UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ABAETETUBA
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

PAULO AZEVEDO MONTEIRO

REGISTROS MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES DE JOGOS PROBABILÍSTICOS

ABAETETUBA/PA
2025

PAULO AZEVEDO MONTEIRO

REGISTROS MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES DE JOGOS PROBABILÍSTICOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Ciências Exatas e Naturais, da Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Feio Lima

ABAETETUBA/PA
2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M772r Monteiro, Paulo Azevedo.
Registros mobilizados por estudantes do 6° ano dos anos finais do ensino fundamental em situações de jogos probabilísticos / Paulo Azevedo Monteiro. — 2025.
121 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Reinaldo Feio Lima
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Abaetetuba, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Abaetetuba, 2025.

1. Ensino de Matemática. 2. Teoria dos Registros de Representações Semióticas. 3. Jogo Matemático. 4. Raciocínio Probabilístico. 5. Ensino Fundamental. I. Título.

CDD 510.7

Aos meus amados pais, **Neide da Silva Azevedo** e **Paulo de Souza Monteiro,** que me criaram com amor e carinho e me deram os primeiros ensinamentos para a vida.

Ao meu filho querido, **Link Kevin Miranda Monteiro**, e especialmente à minha companheira, **Keliane da Silva Monteiro,** pelo apoio, motivação, incentivo, cuidado e carinho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me proporcionado tamanha oportunidade de crescimento pessoal e profissional.

Neste pequeno espaço eu agradecerei, da forma mais resumida possível, a todos que fizeram e fazem parte desta caminhada acadêmica. Antes de começar a escrever, pensei: “tenho muita gente para agradecer”; e saber que tantas pessoas contribuíram para eu chegar até aqui me deixou muito feliz.

À minha mãe, Neide, pelo amor incondicional e que fez de sua vida uma luta pelo meu sucesso.

Ao meu pai, Paulo, exemplo de amor e amizade, pessoa fundamental na minha existência, que sempre me incentivou a ser uma pessoa melhor.

À minha querida esposa, Keliane, pelo incentivo, compreensão e apoio para que eu pudesse me dedicar ao programa de Mestrado.

Ao meu filho, Link Monteiro, meu maior presente de Deus.

À minha irmã, Dariane, por estar presente nos momentos mais importantes da vida.

À minha família e amigos pela força e compreensão nos momentos em que a dedicação à vida acadêmica esteve acima dos demais compromissos sociais.

Ao Professor Doutor Reinaldo Feio Lima pela parceria, paciência, imensa dedicação, estímulo e competência na orientação deste trabalho.

Ao Professor Doutor Paulo Cesar Oliveira, ainda que distante, pela amizade, companheirismo e valioso auxílio durante este processo, conduzindo-me sempre à compreensão dos processos que envolvem a pesquisa.

A Professora Doutoranda Mayara Sena, pela parceria, sugestões e críticas que me impulsionaram a trilhar o caminho do conhecimento com segurança.

Ao professor Mestre Tonival de Sarges Corrêa, muito agradecido pelas inúmeras aulas de conhecimentos para o Exame de Qualificação (ENQ).

Gostaria de agradecer ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, em especial aos Professores Doutores: Júlio Roberto Soares da Silva e Suellen Arruda; faltam palavras para expressar minha gratidão ao Professor Dr. Reinaldo Feio Lima, figura a qual aprendi admirar e tenho profundo respeito, além de muito orgulho de ter sido aluno, orientado e agora de partilhar de sua amizade. Profissional exemplar, empenhado, dedicado, preocupado, responsável e ser humano ímpar; como aluno de disciplinas oferecidas no curso e como orientando, me propiciou vários momentos de reflexão ora como estudante e ora como professor.

Aos meus colegas da Turma 2023, muito grato pelos momentos de ensinamento, conhecimento e companheirismo, estudos e desafios – foram muitos, mas sabemos que sem luta não temos glória; enfim, a todos aqueles que acreditaram na realização desse sonho.

Durante este percurso fiz muitas amizades e gostaria de destacar e agradecer os meus parceiros e futuros Mestres: Gean, Jesse Stélio e Valmir, amigo das noites, dos estudos, do ENQ, dos trabalhos, parceiros que me motivaram, me corrigiram e sempre estiveram ao meu lado.

Ao Diretor Lucio Negrão, por sua confiança e apoio durante a realização da pesquisa de Mestrado.

Aos estudantes participantes voluntários desta pesquisa, pelo comprometimento e dedicação demonstrados nos encontros realizados.

Trabalhei muito para chegar ao sucesso, mas não conseguiria nada se Deus não ajudasse. (Ayrton Senna)

Não fiz o melhor, mas fiz tudo para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas não sou o que era antes. (Martin Luther King)

MONTEIRO, Paulo Azevedo. **Registros mobilizados por estudantes do 6º ano dos anos finais do ensino fundamental em situações de jogos probabilísticos**. 2025. 119f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Instituto de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Federal do Pará, Abaetetuba, Pará, 2025.

RESUMO

Pesquisas em Ensino de Matemática têm mostrado que o (a) professor (a) tende a melhorar a aprendizagem dos estudantes ao propor resoluções de situações probabilísticas contidas em jogos matemáticos, e mais de um registro de representação do mesmo objeto matemático em suas aulas. Esta dissertação de mestrado, desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), tem como objetivo identificar e compreender as diferentes representações semióticas entre registros, mobilizados e coordenados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, ao usar o jogo “Travessia do rio” no ensino de conceitos de Probabilidade, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). A orientação metodológica segue os pressupostos de sete momentos pedagógicos, o que auxilia o professor a realizar as interversões pedagógicas necessárias ao propor de forma intencional um jogo em sala de aula. A pesquisa é de natureza qualitativa e os instrumentos de produção de dados utilizados: registros, filmagens, gravações de áudio dos encontros são descritos qualitativamente, buscando concisão e fidelidade para a produção de dados. Com o aporte da TRRS, temos o propósito de responder à seguinte questão de pesquisa: quais registros de representação semiótica são mobilizados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao usar o jogo “Travessia do rio” no ensino de conceitos de Probabilidade? Os resultados dessa pesquisa apontam que os estudantes enfrentaram dificuldades na conversão e tratamento de registros de representação semiótica na resolução das situações de probabilidade contidas no jogo, limitando sua compreensão conceitual. Embora tivessem dificuldades na resolução escrita, conseguiram verbalizar suas estratégias, destacando a importância da utilização do discurso oral na resolução das situações contidas no jogo. Além disso, apresentaram dificuldades na resolução de situações com alto grau de não congruência semântica. Para diminuir tal dificuldade, sugerimos utilizar diversos registros de representação para melhorar a compreensão dos estudantes. Logo, inferimos que a construção conceitual das noções de Probabilidade perpassa pela compreensão das diferentes situações de natureza aleatória e por situações envolvendo as concepções frequentista e clássica de Probabilidade. Concluímos, assim, que o jogo pode ser um instrumento para compreensão do conteúdo em questão nas abordagens de: raciocínio probabilístico, identificação do espaço amostral e estimativa de eventos aleatórios. Com base nos resultados, recomendamos, em futuras pesquisas, uma abordagem alternativa, coletando, além do discurso escrito, o discurso oral dos estudantes, com o objetivo de analisar a compreensão e a resolução das situações de Probabilidade contidas no jogo dos colaboradores que não conseguem fazê-las apenas através do discurso escrito.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Teoria dos Registros de Representações Semióticas; Jogo Matemático; Raciocínio Probabilístico; Ensino Fundamental.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
APM	Associação de Professores de Matemática de Portugal
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
ENQ	Exame Nacional de Qualificação
PA	Pará
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNAIC	Pacto Nacional para Alfabetização na Idade Certa
PROFMAT	Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional
RRS	Registros de Representação Semiótica
SIPEM	Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
TAI	Termo de Autorização Institucional
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UFPA	Universidade Federal do Pará

LISTA DE SÍMBOLOS

Σ	Somatório
$\neg$	Negação lógica
$\cap$	Intersecção

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O processo de aprendizagem da Matemática é marcado por muitos insucessos entre docentes, discentes e objetos matemáticos. Segundo Duval (2004), estes insucessos ocorrem porque representações diversas apresentam custos cognitivos também diversos aos aprendizes (discentes). Assim, os discentes e os objetos matemáticos auxiliam no acesso ao conhecimento dessa ciência. Pois, para Duval (2011), o acesso aos objetos de saber é central para a compreensão em Matemática.

Esses insucessos e dificuldades iniciais geraram algumas inquietações e levaram ao seguinte questionamento: como diminuir as dificuldades em Matemática? Inicia-se a responder tal pergunta tendo a Matemática como uma disciplina científica, de necessidade social, capaz de resolver indagações relacionadas às operações básicas como: porcentagem, juros, probabilidade, entre outras, além da sua característica histórica que atribui a essa disciplina um amplo destaque cultural, pois foi um dos primeiros conhecimentos gerados pela humanidade. Essa disciplina não é vista com bons olhos pela maioria dos estudantes, sendo definida por eles como chata e difícil. As dificuldades apontadas na Matemática estendem-se também aos conteúdos e conceitos relacionados à Probabilidade.

A partir desses questionamentos, desenvolveu-se, como Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, uma pesquisa com registros mobilizados por estudantes do 6º ano dos anos finais do Ensino Fundamental, no município de Barcarena – PA, em situações de jogos probabilísticos.

Monteiro e Lima (2025) realizaram um estudo que buscou identificar e compreender como os aspectos teóricos e metodológicos são utilizados nas pesquisas sobre jogos no ensino de Matemática, nos anais Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM). Os resultados evidenciaram uma diversidade de referenciais teóricos e metodológicos que sustentam o uso de jogos matemáticos nos processos de ensino e de aprendizagem Matemática, com destaque aos estudos de Grando (1995; 2004; 2015), Kishimoto (2001; 2006) e Massa (2014; 2016). Essa constatação ressaltou a necessidade de estudos que investiguem estratégias eficazes para incorporar nas práticas pedagógicas de jogos para enriquecer a aprendizagem da Matemática, em diferentes níveis e etapas de estudos.

Os jogos matemáticos motivam os alunos, auxiliando-os cada vez mais na aprendizagem de Matemática dentro e fora da sala de aula. Grando (2000) ressalta diversas vantagens sobre o uso de jogos no ensino de Matemática, como o desenvolvimento do desafio dos jogos, pois o jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento e favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição sadia da observação, das várias formas de uso da linguagem e do prazer em aprender, além da introdução de conceitos de difícil compreensão como os relacionados à Probabilidade.

A Teoria das Probabilidades é o ramo da Matemática que cria, desenvolve e, em geral, pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios. Segundo Lopes (2011), é uma área da Matemática que envolve o estudo e a modelagem de fenômenos não determinísticos. A importância do estudo da Probabilidade também ocorre devido à necessidade dessa área da Matemática nos mais diversos ramos da atividade humana, como Economia, Política, Medicina, Ciência, entre outros.

Em relação ao ensino de Probabilidade, apesar de sua grande importância em diversas áreas do conhecimento, trata-se de um assunto pouco explorado em sala de aula. De acordo com Silva (2013), há dificuldades dos alunos quanto à sua apreensão e carência de material didático motivador e envolvente sobre o assunto. Além disso, para Moraes (2014), existem diversas dificuldades no ensino de conhecimento probabilístico, como, por exemplo: a falta de uma contextualização histórica, a ausência de uma abordagem que confronte duas visões diferentes da probabilidade – a visão clássica e a visão frequentista.

Entrando em contato com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Duval (1995), encontrou-se uma possibilidade de trabalho envolvendo Probabilidade e seus registros de representação semiótica. A TRRS trata dos aspectos cognitivos relacionados à obtenção de conhecimentos matemáticos, além de ter como ponto central que a aprendizagem dos conceitos matemáticos está relacionada à mobilização e coordenação de diferentes registros de representações, como a presença das representações e suas multiplicidades de formas desenhos, esquemas, fórmulas, gráficos e tabelas.

Para Duval (1995), a aprendizagem da Matemática considera os conteúdos matemáticos e o funcionamento cognitivo do aluno, observando seus registros escritos e buscando um modelo que seja pertinente para analisar e interpretar tais registros. Dessa forma, considera-se que a TRRS possa ajudar a encontrar respostas às indagações, visando maior cognição dos objetos matemáticos e do processo de aprendizagem. Portanto, a escolha desta teoria para a presente dissertação, como o uso de jogos matemáticos no ensino de Probabilidade, se deu justamente pela gama de possibilidades que a TRRS apresenta para a compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem, tendo como foco principal a utilização de diferentes representações no ensino dos conteúdos probabilísticos para o 6º ano do Ensino Fundamental.

Conforme Duval (2011a), o discente só compreende algo em Matemática quando desenvolve a capacidade de reconhecer o objeto matemático por meio de seu registro de representação. Além do mais, a compreensão diz respeito aos mecanismos que levam o discente a aprender qualquer conhecimento, especialmente em Matemática. Assim, apoiados nas suas teorias, Duval (2011b) refere que a habilidade de mudar de registro implica a compreensão em Matemática, portanto a capacidade que o discente possui de reconhecer em diferentes registros o mesmo objeto matemático, voltando a atenção para a análise dos registros que são produzidos pelos colaboradores na resolução de situações-problema.

No entanto, as situações de diferentes registros de representação, ligadas a um objeto matemático não é, em geral, espontânea. Muitos alunos desenvolvem atividades matemáticas e utilizam diferentes registros sem ao menos saber a ligação entre eles. Desse modo, as atividades de ensino precisam proporcionar ou requerer do aluno este uso de diferentes representações. É com esta perspectiva que se investigamos na presente pesquisa o desenvolvimento de situação-problema envolvendo jogos de Probabilidade.

A justificativa acadêmica deste trabalho em aplicar jogos de Probabilidade repousa na vivência e experiência do pesquisador/autor nas atividades laborais no Ensino Fundamental e, principalmente, na observação e conversas informais com os pares de que os alunos dos anos iniciais até o sexto ano pouco têm contato direto com a Probabilidade, pois geralmente é um conteúdo aplicado no Ensino Médio.

Diante disso, esta pesquisa visa responder ao seguinte questionamento: quais os registros de representação semiótica mobilizados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao usar o jogo “Travessia do rio” no ensino de conceitos de Probabilidade? No esforço de buscar responder a esse problema de pesquisa, foram estabelecidos alguns objetivos para o desenvolvimento deste estudo, assim tem-se como objetivo geral: identificar e compreender as diferentes representações semióticas entre registros mobilizados e coordenados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao usar o jogo “Travessia do rio” no ensino de conceitos de Probabilidade. Para contemplar esse objetivo geral, foram elencados três objetivos específicos, a saber: compreender quais as contribuições da TRRS podem subsidiar o ensino de Probabilidade do 6º ano do Ensino Fundamental; identificar e compreender se as dificuldades os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental procedem e se podem ser enfrentadas ao propor o uso dos jogos digitais como recurso; e apresentar um recurso educacional.

Para atingir os objetivos propostos, esta pesquisa se fundamenta em uma metodologia qualitativa, visto os dados produzidos são de natureza subjetiva e interpretativa. Os colaboradores são estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental II de uma escola situada no município de Barcarena - PA. Para a produção dos dados utilizaram-se: o jogo "Travessia do rio", a entrevista semiestruturada, a gravação em áudio para capturar as conversas, as fotos para registrar os momentos e a folha de registros dos colaboradores. Além disso, foram propostos cinco encontros, nos quais serão aplicados os momentos do jogo sugeridos por Grando (2004).

Esta pesquisa está estruturada, portanto, em seis seções. A primeira é a presente introdução, a segunda apresenta o aporte teórico que fundamenta o desenvolvimento do estudo, subdividida em nove subseções que dialogam para fundamentar a pesquisa: as representações; os tipos de representações; as Representações Semióticas; os Registros de Representação Semiótica; as atividades cognitivas dos registros de representação; a formação de uma representação identificável; o tratamento de um Registro de Representação; conversão entre Registros de Representação; o fenômeno de congruência das conversões; e a Natureza e a forma dos Registros de Representação Semiótica.

A terceira seção se debruça no estudo sobre jogos no ensino de Matemática e o uso do jogo no ensino de Probabilidade. A quarta seção traz a metodologia adotada para o desenvolvimento desta pesquisa. Destaca-se a natureza da pesquisa, apresentando os instrumentos de produção de dados e a análise dos dados, e também as características sobre os sujeitos da pesquisa e o contexto da pesquisa. Na quinta seção são expostos os resultados dos encontros com os colaboradores e a discussão dos resultados. Por fim, a sexta seção apresenta as considerações finais do trabalho, sintetizando os pontos mais relevantes discutidos ao longo do estudo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo estão estruturados os referenciais teóricos que fundamentam a pesquisa, embasados na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. Essa Teoria, desenvolvida pelo filósofo e psicólogo Raymond Duval (1995), situa que na atividade Matemática, na mobilização dos seus objetos, só ocorre a acessibilidade através de representações. No decorrer das primeiras seções apresentamos elementos da teoria de Duval relevantes para a pesquisa, tendo como pressuposto que a própria teoria oferece um aporte teórico-metodológico para que possamos analisar os registros produzidos pelos colaboradores no desenvolvimento de atividades de jogos matemáticos.

2.1 AS REPRESENTAÇÕES

As representações são fundamentais para o estudo dos fenômenos relacionados ao conhecimento. Podemos mencionar que representar é uma maneira de "codificar" a informação; a representação manifesta ideias de modo que se representa para tornar algo presente. Segundo Duval (2011a), a finalidade exercida pelas representações é "evocar o que está ausente" e "comunicar" um pensamento para os outros. Contudo, o pesquisador ressalta a necessidade e a capacidade de distinguir a representação do objeto que está sendo representado, sendo a competência de desenvolver os mecanismos de compreensão dos conceitos matemáticos. Desse modo, o reconhecimento das distinções, representações, características do mesmo objeto podem ser um indicativo de conhecimento em relação ao objeto. Segundo Duval (2003), em Matemática, a comunicação é feita basicamente por meio de representações. Os estudos dos objetos matemáticos são, na realidade, efetuados sobre as representações destes objetos; além disso, Lins (2004, p.96) menciona que "conhecidos não no que eles são, mas apenas em suas propriedades, no que deles se pode dizer". Logo, o entendimento está ligado às representações, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos se dá por meio delas. Assim, para Duval (2003), é fundamental que não se confunda os objetos matemáticos com sua representação, uma vez que o mesmo objeto matemático pode ser representado de várias formas, como, por exemplo, a representação algébrica e geométrica de uma determinada equação.

Dessa maneira, ressaltamos a necessidade da compreensão de diferentes sistemas de representações, pois para se compreender Matemática é necessário identificar e entender diferentes aspectos do objeto presentes em suas representações.

2.2 TIPOS DE REPRESENTAÇÕES

De acordo com Duval (2004), existem três tipos de representações: as mentais, as internas ou computacionais e as semióticas. Corroborando, Damm (1999) ressalta que tais representações não são espécies diferentes de representação, mas sim representações que realizam funções diferentes:

• As representações mentais consistem em um conjunto de imagens e concepções que um indivíduo pode ter sobre determinado objeto, sobre uma situação, ou sobre algo que está associado ao objeto ou à situação, cumprindo a função de objetivação;

• As representações internas ou computacionais, segundo o autor, são caracterizadas pela execução automática de uma tarefa e privilegiam o tratamento de uma informação. O algoritmo da adição é um exemplo deste tipo de representação;

• As representações semióticas, por sua vez, são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de funcionamento e significado; elas exteriorizam as representações mentais.

Apesar de a noção de signos ser mais antiga (Duval, 2011), foi apenas no final do século XIX que passamos a estudá-los a partir de modelos de análise formulados para debater a sua diversidade e função concernentes, principalmente a atividade científica e a comunicação. Conforme Duval (2011, p. 38), "as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, e não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas, os gráficos e não os pontos, raramente visíveis, ou os traços". Os signos, por sua vez, estão associados às unidades elementares de sentido, são, segundo o autor, caracteres para codificar, tais como, letras, siglas, algarismos, palavras-chave ou gestos da mão. Assim, os signos podem ser considerados "como "coisas" pelas quais é preciso começar para dar um sentido!" (Duval, 2011, p. 38).

Essa nova área do conhecimento foi designada de Semiótica, originário do grego *semeion*, que significa signo. Portanto, a Semiótica pode ser designada como a ciência dos signos ou a ciência geral de todas as linguagens (Santaella, 2012).

2.3 REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

O surgimento da extensão 'semiótica' no universo das representações está ligado aos diferentes sistemas semióticos que utilizamos para produzir as representações. Para Duval

(2011a), as Representações Semióticas são produções constituídas pelo uso de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento. Segundo Duval (2009, p. 32), as representações semióticas caracterizam-se por

> [...] serem relativas a um sistema particular de signos, como a linguagem, a escrita algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações "equivalentes" em outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferentes para os sujeitos que as utilizam.

Ainda, de acordo com Duval (2004), a utilização de diferentes representações semióticas influencia a atividade cognitiva do indivíduo que as utiliza. Logo, as representações semióticas são essenciais para a compreensão dos conceitos matemáticos. Segundo Duval (2004, p. 33 [tradução livre]).

> [...] representações semióticas são externas e conscientes aos indivíduos. Essas representações são constituídas pela utilização de símbolos, que vão além da comunicação de ideias para o desenvolvimento das representações mentais que são a interiorização da percepção externa.

Duval (2009) aponta três funções principais das representações semióticas: no desenvolvimento das representações mentais; na realização de diferentes funções cognitivas; na produção de conhecimentos. As representações ajudam identificar os objetos matemáticos e a internalização dos signos contribuem para a representação de tais objetos.

Assim as representações mentais dependem da interiorização das representações externas (signos), pois são representações semióticas que os estudantes constroem do mundo externo na construção do conhecimento.

Segundo Duval (2009), as representações semióticas ajudam o contato dos acadêmicos com os símbolos, levando-os de forma consciente e objetiva a elaborar a representação a partir dos estímulos como, por exemplo: pontos, traçados, caracteres, letras e outros símbolos matemáticos. Portanto, é por meio das representações semióticas que determinadas funções cognitivas fundamentais do pensamento humano são executadas.

O autor ressalta que as representações semióticas não são simplesmente um meio para comunicação de ideias; elas são fundamentais para a atividade cognitiva de pensamento, que envolvem o desenvolvimento das representações mentais permitindo representações diferentes de um objeto, na medida em que podem manifestar sistemas semióticos totalmente diferentes.

Para Duval (2004), os estudantes enfrentam o problema na fase de aprendizagem que está em separar os objetos matemáticos de suas representações. Essa separação necessita de duas operações cognitivas ligadas à representação do objeto matemático ou ao próprio objeto matemático. Dessa forma, Duval (2004) relata e distingue os termos "*semiósis*" e "*noésis*". Para o autor, a *semiósis* é a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, enquanto a *noésis* é a apreensão conceitual de um objeto. Sendo assim, não existe *noésis* sem *semiósis*; é a *semiósis* que determina as possibilidades de ocorrer a *noésis*.

Há uma grande variedade de representações em Matemática para um mesmo objeto e é comum olhamos o objeto matemático ser confundindo com uma representação em si (Duval, 2004). Por exemplo, é comum estudantes acreditarem que a função polinomial de 2º grau ou função quadrática é $y = ax^2 + bx + c$, enquanto, na verdade, isso é apenas uma das representações do objeto matemático "função polinomial de 2º grau".

Para Duval (2004), não haverá compreensão em Matemática se não se distingue o objeto matemático de sua representação. O autor explica que para construir o conhecimento do estudante devem ser mobilizados, nas aulas de Matemática, simultaneamente, vários registros de representação para um mesmo objeto matemático. O referente é o objeto da realidade sobre o qual falamos, já o sentido diz respeito à forma, ao modo como falamos desse objeto. Como exemplo, observemos as representações X e Y a seguir:

X: SOL

Y: ESTRELA DO SISTEMA SOLAR

As duas as representações se referem ao mesmo objeto da realidade. No entanto, com a representação Y aprendemos algo sobre o objeto o que não aprendemos com a representação X, logo as representações têm o mesmo referente, mas não o mesmo sentido.

Segundo Duval (2011), duas ou mais expressões podem ter sentidos diferentes, mas se referirem ao mesmo objeto, por exemplo: 2 + 8; 2 x 5; 20 / 2; $\sqrt{100}$, etc. As representações podem ter sentidos diferentes ou apresentar conteúdos muito diferentes e, ainda assim, representarem o mesmo número (Duval, 2011).

2.4 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

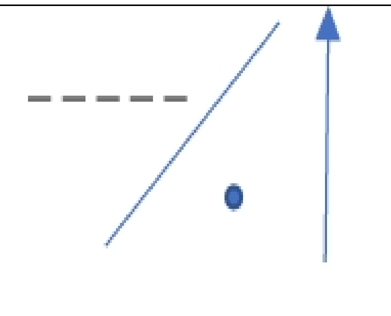
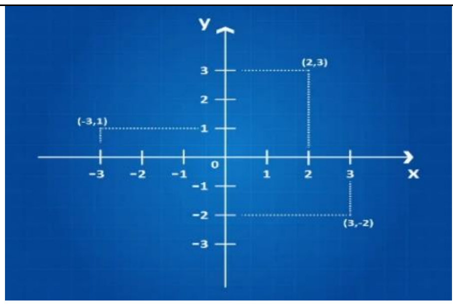
O termo Registros de Representação Semiótica é utilizado, segundo Vertuan (2007), para designar diferentes tipos de representação, como: representações em língua natural, tabular, gráfica, figural e algébrica. Cada uma dessas representações constitui um sistema de representação.

Para Duval (2011a, p. 70), um registro de representação semiótica está associado a um "sistema semiótico particular que não funciona nem como código, nem como sistema formal. Ele se caracteriza, essencialmente, pelas operações cognitivas específicas que ele permite efetuar"; além disso, o autor menciona que os registros de representação semiótica

> [...] são sistemas semióticos criadores de novos conhecimentos. Para ser um registro um sistema semiótico deve cumprir duas condições. Primeiramente, poder produzir representações que permitem tanto ter acesso a objetos perceptivamente ou instrumentalmente inacessíveis, quanto explorar tudo que é possível. Em seguida, sobretudo, abrir um campo de operações específicas que permitem transformar as representações produzidas em novas representações (Duval, 2011a, p. 97).

No Quadro 1, apresentamos exemplos que ajudam a compreender a que se refere o autor quando utiliza termos como sistema semiótico, signo e representação semiótica.

Quadro 1 - Exemplos de sistemas semióticos, signos e representações semióticas segundo Duval (2011)

Sistema semiótico	Signos	Representação semiótica
Língua natural	três, mais, que...	Paulo é três anos mais velho que Dariane
Simbólico na forma algébrica	a, b, x, y, ...	a + x = b + y
Simbólico na forma numérica	1, 2, +, -, ...	31 × 23 93 3 x 31 = 93 + 62 2 x 31 = 62 713
Figural na forma gráfica		

Fonte: elaborado pelos autores (2025)

Assim, para Duval (2011a), a compreensão em matemática está intimamente ligada ao uso de diferentes registros de representação de um objeto matemático, ou seja, na capacidade do aluno em manipular diferentes registros de representação. Um sistema semiótico forma um registro de representação semiótica se o mesmo possibilitar a produção de outras representações, a partir de transformações realizadas na representação. Então, para Duval (2011a, p.68), "o que é essencial em uma representação semiótica são as transformações que se pode fazer e não a própria representação". Além disso, o autor afirma que a atividade matemática consiste na transformação das representações semióticas e na mobilização de diferentes representações para o mesmo objeto, as quais podem ter naturezas diferentes, dependendo de qual aspecto do objeto matemático queremos descartar.

2.5 ATIVIDADE COGNITIVA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

Conforme Duval (2011b), uma representação é considerada um registro de representação semiótica quando a mesma permite três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão de um registro de representação para outro de outro sistema de representação.

2.6 FORMAÇÃO DE UMA REPRESENTAÇÃO IDENTIFICÁVEL

Para que uma representação seja identificável, é necessário reconhecer nesta representação o que ela representa, no caso da Matemática o objeto matemático representado. Para isso, o sistema de signos precisa ser comum a todas as pessoas, ou seja, ser estabelecido socialmente. Assim, o indivíduo não pode criar um sistema, mas sim utilizar sistemas já existentes. A Figura 1 é um exemplo de uma representação identificável.

Figura 1 - Placa não fume

Fonte: Acervo pessoal (2025)

De fato, identificamos nesta figura um objeto, pois ao olhar para este desenho sabemos que ele é destinado a orientar o público, seja funcionário ou visitante, de que é proibido fumar naquele determinado ambiente. Porém, esta representação não pode ser classificada como um registro de representação semiótica, pois, mesmo que identifiquemos o objeto que ela representa, é impossível fazer transformações no registro, uma vez que o novo registro poderia não fazer a indicação do anterior no que se refere às normas de segurança e à organização de ambiente público e privado.

2.7 TRATAMENTO DE UM REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO

O tratamento consiste em realizar procedimentos sobre o registro, conservando o sistema de registros original. Portanto, tratamentos são procedimentos internos a um sistema de registro. Para Duval (2011b, p.16),

> os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo sistema de representação, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura seguindo critérios de conexidade e simetria.

