar mais uma vez o ponto de vista da demanda educativa, a importância da família como suporte fundamental para o bem estar e a aprendizagem infantil, e, em última instância, como fator relevante nas condições de aprendizagem no meio escolar. Educar os adultos-pais e mães de família e os adultos-comunidade é indispensável para o alcance da própria Educação Básica para Todas as Crianças, e educar os adultos professores é condição sine qua nom para expandir e melhorar as condições de ensino (TORRES, 1999, p. 20 *apud* Pierro, Joia e Ribeiro, 2001).

Vê-se então que, para garantir uma alfabetização funcional sólida, é essencial reconhecer que a formação de indivíduos letrados requer um tempo de escolarização mais extenso. Pesquisas indicam que a plena utilização da linguagem escrita envolve, não apenas a habilidade de ler e escrever, mas também, a capacidade de expressar ideias, buscar informações, planejar ações e adquirir novos conhecimentos (RIBEIRO, 1999 *apud* Pierro, Joia e Ribeiro, 2001).

Além disso, os desafios educacionais são cada vez mais complexos, seja pela necessidade de uma qualificação profissional mais exigente, pela exclusão e seletividade do mercado de trabalho ou pelas particularidades culturais e sociais de distintos grupos etários, de gênero, étnico-raciais, econômicos, religiosos e ocupacionais. Diante dessa diversidade, surge a questão: como garantir, de maneira equitativa, o direito fundamental à educação, sem comprometer a qualidade diante de tantas demandas distintas? (PIERRO; JOIA; RIBEIRO, 2001, p. 58–77)

Ressalta-se ainda que, um ponto crucial é superar a visão de que o aprendizado deve ocorrer, exclusivamente, na infância e adolescência ou que a Educação de Jovens e Adultos (EJA) serve apenas para recuperar a escolarização que não foi concluída no tempo convencional. A realidade mostra que o aprendizado pode acontecer ao longo de toda a vida e que, em um cenário de constantes transformações econômicas, tecnológicas e socioculturais, a atualização de conhecimentos é indispensável para todas as idades. Assim, a educação deve ser compreendida dentro de uma perspectiva contínua, na qual a EJA não apenas supre lacunas do passado, mas também atende às necessidades educacionais presentes e futuras de seus participantes. E por isso, como essas demandas são dinâmicas e variadas, as políticas voltadas à Formação de Jovens

e Adultos precisam ser abrangentes, flexíveis e adaptáveis (PIERRO; JOIA; RIBEIRO, 2001, p. 58–77).

Isso não implica replicar na EJA o modelo convencional da Educação Básica voltada à crianças e adolescentes. Pelo contrário, experiências internacionais sugerem que é fundamental flexibilizar currículos, metodologias e formas de ensino, incorporando tanto a formação geral quanto a qualificação profissional. Além disso, é essencial reconhecer e valorizar aprendizagens formais e informais, combinando modalidades presenciais e a distância, permitindo que os estudantes construam percursos formativos diversos e obtenham certificações de acordo com suas trajetórias individuais (PIERRO; JOIA; RIBEIRO, 2001, p. 58–77).

Até esse momento, a discussão circunscreveu e problematizou a EJA no contexto educacional brasileiro, tratando das especificidades deste público alvo que é o foco deste trabalho. Na próxima seção será apresentada a realidade do ensino e da aprendizagem da Geometria Espacial.

2.2 GEOMETRIA ESPACIAL E SUA APRENDIZAGEM

Ao introduzir o estudo da Geometria Espacial no contexto da sala de aula, geralmente se estabelece uma relação imediata com os sólidos geométricos e suas características. Dessa forma, este trabalho busca explorar esses elementos e compreender como os alunos da EJA percebem visualmente os conceitos-chave.

Primeiramente, é necessário realizar um tratamento matemático sobre os polígonos planos e, em seguida, de forma contínua, aprofundar o estudo dos poliedros, abordando o tema de maneira formal (RIBEIRO, 2015, p. 14).

Nesta perspectiva, entende-se um polígono como uma figura geométrica plana formada pela união de um número finito de segmentos de reta consecutivos, de modo que cada um deles se encontre com o próximo apenas em suas extremidades, e que o último segmento se conecte ao primeiro, delimitando assim uma linha poligonal fechada. As extremidades dos segmentos são denominadas vértices, e cada um dos segmentos que os unem é chamado de lado. Por exemplo, ao considerarmos três vértices distintos A, B e C, a união dos segmentos \overline{AB} , \overline{BC} e \overline{CA} forma um polígono de três lados, denominado triângulo. O triângulo é o caso mais simples dessa classe de figuras planas. Na Figura 4 têm-se a representação de um triângulo ABC qualquer (REIS et al., 2013, p. 4).

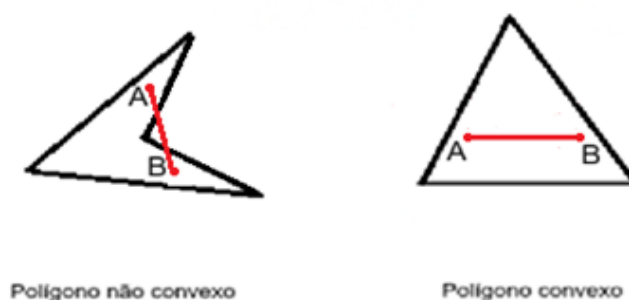
Figura 4 – Triângulo



Fonte: Elaboração do autor.

Em continuidade, Barbosa (2012, p. 22) denota-se polígono em duas etapas, primeiro uma figura poligonal, para então, em segundo momento descrever o polígono. Tem-se que: “Uma poligonal é uma figura formada por uma sequência de pontos A_1, A_2, \dots, A_n e pelos segmentos $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{n-1}A_n$. Os pontos são os vértices da poligonal e os segmentos são os seus lados” (BARBOSA, 2012, p. 22). Em seguida admite que, “um polígono é uma poligonal em que as seguintes 3 condições são satisfeitas: a) $A_n = A_1$, b) os lados da poligonal se interceptam somente em suas extremidades e c) dois lados com a mesma extremidade não pertencem a uma mesma reta” (BARBOSA, 2012, p. 22). Com base nas conceituações elaboradas por Barbosa, polígonos podem ser representados como na Figura 5:

Figura 5 – Polígonos



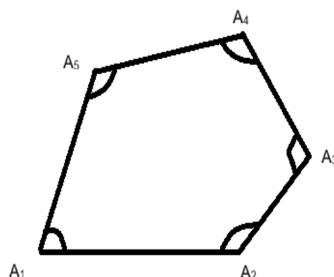
Fonte: Elaboração do autor.

De forma mais precisa, Muniz Neto (2013) em seu livro de Geometria, assim define polígono:

Sejam $n \geq 3$ um n° natural e A_1, A_2, \dots, A_n pontos distintos do plano. Dizemos que $A_1A_2 \dots A_n$ é um polígono (convexo) se, para $1 \leq i \leq n$, a reta A_iA_{i+n} não contém nenhum outro ponto A_j , mas deixa todos eles em um mesmo semiplano, dentre os que ela determina (aqui e no que segue, $A_0 = A_n, A_{n+1} = A_1$ e $A_{n+2} = A_2$) (NETO, 2013, p. 18–19).

Considerando a definição de Muniz Neto de polígonos, pode-se representar o mesmo como na Figura 6:

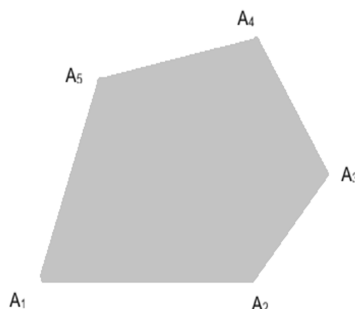
Figura 6 – Polígono convexo de cinco vértices (e lado)



Fonte: Elaboração do autor.

Na Figura 7 pode ser observada, a representação da região poligonal do mesmo polígono definido por Muniz Neto (2013) anteriormente.

Figura 7 – Região poligonal correspondente ao polígono da Figura 6



Fonte: Elaboração do autor.

Didaticamente, uma vez que o conceito de polígono esteja bem consolidado, a definição de superfície poliédrica limitada convexa se torna de fácil compreensão, a saber:

Superfície poliédrica limitada convexa é a reunião de um número finito de polígonos planos e convexos (ou regiões poligonais convexas), tais que: a) dois polígonos não estão num mesmo plano; b) cada lado de polígono não está em mais que dois polígonos; c) havendo lados de polígonos que estão em um só polígono, eles devem formar uma única poligonal fechada, plana ou não, chamada contorno; d) o plano de cada polígono deixa os demais num mesmo semi-espaco (condição de convexidade). (DOLCE; POMPEO, 2005, p. 123).

Dentro desse mesmo raciocínio, a noção de convexidade também se estende aos poliedros, que podem ser classificados em convexos ou não convexos, seguindo a mesma lógica apresentada para os polígonos. Por outro lado, a intersecção de um número finito de semiplanos forma uma região sólida convexa.

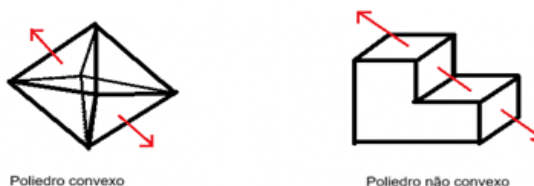
Este estudo limita-se à investigação dos Poliedros Convexos, considerando-os suficientes para representar o escopo geométrico pretendido. Por essa via, Osvaldo Dolce (2005, p. 124) assim define poliedro convexo como:

Consideramos um número finito n , ($n \geq 4$) de polígonos planos convexos (ou regiões poligonais convexas) tais que:

- Dois polígonos não estão num mesmo plano;
 - Cada lado de polígono é comum a dois e somente dois polígonos;
 - O plano de cada polígono deixa os demais polígonos num mesmo semiespaço.
- (DOLCE; POMPEO, 2005, p. 124).

A Figura 8 mostra então a representação de Poliedro com base na conceituação de Poliedro elaborada por Dolce (2005):

Figura 8 – Poliedro



Fonte: Elaboração do autor.

Em outras palavras é possível afirmar que “um poliedro é convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo dois pontos” (LIMA, 2006, p. 257 *apud* Ribeiro, 2015, p. 15).

A partir das definições propriamente consolidadas, para incorporar o ensino ao conhecimento do aluno é preciso entrelaçar o estudo junto com a percepção espacial detectada.

A importância da definição do conteúdo em Geometria Espacial, como foi feito, é fundamental para o ensino-aprendizagem, uma vez que, a aprendizagem “[...] ocorre por meio de ciclos realidade-reflexão-ação-realidade” (D’AMBRÓSIO, 1986, p. 49 *apud* Schröetter, Stahl e Domingues, 2016). O aluno, enquanto parte do meio sociocultural em que vive, observa e interpreta a realidade ao seu redor. Ao receber diferentes informações sobre uma situação, ele reflete, formula hipóteses e constrói conceitos que o ajudam a compreender melhor esse contexto, interagindo ativamente com ele.

Assim, ao se trabalhar a construção dos sólidos geométricos, os alunos têm a oportunidade de visualizar e manipular as formas, processando as informações de maneira mais concreta. Esse contato direto favorece a análise e a reflexão, transformando a experiência em um processo significativo de construção do conhecimento (SCHRÖETTER; STAHL; DOMINGUES, 2016).

Na concepção de Duval (2003), a aprendizagem em Matemática exige que o aluno diferencie o objeto matemático de suas formas de representação, chamadas de registros semióticos. Para compreender um conceito é necessário relacionar ao menos dois desses registros, como gráficos, diagramas, figuras ou expressões algébricas. Essas representações possibilitam diferentes formas de pensar o mesmo objeto, favorecendo a construção do conhecimento (SCHRÖETTER; STAHL; DOMINGUES, 2016).

