



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
PROFMAT
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

DERMEVAL ALVES DA COSTA JÚNIOR

EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: ANÁLISE
DA PRECIFICAÇÃO ESTRATÉGICA NOS MODELOS DE MERCADO
COMPETITIVO ATRAVÉS DO JOGO DE BERTRAND

FORTALEZA

2025

DERMEVAL ALVES DA COSTA JÚNIOR

EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: ANÁLISE DA
PRECIFICAÇÃO ESTRATÉGICA NOS MODELOS DE MERCADO COMPETITIVO
ATRAVÉS DO JOGO DE BERTRAND

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Matemática. Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Esdras Soares de Medeiros Filho.

FORTALEZA

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Sistema de Bibliotecas
Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- C871e Costa Júnior, Dermeval Alves da.
Educação financeira na educação de jovens e adultos: análise da precificação estratégica nos modelos de mercado competitivo através do jogo de Bertrand. / Dermeval Alves da Costa Júnior. – 2025.
53 f. : il. color.
- Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Fortaleza, 2025.
Orientação: Prof. Dr. Esdras Soares de Medeiros Filho.
1. Educação financeira. 2. Educação de jovens e adultos. 3. Modelo de Bertrand. 4. Jogos educativos. I.
Título.

CDD 510

DERMEVAL ALVES DA COSTA JÚNIOR

EDUCAÇÃO FINANCEIRA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: ANÁLISE DA
PRECIFICAÇÃO ESTRATÉGICA NOS MODELOS DE MERCADO COMPETITIVO
ATRAVÉS DO JOGO DE BERTRAND

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional do Centro de Ciências da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Matemática. Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Aprovada em: 01/08/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Esdras Soares de Medeiros Filho (Orientador)
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Marcelo Ferreira de Melo
Universidade Federal do Ceará (UFC)

Prof. Dr. Valberto Rômulo Feitosa Pereira
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE)

A Deus, a minha esposa Angélica, aos meus pais, meus irmãos, aos meus amigos que acreditaram em mim.

AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte de toda sabedoria, por me conceder força, discernimento e serenidade ao longo desta jornada acadêmica. Sem sua graça e misericórdia, este trabalho não teria sido possível.

À minha esposa Angélica Costa Soares, companheira incansável, pelo amor, paciência, incentivo constante e por acreditar em mim mesmo nos momentos difíceis. Sua presença foi essencial em cada etapa deste trabalho.

Aos meus pais Dermeval Alves da Costa e Maria Rosineide Santos da Costa, pelo exemplo de dignidade, esforço e honestidade, e por sempre me ensinarem o valor do estudo e da perseverança.

Aos meus irmãos Vânia Plácido da Costa, Edivânio Plácido da Costa, Josivânia Santos da Costa e Clessivânia Santos da Costa, pelo apoio, companheirismo e torcida silenciosa, que sempre me fortaleceram ao longo do caminho.

Aos colegas de curso de mestrado: Antônio Airton de Melo, Antônio Wesley de Brito, Bartolomeu Mamede Leite, Danrlley Almeida Maciel, Eduardo de Vasconcelos Martins, Elizeu Aguiar Silva, Francisco de Assis Paulo Lima, Francisco Erivaldo Cordeiro, Francisco Nairon Marques, Hedilando Vidal Araújo, Jhonatas Pereira do Nascimento, Raphael Gomes Vale, Thyago Teixeira Vasconcelos e Tulio Naama Guimaraes, com quem compartilhei desafios, aprendizados e conquistas. A convivência, as trocas de experiências e o apoio mútuo tornaram a caminhada mais leve e enriquecedora.

Aos professores do mestrado Dr. Antonio Caminha Muniz Neto, Dr. Frederico Vale Girão, Dr. Jonatan Floriano da Silva, Dr. José Alberto Duarte Maia, Dr. Marcelo Ferreira de Melo, Dr. Marcos Ferreira de Melo e em especial ao professor e meu orientador Dr. Esdras Soares de Medeiros Filho pela dedicação, pelo conhecimento compartilhado e por contribuírem com minha formação profissional e pessoal. A cada aula, orientação e palavra de incentivo, minha visão sobre a educação se ampliou.

A todos que amigos e colegas, em especial o professor José Luís Faustino de Sousa, que direta ou indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho, minha mais sincera gratidão.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção” (Freire, 1996, p. 25).

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de sequência didática voltada ao ensino de Educação Financeira na Educação de Jovens e Adultos (EJA), fundamentada no Modelo de Bertrand e estruturada a partir de um jogo de simulação econômica. O objetivo é promover a aprendizagem significativa de conceitos como precificação estratégica, lucro, concorrência e tomada de decisão, articulando a matemática financeira ao cotidiano dos estudantes, especialmente aqueles que atuam em contextos de microempreendedorismo ou comércio informal. A pesquisa, de natureza qualitativa e abordagem teórico-propositiva, fundamenta-se nos princípios da Educação Matemática Crítica e nos documentos oficiais da BNCC e das Diretrizes Curriculares da EJA. Os resultados indicam que o uso de jogos e metodologias ativas favorece a inclusão social e financeira, ampliando a autonomia e a participação crítica dos alunos em práticas econômicas reais.

Palavras-chave: educação financeira; educação de jovens e adultos; modelo de Bertrand; jogos educativos.

ABSTRACT

This work presents a didactic sequence designed for teaching Financial Education in Youth and Adult Education (YAE), based on the Bertrand Model and structured through an economic simulation game. The goal is to foster meaningful learning of concepts such as strategic pricing, profit, competition, and decision-making by connecting financial mathematics to students' everyday lives—especially those engaged in micro-entrepreneurship or informal commerce. This is a qualitative, theoretical-propositional study grounded in the principles of Critical Mathematics Education and official Brazilian educational guidelines (BNCC and EJA curriculum directives). Results suggest that the use of games and active methodologies promotes both social and financial inclusion, enhancing student autonomy and critical participation in real economic practices.

Keywords: financial education; youth and adult education; Bertrand model; educational games.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gráfico da função linear $y = 10x$	27
Figura 2 - Gráfico da função linear $y = 144/x$ ($x > 0$).....	29

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Dados do exemplo 3.4.....	26
Quadro 2 - Dados do exemplo 3.5.....	28
Quadro 3 - Dados do exemplo 3.6.....	30
Quadro 4 - Dados do exemplo 3.7.....	30
Quadro 5 - Competências e habilidades matemáticas trabalhadas sequência didática.....	39

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ALFASOL	Programa Alfabetização Solidária
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNE	Conselho Nacional de Educação
CVL	Custo-volume-lucro
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENCCEJA	Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IFCE	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará
IFG	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
IFSP	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
MEC	Ministério da Educação
PBA	Programa Brasil Alfabetizado
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SEA	Serviço de Educação de Adultos
SPC	Serviço de Proteção ao Crédito
UFC	Universidade Federal do Ceará

LISTA DE SÍMBOLOS

%	Porcentagem
R\$	Reais
km	Quilômetro
km/h	Quilômetro por hora

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	Breve aspecto histórico da educação de jovens e adultos (EJA)	15
2.2	Educação financeira no contexto da EJA	16
2.3	Educação financeira como instrumento de transformação na EJA	17
2.4	A precificação estratégica em mercados competitivos	18
2.4.1	<i>Mercado concorrencial: conceitos básicos (oferta, demanda, preço)</i>	18
2.4.2	<i>Modelos de precificação em mercados competitivos</i>	18
2.4.3	<i>O modelo de Bertrand: competição por preços e produto homogêneo</i>	19
2.4.4	<i>Análise de lucros, custos e estratégias empresariais simplificadas</i>	19
2.5	O modelo de Bertrand: origem, desenvolvimento e aplicações em educação financeira	20
2.6	O equilíbrio no modelo de Bertrand: preço, lucro e racionalidade estratégica	21
2.7	Como escapar da armadilha de Bertrand	22
2.7.1	<i>Diferenciação de produto</i>	22
2.7.2	<i>Custos de troca</i>	22
2.7.3	<i>Repetição do jogo</i>	23
2.8	Aplicações didáticas do modelo de Bertrand na educação matemática: jogos, simulações e decisões estratégicas na EJA	23
3	FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA E SUAS APLICAÇÕES NA PRECIFICAÇÃO	25
3.1	Razão	25
3.2	Proporção	25
3.3	Relação entre duas grandezas	26
3.3.1	<i>Divisão diretamente proporcional</i>	26
3.3.2	<i>Divisão inversamente proporcional</i>	27
3.4	Regra de três	29
3.4.1	<i>Regra de três simples</i>	29
3.5	Porcentagem	31
3.6	Aumentos e descontos percentuais	31

3.6.1	<i>Aumento percentual</i>	31
3.6.2	<i>Desconto percentual</i>	32
3.7	Lucro e prejuízo	33
3.8	Preço de venda com lucro	33
3.8.1	<i>Cálculo do preço de venda com lucro sobre o preço de custo</i>	33
3.8.2	<i>Cálculo do preço de venda com lucro sobre o preço de venda</i>	34
4	OBJETIVOS	36
4.1	Objetivo geral	36
4.2	Objetivos específicos	36
5	MATERIAIS E MÉTODOS	38
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	40
6.1	Análise crítica do produto educacional	41
6.2	Sequência didática adaptada com base no modelo de Bertrand	42
6.3	Análise pedagógica	48
7	CONCLUSÃO	49
	REFERÊNCIAS	51

1 INTRODUÇÃO

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) tem como principal público-alvo estudantes que estão fora da faixa considerada ideal para cumprimento da etapa de Ensino Médio, sendo estes com 18 anos ou mais, a fim de promover o processo de ensino-aprendizagem por meio de práticas pedagógicas voltadas aos aspectos sociais, culturais, éticos, econômicos, ambientais e de trabalho da sociedade em que o mesmo está inserido (Santos *et al.*, 2025).

Nesse sentido, se faz necessário o uso de estratégias metodológicas que possibilitem não apenas uma aquisição de conhecimento curricular, mas também uma competência aplicável e prática em sua rotina, como por exemplo, a educação financeira na qual baseia-se na compreensão da solução de situações-problemas do cotidiano para que haja um entendimento real de finanças, bem como planejamento da sua vida financeira e de terceiros (Borges-Neto; Victor, 2023).

No entanto, busca-se sair do modo tradicional de ensino e implementar recursos didáticos que possibilitem uma aquisição de conhecimento cada vez mais dinâmico e lúdico, tendo em vista a facilidade que tais recursos são capazes de promover, tornando o indivíduo cada vez mais ativo e produtor do seu próprio conhecimento (Dutra, 2024).

Haja vista, a utilização de jogos proporciona uma fluidez na aprendizagem dos estudantes, levando em consideração as diferentes habilidades que os mesmos tendem a desempenhar durante a execução da atividade, da mesma maneira que torna o ensino de matemática mais atrativo e prazeroso (Silva; Peixoto, 2025).