A Figura 2 mostra um exemplo de tratamento realizado no registro da língua natural. Com respeito à linguagem natural, Duval (2011, p.83) afirma que este é "o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento".

As representações em linguagem natural dizem sobre a expressões da língua falada ou escrita e, na relação dos registros relativos a objetos matemáticos, referem-se à linguagem matemática utilizada para comunicar um conhecimento sistematizado interpretado e expresso de forma verbal ou textual.

Figura 2 - Exemplo de tratamento no registro da língua natural

Um restaurante está com treze pessoas, sendo nove clientes e quatro garçons. Se escolhermos uma pessoa do local aleatoriamente, qual a probabilidade de ser um cliente?

Tratamento

13 pessoas, sendo 9 clientes e 4 garçons, qual a probabilidade de escolher um cliente?

Fonte: Acervo pessoal (2025)

Segundo Duval (2009), a atividade matemática não pode se concentrar só um tratamento, já que essa transformação não propicia a visualização de todos os aspectos diferentes do objeto representado.

Na Figura 2, vale ressaltar, ainda que o registro original tenha sido transformado, essa transformação não indica avanços em termos de compreensão de conceitos probabilístico. Observado isso, outro tipo de transformação precisa ser realizado.

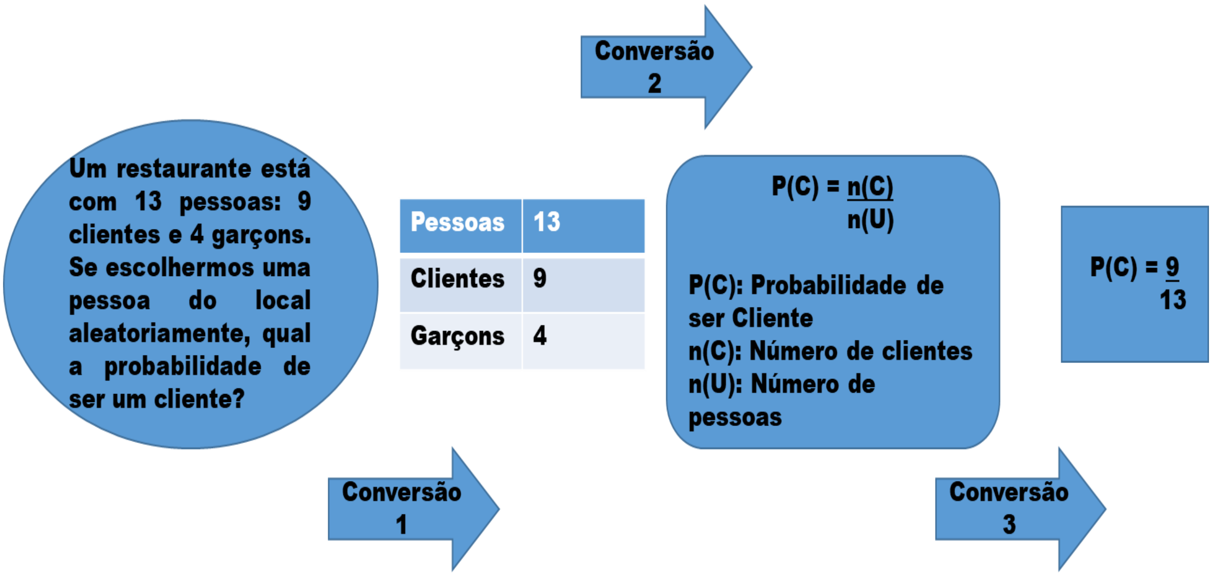
2.8 CONVERSÃO ENTRE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

Para Duval (2009, p.58), a conversão de uma representação em outra consiste em “transformar um registro de representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada, num registro de representação usando outro sistema de representação”. Assim, conversões são transformações externas ao registro de representação de partida, de modo que ocorre mudança de sistema de registro.

Corroborando, Damm (1999) refere que a conversão é fundamental para o trabalho com Matemática. Duval (2012a) afirma que o ato de mudar o sistema de representação de um objeto matemático é um mecanismo que leva à compreensão, visto que cada sistema semiótico tem suas particularidades e especificidades representacionais.

Na Figura 3, a seguir, apresentamos três conversões: a conversão 1 é a transformação de um registro da língua natural para um registro figural de tabela de dupla entrada; já a conversão 2 é a transformação de um registro figural de tabela de dupla entrada em um registro simbólico na forma algébrica; por fim, a 3ª conversão é a transformação do registro simbólico na forma algébrico em registro simbólico na forma numérica. As representações referem-se ao mesmo objeto matemático - “Probabilidade”.

Figura 3 - Exemplo de conversão entre registros de representação semiótica



Fonte: Acervo pessoal (2025)

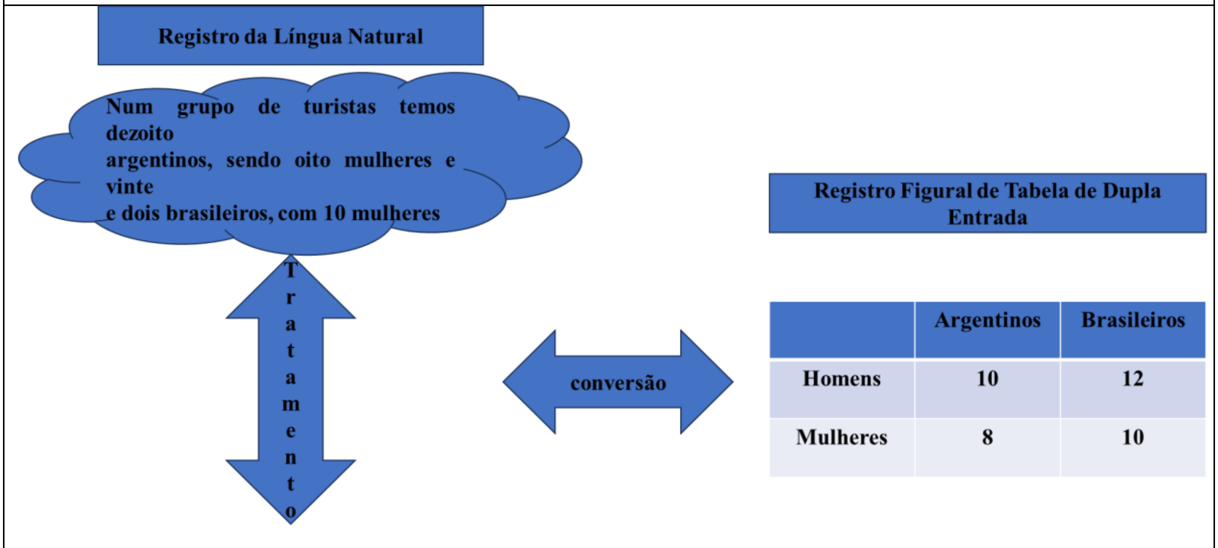
É fundamental distinguir os processos de conversão dos processos de tratamento. Assim, Damm (1999, p.147), afirma que

> a conversão é um passo fundamental no trabalho com representações semióticas, pois é a transformação de um registro em outro, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático que está sendo representado, não pode ser confundida com o tratamento. O tratamento é interno ao registro, já a conversão se dá entre os registros, ou seja, é exterior ao registro de partida.

Nesse sentido, Duval (2011a) menciona que a mobilização de um segundo registro é importante para poder reconhecer e diferenciar as unidades de sentido que são pertencentes ao conteúdo das representações produzidas no primeiro registro. A distinção das duas formas de transformações anteriormente descritas pode ser melhor evidenciada no quadro a seguir, descrito por Duval (2003):

Quadro 2 - Distinção entre tratamento e conversão

Transformação de uma representação semiótica em uma outra representação semiótica	
Continuando no mesmo sistema: **Tratamento**	Trocando de sistema, entretanto conservando a referência aos mesmos objetos: **Conversão**
Nas maiorias das ocasiões, somente este tipo de transformação destaca-se, pois ele corresponde a procedimentos de justificação. Na perspectiva "pedagógica", tenta-se algumas ocasiões buscar o melhor registro de representação a ser usado para que os alunos possam compreender.	Este tipo de transformação enfrenta os fenômenos de não congruência. Isso é devido ao fato de que os alunos não reconhecem o mesmo objeto através de duas representações distintas. A habilidade de converter implica a coordenação de registros mobilizados. Os motivos de não congruência variam de acordo com os tipos de registros entre os quais a conversão é, ou deve ser, realizada.
EXEMPLOS	



Fonte: elaborado pelos autores (2025), adaptado de Duval (2003).

Apesar de ser perceptível a distinção entre as duas transformações apresentadas anteriormente, é comum os indivíduos confundirem tratamento e conversão ou também reduzirem a conversão a uma atividade codificante. Essa confusão deve ser evitada, visto que se trata de transformações distintas, apesar de que o processo de conversão precise do uso de tratamentos diferentes para acontecer.

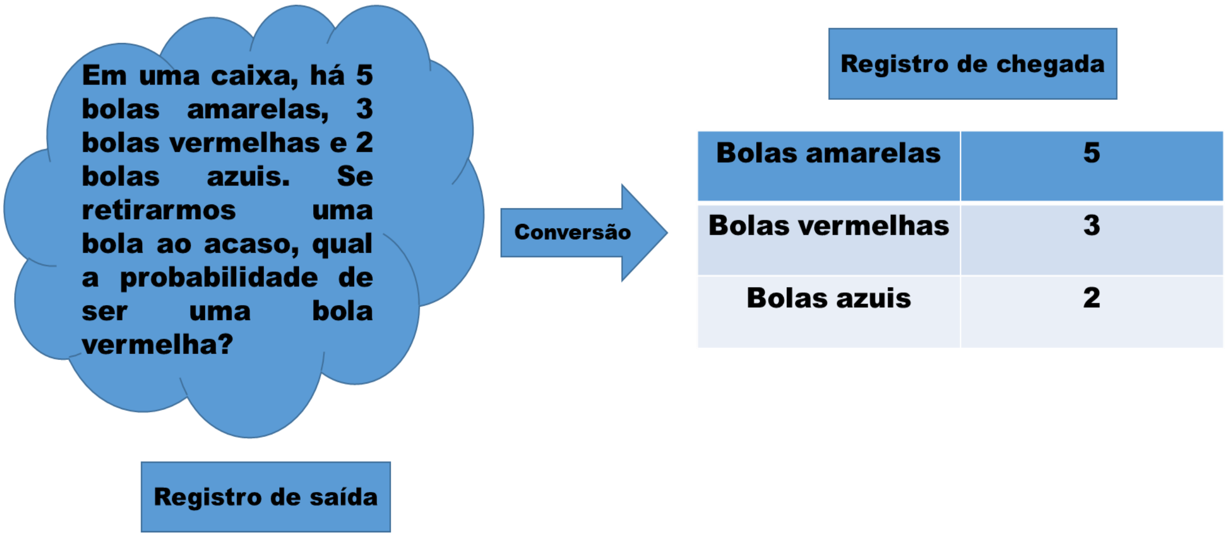
Isso fica claro no pensamento de Duval (2003, p.17), quando assegura que:

> É comum descrever a conversão como uma associação preestabelecida entre nomes e figuras (como, por exemplo, em geometria) ou reduzi-la a uma codificação (...). Passar de uma equação à sua representação gráfica constituiria uma codificação em que seria suficiente aplicar a regra segundo a

> qual um ponto está associado a um par de números sobre um plano quadriculado por dois eixos graduados. Ou, ainda, passar de uma expressão em português - como “o conjunto dos pontos cuja ordenada é superior à abscissa” - à escrita simbólica – no caso, “x>y” seria igualmente uma codificação como toda escrita literal de relações entre os números.

Mostramos na Figura 4 uma correspondência dois registros semióticos distintos: o registro de saída, que é um registro da língua natural; e o registro de chegada, um registro figural de tabela de dupla entrada, os dois representam o mesmo objeto matemático. Vamos identificar, por exemplo, que o comportamento e o aspecto do registro da língua natural é uma característica claramente menos resumida do que o registro de tabela de dupla entrada.

Figura 4 - Correspondência entre dois registros

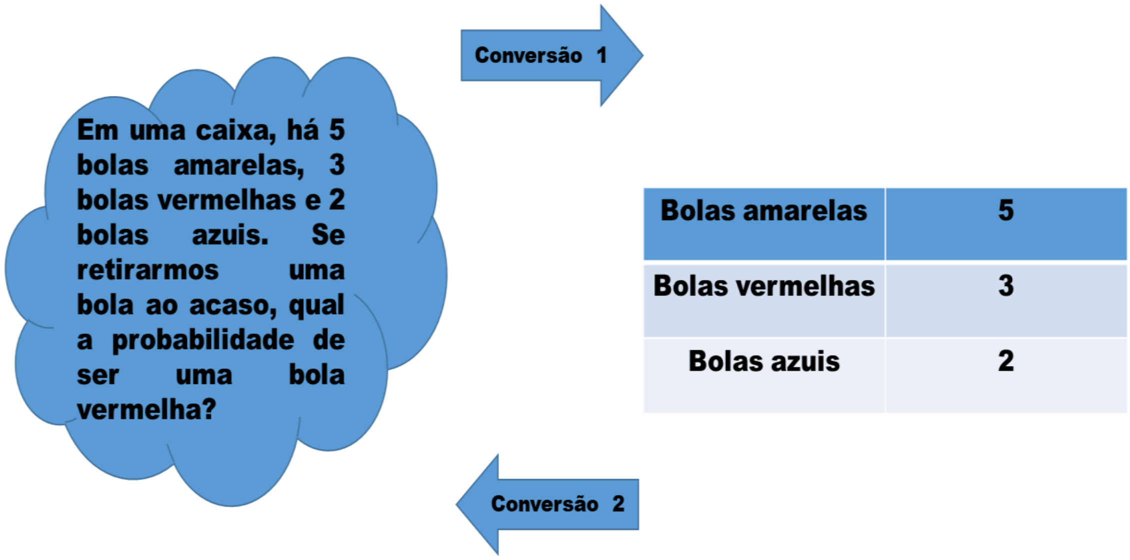


Fonte: Acervo pessoal (2025).

Essas unidades de sentidos são analisadas conforme fazemos uso da operação cognitiva de colocar em correspondência, ou seja, quando analisamos num registro de chegada aspectos do registro de saída. Esses aspectos possibilitam o reconhecimento do mesmo objeto em representações diferentes. Além disso, Estrada e Diaz (2006) relatam que o uso da representação da tabela de dupla entrada colabora para a minimização de erros e falácias relacionadas à Probabilidade.

Um fato importante a ser analisado numa conversão, segundo Duval (2004), diz respeito à ordem da conversão. Ao realizar uma conversão em um sentido não implica que a conversão no sentido contrário seja natural para o estudante. Dessa forma, Moretti (2024) enfatiza que duas representações podem ser congruentes na conversão em um sentido, porém, ao fazer essa conversão no sentido inverso, pode acontecer de elas não serem congruentes. Assim, construir uma tabela a partir da sua expressão natural pode não apresentar a mesma complexidade que construir uma expressão natural a partir da sua representação de tabela, conforme ilustra a Figura 5.

Figura 5 - Conversão entre registro da língua natural e registro figural de tabela de dupla entrada



Fonte: Acervo pessoal (2025).

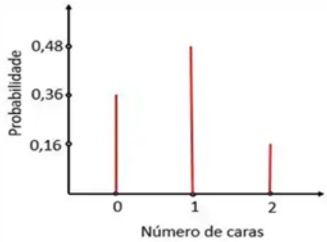
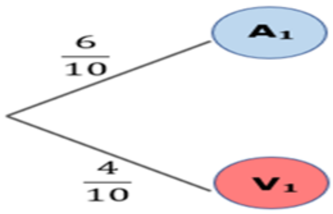
A conversão 1 é do registro da língua natural para o registro figural de tabela de dupla entrada, e a conversão 2 é do registro figural de tabela de dupla entrada para o registro da língua natural. Duval (2004) ressalta que as duas conversões não possuem a mesma complexidade. Além disso, Damm (1999) salienta para a necessidade de diferenciar a atividade de conversão com duas outras atividades que são muito próximas, no caso a interpretação e a codificação.

Complementando, Damm (1999, p.147) refere que “a interpretação requer uma mudança de quadro teórico, ou modificação de contexto, não implicando mudança de registro. A ação de codificar é a transcrição de uma representação em outro sistema semiótico diferente daquele onde ela é dada”. Assim, a resolução do sistema representado na Figura 5, utilizando diferentes métodos, sinaliza uma atividade de interpretação.

2.9 NATUREZA E FORMA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

No que diz respeito à natureza dos Registros de Representação Semiótica, Duval (2011b) estabelece duas classificações: registros multifuncionais e registros monofuncionais; estes são associados a representações discursivas e representações não discursivas, conforme indica o Quadro 3.

Quadro 3 - Classificação dos Registros de Representação Semiótica quanto à natureza

	Representação discursiva	**Representação não discursiva**
Registros multifuncionais: os tratamentos não são algoritmizáveis	Língua natural: associações verbais (conceituais). Forma de relacionar: - Argumentação a partir de observações, de crenças; - Dedução válida a partir de definições ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensões 0, 1, 2 ou 3). - Apresentação operatória e não somente perceptiva; - Construção com instrumentos.
Exemplos	"A chance de chover amanhã é alta".	O gráfico da função de distribuição para dois lançamentos independentes de uma moeda viciada tem probabilidade de cara igual a 0,4. 
Registros monofuncionais: os tratamentos são, principalmente, algoritmos	Sistemas de escrita: - Numéricas (binária, decimal, fracionária...); Duval oralmente tem uma visão diferente disso pois são duas formas distintas de números racionais com conteúdo e significados distintos - Algébricas; - Simbólicas (línguas formais); - Cálculos.	Gráficos cartesianos: - Mudanças de sistemas de coordenadas; - Interpolação, extrapolação.
Exemplos	A probabilidade de escolher um número par entre os números um até vinte. $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ P(A): Probabilidade de ser par	O diagrama de árvore ao retirar uma bola de uma urna contendo dez bolas, sendo seis azuis e quatro vermelhas.  A1: A primeira bola retirada foi azul. V1: A primeira bola retirada foi vermelha.

Fonte: Duval (2011b, p. 14) e adaptada pelos autores (2025).

Segundo Duval (2003), as conversões têm forma mais complexa ou menos complexa conforme da natureza dos registros envolvidos. Para o autor, menos complexa quando se trata de registros de mesma natureza (ambos multifuncionais ou ambos monofuncionais), e mais complexa de registros de naturezas distintas (um multifuncional e outro monofuncional).

Desse modo, para o autor, geralmente existem dificuldades na realização de conversões e essas dificuldades podem influenciar diretamente na aprendizagem do objeto matemático em estudo, e podem estar ligadas ao fenômeno de congruência das conversões.

2.10 O FENÔMENO DE CONGRUÊNCIA DAS CONVERSÕES

De acordo com Duval (2004), uma causa relacionada com as dificuldades na realização de conversões diz respeito à congruência ou não congruência dessas conversões. A realização de conversões, para ele, pode ser mais complexa ou menos complexa dependendo desta causa. Descrever as conversões como ‘congruentes’ ou ‘não congruentes’ consiste em denominar, investigar o ‘fenômeno de congruência’. Assim, Duval (2003) aduz que para ser congruente uma conversão deve satisfazer três condições:

1. Correspondência semântica, ou correspondência uma a uma entre os elementos significantes: para cada elemento simples no registro de saída há um elemento simples correspondente no registro de chegada;
2. Unicidade semântica terminal: cada unidade significante no registro de saída tem uma única unidade significante no registro de chegada;
3. Ordem que compõe cada uma das representações: diz respeito à forma de apresentação de cada uma das representações.

Para o autor, quando uma destas três condições descritas acima não está satisfeita a conversão é não congruente.

Segundo Costa *et al*. (2015), uma conversão entre um registro de natureza multifuncional (língua natural) para um registro de natureza monofuncional (algébrico) é não congruente, pois o registro de chegada algébrico não deixa transparecer o registro de saída. Assim, Costa *et al*. (2015, p. 10-11) afirmam que

> seguindo os critérios de congruência, a conversão da língua natural para o registro algébrico nesta resolução não possui unicidade terminal, uma vez que podemos encontrar outra forma de representar as variáveis, seja a variável dependente seja a variável independente. Não há também uma ordem requerida para estas variáveis de modo que se mudarmos a ordem das variáveis a representação algébrica também muda. Neste caso, a conversão é não congruente.

Segundo Duval (2011a), existem várias causas que podem influenciar a congruência de uma conversão, como a natureza da representação de saída e de chegada, que podem ser monofuncionais e cujos tratamentos são algoritmizáveis, ou multifuncionais, cujos tratamentos não são algoritmizáveis; as formas das representações podem ser discursivas (sistema de escrita e cálculos) ou não discursivas (gráficos cartesianos).

Assim, como as conversões são ditas congruentes quando satisfazem os três critérios de Duval, elas são não congruentes se não satisfazem a uma dessas condições, conforme organizamos no Quadro 4.

Quadro 4 - Níveis de não congruência nas conversões

Nível de não congruência	**Condições**
Nível de não congruência baixo	Não satisfaz a uma das três condições estabelecidas por Duval.
Nível de não congruência médio	Não satisfaz a duas das três condições de Duval.
Nível de não congruência alto	Não satisfaz às três condições de Duval.

Fonte: Elaborado pelos Autores (2025)

A conversão pode ter custos cognitivos diversos, dependendo do tipo e nível de conversão. Para Duval (2011b), essa transformação está diretamente ligada aos mecanismos que levam à compreensão. Porém, ao realizar conversões, a compreensão requer a identificação de características do objeto em diferentes registros de representação. Esse fenômeno caracteriza a coordenação.

Apresentamos na Figura 6 a conversão entre um registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada de natureza monofuncional, e as somas que estavam saindo em cada jogada dos lançamentos de dois dados para um registro de representação semiótica figural de gráfico de natureza também monofuncional.

Figura 6 - Exemplo de conversão entre registros de representação semiótica congruente

Soma	Frequência
1	0
2	2
3	0
4	3
5	3
6	4
7	6
8	5
9	3
10	3
11	2
12	1

Fonte: Acervo pessoal (2025).

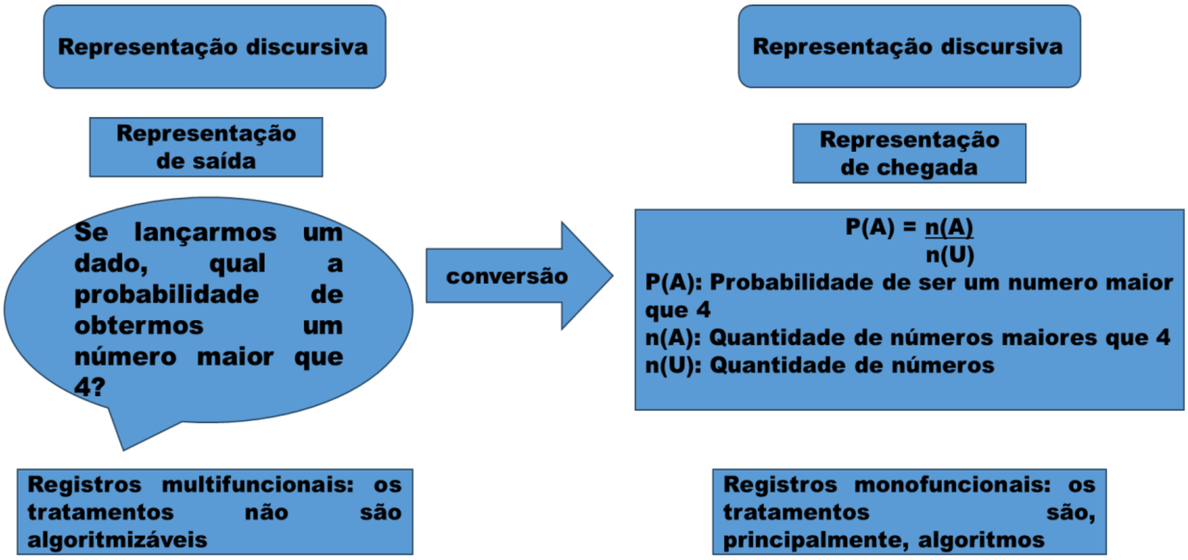
Fazendo uma análise da Figura 6, para haver congruência semântica, no momento da conversão do registro língua natural para o registro simbólico na forma algébrica, são necessários os três critérios: a correspondência semântica dos termos significantes, a univocidade semântica terminal e a ordem dentro das organizações das unidades, os quais foram estabelecidos por Duval (2009).

O critério da correspondência semântica dos termos significantes foi cumprido nesta conversão, pois para cada unidade significante da representação semiótica figural de tabela de dupla entrada é associada a apenas uma unidade significante da representação semiótica figural de gráfico. O critério da univocidade semântica terminal também é cumprido, uma vez que cada significado da unidade significante de partida (registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada) corresponde ao mesmo significado da unidade significante de chegada (registro de representação semiótica figural de gráfico). Também é respeitado o critério 'ordem' dentro da organização das unidades, pois ao ler o registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada e o registro de representação semiótica figural de gráfico, as unidades significantes de partida e de chegada, eles estão na mesma ordem no que concerne à organização das unidades significantes.

Portanto, podemos dizer que a conversão entre o registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada de natureza monofuncional para o registro de representação semiótica figural de gráfico de natureza também monofuncional, como os três critérios foram satisfeitos, é congruente, pois o registro de chegada derepresentação gráfica deixa transparecer o registro de saída.

Apresentamos, na Figura 7, que a conversão entre um registro da língua natural de natureza multifuncional para um registro de simbólico na forma algébrica de natureza monofuncional é não congruente, pois o registro de chegada algébrico não deixa transparecer o registro de saída.

Figura 7 - Exemplo de conversão entre registros de representação semiótica não congruente



Fonte: Elaborada pelos autores (2025).

Analisando a Figura 7, novamente, para termos congruência semântica, no momento da conversão do registro língua natural para o registro simbólico na forma algébrica, são necessários os três critérios, a correspondência semântica dos termos significantes, a univocidade semântica terminal e a ordem dentro das organizações das unidades.

O critério da correspondência semântica dos termos significantes não foi cumprido nesta conversão, pois para cada unidade significante da representação língua natural não é associada a apenas uma unidade significante da representação algébrica. O critério da univocidade semântica terminal também não é satisfeito, já que cada significado da unidade significante de partida (registro de representação língua natural) não corresponde ao mesmo significado da unidade significante de chegada (registro de representação simbólico na forma algébrica). Ainda, não é respeitado o critério ordem dentro da organização das unidades, pois ao ler o registro de representação língua natural e o registro de representação simbólico na forma algébrica, as unidades significantes de partida e chegada não estão na mesma ordem no que diz respeito à organização das unidades significantes.

Logo, podemos dizer que a conversão entre o registro da língua natural de natureza multifuncional para o registro de simbólico na forma algébrica de natureza monofuncional não cumpriu nenhum dos três critérios; a conversão tem um alto grau de não congruente, pois o registro de chegada numérico não deixa transparecer o registro de saída.

No encaminhamento desde estudo, apresentamos, na Seção 3, considerações a respeito do tema jogos no ensino de matemática, além o uso dos jogos no ensino de Probabilidade.

3 JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A palavra jogo significa, etimologicamente, segundo Grando (1995), gracejo e zombaria, sendo empregada no lugar de *ludus*, que representa brinquedo, jogo, divertimento e passatempo. Com a intenção de conceituar o que é um jogo, entendemos, nesta dissertação, o conceito do jogo segundo Eigen e Winkler (1989, p. 25), quando conceituam que "O jogo é um fenômeno natural que desde o início tem guiado os destinos do mundo: ele manifesta-se nas formas que a matéria pode assumir, na sua organização em estruturas vivas e no comportamento social dos seres humanos".

Em concordância com Kishimoto (2017), os jogos têm sido utilizados desde a antiguidade não somente como uma prática de diversão pessoal, mas também como forma de ensino-aprendizagem de materiais escolares. Corroborando, Huizinga (2000, p. 5) considera que o jogo já está presente desde o momento em que nos concebemos como seres humanos, entendendo que "o jogo é fato mais antigo que a cultura, pois esta, mesmo em suas definições menos rigorosas, pressupõe sempre a sociedade humana". Além disso, Huizinga (2000) menciona que os jogos foram usados em diversos contextos, incluindo no processo de ensino e aprendizagem.

Já no período da Idade Média, a Igreja proibiu os jogos no Ocidente, justiçando que o uso deles se constituía em uma heresia, penalizando o jogo "não só no meio educacional como também na vida social de todos os indivíduos" Cunha (2012, p. 9). Já partir do século XVI, os pensadores humanistas, percebendo a importância educativa dos jogos, passaram a incluí-los na sociedade como método de diversão e como recurso educativo Cunha (2012). Diante disso, nos séculos das luzes XVII e XVIII os jogos passam a ter uma potencialidade e um valor no processo de ensino-aprendizagem das crianças em respeito às temáticas das mais diferentes áreas (Lima, 2008).

Atualmente, diversos pesquisadores defendem que os jogos possuem aspectos que podem desenvolver a cognição, favorecendo a liberdade de opinião diante de situações propostas e a solução de situações-problema. Nicola e Paniz (2017, p. 362) argumentam que o uso de jogos nas aulas pode promover o desenvolvimento de habilidades nos alunos como: "tomada de decisões, cooperação, respeito às regras, trabalho em equipe, dentre outras". As autoras ainda ressaltam que essa atividade lúdica pode ajudar na compreensão de conceitos.