As concepções de Duval sobre as atividades cognitivas na construção de conceitos de Geometria Espacial, podem ser pensadas como no Quadro 2.1:

Quadro 2.1 – Atividades cognitivas

Formação de uma representação identificável	Tratamento de um registro de representação	Conversão de um registro de representação
Ocorre quando é possível reconhecer o objeto matemático que representa. Permite que a pessoa que se depara com ela, selecione as características e os dados do conteúdo que está sendo representado.	São transformações de representações dentro de um mesmo registro.	Corresponde a transformações de representações onde há mudança de sistemas de registros, conservando o objeto estudado.

Fonte: [Duval \(2012\)](#).

Neste contexto então, tem-se que a atividade cognitiva em Geometria exige mais conhecimento do que em outras áreas, de modo que, abordagens discursivas e figurais, de forma simultânea e interativa, são essenciais para a compreensão ([SCHRÖETTER; STAHL; DOMINGUES, 2016](#)).

De certa forma, com o objetivo de dirimir os contratempos resultados pela dificuldade cognitiva, uma linha didática seria reconhecer as habilidades ligadas à visualização e, aprimorá-las a partir de elaboração de estratégias pedagógicas. Assim, COSTA (2002) propôs a habilidade da visualização em duas etapas: uma que consiste na capacidade de interpretar informação figural e a outra, que é a capacidade de processamento visual de figuras. Por conseguinte, a capacidade de interpretar informação figural está ligada ao “vocabulário geométrico”, isto é, ler e interpretar imagens visuais. Neste sentido, a capacidade de processamento visual de figuras corresponde na habilidade de manipular e transformar imagens mentais e compreender a partir de relações abstratas e de informação não-figural ([BAIRRAL; SETTIMY, 2020](#), p. 180).

2.3 RECURSOS DIDÁTICOS: GEOGEBRA 3D E REALIDADE AUMENTADA

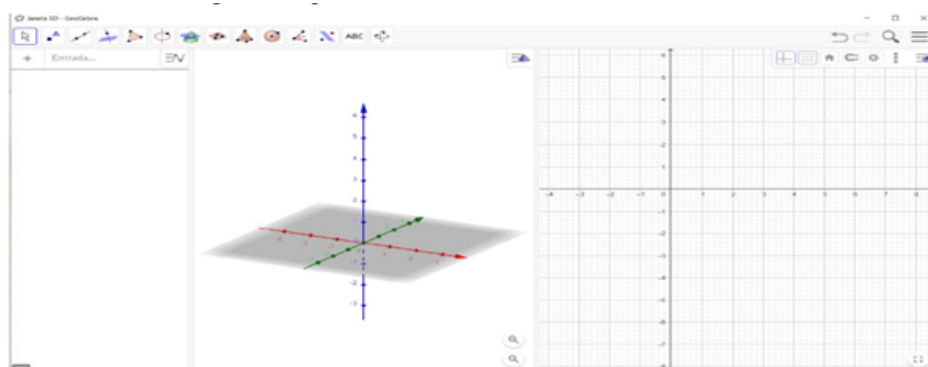
Frente ao exposto, é inevitável notar que as Tecnologias Digitais invadiram as salas de aulas, principalmente em relação à Didática dos conteúdos. Segundo Dullius (2012, p. 113), “[...] é muito fácil encontrar softwares e aplicativos com as mais variadas funções e que permitem ao ser humano experimentar com as Tecnologias situações que, dificilmente, vivenciaríamos sem elas” (DULLIUS, 2012, p. 113 *apud* [Scalabrin e Mussato, 2019](#), p. 89). Dessa maneira, diante dessa facilidade tecnológica e de acordo com os Projetos pensados na Unidade Escolar, se faz necessário utilizar e investigar as contribuições no âmbito da Geometria Espacial, a saber, com apoio do GeoGebra 3D e RA (Realidade aumentada).

No tocante ao GeoGebra 3D, trata-se de um software livre com possibilidade de criação de pontos, retas, planos, prismas, pirâmides, cones, cilindros entre outras diversas criações de sólidos espaciais. É um programa dinâmico capaz de propiciar o manuseio dos objetos em seus mais variados ângulos enriquecendo, pois, o conhecimento da visualização geométrica ([SCALABRIN; MUSSATO, 2019](#), p. 90).

De forma dinâmica, o GeoGebra 3D é composto por duas janelas principais. Uma está relacionada ao modelo 2D, ao passo que, a outra está relacionada ao modelo 3D, conforme

mostra o esquema da Figura 9 a seguir (BORSOI, 2017):

Figura 9 – Janela do Geogebra 3D



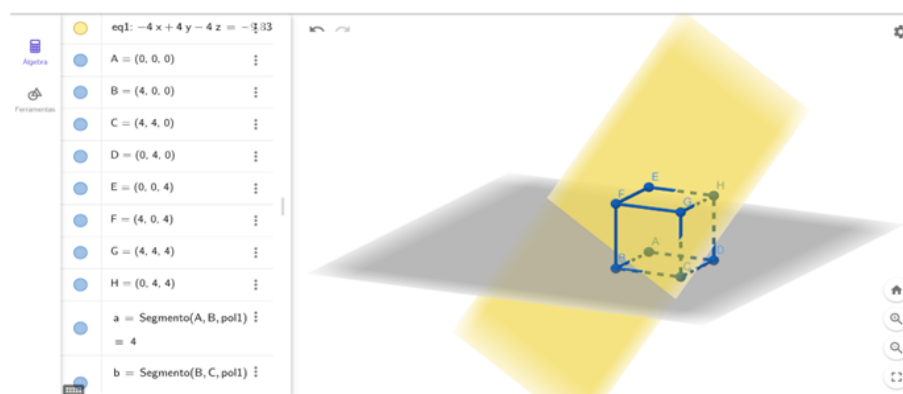
Fonte: Elaboração do autor.

O que se discute aqui é que trabalhar com sólidos geométricos fica mais perceptível e simplificado trabalhar com esse recurso do que no quadro, em modelo 2D. Um exemplo disso pode ser visto em Borsoi (2016) no trabalho que fez um experimento em que construiu os conceitos da Geometria Espacial por meio do GeoGebra 3D, em uma sequência didática no 3º ano Ensino Médio, de forma a alcançar resultados satisfatórios, ofertando aos alunos a oportunidade dinâmica e investigativa diante das figuras espaciais. Salienta ainda que, isso ajudou em desenvolvimento de imagens mentais e habilidades espaciais (BORSOI, 2016, s.p. *apud* Paula, 2020, p. 9).

No mesmo contexto, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) apontam as potencialidades do uso da Geometria Dinâmica para a aprendizagem, sendo essas ferramentas tecnológicas essenciais para facilitar a exploração dos conceitos geométricos, conforme modelo de construção e visualização (PAULA, 2020, p. 10).

Frente ao uso Tecnológico e Digital, tem-se um exemplo sobre visualização geométrica de um cubo sendo seccionado por um plano utilizando o Geogebra 3D, conforme Figura 10:

Figura 10 – Sólido geométrico em 3D pelo Geogebra 3D



Fonte: Elaboração do autor.

Outrossim, Gravina (2015) complementa que a manipulação de figuras dinâmicas possui expressão do componente figural, uma vez que o desenho estático e imóvel não traz o enriquecimento do “desenho em movimento” (manipulável). Nessa linha, objetos em 3D dinâmicos, em que se pode rotacionar a construção realizada e obter outros ângulos visuais favorece a imagem mental e a visualização geométrica (BORSOI, 2017).

Em virtude da dinamicidade da Tecnologia, a simples aula tradicional apenas já não traz as descobertas e nem a atenção devida dos alunos no cotidiano. Assim, as diversas formas de abordagem do conteúdo tem sido um recurso importante, e é nesse ponto que o GeoGebra 3D e a RA entram em ação. A própria conveniência dos alunos usarem os aplicativos para o próprio conhecimento é fator que os chamam atenção ao conteúdo, principalmente, pela razão da participação ativa da construção do conhecimento (PAULA, 2020, p. 11).

Tendo em vista que os educandos vivem em contato com o “novo”, o “diferente” e o “motivador”, torna-se necessário que esses recursos também sejam utilizados nas aulas de matemática e que exerçam certa influência na forma de condução do trabalho docente, com o propósito de assumir um novo sentido e colaborar para diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem esta disciplina. (SOUZA, 2014, p.7 *apud* Paula, 2020, p.11)

Para Buriol, Macedo e Silva (2016) a aula se torna atraente no momento em que utiliza a computação gráfica e dispositivos móveis no estudo da Geometria Espacial. No entanto, o grande obstáculo é sintonizar a Didática Pedagógica com as Tecnologias Digitais durante o processo de conhecimento na sala de aula (PAULA, 2020, p. 12).

É possível que as aulas de matemática se tornem cada vez mais interessantes e atrativas aos alunos com o auxílio da tecnologia, desde que as ferramentas tecnológicas sejam utilizadas em prol do conhecimento do educando, e não simplesmente como distração, porém, para que esse fenômeno aconteça, faz-se necessário algumas mudanças nos paradigmas atuais vigentes, nos quais as aulas ministradas sejam cuidadosamente elaboradas como forma de desafio ou algum tipo de experiência de aprendizado profundo dos alunos, para que esses se sintam parte integrante das aulas no processo de construção do conhecimento (BELTRÃO, VITOR, BARBOSA, 2017, p. 140 *apud* Scalabrin e Mussato, 2019, p. 91).

Dessa forma, entrelaçar o currículo e a Tecnologia Digital poderá conduzir transformações significativas no conhecimento-aprendizagem, bem como um olhar diferenciado nas diretrizes de ensino e didáticas docentes (BORBA, PENTEADO, 2017, s.p. *apud* Scalabrin e Mussato, 2019, p. 91). Ademais, observa-se que o uso das Tecnologias Digitais pode trazer importantes contribuições ao processo de ensino. A utilização de softwares educativos, por exemplo, possibilita otimizar o tempo de elaboração das construções geométricas, incentivar a experimentação e facilitar a criação de figuras complexas. Além disso, permite desenvolver conjecturas e simular situações que dificilmente poderiam ser exploradas por meio de recursos tradicionais, como o lápis e o papel (SCALABRIN; MUSSATO, 2019, p. 91).

No que tange a utilização de RA na aprendizagem de Geometria Espacial, é de fundamental importância, uma vez que contribui positivamente para formação do professor, para visualização

de sólidos geométricos e para o desenvolvimento do pensamento geométrico. O recurso da RA traz os mesmos benefícios do GeoGebra 3D supramencionado, e de maneira igualitária é mais uma ferramenta da Tecnologia Digital. A propósito, Van Hiele (1986) afirma:

“[...] Que o raciocínio dos alunos passa por uma série de níveis sequenciais e ordenados, e nesse caso é importante utilizar objetos manipuláveis que favoreça a construção do conhecimento geométrico e este por meio de atividades experimentais, o que vem ao encontro deste projeto em trabalhar com o GeoGebra nesse processo de experimentação e construções de sólidos para favorecer a visualização de seus respectivos elementos” (VAN HIELE, 1986, s.p. *apud* Soares, 2022, p. 36).

Corroborando esta ideia, Pais (2000, p. 2) defende que “os materiais manipuláveis contribuem para a compreensão dos conceitos geométricos”, dando ênfase ao trabalho do GeoGebra 3D e RA dentro da sala de aula, pois ainda são capazes de “fazer a mediação e facilitar a relação professor, aluno e o conhecimento no momento de elaboração do saber” (PAIS, 2000, p. 3 *apud* Soares, 2022, p. 36).

