



Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional



Recurso Educacional

Sequência Didática: Explorando o dodecágono: Uma proposta didática utilizando o GeoGebra

Hanna Carolina da Silva Rezende

Brasília

2026

Sequência Didática: Explorando o dodecágono

Uma proposta didática utilizando o GeoGebra

Hanna Rezende

Maior de 2026

Resumo

Essa sequência didática, baseada em Rezende e Santos (2025), foi desenvolvida a partir do trabalho já citado e da constatação de que é necessário formas alternativas para o ensino de Geometria. A proposta utiliza construções de polígonos com o GeoGebra para reforçar e ensinar conhecimentos de geometria como ponto médio, distância entre pontos, paralelogramos e outro. Esse recurso contém os planos de aula desenvolvidos, a fim de que outros professores, que achem oportuno, possam aplicá-la. Para se aprofundar na teoria por trás dessa atividade, recomendo a leitura da minha dissertação intitulada "Explorando o dodecágono: Uma proposta didática utilizando o GeoGebra" que se encontra no repositório institucional da Universidade de Brasília (RIUnB) acessível pelo link <<https://repositorio.unb.br/>>.

Plano de aula 1

Tempo sugerido: 50 minutos

Objetivos específicos:

- Compreender e definir o conceito de ponto médio de um segmento no plano cartesiano e relacioná-lo a média aritmética das coordenadas dos extremos de um segmento;
- Reconhecer e validar a fórmula da distância entre dois pontos no plano;
- Verificar experimentalmente a validade do Teorema da Base Média em triângulos e;
- Utilizar o GeoGebra como ferramenta de investigação matemática.

Procedimentos didático-pedagógicos

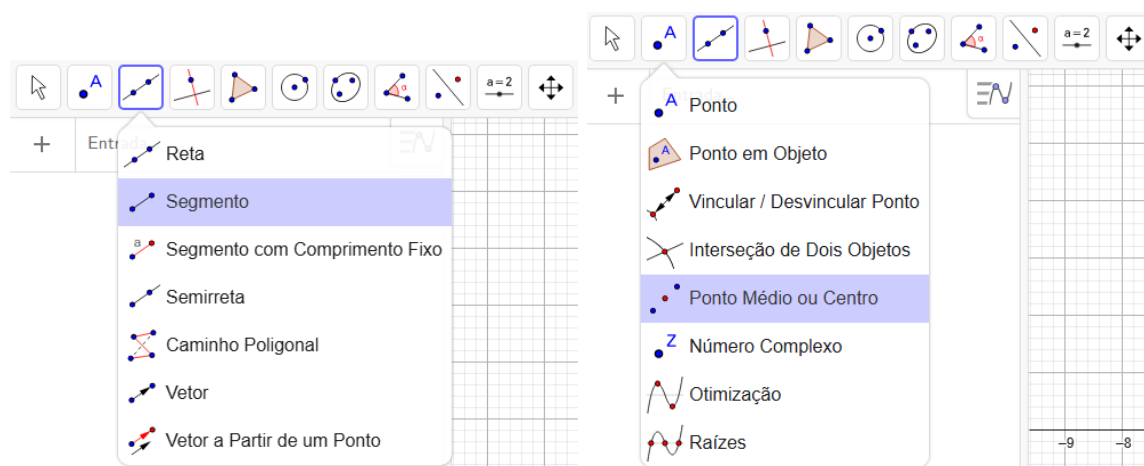
Essa aula deverá ser realizada em um laboratório de informática que tenha pelo menos um computador por dupla. O professor inicia perguntando aos estudantes se lembram o que é ponto médio. Após ouvir as respostas ele questiona como é possível então

encontrar o ponto médio de um segmento. Uma resposta esperada é que para construir o ponto médio basta medir o segmento com uma régua e marcar o ponto na metade desse comprimento. É importante explicar sobre erros instrumentais e que, fazendo dessa forma, provavelmente o ponto encontrado não será o ponto médio.