A esse respeito, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ressaltam que:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações se sucedem rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (Brasil, 1998, p. 46).

E também destacam que:

> Os jogos podem contribuir para o trabalho de formação de atitudes – enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório – necessárias para a aprendizagem da Matemática (Brasil, 1998, p. 47).

Ressaltando ainda mais, os jogos matemáticos, de acordo Montessori (1965), são úteis no desenvolvimento da criança em relação ao raciocínio lógico, sensorial e motor, pois existem regras e comandos a serem seguidos. Além disso, esse recurso ajuda no desenvolvimento da criatividade, das habilidades de resolver problemas matemáticos, da concentração, do pensamento crítico e contribui para eliminar algumas das dificuldades dos educandos em determinado conteúdo.

A respeito o uso do jogo nas aulas de Matemática, mesmo com diversão, interesse, socialização, participação, entre outras possibilidades que ele proporciona, Smole, Diniz e Cândido (2007, p. 24) destacam que "o jogo nas aulas de matemática é uma atividade séria". Ainda, para Grando (2004), os jogos matemáticos são como um suporte metodológico, são capazes de promover um ensino mais interessante e um aprendizado mais dinâmico, fazendo com que as aulas se tornem mais atrativas e desafiadoras, mostrando que a Matemática pode ser interessante e facilitadora no entendimento dos conteúdos matemáticos.

É importante que, ao usar os jogos como um suporte metodológico de ensino, tenha-se clareza dos objetivos a serem alcançados e que eles sejam desafiantes para a faixa etária a que se destinam. Grando (2000, p. 24), ressalta que:

> Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar.

Com o propósito de compreender as preocupações com a utilização de jogos no ensino de matemática, exibimos no Quadro 5 as vantagens e desvantagens elencadas por Grando (2000) acerca dessa metodologia.

Quadro 5 - As vantagens e desvantagens, segundo Grando (2000), desta metodologia

Vantagens	Desvantagens
- **fixação de conceitos** já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; - **introdução desenvolvimento de conceitos** de difícil compreensão; - desenvolvimento de **estratégias de resolução de problemas** (desafio dos jogos); - aprender a **tomar decisões** e saber **avaliá-las**; - **significação** para conceitos aparentemente incompreensíveis; - propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (**interdisciplinaridade**); - o jogo requer a **participação ativa do aluno** na **construção** do seu próprio **conhecimento**; - o jogo favorece a **socialização** entre os aluno e a conscientização do **trabalho em equipe**; - a utilização dos jogos é um fator de **motivação** para os alunos; - dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da **criatividade**, de **senso crítico**, da **participação**, da **competição** "sadia", da **observação**, das várias formas de uso da linguagem, do resgate do **prazer em aprender**; - as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos.	- quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um **caráter puramente aleatório**, tornando-se um "**apêndice**" **em sala de aula**. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, **sem saber porque jogam**; - o **tempo gasto** com as atividades de jogo em sala de aula **é maior** e, se professor não estiver preparado, pode existir o sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; - as **falsas concepções** de que se devem **ensinar todos os conceitos através de jogos**. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; - a **perda da** "**ludicidade**" **do jogo** pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - a **coerção do professor**, exigindo que aluno jogue, mesmo que ele não queira, **destruindo a voluntariedade** pertencente à natureza do jogo; - a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Fonte: Grando (2000, p. 35).

Conforme Grando (1995), os jogos podem ser classificados levando-se em conta seu aspecto didático-metodológico, lembrando que um mesmo jogo pode enquadrar-se em mais de uma categoria e os classifica em:

Quadro 6 - Síntese das classificações de jogo proposto por Grando (1995)

Tipos de jogos	Especificações
De azar	São aqueles em que a aleatoriedade e a "sorte" são determinantes, pois dependem das probabilidades para vencer.
De quebra-cabeça	São aqueles em que quase sempre se joga sozinho e sua solução é desconhecida.
De fixação de conceitos	São aqueles cujo objetivos são apenas o de "Fixar conceitos" e podem substituir facilmente listas de exercícios.
Computacionais	São aqueles projetados e executados no ambiente computacional.
Pedagógicos	São os que podem ser utilizados durante o processo ensino/aprendizagem. Estes englobam todos os anteriores.

Fonte: Grando (1995).

Ao preferir o uso de jogos como recurso didático, é fundamental que o professor tenha em mente que este apresenta vantagens e desvantagens que devem ser consideradas e assumidas. Dessa forma, conforme Grando (2000), as vantagens são: introdução, desenvolvimento e compreensão, significação e fixação de conceitos de difícil compreensão, desenvolvimento de estratégias, tomada de decisão, interdisciplinaridade, socialização, participação ativa do aluno, motivação, desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da observação entre outros e, ainda, a facilidade que o professor tem para fazer o diagnóstico dos erros e das dificuldades dos alunos.

Por outro lado, Grando (2000) também chama atenção sobre as desvantagens e salienta entre elas: maior tempo para o seu desenvolvimento, risco de acreditar que tudo pode ser ensinado por este meio, dificuldade de acesso a estes recursos, obrigatoriedade de participação que inibe e constrange o aluno, interrupção constante do professor no processo que descaracteriza o jogo e ainda que se mal utilizado apenas ocupará o tempo dos alunos sem acréscimo algum a sua bagagem.

Vale mencionar Grando (2000, p. 2), ao afirmar que "os educadores necessitam conhecer determinados componentes internos dos seus alunos para orientarem a aprendizagem deles de maneira significativa". Assim, as intervenções pedagógicas com jogos nas aulas de matemática podem ser realizadas, segundo Grando (2004), em sete momentos caracterizados, que serão enumerados a seguir.

Quadro 7 - Síntese dos momentos de jogo proposto por Grando (2004)

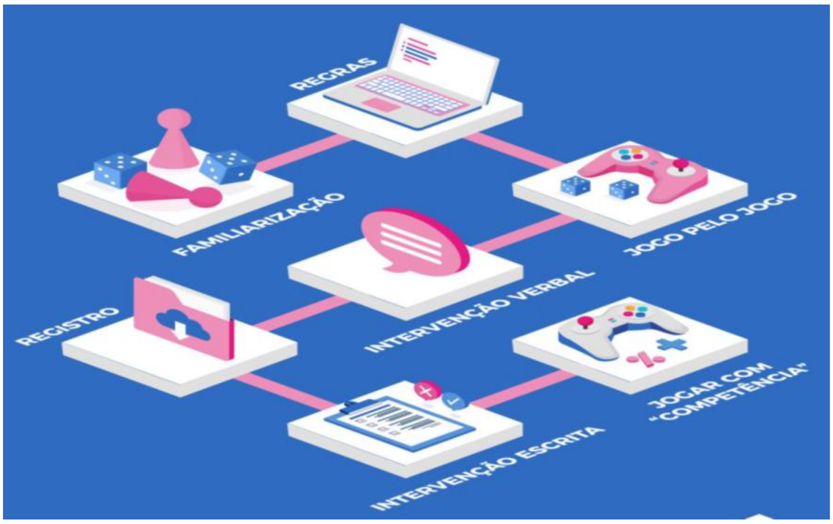
Momentos de jogo	Ideia principal
1º- A familiarização com o material do jogo	Os discentes entram em contato com o material, construindo-o ou experimentando-o mediante simulações de possíveis jogadas. É comum o estabelecimento de analogias com os jogos já conhecidos por eles.
2º- O reconhecimento das regras do jogo	Os alunos podem ocorrer mediante a explicação dos professores, a leitura pelos alunados ou pela identificação a partir de várias jogadas entre os docentes e um dos discentes que aprendeu anteriormente o jogo. Os outros alunos tentam perceber as regularidades nas jogadas e identificar as regras.
3º- O jogar para garantir as regras	É o momento do "jogo pelo jogo", momento do jogo espontâneo e de exploração de noções matemáticas contidas no jogo.
4º- Intervenção oral pelo professor	Neste momento os educadores podem intervir verbalmente nas jogadas por meio de questionamentos e observações, a fim de provocar os educandos para analisar suas jogadas. Trata-se de atentar para os procedimentos de resolução de problema de jogo dos discentes, relacionando-os à formalização matemática.
5º- Registro do jogo	Pode ocorrer dependendo de sua natureza e dos objetivos que se têm com o registro. O registro dos pontos ou dos procedimentos realizados ou dos cálculos utilizados pode ser considerado uma forma de sistematização e formalização por meio de uma linguagem própria: a linguagem matemática. É importante que os docentes criem intervenções que gerem a necessidade do registro escrito do jogo, havendo um sentido para este registro e não mera exigência.

6º- Intervenção escrita	Os docentes e/ou os discentes elaboram situações-problema sobre o jogo para que os próprios alunos resolvam. A resolução dos problemas de jogo propicia uma análise mais específica sobre o mesmo, na qual os problemas abordam diferentes aspectos que podem não ter ocorrido durante as partidas. O registro do jogo também se faz presente nesse momento.
7º- Momento pedagógico com jogos	O “jogar com competência”, é o retorno à situação real do jogo. É importante que os discentes retornem à ação do jogo para que execute estratégias definidas e analisadas durante a resolução dos problemas.

Fonte: Grando (2004).

Com a finalidade de proporcionar momentos que estimulem o desenvolvimento dos estudantes, Grando (2004), recomenda a utilização de sete momentos pedagógicos que podem ajudar o professor a realizar as interversões pedagógicas necessárias ao propor de forma intencional um jogo em sala de aula.

Figura 8 - Síntese ilustrada dos momentos de jogo propostos por Grando (2004)



Fonte: Acervo pessoal (2025).

Os momentos de jogo sugeridos por Grando (2004) apresentam a perspectiva de resolução de problemas, proporcionando, dentro do contexto escolar, o desenvolvimento de habilidades que auxiliarão o processo educativo. Ao seguir esses momentos, o professor estará proporcionado aos estudantes a oportunidade de ter "condições de refletir, comunicar, argumentar, levantar hipóteses, conjecturas e validar suas análises" (Luvison; Grando, 2018, p. 65). Portanto, ao observar a relação entre esses conceitos, considerando-os como suporte metodológico de ensino,

> [...] evidenciamos vantagens no processo de criação e construção de conceitos, quando possível, por meio de uma ação comum estabelecida a partir da discussão matemática entre os alunos, e entre o professor e os alunos. [...] O jogo apresenta-se como um problema que "dispara" para a construção de conceito, de forma lúdica, dinâmica, desafiadora e mais motivante ao aluno (Grando, 2004, p. 29-30).

Nesse sentido, Rodrigues (2014, p. 7) destaca "o potencial dos jogos como metodologia de ensino para a Matemática, enfatizando que eles podem resgatar o lúdico para introduzir conceitos, princípios e procedimentos matemáticos". Assim, os jogos pedagógicos, por seu caráter lúdico e convidativo, podem promover uma aula divertida, favorecendo a socialização e a interação entre estudantes, além de conduzir à construção do conhecimento. Além do mais, os jogos fazem parte do dia a dia das crianças e dos adolescentes, razão que pode contribuir para uma aprendizagem mais prazerosa e divertida.

Os jogos utilizados de modo pedagógico podem se tornar um suporte metodológico facilitador para o ensino de Matemática, pois

> o jogo, em seu aspecto pedagógico, se apresenta produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e, portanto, facilitador na aprendizagem de estruturas matemáticas, muitas vezes de difícil assimilação, e também produtivo ao aluno que desenvolveria sua capacidade de pensar, refletir, analisar, compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las (investigação matemática), com autonomia e cooperação (Grando, 2000, p. 28).

Grando (1995, p. 23) afirma ainda que "torna-se necessário que o professor de Matemática disponha de subsídios necessários e importantes ao desenvolvimento dessa ação. Assim sendo, uma das oportunidades possíveis de favorecer tais subsídios é a formação do professor".

Ademais, Grando (2000) considera o valor motivacional, cognitivo e conceitual da utilização de jogos durante o processo de ensino, estabelecendo esse recurso como uma alternativa importante para uma aprendizagem matemática significativa.

Ainda, de acordo Grando (2000, p. 21), as principais dificuldades no processo de aprendizagem dos alunos podem ser observadas durante a abstração da linguagem matemática, de maneira que "o jogo, determinado por suas regras, poderia estabelecer um caminho natural que vai da imaginação à abstração de um conceito matemático".

Salientando que os jogos matemáticos, para Muniz (2010), não podem ser vistos como uma forma de substituir as aulas, mas sim como um recurso que tende a agregar a prática do docente. Portanto, a utilização de jogos educativos torna-se um recurso interessante e prazeroso que viabiliza a aprendizagem.

Segundo Moura (1991), quando é bem planejado o jogo se torna um recurso didático eficaz na construção do conhecimento matemático, uma vez que a intencionalidade pedagógica do docente é garantir a aprendizagem. Além disso, o autor menciona que o docente tende a possibilitar que o estudante assimile aquilo que é novo e, por processos de reflexão e elaboração de estratégias, desenvolva suas estruturas cognitivas. Assim, Moura (1991, p. 47) menciona que

> o jogo para ensinar Matemática deve cumprir o papel de auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, permitir o desenvolvimento operatório do sujeito e, mais, estar perfeitamente localizado no processo que leva a criança do conhecimento primeiro ao conhecimento elaborado.

Diante das ideias dos autores citados acima, podemos dizer que os jogos podem ser um suporte pedagógico facilitador da aprendizagem matemática e também servem como auxiliares no processo de ensino e aprendizagem do aluno. Sendo assim, o jogo exigirá dos alunos a retomada de seus conhecimentos já adquiridos previamente, a interpretação das regras existentes e, o principal, o raciocínio.

Além do mais, no andamento do jogo, cabe ao docente acompanhar todas as jogadas realizadas pelos seus alunos, sendo um juiz e/ou intermediador da atividade, realizando, sempre que possível, intervenções pedagógicas para que assim estimule o pensar dos seus alunos.

3.1 O USO DO JOGO NO ENSINO DE PROBABILIDADE

A Matemática é uma disciplina que não é vista com bons olhos pela maioria dos estudantes, definida por eles como chata e difícil. As dificuldades apontadas na Matemática estendem-se também aos conteúdos e conceitos relacionados à Probabilidade.

Desse modo, sobre as dificuldades encontradas no ensino de Matemática, Vitti (1999, p. 19) menciona que:

> o fracasso do ensino de matemática e as dificuldades que os alunos apresentam em relação a essa disciplina não é um fato novo, pois vários educadores já elencaram elementos que contribuem para que o ensino da matemática seja assinalado mais por fracassos do que por sucessos.

Segundo diversos pesquisadores, como Borba *et al.* (2011), Lopes (2008; 2011) e Silva (2014), ainda existem muitos entraves de aprendizagem que se restringem à memorização de fórmulas sem o entendimento das propriedades e conceitos envolvidos, sem apresentar significados para os alunos, principalmente quando tratamos da abordagem da Probabilidade no Ensino Fundamental.

A Probabilidade, segundo Lopes (2011), é uma área da Matemática que envolve o estudo e a modelagem de fenômenos não determinísticos. Além disso, é inegável a importância do estudo de Probabilidade dentro do cenário social contemporâneo, fato já registrado por documentos oficiais que parametrizam a educação brasileira, pois trata-se de conceitos que ajudam no raciocínio, na compreensão da natureza aleatória e fenômenos não determinísticos, na análise de possibilidades e confronto de probabilidades, no raciocínio combinatório, nas análises de risco, entre outros (Brasil, 2018).

A relevância do estudo de Probabilidade também ocorre devido à necessidade desta área da Matemática nos mais diversos ramos da atividade humana, como Economia, Política, Medicina, Ciência, entre outros.

De acordo com Lopes (2008), a importância do ensino de Probabilidade e de Estatística é objeto de pesquisas, destacando a relevância de o aluno aprender esse conhecimento. Entretanto, apesar de esse estudo dispor de grande importância e constituir-se a base Matemática que garante a validez dos procedimentos da inferência probabilidade, muitos alunos consideram o seu ensino decorativo, enjoado e tedioso devido ao seu ensino em sala de aula reduzir-se à resolução mecânica de exercícios.

Em consonância, Lopes (2008) destaca que o ensino deste conhecimento matemático se organiza de maneira a contrapor a vivência e exploração de experimentos:

> [...] opõe-se à exploração de situações que envolvam aproximação, aleatoriedade e estimação, as quais podem limitar a visão matemática que o aluno poderá desenvolver, dificultando suas possibilidades de estabelecimento de estratégias para a resolução de problemas diversificados que lhe surgirão ao longo de sua vida (Lopes, 2008, p.63).

Por outro lado, Borba *et al.* (2011) e Silva (2014) destacam que o ensino de Probabilidade já está previsto para ser lecionado na Educação Básica desde a época dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) até o atual documento curricular, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Os PCN ressaltam que a seu principal objetivo é a de que o estudante

> compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis) (Brasil, 1997, p. 40).

A fim de facilitar a compreensão da progressão curricular dos conteúdos de Probabilidade delineados nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental, apresentamos, no Quadro 8, a seguir, o conteúdo proposto para o ensino desta matéria.

Quadro 8 - Conteúdo proposto para o ensino de Probabilidade nos PCN para o Ensino Fundamental

Bloco de conteúdo	**Ciclos**	**Conteúdos a serem trabalhados**
Tratamento da informação	2º (3ª e 4ª séries)	Exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de "sorte". Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.
Tratamento da informação	3º (5ª e 6ª séries)	Construção do espaço amostral e indicação da possibilidade de sucesso de um evento pelo uso de uma razão.
Tratamento da informação	4º (7ª e 8ª séries)	Construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e a indicação da probabilidade de um evento por meio de uma razão. Elaboração de experimentos e simulações para estimar probabilidade e verificar probabilidades previstas.

Fonte: Rufino e Silva (2019, p. 121).

Entretanto, o documento reafirma a importância do ensino de Probabilidade em vários fragmentos, como, por exemplo:

> É cada vez mais frequente a necessidade de se compreender as informações veiculadas, especialmente pelos meios de comunicação, para tomar decisões e fazer previsões que terão influência não apenas na vida pessoal, como na de toda a comunidade. [...] Essa característica da vida contemporânea traz ao currículo de Matemática uma demanda em abordar elementos da estatística, da combinatória e da probabilidade, desde os ciclos iniciais (Brasil, 1997, p. 84).

Já a BNCC, com respeito ao ensino de Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, aponta que o intuito é "promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos" (Brasil, 2017, p. 276). Ainda, a BNCC destaca como fundamental que nessa etapa os alunos tenham experiências de eventos que envolvem o acaso. É importante também oferecer oportunidade de construção do espaço amostral, "por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista" (Brasil, 2017, p. 274).

Em relação ao ensino do conteúdo matemático Probabilidade, apesar de sua grande relevância em diversas áreas do conhecimento, trata-se de um assunto pouco explorado em sala de aula devido às "dificuldades dos alunos quanto à sua compreensão e a falta de apoio didático estimulador e envolvente sobre o tema" (Silva, 2013, p. 15).

Além disso, Para Moraes (2014), existem várias incorreções no ensino de Probabilidade, tais como a falta de uma contextualização histórica e a ausência de uma abordagem que confronte duas visões diferentes de Probabilidade – a visão clássica e a visão frequentista.

Nessa perspectiva de uma abordagem diferente da tradicional de ensino, diversos autores dissertam sobre da utilização de jogos como metodologia de aprendizagem. O jogo no ensino de Probabilidade se traduz, segundo Moreira (2016, p. 3), como "uma metodologia lúdica capaz de facilitar o entendimento do aluno em diversos conceitos da matemática, isso porque é uma atividade prática, onde o aluno é livre para traçar estratégias e experimentar sem nenhuma punição essas estratégias".

Já Góngora (2011) ressalta que brincar é a melhor forma das crianças aprenderem os conceitos probabilísticos, ao sugerir que, para trabalhar a Probabilidade, sejam utilizados jogos de azar a partir de maneira lúdica e pedagógica, ou seja, que os alunos tenham uma primeira relação com o campo da Probabilidade de uma forma divertida, mas também significativa. Além do mais, Vásquez e Alsina (2014) sugerem para o estudo de conceitos probabilísticos o uso de materiais concretos, como jogos de azar e fichas, dados, pois serão de valiosa ajuda na mostra de experimentos aleatórios que corroborarão os conceitos probabilísticos.

No entanto, é fundamental reconhecer a prática com Materiais Manipulativos (concretos) no ensino da Matemática para além do seu potencial lúdico, considerando estes recursos metodológicos, também, como agentes facilitadores à aprendizagem de conceitos matemáticos. pois, é importante a compreensão de que a ação de ensino mediada pela utilização de Materiais concretos "[...] não se justifica, somente, por envolver os alunos e motivá-los à aprendizagem, mas mobilizá-los a estabelecer relações, observar regularidades e padrões, pensar matematicamente [...]" (Grando, 2015, p. 395). Além disso a autora menciona, que os Materiais Manipulativos podem ser reconhecidos como estruturas capazes de representar noções matemáticas mais abstratas.

Sobre o uso de jogos e lembrando a importância da Probabilidade desde a formação inicial da Educação Básica, Vásquez e Alsina (2014) reiteram que o ensino de Probabilidade inicia com atividades muito compreensíveis em que o acaso esteja presente, colaborando com o surgimento de intuições. Além de os autores considerarem a importância de que as crianças apreendam o conceito de acaso, é sugerida a utilização de jogos aleatórios, como jogar moedas e dados. Reforçando esta importância, Silva (2013) afirma: fica visível que o conceito Probabilidade pode e deve ser ensinado através dos jogos, conforme se pode verificar, através dos questionários respondidos pelos alunos, o grande interesse deles no decorrer das atividades. Além disso o auto destaca o protagonismo apresentado pelos alunos na realização das atividades, desenvolvendo, propondo soluções e testando suas hipóteses, bem como a evolução na representação da linguagem oral e escrita dos seus raciocínios.

Londoño (2010) destaca alguns aspectos da utilização de jogos no ensino de Probabilidade, enfatizando que para aprender de modo lúcido e tornar-se consciente das operações básicas, não há nada melhor do que interagir com os outros e usar objetos. Por exemplo, construir um jogo com os colegas em que eles têm que lançar um dado um número elevado de vezes e verificar a probabilidade de obter um número primo.

Ainda, sobre jogos no ensino de Probabilidade, Corbalán (2002) indica o uso de jogos pré-instrucionais, isto é, aqueles que são usados antes da obtenção de conhecimentos ou procedimentos, apreendendo que no processo da introdução de conhecimento probabilístico aos alunos é relevante realizar toda as atividades antes de poder seguir para qualquer tipo de definição ou formalização.

Os conhecimentos de Probabilidade podem ser difíceis, com alto grau de abstração, de modo que é necessário progredir gradativamente em direção a uma compreensão satisfatória da linguagem específica de Probabilidade. Assim, acreditamos também que o jogo se constitui como um suporte metodológico que poderá auxiliar alunos e professores no transcorrer dos processos de ensino e aprendizagem de Probabilidade.

4 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentamos os encaminhamentos metodológicos, como: a natureza da pesquisa, os instrumentos de produção de dados, os sujeitos da pesquisa, o contexto da pesquisa e a análise dos dados.

4.1 NATUREZA DA PESQUISA

Essa pesquisa foi realizada em campo, com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, por meio de uma abordagem qualitativa, por acreditar que essa "[...] oferece a possibilidade de produção de conhecimentos mais aprofundados sobre fenômenos humanos, contribuindo para o entendimento da sua dimensão subjetiva" (Taquette; Borges, 2019, p. 80), levando em consideração as cinco características das pesquisas dessa natureza expostas por Bogdan e Biklen (1994).

A primeira característica é que "na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal" (Bogdan; Biklen, 1994, p. 47). Consideramos o ambiente natural no qual a pesquisa será realizada, uma escola no município de Barcarena, já que os estudantes participantes fazem parte do ambiente escolar. A segunda característica abordada pelos autores afirma que "a investigação qualitativa é descritiva" (Bogdan; Biklen, 1994, p. 48). Para isso, os instrumentos de produção de dados, por exemplo, registros, filmagens, gravação de áudio dos encontros serão descritos qualitativamente, de modo a sermos concisos e fiéis para a produção de dados.

Na terceira característica pontuam que "os investigadores qualitativos se interessam mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos" (Bogdan; Biklen, 1994, p. 49). Compreendemos que o uso do jogo poderá contribuir na compreensão dos conceitos probabilísticos, logo, nas análises dos resultados desta investigação a partir do processo. Enquanto que sobre a quarta característica os autores apontam que "os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva" (Bogdan; Biklen, 1994, p. 50). Isto é, esta pesquisa não lançará mão de uma concepção pré-definida antes da ida ao campo, a descrição de como foram realizadas as análises será feita abaixo. E, por último, Bogdan e Biklen (1994, p. 50) defendem que "o significado é de importância vital na abordagem qualitativa", ou seja, buscamos não somente analisar os registros semióticos, mas interações que ocorreram no decorrer dos encontros.

4.2 DIÁRIO DE CAMPO

Utilizamos o diário de campo para registrar os momentos vivenciados durante os encontros com os colaboradores da pesquisa, seja no momento da entrevista com os mesmos, seja com os colaboradores nos encontros durante as resoluções das situações.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 150), o diário de campo é "o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo". Durante todo processo da pesquisa, serão feitas as descrições do ambiente, das situações baseadas, das interações, do comportamento dos colaboradores, entre outros registros. Para Oliveira (2014), o diário campo é fundamental para coleta de dados da pesquisa, independentemente de ter entrevistas gravadas, pois existem particularidades que uma transcrição de entrevista sozinha não dá conta, como, por exemplo, expressões emocionais; nesse momento, o pesquisador pode utilizar o diário de campo para descrever aquela experiência vivenciada.

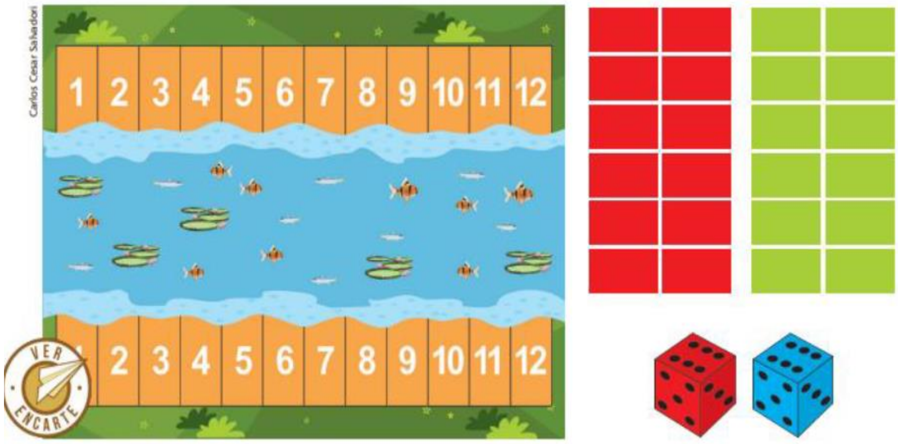
4.3 INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS

O principal instrumento de produção de dados serão os registros advindos da aplicação do jogo 'Travessia do rio', segundo os momentos sugeridos por Grando (2004).

4.3.1 Objetivo do jogo

O jogo "Travessia do Rio" (Figura 9), disponível no caderno de jogos do Pacto Nacional para Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (Brasil, 2014), foi produzido pela Associação de Professores de Matemática de Portugal (APM), com o objetivo de desenvolver habilidades relacionadas aos conceitos de Estatística e de Probabilidade, conforme destacado por Luvison e Santos (2013).

Figura 9 - Imagem do tabuleiro do jogo "Travessia do rio", disponível no caderno de jogos do PANAIC



Fonte: Acervo pessoal (2025).

De acordo com as orientações do material do PNAIC (Brasil, 2014), o jogo envolve aprendizagens de soma e a análise de possibilidades de obter as somas 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12 ao se lançar dois dados e, além disso, contribui para o desenvolvimento do cálculo mental. Notamos que esse jogo pode desenvolver a criação de estratégias baseadas na observação dos resultados obtidos no lançamento de dois dados, de que há somas que saem com maior frequência e somas que saem com menor frequência.

4.3.2 Regras e guia do jogo

Esse jogo é geralmente jogado em duplas e consiste em um tabuleiro que simula um rio com duas margens numeradas de 1 a 12, são utilizados dois dados cúbicos com as faces numeradas de 1 a 6 e um total de 24 fichas, sendo 12 fichas para cada jogador. Antes de iniciar o jogo, os jogadores devem apostar suas 12 fichas nos números dispostos nas margens. Ao jogar "Travessia do Rio", é necessário seguir as seguintes regras:

1) cada jogador coloca as suas fichas numa das margens do rio, da maneira que quiser, podendo pôr mais do que uma na mesma casa, deixando outras vazias;

2) alternadamente, os jogadores lançam dados e calculam a soma obtida;

3) se a soma corresponder a uma casa onde estejam as suas fichas, na margem respectiva, passar uma delas para o outro lado do rio.

4) ganha quem conseguir passar primeiro todas as fichas para o outro lado (Luvison; Santos, 2013, p. 95);

5) inicia o jogo quem obter o maior resultado da soma dos dados.