Pensando nesta perspectiva, a RA pode transformar as relações no ambiente de ensino, oferecendo novas formas de resolver problemas e de explorar o aprendizado. Por meio dela, alunos e professores interagem de maneira mais dinâmica, facilitando a comunicação e ampliando as oportunidades de construir conhecimento de forma colaborativa. Essa tecnologia mistura o real e o virtual através de dispositivos digitais, permitindo simulações que tornam o conteúdo mais interessante e acessível. Dessa forma, a RA se destaca como uma ferramenta que integra as Tecnologias Digitais à Prática Pedagógica, tornando o aprendizado mais envolvente e significativo (SOARES, 2022, p. 36).

“A RA é uma tecnologia que “mistura elementos da Realidade Virtual (RV) com elementos mundanos, ou seja, objetos e cenários que podemos perceber a nossa volta, em nossa dimensão mundana” (BULLA; ROSA, 2017, p. 297). Com isso, permite que objetos construídos virtualmente por meio de dispositivos móveis – smartphones ou tablets – possam ser projetados no ambiente físico pela pessoa que segura o aparelho nas mãos, sendo vistos como se estivessem coexistindo com os objetos físicos” (BATISTA; PAULO; EUFRASIO, 2023, p. 101).

Outrossim, a Tecnologia RA, segundo os autores Bulla e Rosa (2017, p.301), favorece a construção do conhecimento do aluno, já que trata a Geometria por meio de “projeção, implementação e avaliação, potencializando, pois, a produção do conhecimento da matemática”, o que não pode ser feito de forma aleatória (BATISTA; PAULO; EUFRASIO, 2023, p. 103–104).

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

O processo de pesquisa desta dissertação foi desenvolvido no âmbito da modalidade de Ensino Educação de Jovens e Adolescentes (EJA) na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cândida Póvoa, na cidade de Apiacá/ES, durante o segundo semestre letivo 2024/2.

A metodologia foi desenvolvida da seguinte forma:

Inicialmente, foram ministradas 3 aulas com uma duração de 60 minutos cada, no período de uma semana.

A pesquisa ainda contou com um questionário inicial com duração de cerca de 10 min, a partir do qual os alunos responderam, por escrito e individualmente, a 7 perguntas.

Num segundo momento, foi ministrado a aula propriamente dita, de forma expositiva, porém com auxílio de recurso digital. O professor pesquisador conduziu as explicações e, de forma interativa motivou os alunos a utilizarem o GeoGebra 3D e o recurso da Realidade aumentada (RA), estimulando as interações: aluno - aluno e aluno - material didático.

Com objetivo de avaliar o processo e o impacto dos recursos utilizados, foi aplicado um questionário final aos alunos. Foram questões objetivas que pretendiam comportar como a avaliação da atividade, e logo após, por meio de perguntas norteadoras, os alunos expressaram livremente, do seu ponto de vista, os pontos positivos e os negativos com relação à atividade realizada.

3.1 METODOLOGIAS DAS AULAS

Dando início a aplicação prática da pesquisa, embora não tivessem todos os alunos presentes, não houve impacto no resultado final da pesquisa. Notou-se que segundo a chamada do mês (e ao longo do semestre da EJA) que tais alunos já haviam abandonado o curso. Vale salientar que alguns alunos chegaram atrasado mas embora tiveram o registro de falta, ainda participaram da aplicação aos instrumentos da pesquisa.

A participação dos alunos que participaram das etapas da pesquisa podem ser verificadas a partir das anotações no diário, como mostra a Figura [11](#).

Figura 11 – Diário

Nº	Aluno	Dias de atividade												F	FJ						
		01	02	02	04	08	09	09	11	16	18	22	23			25	29	30	30		
1	A1	F	F	F	F	.	.	.	F	F	F	F	F	.	F	F	F	F		0	13
2	A2	F	F	.	.	.	2	0
3	A3	F	1	0
4	A4	F	.	.	.	F	F	F	.	.	.	F	.	.	.	5	0
5	A5	0	0
6	A6	F	F	F	F	F	2	3
7	A7	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	18	0
8	A8	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	18	0
9	A9	.	F	F	F	F	F	F	.	.	.	6	0
10	A10	F	F	F	F	.	.	.	F	.	.	.	F	F	F	F	F	F	F	12	0
11	A11	.	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	17	0
12	A12	.	F	F	.	F	F	F	F	F	3	3
REPLICAR PARA TODOS		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		

Fonte: Elaboração do autor.

Dessa forma, os alunos responderam ao primeiro questionário, conforme mostra o Apêndice C. Na sequência, estão apresentadas algumas respostas do questionário diagnóstico aos alunos da turma da 3ª etapa da EJA, com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos participantes acerca da Geometria Espacial, bem como suas percepções sobre o uso de recursos tecnológicos no ensino da matemática.

O instrumento foi respondido de forma individual e escrito pelos estudantes, contendo perguntas abertas e reflexivas relacionadas às experiências anteriores com o conteúdo, dificuldades de visualização de sólidos geométricos e expectativas quanto à utilização de ferramentas digitais no processo de aprendizagem. A seguir, apresentam-se alguns registros das respostas fornecidas pelos alunos, conforme Figura 12, Figura 13, Figura 14 e Figura 15, preservando-se suas identificações por meio de códigos, a fim de garantir o anonimato dos participantes da pesquisa.

Figura 12 – Aluna A12 (3^o etapa) – Questionário de entrada

A12

TEMA: Recursos didáticos no ensino da geometria espacial: visualização gráfica
 Mestrando: Emanuel Quintino Angelo
 Orientador: Luis Humberto Guillermo Felipe

APLICAÇÃO PRÁTICA

Questionário – 1 (antes da aplicação prática dos recursos didáticos)

1) Você já estudou geometria espacial anteriormente? Se sim, o que você mais lembra desse conteúdo?
 não

2) Você tem dificuldades em visualizar figuras geométricas tridimensionais (como cubos, pirâmides, esferas)? Explique.
 Sim, não posso ter algo que não seja uma pirâmide ou cubo.

3) Como você descreveria seu interesse em matemática, especialmente em geometria? (Marque de 1 a 5, sendo 1 = Pouco interesse e 5 = Muito interesse)
 4

4) Você já utilizou algum software ou recurso digital (como GeoGebra, realidade aumentada, etc.) para estudar matemática? Se sim, qual foi sua experiência?
 não

5) Qual você acha que seria o benefício de usar recursos tecnológicos, como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada, no aprendizado de geometria?
 Para não ter dúvidas e ter ajuda ao aprender coisas e ter mais experiência na matéria.

6) O que você acha que mais dificulta o aprendizado de geometria espacial? Como você costuma resolver problemas de geometria espacial? (Com base em fórmulas memorizadas, visualizações, ajuda de desenhos, etc.)
 Não desenha ajuda não posso

7) Quais suas expectativas para essa aula utilizando novas tecnologias, como GeoGebra 3D e Realidade Aumentada?
 aprender mais e ter ajuda na matéria

Fonte: Elaboração própria.

Figura 13 – Aluno A10 (3^o etapa) – Questionário de entrada

A10

TEMA: Recursos didáticos no ensino da geometria espacial: visualização gráfica
 Mestrando: Emanuel Quintino Angelo
 Orientador: Luis Humberto Guillermo Felipe

APLICAÇÃO PRÁTICA

Questionário – 1 (antes da aplicação prática dos recursos didáticos)

1) Você já estudou geometria espacial anteriormente? Se sim, o que você mais lembra desse conteúdo?
 não lembro

2) Você tem dificuldades em visualizar figuras geométricas tridimensionais (como cubos, pirâmides, esferas)? Explique.
 não

3) Como você descreveria seu interesse em matemática, especialmente em geometria? (Marque de 1 a 5, sendo 1 = Pouco interesse e 5 = Muito interesse)
 3

4) Você já utilizou algum software ou recurso digital (como GeoGebra, realidade aumentada, etc.) para estudar matemática? Se sim, qual foi sua experiência?
 não

5) Qual você acha que seria o benefício de usar recursos tecnológicos, como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada, no aprendizado de geometria?
 não fica mais fácil

6) O que você acha que mais dificulta o aprendizado de geometria espacial? Como você costuma resolver problemas de geometria espacial? (Com base em fórmulas memorizadas, visualizações, ajuda de desenhos, etc.)
 não a imagem é muito fundamental para a aprendizagem.

7) Quais suas expectativas para essa aula utilizando novas tecnologias, como GeoGebra 3D e Realidade Aumentada?
 fica bom.

Fonte: Elaboração própria.

Figura 14 – Aluna A9 (3º etapa) – Questionário de entrada

A9

TEMA: Recursos didáticos no ensino da geometria espacial: visualização gráfica
 Mestrando: Emanuel Quintino Angelo
 Orientador: Luis Humberto Guillermo Felipe

APLICAÇÃO PRÁTICA

Questionário - 1 (antes da aplicação prática dos recursos didáticos)

1) Você já estudou geometria espacial anteriormente? Se sim, o que você mais lembra desse conteúdo?
Não. Não lembro.

2) Você tem dificuldades em visualizar figuras geométricas tridimensionais (como cubos, pirâmides, esferas)? Explique.
Sim.

3) Como você descreveria seu interesse em matemática, especialmente em geometria? (Marque de 1 a 5, sendo 1 = Pouco interesse e 5 = Muito interesse)
3

4) Você já utilizou algum software ou recurso digital (como GeoGebra, realidade aumentada, etc.) para estudar matemática? Se sim, qual foi sua experiência?
Não.

5) Qual você acha que seria o benefício de usar recursos tecnológicos, como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada, no aprendizado de geometria?
Não sei.

6) O que você acha que mais dificulta o aprendizado de geometria espacial? Como você costuma resolver problemas de geometria espacial? (Com base em fórmulas memorizadas, visualizações, ajuda de desenhos, etc.)
Não lembro.

7) Quais suas expectativas para essa aula utilizando novas tecnologias, como GeoGebra 3D e Realidade Aumentada?
Não lembro.

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 15 – Aluno A2 (3º etapa) – Questionário de entrada

A2

TEMA: Recursos didáticos no ensino da geometria espacial: visualização gráfica
 Mestrando: Emanuel Quintino Angelo
 Orientador: Luis Humberto Guillermo Felipe

APLICAÇÃO PRÁTICA

Questionário - 1 (antes da aplicação prática dos recursos didáticos)

1) Você já estudou geometria espacial anteriormente? Se sim, o que você mais lembra desse conteúdo?
sim, as figuras, como calcular as áreas planimétricas.

2) Você tem dificuldades em visualizar figuras geométricas tridimensionais (como cubos, pirâmides, esferas)? Explique.
sim, não consigo lembrar as diferenças entre as planimétricas.

3) Como você descreveria seu interesse em matemática, especialmente em geometria? (Marque de 1 a 5, sendo 1 = Pouco interesse e 5 = Muito interesse)
3 = um pouco interessado

4) Você já utilizou algum software ou recurso digital (como GeoGebra, realidade aumentada, etc.) para estudar matemática? Se sim, qual foi sua experiência?
não

5) Qual você acha que seria o benefício de usar recursos tecnológicos, como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada, no aprendizado de geometria?
sem o tempo de desenhar e obter mais detalhes do

6) O que você acha que mais dificulta o aprendizado de geometria espacial? Como você costuma resolver problemas de geometria espacial? (Com base em fórmulas memorizadas, visualizações, ajuda de desenhos, etc.)
visualização de desenhos no quadro

7) Quais suas expectativas para essa aula utilizando novas tecnologias, como GeoGebra 3D e Realidade Aumentada?
o melhora no tempo e melhorar suas expectativas sobre a matéria

Fonte: Elaboração do autor.

