SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SOYAN PATRICIA FERREIRA MENDES

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E GAMIFICAÇÃO: ESTRATÉGIAS PARA COMPREENDER O VOLUME DOS CORPOS REDONDOS NO ENSINO MÉDIO.

MACAPÁ-AMAPÁ

2025

SOYAN PATRICIA FERREIRA MENDES

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E GAMIFICAÇÃO: ESTRATÉGIAS PARA COMPREENDER O VOLUME DOS CORPOS REDONDOS NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada à Coordenação do Mestrado Profissional em Matemática, da Universidade Federal do Amapá, como requisito final para obtenção do título de Mestre em Ensino Profissional de Matemática.

Orientadora: Dr.ª Simone de Almeida Delphim Leal

MACAPÁ-AMAPÁ

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central/UNIFAP-Macapá-AP
Elaborado por Cristina Fernandes – CRB-2 / 1569

Mendes, Soyan Patricia Ferreira.
M538r Resolução de problemas e gamificação: estratégias para compreender o volume dos corpos redondos no Ensino Médio. / Soyan Patricia Ferreira Mendes. - Macapá, 2025.
1 recurso eletrônico.
106 f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Amapá, Coordenação do Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Macapá, 2025.
Orientadora: Dra. Simone de Almeida Delphim Leal.
Coorientador: .

Modo de acesso: World Wide Web.
Formato de arquivo: Portable Document Format (PDF).

1. Geometria espacial. 2. Volume dos corpos redondos. 3. Resolução de problemas. I. Leal, Simone de Almeida Delphim, orientadora. II. Universidade Federal do Amapá. III. Título.

CDD 23. ed. – 516

MENDES, Soyan Patricia Ferreira. **Resolução de problemas e gamificação**: estratégias para compreender o volume dos corpos redondos no Ensino Médio. Orientadora: Dra. Simone de Almeida Delphim Leal. 2025. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Matemática. Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2025.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

PROFMAT

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, da Universidade Federal do Amapá – UNIFAP, reuniram-se para realizar o julgamento da Dissertação de Mestrado de Soyan Patrícia Ferreira Mendes, intitulada**:** Resolução de problemas e gamificação: estratégias para compreender o volume dos corpos redondos no Ensino Médio**.** Após apreciação do referido trabalho, a Banca Examinadora emitiu parecer favorável à **APROVAÇÃO**, no rito de defesa pública.

A outorga do título de Mestre em Matemática está condicionada à homologação pelo Colegiado do Programa, bem como ao cumprimento das exigências e recomendações eventualmente apresentadas pela Banca Examinadora e ao atendimento das demais normas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Macapá, 19 de dezembro de 2025

gov.br
Documento assinado digitalmente
SIMONE DE ALMEIDA DELPHIM LEAL
Data: 13/02/2026 11:09:06-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Dra. Simone de Almeida Delphim Leal - Orientadora
Presidente da Banca Examinadora (PROFMAT/UNIFAP)

Assinado digitalmente por EDCARLOS SILVA:51882590287
Razão: Eu estou aprovando este documento
Localização: Macapá-AP
Foxit PDF Reader Versão: 2025.2.0

Prof.º Dr. Edcarlos Vasconcelos da Silva
Avaliador Externo (UNIFAP)

gov.br
Documento assinado digitalmente
EDUARDO DA CONCEICAO ROSARIO
Data: 12/02/2026 19:50:22-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.º Me. Eduardo da Conceição Rosário
Avaliador Externo/Interno (IFAP)

gov.br
Documento assinado digitalmente
ERASMO SENGER
Data: 10/02/2026 21:30:49-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profº. Dr. Erasmo Senger
Avaliador Interno (PROFMAT/UNIFAP)

DEDICATÓRIA

Esta dissertação é dedicada à minha mãe Maria do Socorro Mendes e ao meu pai Anselmo Mendes (in memoriam), a minha filha Manuela e ao meu esposo Marcelo Viana, com o apoio e incentivo de vocês realizei um sonho. Essa conquista é o resultado das minhas muitas renúncias, que só foi possível por ter a compreensão e amor de vocês. Gratidão!

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus que me permitiu ter saúde, ânimo e coragem nesses anos de leitura e de produção. A fé de que esse dia chegaria me fez seguir firme no objetivo de concluir mais uma etapa acadêmica. Gratidão a Deus por me dá a sabedoria e a paciência que eu necessitava durante o processo de formação.

Agradeço a minha mãe por me presentear com o amor incondicional, por me permitir estudar e alçar outros níveis acadêmicos, incentivou-me a crescer e ir atrás daquilo que acredito ser o certo sempre; a minha filha Manuela, que durante a formação entendeu a minha ausência e as muitas vezes que precisei ficar trancada no quarto lendo ou escrevendo. Vocês me fazem mais forte e durante essa etapa o amor e a compreensão foram essenciais para que pudéssemos hoje comemorar essa vitória.

Ao meu esposo e companheiro de vida, Marcelo Viana, que me apoia e incentiva a crescer academicamente e profissionalmente. Gratidão por me auxiliar a enfrentar a loucura que foi esse processo e mesmo sem entender o que eu falava, ouvia e concordava.

À minha orientadora, professora Dr.ª Simone de Almeida Delphim Leal e ao Profº Edson Leal por estarem comigo nessa jornada e ter acompanhado de perto meu nascimento como pesquisadora. Gratidão pelas palavras de incentivo, pelo apoio nas minhas decisões e por todo conhecimento construído nesse período.

Aos meus colegas do Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da turma 2023, pelas discussões, seminários e trabalhos em grupo, graças a nossa união, conseguimos concluir uma importante etapa. Gratidão pela partilha de conhecimento.

À Escola Nancy Nina da Costa e aos responsáveis pela gestão e bom funcionamento do espaço educativo, minha gratidão pela oportunidade de mergulhar na realidade educacional de Macapá e aflorar a vontade de contribuir na educação da região norte.

À Universidade Federal do Amapá por ter sido um espaço acolhedor e de aprendizagem. Gratidão por oportunizar educação de qualidade e gratuita.

E agradeço, também, a todos meus familiares e amigos que contribuíram e torceram para que eu desse mais um passo na formação acadêmica.

“É preciso estudar muito para saber um pouco”

Barão de
Montesquieu

RESUMO

O ensino da Geometria Espacial no Brasil enfrenta desafios relacionados à falta de metodologias de ensino adequadas, e geralmente não explora de forma sistemática a visualização, construção e manipulação de formas e objetos tridimensionais, dificultando o processo de aprendizagem dos alunos. A predominância de abordagens teóricas e tradicionais, utilizando-se de representações tridimensionais em meios bidimensionais, como a lousa ou o livro didático, contribui para a desmotivação e a dificuldade na construção do pensamento espacial. Com base em estudos desenvolvidos na área da educação e do ensino de matemática, esta dissertação tem como objetivo investigar como os materiais concretos**,** os quatro passos de Pólya e a gamificação podem contribuir para o ensino e a aprendizagem dos volumes dos corpos redondos no Ensino Médio. Considerando as dificuldades históricas enfrentadas por alunos na compreensão de conceitos espaciais, buscou-se desenvolver e aplicar um plano de ação que combinasse estratégias didáticas mais dinâmicas, com foco na resolução de problemas, na gamificação e na experimentação. A fundamentação teórica aborda o Ensino Médio na organização do currículo e a avaliação do Exame Nacional do Ensino Médio, os fundamentos do volume dos corpos redondos com destaque para o Princípio de Cavalieri, além da discussão sobre metodologias ativas e o modelo de resolução de problemas proposto por George Pólya. A pesquisa foi realizada em uma escola pública de Macapá, na Escola Nancy Nina da Costa, com a turma do 3º ano do Ensino Médio, 321, por meio de uma sequência de 10 aulas que integraram o uso de sólidos concretos, desafios baseados em questões do ENEM orientadas pelos quatro passos de Pólya (compreensão do problema, elaboração de um plano, execução e verificação) e a gamificação. Os resultados demonstraram avanços na participação, no raciocínio espacial e na apropriação dos conceitos matemáticos pelos alunos e que a combinação entre gamificação, resolução de problemas e materiais concretos favorece uma aprendizagem mais significativa e representa uma alternativa eficaz para o ensino da Geometria Espacial, especialmente no que se refere aos volumes dos corpos redondos.

Palavras-chave: Geometria Espacial; Volume dos Corpos Redondos; Resolução de Problemas; Gamificação; Ensino Médio, ENEM.

ABSTRACT

The teaching of Spatial Geometry in Brazil faces challenges related to a lack of adequate teaching methodologies, and generally does not systematically explore the visualization, construction, and manipulation of three-dimensional shapes and objects, hindering the learning process for students. The predominance of theoretical and traditional approaches, using three-dimensional representations in two-dimensional media, such as the blackboard or textbook, contributes to demotivation and difficulty in constructing spatial thinking. Based on studies developed in the area of education and mathematics teaching, this dissertation aims to investigate how concrete materials, Pólya's four steps, and gamification can contribute to the teaching and learning of the volumes of circular shapes in High School. Considering the historical difficulties faced by students in understanding spatial concepts, the aim was to develop and apply an action plan that combined more dynamic teaching strategies, focusing on problem solving, gamification, and experimentation. The theoretical framework addresses High School curriculum organization and the National High School Exam (ENEM), the fundamentals of the volume of circular shapes with emphasis on Cavalieri's Principle, as well as a discussion of active methodologies and the problem-solving model proposed by George Pólya. The research was conducted at a public school in Macapá, the Nancy Nina da Costa School, with the 3rd-year high school class, classroom 321, through a sequence of 10 lessons that integrated the use of concrete solids, challenges based on ENEM questions guided by Pólya's four steps (understanding the problem, devising a plan, carrying out the plan, and looking back), and gamification. The results demonstrated advances in participation, spatial reasoning, and appropriation of mathematical concepts by students, and that the combination of gamification, problem solving, and concrete materials favors more meaningful learning and represents an effective alternative for teaching Spatial Geometry, especially with regard to the volumes of circular shapes.

Keywords: Spatial Geometry; Volume of Circular Shapes; Problem Solving; Gamification; High School; ENEM.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS

ABP – Aprendizagem Baseada em Problemas

ANDIFES – Associação Nacional dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CADÚNICO – Cadastro Único para Programas Sociais

COVID-19 – Doença causada pelo coronavírus SARS-CoV-2, identificada em 2019

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

FENEP – Federação Nacional das Escolas Particulares

FENER – Fórum Nacional de Educação e Resistência

FIES – Fundo de Financiamento Estudantil

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

LAPODE – Laboratório de Políticas Públicas e Desenvolvimento Educacional

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MEC – Ministério da Educação

NEM – Novo Ensino Médio

NIED – Núcleo de Informática Aplicada à Educação

ONG – Organização Não Governamental

PPP – Projeto Político Pedagógico

PROEJA – Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos

PROUNI – Programa Universidade para Todos

SISU – Sistema de Seleção Unificada

TCT – Teoria Clássica dos Testes

TRI – Teoria de Resposta ao Item

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Matemática, ao longo da história, tem sido reconhecida como uma disciplina fundamental para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolução de problemas. No entanto, seu ensino, especialmente em conteúdos mais abstratos como a geometria espacial, ainda apresenta desafios significativos para educadores, especialmente quando envolve conceitos como o volume dos corpos redondos, que incluem o cone, o cilindro e a esfera.

A dificuldade de visualização e compreensão espacial desses sólidos muitas vezes compromete o desempenho dos alunos da educação básica, refletindo em desinteresse e baixo rendimento. Essa situação se torna ainda mais relevante ao analisarmos as provas de matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), que frequentemente apresentam questões que exigem a aplicação dos conceitos de volume desses corpos redondos.

As questões do ENEM, ao priorizarem situações-problemas contextualizadas, demandam não apenas o domínio das fórmulas, mas também a capacidade de interpretar, raciocinar e aplicar o conceito em contextos do cotidiano. Contudo, muitos estudantes encontram dificuldades, principalmente aqueles oriundos de escolas públicas, onde o ensino da geometria ainda necessita de práticas que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio espacial.

Diante dessa problemática educacional, qual estratégia podemos utilizar para contribuir para a compreensão do volume dos corpos redondos (cone, cilindro e esfera) no ensino da geometria espacial, especialmente considerando as exigências das provas de matemática do ENEM?

Nesse cenário, as metodologias ativas de ensino, como a resolução de problemas baseada nos quatro passos de Pólya aliada a gamificação, e o uso de materiais concretos surgem como uma estratégia eficaz para facilitar a compreensão dos conceitos de volume dos corpos redondos, promovendo maior engajamento dos estudantes e um aprendizado mais significativo, alinhado às demandas das avaliações externas, como o ENEM. A combinação dessas abordagens representa uma alternativa inovadora para melhorar o ensino da geometria espacial.

Em relação à representação do processo de resolução de problemas assumiu-se a proposta elaborada por Pólya (1975); esta seleção foi feita com base na simplicidade estrutural e popularidade deste modelo. Uma vez que o método de Pólya consiste em quatro passos para resolver um problema: compreender, planejar, executar e avaliar. Esse processo produtivo propiciado mediante a abordagem de problemas com conteúdo matemático corre ao longo de toda a atividade resolutiva e se vai manifestando de distinto modo em cada uma das etapas do processo de resolução.

Já a gamificação promove engajamento, motivação e protagonismo no processo de aprendizagem, uma vez que os métodos gamificados ajudam os professores a melhorar a aprendizagem ao proporcionar novas experiências aos discentes. Em sua essência, a gamificação é uma maneira de fazer uso das formas e raciocínios dos jogos para motivar, engajar e promover o aprendizado, podendo ser aplicada com ou sem o uso das tecnologias digitais; isso porque as mecânicas presentes nos jogos não são necessariamente dependentes de meios tecnológicos ou dispositivos digitais.

Por fim, a utilização recursos manipuláveis e concretos tornam palpável aquilo que é abstrato, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio espacial e a compreensão dos conceitos. Permitindo aos estudantes explorar propriedades e relações espaciais de maneira tátil; e, são considerados fortes aliados no processo de aprendizagem, ajudando o aluno a criar suas próprias estratégias para a resolução de problemas.

Essa pesquisa tem como objetivo investigar como a utilização dessas estratégias metodológicas pode favorecer a aprendizagem do volume dos corpos redondos (cone, cilindro e esfera), alinhando-se às demandas das provas de matemática do ENEM. Analisar os principais desafios enfrentados por alunos no estudo do volume dos corpos redondos e aplicar atividades didáticas que integrem gamificação e os quatro passos de George Pólya, além de avaliar a eficácia dessas atividades na compreensão conceitual e no desempenho dos estudantes, especialmente nas questões cobradas no ENEM. Por fim, observar e discutir quais os efeitos dessas estratégias no desempenho e na motivação dos estudantes, e refletir sobre a aplicabilidade e a eficácia dessas metodologias no contexto da prática docente em Matemática.

A pesquisa está organizada em sete capítulos: o capítulo 1 refere-se à introdução objetiva e detalhada sobre a pesquisa. O capítulo 2 analisa as transformações do Ensino Médio e o papel do ENEM na Educação Básica. Inicia-se com uma contextualização histórica do Ensino Médio brasileiro e a evolução do ENEM no cenário educacional. Em seguida, discute-se a prova de Matemática do ENEM, seus desafios e abordagens, com destaque para os conteúdos de Geometria Espacial. O capítulo 2 se encerra com um aprofundamento teórico sobre o Princípio de Cavalieri e os volumes dos corpos redondos.

O capítulo 3 trata das metodologias tradicionais e ativas, analisando suas diferenças e contribuições no ensino. Apresenta-se a origem e fundamentação das metodologias ativas, suas definições no contexto educacional e, por fim, a importância da resolução de problemas, com base nos quatro passos propostos por George Pólya, destacando sua relevância para o desenvolvimento do pensamento matemático.

No capítulo 4, é descrito o percurso metodológico da pesquisa. Inicialmente, aborda-se a concepção metodológica adotada e o perfil da Escola Prof.ª Nancy Nina da Costa escola em que o projeto foi realizado. Em seguida, são explicadas as metodologias utilizadas e o plano de ação desenvolvido. Por fim, apresenta-se a implementação do plano em sala de aula, detalhada em seis encontros (10 aulas) com os alunos, nos quais os conteúdos foram abordados de forma concreta, ativa e contextualizada.

O capítulo 5 apresenta a discussão e análise dos resultados, com base nos dados coletados durante a aplicação do projeto. São avaliadas as respostas dos alunos, suas produções e o desenvolvimento das habilidades relacionadas ao Volume dos Corpos Redondos, considerando também sua participação e envolvimento nas atividades.

O capítulo 6 expõe as considerações finais e continuidade, destacando as contribuições da proposta para o ensino de Geometria Espacial. Aponta-se que o uso de metodologias ativas, materiais manipuláveis e resolução de problemas pode facilitar a aprendizagem dos volumes dos corpos redondos, tornando o conteúdo mais acessível e significativo. Além disso, são apresentadas sugestões para futuras pesquisas e práticas pedagógicas.

2 TRANSFORMAÇÕES DO ENSINO MÉDIO E O PAPEL DO ENEM NA AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

O Ensino Médio no Brasil desempenha um papel crucial na formação dos alunos, servindo como fase de transição entre a educação básica e o ensino superior ou o ingresso no mercado de trabalho. Ao longo dos anos, este nível de ensino passou por diversas transformações em suas concepções pedagógicas, abordagens metodológicas e marcos legislativos e com o advento de desafios socioeconômicos e tecnológicos, a necessidade de reformular práticas pedagógicas tornou-se evidente.

Nesse sentido, para o Ministério da Educação (BRASIL, 2025) o ensino deve ser planejado em consonância com as características sociais, culturais e cognitivas do sujeito humano referencial desta última etapa da Educação Básica: adolescentes, jovens e adultos. Cada um desses tempos de vida tem a sua singularidade, como síntese do desenvolvimento biológico e da experiência social condicionada historicamente. Num processo educativo centrado no sujeito, o ensino médio deve abranger, portanto, todas as dimensões da vida, possibilitando o desenvolvimento pleno das potencialidades do educando.

Dentro desse contexto, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) surge como um componente de avaliação de extrema relevância. Desde sua criação, o ENEM transformou-se continuamente para se adaptar às novas demandas educacionais e sociais, além de se firmar como a principal porta de entrada para o ensino superior no Brasil. A evolução do ENEM espelha de perto as mudanças no Ensino Médio, refletindo tanto as novas políticas educacionais quanto as expectativas da sociedade em relação à educação.

Em 2009, o exame aperfeiçoou sua metodologia e passou a ser utilizado como mecanismo de acesso à educação superior. Atualmente, as notas do Enem podem ser usadas para acesso ao Sistema de Seleção Unificada (SISU) e ao Programa Universidade para Todos (PROUNI). Elas também são aceitas em instituições de educação superior portuguesas que têm acordo com o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Além disso, os participantes do Enem podem pleitear financiamento estudantil em programas do governo, como o Fundo de Financiamento Estudantil (FIES). Os resultados do Enem possibilitam, ainda, o desenvolvimento de estudos e indicadores educacionais (BRASIL, 2025).

A seguir, exploraremos as contribuições para compreender como o Ensino Médio e o ENEM se transformam em resposta às novas exigências educativas, assegurando que todos os aspectos cruciais do fenômeno educacional sejam devidamente investigados e compreendidos.

2.1 O ENSINO MÉDIO BRASILEIRO EM PERSPECTIVAS HISTÓRICAS.

O Ensino Médio no Brasil tem suas raízes profundamente ligadas às transformações socioeconômicas e políticas do país, refletindo as tensões e os avanços de cada momento histórico. Originalmente concebido como um espaço de formação para as elites, sua evolução gradualmente tornou o ensino mais acessível e abrangente à medida que as demandas da sociedade mudaram.

Até meados do século XX, o Ensino Médio era caracterizado por uma estrutura rígida e voltada à preparação para o ensino superior, limitado a um número restrito de instituições e alunos. Com a Reforma Capanema, em 1942, esta etapa de ensino começou a ganhar contornos mais claros com a criação dos cursos científicos e clássicos. Essa normatização, que visava preparar os alunos para o ingresso na universidade ou para o mercado de trabalho, marcou uma mudança significativa nas políticas educacionais (Silva, 2021).

Durante os anos de 1960 e 1970, o Brasil atravessou profundas mudanças políticas e sociais, o que ecoou na estrutura educacional, resultando na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1971. Esta legislação trouxe inovações ao incluir componentes técnicos no currículo, buscando atender a uma demanda crescente por formação profissional, uma mudança que foi essencial para adaptar a educação ao contexto da industrialização em ritmo acelerado da época. Foi aprovada a Lei nº 5.692/71, de caráter pragmático, a Lei foi escrita e aprovada para cumprir os anseios e a necessidade de mão de obra para atender os objetivos do governo e, ao mesmo tempo, amenizar o congestionamento das matrículas no ensino superior, o que vai na contramão da opinião de Cury et al. (1982), ao afirmarem que “o sistema escolar deve atender aos interesses de toda a sociedade, e não apenas de alguns de seus setores”. Para os mesmos autores “a organização do trabalho existente no mundo atual, engloba a produção da ciência e da tecnologia, ao mesmo tempo em que depende delas" (Cury et al., 1982, p. 56). Por essa razão, entre outras, a Lei nº 5.692/71, não logrou êxito, e brevemente surgiram as críticas e as resistências tanto de estudantes como de professores.

Os anos 1980 e 1990 foram marcados por um movimento de democratização da educação, com um enfoque na universalização do acesso ao Ensino Médio. Como resultado dos movimentos de redemocratização ocorridos em vários Estados brasileiros, em 1988, foi promulgada a nova Constituição Federal que define a educação como: direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho (BRASIL, 1988). A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996 atuou como um novo marco regulatório, trazendo inovações ao alicerçar currículos nacionais mais flexíveis e adaptáveis às realidades regionais, enfatizando a formação integral dos estudantes (Pereira; Santos, 2022).

No início do século XXI, o Ensino Médio brasileiro enfrentou o desafio da qualidade além do quantitativo. As políticas públicas começaram a focar na qualidade do ensino e no combate à evasão escolar. Neste cenário, surgiram iniciativas que visavam integrar o Ensino Médio com a Educação Profissional, como o Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Jovens e Adultos (PROEJA), fomentado pelo governo federal.

A Reforma do Ensino Médio, chamado de Novo Ensino Médio (NEM), sancionada pela Lei 13.415 de 2017, trouxe um novo capítulo na legislação educacional brasileira. A lei estabeleceu mudanças curriculares significativas, introduzindo itinerários formativos e promovendo uma maior flexibilidade e personalização dos percursos educacionais oferecidos aos alunos, uma mudança significativa na abordagem educacional promovendo uma flexibilidade curricular que permite aos estudantes escolherem itinerários formativos de acordo com suas vocações e interesses.

O currículo passou a ser composto por uma base comum nacional, já determinada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e por uma parte diversificada, oferecendo aos alunos a possibilidade de optar por áreas de aprofundamento (Costa; Lima, 2022). Essa reforma procurou colocar o aluno como protagonista no processo de ensino-aprendizagem, e trouxe à tona a importância das competências e habilidades como medidores de desempenho, voltadas para o desenvolvimento humano em suas múltiplas dimensões, dando ênfase a áreas de conhecimento, itinerários formativos, projetos de vida, e reconhecendo a diversidade cultural e social como elementos fundamentais na formação dos estudantes.

No entanto, o Novo Ensino Médio (NEM) vinha sendo alvo de críticas de entidades ligadas à educação e da sociedade, que apontavam as dificuldades das escolas em ofertar em ofertar os itinerários formativos devido sua infraestrutura. E então a Lei 14.945, de 2024 é sancionada. Pela nova lei, o início de implementação das reformas deve ocorrer já em 2025, no caso de alunos ingressantes no ensino médio e os que já estiverem com o ensino médio em curso terão um período de transição.

O Ministério da Educação (BRASIL, 2022) enfatiza que os sistemas de ensino deverão garantir que todas as escolas de ensino médio ofertem o aprofundamento integral de todas as áreas de conhecimento, exceto o ensino profissional. Deverá haver, no mínimo, dois itinerários formativos de áreas diferentes; como os itinerários são formatados de acordo com o contexto local e as possibilidades dos sistemas de ensino, o estudante poderá optar por uma complementação com itinerários focados em duas áreas diferentes: matemática e ciências da natureza, por exemplo; ou linguagens e ciências humanas.

Em fevereiro de 2024 foi criado o programa Pé-de-Meia, que é um incentivo financeiro-educacional voltado a estudantes matriculados no ensino médio público beneficiários do Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal (CadÚnico). Seu objetivo é democratizar o acesso e reduzir a desigualdade social entre os jovens, além de fomentar a inclusão educacional e estimular a mobilidade social. Ao comprovar matrícula e frequência, o estudante do ensino regular recebe o pagamento de incentivos mensais no valor de R$ 200,00 reais que podem ser sacados em qualquer momento. No caso da educação de jovens e adultos, ao comprovar matrícula, o estudante recebe um incentivo de R$ 200,00 reais além de incentivos de R$ 225,00 reais pela frequência, ambos disponíveis para saque. O beneficiário do Pé-de-Meia ainda recebe R$ 1.0000,00 reais ao final de cada ano concluído, que só podem ser retirados da poupança após a formatura no ensino médio. Considerando as parcelas de incentivo, os depósitos anuais e o adicional de R$ 200 pela participação no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) os valores chegam a R$ 9.200,00 por aluno (BRASIL, 2025).

Silva (2021) é categórico em afirmar que no cerne dessas mudanças está a tentativa de reduzir a evasão escolar, um problema crônico neste nível educacional, causado por fatores socioeconômicos e pela falta de identificação dos alunos com o conteúdo tradicionalmente ofertado. Ao propor um ensino mais conectado com a realidade dos estudantes, a reforma busca alinhar o ambiente escolar às expectativas e necessidades juvenis, incentivando a permanência dos alunos na escola até a conclusão desta etapa.

Essa análise histórica do Ensino Médio no Brasil demonstra um percurso de constantes reinvenções, permeadas por desafios e avanços que refletem tanto as necessidades internas como as influências globais. Enquanto o país busca se consolidar no século XXI com um Ensino Médio de qualidade e inclusivo, o desafio permanece em alcançar a equidade educacional que atenda às diversas realidades e contexto sociais, promovendo um ensino que seja tanto inclusivo quanto equitativo.

2.2 A EVOLUÇÃO DO ENEM NO CONTEXTO EDUCACIONAL BRASILEIRO

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), apresenta desde a sua origem, a finalidade de avaliar o desempeno individual dos concluintes do Ensino Médio brasileiro. Trata-se de um exame individual de caráter voluntário, que possibilita a todos os participantes uma referência de auto avaliação em relação aos demais estudantes que facultativamente se interessam em realizar a prova. Sem ter abandonado seu caráter original, o ENEM vem se modificando ao longo da última década, a ponto de galgar, na atualidade, o patamar do maior teste educacional aplicado pelo Governo Federal. Compreender essas transformações é crucial para iluminar o que o ENEM representa hoje no âmbito do sistema educacional brasileiro.

Em seus anos iniciais, o Enem foi concebido como um exame voltado principalmente para medir o crescimento acadêmico dos estudantes e servir como um medidor do ensino em nível nacional. De acordo com Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2020):

> Criado em 1998, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) tinha como objetivo inicial avaliar o desempenho dos estudantes ao término da educação básica, servindo como um diagnóstico da qualidade do ensino no Brasil. De 1998 a 2008, o Exame foi realizado anualmente com uma única prova de 63 questões interdisciplinares e a prova de redação (INEP, 2020).

Em 2004, é criado Programa Universidade para Todos (ProUni), pela Lei nº 11.096/2005, e tem como finalidade a concessão de bolsas de estudos integrais e parciais a estudantes de cursos de graduação e de cursos sequenciais de formação específica, em instituições privadas de educação superior. As instituições que aderem ao programa recebem isenção de tributos. Com a criação do Programa Universidade para Todos (ProUni), o número de inscritos no Enem cresceu consideravelmente (BRASIL, 2025).

Em 2009, o exame passou por uma reformulação abrangente, introduzindo um novo formato de avaliação que visava substituir os vestibulares tradicionais para entrada nas universidades. Essa mudança representou um marco no acesso democrático ao ensino superior, permitindo que estudantes de diferentes regiões e contextos socioeconômicos competissem em pé de igualdade. Originalmente composto de uma única etapa, o Enem passou a ser aplicado em dois dias e organizado em quatro áreas de conhecimento. Segundo o INEP (2011):

> Esse novo instrumento de avaliação abrange as quatro áreas do conhecimento, relacionando-se aos componentes curriculares da Educação Básica. A área de Ciências Humanas e suas Tecnologias, a área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e a de Matemática e suas Tecnologias, por fim, a de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e a Redação (INEP, 2011).

O ENEM de 2009 foi um verdadeiro marco na história do exame porque representou uma mudança radical em sua estrutura, finalidade e alcance**.** Antes, o ENEM era basicamente uma avaliação diagnóstica, voltada à verificação das competências e habilidades adquiridas pelos estudantes ao fim do ensino médio. Ainda em 2009, o ENEM passou a ser utilizado como principal mecanismo de acesso para as universidades federais através do Sistema de Seleção Unificada (SISU), esta mudança ampliou a abrangência do ENEM e consolidou seu papel como porta de entrada para o ensino superior público no Brasil (Silva; Gomes, 2021).

Ademais, Lima (2023) destaca que o ENEM começou a ser utilizado como critério de seleção para bolsas em instituições privadas por meio do Programa Universidade para Todos (ProUni), uma iniciativa que visa democratizar o acesso ao ensino superior, oferecendo oportunidades principalmente a estudantes de baixa renda. O exame também incrementou seu uso como parte do Fundo de Financiamento Estudantil (FIES), criado em 1999, que possibilita financiamento subsidiado para alunos que desejam ingressar em faculdades particulares.

Em 2009, O SISU (Sistema de Seleção Unificada) foi criado pelo Ministério da Educação (MEC), e em 2010 passou a funcionar. Assim como para os outros programas do governo que facilitam o acesso ao ensino superior, basicamente para participar do Sisu o estudante precisa ter realizado a prova do ENEM na última edição anterior ao ano em que o aluno pretende participar e deve tirar a nota mínima de 450 pontos e não pode ter zerado na redação (INEP, 2020).

Com a implementação do Sistema de Seleção Unificada (Sisu), do Programa Universidade para Todos (ProUni) e do Fundo de Financiamento Estudantil (FIES), o peso do Enem cresceu exponencialmente, o exame se tornou um componente essencial no processo de seleção de candidatos para as universidades federais e outras instituições de ensino superior que adotam os resultados do Enem como critério de admissão. Essa centralização e unificação de processos evidenciam o papel proeminente que o ENEM passou a desempenhar no sistema educacional brasileiro.

Contudo, é importante destacar que o exame também refletiu e, em muitos casos, amplificou desigualdades já existentes no sistema educacional. As disparidades regionais e socioeconômicas têm um impacto pronunciado sobre o desempenho dos estudantes no ENEM, estimulando um debate contínuo sobre como o exame pode ser mais inclusivo e justo. Um estudo realizado pelo Laboratório de Pesquisa em Oportunidades Educacionais (LAPOPE) e Núcleo Interdisciplinar de Estudos sobre desigualdade (NIED), da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) revela um panorama preocupante de aumento das desigualdades sociais na participação do ENEM entre estudantes concluintes do Ensino Médio. As disparidades sociais, regionais, raciais e para estudantes com deficiência se acentuaram nos últimos anos, especialmente durante a pandemia (Observatório do Conhecimento, 2023).

A pandemia de COVID-19 trouxe desafios sem precedentes para a execução do ENEM, levando a adiamentos e adaptações emergenciais das provas. Além das medidas de segurança sanitária, demandas por flexibilidade levaram à implementação de formatos de correção alternativos e ao uso de ferramentas tecnológicas para checagem e análise das respostas digitais, assegurando validação processual e segurança dos dados (Carvalho, 2021). O processo de autoexclusão das populações mais vulneráveis durante a pandemia foi um dos fatores que mais contribuiu para aumentar o índice de abstenção nesta edição, afetando principalmente os alunos do ensino médio que não tiveram acesso aos meios de comunicação ou tecnologias mais sofisticadas para estudar para prova do ENEM em 2020.

Em 23 de fevereiro de 2022, após examinar a totalidade das contribuições da sociedade civil, a Secretaria de Educação Básica do MEC conduziu, a oitava e última reunião ordinária para consolidar e aprovar a proposta do novo Enem. Essa reunião resultou na elaboração do documento "Parâmetros de atualização do Exame Nacional do Ensino Médio –Enem", o qual foi publicado em abril de 2022 (BRASIL, 2022). A influência política de diversos setores da sociedade civil, incluindo organizações relacionadas ao capital privado global, é evidente no processo reformulação desses Parâmetros. Destaca-se aqui a participação e manifestação das seguintes organizações: Federação Nacional das Escolas Particulares (FENEP), ONG Todos pela Educação, Instituto Itaú Educação e Trabalho/IET, Somos Educação vinculada à matriz Saber Serviços Educacionais S.A. e Associação Nacional dos Dirigentes das Instituições Federais de Ensino Superior (Andifes) (BRASIL, 2021c, p.38).

O ENEM de 2024 manteve seu formato atual, excluindo a avaliação dos itinerários formativos, mas passando por uma adequação criteriosa de sua matriz à BNCC. A triagem das habilidades atuais do Enem, alinhando-as à BNCC, poderia contribui para uma implementação de transição. Contudo, França et al. (2024), relatam que a falta de definições aos estudantes que permanecem no Ensino Médio reforça a necessidade contínua de diálogo e reflexão para alcançar uma implementação coerente e efetiva das reformas educacionais.

Sem uma nova matriz para o ENEM, com implementações de itinerários formativos discrepantes entre as redes de ensino e considerando a importância desse exame para milhões de estudantes que o utilizam como instrumento de acesso à Educação Superior, o ENEM deve permanecer com seu formato atual, não avaliar os itinerários formativos, mas passar por uma adequação de sua matriz à BNCC (Carvalho; Lotta; Bauer, 2023).

A evolução do ENEM está intrinsecamente ligada a outras mudanças educacionais no país, como a reforma curricular que resultou na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Essa reforma busca alinhar as expectativas de aprendizado com as competências avaliadas no ENEM, garantindo que os alunos estejam melhor preparados para enfrentar o exame, além de aumentar a coerência entre o que é ensinado e o que é testado.

Atualmente, qualquer pessoa que já concluiu o ensino médio ou está concluindo a etapa pode fazer o ENEM para acesso à educação superior. Os participantes que ainda não concluíram o ensino médio podem participar como "treineiros" e seus resultados no exame servem somente para autoavaliação de conhecimentos. A Política de Acessibilidade e Inclusão do Inep garante atendimento especializado e tratamento pelo nome social, além de diversos recursos de acessibilidade (BRASIL, 2025).

2.3 A PROVA DE MATEMÁTICA NO ENEM: DESAFIOS E ABORDAGENS

As transformações no ENEM nestes anos têm mostrado um compromisso em manter o exame como um modelo vivo, capaz de refletir e se adaptar às mudanças contínuas da sociedade e da educação. A evolução do ENEM, abordada em 2.2, representa uma busca pelo equilíbrio entre inovação tecnológica, acessibilidade e inclusão educacional, mantendo-se como uma poderosa ferramenta que mede e promove a qualidade da educação, ao mesmo tempo que democratiza o acesso ao ensino superior no Brasil. A contínua revisão e atualização desse exame são fundamentais para assegurar que continue a atender às necessidades de estudantes de todas as origens, respeitando a diversidade e promovendo o desenvolvimento de uma sociedade mais justa e igualitária.

A prova de Matemática no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) tem desempenhado um papel fundamental na avaliação das habilidades analíticas e de resolução de problemas dos estudantes brasileiros. Desde a sua implementação, a prova de Matemática no

ENEM tem sofrido evoluções significativas, em sua estrutura quanto na abordagem pedagógica dos conteúdos, refletindo mudanças nas diretrizes educacionais e nas exigências do mercado de trabalho global.

De acordo com Stoodi (2025) a prova de Matemática do ENEM é uma das áreas de conhecimento avaliadas no exame e abrange tópicos de álgebra, geometria, estatística, funções, análise de dados e resolução de problemas. Composta por 45 questões de múltipla escolha, essa prova busca avaliar a capacidade dos estudantes de compreender conceitos matemáticos, resolver situações-problema e aplicar raciocínio lógico. Além disso, a prova valoriza a capacidade de interpretação de enunciados, análise de dados e utilização de fórmulas matemáticas.

A prova de Matemática do ENEM se caracteriza por avaliar não apenas o domínio dos conteúdos tradicionais da disciplina, mas também a capacidade dos alunos de aplicar conceitos matemáticos em situações cotidianas e interdisciplinares. Segundo Lima (2023) este componente busca integrar o conhecimento matemático com outras áreas do saber, destacando-se por apresentar questões que abordam temas como porcentagem, estatística, geometria, álgebra e funções em contextos que preveem o uso cotidiano deste conhecimento.

Nos últimos anos, a construção das questões de Matemática no ENEM tem seguido a estrutura da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), focando em habilidades como a análise crítica de dados, a interpretação de gráficos e tabelas, e a resolução de problemas complexos de forma inovadora. As questões são desenhadas para que os alunos demonstrem compreensão profunda dos conteúdos, estimulando o raciocínio lógico-matemático e a criatividade na solução de problemas. A nota dessa prova é, segundo BRASIL (2020), obtida através da utilização do método da Teoria de Resposta ao Item (TRI).

E o que é e como funciona esse método? De acordo com Pasquali (2020), o método de Teoria de Resposta ao Item (TRI) é um método estatístico da área da psicometria que surgiu em meados da década de 30 do século passado, mas só veio a ser difundido no Brasil na década de 90 com o desenvolvimento da tecnologia, já que precisava de softwares apropriados. O método TRI tornou-se uma proposta no campo da psicometria em oposição a Teoria Clássica dos Testes (TCT), pois a TCT apresentava algumas fragilidades em termos de avaliações como: se basear nas respostas aos itens de testes dadas por um grupo determinado, ficando portanto dependente desse grupo e sobretudo no caso de testes educacionais, onde alunos alcançando escores iguais em um mesmo teste, não se podia saber se tinham tido esforços e desempenhos iguais pois , poderia acorrer o fato de alguns terem acertado as questões mais fáceis enquanto outros, as mais difíceis.

De acordo com o Ministério da Educação (BRASIL, 2020) assumir o fato de que todas as questões forneçam a mesma quantidade de informação sobre o conhecimento que o participante domina não é a melhor opção metodológica. Há questões que representam melhor o que está sendo avaliado do que outras e há questões que informam mais. A teoria TRI procura captar isso. Na prova objetiva do ENEM, a nota não é calculada levando-se em conta somente o número de questões corretas, mas também a coerência das respostas do participante diante do conjunto das questões que formam a prova realizada

Na avaliação do conhecimento, a unidade de medida a ser expressa por meio do conjunto de itens pertencentes a uma escala de proficiência; assim, os parâmetros dos itens são estabelecidos previamente. A proficiência é verificada a partir da análise do perfil das respostas dos participantes a esse conjunto de itens. Para a elaboração de suas provas, o INEP utiliza uma matriz de referência do ENEM que é composta por competências e habilidades.

Para BRASIL (2020), competências são as modalidades da inteligência que usamos para estabelecer relações entre o que desejamos conhecer, enquanto que habilidades são competências adquiridas e estão ligadas ao "saber fazer", ou seja, em outras palavras competência está ligada a capacidade de mobilizar conhecimentos ou vivências para resolver situações da vida real, utilizando o pensamento crítico, enquanto que habilidade indica o que aprendemos a fazer , decorrentes das competências adquiridas. Segue as competências e habilidades comuns as áreas do conhecimento, conforme Brasil (2025):

I. Dominar linguagens (DL): dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.

II. Compreender fenômenos (CF): construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.

III. Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.

IV. Construir argumentação (CA): relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.

V. Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

E, nas tabelas seguinte, a matriz de Referência de Matemática e suas Tecnologias, segundo, BRASIL (2025):

Tabela 1: Competência de área 1- Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

Códigos	Competências
H1	Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações - naturais, inteiros, racionais ou reais.
H2	Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.
H3	Resolver situação-problema envolvendo conhecimentos numéricos.
H4	Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.
H5	Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Fonte: Brasil (2025).

Tabela 2: Competência de área 2 – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

Códigos	Competências
H6	Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
H7	Identificar características de figuras planas ou espaciais.
H8	Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
H9	Utilizar conhecimentos geométricos do espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Fonte: Brasil (2025).

Tabela 3: Competência de área 3 - Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Códigos	Competências
H10	Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.
H11	Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.
H12	Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas
H13	Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14	Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Fonte: Brasil (2025).

Tabela 4: Competência de área 4 - Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da e a solução de problemas do cotidiano.

Códigos	Competências
H15	Identificar a relação de dependência entre grandezas.
H16	Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.
H17	Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.
H18	Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Fonte: Brasil (2025).

Tabela 5: Competência de área 5 - Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

Códigos	Competências
H19	Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.
H20	Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.
H21	Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.
H22	Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.
H23	Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Fonte: Brasil (2025).

Tabela 6: Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

Códigos	Competências
H24	Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências
H25	Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.
H26	Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Fonte: Brasil (2025).

Tabela 7: Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

Códigos	Competências
H27	Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.
H28	Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.
H29	Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação
H30	Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.

Fonte: Brasil (2025).

Um componente central na prova de Matemática destacado por Moura (2022) é o estímulo ao uso de múltiplas estratégias de raciocínio. Os estudantes são convidados a confrontar problemas que requerem tanto métodos tradicionais quanto abordagens alternativas, instigando o pensamento independente e a autoeficácia na resolução de equações e problemas do mundo real. O ENEM desempenha também um papel educativo na formação matemática do aluno, ao estabelecer um padrão para o ensino médio que as escolas são compelidas a seguir. O exame impulsiona mudanças nas práticas pedagógicas e estratégias de ensino, instigando escolas e docentes a desenvolverem abordagens pedagógicas mais eficazes e focadas nas necessidades dos alunos (Rodrigues; Pires, 2025).

A prova de Matemática do ENEM não só avalia a capacidade dos alunos em lidar com conceitos matemáticos, mas joga um papel crucial na promoção de uma educação matemática moderna que vai além do cálculo mecanicista. Com uma abordagem que enfatiza a resolução de problemas e a aplicação prática, o ENEM visa preparar os alunos para desafios futuros, dotando-os de ferramentas cognitivas e metacognitivas que serão valiosas ao longo de suas vidas pessoais e profissionais, reflete também a necessidade de manter um currículo atualizado que valorize tanto o saber quanto o saber fazer, considerando o dinamismo do conhecimento em um mundo cada vez mais complexo e interconectado.

2.4 GEOMETRIA ESPACIAL NO ENEM

A avaliação de Matemática do ENEM aborda situações contextualizadas que objetivam respeitar a diversidade regional, social e cultural dos alunos brasileiros. Diante disso transformar a Matemática em uma disciplina acessível e interessante é um dos desafios permanentes enfrentados pelo exame, especialmente quando se busca atingir estudantes de diferentes origens e realidades educacionais com um único teste padronizado.

No que tange ao conteúdo, a geometria assume um papel relevante na prova de Matemática, visto que esta área requer habilidades de visualização e abstração que são essenciais no desenvolvimento do raciocínio espacial e no entendimento e criação de modelos simplificados do mundo real. Questões geométricas frequentemente abrangem tópicos como figuras planas e espaciais, áreas e volumes, que se conectam a situações práticas e contextualizadas. Souza e Costa (2021, p. 92) destacam que "a geometria é cobrada no ENEM de forma contextualizada, exigindo que o aluno interprete situações-problema que envolvam espaço, forma e medida, com forte apelo à interdisciplinaridade e à leitura crítica".

2.5 A GEOMETRIA ESPACIAL E O VOLUME DOS CORPOS REDONDOS

A geometria espacial desempenha um papel significativo na formação matemática dos estudantes do ensino médio. Em especial, o estudo dos corpos redondos e de seus volumes apresenta-se como um conteúdo essencial tanto pela sua aplicação prática quanto por sua frequente presença nas avaliações externas, como o ENEM. O exame, com seu caráter interdisciplinar e contextualizado, propõe situações-problema que exigem do estudante não apenas o conhecimento das fórmulas matemáticas, mas também a capacidade de interpretação, análise e resolução de problemas. Neste contexto, investigar como o volume dos corpos redondos é abordado no ENEM torna-se relevante para compreender os desafios enfrentados pelos estudantes e as possibilidades pedagógicas que podem ser exploradas.

Abreu, et al. (2022) destacam que a geometria espacial, no que se refere ao volume de corpos redondos, aparece no ENEM associada a contextos do cotidiano, como recipientes cilíndricos, tanques em forma de cones ou hemisférios, entre outros. Essa abordagem exige dos alunos uma compreensão concreta das situações e a aplicação adequada das fórmulas de volume. Por outro lado, Campos, Cruz e Albuquerque (2021) ao analisarem questões do ENEM, apontam que muitas questões envolvem não apenas o cálculo direto do volume, mas também estimativas, comparações de capacidades e transformação de unidades. Essa complexidade leva os estudantes a enfrentarem dificuldades, sobretudo quando não possuem uma base sólida em geometria ou não estão habituados a interpretar problemas contextualizados.

Costa e Meireles (2020), é categórico ao afirmar que o ENEM valoriza o raciocínio aplicado a contextos reais, em relação a geometria espacial, exige do estudante uma boa visualização dos sólidos e a compreensão de como suas dimensões interferem no cálculo do volume. Os autores enfatizam que o domínio das fórmulas não garante sucesso na prova, se o aluno não conseguir interpretar corretamente os dados apresentados. Além disso, Santos e Lima (2021) observaram que as questões de geometria no ENEM costumam envolver múltiplas etapas de raciocínio, como a extração de informações de uma situação-problema, a escolha da fórmula adequada e a conversão de unidades. Isso torna o desempenho dependente não apenas do conhecimento matemático, mas também de habilidades de leitura e análise crítica.

Em estudo bem recente, Teixeira e Nunes (2025) realizaram uma análise estatística de 50 questões do ENEM envolvendo volume e identificaram que mais de 60% delas exigiam conhecimento de mais de um conteúdo matemático, como proporções, álgebra ou aritmética. Isso indica que o conteúdo de corpos redondos é frequentemente abordado de forma interdisciplinar, o que amplia a complexidade da resolução. Esse padrão de cobrança reforça a importância de desenvolver no estudante uma visão integrada da matemática e não apenas a memorização de fórmulas. Como destaca Araújo e Barreto (2023), o ENEM busca avaliar competências e habilidades, e não apenas conteúdos isolados, o que exige uma abordagem pedagógica que priorize a resolução de problemas e o pensamento crítico.

2.5.1 Histórico e Fundamentos do Volume dos Corpos Redondos

A geometria espacial é a área da matemática que estuda as propriedades e relações dos corpos e figuras no espaço tridimensional, considerando aspectos como volume, área da superfície e posição relativa dos elementos (Costa, 2022) Essa disciplina abrange o entendimento de sólidos geométricos, como prismas, cilindros, cones e esferas, e é fundamental para o desenvolvimento do raciocínio espacial e para aplicações práticas em diversas áreas tecnológicas (Ferreira; Almeida, 2021). Esse campo envolve o estudo de elementos como pontos, retas, planos, ângulos tridimensionais, superfícies e volumes, permitindo compreender formas e estruturas presentes no mundo físico, sendo fundamental tanto no ensino básico quanto em aplicações práticas na engenharia, arquitetura e design.

Um conceito central na geometria espacial e foco da nossa pesquisa, é o conceito de volume, que corresponde à medida da quantidade de espaço ocupada por um corpo. Conforme explica Dante (2022, p. 390), "volume é a medida da parte do espaço ocupada por um corpo, expressa em unidades cúbicas". O ensino desse conceito deve ir além da memorização de fórmulas, favorecendo a construção de significados e a aplicação prática em contextos variados. Dentre os diversos sólidos geométricos, destacam-se os corpos redondos, que são aqueles que apresentam superfícies curvas e simétricas, resultantes da rotação de figuras planas em torno de um eixo. Os principais corpos redondos são o cilindro, o cone, tronco do cone e a esfera, Dante (2022, p. 420) destaca que "os corpos redondos são obtidos a partir da rotação de figuras planas em torno de um eixo fixo, produzindo superfícies curvas e simétricas".

Os sólidos de revolução são definidos como figuras tridimensionais obtidas pela rotação completa de uma figura plana em torno de um eixo. Essa rotação gera um sólido de revolução que possuem superfícies curvas e simétricas. Os principais exemplos abordados no ensino básico são o cilindro, o cone, tronco de cone e a esfera. Como aponta Dante (2021), o cilindro circular reto é também chamado cilindro de revolução, pelo fato de ser gerado pela rotação de um retângulo em torno de um de seus lados. O cone circular reto é também chamado cone de revolução, pelo fato de ser gerado pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos. A esfera é o sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro. O tronco de cone circular reto pode ser obtido pela rotação completa de um trapézio retângulo em torno de um de seus lados perpendiculares à base maior.

Historicamente, o primeiro grande estudioso a investigar essas figuras foi Arquimedes de Siracusa (c. 287 a.C. – c. 212 a.C.), um dos maiores matemáticos da Antiguidade. Utilizando um método precursor do cálculo integral, o chamado método da exaustão. Arquimedes foi capaz de deduzir fórmulas precisas para o volume da esfera, do cone e do cilindro. Entre suas descobertas mais notáveis, está a demonstração de que o volume da esfera corresponde a dois terços do volume do cilindro que a contém, conforme destaca Boyer (1996). Tal feito foi tão significativo que o próprio Arquimedes solicitou que essa relação fosse gravada em seu túmulo. Arquimedes se destacou ao criar métodos para calcular o volume de sólidos de revolução, como cones, esferas e cilindros, introduzindo a ideia genial de decompor formas complexas, uma técnica antecipando conceitos posteriores de cálculo integral.

Nesta secção apresentamos o Princípio de Cavalieri utilizado para o cálculo de volume, um pouco da história de seu desenvolvimento e demonstrando sua aplicação na determinação das equações de volume de sólidos de revolução, a saber, o cilindro, o cone e a esfera.

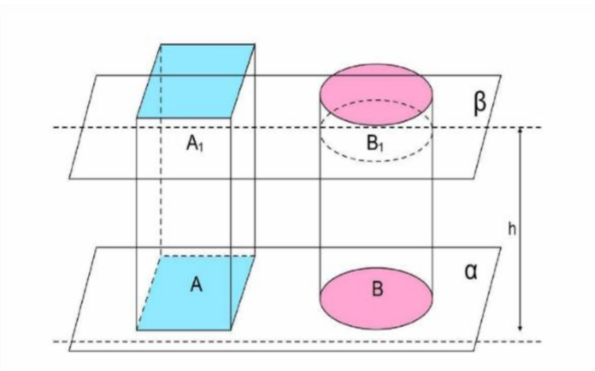
2.5.2. O Princípio de Cavalieri e o Volume do Cilindro, Cone e Esfera

Bonaventura Cavalieri nasceu em Milão, Itália, em 1598 e foi professor da Universidade de Bolonha de 1629 a 1647, ano de sua morte. Em 1635 ele publicou sua principal obra, intitulada "Geometria Indivisibilibus Continuorum" na qual ele apresenta o método dos indivisíveis, conforme afirma Boyer (1974, p. 241). Este método deu origem ao Princípio de Cavalieri.

Esse teorema é demonstrado com a utilização do cálculo integral e teoria da medida, mas nos livros de ensino médio, haja visto a complexidade da prova, ele é apresentado como postulado, omitindo -se a demonstração. Nesta pesquisa, omite-se a demonstração do teorema e restringe-se o princípio para o cálculo de volume que pode ser enunciado da seguinte maneira:

Sejam A e B sólidos limitados, e seja α um plano. Suponha que, para todo plano β paralelo a α, as interseções de A e B com β sejam vazias ou regiões tais que a razão entre suas áreas é constante. Então, a razão entre os volumes de A e B é essa constante (ver figura 1)

Figura 1 – Intersecção dos sólidos A e B com plano β

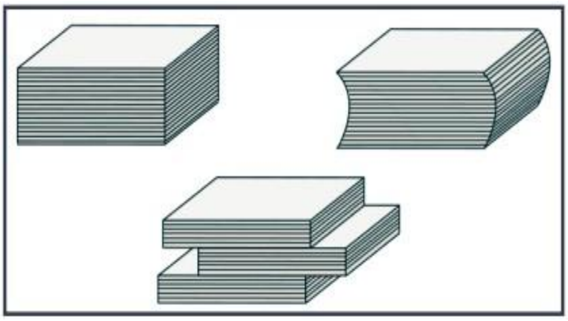


Fonte: Dante (2021).

Isso significa que dados dois sólidos de mesma altura, se todo plano paralelo a α, que intersecta esses sólidos formam secções cuja razão entre as áreas A1 e B1 é uma constante A1 /B1 = c, então a razão entre os volumes VA e VB desses sólidos é igual a essa mesma constante VA /VB = c. Como explica Dante (2021) o Princípio de Cavalieri estabelece que, se dois sólidos têm igual altura e todas as secções transversais a alturas correspondentes possuem áreas iguais, então esses sólidos possuem volumes iguais. Muniz (2022), em um axioma, é enfático ao afirmar que dados dois sólidos e um plano, se todo plano paralelo ao plano dado secciona os dois sólidos segundo figuras de mesma área, então esses sólidos têm mesmo volume.

Em geral, nas escolas, o Princípio de Cavalieri é ensinado no 2º ano do Ensino Médio porque os alunos já estudaram áreas de figuras planas e introduziram sólidos geométricos optando por experiências que demonstrem, de forma intuitiva o resultado, proporcionando aos alunos determinarem volumes de sólidos por meio da comparação com outros sólidos, mais precisamente resumindo o cálculo de volume ao cálculo de áreas. Além disso, através dele é possível apresentar aos alunos como encontrar volume de sólidos oblíquos, como é o caso da figura 2, a qual tem-se empilhadas folhas e pretende-se descobrir o volume. Assim, conseguem compreender que comparar áreas de seções em alturas iguais permite calcular volumes com mais lógica do que apenas decorar fórmulas.

Figura 2 – Cálculo do volume de sólidos



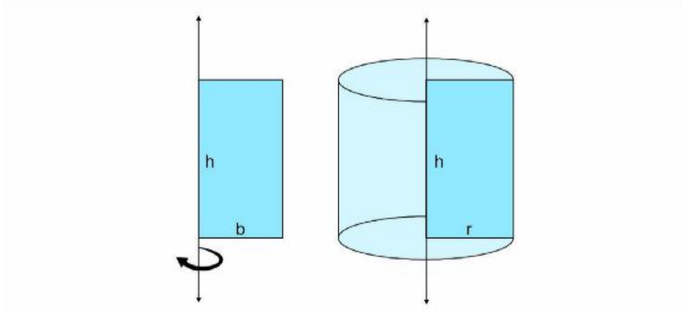
Fonte: Muniz (2022).

- **Volume do Cilindro**

Antes de apresentar como calcular o volume do cilindro, é necessário entender que um cilindro é um o sólido de revolução gerado pela rotação de um retângulo de dimensões base *b* e altura h em torno de um eixo do plano, com a altura coincidindo com esse eixo, onde *b* corresponde ao raio r da base circular do cilindro, conforme pode ser visto na figura 3. De acordo com Dante (2021):

> Um cilindro reto também pode ser obtido ao girar um retângulo em torno de uma reta que contém um de seus lados. Por isso, o cilindro circular reto pode ser chamado também cilindro de revolução, uma vez que é o sólido obtido quando um retângulo faz um giro completo em torno do eixo determinado por um de seus lados (Dante, 2021, p. 70).

Figura 3 – Rotação do retângulo

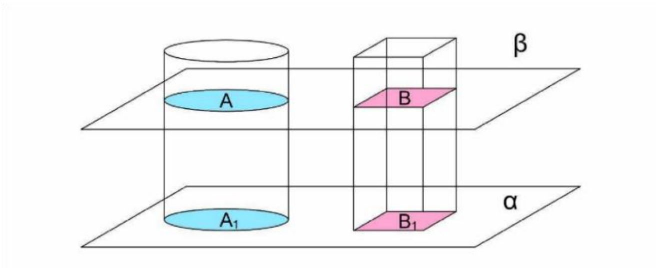


Fonte: Dante (2021).

Proposição 01: Se C é um cilindro de raio r e altura h, então, seu volume V é igual $V = \pi r^2 h$. Como já foi citado, a demonstração utiliza como recurso o Princípio de Cavalieri.

Demonstração pelo Princípio de Cavalieri: Tomemos um prisma (em particular o paralelepípedo retângulo) cuja área da base e altura são iguais às do cilindro C dado. É fácil perceber que todo plano paralelo à base que intersecciona estes sólidos forma em cada um, secções que são congruentes às suas respectivas bases.

Figura 4 – Prisma e cilindro com áreas da base de mesma medida

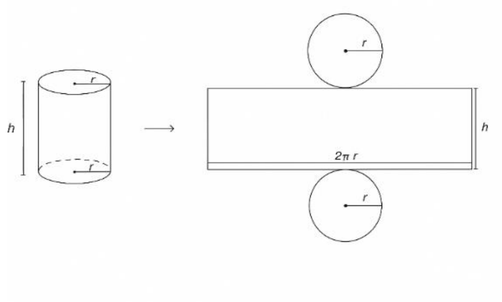


Fonte: Muniz (2022).

Dessa forma, seja A1 a área da base do cilindro e B1 a área da base do prisma, a razão entre as áreas de qualquer secção do cilindro A e secção B do prisma é igual a A1/ B1 = A/ B= 1. Logo, sendo V o volume do cilindro e V1 o volume do prisma, pelo Princípio de Cavalieri temos que V / V1=1, ou seja, V =V1. Sabe-se que o volume do prisma é V1=Ab. h e a área de sua base é igual a área da base do cilindro, que, como conhecemos, é dada por πr^2. Logo, o volume do cilindro é $V = \pi r^2 h$ (Muniz, 2022).

A superfície lateral de um cilindro reto de raio r e altura h, pode ser desenrolada e transformada em um retângulo de base $2\pi r$ e altura h. A área lateral do cilindro é igual à área desse retângulo, que vale $2\pi rh$, visto na figura 5.

Figura 5 – Área lateral do cilindro

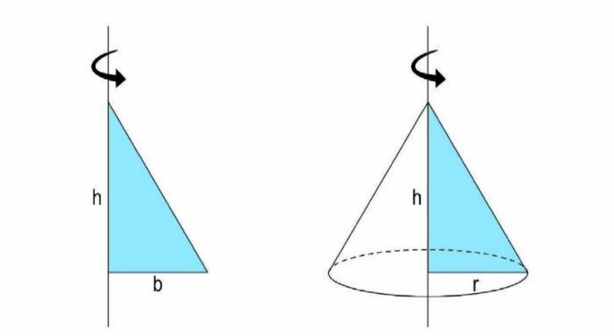


Fonte: autoria própria (2025).

- **O Volume do Cone**

É necessário entender a sua definição, antes de apresentar o volume do cone. Dante (2022, p. 70) define "Um cone reto pode ser obtido girando-se uma região triangular cujo contorno é um triângulo retângulo em torno de uma reta que contém um dos catetos. Por esse motivo, o cone reto é considerado um sólido de revolução e é chamado cone de revolução." Como mostra a figura 6.

Figura 6 – Rotação do triângulo retângulo

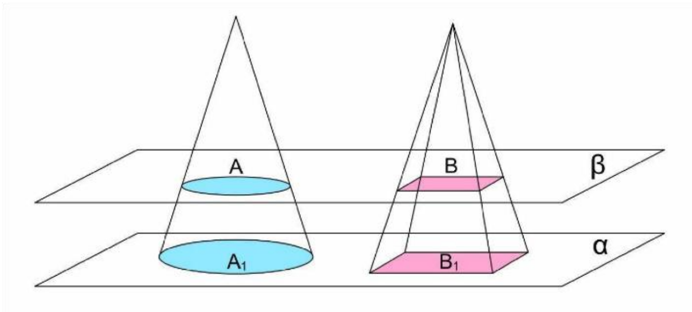


Fonte: Dante (2021).

Proposição 02: Se D é um cone de raio r e altura h, então, seu volume V é igual V =1/3 πr^2h.

Demonstração pelo Princípio de Cavalieri: Seja uma pirâmide cuja área da base e altura são iguais às do cone D dado. É fácil perceber que todo plano paralelo à base que intersecciona estes sólidos forma em cada um, secções que são semelhantes às suas respectivas bases (ver figura 7).

Figura 7 – Pirâmide e cone com áreas da base de mesma medida



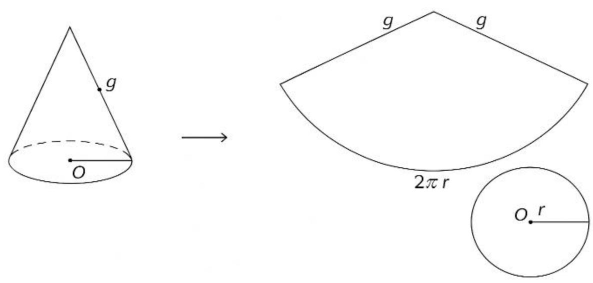
Fonte: Muniz (2022).

Dessa forma, seja A1 a área da base do cone e a área da base B1 da pirâmide, a razão entre as áreas de qualquer secção A do cone e secção B da pirâmide é igual a A1/ B1= A/ B= 1. Logo, sendo V o volume do cone e V1 o volume da pirâmide, pelo Princípio de Cavalieri temos que V/V1= 1, ou seja, V=V1. Sabe-se que o volume da pirâmide é V1= Ab.h/3, e a área de sua base é igual à área da base do cone, que é dada por πr^2. Logo, o volume do cone é dado por por V= $\underline{\pi r^2\ h.}$ (Muniz, 2022)

3

A superfície lateral de um cone de raio *r* e geratriz *g*, pode ser desenrolada e transformada em um setor de raio *g* cujo arco tem comprimento tem comprimento *2πr.* A área *A* desse setor é igual à área lateral do cone e para calculá-la usa-se uma regra de três, com isso conclui-se que a área lateral do cone reto vale πrg*,* visto na figura 8.

Figura 8 – Área lateral do cone



Fonte: autoria própria (2025).

No contexto do ensino da geometria espacial, é comum a utilização de sólidos como cilindros e cones em sua forma reta, devido à maior simplicidade estrutural e simetria que esses corpos apresentam. Essa escolha pedagógica está relacionada à facilidade de visualização tridimensional**,** ao uso de materiais concretos e à aplicação direta das fórmulas de volume, especialmente no Ensino Médio. Além disso, conforme o próprio Dante (2021):

> No ensino da geometria espacial, dá-se preferência ao uso de cilindros e cones retos por apresentarem uma estrutura simétrica e de fácil manipulação didática, facilitando a compreensão das fórmulas de volume e a visualização tridimensional pelos estudantes (Dante, 2021, p. 312).

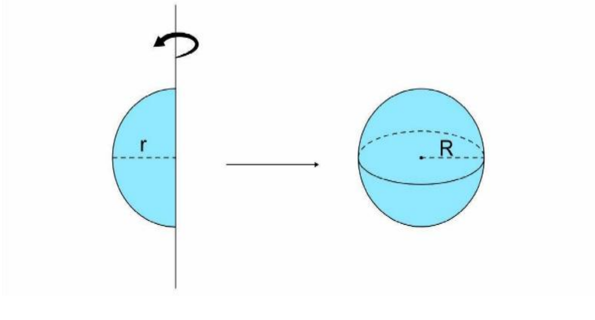
Essa abordagem está alinhada com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que destaca a importância de desenvolver no estudante a capacidade de reconhecer, representar e operar com formas tridimensionais de maneira significativa (BRASIL, 2022).

- **O volume da Esfera**

A esfera é um sólido geométrico tridimensional formado por todos os pontos do espaço que estão a uma mesma distância de um ponto fixo, chamado centro. Essa distância constante é denominada raio. A esfera possui simetria perfeita em todas as direções, não possui faces planas, vértices ou arestas, e sua superfície é completamente curva. Segundo Dante (2022, p. 426) “A esfera é o sólido obtido pela rotação completa de um semicírculo em torno de seu diâmetro. Todos os seus pontos estão à mesma distância do centro, formando uma superfície perfeitamente simétrica”.

Entende-se a esfera como o sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo de raio r em torno de um eixo do plano, com diâmetro do semicírculo coincidindo com esse eixo, onde r corresponde ao raio R da esfera (figura 9).

Figura 9 – Rotação do semicírculo

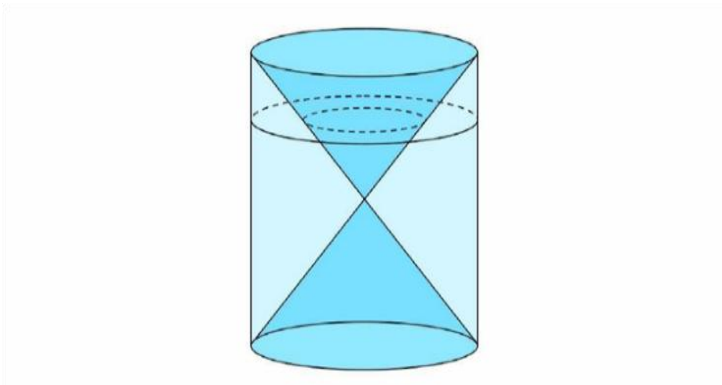


Fonte: Dante (2021).

Proposição 03: Se E é uma esfera de raio R então seu volume V é igual $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Demonstração pelo Princípio de Cavalieri: Seja um sólido S limitado exteriormente pela superfície lateral de um cilindro equilátero de raio R e interiormente por dois cones, nos quais os vértices coincidem com o ponto médio do segmento que liga os centros das bases do cilindro e suas bases são os dois círculos que limitam esse cilindro, conforme mostra a figura 10.

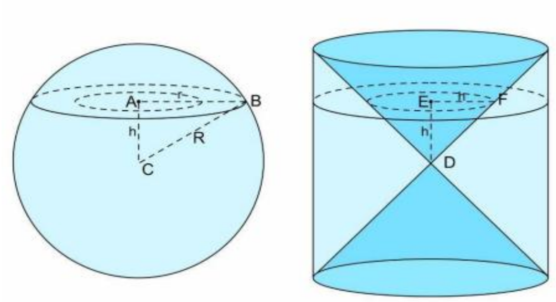
Figura 10 – Sólido S



Fonte: autoria própria (2025).

Considerando um plano paralelo ao plano que contém uma base de S e a esfera E de raio R igual ao raio do cilindro e que intersecciona S a uma distância h do ponto médio do segmento que liga os centros das bases do cilindro e E a essa mesma distância h de seu centro, figura 11.

Figura 11 – Sólido S e esfera E sendo interseccionados pelo plano paralelo



Fonte: Muniz (2022).

Observa-se que a interseção desse plano com a esfera E é um círculo de raio $r^2 = R^2 - h^2$ e sua área A1 portanto é dada por $A1 = \pi\,(R^2 - h^2)$. Já a interseção do plano com S é uma coroa circular que tem raio do círculo maior igual ao raio R da base do cilindro e raio do círculo menor igual à altura h do cone menor obtido a partir da intersecção do cone maior com o plano paralelo, uma vez que são cones semelhantes e equiláteros. Logo, sua área A2 é dada por $A2 = \pi\,R^2 - \pi\,h^2$, $A2 = \pi\,(R^2 - h^2)$ como pode ser observado na figura 9. Dessa forma, qualquer que seja a secção círculo A1 da esfera *E,* e a seção coroa circular A2 do sólido S a razão entre suas áreas será igual A1 /A2 a 1. Logo, sendo V o volume da esfera e $V1$ o volume de S, pelo Princípio de Cavalieri temos que: $V/\,V1 = 1$, o seja $V = V1$. O volume de S é dado pelo volume do cilindro de $h=2R$, menos o volume dos dois cones de raio R e altura R, $V1 = \pi R^2 .\, 2R - 2.\, \frac{\pi R^2 . R}{3}$, daí conclui-se que o volume da esfera é dado por $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (Muniz, 2022).

Adotando o princípio de Cavalieri foi calculado o volume da esfera, entretanto, a área da esfera não pode ser obtida pelo método sugerido pra o cilindro e para o cone. Com base em Dante (2021, p. 81). “A superfície da esfera não é 'desenvolvível', ou seja, não é possível fazer cortes nela e depois aplicá-la sobre um plano sem dobrar nem esticar”. Muniz (2022) aponta que qualquer que seja o método para obter a área da esfera, em algum momento precisa-se de uma passagem ao limite para justificar o $4\pi R^2$ para o cálculo da área da esfera ao aluno do Ensino Médio.

3 METODOLOGIA TRADICIONAL E METODOLOGIAS ATIVAS

Nos últimos anos, o campo da educação tem vivenciado uma transformação significativa, principalmente com a incorporação de novas abordagens pedagógicas que buscam fazer com que o processo de ensino-aprendizagem se torne mais eficaz e significativo para os alunos. Nesse contexto, as metodologias ativas têm ganhado destaque, representando uma mudança paradigmática na forma como o conhecimento é construído no ambiente escolar.

As metodologias ativas surgem da necessidade de adaptar o ensino às transformações sociais e tecnológicas do século XXI, promovendo um aprendizado mais centrado no aluno e nas suas experiências pessoais. Para Vasconcelos, Sousa e Costa (2024), as metodologias ativas colocam o aluno no centro da aprendizagem e estimulam a reflexão crítica e a autonomia. Isso implica não apenas alterar a forma de ensinar, mas transformar toda a lógica da sala de aula, promovendo interações, resolução de problemas, experimentações e contextos reais.

Diferente das metodologias tradicionais, que se baseiam predominantemente na transmissão de conhecimento do professor para o aluno. Segundo González (2024), o uso da metodologia tradicional ainda prevalece em muitas salas de aula, em especial no ensino público, onde o currículo rígido e a falta de recursos pedagógicos dificultam a adoção de metodologias mais inovadoras. O autor acrescenta que a metodologia tradicional tende a reduzir o ensino da matemática a uma sequência de operações, desconectadas do contexto social, histórico e cultural dos estudantes.

Além disso, Vasconcelos, Sousa e Costa (2024) argumentam que o ensino tradicional promove uma relação superficial com o saber matemático, pautada em avaliações formais, pressão por desempenho e padronização de respostas dificultando a construção de uma aprendizagem significativa e crítica, pois desconsidera os diferentes estilos de aprendizagem dos alunos. Entretanto, é importante compreender que a metodologia tradicional não surgiu de forma arbitrária, mas em resposta a demandas de sistematização e massificação do ensino, especialmente durante a consolidação da escola moderna.

Em sua defesa, destacam que o modelo tradicional possui características de controle, previsibilidade e organização que podem ser úteis em determinados momentos do processo de ensino, como na introdução sistemática de conteúdos novos ou no desenvolvimento de habilidades operatórias básicas. Por outro lado, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2021), a crítica não deve recair sobre o ensino explícito em si, mas sobre sua utilização como prática exclusiva e descontextualizada, ressaltando que o ensino direto pode ser produtivo se integrado a uma proposta mais ampla, que articule instrução, reflexão e resolução de problemas.

Outro ponto de vista relevante é trazido por Matos e Lima (2020), que enfatizam que em contextos de alta vulnerabilidade social, muitas vezes a metodologia tradicional é vista pelos professores como uma forma de manter a disciplina e garantir minimamente o cumprimento do conteúdo programático. Essa observação destaca a complexidade dos fatores que influenciam a escolha metodológica nas escolas, indo além de julgamentos simplistas.

Ao analisar a metodologia tradicional no ensino da matemática, é fundamental reconhecer tanto suas limitações quanto seus condicionantes históricos e institucionais. A superação de seus pontos críticos não depende apenas da substituição por abordagens ativas, mas de uma formação docente sólida, de mudanças curriculares e de condições concretas de trabalho pedagógico. Para González (2024), a metodologia tradicional ainda prevalece em muitas salas de aula, em especial no ensino público, onde o currículo rígido e a falta de recursos pedagógicos dificultam a adoção de metodologias mais inovadoras. Essa metodologia tende a reduzir o ensino da matemática a uma sequência de operações, desconectado a disciplina e seus conteúdos do contexto social, histórico e cultural dos estudantes.

Com referência ao tema abordado nessa pesquisa, Cotrim e Silva (2025) observam que, no ensino de conteúdos como geometria espacial e volume, a prática tradicional, baseada na exposição e na memorização de fórmulas, não favorece a compreensão conceitual dos alunos, tampouco o desenvolvimento da visualização espacial. Essa limitação afeta gravemente o entendimento dos alunos que exigem abstração e imaginação geométrica.

O interesse por metodologias ativas no ensino da matemática, em particular, demonstra como essas abordagens podem contribuir para o desenvolvimento de competências essenciais, tais como resolução de problemas, pensamento crítico e raciocínio lógico.

3.1 ORIGENS E FUNDAMENTAÇÃO DAS METODOLOGIAS ATIVAS

As metodologias ativas emergiram como uma resposta ao reconhecimento de que a educação, especialmente a do século XX como o movimento pedagógico da Escola Nova, precisava evoluir para atender às crescentes necessidades de uma sociedade em constante transformação. Tradicionalmente, a educação se baseava no modelo transmissivo, centrado na figura do professor como o principal detentor e disseminador do conhecimento, enquanto os alunos desempenhavam o papel passivo de receptores. Esse modelo, embora eficiente em contextos específicos, começou a ser questionado por pedagogos e pesquisadores que perceberam a necessidade de envolver mais ativamente os alunos no processo de aprendizagem.

As metodologias ativas são fundamentadas em teorias educacionais que valorizam o papel do aluno como agente central no processo de aprendizagem. Diversos teóricos influenciaram essas abordagens ao longo do tempo. Dentre os principais precursores destacam-se Jean Piaget, John Dewey, Lev Vygotsky e David Ausubel**,** cujas ideias continuam a embasar práticas pedagógicas voltadas à autonomia, à construção ativa do conhecimento e à aprendizagem significativa. A seguir faremos uma síntese sobre os principais precursores.

- Jean Piaget (1896–1980)

Jean Piaget, psicólogo e epistemólogo suíço, é um dos pilares da teoria do construtivismo. Essa teoria propõe que os alunos constroem seu próprio conhecimento através da interação ativa com o mundo. No ensino de matemática, isso se traduz em atividades práticas e exploratórias que encorajam os alunos a descobrir e elaborar conceitos por si mesmos, promovendo uma compreensão mais duradoura e significativa (Piaget, 1975). Defendendo que a aprendizagem é resultado de um processo ativo de construção de significados pelo próprio sujeito, a partir da interação com o meio e da reorganização mental progressiva.

Segundo Piaget (1975), o conhecimento não é uma cópia da realidade, mas sim uma construção do ser humano, construída a partir da ação. Para ele, o aluno aprende melhor quando atua, experimenta e problematiza, e não quando apenas ouve ou repete. Essa concepção fundamenta metodologias que envolvem resolução de problemas, exploração concreta e autonomia intelectual, como o uso de materiais manipuláveis no ensino da matemática.

- John Dewey (1859–1952)

Filósofo e educador norte-americano, Dewey é um dos principais precursores da pedagogia ativa e defensor da educação como processo democrático, prático e experiencial. Para ele, o ensino deve estar vinculado à vida real do aluno e promover aprendizagem por meio da experiência. Dewey (1916) afirmava que se ensinarmos hoje como ensinamos ontem, roubamos o amanhã. Ele propôs o aprender fazendo, defendendo que os estudantes devem estar envolvidos em atividades investigativas e reflexivas, enfatizando a aprendizagem através da experimentação e do envolvimento ativo. Dewey defendia que a educação não é a preparação para a vida, é a própria vida, ressaltando a importância de preparar os estudantes para enfrentarem desafios reais.

- Lev Vygotsky (1896–1934)

Vygotsky, psicólogo russo, é reconhecido por sua teoria sócio-histórica da aprendizagem, onde afirma que "O aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças crescem intelectualmente em contato com outras pessoas" (Vygotsky, 2001, p. 34). Centrada na mediação social e na importância da linguagem e da cultura no desenvolvimento humano, para ele, o conhecimento é construído por meio das interações sociais, e o papel do professor é fundamental na mediação entre o aluno e o saber. Essa base teórica justifica o uso de metodologias colaborativas, como projetos em grupo, tutoria entre pares, aprendizagem baseada em problemas e outras abordagens ativas.

A Zona de desenvolvimento Proximal (ZDP) é um dos conceitos mais importantes propostos por Vygotsky e se refere à distância entre o que o aluno é capaz de fazer sozinho e o que ele pode fazer com ajuda de um mediador ou colega mais experiente. De acordo com Vygotsky (2001):

> A zona de desenvolvimento proximal é a distância entre o nível de desenvolvimento real, determinado pela capacidade de resolver um problema de forma independente, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da resolução de um problema sob a orientação de um adulto ou em colaboração com outro companheiro mais capaz (Vygotsky, 2001, p. 112).

O conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) de Vygotsky é central para as metodologias ativas, fundamenta práticas em que o professor atua como mediador ativo da aprendizagem, propondo desafios acessíveis e colaborando com o desenvolvimento progressivo do aluno. o que está diretamente ligado às metodologias ativas, que propõem intervenções intencionais, práticas colaborativas e ensino diferenciado. "É pela atividade conjunta com outras pessoas que o indivíduo se apropria das formas culturais de comportamento e de pensamento" (Vygotsky, 2001, p. 89). Isso sustenta práticas em que o professor atua como facilitador, propondo desafios acessíveis que levam o aluno a progredir com apoio colaborativo.

- David Ausubel (1918–2008)

Ausubel, psicólogo e educador norte-americano, é autor da teoria da aprendizagem significativa, na qual destaca que o aprendizado ocorre quando novas informações se relacionam de forma não arbitrária com os conhecimentos prévios do aluno. "O fator mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe. Verifique isso e ensineo em seguida" (Ausubel, 2003, p. 143). Essa perspectiva contribui para a valorização do conhecimento prévio do aluno, estruturando metodologias que respeitam seu ritmo e contexto.

As metodologias ativas foram, então, consolidadas e ampliadas por diversos outros estudiosos que reconheceram a importância de construir um ambiente de aprendizagem que vá além do modelo tradicional. O psicólogo e educador, norte americano Howard Gardner propôs, em 1983, a Teoria das Inteligências Múltiplas onde afirma que "A inteligência não é uma entidade única que pode ser medida com um único número. Cada pessoa tem uma combinação única de inteligências" (Gardner, 1995, p. 22). O educador trouxe à tona a ideia de que os alunos possuem diferentes formas de interpretar e compreender o mundo, sugerindo que a educação deve ser diversificada e ajustada às múltiplas formas de inteligência.

A partir desses precursores, as metodologias ativas evoluíram, incorporando elementos da aprendizagem tendo como um foco comum: promover uma maior participação dos alunos, permitindo que tomem decisões, colaborando com outros e construindo novos conhecimentos a partir de experiências práticas. Como ressaltado por Freire (2021), o verdadeiro aprendizado não é apenas recebido, mas construído ativamente por aqueles que aprendem, destacando a importância do engajamento ativo como elemento central.

O surgimento das metodologias ativas é o resultado de esforços contínuos e colaborativos de educadores e pesquisadores que buscaram formas de tornar a educação mais relevante e efetiva. A partir das bases estabelecidas por precursores como Dewey, Piaget e Vygotsky, a prática educacional contemporânea continua a evoluir, buscando integrar novas técnicas e estratégias que visam desenvolver não apenas o conhecimento, mas também as habilidades e competências necessárias para que os alunos se tornem aprendizes ao longo da vida.

3.2 AS METODOLOGIAS ATIVAS NO CONTEXTO EDUCACIONAL

As metodologias ativas representam um conjunto diversificado de abordagens pedagógicas que compartilham um objetivo central: estimular a participação proativa dos alunos no processo de aprendizagem, transformando-os de receptores passivos em autores ativos do conhecimento. Essa concepção reformula o contexto tradicional de ensino, permitindo que os estudantes não apenas consumam informações, mas que também questionem, investiguem e apliquem o que aprendem em situações do mundo real.

A definição de metodologias ativas está enraizada na ideia de que a aprendizagem se torna mais significativa quando os estudantes estão engajados em atividades que envolvem reflexão crítica e resolução de problemas. A interação social, o diálogo e a colaboração são elementos cruciais que incentivam a construção coletiva do conhecimento. Nesse sentido, como destaca Freire (2021), a aprendizagem se dá por meio do diálogo, da interação social e da participação ativa dos sujeitos, sendo essencial que o contexto favoreça o engajamento crítico do aluno.

Uma das características fundamentais das metodologias ativas é promover a autonomia dos alunos, incentivando-os a serem responsáveis por seu próprio processo de aprendizagem. Isso é alcançado ao oferecer oportunidades para que os estudantes tomem decisões sobre o que aprender, como aprender e em que ritmo aprender. De acordo com estudos recentes, como apontado por Moran (2023):

> As metodologias ativas favorecem o desenvolvimento da autonomia do aluno ao permitir que ele participe ativamente das decisões sobre sua aprendizagem, assumindo responsabilidades, fazendo escolhas e refletindo sobre seus próprios processos cognitivos (Moran, 2023, p.8).

Dentro do escopo das metodologias ativas, encontramos diversas estratégias, como aprendizagem baseada em problemas (ABP), aprendizagem baseada em projetos (ABP), aprendizagem colaborativa, gamificação, sala de aula invertida, gamificação entre outras. Cada uma dessas práticas oferece caminhos únicos para envolver os alunos mais profundamente nos conteúdos, porém, todas elas compartilham o compromisso de criar experiências de aprendizagem que transcendam a mera memorização de fatos.

A escolha da metodologia mais adequada depende de diversos fatores, incluindo a natureza do conteúdo a ser ensinado, as características dos alunos e os objetivos educacionais estabelecidos. A eficácia das metodologias ativas depende não apenas da sua adoção, mas de uma escolha consciente e fundamentada. Como destacam Vasconcelos, Sousa e Costa (2024, p. 9) "A escolha por metodologias ativas, quando fundamentada pedagogicamente, revela-se eficaz para potencializar o aprendizado, pois amplia o envolvimento dos alunos e favorece a construção significativa do conhecimento".

A aprendizagem baseada em problemas, por exemplo, concentra-se na apresentação de desafios complexos aos estudantes, que precisam empregar o conhecimento adquirido e desenvolver novas habilidades para solucioná-los, além de valorizar o caminho do aprendizado, encorajando a autonomia e a criatividade dos estudantes. Essa prática, conforme explanado por

Silvany et al. (2024), melhora não apenas o desempenho acadêmico, mas também fortalece habilidades essenciais como pensamento crítico e resolução de problemas, embora requeira suporte institucional adequado para implantação eficaz.

Por outro lado, a aprendizagem baseada em projetos proporciona aos estudantes a oportunidade de trabalhar em investigações prolongadas, muitas vezes guiadas por suas próprias perguntas e interesses. Santos et al. (2024), apontam que a aprendizagem baseada em projetos aumenta o engajamento, a motivação e o desenvolvimento de habilidades como pensamento crítico, criatividade e trabalho colaborativo, embora exija formação docente, planejamento curricular adequado, recursos e tempo suficientes; é especialmente potente para desenvolver competências de planejamento, pesquisa e apresentação

A aprendizagem colaborativa se fundamenta nos princípios de que o aprendizado é mais eficaz quando acontece em grupos, onde os estudantes têm a oportunidade de interagir, compartilhar ideias e construir conhecimento de forma conjunta. Esta abordagem valoriza o diálogo e a negociação, sendo que cada membro do grupo traz suas experiências e perspectivas individuais para contribuir com o aprendizado coletivo. Johnson et al. (2023) sugerem que a aprendizagem colaborativa desenvolve competências como empatia, comunicação eficaz e a habilidade de trabalhar em equipe, que são essenciais em contextos profissionais e sociais.

A sala de aula invertida é outra metodologia ativa em que o conteúdo de aprendizagem é explorado fora da sala de aula, geralmente por meio de vídeos ou leituras, permitindo que o tempo em sala seja dedicado à aplicação prática dos conceitos, debates e resoluções de dúvidas. Conforme relatado por Freeman (2020), essa metodologia permite que o tempo presencial seja utilizado de forma mais eficiente, promovendo um ambiente colaborativo e interativo.

Já a gamificação incorpora elementos de jogos no ambiente educacional com o intuito de aumentar o engajamento e a motivação dos alunos. Isso inclui a utilização de recompensas, desafios e narrações envolventes que fazem com que o aprendizado se torne uma experiência mais dinâmica e prazerosa. Essa abordagem visa aumentar o envolvimento dos alunos, transformando tarefas aparentemente banais em atividades instigantes. Conforme afirmado por Kapp (2024), a gamificação não só torna o processo de aprendizagem mais divertido e envolvente, mas também ajuda na retenção de informações por meio da prática reiterativa e do incentivo à superação.

Além das metodologias mencionadas, o ensino híbrido também tem sido uma abordagem cada vez mais adotada, especialmente em um cenário de crescente uso das tecnologias digitais na educação. O Ensino Híbrido combina o ensino presencial com o ensino online, permitindo que os alunos tenham acesso a uma variedade de recursos e possam aprender em seu próprio ritmo. Essa metodologia é flexível e pode ser adaptada às diferentes necessidades dos alunos, o que a torna uma opção atraente para diversas instituições de ensino. Como destaca Santos e Almeida (2020), o ensino híbrido oferece uma oportunidade para personalizar a aprendizagem, utilizando as ferramentas digitais para fornecer feedback imediato e adaptado ao progresso de cada aluno.

É fundamental reconhecer que, apesar de suas inúmeras vantagens, a adoção de metodologias ativas também encontra desafios e limitações na implementação, tais como a necessidade de treinamento para os educadores, a adaptação curricular e a avaliação eficaz do aprendizado ativo. A mudança do ensino tradicional para uma abordagem mais centrada no aluno requer uma ressignificação do papel do professor, que se torna um facilitador e orientador no processo de ensino. Wood e Campbell (2024) observam que a resistência institucional e a falta de formação adequada para os educadores são barreiras significativas para a adoção eficaz das metodologias ativas. Para Moran (2023), o principal valor das metodologias ativas está em seu poder de inspirar estudantes a se verem como protagonistas de seu próprio percurso educacional e é imprescindível no ambiente escolar.

3.3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEORGE PÓLYA

A resolução de problemas na educação matemática tem uma trajetória rica que revela muito sobre a evolução das práticas pedagógicas e a importância crescente atribuída ao desenvolvimento do pensamento crítico e da competência em resolver questões complexas. Essa evolução se destaca no ensino de matemática, evidenciando uma transição de uma abordagem centrada puramente na aquisição de conhecimentos técnicos para uma que valoriza a aplicação prática desses conhecimentos em situações realistas e contextualizadas.

Historicamente, a resolução de problemas começou a ganhar destaque no cenário educacional nas primeiras décadas do século XX, em parte influenciado pelo movimento do "aprendizado pela ação" promovido por John Dewey, citado em 3.1, Dewey (1938) desafiou os educadores a reconsiderarem o valor das experiências práticas de aprendizado, sugerindo que o envolvimento ativo dos alunos em problemas da vida real poderia catalisar o verdadeiro entendimento e o pensamento crítico.

No início do século XX a matemática era caracterizada pela memorização e repetição de conceitos. Anos depois, buscou-se um ensino voltado à aprendizagem com compreensão, porém nessas duas diferentes formas de ensino, a maioria dos estudantes não aprendia (Onuchic; Allevato, 2012). Assim, a partir dessa época, tiveram início as discussões sobre os problemas como uma forma de aprender matemática.

A resolução de problemas ganha destaque com George Pólya (1897-1985), que estava imerso no momento histórico de reformas do ensino da matemática. Pólya, matemático húngaro, pesquisou e atuou como professor a maior parte de sua vida na Universidade de Stanford, nos Estados Unidos, uma vez que a Europa passava pela segunda guerra mundial. Ele contribuiu com vários ramos da matemática, porém ficou conhecido por sua célebre obra: How To Solve It, traduzida como “A Arte de Resolver Problemas”, de 1945, sendo inovador nas questões relacionadas à resolução de problemas, e considerado o primeiro pesquisador a estudar sobre uma heurística de resolução de problemas própria para matemática (Pereira, 2002)

Para Pólya (2006, p.7) “ensinar a resolver problemas é ensinar a pensar”. Seu enfoque rompe com o ensino mecânico e as metodologias tradicionais, oferecendo uma alternativa mais significativa e reflexiva. Pólya apresentou uma estrutura sistemática para abordar problemas matemáticos que inclui quatro etapas fundamentais: compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e revisão do processo.

Esse método proporciona aos estudantes e professores uma metodologia clara para resolver problemas, mas também destaca a natureza iterativa e exploratória da resolução de problemas, encorajando uma mentalidade de investigação e persistência. A orientação de Pólya sobre como a resolução de problemas influenciou gerações de educadores, inspirando uma série de pesquisas sobre o que significa ser "competente em resolver problemas" (Schoenfeld, 1985).

Nos anos subsequentes, a pesquisa em educação matemática expandiu para considerar os ambientes de sala de aula que melhor promovem a resolução de problemas, incluindo o uso de tecnologia, trabalho em grupo e métodos de ensino que enfatizam o pensamento crítico e a elaboração de argumentos. Porém, a inclusão da resolução de problemas nos currículos matemáticos não se deu sem resistência, alguns educadores eram céticos quanto à capacidade dos alunos de lidar com tarefas desestruturadas e menos formais. No entanto, evidências acumuladas mostraram que alunos engajados em tarefas de resolução de problemas desenvolvem uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e demonstram maior competência em aplicar esses conceitos em novos contextos, confirmando o valor educacional dessa abordagem (Lester; Lambdin, 2004).

Os quatros passos de Pólya serão utilizados durante a intervenção sobre Volume dos corpos redondos, uma vez que, a resolução de problemas ao promover uma aprendizagem ativa e contextualizada na educação matemática está intrinsicamente ligada ao desenvolvimento de competências transversais formalmente reconhecidas em padrões educacionais contemporâneos, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC reforça o papel da resolução de problemas como eixo estruturante do ensino da matemática, uma vez que propõe que os estudantes desenvolvam competências matemáticas relacionadas à resolução, investigação, argumentação e modelagem (BRASIL, 2018). Vasconcelos, Sousa e Costa (2024) relatam que a resolução de problemas, quando utilizada como estratégia pedagógica, atende diretamente às competências gerais da BNCC ao articular conhecimentos, habilidades e atitudes em situações do cotidiano escolar e social.

Na educação matemática, a resolução de problemas deve ser vista não apenas como um método de prática, mas como um objetivo final de ensino. Isso significa que ensinar a resolução de problemas não apenas ajuda os alunos a aprenderem conceitos matemáticos, mas também os prepara para serem solucionadores de problemas ao longo da vida, uma habilidade crítica em um mundo repleto de desafios complexos e imprevistos.

A história da resolução de problemas na educação matemática é uma crônica de adaptabilidade e inovação. Desde suas origens com Dewey (1916) e Pólya (1945) até as suas formas modernas, esta abordagem metodológica continua a evoluir, alimentada por constantes pesquisas e insights práticos. À medida que os desafios educacionais continuam a mudar, a resolução de problemas permanece um foco central, simbolizando a capacidade adaptativa da educação para preparar os alunos para enfrentar os desafios, conhecidos e desconhecidos.

Os quatro passos de Pólya (1945) que são: compreender o problema, elaborar um plano, executar o plano e revisar o processo, oferecem uma estrutura que pode ser aplicada não apenas em situações matemáticas, mas também em uma variedade de contextos de resolução de problemas, ajudando os alunos a desenvolverem habilidades de raciocínio analítico e lógico.

O primeiro passo "Compreender o Problema", envolve a identificação dos dados disponíveis, das restrições e dos objetivos a serem alcançados. Esta etapa é crucial, pois sem um entendimento claro do problema, é impossível pensar em uma solução eficaz. Pólya (2006) enfatiza a importância de reformular o problema em palavras próprias, promover discussões e esclarecer dúvidas que possam surgir. Onuchic e Allevato (2020) afirmam que a compreensão do problema é a base para qualquer tentativa de resolução. Sem ela, qualquer esforço será desperdiçado. Perguntas como “Qual é o dado?”, “Qual é a incógnita?”, “É possível representar isso graficamente?” e “O que o problema está pedindo? Essas são estratégias para guiar o primeiro passo.

O segundo passo "Elaboração do Plano", é uma fase essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático, pois exige tomada de decisão e resgate de conhecimentos prévios. Segundo Pólya (2006, p.12), nesta etapa "o aluno deve refletir fazendo as seguintes perguntas: Você já viu um problema semelhante antes? Conhece algum teorema ou técnica que possa ser aplicada? Pode transformar esse problema em outro mais simples?" Nesta fase, é importante fomentar a criatividade e o pensamento divergente, permitindo que os alunos vejam o problema sob diferentes perspectivas. De acordo com Dante (2021), planejar a resolução é um momento decisivo, pois o fracasso nessa etapa pode comprometer todo o processo. Nessa hora, o professor atua como mediador, incentivando o raciocínio sem oferecer respostas prontas.

Por outro lado, para Rezende e Borba (2021), a etapa de planejamento em problemas matemáticos é um espaço rico de expressão criativa, onde o erro é parte do processo e contribui para o refinamento da aprendizagem. Além disso, essa etapa conecta-se diretamente com a noção de metacognição. Para Costa e Boruchovitch (2021, p. 88) "A metacognição é um processo essencial para o aprender a aprender, pois permite ao sujeito refletir sobre suas ações cognitivas, identificar erros e buscar estratégias mais eficazes de resolução". O estudante, então, precisa pensar sobre o próprio pensamento, avaliar o que sabe, o que precisa descobrir, e quais ferramentas matemáticas possui para avançar.

O terceiro passo, "Executar o Plano", os alunos colocam em prática a estratégia escolhida. Esta etapa exige concentração, disciplina e perseverança, dado que a execução pode demandar cálculos, testes e ajustes contínuos. Como citam Costa e Boruchovitch (2021, p. 89), "o aluno precisa acompanhar passo a passo a execução de sua estratégia, avaliando a coerência de cada operação e controlando sua atenção ao longo do processo". Mais do que uma simples aplicação de procedimentos, essa etapa exige organização, concentração e monitoramento contínuo da própria atividade, a execução do plano não é automática, mas regulada pela metacognição e pelo raciocínio lógico. Dante (2021, p. 145) enfatiza que "a execução exige organização e precisão. O aluno deve seguir o plano com cuidado e manter-se atento aos resultados parciais obtidos". Durante essa fase, é essencial que os estudantes mantenham um espírito crítico e estejam dispostos a repensar suas abordagens, se necessário.

Rezende e Borba (2021, p. 73) destacam que "ao executar o plano, os estudantes desenvolvem habilidades cognitivas superiores, como análise e síntese, mas também fortalecem competências socioemocionais como persistência, foco e autorregulação". Esses elementos são especialmente importantes no ensino da matemática, onde a ansiedade e a pressão por respostas rápidas muitas vezes inibem o raciocínio. Essa etapa não deve ser vista como uma etapa mecânica, mas como um momento ativo de construção, verificação e validação do pensamento matemático. É nesse ponto que o estudante vivencia, de maneira prática, a articulação entre teoria e ação, entre planejamento e resolução.

Finalmente, o quarto passo, "Revisar o processo ou a Verificação", incentiva os alunos a refletir sobre a solução encontrada e o processo utilizado para chegar a ela, essa etapa final consiste em revisar todo o processo e verificar se a resposta obtida é coerente com o problema inicial. Pólya (2006, p. 14) reforça que “é sempre útil revisar e examinar o resultado e o processo que levou até ele. Você pode verificar o resultado? Pode derivar a solução de uma outra forma? Pode usar o resultado ou o método em algum outro problema?”. Isso pode incluir testar a solução com outros valores, verificar a unidade das medidas, ou interpretar o resultado em contextos diferentes.

Essa reflexão não apenas ajuda a consolidar o aprendizado, mas também desenvolve autocrítica e metacognição; ao analisar o que funcionou e o que poderia ter sido feito de maneira diferente, os alunos constroem uma base mais sólida para enfrentar problemas futuros. No ensino de matemática, muitos estudantes não têm o hábito de revisar suas soluções, muitas vezes por insegurança ou falta de orientação pedagógica. Por isso, é papel do professor promover esse momento como parte indispensável da resolução. Onuchic e Allevato (2020, p. 97) alertam que *“*A verificação não deve ser vista como uma etapa opcional, uma vez, que ela permite ao aluno consolidar o que aprendeu e estabelecer conexões com outros conhecimentos matemáticos.” Ao explicar sua solução, o aluno está exercitando competências argumentativas e reforçando o domínio do conteúdo. Para Dante (2021, p. 147) *“*quando o estudante revisa sua resposta e é capaz de justificá-la, ele demonstra ter compreendido profundamente a lógica do problema.”

Embora simples em sua estrutura, a metodologia dos quatro passos de Pólya oferece uma abordagem poderosa e versátil para a resolução de problemas, que vai além da matemática. Como observa Anderson (2023) essa abordagem sistemática fomenta autonomia e promove um ambiente onde o erro é visto como uma oportunidade de aprendizado, não como um fim, mas como parte do processo.

A aplicação dos passos de Pólya dentro das metodologias ativas do ensino beneficia os alunos ao capacitá-los a lidar com incertezas e aprofunda seu entendimento dos conceitos matemáticos através de exercícios práticos. Ao adotar tal abordagem, os educadores não estão apenas ensinando matemática, mas estão promovendo habilidades de vida que ajudarão os alunos a navegar por um mundo complexo e em rápida mudança.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Esse capítulo descreve a concepção metodológica adotada para esta pesquisa, destacando o percurso trilhado em todas as suas etapas considerando as interações que resultaram nos dados analisados, bem como nos instrumentos e categorias e de análise adotada.

4.1 CONCEPÇÃO METODOLÓGICA

Buscando responder aos questionamentos levantados para esta pesquisa, optamos por um trabalho qualitativo, do tipo pesquisa-ação, interventiva com características sociais. Em linhas gerais, ela busca a resolução de problemas imediatos ou melhorar práticas concretas em determinado espaço social. Para Thiollent (2022):

> A pesquisa-ação caracteriza-se pela estreita relação entre a produção do conhecimento e a transformação da realidade, sendo desenvolvida com a participação ativa dos sujeitos envolvidos, buscando não apenas compreender, mas também intervir na prática (Thiollent, 2022, p. 18).

No âmbito educacional a pesquisa-ação combina a expertise do pesquisador com os conhecimentos práticos, vivências e habilidades dos participantes na busca de promover a transformação ou melhoria de uma realidade, neste caso, educacional, partindo de problemas práticos, identificados no ambiente interventivo. Como destaca Thiollent; Schineider; Vieira (2022):

> A pesquisa-ação no campo educacional caracteriza-se por articular a prática docente à investigação, promovendo mudanças no contexto estudado e, simultaneamente, construindo conhecimentos sobre essa realidade. Ela parte de problemas concretos e envolve a participação ativa dos sujeitos no processo de transformação (Thiollent; Schineider; Vieira, 2022, p.57).

Portanto, a pesquisa-ação busca solucionar um problema comum a partir da reflexão e colaboração dos participantes. Para definir o problema da pesquisa-ação, foi preciso conhecer de forma consolidada O ambiente pesquisado, considerando as suas peculiaridades, assim, como o grupo social ali presente. Desta forma, foi possível propor uma intervenção que atendesse as demandas educacionais encontradas no campo de pesquisa.

4.2 PERFIL DA ESCOLA ONDE FOI APLICADA A PESQUISA.

A intervenção sobre o “Volume dos Corpos Redondos” foi aplicada na Escola Estadual Professora Nancy Nina da Costa, é uma escola pública, na Rua Inspetor Aimoré, número 1331, bairro Zerão, na zona urbana de Macapá, vinculada à Secretaria de Estado de Educação do Amapá, número 16010000 no INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira). Inaugurada em 16 de dezembro de 2010, iniciou suas atividades educacionais no exercício de 2011, criada através do Decreto de criação nº 2068 de março de 2011, após árdua luta para atender os anseios da comunidade, haja vista a necessidade da construção de escolas que pudesse atender a clientela existente, pois havia somente duas escolas no bairro e os alunos tinham que se deslocar para outros bairros mais distantes para estudarem.

A maioria dos alunos da escola é oriunda de escolas públicas municipais da cidade e sua clientela é oriunda das comunidades dos bairros Zerão, Congós, Jardim Marco Zero e adjacências. Os alunos da escola possuem nível sócio econômico de classe média e baixa, muitos estudantes estão inscritos no Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal (CadÚnico). Para BRASIL (2024):

> O Cadastro Único para Programas Sociais do Governo Federal (CadÚnico) é o instrumento de identificação e caracterização socioeconômica das famílias de baixa renda para a seleção de beneficiários e a integração dessas pessoas a programas sociais governamentais (BRASIL, 2024).

O cadastro é voltado, prioritariamente, a famílias de baixa renda, mas aplica-se também a pessoas em situação de vulnerabilidade social. Para BRASIL (2024) famílias com renda mensal de até meio salário-mínimo por pessoa e/ou com renda mensal total de até três salários-mínimos. Pessoas que moram sozinhas e pessoas que vivem em situação de rua também podem realizar o cadastro.

A Escola Estadual Professora Nancy Nina da Costa funciona nos três turnos: matutino, vespertino e noturno. Nos turnos da manhã: 7:30 h as 12:40 h, tarde: 13:20 h às 18:10 h e noite: 18:30h às 22:25h, e se preocupa em manter o espaço escolar atrativo para o aluno, oferecendo aulas diferenciadas, procurando atender os anseios dos educandos. Ao todo, a escola possui 1726 alunos matriculados, sendo 771 alunos no Ensino Fundamental II, 700 alunos no Novo Ensino Médio e 77 na Educação de Jovens e Adultos – Ensino Fundamental e 178 na Educação de Jovens e Adultos – Ensino Médio.

Figura 12 – Indicador de matrículas por Etapas 2025

Fonte: PROESC (2025).

As modalidades de Ensino oferecidas pela escola são:

- Ensino Fundamental II (do 6º ao 9º ano) no turno matutino.
- Ensino Médio Regular nos turnos Vespertino e Noturno
- EJA (Educação para Jovens e Adultos, Fundamental e Ensino Médio) no turno noturno

Figura 13 – Escola Estadual Professora Nancy Nina da Costa

Fonte: Elaboração própria (2025).

A escola conta com uma infraestrutura composta por 17 salas de aula, 1 sala de apoio pedagógico, 1 biblioteca sala de leitura, 1 ginásio esportivo, 1 refeitório, 1 cozinha ampla, 4 banheiros para os estudantes, 2 banheiros para os docentes, 1 secretaria, 1 diretoria e 1 sala dos professores, 1 sala de Atendimento Educacional Especializado (AEE), 1 auditório, 1 laboratório de informática. Nesta estrutura trabalham 109 funcionários, sendo: 75 professores, 3 coordenadoras, 6 auxiliares de coordenação, 9 merendeiras, 8 auxiliares de serviços gerais, 1 secretária escolar, 5 agentes administrativo, 2 gestores escolares.

Das 46 turmas atendidas, 5 são do 3º ano do Ensino Médio. Esta pesquisa contou com a participação de uma turma do 3º ano do ensino Médio, a turma 321, considerando como principal critério de escolha a adesão as aulas de matemática.

A Escola Estadual Professora Nancy Nina da Costa, tem por finalidade buscar uma escola que construa conhecimento, que seja baseada na integração e reflexão de sujeitos que aprendem e ensinam. Ela oferece um espaço de construção e vivência de um currículo com ideias de ética, justiça, respeito e amor, possui um currículo de lutas pelo direito a uma vida digna em que todos possam questionar e superara exclusão social e toda forma de preconceito. É uma escola, onde educadores e educandos podem construir a esperança num projeto de vida, em que a alegria é a tônica do viver e do aprender, envolve toda comunidade escolar para que atingidos os objetivos propostos, e realçando o engajamento para que haja qualidade no ensino.

De acordo com seu Projeto Político Pedagógico (PPP) e por estar inserida em um cenário marcado pela diversidade de suas próprias contradições, a Escola Estadual Professora Nancy Nina da Costa , preocupa-se em se organizar e fomentar discussões em torno de sua realidade. E tem como visão: “Educar com responsabilidade para a construção de valores: respeito ao próximo, igualdade, liberdade de expressão e humildade, compartilhando a comunidade escolar a busca pelo projetos de vidado educando”.

4.3 METODOLOGIAS APLICADAS E PLANO DE AÇÃO

Na semana anterior ao início da intervenção, a pesquisadora conversou com os alunos e professor da turma sobre o trabalho que seria desenvolvido. Os alunos foram esclarecidos sobre o conteúdo que seria explorado e também como seria a metodologia utilizada a partir de questões propostas pela pesquisadora com base no Exame Nacional do Ensino Médio. Conversou-se sobre o termo de compromisso que conteria os direitos e deveres da pesquisadora, dos alunos e do professor da turma e que todos deveriam assinar. Os alunos e o professor se mostraram dispostos a colaborar, se mostraram acolhedores, concordaram com o termo de compromisso e o assinaram.

Após a escolha da turma, a pesquisadora apresentou à coordenação e ao professor o método de Pólya (1995) como estratégia metodológica para resolução de problemas de matemática, dando ênfase ao desenvolvimento de tais competências que venham contribuir para a utilização de conhecimentos com autonomia, criticidade e responsabilidade social. A pesquisadora propôs uma intervenção com 10 aulas, que seriam desenvolvidas nas aulas de matemática, cada aula de 45 minutos, com objetivo de apresentar aos estudantes os quatro passos de Pólya (1995) como metodologia para resolução de problemas que envolvam volume dos corpos redondos. Oliveira (2021) observa que trabalhar com problemas reais ou desafiadores, seguindo as etapas de Pólya, estimula a autonomia e a curiosidade dos alunos, tornando o aprendizado mais significativo.

Paralelamente ao método de Pólya a pesquisadora explicou também aos alunos, aos coordenadores e ao professor da turma, que será utilizada a gamificação durante toda a intervenção para aumentar a motivação dos alunos em relação a oficina. Como Sousa, et al., (2020), explanam que:

> A gamificação tem sido apontada como uma estratégia promissora para o ensino, pois pode contribuir para aumentar a motivação, o engajamento e o desempenho dos estudantes. Além disso, ela pode estimular o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, como trabalho em equipe, resolução de problemas e criatividade, que são cada vez mais valorizadas no mundo contemporâneo (Sousa, et al., 2020, p. 8).

Após a explanação das metodologias que seriam utilizadas na intervenção, o professor da turma foi enfático ao afirmar que alunos do 3º ano praticamente não tiveram aula de volume dos corpos redondos, que dificilmente esse assunto é estudado em sala de aula, segundo ele os motivos são: à falta de tempo, por conta da baixa carga horária de matemática e o conteúdo extenso. Afirmou também que algumas vezes esse conteúdo é ministrado de forma bem superficial, ressaltando que, como o volume dos corpos redondos costuma aparecer entre os últimos tópicos e o professor não consegue concluir todo o conteúdo previsto, esse tema acaba sendo deixado de fora, prejudicando a aprendizagem dos alunos.

Segundo Dante (2021) e Lorenzato (2020), o ensino da geometria espacial, especialmente dos volumes dos corpos redondos, apresenta desafios significativos. Estar posicionado no final dos livros didáticos, aliado à falta de recursos concretos e à pressão do calendário escolar, faz com que esse conteúdo, muitas vezes, seja tratado de forma superficial ou até mesmo omitido, comprometendo o desenvolvimento do raciocínio espacial dos alunos.

Acordado as 10 aulas para o projeto “Volume dos corpos redondos”, a pesquisadora mostra a tabela que delineia a intervenção:

Tabela 8 – Organização da Intervenção pedagógica gamificada.

Encontro/Aulas	Objetivos	Elementos de Gamificação
1º encontro/ 1ªaula	•Apresentar a temática da intervenção. •Realizar avaliação diagnóstica •Dividir as equipes.	Apresentação da gamificação. Cada etapa concluída pelas equipes gera uma pontuação e libera o acesso ao próximo nível (encontro).
2º encontro/ 2ª e 3ª aula	•Propor atividades de confecção dos corpos redondos e os sólidos de revolução com cartolinas, tesoura, cola. •Desenvolver o Princípio de Cavalieri a partir dos materiais concretos.	A conclusão dessa etapa terá atribuição de **150 pontos,** garantindo o acesso ao próximo nível (encontro).
3º encontro / 4ª e 5ª aula	Inicialmente a pesquisadora resolverá uma questão sobre volume dos corpos redondos utilizando o método de Pólya (1995), descrevendo seus 4 passos. •Propor a cada equipe, a resolução do "**Desafio Cérebro em Ação",** pelo método de Pólya, com a mediação da pesquisadora.	A conclusão dessa etapa terá atribuição de 2**50 pontos,** garantindo o acesso ao próximo nível (encontro).
4º encontro / 6ª e 7ª aula	A pesquisadora resolverá uma questão do ENEM sobre volume dos corpos redondos utilizando o método de Pólya. •Propor a cada equipe a resolução do "**Desafio Racha Cuca**" pelo método de Pólya, de forma autônoma.	A conclusão dessa etapa terá atribuição de 2**50 pontos,** garantindo o acesso ao próximo nível (encontro).
5º encontro / 8ª e 9ª aula	•Realizar uma plenária para que as equipes discutam as questões seus erros, acertos e dificuldades dos problemas dos Desafios anteriores.	A conclusão dessa etapa terá atribuição de **200 pontos,** garantindo o acesso ao próximo nível (encontro).
6º encontro / 10ª aula	•Desenvolver um circuito de atividades como dinâmica de encerramento envolvendo caça-palavras e um jogo de correspondência conceitual de volume dos corpos redondos. •Realizar a avalição pós intervenção.	A conclusão dessa etapa terá atribuição de **150 pontos,** totalizando **1000 pontos.** Premiação de forma simbólica para todos os estudantes participantes da intervenção e destaque para as três primeiras equipes colocadas.

Fonte: Elaboração própria (2025).

4.4 IMPLEMENTAÇÃO DO PLANO DE AÇÃO

Nesta etapa, o plano de ação, apresentado na tabela 8, foi colocado em prática. A intervenção foi composta por seis encontros que aconteceram no horário habitual das aulas de matemática dos estudantes no intuído de manter maior adesão durante a intervenção. Para melhor discussão dos dados, eles serão apresentados conforme a ordem de acontecimentos no decorrer das aulas, no intuito de manter a riqueza dos detalhes e contemplas as interações no contexto da pesquisa.

4.4.1 Encontro 1 (1ª aula)

Incialmente, houve a exposição do plano de ação, de maneira dialógica, um momento de apresentação da intervenção aos estudantes. De um modo geral, esse momento possibilitou iniciar laços de confianças com estudantes para os encontros seguintes. Eles foram enfáticos em afirmar que possuem muitas dúvidas em relação ao conteúdo abordado, uma vez que, alguns desses alunos, em 2024, fizeram a prova do ENEM como treineiros. Esse tempo inicial foi importante para uma melhor compreensão das peculiaridades da turma da 321, do turno vespertino, da Escola Nancy Nina da Costa.

Em seguida foi realizada uma avaliação diagnóstica, como consta no Apêndice B, com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o volume de cilindro, cone, esfera e tronco de cone; e suas experiências com as metodologias de ensino da matemática, incluindo os quatro Passos de Pólya, as dificuldades e concepções, as habilidades e o interesse dos alunos em relação ao conteúdo que será explorado.

Essa avaliação foi essencial para compreender as demandas da turma, como destacam Santos e Silva (2022), ao afirmarem que esse tipo de avaliação é uma ferramenta essencial no processo de ensino, pois permite ao professor planejar intervenções mais assertivas e alinhadas às reais necessidades da turma. Ela possibilita verificar, por exemplo: o que os alunos já sabem sobre determinado conteúdo, quais os conceitos ainda não foram apropriados, quais as maiores dificuldades cognitivas e conceituais. Na geometria espacial, como o estudo dos volumes dos corpos redondos essa etapa torna-se ainda mais relevante visto que muitos alunos apresentam dificuldades no desenvolvimento do raciocínio espacial, na visualização tridimensional e na compreensão das relações entre figuras planas e sólidos geométricos (Moura; Lopes, 2021).

Após essa etapa, foi proposto aos alunos que formassem equipes e, em comum acordo, colocassem os nomes nas equipes. Optou-se pela formação espontânea das equipes respeitando os critérios de heterogeneidade e afinidade, com o intuito de estimular o trabalho colaborativo, a troca de saberes e o desenvolvimento de competências socioemocionais. A turma 321 tinha 40 alunos matriculados, 2 alunos pediram transferência, atualmente tem 38 alunos ativos. Foram formadas seis equipes: quatro equipes com seis alunos e duas com sete alunos. As equipes formadas foram: Os Invencíveis, Os Asteriscos, The Best, The Girls, Winx e Os Gênios, vale ressaltar que as equipes ficaram com essa formação até o final da intervenção. Na sequência, foi proposto a primeira atividade a cada grupo: A pesquisadora propôs aos estudantes que eles trouxessem objetos de casa com as características de corpos redondos, lembrando que não foi dado nenhuma informação a mais sobre corpos redondos.

4.4.2 Encontro 2 (2ª e 3 ª aula):

Nesse encontro foi proposto pela pesquisadora, confeccionar os corpos redondos, utilizando cartolina, tesoura, cola e régua, utilizando como base os objetos que eles trouxeram de casa, como: cofre, garrafas, suporte de alimentos, taças. De acordo com Dante (2017, p. 184) "Sólidos geométricos como cilindros, cones e esferas são chamados de corpos redondos, pois possuem superfícies curvas, diferentemente dos poliedros, que têm apenas faces planas." Nesse contexto, os estudantes puderam explorar de forma concreta as características dos corpos redondos, como raio, altura, base circular, superfície redonda, de uma forma concreta e dinâmica. Para Anderson e Smith (2023), essas atividades promovem maior engajamento dos alunos, pois eles deixam de ser apenas receptores passivos de informações e passam a ser protagonistas do processo de aprendizagem. A figura 14 mostra a produção do material em sala pelas equipes proposta pela pesquisado.

Figura 14 – Confecção do material

Fonte: Elaboração própria (2025).

A figura 15 mostra a produção final das equipes e os objetos trazidos de casa pelos alunos, como: funil, bola, garrafa térmica, cofre, recipiente de alimentos.

Figura 15 – Produção dos corpos redondos confeccionado pelas equipes

Fonte: Elaboração própria (2025).

A segunda atividade proposta foi confeccionar os sólidos de revolução, citada em 2.5.2. dessa pesquisa, com base na obra de Dante (2017), consolidada na linguagem acadêmica, que descreve como cada figura plana, ao ser girada, dá origem aos respectivos sólidos de revolução. Quando figuras planas realizam um movimento de rotação em torno de um de seus eixos, geram os chamados sólidos de revolução. Assim, um retângulo, ao girar em torno de um de seus lados, origina um cilindro; um triângulo retângulo, girando em torno de um dos seus catetos, gera um cone; um semicírculo, ao ser rotacionado em torno de seu diâmetro, dá origem à esfera; e um trapézio retângulo, realizando rotação em torno de seu lado perpendicular à base maior, forma o tronco de cone. Esses sólidos apresentam superfícies curvas e são fundamentais no estudo da geometria espacial por serem aplicados em diferentes contextos do mundo físico e tecnológico.

Figura 16 – Confecção dos sólidos de Revolução.

Fonte: autoria própria (2025).

A construção dos modelos contribuiu diretamente para a promoção da aprendizagem significativa**,** conceito defendido por Ausubel, que destaca que "a aprendizagem se torna mais eficaz quando o novo conhecimento se ancora em conceitos que o aluno já possui, desde que esses sejam claros e relevantes" (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980, p. 15).

A terceira atividade proposta pela pesquisadora foi a demonstração prática do Princípio de Cavalieri. A figura 17 mostra a produção da equipe os Invencíveis.

Figura 17 – Princípio de Cavalieri

Fonte: Elaboração própria (2025).

Observe que na figura 17 há três pilas de moedas com formas diferentes, note que qualquer plano horizontal que seccione as pilhas terá intersecções de mesma área (uma moeda); note também, que as três pilhas têm alturas iguais portanto têm volumes iguais (só mudam as formas). Essa situação serve para ilustrar o princípio de Cavalieri, citado em 2.5.2. dessa pesquisa. De acordo com a tabela 8, a conclusão dessa etapa teria a pontuação de 150 pontos, para cada equipe.

4.4.3 Encontro 3 (4ª e 5 ª aula):

Nesse encontro foi apresentado pela pesquisadora aos alunos da turma 321, o método de Pólya, evidenciando e detalhando os quatro passos, e em seguida foi proposto às equipes a resolução do Desafio Cérebro em Ação utilizando o método de Pólya para resolução dos problemas. Para Pereira; Santos; Lima (2022):

> O método de Pólya é uma ferramenta essencial no ensino da Matemática, pois contribui significativamente para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia dos estudantes. Ao seguir as etapas de compreensão, elaboração do plano, execução e retrospectiva, os alunos não apenas resolvem problemas,

mas também constroem significados, desenvolvem estratégias e fortalecem sua capacidade de argumentação matemática (Pereira; Santos; Lima, 2022, p. 62).

O Desafio Cérebro em Ação, apêndice C dessa dissertação, contém quatro questões, a escolha das questões foi feita respeitando o nível de dificuldade, nesse primeiro desafio as questões são de nível fácil e médio, duas questões do ENEM e duas questões do livro didático Diálogo Matemática e suas Tecnologias: Geometria Espacial (Editora Moderna, 2021), que foi selecionado pela Escola Prof.ª Nancy Nina da Costa por meio do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

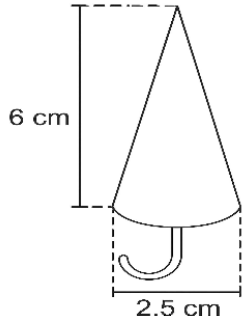
Esta obra destaca-se por apresentar conteúdos de geometria espacial com uma abordagem integrada às tecnologias educacionais, favorecendo o ensino e a aprendizagem dos volumes dos corpos redondos por meio de atividades práticas e recursos visuais que facilitam a concretude dos conceitos matemáticos. A escolha do livro didático nas escolas públicas, tanto estaduais quanto municipais, segue um processo formalizado pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), que é coordenado pelo Ministério da Educação (MEC). Esse processo é padronizado em todo o país, mas a gestão e operacionalização são feitas em parceria com as redes estaduais e municipais de ensino. (BRASIL, 2022).

A pesquisadora apresentou um exemplo de problema com base nas questões do Desafio Cérebro em ação para os estudantes, essas apresentações foram feitas através de slides. Segue o exemplo apresentado:

Problema 1: Questão 19 — Livro "Diálogo: Matemática e Suas Tecnologias – Geometria Espacial", Editora Moderna, PNLD 2021:

Determinada empresa fabrica chocolates com formato de guarda-chuva, como o representado na figura a seguir. De acordo com as medidas apresentadas, determine a quantidade de chocolate, em mililitros, necessária para produzir uma unidade desse produto. Considere $\pi=3$

Figura 18 – Guarda-chuva



Fonte: Livro diálogo (2021).

1ºPasso. Compreensão do problema: dados fornecidos e o que o problema está pedindo?
-Uma empresa fabrica chocolates em formato de guarda-chuva.
-A parte comestível tem formato de cone.
-As medidas são: Altura do cone = 6 cm
-Diâmetro da base = 2,5 cm, logo o raio = 1,25 cm.
-A pergunta é: Qual é o volume de chocolate, em mililitros, necessário para uma unidade desse produto? Lembrando: 1 cm^3 = 1 ml.
2º Passo. Elaboração de um plano: estratégia a ser utilizada
-A parte comestível tem formato de cone.
-Usamos a fórmula do volume do cone, onde r = 1,25 cm e h=6cm

$$V= \frac{1}{3}\pi r^2h$$

- Observaremos as unidades de medidas cm^3 e ml.

3º Passo: Execução do plano.
-Aplicando na fórmula do cone, e identificados os dados matemáticos temos:

$$V= \frac{1}{3}\pi r^2h$$

$$V= \frac{1.}{3}3.\ 1{,}25^2\ .6$$

$V=9{,}81cm^3$

Como 1 cm^3 = 1 ml, então V= 9,81ml
4º Passo. Retrospectiva (verificação):
- A fórmula está correta.
- Os dados foram usados corretamente.
- A conversão de cm^3 para ml está certa (1 cm^3 = 1 ml), então o volume de chocolates é 9,81ml.

Após as explicações surgiram alguns questionamentos:
Aluno A: “Será que eu já uso esse método sem perceber, no meu dia a dia?” Pesquisadora: “Sim! Sempre que você entende um problema, pensa no que fazer, faz e depois confere se deu certo, você está usando Pólya na prática.”
Aluno B: “Por que na escola nem sempre, ou nunca, aprendemos a resolver problemas seguindo um método estruturado?”

Pesquisadora: “Muitas vezes, o ensino se concentra em treinar cálculos e fórmulas, sem focar no desenvolvimento do raciocínio estratégico. Isso está mudando com as metodologias ativas e a valorização do pensamento crítico.”

Aluno C: “Poderia ter utilizado a fórmula do cilindro e no final ter dividido por 3, pra não evitar decorar as fórmulas?”

Pesquisadora: “Sim! A estratégia é você que escolhe”.

Aluno D: “Fiquei na dúvida em relação a medida do diâmetro e do raio, mas agora vou lembrar do raio da minha bicicleta, que é a metade do diâmetro.

Pesquisadora: “Exatamente!”

Importante ressaltar que a aplicação das fórmulas dentro do contexto do ensino da Matemática pode ser muito bem relacionada ao método de Pólya, especialmente nas etapas de elaboração do plano e execução do plano, onde os alunos selecionam e aplicam as fórmulas adequadas para resolver problemas. Como afirmam Silva; Oliveira; Martins (2023):

> O uso de fórmulas no ensino da Matemática não deve ser encarado como mera memorização mecânica, mas sim como uma etapa que integra a resolução de problemas. No método de Pólya, a aplicação de fórmulas surge na fase de elaboração e/ou execução do plano, momento em que o estudante, a partir da compreensão do problema, escolhe a fórmula pertinente e a utiliza como ferramenta para construir soluções de forma consciente e significativa (Silva; Oliveira; Martins, 2023, p. 49).

A figura 19 mostra as equipes empenhadas na resolução do Desafio Cérebro em Ação, lembrando que nesse desafio as equipes terão o auxílio da pesquisadora. Esta organização foi fundamental para criar um ambiente propício à troca de ideias, à argumentação e à reflexão conjunta, elementos indispensáveis no processo de resolução de problemas. Concluída essa etapa cada equipe pontuaria até 250 pontos e avançariam para a próxima fase.

Figura 19 – Equipe resolvendo o Desafio Cérebro em Ação

Fonte: autoria própria (2025).

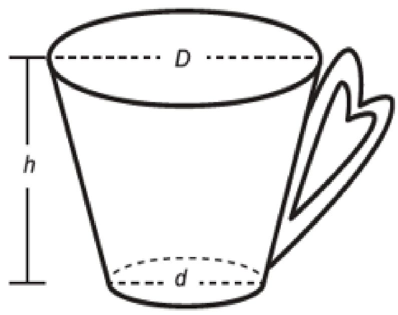
4.4.4 Encontro 4 (6ª e 7 ª aulas):

Nesse encontro foi proposto pela pesquisadora a resolução do Desafio Racha Cuca, no apêndice D dessa dissertação. Esse Desafio é composto por quatro questões, de nível médio e difícil, sendo três questões do ENEM e uma questão do livro "Diálogo: Matemática e Suas Tecnologias – Geometria Espacial", Editora Moderna.

Inicialmente, foi explicitado mais um exemplo pela pesquisadora, através de slides, desta vez uma questão do ENEM -2021:

ENEM (2021). Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.

Figura 20 – Caneca de tomar sopa.



Fonte: ENEM (2021).

Sabe-se que 1 cm³ = 1 ml e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (D) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro (d) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura (h) dessa caneca mede 12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base). Utilize 3 como aproximação para π. Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

a) 216
b) 408
c) 732
d) 2196
e) 2928

1ºPasso. Compreensão do problema: dados fornecidos e o que o problema está pedindo?

-A caneca tem o formato de um tronco de cone, que pode ser obtido subtraindo um cone menor de um cone maior.

-Dados fornecidos:

Diâmetro do topo (D) = 10 cm → Raio R = 5 cm

Diâmetro da base (d) = 8 cm → Raio r = 4 cm

Altura do tronco = 12 cm

O que o problema está pedindo? Qual é a capacidade volumétrica, em ml, dessa caneca?

2º Passo. Elaboração de um plano (estratégia).

-Precisamos descobrir a altura do cone menor (h) e a altura do maior para fazer o cálculo (H)

-Usar a semelhança dos cones para calcular a altura do cone menor e do cone maior.

-Aplicar a fórmula do volume do cone pra calcular o volume do maior e do cone menor.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

-Depois subtrair o volume do cone menor do cone maior para encontrar o volume da caneca.

3º Passo: Execução do plano

- Pela semelhança dos cones iremos calcular a altura do cone menor (h)

$$\frac{R}{r} = \frac{12+h}{h}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{12+h}{h}$$

h = 48cm

-Em seguida calcular a altura do cone maior (H)

H=12+ h

H=12+48

H=60cm

Aplicar a fórmula do volume do cone para calcular o volume do cone maior e do cone menor

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

- Volume do cone maior (R = 5, H = 60):

V maior $= (1/3).\ 3\ .5^2.\ \ 60 = 25\ .60 = 1500\ cm^3$

- Volume do cone menor (r = 4, h = 48):

V menor = (1/3) .3 .4². 48 = 16. 48 = 768 cm³

- Volume do tronco de cone (caneca):

V = V maior – V menor = 1500 - 768 = 732 cm³ ou 732 ml

4º Passo. Retrospectiva (verificação)

- Conferimos os cálculos de semelhança corretamente, aplicamos corretamente a fórmula dos cones e a subtração está correta. Observamos que cm³ = ml.

A alternativa correta é a letra C) 732 ml.

Após a apresentação da pesquisadora surgiram alguns questionamentos importantes, relatados abaixo:

Aluno E: “por que não havia sido utilizada a fórmula do volume do tronco do cone?”

A pesquisadora: “Pela facilidade de se trabalhar com a fórmula do volume do cone que é mais simples, e evita que o aluno decore tantas fórmulas, mas fica a critério do aluno decidir qual a estratégia utilizar na elaboração do plano”

Aluno F: “O que fazer se eu não entender bem o problema na primeira etapa?

Pesquisadora: “Ler novamente, destacar os dados, identificar o que é pedido e, se necessário, fazer um desenho ou esquema que ajude na compreensão.”

Aluno G: “E se depois de aplicar o método de Pólya, eu errar? Isso quer dizer que o método não funciona?”

Pesquisadora: “Não. Errar faz parte do processo de aprender. O método não garante acerto automático, mas organiza o caminho para chegar na resposta. Se errar, reveja cada etapa, principalmente a compreensão e o planejamento.”

Aluno H: “O método de Pólya ajuda em provas como ENEM, onde o tempo é curto?

Pesquisadora: “Sim. Mesmo de forma mental, ele organiza seu raciocínio e ajuda a evitar erros de interpretação, que são muito comuns no ENEM.”

Após os questionamentos foi entregue o Desafio Racha Cuca para as equipes, nessa etapa da intervenção eles teriam que resolver os problemas matemáticos de forma autônoma. Todas as atividades seriam concluídas em sala de aula, e entregue a pesquisadora no final de cada encontro. No final dessa etapa, as equipes que cumprissem os requisitos como: colaboração, participação e conclusão da atividade pontuariam em até 250 pontos.

4.4.5 Encontro 5 (8ª e 9 ª aulas):

No quinto e penúltimo encontro foi realizado uma plenária para promover um espaço de diálogo e construção coletiva do conhecimento entre as equipes. A plenária favorece não apenas a socialização de saberes, mas também o desenvolvimento do raciocínio lógico, da argumentação e da autonomia intelectual dos discentes.

A realização de plenárias no ensino de matemática é uma estratégia que rompe com a lógica tradicional de aulas expositivas ao propor espaços de escuta e troca de ideias, a plenária convida alunos e professores a refletirem, debaterem e validarem diferentes formas de pensar. Segundo Fiorentini; Miorim (2020, p. 87) "O momento de plenária, no ensino da matemática, permite que os alunos compartilhem suas estratégias de resolução, confrontem diferentes raciocínios e reconstruam seu entendimento sobre os conceitos trabalhados".

Há muita resistência por parte de professores na utilização de plenárias nas aulas de matemática. A indisciplina o espaço inadequado, além do conteúdo extenso são alguns dos fatores determinantes, no entanto, os desafios para a adoção de práticas colaborativas na sala de aula de matemática não se restringem às condições objetivas da escola. Segundo Fiorentini; Miorim (2020, p. 90) "Muitos professores evitam a realização de plenárias por não se sentirem suficientemente preparados para mediar discussões, promover a escuta ativa e conduzir o debate de ideias, sobretudo em turmas numerosas e com pouca cultura de participação".

A plenária sobre volume dos corpos redondos foi realizada com o objetivo de promover um momento de socialização, reflexão e construção coletiva dos conhecimentos desenvolvidos ao longo das atividades. Durante esse encontro, os alunos compartilharam as estratégias utilizadas na resolução de problemas envolvendo o cálculo de volumes de sólidos como o cilindro, o cone, tronco de cone e esfera, além de analisarem as semelhanças e diferenças entre as fórmulas e os conceitos geométricos aplicados. Cada equipe escolheu, de forma consensual, uma questão do Desafio Cérebro em Ação ou do Desafio Racha Cuca em seguida a plenária foi organizada em três rodadas, definidas da seguinte maneira pela pesquisadora:

1ª Rodada: Socialização do método e cálculos:

Objetivo: - Compartilhar a estratégia que utilizou e apresentar o resultado encontrado.
- Conferir se os métodos foram semelhantes ou diferentes entre as equipes.

Ação do professor: Estimular que as outras equipes comparem suas formas de pensar e resolver

2ª Rodada :Análise de erros e acertos.

Objetivo: -Analisar onde surgiram dificuldades ou erros.

-Validar ou corrigir os procedimentos adotados.

Ação do professor: Mediar a análise dos erros e conduzir o debate conceitual sobre as relações matemáticas.

3ª Rodada :Conclusão e relação com o cotidiano

Objetivo: -Estimular a conexão do conteúdo com situações reais.

-Refletir sobre a utilidade prática do conteúdo no dia a dia.

Ação do professor: Reforçar os conceitos aprendidos e destacar a importância do raciocínio coletivo

A pesquisadora propôs de 3 a 5 minutos por equipe, em cada rodada, totalizando no máximo 15 minutos por equipe, destacou a importância da escuta ativa, respeito às falas e participação de todas as equipes; valorizar mesmo quando partem de erros, pois eles geram aprendizado.

O espaço da plenária, na figura 21, proporcionou a oportunidade de esclarecer dúvidas tanto quanto ao método utilizado quanto aos cálculos e conceitos matemáticos utilizados, discutir diferentes formas de pensar e consolidar os conhecimentos construídos nas atividades práticas e teóricas realizadas anteriormente. Foi possível observar que, por meio do diálogo, muitos alunos conseguiram compreender de forma mais concreta a relação entre as características dos sólidos e suas respectivas expressões matemáticas de volume.

Figura 21– Plenária da turma 321

Fonte: autoria própria (2025).

A plenária se configurou, um momento significativo para reforçar a aprendizagem, incentivar o raciocínio coletivo e valorizar o protagonismo dos estudantes no processo de construção do saber matemático. A conclusão dessa etapa tem a pontuação de 200 pontos e acesso ao último encontro da intervenção.

4.4.6 Encontro 6 (10 ª aula):

O último encontro da intervenção foi especialmente planejado para transformar, ainda mais, a sala de aula em um ambiente lúdico e significativo, como afirma Costa, Ribeiro (2023, p.97) “Quando os conceitos matemáticos são apresentados em situações concretas e contextualizadas, especialmente por meio de atividades lúdicas, a aprendizagem torna-se mais significativa e duradoura, conforme preconiza a teoria de Ausubel”.

Os conhecimentos construídos ao longo dos encontros anteriores sobre o volume dos corpos redondos: cilindro, cone, esfera e tronco do cone, foi estruturado com a aplicação de dois jogos matemáticos: um caça-palavras temático, em apêndice D, elaborado com conceitos-chave do volumes de corpos redondos e um jogo de correspondência com 22 cartas, em apêndice E, inspirado na dinâmica do “cara a cara”, em que os participantes precisavam fazer relação entre imagens dos sólidos, seus nomes, características e propriedades volumétrica. Destacando a importância dos jogos no ensino da Matemática, para Martins e Ferreira (2024, p. 88) “No contexto das metodologias ativas, os jogos educativos assumem papel de ferramenta pedagógica que estimula a participação, o engajamento e o desenvolvimento de competências cognitivas e socioemocionais, tornando a aprendizagem mais efetiva e prazerosa”.

O caça-palavras tem como objetivo reforçar o vocabulário matemático, auxiliando na fixação dos termos essenciais, como cilindro, cone, esfera, volume, vértice, raio. Essa atividade promove momentos de interação, cooperação e, sobretudo, de revisão dos conceitos de maneira descontraída, mas com intencionalidade pedagógica. A figura 22 mostra a equipe Os Asteriscos jogando caça palavras.

Figura 22 – Alunos jogando caça palavras

Fonte: autoria própria (2025).

O jogo cara a cara, por sua vez, estimula o raciocínio lógico, a observação e a argumentação; nele, cada carta traz uma representação visual ou textual e os participantes, precisam encontrar os pares corretos, relacionando imagens dos sólidos às suas respectivas, características, definições e propriedades volumétrica. A figura 23 mostra o as equipes The Best e Os Invencíveis jogando cara a cara, ao concluírem essa etapa, as equipes somavam 150 pontos.

Figura 23 – Equipes jogando cara a cara.

Fonte: autoria própria (2025).

Silva e Moura (2022, p. 156) destacam que “Integrado às metodologias ativas, o jogo não se limita ao caráter lúdico, mas assume função pedagógica, estimulando o engajamento, a autonomia e a participação ativa dos alunos na construção do conhecimento”.

O último encontro da intervenção foi marcado por momentos de intensa participação, troca de conhecimentos e consolidação dos conteúdos trabalhados ao longo da oficina. Os jogos matemáticos interativos proporcionaram aos alunos a oportunidade de revisar, fixar e compreender, de maneira lúdica e significativa os conceitos relacionados ao volume dos corpos redondos. Conforme observado durante os encontros, a formação das equipes e os desafios contribuíram não apenas para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, mas também para o fortalecimento de habilidades socioemocionais, comunicação e pensamento crítico.

Ao final desse encontro foram feitas as premiações das equipes que conseguiram as três melhores pontuações durante toda a intervenção pedagógica e um prêmio de participação para todos os alunos. Também foi realizado um feedback, avaliação pós intervenção como consta no apêndice G.

A finalização deste percurso formativo evidencia e potencializa significativamente o processo de ensino e aprendizagem, reafirmando a importância de práticas pedagógicas que coloquem o aluno no centro do processo educativo, tornando-o protagonista na construção do conhecimento matemático.

5 DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

O ensino de geometria espacial, especialmente quando se trata dos corpos redondos, ainda se apresenta como um grande desafio no contexto do Ensino Médio. Segundo Ribeiro e Silva (2022) a dificuldade dos estudantes em compreender conceitos relacionados ao volume está diretamente ligada à ausência de práticas que promovam a visualização e a manipulação dos sólidos, o que compromete o entendimento significativo.

Os resultados obtidos na intervenção revelam que, quando os alunos são desafiados a compreender, planejar, executar e refletir sobre suas próprias soluções, eles demonstram avanços significativos na compreensão dos conceitos de volume dos corpos redondos. Como reforçam Wood e Campbell (2024) ao afirmarem que as estratégias que colocam os alunos no centro do processo de aprendizagem, como metodologias ativas e resolução de problemas, favorecem o desenvolvimento de competências cognitivas e socioemocionais essenciais no século XXI.

Esta seção tem como objetivo apresentar e discutir os resultados obtidos a partir da aplicação das atividades propostas durante a pesquisa, com foco na compreensão do volume dos corpos redondos. As análises foram realizadas com base nas resoluções de exercícios feitas pelos alunos, considerando os quatro passos de resolução de problemas sugeridos por Pólya (2006): compreensão do problema, elaboração do plano, execução do plano e verificação da solução. A discussão dos dados busca identificar as principais dificuldades e avanços dos alunos ao lidarem com os conceitos de volume de cilindros, cones e esferas, além de analisar em que medida as estratégias adotadas, como o uso da gamificação e de recursos concretos, contribuíram para a aprendizagem.

O primeiro problema do Desafio Cérebro em Ação, ver no Apêndice C, é uma questão do ENEM-2024, o que causou um certo alvoroço entre os treineiros que fizeram essa prova. Foi o primeiro problema proposto pela pesquisadora para utilização do método de Pólya.

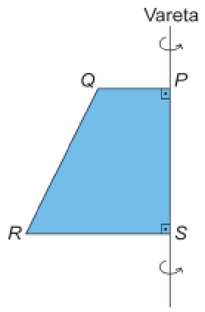
ENEM (2024): Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

• recortou o trapézio retângulo PQRS de um material rígido;

• afixou o lado PS do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);

• girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução. Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.

Figura 24 –Trapézio fixado em uma vareta



Fonte: ENEM (2024).

O sólido obtido foi um(a)

A) cone.

B) cilindro.

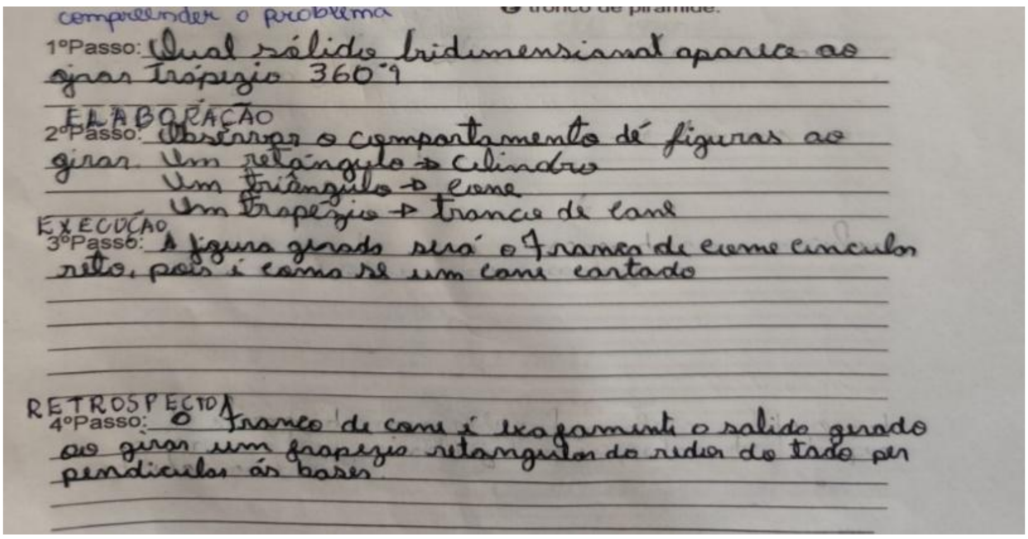
C) pirâmide.

D) tronco de cone.

E) tronco de pirâmide

Observando a resolução da equipe The Girls, na figura 24, podemos verifica -se que a equipe revela um entendimento dos conceitos de sólidos geométricos, aticulando-os adequadamente por meio do método de Pólya, que é estruturado em quatro etapas: compreensão, elaboração, execução e retrospectiva.

Figura 25– Resolução da 1ª questão do Desafio Cérebro em Ação feita pela equipe The Girls


compreender o problema
1ºPasso: Qual sólido tridimensional aparece ao girar trápezio 360°?
ELABORAÇÃO
2ºPasso: Observar o comportamento de figuras ao girar. Um retângulo → Cilindro
Um triângulo → cone
Um trapézio → tronco de cone
EXECUÇÃO
3ºPasso: A figura gerada será o tronco de cone circular reto, pois é como se um cone cortado
RETROSPECTO
4ºPasso: O tronco de cone é exatamente o sólido gerado ao girar um trapézio retangular do redor do lado perpendicular ás bases

Fonte: autoria própria (2025).

No primeiro passo de Pólya, na compreensão do problema, a equipe identifica corretamente que o problema envolve a rotação do trapézio em torno de um eixo, questionando qual sólido tridimensional surge a partir desse movimento. Essa percepção está alinhada com o que defende Dante (2021, p 223), ao afirmar que “Os sólidos de revolução são aqueles gerados pela rotação completa de uma figura plana em torno de um eixo”.

Na elaboração do plano, a equipe demonstra um bom repertório conceitual ao relacionar a rotação de diferentes figuras planas aos sólidos correspondentes, citando que o retângulo origina um cilindro, o triângulo gera um cone e, corretamente, que o trapézio produz um tronco de cone. De acordo com Dante (2021, p. 225): “O tronco de cone é obtido quando se corta um cone por um plano paralelo à sua base e se despreza a parte superior, ou então, quando se faz girar um trapézio em torno de um de seus lados”.

Na execução, a equipe descreve que o sólido formado tem duas bases circulares, evidenciando uma representação mental correta do problema. Esse entendimento se reforça na retrospectiva ao confirmar que o sólido é, de fato, um tronco de cone, validando sua resposta com base no comportamento geométrico do trapézio ao ser rotacionado.

Contudo, é possível observar que a escrita poderia ser mais precisa e técnica em alguns momentos, como por exemplo, na execução, a frase “gerada será um tronco do cone circular reto, pois é como se um cone cortado” poderia ser melhor elaborada, como: "O sólido gerado possui duas bases circulares, pois corresponde a um cone cortado paralelamente à sua base, formando um tronco de cone."

No retrospecto, o aluno verificou corretamente o resultado e fez uma boa justificativa. Ele poderia aprofundar ainda mais a reflexão comparando com outros sólidos e explorando diferentes abordagens, mas mostrou pensamento matemático em desenvolvimento

Poderia também, ter deixado claro desde o início que o sólido não é nem um cone inteiro nem um cilindro, evitando dúvidas na construção do raciocínio. Esses pontos foram discutidos e corrigidos na plenária onde o aluno que fez o ENEM como treineiro, fez o seguinte comentário.

Aluno I: “Na prova do ENEM eu marquei a letra d, tronco de pirâmide, porque vi que tinha duas bases, mas agora percebo que errei, porque a pirâmide não gera bases circulares. Com a rotação do trapézio, o sólido tem bases arredondadas concêntricos e as medidas dos raios diferentes, então faz sentido ser um tronco de cone, não de pirâmide”; mostrando seu aprendizado em relação ao conteúdo.

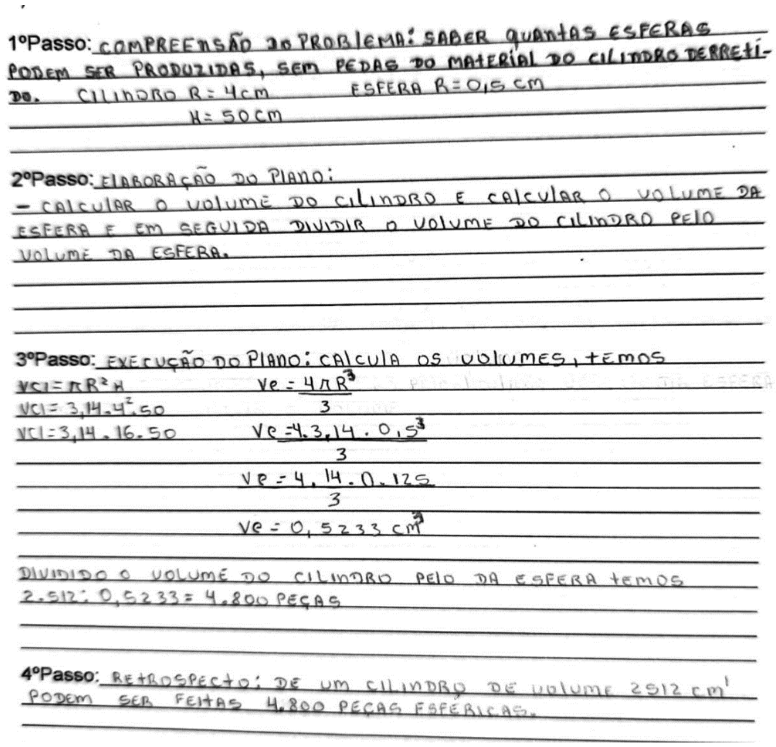
A terceira questão do desafio Cérebro em Ação, ver apêndice C, trata-se de um problema contextualizado do ENEM (2022), que propõe transformar uma peça cilíndrica em esferas, sem perda de material. A questão em análise tem um contexto real (reciclagem de peças metálicas) e o estudantes conseguem transitar da abstração matemática para a compreensão desse contexto aplicado, favorecendo o desenvolvimento da modelagem matemática, conforme sugere a BNCC (BRASIL, 2018). Por meio do cálculo dos volumes de um cilindro e de esferas, os alunos são desafiados a aplicar conhecimentos geométricos em uma situação prática, relacionada à reciclagem de materiais.

3ª Questão – ENEM (2022): Peças metálicas de aeronaves abandonadas em aeroportos serão recicladas. Uma dessas peças é maciça e tem o formato cilíndrico, com a medida do raio da base igual a 4 cm e a da altura igual a 50 cm. Ela será derretida, e o volume de metal resultante será utilizado para a fabricação de esferas maciças com diâmetro de 1 cm, a serem usadas para confeccionar rolamentos. Para estimar a quantidade de esferas que poderão ser produzidas a partir de cada uma das peças cilíndricas, admite-se que não ocorre perda de material durante o processo de derretimento. Quantas dessas esferas poderão ser obtidas a partir de cada peça cilíndrica?

A) 800
B) 1 200
C) 2 400
D) 4 800
E) 6 400

A figura 26, mostra a resolução da Equipe The Best, a equipe estruturou a resolução seguindo claramente as quatro etapas propostas por Pólya, isso demonstra organização do pensamento e desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas. Segundo Pólya (2006), seguir essas etapas torna o pensamento matemático mais estruturado, favorecendo a autonomia na resolução de situações-problema. No primeiro passo, compreensão do problema, houve uma leitura atenta do enunciado, identificando os elementos principais: formato cilíndrico da peça, dimensões do cilindro (raio e altura), dimensões da esfera (diâmetro e cálculo correto do raio). A noção de que o volume se mantém constante no processo de transformação, e a pergunta foi bem entendida: "Quantas esferas podem ser feitas?"

Figura 26 – Resolução da 3ª questão do Desafio Cérebro em Ação feita pela equipe The Best



1ºPasso: COMPREENSÃO DO PROBLEMA: SABER QUANTAS ESFERAS PODEM SER PRODUZIDAS, SEM PEDAS DO MATERIAL DO CILINDRO DERRETIDO. CILINDRO R = 4cm H = 50CM ESFERA R = 0,5 CM

2ºPasso: ELABORAÇÃO DO PLANO:
– CALCULAR O VOLUME DO CILINDRO E CALCULAR O VOLUME DA ESFERA E EM SEGUIDA DIVIDIR O VOLUME DO CILINDRO PELO VOLUME DA ESFERA.

3ºPasso: EXECUÇÃO DO PLANO: CALCULA OS VOLUMES, TEMOS

$Vcl = \pi R^2 H$

$Vcl = 3{,}14 . 4^2 . 50$

$Vcl = 3{,}14 . 16 . 50$

$Ve = \frac{4 \pi R^3}{3}$

$Ve = \frac{4 . 3{,}14 . 0{,}5^3}{3}$

$Ve = \frac{4 . 14 . 0 . 125}{3}$

$Ve = 0{,}5233\ cm^3$

DIVIDIDO O VOLUME DO CILINDRO PELO DA ESFERA TEMOS
2.512 : 0,5233 = 4.800 PEÇAS

4ºPasso: RETROSPECTO: DE UM CILINDRO DE VOLUME 2512 cm³ PODEM SER FEITAS 4.800 PEÇAS ESFÉRICAS.

Fonte: autoria própria (2025).

Em relação a elaboração de um plano, a equipe traça uma estratégia matemática eficiente: calcular o volume do cilindro, calcular o volume da esfera em seguida dividir o volume do cilindro pelo volume da esfera. Dante enfatiza que o “O planejamento consiste em escolher uma estratégia adequada, recorrendo a conhecimentos prévios e experiências anteriores” (Dante, 2021, p. 35). No terceiro passo, execução do plano, a equipe efetua os cálculos de forma precisa, isso evidencia domínio dos conceitos de potenciação, multiplicação e divisão com decimais; e da aplicação de constantes como o pi (π). Foram utilizadas corretamente as fórmulas do cilindro e da esfera, demonstrando que os alunos não apenas aplicaram fórmulas de forma mecânica, mas compreenderam o que estavam fazendo.

A etapa de retrospectiva foi superficial, reafirma o resultado numérico sem reflexões. A retrospectiva deveria incluir a verificação se, de fato, a resposta faz sentido? Como 4800 esferas pequenas cabem em um cilindro grande?

Sequencialmente, analisaremos quarta do Desafio Racha Cuca, que constava na prova de matemática do ENEM (2023), resolvida pela equipe The Girls, apêndice D.

4ª Questão - ENEM (2023) - A foto mostra a construção de uma cisterna destinada ao armazenamento de água. Uma cisterna como essa, na forma de cilindro circular reto com 3 m² de área da base, foi abastecida por um curso-d’água com vazão constante. O seu proprietário registrou a altura do nível da água no interior da cisterna durante o abastecimento em diferentes momentos de um mesmo dia, conforme a tabela.

Tabela 9 – Nível da água

Horário (h)	Nível da água (m)
6:00	0,5
8:00	1,1
12:00	2,3
15:00	3,2

Fonte: ENEM (2023).

Figura 27 – Cistena

Fonte: ENEM (2023).

Qual foi a vazão, em metro cúbico por hora, do curso-d'água que abasteceu a cisterna?

A) 0,3

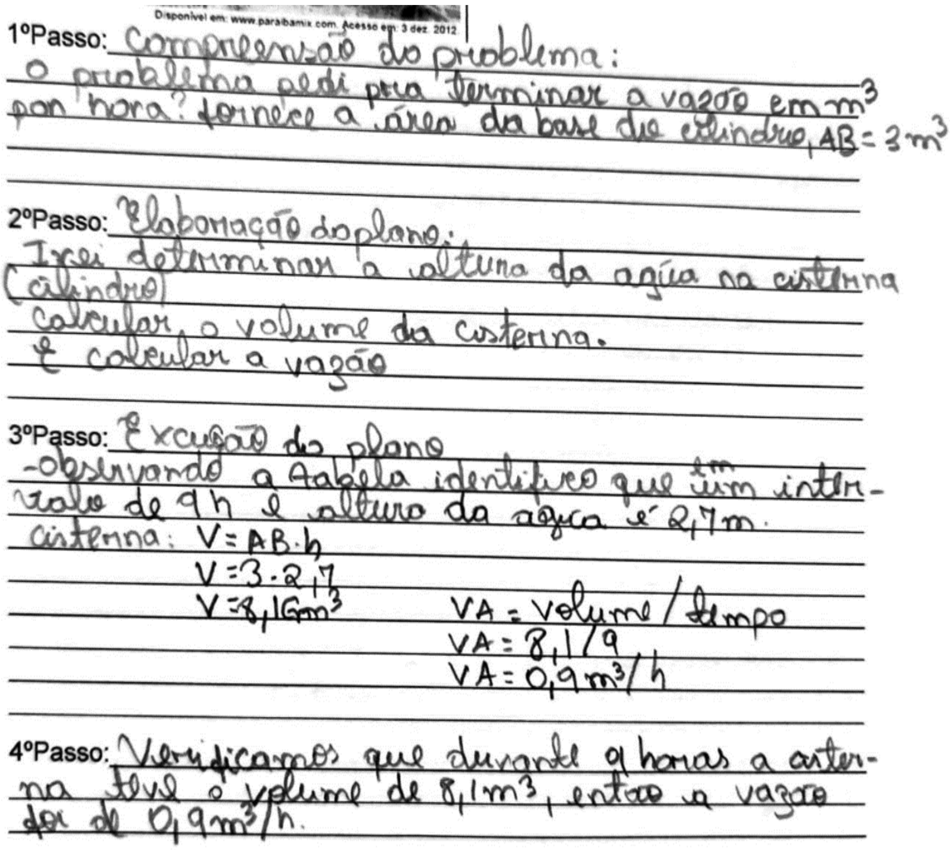
B) 0,5

C) 0,9

D) 1,8

E) 2,7

Figura 28 – Resolução da 4ª questão do Desafio Cérebro em Ação feita pela equipe The Best


Disponível em: www.paraibamix.com. Acesso em: 3 dez. 2012

1ºPasso: Compreensão do problema:
o problema pedi pra terminar a vazão em m^3 por hora? fornece a área da base do cilindro, AB = $3m^3$

2ºPasso: Elaboração do plano:
Irei determinar a altura da água na cisterna (cilindro)
calcular o volume da cisterna.
E calcular a vazão

3ºPasso: Excução do plano
-observando a tabela identifico que um intervalo de 9h e altura da agua é 2,7m.
cisterna: $V = AB \cdot h$
$V = 3 \cdot 2,7$
$V = 8,1m^3$
$VA = volume/tempo$
$VA = 8,1/9$
$VA = 0,9m^3/h$

4ºPasso: Verificamos que durante 9 horas a cisterna teve o volume de $8,1m^3$, então a vazão foi de $0,9m^3/h$.

Fonte: autoria própria (2025).

Observe na figura 28 que no primeiro passo, a equipe conseguiu identificar corretamente as informações relevantes, como a área da base da cisterna e os níveis da água em horários diferentes, além de compreender que a questão solicitava a vazão em metros cúbicos por hora. Segundo Santos, Ferreira e Almeida (2023, p. 91), essa etapa é fundamental, pois “permite que o estudante selecione as informações pertinentes, construindo sentido matemático a partir da situação proposta”

O segundo passo, elaboração do plano, também foi bem conduzido, visto que a equipe definiu uma estratégia coerente: determinar o volume de água acumulado na cisterna, considerando a variação da altura do nível da água, e, em seguida, aplicar a fórmula da vazão, relacionando o volume ao tempo. Essa etapa, segundo os mesmos autores, consiste na seleção das ferramentas matemáticas mais adequadas, fundamentada em conhecimentos prévios, como raio e altura.

Na etapa de execução do plano, terceiro passo do método de Pólya, os procedimentos matemáticos foram corretamente aplicados. A equipe calculou a diferença da altura da água e, utilizando a fórmula do volume do cilindro, obteve corretamente o volume de 8,1 m^3. Posteriormente, dividiu esse volume pelo intervalo de tempo (9 horas), chegando à vazão de 0,9 m^3/h, que corresponde à alternativa correta da questão. Entretanto, observa-se que a organização dos cálculos poderia ser aprimorada, para não gerar ruído na comunicação matemática. Costa, Mendes e Ribeiro (2021, p. 107) destacam que "a fase de execução exige não apenas domínio dos procedimentos, mas também clareza na comunicação dos raciocínios, de modo que erros operacionais e conceituais possam ser minimizados"

Por fim, no quarto passo, correspondente à retrospectiva, foi feita uma verificação dos procedimentos e do resultado, validando a coerência da resposta. Contudo, essa etapa poderia ser mais explorada, incluindo uma análise crítica sobre a plausibilidade da solução, a verificação das unidades de medida e possíveis generalizações para outros contextos. Segundo Silva, Lima e Souza (2022, p. 102), "a etapa de retrospectiva é fundamental para consolidar a aprendizagem, pois permite ao aluno avaliar a coerência dos resultados e desenvolver autonomia matemática".

De forma geral, considerando o seu grau de dificuldade, a resolução apresentou diversos pontos positivos, como a correta compreensão do problema, escolha adequada da estratégia, execução dos cálculos principais e usou efetivamente os quatro passos de Pólya.

Por fim, será analisada a terceira questão do Desafio Cérebro em Ação, Apêndice D, que constava na prova do Enem (2022): Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda. Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

A) 2

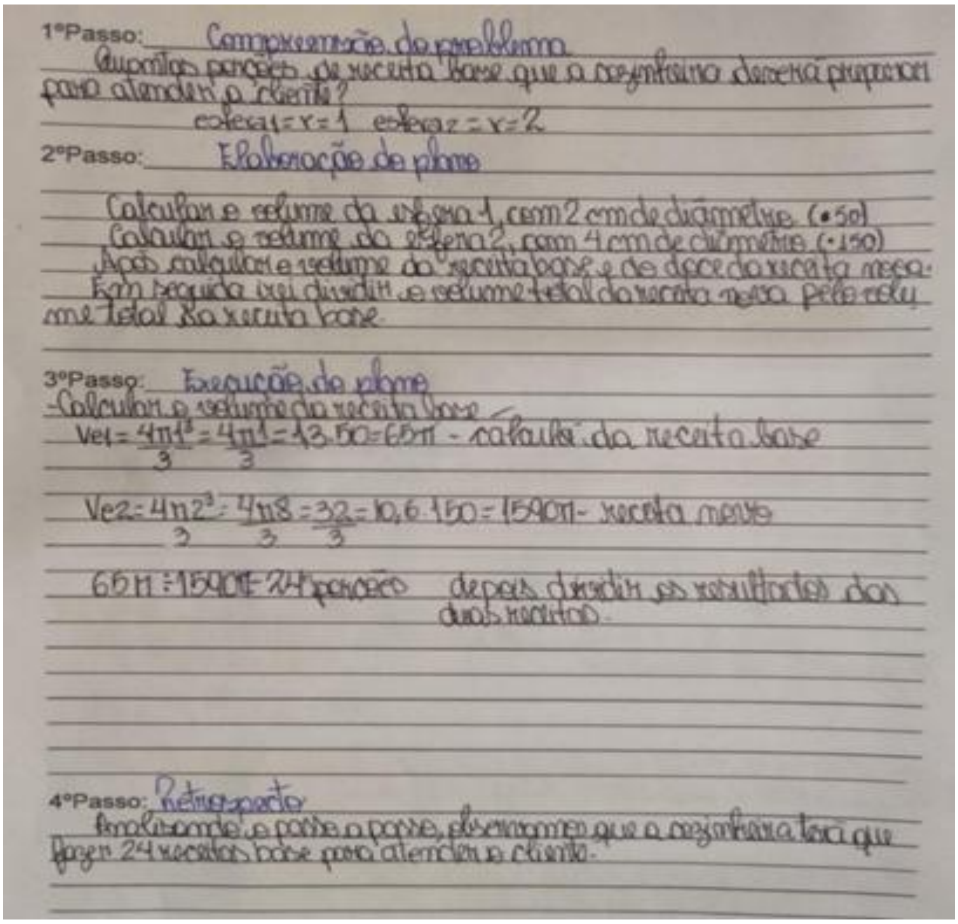
B) 3

C) 6

D) 12

E) 24

Figura 29 – Resolução da 3ª questão do Desafio Cérebro em Ação feita pela equipe os Invencíveis



Fonte: Autoria própria (2025).

Durante a etapa de compreensão do problema, a equipe demonstrou clareza quanto aos dados fornecidos e à pergunta central do enunciado, que exigia determinar quantas porções de uma receita-base seriam necessárias para produzir uma quantidade específica de docinhos de tamanho diferente. Esse comportamento revela que os estudantes mobilizaram competências relacionadas à leitura e interpretação de situações-problema, habilidades essas frequentemente destacadas como fundamentais no desenvolvimento da autonomia matemática (Santos; Ferreira; Almeida, 2023).

Na sequência, a etapa de elaboração do plano evidenciou que os alunos foram capazes de selecionar corretamente as estratégias matemáticas necessárias para a resolução do problema. A escolha pelo cálculo do volume de esferas, utilizando a fórmula adequada, refletindo a capacidade de transpor conceitos geométricos para a resolução de situações concretas. Como destacado por Silva, Lima e Souza (2022), a elaboração de um plano eficiente demonstra que os estudantes conseguem articular conhecimentos prévios com os desafios propostos, o que reforça a importância de metodologias que promovam a resolução de problemas como prática pedagógica.

Os resultados da execução do plano indicaram domínio no uso de fórmulas geométricas e no raciocínio proporcional. Os cálculos foram corretamente realizados tanto para o volume dos docinhos padrões quanto para os docinhos maiores solicitados na encomenda. A partir da comparação dos volumes, os alunos chegaram corretamente ao total de 24 porções da receita-base, resultado coerente com os dados fornecidos. Contudo, observou-se que, apesar da precisão nos cálculos, ainda há necessidade de aprimoramento na organização dos procedimentos escritos, especialmente no que se refere à indicação clara das unidades de medida e à separação dos passos intermediários dos cálculos.

Por fim, na fase de retrospectiva, os alunos demonstraram capacidade de análise crítica, revisando os procedimentos adotados e validando a coerência dos resultados obtidos. Esse momento de reflexão não apenas consolida o aprendizado, mas também permite que os estudantes desenvolvam competências metacognitivas, fundamentais para a autonomia na aprendizagem da matemática. Segundo Silva, Lima e Souza (2022, p. 102), "a etapa de retrospectiva permite ao aluno avaliar a consistência dos resultados, refletir sobre o processo e reforçar sua autonomia na construção do conhecimento matemático".

No desenvolvimento desta pesquisa, a utilização de modelos de cones, cilindros e esferas permitiu aos alunos visualizar, tocar e comparar os sólidos, o que facilitou a compreensão dos elementos fundamentais do cálculo de volume, como altura, raio e base. Segundo Dante (2021), a manipulação de objetos geométricos concretos promove a ligação entre o conhecimento empírico e os conceitos matemáticos formais, auxiliando o aluno a superar a abstração típica da geometria espacial. Esse tipo de recurso se alinha à perspectiva defendida por Muniz (2020), que destaca que a visualização e a experimentação concretas possibilitam que o estudante compreenda a tridimensionalidade e a estrutura dos sólidos, aspectos essenciais para a construção do raciocínio geométrico.

O uso dos materiais concretos favoreceu a resolução de problemas proposto por Pólya (2006), uma vez que a familiaridade com os sólidos permitiu que os alunos interpretassem corretamente os enunciados das questões, identificando com clareza os dados fornecidos e o que era solicitado possibilitando aos alunos uma melhor compreensão dos conceitos envolvidos, além de favorecer a escolha de estratégias adequadas e a realização dos cálculos com mais segurança.

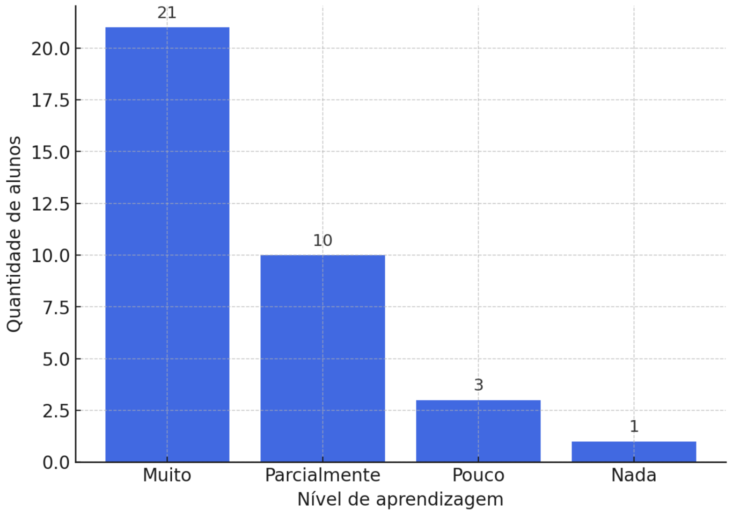
Complementando essa abordagem, a gamificação como uma metodológica ativa, foi utilizada com o objetivo de potencializar o engajamento e o interesse dos estudantes na resolução de problemas envolvendo o volume dos corpos redondos. De acordo com Oliveira e Silva (2022) a gamificação, quando bem estruturada, atua como catalisadora da motivação intrínseca, promovendo o envolvimento ativo do estudante e favorecendo o desenvolvimento de habilidades cognitivas e socioemocionais. Durante essa pesquisa, observou-se que os alunos apresentaram maior persistência e entusiasmo ao resolver as atividades gamificadas o que refletiu positivamente nas demais etapas do processo de Pólya. Houve uma melhora na elaboração do plano de resolução, na execução correta das fórmulas, e, sobretudo, na verificação dos resultados obtidos, etapa frequentemente negligenciada em abordagens tradicionais.

Assim, a articulação entre os materiais concretos e a gamificação, enquanto metodologias ativas, e o método de resolução de problemas de Pólya (2006) contribuiu para uma aprendizagem mais significativa, prática e reflexiva. As estratégias permitiram que os alunos deixassem de ser apenas receptores de conteúdo e passassem a ser participantes ativos no processo de construção do conhecimento geométrico, especialmente no que se refere ao volume dos corpos redondos.

Para a conclusão da discussão dos resultados, optou-se pela apresentação dos gráficos mais representativos dos objetivos desta pesquisa, de modo a ratificar a efetividade da intervenção pedagógica, evidenciando os avanços na aprendizagem dos estudantes e a percepção positiva dos alunos em relação às metodologias ativas adotadas.

O primeiro gráfico, figura 30, evidencia que, após a intervenção pedagógica, a maioria dos alunos apresentou um alto nível de aprendizagem do conteúdo trabalhado. Dos 35 estudantes participantes, 21 alunos (60,0%) aprenderam muito, indicando um avanço significativo na compreensão do conteúdo. Além disso, 10 alunos (28,6%) aprenderam parcialmente, demonstrando progresso, ainda que alguns conceitos necessitem de consolidação. Em menor proporção, 3 alunos (8,6%) aprenderam pouco, e apenas 1 aluno (2,8%) não aprendeu nada, importante ressaltar que esse estudante frequentou o primeiro e o último dia da intervenção. Esses resultados evidenciam que 88,6% dos estudantes apresentaram aprendizagem satisfatória (muito ou parcialmente), confirmando a efetividade da intervenção pedagógica no ensino do volume dos corpos redondos.

Figura 30 – Nível de aprendizagem dos alunos após a intervenção pedagógica



Fonte: Autoria própria (2025)

Os resultados foram obtidos através da correção dos desafios “Racha Cuca” e “Cérebro em Ação”, e da análise das informações obtidas do feedback, que consta no Apêndice G, dessa dissertação.

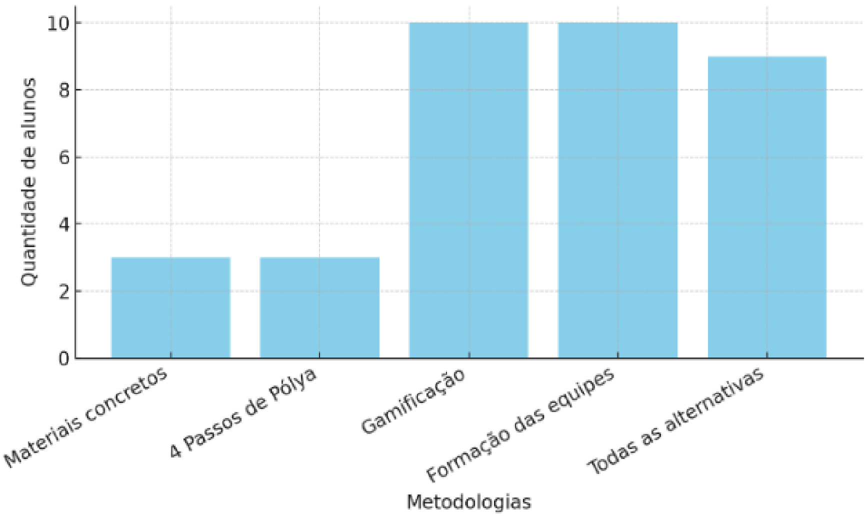
O segundo gráfico, figura 31, apresenta a preferência dos alunos em relação às metodologias utilizadas durante a intervenção, a partir do feedback, no Apêndice G, dessa dissertação.

Dos 35 alunos participantes, 10 estudantes (28,6%) indicaram a gamificação como a metodologia de maior preferência, destacando o caráter lúdico, os desafios propostos e o sistema de pontuação como fatores motivadores para a aprendizagem. De forma equivalente, 10 alunos (28,6%) apontaram a formação das equipes como a estratégia que mais apreciaram, evidenciando a relevância do trabalho colaborativo para a troca de conhecimentos, o apoio entre pares e o desenvolvimento da autonomia.

Além disso, 9 alunos (25,7%) afirmaram ter gostado de todas as alternativas, o que demonstra que a articulação entre gamificação, trabalho em equipe, materiais concretos e os quatro passos de Pólya potencializou o processo de ensino e aprendizagem, tornando-o mais dinâmico e significativo.

Em contrapartida, apenas 3 alunos (8,6%) indicaram preferência exclusiva pelos materiais concretos, e outros 3 alunos (8,6%) destacaram os quatro passos de Pólya como metodologia favorita.

Figura 31–Preferências dos alunos em relação às metodologias utilizadas durante a intervenção.



Fonte: Autoria própria (2025)

Esses dados sugerem que, embora tais estratégias sejam pedagogicamente relevantes, quando utilizadas de forma isolada apresentam menor atratividade para os estudantes, no entanto seu impacto é ampliado quando integradas a abordagens mais interativas e motivacionais.

De forma articulada, a análise dos dois gráficos demonstra que o alto nível de aprendizagem alcançado está diretamente relacionado à aceitação e ao engajamento dos alunos com as metodologias propostas**.** A combinação entre gamificação, trabalho em equipe, materiais concretos e resolução de problemas, fundamentada nos quatro passos de Pólya, mostrou-se eficaz para promover uma aprendizagem mais significativa, ativa e alinhada às demandas do Ensino Médio e às competências exigidas pelo ENEM.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONTINUIDADE

A presente dissertação teve como objetivo investigar como a utilização de metodologias ativas, especialmente o uso de materiais concretos e a gamificação, aliadas ao método de resolução de problemas proposto por Pólya, podem contribuir para a compreensão do volume dos corpos redondos no ensino de geometria espacial. A pesquisa foi desenvolvida com a turma 321 da Escola Nancy Nina da Costa, envolvendo atividades práticas e reflexivas que buscavam promover uma aprendizagem mais significativa e participativa.

Os resultados observados ao longo da aplicação evidenciaram avanços importantes na compreensão dos conceitos relacionados aos corpos redondos. Os estudantes demonstraram maior envolvimento nas aulas, facilidade em visualizar e interpretar os elementos dos sólidos geométricos, além de maior segurança ao realizar os cálculos de volume. A presença dos materiais concretos foi essencial para que os alunos superassem as dificuldades de abstração, característica comum nesse conteúdo. A manipulação direta dos modelos físicos permitiu uma aproximação entre teoria e prática, contribuindo para a internalização dos conceitos matemáticos.

A gamificação, por sua vez, foi responsável por despertar a motivação e o interesse dos estudantes, transformando a sala de aula em um espaço mais dinâmico e colaborativo. Os desafios matemáticos e as atividades em grupo favoreceram a troca de ideias e o desenvolvimento de estratégias, alinhando-se ao pensamento matemático defendido por Pólya (2006), que enfatiza a importância de ensinar a pensar por meio da resolução de problemas. Como destaca Dante (2021), proporcionar ao aluno situações em que ele possa refletir, testar hipóteses e corrigir seus próprios erros é essencial para o desenvolvimento de competências matemáticas consistentes.

Nesse contexto, a estratégia metodológica adotada nesta pesquisa mostrou-se promissora não apenas para o ensino do conteúdo em questão, mas também como uma estratégia mais ampla de desenvolvimento cognitivo e preparatório para avaliações externas, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). O ENEM, ao priorizar a resolução de problemas contextualizados e o uso da matemática em situações reais, exige dos alunos mais do que o domínio de fórmulas: requer interpretação, análise, raciocínio lógico e argumentação. Portanto, a abordagem utilizada nesta dissertação está em sintonia com as competências exigidas pelo exame, representando uma alternativa eficaz para melhorar o desempenho dos estudantes.

Diante dos resultados obtidos, conclui-se que a articulação entre materiais concretos, gamificação e resolução de problemas deve ser incentivada no planejamento pedagógico das aulas de matemática, sobretudo em conteúdos tradicionalmente considerados abstratos. Essa integração favorece uma aprendizagem ativa e reflexiva, além de desenvolver nos alunos competências essenciais para sua formação acadêmica e cidadã.

Com base nos resultados e reflexões desta pesquisa, propõem-se as seguintes propostas de continuidade dessa pesquisa:

1. Ampliação do uso de metodologias ativas no ensino da matemática: Recomenda-se que as escolas incorporem, de forma sistemática e planejada, estratégias como o uso de materiais concretos, jogos educativos e gamificação em outros níveis de ensino como no fundamental I e II.
2. Valorização da resolução de problemas como eixo estruturante do ensino: O método de Pólya pode ser utilizado não apenas em conteúdos geométricos, mas em toda a matemática escolar. Propor problemas contextualizados, incentivar a formulação de estratégias próprias e promover a análise de soluções deve fazer parte da rotina das aulas.
3. Aprimoramento da formação docente: é fundamental que os professores recebam formação continuada voltada ao uso de metodologias ativas, à criação e adaptação de materiais didáticos acessíveis, e ao desenvolvimento de práticas pedagógicas que estimulem o pensamento crítico e a autonomia dos alunos.
4. Articulação com as competências exigidas pelo ENEM: as escolas devem alinhar suas práticas pedagógicas às habilidades previstas na matriz de referência do ENEM, desenvolvendo atividades que envolvam interpretação, raciocínio lógico, argumentação e aplicação de conceitos matemáticos a situações cotidianas.
5. Investimento em recursos didáticos acessíveis e criativos: a confecção de sólidos geométricos com materiais de baixo custo (como papel, EVA, madeira, cola, tesoura) é uma alternativa viável e eficaz para tornar o ensino mais concreto e interativo.
6. Estímulo à pesquisa-ação no cotidiano escolar: sugere-se que professores desenvolvam pequenas investigações em sala de aula, aplicando metodologias ativas e a resolução de problemas baseado em Pólya e analisando seus impactos no desempenho e no engajamento dos alunos.
7. Integração com outras áreas do conhecimento: propostas interdisciplinares envolvendo física, artes, educação física e tecnologia podem enriquecer o trabalho com geometria

espacial, mostrando aos alunos a aplicabilidade dos conceitos em diversas situações da vida real.

8. Fomento à cultura avaliativa reflexiva: as avaliações devem considerar não apenas os resultados finais, mas também os processos desenvolvidos pelos alunos, incentivando a metacognição, a justificativa de estratégias e a autoavaliação como parte do aprendizado.
9. Criação de um banco de práticas bem-sucedidas: sugere-se que as redes de ensino e escolas criem espaços colaborativos para registro e compartilhamento de experiências pedagógicas eficazes, como as realizadas nesta dissertação, promovendo o intercâmbio de ideias entre docentes.
10. Investimento em laboratórios de tecnologia e pesquisa nas escolas públicas do Estado do Amapá: a disponibilização de ambientes adequados e equipados pode favorecer o uso de metodologias ativas, recursos didáticos concretos e tecnológicos, bem como o desenvolvimento de práticas investigativas que contribuam para a compreensão dos conceitos matemáticos, especialmente no âmbito da Geometria Espacial.

Por fim, destaca-se que a transformação do ensino da Matemática passa, necessariamente, pela valorização do estudante como sujeito ativo do processo educativo. O uso de recursos didáticos concretos, articulado a metodologias que incentivam a investigação, a resolução de problemas e a participação ativa, contribui para tornar a aprendizagem mais próxima da realidade dos alunos, acessível e, sobretudo, significativa. Nesse sentido, compreende-se que o ensino da Matemática pode e deve ser ressignificado por meio de práticas pedagógicas que promovam a autonomia discente e o protagonismo do aluno em sua própria aprendizagem. Dessa forma, torna-se possível não apenas melhorar o desempenho em avaliações externas, como o ENEM, mas também formar sujeitos mais críticos, criativos e preparados para os desafios da sociedade contemporânea.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, E. E. de; et al. A geometria espacial no ENEM: uma proposta de estudo através da teoria da aprendizagem significativa. *Research, Society and Development*, v. 11, n. 10, p. e94111032109, 2022

ANDERSON, R. E.; SMITH, M. A. Aprendizagem ativa no ensino superior. *Revista de Psicologia Educacional*, v. 115, n. 3, p. 345-360, 2023.

ARAÚJO, S. M.; BARRETO, G. R. L. Abordagens interdisciplinares no ENEM: implicações para o ensino de matemática. *Revista Contextos da Educação*, v. 18, n. 49, p. 125–141, 2023.

AUSUBEL, David Paul. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. *Psicologia educacional: um ponto de vista cognitivo*. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BOYER, Carl B. *História da Matemática.* Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1974

BRASIL. *Constituição (1988). Constituição da República Federativa do Brasil*. Brasília, DF: Senado Federal, 1988

BRASIL. Ministério da Educação. *Minuta Parecer Enem*, Comissão Bicameral de Avaliação da Educação Básica, de novembro de 2021. Brasília, DF: MEC, 2021c. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/novembro-2021-pdf/227221-proposta-de-recomendacoes-ao-novo-enem/file. Acesso em: 14 jan. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros de atualização do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM*. Brasília, DF: MEC, 2022. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/novoensinomedio/pdfs/Parmetrosnovo_enem2022_compressed1.pdf. Acesso em: 14 jan. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. *Pé-de-Meia — Ministério da Educação - Portal Gov.br*. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/pe-de-meia. Acesso em: 6 jun. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. *Uma concepção para o ensino médio*. Disponível em: https://portal.mec.gov.br/expansao-da-rede-federal?id=13561. Acesso em: 6 jun. 2025.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *SISU: Sistema de Seleção Unificada*. Brasília: INEP, 2020. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem. Acesso em: 15 ago. 2025.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Relatório pedagógico: Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2009-2010*. Brasília, DF: INEP, 2011.

CAMPOS, A. K. de; CRUZ, P. H. C. A. de; ALBUQUERQUE, R. M. *Geometria espacial – volume*. Itapetininga: Cursinho Popular IFSP, 2021.

CARVALHO, J. M. A.; LOTTA, G.; BAUER, M. Análise sobre os efeitos da concomitância de ambiguidades, heterogeneidades e desigualdades na implementação de políticas públicas em nível subnacional. In: PALOTTI, P.; LICIO, E. C.; GOMES, S.; SEGATTO, C. I.; SILVA, A. L. N. (org.). *E os Estados? Federalismo, relações intergovernamentais e políticas públicas no Brasil contemporâneo*. 1. ed. Rio de Janeiro: IPEA, 2023. p. 557-577.

CARVALHO, P. M. Evolução e impacto do ENEM no acesso ao ensino superior no Brasil. *Revista de Educação e Sociedade*, v. 29, n. 1, p. 45-59, 2021.

COSTA, Adriana Cristina; BORUCHOVITCH, Evely. *Autorregulação da aprendizagem e metacognição: fundamentos e práticas educacionais*. Campinas: Papirus, 2021.

COSTA, J. A.; MEIRELES, M. C. Geometria no ENEM: análise das habilidades cognitivas envolvidas. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 11, n. 3, p. 90-105, 2020.

COSTA, J. F.; MENDES, R. L.; RIBEIRO, S. F. *Ensino de matemática: práticas e reflexões para a sala de aula.* Belo Horizonte: Foco Acadêmico, 2021

COSTA, A. L.; RIBEIRO, M. S. *Aprendizagem significativa e matemática: reflexões para a prática docente*. Porto Alegre: Penso, 2023

COSTA, Ricardo M. *Geometria Espacial e suas Aplicações*. São Paulo: Editora Matemática Avançada, 2022.

COSTA, R.; LIMA, A. *Ensino Médio e o Novo Enem: Desafios e Perspectivas.* Brasília: MEC, 2022.

COTRIM, M. T.; SILVA, M. S. Materiais concretos no ensino de volume sólidos tridimensionais. *Seminário Interdisciplinar em Ensino, Extensão e Pesquisa*, v. 6, 2025. Disponível em: https://www.revistas.uneb.br/index.php/sieep/article/view/23545. Acesso em: 3 jun. 2025.

CURY, Carlos Roberto Jamil; BEDRAN, Maria Ignez Saad; SALGADO, Maria Umbelina Caiafa. *A profissionalização do ensino na Lei nº 5.692/71*. Brasília: INEP, 1982.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017. v. 2.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: Contexto & Aplicações*. Volume único. São Paulo: Ática, 2021.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto & aplicações*. 2. ed. São Paulo: Ática, 2021.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. 3. ed. São Paulo: Ática, 2021.

DANTE, Luiz. Roberto. *Matemática: Contexto & Aplicações – Volume único*. 3. ed. reform. e atual. São Paulo: Ática, 2022.

DEWEY, John. *Democracia e educação*. São Paulo: Nacional, 1959. (Obra original de 1916).

DEWEY, John. *Experiência e Educação.* New York: Macmillan, 1938.

FERREIRA, Lúcia S.; ALMEIDA, Pedro H. *Matemática Moderna: Geometria e Raciocínio Espacial*. Rio de Janeiro: Editora Ciência e Ensino, 2021.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. *Reflexões sobre a prática de ensino de matemática: processos colaborativos de formação*. Campinas, SP: Autores Associados, 2020.

FRANÇA, Halina dos Santos; DAL MORO, Guilherme Andre; LEITE, Álvaro Emílio; GISI, Maria Lourdes. Enem nos últimos 10 anos: Exame Nacional de qual Ensino Médio*?* Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, Araraquara, v. 19, n. 00, e024134, 2024. e-ISSN: 1982-5587. DOI: https://doi.org/10.21723/riaee.v19i00.19004. Acesso em: 8 jun. 2025.

FREEMAN, S. et al. Aprendizagem ativa aumenta o desempenho dos estudantes em ciência, engenharia e matemática. *Anais da Academia Nacional de Ciências*, v. 111, n. 23, p. 8410–8415, 2020.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. 67. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2021

GARDNER, Howard. *Inteligências múltiplas: a teoria na prática*. Porto Alegre: Artmed, 1995.

GONZÁLEZ, Fredy Enrique. Como desenvolver aulas de Matemática centradas na resolução de problemas. *REMATEC*, Belém, v. 19, n. 52, p. e2024002, 2024. DOI: https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n52.e2024002.id729. Acesso em: 3 jun. 2025.

JOHNSON, D. W.; JOHNSON, R. T.; SMITH, K. A. *Aprendizagem ativa: cooperação na sala de aula universitária*. 4. ed. Edina: Interaction Book Company, 2023.

KAPP, K. M. *Gamificação na aprendizagem e na instrução: métodos e estratégias baseados em jogos para treinamento e educação*. New York: Wiley, 2024.

LESTER, Frank; LAMBDIN, David. *A aprendizagem da Matemática.* Boston: Allyn & Bacon, 2004.

LIMA, R. *A Geometria no Ensino Médio Brasileiro: abordagens e metodologias*. Campinas: Editora do Instituto de Matemática, 2023.

LORENZATO, Sergio. *Laboratório de ensino de matemática: lugar de formação de professores*. 5. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2020.

MATOS, M. A.; LIMA, T. R. Ensino da matemática e desigualdades educacionais: entre a tradição e a inovação. *Revista de Educação Matemática e Práticas Interdisciplinares*, v. 7, n. 2, p. 112–130, 2020.

MARTINS, G. F.; FERREIRA, C. R. *Jogos e desenvolvimento cognitivo no ensino de matemática*. Belo Horizonte: Fino Traço, 2024.

MOURA, A. L.; LOPES, C. R. Desafios no ensino da geometria espacial: contribuições para o desenvolvimento do raciocínio espacial. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 12, n. 2, p. 45-61, 2021.

MOURA, D. Interdisciplinaridade e o Ensino de Matemática: teoria e prática. *Educação Matemática em Revista*, v. 42, n. 5, p. 221-239, 2022.

MORAN, J. *Metodologias Ativas para uma Educação Inovadora*. São Paulo: Papirus, 2023.

MUNIZ NETO, Antônio Caminha. *Geometria*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2022

MUNIZ, Cícero Cristóvão. *Geometria para o ensino básico: práticas e reflexões*. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

OBSERVATÓRIO DO CONHECIMENTO. Estudo revela aumento das desigualdades sociais na participação do Enem. *Observatório do Conhecimento*, 7 jun. 2023. Disponível em: https://observatoriodoconhecimento.org.br/estudo-revela-aumento-das-desigualdades-sociais-na-participacao-do-enem/. Acesso em: 6 jun. 2025.

OLIVEIRA, L. F. A contribuição de metodologias inovadoras para a construção do conhecimento matemático do educando nos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista Velho Chico*, v. 1, n. 1, p. 72–87, 2021. Disponível em: http://tvc.lapa.ifbaiano.edu.br/ojs/index.php/rvc/article/view/34. Acesso em: 3 jun. 2025.

OLIVEIRA, Mariana da Silva; SILVA, Tatiane Fernandes da. Gamificação e aprendizagem matemática no ensino fundamental. *Revista Educação em Foco*, v. 25, n. 2, p. 115–132, 2022.

ONUCHIC, José Carlos; ALLEVATO, Norberto Teixeira. *Educação matemática e resolução de problemas: fundamentos e práticas*. Campinas: Autores Associados, 2020.

PASQUALI, Luiz. *TRI – Teoria de resposta ao item: teoria, procedimentos e aplicações*. Curitiba: Editora Appris, 2020.

PEREIRA, A. C.; SANTOS, M. R.; LIMA, T. F. Estratégias para o ensino de Matemática: aplicando o método de Pólya na resolução de problemas. *Revista Brasileira de Educação Matemática*, v. 30, n. 65, p. 55-72, 2022

PEREIRA, H.; SANTOS, L. *Universalização e Qualidade no Ensino Médio: um novo paradigma*. Florianópolis: Editora Transformações Educacionais, 2022.

PEREIRA, T. de L. N. *O uso do software GeoGebra em uma escola pública: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio.* 2002. 122 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2002.

PIAGET, Jean. *A epistemologia genética*. São Paulo: Abril Cultural, 1975.

PÓLYA, George. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1975.

PÓLYA, George. *A arte de resolver problemas*. São Paulo: Cultrix, 2006.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigar e aprender matemática: uma abordagem centrada na resolução de problemas.* Belo Horizonte: Autêntica, 2021

REZENDE, Wilmar da Silva; BORBA, Marcelo de Carvalho. *Tecnologias digitais e resolução de problemas em matemática*. São Paulo: Livraria da Física, 2021

RIBEIRO, A. F.; SILVA, M. J. Desafios no ensino de geometria espacial: uma análise das dificuldades na aprendizagem dos sólidos de revolução. *Revista Brasileira de Educação Matemática*, v. 30, n. 58, p. 77–95, 2022.

RODRIGUES, A.; PIRES, N. Avaliação para além do conteúdo: o papel do ENEM na educação brasileira. *Estudos em Avaliação Educacional*, v. 35, n. 1, p. 117-132, 2025.

SANTOS, A.; SILVA, B. A importância da avaliação diagnóstica no processo de ensino-aprendizagem. *Revista Brasileira de Educação*, v. 27, n. 1, p. 45–60, 2022.

SANTOS, D. P.; LIMA, J. V. A resolução de problemas geométricos no ENEM: uma análise das competências exigidas. *Revista Educação e Fronteiras*, v. 10, n. 29, p. 112-129, 2021.

SANTOS, L.; ALMEIDA, R. Ensino híbrido: uma nova abordagem para a educação do século XXI. *Jornal de Educação e Tecnologia*, v. 15, n. 4, p. 112–126, 2020.

SANTOS, M. E.; FERREIRA, L. C.; ALMEIDA, P. R. *Resolução de problemas e desenvolvimento do pensamento matemático*. São Paulo: Editora Contexto, 2023.

SANTOS, S. R. F.; SILVA, L. N.; RESENDE, L. M. M.; PILATTI, L. A. Aprendizagem baseada em projetos na educação básica: revisão sistemática da literatura. *Caderno Pedagógico*, v. 21, n. 3, p. e3395, 2024. DOI: https://doi.org/ 10.54033/cadpedv21n3-186.

SCHOENFELD, Alan H. *Resolução de Problemas Matemáticos.* Orlando: Academic Press, 1985.

SILVA, J. *O ensino médio no Brasil: história e perspectivas*. Rio de Janeiro: Editora Educação Brasileira, 2021.

SILVA, M. A.; LIMA, R. F.; SOUZA, T. P. *Metodologias ativas e a resolução de problemas na educação matemática*. São Paulo: Editora Educação Moderna, 2022

SILVA, R. P.; OLIVEIRA, M. C.; MARTINS, L. F. Resolução de Problemas e a Aplicação de Fórmulas no Ensino de Matemática. *Revista de Educação Matemática e Práticas Pedagógicas*, v. 11, n. 2, p. 45-60, 2023.

SILVA, T.; GOMES, L. *Transformações e Desafios do ENEM: uma análise contemporânea*. Recife: Editora Nordeste Educacional, 2021.

SILVA, T. M.; MOURA, D. R. *Metodologias ativas no ensino de matemática: práticas que transformam*. São Paulo: Autêntica, 2022.

SILVANY, M. A. et al. A eficácia da aprendizagem baseada em problemas no ensino superior. *Caderno Pedagógico*, v. 21, n. 5, p. e4294, maio 2024. DOI: 10.54033/cadpedv21n5-111.

SOUSA, A. et al. Gamificação na Educação: Um Estudo Sistemático da Literatura. In: Congresso Brasileiro de Informática na Educação, 2020, Online. *Anais do Congresso Brasileiro de Informática na Educação*. S.I: [s. n.], 2020. p. 8-17.

SOUZA, V. T.; COSTA, M. J. Leitura e interpretação de figuras geométricas no ENEM: desafios da Matemática aplicada. *Educar em Revista*, Curitiba, v. 37, n. 2, p. 90–100, 2021.

STOODI. Como funciona o ENEM. Disponível em: https://blog.stoodi.com.br/guias/enem/como-funciona-o-enem/. Acesso em: 6 jun. 2025

TEIXEIRA, A. C.; NUNES, L. M. Análise das competências envolvidas em questões de volume no ENEM: um estudo estatístico. Revista Brasileira de Ensino de Matemática, v. 30, n. 2, p. 45-63, 2025.

THIOLLENT, Michel. Metodologia da pesquisa-ação. 19. ed. São Paulo: Cortez, 2022.

THIOLLENT, M.; SCHNEIDER, J.; VIEIRA, M. L. *Metodologia da pesquisa-ação nas práticas educacionais: fundamentos e aplicações*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2022.

VASCONCELOS, M. L. M.; SOUSA, A. C. G. de; COSTA, K. L. Metodologias ativas em aulas de matemática: caracterização de normatizações curriculares e didáticas para o ensino médio público cearense. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, v. 11, n. 31, p. 1–16, 2024. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/11112. Acesso em: 3 jun. 2025.

VYGOTSKY, Lev S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

WOOD, J.; CAMPBELL, C. Superando desafios na implementação de metodologias ativas. *Ensino e Formação de Professores*, v. 95, n. 9, p. 103–115, 2024.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Consentimento

PROFMAT

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Você está sendo convidado/a para participar como voluntário/a de uma pesquisa que é requisito para a conclusão do curso do Mestrado Profissional em Matemática -PROFMAT. Possui vínculo com a Universidade Federal do Amapá/UNIFAP, sendo a pesquisadora principal a mestranda Profª Soyan Patrícia Ferreira Mendes sob orientação da Profª Simone de Almeida Delphim Leal. Após receber os esclarecimentos e as informações para participação na referida pesquisa, e aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento.

A pesquisa será desenvolvida na Escola Nancy Nina Costa, no Município de Macapá – Ap, localizada na Av. Inspetor Aimorés, 1331- Zerão, nos dias 8, 14, 21, 22, 28 e 29 de maio de 2025.

Em caso de dúvida sobre a pesquisa ou desistência em qualquer momento, basta que entre em contato com a pesquisadora Soyan Patrícia Ferreira Mendes, pelo contato (96) 99149 0287, anunciando sua decisão.

Local e data:____

Assinatura do/a participante:____________________________________

APÊNDICE B – Questionário aplicado aos alunos

PROFMAT

Aluno (a):_________________________________Idade:_________ sexo: M ( ) F( )

Avaliação Diagnóstica

1) Você já ouviu falar em metodologias ativas: resolução de problemas e gamificação?
   a) Sim
   b) Não

2) Já participou de alguma competição envolvendo a Matemática?
   a) Sim
   b) Não

3) Você já teve aula de volume dos corpos redondos?
   a) Sim
   b) Não

4) Você acha interessante estudar o volume dos corpos redondos para a prova do Enem?

a) Sim

b) Não

5) Observe os objetos abaixo e circule aqueles que você considera serem corpos redondos.

6) Escreva o nome de pelo menos três objetos que encontramos no nosso dia a dia e que tem a forma de um corpo redondo:

____

7) Consegue identificar um cone, um cilindro e uma esfera?
   a) Sim b)Não

8) Leia as afirmações abaixo e marque (V) para verdadeiro e (F) para falso.

a) ( ) A esfera rola em qualquer direção.

b) ( ) O cilindro tem apenas uma base circular.

c) ( ) O cone possui uma ponta chamada vértice.

d) ( ) Todos os corpos redondos têm superfícies planas.

APÊNDICE C – Roteiro de Atividades Desafio: Cérebro em Ação

Desafio: Cérebro em Ação.

Equipe:______________________________

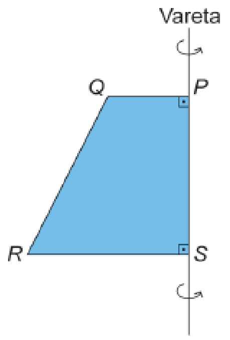
1(ENEM- 2024)

QUESTÃO 171

Para obter um sólido de revolução (rotação de 360° em torno de um eixo fixo), uma professora realizou as seguintes etapas:

- recortou o trapézio retângulo *PQRS* de um material rígido;
- afixou o lado *PS* do trapézio em uma vareta fixa retilínea (eixo de rotação);
- girou o trapézio 360° em torno da vareta e obteve um sólido de revolução.

Observe a figura que apresenta o trapézio afixado na vareta e o sentido de giro.



O sólido obtido foi um(a)

A cone.
B cilindro.
C pirâmide.
D tronco de cone.
E tronco de pirâmide.

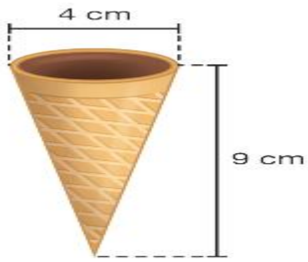
1ºPasso:____
____
____

2ºPasso:____
____
____

3ºPasso:____
____
____

4ºPasso:____
____
____

2) Márcia vende cones trufados de chocolate. O preparo dessa sobremesa consiste em rechear casquinhas cônicas de sorvete com massa a base de chocolate e creme de leite até a borda. O diâmetro interno da base de cada casquinha utilizada por Márcia tem 4 cm e sua altura interna mede 9 cm. Quantos litros, aproximadamente, da massa de recheio ela vai usar para preparar 85 cones trufados? Considere $\pi=3$



A) 1l
B) 2l
C) 3l
D) 4l
E) 6l

1ºPasso:____

2ºPasso:____

3ºPasso:____

4ºPasso:____

3)(Enem 2022) Peças metálicas de aeronaves abandonadas em aeroportos serão recicladas. Uma dessas peças é maciça e tem o formato cilíndrico, com a medida do raio da base igual a 4 cm e a da altura igual a 50 cm. Ela será derretida, e o volume de metal resultante será utilizado para a fabricação de esferas maciças com diâmetro de 1 cm, a serem usadas para confeccionar rolamentos. Para estimar a quantidade de esferas que poderão ser produzidas a partir de cada uma das peças cilíndricas, admite-se que não ocorre perda de material durante o processo de derretimento. Quantas dessas esferas poderão ser obtidas a partir de cada peça cilíndrica?

A) 800
B) 1200
C) 2400
D) 4800
E) 6400

1ºPasso:____

2ºPasso:____

3ºPasso:____
____
____

4ºPasso:____
____
____

4) (Enem 2015) Para resolver o problema de abastecimento de água foi decidida, numa reunião do condomínio, a construção de uma nova cisterna. A cisterna atual tem formato cilíndrico, com 3 m de altura e 2 m de diâmetro, e estimou-se que a nova cisterna deverá comportar 81 m^3 de água, mantendo o formato cilíndrico e a altura atual. Após a inauguração da nova cisterna a antiga será desativada. Utilize 3,0 como aproximação para π. Qual deve ser o aumento, em metros, no raio da cisterna para atingir o volume desejado?

a) 0,5
b) 1,0
c) 2,0
d) 3,5
e) 8,0

1ºPasso:____
____
____

2ºPasso:____
____
____

3ºPasso:____
____
____

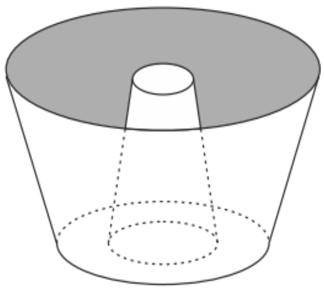
4ºPasso:____
____
____

APÊNDICE D – Roteiro de Atividades “Desafio Racha Cuca”

Desafio: Racha Cuca.

Equipe:______________________________

1) (ENEM-2013) Uma cozinheira, especialista em fazer bolos, utiliza uma forma no formato representado na figura:



Nela identifica-se a representação de duas figuras geométricas tridimensionais. Essas figuras são:

A) um tronco de cone e um cilindro.
B) um cone e um cilindro.
C) um tronco de pirâmide e um cilindro.
D) dois troncos de cone.
E) dois cilindros.

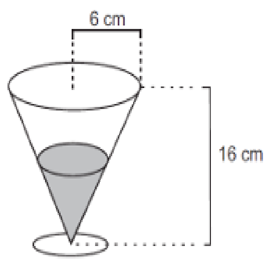
1ºPasso:______________________________

2ºPasso:______________________________

3ºPasso:______________________________

4ºPasso:______________________________

2) Uma taça com 6 cm de raio da base e 16 cm de altura, como da figura abaixo, estava totalmente cheia de suco. Júlia tomou 75% desse suco. O volume de suco que restou na taça é, aproximadamente, de?



a) 36π cm³
b) 48π cm³
c) 56π cm³
d) 72π cm³
e) 144π cm³

1ºPasso:____

2ºPasso:____

3ºPasso:____

4ºPasso:____

3) (ENEM - 2022) Uma cozinheira produz docinhos especiais por encomenda. Usando uma receita-base de massa, ela prepara uma porção, com a qual produz 50 docinhos maciços de formato esférico, com 2 cm de diâmetro. Um cliente encomenda 150 desses docinhos, mas pede que cada um tenha formato esférico com 4 cm de diâmetro. A cozinheira pretende preparar o número exato de porções da receita-base de massa necessário para produzir os docinhos dessa encomenda. Quantas porções da receita-base de massa ela deve preparar para atender esse cliente?

A) 2
B) 3
C) 6
D) 12
E) 24

1ºPasso:____

2ºPasso:____

3ºPasso:____

4ºPasso:____

4) ENEM (2023)

QUESTÃO 146

A foto mostra a construção de uma cisterna destinada ao armazenamento de água. Uma cisterna como essa, na forma de cilindro circular reto com 3 m² de área da base, foi abastecida por um curso-d'água com vazão constante. O seu proprietário registrou a altura do nível da água no interior da cisterna durante o abastecimento em diferentes momentos de um mesmo dia, conforme o quadro.

Horário (h)	Nível da água (m)
6:00	0,5
8:00	1,1
12:00	2,3
15:00	3,2

Disponível em: www.paraibamix.com. Acesso em: 3 dez. 2012.

Qual foi a vazão, em metro cúbico por hora, do curso-d'água que abasteceu a cisterna?

Ⓐ 0,3
Ⓑ 0,5
Ⓒ 0,9
Ⓓ 1,8
Ⓔ 2,7

1ºPasso:____

____

____

2ºPasso:____

____

____

3ºPasso:____

____

____

4ºPasso:____

____

____

APÊNDICE E – Caça Palavras

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

QUIZZ :Responda as perguntas e encontre-as no caça palavras:

A	F	Z	K	M	C	V	E	R	T	I	C	E	O	P
C	T	S	R	N	A	O	X	Y	Z	A	S	R	N	Q
D	R	Q	I	O	A	W	N	E	D	B	T	I	J	K
W	S	T	J	L	K	X	V	E	F	B	H	U	M	L
X	S	U	N	U	L	Y	A	B	G	C	E	F	F	G
Z	Y	V	O	C	M	Z	C	D	D	U	A	S	H	I
E	S	J	P	R	J	B	A	T	S	R	Q	J	E	A
Z	C	U	I	I	K	C	Z	U	L	I	H	K	D	B
E	I	I	C	C	L	D	Y	V	M	J	G	L	C	B
N	L	A	U	S	M	E	X	W	N	K	D	M	C	E
O	I	R	U	T	N	C	I	L	I	N	D	R	O	S
S	F	M	Z	V	O	F	T	X	P	O	F	N	F	F
C	D	C	A	W	P	G	U	Y	P	Q	F	O	G	E
D	N	C	B	X	Q	H	V	Z	R	S	E	P	H	R
R	A	I	O	Y	R	I	W	A	B	C	D	P	I	A

1) O segmento de reta que liga o centro da esfera a qualquer ponto na superfície é chamado de? ______________________

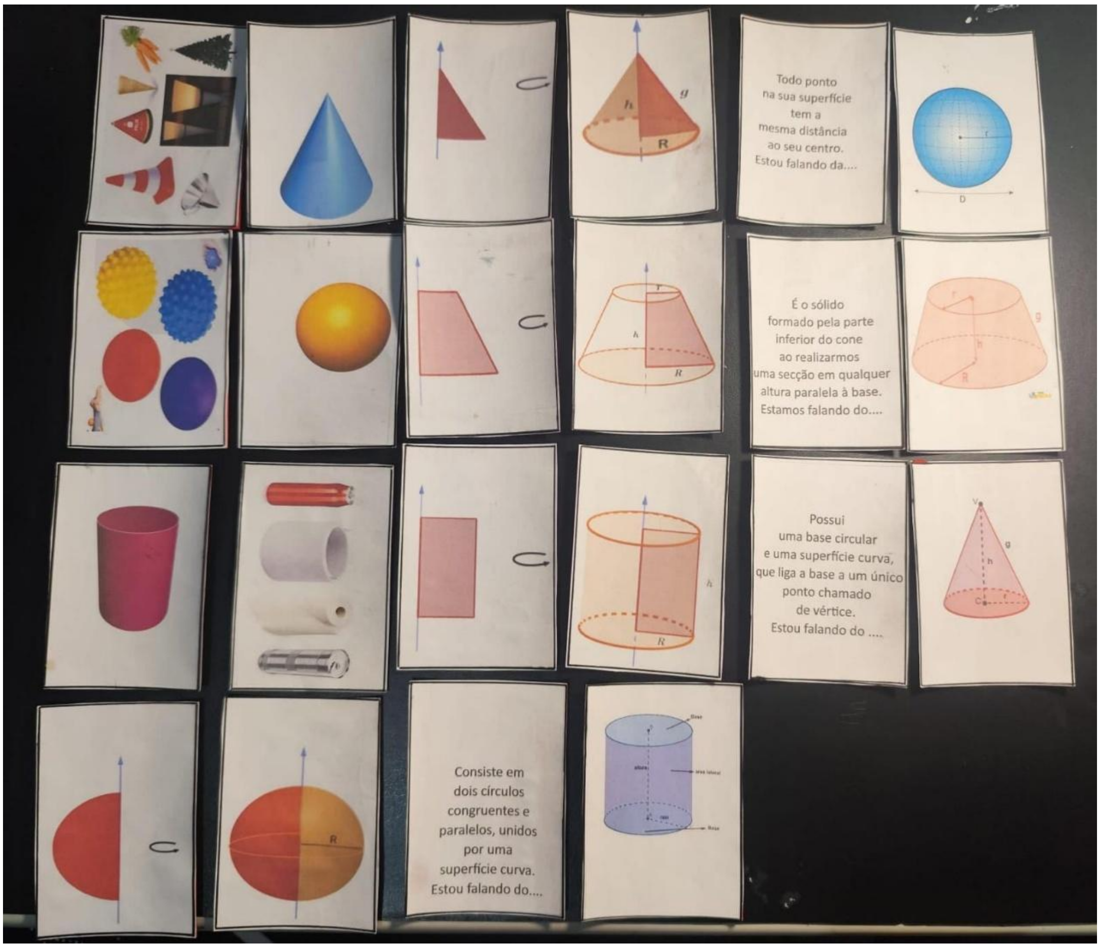
2) Um extintor de incêndio lembra que corpo redondo? __________________________

3) Uma casquina de sorvete lembra que corpo redondo? ________________________

4) Podemos dizer que uma bola de futebol é uma? _____________________________

5) Complete: Um cone é formado por uma base circular, uma superfície arredondada e um único________________________

APÊNDICE F- JOGO DE RELAÇÃO



APÊNDICE G – FEEDBACK

Agradecemos sua participação nesta intervenção. Gostaríamos do seu feedback!
1.Considerando a didática do professor e a metodologia utilizada, qual sua avaliação da oficina?
a) Excelente
b) Boa.
c) Regular
d) Ruim

2.Você já teve alguma aula de utilizando essa metodologia?
a) Sim
b) Não

3.O que você mais gostou nas aulas de volume dos corpos redondos?
a) Montar os materiais concretos.
b) Resolução de problemas usando o método de Pólya.
c) Parte da gamificação (missões, pontos)
d) Trabalhar em equipe.
e) Todas as anteriores.

5) Você achou fácil ou difícil resolver os desafios e simulados, utilizando o passo a passo de Pólya?
a) Muito fácil.
b) Fácil.
c) Difícil.
d) Muito difícil.

4.Você acha que o método passo a passo de Pólya pode ajudar em outras matérias?
a) Sim
b) Não
c) Não sei

5.Qual dessas habilidades você acha que método de Pólya pode desenvolver em você?
a) Desenvolver um pensamento estruturado.
b) Ser mais reflexivo e crítico diante dos desafios.
c) Melhorar o raciocínio matemático ou lógico.
d) Todas as anteriores

6.Você gostaria de participar de outras oficinas como essa?
a) Sim
b) Não
c) Talvez

7.Em sua opinião, o quanto você aprendeu sobre volume dos corpos redondos?
a) Aprendi bastante.
b) Aprendi um pouco.
c) Não aprendi nada.

Agradecemos seu feedback!