Dessa forma, o jogo de Bertrand, conhecido por seu caráter competitivo e aleatório, torna-se um método eficaz para avaliar decisões financeiras tomadas pelos indivíduos, porém ressalta-se que a falta de educação financeira pode levar a escolhas improdutivas e arriscadas nesse tipo de jogo, conseqüentemente perdas financeiras significativas (Silva, 2013).

Portanto, o presente estudo justifica-se pela necessidade de investigar como a educação financeira influencia as decisões tomadas durante o jogo de Bertrand, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias mais eficazes e responsáveis no contexto financeiro, interessa-se em responder de que forma a inclusão de conceitos de educação financeira em um jogo de Bertrand pode influenciar as decisões econômicas dos jogadores, considerando a relação entre a teoria dos jogos e a tomada de decisões financeiras?

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No presente capítulo é apresentado um estudo sobre alguns dos principais conteúdos referentes à Educação Financeira na Educação de Jovens e Adultos (EJA) e a Precificação Estratégica, o Jogo de Bertrand e, abordando conceitos, definições e exemplos. Contribuindo para o aprimoramento da compreensão e interpretação do conteúdo.

2.1 Breve aspecto histórico da educação de jovens e adultos (EJA)

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) no Brasil tem sua origem devido às necessidades sociais de alfabetização de uma parcela da população historicamente excluída dos processos educacionais formais (Nascimento, 2020).

Tal modalidade surgiu como resposta às desigualdades sociais e educacionais no contexto brasileiro, sendo marcado por altos índices de analfabetismo, onde as primeiras iniciativas de educação básica para adultos remontam ao período do Brasil Colônia, na qual a prática educativa era doutrinária e de caráter religioso, conduzida por missionários jesuítas, tendo como principal objetivo o controle e a disciplina dos nativos, não sendo uma preocupação de política pública voltada à cidadania ou emancipação social dos sujeitos envolvidos (Nascimento, 2020).

No início do século XX, por volta da década de 1930, com a criação do Ministério dos Negócios da Educação e Saúde Pública, a EJA teve seu começo como política pública (Santos-Neto, 2024). Em 1946, com a criação da Lei Orgânica do Ensino Primário (atual Fundamental Anos Iniciais) criou-se o Serviço de Educação de Adultos (SEA), sendo considerado o primeiro programa nacional voltado à educação de jovens e adultos, em 1947 instituiu-se a Campanha de Educação de Adultos, cujo objetivo era promover a alfabetização como meio de desenvolvimento social e econômico (Santos-Neto, 2024).

Em 1967, durante o regime militar, o Movimento Brasileiro de Alfabetização (MOBRAL) fez uma tentativa estatal de universalizar a alfabetização, duramente criticado por possuir um caráter tecnicista e limitado, preocupando-se apenas em ensinar a ler e a escrever (Santos Neto, 2024). Porém, com o retorno do regime democrático e principalmente com a Constituição Federal de 1988 garantiu-se o direito à educação básica a todos, inclusive aqueles que não tiveram acesso à idade escolar tradicional (Brasil, 1988).

Na década de 1990, destacou-se o Programa Alfabetização Solidária (ALFASOL),

considerado um programa de baixo custo devido a parcerias com diversos setores da sociedade (Santos-Neto, 2024). Em 2002, foi criado o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA), que busca garantir certificações aos egressos da EJA, já em 2003, surgiu o Programa Brasil Alfabetizado (PBA) que intensificou ações voltadas à erradicação do analfabetismo, trazendo metodologias flexíveis e voltadas às realidades locais (Santos-Neto, 2024).

Além disso, foram estabelecidas as diretrizes curriculares da EJA, havendo o reconhecimento das especificidades da modalidade e a valorização da trajetória de vida dos discentes (Brasil, 2000). Conforme alguns estudos (Santos-Neto, 2024; Santos *et al.*, 2025), a EJA ainda sofre com carência de políticas públicas, queda no número de matrículas e poucos recursos, o que deixa claro a necessidade de medidas mais eficazes para garantir o acesso, permanência e o sucesso destes estudantes.

2.2 Educação financeira no contexto da EJA

A Educação Financeira é um tema fundamental na atualidade, especialmente no contexto da Educação de Jovens e Adultos (EJA), tendo em vista que sua abordagem promove o desenvolvimento de habilidades essenciais para a tomada de decisões conscientes no cotidiano financeiro desses estudantes (Borges-Neto; Victer, 2023). Além disso, a Educação Financeira na EJA contribui para a inclusão social e a construção de um futuro seguro, ao proporcionar conhecimentos que auxiliam na gestão das finanças pessoais (Borges-Neto; Victer, 2023).

Uma vez que a compreensão de conceitos financeiros básicos, como juros simples e compostos, é essencial para a uma formação crítica e autônoma dos cidadãos, não só por meio da implementação de técnicas, mas também com o incorporamento de aspectos comportamentais e emocionais que influenciam as decisões financeiras (Moretta, 2023).

Assim como a elaboração de orçamentos eficazes é crucial no planejamento dos gastos familiares, permitindo aos estudantes da EJA uma melhor compreensão sobre a distribuição de sua renda, com o intuito de evitar o endividamento (Gomes, 2022). Ademais, tal prática favorece o letramento financeiro e o fortalecimento da capacidade de análise crítica frente às ofertas do mercado (Gomes, 2022).

Ainda, a capacidade de tomar decisões financeiras informadas também é destacada por Nascimento (2020), que aponta a importância de estratégias pedagógicas que estimulem o raciocínio crítico dos alunos da EJA, capacitando-os a avaliar propostas de crédito e consumo

de forma consciente.

Freire (1996) propõe que o ato de educar deve permitir ao educando “ler o mundo”, e isso inclui compreender os mecanismos financeiros que o cercam e como eles afetam sua vida cotidiana. Nesse cenário, a Educação Financeira revela-se como uma ferramenta fundamental para a formação de cidadãos conscientes (Rozette, 2024).

Em resumo, a Educação Financeira na EJA tem se mostrado uma estratégia fundamental para capacitar os alunos a tomar decisões financeiras informadas e responsáveis, promovendo a autonomia e o fortalecimento da cidadania (Santos Neto, 2024).

2.3 Educação financeira como instrumento de transformação na EJA

A Educação Financeira é um elemento transformador dentro da Educação de Jovens e Adultos (EJA), ao promover conhecimentos que desenvolvam a Educação Financeira contextualizada a situações do dia a dia, beneficiando alunos e professores seja pela ação pedagógica ou pelas práticas sociais desses educandos (Santana, 2022).

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), a Educação Financeira deve ser abordada transversalmente, promovendo a capacidade de tomada de decisão responsável e consciente. Dessa maneira, tal instrução deve provocar os estudantes da EJA a refletirem criticamente sobre consumo, endividamento, poupança e investimentos (Campos, 2013).

Em consonância com Freire (1996), é fundamental que o ensino de Educação Financeira seja pautado por uma "pedagogia da pergunta" e não da resposta pronta, estimulando a curiosidade e o pensamento crítico dos estudantes. Freire afirma que "ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção" (Freire, 1996, p. 47).

Dutra (2024, p. 8) destaca que "a Educação Financeira, quando adaptada à realidade dos alunos da EJA, é uma ferramenta poderosa para promover a inclusão social e o empoderamento econômico". Isso implica trabalhar com exemplos práticos, como a simulação de pequenos negócios, pois eles permitem que erros de tomada de decisão ocorram e que se possa aprender com eles (Cavalcante; Sauaia, 2006).

Assim, o ensino da Educação Financeira na EJA promove uma formação matemática dos estudantes, dada sua aplicabilidade tanto em situações do cotidiano quanto em contextos interdisciplinares (Silva, 2024).

2.4 A Precificação estratégica em mercados competitivos

A precificação consiste em um processo de definição do valor ideal de produtos ou serviços, considerando múltiplos fatores e metas organizacionais, uma vez que esse método requer uma avaliação minuciosa do mercado, da concorrência e dos custos envolvidos, com o objetivo de definir preços que garantam rentabilidade sem perder competitividade, evidenciando a necessidade de um planejamento estruturado para alcançar resultados sustentáveis nas empresas (SPC-Brasil, 2024).

A literatura mostra que empresas que não possuem uma estratégia de precificação estruturada tendem a perder competitividade, enquanto aquelas que desenvolvem estratégias sólidas podem expandir sua fatia de mercado e melhorar sua lucratividade (SPC-Brasil, 2024).

Para melhor compreender essas dinâmicas, a seguir exploramos os principais elementos que influenciam a precificação em mercados competitivos: os conceitos básicos de oferta, demanda e preço; os modelos de precificação utilizados pelas empresas; o Modelo de Bertrand, que descreve a competição por preços com produtos homogêneos; e, por fim, uma análise simplificada de lucros, custos e estratégias empresariais aplicadas.

2.4.1 Mercado concorrencial: conceitos básicos (oferta, demanda, preço)

Sabe-se que os mercados competitivos são aqueles que possuem um grande número de firmas (empresas ou ofertantes) e um grande número de compradores (consumidores ou demandantes), nenhum deles possui poder para influenciar preços (Porto, 2014). A demanda representa o interesse dos consumidores em adquirir um bem ou serviço, enquanto a oferta se refere à quantidade disponibilizada pelos produtores, já o preço de mercado surge como resultado da interação entre essas duas forças (Oliveira; Silva, 2021).

Compreender tais conceitos é fundamental para analisar o comportamento das empresas em relação à precificação, em atenção ao aumento na demanda justifica-se os preços mais elevados, enquanto uma grande oferta pode exercer pressão para redução dos preços (Lima, 2018).

2.4.2 Modelos de precificação em mercados competitivos

Diversos modelos são utilizados pelas empresas para definir estratégias de precificação, sendo que os mais comuns incluem:

- Precificação baseada em custos: é uma das abordagens mais tradicionais e diretas. Nessa estratégia, o preço de venda é calculado adicionando uma margem de lucro ao custo total de produção.
- Precificação baseada na concorrência: envolve ajustar os preços com base nos preços praticados pelos concorrentes. Essa estratégia é útil em mercados altamente competitivos.
- Precificação baseada no valor percebido: foca no valor que os clientes atribuem ao produto ou serviço, em vez dos custos ou preços da concorrência. Essa abordagem considera a percepção de benefícios do produto e a disposição dos clientes a pagarem por ele.
- Precificação dinâmica: envolve ajustar os preços em tempo real com base na demanda, oferta, comportamento do consumidor e outros fatores de mercado. Essa estratégia é frequentemente usada em setores como aviação, hotelaria e comércio eletrônico.
- Precificação de penetração: é uma estratégia usada para entrar num mercado com preços mais baixos que os concorrentes, com o objetivo de atrair clientes rapidamente e ganhar participação de mercado.
- Precificação de desnatamento: envolve definir preços altos inicialmente para segmentar consumidores dispostos a pagar mais, antes de reduzir gradualmente os preços para atrair um público mais amplo. (SPC-Brasil, 2024)

Esses modelos são influenciados diretamente pelas condições de mercado, como estrutura competitiva, elasticidade da demanda e posicionamento estratégico da empresa. Em ambientes educacionais, as abordagens lúdicas usando jogos de passatempo costumam ser um atrativo para os alunos, por ser uma opção diferente do tradicional (Pinheiro, 2024).

2.4.3 O modelo de Bertrand: competição por preços e produto homogêneo

O modelo de Bertrand é um dos mais conhecidos na teoria dos jogos aplicados à economia. Neste modelo, as firmas concorrem em preços, ou seja, elas fixam o preço e deixam que o mercado determine a quantidade a ser vendida (Cardoso, 1996).

Essa teoria é particularmente útil para discutir mercados com baixa diferenciação de produtos e elevada sensibilidade ao preço, como o comércio varejista em comunidades, onde as aplicações pedagógicas podem ser desenvolvidas simulando situações de competição entre alunos, promovendo o raciocínio matemático e estratégico (Silva, 2013).

2.4.4 Análise de lucros, custos e estratégias empresariais simplificadas

A análise de lucros e custos é essencial para a tomada de decisões estratégicas nas empresas, pois é uma ferramenta de análise custo-volume-lucro (CVL) que permite avaliar

como as mudanças nos custos e no volume de vendas afetam o lucro operacional. Assim, essa análise auxilia na determinação do ponto de equilíbrio e na definição de metas de vendas (Rex; Boff, 2023).

No contexto da Educação de Jovens e Adultos, a BNCC (2018) ressalta a importância da articulação entre Educação Matemática e práticas de vida cotidiana, na qual orienta que a abordagem de lucros e custos pode ser traduzida em exercícios de orçamento doméstico, controle de fluxo de caixa e simulações de pequenos empreendimentos.

2.5 O modelo de Bertrand: origem, desenvolvimento e aplicações em educação financeira

Após abordar as bases conceituais do Modelo de Bertrand e sua aplicação à competição por preços em mercados com produtos homogêneos (seção 2.4.3), esta seção tem como objetivo aprofundar o entendimento histórico e explorar suas possíveis aplicações no contexto da Educação Financeira. Proposto por Joseph Louis François Bertrand em 1883 como uma crítica ao modelo de Cournot, o modelo assumiu grande relevância teórica ao demonstrar que, em mercados altamente competitivos e com produtos idênticos, a lógica da precificação leva as firmas a praticarem preços iguais ao custo marginal, anulando lucros econômicos (Bertrand, 1883; Patrício, 2015).

Tal modelo demonstra que, em mercados com produtos homogêneos, as empresas são levadas a praticar preços iguais ao custo marginal, pois qualquer tentativa de fixar preços acima desse nível resulta na perda total de sua clientela para o concorrente que adotar o menor preço. Isso explica a tendência natural dos preços a se aproximarem do custo de produção em mercados perfeitamente competitivos (Patrício, 2015)

Na Educação Financeira, especialmente voltada para a EJA, compreende-se que o Modelo de Bertrand é relevante para o desenvolvimento de competências relacionadas à precificação estratégica, à análise da concorrência e à tomada de decisões financeiras informadas (Patrício, 2015). O Modelo de Bertrand é especialmente importante para entender mercados de produtos homogêneos com plena informação e ausência de custos de troca. Nesses mercados, as empresas tendem a competir exclusivamente pelo preço, o que reduz seus lucros ao nível do custo marginal (Hermalin, 2003).

Em uma perspectiva educativa, D'Ambrosio (1996) salienta que a Educação Matemática deve valorizar os contextos culturais dos educandos, promovendo uma aprendizagem que relacione o saber matemático às práticas sociais e econômicas vividas pelos

estudantes, superando abordagens puramente abstratas.

Assim, a utilização do Modelo de Bertrand em atividades didáticas na EJA permite não apenas a compreensão de mecanismos de mercado, mas também reflexões sobre práticas de consumo consciente, empreendedorismo e planejamento financeiro (D'Ambrosio, 1996).

Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) reforça que:

O estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. (Brasil, p. 269, 2018)

Portanto, ao abordar o Modelo de Bertrand, o professor contribui para o raciocínio lógico e o desenvolvimento do pensamento crítico e analítico, abordado na Competência Geral 2 da BNCC que trata sobre:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (Brasil, p. 9, 2018)

Por fim, é importante ressaltar que a abordagem do Modelo de Bertrand em atividades pedagógicas deve considerar metodologias ativas, como jogos e resolução de problemas contextualizados (Brasil, 2018).

2.6 O equilíbrio no modelo de Bertrand: preço, lucro e racionalidade estratégica

No Modelo de Bertrand, o equilíbrio ocorre quando todas as firmas definem seus preços de forma que nenhuma tenha incentivo para alterá-lo unilateralmente — condição conhecida como Equilíbrio de Nash. De acordo com Hermalin (2003, p. 10), “um perfil de estratégia é um equilíbrio de Nash se nenhuma firma consegue melhorar seu resultado mudando de estratégia, desde que as demais mantenham as suas”. No contexto de um mercado com produtos homogêneos e consumidores perfeitamente informados, o equilíbrio de Nash leva todas as empresas a cobrar o custo marginal como preço final. Isso porque qualquer tentativa de fixar um preço acima do concorrente leva à perda total da demanda, enquanto reduzir o preço abaixo do custo implica prejuízo. Assim, o equilíbrio no modelo de Bertrand é atingido quando ambas as firmas cobram exatamente o custo marginal, o que, embora estrategicamente estável, resulta em lucros econômicos nulos. Para Hermalin (2003, p. 11), “essa é a única solução

estável quando os produtos são idênticos e os consumidores buscam o menor preço”.

Em outras palavras, qualquer tentativa de uma firma de manter um preço superior ao da concorrência resulta em perda total da demanda. Já a estratégia de reduzir levemente o preço permite à firma capturar toda a demanda, o que pressiona continuamente o preço até o custo marginal. Esse processo, embora racional sob o ponto de vista individual, leva todas as empresas a uma situação de equilíbrio não colaborativo com margens de lucro nulas, caracterizando o que o autor chama de "armadilha de Bertrand" (Hermalin, 2003).

2.7 Como escapar da armadilha de Bertrand

A chamada "armadilha de Bertrand" refere-se a uma situação na qual a única possibilidade de equilíbrio entre firmas concorrentes é a fixação de preços no nível do custo marginal ou custo adicional, anulando qualquer lucro econômico. Uma vez nessa situação Hermalin (2003, p.12) alerta que "o único resultado possível é o lucro zero". Isso significa que, uma vez estabelecida essa dinâmica, não há incentivos para nenhuma firma elevar seu preço, pois qualquer desvio levaria à perda completa da demanda para o concorrente.

Contudo, Hermalin identifica alternativas estratégicas que podem modificar as condições do jogo e permitir que as firmas evitem ou saiam dessa armadilha.

2.7.1 Diferenciação de produto

Ao deixar de oferecer um produto completamente idêntico ao do concorrente, a empresa pode romper com a lógica da competição puramente por preço. Essa diferenciação pode se dar por características do produto, atendimento, marca ou qualquer outro aspecto que altere a percepção do consumidor. Quando os produtos são percebidos como diferentes, mesmo que levemente, torna-se possível cobrar preços distintos sem perder toda a demanda (Hermalin, 2003).

2.7.2 Custos de troca

Outra forma de evitar a armadilha é introduzir custos para que o consumidor troque de fornecedor. Esses custos podem ser monetários, de tempo, de esforço ou mesmo relacionados à incerteza. Se o consumidor enfrentar alguma dificuldade para trocar de empresa, ele poderá aceitar um preço um pouco mais alto, o que dá margem para lucros positivos (Hermalin, 2003).

2.7.3 Repetição do jogo

Quando a competição entre empresas ocorre repetidamente ao longo do tempo (jogos iterados), torna-se racional evitar guerras de preços que prejudiquem ambas as partes. Segundo Hermalin (2003, p. 13), em jogos repetidos é possível sustentar comportamentos mais cooperativos, com preços que garantam lucros razoáveis, pois a perspectiva de lucro futuro desencoraja cortes agressivos de preço no presente.

Essas estratégias mostram que a armadilha de Bertrand não é inevitável. Ela depende de condições específicas: produtos homogêneos, competição unicamente por preço, consumidores perfeitamente informados e interações únicas. Ao modificar qualquer dessas condições, é possível restabelecer um novo equilíbrio com margens de lucro positivas (Hermalin, 2023).

2.8 Aplicações didáticas do modelo de Bertrand na educação matemática: jogos, simulações e decisões estratégicas na EJA

O ensino de matemática deve ir além da transmissão de fórmulas; precisamos criar situações de aprendizagem que mobilizem a experiência do discente e o levem à reflexão sobre o cotidiano econômico que o cerca (Santos *et al.*, 2025). Com base nesse conceito, propõe-se o uso de um jogo didático com simulações de mercado baseados no Modelo de Bertrand como estratégias que proporcionam aprendizagem significativa, como por exemplo, alunos que podem assumir o papel de microempreendedores que precisam definir preços para um mesmo produto em um mercado simulado (Santos *et al.*, 2025). A cada rodada, observam as consequências de suas decisões na conquista ou perda de mercado, compreendendo como pequenas variações nos preços afetam diretamente os lucros (Santos *et al.*, 2025).

Em uma abordagem metodológica ativa, essas atividades contribuem para o desenvolvimento de habilidades matemáticas como análise de tabelas, cálculo de porcentagens, interpretação de gráficos e resolução de problemas, além de competências de argumentação, tomada de decisão e trabalho em grupo (Brasil, 2018). Como destaca Almeida (2024), “a gamificação pode ser utilizada no ensino de matemática para aumentar o engajamento e a motivação dos alunos”.

O ensino de Educação Financeira na Educação de Jovens e Adultos (EJA) exige abordagens contextualizadas que valorizem os saberes dos alunos e promovam a compreensão crítica dos mecanismos do mercado, assim como o Modelo de Bertrand que se apresenta como uma ferramenta pedagógica promissora, pois é simples e permite a consideração conjunta de

atributos da natureza e da sociedade em um quadro relativamente precário de informações (Porto-Filho e Silva, 2024).

Além disso, o uso do Modelo de Bertrand como recurso educacional está alinhado com os fundamentos da Educação Matemática Crítica, propostos por D'Ambrosio (1996), que defende que a matemática deve estar a serviço da compreensão da realidade social, cultural e econômica dos sujeitos. Ao simular situações de mercado, os alunos não apenas aprendem conceitos matemáticos e econômicos, favorecendo a criticidade por meio do desenvolvimento das competências da Educação Financeira (Campos, 2022).

Essa proposta também encontra respaldo na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que estabelece como uma das competências gerais a necessidade de “[...] tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais” (Brasil, p. 531, 2018).

Como exemplo, pode-se propor uma atividade em que os alunos, divididos em grupos, operam micro empresas que vendem um mesmo produto fictício. Cada grupo define seu preço de venda, calcula seu custo, analisa o comportamento dos concorrentes e avalia o impacto da sua estratégia nos resultados obtidos. Essa abordagem, que conecta a matemática a situações do mundo real, dialoga com a perspectiva da Modelagem Matemática (D'Ambrosio, 1996).

Portanto, o Modelo de Bertrand, quando articulado à prática pedagógica na EJA, contribui para uma Educação Matemática Crítica (D'Ambrosio, 1996). Ele permite que os estudantes da EJA compreendam o funcionamento do mercado, desenvolvam habilidades financeiras e matemáticas, que lhes permitam gerir seu próprio negócio informal (Santos, 2018).

3 FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA E SUAS APLICAÇÕES NA PRECIFICAÇÃO

Neste capítulo, abordaremos os conceitos fundamentais da Matemática Financeira e suas aplicações diretas no processo de precificação de produtos e serviços. A formação de preços é uma das decisões mais estratégicas para qualquer negócio, e a compreensão das ferramentas matemáticas que a sustentam é crucial para garantir não apenas a cobertura de custos, mas também a lucratividade e a competitividade no mercado. Compreender os fundamentos da Matemática é essencial para a tomada de decisões econômicas conscientes e para o planejamento financeiro pessoal e empresarial. Este capítulo abordará os principais conceitos da Matemática Financeira, desde a razão, proporção, porcentagem até o cálculo do preço de venda de uma mercadoria, considerando a margem de lucro desejada.

3.1 Razão

A razão estabelece uma comparação entre duas grandezas, sendo o quociente entre dois números. Ou seja, a razão do número **a** para o número **b**, $b \neq 0$, é o quociente **a** por **b** (Crespo, 1997).

Indicamos:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b \text{ (lemos } a \text{ para } b)$$

Para encontrar a razão entre duas grandezas, as unidades de medida terão de ser as mesmas.

Exemplo 3.1: razão entre 20 cm e 1 m é:

$$\frac{20 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = \frac{20 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = \frac{1}{5} \text{ ou } 0,2$$

Exemplo 3.2: A razão entre 1 m e 20 cm é:

$$\frac{1 \text{ m}}{20 \text{ cm}} = \frac{100 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{5}{1} = 5$$

3.2 Proporção

“Dados, em uma certa ordem, quatro números (**a**, **b**, **c** e **d**) diferentes de zero, dizemos que eles formam uma **proporção** quando a razão entre os dois primeiros (**a** e **b**) é igual à razão entre os dois últimos (**c** e **d**)”. (Crespo, 1997, p. 13)

Vamos considerar a proporção

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ com } b \neq 0 \text{ e } d \neq 0.$$

É válida a seguinte propriedade:

$$\text{Se } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ então } a \cdot d = b \cdot c.$$

Ou seja, “em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios”.

(Iezzi et al, 2004, p. 2).

De maneira equivalente, a proporção é uma igualdade entre duas razões.

Exemplo 3.3:

$$\frac{18}{6} = \frac{27}{9} \text{ é uma proporção, pois } \frac{18}{6} = 3 \text{ e } \frac{27}{9} = 3$$

ou usando a propriedade das proporções, teremos

$$\left. \begin{array}{l} 18 \times 9 = 162 \\ 6 \times 27 = 162 \end{array} \right\} \Rightarrow 18 \cdot 9 = 6 \cdot 27$$

3.3 Relação entre duas grandezas

“A relação entre duas grandezas variáveis estabelece a lei de variação dos valores de uma delas em relação à outra. Segundo tal lei, as grandezas relacionadas podem ser **direta** ou **indiretamente proporcionais**”. (Crespo, 1997, p. 25)

3.3.1 Divisão diretamente proporcional

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando, ao aumentar o valor de uma delas, o valor da outra também aumenta na mesma proporção, e vice-versa.

Exemplo 3.4: Sabe-se que um carro percorre 10 km com 1 litro de combustível, quantos litros ele precisa para percorrer 30 km?

Solução: O consumo e a distância percorrida são grandezas diretamente proporcionais. Chamaremos de **y** a distância percorrida, em km, e de **x** a quantidade de litros de combustível. Com isso, teremos a seguinte correspondência

Quadro 1 - Dados do exemplo 3.4

y (km)	10	20	30
x (litros)	1	2	3

Fonte: elaborado pelo autor.

Portanto, precisaremos de 3 litros de combustível para percorrer 30 km.

Note que,

$$\frac{10}{1} = \frac{20}{2} = \frac{30}{3} = 10$$

Com isso,

$$\frac{y}{x} = 10$$

ou

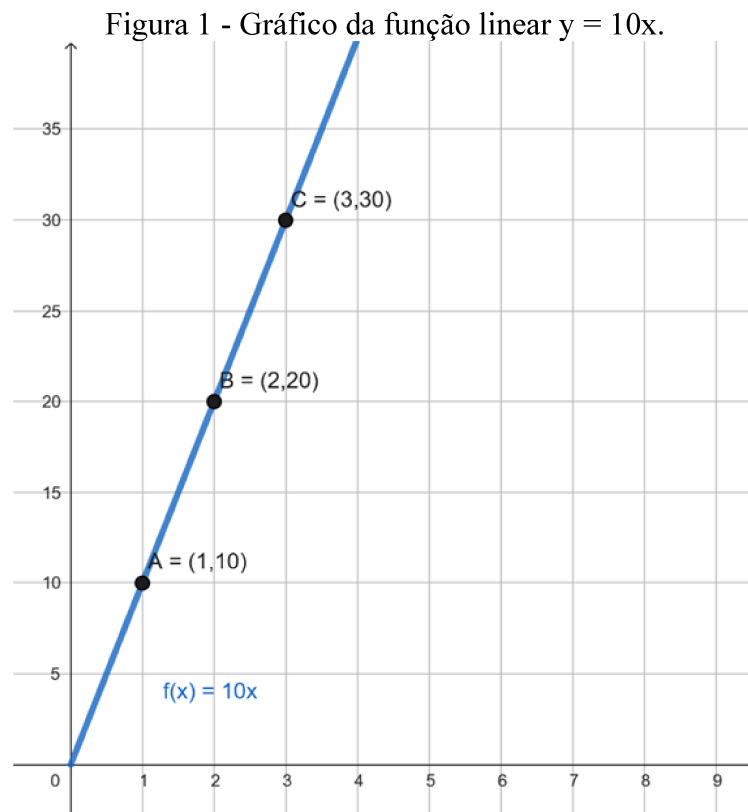
$$y = 10x$$

Logo, “duas grandezas variáveis são **diretamente proporcionais** se os valores x e y são expressos por uma função do tipo:

$$y = kx,$$

onde k é um número real constante e $k \neq 0$ ”. (Crespo, 1997, p. 26)

A função do tipo $y = kx$ é conhecida como função linear, o seu gráfico é uma reta que passa pela origem do plano cartesiano e representa a proporcionalidade direta.



Fonte: elaborado pelo autor.

3.3.2 Divisão inversamente proporcional

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando, ao aumentar o valor de uma delas, o valor da outra diminui na mesma proporção, e vice-versa.

Exemplo 3.5: Uma bicicleta move-se a 18 km/h e demora 8 horas para chegar ao seu destino. Se essa bicicleta estivesse a 72 km/h, quanto tempo ela demoraria para chegar ao

seu destino?

Solução: Perceba que, quanto maior a velocidade, menor será o tempo. Com isso, a relação entre a velocidade e o tempo é uma relação inversa, ou seja, se dobramos a velocidade o tempo será reduzido à metade. Chamaremos de y a velocidade, em km/h, e de x o tempo em horas. Com isso, teremos a seguinte correspondência

Quadro 2 - Dados do exemplo 3.5

y (km/h)	18	36	72
x (horas)	8	4	2

Fonte: elaborado pelo autor.

Portanto, precisamos de 2 horas a 72 km/h para chegar ao destino.

Outra solução: Usando a fórmula de velocidade média (onde y é a velocidade média, em km/h, e x é a distância percorrida em km e t é o tempo em horas):

$$y = \frac{d}{x}$$

Usando a propriedade das proporções teremos:

$$d = y \cdot x = 18 \cdot 8 = 144 \text{ km}$$

Agora que sabemos que a distância percorrida pelo ciclista é de 144 km, podemos calcular o tempo necessário a uma velocidade de 72 km/h,

$$y = \frac{d}{x} \Rightarrow x = \frac{d}{y} \Rightarrow x = \frac{144}{72} = 2 \text{ h}$$

É fácil ver que, da equação da velocidade temos que a distância (d) é o produto entre a velocidade (y) e o tempo (x). Ou seja,

$$18 \cdot 8 = 36 \cdot 4 = 72 \cdot 2 = 144$$

Com isso,

$$y \cdot x = 144$$

ou

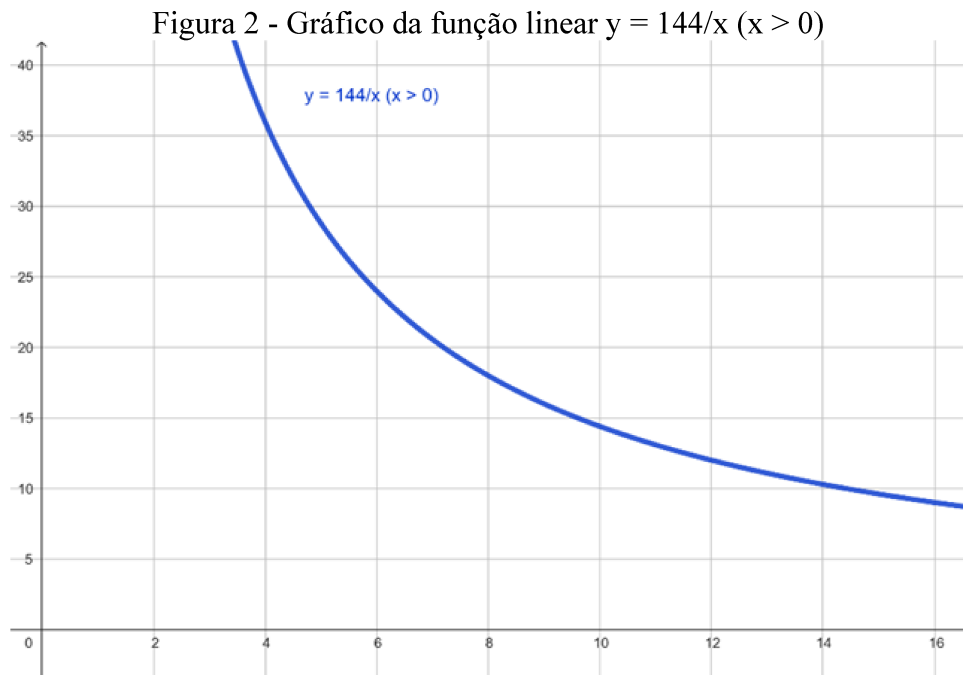
$$y = \frac{144}{x}$$

Logo, “duas grandezas variáveis são inversamente proporcionais se os valores x e y são expressos por uma função do tipo:

$$y = \frac{k}{x},$$

onde k é um número real constante e $k \neq 0$ ”. (Crespo, 1997, p. 31)

A função do tipo $y = \frac{k}{x}$ é conhecida como função recíproca, o seu gráfico é uma curva denominada ramo de uma hipérbole e representa a proporcionalidade inversa.



Fonte: elaborado pelo autor.

3.4 Regra de três

Vários problemas que envolvem grandezas proporcionais podem ser resolvidos através da regra de três. A regra de três é um método matemático usado na resolução de problemas envolvendo duas ou mais grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Temos dois tipos de regra de três: a simples e a composta. Para os nossos cálculos iremos precisar apenas da regra de três simples.

3.4.1 Regra de três simples

Para utilizar a regra de três simples, devemos ter três valores conhecidos para que, por meio do procedimento, o quarto valor seja descoberto. A regra de três simples nada mais é do que uma proporção entre duas grandezas (Temoteo, 2024).

Vejam abaixo o passo a passo para resolver problemas envolvendo a regra de três simples:

1º) Construir um quadro e organizar cada grandeza em uma coluna com seus respectivos valores que se relacionam.

2º) Verificar se as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente.

3º) Montar a proporção e resolver.

Exemplo 3.6 (Regra de três simples com grandezas diretamente proporcionais): “Comprei 6 m de tecido por R\$ 15,00. Quanto gastaria se tivesse comprado 8 m?” (Crespo, 1997, p. 46)

Solução: Vamos organizar os dados em um quadro:

Quadro 3 - Dados do exemplo 3.6

Tecido (m)	Valor (R\$)
6	15
8	x

Fonte: elaborado pelo autor.

Perceba que, quanto mais metros de tecido maior será o valor gasto em reais. Logo, as grandezas são diretamente proporcionais. Com isso, teremos a seguinte proporção

$$\frac{6}{8} = \frac{15}{x} \Rightarrow 6 \cdot x = 8 \cdot 15 \Rightarrow 6x = 120 \Rightarrow x = 20$$

Logo, o valor pago por 8 m de tecido é R\$ 20,00.

Exemplo 3.7 (Regra de três simples com grandezas inversamente proporcionais): “Se 6 operários fazem certa obra em 10 dias, em quantos dias 20 operários fariam a mesma obra?” (Crespo, 1997, p. 47)

Solução: Vamos organizar os dados em um quadro:

Quadro 4 - Dados do exemplo 3.7

Nº de operários	Tempo (dias)
6	10
20	x

Fonte: elaborado pelo autor.

Perceba que, quanto mais operários menos tempo teremos para terminar a obra. Logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Com isso, teremos que inverter qualquer uma das duas razões. Vamos optar por inverter a segunda razão para obtermos a seguinte proporção

$$\frac{6}{20} = \frac{x}{10} \Rightarrow 6 \cdot 10 = 20 \cdot x \Rightarrow 60 = 20x \Rightarrow x = 3$$

Logo, serão necessários 3 dias para concluir a obra com 20 operários.

3.5 Porcentagem

A porcentagem é uma das ferramentas mais utilizadas na Matemática Financeira e na Educação Financeira. Ela pode ser definida como uma razão com denominador igual a 100 (Iezzi et al, 2004).

O termo, de origem latina "*per centum*" (por cento), é representado pelo símbolo %. A porcentagem, também conhecida como razão centesimal ou taxa percentual. A porcentagem permite que ela seja expressa de diferentes formas: como uma fração centesimal (com denominador 100) ou como um número decimal, o que facilita sua aplicação em diversos cálculos financeiros (Pinheiro, 2024).

Exemplo 3.8: “Um vendedor tem 3% de comissão nos negócios que faz. Qual sua comissão numa venda de R\$ 3.600,00?” (Crespo, 1997, p. 54)

Para resolver o problema devemos transformar a porcentagem em uma fração centesimal ou em número decimal e em seguida efetuamos a multiplicação.

Solução 1 (Usando a fração centesimal):

$$\frac{3}{100} \cdot 3600 = \frac{10800}{100} = 108$$

Solução 2 (Usando número decimal):

Como $3\% = \frac{3}{100} = 0,03$, então

$$0,03 \cdot 3600 = 108$$

Logo, a comissão do vendedor é de R\$ 108,00.

3.6 Aumentos e descontos percentuais

Os aumentos e descontos são variações percentuais aplicadas a um valor inicial, sendo um dos conceitos mais utilizados na análise de compras e investimentos.

3.6.1 Aumento percentual

Um aumento percentual, também conhecido como acréscimo percentual, é o valor agregado a um bem ou serviço que teve aumento em seu preço original (Stumpf, 2024, apud Temoteo, 2024, p. 21). O aumento percentual ocorre pela necessidade de aumentar os valores e está relacionado a uma variedade de fatores que tornam um serviço ou produto mais caro (Temoteo, 2024, p. 21).

Para encontrar o valor final de um produto que teve um aumento percentual de $i\%$,

devemos multiplicar o valor inicial por $(1 + i)$. Com isso, obteremos a seguinte equação:

$$V_F = V_i \cdot (1 + i)$$

Onde

- V_F é o valor final do produto ou serviço;
- V_i é o valor inicial do produto ou serviço;
- i é a taxa percentual de acréscimo, em decimal.

Exemplo 3.9: “Uma geladeira é vendida por R\$ 1.200,00. Se seu preço sofre um acréscimo igual a 8% desse preço, quanto passará a custar?” (Iezzi et al, 2004, p. 15)

Solução:

Dados: $V_F = ?$; $V_i = 1200$; $i = 8\% = 0,08$.

$$V_F = V_i \cdot (1 + i) = 1200 \cdot (1 + 0,08) = 1200 \cdot 1,08 = 1296$$

Logo, o valor da geladeira após o aumento é de R\$ 1.296,00.

3.6.2 Desconto percentual

Um desconto percentual, também conhecido como decréscimo percentual, é o valor deduzido a um bem ou serviço que teve redução em seu preço original (Stumpf, 2024, apud Temoteo, 2024, p. 21). O desconto percentual ocorre pela necessidade de reduzir estoque de um produto (Temoteo, 2024, p. 21).

Para encontrar o valor final de um produto que teve um desconto percentual de $i\%$, devemos multiplicar o valor inicial por $(1 - i)$. Com isso, obteremos a seguinte equação:

$$V_F = V_i \cdot (1 - i)$$

Onde

- V_F é o valor final do produto ou serviço;
- V_i é o valor inicial do produto ou serviço;
- i é a taxa percentual de acréscimo, em decimal.

Exemplo 3.10: “Uma corrente de ouro cujo preço de tabela é de R\$ 360,00 é vendida com um desconto de 15%. Qual o preço após sofrer o desconto?” (Iezzi et al, 2004, p. 15)

Solução:

Dados: $V_F = ?$; $V_i = 360$; $i = 15\% = 0,15$.

$$V_F = V_i \cdot (1 - i) = 360 \cdot (1 - 0,15) = 360 \cdot 0,85 = 306$$

Logo, o valor da corrente de ouro após o desconto é de R\$ 306,00.

3.7 Lucro e prejuízo

O lucro e o prejuízo são conceitos fundamentais na análise financeira de qualquer operação, seja ela de venda de produtos, serviços ou investimentos. Ambos representam o resultado financeiro de uma transação.

Podemos calcular o Lucro e o Prejuízo através da diferença entre Receita Total gerada pelas vendas e o Custo Total envolvido (Despesas, impostos etc.) na aquisição de um produto ou serviço, ou seja

$$\textit{Lucro ou Prejuízo} = \textit{Receita Total} - \textit{Custo Total}$$

Quando,

- $(\textit{Receita Total} - \textit{Custo Total}) > 0$ (positivo), chamamos de Lucro.
- $(\textit{Receita Total} - \textit{Custo Total}) < 0$ (negativo), chamamos de Prejuízo.
- $(\textit{Receita Total} - \textit{Custo Total}) = 0$, dizemos que não tem Lucro e nem Prejuízo ou Ponto de Equilíbrio.

3.8 Preço de venda com lucro

O preço de venda de um produto ou serviço que oferece lucro pode ser obtido **sobre o preço de custo e sobre o preço de venda.**

3.8.1 Cálculo do preço de venda com lucro sobre o preço de custo

O cálculo do preço de venda com lucro sobre o preço de custo é um método simples de precificação em que a porcentagem de lucro desejada é adicionada diretamente ao custo total do produto para determinar o preço de venda. A fórmula para o preço de venda com lucro sobre o preço de custo é dada da seguinte forma:

Vamos chamar de:

- P_v é o preço de venda;
- P_c é o preço de custo;
- L é o Lucro;
- i é a taxa percentual de acréscimo, em decimal.

Como vimos na seção 3.7, o lucro pode ser calculado pela equação

$$L = P_v - P_c \Rightarrow P_v = P_c + L (I)$$

Dado uma taxa percentual i , o lucro pode ser obtido em função do preço de custo,

dada pela equação

$$L = P_C \cdot i \text{ (II)}$$

Substituindo o lucro de (II) em (I) teremos

$$P_V = P_C + P_C \cdot i$$

Isolando P_C , teremos a fórmula do preço de venda conhecidos o custo e a taxa de lucro sobre o custo

$$P_V = P_C \cdot (1 + i)$$

Exemplo 3.11: “Um comerciante comprou um objeto por R\$ 480,00. Desejando ganhar 20% sobre o preço de custo, qual deve ser o preço de venda?” (Crespo, 1997, p. 62)

Solução:

Dados: $P_V = ?$; $P_C = 480$; $i = 20\% = 0,2$

$$P_V = P_C \cdot (1 + i) = 480 \cdot (1 + 0,2) = 480 \cdot (1,2) = 576$$

Portanto, o preço de venda do objeto é R\$ 576,00.

3.8.2 Cálculo do preço de venda com lucro sobre o preço de venda

O cálculo do preço de venda com lucro sobre o preço de custo é um método de precificação que garante que a margem de lucro desejada seja obtida sobre o preço de venda final, permitindo uma gestão financeira mais precisa e evitando prejuízos. A fórmula para o preço de venda com lucro sobre o preço de custo é dada da seguinte forma:

Vamos chamar de:

- P_V é o preço de venda;
- P_C é o preço de custo;
- L é o Lucro;
- i é a taxa percentual de acréscimo, em decimal.

Como vimos na seção 3.7, o lucro pode ser calculado pela equação

$$L = P_V - P_C \Rightarrow P_C = P_V - L \text{ (I)}$$

Dado uma taxa percentual i , o lucro pode ser obtido pelo preço de venda, dada pela equação

$$L = P_V \cdot i \text{ (II)}$$

Substituindo o lucro de (II) em (I) teremos

$$P_C = P_V - P_V \cdot i \Rightarrow P_C = P_V \cdot (1 - i)$$

Dividindo ambos os membros da equação obtida por $(1 - i)$, teremos a fórmula do

preço de venda conhecido o custo e a taxa de lucro sobre a venda.

$$P_V = \frac{P_C}{(1 - i)}$$

Exemplo 3.12: “Um comerciante comprou um objeto por R\$ 48,00. Desejando ganhar 20% sobre o preço de venda, qual deve ser este último?” (Crespo, 1997, p. 63)

Solução:

Dados: $P_V = ?$; $P_C = 48$; $i = 20\% = 0,2$

$$P_V = \frac{P_C}{(1 - i)} = \frac{48}{(1 - 0,2)} = \frac{48}{0,8} = 60$$

Portanto, o preço de venda do objeto é R\$ 60,00.

4 OBJETIVOS

4.1 Objetivo geral

Elaborar uma proposta pedagógica que promova, por meio da simulação de mercados baseada no Jogo de Bertrand, o desenvolvimento de habilidades matemáticas e financeiras nos estudantes da EJA.

4.2 Objetivos específicos

- Analisar, à luz da literatura, a relação entre a Educação Financeira e a tomada de decisão racional em contextos simulados de competição de preços, com base no Jogo de Bertrand;
- Investigar como a Teoria dos Jogos pode ser utilizada como recurso didático para abordar conceitos de Educação Financeira em ambientes escolares da EJA;
- Explorar, por meio da construção do recurso educacional, de que forma a Educação Financeira pode influenciar o comportamento de estudantes da EJA em simulações de ambientes econômicos competitivos;
- Refletir, com base na literatura, sobre o potencial da Educação Financeira para transformar práticas de consumo e estimular a autonomia crítica dos estudantes da EJA.

O presente estudo tem como tema central a Educação Financeira na EJA. O objetivo geral é elaborar uma sequência didática que promova, por meio da simulação de mercados baseada no Jogo de Bertrand, o desenvolvimento de habilidades matemáticas e financeiras nos estudantes da EJA.

O tema se justifica pela necessidade crescente de desenvolver práticas pedagógicas contextualizadas que respondam às demandas reais dos estudantes da EJA, considerando suas trajetórias de vida e necessidades imediatas de autonomia financeira. O ensino tradicional da Matemática, muitas vezes descolado da realidade dos alunos, pode ser ressignificado por meio de estratégias interativas como jogos e simulações. Ao articular conteúdos matemáticos com a vivência econômica cotidiana dos estudantes, o trabalho contribui para uma educação transformadora e significativa.

Embora esta pesquisa não envolva coleta de dados com seres humanos, todas as etapas do trabalho foram conduzidas com base em princípios éticos fundamentais à pesquisa

acadêmica. As fontes utilizadas são devidamente referenciadas, respeitando os direitos autorais e a integridade intelectual dos autores consultados.

A produção do recurso educacional proposto respeita os princípios da inclusão social e financeira ao integrar conteúdos matemáticos com as vivências econômicas cotidianas dos estudantes da EJA. Conforme estabelecem as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (Brasil, 2000), a EJA deve valorizar os saberes dos sujeitos e promover uma aprendizagem que contribua para sua inserção crítica e autônoma na sociedade. Nesse sentido, a sequência didática elaborada com base no Jogo de Bertrand propõe a simulação de decisões econômicas próximas à realidade de muitos estudantes, como a precificação de produtos, análise de lucros e estratégias de venda — práticas comuns no comércio informal e em microempreendimentos populares. Ao possibilitar que o estudante atue como protagonista de sua aprendizagem, relacionando a matemática ao seu contexto de vida, o recurso contribui para a construção de uma cidadania ativa, econômica e socialmente emancipada.

5 MATERIAIS E MÉTODOS

O presente trabalho é de cunho qualitativo de abordagem teórico-propositiva (Sampaio, 2022) orientado para a elaboração de uma sequência didática com foco na análise e aplicação da precificação estratégica em contextos de mercado competitivo, utilizando o Modelo de Bertrand como eixo articulador de um recurso didático na EJA. Tal sequência baseia-se no Jogo de Bertrand, sendo construída por meio de pesquisas bibliográficas, análise da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a seleção de estratégias e métodos que promovam o raciocínio matemático e a autonomia estudantil mediante situações de seu cotidiano. A princípio será realizada uma análise no modelo de Bertrand para que haja uma correlação com a BNCC a fim de buscar as competências relacionadas com a temática, em seguida será elaborada uma sequência didática para alunos da Educação de Jovens e adultos em suas aulas de matemática financeira.

Para a construção da proposta, foram considerados os princípios da Educação Matemática Crítica (D'Ambrosio, 1996), que orientam o ensino da matemática como prática cultural e social, conectada à realidade dos sujeitos. Essa perspectiva é particularmente relevante no contexto da EJA, conforme apontam Moura (2021) e Dutra (2024), ao destacarem que a Educação Financeira deve ser trabalhada de forma contextualizada, considerando os saberes prévios, as práticas sociais e as necessidades econômicas dos estudantes.

O jogo proposto foi desenvolvido a partir da simplificação do Modelo de Bertrand clássico, de forma a torná-lo acessível e significativo para estudantes da EJA. A simulação foi pensada para que os alunos assumam o papel de microempreendedores em um mercado fictício, tomando decisões sobre o preço de seus produtos, avaliando custos e concorrência. Esse formato permite o desenvolvimento de habilidades matemáticas como cálculo de porcentagem, lucro, média, gráficos, bem como competências de planejamento e argumentação.

Todo o material didático produzido (fichas de registro, roteiro do jogo, planilhas de cálculo e orientações pedagógicas) foi pensado para atender aos princípios de acessibilidade, simplicidade e aplicabilidade em sala de aula. A proposta considera também a flexibilidade necessária ao ensino na EJA, podendo ser adaptada para diferentes perfis de turmas, níveis de escolaridade e realidades regionais.

Por fim, embora a proposta deste trabalho não tenha sido aplicada formalmente com uma turma da EJA durante o período da pesquisa, sua concepção foi fundamentada em referências teóricas atualizadas, alinhada à BNCC e construída com base nas necessidades reais dos estudantes desse segmento. A aplicação prática da proposta não foi realizada no período da

pesquisa devido à delimitação metodológica adotada, que priorizou a construção e análise teórica do recurso educacional. Dessa forma, a validação empírica da sequência didática por meio de aplicação em sala de aula está prevista como etapa futura, a ser realizada em contextos reais de ensino da EJA, como continuidade deste trabalho ou em ações de extensão e pesquisa aplicada. Ainda assim, a sequência didática foi cuidadosamente planejada para ser plenamente viável em contextos reais de sala de aula, considerando a rotina, os conteúdos curriculares e as especificidades da EJA.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece a importância da Educação Financeira como parte integrante da formação cidadã dos estudantes por meio da ênfase que os alunos devem ser capazes de tomar decisões éticas e socialmente responsáveis relacionadas ao uso do dinheiro, crédito, consumo e planejamento de vida.

Segundo a BNCC (Quadro 5), na EJA, a unidade temática “Educação Financeira” orienta que:

O estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. (Brasil, p. 269, 2018)

No contexto da EJA, a BNCC aponta que o ensino deve considerar os saberes prévios dos estudantes e suas vivências sociais, possibilitando que a matemática esteja ligada à realidade cotidiana, permitindo a análise crítica de situações financeiras reais (Brasil, 2018).

Dessa forma, ao abordar o Jogo de Bertrand no ensino de Educação Financeira, desenvolve-se a Competência Geral 2 da BNCC:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (Brasil, p. 9, 2018)

Quadro 5 - Competências e habilidades matemáticas trabalhadas na sequência didática

Competências	<p>Competência 2: Investigação e resolução de problemas por meio do jogo de Bertrand.</p> <p>Competência 6: Tomada de decisão com responsabilidade e consciência social.</p>
Habilidades	<p>EM13MAT401 (Análise de decisões econômicas com base em dados de mercado.)</p> <p>EM13MAT405 (Cálculo de lucro, receita e simulação de precificação.)</p> <p>EF09MA08 (Resolução de Problemas envolvendo porcentagens e lucro.)</p>

Fonte: BNCC, 2018 (adaptado)

6.1 Análise crítica do produto educacional

O produto educacional desenvolvido apresenta-se como uma estratégia inovadora e contextualizada para o ensino de Educação Financeira na EJA. Através da simulação de um mercado competitivo, utilizando o Modelo de Bertrand, os estudantes são colocados no centro do processo de aprendizagem, assumindo o papel de empreendedores que precisam tomar decisões estratégicas de precificação.

Este tipo de abordagem promove a aprendizagem ativa, como reforça Almeida (2024), ao afirmar que “a gamificação pode ser utilizada no ensino de matemática para aumentar o engajamento e a motivação dos alunos”. Além disso, a atividade proporciona aos estudantes o desenvolvimento de habilidades matemáticas como o cálculo de porcentagem, lucro, interpretação de gráficos, análise de tabelas e compreensão do ponto de equilíbrio.

Outro ponto relevante é o alinhamento com a proposta da Educação Matemática Crítica (D’Ambrosio, 1996), ao permitir que os alunos reflitam sobre o funcionamento do mercado e suas práticas financeiras cotidianas, como consumo, negociação e controle de gastos.

Comparado à literatura existente, o recurso se destaca por integrar teoria econômica e matemática em um contexto significativo, como defendido por Dutra (2024), ao afirmar que a Educação Financeira na EJA deve ser contextualizada e vinculada à realidade dos alunos. Além disso, a estratégia fomenta a autonomia e o protagonismo dos estudantes, conforme os princípios freirianos de uma educação emancipadora (Freire, 1996).

6.2 Sequência didática adaptada com base no modelo de Bertrand

A sequência didática foi criada como meio de proporcionar aos alunos uma aprendizagem cada vez mais significativa com uso de conteúdos práticos e rotineiros, no caso proposto a Educação financeira, baseando-se em um jogo de questões matemáticas voltadas para solução de situações-problema. Segue abaixo a proposta da sequência didática sobre o jogo de Bertrand:

Tema: Precificação Estratégica e Competição de Mercado (Jogo de Bertrand)

Público-alvo: Alunos da Educação de Jovens e Adultos – Ensino Fundamental II (Etapa Final) ou Ensino Médio que possuem 15 anos ou mais.

Tempo estimado: 2 aulas de 50 minutos (com possibilidade de adaptação para oficinas)

Área: Matemática – Matemática Financeira / Educação Financeira

Objetos de Conhecimento (de acordo com a BNCC):

- Educação Financeira: Planejamento e organização financeira pessoal e familiar.
- Funções: Construção de tabelas e gráficos para análise de situações do cotidiano.
- Porcentagem, lucro, custo, receita, ponto de equilíbrio.

Habilidades da BNCC (possíveis):

- (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens no contexto financeiro.
- (EM13MAT405) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de juros simples e compostos, lucro, descontos, inflação e rendimentos.
- (EM13MAT401) Analisar situações de tomada de decisão baseadas em dados econômicos e sociais.

Objetivo geral:

Desenvolver, por meio da simulação baseada no Jogo de Bertrand, a capacidade dos alunos da EJA de compreender como estratégias de precificação influenciam o lucro e a concorrência, promovendo a aplicação de conceitos de matemática financeira em situações cotidianas e no contexto de microempreendimentos populares.

Objetivos específicos:

- Calcular custo, receita e lucro a partir da variação de preços.
- Compreender a lógica de competição entre vendedores com produtos semelhantes.
- Refletir sobre decisões estratégicas de precificação no contexto do mercado competitivo.

Recursos didáticos:

- Cartazes ou quadro para anotar resultados.
- Fichas com valores de custo.
- Calculadoras simples.
- Tabelas impressas para preenchimento (custo, preço, receita, lucro).
- Projetor ou lousa.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA – 6 AULAS (de 50 minutos)

AULA 1 – CONTEXTUALIZAÇÃO E CÁLCULOS BÁSICOS

- Apresentação do contexto real: vendedores na feira vendendo o mesmo produto.
- Cálculo do Custo e Receita:
 $Receita = Preço \times Quantidade$
 $Lucro = Receita - Custo\ Total$
- Exercício prático:

Você vende marmitas caseiras em uma feira. O custo para preparar cada marmita é de R\$ 16,00. Abaixo, no quadro, estão três opções de preços de venda. Para cada uma delas, calcule e preencha a tabela:

1. Calcule a receita total, considerando que você vende 10 marmitas.
2. Calcule o lucro total, subtraindo os custos totais da receita.

Fórmulas:

$$Receita = Preço\ de\ Venda \times Quantidade\ Vendida$$

$$Lucro = Receita - (Custo \times Quantidade\ Vendida)$$

Preço de Venda (R\$)	Quantidade Vendida	Receita Total	Custo Total	Lucro Total
18,00	10			
20,00	10			
22,00	10			

AULA 2 – MARGEM DE LUCRO E FORMAÇÃO DO PREÇO DE VENDA

Tópicos:

- Diferença entre *margem de lucro sobre o custo* e *margem sobre o preço de venda*.

- Fórmulas:

Preço de Venda com lucro sobre o preço de custo:

$$P_V = P_C \cdot (1 + i)$$

Preço de Venda com lucro sobre o preço de venda:

$$P_v = \frac{P_c}{(1 - i)}$$

onde,

P_v é o preço de venda;

P_c é o preço de custo;

i é a taxa percentual de acréscimo, em decimal.

- Exercícios:

1. Um vendedor tem custo de R\$ 20,00. Deseja lucro de 30% sobre o custo. Qual o preço de venda?

2. E se desejar margem de 30% sobre o preço de venda?

AULA 3 – INTRODUÇÃO AO JOGO DE BERTRAND

1. Formação de duplas ou trios

Cada grupo será uma empresa (ou vendedor) que venderá um mesmo produto (ex: prato de baião, refrigerante, lanche, etc.).

2. Apresentação das regras (oral + cartaz ou slide):

- O custo fixo por unidade é **R\$ 20,00**.
- Em cada rodada, cada grupo define **em segredo** um **preço de venda**.
- Os preços são revelados simultaneamente.
- Quem cobrar o menor preço **vende todas as 10 unidades**.
- Se os preços forem iguais, **cada um vende 5 unidades**.
- Quem cobrar mais **não vende nada**.
- Receita = Preço × Quantidade Vendida
- Lucro = Receita – (20 × Quantidade Vendida)

3. Execução da simulação (3 rodadas)

- Cada rodada é registrada na **Ficha 1** (já pronta).

Rodada	Preço Escolhido (R\$)	Preço do Concorrente (R\$)	Quem vendeu mais?	Número de pratos vendidos?	Receita Total (R\$)?	Lucro Total (R\$)?

1						
2						
3						
4						
5						

- O professor anota os preços no quadro para feedback coletivo.
- Após as rodadas, cada grupo calcula:
Receita de cada rodada.
Lucro de cada rodada.
- Ao final das rodadas, os grupos comparam os resultados e discutem quem lucrou mais e por quê.

4. Reflexão inicial:

Oriente uma conversa com perguntas como:

- “Quem teve maior lucro?”
- “Quem vendeu mais vezes?”
- “Foi vantagem baixar muito o preço?”
- “Vale mais a pena vender mais barato ou manter o preço com menos clientes?”

AULA 4 – ESTRATÉGIAS E DISCUSSÃO

- Debate guiado:
Vale a pena baixar o preço sempre?
O que muda se ambos cobrarem o mesmo?
Existe um preço ideal?
- Simulação de mais 2 rodadas com nova estratégia (Rodadas 3 e 4 da **Ficha 1**).
- Análise dos resultados em grupo.
- Exercício:

Baseado nas rodadas anteriores e nas duas últimas rodadas de hoje, responda:

- Qual foi a sua melhor decisão de preço e por quê?
- Em qual rodada sua estratégia falhou? O que faria diferente?
- Se fosse abrir um pequeno negócio hoje, como definiria seu preço de venda?

AULA 5 – INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS

Cada grupo usa sua **Ficha 1 preenchida** para responder questões interpretativas. A ideia é **ler os dados como uma narrativa econômica**, como um empreendedor analisando seu desempenho ao final de uma semana de vendas.

- Exercício em grupo:

Com base na Ficha 1 do seu grupo, responda:

1. Em qual rodada vocês tiveram maior lucro? O que fizeram de diferente nela?
2. Houve alguma rodada em que vocês tiveram prejuízo? O que causou isso?
3. Em alguma rodada o lucro foi zero? O que pode justificar esse resultado?
4. Se pudessem repetir uma rodada, qual mudariam e por quê?
5. Como a concorrência afetou as decisões de vocês?
6. Qual foi a média de lucro por rodada?
7. Se o jogo continuasse por 10 rodadas, o que fariam diferente para manter lucro constante?

- Discussão Coletiva:

O que aprendemos sobre baixar demais o preço?

É melhor competir ou colaborar?

Como isso se aplica à vida real de pequenos comerciantes?

AULA 6 – APLICAÇÃO AO COTIDIANO E AVALIAÇÃO

- Atividade: “Se eu vendesse...”

Etapa 1 – Escolher um produto

Peça para cada aluno escolher um produto simples que poderia vender. Pode ser algo da realidade deles:

Exemplo: pastel, pipoca, refrigerante, água, lanche, sabão, brigadeiro, bijuteria etc.

Etapa 2 – Estimar o custo de produção

Explique que eles devem pensar quanto gastariam para fazer 1 unidade desse

produto.

Dê exemplos:

- Um brigadeiro: R\$ 0,50 de custo
- Um copo de suco: R\$ 1,20
- Um pastel: R\$ 3,00

Deixe que estimem com base no que conhecem ou proponha valores fixos para facilitar.

Etapa 3 – Escolher 3 preços de venda diferentes

Peça que testem 3 possíveis preços de venda para esse produto.

Em seguida, calculem a quantidade vendida, receita e lucro, como no jogo.

Os alunos podem usar a **Ficha 1**.

Etapa 4 - Perguntas para reflexão (responder no caderno)

1. Qual dos preços deu maior lucro?
2. Se você cobrasse muito caro, o que aconteceria?
3. Se você cobrasse muito barato, o lucro seria bom?
4. Qual preço é mais equilibrado?
5. O que você aprendeu sobre vender e calcular preço?

Etapa 5 - Avaliação

O professor pode observar:

- Se o aluno conseguiu fazer os cálculos.
- Se entendeu o que significa lucro.
- Se pensou de forma estratégica.
- Se conseguiu explicar suas decisões.

6.3 Análise pedagógica

A sequência didática desenvolvida com base no Jogo de Bertrand apresenta-se como uma proposta pedagógica promissora para o ensino de Educação Financeira na EJA, considerando sua fundamentação teórica, alinhamento à BNCC e coerência com os princípios da Educação Matemática Crítica. Embora ainda não tenha sido aplicada em contexto real de sala de aula, acredita-se que a estrutura do material e sua contextualização com a realidade dos estudantes conferem à proposta potencial educativo relevante, a ser validado futuramente por

meio de experiências práticas ou pareceres de especialistas da área.

Em consonância com as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos, que destacam a valorização dos saberes dos sujeitos e o compromisso com a superação de desigualdades históricas, a proposta promoveu inclusão social e financeira, tendo em vista que a atividade respeitou o repertório dos alunos e estimulou o protagonismo ao colocá-los no papel de empreendedores e tomadores de decisão. Dessa forma, além de desenvolver habilidades matemáticas previstas na BNCC — como resolução de problemas com porcentagens, análise de dados econômicos e planejamento financeiro —, a sequência contribuiu para a formação de uma cidadania crítica, fortalecendo a autonomia e a participação consciente na vida econômica e social.

O resultado mais expressivo da proposta não está apenas na resolução correta de cálculos, mas na transformação da percepção dos alunos sobre o papel da matemática em sua vida prática. Assim, o recurso educacional assume dupla função, uma de ensinar matemática e, simultaneamente, oferecer uma ferramenta de leitura do mundo, conforme defendem Freire (1996) e D'Ambrosio (1996).

Além disso, a elaboração do material foi pautada pela responsabilidade social da prática docente, em consonância com os valores democráticos e transformadores da Educação Matemática Crítica (D'Ambrosio, 1996).

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como propósito desenvolver e analisar uma proposta de ensino que articula a Educação Financeira ao ensino de Matemática na EJA, por meio da criação de uma sequência didática fundamentada no Modelo de Bertrand. A proposta está inserida no escopo da Educação Matemática Crítica, buscando superar a visão tradicional e tecnicista do ensino de conteúdos financeiros e econômicos, promovendo, em seu lugar, uma abordagem contextualizada, reflexiva e emancipatória.

A partir da elaboração e apresentação do produto educacional — o jogo de simulação econômica baseado na teoria de Bertrand — buscou-se fomentar nos estudantes da EJA a capacidade de compreender conceitos como precificação, concorrência, lucro, ponto de equilíbrio e tomada de decisão em ambientes de mercado (Brasil, 2000). Mais do que apenas resolver cálculos, o que se pretendia com essa sequência era oferecer aos estudantes ferramentas para interpretar e atuar de forma crítica sobre realidades econômicas que fazem parte de suas vidas cotidianas, como o comércio informal, o consumo consciente e a gestão financeira familiar.

O Jogo de Bertrand, adaptado para esse público, foi concebido de modo a atender às características do contexto da EJA, considerando aspectos como linguagem acessível, trabalho colaborativo, valorização da oralidade e da experiência prática dos alunos, além da flexibilidade para adaptação a diferentes realidades regionais. Embora não tenha sido aplicado em sala de aula durante esta pesquisa, sua adequação foi avaliada com base nos pressupostos pedagógicos adotados, nas diretrizes curriculares da EJA e nas necessidades formativas identificadas por meio da revisão da literatura. Conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos (Brasil, 2000), é papel da escola possibilitar que os sujeitos da EJA acessem uma formação que dialogue com seus contextos sociais, promovendo a inclusão e o protagonismo. Nesse sentido, a sequência proposta reafirma esse compromisso.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) também orienta que o ensino de matemática promova a formação de cidadãos capazes de tomar decisões conscientes e fundamentadas com base em dados e variáveis sociais, econômicas e financeiras. A proposta aqui apresentada atende a esse princípio ao estimular os alunos a experimentarem diferentes estratégias de precificação, compararem resultados, interpretar tabelas e gráficos e refletirem coletivamente sobre os efeitos de suas escolhas.

Para os professores da EJA, esse material oferece uma proposta prática, estruturada e fundamentada teoricamente, que pode ser aplicada em diferentes etapas de ensino, com as

devidas adaptações. Sua principal vantagem reside no fato de que integra conceitos matemáticos com situações reais, motivando os alunos e conferindo sentido à aprendizagem. Além disso, o material pode ser enriquecido com discussões interdisciplinares, como educação para o consumo, economia solidária, estatística, ética no mercado e leitura crítica da mídia.

É importante destacar que a pesquisa aqui desenvolvida é de natureza teórica e propositiva, e que o produto educacional proposto, embora tenha sido aplicado em caráter experimental, pode ser replicado, validado e aprimorado em outros contextos. Como continuidade desse trabalho, sugere-se a realização de investigações empíricas que avaliem os efeitos do jogo em termos de aprendizagem e desenvolvimento de competências socioeconômicas em diferentes grupos da EJA.

Por fim, acredita-se que o trabalho contribui não apenas para a ampliação do repertório de recursos pedagógicos na EJA, mas também para o fortalecimento de uma concepção de ensino de matemática comprometida com a formação crítica, com a autonomia financeira e com a construção de uma cidadania ativa e transformadora, como defendem Freire (1996) e D'Ambrosio (1996).

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Nerilton Vidal de. Gamificação no ensino de matemática: aumentando o engajamento e a motivação dos alunos. **Revista Tópicos**, [s.l.], v. 2, n. 14, p. 1–13, 3 out. 2024. Disponível em: <https://revistatopicos.com.br/artigos/gamificacao-no-ensino-de-matematica-aumentando-o-engajamento-e-a-motivacao-dos-alunos>. Acesso 18 maio 2025.
- BERTRAND, Joseph. Théorie mathématique de la richesse sociale. **Journal des Savants**, Paris, 1883.
- BORGES NETO, Alcides Coelho; VICTER, Eline das Flores. Educação financeira, a ferramenta de inclusão no ensino de jovens e adultos para construção de um futuro seguro: uma revisão de literatura. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 9, n. 2, p. 1236–1247, 2023. Disponível em: <https://periodicorease.pro.br/rease/article/view/8619>. Acesso em: 18 abr. 2025.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação, Câmara de Educação Básica. **Parecer n. 11 de 10 de maio de 2000**. Dispõe sobre as diretrizes curriculares nacionais para a educação de jovens e adultos. Relator: Carlos Roberto Jamil Cury. Brasília, DF: CNE, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/PCB11_2000.pdf. Acesso em: 20 maio 2025.
- CAMPOS, André Bernardo; KISTEMANN JR, M. A. **Investigando como a educação financeira crítica pode contribuir para tomada de decisões de consumo de jovens-indivíduos consumidores (JIC’S)**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, 2013.
- CARDOSO, Larry Carris. **Teoria dos jogos**. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1996. 42 p. (Texto para discussão; n. 365).
- CAVALCANTI, Melissa Franchini; SAUAIA, Antônio Carlos Aidar. Análise dos conflitos e das negociações em um ambiente de jogos de empresas. **REAd-Revista Eletrônica de Administração**, v. 12, n. 3, p. 1-25, 2006.
- CRESPO, Antônio Arnot. **Matemática comercial e financeira fácil**. São Paulo: Editora Saraiva. 12ª edição, 1997.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. Campinas -SP: Papirus, 1996.
- DUTRA, Jéssica Severo. **A abordagem da educação financeira na educação de jovens e adultos: um estudo bibliográfico**. 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Pedagogia) – Universidade Estadual do Rio Grande do Sul, Cruz Alta, 2024.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 21. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- GOMES, Beatriz Aguida. **Educação financeira para a educação de jovens e adultos: diálogo entre cotidiano e currículo**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em

Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ifsp.edu.br/handle/123456789/1944>. Acesso em: 18 abr. 2025.

HERMALIN, Benjamin E. **Introduction to game theory & the Bertrand trap**. Berkeley: University of California, 2003. Disponível em: <https://faculty.haas.berkeley.edu/hermalin/bertgame.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2025.

IEZZI, Gelson; Hazzan, Samuel; Degenszajn, David. **Fundamentos da matemática elementar, vol. 11**: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva. 1. ed. São Paulo: Editora Atual, 2004.

LIMA, Karla Patrícia. **Fundamentos de microeconomia para professores da educação básica**. Fortaleza: IFCE, 2018.

MORETTA, Klaudia Craveiro da Cunha. **Educação financeira na escola: por uma perspectiva educacional ampliada**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-24052023-204850/pt-br.php>. Acesso em: 19 abr. 2025.

NASCIMENTO, Wesley Gonçalves do. **Educação financeira na educação de jovens e adultos: vivências no Instituto Federal de Goiás (IFG)**. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Goiânia, 2020

OLIVEIRA, Tiago; SILVA, Maria Aparecida. **Introdução à economia: teoria e prática**. São Paulo: Atlas, 2021.

PATRÍCIO, Ana Angélica da Silva. **Teorias de oligopólio e a indústria automobilística brasileira no período de 2006 a 2014**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Ciências Econômicas) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Economia, Administração, Atuária e Contabilidade, Fortaleza/CE, 2015.

PINHEIRO, Juliana Gomes. **Educação financeira na educação básica: uma proposta de atividades sobre empreendedorismo e orçamento familiar**. 2024. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2024.

PORTO FILHO, Erico; SILVA, Harrysson Luiz da. Análise da evolução do modelo conceitual geossistêmico de Monteiro, e sua aplicação à Laguna da Conceição: um sistema singular complexo. **Geosul**, v. 39, n. 91, p. 329-356, Florianópolis – SC, 2024.

PORTO-JÚNIOR, Wellington Luiz Pinele. **O paradoxo de Condorcet e a questão da escolha pública: uma análise da tomada de decisões coletivas em economia**. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Ciências Econômicas) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2014.

REX, Yara Luisa; BOFF, Maria Lucia. Análise custo/volume/lucro na tomada de decisão: o caso de um e-commerce. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE CUSTOS, 18., 2023, Natal. **Anais [...]**. Natal: Associação Brasileira de Custos, 2023.

ROZETTE, Gisele de Araújo. **Educação financeira e educação de jovens e adultos: uma proposta de conscientização.** 2024. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2024.

SANTANA, Daiany dos Reis. **Etnomatemática e temas de Educação Financeira para a EJA.** 2022. Produto educacional (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Norte do Paraná, Centro de Ciências Humanas e da Educação, Jacarezinho - PR, 2022.

SANTOS, A. N. S.; FELIPPE, J. N. O.; FONSECA, E. F.; NEVES, C. R.; SANTI, W. S.; TOLEDO, M. P.; BATISTA, W. R.; SILVA, J. N. V.; GUIMARÃES, D. A.; PRADO, M. R. F.; OLIVEIRA, G. S.; SILVA, A. N.; DORNELAS, E. S.; BATISTA, M. A.; SOARES, P. J. T.; ALVES, F. C. Educação de jovens e adultos (EJA) no Brasil - desafios e perspectivas no currículo e metodologias à luz da LDB. **Revista Aracê**, v. 7, n. 4, 2025. Disponível em: <https://periodicos.newsciencepubl.com/arace/article/view/4592>. Acesso em 20 mai. 2025.

SANTOS, Lilian Regina Araújo dos. **Educação financeira escolar na EJA: discutindo a organização orçamentária e a gestão de pequenos negócios informais.** 2018. Trabalho de Conclusão - Universidade de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2018.

SANTOS-NETO, José Ferreira dos. **Educação financeira na EJA: uma sequência didática para o entendimento dos juros do cartão de crédito.** 2024. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Estadual de Goiás, Goiás, 2024.

SILVA, David Leonardo da. **Jogos matemáticos nas aulas do ensino médio: um estudo dos trabalhos publicados no ENEM.** 2013. Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto Federal de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em: https://eadcampus.spo.ifsp.edu.br/pluginfile.php/7465/mod_resource/content/0/TCC_David.pdf. Acesso em: 18 maio 2025.

SILVA, R. C. F.; PEIXOTO, T. S. F. **A utilização do jogo do dominó na aprendizagem da matemática na EJA.** 2025. 47f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá, Macapá – AP, 2025. Disponível em: <https://repositorio.ifap.edu.br/jspui/handle/prefix/1086>. Acesso em: 20 maio 2025.

SILVA, Sara Aline Damasceno da. **Ensino-aprendizagem de porcentagem na Educação de Jovens e Adultos: um estudo de caso com metodologias ativas e educação financeira.** 2024. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2024.

SPC-BRASIL. **Guia de precificação: importância, técnicas e como calcular,** 31 jun. 2024. Disponível em: <https://www.spcbrasil.org.br/blog/precificacao>. Acesso em 15 abr. 2025.

TEMOTEO, Alan Alysson Arruda. **A educação financeira no ensino fundamental: trabalhando o poupar e o investir com os jogos Piquenique e Bons Negócios.** 2024. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Cariri, Juazeiro do Norte - CE, 2024.