UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
PROFMAT

ROGÉRIO MARGALHO DA SILVA

TEORIA E ANALITICIDADE NO ESTUDO DA POTENCIAÇÃO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: Aplicabilidade com atividades experimentais numa turma do 6º ano

ABAETETUBA– PA
2025

ROGÉRIO MARGALHO DA SILVA

TEORIA E ANALITICIDADE NO ESTUDO DA POTENCIAÇÃO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: Aplicabilidade com atividades experimentais numa turma do 6º ano

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Avaliadora do Departamento PROFMAT, da Universidade do Federal do Pará – UFPA como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Aubedir Seixas Costa.

ABAETETUBA– PA
2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S586t Silva, Rogério Margalho da.
TEORIA E ANALITICIDADE NO ESTUDO DA POTENCIAÇÃO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA : Aplicabilidade com atividades experimentais numa turma do 6º ano / Rogério Margalho da Silva. — 2025.
76 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Aubedir Seixas Costa
Coorientador(a): Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Abaetetuba, 2025.

1. Ensino de Matemática. 2. Potenciação. 3. Atividades Experimentais. I. Título.

CDD 510

ROGÉRIO MARGALHO DA SILVA

TEORIA E ANALITICIDADE NO ESTUDO DA POTENCIAÇÃO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: Aplicabilidade com atividades experimentais numa turma do 6º ano

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Avaliadora do Departamento PROFMAT, da Universidade do Federal do Pará – UFPA como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Data de aprovação: _____/_____/________

Conceito:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. AUBEDIR SEIXAS COSTA – Orientador
PROFMAT/UFPA (Membro interno)

Prof. Dr. JOSÉ FRANCISCO DA SILVA COSTA – Coorientador
PROFMAT/UFPA (Membro interno)

Prof. Dr. SEBASTIÃO MARTINS SIQUEIRA CORDEIRO
PROFMAT/UFPA (Membro interno)

Prof. Dr. RENATA LOURINHO DA SILVA
UNIFESPa (Membra Externa)

AGRADECIMENTOS

Em princípio, a Deus pelo dom da vida e por permitir vivenciar a realização deste sonho.

Minha eterna gratidão a meus pais pelo suporte e, em especial, a minha esposa, Senhora Jussane Martins Araújo, por todo amor, apoio e fé dedicados a mim.

Expresso meu reconhecimento a todos os professores, de quem só levo bons exemplos e boas recordações; e colegas da turma de 2023, em particular o meu grande amigo Ismael Gomes, por compartilhar o seu vasto conhecimento em matemática.

Registro também minha profunda gratidão a minha tia, Elza Cristiana, pelo esforço que empreendeu para que eu pudesse estar concluindo essa etapa de minha vida acadêmica.

Por fim, ao meu orientador, Dr. Aubedir Seixas Costa, pela orientação e importantes contribuições para o desenvolvimento deste trabalho; e ao meu coorientador, Prof. Dr. José Francisco da Silva Costa, pela inestimável colaboração, pelas ricas orientações propostas e por sua dedicação em prol da excelência deste trabalho.

RESUMO

A potenciação, tema relevante no ensino da Matemática, deve ser trabalhada articulando teoria e prática contextualizada para aprofundar conceitos em situações concretas. O objetivo geral deste estudo foi investigar as potencialidades do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) como estratégia didática para o ensino da potenciação no 6.º ano do Ensino Fundamental. A metodologia consistiu na aplicação de oito atividades experimentais, elaboradas a partir de Sá (2009), a uma turma de 20 alunos de uma escola pública municipal de Moju-PA (17 participantes dos pré- e pós-testes). A pesquisa tem caráter quanti-qualitativo, na modalidade pesquisa pedagógica; os instrumentos de coleta incluíram questionários, testes diagnósticos (16 questões), entrevistas, análise documental e observação participante; os dados foram registrados em fotos e diário de campo. Os resultados indicaram ganhos significativos na aprendizagem: a média de acertos passou de 25,9% no pré-teste para 67,6% no pós-teste. Atividades que inseriram a potenciação em contextos visuais, como a árvore genealógica e o Triângulo de Sierpinski, mostraram-se eficazes para gerar engajamento e materializar o conceito de crescimento exponencial Observou-se avanço conceitual (compreensão da potenciação e reconhecimento de padrões) e persistência de dificuldades operatórias. Conclui-se que o EMAE favorece a construção de sentido e o engajamento, sendo recomendadas intervenções complementares para consolidar habilidades operatórias.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Potenciação; Atividades Experimentais.

ABSTRACT

Exponentiation, a relevant topic in mathematics teaching, should be approached by combining theory and contextualized practice to deepen concepts in concrete situations. The general objective of this study was to investigate the potential of Mathematics Teaching through Experimental Activities (EMAE) as a teaching strategy for teaching exponentiation in the 6th grade of elementary school. The methodology consisted of applying eight experimental activities, developed based on Sá (2009), to a class of 20 students from a municipal public school in Moju, Pará (17 of whom participated in the pre- and post-tests). The research is quantitative and qualitative, using the pedagogical research modality. The collection instruments included questionnaires, diagnostic tests (16 questions), interviews, document analysis, and participant observation; data were recorded in photographs and a field diary. The results indicated significant gains in learning: the average correct answer rate increased from 25.9% in the pre-test to 67.6% in the post-test. Activities that incorporated exponentiation into visual contexts, such as the family tree and the Sierpinski Triangle, proved effective in generating engagement and embodying the concept of exponential growth. Conceptual progress (understanding exponentiation and pattern recognition) was observed, but operational difficulties persisted. The conclusion is that EMAE promotes meaning-making and engagement, and complementary interventions are recommended to consolidate operational skills.

Keywords: Mathematics Education; Exponentiation; Experimental Activities.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

Figura 1 – Tabuinha de Larsa 14
Figura 2 – Universo solar de Arquimedes – esfera de raio terra-sol 15
Figura 3 – Retrato de René Descartes (1596–1650) 18
Figura 4 – Aplicação da Atividade 1 54
Figura 5 – Aplicação da Atividade 2 55
Figura 6 – Aplicação da Atividade 4 56
Figura 7 – Aplicação da atividade 5 57
Figura 8 – Aplicação da Atividade 6 58
Figura 9 – Aplicação das Atividades 7 e 8 59
Figura 10 – Aplicação do pós-teste 60

GRÁFICOS

Gráfico 1 – Afinidade com a Matemática 51
Gráfico 2 – Rotina de estudo em Matemática 51
Gráfico 3 – Formas de avaliação em Matemática 52
Gráfico 4 – Comparativo entre os rendimentos individuais no pré e pós-teste 62

QUADROS

Quadro 1 – A notação de Rafael Bombelli. 18
Quadro 2 – Dissertações e Teses selecionadas na revisão da literatura. 21
Quadro 3 – Elementos da Atividade em aula de matemática por Atividade Experimental. 26
Quadro 4 – A Potenciação na BNCC. 44
Quadro 5 – Momentos metodológicos para a implementação do EMAE. 47
Quadro 6 – Cronograma das ações. 50
Quadro 7– Demonstrativo: perfil e práticas dos alunos em matemática. 52
Quadro 8 – Síntese das atividades experimentais aplicadas. 53
Quadro 9 – Rendimento dos alunos no pré-teste. 61
Quadro 10 – Rendimento dos alunos no pós-teste. 62
Quadro 11 – Comparativo de acertos por questões no pré e pós-teste. 63

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 10
CAPÍTULO 1 13
POTENCIAÇÃO: DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO, REVISÃO DA LITERATURA E O ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS 13
1.1 Desenvolvimento Histórico da Potenciação 13
1.1.1 As primeiras evidencias operacionais de potenciação 13
1.1.2 Determinação do número de grãos de areia para encher o universo solar 14
1.1.3 Apolônio e o avanço na notação das potências 16
1.1.4 Diofanto e a notação das potências 16
1.1.5 Nicole Oresme e as potências fracionárias 17
1.1.6 Evolução histórica da notação da potenciação 18
1.1.7 Conexões com o ensino contemporâneo 19
1.2 Revisão da Literatura Sobre Potenciação 20
1.3 O Ensino de Matemática por Atividades Experimentais 23
1.3.1 A Teoria da Atividade 23
1.3.2 Atividade Didática x Atividades de Estudo 24
1.3.3 O ensino de matemática por atividades experimentais 26
CAPITULO 2 29
POTENCIAÇÃO E CONCEITOS BÁSICOS 29
2.1 Operações nos Conjuntos Numéricos 29
2.1.1 Números naturais 29
2.1.2 Números inteiros 32
2.1.3 Números racionais 33
2.2 Potência de Expoente Natural 34
2.3 Potência de Expoente Inteiro Negativo 37
2.4 Potência de Expoente Racional 37
2.5 Aplicações da Potenciação 40
2.6 Potenciação no Currículo Escolar 43
CAPÍTULO 3 47
METODOLOGIA EMAE: IMPLEMENTAÇÃO DO ENSINO POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS 47
CAPÍTULO 4 50
RESULTADOS DA PESQUISA 50
3.1 O Diagnóstico Inicial 50
3.2 Elaboração e Aplicação das Atividades 52
3.2.1 A Atividade 1 53

3.2.2 Atividade 2 54
3.2.3 Atividade 3 55
3.2.4 Atividade 4 56
3.2.5 A atividade 5 57
3.2.6 A atividade 6 58
3.3 A Revisão 58
3.3.1 Atividades 7 e 8 59
3.4 O Diagnóstico Final 60
CAPÍTULO 5 61
DISCUSSÕES 61
CONSIDERAÇÕES FINAIS 65
REFERÊNCIAS 67
ANEXO A – Questionário 71
ANEXO B – Atividade Diagnóstica 71
ANEXO C – Tabela de Potências 72
ANEXO D – Atividade 01 73
ANEXO E – Atividade 02 73
ANEXO F – Atividade 03 74
ANEXO G – Atividade 04 74
ANEXO H – Atividade 05 75
ANEXO I – Atividade 06 75
ANEXO J – Atividade 07 76
ANEXO K – Atividade 08 76

INTRODUÇÃO

O ensino de matemática no Brasil apresenta-se como um tema complexo, marcado por desafios históricos e pela busca constante por métodos mais eficazes e inclusivos. Apesar dos avanços em algumas áreas, como a universalização do acesso à Educação Básica, evidenciados pelos dados de 2019 do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), persistem lacunas significativas na qualidade do ensino de matemática. Isso se reflete nos índices de desempenho dos estudantes em avaliações nacionais e internacionais, como o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), que avalia conhecimentos e habilidades de estudantes de 15 anos em matemática, leitura e ciências.

Em 2022, conforme dados do Ministério da Educação (MEC), o Brasil apresentou desempenho médio de 379 pontos em matemática nessa avaliação, situando-se entre os 12 piores colocados, com resultado inferior à média da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). A pontuação do Brasil está abaixo da média do Chile (412), do Uruguai (409) e do Peru (391).

A desconexão entre a matemática ensinada e a realidade dos alunos é um dos fatores preponderantes para a manutenção desse quadro. Frequentemente, a disciplina é percebida como abstrata e distante do cotidiano, gerando desinteresse e dificultando a compreensão (D'Ambrosio, 1991). A predominância de metodologias tradicionais, que se baseiam na memorização de fórmulas e na repetição excessiva de exercícios, compromete o desenvolvimento de habilidades essenciais, como raciocínio lógico, resolução de problemas e aplicação prática dos conceitos (Fiorentini & Lorenzato, 2006).

Dentre os diversos conteúdos abordados na matemática, a potenciação muitas vezes se configura como um obstáculo à compreensão dos alunos. As dificuldades podem originar-se da memorização de regras sem o correspondente entendimento do significado da operação, da confusão com outras operações, como a multiplicação, ou da falta de contextualização em situações práticas (Paias, 2019). Dessa forma, a busca por metodologias de ensino que promovam um aprendizado engajador e significativo torna-se crucial (Ausubel, 2003).

Nesse contexto, as atividades experimentais despontam como uma alternativa promissora. Caracterizadas pela manipulação de objetos, pela observação de fenômenos e pela resolução de problemas práticos, essas atividades têm grande potencial para conectar a matemática ao mundo real e despertar o interesse dos alunos. Ao vivenciarem situações concretas que ilustram o conceito de potenciação, os estudantes podem construir uma compreensão mais intuitiva e duradoura, superando a mera memorização de fórmulas e regras.

A proposta deste estudo é investigar as potencialidades da metodologia de Ensino de Matemática por meio de Atividades Experimentais (EMAE) como estratégia didática para o ensino de potenciação no sexto ano do Ensino Fundamental. O estudo busca responder a questões-chave, tais como: de que maneira a utilização dessa metodologia influencia o engajamento dos alunos no processo de aprendizagem da potenciação? As atividades experimentais contribuem para uma melhor compreensão conceitual da potenciação e para o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas relacionados? Qual é a percepção dos alunos sobre o ensino de matemática após a implementação de uma sequência didática baseada em atividades experimentais?

Sá *et al.* (2022, p. 2) afirmam que a metodologia em questão deve conduzir o aprendiz por meio de uma sequência de momentos nos quais várias noções matemáticas estão presentes. É fundamental que a atividade contenha, em sua estrutura, a possibilidade de elaborar situações de ensino que reflitam as noções matemáticas a serem abordadas e que sua implementação permita a configuração eficaz dos sucessivos momentos a serem vivenciados pelo estudante.

A pesquisa tem como objetivo geral investigar o impacto da metodologia de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais no ensino da potenciação para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental. Para dar concretude a esse estudo, são estabelecidos objetivos específicos que visam:

- Desenvolver e implementar atividades experimentais para o ensino da potenciação;
- Avaliar a eficácia dessas atividades no aprendizado da potenciação pelos alunos; e
- Identificar as principais dificuldades e desafios enfrentados pelos alunos na aprendizagem da potenciação por meio de atividades experimentais.

A estrutura do trabalho divide-se em quatro capítulos. O Capítulo inclui um levantamento histórico sobre o desenvolvimento da potenciação, a revisão da literatura pertinente e discute o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais segundo a perspectiva de Pedro Franco de Sá.

O Capítulo 2 discute os fundamentos matemáticos necessários à formalização das operações de adição e multiplicação nos conjuntos dos números Naturais ($\mathbb{N}$), Inteiros ($\mathbb{Z}$) e Racionais ($\mathbb{Q}$). Abordam-se ainda as principais definições e propriedades da potenciação relativos aos referidos conjuntos, incluindo aplicações práticas da potenciação, além de e um estudo sobre a potenciação no currículo da Educação Básica, sob a ótica dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

O Capítulo 3 apresenta o caráter de pesquisa pedagógica e os processos necessários para a organização e implementação da metodologia de Ensino de Matemática por Atividades

Experimentais, evidenciando as caracteristicas essenciais de uma atividade experimental.

O Capítulo 4 apresenta o delineamento quali-quantitativo; participantes e perfil estudantil; instrumentos de coleta; cronograma das ações; e a sequência de oito atividades experimentais, elaboradas a partir de Sá (2009) para o ensino de matemática por atividades experimentais, com organização por grupos e procedimentos de registro, análise e institucionalização dos resultados.

O Capítulo 5 apresenta os resultados da pesquisa, mostrando os efeitos do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais sobre a aprendizagem da potenciação. Participaram 17 alunos que realizaram pré e pós-testes idênticos de 16 questões; são destacados o desempenho da turma e a persistência, em alguns estudantes, de dificuldades operatórias. Os achados são relacionados à fundamentação teórica, oferecendo uma análise reflexiva sobre a eficácia e as possibilidades pedagógicas das atividades experimentais.

CAPÍTULO 1

POTENCIAÇÃO: DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO, REVISÃO DA LITERATURA E O ENSINO DE MATEMÁTICA POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Neste capítulo, é apresentado um apanhado histórico sobre o desenvolvimento da potenciação e uma revisão da literatura referente ao seu estudo teórico. Além disso, serão discutidos os aspectos do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, sob a perspectiva do pesquisador brasileiro Pedro Franco de Sá.

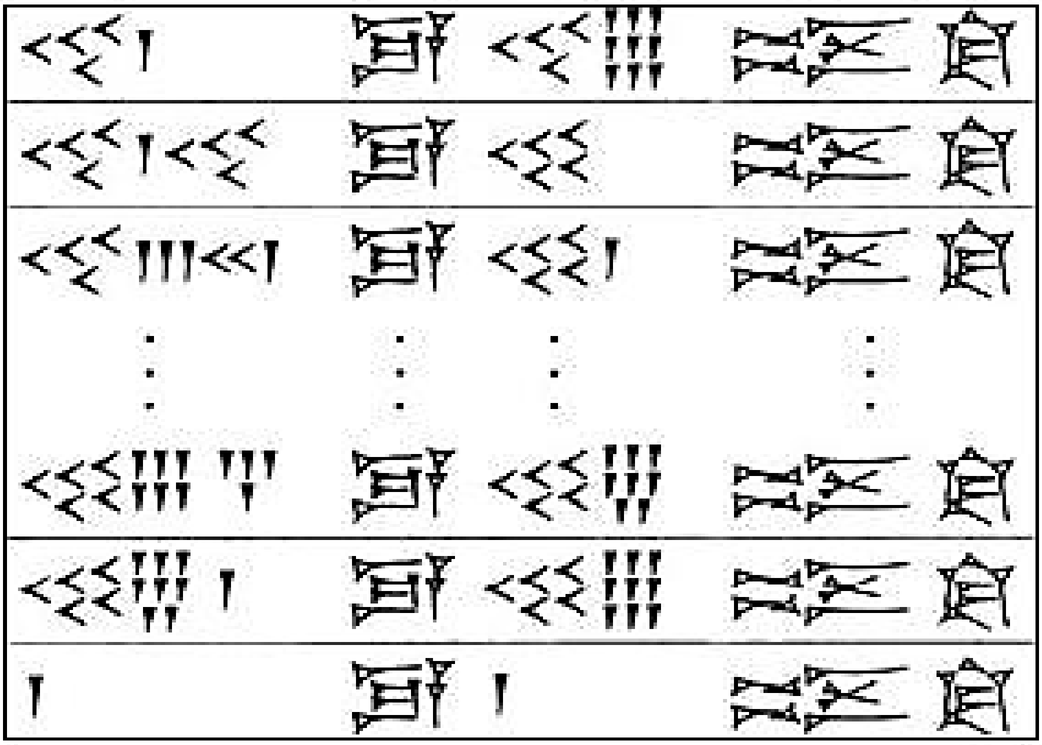
1.1 Desenvolvimento Histórico da Potenciação

A seguir, será detalhado o desenvolvimento histórico da potenciação, começando pelas primeiras evidências operacionais dessa operação em civilizações antigas. A análise incluirá registros da matemática egípcia e babilônica, evidenciando como essas culturas aplicaram a potenciação em cálculos práticos. Serão abordadas ainda as contribuições significativas de matemáticos ao longo da história que ajudaram a moldar o entendimento contemporâneo da potenciação e suas propriedades fundamentais.

1.1.1 As primeiras evidencias operacionais de potenciação

Uma das primeiras referências à operação de potenciação encontra-se em um papiro egípcio que remonta ao final do Império Médio (cerca de 2100 a 1580 a.C.). Ali, é apresentado o cálculo do volume de uma pirâmide quadrangular, no qual é usado um par de pernas como símbolo para o quadrado de um número (Ball, 1960). Outra referência à potenciação também aparece em um registro babilônico, conhecido como "tabuinha de Larsa" (Figura 1), onde pode ser observado o quadrado de vários números que vão até 60, justificado, provavelmente, pelo fato de o sistema de contagem daquele povo ser o sexagesimal (Ponte e Oliveira, 1999).

Figura 1 – Tabuinha de Larsa



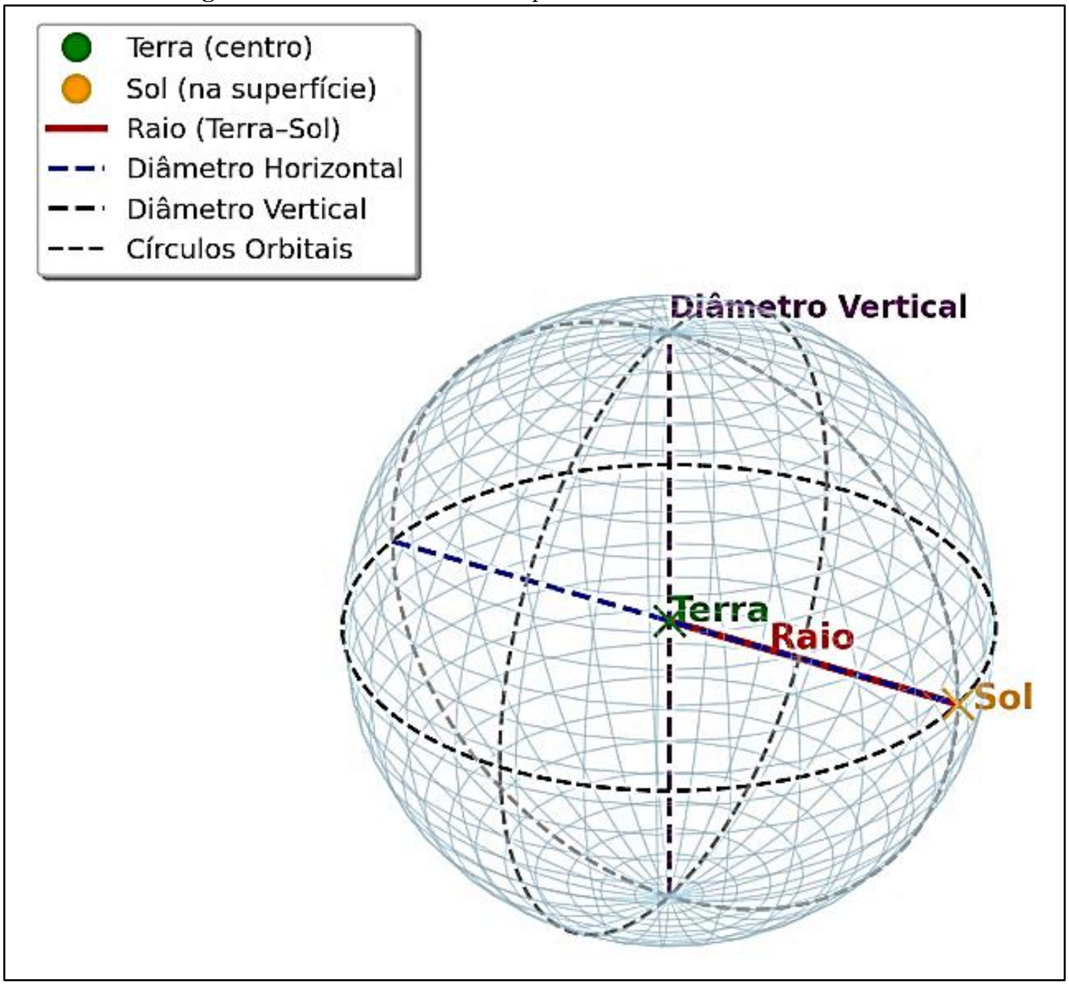
Fonte: Ponte e Oliveira (1999)

Há ainda evidências do uso de potenciação na obra chinesa intitulada “Nove Capítulos Sobre a Arte da Matemática”, datada possivelmente de um período anterior à dinastia Han (206 a.C. – 220 d.C.), onde há registros de equações que possuíam incógnitas cúbicas (Eves, 2004). Contudo, a utilização da palavra "potência", no contexto da matemática, é atribuída a Hipócrates de Quio (470 a.C.), quem denotou o quadrado de um segmento pela palavra “dynamis”, cujo significado é potência. Assim, o significado original da palavra era “potência de expoente dois”; apenas depois de algumas décadas desenvolveram-se potências com expoentes maiores (Ball, 1960).