Além disso, utilizamos a entrevista semiestruturada, pois, Segundo Meirinhos e Osório (2010 p. 62), “a entrevista é um ótimo instrumento para captar a diversidade de descrições e interpretações que as pessoas têm sobre a realidade”. Este tipo de entrevista tem sido muito usado em pesquisa qualitativa e, segundo Flick (2004, p. 89):

> Este interesse está associado com a expectativa de que é mais provável que os sujeitos entrevistados expressem os seus pontos de vista numa situação de entrevista desenhada de forma relativamente aberta do que numa entrevista estandardizada ou num questionário.

Durante a entrevista, o pesquisador registrou as respostas dos alunos em forma de gravação em áudio, para capturar as conversas e as fotos para registrar os momentos, a fim de ter mais elementos além dos apresentados na resolução da situação-problema e nas folhas de registros dos colaboradores. A gravação em áudio é usada como registro do que os sujeitos da pesquisa falam, à vista disso,

> [...] o material produzido pela entrevista é, assim, considerado por alguns como uma co-construção da qual tomam parte tanto o entrevistador quanto o entrevistado. O modo como os relatórios de pesquisa descrevem a experiência dos autores é também considerado como largamente e dependente da orientação dos pesquisadores, dos enfoques e dos processos de escrita empregados (Poupart, 2012, p. 246).

Para auxiliar na produção de dados, contamos com alguns colaboradores que participavam da aula como observadores, anotando questões e situações ocorridas. Esses observadores não eram fixos, eram colegas de trabalho que quando podiam davam sua contribuição.

4.4 ANÁLISE DOS DADOS

Os dados foram analisados com base na Análise de Conteúdo, Bardin (1977; 2016), que é um conjunto de técnicas das mais utilizadas nas pesquisas sociais e no campo educacional, uma vez que os dados produzidos nesse tipo de pesquisa são registrados por meio de entrevistas, questionários, observação, grupo focal, entre outras técnicas que procuram captar aquilo que os sujeitos compreendem em relação ao objeto de estudo; que é compreendido pela autora como um conjunto de técnicas de análise de conteúdo. Segundo Bardin (1977, p.42), esse conjunto propõe-se a “[...] obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens”.

Portanto, a Análise de Conteúdo é uma metodologia de análise qualitativa muito relevante no universo do campo da educação, em pesquisas de natureza qualitativa. Nesse sentido, Campos (2004, p.611) destaca que:

> No universo das pesquisas qualitativas, a escolha de método e técnicas para a análise de dados deve, obrigatoriamente, proporcionar um olhar multifacetado sobre a totalidade dos dados recolhidos no período de coleta (corpus), tal fato se deve, invariavelmente, à pluralidade de significados atribuídos ao produtor de tais dados, ou seja, seu caráter polissêmico numa abordagem naturalística. Um método muito utilizado na análise de dados qualitativos é o de análise de conteúdo, compreendida como um conjunto de técnicas de pesquisa cujo objetivo é a busca do sentido ou dos sentidos de um documento.

A primeira etapa, nomeada por Bardin (2016) de pré-análise, consiste na organização dos materiais coletados para a composição do *corpus* de análise. Segundo o autor, “o corpus é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (Bardin, 1977, p. 96). Esta pesquisa fundamenta-se no referencial de análises qualitativas, sendo o *corpus* de análise constituído pelas observações do pesquisador no desenvolvimento das situações-problema, registro das anotações dos observadores e registro da folha dos procedimentos das situações-problema dos colaboradores

A segunda etapa, exploração do material, ocorreu com o *corpus* já definido, objetivando estuda-lo com mais profundidade. Para maior organização dos dados, foram criadas codificações dos materiais, com a finalidade de estabelecer as unidades de registro entendidas como um fragmento de conteúdo considerado como base, visando à categorização. Assim, Bardin ressalta que “os resultados brutos são tratados de maneira a serem significativos (falantes) e válidos” de fato, com uma pré-análise bem realizada, essa fase “não é mais do que a administração sistemática das decisões tomadas” (Bardin, 1977, p. 101). Desse modo, utilizaram-se entrevistas semiestruturadas, as quais foram transcritas e categorizados os trechos considerados pertinentes à pesquisa; foram realizadas entrevistas com os colaboradores presentes na sala de aula vazia, posterior à situação-problema.

Por fim, a terceira etapa, tratamento dos resultados obtidos e interpretação, abrangendo a maior quantidade de significados possíveis, a sistematização e organização dos dados foi fundamental para observar os resultados que emergiram na pesquisa. Para Bardin (1977, p. 133), a inferência poderá “apoiar-se nos elementos constitutivos do mecanismo clássico da comunicação: por um lado, a mensagem (significação e código) e o seu suporte ou canal; por outro, o emissor e o receptor”. Com a intenção de entender como se configura a situação-problema envolvendo jogos de Probabilidade ou Análise Combinatória, os três instrumentos de coletas de dados foram escolhidos para compreender como se apresenta o objetivo da pesquisa, analisando os indícios de tal configuração.

4.5 OS SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos, colaboradores da pesquisa, são estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental II, de uma escola situada no município de Barcarena - PA, do período matutino, com 442 alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (11-12 anos). A turma é composta por 14 meninas e 16 meninos. Optamos em selecionar esse ano escolar, pois a partir da experiência vivida do professor (autor desse trabalho) em lecionar nessas turmas, ao longo de 6 anos de carreira profissional, notamos a dificuldade dos alunos em lidar com Probabilidade.

Figura 10 - Fachada da escola

Fonte: Acervo pessoal (2025).

As principais dificuldades notadas, ao longo da carreira profissional no ensino de Probabilidade, incluem a natureza abstrata dos conceitos, a falta de base dos alunos, a falta de interesse e a dificuldade em aplicar a Probabilidade em situações práticas. Além disso, a falta de materiais didáticos adequados e a resistência à metodologia de ensino podem dificultar a aprendizagem de conceitos probabilísticos. Todos os colaboradores receberam e entregaram, com as devidas assinaturas, o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

4.6 O CONTEXTO DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida em colaboração com uma escola da rede pública municipal, localizada na periferia do município de Barcarena/PA. Instituição de médio porte, no momento da implementação, com 13 turmas distribuídas em três períodos (matutino, vespertino e noturno), atendendo a alunos do Ensino Fundamental II. A escolha da escola foi em virtude de ser o atual local de trabalho do pesquisador. A pesquisa se desenvolveu no decorrer das aulas de Matemática, na qual o pesquisador era, também, o professor da turma. A duração de cada aula era de 40 minutos, com seis aulas semanais, perfazendo um total de 24 aulas dedicadas ao ensino de Probabilidade.

A realização dessa pesquisa buscou obedecer aos preceitos éticos da Resolução 466/12 ou 510/16 do Conselho Nacional de Saúde. Para tanto, os procedimentos adotados nas etapas da pesquisa não ofereceram quaisquer riscos à dimensão física, psíquica, moral, intelectual, social ou cultural dos colaboradores.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção da pesquisa trata das análises dos dados qualitativos a partir dos diferentes registros que foram analisados à luz Teoria dos Registro de Representação Semiótica (TRRS), desenvolvida pelo filósofo e psicólogo Raymond Duval (1995), ciente de que a própria teoria oferece um aporte teórico-metodológico para que possamos analisar os registros produzidos pelos colaboradores no desenvolvimento de atividades do jogo matemático ‘Travessia do Rio’.

5.1 DESCRIÇÕES DOS ENCONTROS

Foram necessários cinco encontros para a realização desta investigação, a saber:

1°) Uma reunião com o diretor e coordenadora dos colaboradores da pesquisa;

2°) Três horas-aula de 40 minutos para a apresentação dos colaboradores, a aula introdutória, a realização da familiarização e o reconhecimento das regras do jogo;

3°) Três horas-aula de 40 minutos para jogar, jogar para garantir as regras, intervenção oral e registro do jogo;

4°) Três horas-aula de 40 minutos para a Intervenção escrita e “jogar com competência”;

5°) Duas horas-aula de 40 minutos para a realização da entrevista semiestruturada.

O quadro a seguir representa uma síntese descritiva dos encontros realizados.

Quadro 9 - Descrições dos encontros

ENCONTROS		
Ordem dos encontros	Data	Descrições
1° encontro	22/04/2025	Uma reunião com o diretor e coordenadora dos colaboradores da pesquisa.
2° encontros	16/05/2025	Três horas-aula de 40 minutos para a apresentação dos colaboradores, a aula introdutória, a realização da familiarização e o reconhecimento das regras do jogo.
3° encontros	20/05/2025	Três horas-aula de 40 minutos, para jogar, jogar para garantir as regras, intervenção oral e registro do jogo.
4° encontros	27/05/2025	Três horas-aula de 40 minutos para a Intervenção escrita e “jogar com competência”.
5° encontros	27/06/2025	Duas horas-aula de 40 minutos para a realização da entrevista semiestruturada.

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

5.1.1 1° Encontro: 22/04/2025

No primeiro encontro, realizamos uma reunião com os gestores escolares, na qual explicamos sobre o projeto de pesquisa e as etapas necessárias para a coleta de dados. Vale citar que o encontro com o diretor e a coordenadora é crucial para garantir a conformidade legal e pedagógica da pesquisa, além de otimizar o uso dos recursos da escola e o impacto nos colaboradores e o sucesso do trabalho final. Essa conversa permitiu alinhar expectativas, obter sugestões sobre o andamento da pesquisa, esclarecer dúvidas sobre a estrutura e formatação, além de receber *feedback* valioso para aprimorar a qualidade do trabalho.

5.1.2 2° Encontro: 16/05/2025

No segundo encontro, apresentamos a proposta à turma; os colaboradores ficaram entusiasmados, já que, normalmente, essa não é uma prática comum. Com a preocupação de que esse dia não fosse perdido ou esquecido, preferimos registrar nos diários de campo todo o andamento da produção audiogravada, tendo o cuidado de além de descrever os acontecimentos interpretá-los e refletir sobre cada um deles. Realizamos, ainda, a apresentação dos colaboradores.

A apresentação pessoal, muitas vezes, é pouco valorizada nas escolas, mas é importante porque o aluno seleciona informações e características sobre si mesmo e sobre sua vida para apresentar, dependendo do contexto. Ressaltamos que é a partir dessas apresentações que o professor conhecerá um pouco da realidade dos colaboradores, e os colaboradores a do professor. É importante destacar que a turma é composta por 30 alunos, mas faltaram 10 alunos no 2° encontro.

Na figura 11, mostramos o registro fotográfico da apresentação dos colaboradores.

Figura 11 - Apresentação dos colaboradores - Diário de campo, dia 16/05/2025

Fonte: Arquivo pessoal (2025).

Antes do início da aula introdutória, fizemos três perguntas para a turma que foram:

1- Levantem a mão os alunos que já ouviram ou leram a palavra probabilidade?

Nesse momento apenas 3 de 20 colaboradores levantaram a mão. Nesse instante, entendemos que é evidente a falta do ensino de Probabilidade nesta etapa do ensino. Segundo Lopes (2008), é inquietante, pois esse campo é essencial para a compreensão do mundo atual e para a cognição do raciocínio crítico. O estudo probabilístico e a estatística não somente ensinam a lidar com números e dados, mas também a interpretar informações, analisar situações incertas e tomar decisões informadas.

2- Onde vocês já ouviram ou leram a palavra probabilidade?

Dois colaboradores que levantaram a mão responderam respectivamente que: “eu ouvi essa palavra na TV” e “foi na televisão professor”. Já o terceiro colaborador, interessantemente, respondeu que “estudei esse assunto no ano passado”, ou seja, o colaborador estudou no 5° ano. A BNCC ratifica a necessidade do estudo dos conceitos probabilísticos desde os anos iniciais, de forma a favorecer essa construção a partir de noções básicas, como a percepção do acaso, a ideia de experiência aleatória e a noção de probabilidade. Assim, Lopes (2003) destaca a importância de ensinar e aprender Probabilidade por meio da investigação com temas reais que tenham significado para o aluno.

3- Para vocês, o que significa a palavra probabilidade?

Um colaborador disse que estudou Probabilidade no 5° ano e mencionou que "a probabilidade é um assunto que estuda na Matemática". Já os outros dois colaboradores não responderam. É importante ressaltar que no 5º ano, a BNCC propõe que os alunos desenvolvam a compreensão de Probabilidade, aprendendo a identificar e calcular a chance de ocorrência de eventos aleatórios, especialmente aqueles com resultados igualmente prováveis. Eles também devem aprender a interpretar dados estatísticos apresentados em diferentes formas e a relacionar a probabilidade com situações do dia-a-dia.

5.1.3 Aula introdutória

É fundamental que os professores reconheçam a importância de incluir o ensino de Probabilidade desde os anos iniciais da Educação Básica, com a finalidade de preparar os estudantes para enfrentar os desafios reais e tomar decisões informadas, baseadas em dados e incertezas (Avelar; Conti, 2023). Dessa forma, é relevante que os professores analisem as habilidades da BNCC na unidade temática de 'Probabilidade e Estatística'. Assim, ministramos uma aula introdutória sobre os objetos de conhecimentos e habilidades que devem ser consideradas como base para o planejamento e desenvolvimento de atividades destinadas aos estudantes, desde o início do Ensino Fundamental. Na figura 12, mostramos o registro fotográfico da aula introdutória com os colaboradores.

Figura 12 - Aula introdutória, Diário de campo, dia 16/05/2025

Fonte: Acervo pessoal (2025).

Sendo assim, apresentamos o Quadro 10 contendo os objetos de conhecimentos e habilidades da unidade temática "Estatística e Probabilidade', para os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o foco em Probabilidade.

Quadro 10 - Objeto de conhecimento e habilidades de 1º ao 5 º ano - Probabilidade

Ano	Objetos de conhecimento	Habilidades
1°	Noção de acaso	**(EF01MA20)** Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como "acontecerá com certeza", talvez aconteça" e "é impossível acontecer, em situações do cotidiano".
2°	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	**(EF02MA21)** Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como "pouco prováveis", "muito prováveis" e "impossíveis".
3°	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	**(EF03MA25)** Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4°	Análise de chance de eventos aleatórios	**(EF04MA26)** Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aquele que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5°	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	**(EF05MA22)** Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não. **(EF05MA23)** determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Fonte: Brasil (2017, p. 278-297).

A partir da leitura do Quadro 10, no que diz respeito aos objetos de conhecimento, podemos inferir a presença das noções de acaso, aleatoriedade e chance em situações do cotidiano, assim como as primeiras noções de cálculo de probabilidade. No que se refere à habilidade, existe um receio de classificar eventos envolvendo o acaso, identificar eventos aleatórios e determinar o cálculo de probabilidade para resultados equiprováveis. Nessa percepção, o estudo de noções de probabilidade tem como finalidade no Ensino Fundamental - Anos Iniciais "promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos" Brasil (2017, p. 272). O estudo de Probabilidade na BNCC, conforme Vilas Bôas e Conti (2018, p. 994), é,

> proposto de maneira progressiva e contínua ao longo dos anos do ensino fundamental. O objetivo é que o aluno compreenda que parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória. Para que essa compreensão aconteça de modo mais efetivo, é importante que os conceitos sejam desenvolvidos a partir de experimentações e simulações.

Ainda nesse contexto, trazemos o Quadro 11 sobre o que propõe a BNCC para os Anos Finais do Ensino Fundamental, os objetos de conhecimento ligados à Probabilidade, bem como as habilidades que ressaltam essa temática. Esses elementos estão inseridos na Unidade Temática de 'Probabilidade e Estatística', direcionada de maneira específica para o sexto ano do Ensino Fundamental.

Quadro 11 - Objetos de conhecimento e habilidade propostos para o ensino de Probabilidade na BNCC - Ensino Fundamental, sexto ano

Ano	Unidade temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
6°	Probabilidade e Estatística	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

Fonte: Brasil (2018, p. 278-297).

Assim, podemos observar que os conteúdos dos Quadros 10 e 11 possibilitam uma análise das correlações entre os anos iniciais e finais a partir do sexto ano do Ensino Fundamental da Unidade Temática 'Probabilidade e Estatística', assim como os objetos de conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidas. Além disso, podemos reconhecer uma progressão de conceitos de probabilidade que se desenvolve ao longo desses anos.

No Quadro 10, os fundamentos são apresentados introduzindo aos estudantes a noção de acaso, ideia de aleatório e espaço amostral. À medida que progredimos para o Quadro 11, entendemos um desenvolvimento gradual que vai além da simples compreensão do acaso. Assim, os alunos começam a se incluir em um processo mais refinado, entrando no cálculo de probabilidade de eventos.

Além do mais, os Quadros 10 e 11 não são apenas a simples relação entre dois momentos diferentes, mas sim a manifestação de um processo educacional planejado, procurando contribuir para que os educandos a compreendam e apliquem conceitos mais complexos de forma crescente. Portanto, essa correlação oferece uma visão mais compreensiva e estruturada do ensino matemático nesta área.

Ainda, analisando os quadros também foi possível notar como os currículos mudaram ao longo dos anos, pensando e repensando sobre a importância atribuída ao ensino de Probabilidade nos diferentes ciclos do Ensino Fundamental.

Sobre a importância da noção de aleatoriedade, Lopes (2003) refere que está diretamente relacionada a nossa forma de compreender a realidade e o conhecimento, e será a partir desse entendimento que estaremos prontos à tomada de decisão. Assim sendo, o conhecimento aleatório adquire a importância para que possamos utilizar os conceitos probabilísticos e estatísticos.

Desse modo, logo após a aula introdutória, realizamos a divisão da turma em dupla aonde estavam presentes 20 colaboradores, formando 10 duplas de D1, D2 até D10 as quais foram escolhidas por eles mesmos. Em seguida, começamos os sete momentos de Grando (2004), pois, em concordância com a autora, estes momentos correspondem ao dinamismo a ser posto na sala de aula cada vez que o professor, propositalmente, almejar desenvolver uma atividade com jogos.

5.1.3.1 1° Momento: familiarização com o material do jogo

As duplas entraram em contato com o material (jogo), construindo ou experimentando mediante simulações de possíveis jogadas, o que Grando (2000, p. 43) classifica como familiarização com o material do jogo. Nesse momento, de acordo com a autora, “os alunos entram em contato com o material do jogo, identificando materiais conhecidos, como: dados, peões, tabuleiros e outros, e experimentá-lo com simulações de possíveis jogadas”. Além disso, é comum nesse momento o estabelecimento de analogias com jogos já conhecidos por eles. Na Figura 13, mostramos o registro fotográfico da familiarização do jogo com os colaboradores.

Figura 13 - A familiarização com o jogo - Diário de campo, dia 16/05/2025

Fonte: Acervo pessoal (2025)

Assim, fizemos duas perguntas:

1- Quem já jogou o jogo “Travessia do Rio”?

Nenhum colaborador levantou a mão. Diante disso, aproveitamos a ocasião para falar com os colaboradores sobre o jogo “Travessia do Rio”, que foi produzido pela Associação de Professores de Matemática de Portugal (APM) com o objetivo de desenvolver habilidades relacionadas aos conceitos de ‘Estatística e de Probabilidade’. Ainda, mencionamos que o jogo envolve aprendizagens de soma e a análise de possibilidades, de soma ao se lançar dois dados e, além disso, contribui para o desenvolvimento do cálculo mental.

2- Vocês já jogaram um jogo semelhante (parecido) com esse jogo?

Nesse momento, o colaborador levantou a mão e respondeu que o nome do jogo era “jogo de dados”. Assim sendo, aproveitamos o momento para explicar para o colaborador que “jogos de dados” podem se referir a diversos jogos, cada um com suas regras específicas. Geralmente, jogos de dados envolvem lançar um ou mais dados e combinar os resultados para alcançar um objetivo, seja ele somar pontos, fazer combinações específicas ou enganar os oponentes.

Segundo Grando (2004), durante a realização deste primeiro momento, é importante que o professor observe se os alunos exibem algum tipo específico de resolução da atividade, o que os alunos, na maioria das vezes, denominam por lógica.

5.1.3.2 2° Momento: reconhecimento das regras do jogo

O reconhecimento das regras do jogo ocorre mediante explicação e leitura do pesquisador e leitura pelas duplas. Ademais, fizemos identificação a partir de várias jogadas entre o pesquisador e o colaborador, que aprendeu anteriormente com jogo semelhante de tabuleiro. Conforme Grando (2000), esse momento é fundamental para o bom desenvolvimento do jogo, pois é importante garantir a compreensão das regras do jogo para que elas possam ser cumpridas. Vale mencionar que os outros colaboradores tentaram perceber as regularidades nas jogadas e na identificação das regras. Dessa maneira, finalizamos o 2° encontro fazendo um “pressságio” do 3° encontro, dizendo que ele vai conter os três próximos momentos que serão: jogar para garantir as regras, intervenção oral pelo professor e registro do jogo. Além disso, distribuímos um brinde (bombom) para todos os colaboradores.

5.1.4 3° Encontro: 20/05/2025

Iniciamos distribuindo para cada dupla uma folha de papel A4, explicando que eles deveriam registrar todos os procedimentos que julgassem necessários para a estratégia de exploração das noções matemáticas contidas no jogo, como, por exemplo: cálculos auxiliares, desenhos, etc. Explicamos, também, que cada dupla deveria jogar o jogo de probabilidade, respeitando as regras, utilizando seus conhecimentos prévios, sem que houvesse intervenção por parte do pesquisador. Vale ressaltar que faltaram seis alunos nesse 3° encontro. Isso significa que vieram quatro colaboradores que não estavam presentes no 2° encontro. Assim sendo, fizemos mais 2 duplas (D11 e D12). É importante mencionar que realizamos separadamente o 1° e 2° momento de Grando (2004) com as recentes duplas.

5.1.4.1 3° Momento: O jogar para garantir as regras

É nesse momento que acontece, segundo Grando (2004), o “jogo pelo jogo”, isto é, o momento do jogo espontâneo e de exploração de noções matemáticas contidas no jogo pelas duplas. Nesse momento, observamos as duplas com relações às estratégias e explorações das noções matemáticas. Percebemos que algumas duplas estavam com a estratégia de colocar uma ficha em cada número, ou seja, do 1 até o 12. É fundamental mencionar que a gama de resultados (somas 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12) citada anteriormente não foi previamente fornecida às duplas, uma vez que a intenção era que os colaboradores, por conta própria, percebessem que o número 1 não é uma possibilidade ao somar os resultados de dois dados lançados. Sobre a importância do jogar para garantir as regras, Grando (2004) afirma que, a partir desse momento, o professor ressalta que os alunos assimilam melhor as regras do jogo e começam a jogar, levantando hipóteses, pensando estratégias e analisando as jogadas, pois passam a jogar operatoriamente, então este é o momento apropriado para iniciar as interversões verbais.

5.1.4.2 4° Momento: intervenção oral pelo professor

Depois dos três momentos anteriores, o pesquisador interveio verbalmente nas jogadas por meio de questionamentos e observações, a fim de provocar as duplas para analisar suas jogadas. Trata-se de atentar para os procedimentos de estratégia e de exploração das noções matemáticas contidas no jogo dos colaboradores, relacionando-os à formalização matemática.

Do mesmo modo, para Grando (2004), as intervenções a serem feitas pelo professor devem motivar a preparação e realização de procedimentos de cálculo mental; estas interversões podem favorecer a antecipação e a previsão de jogo, a verificação de possibilidade, a cautela sobre jogadas erradas e o estímulo ao cálculo mental. Na figura 14, mostramos o registro fotográfico da intervenção oral do jogo feita pelo pesquisador com os colaboradores.

Figura 14 - A intervenção oral pelo pesquisador - Diário de campo, dia 20/05/2025

Fonte: Arquivo pessoal (2025).

Aproveitando as observações do pesquisador, fizemos uma pergunta para as duplas que estavam usando a estratégia de colocar uma ficha em cada número, ou seja, do 1 até o 12:

> 1- Qual foi sua dificuldade com relação ao jogo?
> D2: "Professor, eu entendi. Nunca vai cair o 1, por isso que não dá pra colocar aí e ganhar".
> D7: "Nunca vai cair o 1"
> Pesquisador: (joga os dados para provar...)
> Depois que a D7 jogou os dados para provar que a soma de dois dados nunca vai cair o 1, segundo a dupla, "o 1 não dá porque tem dois dados".

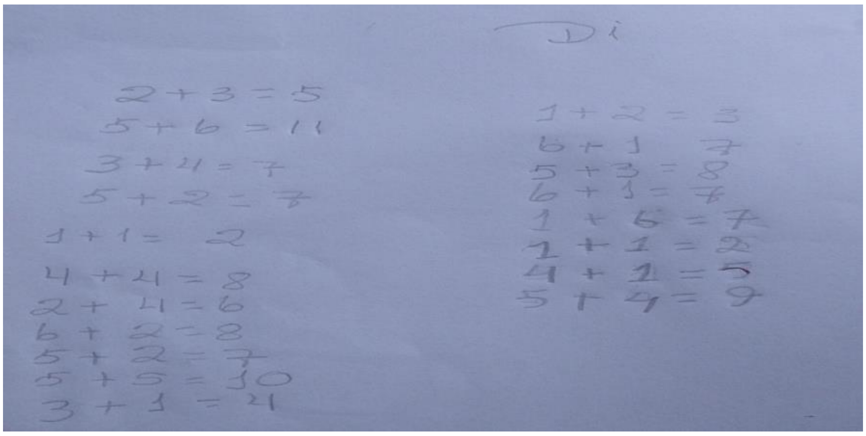
Algumas duplas começaram a estabelecer relações entre o jogo e os conceitos matemáticos, refletindo sobre algumas conclusões que haviam feito no encontro passado. Perceberam que os números que saem mais durante o resultado da soma dos dois dados seriam o 6, 7, 8 e 9, enquanto que, em relação ao número 1, apontam que esse nunca sairá. Ficou evidente que a maioria das duplas já começa a jogar com um olhar mais atento, refletindo, discutindo e se posicionando frente às suas jogadas. Observamos que os colaboradores, durante suas discussões, verbalizaram, registaram seus experimentos e discutiram até chegar a uma "veracidade", o que deixa clara a importância da percepção frequentista de Probabilidade, em que os alunos vivenciam as situações e conseguem discutir sobre elas.

Em seguida, fizemos mais perguntas para as duplas.

> 2- Qual foi sua facilidade com relação ao jogo?
> D1: "é fazer a soma".
> D9: "fazer a soma dos dados".
> D5: "colocar as fichas nos números maiores".
> Pesquisador: quais números?
> D5: 10,11 e 12.
> D4: "é colocar as fichas só em uma casinha".
> Pesquisador: Por quê?
> D4: "ser tiver sorte ganha rápido".
> 3- O que você aprendeu com o jogo?
> D12: "os melhores números professor, é o 6, 7, 8, 9, e 10".
> Pesquisador: Por quê?
> D12: "não tem como saber é sorte ou azar".

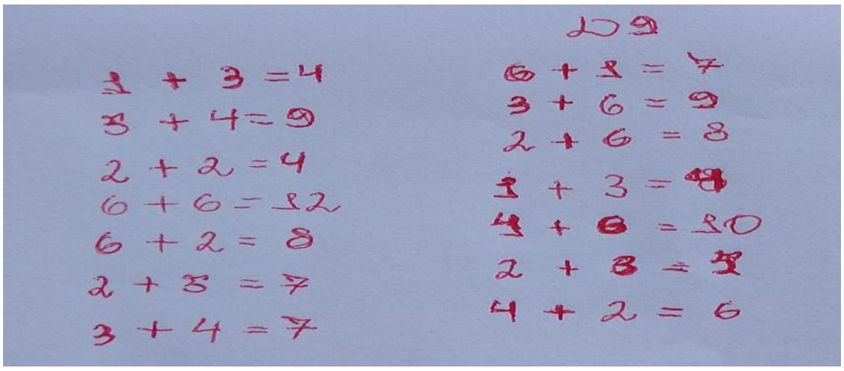
Nas figuras 15 e 16, as duplas D1 e D9 apresentaram, respectivamente, formação de representação semiótica em registro simbólico na forma numérica – as somas que estavam saindo em cada jogada.

Figura 15 - Registro da dupla D1 - Diário de campo, dia 20/05/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025)

Figura 16 - Registro da dupla D9 - Diário de campo, dia 20/05/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025)

Analisando os registros das duplas, identificamos que eles não diversificaram suas representações. Segundo Duval (2003), essa situação possivelmente ocorreu pelo fato de que no espaço escolar não é usual a diversificação de registros. Por outro lado, Duval (2011) afirma que as representações semióticas colaboram de forma expressiva para a melhora da capacidade de raciocínio, de análise e de visualização. Segundo Gal (2012), a exploração de situações-problema, que proporcionam aos estudantes momentos de reflexão sobre elementos como aleatoriedade, previsão e incerteza, contemplam pontos do estudo probabilístico. Assim, a BNCC considera as Habilidades (EF03MA25): identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.