Com o objetivo de sistematizar e apresentar de forma organizada as respostas obtidas no questionário diagnóstico aplicado antes da utilização dos recursos digitais, elaborou-se o Quadro 3.1, no qual são sintetizadas as percepções iniciais dos alunos acerca da Geometria Espacial. O quadro apresenta, de maneira consolidada, as principais tendências observadas nas respostas dos estudantes em relação aos sete questionamentos propostos, permitindo uma visão geral sobre seus conhecimentos prévios, dificuldades de visualização espacial e expectativas quanto ao uso de recursos tecnológicos no processo de aprendizagem.

Quadro 3.1 – Consolidação das respostas do questionário de entrada (Apêndice C)

Questionário – 1 (aplicação antes das aulas com recursos digitais)	Consolidação das respostas dos alunos
Pergunta 1	Grande maioria dos alunos não lembrava se estudou ou não Geometria Espacial. Os poucos alunos que lembravam remetiam o conteúdo das formas geométricas dos sólidos.
Pergunta 2	A maioria dos alunos responderam que tem dificuldade em visualização. Alguns responderam que não possuem dificuldade, mas não justificaram com clareza.
Pergunta 3	Em relação ao interesse sobre matemática na área da Geometria, a turma ficou bastante dividida variando as notas entre 1, 3 e 5.
Pergunta 4	Por unanimidade a resposta foi que não utilizaram ou nunca utilizaram Recurso Digital.
Pergunta 5	Não responderam com clareza, entretanto, a maioria acredita que irá ajudar no ensino da Geometria Espacial.
Pergunta 6	Grande maioria dos alunos acreditam que a visualização é um obstáculo para a aprendizagem da Geometria Espacial.
Pergunta 7	A expectativa é de melhora na aprendizagem e na resolução de problemas.

Fonte: Elaboração do autor.

A análise das respostas apresentadas no quadro evidencia que a maioria dos alunos possuía pouco ou nenhum contato recente com conteúdos de Geometria Espacial, o que se refletiu tanto na dificuldade de recordar conceitos previamente estudados quanto nas limitações relacionadas à visualização de figuras tridimensionais. Observou-se também que grande parte da turma reconheceu a visualização como um dos principais obstáculos para a compreensão desse conteúdo.

Outro aspecto relevante foi a constatação de que os estudantes, em sua maioria, nunca haviam utilizado recursos digitais para o estudo da Geometria, fato que reforça a importância da inserção de ferramentas tecnológicas no processo de ensino. Apesar dessas dificuldades iniciais, as respostas indicaram uma expectativa positiva por parte dos alunos em relação ao uso de recursos digitais, sugerindo que tais ferramentas poderiam contribuir para melhorar a compreensão dos sólidos geométricos e favorecer a aprendizagem dos conceitos envolvidos.

Ademais, aqueles que já haviam estudado algum tópico relacionado ao longo de sua trajetória escolar relataram que não tiveram contato com a Geometria Espacial por meio de metodologias que utilizassem Recursos Digitais. De modo geral, percebeu-se que os alunos demonstraram interesse moderado pelo conteúdo e por sua aplicação com o recurso didático

proposto, bem como apresentaram certa limitação na visualização das figuras geométricas e na compreensão de suas fórmulas de cálculo, como, por exemplo, o cálculo de área total e volume. Observou-se, sobretudo, uma expectativa comum entre os alunos de que o uso de recursos visuais pudesse contribuir para melhorar a compreensão dos conceitos de geometria espacial.

Nesse contexto, as aulas foram realizadas de forma sequencial. A primeira aula foi dedicada ao uso do software GeoGebra 3D, enquanto a segunda abordou a utilização da Realidade Aumentada em três dimensões, por meio do aplicativo para celular “Sólidos RA”. Em consonância com a proposta da pesquisa, foi realizada uma atividade diagnóstica com o objetivo de verificar se os conteúdos relacionados à visualização dos sólidos geométricos haviam sido assimilados pelos alunos, conforme apresentado no Quadro 3.2.

Quadro 3.2 – Consolidação da Aprendizagem (Apêndice E)

Consolidação da Aprendizagem – Apêndice E	Respostas					Gabarito
	A	B	C	D	E	
Pergunta 1		1	2	1	3	E
Pergunta 2	7					A
Pergunta 3	1	4	1			A
Pergunta 4		3		3	1	A
Pergunta 5	3	3			2	A
Pergunta 6	1			4	2	E
Pergunta 7		3	3		1	E
Pergunta 8	2		2		3	E
Pergunta 9	5		1	1		A
Pergunta 10	5			1	1	E
Pergunta 11	1		4	2		C
Pergunta 12					7	C
Pergunta 13	1		1	4	1	B

Fonte: Elaboração do autor.

A análise do Quadro 3.2, referente à consolidação da aprendizagem após a aplicação das atividades propostas, evidencia o desempenho dos sete alunos participantes em relação às treze questões apresentadas. Observa-se que, em algumas questões, houve predominância de respostas alinhadas ao gabarito, indicando assimilação satisfatória de determinados conceitos trabalhados durante as aulas. Destaca-se, por exemplo, a Questão 2, cujo gabarito é a alternativa A, assinalada por todos os sete alunos, demonstrando domínio do conteúdo abordado. Situação semelhante ocorreu na Questão 12, cujo gabarito corresponde à alternativa C, também marcada por todos os participantes.

Em outras questões, como as de número 1, 6, 7, 8 e 10, cujos gabaritos correspondem à alternativa E, observou-se uma distribuição mais diversificada das respostas, embora parte dos alunos tenha indicado corretamente a alternativa esperada. Já nas Questões 3, 4, 5, 9 e 11, percebe-se certa variação entre as alternativas escolhidas, o que pode indicar dificuldades pontuais na consolidação de alguns conceitos relacionados à visualização e interpretação das propriedades dos sólidos geométricos. Ainda assim, de maneira geral, os resultados apresentados sugerem

avanços no processo de aprendizagem dos alunos, evidenciando que as atividades desenvolvidas com o apoio de recursos digitais contribuíram para a compreensão de conteúdos da Geometria Espacial, mesmo que algumas questões ainda revelem a necessidade de aprofundamento e retomada de determinados tópicos.

Apesar disso, os alunos demonstraram comprometimento e realizaram a atividade de acordo com as propostas desenvolvidas nas aulas com o GeoGebra 3D e com o recurso de Realidade Aumentada. Posteriormente, foi aplicado um segundo questionário, contendo perguntas norteadoras com o objetivo de avaliar o grau de aceitação e satisfação dos alunos em relação à metodologia utilizada no ensino de Geometria Espacial, conforme apresentado no Apêndice **D**.

A seguir, apresentam-se algumas respostas dos alunos obtidas a partir da aplicação do segundo questionário, conforme Figura **16**, Figura **17** e Figura **18**.

Figura 16 – Aluna A6 (3º etapa) – Questionário de saída

A6

TEMA: Recursos didáticos no ensino da geometria espacial: visualização gráfica
Mestrando: Emanuel Quintino Angelo
Orientador: Luis Humberto Guillermo Felipe

APLICAÇÃO PRÁTICA

Questionário - 2

1) Depois das aulas com o GeoGebra 3D e Realidade Aumentada, como você descreveria sua capacidade de visualizar e entender figuras geométricas tridimensionais?
Melhorar muito mais após a prática com o GeoGebra 3D e Realidade Aumentada. Não consigo visualizar as figuras tridimensionais antes da prática.

2) A utilização de recursos como o GeoGebra e Realidade Aumentada facilitou o entendimento de conceitos geométricos? Explique.
Sim, pois a utilização dos recursos me ajudou a entender melhor os conceitos geométricos, como a visualização das figuras tridimensionais e a compreensão das propriedades das figuras.

3) Quais foram os maiores desafios que você encontrou ao usar essas ferramentas tecnológicas nas aulas?
Não consigo visualizar as figuras tridimensionais antes da prática. Não consigo visualizar as figuras tridimensionais antes da prática.

4) Você sente que seu interesse em geometria aumentou após essa experiência? Por quê? (Marque de 1 a 5, sendo 1 = Não aumentou e 5 = Aumentou muito)
5, pois após a prática com o GeoGebra 3D e Realidade Aumentada, meu interesse em geometria aumentou muito. Não consigo visualizar as figuras tridimensionais antes da prática.

5) Quais atividades ou ferramentas você achou mais eficazes para entender melhor a geometria espacial? (Por exemplo, GeoGebra, realidade aumentada, atividades práticas, etc.)
Realidade aumentada e o GeoGebra 3D.

6) Em quais aspectos você acha que a aula poderia melhorar?
Em alguns pontos, como nos exercícios e nas atividades práticas.

7) A interação com os colegas e com os materiais ajudou no seu aprendizado? Explique como.
Sim, aprendemos de forma bem divertida e podemos ajudar os colegas com nossas dúvidas.

8) Você recomendaria o uso de ferramentas como GeoGebra e Realidade Aumentada para outras turmas? Por quê?
Sim, pois são ferramentas muito interessantes e ajudam a entender a geometria.

9) Expresse livremente, de seu ponto de vista, pontos positivos e negativos com relação à atividade realizada.
positiva! Que vai nos ajudar a muito
negativa: não tenho pontos negativos

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 17 – Aluna A12 (3º etapa) – Questionário de saída

A12

TEMA: Recursos didáticos no ensino da geometria espacial: visualização gráfica
 Mestrando: Emanuel Quintino Angelo
 Orientador: Luis Humberto Guillermo Felipe

APLICAÇÃO PRÁTICA

Questionário – 2

1) Depois das aulas com o GeoGebra 3D e Realidade Aumentada, como você descreveria sua capacidade de visualizar e entender figuras geométricas tridimensionais?
melhor, porque a atividade não parecia nada

2) A utilização de recursos como o GeoGebra e Realidade Aumentada facilitou o entendimento de conceitos geométricos? Explique.
Sim, porque antes eu não sabia nada agora eu sei um pouco

3) Quais foram os maiores desafios que você encontrou ao usar essas ferramentas tecnológicas nas aulas?
nenhuno

4) Você sente que seu interesse em geometria aumentou após essa experiência? Por quê? (Marque de 1 a 5, sendo 1 = Não aumentou e 5 = Aumentou muito)
5

5) Quais atividades ou ferramentas você achou mais eficazes para entender melhor a geometria espacial? (Por exemplo, GeoGebra, realidade aumentada, atividades práticas, etc.)
Se eu tivesse acesso a um computador e internet eu poderia melhorar

6) Em quais aspectos você acha que a aula poderia melhorar?
em todas as aulas é muito bom

7) A interação com os colegas e com os materiais ajudou no seu aprendizado? Explique como.
Sim, eu aprendo melhor quando tenho ajuda

8) Você recomendaria o uso de ferramentas como GeoGebra e Realidade Aumentada para outras turmas? Por quê?
Sim, porque são capazes de mostrar a geometria de uma maneira diferente

9) Expresse livremente, de seu ponto de vista, pontos positivos e negativos com relação à atividade realizada.
 Ponto positivo: é importante aprender mais a cada dia e isso me ajudou bastante.
 Ponto negativo: não tenho

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 18 – Aluno A5 (3º etapa) – Questionário de saída

A5

TEMA: Recursos didáticos no ensino da geometria espacial: visualização gráfica
 Mestrando: Emanuel Quintino Angelo
 Orientador: Luis Humberto Guillermo Felipe

APLICAÇÃO PRÁTICA

Questionário – 2

1) Depois das aulas com o GeoGebra 3D e Realidade Aumentada, como você descreveria sua capacidade de visualizar e entender figuras geométricas tridimensionais?
uma visualização muito mais interessante de figuras

2) A utilização de recursos como o GeoGebra e Realidade Aumentada facilitou o entendimento de conceitos geométricos? Explique.
Sim, não da mesma maneira que antes eu não sabia nada agora eu sei um pouco

3) Quais foram os maiores desafios que você encontrou ao usar essas ferramentas tecnológicas nas aulas?
Não houve nenhum desafio

4) Você sente que seu interesse em geometria aumentou após essa experiência? Por quê? (Marque de 1 a 5, sendo 1 = Não aumentou e 5 = Aumentou muito)
4

5) Quais atividades ou ferramentas você achou mais eficazes para entender melhor a geometria espacial? (Por exemplo, GeoGebra, realidade aumentada, atividades práticas, etc.)
sem atividades e atividades

6) Em quais aspectos você acha que a aula poderia melhorar?
GeoGebra e realidade aum

7) A interação com os colegas e com os materiais ajudou no seu aprendizado? Explique como.
Sim, isso faz uma coisa muito mais fácil de aprender as figuras

8) Você recomendaria o uso de ferramentas como GeoGebra e Realidade Aumentada para outras turmas? Por quê?
Sim, porque é uma coisa de demonstrar a geometria de uma maneira diferente

9) Expresse livremente, de seu ponto de vista, pontos positivos e negativos com relação à atividade realizada.
 Ponto positivo: usar ferramentas que facilitam muito a visualização de figuras.
 Ponto negativo: não tenho nenhum ponto negativo, mas é bom assim.