1.1.2 Determinação do número de grãos de areia para encher o universo solar

Dois séculos depois de Hipócrates, Arquimedes (250 a.C.), em carta escrita ao rei Gelão de Siracusa, intitulada “Contador de Areia”, pretendia determinar o número de grãos de areia necessários para encher o universo solar, que para ele consistia em uma esfera tendo a Terra como centro e a sua distância ao Sol como raio (Figura 2).

Figura 2 – Universo solar de Arquimedes – esfera de raio terra-sol



Fonte: própria do autor

O resultado disso foi uma quantidade de difícil mensuração para o sistema de numeração usado à época, que era alfabético e ia somente até o número 10.000 (que se chamava de “miríade”), ou seja, 10^4 expresso no sistema de numeração atual; então ele criou a “miríade de miríade”, ou seja, agora considerava números de 1 a 10^8 (Boyer, 1974).

Dessa forma, o matemático chegou a um número que não é maior que um que hoje escrevemos como 10^{51} para descrever o universo solar, e 10^{68} para o universo de Aristaco, e os fez utilizando ordens: a primeira ia de 1 a 10^8; a segunda de 10^8 a 10^{16}, e assim por diante, sempre com a unidade sendo 10^8. Ou seja, Arquimedes acabou encontrando uma relação muito semelhante ao que hoje chamamos da propriedade do produto de potenciações com bases iguais, conforme segue: $10^{51} = 10^3 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8 \cdot 10^8$ (Ponte e Oliveira, 1999).

Os procedimentos apresentados para lidar com números muito grandes anunciam preocupações de notação e organização numérica que atravessam os séculos e influenciam práticas matemáticas posteriores.

1.1.3 Apolônio e o avanço na notação das potências

Apolônio, contemporâneo de Arquimedes, fez parte da considerada "Idade Áurea" da Matemática Grega e tratou de muitos assuntos na área. Particularmente, sobre a potenciação, o matemático:

> "Desenvolveu um esquema de "tetradas" para exprimir grandes números, usando equivalentes de expoentes da miríade, ao passo que Arquimedes usava a dupla miríade como base.(...). Aqui o número $5\,462\,360\,064 \times 10^6$ é escrito como μ^y, $\varepsilon\nu\xi\beta\mu^\beta$, $\gamma\lambda\mu^\alpha$, ς^ν, onde μ^y, μ^βe μ^α são a terceira, a segunda e a primeira potências, respectivamente, de uma miríade" (Boyer, 1974, p.104).

Apolônio adotou um procedimento sistemático para representar números muito grandes, recorrendo a unidades agrupadas em potências da miríade (10^4). Ao falar em "tetradas" e em termos como μ^y, μ^β e μ^α, Boyer aponta que Apolônio organizava os algarismos em blocos hierárquicos, cada bloco correspondendo a uma potência sucessiva da miríade, análogo à organização por grupos de milhares (10^3) ou à notação científica para representar ordens de grandeza.

A proposta de Apolônio ilustra, historicamente, como a ideia de agrupar unidades em potências surgiu como resposta prática a limitações de notação, uma conexão direta com o conceito moderno de potenciação e com a necessidade pedagógica de apresentar potências como instrumento para tratar ordens de grandeza.

1.1.4 Diofanto e a notação das potências

Objetivando expressar números muito grandes, nota-se que esses pensadores começaram a refletir sobre como seria possível alcançar esse objetivo. Esse momento histórico está bastante relacionado ao estágio da álgebra retórica, conforme explicam Moura e Sousa (2005):

> A álgebra retórica[1], quando estudada do ponto de vista dos estágios, pertence ao período que antecede Diofanto. Nesse estágio, há o uso de descrições em linguagem comum para resolver tipos particulares de problemas e para suprimir a falta de símbolos ou sinais especiais para representar incógnitas.

Cerca de cinco séculos depois de Arquimedes e Apolônio, já por volta de 250 d. C., Diofante de Alexandria, em seu livro "Arithmetica", começou-se a fazer uso de abreviações

[1] álgebra retórica: Representa um estágio histórico inicial do desenvolvimento da álgebra, caracterizado pelo uso da linguagem comum para descrever e resolver problemas, em vez de usar símbolos matemáticos para representar incógnitas e variáveis

para potências de números e para relações e operações. Na obra, o quadrado de um número (x^2) é representado Δ^Y; o cubo de um número (x^3) é representado como K^Y; um número elevado à quarta potência (x^4) é representado na obra de Diofanto como $\Delta^Y\Delta$; um número elevado à quinta potência (x^5) como ΔK^Y e um número elevado à sexta potência (x^6) é representado em Arithmetica como $\Delta K^Y K$ (Cajori, 1993).

> "(...) o significado das notações para as potências da incógnita parece bastante claro: assim, "incógnita ao quadrado" se indica por Δ^Y, as duas primeiras letras da palavra grega dunamis ($\Delta Y NAMI\Sigma$) que significa "potência" e "incógnita ao cubo" se denota por K^Y, as duas primeiras letras da palavra grega kubos ($KYBO\Sigma$) que significa "cubo". Facilmente se explicam os símbolos das potências seguintes da incógnita (...)" (Eves, 2004, p. 209).

Diofante passou a abreviar as potências, usando as letras iniciais dos termos gregos dunamis e kubos para o quadrado e o cubo, e concatenando esses sinais para potências maiores. Essa notação mais econômica organiza as potências de forma composta e aproxima o símbolo do significado, abrindo caminho para as formas algébricas mais compactas que surgiram nos séculos seguintes.

A clareza e a regularidade da notação em Diofante favoreceram a consolidação da potenciação como operação algébrica representável por símbolos, abrindo caminho para notações mais compactas e generalizáveis nos séculos posteriores.

1.1.5 Nicole Oresme e as potências fracionárias

Nicole Oresme, ainda no século XIV, foi um dos pioneiros a utilizar potências de expoentes independentes, isto é, que não dependiam da combinação de outras potências anteriores, como fazia Diofanto. Oresme "sugeriu também o uso de notações especiais para potências fracionárias" (Boyer, 1974), além de instigar noções de potências irracionais.

Outra contribuição importante no desenvolvimento de potenciação consta na obra "Triparty en la sciense des nombres", de Nicolas Chuquet (1484 d.C). Na obra, ele indicava a potência da quantidade desconhecida por um expoente associado ao coeficiente do termo; em nossa notação moderna, 5x, $6x^2$, $10x^3$ apareciam na notação de Chuquet como $.5.^1$, $.6.^2$, $.10.^3$, respectivamente. Chuquet mostra também conhecer potências de expoentes zero e negativos, representando: $9x^0$ como $.9.^0$ e $9x^{-2}$, como $.9.^{2.m}$ (Richartz, 2005).

As inovações de Oresme e Chuquet antecipam a busca por notações mais compactas e operacionais, um movimento que se intensifica nos séculos XVI e XVII.

1.1.6 Evolução histórica da notação da potenciação

Rafael Bombelli (1526-1573) também elaborou uma notação simbólica para os expoentes. Em seu livro intitulado "Álgebra", utilizou um numeral arábico com um pequeno arco por baixo para representar o expoente da incógnita, conforme o Quadro 1 a seguir:

Quadro 1 – A notação de Rafael Bombelli.

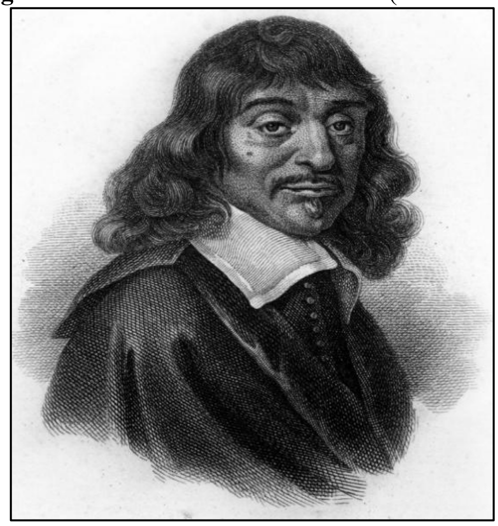
Símbolo de Rafael Bombelli	Significado	Notação atual
$\underset{\smile}{\mathbf{1}}$	incógnita elevada a 1	x^1 ou x
$\underset{\smile}{\mathbf{2}}$	incógnita elevada a 2	x^2
$\underset{\smile}{\mathbf{3}}$	incógnita elevada a 3	x^3
⋮	⋮	⋮
$\underset{\smile}{\mathbf{N}}$	incógnita elevada a enésima potencia	x^n

Fonte: própria do autor

O francês François Viete (1540-1603) tinha uma álgebra fundamentalmente sincopada e não simbólica, ou seja, em sua maioria, sua álgebra consistia de palavras e abreviações. Por exemplo, representava a 2ª potência como "A quadratus" e a 3ª potência como "A cubus". Hérigone (1634) escreveu uma notação semelhante à atual; $5a^4$, por exemplo, era escrito 5a4 (Ponte e Oliveira, 1999). Hume (1636) também escreveu uma notação parecida com a atual; $5a^4$ era representado por $5a^{iv}$, uma notação pouco cômoda por utilizar-se da numeração romana (Richartz, 2005).

Foi na obra "La Géometrie" (1637), de Descartes (Figura 3), que se encontrou pela primeira vez as notações que aparecem de maneira similar nos trabalhos de diversos matemáticos posteriores, como Leibniz, Wallis e Newton, bem como a que se utiliza nos dias atuais. Neste livro, Descartes utiliza as últimas letras do alfabeto para representar as incógnitas, bem como passa a usar as expressões $x \cdot x$ e x^2 como "x quadrado" (Boyer, 1974).

Figura 3 – Retrato de René Descartes (1596–1650)



Fonte: Domínio Público (Adaptado de Masterprint Art Gallery)

Ponte e Oliveira (1999) afirmam que, mesmo com Descartes, "o conceito de potência ainda era algo restritivo. Ele só foi alargado, de modo que tanto a base quanto o expoente pudessem ser números racionais quaisquer, em 1676, por Isaac Newton (1642-1727)." Além disso, de acordo com Eves (2004), "Wallis foi o primeiro a explicar de maneira razoavelmente satisfatória o significado dos expoentes zero, negativos e fracionários".

Durante o século XX, a área computacional teve significativa evolução. Nessa esteira, também evoluíram as linguagens de programação utilizadas para tal. Sebesta (2011) diz que muitas delas surgiram e se tornaram obsoletas; outras são utilizadas até hoje, e em todas elas foi necessário expressar de alguma maneira a potenciação. Algumas linguagens utilizam símbolos ("^" e "**") e outras usam expressões que remetem à potenciação, em especial em inglês, como a maioria das linguagens de programação (pow, exp, Potência, Power).

Cajori (1993) tece considerações atinentes ao processo de elaboração da notação de potenciação e o desenvolvimento da álgebra, conforme segue:

> Talvez não haja simbolismo na álgebra que foi tão bem escolhido e tão maleável quanto aos expoentes Cartesianos. Descartes escreveu um a^3, x^4; a extensão deste para expoentes a^n em geral foi fácil. Além disso, a introdução de frações e números negativos, como expoentes, foi prontamente realizada. O expoente irracional, como em $a^{\sqrt{2}}$, encontrou admissão incontestada. Era natural tentar expoentes na forma de imaginário puro ou de números complexos (L. Euler, 1740). No século XIX valiosas interpretações foram elaboradas, as quais constituem a teoria geral de b^n onde b e n podem ser ambos complexos. Nossa notação exponencial tem sido de grande ajuda para o avanço da ciência da álgebra a um grau que não poderia ter sido possível sob a antiga notação alemã ou de outras anteriores. Em nenhum outro lugar a importância de uma boa notação para o rápido avanço de uma ciência matemática pode ser visto com mais força do que no simbolismo exponencial da álgebra (Cajori, 1993, p.360).

A observação de Cajori ressalta que a notação exponencial não é apenas convenção simbólica, mas instrumento cognitivo que viabiliza generalizações e extensões conceituais. Dessa forma, no ensino, enfatizar as escolhas notacionais e suas razões históricas pode favorecer a compreensão abstrata da potenciação e justificar progressões didáticas que vão do concreto ao simbólico.

Esses desenvolvimentos históricos na notação e no significado de potência fundamentam escolhas didáticas atuais, permitindo conexões entre formas simbólicas e interpretações conceituais no ensino.

1.1.7 Conexões com o ensino contemporâneo

O estudo histórico da potenciação oferece contexto para o ensino atual ao evidenciar como notações, interpretações e aplicações desse conceito foram construídas ao longo do tempo; isso ajuda os alunos a verem a matemática como uma construção humana e contextualiza a evolução dos significados, do quadrado geométrico às potências com expoentes racionais e negativos, facilitando a compreensão conceitual e a motivação pedagógica.

Além disso, reconhecer diferentes representações históricas favorece a diversidade de abordagens didáticas, contribuindo para a mediação entre o concreto e o simbólico no ensino básico. Neste trabalho, essas conexões históricas servem como ponte para a discussão metodológica posterior; nas seções seguintes serão exploradas as propostas de ensino através de Matemática por Atividades Experimentais e recomendação curriculares (BNCC/PCN) que reutilizam e reinterpretam concepções históricas da potenciação para promover aprendizagens significativas e progressivas.

Diante do exposto, a trajetória histórica da potenciação justifica investigar como o tema vem sendo tratado em pesquisas educativas contemporâneas, por isso, apresenta-se a seguir a revisão da literatura.

1.2 Revisão da Literatura Sobre Potenciação

Para a realização desta pesquisa e o aprofundamento dos estudos, foi necessária uma revisão da literatura com o intuito de conhecer os trabalhos produzidos a respeito do tema "potenciação" e procurar estabelecer relações entre esses trabalhos e a presente pesquisa. Para tanto, no dia 11.02.2025, foi realizado um levantamento na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDBTD e no depositório de dissertações do Profmat.

Em relação ao depositório da BDBTD, no campo “busca”, foi utilizado o termo “potenciação”, obtendo-se 196 trabalhos como resultado. Em seguida, utilizou-se o filtro “área do conhecimento” e selecionou-se a opção “Matemática”, obtendo-se 12 trabalhos como resultado (10 dissertações e 2 teses). No depositório de dissertações do Profmat, também se utilizou o termo “potenciação” no campo busca, chegando-se a um resultado de 6 trabalhos.

Em uma primeira leitura (título e resumo) dos 18 trabalhos, foi possível descartar alguns, pois não se relacionavam com a proposta da pesquisa. Por exemplo, a pesquisa de Bernardi (2015), intitulada “GeoPlexo: um material manipulável para o ensino de números complexos”, foi retirada do levantamento, uma vez que não tem como foco o ensino ou a aprendizagem de potenciação. Outrossim, a pesquisa de Clarimundo (2020), com o título “Introduzindo a ideia de séries numéricas no ensino fundamental e médio”, também foi retirada, pois seu foco está no ensino de séries, enquanto o foco da pesquisa atual está na introdução do tema potenciação no Ensino Fundamental.

Dessa maneira, a partir dos critérios de seleção descritos anteriormente, o levantamento resultou em 7 (sete) trabalhos, apresentados no Quadro 2, organizados de acordo com o depositório consultado, tipo, título, autor e ano de publicação.

Quadro 2 – Dissertações e Teses selecionadas na revisão da literatura.

Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BTDC			
Tipo	**Título**	**Autor**	**Ano**
Dissertação	Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado a alunos dos ensinos fundamental e médio.	Ana Maria Paias.	2019
Dissertação	Autismo e o ensino de potenciação e radiciação: um estudo a partir da resolução de problemas.	Arly Leite Ribeiro	2021
Dissertação	Os materiais manipuláveis e os jogos pedagógicos como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem das operações com números inteiros.	Laura Moreira Bordin.	2011
Dissertação	Jogos como estratégia para facilitar o ensino aprendizagem de operações com números inteiros.	Rosane Garcia Bandeira Avello.	2006
Dissertação	Discutindo os conceitos de multiplicação e exponencial.	Jâmia Jurich Pillati.	2021
Depositório de dissertações do Profmat			
Tipo	**Título**	**Autor**	**Ano**
Dissertação	Torre de Hanoi: ensino de potenciação e uma extensão com 4 pinos.	Francisco das Chagas Melo de Sousa	2023
Dissertação	A contribuição dos jogos para a aprendizagem de potenciação e radiciação no 9° ano: uma proposta de ensino.	Alice Valéria Dias Menezes.	2014

Fonte: própria do autor

A dissertação de Paias (2019) teve como objetivo realizar um estudo e um diagnóstico a respeito da operação potenciação com alunos da 8ª série do Ensino Fundamental e 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo. Trata-se de uma pesquisa descritiva, quanti-qualitativa, com a realização de um diagnóstico sobre os erros dos alunos referentes à operação de potenciação, a fim de classificá-los e interpretá-los. A fundamentação teórica foi apoiada na Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1999), nos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) e nos estudos sobre o erro de Cury (2007). O resultado das análises das respostas dos alunos indicou que grande parte deles não domina a concepção de potenciação, ocorrendo que muitos a entendem como multiplicação. Assim, vários fatores agravam o erro em relação a esse tópico.

O trabalho de Ribeiro (2021) apresenta uma proposta didática de ensino de conceitos de potenciação e radiciação de Números Naturais aplicados em sala regular de ensino, a partir do sexto ano do Ensino Fundamental, de forma a atender às particularidades das alunas e dos alunos autistas, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, através da Resolução de Problemas, seguindo as etapas do roteiro de ensino proposta por Allevato e Onuchic (2014), contemplando, assim, o princípio fundamental de uma educação que atenda a todos. A pesquisa apresenta uma abordagem de caráter qualitativo, na modalidade de pesquisa pedagógica, desenvolvida por meio de um levantamento bibliográfico. O autor ressalta que, no âmbito educacional, a pesquisa visa favorecer a reflexão e o aprimoramento profissional dos docentes em relação ao Ensino da Matemática Inclusiva.

A dissertação de Pillati (2021) traz, por meio de artigos do matemático Keith Devlin, uma situação problema em relação à forma como as operações de multiplicação e potenciação são costumeiramente definidas. Nestes artigos, Devlin afirma que as operações de multiplicação e de potenciação não devem ser consideradas, respectivamente, como uma adição e uma multiplicação repetidas, pois, segundo o autor, isso gera discordância em relação à forma de ensinar e à definição matemática formal das operações. Apresentam-se referências que concordam e discordam do autor, e, em seguida, são trazidos os argumentos matemáticos formais, com as definições das operações e dos entes matemáticos necessários para o estudo de tal situação. Além disso, são incluídas algumas atividades que exemplificam outra forma de trabalhar as operações e a forma costumeiramente utilizada, quando necessário.

O trabalho de Bordin (2011) tem como objetivo analisar como o uso de jogos pedagógicos e materiais manipuláveis contribui para a compreensão das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação de números inteiros. Para tanto, foi realizado um estudo com 57 alunos das turmas de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública municipal de Santa Maria, RS. A pesquisa desenvolveu-se por meio de uma abordagem qualitativa, na qual a professora atuou como pesquisadora, vivenciando diretamente as relações dos alunos com seus pares e com os instrumentos da pesquisa. A análise dos resultados foi feita a partir do diário de campo da professora e dos relatórios de 28 alunos que compõem uma das turmas pesquisadas. O objetivo foi alcançado, pois os participantes demonstraram empenho e dedicação durante os jogos e demonstraram, nos testes avaliativos, que houve, de fato, uma melhoria na aprendizagem.

A dissertação de Avello (2006) teve como objetivo investigar se o uso de jogos facilita a aprendizagem das operações com números inteiros. Para isto, foi feito um estudo de caso do tipo observacional, com alunos que constituíram a amostra, matriculados nas sextas séries do Ensino Fundamental do Colégio Militar de Santa Maria. O autor utilizou jogos com cartas feitas em cartolinas, contendo de uma a doze circunferências pretas ou vermelhas, as quais representavam pontos ganhos ou perdidos, respectivamente, e que foram registrados em fichas. A partir da análise de conteúdo das respostas do questionário aplicado e das anotações de campo, foram elaboradas tabelas que permitiram constatar que os jogos auxiliam na aprendizagem das operações de soma e subtração de números inteiros e despertam o interesse dos alunos pela Matemática.

O trabalho de Souza (2023) apresenta uma proposta de atividade para o ensino de potenciação utilizando o jogo Torre de Hanói, que serviu como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo, visto que o assunto é abordado em praticamente todas as séries do ensino básico de Matemática. A pesquisa foi desenvolvida na Escola Estadual de Educação Profissional Professora Maria de Jesus Rodrigues Alves, localizada em Pacujá-CE, na turma do 3º ano do curso Técnico em Administração, composta por 36 alunos. Seu objetivo foi analisar os impactos da proposta tanto na construção do conhecimento sobre potenciação quanto no desenvolvimento de habilidades como pensar estrategicamente, identificar padrões e relações, praticar cálculos mentais, entre outros. A pesquisa possibilitou aos professores realizar um trabalho dinâmico e fez com que os alunos apresentassem melhor motivação e menos dificuldades no aprendizado desse assunto.