Inicia-se então a apresentação do GeoGebra pedindo que os estudantes acessem o *software*. Uma breve explicação sobre suas funcionalidades é feita e já se segue para as construções iniciais, onde serão apresentadas algumas ferramentas.

Dessa forma, o professor solicita aos estudantes que construam um segmento utilizando a ferramenta “Segmento” e que encontrem seu ponto médio utilizando a ferramenta “Ponto Médio ou Centro” como na figura 13. É importante mostrar que na janela de álgebra é possível visualizar as coordenadas de todos os pontos construídos como na figura 14. Assim, recordando como calcular a distância entre dois pontos do plano cartesiano, é possível que os estudantes verifiquem que as distâncias do ponto médio à cada um dos extremos é a mesma.

Figura 1 – Comandos segmento e ponto médio no GeoGebra

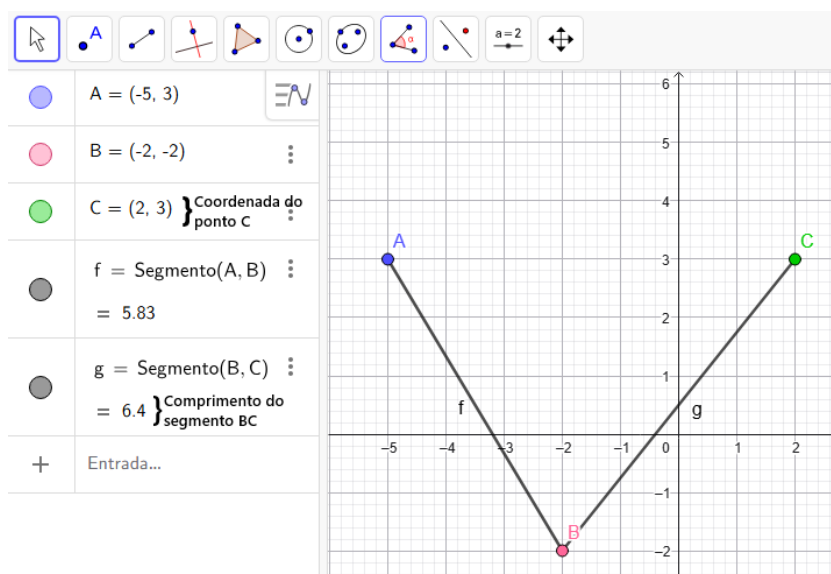


Fonte: Autoria própria (2026)

Agora, pede-se aos estudantes que construam dois novos segmentos, cada um conectando um dos extremos do segmento original com o ponto médio. Na janela de álgebra é possível visualizar o comprimento de todos os segmentos construídos, possibilitando a confirmação de que a distância calculada anteriormente realmente condiz com o comprimento desses segmentos. Logo, os alunos podem reconhecer e validar a fórmula da distância entre dois pontos no plano.

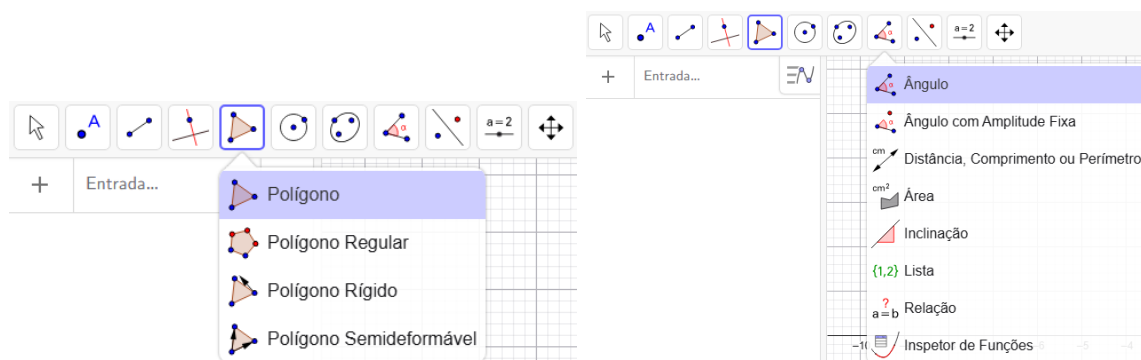
Em seguida o professor mostra que é possível mover os extremos do segmento e mesmo assim o ponto médio mantém sua propriedade. Com essa informação, solicita-se aos estudantes que movam os extremos do segmento para pontos que possuem as coordenadas inteiras. É questionado aos estudantes se eles conseguem perceber alguma relação entre as coordenadas dos extremos e as coordenadas do ponto médio. O professor deve conduzir

Figura 2 – Coordenadas e comprimentos na janela de álgebra



Fonte: Autoria própria (2026)

Figura 3 – Comandos polígonos e ângulos no GeoGebra



Fonte: Autoria própria (2026)

para que os estudantes concluam que as coordenadas do ponto médio é a média aritmética das coordenadas dos extremos.

Feita, então, a introdução ao GeoGebra os estudantes serão instruídos a explorar o recurso e suas ferramentas livremente por 5 minutos, podendo construir pontos, polígonos, ângulos e outros da forma que acharem melhor para entender o funcionamento da plataforma.

Para o próximo passo é solicitado aos estudantes que demonstrem a validade do teorema da base média de forma visual e exploratória. Dessa forma, o professor inicia relembando o que é a base média de um triângulo, ou seja, diz que é o segmento que une os pontos médios de dois lados do triângulo.

O próximo passo é enunciar o teorema: a base média de um triângulo mede metade do comprimento da base relativa a ela e é paralela a ela.

Nessa primeira demonstração o professor guiará os estudantes em como construir a figura que auxiliará a demonstrar o teorema com o seguinte passo-a-passo utilizando as ferramentas das figuras 13 e 15:

- Construa um triângulo qualquer utilizando a ferramenta “Polígono”.
- Encontre os pontos médios de dois lados desse triângulo utilizando a ferramenta “Ponto Médio ou Centro”.
- Utilizando a ferramenta “Ângulo”, selecione os ângulos que a base e a base média fazem com os outros dois lados do triângulo.

Após essa construção realizada o professor deve mediar uma discussão com os alunos para chegarem à conclusão que essas informações obtidas são suficientes para confirmar a validade do teorema. Perguntas como quanto vale a razão entre a base e a base média e quais são as condições para que duas retas sejam paralelas podem auxiliar a guiar esse momento.

Para confirmar que o resultado vale para qualquer triângulo e não apenas para aquele construído por eles, o docente solicitará que os estudantes movam os vértices do triângulo como queiram e depois verifiquem se as conclusões anteriores são mantidas.

Recursos necessários: Laboratório de informática com acesso à internet ou com o GeoGebra baixado, quadro branco e pincel.

Sugestão de avaliação: A participação dos estudantes nas atividades investigativas.

Plano de aula 2

Tempo sugerido: 50 minutos

Objetivos específicos:

- Utilizar o GeoGebra como ferramenta de investigação matemática;
- Identificar e justificar propriedades de paralelogramos a partir de construções geométricas e;
- Investigar propriedades de polígonos, em particular, do octógono, a partir de construções dinâmicas.

Procedimentos didático-pedagógicos

Na segunda aula, será apresentado aos estudantes o seguinte enunciado: Seja $ABCD$ um quadrilátero qualquer. Se tomarmos M_1 , M_2 , M_3 e M_4 os pontos médios

dos lados AB , BC , CD e DA , respectivamente, então o quadrilátero $M_1M_2M_3M_4$ é um paralelogramo.

Será solicitado que os estudantes utilizem o que aprenderam sobre o GeoGebra junto com o conhecimento de geometria que eles já possuem para tentar mostrar que vale essa afirmação. Nesse momento, caso seja necessário, é permitido que os alunos pesquisem propriedades dos paralelogramos caso não lembrem. Diferente da demonstração do teorema da base média feita na aula 1, os alunos devem ter liberdade para construir suas figuras ao invés de seguir um passo-a-passo pré elaborado pelo professor.

No GeoGebra existe um recurso chamado “protocolo de construção” que possibilita ver a ordem em que os elementos foram construídos na tabela de visualização. Essa ferramenta se mostra útil para avaliar a linha de raciocínio dos estudantes na construção da figura. Por isso, no fim, eles devem enviar para o professor:

- A imagem construída por eles no GeoGebra;
- O protocolo de construção gerado pelo GeoGebra e;
- Uma breve explicação do porque esse quadrilátero realmente é um paralelogramo.

Novamente os estudantes devem ser estimulados a deformar o quadrilátero original de várias formas para concluir que a propriedade se mantém.

Uma segunda investigação será feita nessa aula agora para mostrar a validade da propriedade do octógono (Santos, Comby e Silva, 2018). Ou seja, mostrar que sendo $A_1A_2A_3...A_8$ um octógono se $M_1, M_2, ..., M_8$ são os pontos médios dos lados $A_1A_2, A_2A_3, ..., A_8A_1$, respectivamente, e se I, J, K e L são pontos médios, respectivamente, dos segmentos M_1M_5, M_2M_6, M_3M_7 e M_4M_8 , temos que o quadrilátero $IJKL$ é, necessariamente, um paralelogramo ou um polígono degenerado.

Para que não exista confusão será orientado aos estudantes que mude o nome dos vértices para os mesmos do enunciado. Novamente, os estudantes devem enviar a imagem gerada e o protocolo de construção.

Recursos necessários: Laboratório de informática com acesso à internet ou com o GeoGebra baixado, quadro branco e pincel.

Sugestão de avaliação: A participação dos estudantes nas atividades investigativas, as construções geométricas realizadas no GeoGebra e a clareza e consistência das argumentações matemáticas apresentadas.

Plano de aula 3

Tempo sugerido: 50 minutos

Objetivos específicos:

- Utilizar o GeoGebra como ferramenta de investigação matemática;
- Investigar propriedades de polígonos, em particular, octógono e dodecágono, a partir de construções dinâmicas e;
- Compreender o conceito de baricentro e relacioná-lo à média aritmética das coordenadas dos vértices de um triângulo
- Mostrar aos alunos que descobertas recentes em matemática continuam sendo feitas em pesquisas.

Procedimentos didático-pedagógicos

Na terceira aula, será trabalhado, primeiramente, o conceito de baricentro. O professor deve perguntar aos estudantes se eles sabem o que é baricentro. Caso ninguém responda corretamente é solicitado a eles que pesquisem para somente depois realizar a construção do triângulo, de suas medianas e, por último, a do baricentro. Mas se responderem que é o encontro das medianas do triângulo eles já partem para a construção acima. Essa parte é importante para que os estudantes percebam que realmente as medianas sempre se encontram em um mesmo ponto.

Após a realização dessa primeira parte é explicado aos alunos que o baricentro é também o centro do triângulo logo, utilizando a ferramenta “Ponto Médio ou Centro” também é possível encontrar o baricentro sem precisar construir as medianas.

Daí parte-se para a demonstração visual da propriedade dos dodecágonos descrita neste trabalho. Os estudantes devem ficar livres para construir a figura no GeoGebra e mais uma vez devem enviar para o professor a imagem gerada e o protocolo de construção.

Uma possibilidade para trabalhar os conceitos de geometria analítica é realizar as demonstrações das propriedades do quadrilátero, do octógono e do dodecágono apresentadas, respectivamente, na seção 1.2 desta dissertação, no artigo de Santos, Comby e Silva (2018).

Para encerrar a aula e, também, esta sequência didática, o professor deve mediar uma discussão questionando quais conceitos os estudantes conseguiram entender melhor com esta atividade como forma de sistematizar todo o conteúdo trabalhado.

Recursos necessários: Laboratório de informática com acesso à internet ou com o GeoGebra baixado, quadro branco e pincel.

Sugestão de avaliação: A participação dos estudantes nas atividades investigativas, as construções geométricas realizadas no GeoGebra e as conclusões da discussão final.