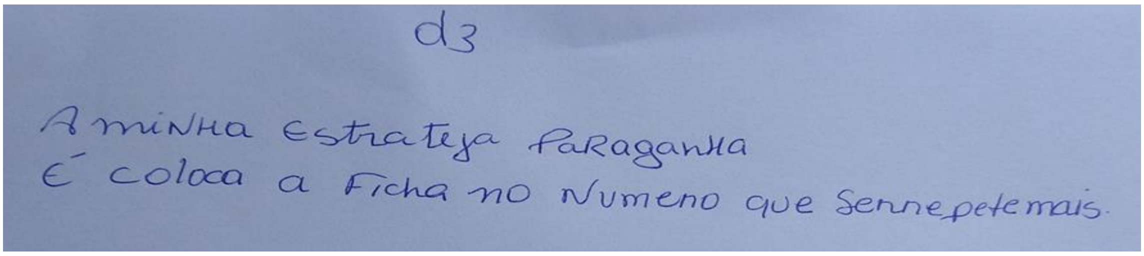
Entretanto, também observamos que nem todos os colaboradores compartilharam das mesmas apreciações. Algumas duplas continuaram jogando e apostando aleatoriamente, sem compreender a matemática possível no jogo e, também, acreditando que jogar os dados e obter os números era uma questão de sorte. Isso indica que cada aluno tem seu tempo de aprendizagem e que o professor precisa estar atento a essas diferenças de cognição de conceitos.

5.1.4.3 5° Momento: registro do jogo

Nesse momento ocorre dependendo de sua natureza e dos objetivos que temos com o registro. Assim, o registro dos pontos, dos procedimentos realizados ou dos cálculos utilizados pode ser considerado uma forma de sistematização e formalização por meio de linguagens próprias: as linguagens matemática e natural. Dessa maneira, Grando (2004) afirma que o registro é um importante instrumento que o aluno pode ter para ajudar na análise da jogada errada e na construção de estratégia. Ainda, autora ressalta que ele contribui para melhoramento da compressão sobre suas próprias formas de raciocínio durante o jogo. Nesse momento, o pesquisador criou algumas intervenções que gerassem a necessidade do registro escrito do jogo, havendo um sentido para este registro e não mera exigência.

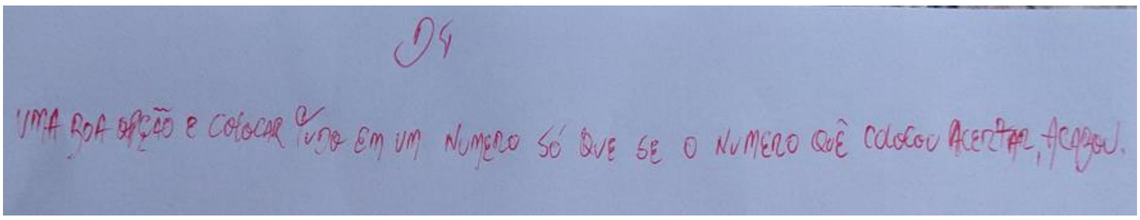
Nesse sentido, sugerimos que os colaboradores em dupla registrassem suas jogadas, com o objetivo de observarem a frequência com que certos números caíam e percebessem que não é interessante apostar em determinados números. Um dos registros que chamou a atenção foi o das duplas D2, D3, D4, D5, D7, D8 e D12. Nas figuras 17, 18 e 19 as duplas D3, D4 e D8 apresentaram, respectivamente, formação de representação semiótica em registro da língua natural da sua estratégia para ganhar o jogo.

Figura 17 - Registro da dupla D3 - Diário de campo, dia 20/05/2025



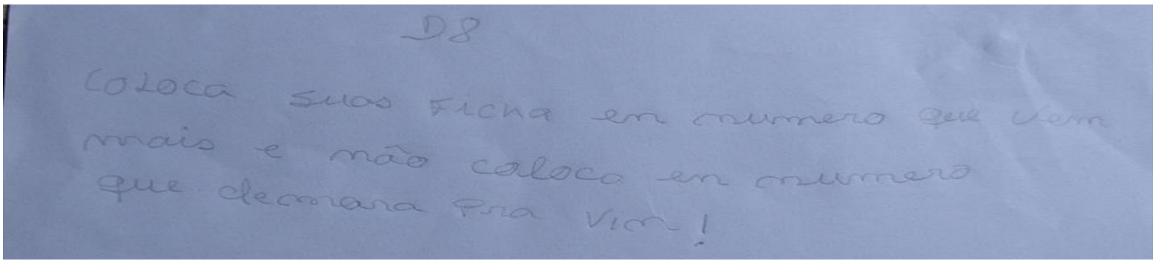
Fonte: Acervo pessoal (2025).

Figura 18 - Registro da dupla D4 - Diário de campo, dia 20/05/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025).

Figura 19 - Registro da dupla D8 - Diário de campo, dia 20/05/2025



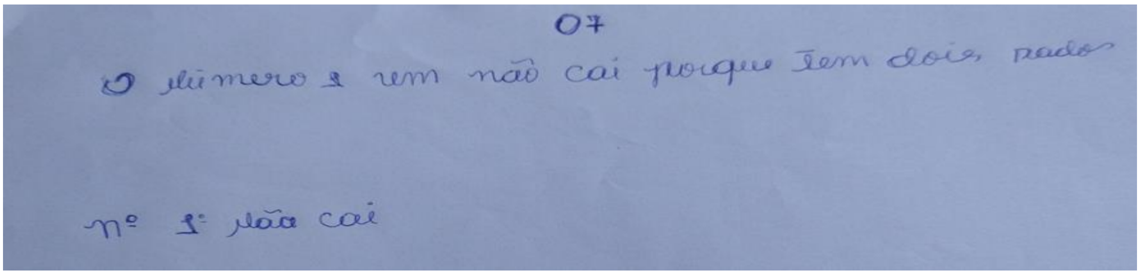
Fonte: Acervo pessoal (2025)

Observando os registros das duplas, é perceptível que eles também não diversificaram seus registros. Conforme Duval (2009), exibir uma única forma de representação não garante aos estudantes a compreensão da aprendizagem do conceito em questão. É fundamental oferecer outras formas de registro para que os estudantes possam expressar sua aprendizagem, já que diferentes alunos aprendem de maneiras distintas.

Entretanto, Duval (2003) aduz que o registro da língua natural é um sistema semiótico que admite a formação de representações identificáveis, o tratamento e a conversão de informações. Ainda, o autor menciona que esse registro pode ser utilizado em conjunto com outros sistemas, como expressões, figuras, gráficos ou tabelas, para a apreensão do conhecimento. Portanto, a língua natural, como sistema semiótico, é uma ferramenta fundamental na representação e organização do conhecimento, permitindo a interação com outras formas de representação para a construção do aprendizado.

Conforme Moreira (2016), o jogo tem uma metodologia lúdica e facilitadora para o entendimento do aluno em diversos conceitos da Matemática, pois é uma atividade prática onde o estudante é livre para pensar em estratégica e testar, sem nenhum medo, essas estratégias. De tal modo, a BNCC considera as Habilidades (EF01MA20): classificar eventos envolvendo o acaso, tais como "acontecerá com certeza", talvez aconteça" e "é impossível acontecer", em situações do cotidiano. Corroborando, Silva (2013) argumenta que a probabilidade pode e deve ser ensinada através de jogos, pois essa abordagem facilita a compreensão dos conceitos probabilísticos. Na Figura 20, a dupla D7 apresentou tratamento de representação semiótica, em registro da língua natural, a probabilidade de a soma de dois dados ser 1 (um).

Figura 20 - Registro da dupla D7 - Diário de campo, dia 20/05/2025

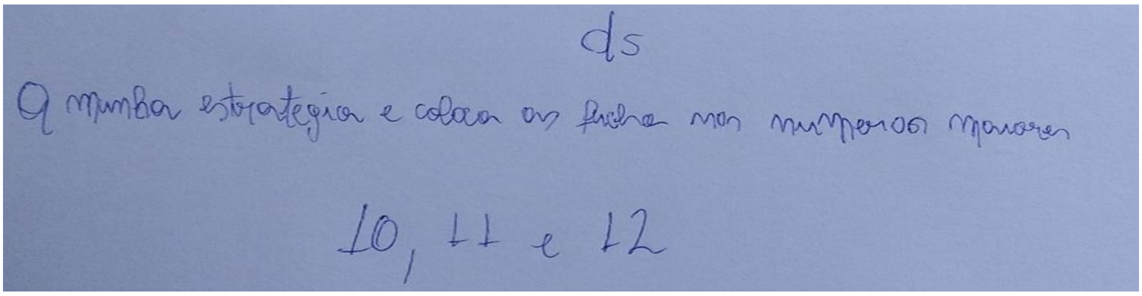


Fonte: Acervo pessoal (2025).

Analisando o registro da dupla, foi apresentado, na Figura 20, o tratamento realizado no registro de representação semiótica da língua natural. Vale ressaltar que para D7, embora o registro original tenha sido transformado, essa transformação não indica avanços em termos de compreensão de conceito probabilístico. Segundo Duval (2003), os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo sistema de registro. O autor ressalta que o tratamento apresenta regras específicas de funcionamento. As dificuldades em fazer essas transformações dependem muito do registro onde é feito. Dessa maneira, as compreensões do conceito matemático não podem ser totais, uma vez que um único registro pode não abranger todas as características do objeto. Por isso, destacamos a importância da conversão entre os registros.

De acordo com Gal (2005), o indivíduo tem a compreensão em Probabilidade quando ele é capaz de ler e interpretar informações probabilísticas presentes no seu cotidiano, tendo um conjunto mínimo de habilidades básicas formais ou informais, sendo que a BNCC considera as Habilidades (EF02MA21) como: classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “poucos prováveis”, “muito prováveis” e “impossíveis”. Assim, colaborando com a compreensão probabilística, Londoño (2010) enfatiza que a utilização de jogos no ensino de Probabilidade é eficaz para a aprendizagem, principalmente quando ajustado com a interação social. Essa atividade ajuda uma compreensão mais abrangente e consciente das operações fundamentais de Probabilidade. Na figura 21, a dupla D5 apresentou uma conversão entre o registro de representação semiótica da língua natural para o registro de representação semiótica simbólico, na forma numérica da sua estratégia para ganhar o jogo.

Figura 21 - Registro da dupla D5 - Diário de campo, dia 20/05/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025).

Examinando o registro da dupla que foi exibido na figura 21, a conversão entre dois registros semióticos diferentes: o registro de saída, que é um registro de representação semiótica da língua natural, e o registro de chegada, que é um registro de representação semiótica simbólico na forma numérica, os dois representam o mesmo objeto matemático (probabilidade). Segundo Duval (2012a), o ato de mudar o sistema de representação de um objeto matemático é um mecanismo que leva à compreensão, uma vez que cada sistema semiótico tem suas particularidades e especificidades representacionais. Reforçando, Damm (1999) enfatiza a importância da conversão como um processo fundamental na aprendizagem e no trabalho com Matemática. Sobre as noções e a compreensão probabilística, a BNCC destaca que:

> No que concerne ao estudo de noções de probabilidade, a finalidade, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Para isso, o início da proposta de trabalho com a probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis (Brasil, 2017, p. 270).

Portanto, a BNCC não estabelece a utilização de cálculos formais, mas sim a exploração de situações práticas e jogos que permitam aos estudantes vivenciar o acaso e a probabilidade. A finalidade é que eles compreendam que nem tudo é determinístico e que o acaso faz parte do dia-a-dia.

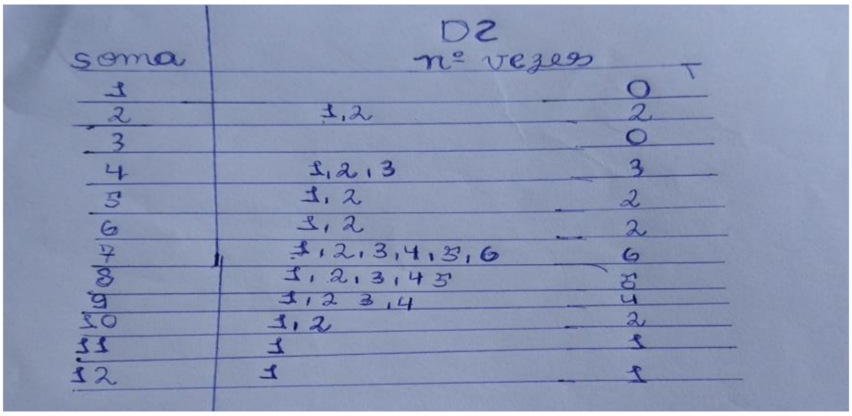
Ainda, segundo a figura 21, podemos inferir indícios de congruência semântica. No momento da conversão do registro língua natural para o registro simbólico na forma numérica é necessário que estejam presentes os três critérios – a correspondência semântica dos termos significantes, a univocidade semântica terminal e a ordem dentro das organizações das unidades –, os quais foram estabelecidos por Duval (2009).

O critério da correspondência semântica dos termos significantes não foi cumprido nesta conversão, pois para cada unidade significante da representação língua natural não é associada a apenas uma unidade significante da representação numérica. Enquanto que o critério da univocidade semântica terminal também não é cumprido, pois cada significado da unidade significante de partida (registro de representação língua natural), não corresponde ao mesmo significado da unidade significante de chegada (registro de representação simbólico na forma numérica). Assim, também não é respeitado o critério ‘ordem’ dentro da organização das unidades, pois ao ler o registro de representação de língua natural e o registro de representação simbólico na forma numérica, as unidades significantes de partida e chegada não estão na mesma ordem no que diz respeito à organização das unidades significantes.

Portanto, podemos dizer que na conversão entre o registro da língua natural, de natureza multifuncional, para o registro de simbólico na forma numérica, de natureza monofuncional, não foram cumpridos nenhum dos três critérios; a conversão tem alto grau de não congruente, pois o registro de chegada numérico não deixa transparecer o registro de saída. Cabe mencionar, de acordo com Duval (2009), que D5 conseguiu fazer a conversão, entretanto a dupla não estabelece conexões significativas entre o registro numérico envolvido, evidenciando uma manipulação mecânica e não conceitual do registro natural.

Na figura 22, a dupla D2 apresentou o registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada, cuja as somas estavam saindo em cada jogada dos lançamentos de dois dados. Segundo Duval (2002), na colaboração cognitiva das tabelas e suas muitas utilizações, faz-se necessário distinguir dois importantes pontos: a própria organização representacional, isto é, a composição semiótica das tabelas, e as funções cognitivas que elas satisfazem. Além disso, Duval (1999) ressalta que as tabelas têm algumas vantagens como, por exemplo, o fato de admitirem a visualização dos dados de maneira separada, preenchendo, assim, claramente, a função cognitiva de identificação.

Figura 22 - Registro da dupla D2 - Diário de campo, dia 20/05/2025

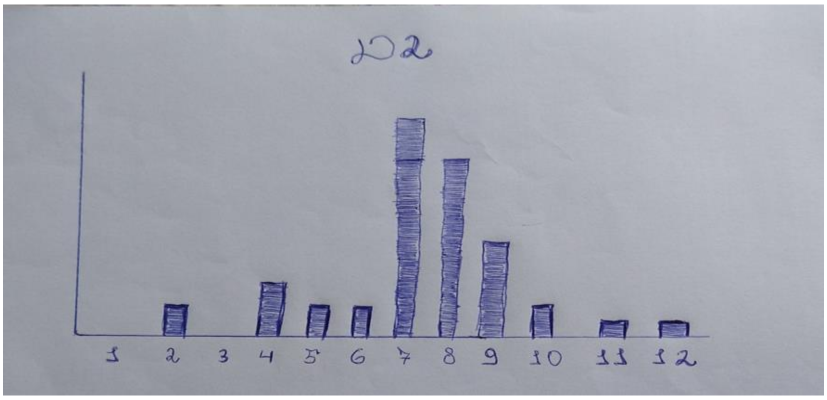


Fonte: Acervo pessoal (2025)

Em seguida, a dupla contou o total de vezes e anotou na coluna menor, a fim de, provavelmente, tornar mais fácil a contagem e a visualização. Pedimos às duplas que refletissem como poderiam fazer para organizar esses dados. Para nossa surpresa, a mesma dupla apresentou, na figura 23, um registro de representação semiótica figural na forma gráfica, além disso a dupla D2 relatou que: “quando se faz uma tabela, depois pode fazer um gráfico”. Para Duval (2011), o registro gráfico é definido quando as informações são expressas por meio de sistemas de coordenadas, desenho gráfico, independente do modelo, se é em barras, colunas, pizza, entre outros.

Nesse mesmo sentido, Damm (1999), afirma que, em Matemática, toda comunicação se estabelece com base em representações, e, para seu ensino, precisamos levar em consideração os diferentes registros de representação de um objeto matemático.

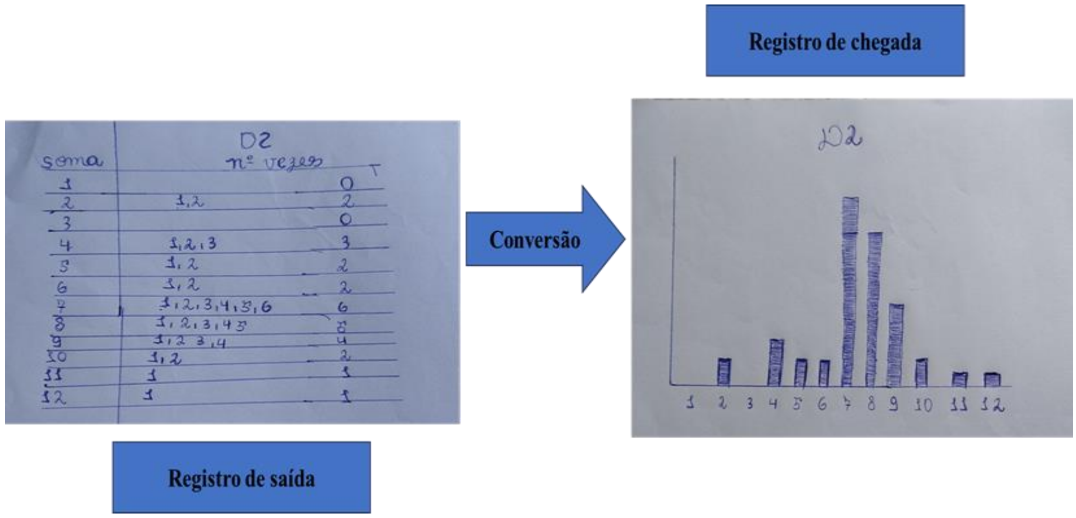
Figura 23 - Registro da dupla D2 - Diário de campo, dia 20/05/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025)

Na figura 24, a dupla D2 apresentou a conversão entre o registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada para o registro de representação semiótica figural de gráfico, com as somas que estavam saindo em cada jogada. Dessa forma, Flores e Moretti (2006) apontam que compreender os processos cognitivos promovidos na utilização de tabelas, no ensino de Matemática, significa entender o funcionamento representacional que gera apreensões de leitura e tratamentos específicos. Já Santos (2006, p. 91) pontua que “representação gráfica é um recurso para a análise de dados. Lidar com gráficos, para organizar e comunicar dados e informações, implica uma análise do funcionamento representacional deste modo de representação”. Ainda, o autor menciona que na abordagem das funções, os gráficos apresentam uma particularidade, ou seja, além do recurso visual, permitem a observação de alguns “comportamentos” que em outras representações não são tão compreensíveis.

Figura 24 - Registro da dupla D2, Diário de campo, dia 20/05/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025).

Analisando os registros da dupla, temos, na figura 24, a conversão entre dois registros semióticos distintos: o registro de saída, que é um registro figural de tabela de dupla entrada, e o registro de chegada, que é um registro figural de gráfico, os dois representam o mesmo objeto matemático. Conforme Duval (2011b), a habilidade de mudar de registro implica a compreensão em Matemática. Assim, identificamos, por exemplo, que o comportamento e o aspecto do registro figural de gráfico são uma característica claramente menos resumida do que o registro de tabela de dupla entrada.

Além disso, Duval (2002) acredita que na contribuição cognitiva das tabelas, e suas diferentes utilidades, é imprescindível distinguir dois significativos pontos: a própria organização representacional, isto é, a composição semiótica das tabelas, e as funções cognitivas que elas integram.

Ainda, analisando a figura 24, para existir congruência semântica, no momento da conversão do registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada para o registro de representação semiótica figural de gráfico, é preciso que os três critérios estejam presentes: a correspondência semântica dos termos significantes, a univocidade semântica terminal e a ordem dentro das organizações das unidades.

O critério da correspondência semântica dos termos significantes foi satisfeito nesta conversão, pois para cada unidade significante do registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada é associada a apenas uma unidade significante do registro de representação semiótica figural de gráfico. O critério da univocidade semântica terminal também é satisfeito, pois cada significado da unidade significante de partida (registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada) corresponde ao mesmo significado da unidade significante de chegada (registro de representação semiótica figural de gráfico).

Ainda, é respeitado o critério ordem dentro da organização das unidades, uma vez que, ao ler o registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada e o registro de representação semiótica figural de gráfico, as unidades significantes de partida e chegada estão na mesma ordem no que diz respeito à organização das unidades significantes.

Portanto, podemos dizer que na conversão entre o registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada de natureza monofuncional para um registro de simbólico na forma numérica de natureza também monofuncional, como os três critérios foram satisfeitos, a conversão é congruente, pois o registro de chegada representação gráfica deixa transparecer o registro de saída.

Ademais, é admirável ressaltar que D2 conseguiu fazer a conversão seguindo a ordem dos termos significantes, como esperado; além disso, a dupla estabelece conexões significativas entre o registro gráfico envolvido, evidenciando uma manipulação não mecânica e conceitual do registro tabular.

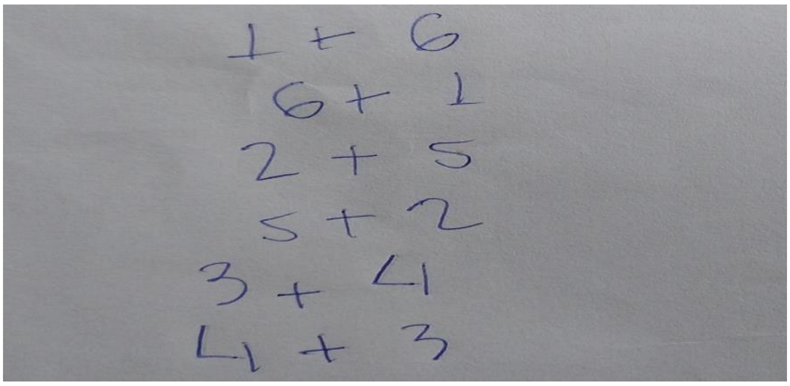
Continuando a análise da figura 24, Estrada e Diaz (2006) relatam que a utilização da tabela de dupla entrada facilita sintetizar os dados de uma população ou de uma amostra, favorecendo a escolha de decisões em situações de incerteza nas mais diversas áreas de conhecimento.

Além disso, a BNCC considera as Habilidades (EF04MA26): identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aquele que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações. Uma sugestão para apreensão de habilidades da probabilidade, conforme Góngora (2011), é que os docentes usem jogos como dados, cartas, bingos e loterias, que envolvem chances de eventos aleatórios ocorrerem, para apresentar os alunos ao espaço amostral e ao conceito de evento, que são essenciais no estudo probabilístico.

É importante mencionar que a partir do registro figural de tabela de dupla entrada, D2 procurou organizar essas informações, entretanto, é interessante notar a forma como isso ocorreu. D2 distribuiu esses dados, mas fez de forma incorreta. Mesmo obedecendo certa escala na distribuição das somas, entre os números 7 e 8, ela fugiu da escala no eixo vertical até então elaborada. Outro fato que chamou a atenção foi que, novamente, a dupla utilizou seus próprios experimentos para compreender o conceito e a linguagem matemática.

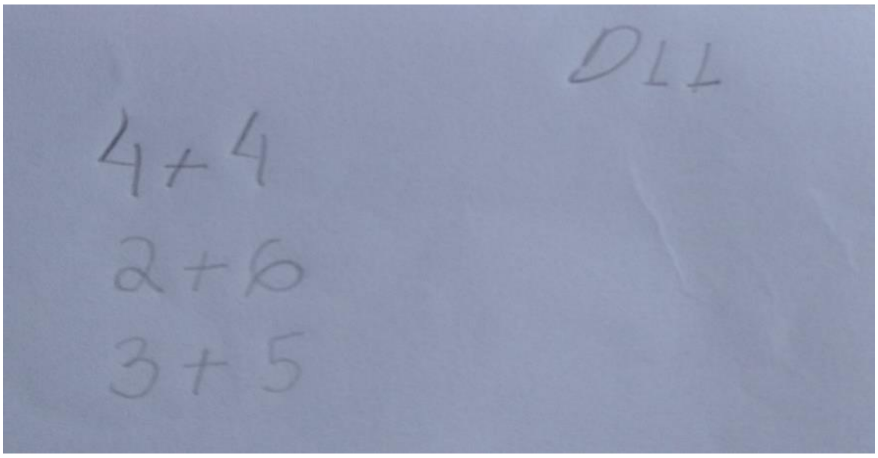
Nas figuras 25 e 26, as duplas D7 e D11 apresentaram, respectivamente, na formação de representação semiótica em registro simbólico na forma numérica, as probabilidades de que a soma de dois dados possa ser 7 (sete) e 8(oito).

Figura 25 - Registro da dupla D7 - Diário de campo, dia 20/05/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025)

Figura 26 - Registro da dupla D11 - Diário de campo, dia 20/05/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025)

Verificando os registros das duplas, a partir do registro simbólico na forma numérica, D11 propôs três possibilidades e constatamos que eles descartavam, por exemplo, as somas 4 + 4, 2 + 6 e 3 + 5 se já tivessem registrado 6 + 2 e 5 + 3. Para D11, estas duas possibilidades eram iguais. Assim, a dupla elencou três possibilidades em que acharam que não havia outros modos de realizar a soma 8 nos dois dados. É interessante pontuar que a atividade foi realizada com o manuseio de dados em cores diferentes: azul e vermelho, para que as duplas pudessem observar, por exemplo, a diferença de possibilidades entre o 6 no dado azul com o 2 no vermelho e do 2 no azul com o 6 no dado vermelho. Já D7 apresentou corretamente as possibilidades de a soma de dois dados ser 7. Em concordância, para Duval (2003), o registro simbólico na forma numérica é a forma pela qual os números e suas relações são expressos, e é fundamental para a compreensão e manipulação de conceitos matemáticos. De acordo com Lopes (2010), o raciocínio probabilístico é quem possibilita aos estudantes uma maior compreensão em situações que são expostas diariamente, exigindo que as realizem de maneira analítica sobre as possibilidades de ocorrências ou não dos fenômenos e/ou experimentos. Já a BNCC considera como as Habilidades (EF05MA22): apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não. A abordagem de Vásquez e Alsina (2014) recomenda que a utilização de materiais concretos, como jogos e dados, pode ser uma estratégia eficiente para ensinar conceitos de Probabilidade, tornando a aprendizagem mais prática, interessante e fácil.

Posteriormente, na intervenção escrita, compartilhamos os registros das duplas procurando, durante a socialização, apresentar essas somas na lousa e trazer para a turma o resultado de algumas duplas, fazendo com que aqueles que não haviam se apropriado desses conceitos conseguissem compreender sua relação com maior clareza. Dessa maneira, concluímos o 3° encontro, fazendo novamente um "presságio" do 4° encontro, revelando os conteúdos dos dois próximos momentos, quais sejam: intervenção escrita e momento pedagógico com jogos. Além disso, distribuímos igualmente um brinde (bombom), para alegria de todos os colaboradores.

5.1.5 4° encontro: 27/05/2025

5.1.5.1 6° Momento: intervenção escrita

O pesquisador elaborou situações-problema sobre o jogo para que os próprios colaboradores resolvessem. Conforme Grando (2004), a resolução dos problemas de jogo favorece uma análise mais particular sobre o mesmo, na qual os problemas abordam diferentes situações que podem não ter ocorrido durante as jogadas. Além do mais, o registro do jogo também se faz presente nesse momento. A situação-problema geralmente é um contexto de conflitos e questionamento, desafiando os alunos. Assim, para Grando (2004), as situações-problema escritas ajudam no aperfeiçoamento das maneiras de jogar, o que constitui um melhoramento do seu desempenho para ganhar o jogo. Por outo lado, a autora ressalta que temos de buscar a garantia e até um certo nível diminuir a perda da ludicidade do jogo. Na figura 27, mostramos o registro fotográfico da intervenção escrita do jogo feita pelo pesquisador com os colaboradores.

Figura 27 - Intervenção escrita do pesquisador - Diário de campo, dia 27/05/2025

Fonte: Acervo pessoal (2025).

Compartilhamos os registros das duplas D1, D2, D5, D7, D9, D11 e D12 as socializações na lousa das somas que estavam saindo em cada jogada. Uns dos registros expostos nesse momento foi das duplas D1 e D9 onde elas apresentaram, respectivamente, formação de representação semiótica em registro simbólico na forma numérica – as somas que estavam saindo em cada jogada conforme descrito nas figuras 15 e 16.

A socializações das somas que estavam saindo em cada jogada, colaborou significativamente no equilíbrio para a preservação da ludicidade do jogo. Desse modo Kishimoto (2002) ressalta que o ambiente escolar, ao valorizar o lúdico, possibilita à criança o desenvolvimento de duas funções importante: o lúdico, como diversão e prazer; e a educativa, voltada à construção de conhecimentos. Além disso Grando (2004), pronuncia que o prazer e a liberdade intrínsecos ao jogo, evitando que as exigências excessivas de garantia ou de controle a comprometam.

Além disso, fizemos troca de ideias, levantamento de hipóteses, conjecturas e validações que estiveram presentes durante a resolução de problemas. Apresentamos aos colaboradores a reflexão sobre uma situação de jogo, sendo exposta uma situação do quadro 12, em que um dos jogadores distribui as fichas vermelhas nos números, 6, 7, 8 e 9 e o outro, com fichas azuis, nos números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12.

Quadro 12 - Reflexão sobre uma situação de jogo

MARGEM

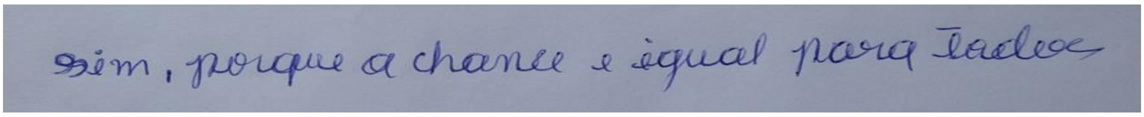
Vermelho						• •	• • • •	• • • •	• •			
Rio	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Azul		•	•	• •	•	•	•	•	•	•	•	•
MARGEM												

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Em seguida, perguntamos para as duplas.:

1) Vocês acham esse jogo justo? Por quê?

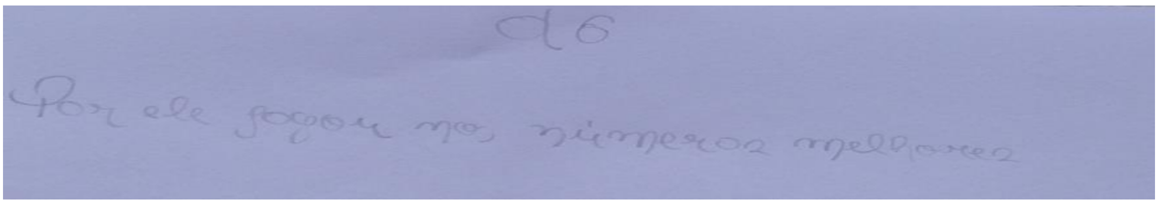
Figura 28 - Registro da dupla D2 - Diário de campo, dia 27/05/2025


Sim, porque a chance e igual para todos

Fonte: Acervo pessoal (2025)

2) Qual dos jogadores tem mais chance de ganhar? Justifique.

Figura 29 - Registro da dupla D6 - Diário de campo, dia 27/05/2025


d6
Por ele jogou nos números melhores

Fonte: Acervo pessoal (2025).

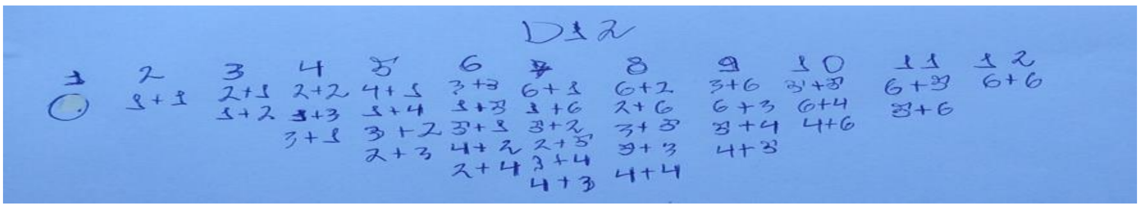
Analisando os registros das duplas, D2 procurou interpretar o jogo. Quando perguntamos se o jogo era justo, responderam que: “Sim, porque a chance é igual para todos”, o que traz o movimento de escolhas e tomada de decisões do próprio jogo. Na segunda questão, além dessas ideias serem reforçadas, notamos, também, as estratégias observadas pela dupla D6, ao dizer que o vencedor seria o jogador que apostou nas fichas vermelhas: “porque ele jogou nos números melhores”. É importante ressaltar que a utilização da produção oral e escrita na análise, em concordância com Duval (2011, p. 105), “não tem os mesmos papéis na tomada de consciência [...] das unidades de sentido matematicamente pertinentes em uma representação”.

Dessa maneira, as resoluções das duplas foram analisadas com base em seus pensamentos probabilísticos, na forma de registro de representação semiótica da língua natural materna, à luz da TRRS. Almouloud (2007), por sua vez, refere que a mobilização por diferentes registros de representação semiótica ajuda entender a forma de pensar matematicamente do aluno, e não exclusivamente os procedimentos próprios do conteúdo probabilístico.

A dupla comentou sobre a escolha do jogador em relação ao fato de o jogo ser ou não justo. Eles compreenderam a frequência dos números que saem durante o lançamento dos dados, e, também, associaram essa compreensão às escolhas do próprio jogador, que, nesse momento, apostou nas casas em que acreditava serem as melhores. Percebemos que os conceitos, e a própria linguagem matemática, vão se tornando mais claros durante a leitura, a interpretação e a escrita, graças ao local de aprendizagem que tiveram em sala de aula.

A assimilação e a compreensão também estiveram presentes durante a comunicação de ideias, o que possibilitou a socialização das situações e também a discussão frente às jogadas. Solicitamos que as duplas fizessem as possibilidades de cada número presente no tabuleiro do jogo, para depois compartilhar o que perceberam com toda a sala. Escolhemos o registro da dupla da D12. Na figura 30, a dupla D12 apresentou a formação de representação semiótica em registro simbólico na forma numérica as possibilidades de cada número presente no tabuleiro do jogo.

Figura 30 - Registro da dupla D12 - Diário de campo, dia 27/05/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025)

Observando o registro da dupla, é importante mencionar que D12 não quantificou as chances (cálculo das probabilidades), contudo percebem, pela análise de possibilidades, quais números possuem maior e nenhuma chance de obter. A falta de cálculo de tratamento pode ser interpretada como uma dificuldade em avançar no registro numérico, isso reforça a afirmativa de Duval (2009) de que a dificuldade da Matemática não está apenas na representação simbólica, mas também na capacidade de realizar operações cognitivas significativas dentro de um registro. A compreensão dos cálculos das probabilidades de obter certos números em eventos aleatórios, segundo Bryant e Nunes (2012), é fundamental para o raciocínio da probabilidade. A dificuldade em calcular proporções e raciocinar proporcionalmente pode dificultar a compreensão probabilístico. Do mesmo modo, a BNCC considera as Habilidades: (EF05MA23) determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Durante a socialização, os colaboradores aguardavam com muito entusiasmo a participação de todos, pois compartilharem seus pensamentos em aulas de Matemática, realmente, é uma cultura de aula com a qual os alunos não estavam acostumados. Enquanto as duplas D2 e D12 compartilhavam suas ideias, outros colaboradores a questionavam e também davam opiniões, o que enriqueceu ainda mais esse movimento, como exposto a seguir:

> D12: A gente descobriu que o número melhor pra se apostar é o 6, o 7 e o 8, eles vão cair mais e é bom. O um não dá porque tem dois dados.
> D2: o dois e doze não dá pra apostar muitas vezes? Por que só vai dá uma vez?
> D12: O doze não é um bom número pra se ganhar, ele é ruim, parecido ao 1 que nunca vai cair.
> D2: Às vezes cai o doze, né.
> D12: Só seis mais seis vai dá doze.

Segundo Almouloud (2007), o pensamento probabilístico mobilizado pelos alunos envolve a capacidade de lidar com situações-problema que envolvem incerteza e compreensão de conceitos como chance, possibilidade e ocorrência de eventos. A partir dessa transcrição, notamos o quanto é importante possibilitar a comunicação em sala de aula. Durante o diálogo, o pesquisando não interfere na discussão das duplas, mas a conduzem de forma autônoma, a fim de validar algumas de suas hipóteses.

A dupla D12 inicia a explicação sobre a soma correspondente a cada número e suas possibilidades e afirma que “o número melhor para se apostar é o 6, 7 e 8 [...]”, e, ainda, “o 1 não dá porque tem dois dados”. Quando a dupla D2 questiona D12 em relação à formação do registro que havia formado, D12 explica que ele se formou a partir das somas realizadas para se obterem os números. A dupla deixa clara a presença do experimento nesse momento, quando se deu conta deste registro ao terminar de fazer as possibilidades de soma dos números.

Outro assunto destacado na discussão foi em relação ao número 12, quando esclareceram que esse número só iria sair uma vez, pois só seria possível com a soma 6 mais 6. Para debater sobre isso, tiveram o cuidado de explicar que "o doze não é um bom número pra se apostar, ele é ruim, parecido ao 1 que nunca vai cair", ou seja, as palavras "parecido", "nunca" explicitam a compreensão da linguagem e do conceito matemático que foi construído pela dupla mediante os experimentos e as discussões.

5.1.5.2 7° Momento: momento pedagógico com jogos

Nesse último momento, segundo Grando (2004, p. 68), "jogar com competência é o retorno à situação real do jogo". É importante que os discentes retornem à ação do jogo para que executem estratégias definidas e analisadas durante a resolução dos problemas.

Ainda, conforme Grando (2000, p. 25), "quando o sujeito realiza constatações acerca de suas hipóteses, percebe regularidades e define estratégias", torna-se "capaz de efetuar um planejamento de suas ações, a fim de obter o objetivo final do jogo, que é vencê-lo".

Nesse momento, ficamos novamente observando as duplas com relação às estratégias de exploração das noções matemáticas. Percebemos que as duplas não estavam com a estratégia de colocar uma ficha em cada número, ou seja, do 1 até o 12. Ainda, distribuímos novamente um brinde (bombom) para felicidade de todas as duplas.

5.1.6 5° Encontro: 27/06/2025

Escolhemos a entrevista, ao invés de um questionário escrito, pois, segundo Duval (2011, p. 105), "a produção oral e a escrita não têm os mesmos papéis na tomada de consciência [...] das unidades de sentido matematicamente pertinentes em uma representação". É, portanto, mais fácil discursar sobre determinado assunto oralmente do que ter de escrever sobre ele, pois, além das situações relativas à tomada de consciência do objeto, aparecem também situações ligadas à organização da própria escrita.

Durante a entrevista semiestruturada, o pesquisador registou as respostas das duplas, em forma de gravação de áudio, para capturar as conversas, e as fotos para registrar os momentos, a fim de ter mais elementos além das folhas registros dos colaboradores. Sendo assim, realizamos a entrevista, do tipo clínica, que, segundo Carraher (1998, p.17-18), "visa buscar as respostas mais características do pensamento do sujeito, aquelas que o sujeito dá com maior convicção não com maior rapidez".

A autora acrescenta ressaltando que há pessoas que têm a necessidade de pensar sobre alternativas distantes para encontrar a resposta que analisam a mais correta; o destaque do método pertence ao processo que leva o sujeito a dar uma ou outra resposta. Temos, pois, de considerar o estudo dos processos para analisar a complexidade e a sofisticação do pensamento dos colaboradores.

Na elaboração das perguntas que nortearam a entrevista clínica, consideramos indagações que orientassem para alguns conhecimentos específicos de probabilidade: análise de chance igual e de chance diferente de ocorrência de um evento, evento impossível, evento pouco provável, espaço amostral, eventos equiprováveis, independência de eventos e aleatoriedade. Assim sendo, os questionamentos iniciais que nortearam a entrevista, foram:

> 1- Kevin apostou todas as fichas no 2 e Neide todas no 12. Quem tem mais chance de ganhar? Por quê? (Análise de chance igual)
> 2- Neide colocou todas as suas fichas no 1. Ela conseguirá ganhar o jogo? Por quê? (Evento impossível)
> 3- Quem tem mais chance de ganhar o jogo: uma pessoa que apostou todas as fichas no 7 ou quem apostou todas no 11? Por quê? (Análise de chance diferente)
> 4- Kevin apostou todas as fichas no 3. Ele tem muita, pouca ou nenhuma chance de ganhar o jogo? Por quê? (Evento pouco provável)
> 5- Neide apostou todas as fichas no 8. Quais números podem sair nos dados para dar 8? (Espaço amostral)
> 6- Kelly jogou o dado algumas vezes e o resultado foi sempre o 5. Se ela jogar novamente você acha que poderá sair o 5? Por quê? (Independência de eventos)
> 7- Se você jogar com o dado e eu com outro dado quem terá mais chance de tirar o 6: eu ou você? Por quê? (Eventos equiprováveis)
> 8- Se eu jogar um dado, é mais fácil sair qual dos números? Por quê? (Aleatoriedade). (Dados de pesquisa, 2025)

As entrevistas foram feitas com as duplas já formadas. As regras do jogo foram explicadas novamente e realizadas algumas jogadas para relembrar os momentos de Grando (2004). Oferecemos às duplas lápis e folha A4 para possível registro, especialmente no que se refere ao item 5 (espaço amostral).

Quadro 13 - Discriminação dos questionamentos iniciais que nortearam a entrevista do jogo ‘Travessia do Rio’

Jogo Travessia do Rio		
Objetos de conhecimento do 1º ao 5º ano -Probabilidade	**Habilidades do 1º ao 5 º ano – Probabilidade**	**Ordem das perguntas norteadoras**
Comparação de probabilidades: análise de chance igual	(EF05MA22)	1 - Kevin apostou todas as fichas no 2 e Neide todas no 12. Quem tem mais chance de ganhar?
Espaço amostral: evento impossível	(EF01MA20) (EF02MA21)	2 - Neide colocou todas as suas fichas no 1. Ela conseguirá ganhar o jogo? Por quê?
Comparação de probabilidades: chance diferente	(EF03MA25) (EF05MA22)	3 - Quem tem mais chance de ganhar o jogo: uma pessoa que apostou todas as fichas no 7 ou quem apostou todas no 11? Por quê?
Espaço amostral: evento pouco provável	(EF02MA21) (EF03MA25)	4 - Kevin apostou todas as fichas no 3. Ele tem muita, pouca ou nenhuma chance de ganhar o jogo? Por quê?
Espaço amostral: levantamento de possibilidades	(EF05MA22)	5 - Neide apostou todas as fichas no 8. Quais números podem sair nos dados para dar 8?
Aleatoriedade: independência de eventos	(EF05MA23)	6 - Kelly jogou o dado algumas vezes e o resultado foi sempre o 5. Se ela jogar novamente você acha que poderá sair o 5? Por quê?
Aleatoriedade: equiprobabilidade	(EF04MA26) (EF05MA23)	7 - Se você jogar com o dado e eu com outro dado quem terá mais chance de tirar o 6: eu ou você? Por quê?
Aleatoriedade: evento aleatório	(EF05MA22) (EF05MA23)	8 - Se eu jogar um dado, é mais fácil sair qual dos números? Por quê?

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

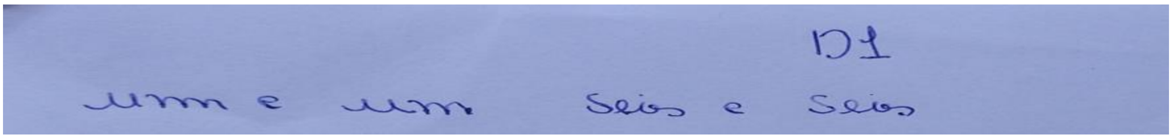
Cada dupla participou, separadamente, das entrevistas que foram audiogravadas. Por se tratar de uma entrevista do tipo clínica, as perguntas norteadoras apresentadas no Quadro 11 serviram de suporte para novas perguntas, argumentações, questionamentos e confrontos posteriores realizados pelo pesquisador, a fim de que o estudante refletisse sobre suas respostas e apresentasse justificativas com mais consistência e com maior convicção.

De acordo com Duval (2004, p. 43), “a formação de uma representação semiótica é o recurso a um signo para atualizar a visão de um objeto ou substituir a visão desse objeto”. Assim, compreendemos que, na aprendizagem do pensamento probabilístico, os colaboradores das duplas são apresentados em um campo novo, conceito simbólico, e, principalmente, representativo, na resolução de problemas e compreensão de textos de probabilidade, sendo que tais atividades cognitivas solicitam o uso de sistemas de representação diferentes da linguagem natural ou visual (Duval, 2003).

Em relação à primeira pergunta que envolvia a comparação de chance igual de ocorrência de um evento, D1 considera que quem teria mais chance de ganhar o jogo seria a Neide, afirmando: “porque ela tá no 12 e o 12 é maior”. Durante a discussão do segundo questionamento, D1 constatou seu equívoco e quis mudar sua resposta, voltando para a pergunta anterior “quem teria mais chance de ganhar: quem colocou no 2 ou no 12?” D1 afirmou que “os dois números ganham junto”. Segundo Bryant e Nunes (2012), a compreensão da probabilidade de um evento, principalmente quando as chances são iguais, necessita do reconhecimento de todos os resultados possíveis do espaço amostral. Ou seja, para calcular a probabilidade de um evento, é essencial considerar o número total de resultados igualmente prováveis que podem ocorrer, e não apenas os resultados que importam diretamente.

Nesse momento, solicitamos que a dupla mostrasse em registro escrito as probabilidades de a soma de dois dados ser 2 (dois) e 12 (doze). Na figura 31, a dupla D1 apresentou na formação de representação semiótica em registro da língua natural as probabilidades de a soma de dois dados ser 2 (dois) e 12 (doze).

Figura 31 - Registro da dupla D1 - Diário de campo, dia 27/06/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025).

Analisando o registro escrito da dupla, notamos que a formação de representação semiótica em registro da língua natural contribui de forma significativa para a melhora da capacidade de compreensão de conceitos e do desenvolvimento do raciocino matemático. A formação, para Duval (2009), expressa uma representação mental, essa formação implica sempre uma seleção no sistema de signos: a escolha de caracteres com que “queremos” representar ideias matemáticas como gráficos, equações, expressões, tabelas, etc.

Na entrevista, constatamos que D1 mudou de opinião. Reconsiderou sua resposta, pois Carraher (1998) destaca a importância na análise de diferentes caminhos antes de se chegar a uma resposta, indicando que a escolha da conclusão mais apropriada pode ordenar uma análise mais aprofundada e a comparação entre várias possibilidades. Já D4 afirma que “as duas pessoas têm a mesma chance de ganhar”; a dupla justifica: “lembrei da explicação do senhor” (pesquisador).

Novamente, no jogo Travessia do Rio, para indagar o entendimento das duplas sobre espaço amostral: evento impossível, utilizamos a seguinte questão norteadora: Neide colocou todas as suas fichas no 1. Ela conseguirá ganhar o jogo? Por quê? Na segunda pergunta que trata de evento impossível, D1 afirma que “Não. Porque o 1 é ruim”. Porque “o 1 não dá”. Já D4 é seguro e não apresenta dúvidas: “Não. Porque o 1 não cai. Só tem um dado”.

Analisando a percepção de eventos impossíveis, essa percepção não é tão óbvia. Outros fatores parecem influenciar as respostas, como foi notado nas respostas de D4, o qual admite que só pode obter 1 com um dado, porém se nega a aceitar que é um evento impossível; enquanto D1 faz uma relação de sentimento, afirmando que o 1 é ruim e por isso não sairá no lançamento de dois dados.

Conforme Bryant e Nunes (2012), eventos impossíveis são aqueles que, apesar de não existir dificuldade em reconhecê-lo como impossível, pode ser confundido com um evento muito improvável por estudantes. Portanto, a dificuldade não está em reconhecer os eventos impossíveis, mas em distinguir eventos impossíveis de eventos com pouca probabilidade de acontecer.

Ainda, analisando tal percepção, o caderno orientado ao estudo da Estatística e Probabilidade, do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), assinala aspectos que podem auxiliar o professor nas aulas dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Alguns aspectos defendem o ensino das noções de certeza, provável e impossível a partir de experimentos como jogos e brincadeiras. Também é importante desenvolver gradualmente com os estudantes a noção de mais ou menos chance, de espaço amostral, assim como de ferramentas para o mapeamento das possibilidades (Brasil, 2014).

No jogo Travessia do Rio, para investigar o entendimento das duplas sobre comparação de probabilidades, chance diferente, utilizamos a seguinte questão norteadora: Quem tem mais chance de ganhar o jogo: uma pessoa que apostou todas as fichas no 7 ou quem apostou todas no 11? Por quê? Já na terceira pergunta que compara chances diferentes, D1 e D4 afirmaram que ganha o 7, justificando, respectivamente, que: “porque o 7 é melhor” e “ganha quem escolheu o 7”.

Observamos que os argumentos de D1 são sustentados novamente pela relação de sentimento, enquanto D4 se apoia na lógica de quem tem mais ganha. D4 diz que quem escolheu o 7 tem mais chance de ganhar porque é mais difícil cair o 2 e o 3, mostrando nos dados. A dupla afirma que vai sempre cair mais os números maiores 8, 9 e 10 do que os números menores 5 e 6, por esta razão tem mais chance de sair o 7 que é formado por números menores.

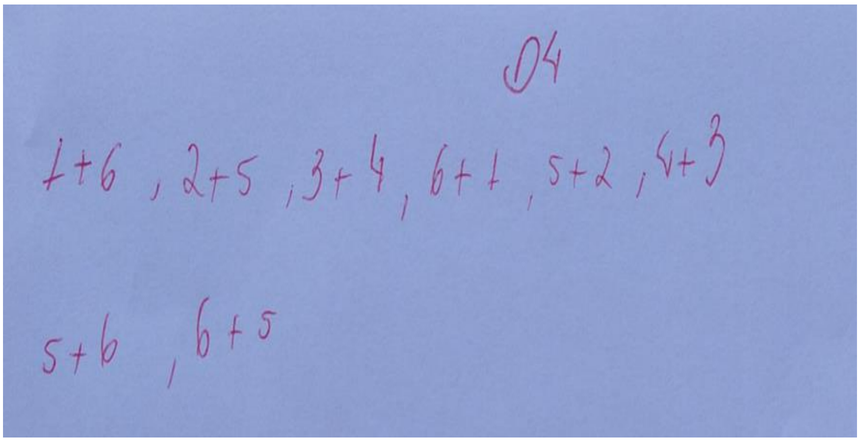
Esta pergunta permite a reflexão sobre o espaço amostral, considerando as possibilidades de conseguir a soma 7 e o 11 no lançamento de dois dados. Bryant e Nunes (2012) ressaltam que a identificação de todos os resultados possíveis em um espaço amostral é fundamental para compreensão probabilística e para resolver problemas relacionados à probabilidade.

Notamos que D4 responde corretamente e com certo indício de que entende esse espaço amostral, mas não consegue entendê-lo totalmente. Ainda, os autores destacam que muitos estudantes, ao se encontrarem com problemas probabilísticos, tendem a não considerar todas as possibilidades, o que pode levar a entendimentos equivocados, motivo pelo qual acreditamos que haja a necessidade de uma intervenção para que D4 desenvolva o conceito e a compreensão do espaço amostral.

Sobre o entendimento e a comparação de probabilidades, Campos e Pietropaolo (2013) entendem como aspectos fundamentais nos processos de ensino e aprendizagem probabilística, ressaltando que precisamos desenvolver no ambiente escolar um rol de atividades que tratem das características de fenômenos aleatórios e determinísticos, as distinção entre eventos possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis, várias representações para a contagem de espaços amostrais simples, comparação de probabilidades e, também, o cálculo de probabilidades, especialmente através da abordagem frequentista.

Nesse momento, aconselhamos que a dupla D4 mostrasse em registro escrito as probabilidades de a soma de dois dados ser 7 (sete) e 11 (onze). Nas figuras 32, a dupla D4 exibiu a formação de representação semiótica em registro simbólico na forma numérica das probabilidades de a soma de dois dados ser 7 (sete) e 11 (onze).

Figura 32 - Registro da dupla D4 - Diário de campo, dia 27/06/2025



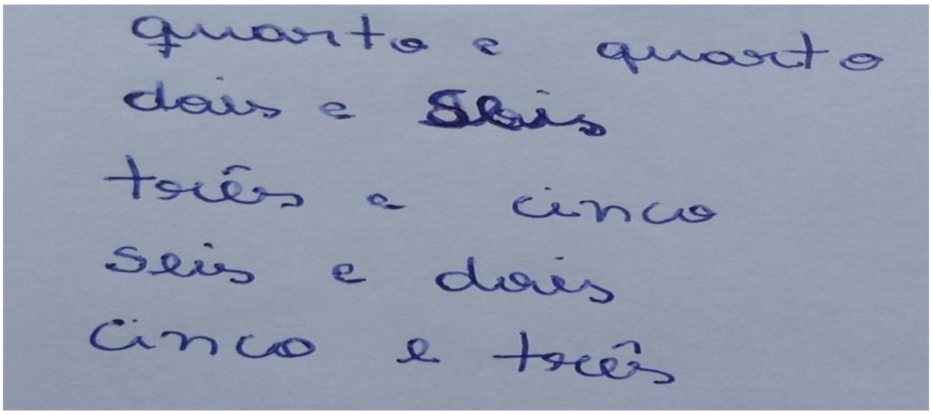
Fonte: Acervo pessoal (2025).

Analisando os registros da dupla, a partir do registro simbólico na forma numérica, D4 propôs seis possibilidades de a soma de dois dados ser 7 (sete) e constatou, por exemplo, as somas 1 + 6, 2 + 5, 3 + 4 e as 6 + 1, 5 + 2, 4 + 3. Para D4, estas seis maneiras eram diferentes. Assim, a dupla elencou seis possibilidades, indicando duas possibilidades de a soma de dois dados ser 11 (onze), constatando, por exemplo, a soma 5 + 6 e 6 + 5. Para a dupla, estas maneiras eram diferentes, então elencaram duas possibilidades. A formação de registro simbólico na forma numérica é fundamental para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Desse modo, Duval (2011) ressalta que as formações de registros de representações semióticas são capazes de superar problemas da aprendizagem, permitindo ao docente auxiliar e facilitar a compreensão de conteúdos matemáticos.

Sobre a quarta pergunta que traz a situação: “Kevin apostou todas as fichas no 3, teria muita, pouca ou nenhuma chance de ganhar o jogo?” D1 diz que tem pouca chance e justifica “porque é difícil”. D4 responde: “Pouca. Porque tem dá 1 e 2 ou 2 e 1”. Vale mencionar que D4 apresenta um pensamento mais lógico e assinala o 1 e 2 ou 2 e 1, como todo o espaço amostral fica evidente com esta resposta. D4 tem o entendimento de que 2 e 1 e 1 e 2 são diferentes possibilidades de se obter 3, pois há duas maneiras de obter 3 com dois dados.

A quinta pergunta, que trata do espaço amostral formado pela soma de dois dados que resultam em 8, D1 diz que “é difícil”, contudo o pesquisador sugere fazer algumas tentativas somando os dados. D1 diz: “tem de dá 4 mais 4”, o pesquisador pergunta: tem mais jeito? A dupla diz que sim e responde: “2 e 6”. O pesquisador insiste: tem mais jeito? D1 conta que “não”. Já D4 consegue cincos possibilidades: 4 + 4, 3 + 5, 5 + 3, 2 + 6 e 6 +2. Assim, a dupla elencou cinco possibilidades. Entretanto, novamente, D1 não nota as possibilidades 3 + 5 e 5 + 3, bem como 6 + 2 e 2 + 6, que são possibilidades diferentes para o mesmo resultado.

Figura 33 - Registro da dupla D1 - Diário de campo, dia 27/06/2025

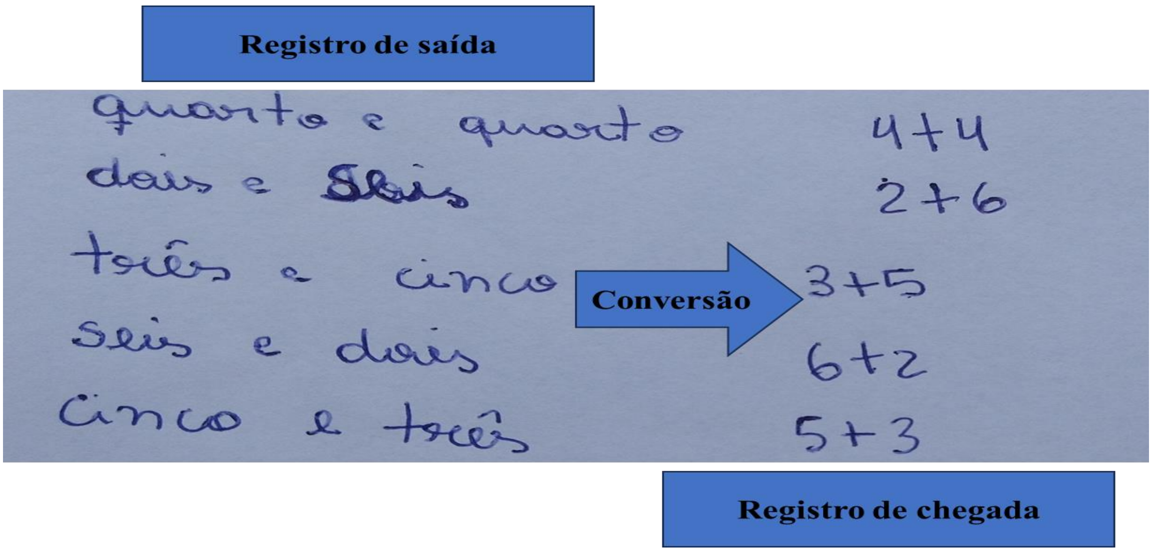


Fonte: Acervo pessoal (2025).

Examinando os registros da dupla, é importante mencionar que, a partir do registro da língua natural, D1 indicou cinco possibilidades e constatamos que eles descartavam, por exemplo, as somas quarto e quarto, dois e seis, três e cinco, seis e dois e cinco e três. Assim, a dupla elencou cinco maneiras de realizar a soma 8 nos dois dados. Desse modo, Duval (2011) afirma que o uso de uma representação semiótica só é interessante à medida que ela pode se transformar em outra. Nesse momento, foi sugerido que a dupla D1 mostrasse esse mesmo registro, agora usando números das probabilidades de a soma de dois dados ser 8 (oito).

Na figura 34, a dupla D1 apresentou a conversão entre o registro de representação semiótica da língua natural para o registro de representação semiótica simbólico na forma numérica das probabilidades de a soma de dois dados ser 8 (oito).

Figura 34 - Registro da dupla D1 - Diário de campo, dia 27/06/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025).

Mostramos na figura 34 uma conversão entre dois registros semióticos distintos, o registro de saída, que é um registro da língua natural e o registro de chegada, que é um registro simbólico na forma numérica, os dois representam o mesmo objeto matemático.

Analisando o registro de saída, D1 conseguiu cinco possibilidades: quarto e quarto, dois e seis, três e cinco, seis e dois e cinco e três. Assim, a dupla elencou cinco maneiras. Já no registro de chegada, a dupla conseguiu cincos possibilidades: 4 + 4, 3 + 5, 5 + 3, 2 + 6 e 6 +2. Portanto, a dupla elencou também cinco maneiras de realizar a soma 8 nos dois dados. Segundo Duval (2003), a compreensão em Matemática implica a capacidade de mobilizar simultaneamente ou transitar por ao menos dois registros de representação semiótica. Ainda, analisando a figura acima, há os três critérios: a correspondência semântica dos termos significantes, a univocidade semântica terminal e a ordem dentro das organizações das unidades, para termos congruência semântica, no momento da conversão do registro da língua natural para o registro simbólico na forma numérica.

O critério da correspondência semântica dos termos significantes foi cumprido nesta conversão, pois para cada unidade significante do registro da língua natural é associada apenas uma unidade significante do registro simbólico na forma numérica. O critério da univocidade semântica terminal também é cumprido, pois cada significado da unidade significante de partida (registro da língua natural materna) corresponde ao mesmo significado da unidade significante de chegada (registro simbólico na forma numérica). Também é respeitado o critério ordem dentro da organização das unidades, pois ao ler o registro da língua natural e o registro simbólico na forma numérica, as unidades significantes de partida e de chegada estão na mesma ordem no que diz respeito à organização das unidades significantes.

Portanto, podemos dizer que a conversão entre o registro da língua natural de natureza multifuncional para um registro de simbólico na forma numérica de natureza monofuncional, como os três critérios foram cumpridos, a conversão é congruente, pois o registro de chegada numérico deixa transparecer o registro de saída. Assim, D1 conseguiu fazer a conversão seguindo a ordem dos termos significantes; ainda, a dupla estabelece conexões significativas entre o registro numérico envolvido, evidenciando uma manipulação não mecânica e conceitual do registro natural.

Na sexta pergunta, a respeito da independência de eventos, D1 cai no erro, afirmando que: “se sempre caiu 5, vai cair 5 novamente”, enquanto D4 comete o erro, afirmando que: “não vai cair o 5 porque já caiu muitas vezes”. Mesmo admitindo que tenha a possibilidade de cair, D1 e D4 não acreditam que caia e atribuem à sorte ou ao azar. Em suas pesquisas, como asseguram Pietropaolo *et al*. (2013), de acordo com a intuição, não é simples, especialmente para um aluno do Ensino Fundamental, acreditar, por exemplo, que após ter lançado oito vezes uma moeda justa e ter alcançado cara em todas as jogadas, a probabilidade de obter cara na 9ª jogada é precisamente a mesma de alcançar coroa.

Ainda foi sugerido a seguinte caso, para conferir o entendimento das duplas sobre aleatoriedade – equiprobabilidade, utilizando a seguinte questão norteadora: se você jogar com o dado e eu com outro dado quem terá mais chance de tirar o 6: eu ou você? Por quê?

Em relação à sétima pergunta, que trata de eventos equiprováveis, D1 e D4 não compreendem a equiprobabilidade, associando ao resultado do lançamento de dois dados. Eventos equiprováveis, em Probabilidade, são aqueles em que cada resultado tem a mesma chance de ocorrer. Por exemplo, ao lançar um dado justo, o resultado 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 tem a mesma probabilidade de acontecer.

Nesse sentido, Bryant e Nunes (2012) mencionam que a compreensão de eventos equiprováveis é um passo fundamental na construção do raciocínio probabilístico. Além do mais, essa compreensão facilita o cálculo da probabilidade de um evento ocorrer.

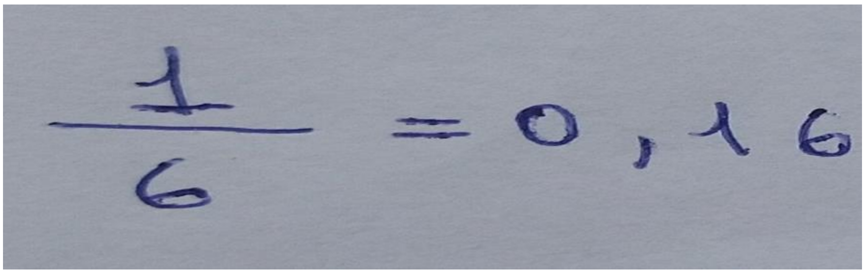
A última pergunta, que trata de aleatoriedade, quando questionamos sobre qual número tem mais chance de sair no lançamento de um dado, D1 diz que "o 6 tem mais chance de sair porque 6 é maior", enquanto D4 responde "5 tem mais chance", evidenciando também a falta de compreensão a respeito da aleatoriedade de eventos.

Sobre a falta de compreensão da aleatoriedade, Lopes (2008), ressalta a importância de compreender a aleatoriedade no ensino de Probabilidade, destacando como essa compreensão é fundamental para a escolha de decisões e para o desenvolvimento do pensamento crítico, habilidades essenciais em um estudante.

Nesse momento, relembramos da aula introdutória realizada no 1° Encontro: 22/04/2025, que foi uma análise das habilidades da BNCC na unidade temática de Probabilidade e Estatística. Dessa forma, foram estudados os objetos de conhecimentos e habilidades que devem ser considerados como base para o planejamento e desenvolvimento de atividades destinadas aos estudantes, desde o início do Ensino Fundamental, nos Anos Iniciais. Além disso, foi sugerido que as duplas D1 e D4 mostrassem, respectivamente, um registro escrito das probabilidades no lançamento de um dado ser 6 e 5.

Na figura 35, a dupla D1 exibiu o tratamento de representação semiótica, em registro simbólico na forma numérica, a probabilidade no lançamento de um dado ser o número 6(seis).

Figura 35 - Registro da dupla D1 - Diário de campo, dia 27/06/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025).

Mostramos na Figura 35 o tratamento realizado no registro de representação semiótica em registro simbólico na forma numérica. D1 realizou a passagem da expressão fracionária para a expressão decimal equivalente. Essa transformação é fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático, pois permite ao estudante entender diferentes perspectivas de um mesmo objeto matemático e construir uma compreensão mais abrangente do conceito estudado. Duval (2009) ressalta que o tratamento, normalmente, é a transformação que mais se prioriza no ensino de Matemática.

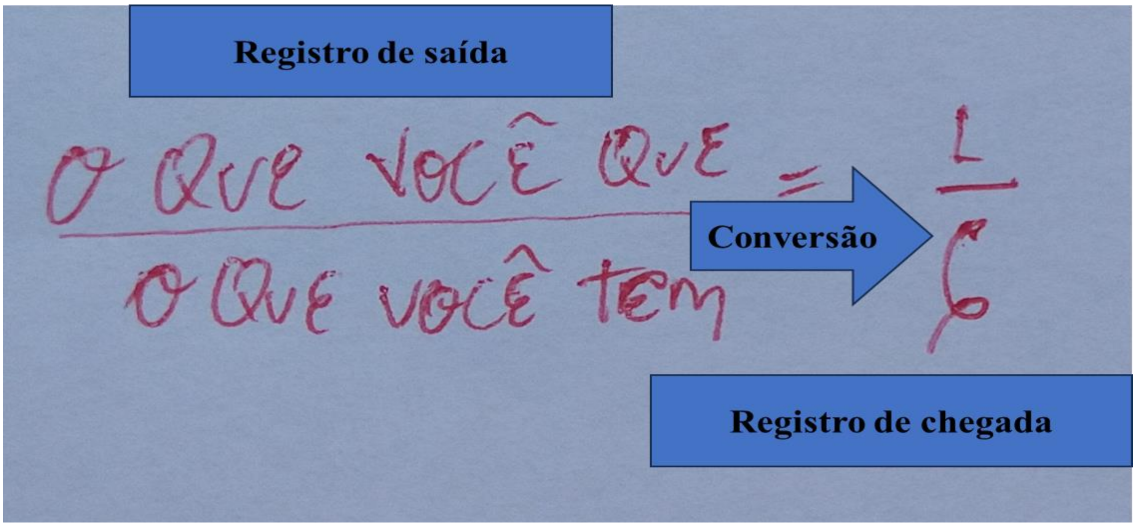
É importante mencionar que a dupla D1 teve dificuldade ao realizar a passagem da expressão fracionária 1/6 para a expressão decimal 0,16, pois D1 confundiu-se na verdadeira representação decimal, que é 0,1666....

Assim, Duval (2003) afirma que a dificuldade dos estudantes com os números racionais cresce quando é requerida a mudança de registro ou o uso de dois registros ao mesmo tempo.

Vizolli (2001) argumenta que os estudantes conseguem representar os registros fracionários decimais e/ou decimais, no entanto têm dificuldade em perceber que 1/6 e 0,1666... são representações de um mesmo número ou objeto matemático (número racional). Por outro lado, é evidente que a dupla apresentou também dificuldades tanto na realização de arredondamentos quanto na conversão entre as representações fracionária e decimal de números.

Na figura 36, a dupla D4 apresentou a conversão entre o registro de representação semiótica da língua natural para o registro de representação semiótica simbólico, na forma numérica, a probabilidade no lançamento de um dado ser número 5 (cinco).

Figura 36 - Registro da dupla D4 - Diário de campo, dia 27/06/2025



Fonte: Acervo pessoal (2025).

A Figura 36 mostra a conversão entre dois registros semióticos distintos, o registro de saída, que é um registro da língua natural, e o registro de chegada, um registro simbólico na forma numérica, os dois representam o mesmo objeto matemático. Duval (2011, p. 100) aponta que "[...] a mobilização de um segundo registro é necessária para poder discernir e reconhecer as unidades de sentido que são pertinentes no conteúdo das representações produzidas no primeiro registro".

Além disso, segundo Duval (2003), a transformação de um registro de representação semiótica da língua natural a uma representação em um outro registro envolve operações complexas, para identificar e nomear os objetos dentro do novo registro. Portanto, a partir da língua natural materna é possível realizar a conversão por meio de diferentes registros.

Analisamos na figura os três critérios, a correspondência semântica dos termos significantes, a univocidade semântica terminal e a ordem dentro das organizações das unidades, para haver congruência semântica, no momento da conversão do registro da língua natural para o registro simbólico na forma numérica, resultou o que segue.

O critério da correspondência semântica dos termos significantes não foi satisfeito nesta conversão, pois para cada unidade significante do registro da língua natural materna não é associada apenas uma unidade significante do registro simbólico na forma numérica.

O critério da univocidade semântica terminal também não é satisfeito, pois cada significado da unidade significante de partida (registro da língua natural) não corresponde ao mesmo significado da unidade significante de chegada (registro simbólico na forma numérica). Ainda, não é respeitado o critério ordem dentro da organização das unidades, pois ao ler o registro da língua natural e o registro simbólico na forma numérica, as unidades significantes de partida e chegada não estavam na mesma ordem no que diz respeito à organização das unidades significantes.

Desse modo, podemos dizer que a conversão entre o registro da língua natural de natureza multifuncional para o registro de simbólico na forma numérica de natureza monofuncional não foi satisfeito em nenhum dos três critérios, a conversão tem um alto grau de não congruente, pois o registro simbólico na forma numérica não deixa transparecer o registro de saída. É importante mencionar que D4 conseguiu fazer a conversão, porém a dupla não estabelece conexões significativas entre o registro numérico envolvido, evidenciando uma manipulação mecânica e não conceitual do registro natural.

O quadro a seguir representa uma síntese dos registros das conversões dos colaboradores, obtidos por meio da análise do aporte teórico-metodológico da Teoria dos Registro de Representação Semiótica, de Raymond Duval (1995), dos encontros realizados pelas duplas.

Quadro 14 - Síntese dos dados das conversões obtidos por meio da análise do aporte teórico-metodológico dos encontros

		Fenômeno de congruência – critérios			
Duplas	Descrição	Correspondência semântica	Univocidade semântica	Ordem dentro da organização	Observações
D5	D5 apresentou na conversão entre o registro de representação semiótica da língua natural para o registro de representação semiótica simbólico na forma numérica a sua estratégia para ganhar o jogo.	não foi satisfeito o critério da correspondência semântica	não foi satisfeita a univocidade semântica	não foi satisfeita a ordem dentro da organização	D5 conseguiu fazer a conversão, entretanto a dupla não estabeleceu conexões significativas entre os registros numéricos envolvidos, evidenciando manipulação mecânica e não conceitual do registro natural.
D2	D2 apresentou na conversão entre o registro de representação semiótica figural de tabela de dupla entrada para o registro de representação semiótica figural de gráfico as somas que estavam saindo em cada jogada.	foi satisfeita a correspondência semântica	foi satisfeita a univocidade semântica	foi satisfeita a ordem dentro da organização	D2 conseguiu fazer a conversão seguindo a ordem dos termos significantes, como esperado; além disso, a dupla estabelece conexões significativas entre os registros gráficos envolvidos, evidenciando manipulação não mecânica e conceitual do registro tabular.

D1	D1 apresentou a conversão entre o registro de representação semiótica da língua natural para o registro de representação semiótica simbólico, na forma numérica, das probabilidades de a soma de dois dados ser 8 (oito).	foi satisfeita a correspondência semântica	foi satisfeita a univocidade semântica	foi satisfeita a ordem dentro da organização	D1 conseguiu fazer a conversão seguindo a ordem dos termos significantes; ainda, a dupla estabelece conexões significativas entre os registros numéricos envolvidos, evidenciando manipulação não mecânica e conceitual do registro natural.
D4	D4 traz na conversão entre o registro de representação semiótica da língua natural para o registro de representação semiótica simbólico, na forma numérica, a probabilidade no lançamento de um dado ser número 5(cinco).	não foi satisfeita a correspondência semântica	não foi satisfeita a univocidade semântica	não foi satisfeita a ordem dentro da organização	D4 conseguiu fazer a conversão, porém a dupla não estabelece conexões significativas entre os registros numéricos envolvidos, evidenciando manipulação mecânica e não conceitual do registro natural.

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Apresentamos, no Quadro 14, a descrição das conversões realizadas pelas duplas D1, D2, D4 e D5 durante os encontros e também caracterizamos as conversões como ‘congruentes’ ou ‘não congruentes’, constituindo o que chamamos de investigar o ‘fenômeno de congruência’.

No fenômeno de congruência, assim Duval (2003) enuncia, para ser congruente, uma conversão deve satisfazer três condições: correspondência semântica, unicidade semântica e ordem dentro da organização. Além disso, concluímos algumas observações das duplas com relação às conversões realizadas.

O quadro a seguir representa uma síntese dos dados encontrados na entrevista semiestruturada, na análise do aporte teórico-metodológico realizado pelas duplas D1 e D4.

Quadro 15 - Síntese dos dados obtidos por meio da análise do aporte teórico-metodológico da entrevista semiestruturada

Dupla	Nível Probabilístico	Nível Semiótico
1ª Pergunta - Kevin apostou todas as fichas no 2 e Neide todas no 12. Quem tem mais chance de ganhar?		
D1	D1 respondeu, que seria a Neide, afirmando "porque ela tá no 12 e o 12 é maior"; a dupla equivocou-se e quis mudar sua resposta e reafirmou que "os dois números ganham junto". D1 apresentou dificuldade na compreensão da probabilidade de um evento, principalmente quando as chances são iguais.	A dupla apresentou a formação de representação semiótica em registro da língua natural das probabilidades de a soma de dois dados ser 2 (dois) e 12(doze). Essa formação contribui de forma significativa para a melhora da capacidade de compreensão da probabilidade de um evento, especialmente quando as chances são iguais.
D4	D4, respondeu, que "as duas pessoas têm a mesma chance de ganhar" e "lembrei da explicação do senhor" (pesquisador). A dupla apresentou compreensão da probabilidade de um evento, sobretudo quando as chances são iguais.	Não apresentou
2ª Pergunta - Neide colocou todas as suas fichas no 1. Ela conseguirá ganhar o jogo? Por quê?		
D1	D1 afirmou que "Não. Porque o 1 é ruim" e "o 1 não dá". A dupla faz uma relação de sentimento, afirmando que "o 1 é ruim" e por isso não sairá no lançamento de dois dados. D1 apresentou que a dificuldade não está em reconhecer os eventos impossíveis, mas em distinguir eventos impossíveis de eventos com pouca probabilidade de acontecer.	Não apresentou
D4	D4 afirmou, que "Não. Porque o 1 não cai. Só tem um dado", a dupla admite que só pode obter 1 com um dado, porém se nega a aceitar que é um evento impossível. D4 apresentou a negativa em reconhecer os eventos impossíveis e a dificuldade de distinguir eventos impossíveis de eventos com pouca probabilidade de acontecer.	Não apresentou
3ª Pergunta - Quem tem mais chance de ganhar o jogo: uma pessoa que apostou todas as fichas no 7 ou quem apostou todas no 11? Por quê?		
D1	D1 respondeu, que ganha o 7, justificou "porque o 7 é melhor 7". D1 é sustentado novamente pela relação de sentimento. A dupla mostrou dificuldade em comparar chances de eventos diferentes.	Não apresentou
D4	D4, respondeu, que "ganha quem escolheu o 7". D4 se apoia na lógica de que quem tem mais ganha. A dupla respondeu corretamente e com certo indício de que entende esse espaço amostral, mas não consegue entendê-lo totalmente.	D4 apresentou a formação de representação semiótica em registro simbólico na forma numérica das probabilidades de a soma de dois dados ser 7 (sete) e 11(onze). Essa formação foi fundamental para a aprendizagem de conceito probabilístico e foi capaz de facilitar a compreensão em comparar chances de eventos diferentes.

4ª Pergunta - Kevin apostou todas as fichas no 3. Ele tem muita, pouca ou nenhuma chance de ganhar o jogo? Por quê?		
D1	D1 respondeu que tem pouca chance, e justificou dizendo: "porque é difícil". A dupla não tem o entendimento de que há duas maneiras de obter 3 com dois dados, ou seja, que 2 e 1, 1 e 2 são maneiras diferentes de obter 3.	Não apresentou
D4	D4 respondeu que: tem "Pouca. Porque tem que dá 1 e 2 ou 2 e 1". A dupla tem o entendimento de que 2 e 1 e 1 e 2 são diferentes possibilidades de se obter 3, pois há duas maneiras de obter 3 com dois dados.	Não apresentou
5ª Pergunta - Neide apostou todas as fichas no 8. Quais números podem sair nos dados para dar 8?		
D1	D1 falou que "é difícil", "tem de dá 4 mais 4" e "2 e 6". A dupla não notou que as possibilidades 3 + 5 e 5 + 3, bem como 6 + 2 e 2 + 6 são possibilidades diferentes para o mesmo resultado. A dupla teve dificuldade em perceber que mais de duas possibilidades para a soma dos dados resultam em 8.	D1 apresentou a conversão entre o registro de representação semiótica da língua natural para o registro de representação semiótica simbólico na forma numérica das probabilidades de a soma de dois dados ser 8 (oito). Essa conversão contribuiu para a melhorar da compreensão probabilística, pois a capacidade de mobilizar simultaneamente ou transitar por ao menos dois registros de representação semiótica ajudou D1 a elencar as cinco maneiras de realizar a soma 8.
D4	D4 elencou cincos possibilidades: 4 + 4, 3 + 5, 5 + 3, 2 + 6 e 6 +2.	Não apresentou
6ª Pergunta - Kelly jogou o dado algumas vezes e o resultado foi sempre 5. Se ele jogar novamente, você acha que poderá sair o 5 novamente? Por quê?		
D1	D1 afirmou que "se sempre caiu 5, vai cair 5" novamente; a dupla acredita que caia e atribui à sorte ou ao azar. A dupla não compreende independência de eventos, associado o resultado do lançamento de dois dados	Não apresentou
D4	D4 afirmou que não vai cair o 5 porque já caiu muitas vezes. A dupla não acredita que caia e atribui à sorte ou ao azar. D1 não compreende independência de eventos associada ao resultado do lançamento de dois dados.	Não apresentou
7ª Pergunta - Se você jogar com um dado e eu com outro dado, quem terá mais chance de tirar o 6: eu ou você? Por quê?		
D1	D1 não compreendeu a equiprobabilidade, associando o resultado do lançamento de dois dados.	Não apresentou
D4	A dupla não compreendeu a equiprobabilidade associada ao resultado do lançamento de dois dados.	Não apresentou

8ª Pergunta - Se eu jogar um dado, é mais fácil sair qual dos números? Por quê?		
D1	D1 respondeu que: “o 6 tem mais chance de sair porque 6 é maior”. A dupla não tem a compreensão a respeito da aleatoriedade de eventos.	D1 exibiu o tratamento de representação semiótica em registro simbólico na forma numérica a probabilidade no lançamento de um dado ser o número 6 (seis). Essa transformação foi fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático, pois permitiu a dupla entender diferentes perspectivas de um mesmo objeto matemático e construir uma compreensão mais abrangente do conceito da aleatoriedade de eventos.
D4	D4 respondeu que: “5 tem mais chance”. A dupla não apresentou a compreensão da aleatoriedade de eventos.	D4 apresentou a conversão entre o registro de representação semiótica da língua natural para o registro de representação semiótica simbólico na forma numérica, a probabilidade no lançamento de um dado ser número 5 (cinco). Essa conversão foi importante, pois a dupla realizou a mobilização de um segundo registro e, assim, conseguiu entender e reconhecer as unidades de sentido que são relacionadas no conteúdo das representações produzidas no primeiro registro.

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Mostramos, no Quadro 13, o nível probabilístico das duplas D1 e D4 durante entrevista semiestruturada. Segundo Gal (2012), nível probabilístico refere-se à capacidade de interpretar e comunicar informações e ideias relacionadas à probabilidade, aplicando esse conhecimento em situações do mundo real que envolvem incerteza e risco. Também analisamos o nível semiótico das duplas, que, conforme Duval (2003), os registros de representação semiótica são caracterizados por três atividades cognitivas: a primeira é a formação de uma representação identificável, ou seja, quando é possível reconhecer nesta representação aquilo que ela representa dentro de um sistema de signos estabelecido socialmente; a segunda é o tratamento, que é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo sistema de registros, como, por exemplo, resolver um cálculo de probabilidade; a terceira é a conversão, que é a transformação da representação de um objeto matemático em uma outra representação deste mesmo objeto.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A teoria dos registros de representação semiótica, apresentada por Raymond Duval, contribui com a semiótica e para a realização de pesquisas no campo da Educação Matemática, especialmente no que diz respeito à cognição do conhecimento e à forma como se processa a aprendizagem, ajudando na organização de situações, uma vez que se apresenta como uma maneira metodológica que o educador pode aproveitar quando busca a conceitualização e a aquisição de conhecimentos matemáticos.

A presente pesquisa buscou responder à seguinte questão de pesquisa: quais são os registros de representação semiótica mobilizados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao usar o jogo “Travessia do rio” no ensino de conceitos de Probabilidade?

Tivemos como objetivo identificar e compreender as diferentes representações semióticas entre registros, mobilizados e coordenados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, ao utilizar o jogo “Travessia do rio” no ensino de conceitos de Probabilidade. Utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, como base teórica, buscando compreender as dificuldades apresentadas pelos colaboradores e identificar as abordagens adotadas durante o processo de resolução.

Ao longo da pesquisa, foi possível observar que, apesar de os colaboradores demonstrarem um conhecimento básico sobre conceitos de Probabilidade, muitos enfrentam dificuldades ao lidar com a conversão de registros de representação. Os colaboradores tendem a recorrer ao registro numérico de forma inadequada e usam estratégias da língua natural para resolver as situações de jogos probabilísticos, o que limita a compreensão mais profunda dos conceitos envolvidos.

Contudo, um aspecto relevante emergiu das discussões: mesmo diante das dificuldades ao resolver as situações por escrito, muitos colaboradores foram capazes de verbalizar suas estratégias de exploração das noções matemáticas contidas no jogo durante os encontros, evidenciando a importância do discurso oral como uma ferramenta complementar no processo de aprendizagem.

Apesar dessas dificuldades, um aspecto relevante emergiu das análises: a verbalização das estratégias de exploração das noções matemáticas durante os sete momentos de Grando (2004). Alguns colaboradores, mesmo apresentando limitações no registro escrito, conseguiram explicar suas ideias e raciocínios por meio do discurso oral, realçando sua relevância como ferramenta complementar no processo de aprendizagem. Essa observação reforça a importância de considerar diferentes formas de expressão, como o discurso oral, para enriquecer o ensino da Matemática e proporcionar uma compreensão mais completa dos processos de aprendizagem das noções probabilísticas contidas no jogo.

Em relação à questão de pesquisa, podemos afirmar que conseguimos atingir o objetivo geral do estudo e responder de maneira satisfatória à questão proposta. A pesquisa também revelou que a utilização do discurso oral facilita a compreensão e a verbalização das estratégias de exploração, o que é essencial para o processo de aprendizagem. Um bom exemplo da utilização do discurso oral, foi durante a socialização no 4° encontro com as duplas D2 e D12. A onde elas compartilharam a verbalização das suas estratégias abaixo:

> D12: A gente descobriu que o número melhor pra se apostar é o 6, o 7 e o 8, eles vão cair mais e é bom. O um não dá porque tem dois dados.
> D2: o dois e doze não dá pra apostar muitas vezes? Por que só vai dá uma vez?
> D12: O doze não é um bom número pra se ganhar, ele é ruim, parecido ao 1 que nunca vai cair.
> D2: Às vezes cai o doze, né.
> D12: Só seis mais seis vai dá doze.

Entretanto, algumas limitações foram identificadas. A amostra foi restrita a uma única turma de 6º ano de uma escola pública em Barcarena-PA, o que pode limitar a generalização dos resultados. Além disso, fatores externos, como o contexto escolar e o apoio familiar, não foram investigados em profundidade, mas podem influenciar o desempenho dos colaboradores na resolução das situações de Probabilidade contidas no jogo.

Diante dessas limitações, sugerimos que futuras pesquisas explorem o uso de metodologias de ensino diferenciadas, como o emprego de tecnologias educacionais e abordagens mais dinâmicas para o ensino de Matemática. Além disso, seria relevante investigar como fatores emocionais e psicossociais influenciam as estratégias de exploração das noções matemáticas e o processo de aprendizagem dos estudantes.

Nesse sentido, futuras pesquisas podem buscar responder às seguintes questões: de que maneira a utilização das múltiplas representações pode favorecer a compreensão conceitual dos estudantes em relação aos conceitos probabilísticos? Quais estratégias pedagógicas podem minimizar as dificuldades na conversão entre diferentes registros de representação semiótica? Como fatores emocionais, como a ansiedade matemática, podem impactar na escolha e na eficácia das estratégias de exploração das noções probabilísticas?

De acordo com a TRRS, o aprendizado matemático é enriquecido quando os estudantes trabalham com registros de representação semiótica e estabelecem conexões significativas entre eles. A dificuldade dos colaboradores em diversificar seus registros e estabelecer conexões significativas entre os registros que fundamentam a resolução das situações indica que as práticas de ensino podem ter enfatizado o tratamento numérico, negligenciando a integração com outros registros e a compreensão não mecânica e conceitual.

Portanto, a análise a resolução das situações de jogos probabilísticos, à luz da TRRS, evidencia que a compreensão dos colaboradores está centrada no tratamento numérico mecânico, não conceitual e limitado, com dificuldades significativas na conversão e interpretação entre registros, o que compromete a construção de um entendimento mais completo dos conceitos de Probabilidade.

Por exemplo, erros recorrentes ao realizar a passagem da expressão fracionária 1/6 para a expressão decimal 0,16, pois a verdadeira representação decimal é 0,1666..., evidenciam uma falta de familiaridade com números racionais. Esses erros corroboram as observações de Duval (2003), de que a dificuldade dos estudantes com números racionais cresce quando é requerida a mudança de registro ou o uso de dois registros ao mesmo tempo.

Para superar dificuldades como as observadas, a TRRS sugere a importância de trabalhar com registros de representação semiótica e promover a mobilização entre eles. Por exemplo, integrar a representação gráfica, natural ou tabular poderia ajudar os colaboradores a visualizar e compreender melhor os princípios subjacentes na resolução das situações de probabilidade contidas no jogo, fortalecendo sua capacidade de realizar tanto a conversão quanto o tratamento.

Outro ponto relevante foi a dificuldade nas tentativas de resolução em situações relacionadas ao grau de não congruência semântica, como as situações da Figura 21, do registro da dupla D5, e da Figura 36, do Registro da dupla D4. Como descrito por Duval (2009), problemas com alta não congruência entre registros requerem maior esforço cognitivo para identificar as relações e realizar a conversão, o que pode inibir os colaboradores.

Observamos que os colaboradores não realizaram a conversão do registro natural direto para o registro gráfico; sempre que necessário, usavam a conversão do registro natural para o registro numérico. Assim, não realizaram a conversão entre o registro natural e o gráfico e sim entre o natural e numérico. Além disso, constatamos que na realização de conversões com nível de não congruência alto os colaboradores apresentaram dificuldades, enquanto que nas conversões congruentes os colaboradores não demonstraram dificuldades na realização das mesmas, além de ter sido nessas o número maior de erros cometidos, e que, sem nossa sugestão, provavelmente teria causado o insucesso das conversões.

Segundo Duval (2004), o tempo de resposta em situação de conversão congruente é de fato menor do que em situação não congruente, e a transformação envolvida também é mais complexa. Nesta pesquisa, confirmamos também tal observação do autor e concluímos que a dificuldade na realização de conversões depende do nível de congruência da mesma.

A análise ainda mostrou que a dificuldade em aplicar conhecimentos probabilísticos fora do contexto padrão de aprendizagem reflete a necessidade de mobilizar registros distintos para evitar limitações conceituais. A conversão para o registro numérico foi identificada como um dos maiores desafios, evidenciando a importância de desenvolver a clareza na transição entre registros, conforme destacado por Duval (2009).

Durante a pesquisa, identificamos diferentes estratégias utilizadas pelos colaboradores na resolução das situações de probabilidade contidas no jogo. Uma das abordagens mais comuns observadas foi a tentativa de resolver as situações por meio de representações numéricas e naturais, evitando o registro algébrico. Nos problemas cujos contextos remetiam à situação real, muitos colaboradores recorreram ao cálculo mecânico e não conceitual dos valores numéricos, aplicando operações básicas sem necessariamente estabelecer uma relação entre os termos da probabilidade. Essa estratégia sugere uma forte dependência dos colaboradores em relação aos pensamentos numéricos, verbais, e dificuldades na generalização dos conceitos algébricos.

Além disso, observamos que alguns colaboradores empregaram a estratégia de substituição de valores, na tentativa de verificar se determinada resolução era válida, sem necessariamente compreender os princípios que referem o fenômeno de congruência. Essa estratégia indica uma abordagem baseada na manipulação mecânica e não conceitual, que pode ser útil em alguns casos, mas não promove um entendimento profundo dos conceitos naturais e numéricos envolvidos. Também notamos que, diante da dificuldade de realizar o tratamento de representação, alguns colaboradores optaram por permanecer exclusivamente no registro natural ou numérico, sem explorar outras formas de representação que poderiam facilitar a resolução das situações.

Outra estratégia relevante identificada foi a utilização do discurso oral para explicar o raciocínio por trás da resolução das situações de probabilidade contidas no jogo. Mesmo quando alguns colaboradores encontravam dificuldades para expressar suas ideias de maneira formalizada no papel, muitos conseguiram verbalizar corretamente as estratégias de exploração das noções matemáticas e justificaram suas escolhas. Esse fato reforça a importância do discurso oral como um suporte cognitivo no processo de aprendizagem, permitindo que os estudantes articulem suas ideias e revejam seus próprios processos de resolução. Dessa forma, a mobilização entre diferentes registros e a valorização da comunicação oral podem desempenhar um papel essencial na superação das dificuldades observadas na conversão de registros de representação semiótica.

Ao propor a junção ‘ensino de Probabilidade e jogos matemáticos’, entendemos que podemos oferecer um ensino diferenciado aos nossos alunos ao longo de toda a sua escolaridade, criando espaços diversificados para a aprendizagem. Assim, o jogo aqui apresentado foi utilizado para facilitar aos estudantes o entendimento de conceitos probabilísticos e palavras relacionadas a: chance, incerteza e probabilidade, eventos possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis que aparecem em nossa vida, diariamente, principalmente nos meios de comunicação social.

Evidenciamos, ainda, que o jogo utilizado nesta pesquisa se configura como facilitador e motivador da aprendizagem de noções probabilísticas e pode ser usado não apenas para identificar e analisar as compreensões dos estudantes, mas, sobretudo, para ampliar o entendimento deles acerca de conhecimentos que envolvem o raciocínio probabilístico. Dessa forma, os jogos podem possibilitar, segundo Grando (2004), momentos de interação e aprendizagem mais significativa, além de estimular o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a motivação dos alunos.

Em conclusão, esta pesquisa buscou contribuir para a compreensão das dificuldades enfrentadas pelos colaboradores na conversão e no tratamento de registros de representação em situações de probabilidade contidas no jogo, e destaca a importância de considerar tanto o discurso escrito quanto o oral como ferramentas complementares no ensino de Matemática. Acreditamos que a implementação de abordagens pedagógicas que incentivem a reflexão crítica, sobre as estratégias de resolução de situações de probabilidade contidas no jogo, pode resultar em um ensino dinâmico, promovendo uma aprendizagem probabilística efetiva.

Enfim, a pesquisa realizada nessa investigação foi, para o pesquisador, enquanto professor do Ensino Fundamental, uma excelente oportunidade de repensar sua própria prática, especialmente em relação à abordagem de Probabilidade em suas representações figural, natural e simbólica. Esperamos que os resultados e as análises apresentadas contribuam no campo da Educação Matemática, principalmente no que se refere à compreensão da influência que os caminhos de conversão entre tais representações podem ter sobre a apreensão do objeto representado. De modo particular, nossa esperança é que essa pesquisa possa, de alguma maneira, ajudar colegas educadores no desafiador trabalho de favorecer, em sala de aula, a aprendizagem deste tão importante e complexo objeto matemático.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Registros de representação semiótica em atividades de modelagem matemática: uma categorização das práticas dos alunos. **Revista Ibero-americana de Educación Matemática**, n.25, p. 109-125, 2011.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

AVELAR, Iuly Kristina Silva; CONTI, Keli Cristina. **Probabilidades**: o uso de um jogo digital na aprendizagem de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. Belo Horizonte: UFMG/FaE, 2023. 101 p.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo. Lisboa**: Edições 70, 1977

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo. São Paulo**: Edições 70, 2016

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K**. Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994

BORBA, R. E. de S. et al. Educação estatística no ensino básico: currículo, pesquisa e prática em sala de aula. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**, (EM TEIA), Recife: EDUMATEC, v. 2, n. 2, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Versão final. Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**: Educação é a Base. Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Mistério da educação. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação é a base. Brasília: MEC, 600p, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: Ministério da Educação e Desporto - Secretaria do Ensino Fundamental: Brasília, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Educação Estatística. Ministério da Educação. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability**: a literature review. Nuffield Foundation, 2012.

CAMPOS, T. M. M.; PIETROPAOLO, R.C. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. In:BORBA, Rute; MONTEIRO, Carlos (Org.). **Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática**, 1. Recife: UFPE, 2013, p. 55-61.

CARRAHER, T. N. **O método clínico usando os exames de Piaget**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

CORBALÁN, F. **Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato**. Madrid: Síntesis, 2002.

COSTA. L. M.; ALMEIDA. L. M. W.; SILVA. K. A. P.; PASSOS. M. M. **A conversão entre diferentes registros de representação semiótica em uma atividade de modelagem matemática**. Vidya Educação – UNIFRA, 2015.

CUNHA, M. B. Jogos no ensino de química: considerações teóricas para sua utilização em sala de aula. **Química Nova na Escola**, [S.l.], v. 34, n. 2, p. 92-98, 2012.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: MACHADO, S. D. A. et al. **Educação matemática - uma introdução**. São Paulo: EDUC, 1999. p.135-153.

DUVAL, R. Gráficos e equações: articulação de dois registros. Trad. MORETTI, M. T. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 6, n. 2, 2011c.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. 8. ed. Campinas: Papirus, 2011b. p. 11-34.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registro semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo. Livraria da Física. 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011a.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p.11-34.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Trad. de Myriam Vega Restrepo. Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática, 2004.

EIGEN, M.; WINKLER, R. **O jogo**: as leis que regulam o acaso. Lisboa: Gradiva, 1989.

ESTRADA, A.; DÍAZ, C. Computing probabilities from two way tables. An exploratory study with future teachers. *In*: SEVENTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING OF STATISTICS, 7th., 2006. Salvador (Bahia). **Proceedings** […]. Bahia: International Association for Statistical Education, 2006. CD ROM

FLORES, C. R., MORETTI, M. T. **O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas**: Ponto da análise para a aprendizagem matemática. *In*: REREMAT, UFSC, 2006, p. 26-38.

GAL, Iddo. Developing probability literacy: Needs and pressures stemmings from framewoks of adult competencies in mathematics curricula. *In*: International Congress on Mathematical Education, 12th., 2012, Seoul - Korea. **Proceedings** […]. Seoul – Korea, 2012.

GÓNGORA, L. C. V. **Alternativas didácticas para enseñar probabilidad**. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 13., 2011.

Recife. **Anais** [...]. CIAEM-IACME. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil, 2011.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

GRANDO, R. C. **O jogo suas possibilidades metodológicas no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. 1995. 175fl. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1995.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 224 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação-Unicamp, Campinas, São Paulo, 2000.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v.05, n. 02. p.(393-416). Out., 2015.

HUIZINGA, J. **Homo ludens.** Brasil: perspectiva. Tradução de: João Paulo Monteiro. [S. l.], 2000.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2017.

KISHIMOTO, T. M. **O brincar e suas teorias**. São Paulo: Pioneira, 2002.

LIMA, J. M. **O jogo como recurso pedagógico no contexto educacional**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. *In*: BICUDO, M. A. V. BORBA, M. C. **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 92-120.

LONDOÑO, E. Desentrañando la lógica interna del constructivismo social de Vygotsky. **Pensamiento, palabra y obra**, v. 4, n. 4, p. 76-82, 2010.

LOPES, C. E. A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 33., 2010. **Anais** [...], 2010.

LOPES, C. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2003.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cad. CEDES**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, abr. 2008.

LOPES, C. E. **O ensino da matemática na educação básica**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LOPES, José Marcos. A concepção clássica de probabilidade através do jogo MiniBozó. *In*: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIII., 2011. **Anais** [...]. Recife, PE. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Recife: Edumatec-UFPE, 2011.

LUVISON, C. C.; GRANDO, R. C. **Leitura e escrita nas aulas de matemática**: jogos e gêneros textuais. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2018. (Coleção Educação Matemática).

LUVISON, C.C.; SANTOS, C. A. Estatística e probabilidade a partir do jogo travessia do rio. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba,2013.

MONTESSORI, Maria. **Pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

MORAES, G. S. Ensino de probabilidade: reflexões sobre algumas incorreções e uma proposta de abordagem. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 9, n. 2, p. 170-189, 2014.

MOREIRA, M. F. et al. Metodologias com o uso de jogos e suas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem de matemática. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ENEM - Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, XII., 2016. **Anais** [...]. São Paulo, SP, 2016. p 1-12

MORETTI, M. Análise de atividades didáticas segundo a teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval. **Revista Catarinense de Educação Matemática**, v. 3, n. 1, [s.p.], 27 jun. 2024.

MOURA, M. O. O jogo e a construção do conhecimento matemático. O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola. **Séries Ideias-FDE**, São Paulo, v.10, p. 45-53, 1991.

MUNIZ, C. **A. Brincar e jogar**: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. Belo horizonte: Autêntica, 2010.

NICOLA, J. A.; PANIZ, C. M. A importância da utilização de diferentes recursos didáticos no ensino de ciências e biologia. **InFor**, [S.l.], v. 2, n. 1, p. 355-381, 2017.

OLIVEIRA, R. (Entre) linhas de uma pesquisa: o diário de campo como dispositivo de (in) formação na/da abordagem (auto) biográfica. **Revista Brasileira de Educação de Jovens e Adultos**, v. 2, n. 4, 69-87. Disponível em: https://www.revistas.uneb.br/index.php/educajovenseadultos/article/view/1059/73 0

PIETROPAOLO, R. C.; CAMPOS, T. M. M.; FELISBERTO DE CARVALHO, J. I.; TEIXEIRA, P. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. *In*: IV SEMINÁRIO DO OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO DA CAPES, IV., 2013. **Anais** [...]. Brasil, 2013.

RODRIGUES, C. I. **Aprendo com jogos – conexões e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

RUFINO, M. A. S.; SILVA, J. R. Aprendizagem significativa de probabilidade: um olhar sobre a compreensão dos professores do ensino fundamental. **Revista Dynamis**, Blumenau, v. 25, n. 3, p. 115-137, 2019. Disponível em: https://bu.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/8524 . Acesso em: 13 maio 2025.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica**. São Paulo: Brasiliense, 2012.

SANTOS, G. L. S. **Os registros de representação semiótica mobilizados por acadêmicos de um curso de ciências contábeis em resolução de problemas**. 2014. 114 fl. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Paraná, 2014.

SILVA, F. M. N. **Jogos no processo de ensino-aprendizagem em probabilidade**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2013.

SILVA, L. B. **A estatística e a probabilidade nos currículos dos cursos de licenciatura em matemática no Brasil**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Jogos de matemática do 1º ao 5º ano**. Porto Alegre: Artmed. 2007.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, A. Enseñanza de la probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. **NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 85, p. 5-23, 2014.

VILAS BÔAS, S.G.; CONTI, K.C. Base Nacional Comum Curricular: um olhar para estatística e probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. **Ensino Em Re-Vista**, v.25, n. Especial, p. 984-1003, 2018.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2.ed. Piracicaba/SP: UNIMEP. 1999.

VIZOLLI, I. **Registros de representação semiótica no estudo de porcentagem**. 2001. 245f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

PROGRAMA MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL (TAI)

Abaetetuba, ____ de ___________ de 2025.

Prezado (a) Senhor (a):

Solicitamos sua autorização para realização do projeto de pesquisa intitulado REGISTROS MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES DE JOGOS PROBABILÍSTICOS, de autoria do acadêmico Paulo Azevedo Monteiro, orientado pelo professor Dr. Reinaldo Feio Lima, em sua instituição.

Este projeto tem como objetivo identificar e compreender as diferentes representações semióticas, entre registros mobilizados e coordenados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao usar o jogo “Travessia do rio” no ensino de conceitos de Probabilidade.

A metodologia é qualitativa, visto que foram produzidos dados de natureza subjetiva e interpretativa. Os colaboradores são estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental II, de uma escola situada no município de Barcarena - PA. Para a produção dos dados, utilizamos o jogo “Travessia do rio”, a entrevista semiestruturada, a gravação em áudio, para capturar as conversas, as fotos para registrar os momentos e a folha de registros dos colaboradores. Além disso, são propostos cinco encontros onde serão aplicados os momentos do jogo sugeridos por Grando (2004).

Teremos um total de 5 (cinco) encontros, todos numa sala de aula nas dependências da própria escola do estudante. Esta atividade apresenta risco mínimo aos colaboradores; na coleta de dados para os colaboradores, a pesquisa pode oferecer riscos ou incômodos, caso o estudante não consiga desenvolver nenhuma atividade, podendo ficar ansioso; ou incidentes com os materiais de uso escolar, como caneta e lápis, por se tratar de objetos pontiagudos. Para o primeiro risco, caso ocorra, procuraremos manter um diálogo constante, esclarecendo as dúvidas, que porventura surjam, encorajando os colaboradores a terem uma postura ativa, durante toda resolução das situações. Para o segundo risco, caso ocorra, o fato será comunicado de imediato à gestão escolar, para contatar os responsáveis pelos estudantes e, concomitantemente, providenciar apoio médico numa unidade de saúde mais próxima. Salientamos que durante a pesquisa os estudantes estarão mantidos em local seguro e acompanhados para evitar possíveis incidentes.

Esperamos, com esta pesquisa, compreender quais registros de representação semiótica são mobilizados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao usar o jogo “Travessia do rio” no ensino de conceitos de Probabilidade, proporcionando dados para estudos na área do Ensino de Matemática e que, adiante, sejam criadas estratégias de ensino para facilitar a aprendizagem dos estudantes nesse objeto de conhecimento.

Qualquer informação adicional poderá ser obtida dos telefones (xx) xxxxx-xxxx (Paulo Azevedo Monteiro) ou (xx) xxxxx-xxxx (Reinaldo Feio Lima).

A qualquer momento, o senhor (a) poderá solicitar esclarecimentos sobre o trabalho que está sendo realizado, sem qualquer tipo de cobrança e poderá retirar sua autorização. Os pesquisadores estão aptos a esclarecer estes pontos e, em caso de necessidade, dar indicações para contornar qualquer mal-estar que possa surgir em decorrência da pesquisa ou não.

Os dados obtidos nesta pesquisa serão utilizados na publicação de artigos científicos, contudo assumimos a total responsabilidade de não publicar qualquer dado que comprometa o sigilo da participação dos integrantes de sua instituição. Nomes, endereço e outras indicações pessoais não serão publicados em hipótese alguma, os bancos de dados gerados pela pesquisa só serão disponibilizados sem estes dados. A participação será voluntária, não fornecendo por ela qualquer tipo de pagamento por esta autorização, bem como os participantes também não receberão qualquer tipo de pagamento.

Autorização Institucional

Eu,

____, responsável pela instituição Escola Municipal ____________________________________, _____________________________ (cargo/função) declaro que fui informado dos objetivos e procedimentos da pesquisa e concordo em autorizar a execução dela nesta instituição. Declaro também, que não receberemos qualquer pagamento por esta autorização, bem como os participantes não receberão qualquer tipo de pagamento por sua participação na presente pesquisa.

____

Responsável pela Instituição (nome e carimbo)

____

Paulo Azevedo Monteiro

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS

PROGRAMA MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS)

Solicitamos a sua autorização para convidar o (a) seu/sua filho (a) ____ (ou menor que está sob sua responsabilidade) para participar, como voluntário (a), da pesquisa REGISTROS MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES DE JOGOS PROBABILÍSTICOS.

Esta pesquisa é da responsabilidade do pesquisador Paulo Azevedo Monteiro, residente na Rua Monte Alegre, CEP: xxxxxxxxx, Telefone (xx) xxxxx-xxxx e e-mail: xxxxxxxxxxxxxxxxxx, e está sob a orientação de Reinaldo Feio Lima. Telefone: (xx) xxxxx-xxxx, e-mail: xxxxxxxxxxxxxxxxxx.

O/a Senhor/a será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida a respeito da participação dele/a na pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e o/a Senhor/a concordar que o (a) menor faça parte do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias.

Uma via deste termo de consentimento lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável. O/a Senhor/a estará livre para decidir que ele/a participe ou não desta pesquisa. Caso não aceite que ele/a participe, não haverá nenhum problema, pois não autorizar a participação do seu filho/a é um direito seu. Caso não concorde, não haverá penalização para ele/a, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA

Descrição da pesquisa e esclarecimento da participação: a pesquisa será realizada com os estudantes do 6º ano, tendo como objetivo identificar e compreender as diferentes representações semióticas, entre registros mobilizados e coordenados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, ao usar o jogo "Travessia do rio", no ensino de conceitos de Probabilidade.

A participação do estudante consistirá em participar de uma entrevista, a qual terá como objetivo identificar e compreender as diferentes representações semióticas, entre registros mobilizados e coordenados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, ao usar o jogo "Travessia do rio", no ensino de conceitos de Probabilidade.

Teremos um total de 5 (cinco) encontros, todos numa sala de aula nas dependências da própria escola do estudante. Esta atividade apresenta risco mínimo aos colaboradores na coleta de dados.

RISCOS: Dos riscos da coleta de dados para os colaboradores, a pesquisa pode oferecer riscos ou incômodos, caso o colaborador não consiga desenvolver nenhuma atividade, podendo ficar ansioso; ou incidentes com os materiais de uso escolar, como caneta e lápis, por se tratar de objetos pontiagudos. Para o primeiro risco, caso ocorra, procuraremos manter um diálogo constante, esclarecendo as dúvidas, que porventura surjam, encorajando os estudantes a terem uma postura ativa durante toda a atividade. Para o segundo risco, caso ocorra, o fato será comunicado de imediato à gestão escolar, para contatar os responsáveis pelos estudantes e, concomitantemente, providenciar apoio médico numa unidade de saúde mais próxima. Salientamos que durante a pesquisa os colaboradores estarão mantidos em local seguro e acompanhados, para evitar possíveis incidentes.

BENEFÍCIOS: No que se refere aos benefícios para os estudantes colaboradores, estes poderão ver ou rever os conteúdos de Probabilidade e tirar possíveis dúvidas sobre as situações propostas. Contribuir para a ciência, pois esperamos, com esta pesquisa, compreender quais são as dificuldades que os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental encontram na resolução das situações de probabilidade contidas no jogo, proporcionando dados para estudos na área do Ensino de Matemática e que, adiante, sejam criadas estratégias de ensino para facilitar a aprendizagem dos estudantes nesse objeto de conhecimento.

Esclarecemos que os colaboradores dessa pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar da pesquisa e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores, assim como após aceitar participar o estudante pode optar em não querer responder determinadas situações. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa, como gravações de áudio da entrevista e manuscritos produzidos pelos participantes, ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador principal, no endereço acima informado, pelo período de mínimo de cinco anos após o término da pesquisa.

Não serão registradas imagens dos rostos estudantes. Faremos a gravação de áudio da entrevista para podermos fazer a transcrição. Os colaboradores não serão identificados em nenhum momento da pesquisa. Após a participação do seu filho, caso ele tenha interesse sobre as análises de seus resultados, será entregue, de maneira individual, pelo pesquisador, na secretaria da escola.

O (a) senhor (a) não pagará nada e nem receberá nenhum pagamento para ele/ela participar desta pesquisa, pois deve ser de forma voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação dele/a na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial. Se houver necessidade, as despesas para a participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento com transporte e alimentação).

____

Assinatura do pesquisador

CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO

Eu, ____, CPF_______________________, abaixo assinado, responsável por ____, autorizo a sua participação na pesquisa REGISTROS MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES DE JOGOS PROBABILÍSTICOS, como voluntário (a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele (a). Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isso leve a qualquer penalidade para mim ou para o (a) menor em questão.

Local e data

____

Assinatura do (da) responsável:

____

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do voluntário em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA MENORES - DE 7 A 18 ANOS

PROGRAMA MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA MENORES - DE 7 a 18 ANOS)

Convidamos você ______________________________________, após autorização dos seus pais (ou dos responsáveis legais), para participar como voluntário (a) da pesquisa: REGISTROS MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES DE JOGOS PROBABILÍSTICOS. Esta pesquisa é da responsabilidade do pesquisador Paulo Azevedo Monteiro, residente na Rua xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx, CEP: xxxxxxxxx, Telefone (xx) xxxxx-xxxx e e-mail: xxxxxxxxxxxxxxxxxx, e está sob a orientação de Reinaldo Feio Lima. Telefone: (xx) xxxxx-xxxx, e-mail: xxxxxxxxxxxxxxxxxx

Você será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via deste termo lhe será entregue para que seus pais ou responsáveis possam guardá-la e a outra ficará com o pesquisador responsável.

Você estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu. Para participar deste estudo, um responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de Consentimento, podendo retirar esse consentimento ou interromper a sua participação em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA

Descrição da pesquisa e esclarecimento da participação: a pesquisa será realizada com os estudantes do 6º ano, tendo como objetivo identificar e compreender as diferentes representações semióticas, entre registros mobilizados e coordenados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, ao usar o jogo “Travessia do rio”, no ensino de conceitos de Probabilidade.

A participação do estudante consistirá em participar de uma entrevista, a qual terá como objetivo identificar e compreender as diferentes representações semióticas, entre registros mobilizados e coordenados pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, ao usar o jogo “Travessia do rio”, no ensino de conceitos de Probabilidade.

Teremos um total de 5 (cinco) encontros, todos numa sala de aula nas dependências da própria escola do estudante. Esta atividade apresenta risco mínimo aos colaboradores na coleta de dados.

RISCOS: Dos riscos da coleta de dados para os colaboradores, a pesquisa pode oferecer riscos ou incômodos, caso o colaborador não consiga desenvolver nenhuma atividade, podendo ficar ansioso ou incidentes com os materiais de uso escolar, como caneta e lápis, por se tratar de objetos pontiagudos. Para o primeiro risco, caso ocorra, procuraremos manter um diálogo constante, esclarecendo as dúvidas, que porventura surjam, encorajando os estudantes a terem uma postura ativa, durante toda a atividade. Para o segundo risco, caso ocorra, o fato será comunicado de imediato à gestão escolar, para contatar os responsáveis pelos estudantes e, concomitantemente, providenciar apoio médico numa unidade de saúde mais próxima. Salientamos que durante a pesquisa os colaboradores estarão mantidos em local seguro e acompanhados, para evitar possíveis incidentes.

BENEFÍCIOS: No que se refere aos benefícios para os estudantes colaboradores, estes poderão ver ou rever o conteúdo probabilidade e tirar possíveis dúvidas sobre as situações propostas. Contribuir para a Ciência, pois esperamos, com esta pesquisa, compreender quais são as dificuldades que os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental encontram na resolução das situações de probabilidade contidas no jogo, proporcionando dados para estudos na área do Ensino de Matemática e que, adiante, sejam criadas estratégias de ensino para facilitar a aprendizagem dos estudantes nesse objeto de conhecimento.

Esclarecemos que os colaboradores desta pesquisa têm plena liberdade de se recusar a participar da pesquisa e que esta decisão não acarretará penalização por parte dos pesquisadores, assim como após aceitar participar o estudante pode optar em não querer responder determinadas situações. Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa, como gravações de áudio da entrevista e manuscritos produzidos pelos participantes, ficarão armazenados em computador pessoal, sob a responsabilidade do pesquisador principal, no endereço acima informado, pelo período de mínimo 5 anos após o término da pesquisa.

Não serão registradas imagens dos rostos estudantes. Faremos a gravação de áudio da entrevista para podermos fazer a transcrição. Os colaboradores não serão identificados em nenhum momento da pesquisa. Após a participação do seu filho, caso ele tenha interesse sobre as análises de seus resultados, será entregue, de maneira individual, pelo pesquisador, na secretaria da escola.

Nem você e nem seus pais (ou responsáveis legais) pagarão nada para você participar desta pesquisa, também não receberão nenhum pagamento para a sua participação, pois é voluntária. Se houver necessidade, as despesas (deslocamento e alimentação) para a sua participação e de seus pais serão assumidas ou ressarcidas pelos pesquisadores. Fica também garantida indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da sua participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

____

Assinatura do pesquisador (a)

ASSENTIMENTO DE MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, ____, portador (a) do Documento de Identidade _____________________, abaixo assinado, concordo em participar do estudo REGISTROS MOBILIZADOS POR ESTUDANTES DO 6º ANO DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES DE JOGOS PROBABILÍSTICOS, como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa e o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precisem pagar nada.

Local e data:

____

Assinatura do (da) menor:

____

Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a voluntário/a em participar.

(2 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores)

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE D – ROTEIRO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

Roteiro da Entrevista Semiestruturada

1- Kevin apostou todas as fichas no 2 e Neide todas no 12. Quem tem mais chance de ganhar? Por quê? (Análise de chance igual)

2- Neide colocou todas as suas fichas no 1. Ela conseguirá ganhar o jogo? Por quê? (Evento impossível)

3- Quem tem mais chance de ganhar o jogo: uma pessoa que apostou todas as fichas no 7 ou quem apostou todas no 11? Por quê? (Análise de chance diferente)

4- Kevin apostou todas as fichas no 3. Ele tem muita, pouca ou nenhuma chance de ganhar o jogo? Por quê? (Evento pouco provável)

5- Neide apostou todas as fichas no 8. Quais números podem sair nos dados para dar 8? (Espaço amostral)

6- Kelly jogou o dado algumas vezes e o resultado foi sempre o 5. Se ela jogar novamente você acha que poderá sair o 5 novamente? Por quê? (Independência de eventos)

7- Se você jogar com o dado e eu com outro dado quem terá mais chance de tirar o 6: eu ou você? Por quê? (Eventos equiprováveis)

8- Se eu jogar um dado, é mais fácil sair qual dos números? Por quê? (Aleatoriedade)

APÊNDICE E – REFLEXÃO SOBRE UMA SITUAÇÃO DE JOGO

PROGRAMA MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

Mestrando: Paulo Azevedo Monteiro
Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Feio Lima

REFLEXÃO SOBRE UMA SITUAÇÃO DE JOGO

Apresentamos aos colaboradores a reflexão sobre uma situação de jogo. Nesta foi exposta uma situação em que um dos jogadores distribuiu as fichas vermelhas, nos números, 6, 7, 8 e 9, e o outro, com fichas azuis, nos números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12.

MARGEM												
Vermelho						. .	. . . .	. . . .	. .			
Rio	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Azul		.	.	. .	.	.	.	.	.	.	.	.
MARGEM												

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).