A dissertação de Menezes (2014) teve como objetivo analisar se a utilização de jogos matemáticos auxilia na aprendizagem da potenciação e radiciação em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental. A autora utilizou como metodologia uma proposta interventiva, com aplicação de questionários a priori e a posteriori, tendo como foco a aplicação de onze jogos. O trabalho foi realizado durante o primeiro bimestre letivo de 2014 no Colégio da Polícia Militar de Pernambuco – Anexo I (Petrolina). Os resultados da pesquisa indicaram que o uso dos jogos e das atividades lúdicas, quando planejados e orientados adequadamente, são uma alternativa prazerosa, desafiadora e atrativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, subsidiando o professor para a formulação de aulas dinâmicas e participativas.

A seguir, serão tratados tópicos acerca da metodologia de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais na perspectiva do pesquisador brasileiro Pedro Franco de Sá.

1.3 O Ensino de Matemática por Atividades Experimentais

Apresenta-se a seguir uma breve exposição da Teoria da Atividade, da distinção entre atividade didática e atividade de estudo e entre atividade de conceituação e atividade de redescoberta.

1.3.1 A Teoria da Atividade

De acordo com Querol, Cassandre e Bulgacov (2014, apud Sá, 2020), a Teoria da Atividade (TA) foi desenvolvida por diversos pesquisadores, tendo sua gênese por Hegel, continuado com Marx, seguido com Vygotsky, Luria, Rubinstein, Leontiev, Galperin, Dayvidov, Talizina e Engestrom, entre outros pesquisadores. Sua base material está na diferença da relação do ser humano e os demais animais com a natureza, conforme alude Franco

(2009, apud Sá, p.144).

> “a base material da Teoria da Atividade está na diferença da relação do ser humano e os demais animais com a natureza. Na busca pela satisfação de suas necessidades os animais se apropriam da natureza, mas não a transformam. Já os seres humanos também se apropriam da natureza, a transformam e são transformados neste processo.”

Franco (2009, p.198, apud SÁ, 2020, p.144) acrescenta que:

> [...] a teoria da atividade [...] procura estabelecer a diferença entre atividade e ação, entre atividade animal e atividade humana e sua vinculação com a atividade psíquica, sua base material, suas necessidades, seus motivos e finalidades.

Sá (2020) destaca que até o fim do século XIX a palavra atividade ainda não possuía um significado técnico associado à mesma e que com o desenvolvimento da TA foi produzida, entre outros resultados, a distinção entre atividade e ação. A ação, para Querol, Cassandre e Bulgacov (2014, apud Sá, 2020), é um componente da atividade, mas não a própria atividade. Além disso, uma mesma ação pode compor várias atividades distintas.

Uma importante contribuição Leontiev (1984) foi a determinação dos elementos estruturantes de uma atividade, a saber:

> O **sujeito** da Atividade é quem realiza a atividade podendo ser um sujeito ou um coletivo de sujeitos que participam da realização da mesma.
> O **objeto** da Atividade é a matéria prima com a qual o(s) sujeito(s) da atividade começa(m) a atuar para obter um determinado produto. Este objeto pode ser material ou ideal.
> Os **motivos** da Atividade correspondem as motivações que levam o(s) sujeito(s) a realizar(em) as ações relacionadas a atividade.
> O **objetivo** da Atividade é a representação imaginária dos resultados possíveis de se alcançar com a realização de uma ação concreta.
> O **sistema de operações** da Atividade consiste dos procedimentos para realizar a ação para transformar o objeto no produto desejado.
> A **base orientadora da ação** se constitui pela imagem que o sujeito tem da ação que vai realizar, bem como também da imagem do produto a obter.
> Os **meios** da Atividade são os instrumentos adequados de que se vale o sujeito para organização e realização da atividade.
> O **produto** da Atividade é o resultado obtido das transformações sobre o objeto da atividade que deve coincidir com o objetivo da atividade (Nunes e Pacheco, 1997, apud Sá, 2020, p.147).

1.3.2 Atividade Didática x Atividades de Estudo

Sá (2020) diz que o trabalho docente é permeado de diversas tarefas que possuem características didáticas. Essas tarefas podem ser vistas como: planejamento, organização, execução do ensino, aprofundamento, revisão, avaliação e feedback, onde cada uma contém sujeito, objeto, motivos, objetivo, sistema de operações, base orientadora da ação, meios, condições e produto, que são os elementos funcionais de uma Atividade. Dessa forma, como todas as atividades estão relacionadas ao trabalho didático, afirma-se que tais tarefas podem ser vistas como Atividades didáticas.

Os estudos de Davydov relativos à TA focaram na atividade de estudo, que, segundo Querol, Cassandre e Bulgacov (2014, apud Sá, 2020), era considerada por Leontiev como a atividade predominante das crianças em idade escolar. Segundo Reis, Nehring e Breunig (2018, apud Sá, 2020), Davydov desenvolveu experimentos formativos nas áreas de língua russa, matemática e artes por mais de 40 anos. Durante este tempo, as investigações foram centradas na Atividade de Estudo. Para Davydov (1988, p.165):

> O pensamento dos estudantes, no processo da atividade de estudo, de certa forma, se assemelha ao raciocínio dos cientistas, que expõem os resultados de suas investigações por meio das abstrações, generalizações, e conceitos teóricos substantivas, que exercem um papel no processo de ascensão do abstrato ao concreto.

Para Sá (2020), esta posição de Davydov converge para a necessidade de um trabalho pedagógico que favoreça a realização de abstração, generalização e conceituação. De acordo com esse autor, quando se trata de atividades direcionadas para o ensino de matemática, estas podem acontecer de várias maneiras; contudo, podem ser divididas em duas categorias: uma tendo como único protagonista o professor (nesse caso, argumenta-se que predomina o ensino tradicional, onde são trabalhados os conceitos do objeto de ensino desejado, seguidos de exemplos e exercícios) e a outra tendo como protagonistas o professor e o aluno, sendo ambos importantes e se desenvolvendo de acordo com a participação e função de cada um.

Mizukami (1986, apud Sá, 2019) afirma que a atividade foi inserida ao trabalho pedagógico com o intuito de deslocar o protagonismo do professor, principal característica da abordagem tradicional, para que o processo de ensino e de aprendizagem apresentasse um grau maior de evolução. Loss (2016, apud Sá, 2019) acrescenta que a adição da atividade no ensino deu-se "durante o movimento da Escola Nova, uma reação à escola tradicional que fazia uso predominante da exposição oral."

Nessa tendência, há um avanço em relação à tendência tradicional devido à proposição de atividades escolares centradas nos estudantes, como trabalhos em grupos, pesquisas, jogos, exercícios de criatividade, experiências, entre outras. Nessa tendência, ocorreu a transição de um extremo autoritário, da tendência tradicional, para outro caracterizado pelo laissez-faire pedagógico. As teorias pedagógicas que orientaram a prática não garantiram à educação a formação do sujeito de forma integral. A tendência ativista trouxe uma diversificação das estratégias para a efetivação da aprendizagem, embora o ato educativo tenha se restringido a atividades isoladas (Loss, 2016, p.58-60, apud Sá, 2019, p.14).

Ainda segundo Sá (2020), as ideias da pedagogia nova, como a atividade e a inserção na escola de situações da realidade das pessoas, geraram mudanças no processo de ensino e aprendizagem, que enfatizavam a memorização dos conteúdos, o ensino através da exposição do conceito seguida de exercícios de fixação, voltando-se para o ensino de matemática da atividade, na qual se exige dos estudantes participação ativa por meio de experimentos e atividades que envolvem jogos e materiais manipulativos, para que os sujeitos pudessem vivenciar o processo de descoberta.

Sá (2020) evidencia que as atuais Tendências em Educação Matemática (EM): Modelagem Matemática, Uso de Jogos, Etnomatemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Investigação Matemática e Uso de novas Tecnologias contêm todos os elementos funcionais de uma Atividade, no sentido da Atividade de Estudo. Desta maneira, estas tendências podem ser denominadas de Atividade de Modelagem, Atividade de Investigação Matemática, etc., tendo como protagonistas o aluno e o professor no processo de desenvolvimento das aprendizagens. Unindo-se a essas tendências, tem-se a metodologia de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, que também detém os elementos funcionais de uma Atividade, conforme o Quadro 3 a seguir.

Quadro 3 – Elementos da Atividade em aula de matemática por Atividade Experimental.

Elemento Funcional da Atividade	**Elemento da Atividade na Aula Experimental de Matemática.**
Os sujeitos da atividade	Docentes e estudantes.
Objeto da atividade	Conhecimento matemático.
O motivo	Necessidade de ensinar/aprender conhecimento matemáticos.
O objetivo	Oportunizar o acesso a conhecimento matemático.
O sistema de operações	Ações que são permitidas realizar a partir do procedimento e dos matérias disponíveis para a aula.
A base orientadora da ação	As informações prévias a respeito dos materiais disponíveis e do conteúdo matemático envolvido.
Os meios	Os recursos disponíveis para a realização das ações.
As condições	As regras de utilização do material do experimento.
O produto	Conclusão/conceituação obtida.

Fonte: adaptado de Sá (2020)

1.3.3 O ensino de matemática por atividades experimentais

O Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) presume a possibilidade de conduzir o aluno ao aprendizado das noções matemáticas de forma gradual e constante, de maneira dinâmica, participativa e construtiva, desenvolvendo no educando descobertas cognitivas dos conteúdos matemáticos, considerando os objetivos de cada atividade (Sá *et al.*, 2022). Trata-se, portanto, de uma metodologia de ensino que conduz o estudante à redescoberta dos objetivos propostos em cada atividade, elaborados de acordo com a especificidade do conteúdo em questão.

Neste sentido, o professor deverá propor um ambiente investigativo, em que seu próprio papel é, na maior parte, voltado para a instigação das ações exploratórias do aprendiz. Assim, ele propõe a atividade estruturada, desafia e encoraja o aprendiz, validando ainda os resultados e/ou problematizando resultados insatisfatórios (Sá, 2022).

Fossa (2020) argumenta que esses aspectos podem ser decisivos no processo de aprendizagem do aluno, pois uma abordagem com essas características se apoia na experiência direta e vivenciada pelo aprendiz. Desta forma, a atividade fica centrada no próprio aluno e em seus interesses imediatos, o que fortalece a construção de seus esquemas mentais.

Mesmo sofrendo algumas críticas, o Ensino de Matemática por Atividades resiste por ter características positivas, como destaca Sá (2019):

> • É diretivo;
> • Tem compromisso com o conteúdo;
> • Tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo;
> • É estruturado;
> • É sequencial;
> • Não está necessariamente associado à resolução de problemas;
> • Leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes;
> • Os resultados são institucionalizados ao final da atividade;
> • Não dispensa a participação do professor;
> • É adequado para a formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algoritmos;
> • É iterativo entre estudantes e professor. (Sá, 2019, p.16).

Ademais, observa-se, em Sá (2022), que o Ensino por Atividades Experimentais fornece elementos para um planejamento que contemple situações significativas de aprendizagem de ensino nas aulas de matemática, desde que conduzidas com o devido planejamento. Assim, tais atividades proporcionam um elemento de proximidade e de interação entre os envolvidos.

Sá (2019) destaca que o ensino por atividades pode ter dois tipos básicos de atividades: “atividade de conceituação” ou “atividade de redescoberta”. Para esse autor, uma atividade de conceituação deve ter o fito de "[...] levar o estudante a perceber a ocorrência de determinado tipo de situação/tipo de objeto matemático. A definição deste objeto percebido é o objetivo da atividade de conceituação" (Sá, 2019, p. 17). Já a atividade de redescoberta:

> [...] tem como objetivo levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática. Uma atividade de redescoberta não corresponde a uma demonstração de um resultado matemático, mas sim ao momento de exploração do objeto que antecede a demonstração do resultado. (Sá, 2019, p. 17).

O autor também destaca que o Ensino de Matemática por Atividades é desenvolvido por dois modos: demonstração ou experimental. O modo demonstração consiste quando o professor realiza ações enquanto os alunos registram resultados para depois interagir com tais resultados, alcançando o resultado planejado pela atividade. Isso é sugerido quando existe a necessidade de manipulação com objetos caros ou que possam ser danificados durante a atividade. Tais atividades demonstrativas podem ser aplicadas tanto para conceituação quanto para redescoberta.

Por sua vez, no modo experimental, o professor elabora o experimento, e os alunos o executam. Esse modo, assim como o anterior, pode ser empregado tanto para conceituação quanto para redescoberta (Sá, 2019).

A seguir, no Capítulo 2, será apresentado um estudo acerca da potenciação, incluindo algumas definições, propriedades, aplicações e fundamentos curriculares relevantes.

CAPITULO 2

POTENCIAÇÃO E CONCEITOS BÁSICOS

Neste capítulo, serão abordados os conceitos essenciais para a formalização das operações adição e multiplicação dentro dos conjuntos dos números naturais ($\mathbb{N}$), inteiros ($\mathbb{Z}$) e racionais ($\mathbb{Q}$). Buscou-se trabalhar com aqueles que são usualmente abordados no Ensino Básico, em particular, no Ensino Fundamental – Anos Finais.

Também se tratará dos principais conceitos e propriedades da potenciação envolvendo os conjuntos numéricos supracitados. Para a apresentação dessas operações, conceitos e propriedades, a fundamentação baseia-se na bibliografia tradicional para este assunto, a exemplo de Lima (2013), Lima (2018), Milies e Coelho (2001) e Iezzi *et al.* (2013).

2.1 Operações nos Conjuntos Numéricos

A seguir, serão abordados os conjuntos numéricos fundamentais: os números naturais, os números inteiros e os números racionais. Cada um desses conjuntos será apresentado com suas operações e propriedades básicas, preparando a base para uma compreensão mais aprofundada das operações matemáticas.

2.1.1 Números naturais

Na obra de Lima (2013), o conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$) está definido de maneira axiomática pelos Axiomas de Peano, conforme descrito a seguir:

Ax_1: Todo número natural tem um único sucessor;

Ax_2: Números naturais diferentes possuem sucessores diferentes;

Ax_3: Existe um único número natural, chamado um e representado pelo símbolo 1, que não é sucessor de nenhum outro;

Ax_4: Seja X um conjunto de números naturais (isto é, $X \subset N$). Se $1 \in X$ e se, além disso, o sucessor de todo elemento de X ainda pertence a X, então $X = N$.

Neste conjunto, Lima (2018) define duas operações: as operações de soma e multiplicação. Estas operações associarão a cada par de números $(m; n)$ a soma, representada por $m + n$, e a multiplicação por $m \cdot n$, para as quais, seguem os axiomas:

N_1:

$$m + 1 = s(m); \tag{1}$$

N$_2$:

$$m + s(n) = s(m + n), \tag{2}$$

isto é

$$m + (n + 1) = (m + n) + 1, \tag{3}$$

com

$$s(n) = n + 1; \tag{4}$$

N$_3$:

$$m \cdot 1 = m; \tag{5}$$

N$_4$:

$$m \cdot (n + 1) = m \cdot n + m. \tag{6}$$

A seguir, estão listadas as propriedades das operações no conjunto dos números naturais, juntamente com as demonstrações de algumas delas, realizadas utilizando o 4º Axioma de Peano.

A$_1$: Propriedade Associativa da Soma: Para toda terna m, n, p de números naturais tem-se que:

$$m + (n + p) = (m + n) + p. \tag{7}$$

Demonstração:

Sejam $m, n \in N$ e o conjunto $X = \{p \in N / m + (n + p) = (n + m) + p\}$. Por (3), tem-se que $1 \in X$. Suponha agora que $k \in X$, isto é, $m + (n + k) = (n + m) + k$ e mostre que $s(k) \in X$. De fato, usando (2) duas vezes e, em segiuida, a hipótese de indução, tem-se que $m + \big(n + s(k)\big) = m + s(n + k) = s\big(m + (n + k)\big) = s\big((m + n) + k\big) = (m + n) + s(k)$. Portamto, $s(k) \in X$ e, por Ax$_4$, o resultado segue.

A$_2$: Existência do Elemento Neutro da Soma: Para cada $a \in N$, existe um único elemento, denominado neutro aditivo ou zero, denotado por 0, tal que

$$a + 0 = a; \tag{8}$$

A$_3$: Propriedade Comutativa da Soma: Para todo par m, n de números naturais, tem-se:

$$m + n = n + m. \tag{9}$$

Demonstração:

Inicialmente, prove que $m + 1 = 1 + m, \forall\, m \in N$. Com efeito, seja $X = \{k \in N / k + 1 = 1 + k\}$. Claramente $1 \in X$; suponha agora que $p \in X$, isto é, que $p + 1 = 1 + p$ e mostre que $s(p) \in X$. De fato, de (4) e da hipótese de indução, segue que $s(p) + 1 = s(p + 1) = s(1 + p) = 1 + s(p)$. Logo, $s(p) \in X$ e, por Ax_4, está provado o resultado.

Veja a seguir a demonstração da propriedade:

Seja $k \in N$ e $X = \{k \in N / m + k = k + m\}$. Foi provado que $1 \in X$. Suponha agora que $n \in X$, isto é, $m + n = n + m$ e mostre que $s(p) \in X$. De fato, por (4), $m + s(n) = m + (n + 1)$. Usando, respectivamente, a Associatividade da Soma (8), a Comutatividade do 1 com qualquer natural e a hipótese de indução, tem-se: $m + s(n) = (m + n) + 1 = 1 + (m + n) = 1 + (n + m) = s(n) + m$. Portanto, $s(p) \in X$ e, por Ax_4, o resultado está provado.

M_1: Existência do Neutro para o Produto: Existe um único elemento, diferente de zero, denominado neutro multiplicativo, que será representado por 1, tal que

$$1 \cdot a = a, \tag{10}$$

para todo $a \in N$;

M_2: Propriedade Cancelativa do Produto: Para toda terna m, n, p de naturais, tem-se que:

$$mn = mp \Longrightarrow n = p; \tag{11}$$

M_3: Propriedade Distributiva do Produto: Para toda terna m, n, p de números naturais tem-se que:

$$m \cdot (n + p) = m \cdot n + m \cdot p. \tag{12}$$

Demonstração:

Tome $m, n \in N$ e considere $X = \{k \in N / m \cdot (n + p) = m \cdot n + m \cdot p$. De (6), tem-se que $1 \in X$. Suponha agora que $p \in X$, ou seja, $m \cdot (n + p) = m \cdot n + m \cdot p$ e mostre que $s(p) \in X$. De fato, por (6) tem-se: $m \cdot (n + (p + 1)) = m \cdot n + m \cdot (p + 1)$. Usando agora a Associatividade da Soma (8) e a hipótese de indução, tem-se: $m \cdot (n + (p + 1) = m \cdot ((n + p) + 1) = m \cdot (n + p) + m = m \cdot n + m \cdot p + m = m \cdot n + m(p + 1)$. Assim, $s(p) \in X$ e, por Ax_4, o resultado segue.

M4: Propriedade Associativa do Produto: para toda terna m, n, p de número naturais tem-se que:

$$m \cdot (n \cdot p) = (m \cdot n) \cdot p; \tag{13}$$

Demontração:

Fixe $m,\ n \in N$ e defina $X = \{k \in N/(m \cdot n) \cdot k = m \cdot (n \cdot k)\}$. Claramente $1 \in X$. Suponha agora, que $p \in X$, isto é, $m \cdot (n \cdot p) = (m \cdot n) \cdot p$ e mostre que $s(p) \in X$, seja, que $m \cdot (n \cdot (p + 1) = (m \cdot n) \cdot (p + 1)$. De fato, por (6), pela Distributividade do Produto (12) e pela hipótese de indução, repectivamente, vem que $m \cdot (n \cdot (p + 1) = m \cdot (n \cdot p + n) = m \cdot (n \cdot (p + 1) = m \cdot (n \cdot p) + m \cdot n = m \cdot n \cdot p + m \cdot n = m \cdot n \cdot (p + 1)$. Assim, $s(p) \in X$ e, porAx4, o resultado segue.

M5: Propriedade Comutativa do Produto: Para todo par m, n de números naturais, tem-se que:

$$m \cdot n = n \cdot m. \tag{14}$$

Demonstração:

Inicialmente, seré demonstrado que $1 \cdot m = m, \forall\, m \in N$. Com efeito, seja $X = \{k \in N/1 \cdot k = k\}$. Claramente $1 \in X$, pois $1 \cdot 1 = 1$. Suponha agora que $p \in X$, isto é, $1 \cdot p = 1$ e mostre que o $s(p) \in X$. De fato, $1. s(p) = 1. (p + 1) = 1. p + 1 = p + 1$. Logo, $s(p) \in X$ e, por Ax_4, o resultado segue.

Veja a demonstração da propriedade:

Fixe $n \in N$ e considere $X = \{k \in N/n \cdot k = k \cdot n\}$. Foi provado que $1 \in X$. Suponha agora que $m \in X$, isto é, $m \cdot n = n \cdot m$ e analise se $s(m) \in X$. Ora, por (1) e (6), tem-se que: $n \cdot s(m) = n \cdot (m + 1) = n \cdot m + n$. Usando agora a hipótese de indução e a Distributividade do Produto (12), temos: $(m + 1)n = s(m) \cdot n$. Logo, $s(m) \in X$ e, por Ax4, o resultado segue.

2.1.2 Números inteiros

Lima (2018) representa os números inteiros partindo da definição dos números naturais representados como pontos de uma reta, onde são inseridos também aqueles à esquerda de zero. Utilizando estes elementos, tem-se que o conjunto é definido por:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup (-\mathbb{N}) \tag{15}$$

onde $-\mathbb{N}$ é o conjunto que permite a validade da propriedade (10) citada adiante.

Milies e Coelho (2001 apud Pillati, 2021, p.19) apresentam um conceito diferenciado deste conjunto, no qual os autores o definem através das operações nele efetuadas, sendo estas as operações de soma (também representada por $+$) e a operação de multiplicação (representada também por $\cdot$). Destaca-se que, neste conjunto, é possível ainda comparar seus elementos através da relação de maior que ou igual a (≥).