Fonte: Elaboração do autor.

Com o intuito de avaliar as percepções dos alunos após a realização das aulas com o uso de Recursos Digitais, foi aplicado um segundo questionário, caracterizado como questionário de saída (Apêndice **D**). Esse instrumento teve como objetivo identificar o grau de aceitação das metodologias empregadas, bem como verificar possíveis contribuições do uso do GeoGebra 3D e da Realidade Aumentada no processo de compreensão dos conteúdos de Geometria Espacial. As respostas obtidas foram organizadas e sintetizadas no Quadro **3.3**, no qual se apresenta a consolidação das percepções dos alunos a respeito da experiência vivenciada durante as atividades.

Quadro 3.3 – Consolidação das respostas do questionário de saída (Apêndice **D**)

Questionário – 2 (aplicação depois das aulas com recursos digitais)	Consolidação das respostas dos alunos
Pergunta 1	Em geral, os alunos notaram uma melhora na percepção e assimilação do conteúdo de Geometria Espacial.
Pergunta 2	Em sua maioria as respostas foram positivas no sentido em que ajudaram a compreender melhor a matéria.
Pergunta 3	Em termos de dificuldade, alguns alunos relataram que não tiveram, mas outros já tiveram dificuldade com o manuseio das ferramentas digitais.
Pergunta 4	Em termos de satisfação, no geral aumentou o interesse, entretanto, ainda há alguns alunos desinteressados.
Pergunta 5	Nesse quesito, o Recurso Digital Geogebra 3D foi mais bem aceito do que a Realidade Aumentada (RA).
Pergunta 6	Não houve muita clareza nos alunos que responderam que as aulas precisam melhorar, em contrapartida, os outros alunos ficaram satisfeito com a aula dada.
Pergunta 7	Resposta positiva por unanimidade, sentindo em que a interação foi positiva para aprendizagem.
Pergunta 8	Resposta positiva por unanimidade, os alunos indicam essa ferramenta como um Recurso Pedagógico.
Pergunta 9	Em síntese, os pontos positivos foram melhor compreensão da matéria e conteúdo proposto pela Geometria Espacial. Já os pontos negativos os alunos não especificaram.

Fonte: Elaboração do autor.

A análise das respostas apresentadas no Quadro **3.3** indica, de maneira geral, uma percepção positiva dos alunos em relação à utilização dos recursos digitais no ensino de Geometria Espacial. Conforme apontado nas respostas da Pergunta 1 e da Pergunta 2, os estudantes relataram melhora na percepção e assimilação dos conteúdos, além de reconhecerem que o uso das ferramentas digitais contribuiu para uma compreensão mais clara da matéria. Em relação às dificuldades encontradas (Pergunta 3), embora alguns alunos tenham relatado não ter enfrentado obstáculos significativos, outros apontaram certa dificuldade inicial no manuseio das ferramentas digitais, o que pode ser compreendido como um processo natural de adaptação a novas metodologias.

No que se refere ao interesse e satisfação (Pergunta 4), observou-se um aumento geral no engajamento, ainda que alguns estudantes tenham demonstrado menor interesse, aspecto comum em contextos educacionais diversos. Destaca-se também, na Pergunta 5, que o recurso GeoGebra 3D apresentou maior aceitação entre os alunos quando comparado à Realidade Aumentada, embora ambos tenham sido reconhecidos como ferramentas úteis no processo de aprendizagem. As respostas das Perguntas 7 e 8 reforçam essa percepção positiva, uma vez que os alunos indicaram, de forma unânime, que a interação proporcionada pelas atividades foi benéfica para a aprendizagem e que as ferramentas utilizadas podem ser consideradas recursos pedagógicos relevantes.

Por fim, conforme apontado na Pergunta 9, os principais pontos positivos mencionados pelos estudantes referem-se à melhoria na compreensão dos conteúdos e na forma de visualização

dos sólidos geométricos, enquanto os aspectos negativos não foram claramente especificados pelos participantes.

De maneira geral, a síntese das respostas indicou uma boa aceitação dos Recursos Didáticos Digitais utilizados nas aulas de Geometria Espacial. Além disso, os alunos apresentaram feedbacks mais claros sobre os conteúdos e as formas dos sólidos geométricos, demonstrando avanços na compreensão do tema. No que se refere à comparação entre os recursos utilizados, observou-se que o GeoGebra 3D apresentou maior aceitação em relação à Realidade Aumentada, embora ambos tenham contribuído positivamente para o processo de ensino e aprendizagem.

Em contrapartida, foram observadas algumas dificuldades na realização de atividades posteriores que exigiam a habilidade de desenhar figuras geométricas. Ainda assim, a capacidade de imaginação espacial e de identificação dos sólidos apresentou resultados bastante positivos, especialmente em exercícios que demandavam apenas esse tipo de habilidade.

No contexto da Educação de Jovens e Adultos (EJA), a aplicação dessas ferramentas mostrou-se particularmente relevante, favorecendo a rápida assimilação e identificação dos sólidos geométricos, além de estimular a imaginação dos estudantes. Cabe destacar que essa modalidade de ensino demanda Práticas Pedagógicas mais próximas da realidade dos alunos, uma vez que, por suas características específicas, os estudantes frequentemente necessitam de estratégias facilitadoras que contribuam para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos.

4 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E RESULTADOS

4.1 APLICAÇÃO DO RECURSO GEOGEBRA 3D

Durante a condução das aulas, também foi incentivada a participação ativa dos alunos, com perguntas direcionadas e reflexões feitas em grupo a respeito das formas geométricas observadas. Em alguns momentos, os próprios estudantes apontavam diferenças entre os sólidos apresentados, destacando características como número de faces ou tipo de base. Essa troca de saberes possibilitou uma construção coletiva do conhecimento, onde cada aluno, dentro do seu ritmo, contribuiu com observações relevantes. Além disso, com o auxílio do GeoGebra 3D, os alunos conseguiram manipular as figuras no ambiente virtual, o que gerou mais interesse e envolvimento. Ao visualizar a rotação dos sólidos em 3D, muitos conseguiram perceber aspectos antes ignorados, como a relação entre a base e as outras faces. Essa prática tornou-se um diferencial importante para o processo de ensino-aprendizagem.

Além disso, observou-se que os alunos demonstraram maior facilidade na identificação dos principais elementos dos sólidos geométricos, como base, altura e faces laterais, quando as figuras foram apresentadas em ambiente tridimensional. Ao contrário das representações feitas exclusivamente no quadro, que limitavam a percepção espacial, o uso do recurso digital proporcionou maior clareza visual. Os estudantes passaram a demonstrar maior segurança ao responder questionamentos e interpretar os sólidos, o que mostra uma evolução na apropriação do conteúdo. Embora os cálculos numéricos não tenham sido abordados nesta etapa, notou-se uma base mais sólida sendo construída, o que facilitará estudos futuros com fórmulas e medidas. A proposta de trabalhar com figuras em movimento e visualmente manipuláveis foi bem aceita pela turma.

Por fim, a aula foi encerrada com uma roda de conversa, na qual os alunos relataram suas experiências e destacaram os aspectos que mais chamaram a atenção durante a prática. Alguns registros e fotografias da aplicação das atividades com recursos digitais são apresentados conforme Figura 19 até a Figura 26.

Figura 19 – Aplicação GeoGebra Aula (i)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 20 – Aplicação GeoGebra Aula (ii)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 21 – Aplicação GeoGebra Aula (iii)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 22 – Aplicação GeoGebra Aula (iv)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 23 – Aplicação GeoGebra Aula (v)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 24 – Aplicação GeoGebra Aula (vi)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 25 – Aplicação GeoGebra Aula (vii)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 26 – Aplicação GeoGebra Aula (viii)



Fonte: Elaboração do autor.

4.2 APLICAÇÃO DO RECURSO REALIDADE AUMENTADA EM SÓLIDOS

Dando continuidade à abordagem proposta, foi utilizado o aplicativo para celular “Sólidos 3D” como recurso de Realidade Aumentada em três dimensões. Inicialmente, a escolha do

aplicativo justificou-se por sua acessibilidade aos alunos, pela facilidade de utilização e pela simplicidade de suas configurações.

A utilização desse recurso permitiu aos alunos interagir com representações tridimensionais dos sólidos geométricos por meio do próprio dispositivo móvel, possibilitando a visualização dos objetos em diferentes perspectivas. Dessa forma, a ferramenta contribuiu para ampliar a compreensão das características geométricas dos sólidos, favorecendo a percepção espacial e tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e interativo. Na sequência, apresentam-se alguns registros e imagens que ilustram a aplicação das atividades desenvolvidas com o auxílio de recursos digitais, conforme Figura 27 até a Figura 31.

Figura 27 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (i)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 28 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (ii)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 29 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (iii)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 30 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (iv)



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 31 – Aplicação Realidade Aumentada Aula (v)



Fonte: Elaboração do autor.

Nota-se que diferentemente do GeoGebra 3D a aula usando o recurso didático de Realidade Aumentada 3D teve mais atividade por parte dos alunos, em que os mesmos manejavam as figuras no próprio celular. Evidentemente, se trata de uma metodologia ativa em que força a participação do aluno com o conteúdo abordado. Durante as aulas, as reflexões eram mais precisas e pontuais, uma vez que o próprio sólido estava no celular dos alunos. Outro ponto de igual importância, salienta na aceitação da Realidade Aumentada 3D pelos alunos e satisfação de ver, o que antes era apenas imaginação, com seus próprios olhos. Ao fim da aula foi realizada uma roda de conversa para troca de experiência e críticas positivas sobre a aplicação do recurso didático.

No que tange a utilização do aparelho, após a sua instalação o único requisito era apontar a câmera do celular para um código QR, e assim o sólido surgia como projeção no celular. Constata-se que todo o movimento do sólido era feito com as pontas do dedo (touch screen). Com efeito, o código QR era fornecido pelo próprio aplicativo “Sólido 3D” em que previamente foi disponibilizado pelo professor na mesa da sala de aula.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A respeito da pesquisa realizada, salienta a relevância do uso das tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem em Geometria Espacial, no que tange ao GeoGebra 3D e recursos na Realidade Aumentada. Outrossim, a aplicação desse recurso didático se mostrou eficiente no campo das metodologias inovadoras, de modo a contribuir significativamente com o desenvolvimento da visualização espacial, da autonomia do aluno e do raciocínio geométrico.

Nesse sentido, esta pesquisa teve como objetivo geral defender o uso de ferramentas digitais e tecnológicas como facilitadoras na compreensão de conceitos-chave da Geometria Espacial, objetivo que foi contemplado ao longo das atividades e análises realizadas. De forma complementar, buscou-se analisar o estudo dos sólidos geométricos a partir de outras perspectivas didáticas, verificar a importância da visualização no estudo das figuras espaciais e apresentar recursos digitais e tecnológicos voltados ao ensino da Geometria Espacial, metas que se mostraram alcançadas a partir dos resultados obtidos com a aplicação das atividades propostas.

Nota-se que ao longo das atividades práticas, o interesse dos alunos ficou mais evidente despertando uma maior colaboração com conteúdo do recurso tecnológico. Da mesma forma, o manuseio do sólido virtual permitiu melhor compreensão dos conceitos, algo que no ensino tradicional seria penoso e dificultoso devido a abstração imaginária do sólido. Dessa sorte, a interação entre prática e teoria foi amplamente interligada, com mais acessibilidade e dinamicidade.

No mesmo contexto, durante a realização da pesquisa, foi possível perceber que a aplicação do GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada não só trouxe facilidade no conteúdo, mas trouxe também motivação e interesse pela matemática. Isso só traz benefício para o aluno, pois desperta a curiosidade, a construção do conhecimento e o pensamento crítico sobre situações propostas.

Entretanto, vale salientar a supervisão de um professor como mediador pedagógico durante todo o processo. O recurso aplicado de maneira leviana e sem intencionalidade não gera conhecimento e nem aprendizado, assim, é necessário o apoio pedagógico e monitoramento de um educador para integrar os recursos didáticos com os objetivos planejados. A tecnologia é uma ferramenta que precisa ser manuseada de forma adequada e objetiva pelo docente, descartando qualquer hipótese da própria ferramenta ser um fim em si mesmo (autossuficiente) para educação.

Dessa forma, observa-se que os objetivos estabelecidos para esta pesquisa foram atingidos, uma vez que a utilização dos recursos digitais possibilitou novas perspectivas didáticas para o estudo dos sólidos geométricos, evidenciou a relevância da visualização espacial no processo de aprendizagem e apresentou alternativas tecnológicas capazes de contribuir de forma significativa para o ensino de Geometria Espacial.

A vista disso, conclui-se que o uso de recursos didáticos visuais contribui positivamente na Geometria Espacial e encaixa perfeitamente como inovação pedagógica. Nesse passo, o uso de forma intencional e crítica traz uma valoração maior para a aprendizagem, promovendo desenvolvimento de habilidades cognitivas e visuais que antes dificilmente o aluno alcançaria.

REFERÊNCIAS

- BAIRRAL, M. A.; SETTIMY, T. F. D. O. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial. *VIDYA*, Santa Maria, v. 40, n. 1, p. 177–195, 2020. ISSN 2176-4603.
- BARBOSA, J. L. M. *Geometria euclidiana plana*. 11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.
- BATISTA, C. C.; PAULO, R. M.; EUFRASIO, N. P. L. O ensino de geometria espacial com realidade aumentada: contribuições de um estudo de aula. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 12, n. 29, p. 100–118, 2023.
- BORSOI, C. Situações geométricas espaciais no geogebra 3d. In: *VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática – ULBRA*. Canoas: [s.n.], 2017.
- BURIOL, T. M.; SILVA, J. A. D.; MACEDO, A. d. C. *Usando smartphone e Realidade Aumentada para estudar Geometria espacial*. s.d.
- CHAVES, J. D. O. *Geometria espacial no ensino fundamental: Uma reflexão sobre as propostas metodológicas*. s.d.
- CONCEIÇÃO, F. d. C. d. et al. *Uso de materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de geometria espacial*. s.a.
- COSTA, R. S. *Realidade Aumentada: Uma proposta de Sequência didática para o ensino de geometria espacial no ensino médio*. 2022.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de Matemática Elementar - Geometria Espacial*. 6. ed. São Paulo: Editora Atual, 2005. v. 10.
- DUVAL, R. *Atividades cognitivas*. 2012. Referência provisória para compilação.
- MELO, R. M. *Educação de jovens e adultos*. 2006.
- MORAIS, A. M. D. et al. *RPG para Ensino de Geometria Espacial e o jogo GeoEspaço PEC*. 2008.
- NETO, A. C. M. *Geometria*. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- PAULA, E. A. d. S. *Geometria espacial: a aprendizagem através de diferentes recursos didáticos*. 135 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática)) — Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2020. Instituto de Educação.
- PIERRO, M. C. D. Notas sobre a redefinição da identidade e das políticas públicas de educação de jovens e adultos no brasil. *Educação & Sociedade*, v. 26, p. 1115–1139, 2005.
- PIERRO, M. C. D.; JOIA, O.; RIBEIRO, V. Visões da educação de jovens e adultos no brasil. *Cadernos Cedes*, v. 21, p. 58–77, 2001.
- REIS, E. A. d. et al. *Os poliedros de Platão*. 2013.
- RIBEIRO, T. D. S. *Poliedros de Arquimedes: um estudo enriquecedor para as aulas de geometria espacial na rede pública*. 2015.

SCALABRIN, A. M. M. O.; MUSSATO, S. Produto educacional: geometria espacial com o software geogebra 3d. *Educitec - Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico*, Manaus, Brasil, v. 5, n. 10, 2019.

SCHRÖETTER, S. M.; STAHL, N. S. P.; DOMINGUES, E. C. Geometria espacial no ensino fundamental: construir para aprender. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática*, v. 2, n. 1, p. 58–71, 2016.

SILVA, G. S. et al. *Educação de jovens e adultos*. Aracaju: UNIT, 2012. v. 1.

SOARES, F. R. *As contribuições da realidade aumentada mediada pela metodologia sequência fedathi para a aprendizagem de geometria espacial*. 236 p. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Tecnologia Educacional)) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2022. Instituto Universidade Virtual.

STRELHOW, T. B. Breve história sobre a educação de jovens e adultos no brasil. *Revista HISTEDBR on-line*, v. 10, n. 38, p. 49–59, 2010.

APÊNDICE A - TERMO AUTORIZAÇÃO DOS RESPONSÁVEIS



AUTORIZAÇÃO PARA O TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

Prezado(a) Aluno(a),

A turma da 3º Etapa da EJA da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cândida Póvoa está sendo convidada a participar de uma pesquisa vinculada ao Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), desenvolvida pelo mestrando e professor de Matemática da turma, Emanuel Quintino Angelo.

A pesquisa será realizada durante algumas aulas de Matemática e contará com atividades voltadas ao ensino de Geometria Espacial, utilizando recursos tecnológicos como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada (RA). Inicialmente, será aplicado um breve questionário diagnóstico com os alunos. Em seguida, serão realizadas três aulas com duração aproximada de 60 minutos cada, nas quais o professor conduzirá explicações de forma expositiva e interativa, incentivando os estudantes a explorarem os recursos digitais propostos e a interagirem entre si e com o material didático. Ao final das atividades, será aplicado um questionário para avaliar a experiência dos alunos e compreender suas percepções sobre o uso dessas ferramentas no processo de aprendizagem.

O uso desses recursos tecnológicos busca tornar as aulas mais dinâmicas, favorecer a visualização de conceitos da Geometria Espacial e estimular a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem.

O objetivo principal desta experimentação é verificar se o uso de recursos digitais, como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada, pode contribuir para melhorias no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos de Geometria Espacial. Dessa forma, solicito sua autorização para que participe da pesquisa e para que os registros das atividades possam ser utilizados exclusivamente para fins acadêmicos e científicos. Desde já, agradeço e, se estiver de acordo, peço que preencha o formulário a seguir.

Eu, _____ autorizo a participação na pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, desenvolvida pelo professor de Matemática Emanuel Quintino Angelo.

Assinatura

Apicá, _____ de _____ de 20____.

APÊNDICE B - TERMO AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA



AUTORIZAÇÃO PARA O TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

Prezado(a) Diretor(a),

A turma da 3º Etapa da EJA da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cândida Póvoa está sendo convidada a participar de uma pesquisa vinculada ao Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), desenvolvida pelo mestrando e professor de Matemática da turma, Emanuel Quintino Angelo.

A pesquisa será realizada durante algumas aulas de Matemática e contará com atividades voltadas ao ensino de Geometria Espacial, utilizando recursos tecnológicos como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada (RA). Inicialmente, será aplicado um breve questionário diagnóstico com os alunos. Em seguida, serão realizadas três aulas com duração aproximada de 60 minutos cada, nas quais o professor conduzirá explicações de forma expositiva e interativa, incentivando os estudantes a explorarem os recursos digitais propostos e a interagirem entre si e com o material didático. Ao final das atividades, será aplicado um questionário para avaliar a experiência dos alunos e compreender suas percepções sobre o uso dessas ferramentas no processo de aprendizagem.

O uso desses recursos tecnológicos busca tornar as aulas mais dinâmicas, favorecer a visualização de conceitos da Geometria Espacial e estimular a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem.

O objetivo principal desta experimentação é verificar se o uso de recursos digitais, como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada, pode contribuir para melhorias no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos de Geometria Espacial. Dessa forma, solicito sua autorização para que a Escola e a referida turma participe da pesquisa e para que os registros das atividades possam ser utilizados e publicados. Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço que preencha o formulário a seguir.

Eu, _____ diretor(a) da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cândida Póvoa, autorizo a participação da turma da 3º Etapa da EJA na pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, desenvolvida pelo professor de Matemática Emanuel Quintino Angelo.

Assinatura

Apiacá, _____ de _____ de 20____.

APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO DE ENTRADA



TEMA: Recursos didáticos no ensino da geometria espacial: visualização gráfica

Mestrando: Emanuel Quintino Angelo

Orientador: Luis Humberto Guillermo Felipe

APLICAÇÃO PRÁTICA

Questionário – 1 (antes da aplicação prática dos recursos didáticos)

- 1) Você já estudou geometria espacial anteriormente? Se sim, o que você mais lembra desse conteúdo?

- 2) Você tem dificuldades em visualizar figuras geométricas tridimensionais (como cubos, pirâmides, esferas)? Explique.

- 3) Como você descreveria seu interesse em matemática, especialmente em geometria? (Marque de 1 a 5, sendo 1 = Pouco interesse e 5 = Muito interesse)

- 4) Você já utilizou algum software ou recurso digital (como GeoGebra, realidade aumentada, etc.) para estudar matemática? Se sim, qual foi sua experiência?

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO DE ENTRADA



5) Qual você acha que seria o benefício de usar recursos tecnológicos, como o GeoGebra 3D e a Realidade Aumentada, no aprendizado de geometria?

6) O que você acha que mais dificulta o aprendizado de geometria espacial?

Como você costuma resolver problemas de geometria espacial? (Com base em fórmulas memorizadas, visualizações, ajuda de desenhos, etc.)

7) Quais suas expectativas para essa aula utilizando novas tecnologias, como GeoGebra 3D e Realidade Aumentada?

APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO DE SAÍDA



TEMA: Recursos didáticos no ensino da geometria espacial: visualização gráfica

Mestrando: Emanuel Quintino Angelo

Orientador: Luis Humberto Guillermo Felipe

APLICAÇÃO PRÁTICA

Questionário – 2 (depois da aplicação prática dos recursos didáticos)

- 1) Depois das aulas com o GeoGebra 3D e Realidade Aumentada, como você descreveria sua capacidade de visualizar e entender figuras geométricas tridimensionais?

- 2) A utilização de recursos como o GeoGebra e Realidade Aumentada facilitou o entendimento de conceitos geométricos? Explique.

- 3) Quais foram os maiores desafios que você encontrou ao usar essas ferramentas tecnológicas nas aulas?

- 4) Você sente que seu interesse em geometria aumentou após essa experiência? Por quê? (Marque de 1 a 5, sendo 1 = Não aumentou e 5 = Aumentou muito)

- 5) Quais atividades ou ferramentas você achou mais eficazes para entender melhor a geometria espacial? (Por exemplo, GeoGebra, realidade aumentada, atividades práticas, etc.)

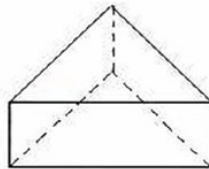
- 6) Em quais aspectos você acha que a aula poderia melhorar?
- 7) A interação com os colegas e com os materiais ajudou no seu aprendizado? Explique como.
- 8) Você recomendaria o uso de ferramentas como GeoGebra e Realidade Aumentada para outras turmas? Por quê?
- 9) Expresse livremente, de seu ponto de vista, pontos positivos e negativos com relação à atividade realizada.

APÊNDICE E - CONSOLIDAÇÃO DA APRENDIZAGEM

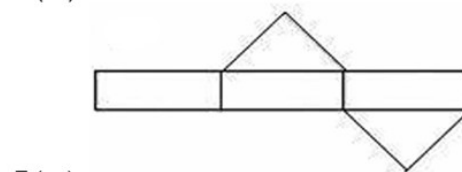
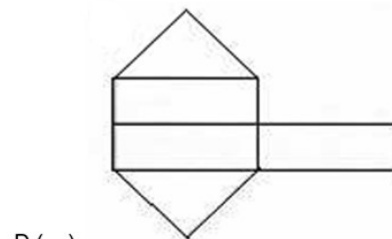
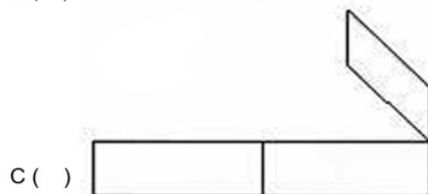
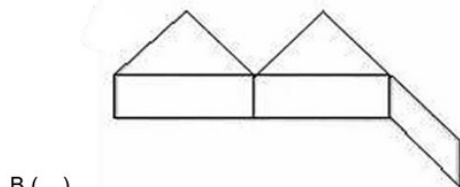
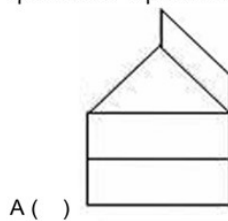


	E.E.E.F.M. “Cândida Póvoa”	Disciplina: Matemática	
	Professor (a): Emanuel Quintino Angelo	<i>EJA 3º etapa</i>	
	Aluno (a):		
	Consolidação de aprendizagem		

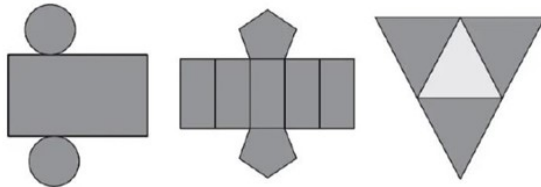
QUESTÃO 1. Marina ganhou um presente dentro de uma embalagem com formato semelhante à figura a seguir.



Para descobrir como fazer uma embalagem igual a essa, Marina abriu a embalagem e a planificou. A figura que melhor representa essa embalagem planificada é:



QUESTÃO 2. Maria quer inovar sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas, está a planificação dessas caixas.



Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir de cada planificação?

- A () Cilindro, prismas de base pentagonal e pirâmide.
 B () Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
 C () Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
 D () Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
 E () Cilindro, prisma e tronco de cone.

QUESTÃO 3. Em um dos lados de uma folha de papel grosso, Pedro desenhou a figura ao lado. Depois, recortou-a e montou uma torre em miniatura. Das cinco imagens abaixo, quais podem representar a torre montada por Pedro?

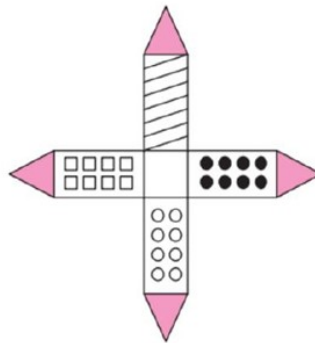


Imagem 1

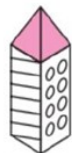


Imagem 2



Imagem 3

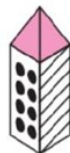


Imagem 4



Imagem 5

- A () Imagens 1, 3 e 5
 B () Imagens 1, 4 e 5
 C () Imagens 1, 2 e 3
 D () Imagens 2, 3 e 4
 E () Imagens 3, 4 e 5

QUESTÃO 4. Dentre as diversas planificações possíveis para o cubo, uma delas é a que se encontra apresentada na Figura 1.

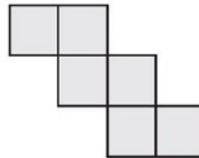


Figura 1

Em um cubo, foram pintados, em três de suas faces, quadrados de cor cinza escura, que ocupam um quarto dessas faces, tendo esses três quadrados um vértice em comum, conforme ilustrado na Figura 2.

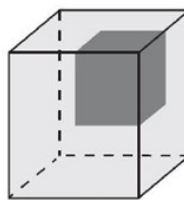
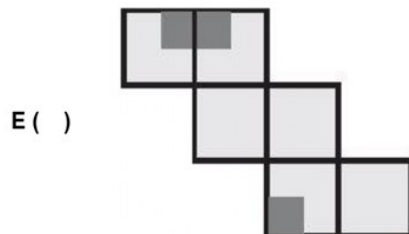
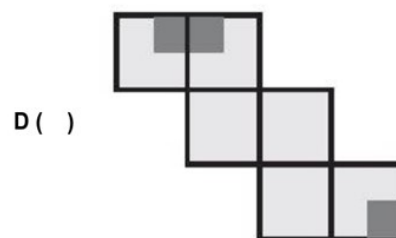
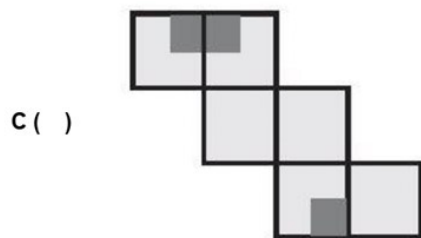
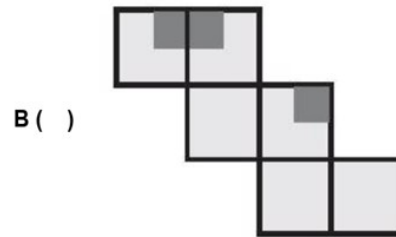
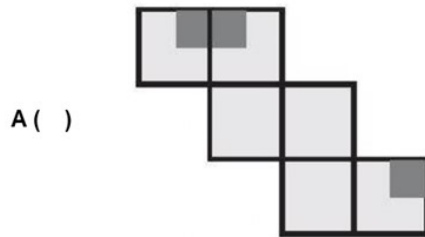
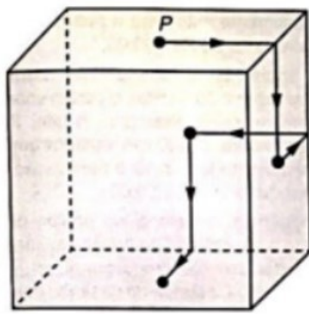


Figura 2

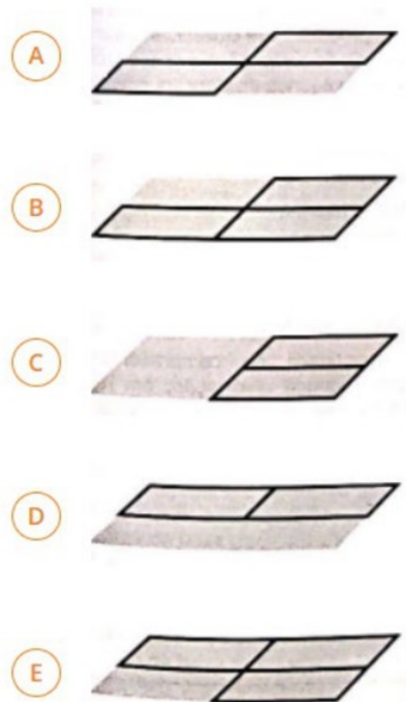
A planificação do cubo da Figura 2, conforme o tipo de planificação apresentada na Figura 1, é



QUESTÃO 5. Um robô, que tem um ímã em sua base, se desloca sobre a superfície externa de um cubo metálico, ao longo de segmentos de reta cujas extremidades são pontos médios de arestas e centros de faces. Ele inicia seu deslocamento no ponto P , centro da face superior do cubo, segue para o centro da próxima face, converte à esquerda e segue para o centro da face seguinte, converte à direita e continua sua movimentação, sempre alternando entre conversões à esquerda e à direita quando alcança o centro de uma face. O robô só termina sua movimentação quando retorna ao ponto P . A figura apresenta os deslocamentos iniciais desse robô.



A projeção ortogonal do trajeto descrito por esse robô sobre o plano da base, após terminada sua movimentação, visualizada da posição em que se está enxergando esse cubo, é



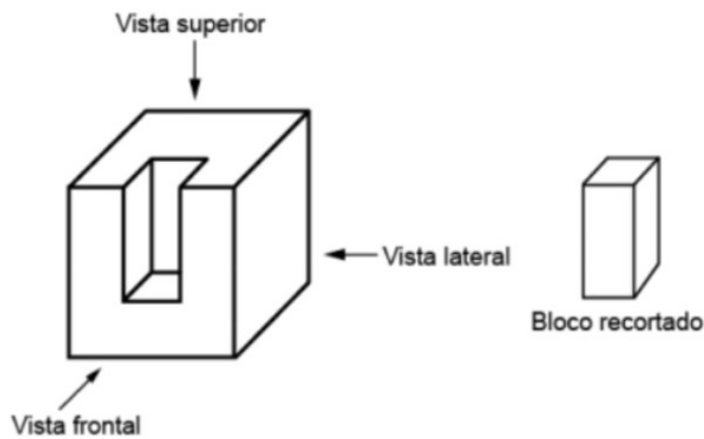
QUESTÃO 6. Na figura estão destacadas duas trajetórias sobre a superfície do globo terrestre, descritas ao se percorrer parte dos meridianos 1, 2 e da Linha do Equador, sendo que os meridianos 1 e 2 estão contidos em planos perpendiculares entre si. O plano α é paralelo ao que contém a Linha do Equador.



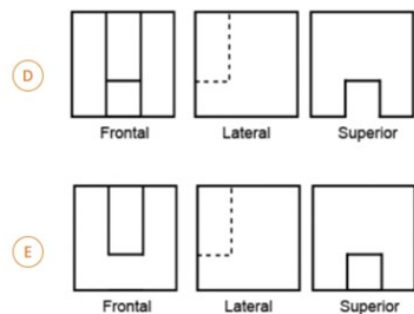
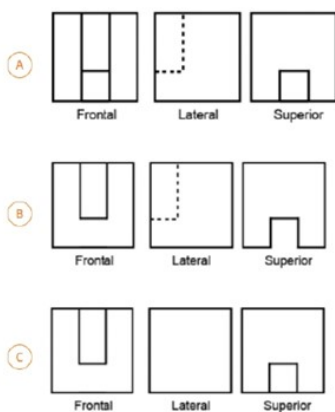
A vista superior da projeção ortogonal sobre o plano α dessas duas trajetórias é:



QUESTÃO 7. No projeto de uma nova máquina, um engenheiro encomendou a um torneiro mecânico a fabricação de uma peça, obtida a partir do recorte em um cubo, como ilustrado na figura. Para isso, o torneiro forneceu, juntamente com o desenho tridimensional da peça, suas vistas frontal, lateral e superior, a partir das posições indicadas na figura. Para facilitar o trabalho do torneiro, as arestas dos cortes que ficam ocultos nas três vistas devem ser representadas por segmentos tracejados, quando for o caso.



As vistas frontal, lateral e superior que melhor representam o desenho entregue ao torneiro são

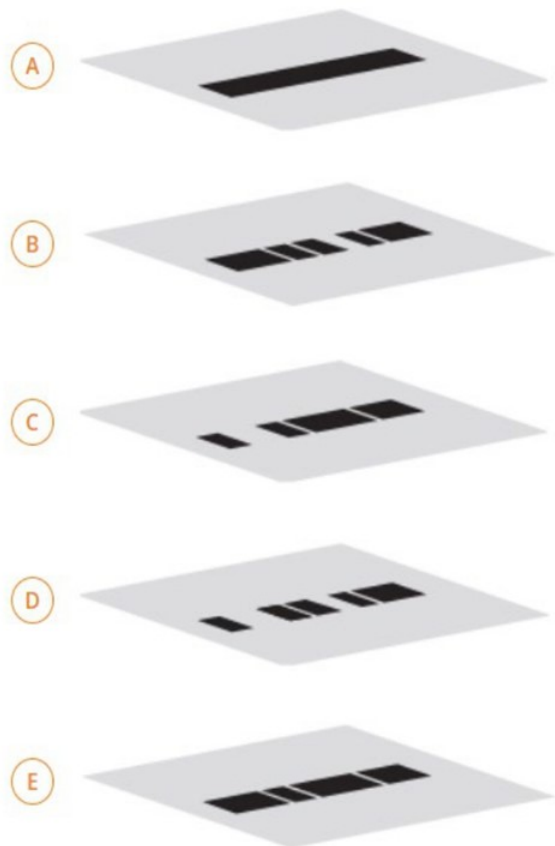


QUESTÃO 8. Um grupo de países criou uma instituição responsável por organizar o Programa Internacional de Nivelamento de Estudos (PINE) com o objetivo de melhorar os índices mundiais de educação. Em sua sede foi construída uma escultura suspensa, com a logomarca oficial do programa, em três dimensões, que é formada por suas iniciais, conforme mostrada na figura.

Essa escultura está suspensa por cabos de aço, de maneira que o espaçamento entre letras adjacentes é o mesmo, todas têm igual espessura e ficam dispostas em posição ortogonal ao solo, como ilustrado a seguir.

Ao meio-dia, com o sol a pino, as letras que formam essa escultura projetam ortogonalmente suas sombras sobre o solo.

A sombra projetada no solo é

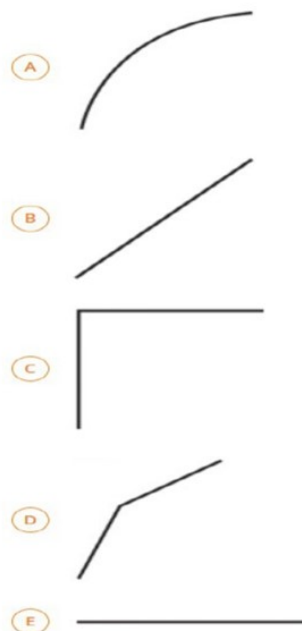


QUESTÃO 9. Uma torneira do tipo 1/4 de volta é mais econômica, já que seu registro abre e fecha bem mais rapidamente do que o de uma torneira comum. A figura de uma torneira do tipo 1/4 de volta tem um ponto preto marcado na extremidade da haste de seu registro, que se encontra na posição fechado, e, para abri-lo completamente, é necessário girar a haste 1/4 de volta no sentido anti-horário. Considere que a haste esteja paralela ao plano da parede.

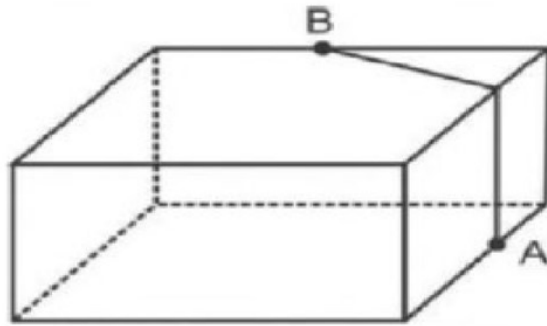


Disponível em: www.furkin.com.br. Acesso em: 13 nov. 2014.

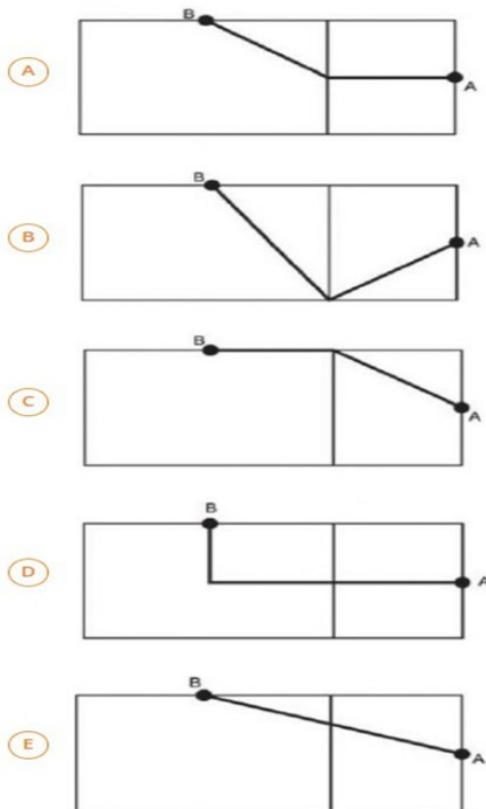
Qual das imagens representa a projeção ortogonal, na parede, da trajetória traçada pelo ponto preto quando o registro é aberto completamente?



QUESTÃO 10. A figura seguinte ilustra um salão de um clube onde estão destacados os pontos A e B.

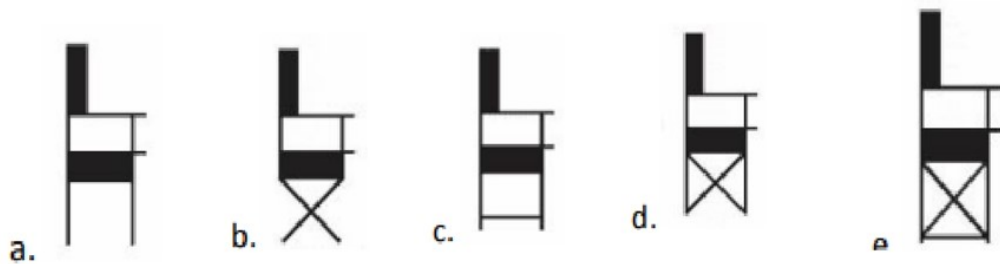


Nesse salão, o ponto em que chega o sinal da TV a cabo fica situado em A. Afim de instalar um telão para a transmissão dos jogos de futebol da Copa do Mundo, esse sinal deverá ser levado até o ponto B por meio de um cabeamento que seguirá na parte interna da parede e do teto. O menor comprimento que esse cabo deverá ter para ligar os pontos A e B poderá ser obtido por meio da seguinte representação no plano:



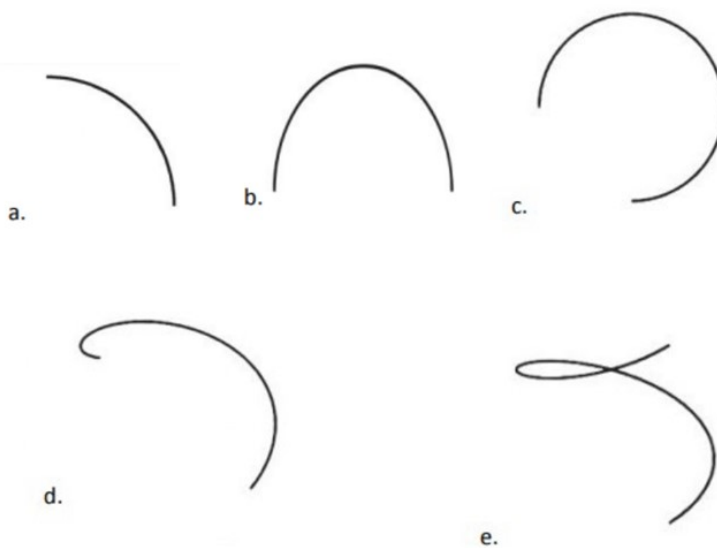
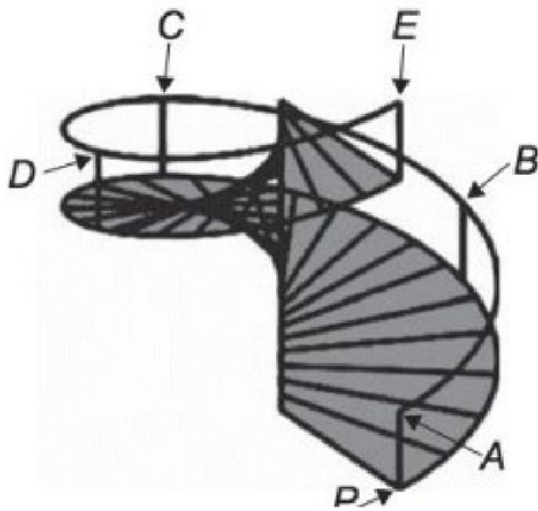
QUESTÃO 11. Os alunos de uma escola utilizaram cadeiras iguais às da figura para uma aula ao ar livre. A professora, ao final da aula, solicitou que os alunos fechassem as cadeiras para guarda-las. Depois de guardadas, os alunos fizeram um esboço da vista lateral da cadeira fechada.

Qual é o esboço obtido pelos alunos?

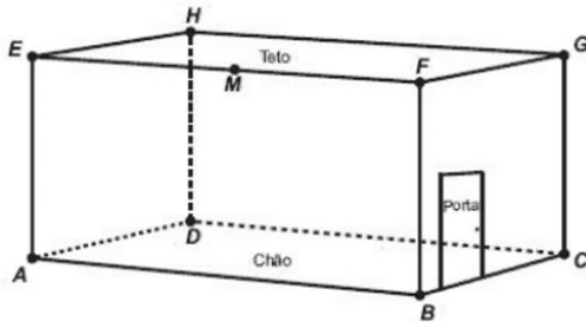


QUESTÃO 12. O acesso entre os dois andares de uma casa é feito através de uma escada circular (escada caracol), representada na figura. Os cincos A, B, C, D, E sobre o corrimão estão igualmente espaçados, e os pontos P, A e E estão em uma mesma reta. Nessa escada, uma pessoa caminha deslizando ponto A até o ponto D.

A figura que melhor representa a projeção ortogonal, sobre o piso da casa (plano), do caminho percorrido pela mão dessa pessoa é



QUESTÃO 13. Uma lagartixa está no interior de um quarto e começa a se deslocar. Esse quarto, apresentando o formato de um



A lagartixa parte do ponto B e vai até o ponto A. A seguir, de A ela se desloca, pela parede, até o ponto M, que é o ponto médio do segmento EF. Finalmente, pelo teto, ela vai do ponto M até o ponto H. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os respectivos pontos envolvidos. A projeção ortogonal desses deslocamentos no plano que contém o chão do quarto é dado por:

