UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA (UFSC)
CENTRO TECNOLÓGICO, DE CIÊNCIAS EXATAS E EDUCAÇÃO (CTE)
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

Véra Lucia dos Santos Maia

RECURSO EDUCACIONAL

PRÁTICAS HUMANISTAS PARA A SALA DE AULA

Atividades para uma Educação emancipadora, social e crítica

BLUMENAU
2026

Véra Lucia dos Santos Maia

Práticas Humanistas para a sala de aula
Atividades para uma Educação emancipadora, social e crítica

Recurso Educacional submetido ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática na Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. JULIO CORREA

BLUMENAU
2026

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A filosofia humanista torna a matemática mais concreta, acessível psicologicamente e aumenta a probabilidade de alguém aprendê-la, porque é simplesmente uma das coisas que as pessoas fazem. (HERSH, 1997)

Este Recurso Educacional nasce do desejo de reconciliar o rigor da nossa disciplina com a sensibilidade da prática docente. Trata-se de uma coletânea de atividades didáticas desenvolvidas sob a ótica da Matemática Humanista. O foco aqui não é apenas consumir modelos prontos, mas oferecer ao estudante a oportunidade de experimentar a matemática como uma linguagem viva e em constante construção. As propostas foram estruturadas para garantir que a consistência dos argumentos lógicos seja o meio — e não o fim — de um aprendizado que respeite a subjetividade e a capacidade crítica de cada jovem.

O material é destinado a professores de Matemática, preferencialmente do Ensino Médio (em alguns casos Ensino Fundamental II), que buscam estratégias para romper com a visão da matemática como uma disciplina neutra e isolada da realidade social. O recurso está organizado em blocos temáticos que utilizam o instrumental matemático para desenvolver a alteridade e a percepção crítica e reflexiva:

- **Atividades de Conscientização e Empatia:** Atividades que utilizam normas técnicas (como a NBR 9050 para acessibilidade) e cálculos geométricos para investigar como o rigor das normas impactam a dignidade humana.
- **Atividades de Análise, Avaliação, Interpretação e Argumentação:** Sequências didáticas para o uso de planilhas eletrônicas na interpretação de dados do IBGE. Mais do que ler gráficos, o aluno é incentivado a produzir textos de investigação crítica sobre políticas públicas e desigualdades sociais.
- **Atividades de Impacto Positivo ao Meio Ambiente:** Propostas que convidam o aluno a repensar o consumo e a produção de lixo. O objetivo é aplicar conceitos de volume e área superficial para otimizar embalagens reais, reduzindo o desperdício de material sem alterar a capacidade do produto.

A intenção é que estas atividades sirvam como um terreno fértil para a construção de uma sociedade mais equânime. Este material pode ser usado de forma integral ou selecionando blocos específicos para complementar o seu planejamento, adaptando as discussões sociais à realidade da sua comunidade escolar.

Espero que este material seja um suporte valioso para o seu dia a dia, transformando o fazer matemático em um exercício de investigação, descoberta e, acima de tudo, esperança.

Este trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES).

1. INTRODUÇÃO

Se minha escola tivesse olhado para mim, então ela teria me visto. Isso não é uma tautologia, é uma crítica. Seria demais esperar que o currículo escolar se disponibilizasse a conhecer a minha história? - Fazeres Matemáticos humanistas - Carlos Mathias

A matemática, muitas vezes apresentada como um conjunto de verdades dogmáticas e imutáveis, ganha novos contornos quando a compreendemos como um sistema de acordos históricos e uma construção genuinamente humana. Esta mudança de perspectiva é o pilar de uma educação voltada à justiça social. Ao permitir que o estudante participe ativamente da construção de significados, transformamos o aprendizado de uma imposição externa em um exercício de livre-arbítrio e consciência crítica.

A eficácia da aprendizagem está intrinsecamente ligada ao contexto. Quando mobilizamos práticas que consideram a história pessoal do aluno e os desafios globais — como a sustentabilidade e o consumo — a Matemática Humanista deixa de ser uma abstração para se tornar uma resposta a problemas reais.

Neste recurso, propomos que o fazer matemático sirva para tirar o invisível da obscuridade. Ao final desta jornada, o objetivo é que o estudante perceba que a precisão matemática é, em última instância, um ato de cuidado. Seja calculando a inclinação de uma rampa ou a eficiência de uma embalagem, estamos usando o rigor científico para garantir direitos e proteger o mundo em que vivemos.

Os fundamentos teóricos que sustentam o Produto Didático aqui apresentado foram discutidos internacionalmente, no 13th International Mathematics Education and Society Conference, na cidade de Valparaíso,Chile conforme o artigo 'Humanistic Mathematics in School Mathematics Education' (MAIA, 2026), cujo o texto integral encontra-se reproduzido no Apêndice A deste trabalho.

2 A MATEMÁTICA COMO EXTENSÃO DA ATIVIDADE HUMANA

A compreensão da matemática como uma construção inerente à experiência humana é o ponto de partida para uma prática docente completa. Como afirma Mathias (2025, p. 114): “Na perspectiva humanista, os fazeres matemáticos não são, necessariamente, aqueles que lidam com a matemática (...) Fazeres matemáticos são releitura dos fazeres humanos, a partir da materialidade buscada.” Esta definição desloca o eixo do ensino da mera reprodução de algoritmos para a redescoberta constante de conceitos, situando a matemática no contexto social e cultural do estudante.

Ensinar matemática sob uma lente humanística significa, portanto, reconhecer seu potencial transformador. Davis (1993) argumenta que essa abordagem retira a disciplina de um isolamento abstrato, revelando seu “poder impressionante de influenciar e transformar nossas vidas”. É o "componente humano" que confere inteligibilidade ao universo matemático, agindo como uma ponte entre as complexidades do mundo e a nossa capacidade de processá-las. Ignorar essa dimensão é reduzir o ensino a uma instrução técnica de leitura e cálculo, privando o aluno da capacidade de apreciar e compreender a essência da disciplina. Portanto é uma mudança de paradigma da educação matemática tradicional como nos explica Hersh:

> Esta vertente da matemática humanística desafia o sistema de aula expositiva […] Desafía estilos de ensino dogmáticos que esperam que os estudantes repitam o que o professor diz. Desafia a repetição de exercícios que exigem apenas domínio mecânico de “regras” e “métodos” explicitamente fornecidos. Exige, em vez disso, iniciativa do estudante, independência do estudante, e de fato criatividade tanto do professor quanto do aluno na sala de aula de matemática. (1993, p.15)

Também para D'Ambrosio (1993, p. 37) à educação matemática tradicional revela uma dimensão política profunda, muitas vezes camuflada pelo rigor técnico. O autor argumenta que o ensino pautado em uma postura "arrogante, pretensiosa, prepotente e dogmática" cumpre uma função social específica e preocupante.

> Como aponta a literatura humanista, a educação matemática só ganha sentido quando articulada com as condições de vida do estudante — como habitação e saúde — transcendendo as horas de sala de aula e transformando-se em um espaço de compartilhamento de histórias e visões de futuro. (D"AMBROSIO, 1993, p. 36)

A luz do que nos ensina White (1993) a Matemática Humanística define-se pela transversalidade com as humanidades, reconhecendo que a disciplina compartilha raízes históricas e culturais com a literatura, as artes e a música, além de atuar como ferramenta de promoção da justiça social e organiza-se em dois temas centrais.

1. O primeiro, focado em ensinar matemática de forma humanista, desloca o estudante para a posição de investigador e valoriza o clima emocional e a construção social do conhecimento
2. O segundo, voltado a ensinar matemática humanista, propõe a reconstrução do currículo para vincular a técnica à cultura e à coragem pessoal. A ideia de coragem pessoal em um currículo de Matemática Humanística é um dos conceitos transformadores dessa abordagem.

Essa reconstrução curricular não ignora o rigor técnico, mas o contextualiza como parte de um fenômeno humano maior. Ao integrar a intuição e os juízos de valor ao ensino, removemos a aura de infalibilidade da disciplina, tornando-a acessível e passível de questionamento. Esse movimento é essencial para a justiça social, pois transforma o estudante de um espectador passivo de verdades lógicas em um protagonista corajoso, capaz de discernir as intenções e os valores embutidos nas aplicações matemáticas do mundo real.

2.1 A TRÍADE DA MATEMÁTICA HUMANISTA: ESTRUTURA, VALIDADE E RELEVÂNCIA

Nesse sentido, o esforço re-humanizar o fazer matemático implica em uma reorganização pedagógica que rompa com o dogmatismo abstrato. Para responder a esse desafio foi proposto na seção *4.1 A tríade da matemática humanista* na dissertação desta autora, “**Matemática Humanista, uma perspectiva para sala de aula”,** a seguinte tríade estruturante de autoria própria, que articula os elementos essenciais do saber matemático ao seu propósito formativo:

- Estrutura (O Quê e Como) compreende a forma, as propriedades e a expressão simbólica do conhecimento matemático. Nesta perspectiva, o rigor simbólico não é o ponto de partida, mas o estágio final de um processo de significação. A alfabetização matemática pressupõe que o aluno reconheça fórmulas e propriedades como sínteses de um percurso investigativo situado no tempo e no espaço. Ao integrar o contexto e a finalidade prática, a linguagem matemática assume sua função de ferramenta de mediação entre o intelecto e os desafios do mundo físico. Aqui, a História da Matemática atua como recurso indispensável, revelando a disciplina como uma construção coletiva de diversas civilizações ao longo do tempo.

- Validade (A Natureza) refere-se à natureza contínua e verificável da matemática. O ensino deve evidenciar que a verdade matemática independe de autoridades externas; ela reside na lógica do argumento. Ao conduzir o aluno por processos de demonstração, validação e/ou generalização, por mais simples que seja, promove-se uma transição crítica: o saber deixa de ser legitimado pela palavra do professor e passa a ser validado pela estrutura lógica. Essa apropriação confere ao estudante uma autonomia epistemológica, transformando a coragem de investigar em certeza lógica e soberania intelectual.

- Relevância (A Conexão) constitui o eixo que conecta o saber universal à experiência vivida, transcendendo a aplicação mecânica de fórmulas. Sob a ótica humanística, a contextualização é um instrumento de leitura crítica da realidade. Ela permite que o estudante utilize a lógica para analisar disparidades econômicas, impactos ambientais — como na otimização de recursos e embalagens — e estruturas de injustiça social. Mais do que resolver problemas escolares, busca-se capacitar o aluno a interpretar e intervir nas dinâmicas de sua própria comunidade, transformando o pensamento analítico em consciência cidadã.

A compreensão da matemática como prática humanística exige que os eixos de Estrutura, Validade e Relevância operem de forma indissociável, como engrenagens de um sistema único. A ausência da Estrutura resultaria em um ensino vazio de conteúdo e rigor técnico, descaracterizando a disciplina; por outro lado, a omissão da Validade comprometeria o caráter científico da aprendizagem, mantendo o estudante em um estado de subordinação à autoridade docente por falta de meios para verificar a verdade lógica. Por fim, sem a Relevância, o conhecimento se desvincula do sentido humano e da justiça social, tornando-se uma abstração estéril e indiferente às produções culturais da sociedade. É, portanto, a integração mútua desses pilares onde a ordem que se usa esses pilares depende do saber e da construção que será feita o que garante uma formação que é, simultaneamente, tecnicamente sólida, cientificamente autônoma e socialmente comprometida.

3 ATIVIDADES HUMANISTAS PARA SALA DE AULA

> *Nossa necessidade era saber o que cada um de nós está fazendo, encontrar outras pessoas com ideias semelhantes que ensinem matemática [..] e informá-las sobre o que estamos fazendo, e finalmente, informar à comunidade profissional o que pode ser feito e o que já foi feito para sair do rumo tradicional e encontrar um novo caminho, mais humano. (HERSH, 1993, p.17)*

O recurso educacional aqui proposto configura-se como um material didático autoral, elaborado com o propósito de transpor os fundamentos da Matemática Humanista para a prática cotidiana da sala de aula. A arquitetura pedagógica deste material é sustentada pela tríade Estrutura, Validade e Relevância, garantindo que o rigor matemático seja indissociável de uma consciência ética e social.

Para operacionalizar essa filosofia, o recurso está organizado em três dimensões de atividades complementares: as Atividades de Conscientização e Empatia, que mobilizam a percepção do aluno sobre as realidades humanas e sociais; as Atividades de Análise, Avaliação, Interpretação e Argumentação, desenhadas para fomentar o senso crítico e a soberania intelectual, capacitando o estudante a utilizar a lógica matemática como um instrumento de leitura e intervenção na realidade; e por fim, as Atividades de Impacto Positivo ao Meio Ambiente, que utilizam ferramentas matemáticas, para propor soluções sustentáveis e reduzir o desperdício de recursos.

3.1 ATIVIDADES DE CONSCIENTIZAÇÃO E EMPATIA

Neste bloco, as propostas buscam romper com a visão da matemática como uma disciplina neutra e isolada da realidade social. O objetivo é utilizar o instrumental matemático para desenvolver a alteridade e a percepção crítica sobre os espaços que ocupamos. Ao investigar problemas reais, o estudante deixa de ser um espectador passivo de fórmulas e passa a compreender como a validade, a fundamentação lógica e o rigor das normas técnicas impactam diretamente a vida e a dignidade de outras pessoas.

Proposta I: A matemática da Acessibilidade – Geometria e trigonometria a Serviço da Inclusão

Esta atividade convida os estudantes a saírem da sala de aula para realizar um diagnóstico técnico sobre a acessibilidade na escola ou em seu entorno. O foco é a análise de rampas de acesso, confrontando a realidade física com as normas regulamentadoras (como a NBR 9050).

- **O Fazer Matemático - Estrutura:** Os alunos devem medir a inclinação, o comprimento e a altura das rampas existentes, mobilizando conceitos de trigonometria (razões trigonométricas, cálculo de ângulos e inclinações percentuais).
- **A Investigação Crítica - Validade:** Mais do que calcular, o aluno deve verificar se os resultados obtidos atendem às exigências legais. Uma rampa com inclinação inadequada deixa de ser um instrumento de acesso para se

tornar uma barreira física; aqui, a precisão matemática torna-se uma questão de ética e empatia.

- **A Proposição Humana - Relevância:** perpetua-se durante toda a atividade, porém como culminância, propõe-se a confecção de uma planta baixa para uma rampa de acessibilidade ideal. Neste processo de design, o rigor das estruturas geométricas é o meio pelo qual o jovem exercita sua capacidade de propor soluções para uma sociedade mais inclusiva.

Etapa I - Motivação - Acessibilidade para todos

Para iniciar esta sequência, propomos uma questão motivadora: *as pessoas com deficiência física ou mobilidade reduzida têm o acesso garantido a todos os lugares públicos?*

Sugiro o estudo dirigido abaixo, apresentando a legislação organizada em tópicos para discussão em pequenos grupos e, posteriormente, no grande grupo (coletivo). Esta etapa é altamente relevante, pois, provavelmente, será o primeiro contato dos estudantes com a leitura e a interpretação de um texto jurídico.

- **Lei da Acessibilidade - Lei nº 10.098/2000:** Estabelece critérios básicos para promover a acessibilidade, obrigando a eliminação de barreiras em vias, edifícios e meios de transporte. (Disponível em: planalto.gov.br).

Após a análise da lei, estimule os alunos a observarem os espaços ao redor (escola, bairro, lazer) que estão preparados ou não para a acessibilidade. Peça que descrevam onde já avistaram rampas e o que, na visão deles, define uma rampa adequada. A partir dessas percepções, iniciaremos a construção da base matemática necessária para um entendimento mais profundo e crítico do tema.

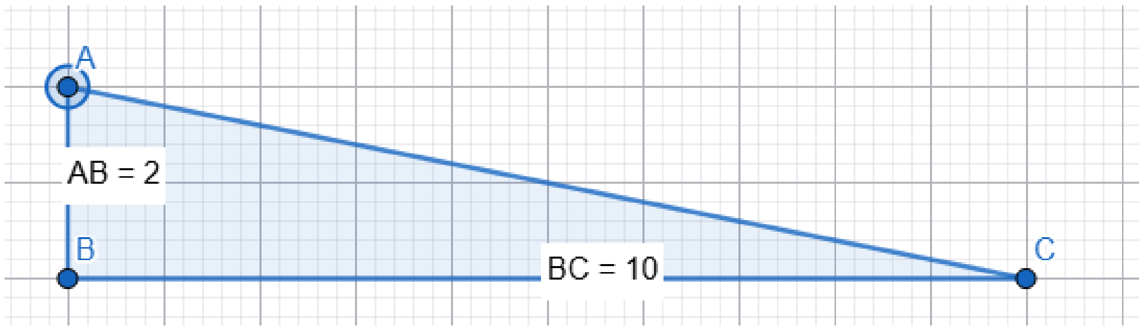
Etapa II - Teorema de Pitágoras

Para entrar no conteúdo Relações métricas no ensino médio, geralmente fazemos uma recomposição de aprendizagem do teorema de Pitágoras, que se aprende no ensino fundamental.

Após a retomada deste assunto sugiro a seguinte atividade.
ATIVIDADE PARA O ALUNO

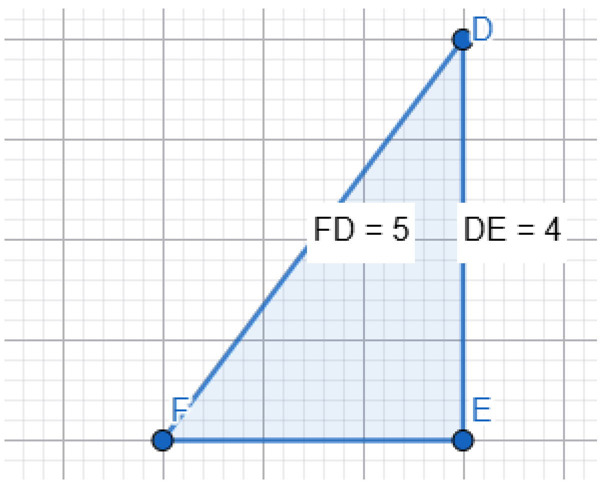
- Analise as rampas abaixo e usando Pitágoras determine o lado que falta.

a)



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra (2026)

b)



Fonte: Elaborado pela autora no software GeoGebra (2026)

2) Das rampas acima responda

a) O que a Hipotenusa “significa” para o cadeirante?
b) O que os catetos “significam” para o cadeirante?
c) Indique qual das rampas acima será mais adequada para um cadeirante e por quê?

Etapa III - Relações trigonométricas no triângulo retângulo

Após a resolução das atividades anteriores, sob a orientação do professor, espera-se que o aluno perceba as seguintes relações práticas:

- **A hipotenusa:** representa a distância real que o cadeirante terá de percorrer.
- **O cateto oposto:** é a altura (desnível) que a rampa vence. Aqui, o aluno nota o esforço: muitas vezes percorrem-se vários metros para subir uma altura pequena.
- **O cateto adjacente:** representa o espaço horizontal necessário no terreno para a construção da rampa.

Ao comparar as duas rampas, o estudante deve concluir que a rampa mais inclinada oferece maior risco e exige maior esforço físico, validando a rampa da opção (b) como a mais segura e inclusiva.

Formalização: Instrumentalização Trigonométrica. Para compreender tecnicamente esta inclinação, introduziremos as relações trigonométricas no triângulo retângulo. Cabe ao docente, na sua autonomia pedagógica, conduzir esta transição respeitando o ritmo da turma. Os elementos essenciais nesta fase são:

1. **História da Matemática (Eixo: Estrutura):** Um breve estudo sobre como diferentes povos já utilizavam estes conhecimentos para grandes construções e medições de distâncias inacessíveis.

2. **Relações Proporcionais (Eixo: Validade):** Demonstrar que, em triângulos semelhantes, as razões entre os lados (seno, cosseno e tangente) permanecem constantes para um mesmo ângulo. É esta propriedade que permite a existência de uma tabela trigonométrica universal.
3. **Consolidação:** Exercícios contextualizados e abstratos onde o aluno compreenda o *porquê* da operação, mantendo a conexão com a utilidade real do cálculo.

Para encerrar esta etapa, retomamos o exercício da Etapa 2 para calcular as inclinações reais das duas rampas. Incentiva-se o cálculo das três razões (seno, cosseno e tangente) e a consulta à tabela para encontrar o ângulo de inclinação aproximado.

Etapa IV - Consolidando saberes na Prática

Nesta etapa, estudaremos a Norma Brasileira Regulamentadora 9050 (NBR 9050), que define tecnicamente o que é uma rampa de acessibilidade e o seu correto dimensionamento. Como a norma utiliza a inclinação em percentual (8,33% por exemplo), realizaremos no quadro a conversão a partir de razões como 1:12 (1 metro de altura para cada 12 metros de base). Esta conversão para graus é fundamental para consolidar o conceito de tangente e dar sentido prático à trigonometria.

Disponivel em: https://acessibilizar.com.br/wp-content/uploads/2022/09/ABNT-9050-2020-Versao-Corrigida-2021.pdf paginas 57 e 59

Com base na norma, trabalharemos com os intervalos de segurança:

- Rampas novas: inclinação entre 3° e 5° (aprox. 5% a 8,33%).
- Rampas de reforma: inclinação entre 5° e 7° (limite excepcional até 12,5%).

Investigação de Campo: 'A nossa escola é acessível?' Munidos de trenas e organizados em grupos, os alunos serão convidados a medir as rampas do ambiente escolar (ou espaços públicos próximos). A partir da coleta de dados (altura do desnível e comprimento da base), os grupos deverão debater e registrar em seus cadernos, justificando matematicamente:

1. A distância real: Qual a distância que o cadeirante percorrerá?
2. A inclinação: Qual o ângulo de inclinação da rampa medida seu grupo?
3. A conformidade: Segundo a NBR 9050, esta é uma rampa acessível? Ela se enquadra nos padrões de construção nova ou reforma?

Roda de Conversa e Conclusões Coletivas Para encerrar, compartilharemos os resultados com o grande grupo, provocando uma reflexão crítica: As rampas da nossa escola seguem a norma? Existe algum espaço que permanece inacessível? O que a matemática nos revela sobre o direito de ir e vir em nossa comunidade?"

Etapa V - Produzindo a partir do conhecimento consolidado

ATIVIDADE PARA O ALUNO: Construindo o projeto de uma Rampa de acessibilidade

COMPETÊNCIAS ENVOLVIDAS

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

HABILIDADE ENVOLVIDA

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

<u>Roteiro da atividade</u>

Construir planta lateral de rampa de acessibilidade na escala 1cm - 1m, em folha milimetrada seguindo os passos:

- Estabelecer altura e tamanho do contato com o chão da rampa
- Usar Teorema de Pitágoras para determinar a distância percorrida pelo cadeirante
- Determinar a inclinação da rampa, calculando seno, cosseno e tangente do ângulo com o chão
- Verificar se está de acordo com a NBR 9050, se enquadrando como uma rampa de acessibilidade.

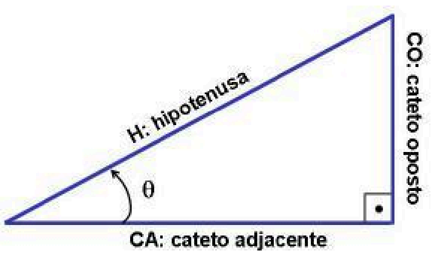
Itens de consulta

Relações trigonométricas

$$\text{sen}\theta = \frac{CO}{H}$$

$$\cos\theta = \frac{CA}{H}$$

$$\tan\theta = \frac{CO}{CA} = \frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta}$$



Teorema de Pitágoras

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Graus (°)	Rad	sen	cos	tg
0	0,02	0	1	0
1	0,03	0,017452	0,999848	0,017455
2	0,05	0,034899	0,999391	0,034921
3	0,07	0,052336	0,99863	0,052408
4	0,09	0,069756	0,997564	0,069927
5	0,10	0,087156	0,996195	0,087489
6	0,12	0,104528	0,994522	0,105104
7	0,14	0,121869	0,992546	0,122785
8	0,16	0,139173	0,990268	0,140541
9	0,17	0,156434	0,987688	0,158384
10	0,19	0,173648	0,984808	0,176327
11	0,21	0,190809	0,981627	0,19438
12	0,23	0,207912	0,978148	0,212557
13	0,24	0,224951	0,97437	0,230868
14	0,26	0,241922	0,970296	0,249328
15	0,28	0,258819	0,965926	0,267949
16	0,30	0,275637	0,961262	0,286745
17	0,31	0,292372	0,956305	0,305731
18	0,33	0,309017	0,951057	0,32492
19	0,35	0,325568	0,945519	0,344328
20	0,37	0,34202	0,939693	0,36397
21	0,38	0,358368	0,93358	0,383864
22	0,40	0,374607	0,927184	0,404026
23	0,42	0,390731	0,920505	0,424475
24	0,44	0,406737	0,913545	0,445229
25	0,45	0,422618	0,906308	0,466308
26	0,47	0,438371	0,898794	0,487733
27	0,49	0,45399	0,891007	0,509525
28	0,51	0,469472	0,882948	0,531709
29	0,52	0,48481	0,87462	0,554309
30	0,54	0,5	0,866025	0,57735
31	0,56	0,515038	0,857167	0,600861
32	0,58	0,529919	0,848048	0,624869
33	0,59	0,544639	0,838671	0,649408
34	0,61	0,559193	0,829038	0,674509
35	0,63	0,573576	0,819152	0,700208
36	0,65	0,587785	0,809017	0,726543
37	0,66	0,601815	0,798636	0,753554
38	0,68	0,615661	0,788011	0,781286
39	0,70	0,62932	0,777146	0,809784
40	0,72	0,642788	0,766044	0,8391
41	0,73	0,656059	0,75471	0,869287
42	0,75	0,669131	0,743145	0,900404
43	0,77	0,681998	0,731354	0,932515
44	0,79	0,694658	0,71934	0,965689
45	0,02	0,707107	0,707107	1
46	0,80	0,71934	0,694658	1,03553
47	0,82	0,731354	0,681998	1,072369
48	0,84	0,743145	0,669131	1,110613
49	0,86	0,75471	0,656059	1,150368
50	0,87	0,766044	0,642788	1,191754
51	0,89	0,777146	0,62932	1,234897
52	0,91	0,788011	0,615661	1,279942
53	0,93	0,798636	0,601815	1,327045
54	0,94	0,809017	0,587785	1,376382
55	0,96	0,819152	0,573576	1,428148
56	0,98	0,829038	0,559193	1,482561
57	0,99	0,838671	0,544639	1,539865
58	1,01	0,848048	0,529919	1,600335
59	1,03	0,857167	0,515038	1,664279
60	1,05	0,866025	0,5	1,732051
61	1,06	0,87462	0,48481	1,804048
62	1,08	0,882948	0,469472	1,880726
63	1,10	0,891007	0,45399	1,962611
64	1,12	0,898794	0,438371	2,050304
65	1,13	0,906308	0,422618	2,144507
66	1,15	0,913545	0,406737	2,246037
67	1,17	0,920505	0,390731	2,355852
68	1,19	0,927184	0,374607	2,475087
69	1,20	0,93358	0,358368	2,605089
70	1,22	0,939693	0,34202	2,747477
71	1,24	0,945519	0,325568	2,904211
72	1,26	0,951057	0,309017	3,077684
73	1,27	0,956305	0,292372	3,270853
74	1,29	0,961262	0,275637	3,487414
75	1,31	0,965926	0,258819	3,732051
76	1,33	0,970296	0,241922	4,010781
77	1,34	0,97437	0,224951	4,331476
78	1,36	0,978148	0,207912	4,70463
79	1,38	0,981627	0,190809	5,144554
80	1,40	0,984808	0,173648	5,671282
81	1,41	0,987688	0,156434	6,313752
82	1,43	0,990268	0,139173	7,11537
83	1,45	0,992546	0,121869	8,144346
84	1,47	0,994522	0,104528	9,514364
85	1,48	0,996195	0,087156	11,43005
86	1,50	0,997564	0,069756	14,30067
87	1,52	0,99863	0,052336	19,08114
88	1,54	0,999391	0,034899	28,63625
89	1,55	0,999848	0,017452	57,28996
90	1,57	1	0	*ñ existe*
180	3,14	0	1	0
270	4,71	-1	0	*ñ existe*
360	6,28	0	1	0

Fonte: Toda Matéria (2026)

Orientações para o Desenvolvimento da Atividade

A execução desta proposta pedagógica fundamenta-se na construção técnica e na validação dos resultados pelos próprios estudantes. Para o sucesso da atividade, sugerem-se os seguintes procedimentos:

- **O Uso do Papel Milimetrado e da Escala:** A utilização da folha milimetrada é um recurso facilitador essencial. No início da atividade, a mediação docente deve focar no auxílio à construção da planta em escala 1 cm:1 m, pois essa visualização concreta é o que permite ao aluno desenvolver a percepção geométrica da inclinação, conectando o desenho abstrato à realidade física.
- **Dinâmica de Autoria e Diversidade de Soluções:** Para incentivar a autonomia e evitar a simples reprodução, recomenda-se que cada estudante ou grupo projete rampas com dimensões distintas. À medida que os cálculos de validação são concluídos e a rampa se enquadra nos parâmetros da **NBR 9050**, os valores (altura e comprimento) podem ser registrados no quadro. Essa estratégia cria um "banco de soluções viáveis" que serve como referência e encorajamento para os alunos que ainda encontram dificuldades na percepção da inclinação.
- **O Erro como Processo de Redimensionamento:** Caso os cálculos iniciais revelam uma inclinação superior a 12,5% aproximadamente 7°, o estudante é provocado a redimensionar seu projeto. Esse momento de **recontextualização** é fundamental: ao perceber que a rampa não é acessível, o aluno deve decidir, matematicamente, como alterar as variáveis (aumentar o comprimento ou diminuir a altura) para reduzir a inclinação, transformando o erro em um passo intrínseco à descoberta e ao aprendizado.

Gostaria de destacar que o eixo da **Relevância** a Conexão do aluno com o mundo que o rodeia está presente em cada etapa desta proposta de ensino humanizada.

Proposta II: Do Saber ao Fazer: A Matemática como Instrumento de Solução

Após a consolidação dos conceitos de seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, expandimos agora a nossa perspectiva. Uma vez que o mundo não é feito apenas de ângulos retos, as **Leis dos Senos, dos Cossenos** e a **Área de um Triângulo por trigonometria** surgem para generalizar estes resultados a todos os tipos de triângulos.

Estas leis constituem a base matemática de diversas profissões técnicas. Áreas como a Topografia, Agrimensura, Engenharia Civil, Arquitetura, Navegação (Aérea e Marítima), Cartografia e Geociências dependem destas ferramentas para transformar dados em soluções. Nesta etapa, propomos 'missões' que percorrem estas profissões, onde a matemática se torna uma extensão da visão humana.

Através deste conhecimento, passamos a enxergar e calcular distâncias que seriam impossíveis de medir com uma trena comum — seja a largura de um rio impetuoso, a extensão de uma nova ponte ou a rota de um resgate em pleno oceano.

- **O Fazer Matemático - Estrutura:** A matemática não é um conjunto de gavetas isoladas. É importante que o aluno entenda que o que aprendeu antes não foi descartado, mas sim ampliado.
- **A Investigação Crítica - Validade:** Ao envolver as profissões, o porquê e a importância do rigor no cálculo da Lei dos Senos e Cossenos mostra sua necessidade. Não é para usar em uma prova, é para a ponte não cair ou o barco não se perder.
- **A Proposição Humana - Relevância:** Sendo a matemática uma *extensão da visão humana pretendemos tirar a* matemática do lugar de "vilã" e

colocá-la como um "superpoder" que permite ao ser humano superar as suas limitações físicas.

Etapa I - Generalizar

A transição do estudo dos triângulos retângulos para os triângulos quaisquer representa um momento de expansão do olhar geométrico. Em vez de apresentar a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos como fórmulas isoladas, propõe-se apresentá-las como generalizações naturais:

1. a Lei dos Senos emerge da semelhança entre triângulos inscritos em uma mesma circunferência, revelando a proporcionalidade constante entre lados e ângulos opostos;
2. a Lei dos Cossenos apresenta-se como um desdobramento do Teorema de Pitágoras, ajustado pela introdução de um termo de correção $(-\ 2bc.\,cos\ \alpha)$ que considera o ângulo de abertura entre os lados.
3. A Área de um Triângulo por trigonometria, diferente da fórmula elementar que exige a altura relativa, esta relação utiliza o produto de dois lados pelo seno do ângulo compreendido entre eles. Essa abordagem liberta o aluno da necessidade de projeções ortogonais complexas, permitindo que ele determine a superfície de terrenos reais, como no projeto da praça arborizada, utilizando apenas as medidas diretas de campo.

Ao compreender que essas leis são extensões de conceitos já dominados, o estudante percebe a matemática como um corpo de conhecimento coeso e em evolução, onde a precisão teórica serve para dar conta de situações cada vez mais complexas e reais.

Neste momento, é essencial destacar uma mudança na nomenclatura: ao trabalharmos com triângulos quaisquer, deixamos de utilizar os termos 'catetos' e 'hipotenusa'. A nova organização passa a ser baseada na relação entre os ângulos e seus lados opostos. Por convenção, identificamos os lados com letras minúsculas correspondentes aos seus ângulos opostos: o lado **a** opõe-se ao ângulo **A**, o lado **b** ao ângulo **B** e o lado **c** ao ângulo **C**. Quanto ao rigor das demonstrações formais das Leis dos Senos e dos Cossenos, cabe ao professor, no exercício de sua **autonomia pedagógica**, decidir pela profundidade da dedução teórica, adequando a abordagem e a explicação ao desenvolvimento, ritmo de aprendizagem e às necessidades de cada turma.

Etapa II - Consolidando a generalização através da investigação

Nesta etapa, a consolidação dos conceitos não se dará pela repetição exaustiva de algoritmos, mas pela aplicação das Leis dos Senos e dos Cossenos em contextos de investigação. O objetivo é que o estudante desenvolva a autonomia para identificar qual modelo matemático melhor se ajusta a uma situação-problema onde o ângulo reto não está presente.

Propõe-se o trabalho com problemas que simulem situações reais de agrimensura, navegação e engenharia. Ao enfrentar esses desafios, o aluno é estimulado a validar seu próprio raciocínio, percebendo a matemática como uma ferramenta poderosa para resolver imprecisões do mundo físico. A mediação docente deve incentivar que os estudantes compartilhem suas estratégias de resolução, transformando a correção em um momento de debate sobre a **consistência das soluções** encontradas.

Sugestões de atividades

<u>Qualidade sobre Quantidade</u> - em vez de 20 exercícios iguais, escolha 5 que representem desafios diferentes:

- O problema do Topógrafo: Usar a Lei dos Senos para medir a distância entre dois pontos inacessíveis (como a largura de um rio).
- O problema do Navegador: Usar a Lei dos Cossenos para calcular a distância entre dois navios que partem de um mesmo porto em direções diferentes (ângulo não reto).
- O desafio da rampa oblíqua: Um problema que conecte com a Etapa I, mas onde o terreno não é plano, exigindo o uso de triângulos não retângulos.

<u>Atividade de Engenharia Reversa</u> - peça para os alunos criarem os próprios problemas.

Crie um cenário real onde o Teorema de Pitágoras falha e você precisa obrigatoriamente da Lei dos Cossenos para resolvê-lo. Isso exige que eles compreendam a aplicabilidade da fórmula, e não apenas a manipulação de números. Para enriquecer a investigação, propõe-se o uso do GeoGebra como uma ferramenta de marcenaria digital. Mais do que apenas conferir resultados, o software permite que o aluno explore os limites dos acordos matemáticos, percebendo que, ao alterar um elemento da figura, todo o sistema se ajusta conforme as leis geométricas, o que reforça a natureza indissociável entre a estrutura e a realidade.

O Quadro de Validação (Sistematização) - Divida a sala em grupos. Cada grupo recebe um "cenário" diferente.
Eles devem resolver e, ao final, explicar para a turma por que escolheram a Lei dos Senos ou a dos Cossenos para aquele caso. Isso reforça a coerência argumentativa que discutimos antes.

Etapa III - A Matemática em Missão – Sistematização e Prática Profissional

Nesta etapa final de consolidação, as propostas de investigação dão lugar a uma atividade de sistematização estruturada em forma de "missões". O objetivo é permitir que os estudantes visualizem a matemática como a base técnica de diversas profissões — como a Engenharia, a Topografia e a Navegação — reforçando a ideia de que o conhecimento gerado em sala de aula é uma ferramenta de intervenção no mundo real.

A atividade a seguir apresenta quatro cenários distintos:

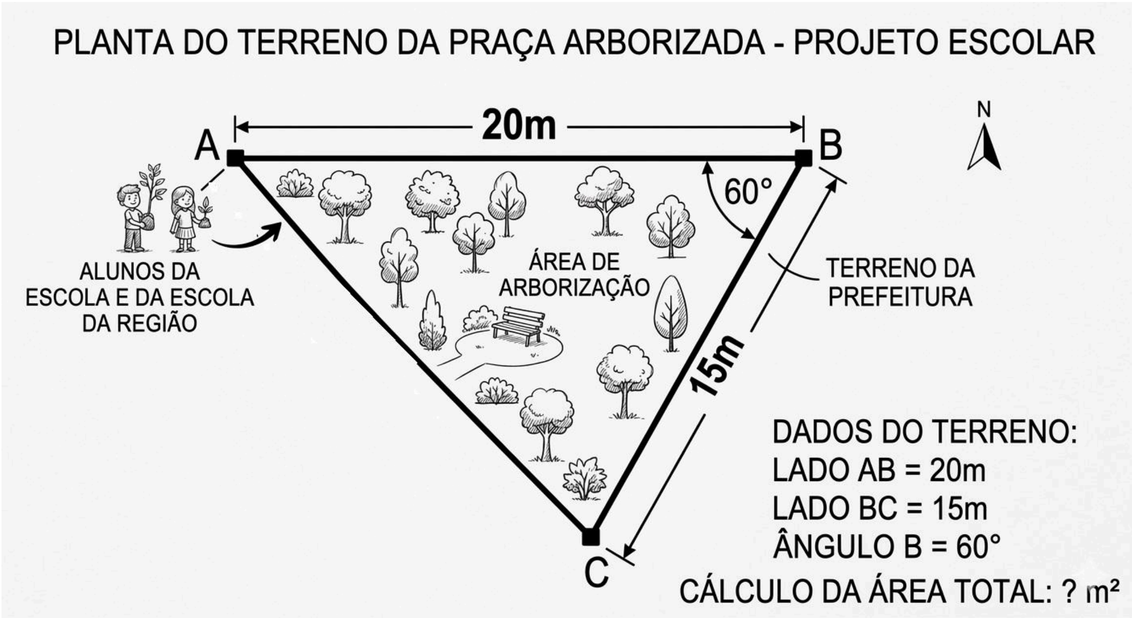
1. **Planejamento Ambiental:** Cálculo de área para arborização urbana.
2. **Infraestrutura e Logística:** Extensão de vias para mobilidade entre cidades.
3. **Engenharia Solidária:** Dimensionamento de pontes para comunidades isoladas.
4. **Segurança e Resgate:** Cálculo de distâncias para salvamento marítimo.

Esta abordagem não apenas consolida o uso das Leis dos Senos, Cossenos e do cálculo de Área por trigonometria, mas também humaniza o conteúdo ao dar rosto e propósito aos problemas propostos. O estudante deixa de ser um executor de fórmulas para se tornar o protagonista de soluções que visam o bem comum e a eficiência social do conhecimento.

ATIVIDADE PARA O ALUNO: Missões de Intervenção Social

HABILIDADE ENVOLVIDA: **(EM13MAT308)** Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
Esses exercícios abaixo são a base matemática de diversas profissões técnicas, as principais áreas onde esse tipo de conhecimento é aplicado:Topografia, Agrimensura, Engenharia Civil, Arquitetura Navegação (Aérea e Marítima), Cartografia e Geociências, para esta avaliação você terá missões que percorre algumas dessas profissões
Para estas missões, sinta-se à vontade para utilizar a calculadora. O objetivo aqui não é apenas a precisão aritmética, mas a capacidade de modelar o problema e interpretar o resultado para a tomada de decisão.

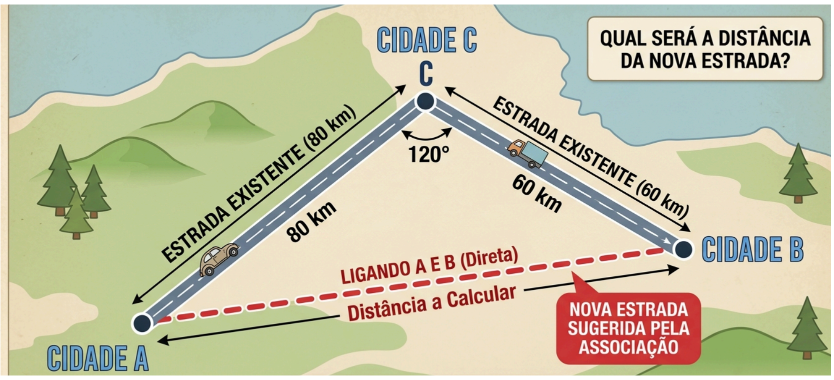
1) Praça arborizada Em uma cidade há um terreno da prefeitura onde os alunos da escola da região decidiram criar uma praça arborizada triangular para um projeto de arborização da cidade. O terreno tem um lado medindo 15 metros, outro medindo 20 m e o ângulo entre eles é de 60°
Missão 1 : Como planejador urbano, sua missão é calcular a área total desse terreno destinado à praça. Esta informação é vital para que a equipe de paisagismo determine a quantidade correta de mudas, garantindo que o espaço seja adequadamente arborizado para o benefício térmico e social da comunidade.



Fonte: Gerada pelo Gemini (2026), mediante comando da autora.

2) Logística da mobilidade urbana Duas cidades A e B não são ligadas de forma direta, de uma maneira que para ir da cidade A para B, precisamos passar pela cidade C, a associação de moradores da cidade C sugeriu uma via ligando as duas cidades, conforme mostra a imagem. A distância entre A e C é de 80 km e entre C e B é de 60 Km, com um ângulo de abertura de 120° entre essas estradas.

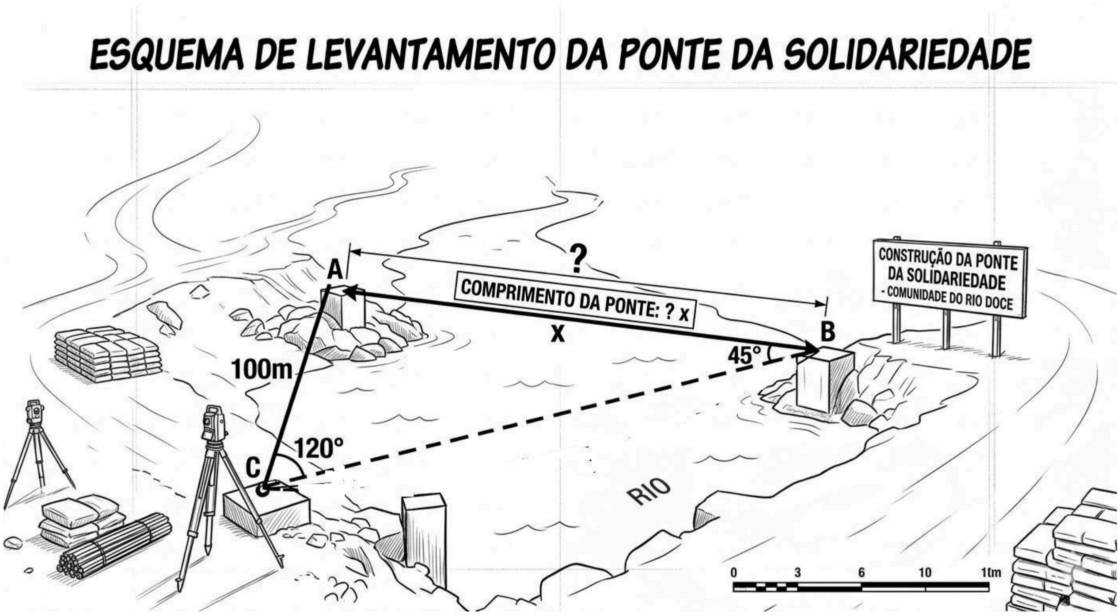
Missão 2: Atuando como engenheiro de tráfego, sua missão é determinar a extensão exata da nova via sugerida pela associação de moradores. O sucesso deste projeto de mobilidade urbana depende da precisão do seu cálculo, pois ele servirá de base para o orçamento público e para a redução do tempo de deslocamento entre as cidades A e B, impactando diretamente o cotidiano dos trabalhadores e o comércio local. Se o projeto for aceito, qual será a extensão dessa nova via ligando a Cidade A a B?



Fonte: Gerada pelo Gemini (2026), mediante comando da autora.

3) **A Ponte da Solidariedade** Em uma comunidade isolada por um rio, engenheiros precisam calcular o comprimento de uma nova ponte x. O ângulo B é 45° e C é 120° e a distância entre os pontos de apoio A e C é de 100m.

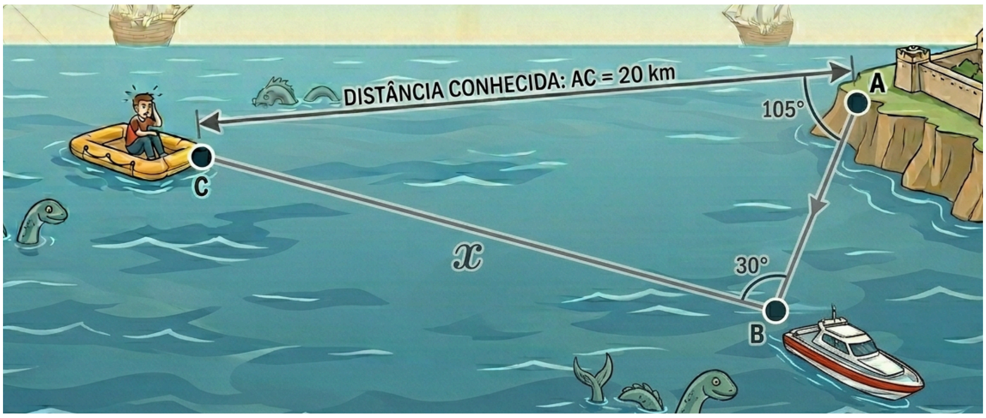
Missão 3: Como engenheiro responsável, determine o comprimento exato da estrutura para garantir a **viabilidade técnica** da obra e evitar o desperdício de recursos da comunidade.



Fonte: Gerada pelo Gemini (2026), mediante comando da autora.

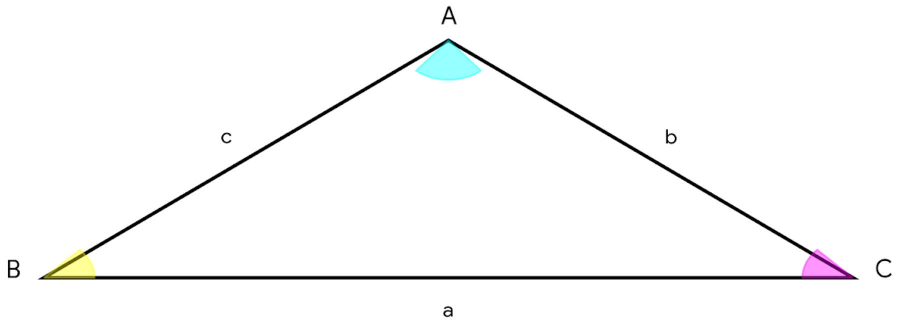
4) **Resgate Marítimo** Uma lancha de resgate no ponto B recebe um chamado de uma bote à deriva no ponto C. O posto de controle no ponto A informa que o bote está a 20km de distância do posto. Os ângulos medidos são 30° em B e 105° em A.

Missão 4: O tempo é um fator crítico; determine a distância exata para que a lancha siga a rota mais eficiente até o bote



Fonte: Gerada pelo Gemini (2026), mediante comando da autora.

Itens de consulta



Área por Trigonometria	Lei dos Cossenos	Lei dos Senos
$Area = \frac{b \cdot c \cdot sen(A)}{2}$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos(A)$	
$Area = \frac{a \cdot b \cdot sen(C)}{2}$	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos(B)$	$\frac{a}{sen(A)} = \frac{b}{sen(B)} = \frac{c}{sen(C)}$
$Area = \frac{a \cdot c \cdot sen(B)}{2}$	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos(C)$	

Fonte: Gerada pelo Gemini (2026), mediante comando da autora.

Sen 105º = 0,9659   cos 105°= - 0,2588

Sen 120º = 0,8660   cos 120°= - 0,5

Sen 60º = 0,8660   cos60°= 0,5

Sen 45º = 0,7071   cos 45°= 0,7071

Sen 30º = 0,5   cos 30°= 0,8660

Reflexões importantes

Ao final desta jornada, esperamos que a compreensão das Leis dos Senos, dos Cossenos e das relações de área tenha transcendido o papel e a calculadora. O objetivo desta sequência não foi apenas ensinar a manipular variáveis, mas mostrar que a precisão matemática é, em última instância, um ato de cuidado e responsabilidade social. Em virtude disso, optamos por utilizar, em todo este trabalho, os valores de seno, cosseno e tangente representados em números decimais. Embora estejamos cientes da natureza aproximada desses valores, acreditamos que essa abordagem é essencial para que o estudante consiga, de fato, dimensionar o que está calculando. Expressões como $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ou $\sqrt{2}$, embora matematicamente elegantes e exatas, muitas vezes permanecem no campo da abstração para quem está aprendendo. Ao converter essas relações para decimais, o aluno deixa de manipular apenas símbolos e passa a compreender a magnitude das medidas. Saber que um coeficiente é aproximadamente 0,866 permite visualizar a proporção real de uma rampa ou a extensão de uma viga, transformando o cálculo em uma ferramenta tangível de intervenção no mundo

Quando calculamos uma rampa de acessibilidade, uma ponte ou uma rota de resgate, estamos usando o rigor científico para garantir direitos, segurança e dignidade. Que o aprendizado aqui construído sirva como um lembrete permanente: o conhecimento técnico ganha sua verdadeira grandeza quando se torna um instrumento de solução para os desafios humanos.

A validação tecnológica e o uso de ferramentas de cálculo durante este processo serviram para desmistificar o erro e focar no que realmente importa: a estratégia de resolução e a tomada de decisão consciente.

A construção da empatia por meio do Fazer Matemático não se limita a um único eixo temático da disciplina. Embora as ferramentas matemáticas mudem — transitando da Geometria e Trigonometria (na análise de rampas de acessibilidade) para a Álgebra e o estudo de Funções (na modelagem de redes sociais) —, o núcleo pedagógico desta proposta permanece inalterado: o uso da matemática para ler o mundo e proteger a dignidade humana.

Enquanto a atividade da acessibilidade foca na remoção de **barreiras físicas** para promover a inclusão de pessoas com deficiência, a atividade seguinte foca na remoção de **barreiras psicológicas**, utilizando a matemática para combater a violência digital. Ambas exigem que o aluno saia da sua zona de conforto e use a precisão numérica (seja no cálculo de um ângulo ou na projeção de um crescimento exponencial) para reconhecer a dor do outro e assumir uma postura de responsabilidade social.

Atividade extra - A Conscientização e a função exponencial

ATIVIDADE PARA O ALUNO

Bullying e cyberbullying e seus indicadores na adolescência

“O bullying caracteriza-se como agressões sistemáticas, praticadas de forma intencional e presencial e inclui agressões físicas, verbais ou relacionais. Pode ser considerado um tipo de violência, sendo importante fator de risco para a saúde física e mental dos adolescentes. Na literatura, este formato vem sendo tratado como “bullying tradicional”, em função da emergência de novas formas de vitimização, como o “cyberbullying”, ou a prática de agressões de forma virtual. Este último tem sido descrito na última década, como uma nova forma de violência e se caracteriza pela prática de agressões pela internet, com divulgação de imagens, vídeos ou mensagens ofensivas sobre um indivíduo ou um grupo.

(...)

As vítimas de cyberbullying podem sofrer danos variados, como ansiedade, sentimento de solidão, depressão, sintomas psicossomáticos e comportamento suicida, enquanto os autores do cyberbullying costumam apresentar outros comportamentos agressivos e infratores, além de maior frequência no consumo abusivo de substâncias psicoativas. Além disso, quando praticado por pares, tanto vítimas quanto autores de cyberbullying apresentam piores resultados em testes que avaliam saúde psicológica e física, baixo rendimento escolar e sensação de baixa autoestima.

(…)

A **prevalência** de cyberbullying foi de 13,2% , sendo mais elevada no sexo feminino 16,2%, entre escolares de escola pública 13,5%; e filhos de mães sem escolaridade 16,2%. A prevalência foi maior também para os escolares que relatam sofrer agressão dos pais 22,6%, que não tem supervisão dos pais para o que fazem no tempo livre 18,1%, que não moram com os pais 15,4%, que faltam às aulas sem autorização dos pais 18,4%, que sentem que ninguém se importava com eles 18,6%, se sentem tristes 17,0%, que não tem amigos 26,1% e que referem que a vida não vale a pena 22,3%;. Além disso, escolares que usam bebidas alcoólicas 19,1%;, cigarro 24,8%;, tabaco 22,4% e drogas ilícitas 26,4% e que referem já ter tido relação sexual 17,1%; também apresentaram maior prevalência de cyberbullying. (...)”

Disponível em: SciELO Brasil - Cyberbullying entre escolares brasileiros: dados da Pesquisa Nacional de Saúde do Escolar, 2019 Cyberbullying entre escolares brasileiros: dados da Pesquisa Nacional de Saúde do Escolar, 2019

O Efeito Viral e a Responsabilidade Coletiva

1. Imagine que a sua escola possui 1.280 alunos. Baseado na taxa nacional de 13,2%, quantos estudantes da sua escola estariam, estatisticamente, sofrendo com o cyberbullying neste exato momento?

O Efeito Viral (A Matemática das Redes Sociais):

Para combater essa violência que atinge silenciosamente esses cerca de 169 colegas, o grêmio estudantil criou uma forte campanha de apoio psicológico e denúncia digital. O vídeo da campanha foi publicado inicialmente por um grupo de 10 alunos conscientes.

Nas redes sociais, o engajamento funciona de forma exponencial. Em média, devido aos compartilhamentos e ao algoritmo, o número de visualizações do vídeo dobrou a cada dia. O alcance de pessoas P após t dias pode ser modelado pela função:

$P(t) = 10 \cdot 2^{t}$

2. Considerando esse modelo de crescimento exponencial:

a) Quantas pessoas terão sido alcançadas pela campanha após 5 dias?

b) Em quantos dias, teoricamente, a campanha terá alcance suficiente para atingir todos os 1.280 alunos da escola?

Reflexões importantes com os alunos

A função exponencial nos prova matematicamente que uma postagem leva apenas 7 dias para sair de 10 pessoas e atingir uma escola inteira de 1.280 alunos. Esse é o poder do 'conteúdo viral'.
No entanto, a tecnologia é neutra; o uso que fazemos dela, não. Se essa postagem, em vez de uma campanha de apoio, fosse uma foto humilhando um colega, a escola inteira seria cúmplice dessa destruição em apenas uma semana. Olhando para o dado do texto de que 18,6% das vítimas sentem que ninguém se importa com elas, qual é o seu papel matemático e social quando uma agressão dessas chega no seu celular? Você interrompe a progressão geométrica do ódio ou ajuda a multiplicá-lo.

A reflexão final deixa de ser um clichê "fazer o bem" e passa a ser um alerta grave: o mesmo algoritmo que espalha uma campanha, espalha a destruição psicológica. Ele convoca o aluno a ser a pessoa que "zera" essa multiplicação do ódio.

3.2 ATIVIDADES DE ANÁLISE, AVALIAÇÃO, INTERPRETAÇÃO E ARGUMENTAÇÃO, QUE DESENVOLVEM O SENSO CRÍTICO.

O exercício da cidadania no cenário contemporâneo exige o desenvolvimento de habilidades intelectuais que permitam ao indivíduo filtrar a saturação de informações e decodificar a complexidade social. Sob a ótica da Matemática Humanista, este bloco de atividades foi estruturado para consolidar quatro movimentos cognitivos fundamentais: a análise dos fatos, a avaliação ética de cenários, a interpretação profunda de realidades e a argumentação solidamente fundamentada.

Longe de se configurar como um acúmulo de saberes abstratos, o fazer pedagógico aqui proposto centra-se na construção da soberania intelectual do educando. Ao ser desafiado a dissecar dados oficiais, identificar contradições e formular posicionamentos críticos baseados em evidências lógicas, o estudante deixa a posição de receptor passivo e assume o papel de sujeito reflexivo. Assim, a precisão técnica da linguagem matemática é ressignificada, tornando-se o alicerce para que o jovem compreenda o mundo, sustente suas ideias com autonomia e participe de forma ativa e responsável das decisões que moldam a coletividade.

Proposta: Uma jornada estatística em busca de Justiça Social

A presente proposta pedagógica se propõe a ressignificar o ensino de Estatística, transmutando-o de uma simples manipulação de fórmulas áridas em um poderoso instrumento de leitura social e emancipação. Fundamentada na Matemática Humanista, este bloco busca que o estudante deixe de ser um calculador passivo para se tornar um investigador da própria realidade

O percurso desta sequência didática é estruturado em três movimentos essenciais que conectam o indivíduo ao coletivo: Eu e o Nós - O resgate da ancestralidade e do repertório pessoal como dados vivos. O Olhar Clínico - A desconstrução da frieza dos números e a denúncia das invisibilidades ocultas sob as médias, e A Transformação Social - O uso da tecnologia e de dados oficiais (IBGE) para fundamentar argumentos e propor soluções para as desigualdades estruturais do país.

- **O Fazer Matemático - Estrutura:** Aqui, o foco é o rigor simbólico, a organização de dados e a compreensão de que as fórmulas não são entes isolados, mas ferramentas para estruturar a percepção do real. Na Etapa I, o Fazer é a construção de tabelas e o Rol, que dão forma e corpo à investigação das raízes familiares.
- **A Investigação Crítica - Validade:** O conhecimento deixa de ser validado pela autoridade do professor e passa a ser validado pela lógica do aluno, que investiga as nuances, os desvios e os silêncios dos dados. Na Etapa II, ao confrontar a média com a mediana na atividade “O que a média esconde”, o aluno utiliza a investigação para validar ou refutar a representatividade de um dado, exercendo sua soberania intelectual.
- **A Proposição Humana - Relevância:**. Ela conecta o saber estatístico à vida real, transformando o aprendizado em um instrumento de intervenção social e ética. A idéia de relevância percorre toda a proposta e na Etapa III, ao utilizar dados do IBGE para propor políticas públicas sobre desigualdade racial ou de gênero, o aluno demonstra que a matemática só ganha sentido pleno quando serve ao propósito humano de transformar e melhorar a sociedade.

Etapa I - O Despertar do Olhar Estatístico: A Matemática como Leitura do 'Eu' e do 'Nós'

Nesta etapa inicial, o objetivo não é apenas definir conceitos, mas mostrar que a estatística é uma construção humana para compreender a coletividade. A habilidade EM13MAT406 é o alicerce aqui, pois a construção de tabelas é o primeiro passo para organizar a percepção da realidade.

(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que interrelacionam estatística, geometria e álgebra.

1. O que é Estatística? (A Ciência das Incertezas e Decisões)

Apresentar a estatística como o ramo da matemática que lida com a coleta, organização e interpretação de dados para fundamentar decisões. No viés humanista, enfatizamos que por trás de cada dado existe uma vida, uma história ou uma necessidade social.

2. População Estatística e Censo vs. Amostra

- Censo (IBGE): O Censo representa o esforço do Estado em dar visibilidade a cada cidadão, assegurando que as particularidades de cada região e grupo social sejam integradas ao retrato estatístico da nação, onde a coleta de dados se traduz no reconhecimento das identidades e das necessidades de toda a população brasileira. Os dados censitários fundamentam a formulação de políticas públicas
- Amostra: Discutir como, por vezes, não podemos ouvir todos, mas com uma escolha correta de uma amostra, podemos ter uma visão válida da realidade. Discutir a ética na escolha da amostra, enfatizando que uma escolha enviesada pode silenciar minorias e invisibilizar grupos sociais, distorcendo a realidade em favor de narrativas específicas.

3. Variáveis Estatísticas - O que estamos medindo?

Classificar as variáveis não apenas como nomes técnicos, mas como o tipo de resposta que o mundo nos dá:

- Qualitativas (Nominais/Ordinais): Atributos, opiniões, cores, níveis de satisfação.
- Quantitativas (Discretas/Contínuas): Contagens e medidas (idade, renda, altura).
- Reflexão Humanista: Como transformamos um sentimento (qualitativo) em um gráfico? O que se perde e o que se ganha nessa tradução? Compreender que a quantificação é uma simplificação necessária para a análise, mas que o matemático humanista deve sempre retornar ao dado qualitativo para não perder a essência da experiência humana.

4. Organização de Dados: Rol e Tabelas de Frequência

Explicar que o Rol é o colocar os dados em ordem. A Tabela de Frequência Absoluta, Relativa e Acumulada é a síntese.

- Frequência Absoluta: O peso real dos fatos.
- Frequência Relativa (%): A importância de cada grupo no todo. É aqui que o aluno percebe, por exemplo, o percentual de desigualdade de renda.

Proponho as seguintes atividades:

Laboratórios de Investigação Social

Atividade 1. A Estatística Geracional (Quantitativa): Utilizando a Taxa de Fecundidade, o aluno percebe a matemática como um registro vivo do tempo. Ao comparar as gerações (bisavós, avós e mães), concluímos que a queda nos índices revela o novo papel da mulher e a urgência de Políticas Públicas adequadas à nova estrutura populacional.

- Coleta de dados: Os alunos coletam dados sobre a quantidade de filhos de sua bisavó, avó e mãe.
- Ação: Construção de tabelas de frequência baseadas na ancestralidade dos estudantes.
- O Objeto: Análise comparativa da Taxa de Fecundidade entre gerações (bisavós, avós e mães).
- A Conclusão Crítica: O exercício vai além do cálculo, promovendo a interpretação de causas reais. Nesta etapa, a sala de aula se transforma em um laboratório social. Iniciamos a construção de tabelas de frequência a partir da realidade imediata dos alunos, utilizando a Taxa de Fecundidade como fio condutor. Ao calcularmos a taxa de fecundidade das mães e compará-la com as gerações das avós e bisavós, o aluno percebe a matemática como um registro vivo do tempo. Essa investigação nos permite concluir que a redução do tamanho das famílias não é apenas um número, mas o reflexo de Transformações Sociais profundas, como o protagonismo feminino no mercado de

trabalho e o maior acesso à informação. Discutir esses dados é, fundamentalmente, projetar o futuro, compreendendo como essas mudanças exigem novas Políticas Públicas em educação e previdência.

Atividade 2. O Mapa da Nossa História (Qualitativa): Investigamos a origem geográfica das famílias. O saber matemático das tabelas e categorias encontra o fazer humanista, onde o respeito pela pluralidade cultural combate a invisibilidade das histórias de vida. Nesta proposta, a coleta de dados deixa de ser um exercício mecânico para se tornar um processo de descoberta de raízes. Ao investigarmos a origem geográfica de nossas famílias, transformamos a sala de aula em um microcosmo da diversidade brasileira.

- A coleta de dados: Os alunos coletam dados sobre o local de nascimento (Estado ou País) de seus pais, avós e deles próprios (variável qualitativa nominal).
- A ação: Organização: Classificação dos dados em categorias Regiões do Brasil e/ou Países de origem. Frequência: Construção de tabelas de frequência absoluta e relativa para entender a representatividade de cada origem.
- Objetivo: Conscientização: A leitura da tabela permite discutir os fluxos migratórios.
- A Conclusão Crítica: Por que tantas famílias saíram de determinadas regiões para estarem aqui hoje? Empatia: Ao visualizar que a turma é composta por histórias de diferentes lugares, o aluno desenvolve o respeito pela pluralidade cultural e compreende que a identidade local é construída por muitas mãos. Políticas Públicas: A partir dos resultados, pode-se debater: "Como a nossa cidade acolhe pessoas de outros lugares? Existem políticas que garantam os direitos e a integração desses migrantes?".

Ao integrar a origem geográfica das famílias à estatística, promovemos uma profunda valorização do repertório do estudante, utilizando sua experiência pessoal como base para o aprendizado, uma estratégia que já se mostrou eficaz na análise da taxa de fecundidade. O trabalho com dados reais, coletados diretamente no ambiente escolar, diferencia-se dos exemplos genéricos de livros didáticos ao despertar uma curiosidade genuína e um engajamento ativo dos alunos com o objeto de estudo. Essa abordagem estabelece uma conexão direta com a dissertação, reforçando a matemática como um instrumento de solução que combate a "invisibilidade" das histórias de vida, conferindo reconhecimento, dignidade e um novo significado a cada trajetória familiar dentro do espaço educativo.

A Culminância Humana: Exposição de Origens. Para selar esta etapa, propomos que a coleta de dados seja acompanhada por um resgate afetivo: fotos de família e itens de época que remontam às raízes familiares. Essa exposição transforma os dados coletados em memória viva, conferindo reconhecimento, dignidade e um novo significado a cada trajetória familiar dentro do espaço educativo.

Ao integrar a experiência pessoal do aluno à estatística, promovemos uma profunda valorização do seu repertório, O trabalho com dados reais desperta um engajamento humano, estabelecendo a matemática como um instrumento de solução que traz à luz as histórias que compõem a nossa identidade comum.

Etapa II - A Tabela Visualiza, o Gráfico Expande e as Medidas Revelam o Invisível

(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

5. Tipos de Gráficos - A Visualização da Realidade

Nesta fase, avançamos da organização para a interpretação profunda. A habilidade EM13MAT407 é explorada não apenas como técnica de desenho, mas como um exercício de ética e responsabilidade na representação da vida humana. Investigaremos o potencial de cada gráfico para revelar a estrutura dos dados ou para induzir a conclusões equivocadas, fortalecendo o senso crítico do educando diante da compilação de dados oficiais do IBGE que fará na próxima etapa.

- Barras e Colunas (Comparações e Contrastes): São as ferramentas ideais para comparar categorias distintas. Com eles, conseguimos visualizar rapidamente as disparidades entre diferentes grupos, como a diferença de acesso ao saneamento básico entre regiões ou a distribuição de renda por gênero e etnia. É o gráfico do contraste social.
- Setores ou "Pizza" (A Composição do Todo): Este modelo permite entender como a "fatia" de um grupo se relaciona com o total da população. É essencial para visualizar a representatividade: que parcela do país vive em zonas rurais? Como está dividida a composição étnica da nossa cidade? Ele nos ajuda a perceber se todas as partes do todo estão sendo proporcionalmente representadas.
- Linhas (Trajetórias e Tendências): Funcionam como um registro histórico. São fundamentais para observar mudanças ao longo do tempo, como a evolução das taxas de alfabetização ou a redução da mortalidade infantil nas últimas décadas. Este gráfico revela se estamos avançando ou retrocedendo como sociedade; é o gráfico da memória e do progresso.
- Histogramas (A Forma da Sociedade): Ao contrário das barras simples, o histograma mostra como os dados se distribuem em intervalos contínuos. Ele revela a "silhueta" de um fenômeno, como a distribuição das idades em uma população (pirâmide etária). Ele nos ajuda a entender se temos uma sociedade jovem ou envelhecida e quais serão as demandas futuras.
- Box-plot ou Diagrama de Caixa (A Dispersão e a Desigualdade): Este é o gráfico mais crítico para a nossa análise. Ele introduz a ideia de espalhabilidade (dispersão). Mais do que mostrar a média, o Box-plot revela os extremos: os muito ricos e os muito pobres, e o quão distante eles estão do centro. É a ferramenta matemática por excelência para denunciar a desigualdade e os desvios que a média costuma esconder.

6. Média, Moda e Mediana: Além do Valor Central

Nesta etapa, o desafio é mostrar ao aluno que um único número pode tanto revelar quanto esconder uma realidade. Na Matemática Humanista, as medidas de tendência central são apresentadas como diferentes formas de resumir a voz de um grupo. Dizer que são medidas de tendência central significa que todas elas tentam encontrar um valor que represente o meio ou o comportamento típico de um grupo. No entanto, o centro pode ser interpretado de formas diferentes:

Média Aritmética - Tecnicamente, é o ponto de equilíbrio de um conjunto de dados. <u>Num olhar Humanista</u>: A média é a medida mais democrática, todos os valores somam, mas também a mais injusta em contextos de grande desigualdade.
<u>Problematização</u>: Se em uma sala de aula 9 alunos não têm nenhum livro e 1 aluno tem 10 livros, a média é de 1 livro por aluno. A pergunta crítica é: *"Essa média representa a realidade desta turma?"*. Aqui, o aluno percebe que a média pode inviabilizar a escassez de muitos em favor da abundância de poucos.

Mediana - A Voz do Meio e a Justiça Social, é o valor que ocupa a posição central de um Rol.
<u>Num olhar Humanista:</u> A mediana é a medida da "resistência". Ela não se deixa abalar por valores extremos os muito ricos ou muito pobres.
<u>Problematização</u>: Ao comparar a média com a mediana de renda de uma região, o aluno consegue identificar o grau de desigualdade. Se a média é muito maior que a mediana, ele descobre matematicamente que a riqueza está concentrada. A mediana, portanto, humaniza o dado ao focar no "cidadão típico" e não no total acumulado.

Moda - A Identidade e a Popularidade - É o valor que aparece com maior frequência.

Num olhar Humanista: A moda representa o comportamento mais comum, a tendência de um grupo, a voz da maioria.

Problematização: Em pesquisas de opinião sobre necessidades do bairro ou problemas escolares, a moda indica qual é a prioridade urgente para a comunidade. Ela dá nome ao que é mais compartilhado pela coletividade.

A transição das tabelas para as medidas de dispersão e tendência central permite que o estudante saia da descrição e entre na argumentação. Ao confrontar Média e Mediana, o aluno deixa de ser um calculador passivo e torna-se um analista crítico, capaz de perceber como a estatística pode ser usada tanto para iluminar quanto para camuflar injustiças sociais.

Aqui, a autonomia do professor é fundamental. Cabe ao docente atuar como mediador, conduzindo a transição entre o conhecimento técnico e a reflexão crítica, respeitando as especificidades da sua turma e o contexto local. O professor não deve apenas entregar os dados, mas provocar os estudantes com perguntas que os levem a investigar os 'silêncios' dos números: Quem não está representado neste gráfico? Por que estes dados são apresentados desta forma? Dessa maneira, a sala de aula se transforma em um laboratório de cidadania, onde a estatística é o instrumento de leitura e transformação da realidade.

Proponho as seguintes atividades:

1. Investigação das Causas

Nesta atividade, o gráfico deixa de ser uma imagem estática e passa a ser compreendido como um registro histórico das lutas e mudanças sociais.

Ação (Detetives Sociais): A partir de um gráfico real do IBGE sobre a Taxa de Analfabetismo ou Renda por Gênero nas últimas três décadas, os alunos, organizados em pequenos grupos, devem investigar os eventos que moldaram as curvas do gráfico.

Conclusão Crítica: O objetivo é que os estudantes identifiquem fatos históricos, leis (como a LDB ou leis de cotas), mudanças econômicas e movimentos sociais que explicam as tendências de queda ou subida dos índices. A matemática é utilizada aqui para validar a história e compreender o impacto das decisões políticas na vida da população.

2. O que a média esconde? - Introdução Intuitiva à Dispersão

O desafio é confrontar a "falsa sensação de equilíbrio" que a média pode gerar em contextos de profunda desigualdade.

Ação: O professor apresenta dois grupos com a mesma média de filhos, mas distribuições opostas.

- Grupo A (Homogêneo): Todos os integrantes possuem 2 filhos.
- Grupo B (Heterogêneo): Cinco integrantes possuem 0 filhos e um possui 12 filhos.

Conclusão Crítica: Através do questionamento "Se a média é a mesma, por que a realidade desses grupos é tão diferente?", introduz-se o conceito de Desvio Padrão de forma qualitativa. O estudante percebe que a média, sozinha, pode ser insuficiente ou até injusta para a criação de políticas públicas, pois ela é capaz de silenciar a sobrecarga de uns e a carência de outros. As medidas de dispersão surgem, então, como ferramentas éticas para dar visibilidade às disparidades.

3. O Painel de Contrastes: O Local vs. O Global

Esta atividade promove o confronto entre o dado macro estatístico e a vivência comunitária do aluno.

Ação: Os alunos comparam a Moda da origem geográfica da turma (coletada na Etapa I) com os dados oficiais de migração do estado disponíveis no IBGE.

Conclusão Crítica: A análise foca no território: "Se a moda da nossa sala indica uma origem diferente do padrão estadual, o que isso nos revela sobre a história específica do nosso bairro ou comunidade?". Cada grupo apresenta sua descoberta, discutindo se o retrato oficial do IBGE é fiel ao que eles observam na vizinhança ou se existem "bolsas de migração" que a estatística geral por vezes simplifica.

Nesta etapa, o estudante descobre que a matemática é uma linguagem de poder. Se antes os dados pareciam verdades absolutas e inquestionáveis, agora eles são entendidos como escolhas de representação. O 'olhar clínico' desenvolvido aqui é o que permitirá que, na próxima etapa, o aluno utilize a tecnologia não apenas para automatizar processos, mas para investigar o Brasil profundo, transformando informações do IBGE em ferramentas de transformação da própria realidade.

Etapa III - Investigação, Tecnologia e Transformação Social

Nesta etapa final, o estudante assume o papel de investigador social. O objetivo é aplicar a Habilidade EM13MAT407 através da manipulação de grandes bases de dados, utilizando a tecnologia não como um fim, mas como um meio para dar visibilidade às complexidades do Brasil.

7. O Poder dos Dados Oficiais: O IBGE como Espelho da Nação
Apresentamos o IBGE como a instituição guardiã da memória e do presente brasileiro.
Validade e Rigor: Discutimos a importância da compilação científica de dados para que o Estado possa "enxergar" as necessidades da população.
Conceitos Tecnológicos: Introdução ao uso de planilhas eletrônicas (Excel ou Google Sheets) para a automação de tabelas e a geração de gráficos precisos, permitindo que o aluno manipule grandes volumes de informação com autonomia.

Projeto Final: "O Brasil em Números – Desigualdade Racial e Justiça Social"

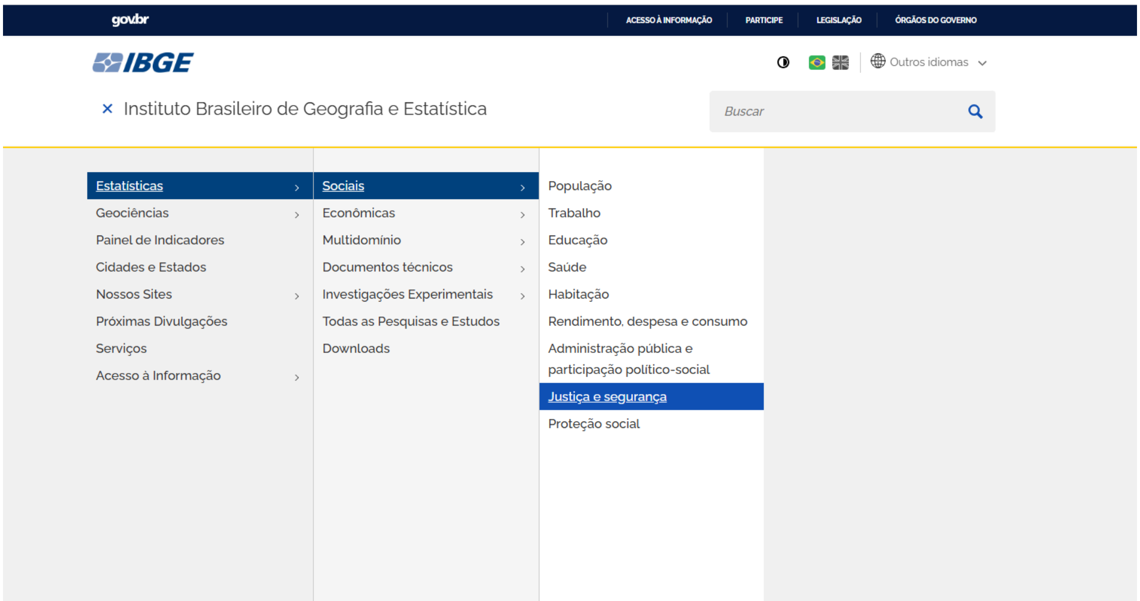
Inspirado em práticas pedagógicas de sucesso voltadas à Consciência Negra, este trabalho final integra a análise estatística ao contexto histórico e social do país.

<u>Ação:</u> Laboratório de Investigação Crítica

Os estudantes, organizados em grupos, devem acessar os dados do IBGE para investigar a desigualdade racial sob diferentes prismas:

- Mortalidade e Violência: Comparação da taxa de homicídios entre jovens pretos e brancos.
- Renda e Trabalho: Análise da disparidade salarial média e a presença de negros em cargos de gerência.
- Educação e Infraestrutura: Comparação dos níveis de escolaridade e do acesso ao saneamento básico e à moradia digna.
- Distribuição Regional: Como a raça se distribui geograficamente pelo Brasil e suas regiões.

A base de dados para esta investigação fundamenta-se nas estatísticas oficiais do IBGE, especificamente na seção dedicada aos indicadores de Justiça e Segurança disponivel em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/justica-e-seguranca.html



Fonte: Captura de tela do portal IBGE (2026), adaptada pela autora.

O "Saber" Tecnológico e o "Fazer" Humanista

- Produção Digital: Cada grupo produzirá tabelas e gráficos utilizando planilhas eletrônicas.
- Texto de Investigação: Além dos gráficos, os alunos redigiram uma análise crítica buscando causas históricas para os resultados encontrados.

- Proposta de Intervenção: O ponto crucial do trabalho é a proposição de políticas públicas e atitudes sociais que visem mitigar as desigualdades identificadas.

Cronograma de Desenvolvimento - Fases de Orientação

Para garantir o sucesso da atividade, o professor atua como mediador em quatro fases distintas:

1. Fase de Planejamento e Curadoria: Orientação na escolha das variáveis e no acesso às plataformas do IBGE.
2. Fase de Produção Tecnológica: Suporte técnico para o uso das planilhas, montagem de fórmulas de frequência e escolha do melhor gráfico para cada dado.
3. Fase de Análise Crítica: Rodas de conversa sobre o que os números revelam. É o momento de conectar a estatística à história do Brasil.
4. Fase de Análise Crítica 2: Propor políticas públicas e atitudes sociais que visem diminuir/extinguir as desigualdades identificadas.
5. Apresentação e Compartilhamento: Os grupos compartilham seus resultados com a classe, as planilhas, os gráficos, promovendo um debate coletivo sobre qual a história por trás destes números e as soluções propostas como políticas públicas. Neste caso se há na escola um evento no dia da Consciência Negra a apresentação deste trabalho lá seria muito importante e relevante.

Reflexões importantes

Essa estrutura fecha o ciclo: começamos no "Eu" (família), passamos pelo "Nós" (comunidade) e terminamos no "Todo" (nação). Ao finalizar esta etapa, esperamos que o estudante compreenda que a matemática é uma ferramenta de emancipação. O domínio técnico das planilhas ganha sentido quando utilizado para denunciar a desigualdade e projetar um futuro mais justo. O resultado não são apenas gráficos, mas cidadãos capazes de ler o mundo através dos números e, mais importante, de propor caminhos para transformá-lo."

A estrutura deste projeto é modular. Embora o foco possa ser a desigualdade racial, a mesma metodologia aplica-se a diversos outros temas críticos:

- Gênero e Sociedade: Análise do papel da mulher, disparidade salarial e dupla jornada de trabalho.
- Violência e Segurança: Estudo das taxas de mortalidade e criminalidade nos centros urbanos e periferias.
- Educação e Acesso: Investigação sobre quem conclui o ensino superior e as taxas de analfabetismo funcional.
- Saúde e Bem-Estar: Análise da expectativa de vida, mortalidade infantil e acesso ao saneamento básico.
- Distribuição de Renda: Uso de indicadores como o Coeficiente de Gini para medir a concentração de riqueza.

A estatística, quando aliada à tecnologia e à consciência social, deixa de ser uma disciplina de fórmulas para se tornar um exercício de cidadania. Seja analisando a desigualdade racial, o papel da mulher ou o acesso à saúde, o objetivo é o mesmo: tirar o dado da invisibilidade e transformá-lo em motor de mudança

Atividade extra - Inflação e a Desigualdade Social

ATIVIDADE PARA O ALUNO

Habilidade envolvida**: (EM13MAT104)** Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

O que é Desigualdade Social e como ela nos afeta?

A **desigualdade social** é o processo histórico e econômico em que os recursos, oportunidades e direitos não são distribuídos de forma equilibrada entre os membros de uma sociedade. Ela se manifesta não apenas na diferença de salários, mas no acesso à educação de qualidade, saúde, moradia e lazer.

Na prática, a desigualdade cria realidades paralelas:

- **Impacto no Poder de Compra:** Para a **classe baixa**, a maior parte (ou a totalidade) da renda é consumida por necessidades básicas de sobrevivência, como alimentação e aluguel. Qualquer aumento nos preços (inflação) gera uma escolha cruel: o que deixar de comer para conseguir pagar a conta de luz?
- **Impacto na Classe Dominante:** Para quem detém o capital, o custo das necessidades básicas representa uma fração mínima da renda. Isso permite não apenas o consumo de bens de luxo, mas, principalmente, a capacidade de **investir e acumular mais riqueza**, aumentando ainda mais a distância entre as classes.
- **A "Invisibilidade" dos Números:** Muitas vezes, os índices econômicos tratam a sociedade como uma média única. No entanto, a matemática humanista nos convida a "tirar o invisível da obscuridade", revelando que um aumento de 10% na cesta básica não é apenas um número, mas um fator de exclusão social para milhões de famílias.

"A educação matemática deve ser um instrumento para a cidadania, permitindo que o indivíduo compreenda as estruturas de poder que moldam sua existência."

A MATEMÁTICA DO PODER DE COMPRA E A DESIGUALDADE SOCIAL

Objetivo: Analisar como a inflação e a estrutura de gastos impactam de forma desproporcional diferentes classes sociais, utilizando conceitos de porcentagem, proporcionalidade e análise de tabelas.

Dois cidadãos, João (trabalhador que recebe dois salários mínimos) e o Sr. Capital (empresário com renda mensal de 30 salários mínimos), precisam abastecer suas casas com itens básicos. Embora os preços no supermercado sejam os mesmos para ambos, o **impacto** desses preços em seus orçamentos é radicalmente diferente.

Dados para a atividade:

- **Salário Mínimo: R$ 1.621,00.**
- **Renda do João:**
- **Renda do Sr. Capital:**
- **Custo aproximado da Cesta Básica em SC: R$ 807,00**

ETAPA I: O Cálculo das Proporções

1. Calcule qual a porcentagem da renda de **João** é comprometida apenas com a compra da cesta básica.
2. Calcule qual a porcentagem da renda do **Sr. Capital** é comprometida com a mesma cesta básica.

ETAPA II: A Lógica da Inflação

Calcule abaixo a inflação acumulada

Tabela Simplificada (Dados Trimestrais)

Período	Inflação do Período (IPCA)
1º Trimestre (Jan-Mar)	1,93%
2º Trimestre (Abr-Jun)	2,23%
3º Trimestre (Jul-Set)	1,48%
4º Trimestre (Out-Dez)	2,30%

Aplicando a inflação acumulada na cesta básica, responda:

1. Qual será o novo valor da cesta básica?

2. Quanto sobrará do salário de João após a compra? E quanto sobrará para o Sr. Capital?

3. **Reflexão lógica:** Matematicamente, o aumento real da cesta básica é igual para os dois. Por que, na prática, João sente esse aumento e o Sr. Capital quase não percebe?

ETAPA III: RELEVÂNCIA - Investigação Crítica e Humanista

"A educação matemática só ganha sentido quando articulada com as condições de vida do estudante", responda:

1. Se João precisar gastar mais R$ 300,00 com transporte, R$ 2.000,00 com aluguel, e R$ 150,00 com remédios ele ainda conseguirá comprar a cesta básica completa?

2. **Ação Política:** Escreva um pequeno parágrafo argumentando como a matemática revela que a inflação age mais severamente quem tem menos recursos (a classe baixa) do que a classe dominante.

Ao professor: Desejamos preparar nossos estudantes com o rigor técnico necessário para o futuro, ao mesmo tempo em que os formamos como cidadãos críticos, empáticos e conscientes de seu papel na sociedade, utilizando a matemática para promover a justiça social.

3.3. ATIVIDADES DE IMPACTO POSITIVO AO MEIO AMBIENTE

A inserção das questões ambientais no ensino de Matemática responde à urgência de uma formação que não se limite à técnica, mas que instrumentalize o estudante para o exercício da eco-cidadania. Longe de ser uma ciência alheia à biosfera, a Matemática oferece as métricas e os modelos necessários para diagnosticar excessos e propor soluções sustentáveis. Assim, este bloco assume a responsabilidade de converter conceitos abstratos em ferramentas de preservação, desafiando os alunos a repensarem os padrões de produção e consumo a partir da geometria.

Proposta: Design Geométrico Sustentável: Calculando um Futuro com Menos Lixo

Esta proposta didática convida os estudantes a assumirem o papel de agentes transformadores, utilizando a geometria espacial não como um conjunto de regras abstratas, mas como uma ferramenta concreta de intervenção ambiental. Ao longo de três etapas integradas, os alunos transitarão da conscientização crítica sobre o desperdício global (seja de alimentos ou de matéria-prima) para a instrumentalização técnica. Por fim, culminarão na prototipagem física de uma embalagem otimizada. O objetivo central é demonstrar, de forma prática e mensurável, que o domínio de conceitos como área de superfície e volume capacita o indivíduo a redesenhar o consumo, provando que a matemática tem o poder direto de reduzir o impacto ecológico e preservar o meio ambiente.

Habilidades envolvidas:
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.

Para que o aprendizado transcenda a mera repetição e alcance a emancipação intelectual, esta atividade está ancorada em três dimensões indissociáveis:

- **O Fazer Matemático – Estrutura:** Acontecerá durante a Etapa II (Instrumentalização). A estrutura se manifesta no resgate da geometria plana e espacial, quando os alunos planificarem suas embalagens e calcularem áreas totais e volumes. O rigor matemático, aqui desvencilhado do dogmatismo abstrato, é garantido pelo uso de medidas reais e números decimais palpáveis, distanciando-se de raízes abstratas que não comunicam escala física. A estrutura é a ferramenta técnica — as fórmulas de prismas, cilindros e o Princípio de Cavalieri — que fornece o alicerce numérico necessário para a intervenção.
- **A Investigação Crítica – Validade:** Acontecerá na transição da teoria para a prototipagem (Etapas II e III). A validade é estabelecida quando o aluno comprova suas hipóteses sem depender da autoridade do professor. Isso ocorrerá de duas formas: teoricamente, ao compreenderem a lógica do volume constante e do Princípio de Cavalieri; e fisicamente, através da aferição prática do transvasamento (colocar o conteúdo da embalagem antiga no novo protótipo). Se a quantidade de produto couber perfeitamente na nova embalagem que gastou menos material, a verdade do cálculo matemático é validada pela própria experiência empírica do aluno.
- **A Proposição Humana – Relevância:** Acontecerá fortemente na Etapa I (Sensibilização) e no ápice da Etapa III (Laboratório). A relevância conecta o cálculo à vida. Ela ocorre quando o aluno percebe que o centímetro quadrado economizado na área lateral da sua embalagem significa, em escala industrial, menos árvores cortadas, menos plástico nos oceanos e menos emissão de poluentes. A atividade ganha relevância máxima na Exposição Sustentável, onde a matemática atua como instrumento de argumentação ética, permitindo que o estudante desenvolva um senso crítico afiado para questionar padrões de consumo e propor soluções reais para a sua comunidade.

Segue etapas de realização da proposta:

Etapa I - MOBILIZAÇÃO E SENSIBILIZAÇÃO

Para iniciar debatemos a reportagem abaixo em sala no grande grupo, e após sugerimos a resolução das questões em pequenos grupos, culminando numa correção e reflexão coletiva no quadro. Sempre focando em dar significado aos valores matemáticos, não são só números eles têm significado real que impacta na vida das pessoas e no meio que as rodeia. Nesta proposta humanista a relevância é o primeiro passo.

“No Brasil, segundo a **ONU**, o desperdício de alimentos é alarmante: cerca de **27 milhões de toneladas de comida são descartadas anualmente**. Em média, cada brasileiro joga fora mais de **41 quilos de comida por ano**. Além disso, a pesquisa da ONU indica que **60%** do desperdício ocorre em casa.

🌱🍽️Do campo à mesa - O ciclo do desperdício de alimentos abrange várias etapas:

- Começa na produção, onde cerca de 10% dos alimentos são perdidos devido a pragas, doenças e condições climáticas adversas.
- Em seguida, durante o armazenamento e transporte, ocorre aproximadamente 50% do desperdício devido a condições inadequadas que levam à deterioração
- No varejo, alimentos que não atendem a padrões estéticos são frequentemente descartados, representando cerca de **12%** do desperdício total.
- Por fim, no consumo doméstico, cerca de **60%** do desperdício acontece, muitas vezes devido à falta de planejamento e ao não aproveitamento de sobras.”

Disponível em: https://g1.globo.com/df/distrito-federal/noticia/2024/09/29/desperdicio-de-alimentos-voce-sabia-que-cada-brasileiro-joga-fora-em-media-41-kg-de-comida-por-ano.ghtml

1) Cálculo Individual: Se uma pessoa desperdiça aproximadamente 40 kg por ano, quanto uma família de **4 pessoas** desperdiça anualmente?

2) Escala Escolar: Se na sua escola tem aproximadamente **550 alunos** por turno. Se cada família desses alunos (família de 4 pessoas) seguir a média nacional, quantos quilogramas de comida são jogados fora por ano por essa "comunidade escolar"?

3) Grande Escala: O Brasil tem aproximadamente **215 milhões -** $2,15\ x\ 10^{8}$ de habitantes. Use a notação científica para expressar o desperdício total do país em um ano.

4) Transformando em Refeições: Pegue o resultado da questão 1 (desperdício de uma família de 4 pessoas). Divida esse valor pelo peso de uma refeição (0,5 kg). Quantas refeições completas essa única família "jogou fora" no ano?

5) Impacto Social: Se uma pessoa em situação de vulnerabilidade precisa de **3 refeições por dia**, por quantos dias o desperdício anual dessa família de 4 pessoas poderia alimentar essa pessoa?

Debate/Escrita: * A divisão que fizemos no papel (repartir o desperdício para quem tem fome) acontece na vida real? Por que a "matemática da vida real" não consegue dividir os alimentos de forma igualitária como fazemos no caderno?

Mais um ciclo de reflexão

O Ciclo das Embalagens e o Planeta

Já parou para observar a quantidade de material que descartamos antes mesmo de consumir, de fato, um produto? Ao abrirmos um pacote de biscoitos, uma caixa de sabão em pó ou um frasco de shampoo, somos responsáveis pela geração imediata de resíduos que, muitas vezes, têm uma vida útil de apenas alguns segundos em nossas mãos. Diferente do lixo orgânico, que se reintegra à natureza em pouco tempo, as embalagens industrializadas — compostas por plásticos, metais e papéis plastificados — podem levar séculos para se decompor, acumulando-se em aterros sanitários, oceanos e ecossistemas sensíveis.

Globalmente, a gestão desse volume colossal de lixo é um dos maiores desafios do nosso século. Países ao redor do mundo adotam diferentes estratégias: enquanto alguns investem pesadamente em incineração com recuperação de energia ou reciclagem avançada, muitos ainda dependem de aterros sanitários que ocupam áreas gigantescas e oferecem riscos de contaminação do solo e do lençol freático. No entanto, a solução mais eficaz não está apenas no destino final do lixo, mas na **redução na fonte**.

É aqui que a Matemática se torna uma ferramenta de poder e cuidado. Ao aprendermos a calcular a **área de superfície** e o **volume** de sólidos geométricos, ganhamos a capacidade de analisar se uma embalagem é eficiente ou desperdiçada. Através da otimização matemática, é possível projetar recipientes que comportem a mesma quantidade de produto (volume), mas utilizem o mínimo possível de material (área lateral). Repensar o design de um produto industrializado não é apenas uma questão de estética ou custo; é uma intervenção direta na saúde do planeta, onde cada centímetro quadrado de material economizado significa menos lixo sufocando o meio ambiente.

Professor, a Etapa I encerra-se com a transição do campo da **sensibilização** para o campo da **instrumentalização**. Ao concluir este ciclo de debates, o professor deve reforçar que o desperdício quantificado nas atividades anteriores não é apenas uma fatalidade estatística, mas um reflexo de escolhas estruturais que a matemática pode ajudar a corrigir. Esta conclusão serve para legitimar o estudo da geometria espacial não como um conteúdo isolado, mas como uma ferramenta de **impacto positivo**, onde o rigor no cálculo de áreas e volumes assume uma função ética, um esforço prático de diminuir o rastro de recursos naturais que cada ser humano, cidade ou indústria consome para sustentar seu estilo de vida e absorver seus resíduos através da otimização de recursos. Assim, encerramos a escuta e a reflexão para iniciarmos a "oficina" matemática, transformando o sentimento de indignação frente aos dados em capacidade propositiva e soberania intelectual.

Etapa II – INSTRUMENTALIZAÇÃO: A CAIXA DE FERRAMENTAS GEOMÉTRICAS

Nesta fase, o foco deixa de ser o "porquê" (discutido na Etapa I) e passa a ser o **"como"**. O objetivo é instrumentalizar o estudante com os conceitos de geometria plana e espacial, permitindo que ele compreenda a relação matemática entre a superfície de um objeto (gasto de material) e sua capacidade interna (volume).

1. RESGATE DA GEOMETRIA PLANA: A BASE DAS EMBALAGENS

Antes de manipularmos os sólidos, precisamos dominar as formas que os compõem. As embalagens industrializadas são, em sua maioria, planificações de polígonos.

- <u>Revisão de Áreas:</u> Relembrar o cálculo de área do quadrado, retângulo, triângulo e círculo.
- <u>A Planificação:</u> Mostrar como uma caixa de papelão (prisma) ou uma lata de alumínio (cilindro) se transforma em figuras planas quando "desmontada".
- <u>Conexão com a Matéria-Prima</u>: Identificar que a soma das áreas dessas figuras planas representa a quantidade exata de material que a indústria utiliza e, consequentemente, o que será descartado.
- <u>Conexão com a engenharia civil e arquitetura:</u> Calcular áreas totais no sentido de plantas baixas, e ladrilhamento no sentido de pisos e revestimentos ou pintura

Atividade Prática: A Anatomia das Embalagens

Nesta atividade, vamos desvendar o que compõe os objetos que consumimos, transformando o sólido tridimensional em suas formas planas fundamentais, aqui as habilidades EM13MAT201 e EM13MAT309 serão desenvolvidas.

1. O Desmonte: Da Terceira para a Segunda Dimensão

Ação: Cada aluno deve utilizar a embalagem trazida de casa (caixas de sabão, leite, perfumes, latas).

Procedimento: Com cuidado, os alunos devem desmontar ou "planificar" a embalagem, abrindo as abas coladas para visualizar todas as faces que a compõem.

Observação: Identifiquem quais polígonos aparecem. É um conjunto de retângulos? Existem círculos (no caso de cilindros) ou triângulos?

2. Mensuração e Cálculo da Área Total

Ferramental: Utilizando réguas, os alunos devem medir as dimensões reais de cada face (base, altura, raio).

Cálculo: Aplicar as fórmulas de área revisadas para cada parte da embalagem.

Soma: A área total da embalagem será a soma de todas essas áreas planas, representando o gasto real de papel, plástico ou metal.

3. Circuito de Troca: Investigando a Diversidade de Formas

Dinâmica: Após calcularem sua própria embalagem, os alunos trocam seus objetos com os colegas.

Objetivo: Calcular a área lateral de diferentes tipos de embalagens para perceber que objetos com o mesmo propósito podem gastar quantidades muito distintas de matéria-prima.

Ao Professor: O Significado da Matéria-Prima

Durante a correção, é vital que o professor não foque apenas no resultado numérico, mas no que esse número representa.

Reflexão: Ao encontrar uma área total de 600 cm² questione o aluno: "Se essa indústria produz um milhão dessas caixas por mês, quanto papel estamos tirando da natureza e transformando em lixo?"

Validade: A correção coletiva no quadro permite que o saber seja validado pela lógica do cálculo compartilhado, conferindo autonomia ao estudante

Para além das embalagens, o domínio do cálculo de áreas é o pilar fundamental de profissões como a engenharia civil e a arquitetura. Nesta etapa, exploramos como a Matemática se materializa no planejamento de espaços: desde a leitura de **plantas baixas**, onde cada metro quadrado deve ser aproveitado com eficiência, até o cálculo preciso de **ladrilhamento** e revestimentos. Compreender a soma das áreas permite ao profissional determinar a quantidade exata de pisos, azulejos ou o volume de tinta necessário para uma obra. Assim, o estudante percebe que a otimização matemática é uma estratégia de economia e sustentabilidade presente tanto no design de um pequeno rótulo quanto na construção de grandes edifícios, evitando o desperdício de recursos financeiros e naturais.

Módulo de Aplicação Cidadã: A Geometria Plana a Serviço da Comunidade

O domínio do cálculo de áreas transcende a análise de embalagens industriais; ele é o pilar fundamental do planejamento do espaço em que vivemos. Para consolidar os conceitos de Geometria Plana explorados na desmontagem das embalagens, abriremos agora uma "estação de treinamento".

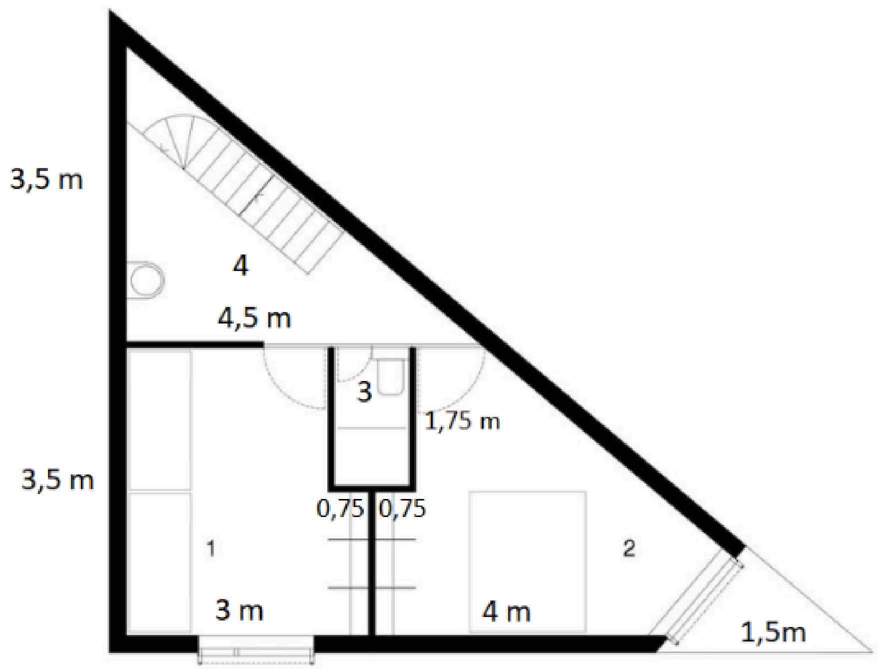
O objetivo deste módulo é demonstrar que a otimização matemática é uma estratégia de sustentabilidade que atua em múltiplas frentes: ela evita o lixo na indústria de consumo, mas também previne o desperdício de recursos financeiros e de materiais na construção civil. A matemática que poupa a árvore é a mesma que protege o orçamento do trabalhador. Para ilustrar essa premissa, os estudantes aplicarão a geometria plana no planejamento de espaços reais através das habilidades EM13MAT201, EM13MAT309 e EM13MAT505.

ATIVIDADE PARA O ALUNO

Atividade: Geometria plana a serviço da comunidade

1) O seu Geraldo é um trabalhador que economizou durante anos para realizar o sonho de reformar a casa da sua família. Ele sabe que, para

quem trabalha duro, cada centavo conta e o desperdício de material é um prejuízo não só financeiro, mas de esforço de vida. Vamos ajudar o seu Geraldo a planejar essa reforma com precisão, garantindo que ele compre exatamente o que precisa, sem faltar nem sobrar. Esta é a planta superior da casa de seu Geraldo, que precisa de reforma.



a) Qual a área do cômodo 4 que é uma sala ?
b) Qual a área do cômodo 1 quarto do filho de Geraldo ?
c) Qual a área do cômodo 3 o banheiro ?
d) Qual a área total construída neste andar desta planta?

2) No cômodo 4 seu Geraldo quer colocar um piso cobrindo todo o chão do lugar, sendo assim ele escolheu o piso abaixo:

Responda:

a) Com o piso acima calcule quantas peças serão necessárias para ladrilhar o cômodo 4.

b) Quantas caixas do piso escolhido serão necessárias para ladrilhar o cômodo 4?

c) Tendo em vista que os preços na figura acima são o valor por caixa, qual o valor total gasto para ladrilhar o cômodo 4 com o piso escolhido?

3) A reforma também incluirá trocar todo o piso do banheiro, o do chão e das paredes, sabendo que a altura das paredes é de 2,10, quantos metros de piso serão necessários?

4) A melhoria agora é no bairro do seu Geraldo! Os moradores e a prefeitura uniram forças para pavimentar a rua. Nesta etapa, você verá como o cálculo preciso de um pequeno ladrilho hexagonal é fundamental para entender o custo de uma obra comunitária em larga escala. Você já percebeu que ruas das cidades são constantemente ladrilhadas por hexágonos regulares.

$$A = \frac{3L^2\sqrt{3}}{2}$$

Na rua de seu Geraldo, o pavimento será feito com esses ladrilhos hexagonais. Através de um projeto de cooperação, a prefeitura arcará com a mão de obra e o projeto, enquanto os moradores dividirão o custo dos materiais. A área de seu Geraldo a ser pavimentada mede 12m x 5m. Cada ladrilho hexagonal possui 15 cm de lado. Usando a fórmula dada e sabendo que $\sqrt{3} = 1,7$ quantos ladrilhos serão necessários no mínimo para pavimentar toda essa área do seu Geraldo?

Professor, a proposta promove a transição da geometria plana para a tridimensionalidade aplicada. Ao projetar o revestimento do banheiro, o aluno é desafiado a interpretar a espacialidade real, calculando áreas de paredes e pisos que compõem um cenário de uso cotidiano.

2. GEOMETRIA ESPACIAL: O VOLUME COMO CONSTANTE

Para que a otimização que iremos fazer seja real, o aluno deve entender que o volume do produto (a quantidade de sabão, biscoito ou leite) deve permanecer o mesmo, enquanto a embalagem muda de forma.

- Cálculo de Volume: Introduzir ou revisar as fórmulas de volume para prismas e cilindros, cones e pirâmides.
- A Experiência Real: Utilizar números decimais em vez de raízes abstratas para que o aluno visualize a dimensão real do que está calculando

Para aprofundar a **Estrutura** e a **Validade** nesta fase da Etapa II, é essencial que o aluno compreenda que as fórmulas de volume não são imposições arbitrárias, mas verdades lógicas fundamentadas em princípios geométricos sólidos.

A Validade matemática será explorada através do Princípio de Cavalieri, habilidade EM13MAT504 permitindo que o aluno entenda a natureza contínua e lógica do volume. Construção do Sentido: Ao comparar prismas e cilindros com a mesma área de base e mesma altura, o aluno percebe que, se todas as secções transversais paralelas à base tiverem áreas iguais, os volumes serão idênticos. Transição Crítica: O saber deixa de ser legitimado pela autoridade do professor e passa a ser validado pela própria estrutura lógica da comparação entre os sólidos. Sólidos que "Terminam em Ponto": A Lógica do Terço. Para sólidos como pirâmides e cones, que não possuem a mesma base de cima a baixo, introduziremos a compreensão da divisão por 3. Exploração Visual e experimentação: Mostrar que o volume desses sólidos corresponde a exatamente um terço do volume de um prisma ou cilindro de mesma base e altura.

Etapa III – INTERVENÇÃO: LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA SUSTENTÁVEL

Nesta fase final, os estudantes aplicarão as ferramentas geométricas consolidadas na Etapa II para solucionar o problema do desperdício de material identificado na Etapa I. As habilidades EM13MAT201, EM13MAT309 e EM13MAT504 são o suporte desta atividade. O objetivo é redesenhar a realidade através do cálculo, provando que a ciência matemática é um instrumento de cuidado com o planeta.

1. Diagnóstico de Impacto: A Escolha do Material

Antes do cálculo, os grupos devem realizar uma breve pesquisa sobre a natureza da embalagem que trouxeram de casa.

- Análise de Ciclo de Vida: Identificar se o material é plástico, metal, papelão ou multicamadas (Tetra Pak) e discutir o tempo de decomposição de cada um.
- Custo Ambiental: Debater quais materiais têm maior potencial de reciclagem e quais representam maior risco aos oceanos e solos.

2. O Desafio da Otimização: "Menos é Mais"

Divididos em grupos, os alunos devem focar na redução na fonte.

- Manutenção do Volume: O ponto de partida e restrição técnica é o volume original da embalagem (o conteúdo constante), garantindo que a nova proposta atenda à mesma necessidade de armazenamento.
- Proposta Matemática (Design Investigativo): De posse do volume original e considerando o formato e as características do produto interno, cada grupo deve propor uma nova embalagem que utilize menos material para produção. Esta deve ser uma alternativa válida, ou seja, viável para o consumo e transporte real, unindo a funcionalidade à economia de recursos.
- Validação Técnica: Os alunos devem demonstrar matematicamente a porcentagem de material economizado na nova proposta em comparação com a original, transformando a economia de área total em um dado concreto de preservação ambiental.

3. Do Papel ao Protótipo: A Materialização da Ideia

Não basta calcular; é preciso provar a viabilidade, a validade da proposta.

- Construção do Protótipo: Os grupos devem construir a embalagem otimizada utilizando materiais reutilizáveis ou materiais disponíveis na escola.
- Aferição Prática: Verificar se a quantidade de produto da embalagem antiga cabe perfeitamente no novo modelo, consolidando a Validade do processo.

4. Exposição Sustentável: O "Antes e Depois"

Para encerrar, propomos uma mostra cultural e científica na escola.

- Estilização e Arte: Os novos protótipos devem ser estilizados e pintados, transformando o objeto matemático em uma peça de design consciente.
- Apresentação de Resultados: Cada grupo expõe a embalagem original ao lado da otimizada, acompanhada de um painel que apresenta os cálculos de área e volume (antes vs. depois) e o impacto ambiental positivo gerado.

Reflexões importantes

Ao Professor: O Sentido da Relevância

Nesta etapa, o professor atua como um orientador que estimula o pensamento crítico e analítico. A avaliação não deve recair apenas sobre a precisão do cálculo, mas sobre a capacidade do grupo de argumentar e justificar suas escolhas baseadas em dados. A validade aqui se manifesta quando o estudante percebe que, através do cálculo, ele pode provar — independente da autoridade do professor — se uma embalagem é eficiente ou não.

Como aponta D'Ambrosio (2019), ao fazermos da matemática uma disciplina que preserva a diversidade e elimina desigualdades, atingimos o propósito maior de uma matemática humanística. Ao verem seus protótipos expostos, os alunos podem perceber que a matemática lhes conferiu voz e poder para questionar a indústria e propor um futuro com menos lixo.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chegamos ao fim desta jornada pelo Recurso Educacional, mas, na verdade, este é apenas um ponto de partida. A elaboração deste material nasceu do desejo de reconciliar o rigor da nossa disciplina com a sensibilidade da prática docente, mas é fundamental reconhecer que não estamos, de forma alguma, inventando a roda. Professores e professoras de matemática já humanizam seus elementos e práticas cotidianamente nas salas de aula há muito tempo, resistindo a um ensino puramente mecanicista. O que este trabalho propõe é sistematizar esse esforço, dando contornos claros a uma arquitetura pedagógica fundamentada na Matemática Humanista.

A tríade de Estrutura, Validade e Relevância que sustenta as atividades aqui propostas não foi desenhada para ser um roteiro engessado ou um manual definitivo. Pelo contrário, ela é oferecida como um norte. O maior pilar de uma educação emancipadora, social e crítica é a soberania intelectual, e isso se aplica primariamente a quem ensina. Sendo assim, a autonomia pedagógica do professor é a peça central para o sucesso de qualquer uma destas práticas.

Ao ter este material em mãos, sinta-se inteiramente livre para:

- **Adaptar e Recriar:** Você conhece o chão da sua escola, os rostos dos seus alunos e as demandas urgentes da sua comunidade. As abordagens aqui descritas — seja na investigação de rampas de acessibilidade, na análise de dados do IBGE ou no redesenho de embalagens sustentáveis — podem e devem ser moldadas para dialogar com a sua realidade local.
- **Desconstruir:** Utilize blocos temáticos específicos, altere os dados para refletir o bairro da escola, ou crie novas missões matemáticas que façam sentido para a vivência dos seus jovens.
- **Ir Além:** O foco não é consumir modelos prontos. Use estas atividades como inspiração para criar as suas próprias dinâmicas, mantendo sempre o compromisso de utilizar a lógica e o cálculo como instrumentos de leitura e intervenção na realidade.

A esperança que move a entrega destas páginas é que elas sirvam de apoio para que possamos, cada vez mais, humanizar nossas perspectivas e didáticas na escola. A eficácia da aprendizagem está intrinsecamente ligada ao contexto. Quando a precisão matemática deixa de ser um fim em si mesma e passa a ser compreendida como um ato de cuidado com o outro e com o mundo, transformamos a sala de aula.

Que este recurso seja um suporte valioso no seu dia a dia, auxiliando-o a mostrar aos seus estudantes que o rigor científico e o pensamento analítico são, em sua essência, ferramentas poderosas para a construção de uma sociedade mais justa, equânime e esperançosa.

5 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9050: Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos**. Rio de Janeiro: ABNT, 2020

BRASIL. **Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000**. Estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, [2000]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l10098.htm. Acesso em: 5 maio 2026

D'AMBROSIO, Ubiratan. **O programa etnomatemático e a crise da civilização**. Hipátia, v. 4, n. 1, p. 16 - 25, jun. 2019.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Mathematics and Literature. In: WHITE, Alvin M. (org.). **Essays in humanistic mathematics**. Mathematical Association of America, 1993.

DAVIS, Philip J. The Humanistic Aspects of Mathematics and Their Importance. In: WHITE, Alvin M. (org.). **Essays in humanistic mathematics**. Mathematical Association of America, 1993.

G1 DF. **Desperdício de alimentos: você sabia que cada brasileiro joga fora, em média, 41 kg de comida por ano?** G1, Brasília, 29 set. 2024. Disponível em: https://g1.globo.com/df/distrito-federal/noticia/2024/09/29/desperdicio-de-alimentos-voce-sabia-que-cada-brasileiro-joga-fora-em-media-41-kg-de-comida-por-ano.ghtml Acesso em: 05 maio 2026.

HERSH, Reuben. Humanistic Mathematics and the Real World. In: WHITE, Alvin M. (org.). **Essays in humanistic mathematics**. Mathematical Association of America, 1993.

HERSH, Reuben. **Reuben Hersh 1927-2020**. Entrevista concedida a John Brockman. Edge, 10 fev. 1997. Disponível em:

https://www.edge.org/conversation/reuben_hersh-reuben-hersh-1927-2020. Acesso em: 20 abr. 2026.

MATHIAS, C. **Fazeres Matemáticos Humanistas**. São Paulo: LF Editorial, 2025.

MAIA, Véra Lucia dos Santos. **Humanistic Mathematics in School Mathematics Education**. In: 13th International Mathematics Education and Society Conference (MES 13), 2026, Valparaíso, Chile. Proceedings... [No prelo]

WHITE, Alvin M. (org.). **Essays in humanistic mathematics**. Mathematical Association of America, 1993.

APÊNDICE A – Humanistic Mathematics in School Mathematics Education

Este artigo, intitulado "Humanistic Mathematics in School Mathematics Education", foi apresentado no 13th International Mathematics Education and Society Conference, o evento aconteceu de 13 e 17 de dezembro de 2025 na cidade de Valparaíso,Chile. O trabalho encontra-se atualmente em fase de publicação nos anais do referido evento.

Humanistic Mathematics in School Mathematics Education

Véra Lucia dos Santos Maia and Júlio Faria Corrêa, Universidade Federal de Santa Catarina Campus Blumenau, veralucia.ufsc@gmail.com and correa.j@ufsc.br

Abstract: The objective of this paper is to characterize Humanistic Mathematics based on the works of Alvin White, Philip J. Davis, Reuben Hersh, Ubiratan D'Ambrosio, Carlos Mathias, demonstrating how it can be mobilized in school mathematics pedagogical practices and showing how it can serve as a tool for social justice that develops critical thinking and brings students closer through its social and human relevance.

Resumo: O objetivo deste trabalho é caracterizar a Matemática Humanista a partir dos trabalhos de Alvin White, Philip J. Davis, Reuben Hersh, Ubiratan D'Ambrosio e Carlos Mathias, demonstrar como ela pode ser mobilizada nas práticas pedagógicas da matemática escolar e também mostrar que ela pode ser ferramenta de justiça social que desenvolve o senso crítico e aproxima os alunos pela sua relevância social e humana.

Introduction

A widely held view regarding mathematics and its teaching is that it is an inherently "difficult discipline reserved for the few." In the daily life of schools, this dominant perception manifests in frequent remarks such as "math isn't for me" or "why am I learning this?" However, this view proves contradictory when contrasted with the field's historical perspective, which reveals that mathematical knowledge was entirely developed by human beings across diverse sociocultural contexts to solve problems and improve living conditions. This leaves the impression that the process of didactic transposition—and the subsequent structuring of mathematics within the school curriculum—has effectively dehumanized the discipline, severing it from its origins. Since mathematical knowledge is a product of the human mind and the result of historical development, it is fundamentally a form of human knowledge.

Within this theoretical framework, Tymoczko (1993, p. 14)—in a contribution to the volume *Essays in Humanistic Mathematics*—argues that "the human component imposes meaning or intelligibility on mathematics; it imposes a human perspective on the arbitrary complexities of the mathematical universe." From this standpoint, the human factor is precisely what lends meaning and comprehensibility to curricular content, transforming the complex abstractions of the mathematical universe into elements that are accessible, contextualized, and socially relevant. This premise underpins the foundations of an approach based on Humanistic Mathematics.

In light of this diagnosis of curricular dehumanization—and driven by concerns arising from our own pedagogical practice—we structured a professional master's research project aimed at investigating and demonstrating how Humanistic Mathematics can be mobilized and put into practice within K-12 education. This research is currently being conducted under the auspices of the National Professional Master's Program in Mathematics (PROFMAT) at the Blumenau, Santa Catarina (Brazil) campus. This article, therefore, is limited to presenting and discussing the theoretical scope and methodological propositions arising from this project, focusing on the articulation of curricular activities that restore dignity and human centrality to mathematical practice.This is the style *Normal*. This paragraph, for example, uses the style Normal to ensure that the text is in 14pt Times New Roman with the correct line spacing, and so on. The style automatically provides a 6pt space after paragraphs, which means that you do not need double returns between paragraphs.

Humanistic Mathematics in Brazil and the World

In the Brazilian context, theoretical discussions and the dissemination of Humanistic Mathematics have gained significant momentum through the work of researcher Carlos Mathias, particularly via his digital platforms, such as his website and YouTube channel of the same name. Building on this initial overview, connections are established with key authors from the international movement, such as Reuben Hersh and Alvin White.

In an interview with Mathias, Hersh argues: "I call myself a humanist because I view mathematics primarily as a human activity—something people do—which can only be understood in light of history, psychology, and human society" (Mathias, 2014, p. 5). Domestically, Ethnomathematics—viewed through the lens of Ubiratan D'Ambrosio—aligns with this understanding, likewise adopting a deeply humanistic character. As the author notes (2001), making mathematics a discipline that eliminates discriminatory inequality and preserves diversity constitutes the primary purpose of a humanistic pedagogical practice.

The foundational basis for this movement stems from the seminal work edited by Alvin White, *Essays in Humanistic Mathematics*. In this book, White brings together intellectuals of various nationalities—including Davis, Hersh, Tymoczko, and D'Ambrosio himself—to define the scope of this research field. The work's conceptual richness reveals that a human intentionality underlies axiomatic formalism. Of particular note is the perspective of Tymoczko (1993, p. 11), for whom "pure mathematics is, ultimately, humanistic mathematics—one of the humanities—because it is an intellectual discipline with a human perspective and a history that matters."

Endorsing this view, Davis (1993, p. 10) points out that "teaching mathematics as one of the humanities means nothing less than teaching that it possesses the incredible power to influence and transform our lives." According to the author, by challenging the discipline's abstract and dogmatic barriers through a humanistic approach, it becomes possible to overcome historically entrenched epistemological obstacles, revealing a facet of mathematical knowledge that directly engages with transforming the surrounding reality.

This paradigm shift is also advocated by Hersh (1993, p. 15), who posits that this strand of humanistic mathematics challenges the lecture-based or "lecture-and-recitation" teaching model. It challenges dogmatic teaching styles that expect students to merely repeat what the teacher says, as well as the repetition of exercises requiring only the mechanical mastery of explicitly provided "rules" and "methods." Instead, it demands student initiative and independence, and—indeed—creativity from both teacher and student within the mathematics classroom.

Based on this robust theoretical and bibliographic foundation, it becomes feasible to map the core elements constituting Humanistic Mathematics and to structure methodological pathways capable of supporting its practical application within the context of school mathematics.

Methodological Paths toward a Humanist Mathematics

Humanistic mathematics can be understood as the result of a humanistic education applied to mathematics. In humanistic mathematics, "the means define the end"; that is, the path traversed by mathematical elements is just as important—or perhaps even more so—than the resulting numerical outcome. From this perspective, fundamental theorems and results are tools created to build broader, more comprehensive, and more relevant knowledge. It is through these tools that a solid foundation is established for advancing science and analyzing future global scenarios. It is from this solid, human-centered foundation that we teach mathematics.

When viewed as a pedagogical approach or methodology, humanistic mathematics guides and shapes the teaching-learning process, aiming to foster the students' holistic development. When adopted from a theoretical perspective, it becomes a lens through which teachers, authors, and researchers understand education and direct their practice and studies.

In this regard, as a theoretical contribution of this research, an inseparable triad is proposed to guide the humanization process and the approach to the curricular content being taught:

Structure (The What and How): involves the concept itself—its form, origins, and reasons for development, as well as its properties, formula, and symbolic expression—thereby constituting mathematical literacy;

Validity (The Nature): encompasses its continuous and valid nature, its proof, its internal logic, and its generality—a stage where students are empowered to verify and validate their own work;

Relevance (The Connection): consists of applying the concept to everyday situations and relating it to global changes and paradigm shifts, so as to develop critical and analytical thinking regarding a given reality—a space where transformations and social impact are generated.

It is important to note that, while it engages closely with Ethnomathematics and Critical Mathematics Education, the Humanistic Mathematics perspective offers a unique distinction: it acts as an integrating link focused on the affective, ethical, and subjective dimensions of mathematical practice. While established sociocultural approaches primarily emphasize community dynamics and political structures of oppression, the humanistic perspective focuses on reinterpreting traditional curriculum content itself; it transforms the classroom dynamic and provides the teacher with a methodological lens—embodied here in the triad of Structure, Validity, and Relevance—capable of humanizing technical rigor from within school mathematics. The following are some approaches to developing activities based on this framework.

Awareness and Empathy Activities (Building an Accessibility Ramp)

These proposals seek to break away from the view of mathematics as a neutral discipline isolated from social reality. The goal is to use mathematical tools to foster an understanding of others and a critical perspective on the spaces we inhabit. By investigating real-world problems, students move beyond being passive observers of formulas to understanding how validity, logical grounding, and adherence to technical standards directly impact human life and dignity. In this context, the theoretical triad manifests in the following dimensions:

Mathematical Practice (Structure): This is evident when students conduct a technical assessment and measure the slope, length, and height of existing ramps around the school, applying trigonometric concepts (trigonometric ratios, angle calculations, and percentage slopes).

Critical Inquiry (Validity): This is solidified when students independently verify whether their results meet national legal requirements (in Brazil, NBR 9050). Through mathematical logic, they come to understand that a ramp with an improper slope ceases to be a means of access and becomes a physical barrier; thus, calculation precision becomes a matter of ethics and empathy.

Human-Centered Proposal (Relevance): This is highlighted throughout the activity and culminates in the creation of a blueprint for an ideal accessibility ramp. In this design process, the rigor of geometric structures becomes the means by which young people exercise their ability to propose solutions for a more inclusive society.

Activities Involving Analysis, Evaluation, Interpretation, and Argumentation to Develop Critical Thinking (Producing Tables, Graphs, and Critical Analysis of IBGE Data)

Exercising citizenship in the contemporary landscape requires the development of intellectual skills that enable individuals to filter information overload and decode social complexity. From the perspective of Humanistic Mathematics, this set of activities is structured to consolidate four fundamental cognitive processes: the analysis of facts, the ethical evaluation of scenarios, the deep interpretation of realities, and soundly grounded argumentation. Accordingly, this theoretical triad manifests in the following dimensions:

Mathematical Practice (Structure): Focuses on symbolic rigor, data organization, and the understanding that mathematical tools serve to structure one's perception of reality. This process is solidified through the construction of tables and ordered data sets—statistical tools that give shape and substance to the investigation of students' family roots and ancestry.

Critical Inquiry (Validity): Takes hold when knowledge is no longer validated by the teacher's authority but is instead legitimized by the student's own logic, capable of examining the nuances, anomalies, and silences within the data. By comparing the mean and the median in the activity "What the Mean Hides" (focused on analyzing measures of central tendency), students use inquiry to validate or refute the representativeness of a statistical indicator, thereby exercising their intellectual autonomy.

Human Proposition (Relevance): Connects statistical knowledge to real life, transforming learning into a tool for social and ethical intervention. This relevance runs through the entire proposal, culminating when students use official data from the IBGE (Brazilian Institute of Geography and Statistics) to substantiate and propose public policies aimed at combating racial or gender inequalities—demonstrating that mathematics acquires its full meaning when it serves the human purpose of transforming society.

Activities with a positive environmental impact

Integrating environmental issues into mathematics education addresses the urgent need for an education that goes beyond mere technique, equipping students to practice eco-citizenship. Far from being a science detached from the biosphere, mathematics provides the metrics and models needed to identify excesses and propose sustainable solutions. Thus, this module takes on the task of turning abstract concepts into tools for preservation, challenging students to rethink production and consumption patterns through the lens of geometry.

To ensure learning transcends rote repetition and fosters intellectual empowerment, this activity is grounded in three inseparable dimensions:

Mathematical Practice (Structure): Structure manifests through the application of plane and solid geometry as students create packaging layouts and calculate total surface areas and volumes. Mathematical rigor—here freed from abstract dogmatism—is ensured by using real-world measurements and tangible decimal numbers, avoiding abstract roots that fail to convey physical scale. Structure represents the technical toolkit—formulas for prisms and cylinders, as well as Cavalieri's Principle—that provides the numerical foundation for the intervention.

Critical Inquiry (Validity): Validity is established when students verify their hypotheses independently of the teacher's authority. This occurs in two ways: theoretically, by grasping the logic of constant volume and Cavalieri's Principle; and physically, through the practical act of transferring contents (pouring the product from the old packaging into the new prototype). If the product fits perfectly into the new, material-efficient packaging, the mathematical calculation is validated by the student's own empirical experience.

Human Proposition (Relevance): Relevance connects calculation to real life. It occurs when the student realizes that a single square centimeter saved on the surface area of their packaging translates, on an industrial scale, into fewer trees cut down, less plastic in the oceans, and reduced pollutant emissions. The activity takes on paramount importance during the Sustainability Exhibition, where mathematics serves as a tool for ethical argumentation, enabling students to develop a keen critical sense to question consumption patterns and propose real-world solutions for their community.

Final Considerations

The reflections and approaches outlined here sought to address the central objective of this study: to investigate and propose pedagogical pathways for humanizing mathematics education through the theoretical-methodological framework of Humanistic Mathematics. Throughout the text, the aim was to demonstrate that school mathematics need not be synonymous with neutrality or the mechanical reproduction of algorithms; on the contrary, it can establish itself as a space for fostering otherness, ethics, and critical thinking.

The articulation of pedagogical proposals grounded in the triad—Structure, Validity, and Relevance—highlighted the significant scope of this approach. A key achievement is the proposal's ability to humanize technical rigor from within the traditional curriculum itself. Whether analyzing the geometry of accessibility ramps or statistically deconstructing socioeconomic data, the student moves beyond the role of passive spectator to adopt a stance of intellectual agency. Humanistic Mathematics thus proves to be a powerful integrative link, bridging a gap by reclaiming the affective and subjective dimensions often lost in approaches that are purely technocratic or strictly sociopolitical.

On the other hand, it is necessary to acknowledge the limitations inherent in implementing this proposal within the contemporary educational landscape. Realizing a humanistic pedagogical practice invariably runs up against the rigidity of inflexible school schedules and a strong culture of preparation for large-scale exams, which prioritize rote memorization over deep reflection. Furthermore, transitioning from a traditional teaching stance to inquiry-based mediation requires planning time and ongoing professional development—resources not always available to K-12 teachers. The proposal presented here, therefore, does not claim to be a definitive solution but rather a starting point that calls for flexibility and intentionality on the part of the educator.

In short, the coherence between the adopted theoretical framework and the proposed activities reinforces the idea that humanizing mathematics is an act of political and pedagogical choice. It is hoped that this work—by articulating these pathways and challenging the boundaries of mathematical practice—will contribute to the field of Mathematics Education, stimulating further research that continues to expand the horizons of a classroom that is more inclusive, critical, and deeply human.

Footnotes can be used if need be, but should be avoided.[1] Endnotes should not be used.

References

D'Ambrosio, U. (2001) Paz, Educação Matemática e Etnomatemática. *Teoria e Prática da Educação*: Maringá, v. 4, n. 8, junho 2001.

Davis, P. J. (1993). The Humanistic Aspects of Mathematics and Their Importance. In: White, A. M. (1993). *Essays in humanistic mathematics*. Mathematical Association of America.

Hersh, R. (1993). Humanistic Mathematics and the Real World. In: White, A. M. (1993). *Essays in humanistic mathematics*. Mathematical Association of America.

[1] Footnotes are formatted in Times New Roman, size 12.

Mathias, C. (2014). Entrevista de Carlos Mathias com Reuben Hersh. Niterói: UFF, Jornal Dá Licença - Edição Ano XIX, n. 57, p.4-6, jan-fev/14. Disponível em:<https://app.uff.br/riuff/handle/1/1470>.

White, A. M. (1993). *Essays in humanistic mathematics*. Mathematical Association of America.

Tymoczko, T. (1993). Humanistic and Utilitarian Aspects of Mathematics. In:White, A. M. (1993). *Essays in humanistic mathematics*. Mathematical Association of America.