Além das propriedades observadas no conjunto dos números naturais, os números inteiros gozam da propriedade:

M$_6$: Existência do Oposto para Soma, isto é, para cada inteiro a existe um único elemento que será designado como oposto de a e indicaremos por $-a$, tal que:

$$a + (-a) = 0; \tag{16}$$

Pillati (2021) alerta que, trabalhando com os axiomas e as propriedades nestes conjuntos, não se tem a existência do elemento inverso na multiplicação. Ou seja, somente com os conjuntos naturais e inteiros não se apresenta a prerrogativa de que se $a \cdot b = 1$, então $b = \frac{1}{a}$ ou $a = \frac{1}{b}$.

Para tanto, a autora argumenta que é necessário tomar um conjunto mais abrangente, como o dos números racionais ($\mathbb{Q}$), que será analisado a seguir.

2.1.3 Números racionais

O conjunto dos números racionais é formado pelas abcissas dos pontos do eixo real, sendo o segmento mensurável. Este conjunto é formado por frações da forma $\frac{m}{n}$, onde $m \in Z$ e $n \in N$, $n \neq 0$ (Lima, 2018).

Sabe-se que frações diferentes podem representar o mesmo número, e uma das formas de restringir o conjunto dos números racionais apenas às frações irredutíveis aparece na definição deste conjunto e de suas operações, que surge em Coelho e Milies (2001), onde se parte do conjunto quociente, denotado por $(\mathbb{Z}\text{x}\mathbb{Z}^*) \not\equiv$ e determinado pela relação:

$$\frac{m}{n} \equiv \frac{x}{y} \Leftrightarrow m \cdot y = n \cdot x, \tag{17}$$

de tal forma que cada número racional $\frac{a}{b}$ é uma classe de equivalência dada por:

$$\left[\frac{a}{b}\right] = \{(x; y) \in \mathbb{Z}x\mathbb{Z}^* |\ (x; y) \equiv (a; b)\} = \{(x; y) \in \mathbb{Z}x\mathbb{Z}^* \mid xb = ya\} \tag{18}$$

Esta definição permite criar o conjunto dos números racionais, denotado a partir daí por $\mathbb{Q}$.

Para este conjunto, são apresentadas as definições das operações de soma e produto, relacionando suas propriedades.

Definição de Soma: Seja $\alpha = \frac{a}{b}$ e $\beta = \frac{c}{d}$ com $(a, b), (c, d) \in (\mathbb{Z}x\mathbb{Z}^*) \not\equiv$ estabelece-se $\alpha + \beta$ como o racional:

$$\alpha + \beta = \frac{ad+bc}{bd} \tag{19}$$

Importante destacar que a operação de soma neste conjunto goza das mesmas propriedades verificadas no conjunto dos números inteiros.

A operação de multiplicação, na qual o resultado é denominado produto, é definida da seguinte maneira.

Definição de Multiplicação: Seja $\alpha = \frac{a}{b}$ e $\beta = \frac{c}{d}$ com $\alpha, \beta \in \mathbb{Q}$ o produto $\alpha\beta$ (é possível suprimir o ponto quando se representa a multiplicação), é dado por:

$$\alpha\beta = \frac{ac}{bd}. \tag{20}$$

Para esta operação também valem propriedades observadas no conjunto dos números inteiro e, ainda, a seguinte:

M_7: Existência de inverso multiplicativo, isto é, para cada racional α diferente de zero, existe um único elemento que é denominado inverso de α e será denotado por α^{-1}, tal que:

$$\alpha\alpha^{-1} = 1; \tag{21}$$

Assim, nestes conjuntos se definem estas operações independentes uma da outra (soma e multiplicação), que gozam das propriedades descritas.

2.2 Potência de Expoente Natural

Nesta seção, será tratada a potenciação considerando os Conjuntos Numéricos analisados e discutidos anteriormente, destacando os principais conceitos e propriedades.

Iezzi *et al.* (2013) definem Potência de expoente Natural da seguinte forma:

Seja a um número real e n um número natural. Potência de base a e expoente n é o número a^n tal que:

$$\begin{cases} a^0 = 1, a \neq 0 \\ a^n = a^{n-1} \cdot a, \forall\, n, n \geq 1 \end{cases} \tag{22}$$

Decorrendo dessa definição, obtém-se que:

$$a^1 = a^0 \cdot a = 1 \cdot a$$
$$a^2 = a^1 \cdot a = a \cdot a$$
$$a^3 = a^2 \cdot a = (a \cdot a) \cdot a$$

e, de modo geral, para p natural e $p \geq 2$, tem-se que a^p é um produto de p fatores iguais à a.

Os autores apresentam os seguintes exemplos acerca da definição (22):

a) $a^0 = 1$

b) $(-2)^0 = 1$

c) $\left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}$

d) $(-3)^1 = -3$

e) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

f) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

g) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

h) $0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

i) $0^1 = 0$

Da definição (22), tomando $a \in R$, $b \in R$, $m \in N$ e $n \in N$, com $a \neq 0$ ou $n \neq 0$, valem as seguintes propriedades das potências:

P1:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \tag{23}$$

Demonstração (Por Indução Matemática):

Considerando m fixo; tem-se que a propriedade é verdadeira para $n = 0$, pois, $a^{m+0} = a^m \cdot 1 = a^m \cdot a^0$. Suponha-se agora que a propriedade seja verdadeira para $\mathrm{n} = \mathrm{p}$, isto é, $a^m \cdot a^p = a^{m+p}$ e mostra-se que também é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, que $a^m \cdot a^{p+1} = a^{m+p+1}$. De fato, $a^m \cdot a^{p+1} = a^m \cdot (a^p \cdot a) = (a^m \cdot a^p) \cdot a = a^{m+p} \cdot a = a^{m+p+1}$, como queríamos demonstrar.

P2:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \tag{24}$$

P3:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n; \tag{25}$$

Demonstração (Por Indução Matemática):

A propriedade é verdadeira para $n = 0$, pois, $(a \cdot b)^0 = 1 = 1 \cdot 1 = a^0 \cdot b^0$. Agora, supõe-se que a propriedade seja verdadeira para n = p, isto é, $(a \cdot b)^p = a^p \cdot \mathrm{b}^\mathrm{p}$, e mostra-se que também é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, que $(a \cdot b)^{p+1} = a^{p+1} \cdot b^{p+1}$. De fato, $(a \cdot b)^{p+1} = (a \cdot b)^p \cdot (a \cdot b) = (a^p \cdot b^p) \cdot (a \cdot b) = (a^p \cdot a) \cdot (b^p \cdot b) = a^{p+1} \cdot b^{p+1}$, como queríamos demonstrar.

P4:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; \tag{26}$$

P5:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}. \tag{27}$$

Demonstração (Por Indução Matemática):

Considerando m fixo; tem-se que a propriedade é verdadeira para $n = 0$, pois, $(a^m)^0 = 1 = a^0 = a^{m \cdot 0}$. Supondo agora que a propriedade seja verdadeira para $n = p$, isto é, $(a^m)^p = a^{m \cdot p}$, deve-se mostrar que também é verdadeira para $n = p + 1$, isto é, $(a^m)^{p+1} = a^{m \cdot (p+1)}$. De fato, $a^{m \cdot (p+1)} = (a^m)^p \cdot a^m = a^{m \cdot p} \cdot a^m = a^{m \cdot p + m} = a^{m \cdot (p+1)}$, como queríamos demonstrar.

As demontrações de **P2 e P4** ficam como exercícios para o leitor.

As propriedades (23) a (27), doravante denominadas propriedades (P), têm grande aplicação nos cálculos com potências. Nas “ampliações” do conceito de potência que se verá adiante, procurar-se-á manter sempre válidas as propriedades (P), fazendo com que essas propriedades sejam estendidas sucessivamente para as potências de expoente inteiro e racional.

Na definição da Potência a^n, Iezzi *et al.* (2013) ressaltam que a base a pode ser um número real positivo, nulo ou negativo.

A seguir, serão considerados os desdobramentos de cada um desses casos:

1º caso: $a = 0 \Rightarrow 0^n = 0, \forall\, n \in N\, n \geq 1.$

2º caso: $a > 0 \Rightarrow a^n > 0, \forall\, n \in N.$

isto é, toda potência de base real positiva e expoente $n \in N$ é um número real positivo.

3º caso: $a < 0 \Rightarrow \begin{cases} a^{2n} > 0, \forall\, n \in N \\ a^{2n+1} < 0, \forall\, n \in N \end{cases}$.

Conclui-se que toda potência de base negativa e expoente par é um número real positivo, enquanto toda potência de base negativa e expoente ímpar é um número real negativo.

2.3 Potência de Expoente Inteiro Negativo

Iezzi *et al.* (2013), considerando o fato de o expoente n ser um número inteiro, complementam o seguinte:

Dado um número real a, não nulo, e um número n natural, define-se a potência a^{-n} pela relação:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}. \tag{28}$$

Isto é, a potência de base real, não nula, e expoente inteiro negativo é definida como o inverso da correspondente potência de inteiro positivo.

Os autores trazem os seguintes exemplos acerca da definição (28):

a) $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$

b) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

c) $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = \frac{1}{8}$

d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4}$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{1}{-\frac{1}{32}} = -32$

Ademais, deixam como observações os seguintes pontos:

1ª) Com a definição de potência de expoente inteiro negativo, a propriedade (24) passa a ter significado para $\mathrm{m} < \mathrm{n}$.

2ª) Se $a = 0$ e $n \in \mathbb{N}$, 0^{-n} é um símbolo sem significado.

Combinando as definições (22) e (28), Iezzi *et al.* (2013), trazem uma definição mais geral para a Potenciação, a saber:

Seja $a \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{Z}$, então:

$$a^n = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0 \ e \ a \neq 0 \\ a^{n-1} \cdot a, & \text{se } n > 0 \\ \frac{1}{a^{-n}}, & \text{se } n < 0 \ e \ a \neq 0 \end{cases}. \tag{29}$$

Estas potências têm as propriedades (P), ou seja: gozam das propriedades (23) a (27).

2.4 Potência de Expoente Racional

Abrangendo um pouco mais os valores para os expoentes, e utilizando as propriedades

(P), Iezzi *et al.* (2013) trazem a seguinte definição:

Dados $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ $(p \in \mathbb{Z}\ e\ q \in \mathbb{N}^*)$, define-se potência de base a e expoente $\frac{p}{q}$ pela relação:

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}. \tag{30}$$

E alertam para o fato de que se $a = 0$ e $\frac{p}{q} > 0$, adota-se a seguinte definição (especial):

$$0^{\frac{p}{q}} = 0. \tag{31}$$

Como exemplos da definição (30), Iezzi *et al.* (2013) trazem os que seguem:

a) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

b) $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$

c) $7^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{49}}$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

Ainda acerca de definição (30), os autores chamam a atenção para os seguintes fatos**:**

1ª) O símbolo (31), com $\frac{p}{q} < 0$ não tem significado, pois $\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{q}} \in \mathbb{Q}$ e $q \in \mathbb{N}^* \Rightarrow p < 0 \Rightarrow 0^p$ não tem significado.

2ª) Toda potência de base positiva e expoente racional é um número real positivo:

$$\mathrm{a} > 0 \Rightarrow \mathrm{a}^{\frac{\mathrm{p}}{\mathrm{q}}} = \sqrt[\mathrm{q}]{\mathrm{a}^{\mathrm{p}}} > 0. \tag{32}$$

As propriedades (P) verificam-se também para as potências de expoente racional. Assim, se $a \in \mathbb{R}_+^*, b \in \mathbb{R}_+^*, \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ e $\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{s}} \in \mathbb{Q}$, então valem as seguintes propriedades:

P1:

$$a^{\frac{p}{q}} \cdot a^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{p}{q}+\frac{r}{s}}; \tag{33}$$

P2:

$$\frac{a^{\frac{p}{q}}}{a^{\frac{r}{s}}} = a^{\frac{p}{q}-\frac{r}{s}}; \tag{34}$$

P3:

$$(a \cdot b)^{\frac{p}{q}} = a^{\frac{p}{q}} \cdot b^{\frac{p}{q}}; \tag{35}$$

P4:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{p}{q}} = \frac{a^{\frac{p}{q}}}{b^{\frac{p}{q}}}; \tag{36}$$

P5:

$$\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{p}{q}.\frac{r}{s}}. \tag{37}$$

Para proceder as demonstrações das propriedades (P) é conveniente conhecer as propriedades operatórias dos radicais, a saber: Se $a \in \mathbb{R}_+, b \in \mathbb{R}_+, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*$e $p \in \mathbb{N}^*$, tem-se:

R1:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}, \tag{38}$$

para $a \neq 0$ ou $m \neq 0$.

R2:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \tag{39}$$

R3:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \ (b \neq 0) \tag{40}$$

R4:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} \tag{41}$$

R5:

$$\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[p \cdot n]{a} \tag{42}$$

Demonstradas em Iezzi *et al.* (2013, p.11 e 12).

Demonstração de P1:

Com efeito,

$$a^{\frac{p}{q}} \cdot a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[q]{a^p} \cdot \sqrt[s]{a^r} = \sqrt[qs]{a^{ps}} \cdot \sqrt[qs]{a^{qr}} = \sqrt[qs]{a^{ps} \cdot a^{qr}} = \sqrt[qs]{a^{ps+qr}} = a^{\frac{ps+qr}{qs}} = a^{\frac{p}{q}+\frac{r}{s}}$$

Demonstração de P3:

De fato,

$$(a \cdot b)^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{(a \cdot b)^p} = \sqrt[q]{a^p \cdot b^p} = \sqrt[q]{a^p} \cdot \sqrt[q]{b^p} = a^{\frac{p}{q}} \cdot b^{\frac{p}{q}}$$

Demonstração de P_5:

De fato,

$$\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{\left(a^{\frac{p}{q}}\right)^{r}} = \sqrt[s]{\left(\sqrt[q]{a^{p}}\right)^{r}} = \sqrt[s]{\sqrt[q]{a^{p\cdot r}}} = \sqrt[s\cdot q]{a^{p\cdot r}} = a^{p\cdot\frac{r}{s}\cdot\frac{1}{s}} = a^{\frac{p}{q}\cdot\frac{r}{s}}$$

As demais demonstrações ficam como exercícios para o leitor.

2.5 Aplicações da Potenciação

A seguir, serão apresentadas algumas aplicações da potênciação, tais como na matemática comercial, no jogo Torre de Hanói e em situações envolvendo o crescimento e o decaimento exponencial.

Aplicação 1 (Juros Compostos): Um capital de R$ 500,00 foi aplicado a uma taxa de 2% ao mês durante 10 meses, no regime de juros compostos. Determine o valor a ser recebido após o tempo da aplicação.

Solução:

A situação acima envolve juros compostos, por isso ocorre acumulação de capital que deverá ser expresso por uma potenciação, onde o número de meses corresponderá ao expoente e a base será representada pela taxa.

Observe a fórmula do cálculo do montante nos juros compostos:

$$M = C \cdot (1+i)^{t} \qquad \text{(base: } (1+\text{i})\text{, expoente: t)}$$

$$M = 500 \cdot (1+0{,}02)^{10}$$

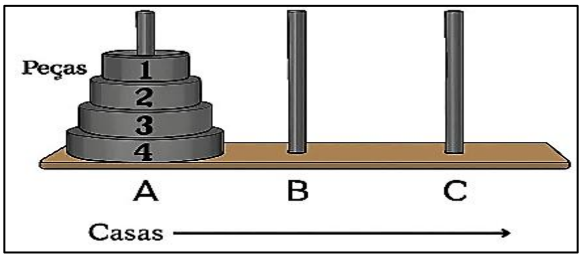
$$M = 500 \cdot 1{,}02^{10}$$

$$M = 500 \cdot 1{,}2189944$$

$$M \cong 609{,}50$$

Portanto, o valor a ser recebido após o tempo da aplicação será de, aproximadamente, R$ 609,50.

Aplicação 2 (Torre de Hanói): A torre de Hanói é um jogo que tem o objetivo de mover todos os discos de uma haste para outra, utilizando o menor número possível de movimento, respeitando-se as regras.



As regras são:

1ª – um disco maior não pode ser colocado sobre um disco menor;

2ª – pode-se mover um único disco por vez;

3ª – um disco deve estar sempre em uma das três hastes ou em movimento.

Usando a torre de Hanói e baseando-se nas regras do jogo, é possível criar uma tabela relacionando o número de discos (X) e o número mínimo de movimentos necessários (Y):

Número de peças (discos)	Número mínimo de movimentos
1	1
2	3
3	7
4	15

A relação entre (X) e (Y) é:

a) $\mathrm{Y} = 2^{\mathrm{x}} - 1$

b) $\mathrm{Y} = 2^{\mathrm{x}-1}$

c) $\mathrm{Y} = 2^{\mathrm{X}}$

d) $\mathrm{Y} = 2\mathrm{X} - 1$

e) $\mathrm{Y} = 2\mathrm{X} - 4$

Solução:

Observe que o número mínimo de movimentos em cada linha da tabela corresponde a uma potência com base 2 (e expoente igual ao número de discos utilizados) subtraída de um, como mostrado no exemplo:

Número de peças (discos) (X)	Número mínimo de movimentos (Y)
1	$1 = 2 - 1 = 2^1 - 1$
2	$3 = 4 - 1 = 2^2 - 1$
3	$7 = 8 - 1 = 2^3 - 1$
4	$15 = 16 - 1 = 2^4 - 1$

Assim, a expressão a ser assinalada é $Y = 2^x - 1$.

Aplicação 3 (Crescimento Exponencial): Pedro recebeu um e-mail com uma mensagem de amizade. No 1º dia ele enviou esse e-mail para 3 pessoas. Essas 3 pessoas leram no 2º dia e enviaram para mais 3 pessoas e assim sucessivamente. Quantas pessoas leram o e-mail no 4º dia considerando que todas as pessoas fizeram os procedimentos acima?

Solução:

Observe que o número de pessoas que leem o e-mail triplica a cada dia, conforme a seguinte progressão:

1° dia	⇒	**2° dia**	⇒	**3° dia**	⇒	**4° dia**
3 pessoas leram		$3 \cdot 3 = 9$ pessoas leram		$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ pessoas leram		$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ pessoas leram

Portanto, no 4° dia, 81 pessoas leram o e-mail.

Aplicação 4 (Índice de Massa Corporal – IMC): A medicina utiliza para o cálculo de dietas baseadas em calorias o chamado Índice de Massa Corporal, o IMC, que é uma medida mais precisa do estado de obesidade do paciente.

Índice de massa corporal	Diagnóstico
Até 30	Magro
20 – 25	Normal
25 – 30	Sobrepeso
30 – 40	Obesidade
Acima de 40	Obesidade Mórbida

O IMC é dado pela fórmula:

$$IMC = \frac{P}{A^2},$$

em que P é a massa da pessoa, dada em kg, e A é a altura medida em metros.

Suponha que uma pessoa tenha 66 kg de massa, 162 cm de altura e o indivíduo que pertence a uma faixa não pertence a outra.

De acordo com a tabela do IMC, ela

a) é magra.

b) é normal.

c) tem sobrepeso.

d) é obesa.

e) tem obesidade mórbida.

Solução:

Substituído os dados do enunciado, para $P = 66\ kg$ e $A = 1{,}62\ m$, com a unidade de medida compatível, na fórmula dada, tem-se:

$$IMC = \frac{66}{1{,}62^2}$$

$$IMC = \frac{66}{2{,}6244}$$

$$IMC = 25{,}14$$

Logo, o índice de massa corpórea encontrada é de $25{,}14$ e conforme a tabela de IMC, este paciente tem sobrepeso.

Aplicação 5 (**Decaimento de um poluente na água):** Suponha que um vazamento de produto químico despeje 100 litros de um poluente em um lago. Após a interrupção do vazamento, a concentração do poluente na água diminui a uma taxa constante de 20% por dia, graças à ação de microrganismos. Calcular quantos litros do poluente ainda estarão no lago após 5 dias.

Solução:

A cada dia, a quantidade de poluente é multiplicada por um fator de decaimento. Esse fator é $(1-i)$, em que i é a taxa de decaimento. O fator de decaimento será, portanto, $(1-0{,}2)=0{,}8$. Assim, podemos escrever o seguinte quadro:

1° dia:	$\mathbf{100\cdot 0{,}8 = 80}$ litros
2° dia:	$\mathbf{100\cdot 0{,}8}\cdot 0{,}8 = \mathbf{100}\cdot 0{,}8^2 = 64$ litros.
3° dia:	$\mathbf{100\cdot 0{,}8}\cdot 0{,}8\cdot 0{,}8 = \mathbf{100}\cdot 0{,}8^3 = 51{,}2$ litros.
4° dia:	$\mathbf{100\cdot 0{,}8}\cdot 0{,}8\cdot 0{,}8\cdot 0{,}8 = \mathbf{100}\cdot 0{,}8^4 = 40{,}96$ litros.
5° dia:	$\mathbf{100\cdot 0{,}8}\cdot 0{,}8\cdot 0{,}8\cdot 0{,}8 = \mathbf{100}\cdot 0{,}8^5 = 32{,}768$ litros.

Dessa forma, após 5 dias restarão 32,768 litros de poluentes no lago. Observe que o problema pode ser modelado pela expressão: $C = C_0\cdot(q)^t$, na qual C é a quantidade final do poluente, C_0 a quantidade inicial, q o fator de decaimento, e t o número de períodos considerados.

A próxima seção abordará um estudo sobre a potenciação no currículo da Educação Básica, sob a ótica dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) do Ensino Fundamental e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017).

2.6 Potenciação no Currículo Escolar

São os documentos curriculares que orientam e disciplinam as aprendizagens essenciais que devem ser desenvolvidas com os estudantes, especificando os conteúdos a serem trabalhados, objetivando a igualdade de aprendizado no âmbito nacional.

A BNCC é o mais recente documento que rege a formulação dos currículos dos sistemas de ensino de todo o território nacional. No documento, é apresentado um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica (Brasil, 2018).

A BNCC está dividida em quatro áreas de conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências Humanas e Ciências da Natureza. Cada uma dessas áreas é composta por seus respectivos componentes curriculares, que são conexos entre si e entre os componentes curriculares de outras áreas. Na BNCC, são apresentados os conteúdos concebidos em Unidade Temática, que define um arranjo dos Objetos de Conhecimento, adequados às especificidades dos diferentes componentes curriculares, e Habilidades que expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares (Lopes, 2023).

O desenvolvimento dessas habilidades está relacionado às formas de aprendizagem da Matemática, com base em situações da vida, de outras áreas do conhecimento, ou oriundas da própria Matemática. Assim, ao tratar do currículo de Matemática, a BNCC propõe cinco unidades temáticas correlacionadas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental.

Em relação ao conteúdo potenciação, a BNCC aborda-o no 4º, 6º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, descrevendo as respectivas habilidades que devem ser desenvolvidas dentro de cada um desses anos escolares. A seguir, estão listadas as habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos em cada ano escolar referente ao conteúdo de potenciação, conforme apresentado no Quadro 4.

Quadro 4 – A Potenciação na BNCC.

Ano Escolar	**Unidade Temática**	**Objeto do Conhecimento**	**Habilidades**
4° ano	Números	Números Naturais	**(EF04MA02)** Mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo.
6º ano	Números	Potenciação	**(EF06MA04)** Compreender o conceito de potência e a notação exponencial. **(EF06MA11)** Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora. **(EF06MA12)** Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.
8º ano	Números	Potenciação e Radiciação	**(EF08MA01)** Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica. **(EF08MA02)** Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
9º ano	Números	Potências com expoentes negativos e fracionário	**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.
9º ano	Números	Números reais: notação científica e problemas	**(EF09MA04)** Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

Fonte: adaptado de Brasil (2018, p. 300-316)

Lopes (2023) destaca que a unidade temática "Números", em que a potenciação aparece, está presente nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. A BNCC esclarece a expectativa de aprendizado dessa temática nos anos iniciais, a fim de que seja a base para o aprendizado nos anos finais. A BNCC afirma:

> [...] desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações (Brasil, 2018, p. 268).

A autora ressalta que, quando a expectativa de aprendizado é a etapa inicial do Ensino Fundamental, espera-se que os alunos resolvam problemas envolvendo números naturais e racionais com representação decimal e os diferentes significados das operações; que argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem os resultados encontrados. Além disso, que utilizem estratégias para resolver um problema, que façam uso do cálculo mental, de estimativas e de calculadoras, que desenvolvam habilidades de leitura, escrita e ordenação e que compreendam características do sistema de numeração decimal e o valor posicional dos algarismos.

A expectativa para os anos finais do Ensino Fundamental, segundo Lopes (2023), é que os alunos resolvam problemas que envolvam números inteiros e racionais, utilizando as operações fundamentais; que empreguem diversas estratégias e compreendam os processos envolvidos; que se aprofundem na noção de números; e que se coloquem diante de problemas de forma a reconhecerem a necessidade não apenas dos números naturais, mas também dos demais conjuntos numéricos. A BNCC sugere que o desenvolvimento do pensamento numérico deve ser ampliado e aprofundado em outras unidades temáticas, em particular a Álgebra.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1998) de Matemática apresentam os conteúdos a serem estudados nos Anos Finais do Ensino Fundamental separados por blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Destes, o conteúdo de potenciação encontra-se presente no bloco "Números e Operações". O documento indica que o estudo sobre potenciação deve ser desenvolvido inicialmente no terceiro ciclo (6º e 7º anos) do Ensino Fundamental (Silva, 2019).

Neste ciclo, o documento sugere a exploração de situações de aprendizagem com o objetivo de desenvolver a:

> Compreensão da potência com expoente inteiro positivo como produto reiterado de fatores iguais, identificando e fazendo uso das propriedades da potenciação em situações-problema; Atribuição de significado à potência de expoente nulo e negativo pela observação de regularidades e pela extensão das propriedades das potências com expoente positivo (Brasil, 1998, p. 72).

Observa-se, então, que, na perspectiva dos PCNs, os alunos devem compreender a potenciação como uma multiplicação repetida de um mesmo número por si mesmo, bem como reconhecer sua importância em diversos contextos. O documento ainda recomenda que a potenciação seja ensinada por meio de situações-problema que envolvam diferentes contextos, como cálculo de áreas, volumes, crescimento populacional, etc.

Além disso, os PCNs sugerem que o ensino da potenciação deve ser progressivo, iniciando com exemplos concretos e, posteriormente, avançando para a compreensão dos conceitos abstratos e a utilização da linguagem matemática. Ressalta-se ainda que, de acordo com o documento, a potenciação pode ser relacionada com outros conteúdos, como a radiciação, as equações e as expressões algébricas, promovendo a construção de um conhecimento mais integrado, tendo em vista a potencialidade interdisciplinar do tema.

A seguir, no capítulo 3, serão apresentados o caráter de pesquisa pedagógica e os processos necessários para a organização e implementação da metodologia de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, evidenciando as caracteristicas essenciais de uma atividade experimental.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA EMAE: IMPLEMENTAÇÃO DO ENSINO POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

Esta pesquisa adotará uma abordagem metodológica que combina elementos qualitativos e quantitativos, buscando uma compreensão do impacto das Atividades Experimentais no ensino da potenciação. Em relação à modalidade, esta pesquisa caracteriza-se como pesquisa pedagógica, ou seja, baseia-se em questões, ponderações, hipóteses e preocupações dos próprios professores.

Melo (2020, p. 52) destaca que "o ponto crucial dessa modalidade é que os propósitos da pesquisa devem fluir de problemas ou preocupações autênticas dos próprios professores". Lankshear e Knobel (2008, p.17) acrescentam que nessa modalidade de pesquisa "a maneira como essas questões e preocupações são tratadas deve responder e atender às decisões e ideias do professor, sob o que é útil e relevante".

Sá (2019) menciona que, ao se trabalhar o ensino de um objeto matemático por meio de atividades experimentais de conceituação ou de redescoberta, deve-se considerar os seguintes momentos que permeiam a prática com esta metodologia: organização, apresentação, execução, registro, análise e institucionalização. Esses momentos serão apresentados no Quadro 5.

Quadro 5 – Momentos metodológicos para a implementação do EMAE.

Momento	Descrição
Momento 1: Organização	Para que ocorra a interação entre os estudantes e a troca de informações. Deve- se dividir a turma em grupos de, no máximo, 4 alunos e, no mínimo, 2 alunos, sem imposição do professor, que deve dirigir as ações da atividade, mostrando segurança e controle da turma, tomando cuidado para que os alunos não percam tempo com ideias alheias à atividade, e que não percam o foco.
Momento 2: Apresentação	É quando o professor distribui o material necessário para a atividade que pode ser em kits incluindo o roteiro que, preferencialmente, é impresso ou que seja disponibilizado no quadro. Nesse momento, deve-se ter cuidado com o desperdício de tempo.
Momento 3: Execução	É quando acontece a experimentação, ou seja, o pesquisador manipula os materiais, realiza medidas, aferições, cálculos, compara e observa. Espera-se que cada equipe realize os procedimentos planejados para a atividade. O professor deve deixar que as equipes trabalhem livremente, deve só monitorar, tirar dúvidas quando necessárias, e as orientações devem ser claras. Já os estudantes devem seguir as orientações previstas no roteiro, sem conversas paralelas ou situações alheias que atrapalhem a atividade.
Momento 4: Registro	Quando há a sistematização das informações, ele deve ser feito no espaço destinado no roteiro. O professor nesse momento supervisiona as ações dos estudantes e tira as eventuais dúvidas que possam ocorrer durante o processo.
Momento 5: Análise	É o momento que cada equipe analisa as informações que foram registradas e percebem as características matemáticas que se deseja conceituar ou definir. É um momento muito importante pois os alunos deverão ter acesso à informação desejada pelo professor. Se existirem dificuldades nesse momento, caso o professor não consiga sanar tais dificuldades, devem ser deixadas para a institucionalização.

Momento 6: Institucionalização	É quando o professor, a partir das observações elaboradas pelas equipes na etapa anterior, apresentará o conceito ou definição planejada da turma. Cada equipe irá ao quadro e registrará as observações/conclusões elaboradas pela sua equipe e posteriormente o professor apresentará o conceito ou definição padrão. Nesse momento, é conveniente que o professor faça considerações sobre os aspectos históricos do conceito, pois assim apresenta o lado humano da produção do conhecimento matemático.

Fonte: autor com base em Caetano (2023, p. 46-47)

Sá (2019) também sugere que, após o último momento, qual seja, a institucionalização, o professor proponha um conjunto de questões referentes ao conhecimento trabalhado na atividade e recomende, havendo possibilidade, a construção de uma representação por imagens ou símbolos matemáticos que represente a conclusão da turma. O autor alerta que é natural que, nas primeiras vezes, o enunciado da conclusão das turmas, ainda sem experiência com este método de ensino de atividade, possa não corresponder a um texto de natureza conclusiva; contudo, isso não deve ser motivo de preocupação.

Independentemente do formato da conclusão feita por cada equipe, Sá (2019) orienta que o professor solicite que um membro de cada equipe vá ao quadro e registre a conclusão de sua respectiva equipe. Ato contínuo da análise das conclusões registradas, o professor deve perguntar às equipes quais conclusões permitem que alguém que não participou da atividade possa entender a relação estabelecida. Neste momento, é oportuno que o professor faça considerações sobre as características de uma conclusão.

Por fim, o professor pode, junto com a turma, elaborar uma conclusão que permita a alguém que não participou da atividade entender a relação estabelecida. A demora na elaboração de uma conclusão não deve ser motivo de preocupação e estudos como o de Lopes (2015) confirmam as ideias de Sá (1999), no sentido de que o tempo tende a diminuir à medida que as atividades vão sendo desenvolvidas com frequência.

As características desta metodologia inferem a perspectiva de orientar o aprendiz à concepção da construção progressiva dos conhecimentos matemáticos contidos em cada atividade, culminando na elaboração de um produto capaz de subsidiar e direcionar o trabalho pedagógico docente (Soares, 2021). A presente metodologia de ensino ainda apresenta sugestões importantes que devem fazer parte da construção das atividades, a saber:

> As atividades devem apresentar-se de maneira auto-orientadas para que os alunos consigam conduzir-se durante a construção de sua aprendizagem; Toda a atividade deve procurar conduzir o aluno a construção das noções matemáticas através de três fases: a experiência, a comunicação oral das ideias apreendidas e a representação simbólica noções construídas; As atividades devem prever um momento de socialização das informações entre os alunos, pois isso é fundamental para o crescimento intelectual do grupo. Para que isso ocorra, o professor deve criar um ambiente adequado e de respeito mútuo entre os alunos e adotar a postura de um membro mais experiente do grupo e que possa colaborar na aprendizagem deles; As

> atividades devem ter características de continuidade, visto que precisam conduzir o aluno ao nível de representação abstrata das ideias matemáticas construídas a partir das experiências concretas vivenciadas por ele; De acordo com o modelo proposto por Dockweiller(1996), as atividades propostas pelo professor podem se apresentar de três maneiras: desenvolvimento, conexão e abstração, de modo que sejam sequencialmente apresentadas e possam contribuir para a construção gradual dos conceitos matemáticos (Sá, 2009, p.18).

Diante do exposto, o ensino de matemática por atividades experimentais é uma metodologia que pode auxiliar o professor de matemática e de áreas afins no processo de ensino e de aprendizagem, subsidiando-o nas dificuldades encontradas em sala de aula de acordo com as características do objeto matemático que se deseja ensinar. Trata-se, portanto, de uma metodologia focalizada nos discentes, possibilitando-lhes um aprendizado significativo dos conteúdos matemáticos importantes para sua formação acadêmica e cidadã, contribuindo, sobretudo, para o seu desenvolvimento cognitivo.

No próximo capítulo, será descrito o delineamento quali-quantitativo, o perfil dos participantes da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, o cronograma e a sequência de oito atividades experimentais aplicadas em sala de aula.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS DA PESQUISA

Para a coleta e posterior análise de dados, utilizaram-se como instrumentos: questionários, testes diagnósticos, entrevistas, notas de campo, fotografias, dentre outros. Os participantes da pesquisa foram 20 alunos do 6° ano do Ensino Fundamental de uma escola campesina da rede pública de ensino do município de Moju–Pa, durante o mês de junho de 2025. Ressalte-se que o experimento seguiu as orientações descritas no trabalho de Lopes *et al.* (2013), dividindo-se nas seguintes etapas: diagnóstico inicial, elaboração e aplicação das atividades, revisão e diagnóstico final.

A seguir, o Quadro 6, apresenta o cronograma das principais ações desenvolvidas nesta pesquisa, organizada por data, tempo de duração de cada ação e número de alunos que se submeteram a estas ações.

Quadro 6 – Cronograma das ações.

Ações	Data	Duração	N° de alunos que se submeteram à ação
1ª aula expositiva	29/05/2025	35 min.	18
Aplicação do questionário	30/05/2025	20 min.	17
2ª aula expositiva	05/06/2025	35 min.	17
Aplicação do teste diagnóstico (Pré-Teste)	05/06/2025	60 min.	17
Aplicação das Atividades 01 e 02	06/06/2025	70 min.	17
Aplicação das Atividades 03 e 04	12/06/2025	70 min.	17
Aplicação das Atividades 05 e 06	13/06/2025	70 min.	17
Aplicação das Atividades 07 e 08	20/06/2025	70 min.	17
Aplicação da avaliação diagnóstica (Pós-Teste)	27/06/2025	60 min.	17

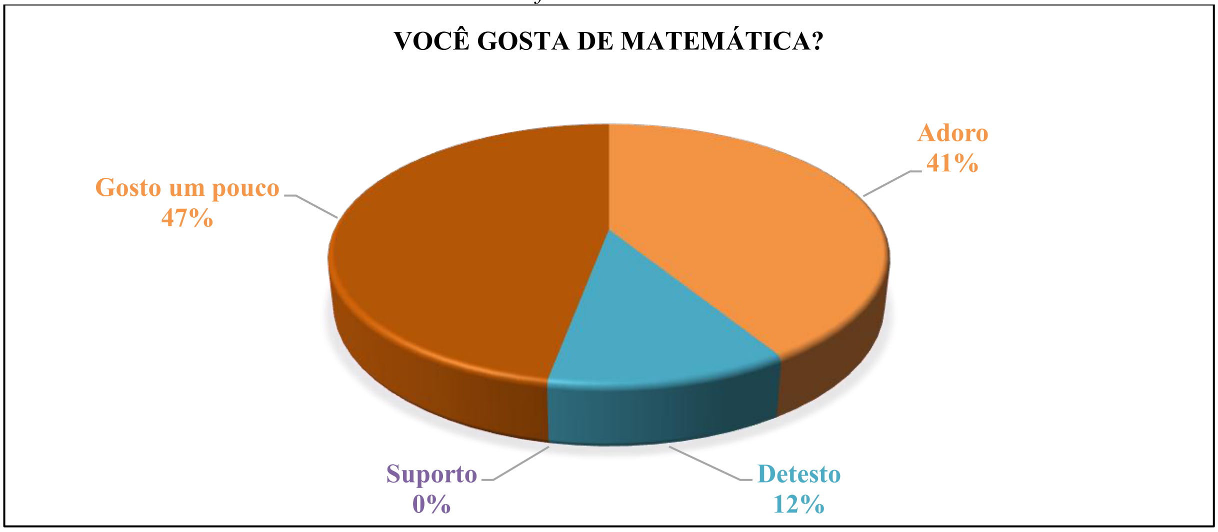
Fonte: própria do autor

3.1 O Diagnóstico Inicial

O diagnóstico inicial consistiu na aplicação de um questionário (Anexo A), que objetivou traçar um perfil pessoal e estudantil dos alunos. Ainda, na realização de duas aulas expositivas acerca do objeto matemático em análise (a potenciação) e na aplicação de uma avaliação diagnóstica, denominada pré-teste (Anexo B).

Os dados do questionário revelaram que a faixa etária da turma está entre 11 e 12 anos, indicando que não há distorções entre idade e série escolar. Em relação ao gênero, 65% dos estudantes são do sexo feminino e 35% do sexo masculino. Nos gráficos a seguir, são apresentados alguns indicadores do perfil estudantil desses alunos.

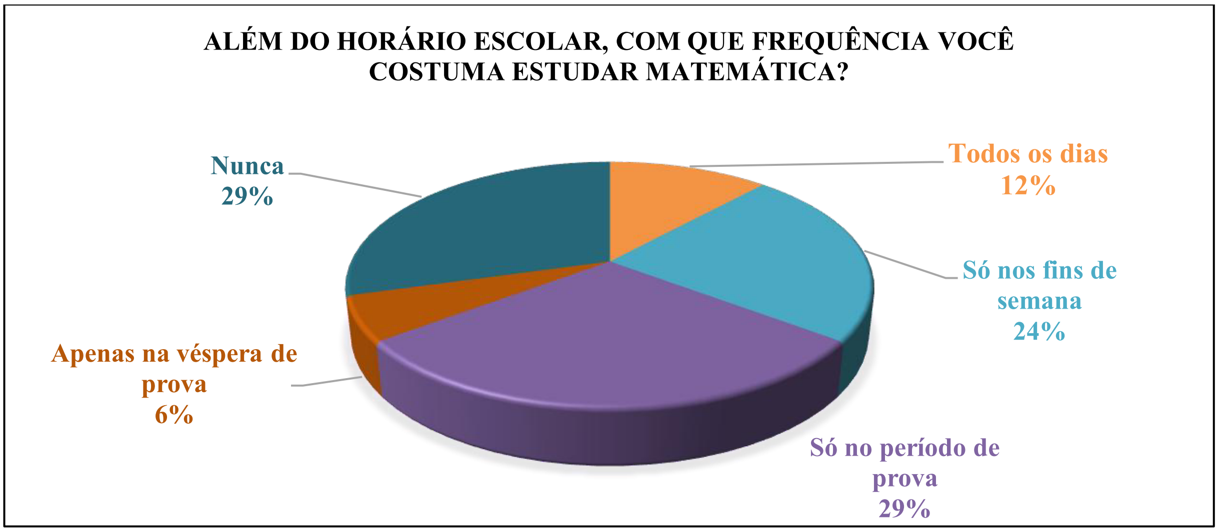
Gráfico 1 – *Afinidade com a Matemática*



Fonte: própria do autor

O Gráfico 1 indica que a maioria dos estudantes não rejeita a disciplina de Matemática. No entanto, apenas 12% dos alunos estudam a disciplina diariamente, enquanto 29% nunca a estudam, conforme demonstrado no Gráfico 2 a seguir.

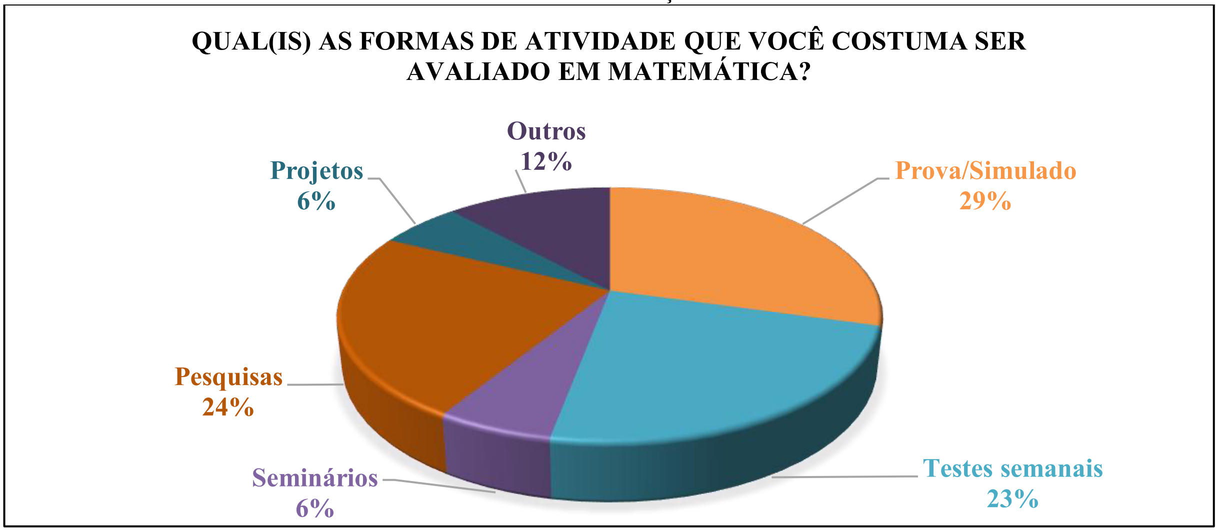
Gráfico 2 – Rotina de estudo em Matemática



Fonte: própria do autor

Observou-se também que a maioria dos alunos, cerca de 88%, não costumava realizar com freqüência a tarefa de compras nos comércios locais. Essa experiência poderia contribuir para desenvolver habilidades matemáticas ao aplicar cálculos nas atividades propostas. Além disso, 64% dos alunos relataram que suas experiências de avaliação em Matemática ocorreram de forma tradicional, sendo avaliados por meio de provas/simulados, testes semanais e outros métodos convencionais, conforme indicado no Gráfico 3 a seguir.

Gráfico 3 – Formas de avaliação em Matemática



Fonte: própria do autor

Após a realização da segunda aula expositiva (terceiro encontro), que abordou o objeto matemático potenciação, foi aplicada uma avaliação diagnóstica inicial, denominada pré-teste, com o objetivo de verificar o conhecimento dos alunos sobre a potenciação e suas propriedades básicas. Os resultados do pré-teste serão apresentados no próximo capítulo. A seguir, ilustra-se o quadro comparativo (Quadro 7) para verificar melhor o diagnóstico do perfil e das práticas realizadas pelos alunos.

Quadro 7– Demonstrativo: perfil e práticas dos alunos em matemática.

Indicador	Dados Coletados	Comparação / Observações
Faixa etária	11 a 12 anos	Idade adequada à série escolar; não há distorção idade-série.
Gênero	65% feminino / 35% masculino.	Predomínio do sexo feminino na turma.
Afinidade com a Matemática	Maioria não rejeita a disciplina (Gráfico 1)	Há interesse pela disciplina, mas sem grande entusiasmo generalizado.
Rotina de estudo em Matemática	12% estudam diariamente; 29% nunca estudam (Gráfico 2).	Embora não haja rejeição à Matemática, os hábitos de estudo ainda são frágeis.
Vivência prática (compras locais)	88% não realizam essa prática com frequência.	Falta de experiências cotidianas que poderiam reforçar o aprendizado prático de cálculos.
Formas de avaliação	64% relataram métodos tradicionais (provas, simulados, testes semanais) (Gráfico 3).	Predominância de práticas avaliativas convencionais, com pouca inovação metodológica.
Atividade pedagógica aplicada	Pré-teste sobre potenciação após a 2ª aula expositiva.	Avaliação diagnóstica inicial servirá como referência para medir a evolução dos alunos.

Fonte: prórpia do autor

3.2 Elaboração e Aplicação das Atividades

A etapa de elaboração e aplicação das atividades seguiu as sugestões de Sá (2009) para o Ensino de Matemática por meio de Atividades Experimentais (EMAE), conforme discutido no Capítulo 02. Nesta fase, foram aplicadas seis atividades estruturadas com título, objetivo, material, procedimento, observações e conclusões. O objetivo geral dessas atividades era introduzir o conceito de potenciação e estudar suas propriedades operatórias básicas.

A seguir, no Quadro 8, são apresentadas todas as atividades realizadas em sala de aula e comentários relevantes sobre cada uma delas.

Quadro 8 – Síntese das atividades experimentais aplicadas.

Nº	Atividades	Problema	Objetivo
01	Os alunos identificaram a potenciação como um produto reiterado de fatores todos iguais.	Identifique o padrão e complete as sequências 1, 2 e 3 apresentadas a seguir.	Introduzir o conceito de potenciação.
02	De maneira experimental, os alunos perceberam que potências com expoente 0 e 1 resultam, respectivamente, em 1 e na própria base.	Calcule o valor das potenciações em cada sequência e analise as situações em que o expoente é 0 ou 1.	Levar os alunos a descobrir as regras para o cálculo de potências com expoente 0 e 1.
03	Os alunos notaram o padrão nas potências de base 10: o resultado é 1 seguido de zeros, cuja quantidade é dada pelo expoente.	Calcule as potências abaixo e descubra um método rápido para calculá-las.	Apresentar um método prático para calcular potências de base 10.
04	Os alunos estudaram potências de base 2 e observaram, de forma visual, características básicas do crescimento exponencial.	Preencha a árvore genealógica e complete a tabela de ancestralidade.	Usar a árvore genealógica como recurso visual e manipulativo para facilitar a compreensão do conceito de potenciação.
05	Os alunos exploraram potências de base 3 e observaram o crescimento exponencial de forma visual.	Investigue e descubra o número de triângulos sombreados no triângulo de Sierpinski em cada iteração.	Explorar o triângulo de Sierpinski como representação visual da potenciação e desenvolver observação, análise e generalização.
06	Através das iterações do triângulo de Sierpinski, os alunos identificaram padrões de adição e subtração ao multiplicar ou dividir potências de mesma base.	Observe o quadro com as doze primeiras iterações do triângulo de Sierpinski e o número de triângulos sombreados; em seguida, julgue as igualdades listadas.	Usar o triângulo de Sierpinski para descobrir um método prático de calcular produto e quociente de potências de mesma base.
07	Os alunos revisaram, de forma lúdica, as atividades experimentais anteriores.	Potência em movimento: jogo com 5 trilhas e 10 cartas com dados que representam expoentes.	Fixar e revisar o conteúdo de potenciação de forma lúdica.
08	Os alunos revisaram, de forma lúdica, as atividades experimentais anteriores.	Jogo de tabuleiro ou trilhas de potências com desafios nos dados que exigem soluções para avançar.	Fixar e revisar o conteúdo de potenciação de forma lúdica.

Fonte: prórpia do autor

Durante a realização de cada atividade, a turma foi dividida em grupos de dois a quatro alunos, e cada grupo recebeu o roteiro da atividade e materiais necessários, como calculadoras e a Tabela de Potências (Anexo C) para executar algumas das tarefas.

3.2.1 A Atividade 1

A atividade 1 (Anexo D) teve como objetivos reconhecer a potenciação como um produto no qual os fatores são iguais; subsidiariamente, identificar seus elementos básicos (base e expoente); e fazer com que os alunos conjecturassem sobre os resultados de potenciação envolvendo as bases 0 (zero) e 1 (um). A Figura 4 ilustra os alunos enquanto realizam a atividade 1.

Figura 4 – Aplicação da Atividade 1

Fonte: própria do autor

Ao analisarem as três sequências iniciais propostas na atividade 1, os alunos identificaram a potenciação como um produto onde todos os fatores são iguais. Durante a investigação das sequências, eles perceberam que, para determinar os resultados das potenciações, era necessário realizar as multiplicações indicadas.

Vale destacar a dificuldade que a maioria dos alunos enfrentou ao realizar os cálculos; erros como $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6$ e $6^2 = 6 \cdot 6 = 12$ ocorreram com bastante frequência nesse início. Diante dessas dificuldades com o cálculo de multiplicação, foi necessário listar algumas potenciações para que os alunos percebessem o crescimento rápido dos valores. Além disso, foi utilizada a Tabela de Potências para que, ao identificarem um erro de cálculo, os alunos pudessem refazê-lo e encontrar o valor correto.

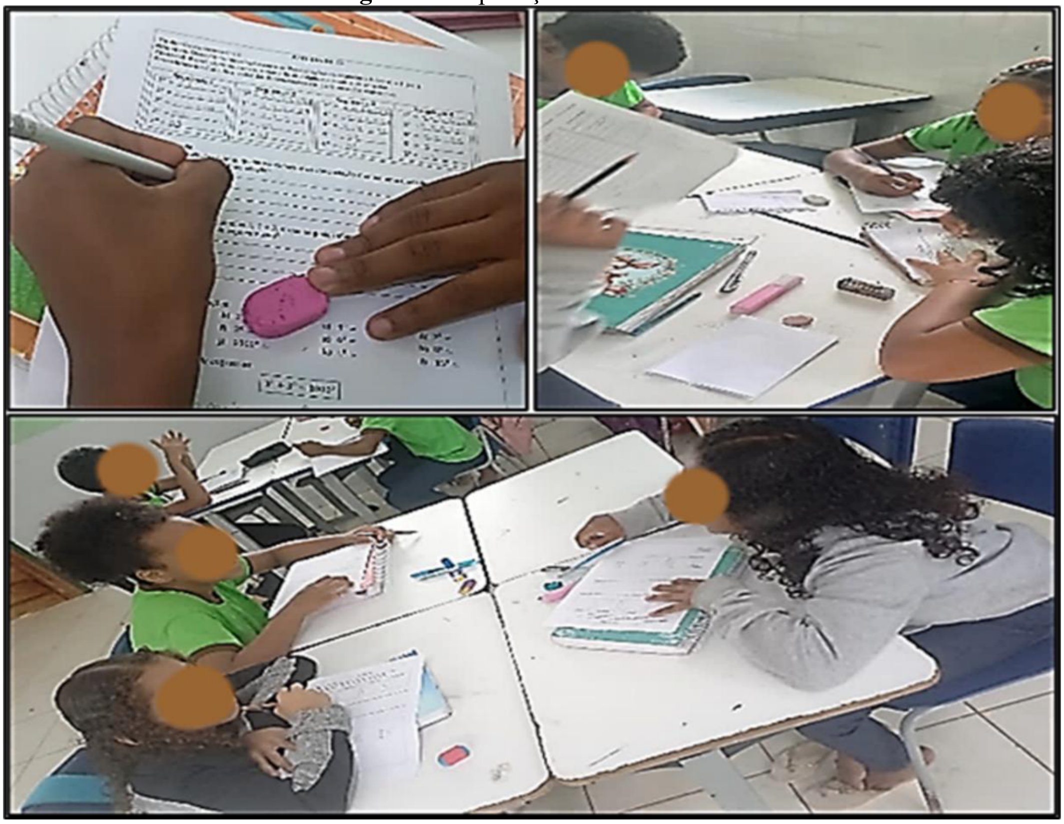
Em relação às bases 0 e 1, os alunos concluíram que esses números são, respectivamente, os elementos neutros da adição e da multiplicação, resultando em valores constantes. A partir daí, foi possível formular a regra para esses tipos de potenciações.

3.2.2 Atividade 2

A a atividade 2 (Anexo E)) teve como objetivo fazer com que os alunos descobrissem as regras para o cálculo de Potências com expoente 0 (zero) e 1 (um). Na resolução desta atividade, os alunos inicialmente encontraram dificuldades para determinar de forma imediata as Potências de expoentes 1 e 0.

Foi necessário levá-los a refletir sobre o item a) da atividade. Ao perceberem que, quando o expoente diminui uma unidade, os resultados subsequentes são divididos pela base, os alunos conseguiram formalizar os conceitos desejáveis. Como resultado, compreenderam que as potências de expoente 0 resultam no número 1, e as de expoente 1 resultam na própria base. A Figura 5 ilustra os alunos enquanto realizam essa atividade.

Figura 5 – Aplicação da Atividade 2



Fonte: própria do autor

Apesar das dificuldades na realização dos cálculos, ficou a percepção de que houve um entendimento dos conceitos iniciais por parte dos alunos.

3.2.3 Atividade 3

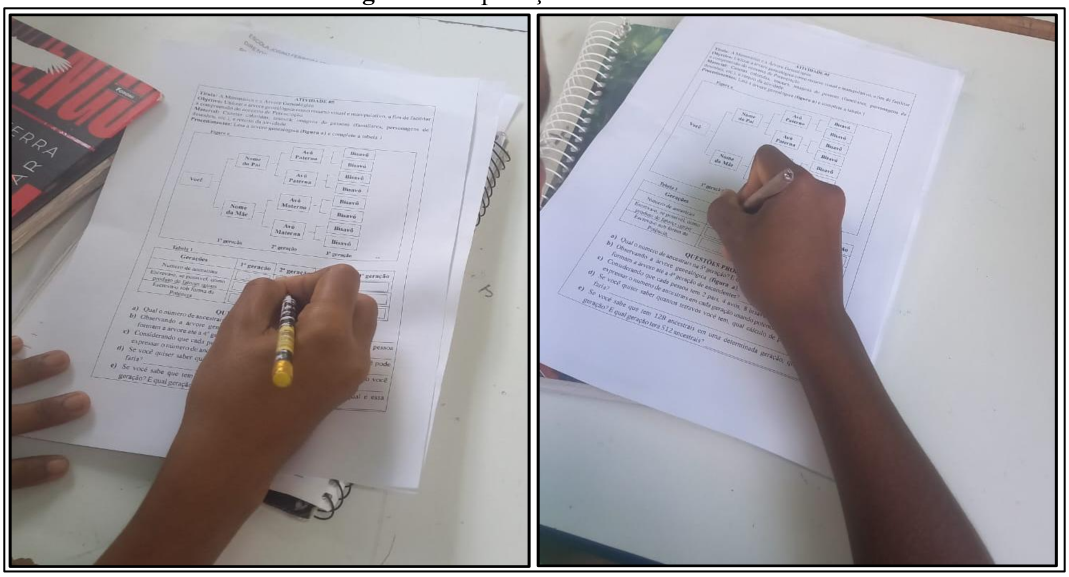
A atividade 3 (Anexo F) teve como objetivo identificar o padrão presente na resolução de Potências de base 10 e conduzir os alunos a esses resultados sem a necessidade de realizar cálculos. Para que os alunos percebessem o padrão desejado nas respostas, utilizou-se a Tabela de Potências em algumas situações. Vários alunos notaram que os resultados de cada operação com base 10 começam com o número 1 seguido de zeros, com a quantidade de zeros correspondente ao expoente. Esse padrão possibilitou apresentar a aplicação dos resultados na decomposição de números naturais em suas diferentes ordens e introduzir brevemente a notação científica.

3.2.4 Atividade 4

Na atividade 4 (Anexo G), abordou-se o conceito de árvore genealógica, conforme as orientações do trabalho de Follmann *et al.* (2021), considerando apenas antepassados diretos (pais, avós, bisavós, etc.). Inicialmente, os alunos foram introduzidos ao conceito básico de árvore genealógica e desafiados a construir suas próprias árvores. Durante esse processo, explorou-se a ideia de que cada pessoa na árvore genealógica tem um pai e uma mãe, implicando que, a cada geração que se retrocede na árvore, o total de pessoas deve ser multiplicado por 2.

A atividade 4 proporcionou uma aplicação prática e visual da potenciação, além de fomentar uma reflexão sobre a ancestralidade. Contudo, muitos alunos apresentaram dificuldades na leitura e interpretação da tabela proposta, necessitando preencher alguns campos específicos. Após ultrapassar esse obstáculo, eles perceberam que o número de ancestrais dobra a cada geração.

Figura 6 – Aplicação da Atividade 4



Fonte: própria do autor

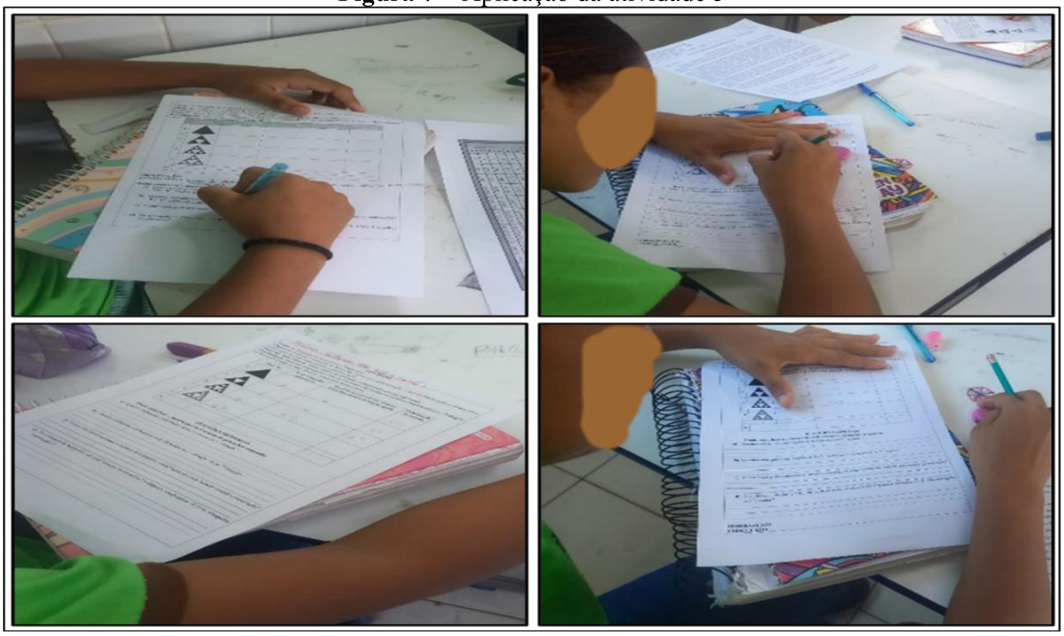
A Figura 6 ilustra os alunos enquanto realizam a atividade, capturando momentos de reflexão e descoberta ao explorarem os resultados da potência de dois e seu vínculo com equações exponenciais e crescimento exponencial.

3.2.5 A atividade 5

No sexto encontro, foi realizada a atividade 5 (Anexo H), que abordou a construção do triângulo de Sierpinski. Este é um famoso fractal que se desenvolve por meio de um processo iterativo, começando com um triângulo equilátero. Na primeira iteração, determina-se os pontos médios de cada lado do triângulo e conecta-se esses pontos, removendo o triângulo central resultante. Na segunda iteração, o mesmo processo é repetido para cada um dos triângulos restantes. Este padrão continua em iterações subsequentes, ilustrando como estruturas complexas podem emergir de regras simples. A construção do triângulo de Sierpinski não só exemplifica conceitos de geometria fractal, mas também fornece uma maneira tangível de explorar padrões e simetrias.

Após a apresentação da construção do triângulo de Sierpinski, os alunos se dedicaram a contar e registrar a quantidade de triângulos sombreados em cada linha da tabela, bem como as multiplicações e Potenciações relacionadas a essa quantidade. Alguns alunos perceberam que, a cada nova iteração, o número de triângulos sombreados triplica em relação à iteração anterior. Com o auxílio da Tabela de Potências, foi possível relacionar esse padrão ao uso da potenciação de base três e à resolução de equações exponenciais nessa base. A Figura 7 ilustra os alunos enquanto realizam a atividade 5.

Figura 7 – Aplicação da atividade 5



Fonte: própria do autor

A principal dificuldade enfrentada pelos alunos foi a construção da generalização, ou seja, expressar o número de triângulos sombreados em uma geração n qualquer como 3^n. Apesar desse desafio, considerou-se a aplicação desta atividade satisfatória.

3.2.6 A atividade 6

A atividade 06, Anexo I, teve como objetivo levar os alunos a descobrirem que, na divisão de Potências de mesma base, o resultado é a base elevada à diferença entre os expoentes; e, no produto, é a soma dos expoentes.

Utilizando a calculadora ou a Tabela de Poências, os alunos puderam confirmar que as igualdades eram, de fato, verdadeiras. A partir daí, foram incentivados a analisar as relações entre os expoentes nas divisões e multiplicações dessas igualdades. Este processo é ilustrado na Figura 8, que mostra os alunos envolvidos na realização da atividade.

Figura 8 – Aplicação da Atividade 6

Fonte: própria do autor

Através dessa análise, os alunos concluíram as relações de soma e subtração entre os expoentes: ao multiplicar duas potências de mesma base, somam-se os expoentes, e ao dividir, subtraem-se os expoentes.

3.3 A Revisão

No penúltimo encontro, realizou-se a etapa de revisão por meio da aplicação de dois jogos de tabuleiro, "Potência em Movimento" e "A Trilha das Potências", cujas regras e materiais estão detalhados nos Anexos J e L, respectivamente, integrando atividades lúdicas ao processo de consolidação dos conteúdos. A seguir, serão descritas em detalhe as Atividades 7 e 8, que correspondem à implementação desses jogos, seus objetivos pedagógicos, a dinâmica aplicada em sala e os procedimentos adotados para registro e verificação dos cálculos pelos alunos.

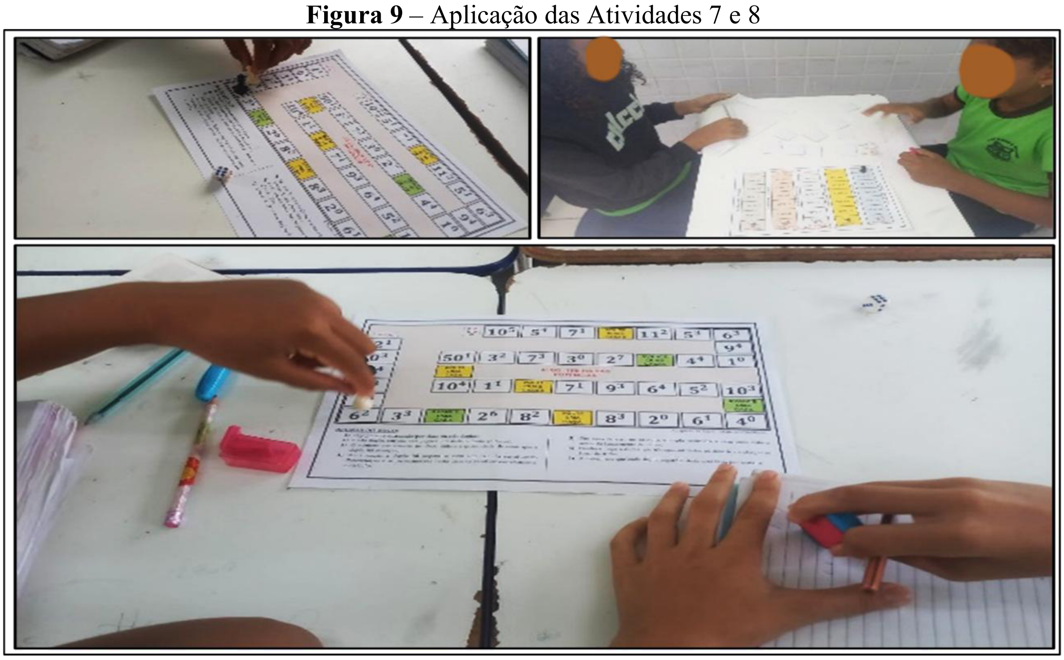
3.3.1 Atividades 7 e 8

Além de reforçar a aprendizagem dos conceitos relacionados à potenciação, proporcionando aos alunos a oportunidade de aplicar na prática o que foi discutido nas aulas anteriores, o dois jogos de tabuleiro tiveram o objetivo de promover engajamento da turma e consolidar o entendimento sobre o tema, preparando os alunos para a avaliação diagnóstica inicial (pós-teste).

Antes do início das atividades, foram explicadas as regras detalhadas nos roteiros das atividades, e foi designado um aluno para registrar os cálculos que surgissem durante o jogo. Este aluno também foi responsável por verificar na Tabela de Potências se os cálculos realizados pelas equipes estavam corretos.

Após a aplicação dos jogos, alguns dos cálculos registrados foram revisados e resolvidos pelo professor, garantindo que os alunos entendessem suas resoluções. A Figura 9 ilustra os alunos enquanto realizam as atividades 7 e 8, capturando seu envolvimento e interação com os jogos. Os jogos foram aplicados a um grupo de 17 alunos, que foram organizados conforme as diretrizes das regras, e a atividade teve uma duração total de 60 minutos.

Figura 9 – Aplicação das Atividades 7 e 8



Fonte: própria do autor

3.4 O Diagnóstico Final

No último encontro, foi realizada a avaliação diagnóstica final, denominada pós-teste (Anexo K), utilizando as mesmas questões aplicadas anteriormente no pré-teste. Dessa etapa, participaram 17 alunos, que tiveram um tempo máximo de 60 minutos para completá-la.

A Figura 10, a seguir, ilustra os alunos procedendo a avaliação diagnóstica final..

Figura 10 – Aplicação do pós-teste

Fonte: própria do autor

No próximo capítulo, será apresentado o comparativo referente ao desempenho dos alunos no pré e no pós-teste. Este comparativo visa avaliar se as atividades desenvolvidas ao longo do estudo contribuíram para uma melhoria no desempenho dos alunos em relação ao objeto de estudo analisado nesta pesquisa.

CAPÍTULO 5

DISCUSSÕES

Com o objetivo de verificar se houve efeitos positivos no aprendizado dos alunos em relação ao estudo de potenciação, duas avaliações diagnósticas foram aplicadas: uma inicial, chamada de pré-teste, realizada antes das atividades experimentais, e uma final, denominada pós-teste. Ambas as avaliações eram idênticas, contendo dezesseis questões de múltipla escolha, cada uma com quatro alternativas, das quais apenas uma era correta.

Dos 20 alunos matriculados na turma onde as atividades foram aplicadas, apenas 17 participaram tanto do pré-teste quanto do pós-teste. Vale ressaltar que nem todos esses alunos estiveram presentes em todas as atividades realizadas em sala de aula.

Para facilitar a análise dos resultados obtidos com o experimento, foram elaborados os Quadros 9 e 10, que apresentam os rendimentos de cada aluno na avaliação diagnóstica inicial (pré-teste) e na avaliação diagnóstica final (pós-teste), respectivamente, identificados por seus números de chamada.

Quadro 9 – Rendimento dos alunos no pré-teste.

Ordem da Chamada	Q01	Q02	Q03	Q04	Q05	Q06	Q07	Q08	Q09	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Total de Acertos	Rend. %
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	**4**	**23,50%**
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	**4**	**23,50%**
4	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	**4**	**23,50%**
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	**4**	**23,50%**
6	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**3**	**17,60%**
7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**2**	**11,70%**
8	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	**7**	**41,10%**
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	0	NF	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	**5**	**29,40%**
11	0	0	0	0	0	1	0	NF	1	0	0	0	0	0	0	0	**2**	**11,70%**
12	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	**5**	**29,40%**
13	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	**9**	**52,90%**
14	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	**3**	**17,60%**
15	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	**5**	**29,40%**
16	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	**8**	**47,00%**
17	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	**3**	**17,60%**
18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	1	0	0	NF	0	NF	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	**3**	**17,60%**
20	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	**4**	**23,50%**

Fonte: própria do autor

No Quadro 9, os números 0 e 1 indicam a pontuação dos alunos em cada uma das questões, enquanto a sigla "NF" sinaliza que o aluno não respondeu à determinada questão ou assinalou duas alternativas. É importante destacar que os alunos identificados pelos números 01, 09 e 18 na lista de frequência estavam ausentes durante a aplicação do instrumento de avaliação inicial.

A análise do Quadro 9 revela que um número expressivo de alunos apresentou baixo rendimento, indicando que as duas aulas expositivas não foram suficientes, neste caso específico, para garantir um aprendizado satisfatório.

Em seguida, no Quadro 10, é apresentado o rendimento dos alunos na avaliação final, realizada após a implementação das atividades experimentais descritas no capítulo anterior.

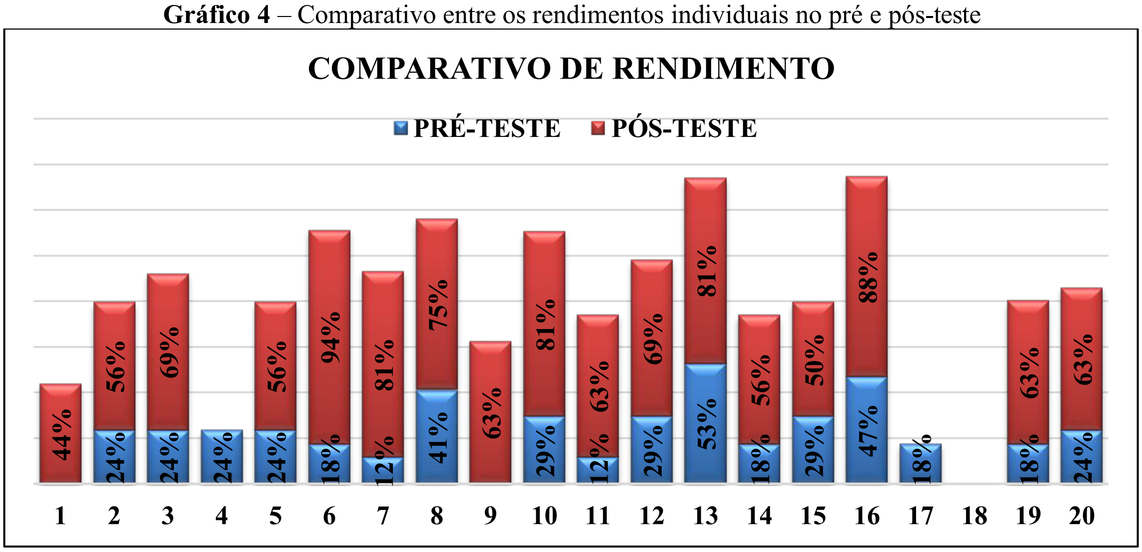
Quadro 10 – Rendimento dos alunos no pós-teste.

Ordem da Chamada	Q01	Q02	Q03	Q04	Q05	Q06	Q07	Q08	Q09	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Total de Acertos	Rend. %
1	1	0	0	NF	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	**7**	**43,70%**
2	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	NF	1	1	1	1	NF	**9**	**56,20%**
3	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	**11**	**68,70%**
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	**-**	-
5	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	NF	1	**9**	**56,20%**
6	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	**15**	**93,70%**
7	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	**13**	**81,20%**
8	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	**12**	**75,00%**
9	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	**10**	**62,50%**
10	1	1	1	0	1	NF	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	**13**	**81,20%**
11	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	**10**	**62,50%**
12	1	1	NF	0	1	NF	1	1	0	1	1	1	1	1	1	NF	**11**	**68,70%**
13	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	**13**	**81,20%**
14	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	NF	1	**9**	**56,20%**
15	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	**8**	**50,00%**
16	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	NF	1	**14**	**87,50%**
17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	**-**	-
18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	**-**	-
19	0	0	1	0	1	1	1	NF	0	1	1	1	NF	1	1	1	**10**	**62,50%**
20	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	**10**	**62,50%**

Fonte: própria do autor

Do Quadro 10, observa-se que houve um crescimento significativo nos rendimentos individuais dos alunos em comparação com a avaliação diagnóstica inicial (pré-teste). Esse progresso é evidenciado no Gráfico 4, apresentado a seguir, que ilustra a melhoria no desempenho dos alunos após as atividades experimentais realizadas.

Gráfico 4 – Comparativo entre os rendimentos individuais no pré e pós-teste



Fonte: própria do autor

Nota-se que houve significativo crescimento no rendimento individual dos alunos. Por outro lado, a média geral da turma passou de 25,91% para 67,62%. Este resultado, embora indique progresso, não foi totalmente satisfatório. Diversos fatores contribuíram para esse quadro, sendo o principal, conforme ressaltado no capítulo anterior, a dificuldade de muitos alunos em realizar multiplicações envolvendo mais de dois fatores.

Essa dificuldade parece não ter sido completamente superada. Competências como a EF03MA07 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que envolvem a resolução e elaboração de problemas utilizando multiplicações (por 2, 3, 4, 5 e 10) com significados de adição de parcelas iguais e representações em disposição retangular, através de diferentes estratégias de cálculo e registros, ainda não foram plenamente desenvolvidas pelos alunos.

Para fundamentar essa constatação, foi elaborado o Quadro 11, que apresenta a quantidade de acertos por questões e seus respectivos grupos nas avaliações diagnósticas aplicadas aos alunos.

Quadro 11 – Comparativo de acertos por questões no pré e pós-teste.

Questões	Grupos	N° de acertos no pré-teste	N° de acertos no pós-teste
Q01	1	11	15
Q02	5	3	8
Q03	1	8	7
Q04	1	4	5
Q05	1 e 5	8	14
Q06	1	3	6
Q07	2	5	15
Q08	2	9	13
Q09	2	3	0
Q10	3	1	14
Q11	3	4	16
Q12	5	1	15
Q13	4	5	15
Q14	4	3	16
Q15	3 e 4	3	12
Q16	5	4	13

Fonte: própria do autor

No Quadro 11, o grupo 1 trata de questões relacionadas à definição usual de potenciação, como representá-la como um produto de fatores iguais ou resolvê-la para determinar o valor da potência. O grupo 2 abrange questões envolvendo os expoentes 0 e 1, o grupo 3 foca na potenciação de base 10, e o grupo 4 aborda as propriedades operatórias básicas da potenciação. Por fim, o grupo 5 apresenta problemas envolvendo potenciação.

A análise do Quadro 11 indica que o entendimento da potenciação como um produto de fatores iguais foi bem assimilado, com destaque na questão Q01. Questões como Q07, Q08, Q10, Q11, Q13 e Q14, que inicialmente apresentaram baixos índices de acertos, também foram compreendidas pela maioria dos alunos, em parte porque envolviam padrões reconhecíveis em potenciação, sem a necessidade de cálculos extensos.

Entretanto, questões que exigiam cálculos, como Q02, Q03, Q04, Q06 e Q09, apresentaram maior dificuldade, resultando em um menor índice de sucesso entre os alunos.

Cabe ressaltar que houve um aumento significativo nos rendimentos individuais, conforme evidenciado pelo aluno com o menor desempenho inicial, que progrediu de 11,7% para 81,2%.

A implementação das atividades experimentais, como detalhado anteriormente, promoveu engajamento e tornou as aulas mais atrativas. A manipulação de materiais concretos e a vivência de situações práticas facilitaram a compreensão conceitual da potenciação, contribuindo para um entendimento mais profundo desse conceito matemático.

Em conclusão, as atividades experimentais e as questões propostas tiveram um impacto positivo no desempenho dos alunos, evidenciado pelo aumento nos acertos em relação à avaliação diagnóstica inicial, indicando o sucesso do processo de ensino-aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo investigou a aplicação do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE) no ensino da potenciação em uma turma do 6.º ano, articulando referencial teórico, planejamento das atividades, implementação em sala e análise dos resultados. A intervenção, composta por oito atividades experimentais elaboradas a partir de Sá (2009), envolveu 20 alunos matriculados, sendo 17 participantes dos pré-testes e pós-testes (instrumentos idênticos de 16 questões).

Observou-se um aumento significativo no desempenho coletivo: a média de acertos passou de 25,9% no pré-teste para 67,6% no pós-teste. Os ganhos foram mais expressivos no domínio conceitual, compreensão da potenciação como produto de fatores iguais e reconhecimento de padrões, enquanto persistiram dificuldades operatórias relacionadas à multiplicação por muitos fatores, indicando fragilidades em habilidades aritméticas básicas.

A organização do trabalho foi planejada para conduzir o leitor da problematização à prática e, por fim, à discussão dos resultados. O Capítulo 1 incluiu o levantamento histórico sobre o desenvolvimento da potenciação e discutiu o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais. O Capítulo 2 abordou as principais definições e propriedades da potenciação, além de sua aplicação em contextos práticos e fundamentos curriculares.

No Capítulo 3 apresentou-se o caráter de pesquisa pedagógica e os processos necessários para a organização e implementação da metodologia de Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, evidenciando as caracteristicas essenciais de uma atividade experimental. O Capítulo 4 descreveu o delineamento quali-quantitativo, perfil dos participantes, instrumentos, cronograma, sequência das oito atividades experimentais e procedimentos de registro e análise; e o Capítulo 5 expôs os resultados e a discussão, articulando evidências empíricas às bases teóricas e evidenciando avanços conceituais e limites operatórios.

A intervenção mostrou que a manipulação de materiais, o uso de jogos e a resolução de problemas contextualizados elevaram a motivação e o engajamento dos alunos, favoreceram a interação em grupo e propiciaram o desenvolvimento de estratégias variadas de registro e cálculo. Entretanto, limitações metodológicas, amostra reduzida, aplicação num único contexto escolar, ausência de grupo controle e variação na frequência de participação, restringem a generalização das conclusões.

Os resultados desta pesquisa forneceram contribuições teóricas e práticas para educadores e pesquisadores interessados em inovar suas práticas pedagógicas e buscar novas abordagens para o ensino de matemática, tais como: (a) Contribuição Teórica: o modelo pedagógico proposto amplia a literatura ao articular contextualização histórica, visualização e atividades experimentais como caminhos para a construção de significado matemático, oferecendo um quadro integrador entre concretização e formalização; (b) Contribuição Prática: o estudo disponibiliza recursos e atividades (a sequência de oito propostas, organização em grupos, jogos e procedimentos de registro) que professores podem adotar e adaptar para promover investigação, colaboração e progressão conceitual em sala de aula.

Para pesquisas futuras recomenda-se: (1) replicar o estudo com amostras maiores e em contextos variados (escolas urbanas e rurais, redes distintas) para avaliar a generalização do EMAE; (2) realizar delineamentos quase-experimentais ou experimentais (com grupo controle) para investigar efeitos causais da metodologia; (3) avaliar intervenções que integrem atividades experimentais e treino operacional para reduzir dificuldades aritméticas detectadas; (4) estender a aplicação do modelo a outros conteúdos (introdução à álgebra, proporcionalidade, geometria) e a diferentes faixas etárias; e (5) investigar programas de formação continuada que preparem professores para mediar o EMAE e analisar impactos na prática docente e nos resultados dos alunos.

Deste modo, o estudo confirma o potencial do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais para tornar a aprendizagem da potenciação mais significativa e engajadora, apontando avanços tanto práticos quanto conceituais, ao mesmo tempo em que indica a necessidade de intervenções complementares e pesquisas ampliadas para consolidar e aprofundar esses resultados. Espera-se que este trabalho sirva de ponto de partida para educadores e pesquisadores empenhados em transformar o ensino da matemática em uma prática investigativa, contextualizada e motivadora.

REFERÊNCIAS

AVELLO, R. G. B. **Jogos como estratégia para facilitar o ensino-aprendizagem de operações com números inteiros**. 21/08/2006. 67f. Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática. Centro Universitário Franciscano. Santa Maria. Rio Grande do Sul, 2006.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 2003.

BALL, W. W. R. **A short account of the history of mathematics**. (4ª Ed.). New York: Dover Publications, 1960.

BOYER, C. B. **A History of Mathematics**, 2nd Edition, John Wiley & Sons Inc., New York, 1989, p. 490.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. 1. ed. Editora Edgard Blucher, São Paulo, 1974.

BORDIN, L. M. **Os materiais manipuláveis e os jogos pedagógicos como facilitadores do processo de ensino e aprendizagem das operações com números inteiros**. 29/08/2011. 102f. Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática. Centro Universitário Franciscano. Santa Maria. Rio Grande do Sul, 2011.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria Executiva, Secretaria de Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAETANO, L. B. S. **Ensino de Probabilidade por Atividades Experimentais em uma Turma do 8º Ano**. Dissertação, 102f. (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Belém-PA, 2023.

CÁLCIZ, A. B. **Metodologias activas y aprendizaje por descubrimento**. Innovación y Experiencias Educativas. Rev. Granada, n. 40, p.1-11, março de 2011.

CAJORI, F. **A History of Mathematical Notations**. New York: Dover Publications, 1993.

D'AMBROSIO, U. **O que é etnomatemática**. São Paulo : Ática, 1991.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 1993.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. São Paulo: Autores Associados, 2006.

FOLLMANN, V. F. *et al.*. **Matemática na árvore genealógica**. Matemática Online (2021). Categoria: Ensino Fundamental – Anos Finais. Modalidade: Matemática Aplicada e/ou Inter-relação com outras disciplinas. Instituição participante: Escola Municipal Fundamental João

Goulart – Ijuí/RS.

FOSSA, J.A. **Algumas considerações teóricas sobre o ensino de matemática por atividades**. Revista REMATEC, ano 15, n. 35, 2020.

IEZZI, G.; DULCE, O.; MURAKAMI, C. **Fundamentos de matemática elementar, 2: logaritmos**, 10. Edição, São Paulo: Atual, 2013.
LANKSHER, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa Pedagógica: do projeto a implementação**. Tradução: Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LIMA, E. L. **Números e funções reais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013. 289 p. 9, 18, 25.

LIMA, E. L. Análise real vol. 1: **Funções de uma Variável**. Rio de Janeiro: IMPA, 2018. 198 p. 9, 18, 19, 20.

LIMA, G. L.; MARANHÃO, M. C. S. d. A. **O caso da memorização de tabuadas de multiplicação.** Ensino da Matemática em Debate (ISSN 2358-4122), v. 1, n. 1, p. 6,16, 2014. 15

LOPES, S. de F. **Ensino de Potenciação para o 6º ano do Ensino Fundamental: Preparação de uma Investigação Baseada em Design**. 163p. Dissertação – Mestrado em Ensino de Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2023.

LOPES, A. C. M. *et al.*. **A calculadora no ensino da potenciação: uma experiência no 4º ano do ensino fundamental**. XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba-Pr, 2013.

PAIAS, A. M. **Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado a alunos dos ensinos fundamental e médio.** 218 f. Mestrado em Educação Matemática Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP, 2009.

PILLATI, J. J. **Discutindo os conceitos de multiplicação e exponencial**. 50 f. Disser tação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2021.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H. **Marcos históricos no desenvolvimento do conceito de potência**. Centro de investigação em Educação. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Revista de Educação e Matemática, nº 52, 1999.

MENEZES, A. V. D. **A contribuição dos jogos para a aprendizagem de potenciação e radiciação no 9° ano: uma proposta de ensino**. 141F. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal do Vale do Rio São Francisco. Juazeiro, 2014.

MELO, M. C. P. de. **A Resolução de Problemas: uma metodologia ativa no ensino da Matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e Radiciação" com alunos do Ensino Fundamental**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

MILIES, F. C. P.; COELHO, S. P. **Números: uma introdução à matemática**. [S.l.]: Edusp, 2001. 9, 18, 19, 20

MIZUKAMI, M. da G. N. **Ensino: abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 119p, 1986

MOURA, A. R. L. de; SOUSA, M. do C. de. **O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes**. Zetetike, Campinas, SP, v. 13, n. 2, 2005.

RICHARTZ, M. **Potenciação – Um estudo didático**. 91f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, 2005.

RIBEIRO, A. L. **Autismo e o ensino de potenciação e radiciação: um estudo a partir da resolução de problemas**. 92 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Fundação Universidade Federal do Tocantins – Palmas, 2021.

SÁ, P. F. de. **Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades** / Pedro Franco de Sá; coordenado por Demetrius Gonçalves de Araújo,Glauco Lira Pereira, Raimundo Otoni Melo Figueiredo e Reginaldo da Silva. Belém: SINEPEM, 2019. (Coleção I).

SÁ, P. F. de. **Atividades para o ensino de matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, P. F. de. **As atividades experimentais no ensino de matemática**. Revista de Matemática, Ensino e Cultura, v. 15, p. 143-162, 2020.

SÁ, P. F. de. **Possibilidade da resolução de problemas em aulas de matemática**. IFPA. Belém, 2021.

SÁ, P. F. de. **Tópicos de Geometria Experimental: técnica da redescoberta**. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências). Belém: UFPA, 1988.

SÁ, P. F. de. **Possibilidades do ensino de matemática por atividades**. Belém: SINEPEM, 2019.

SÁ, P. F. de. **Resolução de problemas como ponto de partida nas aulas de matemática**. Trilhas, v.11, n22, p. 7-24, 2009.

SÁ, P. F.; MAFRA, J.R.S.; FOSSA, J. A. **O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática**. REVISTA COCAR (ONLINE), v. Especial, p. 1-20, 2022.

SILVA, Z. A. da. **Potenciação: uma análise de erros na resolução de questões em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 42f. Monografia (Curso de Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2019.

SEBESTA, R. W. **Conceitos de linguagem de programação**. 9ª Ed. Bookman Companhia Editora Ltda, 2011.

SOARES, M. B. **O ensino de Probabilidade no 8º ano por meio de atividades experimentais**. 99f. Dissertação – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal do Pará. Abaetetuba, 2021.

ANEXO A – Questionário

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
ANEXO I – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS DISCENTES

Prezado (a) aluno (a),

Neste momento estamos realizando um estudo que busca a melhoria do processo de ensino aprendizagem de Matemática. Nesse sentido, para o êxito deste trabalho, necessitamos de sua colaboração respondendo as questões abaixo. Desde já agradecemos sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

Muito obrigado!

QUESTIONÁRIO

IDENTIFICAÇÃO

01 – Nº da chamada: ____ **02 – Idade**: ____ **03** – **Gênero**: ( ) Masculino. ( ) Feminino.

04 – Você já ficou em dependência?
( ) Não ( ) Sim. Em qual (is) disciplina (s)? ___________________________________

05 – Você gosta de estudar Matemática?
( ) Detesto ( ) Suporto ( ) Gosto um pouco ( ) Adoro

06 – **Quem lhe ajuda nas tarefas de Matemática?**
( ) Professor Particular. ( ) Outros. Quem? __________________
( ) Familiar. Quem? _________________ ( ) Ninguém

07 – **Além do horário escolar, com que frequência você costuma estudar Matemática?**
( ) Todos os dias. ( ) Apenas na véspera de prova.
( ) Só nos fins de semana. ( ) Nunca.
( ) Só no período de prova.

08 – **Você consegue entender as explicações dadas na aula de Matemática?**
( ) Sempre. ( ) Quase sempre. ( ) Poucas vezes. ( ) Nunca.

09 – **Qual (is) as formas de atividade que você costuma ser avaliado em Matemática?**
( ) Prova/Simulado. ( ) Seminários. ( ) Projetos.
( ) Testes semanais. ( ) Pesquisas. ( ) Outros. Quais? _____

10 – **Como você se sente quando você está realizando uma avaliação de matemática?**
( ) Confiante.
( ) Tranquilo.
( ) Medo.
( ) Preocupação.
( ) Raiva.
( ) Outro (s). Qual (s) __

ANEXO B – Atividade Diagnóstica

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ – UFPA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
ANEXO II – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA I (PRÉ-TESTE)

IDENTIFICAÇÃO:

NÚMERO DA CHAMADA: _____ **TURMA: EF6MR01** **DATA:** ____/____/2025.

QUESTÕES

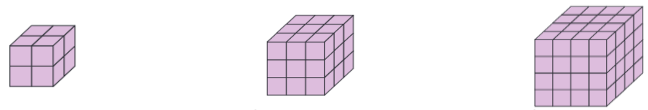
Q01 – O produto $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ pode ser representado por qual Potenciação?
a) 4^5. **c)** 5^3.
b) 5^4. **d)** 3^5.

Q02 – **(ADAPT. DE ANDRINI e VASCONCELOS)** Todos os livros de uma sala de aula estão em 4 estantes. Cada estante tem 4 prateleiras, cada prateleira tem 4 livros. Quantos livros há na sala de aula?
a) 16. **b)** 24. **c)** 32. **d)** 64.

Q03 – O valor da Potenciação 4^2 é:
a) 8. **b)** 16. **c)** 32. **d)** 64

Q04 – Resolvendo a Potenciação 2^3, encontramos como resultado:
a) 6. **b)** 8. **c)** 12. **d)** 16.

Q05 – **(ANDRINI e VASCONCELOS)** Observe a sequência abaixo, ela é formada por cubos:



$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

Quantos cubinhos terá o próximo cubo dessa sequência?
a) 25. **b)** 125. **c)** 625. **d)** 3125.

Q06 – Qual o valor do resultado da Potenciação 3^3?
a) 3. **b)** 9. **c)** 12. **d)** 27.

Q07 – O resultado da Potenciação 3^0 é:
a) 0. **b)** 1. **c)** 3. **d)** 4.

Q08 – Qual o valor da Potenciação 2^1?
a) 1. **b)** 2. **c)** 3. **d)** 4.

Q09 – O resultado da expressão

$$4^1 + 3^0$$

é:
a) 0. **b)** 1. **c)** 5. **d)** 7.

Q10 – Qual o valor da Potenciação 10^5?
a) 100 **b)** 1000 **c)** 10000 **d)** 100000

Q11 – Resolvendo a Potenciação 10^7, obtemos como resposta:
a) 10000 **c)** 10000000
b) 100000 **d)** 1000000000

Q₁₂ – É possível construir o Triângulo de Sierpinski através de um processo iterativo que tem como ponto de partida um triângulo equilátero.

Observando a figura é possível notar que na primeira iteração surgem 3 novos triângulos. Na segunda iteração, é possível identificar 9 triângulos. Na terceira iteração existem 27. Seguindo esse padrão, o número de triângulos sombreados na 4ª iteração.

a) 36. **b)** 45. **c)** 63. **d)** 81.

Q₁₃ – Ao simplificar a expressão

$$3^3 \cdot 3^4$$

Paulo obteve como resposta:

a) 3^3. **c)** 3^6.
b) 3^5. **d)** 3^7.

Q₁₄ – Rogério usou uma das propriedades das Potências para simplificar a expressão abaixo

$$\frac{2^7}{2^4}$$

O resultado encontrado foi:

a) 2^3. **c)** 2^5.
b) 2^4. **d)** 2^6.

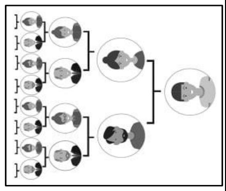
Q₁₅ – Reduzindo a expressão

$$\frac{10^5 \cdot 10^3}{10^4}$$

a uma única Potência, obtemos:

a) 10^2. **c)** 10^5.
b) 10^4. **d)** 10^7

Q₁₆ – A figura ilustra a árvore genealógica de uma pessoa composta pelos pais, quatro avós, oito bisavós e assim por diante. Considerando-se 4 gerações de antepassados, pode-se estimar o número de ancestrais dessa pessoa em:



ANEXO C – Tabela de Potências

b^e	EXPOENTE								
BASE	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512
3	3	9	27	81	243	729	2.187	6.561	19.683
4	4	16	64	256	1.024	4.096	16.384	65.536	262.144
5	5	25	125	625	3.125	15.625	78.125	390.625	1.953.125
6	6	36	216	1.296	7.776	46.656	279.936	1.679.616	10.077.696
7	7	49	343	2.401	16.807	117.649	823.543	5.764.801	40.353.607
8	8	64	512	4.096	32.768	262.144	2.097.152	16.777.216	134.217.728
9	9	81	729	6.561	59.049	531.441	4.782.969	43.046.721	387.420.489
10	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000	100.000.000	1.000.000.000
11	11	121	1.331	14.641	161.051	1.771.561	19.487.171	214.358.881	2.357.947.691
12	12	144	1.728	20.736	248.832	2.985.984	35.831.808	429.981.696	5.159.780.352

ANEXO D – Atividade 01

ATIVIDADE 01

Título: Um produto especial: A Potenciação.
Objetivos: Introduzir o conceito de Potenciação.
Materiais: Papel, caneta ou lápis, borracha, roteiro da atividade e calculadora (opcional).
Procedimento: Identifique o padrão e complete as sequências 1, 2 e 3 a seguir:

Sequência 1	**Sequência 2**	**Sequência 3**
$2 = 2^1$	$4 = 4^1$	$6 = 6^1$
$2 \cdot 2 = 2^2$	$4 \cdot 4 = 4^2$	$6 \cdot 6 = 6^2$
$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$	$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$	$6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ___	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$ ___	$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$ ___
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ___	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$ ___	$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$ ___
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ___	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$ ___	$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$ ___
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ___	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$ ___	$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$ ___

Cada um dos resultados que você encontrou é o que chamamos de **Potenciação**. Numa Potenciação destacamos a **base** e o **expoente**. Veja:

$4^{3 \rightarrow \text{Expoente}}$
↓
Base

Leitura: "Quatro elevado à terceira potência" ou "Quatro elevado ao cubo"

Como você pôde perceber, $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ____ . Então, calcule:

a) $2^4 =$ ___________ **b)** $6^2 =$ ___________ **c)** $4^2 =$ ___________
d) $2^5 =$ ___________ **e)** $4^3 =$ ___________ **f)** $6^3 =$ ___________
g) $2^7 =$ ___________ **h)** $6^4 =$ ___________ **i)** $2^6 =$ ___________

Como você calcularias as Potenciações a seguir?

a) $5^2 =$
b) $3^3 =$
c) De base 7 e expoente 3
d) De base 8 e expoente 2
e) De base 9 e expoente 2.
f) $0^2 =$
g) $0^3 =$
h) $0^4 =$
i) $0^{50} =$
j) $1^2 =$
k) $1^3 =$
l) $1^{100} =$

OBSERVAÇÃO:
CONCLUSÃO:

QUESTÕES PROPOSTAS

1) Complete a tabela com os dados que estão faltando.

Produto	Potenciação	Leitura
		Dezoito elevado à quinta potência
	3^2	
$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$		
	2^5	
		Quatro elevado ao quadrado.
	4^9	
$7 \cdot 7 \cdot 7$		
		O cubo de quinze.

2) Quem é maior?
a) 3^2 ou 2^3 **b)** 2^4 ou 4^2 **c)** 0^2 ou 1^{50} **d)** 6^2 ou 2^6 **e)** 3^5 ou 5^2

3) (ADAPT. DE ANDRINI e VASCONCELOS, 2012) Todos os livros de uma sala de aula estão em 4 estantes. Cada estante tem 4 prateleiras, cada prateleira tem 4 livros. Quantos livros há na sala de aula?

ANEXO E – Atividade 02

ATIVIDADE 02

Título: Os expoentes 0 e 1.
Objetivo: Descobrir uma relação entre as Potenciações de expoente zero e um.
Material: Papel, lápis ou caneta, roteiro da atividade e máquina de calcular.
Procedimento: Calcule o valor das Potenciações em cada uma das sequências.

Sequência 1	**Sequência 2**	**Sequência 3**	**Sequência 4**
$2^4 =$ ________	$3^4 =$ ________	$4^4 =$ ________	$5^4 =$ ________
$2^3 =$ ________	$3^3 =$ ________	$4^3 =$ ________	$5^3 =$ ________
$2^2 =$ ________	$3^2 =$ ________	$4^2 =$ ________	$5^2 =$ ________
$2^1 =$ ________	$3^1 =$ ________	$4^1 =$ ________	$5^1 =$ ________
$2^0 =$ ________	$3^0 =$ ________	$4^0 =$ ________	$5^0 =$ ________

Agora responda:

a) Nas sequências acima, quando o expoente da Potenciação diminui uma unidade, o que acontece com o resultado da Potenciação?
b) Observando as sequências 1, 2, 3 e 4 o que se pode concluir sobre as potências de expoente 1? E sobre as potências de expoente zero?

OBSERVAÇÃO:
CONCLUSÃO:

QUESTÕES PROPOSTAS

1) Resolva as Potenciações:

a) $3^1 =$ **b)** $2^1 =$ **c)** $4^0 =$ **d)** $7^1 =$
e) $1^0 =$ **f)** $3^0 =$ **g)** $6^1 =$ **h)** $8^1 =$
i) $10^1 =$ **j)** $1000^0 =$ **k)** $1^1 =$ **l)** $15^0 =$

2) Determine o valor da expressão:

$$3^1 + 3^0 - 1000^0$$

ANEXO F – Atividade 03

ATIVIDADE 03

Título: Potência de base 10.
Objetivo: Descobrir uma maneira prática de calcular as potenciações de base 10.
Material: Papel, lápis ou caneta, roteiro da atividade e máquina de calcular ou a tabela de potenciações.
Procedimento: Calcule as Potenciações abaixo e descubra uma maneira rápida de calculá-las:

a) $10^2 =$	**b)** $10^6 =$	**c)** $10^{10} =$
d) $10^3 =$	**e)** $10^7 =$	**f)** $10^{11} =$
g) $10^4 =$	**h)** $10^8 =$	**i)** $10^{12} =$
j) $10^5 =$	**k)** $10^9 =$	**l)** $10^{13} =$

OBSERVAÇÃO:
CONCLUSÃO:

QUESTÕES PROPOSTAS

1) Utilizando potência de base 10, represente os números a seguir:
Resolvido: $4000 = 4 \cdot 1000 = 4 \cdot 10^3$
a) 10000 =
b) 500 =
c) 4000 =
d) 10000000 =
e) 13000 =
f) 2300000 =
g) 20300000 =

2) Faça a decomposição dos números naturais a seguir em termos de potência de base 10.
Resolvido: $7423 = 7000 + 400 + 20 + 3 = 7 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3$
a) 237 =
b) 5234 =
c) 6789 =
d) 24595 =
e) 1032677 =

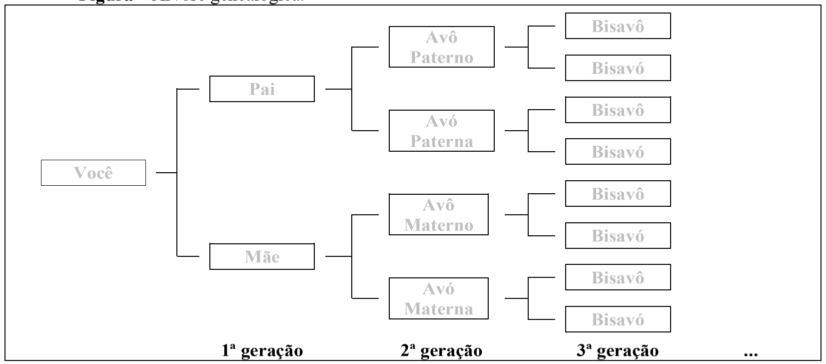
3) (ADAPT. DE MARÇAL, 2022) Complete as frases:
a) O número 10^9 é o mesmo que o número 1 seguido de ____ zeros, ou seja, $10^9 =$ ________________
b) O número _____ seguidos de 10 zeros pode ser representado como $13 \cdot 10^{10}$.
c) O número 214 seguido de _____ zeros pode ser representado como $214 \cdot 10^5$.

ANEXO G – Atividade 04

ATIVIDADE 04

Título: A Matemática e a Árvore Genealógica.
Objetivo: Utilizar a árvore genealógica como recurso visual e manipulativo, a fim de facilitar a compreensão do conceito de Potenciação.
Material: Canetas coloridas; tesoura; imagens de pessoas (familiares, personagens de desenhos, etc.); e roteiro da atividade.
Procedimentos: Preencha a árvore genealógica da figura e complete a tabela abaixo:

Figura – Árvore genealógica.

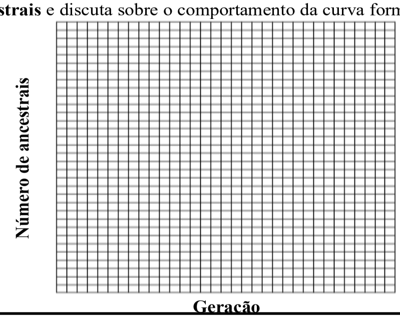


Gerações	1ª geração	2ª geração	3ª geração	4ª geração
Número de ancestrais.				
Escreva-o, se possível, como produto de fatores iguais a 2.				
Escreva-o sob forma de Potência.				

OBSERVAÇÃO:
CONCLUSÃO:

QUESTÕES PROPOSTAS

a) Qual o número de ancestrais na 5ª geração? E na 6ª geração?
b) Considere a árvore genealógica da figura. Quantas pessoas a formam até a 4ª geração de ascendentes?
c) Considerando que cada pessoa tem 2 pais, 4 avós, 8 bisavós, etc. Como você pode expressar o número de ancestrais em cada geração usando Potenciação?
d) Se você quiser saber quantos tetravós você tem, qual cálculo de Potenciação você faria?
e) Se você sabe que tem 128 ancestrais em uma determinada geração, qual é essa geração? E qual geração terá 512 ancestrais?
f) Usando os dados coletados no quadro acima e a malha quadriculada abaixo, esboce o gráfico – **geração x número de ancestrais** e discuta sobre o comportamento da curva formada.



ANEXO H – Atividade 05

ATIVIDADE 05

Título: O Triângulo de Sierpinski e a Potenciação.
Objetivos: Explorar o triângulo de Sierpinski como uma representação visual da Potenciação e desenvolver habilidades de observação, análise e generalização.
Material: Papel, lápis ou caneta, roteiro da atividade e máquina de calcular (opcional).
Procedimento: Faça uma investigação e descubra o número de triângulos retirados no Triângulo de Sierpinski a cada iteração. Para tal, preencha a tabela abaixo:

Iterações		N° de triângulos sombreados	Escreva, se possível, este número como um produto de fatores iguais a 3	Potenciação Associada
0				
1				
2				
3				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N				

Tendo como base o quadro que você acabou de preencher, responda:

a) Quantos triângulos sombreados serão formados na 4° iteração?
b) Quantos triângulos sombreados serão formados na 5° iteração? E na 7ª iteração?
c) Como você pode expressar o número de triângulos sombreados em cada iteração usando Potenciação?
d) No triângulo de Sierpinski, em qual iteração, teremos.2187 triângulos sombreados? E 6561 triângulos sombreados?

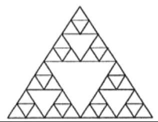
OBSERVAÇÃO:
CONCLUSÃO:

QUESTÕES PROPOSTAS

1) O triângulo de Sierpinski é um fractal, o que significa que ele possui autossimilaridade. Isso quer dizer que cada parte do triângulo é semelhante ao todo. Como Potenciação se relaciona com essa propriedade de autossimilaridade?

2) Além do número de triângulos, podemos explorar outras propriedades do triângulo de Sierpinski usando Potenciação, como a área e o perímetro. Pesquise como a área e o perímetro do triângulo de Sierpinski se comportam à medida que o número de iterações aumenta. Como a Potenciação pode ser usada para descrever esses comportamentos?

3) **(OBMEP – Banco de Questões 2020, p.23)** Na figura a seguir, o perímetro do triângulo equilátero maior é 24cm e cada um dos triângulos menores também são equiláteros. Qual a soma dos comprimentos de todos os segmentos desenhados na figura?



ANEXO I – Atividade 06

ATIVIDADE 06

Título: O Triângulo de Sierpinski e as Propriedades das Potências.
Objetivo: Utilizar o triângulo de Sierpinski para descobrir uma maneira prática de calcular o produto e o quociente de potências de mesma base.
Material: Papel, lápis ou caneta, roteiro da atividade, máquina de calcular (opcional).
Procedimento: Observe o quadro com as doze primeiras iterações no triângulo de Sierpinski (1ª linha) e o número de triângulos restantes ou sombreados (2ª linha).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3 ou 3^1	9 ou 3^2	27 ou 3^3	81 ou 3^4	243 ou 3^5	729 ou 3^6	2187 ou 3^7	6561 ou 3^8	19683 ou 3^9	59049 ou 3^{10}	177147 ou 3^{11}	531441 ou 3^{12}

Consulte o quadro e julgue se as multiplicações e as divisões listadas a seguir são verdadeiras ou não.

		Sim	Não
a)	$3^2 \cdot 3^3 = 3^5$	☐	☐
b)	$3^3 \cdot 3^5 = 3^8$	☐	☐
c)	$3^4 \cdot 3^6 = 3^{10}$	☐	☐
d)	$3^5 \cdot 3^7 = 3^{12}$	☐	☐
e)	$\frac{3^8}{3^3} = 3^5$	☐	☐
f)	$\frac{3^7}{3^3} = 3^4$	☐	☐
g)	$\frac{3^9}{3^7} = 3^2$	☐	☐
h)	$\frac{3^{12}}{3^{10}} = 3^2$	☐	☐

Nos cálculos das **multiplicações** realizados nos itens **a) b), c)** e **d)**, você consegue perceber alguma relação entre os expoentes do primeiro lado da igualdade e o expoente do segundo lado? Se sua resposta for sim, diga qual é esta relação.

E nas **divisões** efetuadas nos itens **e), f), g)** e **h)**, você consegue notar alguma relação entre os expoentes do primeiro lado da igualdade e o expoente do segundo lado? Se sua resposta for sim, diga qual é esta relação.

Agora, utilize o quadro e o padrão nele observado para efetuar as seguintes multiplicações e divisões SEM realizar cálculos:

a) $243 \cdot 2187 =$ **b)** $\frac{6561}{243} =$ **c)** $2187 \cdot 81 =$

d) $\frac{59049}{6561} =$ **e)** $243 \cdot 729 =$ **f)** $\frac{531441}{19683} =$

OBSERVAÇÃO:
CONCLUSÃO:

QUESTÕES PROPOSTAS

1) Reduza a uma única potência.

a) $2^3 \cdot 2^2 =$ **e)** $\frac{8^4}{8^2} =$

b) $4 \cdot 4^5 =$ **f)** $\frac{5^3}{5^3} =$

c) $6^2 \cdot 6^3 \cdot 6^5 =$ **a)** $\frac{5^3}{5^3} =$

d) $3^2 \cdot 3^3 \cdot 81 =$ **b)** $\frac{4^4}{64} =$

2) Sabendo que o valor $4^5 = 1024$, determine o valor de 4^6

3) (ANDRINI e VASCONCELLOS, 2012) Em uma caixa há 3^7 lápis. Quantos pacotes, com 3^5 lápis em cada um, vou conseguir embalar?

ANEXO J – Atividade 07

ATIVIDADE 07

Título: Potência em Movimento,
Objetivos: Fixar e revisar o conteúdo de Potenciação de forma lúdica.
Material: Tabuleiro do jogo, papel, caneta (ou lápis), dado comum e roteiro da atividade.
Procedimentos: Segue as regras do jogo:

1) Em cada rodada, o jogador escolherá aleatoriamente um cartão numerado de 1 à 10 e, em seguida, jogará um dado comum (seis faces);
2) Logo após, o jogador elevará o número contido no cartão escolhido ao expoente indicado no dado (1, 2, 3, 4, 5 ou 6);
3) O jogador só poderá avançar à casa seguinte, se calcular corretamente o resultado da operação descrita no item 2;
4) Cada jogador terá direito a uma única jogada por rodada;
5) Vencerá o jogador que primeiro atingir a marca de chegada de algumas das filas;
6) O jogo admite até cinco participantes e a ordem em que jogarão em cada rodada será definida por sorteio.

Figura – Jogo Potência em Movimento.

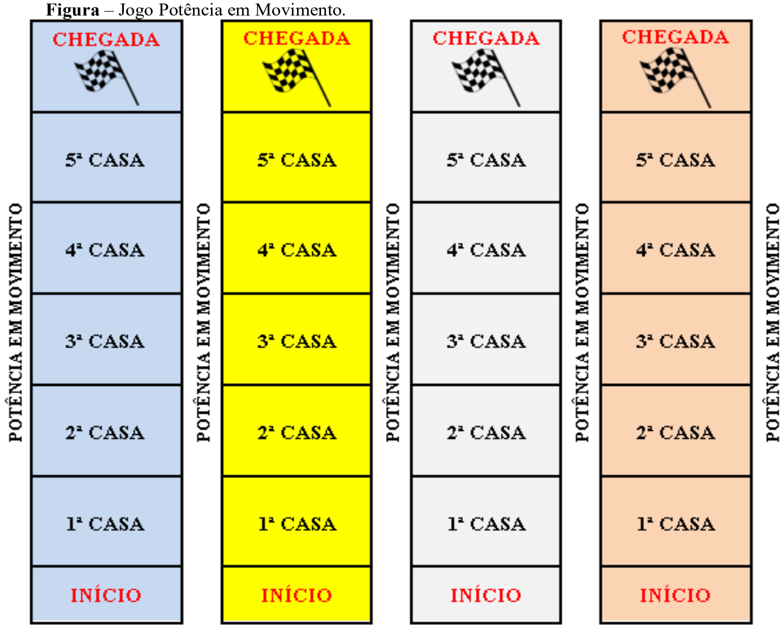
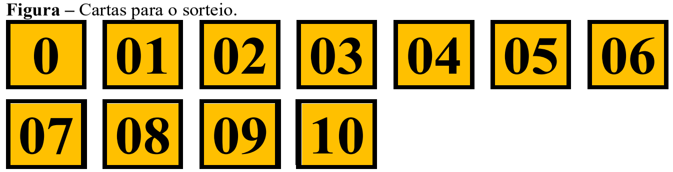


Figura – Cartas para o sorteio.



OBSERVAÇÃO:
CONCLUSÃO:

ANEXO K – Atividade 08

ATIVIDADE 08

Título: A trilha das Potências.
Objetivos: Fixar e revisar o conteúdo de Potenciação de forma lúdica.
Material: Tabuleiro do jogo, papel, caneta (ou lápis), dado comum e roteiro da atividade.
Procedimentos: Segue as regras do jogo:

1) O jogo será disputado por duas ou três duplas;
2) Cada dupla, em sua vez, jogará um dado comum (6 faces);
3) O número que constar no dado indica a quantidade de casas que a dupla irá avançar;
4) Ao avançar, a dupla irá depara-se com um cálculo envolvendo potenciação e só permanecerá nesta casa se resolver corretamente o cálculo;
5) Em caso de erro no cálculo, a dupla retornará à casa onde estava antes do lançamento do dado;
6) Ganha o jogo a dupla que ultrapassar todos os desafios e chegar ao final da trilha.
7) A ordem em que cada dupla jogará o dado será feita por sorteio;

Figura – Jogo Trilha das Potências.

Deixe um comentário acerca do jogo de tabuleiro relacionado à Potenciação.

OBSERVAÇÃO:
CONCLUSÃO: