UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE BRAGANÇA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

ALDECY VITOR DE OLIVEIRA JUNIOR

ARTICULAÇÃO ENTRE O SOFTWARE GEOGEBRA E MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS, NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL.

BRAGANÇA
2026

ALDECY VITOR DE OLIVEIRA JUNIOR

ARTICULAÇÃO ENTRE O SOFTWARE GEOGEBRA E MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS, NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em MATEMÁTICA – PROFMAT, do Campus de Bragança, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em MATEMÁTICA. Área de concentração: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias**.**

Orientador (a): Dr. Edson Jorge de Matos

BRAGANÇA
2026

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

O48a Oliveira Junior, Aldecy Vitor de.
Articulação entre o Software Geogebra e Materiais Didáticos Manipuláveis, no Ensino da Geometria Espacial / Aldecy Vitor de Oliveira Junior. — 2026.
146 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Edson Jorge de Matos
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Bragança, Programa de Mestrado Profissional em Ensino da Matemática, Bragança, 2026.

1. Ensino. 2. Geometria. 3. Geogebra. 4. Materiais Didáticos Manipuláveis. I. Título.

CDD 510

ALDECY VITOR DE OLIVEIRA JUNIOR

ARTICULAÇÃO ENTRE O SOFTWARE GEOGEBRA E MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS, NO ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em MATEMÁTICA – PROFMAT, do Campus de Bragança, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em MATEMÁTICA. Área de concentração: **Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias.**

Orientador(a): Dr. Edson Jorge de Matos

DATA DA APROVAÇÃO: 30 / 04 /2026

BANCA EXAMINADORA

Edson Jorge de Matos
Prof. Dr. Edson Jorge de Matos
Orientador – PROFMAT/UFPA/Bragança

Elizardo Lucena.
Prof. Dr. Elizardo Fabricio Lima Lucena
Examinador Interno – PROFMAT/UFPA/Bragança

José Diones C. Freitas
Prof. Me. José Diones Costa de Freitas
Examinador Externo – SEMED/São Miguel do Guamá/Pará

Rogerio Andrade Maciel.
Prof. Dr. Rogério Andrade Maciel
Examinador Externo – PPLSA/UFPA/Bragança

BRAGANÇA
2026

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu bom Deus por ter me abençoado com sabedoria e discernimento, nessa grande jornada de construção de conhecimento, tive momentos difíceis, mas a família estava presente me apoiando em minhas decisões e aconselhando em prol de minha evolução quanto pessoa. Sou muito grato aos meus pais, Aldecy Vitor de Oliveira e Maria Raimunda Granado de Oliveira pelo incentivo aos meus estudos, que foram repletos de obstáculos, onde foram transcendidos com muita união, harmonia e amor. Não poderia de deixar de mencionar uma frase de meu pai: "Estude meu filho, Deus vai lhe ajudar é o que eu posso fazer por você é incentivar!". Essa frase ficou gravada em minha memória me ajudou nos momentos de provação. Pai sou muito grato por nascer seu filho. Com o transcorrer da vida, conheci uma pessoa que otimizou minha vida e com ela construímos uma família linda e maravilhosa, me refiro a minha esposa a Enfermeira Rosiane Araújo de Oliveira, que me incentiva, motiva todos os dias, me dizendo a importância de sonhar e buscar a realização desses sonhos, valorizando a importância de fazer o que gosta, respeitando todas as pessoas, da criança ao idoso se colocando no lugar do próximo. Por tudo que relatei, eu agradeço a essa Mulher forte e de fibra, que me acompanhou nos momentos mais difíceis e nos melhores momentos de felicidade de nossas vidas. Agradeço aos meus dois filhos: a Professora Vitoria Isabely Araújo de Oliveira e ao futuro Médico Aldecy Vitor de Oliveira Neto. Que apesar de serem os filhos, sempre me aconselham e estão sempre presentes nas minhas conquistas, além de serem pessoas positivas e extremamente alegres, transmitem essa energia boa, de luz há todas as pessoas ao seu redor. Eles são responsáveis por deixar minha vida repleta de felicidade. Sou muito grato ao professor Edmundo Mourão de Carvalho e ao professor Me. Fabricio da Silva Ferreira por contribuir com este trabalho, através de discussões que trouxeram tomadas de decisões para as escolhas de componentes da pesquisa e construção desse produto. Agradeço aos professores do mestrado em nome do meu orientador o Dr. Edson Jorge de Matos, pelas orientações e discussões no decorrer do curso a respeito da pesquisa, que foram muito produtivas e significativas para construção desse estudo. Também reconheço as contribuições das amizades que foram construídas durante o mestrado. Sou muito grato aos meus irmãos: Sergio, Francisco Antônio, Luiz Claudio, Ana Claudia, Simone e ao meu irmão mais novo, o professor Odair Granado. Pelos incentivos e por sempre estarem presentes na minha vida, incentivado a minha busca de construção de conhecimento e as realizações de meus sonhos.

RESUMO

Esta pesquisa investiga as contribuições de uma estratégia de ensino da geometria espacial que articula o uso do software GeoGebra com materiais didáticos manipuláveis, aplicada a uma turma do 2º ano do Ensino Médio da rede pública. A pesquisa teve caráter qualitativo e quantitativo, desenvolvida por meio de uma intervenção pedagógica estruturada em diferentes momentos, envolvendo a aplicação e reaplicação de atividades diagnósticas, sequência didática mediada por tecnologias digitais, uso de materiais didáticos manipuláveis e aplicação de questionários avaliativos. A estratégia de ensino priorizou a construção, manipulação e visualização de sólidos geométricos em ambientes de geometria dinâmica, favorecendo a transição entre o concreto e o abstrato e a articulação entre diferentes representações geométricas. Os resultados evidenciaram avanços no desempenho dos estudantes, maior autonomia nas construções geométricas e melhor compreensão dos conceitos de áreas, volumes e planificações dos sólidos estudados. Observou-se ainda aumento do engajamento e da participação dos discentes, bem como indícios de aprendizagem significativa ao longo do processo de ensino. Conclui-se que a utilização do GeoGebra associada a materiais didáticos manipuláveis constitui uma estratégia metodológica eficaz para o ensino de geometria espacial, mesmo em contextos escolares com limitações estruturais. A pesquisa reforça a importância da integração entre metodologias tradicionais e recursos tecnológicos digitais, em consonância com as orientações da BNCC, contribuindo para práticas pedagógicas mais dinâmicas e significativas no ensino de Matemática.

Palavras chaves: ensino; geometria; GeoGebra; materiais didáticos.

ABSTRACT

This research investigates the contributions of a teaching strategy for spatial geometry that integrates the use of the geogebra software with manipulative teaching materials, applied to a second-year high school class in the public school system. The research adopted both qualitative and quantitative approaches and was developed through a pedagogical intervention structured in different stages, involving the application and reapplication of diagnostic activities, a didactic sequence mediated by digital technologies, the use of manipulative teaching materials, and the application of evaluative questionnaires. The teaching strategy prioritized the construction, manipulation, and visualization of geometric solids in dynamic geometry environments, promoting the transition between concrete and abstract thinking as well as the articulation among different geometric representations. The results revealed improvements in students' performance, greater autonomy in geometric constructions, and a better understanding of concepts related to areas, volumes, and nets of the studied solids. An increase in student engagement and participation was also observed, along with evidence of meaningful learning throughout the teaching process. It is concluded that the use of GeoGebra associated with manipulative teaching materials constitutes an effective methodological strategy for teaching spatial geometry, even in school contexts with structural limitations. The research reinforces the importance of integrating traditional methodologies with digital technological resources, in accordance with the guidelines of the BNCC, contributing to more dynamic and meaningful pedagogical practices in Mathematics teaching.

Keywords: teaching; geometry; geogebra; didactic materials.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ensino de matemática, em especial da geometria espacial no Ensino Médio, tem sido historicamente marcado por desafios relacionados à abstração dos conceitos, à visualização tridimensional e à articulação entre representações planas e espaciais. Ao longo de dezenove anos de atuação profissional em escolas municipais e estaduais do município de Igarapé-Açu, foi possível identificar problemáticas recorrentes, como a falta de motivação dos alunos do 2º ano do Ensino Médio e as dificuldades na aprendizagem matemática, frequentemente associadas ao predomínio de metodologias tradicionais e à limitação de estratégias didáticas que tornem as aulas mais dinâmicas e significativas.

A inserção no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), ofertado pela Universidade Federal do Pará (UFPA), campus Bragança, possibilitou o contato com referenciais teóricos e metodológicos que promoveram uma reflexão crítica sobre a prática docente. Esse processo formativo favoreceu o resgate e a elaboração de projetos de intervenção pedagógica anteriormente idealizados, mas que careciam de respaldo institucional e teórico. As discussões realizadas no âmbito do curso, sobretudo acerca das problemáticas vivenciadas em sala de aula, estimularam a construção de propostas pedagógicas fundamentadas no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), reconhecidas por seu potencial de promover o interesse dos estudantes e o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático no ensino básico.

Nesse contexto, destaca-se a parceria entre Universidade e Escola, que possibilitou a implementação de projetos desenvolvidos no âmbito das disciplinas do mestrado, em especial no Trabalho de Conclusão de Curso. Entre essas experiências, sobressai o projeto intitulado *"Sólidos geométricos: uma estratégia de ensino com uso do GeoGebra e materiais manipuláveis"*, aplicado em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Igarapé-Açu. Embora essa experiência tenha apresentado indícios positivos de aprendizagem, evidenciou-se a necessidade de um estudo mais aprofundado e sistemático que investigasse, de forma mais específica, a influência das TICs no processo de ensino e aprendizagem da matemática, especialmente no ensino da geometria espacial.

O ensino de geometria espacial no Ensino Médio impõe desafios adicionais, uma vez que muitos estudantes apresentam dificuldades em compreender propriedades geométricas, áreas, volumes e relações espaciais, sobretudo quando o ensino se restringe a abordagens excessivamente teóricas e descontextualizadas. Diante disso, torna-se imprescindível a adoção de estratégias de ensino que valorizem a visualização, a manipulação e a interação dos alunos com os objetos matemáticos, favorecendo a construção significativa do conhecimento.

As transformações decorrentes do avanço das tecnologias da informação e comunicação têm ampliado as possibilidades metodológicas no ensino de matemática. Ambientes de geometria dinâmica, como o software GeoGebra, permitem a construção, manipulação e exploração de sólidos geométricos em tempo real, favorecendo a compreensão de invariantes geométricos e o desenvolvimento do raciocínio espacial. Quando articulados a materiais didáticos manipuláveis, esses recursos possibilitam a transição entre o concreto e o abstrato, aspecto fundamental para a aprendizagem da geometria espacial, conforme defendem autores da educação matemática e as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Diante dessas reflexões, a pesquisa se organiza em torno da seguinte questão norteadora: *Em que termos a estratégia de ensino com a utilização do software GeoGebra associado a materiais didáticos manipuláveis, para o ensino da geometria espacial, repercutem na aprendizagem dos alunos do 2º ano do Ensino Médio?*

Conforme a problemática a pesquisa tem como objetivo geral: Evidenciar a articulação do software GeoGebra associado a materiais didáticos manipuláveis como estratégia de ensino da geometria espacial, dinamiza as aulas de matemática e traz resultados positivos para a aprendizagem dos alunos do 2º ano do Ensino Médio.

A pesquisa tem como objetivos específicos: Apresentar o software GeoGebra evidenciando a sua contribuição para a compreensão dos conceitos matemáticos e para a construção dos sólidos geométricos nas aulas de matemática. Constatar a importância da relação da área, volume e materiais didáticos manipuláveis, com o auxílio do software GeoGebra, desenvolvendo competências e contribuindo para construção de um pensamento crítico. Mostrar que há evidências na melhoria da aprendizagem da matemática com a inserção das TICs nas aulas dos alunos do componente curricular da matemática.

O tema apresenta relevância social, educacional e científica, uma vez que busca oferecer subsídios teórico-metodológicos que possam contribuir para a melhoria das práticas docentes e das condições de ensino da matemática nessa localidade. Espera-se que os resultados desta pesquisa possam compor uma literatura acessível a professores em exercício e em formação, incentivando a adoção de práticas pedagógicas inovadoras.

A dissertação está organizada em cinco capítulos na linha de pesquisa: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias. Com a orientação do professor Dr. Edson Jorge de Matos. Também foi construído um ebook, que é nosso produto, que contêm nossa estratégia de ensino da geometria espacial com o título: *Estratégia de ensino da geometria espacial por meio do GeoGebra associados a materiais didáticos manipuláveis.*

O ebook consiste em manual para professores de matemática no ensino da geometria espacial no 2º ano do Ensino Médio, onde ele é um roteiro de construção de sólidos geométricos no software Geogebra, com ilustrações e imagens, descrevendo o passo a passo para construir os sólidos que foram propostos na estratégia de ensino, nele costa os procedimentos a serem adotados nas aulas para ministrar o conteúdo da geometria espacial.

O primeiro capítulo trata-se de um memorial que descreve a trajetória do pesquisador, suas experiencias pessoais e profissionais vivenciadas com a Pandemia da COVID-19, sua trajetória profissional e estudantil até esse momento.

O segundo capitulo trata-se da geometria espacial, conteúdos da geometria que são ensinados no segundo ano do Ensino Médio e foram descrito através de obras renomadas como *Geometria*, de Antônio Caminha Muniz Neto (SBM, 2012 e 2022), utilizada como base no curso de Geometria do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT); *Medida e forma em geometria*, de Elon Lages Lima (SBM, 2011); *A matemática do Ensino Médio – Volume 2*, de Eduardo Wagner, Augusto Cezar de Oliveira Morgado e Paulo Cezar Pinto Carvalho (SBM, 2022); e *Fundamentos de Matemática Elementar – Volumes 9 e 10*, de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo (Atual, 2013).

O terceiro capítulo, remete-se a Tecnologias e Educação, nele descrevemos sobre tecnologias, em especial as TICs e os materiais didáticos manipuláveis (MDM), tomamos como referenciais como Soffner (2013) e Moran (2007), que oferecem diferentes perspectivas sobre as TICs; Borba (2010), Além de Valente (2013), Bicudo (2012) dentre outros.

O quarto capítulo, trata-se da metodologia, nele descrevemos os momentos da pesquisa e da estratégia de ensino que propomos como intervenção, usando um e-book, que é o produto de nossa pesquisa, com o objeto que norteara nossa estratégia de ensino.

O quinto capítulo, é o resultado e análise desses dados da pesquisa, nele apresenta os principais resultados da pesquisa destacando a implementação de nossa estratégia de ensino da geometria espacial, e matematizando o desempenho dos indivíduos nos testes diagnósticos com o proposito de deixar explicito o resultado da pesquisa.

Por fim, nas considerações finais, é discutida a relevância da pesquisa, retomando a discussão sobre o tema principal, mostrando os resultados da intervenção, tecendo comentários a respeito dos pontos positivos e negativos da pesquisa.

CAPÍTULO I

1. MEMORIAL

1.1. Minha Infância e a Matemática

Nasci em Igarapé-Açu, município do Nordeste Paraense. Sou de uma família de seis irmãos, filho de uma costureira e de um servidor público estadual, motorista de caçamba. Minha mãe dividia seu tempo entre as encomendas de costura e o acompanhamento das tarefas escolares, minhas e de meu irmão mais novo, sempre me incentivou nos estudos. Ela possuía o Ensino Fundamental completo, enquanto meu pai tinha o Ensino Fundamental incompleto. Apesar disso, foi ele o grande incentivador para minha aproximação com a área da Matemática.

Iniciei o Ensino Fundamental no ano de 1986, período marcado pela ditadura militar. Como estudava pela manhã, era necessário chegar às 7h em ponto para organizar a fila. Por ser pequeno, eu me posicionava sempre no início e evitava atrasos, pois a diretora fiscalizava rigorosamente a entrada e chegava a puxar a orelha de quem não se comportava. Também estendíamos os braços para medir a distância na fila e cantávamos o hino nacional com letra correta. À época, como criança, eu não compreendia o significado de tais ações; tudo parecia apenas parte da rotina escolar. Quando a pessoa é criança tudo é motivo de sorrisos.

Dentro da sala, sentava-me sempre nas primeiras cadeiras, porque eu gostava de estudar, assim prestaria atenção melhor nas palavras do professor. Os assentos estudantis eram um conjunto de mesa com sua cadeira acoplada, mas também tinham modelos com duas mesas e duas cadeiras acopladas, que sentavam duas crianças. Eu achava bonitas e interessantes.

Durante minha infância vivi uma experiência marcante relacionada ao incentivo à Matemática. Quando eu tinha cerca de dez anos, meu pai me apresentou um algoritmo que havia construído. Em seus raros momentos de folga, ele costumava brincar comigo e meu irmão. Certa vez, disse: “Meus filhos, eu vou fazer uma multiplicação com esse número (12345679) e um outro **X,** e o resultado dará o número que vocês escolherem de forma repetida.”

O X é condicionado à escolha do número que irá dar como resultado a repetição do mesmo algarismo, onde tal número você escolherá dentre os numerais {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}. Como nos exemplos abaixo: Exemplo 1: Digamos, ao escolher 2 como resultado ele fazia a multiplicação, conforme a figura 1.1:

Figura 1.1: Algoritmo 2

$$\begin{array}{r} 12345679 \\ X\,18 \\ \hline 98765432 \\ +12345679 \\ \hline 222.222.222 \end{array}$$

Fonte: Construído pelo autor 2025

Exemplo 2: Digamos, ao escolher 7 como resultado ele fazia a multiplicação, conforme a figura 1. 2:

Figura 1.2: Algoritmo 2

$$\begin{array}{r} 12345679 \\ X\,63 \\ \hline 37037037 \\ +74074074 \\ \hline 777.777.777 \end{array}$$

Fonte: Construído pelo autor 2025

Ao observar aquele algoritmo, fiquei profundamente impressionado. A partir desse momento, meu interesse pela matemática se intensificou.

Na escola, eu era um aluno aplicado e esforçado, buscando sempre alcançar notas altas; não aceitava menos de oito. Nesse período, tive aulas com o professor Pedro, na 3^a serie (4^o Ano), do Ensino Fundamental I, foi uma experiência motivadora. O professor fazia competições de tabuadas de multiplicação, como a maioria das crianças gostam de incentivos, eu não era diferente: passava o final de semana estudando multiplicação.

O professor sabia ensinar matemática de maneira simples; marcou minha vida estudantil. Inconscientemente, eu estava gostando da profissão de professor, ele me inspirava. Na quinta série do Fundamental II, tive contato com mais professores, e comecei a ser aprendiz de marceneiro na marcenaria de meu irmão Francisco, aos 12 anos. Dividia meu tempo entre marcenaria, os estudos e futebol. Quando passei para o 3º Ano do Ensino Médio, antigo Magistério, aos 18 anos já era um marceneiro profissional. Construía estantes, guarda-roupas, dentre outros. Meu ensino médio foi marcado por greves constantes de professores.

1.2 A luta pela aprovação no Vestibular.

No ano de 1999 comecei a participar dos processos seletivos das universidades UEPA e UFPA. Meus pais me incentivavam de formas contrárias. Minha mãe dizia: "meu filho, para quê você está estudando? Você não tem condições financeiras de se manter em outra cidade". Ela falava isso, porque eu tinha um sonho de estudar na UFPA-Campus Castanhal, pois em minha concepção iria aprender Matemática por acreditar que a UFPA tinha melhores professores. Minha mãe não era ruim, mas é claro que ela não queria que eu sofresse. Meu pai era diferente, ele falava: "Estude meu filho, Deus vai lhe ajudar é o que eu posso fazer por você é incentivar!". Ele torcia muito pelo meu sucesso!

Em 2001 eu trabalhava como marceneiro e entrei em um cursinho que funcionava no prédio da UEPA à noite, o preço da mensalidade era acessível, e no final do ano não passei na UEPA. No início do ano de 2002 obtive, mais uma chance na UFPA. Em meu julgamento a prova era mais difícil; tinha uma dificuldade maior, pois o teste da UEPA era de múltipla escolha, com todas as disciplinas, enquanto o da UFPA era das disciplinas específicas e dissertativas, em duas etapas. A primeira etapa continha as provas de Língua Portuguesa, Literatura, Matemática e Redação, e a segunda etapa, em dois dias, as disciplinas de Biologia, Química e Física, no segundo dia, e no terceiro, História, Geografia.

Na primeira etapa saí muito bem; passei com boa nota. Tive, um problema de saúde, com uma úlcera no estômago. Após o ocorrido, surgiu o dilema: fazer ou não a segunda etapa do processo. Um de meus irmãos mais velhos, que na época era conhecido como Sargento Granado, me fez uma promessa: caso eu fosse admitido, ele pagaria uma semana de passagens para Castanhal durante todo curso. Tomei como motivação e fiz a segunda etapa, sendo classificado na decima nona colocação. Ele manteve a promessa até o dia da minha formatura.

O interessante nesse período que as Universidades tinham poucas vagas, a concorrência era muito grande. Em minha cidade, Igarapé-Açu, poucas pessoas eram selecionadas no vestibular da UFPA. Quem conseguia esse feito, virava celebridade nas ruas. Lembro-me de um fato que vivenciei em uma padaria. Como temos a cultura de raspar a cabeça ao ser aprovado[1], as pessoas identificavam facilmente os calouros, e, como minha cidade é pequena, a facilidade de reconhecer alguém era grande. Um grupo de pessoas conversava na padaria sobre o resultado do processo seletivo da UFPA, comentando que poucas pessoas haviam passado na cidade, quando me notaram no recinto, fez-se um comentário em voz alta: “Esse rapaz é muito inteligente, mas também é doido, passou em Matemática na UFPA!”.

No primeiro semestre de 2002 comecei a estudar na UFPA e, em paralelo, estudava para concursos públicos, continuando a trabalhar na marcenaria. Em julho fui aprovado no concurso para Escrivão da Polícia Civil, mas fiquei com receio de assumir, pois tinha um curso a concluir e meu pai havia pedido para eu não seguir essa carreira. Ele pediu para eu fosse professor, pois seria um orgulho para ele. Meu pai estava doente nesse ano e, em dezembro, acabei perdendo-o.

No decorrer das disciplinas no curso de Matemática, tive muitas realizações; constatei que era o curso que eu queria. Certo dia, um professor exigente, marcou as provas de Álgebra Linear e Álgebra Moderna. Os meus amigos de classe reclamaram com o professor sobre o pouco tempo para estudar, afirmando que só tinham o turno da tarde para estudar. No meu caso, eu trabalhava no turno tarde, das 14 h às 20 h. Fiquei preocupado com as provas, mas uma fala do professor me motivou: ele indagou. “O que vocês fazem de oito da noite até as seis da manhã?”. A turma respondeu em coro: “Nós dormimos”. O professor, sorrindo, concluiu:

[1]. Pois é cultural em nossa região, os homens rasparem a cabeça a serem aprovados no vestibular.

"Então durmam menos". Isso me inspirou a estudar mais, pois aprendi na minha vida que não posso me vitimizar em tudo, precisamos superar os obstáculos que surgem. Segui o conselho do professor: dormir menos e estudei mais. Criei estratégias de fazer resumos dos capítulos dos livros propostos como referência e conseguir construir conhecimentos matemáticos. Por meio disso, obtive notas excelentes.

Em 2005, no último ano do curso, fui comtemplado com o primeiro emprego como professor de Matemática, foi na Prefeitura Municipal de Igarapé-açu, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Odete Barbosa Marvão. Nesse período tive uma experiencia com a primeira avaliação dos meus primeiros alunos. Era uma turma de sexto ano, no primeiro bimestre, meu sentimento de professor era o melhor, pensava que os alunos estavam aprendendo tudo, tinha feito um conjunto de atividades que iria compor a avaliação, e dentre elas estava o teste escrito, que tinha o peso cinco. Ao corrigir o teste, deparei-me com muitas notas baixas, entrei em desespero; se continuasse desse jeito, iria reprovar quase toda turma. Refletir sobre como estava corrigindo as tarefas e percebi que considerava as questões certas quando o aluno acertava toda questão. Então passei a corrigir com uma grade de correção, e as notas tiveram uma melhora digna, condizendo com a realidade da aprendizagem dos alunos. Daí em diante, passei a refletir sobre minha ação em sala, reconstruindo quando necessário, as minhas estratégias de ensino e as avaliações da aprendizagem de meus alunos.

No final de 2005 construí meu trabalho de conclusão de curso (TCC), com o tema "Ajuste de Curvas pelo Método dos Mínimos Quadrados", em parceria com os discentes Mario e Paulo, amigos de minha classe. Foi gratificante; aprendi conteúdos de cálculo numérico e cálculo diferencial que se entrelaçaram na pesquisa. No final de 2005 apresentamos o TCC e recebemos o conceito "excelente".

No ano de 2006 como ainda não havia passado em concurso para professor resolvi fazer processo seletivo da UEPA, minha esposa estava grávida de nossa primeira filha e havia pedido para eu tentar Medicina. Falei a ela que não tinha vocação para ser médico, então eu prestei para Pedagogia, pois pensei que seria bom para aprender conhecimentos pedagógicos para o concurso da SEDUC-PA. Fui classificado em segundo lugar, e minha nota passaria para Medicina; minha esposa ficou muito chateada comigo. Mas eu acreditava que meu futuro era ser professor de Matemática e iniciei o curso de Pedagogia no início de 2007.

Nesse mesmo ano fui abençoado com o nascimento de minha primeira filha, Vitória Isabely. Mas fiquei sem o emprego de professor; continuei sendo marceneiro e abri, com um grupo de amigos, um cursinho pré-vestibular "Brasil Escolha Certa". Esse período como coordenador e professor do cursinho me ajudou na preparação para os futuros processos seletivos. Tinha de estudar os conteúdos de ensino básico para as construções dos planos de aula e preparação do material dos alunos. Foi período com muitos obstáculos, mas tinha a renda das aulas ministradas no cursinho e a renda das construções dos móveis na marcenaria de meu irmão. Esse período foi de muita aprendizagem. Refleti e resolvi me qualificar. Nesse período comecei a cursar uma especialização em Matemática Aplicada na UFPA-Campus Castanhal, no período das férias escolares. O curso tinha um objetivo de preparar os discentes para o processo seletivo do mestrado em matemática aplicada. Minha pesquisa da monografia teve como título: “Modelagem matemática das populações de Castanhal e Igarapé-Açu”. Na pesquisa usamos mínimos quadrados e ajuste de curvas para modelar as populações. Tivemos bons resultados e conseguimos ter estimativas das populações futuras semelhantes com a do IBGE. Foi um curso excelente.

1.3. A busca de uma aprovação em concurso público para professor de matemática.

Após a especialização tomei a decisão de estudar apenas para concurso e priorizei aprovação em concurso público para professor de matemática. Em 2007 abriu o concurso da prefeitura de Igarapé-Açu, prestei concurso para dois cargos, para agente administrativo e para professor de matemática, pois as provas eram em turnos diferentes. Obtive sucesso nos dois cargos. Mas não fui convocado no mesmo ano. No final desse ano foi aberto o concurso da Prefeitura de São Francisco do Pará, me inscrevi para professor de matemática, fui classificado, mas dias depois o concurso foi anulado.

No início do ano de 2008, as coisas melhoraram e tive uma experiência incrível: fui professor do Ensino Fundamental I, no 4º ano. Aprendi muito com as crianças. Estava ali para ensinar, mas aprendi muitos ensinamentos que levarei para toda minha carreira. Nesse ano foi aberto o concurso da Prefeitura Municipal de Marituba; inscrevi-me para professor de matemática, fui admitido, mas dias depois o concurso também foi anulado. No mesmo período foi aberto o concurso da UEPA, para agente administrativo, e o concurso C-125 da SEDUC-PA, para professor de matemática, e obtive a glória de ser contemplado nos dois concursos. No mês de junho, fui convocado pelo concurso da Prefeitura de Igarapé-Açu, para o cargo de agente administrativo. Como já havia passado no concurso da SEDUC-PA, assinei desistência para que uma amiga assumisse o cargo em meu lugar. Em julho, no dia do aniversario de minha filha, recebi a notícia da minha convocação no concurso da SEDUC-PA. Foi um presente maravilhoso. Em novembro do mesmo ano recebi a notícia da convocação no concurso da Prefeitura de Igarapé-açu, agora no cargo de professor. Finalizei o ano com dois empregos de professor foi um ano abençoado.

Comecei a trabalhar no mês de agosto de 2008 com muita alegria e sensação de realização, mas não desistir de fazer meu mestrado. Nesse início cansativo da jornada de trabalho, não tive como continuar o curso de Pedagogia e assinei minha desistência na Universidade.

1.4 A Experiência em um grupo de pesquisa de educação matemática.

Em 2011 prestei um processo seletivo para professor supervisor do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), cujo professor responsável era o Dr. Emerson Batista Gomes. Fui selecionado e, de 2011 a 2019, participei de um grupo de pesquisa chamado Grupo Colaborativo de Educação Matemática (GCEM). Esse período foi de grande aprendizagem; evoluí muito na carreira após as experiências vivenciadas nesse grupo.

Em 2013 aprovamos um artigo no evento: IV Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática **(**SHIAM)**.** Que ocorreu na UNICAMP, em Campinas, de 10 a 12 de julho de 2013. Apresentar o trabalho foi muito gratificante e motivador.

1.5. Ser pai, professor e a pandemia COVID-19.

Em 2016 aconteceu fatos de muita alegria em minha vida, minha filha havia trocado de escola e iniciado o Ensino fundamental II na escola que trabalho e tornou-se minha aluna; minha esposa estava se formando em Enfermagem; e nasceu meu filho caçula, Vitor Neto.

A experiência de ser professor de minha filha nas séries do 6º, 7º, 8º ano do Ensino Fundamental e no 2º ano do Ensino Médio foi maravilhosa para mim, enquanto pai e professor. Para ela os desafios eram maiores e a cobrança em dobro. Aprendi muito a ponderar e me colocar no lugar dela, profissionalmente evoluí bastante, pois essa experiência se tornou um arcabouço para outras situações que viria a enfrentar. Como pai, tive maior aproximação com minha filha, o que é um presente para qualquer pai. Simultaneamente, meu filho ia crescendo e completou 3 anos em 2019. Nesse período, as mídias começavam a mencionar a COVID-19 na China. Pensávamos que não chegaria ao Brasil.

Em março de 2020 as aulas nas escolas municipais e estaduais de Igarapé-Açu foram paralisadas. Tivemos de ficar em casa, e acabei cuidando de meus dois filhos. Minha esposa, por ser Enfermeira e acreditar que poderia ajudar as pessoas, continuou trabalhando.

Nesse período tive pensamentos obscuros de extrema tristeza como pai, sem saber do futuro, mas a esperança como professor de que dias melhores viriam foi mais forte. Eu preparava as aulas para meus filhos: exercícios de vestibular para minha filha e atividades de educação infantil para meu filho, utilizando site educativos e ensinando-o a ler as sílabas. Foi uma experiência incrível em meio à tragédia que foi a COVID-19.

1.6. A Experiência de estar secretário de educação em igarapé-Açu.

Em 2019 ocorreram mudanças políticas no município de Igarapé-Açu, quando o prefeito foi afastado por indícios de irregularidades e o vice-prefeito assumiu a gestão. No ano de 2020, com o início da pandemia da COVID-19, a situação se tornou ainda mais delicada. Em março as aulas foram suspensas e fiquei em casa por quatro meses com meus dois filhos, enquanto minha esposa continuava trabalhando. Nesse período também fui infectado pelo vírus, conseguindo se recuperar posteriormente. Em maio de 2020 o prefeito interino faleceu vítima da COVID-19, assumindo o cargo o então presidente da Câmara Municipal, Normando Menezes.

Em julho de 2020 fui convidado pelo novo prefeito para assumir a secretaria municipal de educação de Igarapé-Açu, tomando posse no dia 22 daquele mês. No mês de novembro o prefeito interino venceu as eleições municipais e permaneceu na gestão do município. Durante esse período foram organizadas as condições para o retorno gradual das aulas presenciais, considerando as exigências sanitárias e a necessidade de adequação dos prédios escolares.

Dentre as implementações importantes na gestão, foi a criação do cursinho municipal de Igarapé-Açu, denominado "João Cleiber do Nascimento", em homenagem a um ex-diretor da Escola Estadual Cônego Calado, que faleceu durante a pandemia. O cursinho contou com a participação de diversos professores e apresentou resultados expressivos. No primeiro ano de funcionamento cerca de 70% dos alunos foram aprovados em universidades públicas, como UFPA, UFRA, UFOPA, IFPA e UEPA. Nos anos seguintes, entre 2022, 2023 e 2024, o percentual de aprovação chegou a aproximadamente 75%, contribuindo para ampliar significativamente o número de estudantes do município ingressando no ensino superior, especialmente na UEPA.

Em 2022 as aulas da rede municipal retornaram de forma presencial e foram desenvolvidos projetos de recomposição de aprendizagem em Matemática e Língua Portuguesa, com o objetivo de minimizar os impactos educacionais causados pela pandemia. Também foram implementados projetos nas áreas de artes, música, bandas marciais e informática básica, ampliando as oportunidades educativas e contribuindo para o aumento das matrículas na rede municipal.

Em 2024, como resultado do trabalho coletivo entre professores, gestores, técnicos pedagógicos, pais e alunos, o município de Igarapé-Açu conquistou o selo ouro de alfabetização**,** concedido pelo programa Compromisso Nacional Criança Alfabetizada, reconhecimento recebido em Brasília.

Ao final da gestão, entre 2020 e 2024, a experiência à frente da Secretaria Municipal de Educação foi marcada por desafios e importantes conquistas. Nesse período foram reformadas 34 escolas, construídas três novas unidades e o município foi contemplado com a construção de uma creche por meio do programa estadual Creche por Todo Pará, fortalecendo a infraestrutura educacional e contribuindo para o desenvolvimento da educação municipal.

1.7. A Qualificação do professor de matemática.

No ano de 2023 retornei meus estudos: cursei uma especialização em Gestão Escolar, Supervisão e Orientação Pedagógica e Educacional. Nesse mesmo ano fui aprovado no Mestrado Profissional em Matemática PROFMAT 2024, ou seja, no ENA 2024. Iniciei o meu mestrado no primeiro semestre, com as disciplinas de Matemática Discreta e Números e Funções.

Esse período foi muito difícil: Eu precisava estudar para mestrado, atuar como Secretário de Educação, ministrar aulas como professor da rede estadual de ensino e ainda cursar qualificação para diretor da rede Estadual. Estudava das 21h às 1h todos os dias. Aprendi muito no PROFMAT- UFPA/Campus Bragança. Os professores são excelentes, fazem muitas cobranças para que os discentes se dediquem às disciplinas e se prepararem para o Exame Nacional de Qualificação (ENQ), que é muito temido. Isso foi instigante para mim; dediquei-me muito para aprender e obter suporte para ajudar meus alunos a construírem conhecimento, podendo ensinar Matemática com muita propriedade.

No segundo semestre, cursei as disciplinas de Aritmética e Geometria. Nesse período também concluí o curso de Direção Escolar, com aprovação no processo seletivo final. Durante o curso de verão foi cursada a disciplina de Resolução de Problemas, voltada à preparação para o Exame Nacional de Qualificação (ENQ), experiência considerada muito positiva e que superou as expectativas.

Em 14 de março de 2025 foi realizado o primeiro ENQ (2025.1), porém não houve aprovação. Apesar da frustração inicial, o resultado serviu como motivação para intensificar os estudos e rever estratégias de preparação para a próxima tentativa. No primeiro semestre de 2025 iniciaram-se as disciplinas de Geometria Analítica e Fundamentos de Cálculo, mas grande parte da dedicação foi direcionada à preparação para o novo exame. Durante as férias elaborei um planejamento de estudos com revisões das provas anteriores.

O segundo ENQ (2025.2) ocorreu em 8 de agosto de 2025. Nesse mesmo período iniciaram-se as disciplinas de Cálculo e de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Foi proposto pela professora Dra. Edilene, na disciplina de TCC, a construção de uma estratégia de ensino, com uma atividade de intervenção em uma turma do ensino fundamental. A proposta desenvolvida na disciplina de TCC resultou na produção de um artigo científico, que se tornou uma experiência marcante e serviu como base para a futura dissertação.

No dia 1º de setembro de 2025 veio a notícia da aprovação no ENQ, representando a conquista após um período de grande dedicação aos estudos. A intervenção desenvolvida na atividade da disciplina de TCC, tratou do ensino de sólidos geométricos com o uso do GeoGebra associado a materiais manipuláveis, resultando no artigo intitulado "Sólidos Geométricos: uma estratégia de ensino com o auxílio do GeoGebra e materiais manipuláveis"**.**

O trabalho foi aprovado para apresentação na IV Semana Acadêmica de Matemática de Castanhal (SAMATC), na Universidade Federal do Pará, Campus Castanhal. A apresentação gerou debates e contribuições importantes dos pesquisadores presentes, reforçando a relevância da experiência pedagógica desenvolvida.

A produção do trabalho científico possibilitou compreender que o ensino de matemática exige experimentação, reflexão e reconstrução constante de estratégias. A experiência no PROFMAT contribuiu para transformar a visão sobre o ensino de Matemática, reforçando a ideia de que Matemática e Educação devem caminhar juntas e que a busca pelo conhecimento é um processo de construção contínuo e enriquecedor.

CAPÍTULO II

2. GEOMETRIA

2.1. Fundamentação Teórica

O desenvolvimento dos capítulos seguintes será pautado e norteado por referências teóricas, em especial pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC 2018). Serão apresentados argumentos matemáticos fundamentados em obras de reconhecida relevância na área, como *Geometria*, de Antônio Caminha Muniz Neto (SBM, 2012 e 2022), utilizada como base no curso de Geometria do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT); *Medida e forma em geometria*, de Elon Lages Lima (SBM, 2011); *A matemática do Ensino Médio – Volume 2*, de Eduardo Wagner, Augusto Cezar de Oliveira Morgado e Paulo Cezar Pinto Carvalho (SBM, 2022); e *Fundamentos de Matemática Elementar – Volumes 9 e 10*, de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo (Atual, 2013). Essas obras serão empregadas como suporte teórico e instrumental na construção do conhecimento matemático, subsidiando as deduções realizadas por meio da utilização do software GeoGebra na experimentação da sequência didática proposta.

De acordo com a BNCC (2018), o estudo da geometria envolve a compreensão e a aplicação de diversos procedimentos, conceitos e raciocínios necessários à resolução de problemas relacionados à realidade física e a diferentes áreas do conhecimento.

O ensino da geometria no Ensino Fundamental desempenha um papel fundamental na formação do raciocínio lógico e da percepção espacial dos estudantes, possibilitando-lhes compreender e interpretar com maior clareza os fenômenos presentes em seu cotidiano.

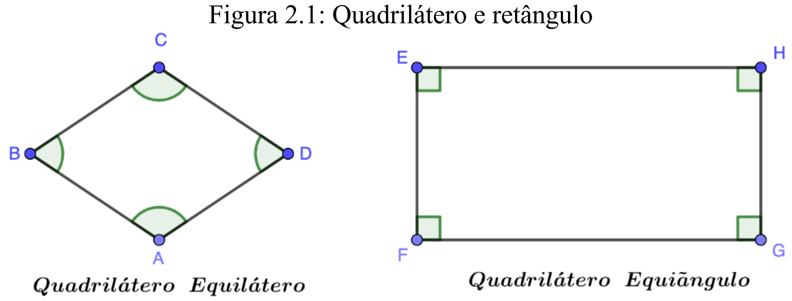
De acordo com Lima (1991), o termo "Geometria" tem origem grega e significa "medida da terra", expressão que evidencia sua natureza prática e histórica.

Para Muniz Neto (2022), a inserção da geometria nos currículos escolares se justifica por quatro razões essenciais: a pragmática, relacionada às suas aplicações no dia a dia e nas ciências; a cultural, pela importância histórica de obras como *Os Elementos*, de Euclides; a metodológica, pela forma sistemática com que organiza o conhecimento matemático; e a matemática, por constituir fundamentos teóricos indispensáveis à compreensão das demais áreas da disciplina.

2.2 Polígono regular

Um polígono regular é um polígono que é equilátero e equiângular. Com isso queremos dizer que todos os seus lados são congruentes (equilátero) e todos os seus ângulos são congruentes (equiângular).

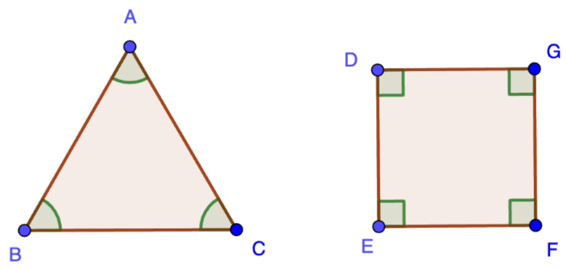
Figura 2.1: Quadrilátero e retângulo



Fonte: Construídas pelo autor 2025

Um polígono convexo é regular se, e somente se, tem todos os lados congruentes (é equilátero) e todos os ângulos congruentes (é equiângulo). Veja o exemplo de um triangulo regular, que é equilátero, e um quadrilátero regular.

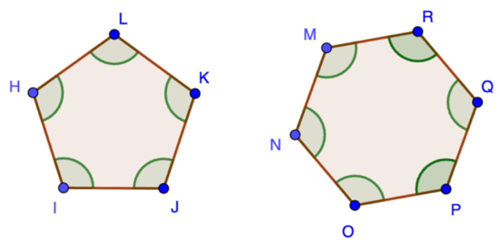
Figura 2.2: Triângulo e quadrado



Fonte: construída pelo autor 2025

Veja o exemplo de um pentágono regular e um hexágono regular.

Figura 2.3: Pentágono regular e hexágono regular



Fonte: Construída pelo autor 2025

2.2.1 Áreas de polígonos

A área de uma região plana é um número positivo que mede o espaço ocupado por essa região. O objetivo principal é estabelecer um modo operacional de calcular áreas, especialmente de polígonos, com base em propriedades fundamentais. Para que o conceito de área seja útil, ele deve satisfazer quatro propriedades básicas

1.Polígonos congruentes têm áreas iguais**.**

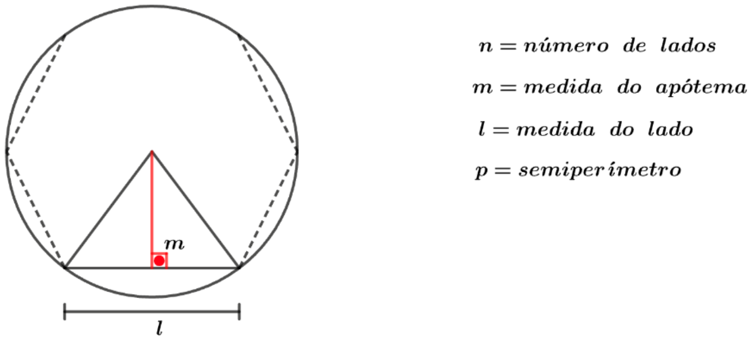
2.Aditividade: se um polígono convexo é particionado em um número finito de polígonos convexos sem interseção interior, a área total é a soma das áreas das partes.

3.Monotonicidade: se um polígono contém outro em seu interior, sua área é maior.

4.Normalização: a área de um quadrado de lado 1 cm é igual a 1 cm^2.

Seja um polígono regular de n lados de medidas iguais a ℓ e de apótema de medida m.

Figura 2.4: Polígono regular



Fonte: Construído pelo autor 2025

Podemos decompor esse polígono em n triângulos de base ℓ e altura m. Então:

$$\begin{cases} A_{pol} = n.A_{\Delta} \\ A_{\Delta} = \dfrac{\ell.m}{2} \end{cases} \Rightarrow A_{pol} = \frac{n.\ell.m}{2}$$

Sendo $n.\ell = 2p\ (perímetro)$, vem: $A_{pol} = \frac{2p.m}{2} \Rightarrow A_{pol} = p.m$

2.2.2 Hexágono regular

A área de um hexágono regular de lado L é a reunião da área de 6 triângulos equiláteros de lado L. Sendo $\boldsymbol{A_{\Delta\, equilátero}} = \frac{L^2\sqrt{3}}{\mathbf{4}}$, temos:

$$\boldsymbol{A_{Hexágono}} = \mathbf{6}.\boldsymbol{A_{\Delta\, equilatero}} = \frac{6.L^2\sqrt{3}}{\mathbf{4}} \Rightarrow \boldsymbol{A_{Hexágono}} = \frac{3.L^2\sqrt{3}}{\mathbf{2}}$$

2.3 Áreas de algumas figuras planas

2.3.1 Área do quadrado

Com essas propriedades, conclui-se que um quadrado de lado $n \in \mathbb{N}$ pode ser particionado em n^2quadrados unitários, logo sua área é

$$A_n = n^2.$$

Em seguida, considera-se um quadrado de lado racional $\frac{m}{n}$. Ao organizar n^2desses quadrados, forma-se um quadrado maior de lado m e área m^2. Pela aditividade, obtém-se:

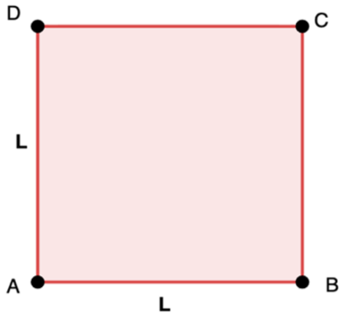
$$A_{\frac{m}{n}} = \left(\frac{m}{n}\right)^2.$$

Essa ideia sugere que a área de um quadrado de lado l qualquer deve ser l^2. Para confirmar isso, aproxima-se l por números racionais x_ke y_k, com $x_k < l < y_k$e diferença arbitrariamente pequena. Construindo quadrados de lados x_ke y_k, um contido no outro, usa-se a monotonicidade para obter: $x_k^2 < A_l < y_k^2$.

Como x_k^2e y_k^2convergem para l^2, conclui-se que a diferença entre A_l e l^2 pode ser tornada tão pequena quanto se queira. Portanto, $A_l = l^2$.

Um quadrado de lado l tem área l^2.

Figura 2.5: Quadrado.



Fonte: Construídas pelo autor 2025

$$\mathrm{A(ABCD) = L.L = L^2}$$

$$\mathrm{A(ABCD) = L^2}$$

2.3.2 Área do retângulo

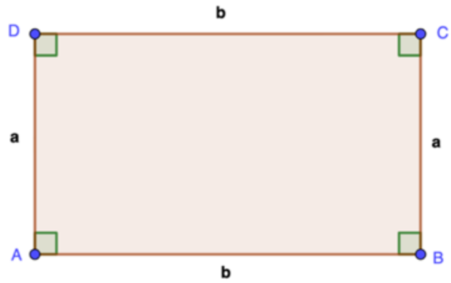
Um argumento semelhante ao utilizado para o quadrado permite demonstrar que a área de um retângulo de lados a e b é igual a ab. Inicialmente, considera-se um retângulo com lados $m, n \in \mathbb{N}$. Ao particioná-lo em mnquadrados de lado 1, conclui-se, pela aditividade da área, que sua área é mn. Em seguida, analisa-se um retângulo com lados racionais $\frac{m_1}{n_1}$ e $\frac{m_2}{n_2}$. Utilizando $n_1\, n_2$ cópias desse retângulo, constrói-se um retângulo maior de lados m_1e m_2, cuja área é $m_1 m_2$. Como essa área é a soma das áreas das cópias menores, obtém-se:

$$A = \frac{m_1 m_2}{n_1 n_2} = \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2}.$$

Por fim, para um retângulo de lados reais $a, b > 0$, aproximam-se ae b por números racionais $x_k < a < y_k$e $u_k < b < v_k$, com diferenças arbitrariamente pequenas. Usando retângulos racionais contidos no retângulo dado e que o contenham, obtêm-se desigualdades que mostram que tanto a área Aquanto o produto abpertencem a intervalos cada vez menores. Como a diferença $\mid A - ab \mid$pode ser tornada menor que qualquer $\frac{1}{k}$, conclui-se que: $A = ab$. Assim, fica estabelecido rigorosamente que a área de um retângulo é o produto das medidas de seus lados.

Um retângulo de lado a e b tem área ab

Figura 2.6: Retângulo



Fonte: Construídas pelo autor 2025.

$$A(ABCD) = a.b$$

2.3.3 Área do triângulo

Seja ABC um triângulo de lados $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ e alturas h_a, h_b, h_c, respectivamente relativas aos lados a, b, c. Então,

$$A(ABC) = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}.$$

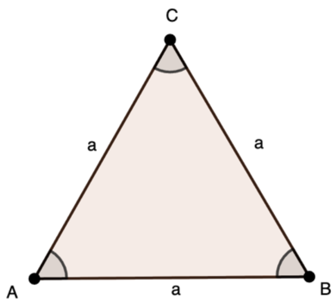
Em particular, $A(ABC) = ah_a = bh_b = ch_c$

2.3.4 Casos especiais de triângulos

1. Área do triângulo equilátero.

Um triângulo equilátero de lado a, tem altura $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ e sua área A é então:

Figura 2.7: triângulo

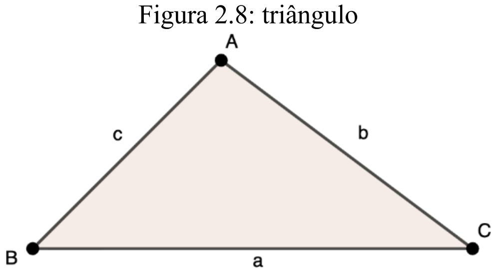


Fonte: Construído pelo autor 2025

$$A = \frac{1}{2}\text{a}\,.\frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad \Rightarrow \qquad A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

2. Fórmula de Heron para o cálculo de áreas de triângulos onde se conhecem a medida dos três lados.

Figura 2.8: triângulo

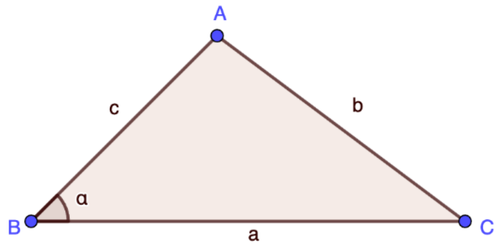


Fonte: Construído pelo autor 2025.

$A = \sqrt{P.(P-a)(p-b)(p-b)}$, onde p é um semiperímetro e $p = \frac{a+b+c}{2}$

3. Fórmula para o cálculo das áreas de triângulos que se conhecem a medida de dois lados e a do ângulo formado por eles.

Figura 2.9: triângulo



Fonte: Construído pelo autor 2025

$$A = \frac{a.c.\operatorname{sen}\alpha}{2}$$

2.4 Círculo

2.4.1 Área do círculo

A unidade inicia-se com a questão sobre o significado do número π. Historicamente, π foi introduzido por Euler, no século XVIII, como a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro. Contudo, adota-se aqui uma definição moderna e equivalente: $\boldsymbol{\pi}$ é a área do círculo de raio 1.

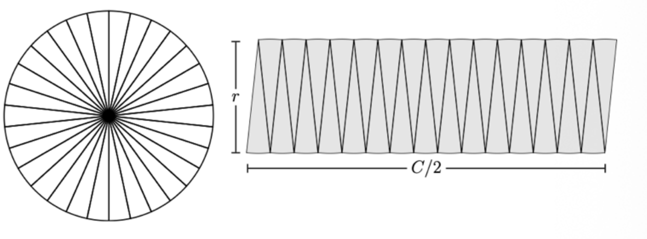
Essa definição permite obter diretamente a fórmula da área de qualquer círculo. Como todos os círculos são figuras semelhantes, um círculo de raio r é semelhante ao círculo unitário, com razão de semelhança igual a r. Sabendo que as áreas de figuras semelhantes variam com o quadrado da razão de semelhança, se Sé a área de um círculo de raio r, então: $\frac{S}{\pi} = r^2$. Assim, conclui-se que a área de um círculo de raio ré dada por: $S = \pi r^2$.

O número π é aproximadamente igual a 3,1416. Por fim, anuncia-se um teorema importante: a área do círculo pode ser caracterizada como o limite das áreas de polígonos regulares inscritos no círculo, à medida que o número de lados cresce indefinidamente.

2.4.2 Comprimento da circunferência

O comprimento de uma circunferência é o número real cujas aproximações por falta são os perímetros dos polígonos regulares inscritos nela. A figura a seguir mostra como obter experimentalmente o comprimento de uma circunferência de raio *r* a partir do fato que a área do círculo correspondente é conhecida. Decompomos o círculo em um número par bastante grande de setores e arrumamos esses setores na forma sugerida pela figura à direita.

Figura 2.10: Círculo com número par de setores



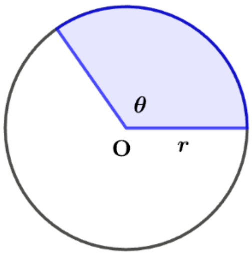
Fonte: Geometria (Muniz Neto 2022)

Sendo C o comprimento da circunferência, a figura formada pelos setores arrumados é aproximadamente um paralelogramo de base $\frac{C}{2}$ e altura r. Igualando as áreas temos $\frac{C}{2} \cdot r = \pi \cdot r^2$, ou seja, o comprimento de uma circunferência de raio $\boldsymbol{r}$ é:

$$\mathrm{C} = 2\pi\mathrm{r}.$$

2.4.3 Setor circular

Figura 2.11: Setor Circular,



Fonte: Construído pelo autor 2025.

2.4.3.1 Área do setor circular

A área A de um setor de raio r é proporcional ao ângulo central correspondente, θ. Devemos ter, portanto, $A = k.\theta$, onde k é uma constante. Para descobrir essa constante observemos que, quando $\theta = 2\pi$ (radianos), então $A = \pi r^2$. Assim, $\pi r^2 = k \cdot 2\pi$ e encontramos $k = \frac{r^2}{2}$. A área do setor é $A = \frac{\theta r^2}{2}$

2.5 Geometria espacial: Áreas

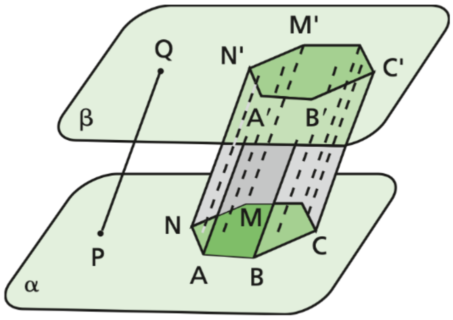
Áreas dos sólidos simples dentre eles os prismas, pirâmides, cilindros, cones e a esfera.

2.5.1. Prisma

Definição:

Consideremos um polígono convexo (região poligonal convexa) $ABCD \ldots MN$ situado num plano α e um segmento de reta PQ, cuja reta suporte intercepta o plano α. Chama-se prisma (ou prisma convexo**)** a reunião de todos os segmentos congruentes e paralelos a PQ, com uma extremidade nos pontos do polígono e situados num mesmo semiespaço dos determinados por α.

Figura 2.12: hexágono

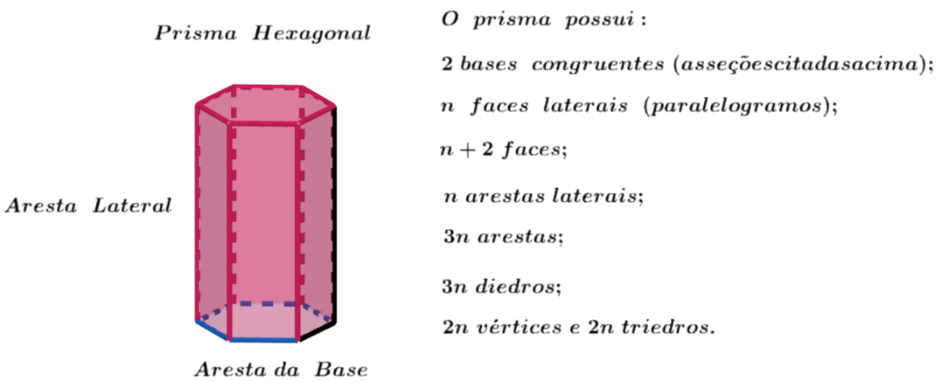


Fonte: Fundamento da matemática elementar vol. 10 (Dolce e Pompeo 2013)

Podemos também definir o prisma como segue:

Elementos de um prisma:

Figura 2.13: Prisma hexagonal



Fonte: Construído pelo autor 2025

Altura: A altura de um prisma é a distância h entre os planos das bases. Devemos observar que para o prisma é válida a relação de Euler:

$$V - A + F = 2$$

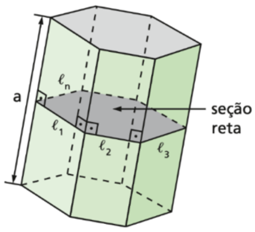
2.5.1.1 Áreas dos prismas

I-Área da base (A_B): é a área do polígono que forma a base do prisma.

II-Área lateral (A_L): é a soma das áreas das faces laterais.

Seja um prisma de aresta lateral medindo a e $\ell_1, \ell_{2,\ldots,}\ell_n$, as medidas dos lados de uma seção reta. Cada face lateral é um paralelogramo de base **a** e altura igual a um lado da seção reta.

Figura 2.14: Prisma.



Fonte: Fundamento da matemática elementar vol. 10 (Dolce e Pompeo 2013)

Assim,

$$A_L = a\ell_1 + a\ell_2 + \cdots . + a\ell_n = (\ell_1 + \ell_2 + ... + \ell_n). a;$$

Sabendo que $(\ell_1 + \ell_2 + ... + \ell_n) = 2p$, onde 2p é o perímetro da seção reta, que é um polígono, e **a** é a medida da aresta lateral.

$$A_L = 2p. a$$

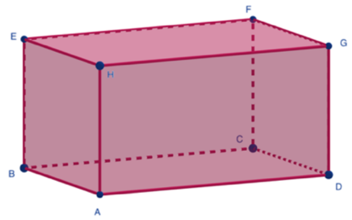
III-Área total (A_T): é a soma das áreas das faces laterais ($\mathbf{A_L}$) com as áreas das bases (duas bases)

$$A_T = A_L + 2. A_B \Longrightarrow A_T = 2p. a + 2. A_B$$

2.5.2 O Paralelepípedo retângulo

O paralelepípedo retângulo (ou simplesmente um bloco retangular) é um poliedro formado por 6 retângulos. Ele fica perfeitamente determinado por três medidas: A sua largura $(\overline{AB} = \overline{HE} = \overline{FG} = \overline{CD} = a)$, seu comprimento $(\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{EF} = \overline{GH} = b)$ e a sua altura $(\overline{AH} = \overline{DG} = \overline{CF} = \overline{BE} = c)$

Figura 2.15**:** Paralelepípedo retângulo

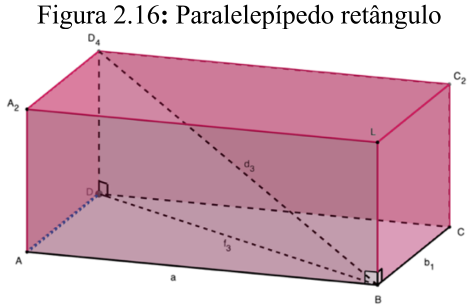


Fonte: Construído pelo autor 2025

2.5.2.1 Diagonal do paralelepípedo retângulo

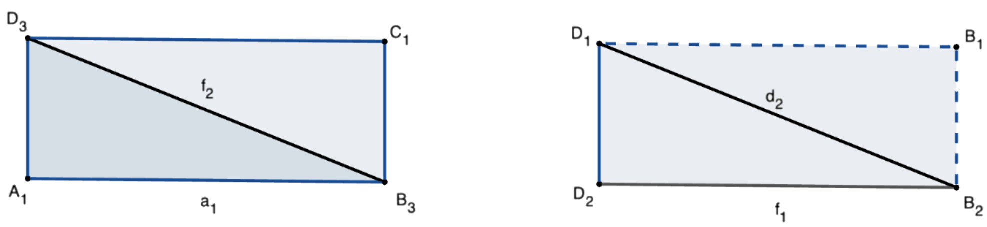
Dado um paralelepípedo retângulo de dimensões a, b e c, calcular as diagonais f_1, f_2 e f_3 das faces, a diagonal d do paralelepípedo.

Figura 2.16**:** Paralelepípedo retângulo



Fonte: Construído pelo autor 2025

Figura 2.17: Diagonais do retângulo



Fonte: Construído pelo autor 2025

Percebemos que as diagonais são hipotenusas de triângulos retângulos, ou seja, são segmentos, então pelo teorema de Pitágoras:

$(\text{Hipotenusa})^2 = (\text{Cateto})^2 + (\text{Cateto})^2$

Sendo f_1 a diagonal da face ABCD, temos:

$$(f_1)^2 = (a)^2 + (b)^2 \ \Rightarrow \ f_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Sendo f_2 a diagonal da face $\mathrm{ABB'A'}(\mathrm{ouDCC'D'})$, temos:

$$(f_2)^2 = (a)^2 + (c)^2 \ \Rightarrow \ f_2 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

Sendo f_3 a diagonal da face $\mathrm{ADD'A'}(\mathrm{ouBCC'B'})$, temos:

$$(f_3)^2 = (b)^2 + (c)^2 \Rightarrow f_3 = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Cálculo da diagonal do paralelepípedo:

$$(d)^2 = (a)^2 + (b)^2 + (c)^2 \Rightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

2.5.2.2 Áreas do paralelepípedo retângulo

I-Área da base ($\mathrm{A_B}$): é a área do polígono que forma a base do Paralelepípedo.

$$\mathrm{A_b} \ = \mathrm{a.b}$$

II-Área lateral ($\mathrm{A_L}$): é a soma das áreas das faces laterais do Paralelepípedo.

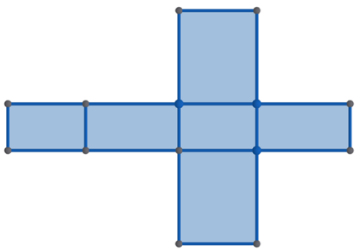
$$\mathrm{A_L} \ = \ 2.\mathrm{a.c} \ + \ 2.\mathrm{b.c}$$

III-Área total ($\mathrm{A_T}$): é a soma de todas as áreas do prisma. Paralelepípedo.

$$\mathrm{A_T} \ = \ \mathrm{A_L} \ + \ 2.\mathrm{A_B} \text{ ou } \mathrm{A_T} \ = \ 2.\mathrm{a.c} \ + 2.\mathrm{ab} + \ 2.\mathrm{b.c}$$

IV-Planificação:

Figura 2.18: Paralelepípedo.

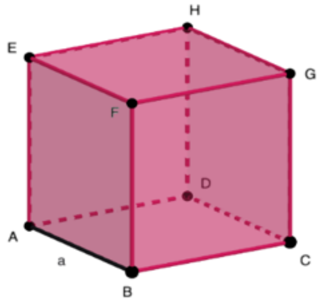


Fonte: Construído pelo autor2025.

2.5.3 Cubo

O cubo é um poliedro formado por 6 quadrados. Ele fica perfeitamente determinado por três medidas: A sua largura ($\overline{AB} = \overline{HE} = \overline{FG} = \overline{CD} = a$), seu comprimento ($\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{EF} = \overline{GH} = a$) e a sua altura ($\overline{AH} = \overline{DG} = \overline{CF} = \overline{BE} = a$), ou seja, as medidas das arestas são iguais.

Figura 2.19: Cubo.

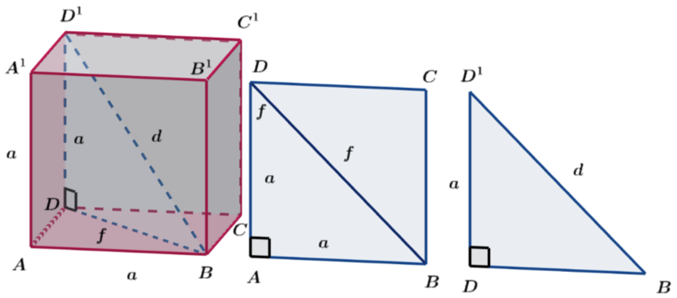


Fonte: construído pelo autor 2025.

2.5.3.1 Diagonal do cubo

Dado um cubo de aresta a calcular sua diagonal d.

Figura 2.20: Cubo



Fonte: construído pelo autor 2025.

Cálculo da diagonal f da face:

Usando o teorema de Pitágoras no triangulo ABD, temos:

$$(\text{Hipotenusa})^2 = (\text{Cateto})^2 + (\text{Cateto})^2$$

$$(\boldsymbol{f})^2 = (a)^2 + (a)^2 \text{ (I)}$$

$$(\boldsymbol{f})^2 = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} \therefore f = a\sqrt{2}$$

Cálculo da diagonal do cubo:

Tomando o triangulo BDD' e usando o teorema de Pitágoras, temos:

$$(\text{Hipotenusa})^2 = (\text{Cateto})^2 + (\text{Cateto})^2$$

$$(\mathrm{d})^2 = (\mathrm{a})^2 + (\mathrm{f})^2 \text{ (II)}$$

De I em II, temos:

$$(d)^2 = (a)^2 + (a)^2 + (a)^2 = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} \therefore d = a\sqrt{3}$$

2.5.3.2 Áreas do cubo.

I-Área da base (A_B): é a área do polígono que forma a base do Cubo. Indicamos por A_B.
a: é medida da aresta da base

$$\mathrm{A_B} = \mathrm{a.a} = a^2$$

II-Área lateral (A_L): é a soma das áreas das faces laterais do Cubo. Indicamos por A_L

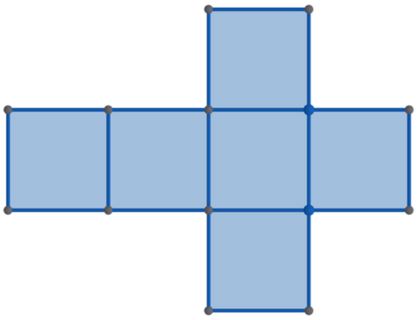
$$\mathrm{A_L} = 4a^2$$

III-Área total (A_T): é a soma de todas as áreas do prisma. Cubo**.** Indicamos por A_T

$$\mathrm{A_T} = 6a^2$$

IV-Planificação:

Figura 2.21: cubo

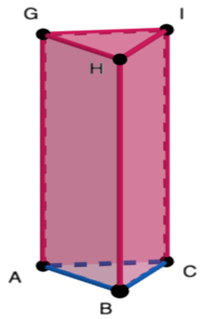


Fonte: construído pelo autor 2025.

2.5.4 Prisma triangular regular

É um prisma cuja base é um triangulo equilátero, e suas faces laterais são retângulos congruentes.

Figura 2.22: Prisma triangular



Fonte: construído pelo autor 2025.

2.5.4.1 Áreas do prisma triangular regular

I-Área da base (A_B): é a área do triangulo equilátero que forma a base do prisma**.**

lado da base (L)

$$\mathrm{A_B} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

II-Área da face lateral ($\mathrm{A_f}$): é a área de um retângulo

medida da altura (h); lado da base (L)

$$\mathrm{A_f} = \mathrm{L.h}$$

III-Área lateral (A_L): é a soma das áreas das faces laterais do prisma triangular**.**

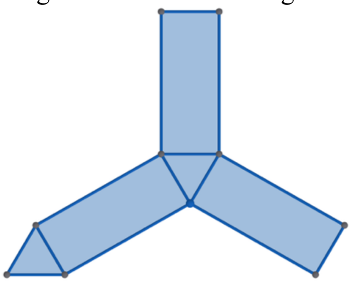
$$\mathrm{A_L} = 3.\mathrm{A_f}$$

IV-Área total (A_T): é a soma das áreas das faces laterais e das bases do prisma triangular.

$$\mathrm{A_T} = \mathrm{A_L} + 2.\mathrm{A_B}$$

V-Planificação:

Figura 2.23: Prisma triangular

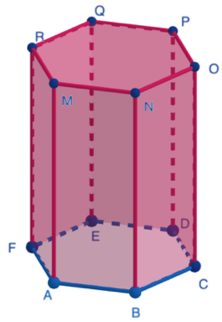


Fonte: construído pelo autor 2025

2.5.5 Prisma hexagonal regular

É um prisma cuja base é um hexágono regular, e suas faces laterais são retângulos congruentes.

Figura 2.24: hexágono regular



Fonte: construído pelo autor 2025.

2.5.5.1 Área do prisma hexagonal regular

I-Área da base (A_B): é a área do hexágono que forma a base do prisma hexagonal.

lado da base (L)

$$A_B = \frac{3L^2\sqrt{3}}{2}$$

II-Área da face lateral (A_f): é a área de um retângulo que forma a face lateral.

medida da altura (h); lado da base (L)

$$A_f = L.h$$

III-Área lateral (A_L): é a soma das áreas das faces laterais do prisma hexagonal.

$$A_L = 6.A_f$$

IV-Área total (A_T): é a soma das áreas das faces laterais e das bases do prisma hexagonal.

$$A_T = A_L + 2.A_B$$

V-Planificação:

Figura 2.25: Planificação do hexágono

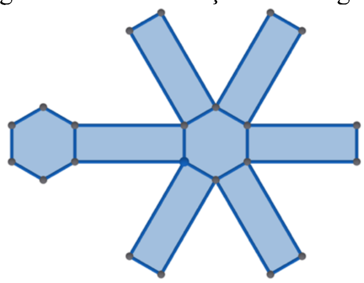
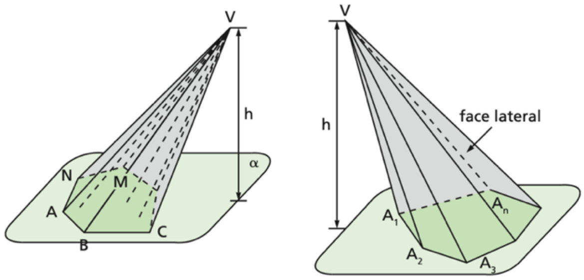


Figura construído pelo autor 2025

2.5.6 Pirâmide

Pirâmide convexa limitada ou pirâmide convexa definida ou pirâmide convexa é a parte da pirâmide ilimitada que contém o vértice quando se divide essa pirâmide pelo plano de uma seção, reunida com essa seção.

Figura 2.26: Pirâmide convexa



Fonte: Fundamento da matemática elementar vol. 10 (Dolce e Pompeo 2013)

2.5.6.1 Áreas da pirâmide

I-Área da base (A_B): é a área do polígono que forma a base da pirâmide

II-Área da face lateral (A_f): é a área de um triângulo que forma a face lateral.

Medida da altura (h) e medida do lado do polígono da base da pirâmide (ℓ)

$$A_f = \frac{\ell . h}{2}$$

III-Área lateral (A_L): é a soma das áreas das faces laterais da pirâmide.

Medidas dos lados do polígono da base da pirâmide ($\ell_1, \ell_{2,....,}\ell_n$); medida da altura da face lateral (h) e medida do semiperímetro (p)

$$A_L = \frac{h\ell_1}{2} + \frac{h\ell_2}{2} + \cdots . + \frac{h\ell_n}{2} = \left(\frac{\ell_1}{2} + \frac{\ell_2}{2} + ... + \frac{\ell_n}{2}\right) . h;$$

Sabendo que $\left(\frac{\ell_1}{2} + \frac{\ell_2}{2} + ... + \frac{\ell_n}{2}\right) = p$, onde p é o semiperímetro da base, que é um polígono, e h é a medida da altura da face lateral.

$$A_L = p . h$$

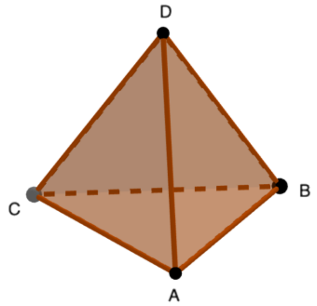
IV-Área total (A_T): é a soma das áreas das faces laterais e das bases do prisma hexagonal.

$$A_T = A_L + A_B$$

2.5.7 Tetraedro

É uma pirâmide cuja faces laterais são quatro triângulos equiláteros.

Figura 2.27: Tetraedro



Fonte: Construído pelo autor 2025

2.5.7.1 Área do tetraedro regular

I-Área da base (A_B): é a área do triangulo equilátero que forma a base do tetraedro. Lado da base (L)

$$A_B = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

II-Área lateral (A_L): é a soma das áreas das faces laterais do tetraedro. Lado da base (L)

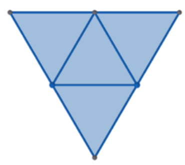
$$A_L = \frac{L^2\sqrt{3}}{4} + \frac{L^2\sqrt{3}}{4} + \frac{L^2\sqrt{3}}{4} = 3.\frac{L^2\sqrt{3}}{4} \quad \therefore A_L = 3.\frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

III-Área total (A_T): é a soma de todas as áreas do tetraedro. O Lado da base (L)

$$A_T = 4.\frac{L^2\sqrt{3}}{4} = L^2\sqrt{3} \qquad A_T = L^2\sqrt{3}$$

IV-Planificação:

Figura 2.28: Planificação do Tetraedro

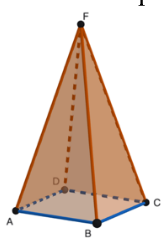


Fonte: Construído pelo autor 2025

2.5.8 Pirâmide quadrangular

É uma pirâmide cuja base é um quadrado

Figura 2.29: Pirâmide quadrangular



Fonte: Construído pelo autor 2025

2.5.8.1 Áreas da pirâmide quadrangular

I-Área da base (A_B): é a área de um quadrado que forma a base do Pirâmide quadrangular

$$\mathrm{A_B} = L^2$$

II-Área da face lateral ($\mathrm{A_f}$): é a área de um triângulo.

medida da altura da face lateral (h); medida do lado do quadrado da base da pirâmide (L)

$$\mathrm{A_f} = \frac{L.h}{2}$$

III-Área lateral (A_L): é a soma das áreas das faces laterais do Pirâmide quadrangular

medida da altura da face lateral (h); medida do lado do quadrado da base da pirâmide (L)

$$\mathrm{A_L} = \frac{L.h}{2} + \frac{L.h}{2} + \frac{L.h}{2} + \frac{L.h}{2} = 4.\frac{L.h}{2} = 2.L.h$$

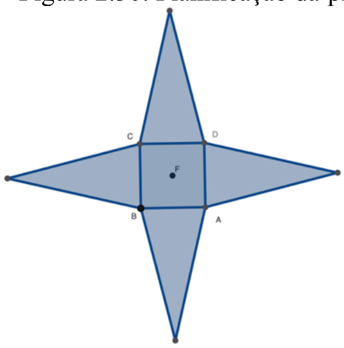
$$\mathrm{A_L} = 2.\mathrm{L.h}$$

IV-Área total (A_T): é a soma de todas as áreas do tetraedro.

$$\mathrm{A_T} = \mathrm{A_B} + \mathrm{A_L}$$

V-Planificação:

Figura 2.30: Planificação da pirâmide

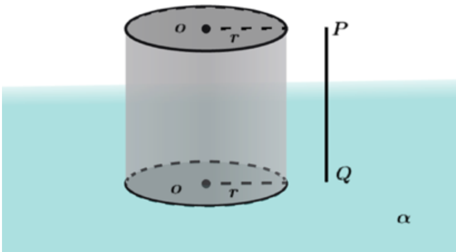


Fonte: Construído pelo autor 2025

2.5.9 Cilindro reto

Consideremos um círculo (região circular) de centro O e raio r, situado num plano a, e um segmento de reta PQ, não nulo, não paralelo e não contido em a. Chama-se cilindro circular ou cilindro à reunião dos segmentos congruentes e paralelos a PQ, com uma extremidade nos pontos do círculo e situados num mesmo semiespaço dos determinados por a.

Figura 2.31: cilindro reto

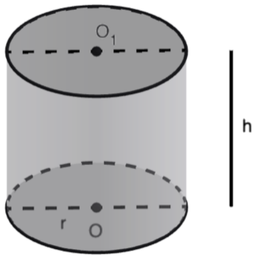


Fonte: Construído pelo autor 2025

2.5.9.1 Classificação

Se as geratrizes são oblíquas aos planos das bases, temos um cilindro circular oblíquo. circular reto. Se as geratrizes são perpendiculares aos planos das bases, temos um cilindro O cilindro circular reto é também chamado cilindro de revolução, pois é gerado pela rotação de um retângulo em torno de um eixo que contém um dos seus lados.

Figura 2.32: cilindro reto



Fonte: Construido pelo autor 2025.

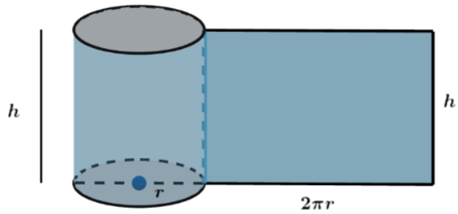
2.5.9.2 Áreas do cilindro reto

I-Área da base (A_B): é a área do círculo que forma a base do cilindro.
pi (π) e raio (r)

$$A_B = \pi r^2$$

II-Área lateral (A_L): é a área de um retângulo. Onde temos pi (π); altura (h) e raio (r)

Figura 2.33: cilindro reto e sua área lateral



Fonte: Construido pelo autor 2025

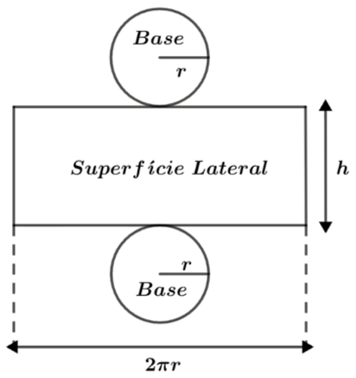
$$A_L = 2\pi rh$$

III-Área total (A_T): é a soma das áreas da base e área lateral.

$$A_T = A_L + 2.A_B$$

IV-Planificação:

Figura 2.34: Planificação do cilindro reto

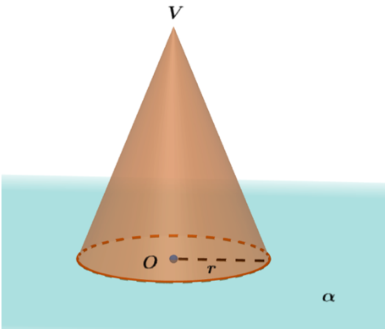


Fonte: Construido pelo autor 2025

2.5.10 Cone

Consideremos um círculo (região circular) de centro O e raio r situado num plano α e um ponto V fora de α. Chama-se cone circular ou cone à reunião dos segmentos de reta com uma extremidade em V e a outra nos pontos do círculo.

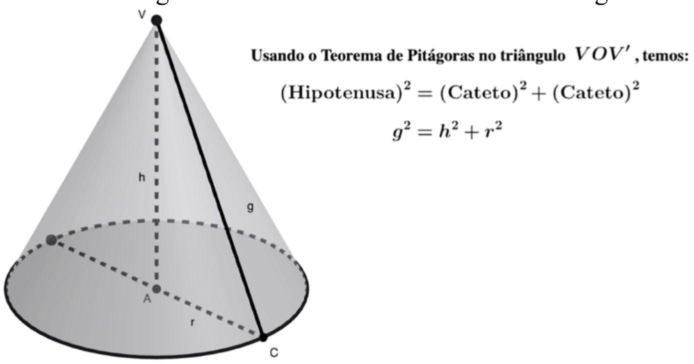
Figura 2.35: Cone reto



Fonte: Construido pelo autor 2025

O ponto V é o vértice; h é a altura g é a geratriz; r é o raio da base; no cone reto o eixo é perpendicular à base (90º).

Figura 2.36: Cone reto e o Teorema de Pitágoras



Fonte: Construido pelo autor

2.5.10.1 Área do cone

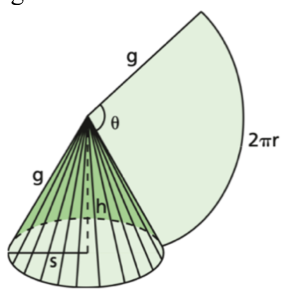
I-Área da base (A_B): é a área de um círculo que forma a base do cone. raio (r) e $pi(\pi)$

$$A_B = \pi r^2$$

II-Área lateral (A_L): é a área de um setor circular. geratriz (g); raio (r) e $pi(\pi)$

$$A_L = \pi r g$$

Figura 2.37: Área lateral do Cone reto



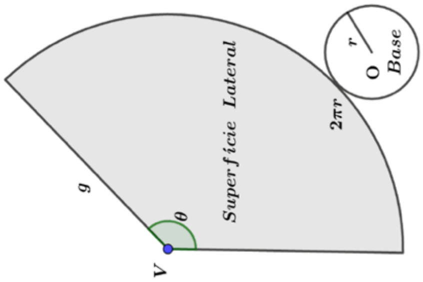
Fonte: Fundamento da matemática elementar vol. 10 (Dolce e Pompeo 2013)

IV-Área total (A_T): É a soma da área lateral com área da base do cone.

$$A_T = A_L + A_B$$

V-Planificação:

Figura 2.38: Planificação do Cone reto

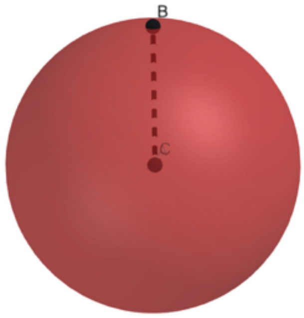


Fonte: Construido pelo autor 2025

2.5.11 Esfera

Consideremos um ponto O e um segmento de medida r. Chama-se esfera de centro O e raio ao conjunto dos pontos P do espaço, tais que a distância OP seja menor ou igual a r. A esfera é também o sólido de revolução gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contém o diâmetro.

Figura 2.39: Esfera



Fonte: Construído pelo autor.2025

2.5.11.1 Superfície da esfera

Chama-se superfície da esfera de centro O e raio r ao conjunto dos pontos P do espaço, tais que a distância OP seja igual a r. A superfície de uma esfera é também a superfície de revolução gerada pela rotação de uma semicircunferência com extremidades no eixo.

2.5.11.2 Área da esfera

I-Área (A): É a soma da área lateral com área da base do cone. Onde temos os componentes: pi (π); altura (h) e raio (r)

$$A = 4\pi r^2$$

II-Planificação da esfera

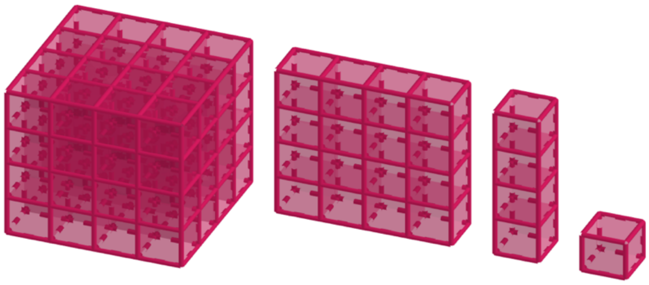
A esfera não possui planificação! Porque a planificação de um sólido é a representação de sua superfície em um plano, sem cortes ou sobreposições, preservando suas proporções.

2.6 Geometria espacial: Volumes

Vamos tratar agora dos volumes dos sólidos simples: prismas, pirâmides, cilindros, cones e a esfera. Intuitivamente, o volume de um sólido é a quantidade de espaço por ele ocupado. Para exprimir essa "quantidade de espaço" através de um número, devemos compará-la com uma unidade; e o resultado dessa comparação será chamado de volume.

A unidade de volume é o cubo de aresta 1.

Figura 2.40: Cubo



Fonte: Construído pelo autor 2025

2.6.1 Volume do paralelepípedo e do cubo

O volume desse paralelepípedo retangular será representado por $\mathrm{V(a, b, c)}$ e como o cubo unitário é um paralelepípedo retângulo cujos comprimento, largura e altura medem 1, então $\mathrm{V(1,1,1) = 1}$.

Para obter o volume do paralelepípedo retângulo, devemos observar que ele é proporcional a cada uma de suas dimensões. Isto quer dizer que se mantivermos, por exemplo, constantes a largura e a altura e se multiplicarmos o comprimento por um número natural n, o volume ficará também multiplicado por n, ou seja,

$$V(na, b, c) = nV(a, b, c).$$

Este fato, constatado para números naturais, também vale para qualquer número real positivo e isto quer dizer que, mantidas constantes duas dimensões de um paralelepípedo retângulo, seu volume é proporcional à terceira dimensão. Logo, sendo a, b e c as dimensões de um paralelepípedo retângulo, temos:

$\mathrm{V(a, b, c) = V(a.1, b, c) = aV(1, b, c) = aV(1, b.1, c) = abV(1,1, c) = abV(1,1, c.1) ==}$
$\mathrm{abcV(1,1,1) = abc.1 = abc}$

Portanto, temos as seguintes conclusões:

1.Volume do paralelepípedo:

$$\mathrm{V} = a.b.c \text{ ou } \mathrm{V} = \mathrm{A_B}.h$$

2.Volume do cubo:

$$V = a^3 = \text{ou } V = A_B . h$$

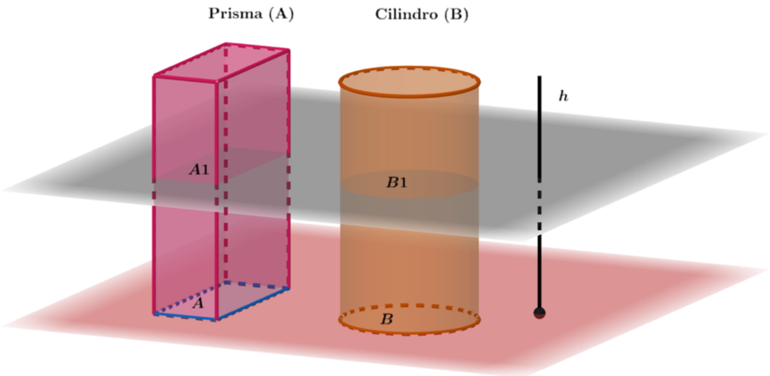
2.6.2 O princípio de Cavalieri

São dados dois sólidos e um plano. Se todo plano paralelo ao plano dado secciona os dois sólidos segundo figuras de mesma área, então esses sólidos têm mesmo volume.

2.6.3 Volume de um prisma.

Consideremos um prisma A de altura h e área da base $A = S$ e um cilindro de altura h e área de base $B = S$ (o prisma e o cilindro têm alturas congruentes e bases equivalentes).

Figura 2.41: O princípio de Cavalieri



Fonte: construído pelo autor 2025.

Suponhamos, sem perda de generalidade, que os dois sólidos têm as bases num mesmo plano α e estão num dos semiespaços determinados por a. Qualquer plano β paralelo a α, que secciona prisma, também secciona cilindro, e as secções (A_1 e B_1, respectivamente) têm áreas iguais, pois são congruentes às respectivas bases.

$(A_1 = A, B_1 = B, A = B = S) \Rightarrow A_1 = B_1$

Então, pelo princípio de Cavalieri, o prisma e o cilindro têm volumes iguais.

$$V_{PRISMA} = V_{CILINDRO}$$

Como $Vp_2 = B_2 . h$, ou seja, $Vp_2 = B . h$, vem $Vp_1 = B . h$ ou, resumidamente: $V = B . h$, assumindo a nomenclatura do texto, ou seja $B = A_B$, temos: $V = A_B . h$

2.6.4 Volume de uma pirâmide

O volume de uma pirâmide é igual a $\frac{1}{3}$ do produto da área da base pela altura.

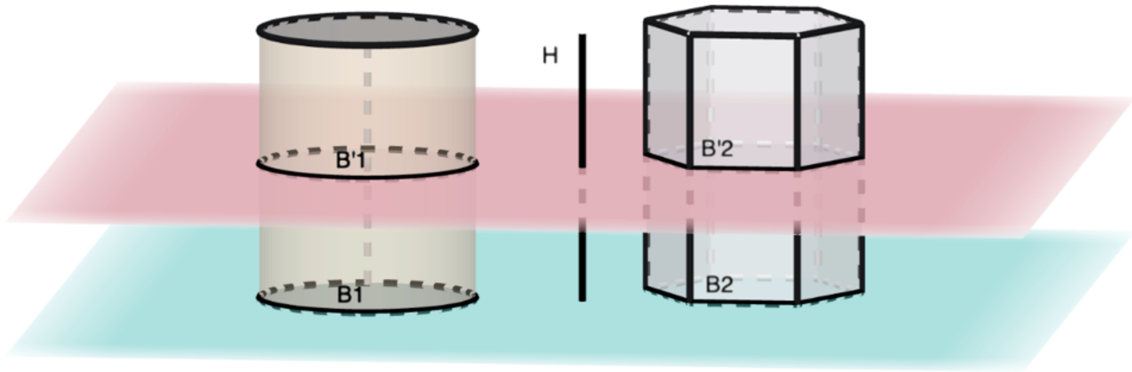
Medida da altura pirâmide (H): $V = \frac{A_B . H}{3}$

Em especial, iremos fazer um estudo no tetraedro e na pirâmide quadrangular.

2.6.5 Volume do cilindro

Consideremos um cilindro de altura h e área da base $B_1 = B$ e um prisma de altura h e área de base $B_2 = B$ (o cilindro e o prisma têm alturas congruentes e bases equivalentes).

Figura 2.42: cilindro reto e o hexágono



Fonte: Construido pelo autor

Suponhamos, que os dois sólidos têm as bases num mesmo plano α e estão num dos semiespaços determinados por α. Qualquer plano β paralelo a α, que secciona o cilindro, também secciona o prisma, e as seções (B'_1 e B'_2, respectivamente) têm áreas iguais, pois são congruentes às respectivas bases.

$$(B'_1 = B_1, B'_2 = B_2, B_1 = B_2 = \mathrm{B}) \Rightarrow B'_1 = B'_2$$

Então, pelo princípio de Cavalieri, o cilindro e o prisma têm volumes iguais.

$$\mathrm{Vcilindro} = \mathrm{Vprisma}$$

Como $\mathrm{Vprisma} = B_2.h$, ou seja, $\mathrm{Vprisma} = \mathrm{B}.h$, vem $\mathrm{Vcilindro} = \mathrm{B}.h$ ou, resumidamente: $\mathrm{V} = \mathrm{B}.h$, assumindo a nomenclatura do texto, ou seja $\mathrm{B} = \mathrm{A_B}$, temos:

$$\mathrm{V} = \mathrm{A_B}.h$$

2.6.6 Volume do cone:

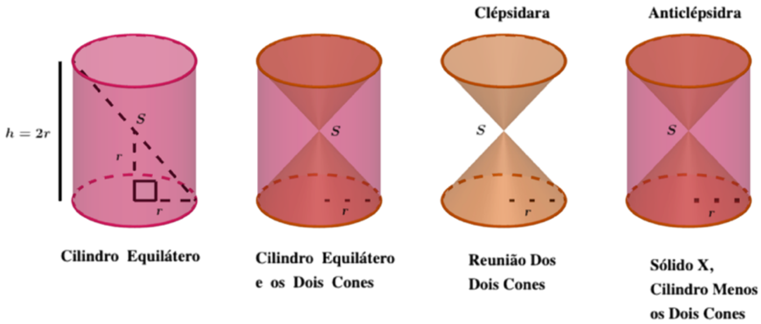
O volume V de um cone é dado pelo produto da área da base por 1/3 pela altura ***h.***; onde pi (π); altura (h) e raio (r)

$$\mathrm{V} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

2.6.7 Volume da esfera

Considera-se um cilindro equilátero de raio da base re altura $2r$, cujo ponto médio **do** eixo é S. Tomam-se dois cones com bases coincidentes com as bases do cilindro e vértice comum em S. A reunião desses cones forma a clépsidra. A parte do cilindro que fica fora dos cones e dentro do cilindro define o sólido X**,** chamado anticlépsidra**.**

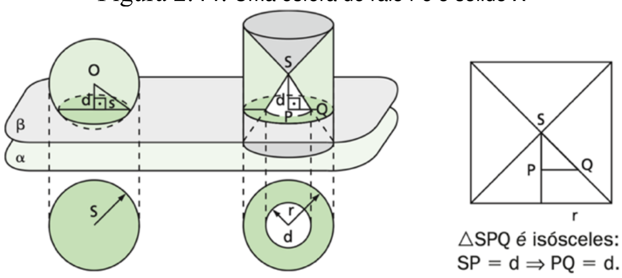
Figura 2.43: Cilindros equiláteros e dois cones; clépsidra e anticlépsidra.



Fonte: Construido pelo autor 2025

Em seguida, considera-se uma esfera de raio r e o sólido X. Supõe-se que a esfera seja tangente a um plano α, que o cilindro que origina o sólido X tenha base nesse plano e que ambos estejam no mesmo semiespaço determinado por α.

Figura 2.44: Uma esfera de raio r e o sólido X



Fonte: Fundamento da matemática elementar vol. 10 (Dolce e Pompeo 2013)

Qualquer plano β, paralelo a α e a uma distância d do centro da esfera (e do vértice S do sólido X), secciona ambos os sólidos. As áreas dessas seções são: **Na esfera**: um círculo de área $A = \pi(r^2 - d^2)$. No sólido X**:** uma coroa circular de área $A = \pi r^2 - \pi d^2 = \pi(r^2 - d^2)$ Como as áreas das seções correspondentes são iguais para todo d, pelo Princípio de Cavalieri**,** a esfera e o sólido X têm volumes iguais**:** $\mathrm{V}_{\text{esfera}} = \mathrm{V}_{\text{sólido X}}$.

O volume do sólido X é calculado como o volume do cilindro menos o volume dos dois cones:

$$V_{\text{sólido X}} = V_{\text{cilindro}} - 2V_{\text{cone}} = \pi r^2 \cdot 2r - 2\left(\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot r\right) = 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Portanto, conclui-se que o volume da esfera de raio ré: $V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$

CAPÍTULO III

3. TECNOLOGIAS E EDUCAÇÃO

3.1. Materiais didáticos manipuláveis no ensino da matemática.

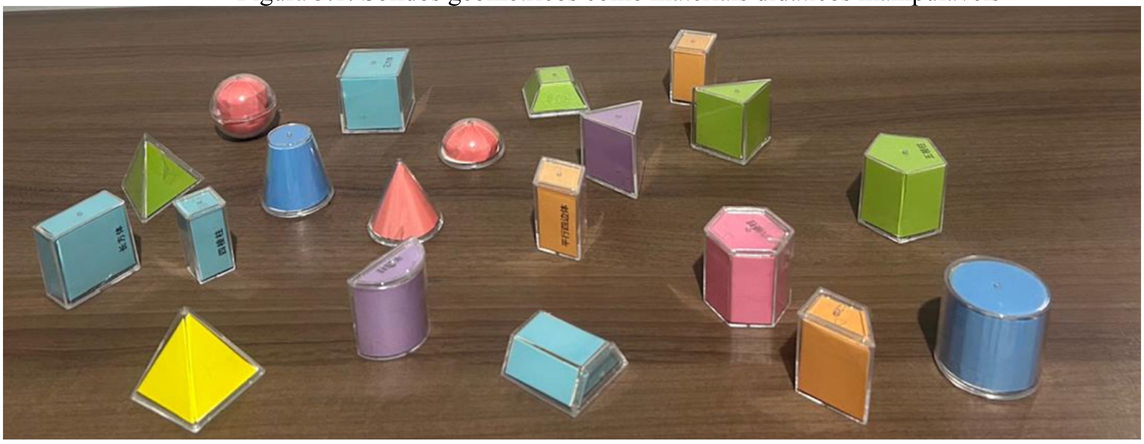
Toda construção humana é um tipo de tecnologia. Tal construção surgi pela necessidade do homem em querer resolver algum problema para si, ou para seu semelhante. Ela pode ser feita de forma empírica ou de forma cientifica.

O termo tecnologia possui a mesma raiz etimológica de técnica, sendo formado pela junção dos vocábulos *techné* e *logos*. Essa origem evidencia a distinção entre o simples saber fazer e o fazer fundamentado no raciocínio e no conhecimento científico. A tecnologia, nesse sentido, vai além da execução prática, pois envolve a reflexão crítica sobre a técnica, buscando sua compreensão, aperfeiçoamento e aprimoramento contínuo. Sob outra perspectiva conceitual, a técnica representa a intervenção do ser humano na natureza, constituindo um dos principais elementos que o diferenciam dos demais seres vivos. Ao criar ferramentas que ampliam suas capacidades e sentidos, o ser humano desenvolve aquilo que se denomina tecnologia. (Soffner, 2013).

No contexto educacional, algumas construções tecnológicas são caracterizadas como materiais didáticos manipuláveis, os quais possuem cunho pedagógico e têm como objetivo facilitar o processo de ensino e aprendizagem de determinados temas ou conteúdos. Como exemplo, podem-se citar os sólidos geométricos produzidos por meio de impressoras 3D, que apresentam espaçamento interno destinado ao armazenamento de sua planificação em papel, permitindo sua manipulação. Esse tipo de material, a depender da forma como é utilizado pelo professor, pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Espacial no ensino básico.

Observa-se o potencial dos materiais didáticos manipuláveis, uma vez que a abstração inerente à Matemática constitui uma das principais dificuldades enfrentadas pelos alunos durante sua aprendizagem. Com o intuito de tornar o conhecimento matemático mais acessível, o professor busca estratégias que envolvam o uso desses materiais de forma prática, possibilitando ao aluno o contato direto e a exploração dos objetos conforme as atividades previamente planejadas. Tal abordagem estimula a curiosidade e favorece a compreensão dos conceitos matemáticos, evidenciando a importância dos materiais didáticos manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A Figura 3.1 apresenta os sólidos geométricos utilizados como materiais didáticos manipuláveis durante o processo de intervenção da estratégia de ensino.

Figura 3.1: Sólidos geométricos como materiais didáticos manipuláveis



Fonte: Construído pelo autor 2025

O material manipulável está presente como material didático no Ensino Fundamental, conforme a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018), nas habilidades (EF01MA07) e (EF01MA08), tendo como objetivo criar um ambiente propício para a construção do conhecimento sobre o sistema de numeração decimal, bem como para o desenvolvimento de estratégias de cálculo e formas de registro. A BNCC (2018) não menciona o material manipulável para o Ensino Médio. Porém entendemos que esses objetos possuem um grande potencial comprovado no ensino fundamental, então utilizamos como recurso didático no Ensino Médio com o propósito de evidenciar a importância dele, tecendo uma articulação com o software GeoGebra.

Todo material didático possui um impacto variável sobre os alunos, uma vez que essa influência depende tanto das características individuais de cada estudante quanto da forma como o professor utiliza esse recurso pedagógico. Assim, mesmo ao trabalhar com o mesmo material, existem diferenças pedagógicas entre uma aula em que o professor apenas explica o conteúdo, utilizando o material didático como ilustração, e outra em que os alunos interagem diretamente com ele. Embora o recurso seja o mesmo, a segunda abordagem tende a apresentar melhores resultados para a formação dos alunos, pois o contato direto com o material didático favorece observações e reflexões mais significativas, permitindo que cada estudante realize suas próprias descobertas em seu próprio ritmo e consolide com maior facilidade os conhecimentos construídos durante as atividades (Lorenzato, 2012).

3.2. O uso das tecnologias da informação e comunicação (TIC) no ensino básico.

Em meados da década de 1970, com o advento da microinformática, houve a redução dos custos de aquisição de computadores, o que possibilitou sua maior acessibilidade às instituições escolares. Paralelamente, surgiram linguagens de programação mais simples e próximas da linguagem humana, facilitando o acesso de usuários iniciantes. Nesse período, desenvolveu-se, nos Estados Unidos, a linguagem denominada BASIC, a qual favoreceu a criação e a elaboração de softwares educativos com o objetivo de ensinar conteúdos curriculares das escolas.

Nesse cenário, destaca-se Seymour Papert, influenciado pelo construtivismo de Jean Piaget, que defendeu o uso do computador como recurso pedagógico capaz de tornar concretos conhecimentos anteriormente considerados abstratos. Papert criou a linguagem LOGO com o propósito de favorecer a construção de conceitos matemáticos e geométricos, promover o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e introduzir crianças e jovens no universo da programação. Para o autor, a tecnologia computacional amplia as possibilidades de aprendizagem, bem como o desenvolvimento cognitivo e emocional dos estudantes (Haidt, 1995).

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), temos que:

> A utilização de calculadoras e de audiovisuais como recursos para o ensino e a aprendizagem da matemática começou a atrair o interesse de pesquisadores em EM com mais intensidade a partir dos anos de 1970. O aparecimento de novas tecnologias como o computador, a televisão e a internet tem levado educadores matemáticos a tentar utilizá-las no ensino. A partir da década de 1990, surge, então, uma nova terminologia no meio educacional: TICs. As TICs resultam da fusão das tecnologias de informação, antes referenciadas como informática, e as tecnologias de comunicação, denominadas anteriormente como telecomunicações e mídia eletrônica. Elas envolvem a aquisição, o armazenamento, o processamento e a distribuição da informação por meios eletrônicos e digitais, como rádio, televisão, telefone e computadores. (Fiorentini e Lorenzato, 2012, p. 45)

Conforme a afirmação de Fiorentini e Lorenzato, as TICs vem ao longo dos anos se destacado e conquistando seu espaço no âmbito da educação matemática, ampliando as possiblidades de construção de estratégias de ensino com a utilização delas.

No contexto brasileiro, as tecnologias digitais configuram-se como um recurso fundamental para a melhoria da educação, uma vez que possibilitam, entre outros aspectos, a produção de materiais instrucionais pelos educadores e a adoção de novas estratégias de ensino que favorecem a aprendizagem e a colaboração entre os estudantes. O advento da internet em escala global, da inteligência artificial e dos diversos dispositivos inteligentes marca o início de uma nova era educacional. Diante desse cenário, cabe aos designers instrucionais e aos educadores explorar o potencial das tecnologias digitais avançadas para transformar os processos educacionais, assegurando uma educação eficaz e eficiente, acessível a todos, em qualquer tempo e lugar (Trindade; Feitosa, 2024).

As tecnologias da informação e comunicação (TIC) não apenas influenciam o contexto em que ocorre o processo educativo e disponibilizam recursos eficazes para a aprendizagem, como também configuram novos ambientes de ensino, atuando como mediadoras da relação pedagógica. Esses ambientes, estruturados a partir do uso dessas tecnologias, rompem com as limitações espaciais e temporais da escola tradicional e demandam a reformulação de sua proposta pedagógica, especialmente no que se refere ao currículo, às metodologias e aos processos de avaliação (Soffner; Chaves, 2010).

O uso das tecnologias da informação e comunicação (TIC), como os softwares de geometria dinâmica, tem contribuído de forma significativa para despertar o interesse dos alunos do ensino básico pela Matemática, além de favorecer o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. O contato frequente dos estudantes com essas tecnologias em ambientes domésticos, geralmente voltados ao entretenimento, também reforça positivamente sua inserção no contexto educacional, uma vez que desperta a curiosidade e o engajamento dos próprios discentes quanto ao uso desses recursos no ensino da Matemática.

As discussões acerca da inserção das TICs em ambientes educacionais têm se intensificado nos últimos anos. De acordo com Bicudo (2012), o crescimento da incorporação das TIC no contexto educacional amplia e diversifica suas formas de utilização, ao mesmo tempo em que suscita questionamentos e reflexões sobre suas implicações pedagógicas.

A necessidade de constante reconstrução das práticas docentes, exigida pelo cenário educacional contemporâneo, tem-se acentuado em decorrência das transformações sociais e das demandas do mundo do trabalho. A evolução das tecnologias contribui de forma significativa para a reorganização dos processos de ensino e aprendizagem, tornando-os mais consistentes e promovendo mudanças no ambiente educacional, de modo a torná-lo mais atrativo e motivador para a construção do conhecimento.

Para Moran (2007), o professor possui muitas opções de metodologias e uma gama de possibilidades de construir uma integração das tecnologias e procedimentos metodológicos de forma inovadora, diversificando a maneira de ministrar as aulas, facilitando a compreensão dos alunos.

De acordo com Bicudo (2012), a renovação da prática docente, assim como a definição de novos objetivos e funções da educação escolar, envolve necessariamente a consideração das TICs. Torna-se, portanto, inviável ignorar que a utilização dessas tecnologias no ensino tem provocado profundas transformações nas abordagens pedagógicas, na dinâmica das aulas e nas formas de pensar.

Conforme a BNCC (2018), a sociedade contemporânea é profundamente influenciada pelos avanços tecnológicos. A computação e as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) fazem parte do cotidiano das pessoas de maneira cada vez mais intensa, estando presentes não apenas nos ambientes de trabalho e nas instituições escolares, mas também em objetos do dia a dia, como telefones celulares, eletrodomésticos, veículos e até vestimentas. Ademais, uma parcela significativa do conhecimento produzido pela humanidade encontra-se armazenada em formato digital, evidenciando o papel central que as tecnologias digitais desempenham tanto no mundo produtivo quanto na vida cotidiana, tendência que tende a se intensificar nos próximos anos.

As constantes transformações provocadas por essas tecnologias, bem como seus impactos nas formas de comunicação, influenciam diretamente a organização da sociedade e o mundo do trabalho. A rapidez e a flexibilidade das relações sociais, em níveis local e global, afetam de maneira significativa a formação das novas gerações. Diante desse contexto, torna-se fundamental proporcionar aos jovens, aprendizagens que capacitem a atuar em uma sociedade em permanente mudança, preparando-os para profissões que ainda não existem, para o uso de tecnologias que ainda serão desenvolvidas e para a resolução de desafios ainda desconhecidos. Nesse sentido, espera-se que muitas das profissões do futuro estejam relacionadas, direta ou indiretamente, à computação e às tecnologias digitais.

3.3 GeoGebra e o ensino da geometria espacial.

De acordo com Souza e Gravina (2009), no ensino e na aprendizagem da Geometria existem softwares que disponibilizam sistemas dinâmicos, denominados ambientes de geometria dinâmica. Nesses ambientes, os objetos geométricos são construídos com o auxílio de régua e compasso virtuais e podem ser manipulados diretamente na tela do computador, conferindo dinamismo às construções realizadas. Esse "desenho em movimento" possibilita evidenciar os invariantes que decorrem implicitamente do processo de construção.

O GeoGebra constitui um software livre e gratuito voltado ao ensino e à aprendizagem da Matemática. Desenvolvido com a finalidade de integrar, em um único ambiente, áreas tradicionalmente abordadas de forma isolada, como Geometria, Álgebra, Cálculo, Estatística e Probabilidade, o GeoGebra apresenta como uma de suas principais características o caráter dinâmico, que permite a manipulação dos objetos construídos sem que as relações matemáticas estabelecidas sejam alteradas. Tal dinâmica favorece a visualização e a interação, possibilitando ao estudante compreender de forma mais clara a inter-relação entre os conceitos matemáticos e tornando o processo de aprendizagem mais significativo.

Desenvolvido há 25 anos por Markus Hohenwarter, o GeoGebra consolidou-se rapidamente como uma das ferramentas digitais mais utilizadas mundialmente no ensino da Matemática. O software disponibiliza diversos ambientes de trabalho integrado, que se complementam entre si. A janela de Geometria permite a construção e exploração de figuras geométricas, como pontos, retas, polígonos e circunferências, favorecendo a análise de propriedades e relações. A janela de Álgebra apresenta equações, coordenadas e expressões associadas aos objetos construídos, estabelecendo uma ligação direta entre as representações algébrica e gráfica. O recurso de gráficos de funções possibilita a representação e análise de diferentes tipos de funções, incluindo o estudo de interceptos, máximos, mínimos e variações.

Esse software corroborar com o que a BNCC (2018) menciona:

> Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas, softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos. (BRASIL, 2018, p. 298)

Além disso, o GeoGebra conta com o sistema de Cálculo Algébrico Simbólico (CAS), que permite a resolução de equações, o cálculo de derivadas e integrais, bem como a simplificação de expressões. A visualização em três dimensões possibilita a criação e manipulação de sólidos, superfícies e gráficos espaciais, ampliando a compreensão da Matemática além do plano. O ambiente de planilhas e estatística oferece recursos para inserção e análise de dados, construção de tabelas e gráficos estatísticos, enquanto o módulo de probabilidade disponibiliza simulações e distribuições probabilísticas para o estudo desse campo. A Figura 3.2 ilustra o software GeoGebra.

Figura 3.2: Software GeoGebra

Fonte: Geogebra (2025)

Na parte superior da tela inicial do GeoGebra, você encontrará o ícone da Calculadora. Ao clicar nele, serão exibidas diversas opções, entre elas, temos os ícones na figura 3.3.

Figura 3.3: Software GeoGebra recursos

Fonte: Geogebra (2025)

Por ser uma ferramenta acessível e multiplataforma, disponível para computadores, dispositivos móveis e uso online, o GeoGebra contribui para transformar o ensino da Matemática em uma experiência mais visual, prática e investigativa. O software permite que professores desenvolvam atividades interativas e que os estudantes formulem e testem hipóteses, identifiquem padrões e construam conhecimentos de forma autônoma e exploratória.

3.4 Estratégia de ensino da geometria espacial

No contexto educacional, Material Didático Manipulável (MDM) constituem recursos pedagógicos utilizados com a finalidade de facilitar o processo de ensino e aprendizagem de determinados conteúdos. Entre esses materiais, destacam-se os sólidos geométricos produzidos por meio de impressoras 3D, que possibilitam a manipulação concreta e a exploração de suas planificações. Neste caso específico, estamos assumindo os Sólidos Geométricos, como Materiais Didáticos Manipuláveis (MDM), pois além de serem sólidos, eles possuem planificações internas de papelão que possuem dobraduras, do objeto específico, que podem ser removidas e manipuladas dependendo da vontade e necessidade do individuo. Veja a Figura 3.4

Figura 3.4: Materiais Didáticos Manipuláveis

Fonte: construído pelo autor (2025)

A articulação entre os materiais didáticos manipuláveis e os recursos digitais, em especial o software GeoGebra, por apresentar uma dinâmica que integra o simbólico e o concreto, motiva e incentiva o discente a produzir os sólidos no ambiente virtual com maior autonomia, nos motivou a construir a estratégia de ensino da Geometria Espacial por meio do GeoGebra associados a materiais didáticos manipuláveis (MDM).

Nesse processo, cada construção pode ser remodelada de acordo com a investigação individual do objeto, a partir da observação e da coleta de dados. Com o êxito nas construções virtuais, o estudante torna-se apto a realizar novas tentativas de construção sem a associação direta ao material didático manipulável, evidenciando maior segurança, autonomia e a consolidação de uma aprendizagem significativa.

CAPÍTULO IV

4. METODOLOGIA

4.1 Caracterização do lócus da pesquisa

A pesquisa foi realizada na unidade Escolar Estadual Cônego Calado, localizada na Avenida Barão do Rio Branco, nº 1454, na zona urbana do município de Igarapé-Açu, no estado do Pará. O município integra a região Nordeste Paraense, possui uma área territorial de aproximadamente 785,983 km² e conta com cerca de 37.797 habitantes, conforme dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Igarapé-Açu está situado a aproximadamente 110 km da capital do estado, Belém.

Figura 4.1: Escola Estadual Cônego

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.2: bloco da sala de aula

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

De acordo com o Projeto Político-Pedagógico (PPP), a escola foi fundada em 29 de maio de 1962, inicialmente com a denominação de Escola Estadual de 1º Grau Cônego Calado, em homenagem ao sacerdote Cônego Antônio Calado Muniz de Almeida, um dos primeiros moradores do município de Igarapé-Açu, que atuou por muitos anos como pároco da Igreja Matriz de São Sebastião. Em 1997, com a implantação do Ensino Médio, a instituição passou a denominar-se Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cônego Calado.

Recentemente, conforme a Portaria de Alteração de Nomenclatura das Escolas Estaduais nº 01/2025, publicada em 14 de outubro de 2025 no Diário Oficial do Estado, a instituição passou a ser oficialmente denominada "Escola Estadual Cônego Calado"**.**

A escola dispõe de infraestrutura física composta por 16 (dezesseis) salas de aula, 1 (um) laboratório de informática, 1 (um) refeitório, 1 (uma) biblioteca, 15 (quinze) computadores, 1 (uma) sala dos professores, 1 (uma) sala de direção, 1 (um) auditório, 1 (uma) coordenação pedagógica e 1 (uma) sala do Serviço de Atendimento Educacional Especializado (SAEE). Atende um total de 1.117 (mil cento e dezessete) estudantes, distribuídos em três turnos, sendo 14 (quatorze) turmas no período matutino, 15 (quinze) no período vespertino e 10 (dez) no período noturno.

O quadro de pessoal é composto por 51 (cinquenta e um) professores, 4 (quatro) vigias, 5 (cinco) serventes, 6 (seis) merendeiras, 1 (um) secretário escolar, 1 (um) gestor, 1 (um) vice-diretor administrativo, 1 (um) vice-diretor pedagógico e 2 (dois) professores temporariamente readaptados. O público estudantil caracteriza-se por sua diversidade, abrangendo estudantes provenientes de diferentes bairros do município, bem como de comunidades tradicionais, quilombolas, ribeirinhas e áreas periféricas.

No âmbito nacional, o Governo Federal implementou o programa **"**Escolas Conectadas"**,** que, segundo dados de 2025, alcançou 68,4% das escolas públicas previstas, totalizando 94.221 instituições conectadas, aproximando o país da meta de universalização do acesso à internet na Educação Básica. Esse avanço foi impulsionado por políticas coordenadas pelos Ministérios das Comunicações e da Educação, como o Fundo de Universalização dos Serviços de Telecomunicações (FUST) e a Estratégia Nacional de Escolas Conectadas (ENEC), que, somente em 2024, possibilitaram a conexão de aproximadamente 22,8 mil escolas. O programa prioriza a inclusão digital em áreas urbanas e rurais, por meio de fibra óptica ou soluções via satélite, visando garantir infraestrutura adequada para o uso pedagógico das tecnologias, a formação de professores e o acesso dos estudantes a conteúdos educacionais. O investimento total previsto é de cerca de R$ 9 bilhões, dos quais mais de R$ 3 bilhões já foram aplicados desde 2023.

Em consonância com essa iniciativa nacional, o Governo do Estado do Pará implementou o programa **"**Conecta Educação"**.** De acordo com o diretor de Recursos Tecnológicos da Secretaria de Estado de Educação (SEDUC), Elder Vasconcelos, o governo estadual tem investido em tecnologia e inovação com o objetivo de fortalecer a qualidade da educação pública, garantindo conectividade e equipamentos às escolas da rede estadual. Por meio do programa, todas as unidades escolares foram contempladas com carrinhos móveis contendo 36 Chromebooks, possibilitando a transformação das salas de aula em laboratórios digitais. Após a garantia da conectividade em 100% das escolas estaduais, a iniciativa ampliou o acesso às tecnologias educacionais, modernizou o ensino e otimizou a rotina de alunos e professores, além de possibilitar o uso pedagógico da internet, a realização de avaliações digitais, a redução do uso de papel e maior segurança no gerenciamento dos recursos tecnológicos.

A Escola Estadual Cônego Calado foi contemplada, em 19 de fevereiro de 2025, com um laboratório de informática móvel por meio do programa **"**Conecta Educação"**,** do Governo do Estado do Pará. O kit recebido é composto por um carrinho equipado com 36 Chromebooks, dispositivos portáteis que utilizam o sistema operacional Chrome, dotados de entradas USB, leitor de multimídia MicroSD, tela de 11,6 polegadas com tecnologia LED e antirreflexo, entre outras especificações técnicas, conforme ilustrado nas imagens apresentadas.

Figura 4.3: Carrinho equipado

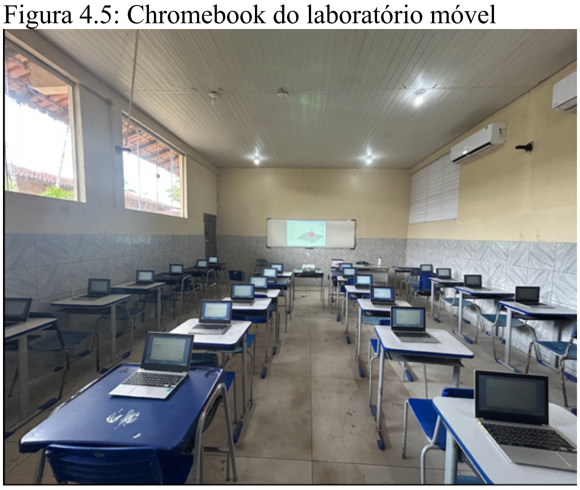
Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 4.4: Laboratório de informática móvel

Fonte: Elaborada pelo autor

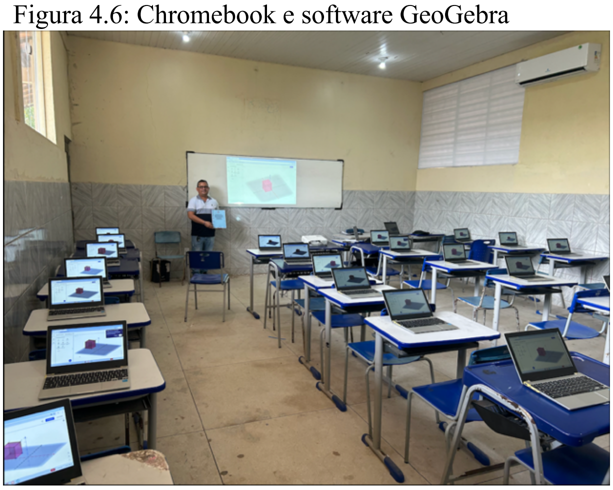
As Figuras 4.5 e 4.6 apresentam imagens do laboratório de informática móvel montado na sala de aula dos sujeitos da pesquisa, constituídos pelos discentes da turma do 2º ano do Ensino Médio, identificada como M2MNM02, de uma escola da rede pública, composta por 25 alunos. Nesse ambiente será desenvolvida a experiência da pesquisa, bem como a aplicação das estratégias de ensino intituladas *"Estratégia de ensino da geometria espacial por meio do software GeoGebra associada a materiais didáticos manipuláveis"*.

Figura 4.5: Chromebook do laboratório móvel



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.6: Chromebook e software GeoGebra



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Esses são os 25 discentes da turma do 2º ano do Ensino Médio, que possuem uma faixa etária de 15 a 17 anos, a maioria desses discentes são de baixa renda e são assistidos por programas federais, como bolsa família e pé de meia. Essa turma tem esse código M2MNM02, no sistema da SEDUC. Ela é Ilustrada na Figura 4.7.

Figura 4.7: Discentes do 2º ano do ensino médio.

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

4. 2 Abordagens teóricas da pesquisa.

A presente pesquisa caracteriza-se como qualitativa e quantitativa, de natureza descritivo-analítica, sendo desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), em conformidade com as diretrizes metodológicas adotadas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). O estudo tem como objetivo analisar atividades de Geometria Espacial aplicadas a turmas do 2º ano do Ensino Médio, visando: identificar habilidades matemáticas previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC); relatar experiências no exercício da formação docente; apresentar evidências de aprendizagem por meio do uso de tecnologias da informação e comunicação (TICs) e materiais didáticos manipuláveis (MDM); fortalecer o uso do software GeoGebra articulado aos MDM; contribuir para docentes e discentes da Educação Básica; além da produção de um produto educacional, configurado como uma estratégia de ensino da Geometria Espacial, e da elaboração do relatório dissertativo da pesquisa.

A pesquisa foi construída parcialmente, por meio de um estudo bibliográfico, fundamentado nas contribuições teóricas de autores como Antônio Caminha Muniz Neto (SBM, 2022), cuja obra serviu de base ao curso de Geometria do mestrado profissional PROFMAT; Elon Lages Lima (2011), em *Medida e Forma em Geometria*; Eduardo Wagner, Augusto Cezar de Oliveira Morgado e Paulo Cezar Pinto Carvalho (2022), em *A Matemática do Ensino Médio – Volume 2*; e Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo (2013), em *Fundamentos da Matemática Elementar – Volumes 9 e 10*. Destaca-se, ainda, Raymond Duval (2003), cujos estudos abordam a aprendizagem matemática e o papel dos registros de representação semiótica na apreensão do conhecimento matemático. Além de Teixeira (2005), com as **três metodologias**, que se trata de metodologias, que segundo ela a acadêmica, da ciência e da pesquisa.

A respeito da pesquisa quantitativa, Teixeira (2005) afirma que:

> De fato, a maioria dos cientistas entende usar a dedução e a indução em suas pesquisas. Qualquer um dos dois casos exige coleta sistemática de dados, criatividade, percepção da relevância dos dados coletados, atualizações sistemáticas e acréscimos de novas ideias e teorias. A essa conduta de pesquisa dá-se a designação de pesquisa quantitativa, pesquisa empírica ou método científico tradicional. A partir desse ponto de vista, o ponto de partida de uma pesquisa é a teoria, que engloba uma tentativa de formular explicações acerca de algum aspecto da realidade. A partir dela, uma ou várias hipóteses são formuladas pelo uso da dedução. O pesquisador, ao utilizar esse método, deve ter algumas preocupações:
> • A hipótese deve conter conceitos que possam ser medidos para sua verificação. O processo de transformar conceitos em medidas é chamado de operacionalização.
> • A hipótese também deve demonstrar uma relação de causa-efeito, seja de forma explícita ou implícita.
> • A pesquisa deve se preocupar com a generalização, isto é, deve-se buscar conclusões que possam ser generalizadas além dos limites restritos da pesquisa.
> • A pesquisa deve se preocupar com a replicação, ou seja, deve ser possível a um outro pesquisador, utilizando os mesmos procedimentos, verificar a validade dos resultados encontrados. (Teixeira, 2005, p. 135).

Esse método de pesquisa quantitativa, explora e abstraem os aspectos pertinentes da pesquisa e através de métodos precisos, procura matematizar os dados coletados justificando os resultados com técnicas generalizando para que seja possível a validação dos resultados apresentados.

A respeito da pesquisa qualitativa, Teixeira (2005) afirma que:

> Na pesquisa qualitativa o pesquisador procura reduzir a distância entre teoria e os dados, entre contexto e a ação, usando a lógica da análise fenomenológica, isto é, da compreensão dos fenômenos pela sua descrição e interpretação. As experiências pessoais do pesquisador são elementos importantes na análise e compreensão dos fenômenos estudados. (Teixeira, 2005, p. 137).

Em relação a pesquisa qualitativa, concordamos com o autor que se deve ter uma menor distancia da teoria com a prática da ação, ou seja, um estreitamento da teoria para a realidade vivenciada, considerando toda a experiencia e conhecimento construído pelo pesquisador ao longo de sua vida profissional, que corrobora para uma compreensão e análise efetiva dos fenômenos estudados.

Essas obras foram utilizadas como suporte teórico e instrumental para a construção do conhecimento matemático, subsidiando as deduções realizadas a partir do uso das tecnologias da informação e comunicação (TICs), especialmente do software GeoGebra, na experimentação da sequência didática proposta. Outros autores também contribuíram para o embasamento teórico da pesquisa, entre eles Soffner (2013), Soffner e Chaves (2009), Trindade e Feitosa

(2020), Souza e Gravina (2009), que apresentam diferentes perspectivas sobre as TICs; Bicudo (2012), Borba (2010), dentre outros.

4.3 Construção da questão norteadora da pesquisa.

A escolha da linha de pesquisa fundamentou-se nas experiências e nos conhecimentos construídos ao longo da trajetória docente em Matemática, bem como durante a realização do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), na Universidade Federal do Pará (UFPA), Campus Bragança. Dessa forma, definiu-se como foco investigativo a linha Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias.

O propósito dessa linha de pesquisa é assegurar uma compreensão consistente dos conceitos matemáticos fundamentais ao ensino da Matemática na Educação Básica, além de promover a percepção de sua relevância no cotidiano e em possíveis trajetórias profissionais. Busca-se, ainda, oferecer subsídios para estudos posteriores em áreas correlatas, contemplando a integração dos conteúdos matemáticos com o uso de tecnologias, tais como softwares, aplicativos, recursos online e Materiais Didáticos Manipuláveis, de modo a tornar o processo de ensino e aprendizagem significativos.

A partir dessa definição, emergiram reflexões acerca do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) e dos Materiais Didáticos Manipuláveis no ensino de Matemática, especialmente no que se refere à utilização do software GeoGebra no ensino de Geometria Espacial na Educação Básica. Essas reflexões conduziram à formulação de questionamentos norteadores da pesquisa, tais como: quais estratégias podem, de fato, facilitar o ensino de Geometria Espacial aos estudantes envolvidos? Há evidências de melhoria na aprendizagem com a inserção das TICs? O software GeoGebra contribui para a compreensão dos conceitos e para a construção dos sólidos geométricos? Sua utilização como estratégia de ensino torna as aulas mais dinâmicas e atrativas, favorecendo a otimização do ensino de Matemática? Além disso, tais estratégias são compatíveis com o nível de maturidade dos alunos do Ensino Médio?

Esses questionamentos culminaram na seguinte questão central de investigação: *Em que termos as estratégias de ensino, com a utilização do software GeoGebra articulado a materiais didáticos manipuláveis, para o ensino da geometria espacial, repercutem na aprendizagem dos alunos do 2º ano do Ensino Médio?* A estratégia de ensino foi construída com base no uso das TICs, especificamente o software GeoGebra, associado aos materiais didáticos manipuláveis, em uma ação desenvolvida por meio da parceria entre Universidade e Escola, no contexto das aulas de Matemática do 2º ano do Ensino Médio.

O tema revela-se de grande relevância acadêmica, social e educacional, por tratar de um interesse público voltado à melhoria do ensino de Matemática. Os resultados da pesquisa podem contribuir para a elaboração de novas metodologias e estratégias didáticas, ampliando as possibilidades de uso do GeoGebra associado a materiais manipuláveis nas aulas de Geometria Espacial. Ademais, o relatório final da pesquisa constitui-se como uma produção acadêmica que poderá integrar a literatura da área, servindo como referência para professores em exercício e em formação inicial.

4.4 Objetivos

A Pesquisa tem como objetivo geral:

Evidenciar a articulação do Software GeoGebra associado a Materiais Didáticos Manipuláveis como estratégia de ensino da Geometria Espacial, dinamiza as aulas de matemática e traz resultados positivos para a aprendizagem dos alunos do 2º ano do Ensino Médio.

A pesquisa tem como objetivos específicos:

I. Apresentar que o software GeoGebra contribui para a compreensão dos conceitos e para a construção dos sólidos geométricos nas aulas de Matemática.

II. Constatar a importância da relação da área, volume e materiais didáticos manipuláveis, com o auxílio do software GeoGebra, desenvolvendo competências e contribuindo para construção de um pensamento crítico.

III. Mostrar que há evidências na melhoria da aprendizagem da Matemática com a inserção das TICs nas aulas dos alunos do componente curricular da Matemática.

Com objetivo de preservar a identidade dos indivíduos da pesquisa, apresentamos uma lista de frequência nomeando-os, com as letras do alfabeto da Língua Portuguesa, de acordo com os dias de interversão dela.

Quadro 4.1: Frequência dos indivíduos da pesquisa

ALUNOS	04/11/2025	05/11/2025	11/11/2025	18/11/2025	19/11/2025	25/11/2025	26/11/2025	02/12/2025	03/12/2025
A	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
B	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
C	Ausente	Ausente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
D	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
E	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
F	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Ausente	Ausente	Presente	Presente
G	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
H	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
I	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
J	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
K	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
L	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
M	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
N	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
O	Ausente	Ausente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
P	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
Q	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
R	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
S	Ausente	Ausente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
T	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
U	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
V	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
W	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente
X	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Ausente	Ausente
Y	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente	Presente

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2025)

4.5 Procedimento metodológico

Foi construído o e-book, que constituiu o produto educacional da pesquisa, contendo a estratégia de ensino utilizada na intervenção pedagógica a estratégia foi intitulada *"Estratégia de Ensino da Geometria Espacial por meio do software GeoGebra associada a Materiais Didáticos Manipuláveis"*, a qual norteou a prática pedagógica desenvolvida ao longo da pesquisa. Ela prioriza a utilização de ambientes de geometria dinâmica, possibilitando a construção, a manipulação e a visualização de sólidos geométricos, bem como a exploração de suas propriedades por meio de diferentes representações.

Na sequência, são apresentadas as informações referentes as intervenções, contendo datas de realização, descrição das ações desenvolvidas durante na pesquisa e sua respectiva duração, conforme apresentado no Quadro 4.2.

Quadro 4.2: Cronograma de metas da intervenção

MOMENTOS	DATA	METAS DA ESTRATÉGIA DE ENSINO	HORAS-AULA	HORAS-RELÓGIO
1º	04/11/2025	Aplicação da atividade I	04 aulas	3h
2º	05/11/2025	Aplicação da atividade II	04 aulas	3h
3º	11/11/2025	Breve revisão de Geometria, com objetivo de resgatar conhecimentos prévios dos indivíduos da pesquisa, criar ambiente dinâmico para construção de conhecimento matemático, auxiliar os indivíduos na construção dos sólidos geométricos no software GeoGebra.	06 aulas	4h30min
4º	12/11/2025	Desenvolvimento da capacidade de abstração geométrica e construção dos sólidos geométricos no software GeoGebra.	06 aulas	4h30min
5º	18/11/2025	Geometria Espacial: O ensino de áreas e volumes dos sólidos geométricos, com o auxílio do software GeoGebra. Desenvolvendo a capacidade de interpretar as descrições geométricas, desenvolvendo o raciocínio dedutivo para a Modelagem Matemática de situação real e resolver o exercício I e II	06 aulas	4h30min
6º	19/11/2025	Identificar, medir, deduzir e manipular os Materiais Didáticos (MD), neste caso os sólidos geométricos, fazendo as devidas associações construindo e reproduzindo de forma digital o sólido geométrico no Software GeoGebra, e resolver o exercício III	06 aulas	4h30min
7º	25/11/2025	Reaplicação da atividade I	04 aulas	3h
8º	26/11/2025	Reaplicação da atividade II	04 aulas	3h
9º	02/12/2025	Aplicação do questionário I	04 aulas	3h
10º	03/12/2025	Aplicação do questionário II	04 aulas	3h

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2025)

A pesquisa foi organizada por momentos distintos.

O primeiro e segundo momentos, ocorreram nos dias 04 e 05 de novembro 2025, foi aplicada as atividades I e II, que são diagnósticas, com a finalidade de verificar o conhecimento que os indivíduos possuem até o momento.

A aplicação da Atividade I foi no dia 04. Ela é composta de 03 (três) questões objetivas e 02 (duas) dissertativas em um período de 04 (quatro) horas aulas, o equivalente há 03 (três) horas relógio, e no dia 05 (cinco) de novembro de 2025, com a aplicação da Atividade II, composta de 03 (três) questões objetivas e 02 (duas) dissertativas em um período de 04 (quatro) horas aulas, o equivalente há 03 (três) horas relógio. Os discentes se dedicaram na resolução dos testes não havendo nenhum intercurso no processo.

Figura 4.8: Aplicação da atividade I

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.9: Aplicação da atividade II

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

O uso do software GeoGebra foi articulado aos materiais didáticos manipuláveis (MDM), que, neste contexto, consistem em sólidos geométricos dotados de planificações internas passíveis de manipulação. Tal articulação favorece a transição entre o concreto e o abstrato, contribuindo significativamente para a compreensão conceitual da Geometria Espacial. Essa abordagem encontra respaldo nas orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao valorizar a resolução de problemas, a visualização espacial e a Modelagem Matemática.

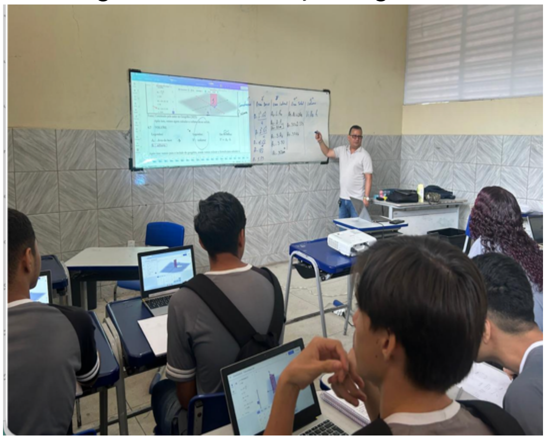
No terceiro e no quarto momentos da intervenção, realizados nos dias 11 e 12 de novembro, estabeleceram-se como objetivos a realização de uma breve revisão de conteúdos de geometria, com a finalidade de resgatar os conhecimentos prévios dos participantes da pesquisa, bem como a criação de um ambiente dinâmico favorável à construção do conhecimento matemático. Buscou-se, ainda, o desenvolvimento da capacidade de abstração geométrica e a construção de sólidos geométricos, além de auxiliar os participantes na utilização do software GeoGebra para a elaboração desses sólidos, proporcionando, assim, uma aprendizagem significativa. Conforme destaca Silva; Carlesso e Ghisleni (2023):

> Através dos meios de comunicação, das tecnologias digitais, da internet, as práticas de ensino através da hiperconexão se expandiram, agora o acesso a informação/ conhecimento/aprendizagem ultrapassou os muros das escolas. Para os/as alunos/as que possuem acesso à internet, a mídia proporciona uma comunicação mais ampla, podendo dialogar com professores, colegas e desconhecidos ao mesmo tempo. (Silva; Carlesso e Ghisleni, 2023, p. 124)

Iniciamos a intervenção com uma aula expositiva com uma breve revisão de geometria, com o objetivo de articular conhecimentos prévios de geometria e associar a novas experiencias e novos conhecimentos a serem construídos utilizando materiais didáticos como: quadro, marcador, apagador data Show, macbook Air, laser, internet, Microsoft Power Point e software

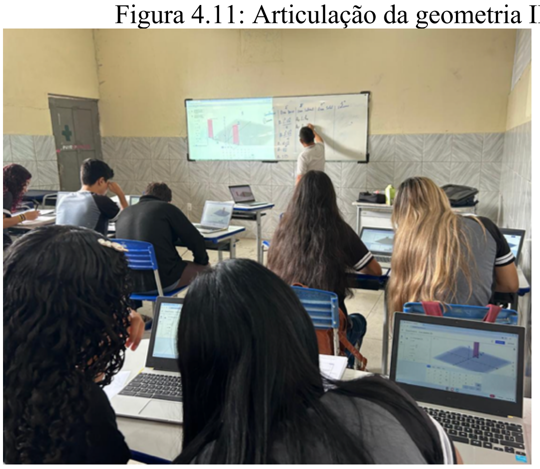
GeoGebra. De acordo com Araújo e Vilaça (2016, p. 219), “Ainda no âmbito da tecnologia, vale registrar que a utilização das tecnologias de informação e comunicação pode auxiliar nas práticas educacionais, na comunicação humana, na construção, na gestão e emprego da informação e do conhecimento”. De acordo com os autores a tecnologia vem para contribuir de forma positiva, para gestão e para as práticas educacionais. Figuras 4.10 e 4.11 ilustra os procedimentos.

Figura 4.10: Articulação da geometria I



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 4.11: Articulação da geometria II



Fonte: Elaborada pelo autor

Para facilitar propusemos exemplos para nortear essa construção e os sólidos a serem construídos neles foram: Prisma Triangular; Cubo; Prisma hexagonal; Paralelepípedo; Tetraedro; Pirâmide quadrangular; Cilindro; Cone e Esfera. Veja o resumo do roteiro começando por:

4.5.1 Prisma triangular

Seguiremos a seguinte sequência de itens para construção do sólido: 1. Calculadora 3D; 2. Ferramentas Básicas; 3. Retas e polígonos; 4. Polígono regular; 5. Selecione com mouse dois pontos e depois escolha o número de vértices; 6. Sólidos; 7. Extrusão para Prisma; 8. Selecione um polígono especifique a altura. Propomos um exemplo para a construção do sólido:

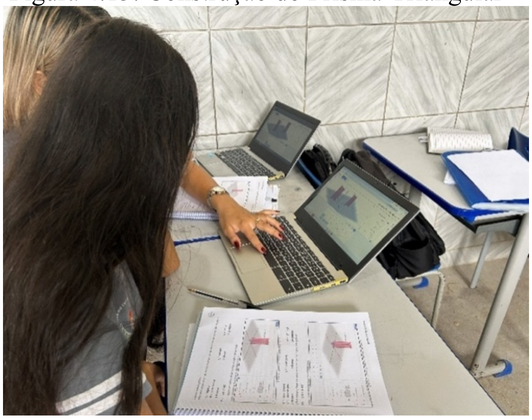
4.5.1.2 Planificação do prisma triangular

Agora seguiremos os passos para a planificação: 1. Calculadora 3D; 2 Ferramentas básicas; 3 Clique em planificação. **Exemplo: 1)** Construa um prisma triangular, com base um triangulo equilátero de lado 2 e altura 5. Veja a construção do prisma triangular pelos discentes nas Figuras 4.12 e 4.13.

Figura 4.12: Construção do Prisma Triangular

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.13: Construção do Prisma Triangular



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Nesse momento, os alunos encontravam-se em processo de construção de um prisma triangular, seguindo as orientações da pesquisa e utilizando a estratégia de ensino com o apoio do software GeoGebra. As construções dos sólidos geométricos foram realizadas nos Chromebooks, enquanto os estudantes também exploravam os QR Codes do e-book por meio dos recursos tecnológicos de seus celulares pessoais.

Houve o cuidado de solicitar autorização à direção da escola para a utilização de aparelhos celulares com finalidade pedagógica na estratégia de ensino proposta, em razão da legislação vigente, Lei nº 15.100, de 13 de janeiro de 2025, que dispõe sobre a proibição do uso de celulares no ambiente escolar. No entanto, conforme as ressalvas previstas na referida lei**,** o uso desses dispositivos é permitido mediante autorização, quando empregado com finalidade educativa**.**

A utilização dessa estratégia para verificação das construções dos sólidos geométricos mostrou-se motivadora para os alunos, além de dinamizar a aula ao proporcionar uma sensação de autonomia nas atividades de construção de novos sólidos. Os discentes demonstraram interesse em ampliar as atividades, questionando se poderiam elaborar outras construções utilizando seus celulares, o que foi permitido, sem restrições, favorecendo a liberdade criativa. Tal possibilidade estava alinhada a uma das metas propostas com a implementação dos QR Codes do e-book: estimular a criatividade nas construções geométricas, uma vez que o material digital apresentava as estratégias de construção, permitindo que os alunos com maior rapidez de aprendizagem avançassem para desafios mais complexos. Dessa forma, a estratégia de ensino da Geometria Espacial, aliada ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), configurou-se como um ambiente dinâmico e propício ao desenvolvimento de novas aprendizagens.

Para Bittencourt (2015), é incompatível desconsiderar as novas linguagens, culturas e práticas dos jovens, nas quais a distinção entre o virtual e o real torna-se cada vez menos definida. Nesse contexto, a educação tradicional passa por transformações, abrindo espaço para novos paradigmas impulsionados pelo aumento da interatividade, da colaboração e do acesso à informação aplicados ao processo educativo.

A Base Nacional Comum Curricular converge com esse entendimento ao destacar que:

> mundo digital: envolve as aprendizagens relativas às formas de processar, transmitir e distribuir a informação de maneira segura e confiável em diferentes artefatos digitais – tanto físicos (computadores, celulares, tablets etc.) como virtuais (internet, redes sociais e nuvens de dados, entre outros) –, compreendendo a importância contemporânea de codificar, armazenar e proteger a informação;(BRASIL, 2018, P.474).

4.5.2 Cubo.

Seguiremos a seguinte sequência de itens para construção do sólido: 1. Calculadora 3D; 2. Ferramentas básicas; 3. Sólidos; 4. Depois disso, escolha dois pontos no eixo x ou z.

4.5.2.1 Planificação do cubo:

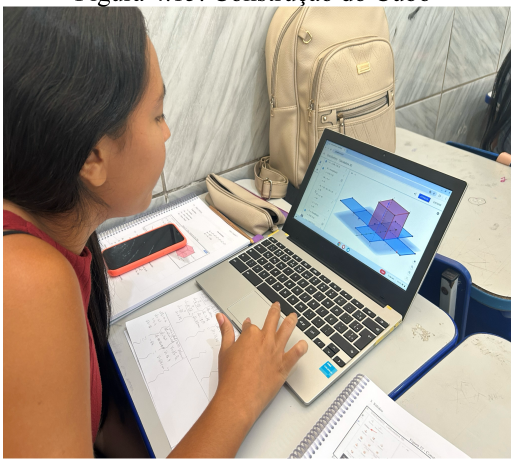
Agora seguiremos os passos para a planificação: 1. Calculadora 3D; 2 Ferramentas básicas; 3 Clique em planificação. **Exemplo:** 1. Construa um cubo, com a aresta 4. Veja a construção do cubo pelos discentes nas figuras 4.14 e figura 4.15.

Nesse momento, os alunos encontravam-se em processo de construção de um cubo, a partir das orientações propostas na pesquisa, utilizando a estratégia de ensino com o auxílio do software GeoGebra. Destacaram-se, nesse contexto, as diferentes formas de construção adotadas pelos discentes, bem como a liberdade e a espontaneidade manifestadas durante as atividades, evidenciando o potencial do ambiente digital em favorecer a autonomia e o engajamento dos estudantes.

Figura 4.14: Construção do Cubo

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.15: Construção do Cubo



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

4.5.3 Prisma hexagonal

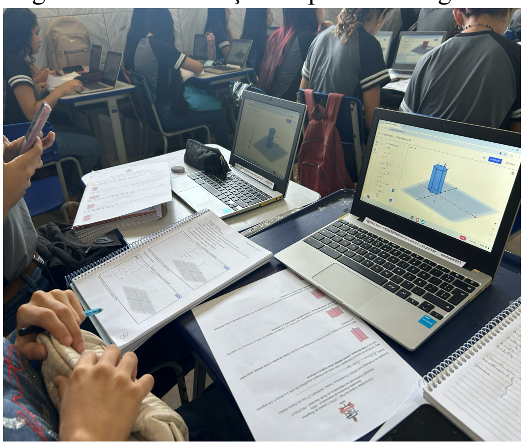
Seguiremos a seguinte sequência de itens para construção do sólido: 1. Calculadora 3D; 2. Ferramentas básicas; 3. Retas e polígonos; 4. Polígono regular; 5. Selecione com mouse dois pontos e depois escolha o número de vértices; 6. Agora, vá para a seção de sólidos.; 7. Extrusão para Prisma; 8. Selecione um polígono especifique a altura.

4.5.3.1 Planificação do prisma hexagonal:

Agora seguiremos os passos para a planificação. 1. Calculadora 3D; 2 Ferramentas básicas; 3 Clique em planificação. Exemplo: 1. Construa um prisma hexagonal, com base um hexágono regular de lado 2 e altura 6.

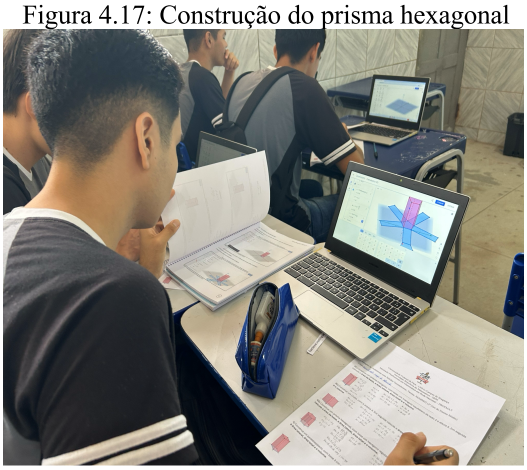
Nas Figuras 4.16 e 4.17, os participantes da pesquisa encontram-se em processo de construção de um prisma hexagonal, utilizando os roteiros propostos na estratégia de ensino, com ênfase na elaboração de suas planificações. Nesse contexto, destacaram-se as diferentes formas de construção das planificações, uma vez que o uso do GeoGebra proporciona aos alunos uma dinâmica de construção que favorece a evolução da aprendizagem a cada sólido geométrico desenvolvido. Ademais, a estratégia de ensino apresentada no e-book, por meio de roteiros ilustrados e orientações do professor, contribuiu para que os discentes desenvolvessem maior autonomia na realização das atividades.

Figura 4.16: Construção do prisma hexagonal



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.17: Construção do prisma hexagonal



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

4.5.4 Paralelepípedo

Seguiremos a seguinte sequência de itens para construção do sólido: 1. Calculadora 3D; 02. Ferramentas básicas; 03. Retas e polígonos; 04. Agora, selecione a ferramenta Polígono Regular e escolha dois pontos no eixo x ou y; 05. Depois de escolher os dois pontos, selecione o número de vértices; 06. Após isso, vá para a seção de sólidos e selecione Extrusão para criar um prisma; 07. Em seguida, clique no quadrado e escolha a altura desejada para o seu paralelepípedo.

4.5.4.1 Planificação do paralelepípedo:

Agora seguiremos os passos para a planificação. 1. Calculadora 3D; 2 Ferramentas básicas; 3 Clique em planificação. **Exemplo: 1.** Construa um paralelepípedo, com base 3 cm x 5 cm e altura 6 cm.

Nesse momento de construção do paralelepípedo usamos estratégias explicando esses processos de construções dos sólidos e a construção do conhecimento matemático de áreas e volumes dos sólidos geométricos. Como ilustra a figura 4.18

Figura 4.18: Construção do Paralelepípedo

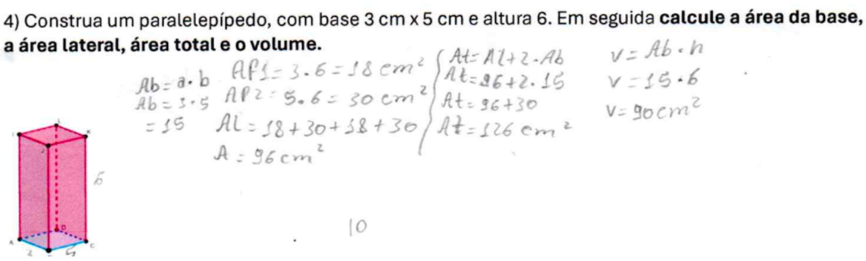
Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.19: Construção do Paralelepípedo

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

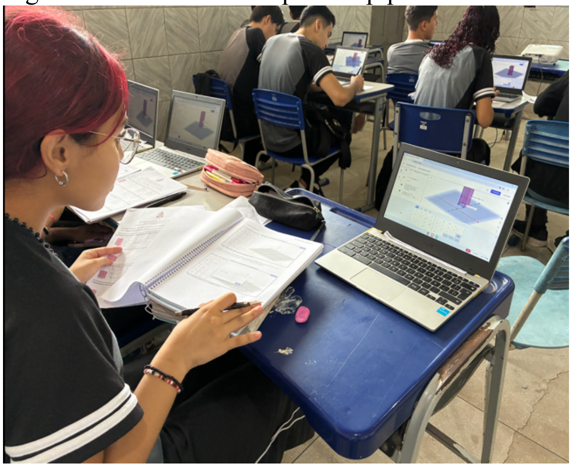
Na figura 4.20, a seguir, tem-se as construções da resolução do Individuo A na questão 04, que trata do exercício do paralelepípedo que é construído os sólidos no GeoGebra e resolução de áreas e volumes na calculadora do software GeoGebra como na ilustração e de forma simultânea o aluno tem a liberdade de construir de forma física nos materiais didáticos impressos como na segunda ilustração das figuras 4.21 e 4.22

Figura 4.20: Exercício do Paralelepípedo do individuo A



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.21: Exercício do paralelepípedo.



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.22: Área e volume na calculadora

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

4.5.4 Tetraedro

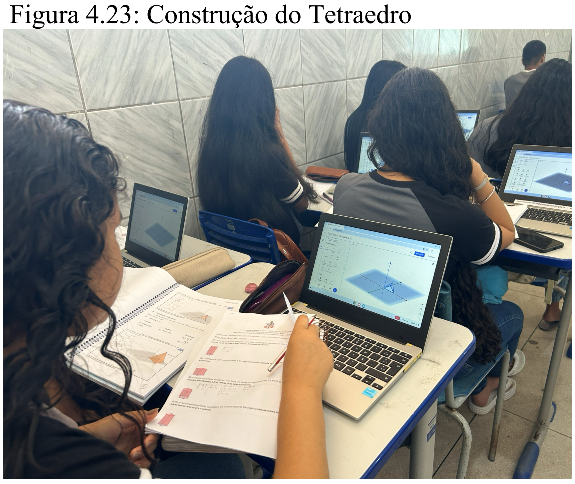
Seguiremos a seguinte sequência de itens para construção do sólido: 1. Calculadora 3D; 02. Ferramentas básicas; 03. Retas e polígonos; 04. Em seguida, escolha a opção Polígono e clique em três pontos para construí-lo; 05. Depois disso, vá para sólidos e selecione a pirâmide; 06 Em seguida, ajuste o ponto da altura da pirâmide até a altura que você quiser.

4.5.4.1. Planificação do tetraedro

Agora seguiremos os passos para a planificação:1. Calculadora 3D; 2 Ferramentas básicas; 3 Clique em planificação. **Exemplo: 1.** Construam um tetraedro com aresta 5 cm e altura 4,081cm.

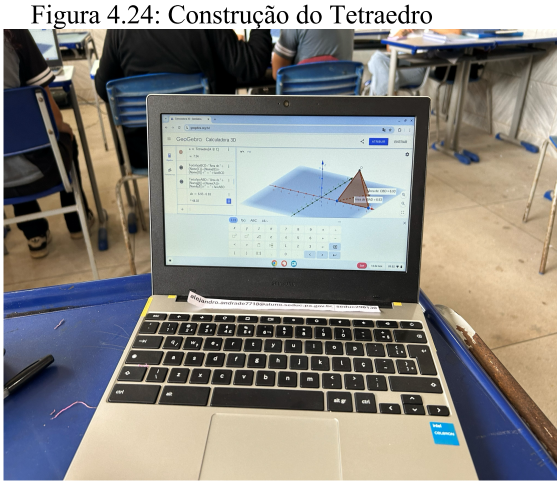
Nesse momento de construção do tetraedro usamos estratégias explicando esses processos de construções dos sólidos e a construção do conhecimento matemático de áreas e volumes desse solido. Como ilustrado nas figuras 4.23 e 4.24

Figura 4.23: Construção do Tetraedro



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.24: Construção do Tetraedro



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

4.5.5 Pirâmide quadrangular

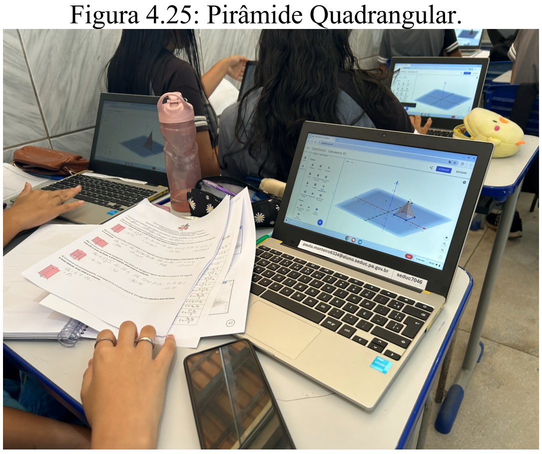
Seguiremos a seguinte sequência de itens para construção do sólido: 1. Calculadora 3D; 2. Ferramentas básicas; 3. Retas e polígonos; 4. Agora, escolha o ícone Polígono Regular.; 5. Após isso, selecione quatro vértices para a pirâmide; 6. Em seguida, vá até a área de sólidos e escolha a pirâmide; 7. Depois de selecionar a pirâmide, clique sobre o quadrado e escolha até que altura você quer que ela seja.

4.5.5.1 Planificação da pirâmide quadrangular:

Agora seguiremos os passos para a planificação; 1. Calculadora 3D; 2 Ferramentas básicas; 3 Clique em planificação. Exemplo: 1. Construa uma pirâmide quadrangular com aresta da base 4 cm, e altura 8 cm.

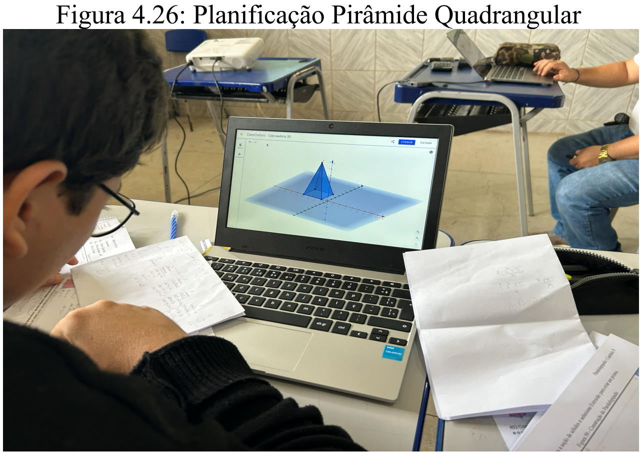
Nesse momento de construção pirâmide quadrangular usamos estratégias explicando esses processos de construções dos sólidos e a construção do conhecimento matemático de áreas e volumes desse sólido discriminado as devidas diferenças em relação ao tetraedro. Como ilustrado nas figuras 4.25 e 4.26

Figura 4.25: Pirâmide Quadrangular.



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.26: Planificação Pirâmide Quadrangular



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

4.5.6 Cilindro.

Seguiremos a seguinte sequência de itens para construção do sólido:

1. Calculadora 3D; 2. Ferramentas básicas; 3. Sólidos; 4selecione dois pontos no eixo do z; 5. Após isso, escolha o raio.

4.5.6.1Planificação do sólido:

Agora seguiremos os passos para a planificação. 1. Acessa o Geogebra clássic; 2. Polígono e construir o retângulo; 3. Círculo e construir dois círculos dois. **Exemplo:** 1. Construa um cilindro quadrangular de altura 5cm e raio 2 cm.

Nesse momento de construção cilindro usamos estratégias explicando esses processos de construções dos sólidos e a construção do conhecimento matemático de áreas e volumes. Como ilustrado nas figuras 4.27 e 4.28

Figura 4.27: Construção do Cilindro

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.28: Construção do Cilindro

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

4.5.8 Cone

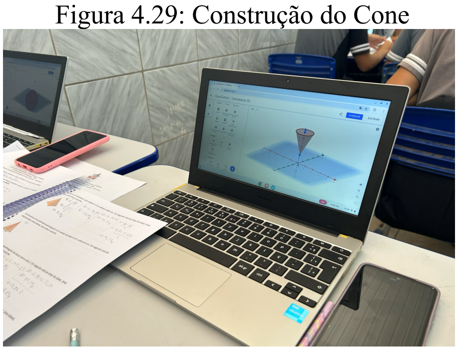
Seguiremos a seguinte sequência de itens para construção do sólido: 1. Calculadora 3D; 2. Ferramentas básicas; 3. Sólidos; 4. selecione dois pontos no eixo do z; 5. Depois disso, escolha o raio.

4.5.8.1 Planificação do sólido:

Agora seguiremos os passos para a planificação. 1. Acessa o Geogebra clássic; 2. Círculo; 3. Setor circular; 4. Círculo centro e raio; 5 Construir um círculo. **Exemplo:** 1. Construa um cone de altura 4cm e raio 3 e geratriz 5 cm.

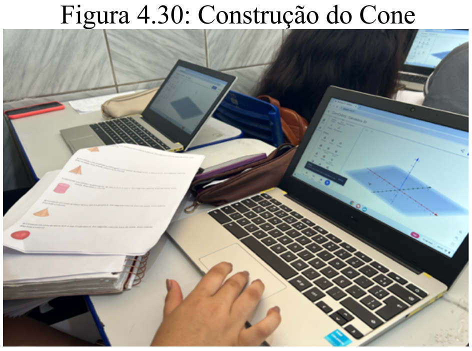
Nesse momento de construção cone usamos estratégias explicando esses processos de construções dos sólidos e a construção do conhecimento matemático de áreas e volumes desse solido discriminado as devidas diferenças em relação ao cilindro. Como ilustrado nas figuras 4.29 e 4.30

Figura 4.29: Construção do Cone



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.30: Construção do Cone



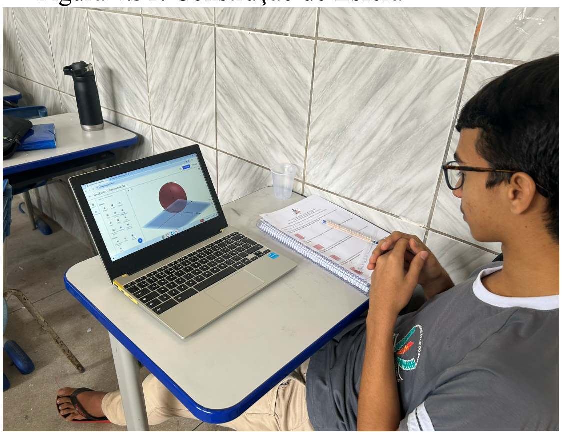
Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

4.5.9 Esfera

Seguiremos a seguinte sequência de itens para construção do sólido; 1. Calculadora 3D; 2. Ferramentas básicas; 3. Sólidos; 4. Escolha o ícone Esfera: Centro & Raio para iniciar a construção; 5. Escolher o valor do raio. Exemplo: 1. Construa uma esfera, com raio 6 cm.

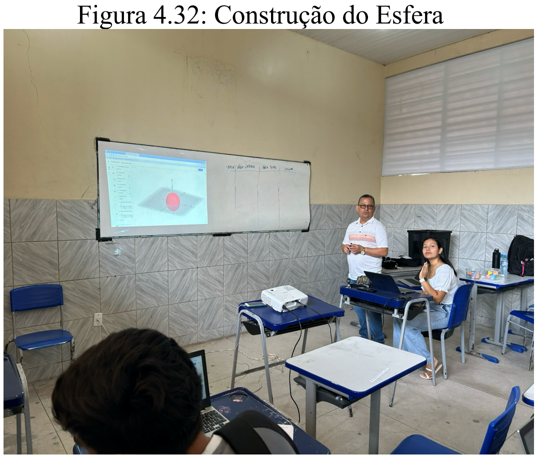
Nesse momento de construção esfera usamos estratégias explicando esses processos de construções dos sólidos e a construção do conhecimento matemático de áreas e volumes desse solido. Como ilustrado na figura 4.31 e 4.32

Figura 4.31: Construção do Esfera



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.32: Construção do Esfera



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

4.5.9.1 Planificação da esfera:

É importante frisar que no caso da esfera a mesma não possui planificação. Pois a planificação de um sólido é a representação de sua superfície em um plano, sem cortes ou sobreposições, preservando suas proporções.

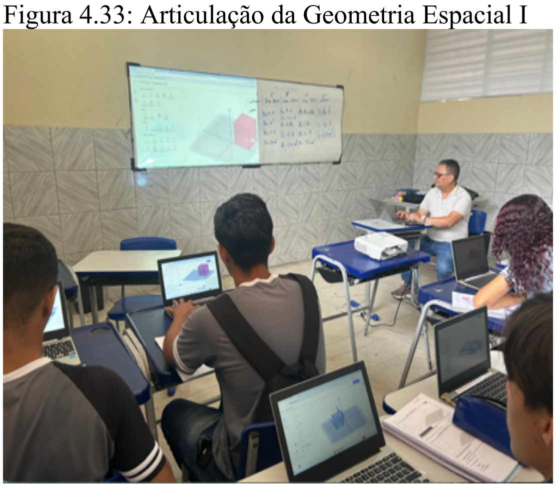
Finalizamos essa etapa da interversão com extremo otimismos, pois há indícios que os indivíduos conseguiram construir conhecimentos matemáticos e atingir os objetivos da pesquisa.

Acreditamos que os indivíduos atingiram uma maturidade para saber construir sozinhos os sólidos geométricos no software GeoGebra. Com as TICs torna-se o ambiente pedagógico mais dinâmico trazendo discursões acertos e perspectivas diferentes em relação ao conteúdo de matemática, percebemos que esse tipo de estratégias quando bem planejado trás resultados muitos positivos.

Segundo Onuchic e Allevato (2012), os debates sobre a incorporação das tecnologias no ensino têm se intensificado, trazendo esclarecimentos, diferentes possibilidades de uso e novos questionamentos. A atualização das práticas pedagógicas, assim como a definição de novos objetivos e funções da educação escolar, envolve necessariamente a consideração das tecnologias informáticas. Torna-se impossível desconsiderar que sua utilização no contexto educacional tem provocado mudanças significativas nas metodologias de ensino, na dinâmica das aulas e nas formas de pensar.

No quinto e sextos momentos, ocorreram nos dias 18 e 19 de novembro, iniciamos a estratégia no dia 18 de novembro com as metas traçadas para esse momento específico da interversão com uma aula expositiva, com o objetivo de articular conhecimentos prévios de geometria e associar a novas experiencias e novos conhecimentos de áreas e volumes dos sólidos geométricos a serem construídos utilizando materiais didáticos como: quadro, marcador, apagador data show, macbook Air, laser, internet, Microsoft Power Point e software GeoGebra. Nossas metas foram de desenvolver a capacidade de interpretar as descrições geométricas, desenvolvendo o raciocínio dedutivo para a modelagem matemática de situação real. Utilizar sólidos geométricos como materiais didáticos, identificando-o medindo-o, deduzindo-o e manipulando-o esses objetos com o objetivo de fazer as devidas associações, construindo e reproduzindo de forma digital os sólidos geométricos no software GeoGebra. Como ilustra as Figuras 4.33 e 4.34.

Figura 4.33: Articulação da Geometria Espacial I



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.34: Articulação da Geometria Espacial II

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

No momento ilustrado nas Figuras 4.33 e 4.34, o pesquisador fez uso das estratégias de ensino ao explorar os conhecimentos prévios dos participantes acerca da geometria espacial, estabelecendo associações por meio de materiais didáticos e materiais didáticos manipuláveis, articulados a aulas expositivas. Para isso, foram utilizados o quadro, marcadores e o auxílio de um data show, adotando-se abordagens diferenciadas na explicação dos conteúdos de Geometria Espacial.

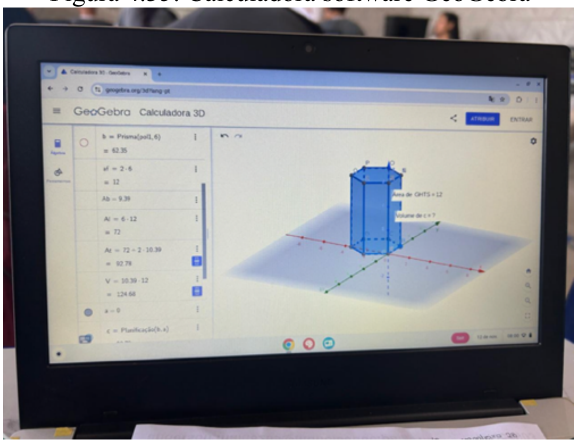
Lorenzato (2010) destaca que as estratégias de ensino devem valorizar os conhecimentos prévios dos alunos e o essencial é reconhecer e aproveitar a experiência docente, explorando as vivências construídas ao longo da prática pedagógica.

Paralelamente, fez-se uso das TICs, como a internet e o software GeoGebra, no auxílio ao ensino de áreas e volumes dos sólidos geométricos. Esses recursos possibilitaram a realização de construções virtuais dos sólidos, além de contribuírem para o acompanhamento das resoluções dos exercícios pelos participantes da pesquisa, valorizando os conhecimentos já consolidados em geometria espacial e incorporando novos conceitos da disciplina de matemática.

Para Silva; Carlesso e Ghisleni (2023) as estruturas midiáticas contemporâneas e os processos comunicacionais presentes na sociedade têm modificado as práticas de ensino, oferecendo aos profissionais da educação novas possibilidades de inovação pedagógica. Nesse contexto, o uso de recursos tecnológicos no espaço escolar pode contribuir significativamente para o desenvolvimento de práticas pedagógicas diferenciadas, ao integrar os interesses tecnológicos dos alunos ao ambiente da sala de aula.

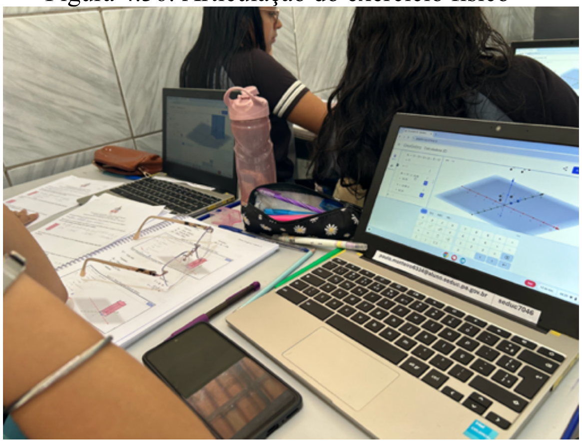
Com o uso da calculadora do software GeoGebra no ensino de áreas e volumes dos sólidos geométricos, objetivou-se que os participantes compreendessem a aplicação das fórmulas em ambiente digital e, posteriormente, utilizassem o material impresso referente aos exercícios da Atividade II.

Figura 4.35: Calculadora software GeoGebra



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

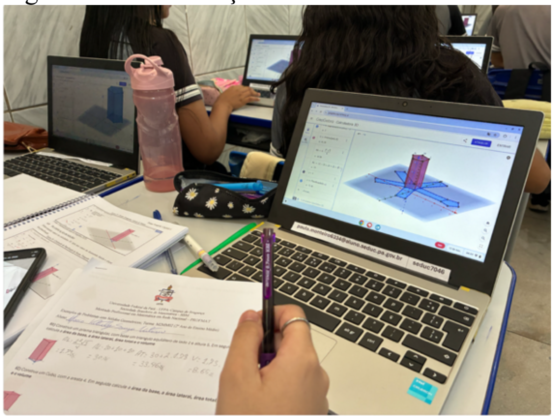
Figura 4.36: Articulação do exercício físico



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

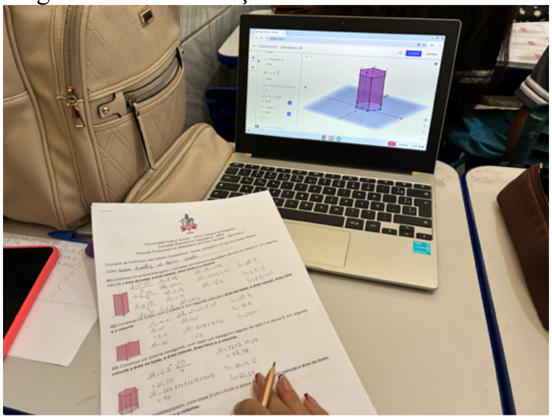
Nesse instante, o participante da pesquisa resolveu a Atividade II utilizando o auxílio do software GeoGebra ou, alternativamente, optando por realizar a resolução diretamente no material impresso, sem o uso da ferramenta digital. Essa escolha foi deixada livre, considerando que o ambiente de aprendizagem se mostrava favorável a esse tipo de estratégia, evidenciando a segurança do participante em relação aos procedimentos adotados, conforme ilustrado nas Figuras 4.37 e 4.38

Figura 4.37: Articulação do GeoGebra e exercício



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.38: Articulação do GeoGebra e exercício

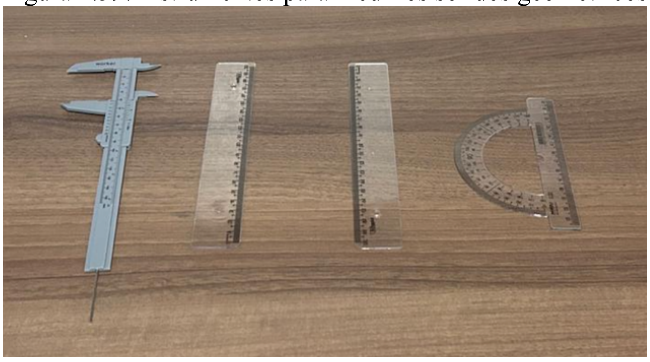


Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

No dia 19 de novembro, deu-se início ao sexto momento da intervenção. As metas propostas para esse dia consistiram na utilização de sólidos geométricos como materiais didáticos manipuláveis, com o objetivo de identificar, medir, deduzir e manipular esses objetos, estabelecendo as devidas associações para, posteriormente, construir e reproduzir digitalmente os sólidos geométricos no software GeoGebra.

Para a coleta de dados, foram utilizados instrumentos como régua, transferidor e paquímetro, cujas medidas serviram de base para a realização das construções no ambiente digital do GeoGebra. Os instrumentos empregados encontram-se ilustrados na Figura 4.39.

Figura 4.39: instrumentos para medir os sólidos geométricos



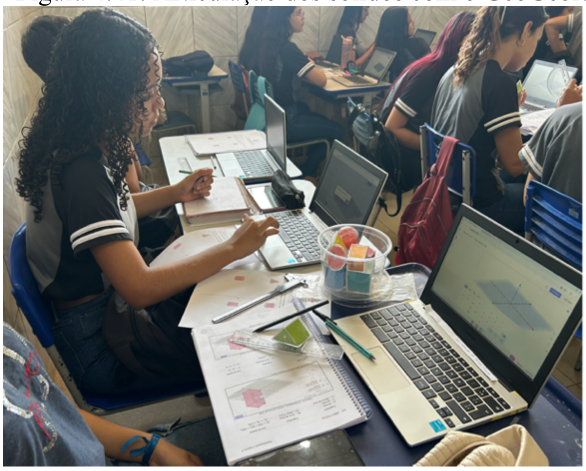
Fonte: construído pelo autor (2025)

Na proposta do exercício III, foi disponibilizado um material impresso contendo figuras dos sólidos geométricos semelhantes aos materiais didáticos manipuláveis. Nessa atividade, os participantes da pesquisa manusearam os objetos, realizaram a verificação dos dados e registraram as informações nos exercícios impressos, promovendo a articulação entre o software GeoGebra e o material didático concreto. Estabeleceu-se, assim, uma relação dicotômica entre o sólido geométrico concreto e sua construção e reprodução no ambiente virtual do GeoGebra, conforme ilustrado nas Figuras 4.40 e 4.41.

Figura 4.40: Materiais Didáticos manipuláveis

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.41: Articulação dos sólidos com o GeoGebra

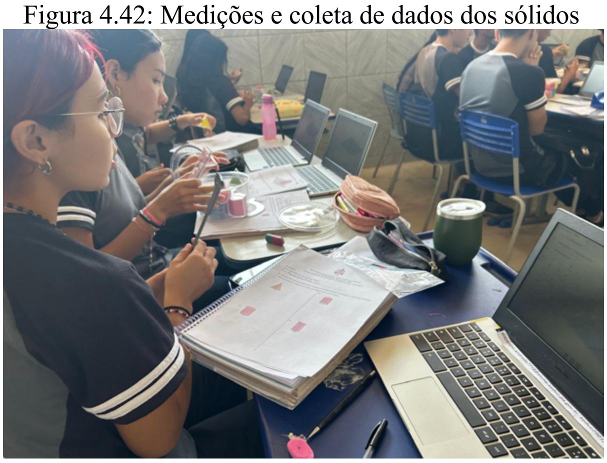


Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Nesse momento, ocorre as medições dos sólidos geométricos e anotações delas, com o propósito de resolver o exercício III, a qual explora o cálculo de áreas e volumes desses objetos, bem como sua construção no software GeoGebra. Dessa forma, o participante da pesquisa estabelece contato direto com o material didático manipulável concreto, o sólido geométrico, e posteriormente, o transforma em um sólido geométrico virtual no ambiente digital.

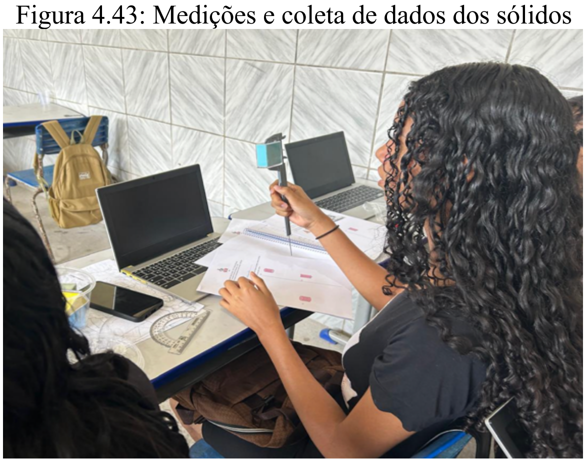
Os instrumentos utilizados nessa coleta de dados foram o transferidor, a régua métrica e o paquímetro, conforme ilustrado nas Figuras 4.42 e 4.43.

Figura 4.42: Medições e coleta de dados dos sólidos



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.43: Medições e coleta de dados dos sólidos



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

A estratégia de ensino foi concluída com o alcance positivo de todas as metas previstas no planejamento. Os participantes da pesquisa demonstraram ser capazes de aplicar os conhecimentos propostos ao longo da intervenção, evidenciando aprendizagens significativas decorrentes da sequência didática desenvolvida. Tornaram-se claras as evidências da aprendizagem promovida pela articulação entre o concreto e o virtual, por meio do uso de materiais didáticos manipuláveis associados ao software GeoGebra. Essa relação contribuiu para tornar as aulas mais dinâmicas e favoráveis à construção significativa do conhecimento matemático. Conforme Oliveira Junior (2025) Temos que:

> O ensino da geometria espacial utilizando TICs, como o GeoGebra desperta um maior interesse de aprender os conteúdos da matemática e com as relações em grupo motivou a construção do conhecimento matemático de forma instigante. A ideia de verificar as medidas por si, ou seja, a autonomia de realizar as atividades na prática motivou a construção dos cálculos necessários para resolver os problemas propostos. Sendo assim, o uso das estratégias diversificadas como TICs e o de materiais manipuláveis como os sólidos geométricos espaciais proporcionou uma construção de conhecimento exitosa, onde os discentes se sentem gratificados ao perceberem que aprenderam de forma inusitada e criativa os conteúdos da matemática. (Oliveira Junior, 2025, p. 10).

Entendemos em consonância com o autor, que o ensino da geometria espacial com a utilização das TCs, em especial o software GeoGebra, e a utilização dos materiais manipuláveis é uma estratégia de ensino muito dinâmica que proporciona ao discente uma liberdade em construção de conhecimento matemático, despertando a criatividade e as possíveis associações do que é virtual e o que concreto.

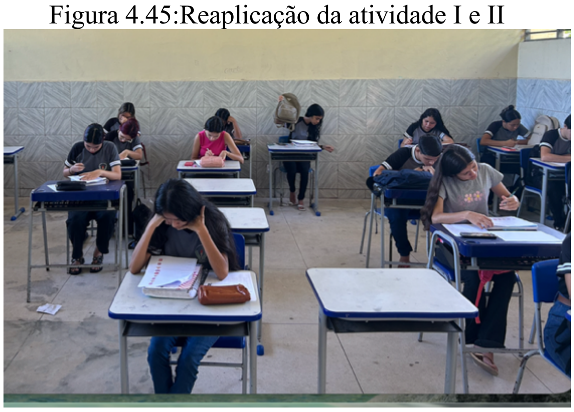
Segundo Onuchic e Allevato (2012), a ampla disponibilidade de novos recursos, como softwares e jogos, amplia de forma significativa as possibilidades de aplicação das tecnologias educacionais. No campo da Educação Matemática, ao explorar e experimentar as potencialidades desses sistemas, alunos e professores passam a vivenciar ambientes de aprendizagem altamente propícios à construção e reconstrução do conhecimento.

Nos dias 25 e 26 de novembro, tiveram início o sétimo e o oitavo momentos da intervenção, nos quais ocorreu a reaplicação das Atividades I e II, com o objetivo de avaliar a eficácia da estratégia de ensino adotada. Essa reaplicação possibilitou o confronto entre os resultados obtidos nas duas etapas, cujas análises serão apresentadas em capítulo posterior, conforme ilustrado nas Figuras 4.44 e 4.45.

Figura 4.44:Reaplicação da atividade I e II

Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Figura 4.45:Reaplicação da atividade I e II



Fonte: Elaborada pelo autor (2025)

Nos dias 02 e 03 de dezembro, iniciamos o nono e decimo momento, nesses dias houve a aplicação do questionário I e II, com objetivo de fazer uma avaliação qualitativa da estratégia de ensino, fazendo a escuta desse individuo pesquisado, finalizando esse processo da metodologia. O resultado dessa coleta de dados será analisado no capítulo posterior.

CAPÍTULO V

5. RESULTADOS DA PESQUISA.

Foi realizado um tratamento dos dados coletados quantitativo, criando critérios de avaliação para os primeiros instrumentos diagnósticos, que são as atividades I e atividades II. Foi construído notas ponderadas, conforme o conhecimento construído dos indivíduos da pesquisa ao meio a interversão com nossa estratégia de ensino. A grade de correção das atividades I e II, foi inspirada nas grades dos vestibulares dos anos 2000, da Universidade Federal do Pará (UFPA) e nos Exames Nacionais de Qualificação (ENQ) do PROFMAT. Foi criando critérios e ponderando itens, conforme o conteúdo explorado em cada questão das atividades e foi construído quadros expressando as notas dos indivíduos.

Em síntese, temos dois instrumentos investigativos que são: Os testes diagnósticos, subdivididos em atividade I e atividade II; e os questionários, subdividido em questionário I e questionário II.

Nos testes diagnósticos, cada atividade é composta por 05 (cinco) questões de Geometria Espacial, oriundas de avaliações externas em larga escala como: Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), Escola Tecnica Efetiva (ETE) e Universidade federal de Santa Maria (UFSM). Houve o acréscimo de questões elaboradas pelo autor para fins didáticos. Nessas atividades, o conteúdo discutido foi relacionado a sólidos geométricos, áreas e volumes, sendo selecionadas por seu potencial de articulação com a estratégia de ensino adotada. Nos referendamos para elaborar essa proposta de investigação em nossos referencias já mencionados e na BNCC.

5.1 Estrutura dos testes diagnósticos atividade I

Nesse primeiro momento, expressamos a estruturação do teste diagnostico intitulado Atividade I. Integração de diferentes conteúdos matemáticos; e metas a serem atingidas como: a organização do raciocínio matemático; uso adequado de fórmulas; encadeamento lógico de procedimentos, comunicação matemática escrita e domínio operacional dos conceitos geométricos, construção modelos matemáticos dos problemas**.** De forma sucinta a estrutura do teste diagnóstico intitulado Atividade I, está representado no Quadro 5.1:

Quadro 5.1: Síntese da estrutura do teste diagnóstico, atividade I.

QUESTÃO	TEMA DA QUESTÃO	ASSUNTOS DE MATEMÁTICA	HABILIDADES DA BNCC	METAS
1	Tetraedro truncado	1. Poliedros regulares; 2. Processo de truncamento; 3. Identificação e contagem de faces 4. Propriedades de sólidos geométricos.	EM13MAT201; EM13MAT202; EM13MAT105	1.Visualização espacial; 2. Capacidade de interpretar descrições geométricas; 3. Raciocínio dedutivo; 4. Compreensão de representações não explícitas; 5. Resolução de problema típico do ENEM
2	Cone e revestimento	1. Cone circular reto; 2. Superfície lateral do cone; 3. Seção do cone; 4. Planificação parcial de sólidos geométricos	EM13MAT203; EM13MAT101; EM13MAT105	1. Relação entre sólido tridimensional e figura plana; 2. Capacidade de abstração geométrica; 3. Interpretação de situação prática; 4. Leitura e análise de representações gráficas; 5. Pensamento geométrico visual
3	Sólidos geométricos	1. Classificação de sólidos geométricos; 2. Prismas e pirâmides; 3. Cilindro, cone e esfera; 4. Vocabulário geométrico.	EM13MAT201; EM13MAT102	1. Reconhecimento e identificação de formas; 2. Consolidação de conceitos básicos; 3. Memória associativa com compreensão conceitual; 4. Alfabetização geométrica
4	Silo e cálculo de volume	1. Volume do cilindro; 2. Volume do cone; 3. Volume total de sólidos compostos; 4. Aproximação numérica de π; 5. Divisão e arredondamento; 6. Noção de capacidade	EM13MAT204; EM13MAT301; EM13MAT101	1. Planejamento de estratégias de resolução; 2. Modelagem matemática de situação real; 3. Tomada de decisão com base em resultados numéricos; 4. Leitura e interpretação de dados; 5. Resolução de problemas contextualizados.
5	Área e volume do prisma	1. Área da base; 2. Área lateral; 3. Área total; 4. Volume de prismas	EM13MAT203; EM13MAT204; EM13MAT104	1. Organização do raciocínio matemático; 2. Uso adequado de fórmulas; 3. Encadeamento lógico de procedimentos, 4. Comunicação matemática escrita; 5. Domínio operacional dos conceitos geométricos.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2025)

5.2. Estrutura dos testes diagnósticos atividade II

Nesse segundo momento, expressamos a estruturação do teste diagnostico intitulado Atividade II. Integração de diferentes conteúdos matemáticos; leitura e interpretação de esquemas; planejamento de resolução; aplicação da matemática em contexto real e rigor no uso de unidades de medida. De forma sucinta a estrutura do teste diagnóstico intitulado Atividade II, está representado no Quadro 5.2

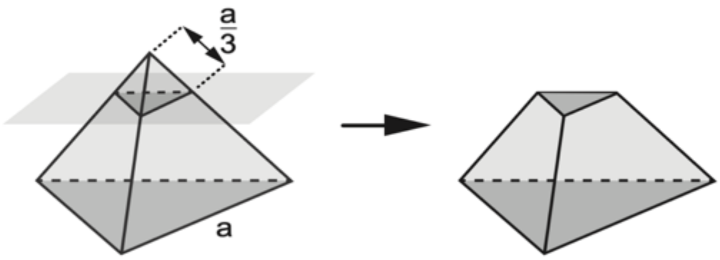
Quadro 5.2: Síntese da estrutura do teste diagnóstico, atividade II.

QUESTÃO	TEMA DA QUESTÃO	ASSUNTOS DE MATEMÁTICA	HABILIDADES DA BNCC	METAS
1	Bloco retangular – contagem	1. Multiplicação de números naturais; 2. Contagem por arranjo espacial 3. Noção de volume por composição.	EM13MAT204; EM13MAT101; EM13MAT103	1. Leitura e organização de informações; 2. Raciocínio lógico; 3. Interpretação de situação cotidiana; 4. Compreensão de estrutura tridimensional.
2	Prisma com escala – volume	1. Volume de prismas; 2. Relação entre escala linear 3. Volume e proporcionalidade	EM13MAT302; EM13MAT204; EM13MAT106	1. Análise de variação; 2. Pensamento algébrico-geométrico 3. Generalização de resultados e 4. Proporcionalidade linear simples.
3	Sólidos e planificações	1. Planificação de sólidos geométricos 2. Correspondência entre faces e sólido	EM13MAT105; EM13MAT201	1. Visualização espacial; 2. Conversão entre registros de representação; 3. Interpretação de representações geométricas; 4. Percepção e orientação espacial.
4	Aquário – deslocamento de volume	1. Volume de paralelepípedo; 2. Diferença de volumes; 3. Deslocamento de volume 4. Divisão em partes iguais.	EM13MAT204; EM13MAT301; EM13MAT101	1. Modelagem de fenômeno físico; 2. Raciocínio lógico-matemático; 3. Interpretação de situações experimentais 4. Aplicação concreta do conceito de volume.
5	Caixa de sapatos – área e porcentagem	1. Área total de paralelepípedo; 2. Cálculo percentual 3. Operações com medidas.	EM13MAT203; EM13MAT305; EM13MAT104	1. Integração de diferentes conteúdos matemáticos; 2. Leitura e interpretação de esquemas; 3. Planejamento de resolução; 4. Aplicação da matemática em contexto real 5. Rigor no uso de unidades de medida.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2025)

5.3 Grade de correção da atividade I

01. (ENEM 2019) As luminárias para um laboratório de matemática serão fabricadas em forma de sólidos geométricos. Uma delas terá a forma de um tetraedro truncado. Esse sólido é gerado a partir de secções paralelas a cada uma das faces de um tetraedro regular. Para essa luminária, as secções serão feitas de maneira que, em cada corte, um terço das arestas seccionadas serão removidas. Uma dessas secções está indicada na figura. Essa luminária terá por faces



(A) 4 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

(B) 2 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

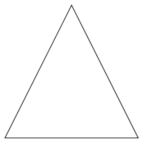
(C) 4 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.

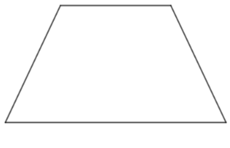
(D) 3 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.

(E) 3 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros

Solução: Como tiraremos $\frac{1}{3}$ de cada vertice, sobrará $\frac{1}{3}$ da aresta. Assim, teremos a figura abaixo Assim todas as arestas serão iguais. Portanto teremos 4 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros. Então o item correto é a letra “A”

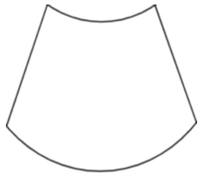
02. (ENEM 2014) Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda à parte da superfície lateral a ser revestida. Qual deverá ser a forma do adesivo?

A) 

B) 

C) 

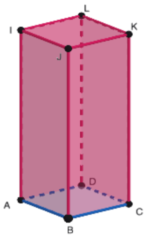
D) 

E) 

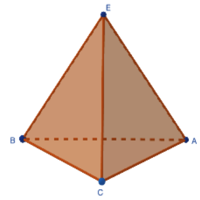
Solução: Conforme a descrição do texto a planificação adequada é o item “E”

03. Associe os sólidos geométricos com seus respectivos nomes.

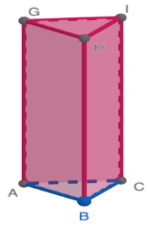
( ) Prisma Triangular

1: 

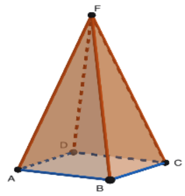
( ) Prisma hexagonal

2: 

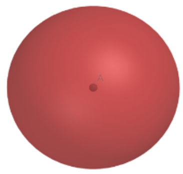
( ) Cubo

3: 

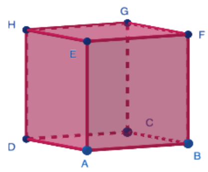
( ) Paralelepípedo

4: 

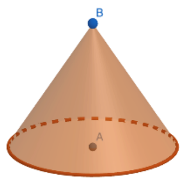
( ) Pirâmide triangular

5: 

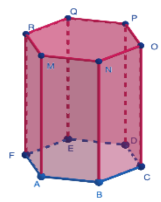
( ) Pirâmide quadrangular

6: 

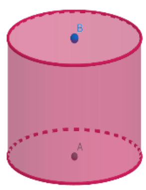
( ) Cilindro

7: 

( ) Cone

8 

( ) Esfera

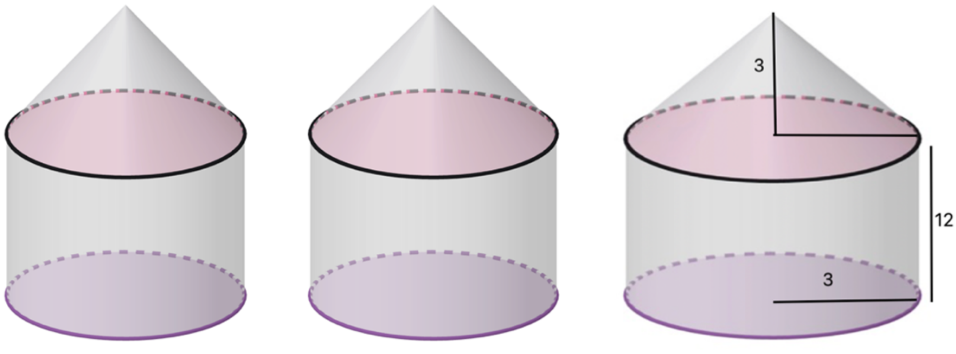
9: 

Solução:

Conforme a analise dos sólidos e de suas planificações temos a sequencia correta das enurações igual a: 3, 8, 6, 1, 2, 4, 9, 7, 5

04. (Enem 2016-adaptada) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio, e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.

Figura 5.1: Silos de armazenamento



Fonte: Construído pelo autor (2025)

Utilize 3 como aproximação para π. O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é:

Solução:

1º passo:

a) Cálculo da Area da base

$$A_b = \pi\, r^2 \;\Rightarrow A_b = 3\; 3^2 \;\Rightarrow\; A_b = 27m^2$$

2º Passo: Volume Cone

$$V_{\text{Cone}} = \frac{A_b.h}{3} \Rightarrow V_{\text{Cone}} = \frac{27.3}{3} \Rightarrow V_{\text{Cone}} = 27\; m^3$$

3º passo: a) Cálculo da Area da base do cilindro

$$A_b = \pi\, r^2 \Rightarrow A_b = 3\; 3^2 \Rightarrow A_b = 27m^2$$

4º Passo: Volume Cilindro

$$V_{\text{Cilindro}} = A_b.h \Rightarrow V_{\text{Cilindro}} = 27.12 \Rightarrow V_{\text{Cilindro}} = 324\; m^3$$

Portanto, temos que:

$$V_{\text{Total}} = V_{\text{Cone}} + V_{\text{Cilindro}} \Rightarrow V_{\text{Total}} = 27 + 324 \Rightarrow V_{\text{Total}} = 351\; m^3$$

Logo o número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é: $número\ de\ viagens\ do\ caminhão = \frac{351}{20} = 17{,}55$

Portanto, o número de viagens do caminhao é de 18 viagens.

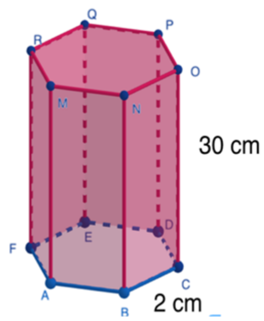
Quadro 5.3: Grade da questão 04

METAS QUESTÃO 04	SÍMBOLO	PONTUAÇÃO
Escolha da Fórmula da Área da Base	I	0,25
Escolha da Fórmula do Volume do Cilindro	II	0,25
Escolha da Fórmula do Volume do Cone	III	0,25
Escolha da Fórmula do Volume Total	IV	0,25
Cálculo da Área da Base	V	0,5
Cálculo do Volume do Cone	VI	0,5
Cálculo do Volume do Cilindro	VII	0,5
Cálculo do Volume Total	VIII	0,25
Número de Viagens do Caminhão	IX	0,25
Peso	P	3,00

Fonte: construido pelo autor (2025)

05. Dado o prisma responda os itens abaixo:

Figura 5.2: Hexágono



a) Qual a área da base desse prisma?

b) Qual área lateral desse prisma?

c) Qual a área total desse prisma?

d) Qual o volume desse prisma?

Fonte: Construido pelo autor

Solução: a) Cálculo da Area da base

$A_b = \frac{3.L^2\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow. \ A_b = \frac{3.2^2\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}cm^2 = 6.1{,}73 \quad \Rightarrow \ A_b = 10{,}38\ cm^2$

B) Cálculo da Area lateral

Solução: $A_L = 6\ a \cdot h = 6.2.30. \quad \Rightarrow \quad A_L = 360\ cm^2$

C) Cálculo da Area Total

Solução: $A_T = A_L + 2A_b \quad \Rightarrow. \ A_T = 360 + 2 \cdot 10{,}38 = 360 + 20{,}76 \ \Rightarrow A_T = 380{,}76\ cm^2$

D) Cálculo do Volume hexágono

Solução: $V_{hexagono} = A_b . h \Rightarrow \ V_{hexagono} = 10{,}38.30. \quad \Rightarrow . V_{hexagono} = 311{,}4\ cm^3$

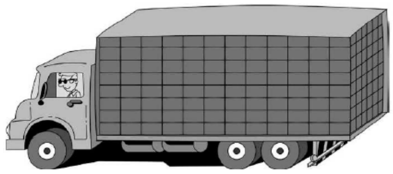
Quadro 5.4: Grade da questão 05

METAS QUESTÃO 05	SÍMBOLO	PONTUAÇÃO
Escolha da Fórmula da Área da Base do Hexágono	I	0,25
Escolha da Fórmula da Área Lateral do Hexágono	II	0,25
Escolha da Fórmula da Área Total do Hexágono	III	0,25
Escolha da Fórmula do Volume do Hexágono	IV	0,25
Cálculo da Área da Base do Hexágono	V	0,5
Cálculo da Área Lateral do Hexágono	VI	0,5
Cálculo da Área Total do Hexágono	VII	0,5
Cálculo do Volume do Hexágono	VIII	0,5
Peso	P	3,00

Fonte: Construido pelo autor (2025)

5.4. Grade de correção da atividade II

01. (ETE-2019) Um caminhão está carregado de caixas de garrafas de água mineral, contendo 24 garrafas em cada uma. As caixas, todas de mesmo tamanho, formam uma pilha com a forma de um bloco retangular. São 12 caixas no comprimento, 6 caixas na largura e 8 na altura.



Qual o total de caixas transportado por esse caminhão?

A) 26 caixas B) 50 caixas C) 216 caixas D) 576 caixas

Solução: Com base no texto, temos no caminhão a primeira fileira com blocos de 12 caixas de comprimento por 6 caixas de largura, ou seja, um total 12 vezes 6 caixas que é igual a um total de 72 caixas. Como temos um total de 8 caixas na altura, logo temos:

$72 \times 8 = 576$; portanto, a resposta é a caixa letra "D".

02. (Enem 2015) Uma fábrica que trabalha com matéria-prima de fibra de vidro possui diversos modelos e tamanhos de caixa-d'água. Um desses modelos e um prisma reto com base quadrada. Com o objetivo de modificar a capacidade de armazenamento de água, está sendo construído um novo modelo, com as medidas das arestas da base duplicadas, sem a alteração da altura, mantendo a forma. Em relação ao antigo modelo, o volume do novo modelo e

A) oito vezes maior. B) quatro vezes maior. C) duas vezes maior.

D) a metade. E) a quarta parte.

Figura 5.3: Prisma

Fonte: construído pelo autor (2025)

1º Passo: Volume inicial

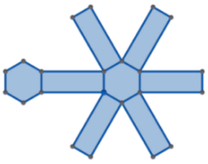
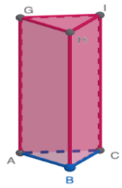
$V_{Inicial} = a \,.\, a \,.\, h = a^2 \,.\, h. \quad \Rightarrow. \quad V_{Inicial} = a^2 \,.\, h$

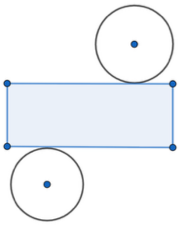
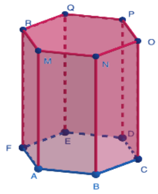
2º passo: Volume final

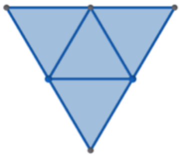
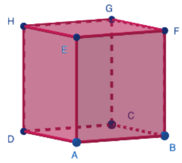
$V_{Final} = 2a.2a.h = 4a^2 \,.\, h \quad \Rightarrow. \quad V_{Final} = 4.(a^2 \,.\, h)$

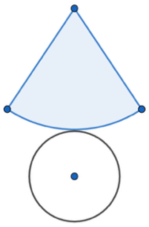
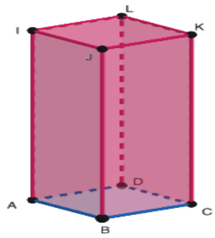
Portanto, temos que: $V_{Final} = 4.V_{Inicial}$; logo a resposta correta é a letra B

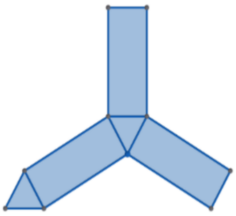
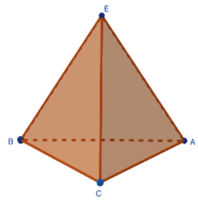
03**.** Associe cada solido espacial com sua respectiva planificação.

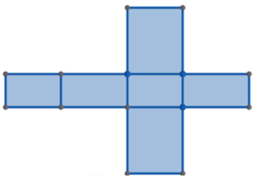
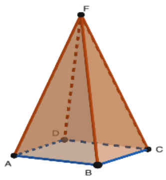
( )  1: 

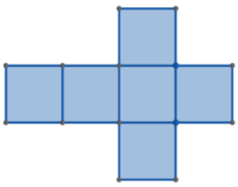
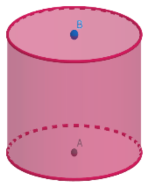
( )  2: 

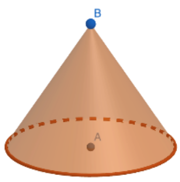
( )  3: 

( )  4: 

( )  5: 

( )  6: 

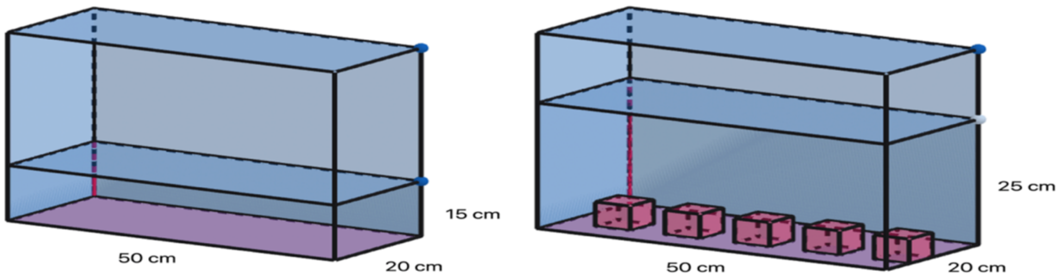
( )  7: 

( )  8: 

Solução: Conforme o sólido e a sua planificação temos a seguinte sequência enumerada: **2, 7, 5, 8, 1, 4, 3, 6.**

04. (SARESP-2010-adaptada) Um aquário possui o formato de um bloco retangular, cujas dimensões da base são 50 cm e 20 cm, e a água contida em seu interior está atingindo um nível de altura 15 cm (Figura 1). Mergulhando, a seguir, 5 cubos coloridas de metal, de volumes iguais, o nível de água do aquário atinge uma altura de 25 cm (Figura 2). Calcule o volume, em cm³, ocupado por cada cubo.

Figura 5.4: Aquários



Fonte: Construido pelo autor (2025)

Solução:

1º passo: Volume D' água

$$V_{dágua} = a \times b \times h \Rightarrow V_{dágua} = 50 \times 20 \times 15. \quad \Rightarrow V_{dágua} = 15000\ cm^3$$

2º passo: Volume da coluna D' água com o cubo:

$$V_{dágua\ com\ cubo} = a \times b \times h \Rightarrow V_{dágua\ com\ cubo} = 50 \times 20 \times 25 \Rightarrow$$

$$V_{dágua\ com\ cubo} = 25000\ cm^3$$

3º passo: Volume dos 5 cubos

$$V_{5\ cubos} = V_{d'água\ com\ cubo} - V_{dágua} = 25000 - 15000$$

$$V_{5\ Cubos} = 25000 - 15000 \quad \Rightarrow \quad V_{5\ Cubos} = 10000\ cm^3$$

4º passo: Volume de um cubo.

$$V_{CUBO} = \frac{10000}{5} = 2000\ cm^3 \Rightarrow V_{CUBO} = 2000\ cm^3$$

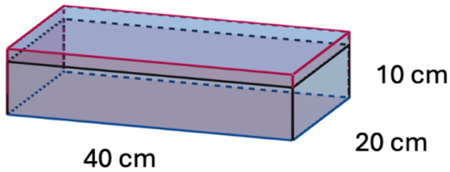
Quadro 5.5: Grade da questão 04

METAS QUESTÃO 04	SÍMBOLO	PONTUAÇÃO
Escolha da Fórmula do Volume da Coluna D'água	I	0,25
Escolha da Fórmula do Volume da Coluna D'água com os 5 Cubos	II	0,25
Escolha da Fórmula do Volume dos 5 Cubos	III	0,25
Escolha da Fórmula do Volume de 1 Cubo	IV	0,25
Cálculo do Volume da Coluna D'água	V	0,5
Cálculo do Volume da Coluna D'água com os 5 Cubos	VI	0,5
Cálculo do Volume dos 5 Cubos	VII	0,5
Cálculo do Volume de 1 Cubo	VIII	0,5
Peso	P	3,00

Fonte: Construido pelo autor (2025)

05. (UFSM-Adaptada) Uma caixa de sapatos (com tampa) é confeccionada com papelão e tem as medidas, em centímetros,conforme a figura.

Figura 5.5: caixa de sapato



Fonte: Construido pelo autor (2025)

Sabendo-se que à área total da caixa são acrescentados 2% para fazer as dobras de fixação, o total de papelão empregado na confecção da caixa, em cm^2, é:

Solução:

1º passo: Cálculo da Area da base

$$A_b = a \cdot b \Rightarrow A_b = 40 \cdot 20 = 800\, cm^2 \quad \Rightarrow. \quad A_b = 800\, cm^2$$

2º passo: Cálculo da Area lateral

$$A_L = 2a \cdot h + 2b \cdot h \quad \Rightarrow \quad A_L = 2 \cdot 40 \cdot 10 + 2 \cdot 20 \cdot 10 = 800 + 400 = 1200\, cm^2$$

$$A_L = 1200\, cm^2$$

3º passo: Cálculo da Area Total sem acréscimo de 2%:

$$A_T = A_L + 2A_b \quad \Rightarrow \quad A_T = 1200 + 2 \cdot 800 = 1200 + 1600 = 2800\, cm^2$$

$$A_T = 2800\, cm^2$$

4º passo: Cálculo da Area Total com acréscimo de 2%, ou seja, a área total do papelão

$$\mathrm{A}_{\text{total do papelão}} = A_T + A_T \cdot 0{,}02$$

$$\mathrm{A}_{\text{total do papelão}} = 2800 + 2800 \cdot 0{,}02 = 2800 + 56 = 2856\, cm^2$$

$$\Rightarrow \mathrm{A}_{\text{total do papelão}} = 2856\, cm^2$$

Quadro 5.6: Grade da questão 05

METAS QUESTÃO 05	SÍMBOLO	PONTUAÇÃO
Escolha da Fórmula da Área da Base do Paralelepípedo	I	0,25
Escolha da Fórmula da Área Lateral do Paralelepípedo	II	0,25
Escolha da Fórmula da Área Total do Paralelepípedo	III	0,25
Escolha da Fórmula da Área Total da Caixa de Papelão	IV	0,25
Cálculo da Área Base do Paralelepípedo	V	0,5
Cálculo da Área Lateral do Paralelepípedo	VI	0,5
Cálculo da Área Total do Paralelepípedo	VII	0,5
Cálculo da Área Total da Caixa de Papelão	VIII	0,5
Peso	P	3,00

Fonte: construído pelo autor (2025)

5.5. Análise dos resultados da pesquisa.

Com o intuito de preservar a identidade dos indivíduos da pesquisa, nomeamo-los com as letras do alfabeto: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y. No decorrer desse tratamento de informação com objetivo de tornar o mais claro possível para o leitor nos iremos normatizar algumas simbologias e será construído modelos de quadros e fórmulas, que irão matematizar o rendimento do individuo nos testes diagnósticos, tais rendimentos são nomeados como Notas Gerais das atividades. A nossa análise toma como base avaliativa, nossas grades de correções, que é norteada pelas habilidades da BNCC, com objetivos e as metas descritas no quadro 5.1 e 5.2. Para tornar o mais didático possível, nós iremos definir Nota Geral da seguinte forma:

Nota Geral I (NG_1) é a nota geral na Aplicação do teste diagnóstico.

Nota Geral II (NG_2) é a nota geral na Reaplicação do teste diagnóstico.

Criamos pesos específicos para cada questão do teste diagnóstico, que são as Atividades I e II, levando em consideração as ponderações conforme os critérios, habilidades da BNCC, metas e objetivos que foram preestabelecidos nas fases iniciais da pesquisa. Na construção desses quadros e fórmulas da Nota Geral (NG) do teste. Temos três variáveis que devemos especificá-las, que são: 1. Peso (P) é o somatório das pontuações dos itens da questão. 2. Frequência (F) é o número de itens certos da questão. 3. Nota (N) é igual ao produto do Peso (P) com a Frequência (F) da questão

Construímos o quadro 5.7, com as simbologias e as devidas legendas que nortearam os instrumentos utilizados no tratamento da informação.

Quadro 5.7: Simbologia da pesquisa.

SÍMBOLOS	LEGENDAS	SIGNIFICADO
P	Peso	Valor ponderado da questão
P_1	Peso 1	Valor ponderado da questão 1
P_2	Peso 2	Valor ponderado da questão 2
P_3	Peso 3	Valor ponderado da questão 3
P_4	Peso 4	Somatório da pontuação dos itens da questão
P_5	Peso 5	Somatório da pontuação dos itens da questão
F	Frequência	Números de itens certos da questão
F_1	Frequência 1	Frequência da questão 01
F_2	Frequência 2	Frequência da questão 02
F_3	Frequência 3	Frequência da questão 03
F_4	Frequência 4	Frequência da questão 04
F_5	Frequência 5	Frequência da questão 05
N	Nota	É produto do peso (P) com a frequência (F) da questão
N_1	Nota 1	Nota da questão 1
N_2	Nota 2	Nota da questão 2
N_3	Nota 3	Nota da questão 3
N_4	Nota 4	Nota da questão 4
N_5	Nota 5	Nota da questão 5
NG	Nota Geral	Somatório das cinco notas das questões
NG_1	Nota Geral 1	Nota Geral na aplicação
NG_2	Nota Geral 2	Nota Geral na reaplicação

Fonte: Construído pelo autor (2025)

5.5.1 Desempenho do individuo da pesquisa e fórmula da nota geral.

Construímos um modelo matemático com intuito de matematizar esse teste diagnóstico do rendimento das notas dos indivíduos da pesquisa, na aplicação e na reaplicação da atividade I e na aplicação e reaplicação da atividade II. Podemos representar esse modelo com a fórmula de rendimento da Nota Geral (NG).

A fórmula de rendimento da Nota Geral (NG), usando os pesos (P) e frequências (F):

$$\mathrm{NG_i} = \mathrm{P_1.F_1} + \mathrm{P_2.F_2} + \mathrm{P_3.F_3} + \mathrm{P_4.F_4} + \mathrm{P_5.F_5}$$

A fórmula de rendimento da Nota Geral (NG), usando as notas (N) de cada questão:

$$\mathrm{NG_i} = \mathrm{N_1} + \mathrm{N_2} + \mathrm{N_3} + \mathrm{N_4} + \mathrm{N_5}$$

O valor dessa Nota Geral (NG) é uma nota máxima de 10,00. Decidimos separar esse tratamento da informação dos dados da pesquisa, em dois casos: Caso I e Caso II.

Caso I: Demostram os resultados que os indivíduos da pesquisa atingiram na aplicação e reaplicação do teste diagnóstico Atividade I.

A Nota Geral (NG) da Atividade I, na aplicação é nomeada como Nota Geral I ($\mathrm{NG_1}$).

A Nota Geral (NG) da Atividade I, na reaplicação é nomeada como Nota Geral II ($\mathrm{NG_2}$).

Nota Geral I ($\mathrm{NG_1}$), que se refere a aplicação da atividade I.

Quadro 5.8: Nota Geral I

QUESTÕES DA ATIVIDADE I	P	F	N
Questão 01	1,1	1	1,1
Questão 02	1,1	1	1,1
Questão 03	0,2	9	1,8
Questão 04	3	1	3,0
Questão 05	3	1	3,0
Nota Geral ($\mathrm{NG_1}$)			10,00

Fonte: Construído pelo autor (2025)

Nota Geral II ($\mathrm{NG_2}$), que se refere a reaplicação da atividade I.

Quadro 5.9: Nota Geral II

QUESTÕES DA ATIVIDADE I	P	F	N
Questão 01	1,1	1	1,1
Questão 02	1,1	1	1,1
Questão 03	0,2	9	1,8
Questão 04	3	1	3,0
Questão 05	3	1	3,0
Nota Geral ($\mathrm{NG_2}$)			10,00

Fonte: Construído pelo autor (2025)

Usando a primeira fórmula: $\mathrm{NG_i} = \mathrm{P_1.F_1} + \mathrm{P_2.F_2} + \mathrm{P_3.F_3} + \mathrm{P_4.F_4} + \mathrm{P_5.F_5}$

$\mathrm{NG_i} = 1{,}1 \text{ x } 1 + 1{,}1 \text{ x } 1 + 0{,}2 \text{ x } 9 + 3 \text{ x } 1 + 3 \text{ x } 1 = 10{,}0$

Usando a segunda fórmula: $\mathrm{NG_i} = \mathrm{N_1} + \mathrm{N_2} + \mathrm{N_3} + \mathrm{N_4} + \mathrm{N_5}$

$\mathrm{NG_i} = 1{,}1 + 1{,}1 + 1{,}8 + 3 + 3 = 10{,}0$

Percebe-se que nos quadros A e B, os itens são os mesmos, com pesos (P), frequências (F) e notas (N), com o propósito de um comparativo igualitário nos dois senários, aplicação e reaplicação do teste diagnostico, atividade I.

Caso II: Demostram os resultados que os indivíduos da pesquisa atingiram na aplicação e reaplicação do teste diagnóstico Atividade II.

A Nota Geral (NG) da atividade II, na aplicação é nomeada como Nota Geral I (NG_1).

A Nota Geral (NG) da atividade II, na reaplicação é nomeada como Nota Geral II (NG_2).

Nota Geral I (NG_1), que se refere a aplicação da atividade II.

Quadro 5.10: Nota Geral II

QUESTÕES DA ATIVIDADE II	P	F	N
QUESTÃ0 01	1,2	1	1,2
QUESTÃ0 02	1,2	1	1,2
QUESTÃ0 03	0,2	8	1,6
QUESTÃ0 04	3	1	3
QUESTÃ0 05	3	1	3
NOTA GERAL (NG_1)			10,00

Fonte: Construído pelo autor (2025)

Nota Geral II (NG_2), que se refere a reaplicação da atividade II.

Quadro 5.11: Nota geral II

QUESTÕES DA ATIVIDADE II	P	F	N
QUESTÃ0 01	1,2	1	1,2
QUESTÃ0 02	1,2	1	1,2
QUESTÃ0 03	0,2	8	1,6
QUESTÃ0 04	3	1	3
QUESTÃ0 05	3	1	3
NOTA GERAL (NG_2)			10,00

Fonte: Construído pelo autor (2025)

Usando a primeira fórmula: $\mathrm{NG_i} = \mathrm{P_1.F_1 + P_2.F_2 + P_3.F_3 + P_4.F_4 + P_5.F_5}$

$\mathrm{NG_i} = 1{,}2 \text{ x } 1 + 1{,}2 \text{ x } 1 + 0{,}2 \text{ x } 8 + 3 \text{ x } 1 + 3 \text{ x } 1 = 10{,}0$

Usando a segunda fórmula: $\mathrm{NG_i} = \mathrm{N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5}$

$$\mathrm{NG_i} = 1{,}2 + 1{,}2 + 1{,}6 + 3 + 3 = 10{,}0$$

5.5.2 Modelagem da nota geral do desempenho do individuo na atividade I.

Tomando como referência os quadros 5.8 e 5.9; e a fórmula da nota geral do desempenho do individuo da pesquisa. construímos os quadros 5.12 e 5.13; com as modelagens das notas gerais dos indivíduos da pesquisa, na atividade I de aplicação e reaplicação. Que neste caso são as notas gerais: Nota Geral I (NG_1) e Nota Geral II (NG_2).

Com o objetivo de garantir o anonimato dos participantes da pesquisa, os indivíduos foram identificados por letras do alfabeto, de A à Y. Destaca-se que os participantes que não apresentam registro de nota correspondem àqueles que estiveram ausentes em alguma aplicação ou reaplicação da atividade I.

O Quadro 5.12 é modelo matemático da Nota Geral I (NG_1) que descreve a construção das notas gerais dos indivíduos da pesquisa refletindo seu desempenho conforme, em relação ao teste diagnóstico, na aplicação da atividade I.

Nota Geral I (NG_1),

Quadro 5.12: Nota Geral I (NG_1) dos indivíduos da pesquisa

INDIVIDUOS	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	NG_1
A	1,1	1,1	0,2	0,50	1,25	0	1	5	1	1	0	1,1	1,0	0,50	1,25	3,85
B	1,1	1,1	0,2	0,25	1,00	0	1	6	1	1	0	1,1	1,2	0,25	1,0	3,55
C																
D	1,1	1,1	0,2	0,10	0,25	0	0	7	1	1	0	0	1,4	0,10	0,25	1,75
E	1,1	1,1	0,2	0,10	0,15	1	1	5	1	1	1,1	1,1	1,0	0,10	0,15	3,45
F																
G	1,1	1,1	0,2	0,25	0,50	0	0	2	1	1	0	0	0,4	0,25	0,50	1,15
H	1,1	1,1	0,2	0,25	0,50	0	0	4	1	1	0	0	0,8	0,25	0,50	1,55
I	1,1	1,1	0,2	0,15	0,50	1	0	5	1	1	1,1	0	1,0	0,15	0,50	2,75
J	1,1	1,1	0,2	0	0,15	0	1	7	1	1	0	1,1	1,4	0	0,15	2,65
K	1,1	1,1	0,2	0,15	0,25	0	0	5	1	1	0	0	1,0	0,15	0,25	1,40
L	1,1	1,1	0,2	0,15	0,50	0	1	9	1	1	0	1,1	1,8	0,15	0,50	3,55
M	1,1	1,1	0,2	0,10	1,25	0	1	6	1	1	0	1,1	1,2	0,10	1,25	3,65
N	1,1	1,1	0,2	0,10	0,50	0	1	7	1	1	0	1,1	1,4	0,10	0,50	3,10
O																
P	1,1	1,1	0,2	0,10	0,25	0	0	7	1	1	0	0	1,4	0,10	0,25	1,75
Q	1,1	1,1	0,2	0	0,50	0	1	5	1	1	0	1,1	1,0	0	0,50	2,60
R	1,1	1,1	0,2	0,10	0,15	0	0	6	1	1	0	0	1,2	0,10	0,15	1,45
S																
T	1,1	1,1	0,2	0,15	0,50	0	0	7	1	1	0	0	1,4	0,15	0,50	2,05
U	1,1	1,1	0,2	0,10	0,15	0	0	9	1	1	0	0	1,8	0,10	0,15	2,05
V	1,1	1,1	0,2	0	0	0	0	9	1	1	0	0	1,8	0	0	1,80
W	1,1	1,1	0,2	0,15	0,25	0	0	4	1	1	0	0	0,8	0,15	0,25	1,20
X																
Y	1,1	1,1	0,2	1,50	0,50	0	0	6	1	1	0	0	1,2	1,50	0,50	3,20

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O Quadro 5.13 é modelo matemático da Nota Geral II (NG_2) que descreve a construção das Notas Gerais dos indivíduos da pesquisa refletindo seu desempenho, em relação ao teste diagnóstico, na reaplicação da atividade I.

Nota Geral II ($\mathrm{NG_2}$),

Quadro 5.13: Nota Geral II ($\mathrm{NG_2}$) dos indivíduos da pesquisa

INDIVIDUOS	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	NG_2
A	1,1	1,1	0,2	1	1	0	0	9	2,10	2,00	0	0	1,8	2,10	2,00	5,90
B	1,1	1,1	0,2	1	1	0	1	9	2,75	1,85	0	1,1	1,8	2,75	1,85	7,50
C																
D	1,1	1,1	0,2	1	1	1	0	9	1,10	3,00	1,1	0	1,8	1,10	3,00	7,00
E	1,1	1,1	0,2	1	1	1	0	9	2,50	2,25	1,1	0	1,8	2,50	2,25	7,65
F																
G	1,1	1,1	0,2	1	1	0	0	9	2,35	2,00	0	0	1,8	2,35	2,00	6,15
H	1,1	1,1	0,2	1	1	0	0	9	2,15	2,00	0	0	1,8	2,15	2,00	5,95
I	1,1	1,1	0,2	1	1	1	0	9	2,75	2,00	1,1	0	1,8	2,75	2,00	7,65
J	1,1	1,1	0,2	1	1	0	0	9	2,75	2,00	0	0	1,8	2,75	2,00	6,55
K	1,1	1,1	0,2	1	1	1	0	9	2,75	2,50	1,1	0	1,8	2,75	2,50	8,15
L	1,1	1,1	0,2	1	1	0	1	9	2,85	2,00	0	1,1	1,8	2,85	2,00	7,75
M	1,1	1,1	0,2	1	1	0	1	9	2,35	2,25	0	1,1	1,8	2,35	2,25	7,50
N	1,1	1,1	0,2	1	1	0	0	8	3,00	2,00	0	0	1,6	3,0	2,00	6,60
O																
P	1,1	1,1	0,2	1	1	0	0	9	2,00	1,75	0	0	1,8	2,0	1,75	5,55
Q	1,1	1,1	0,2	1	1	0	0	9	2,25	2,00	0	0	1,8	2,25	2,00	6,05
R	1,1	1,1	0,2	1	1	1	1	9	2,75	2,25	1,1	1,1	1,8	2,75	2,25	9,00
S																
T	1,1	1,1	0,2	1	1	1	1	9	2,50	2,25	1,1	1,1	1,8	2,50	2,25	8,75
U	1,1	1,1	0,2	1	1	0	0	9	2,50	2,00	0	0	1,8	2,50	2,00	6,30
V	1,1	1,1	0,2	1	1	0	1	9	1,75	2,00	0	1,1	1,8	1,75	2,00	6,65
W	1,1	1,1	0,2	1	1	0	0	6	0	1,50	0	0	1,2	0	1,50	2,70
X																
Y	1,1	1,1	0,2	1	1	0	1	9	2,85	2,25	0	1,1	1,8	2,85	2,25	8,00

Fonte: Construído pelo autor (2025)

5.5.3. Modelagem da nota geral do desempenho do individuo na atividade II

Assumindo como referência os quadros 5.10 e 5.11; e a fórmula da nota geral do desempenho do individuo da pesquisa. Construímos quadros 5.14 e 5.15; com as modelagens das notas gerais dos indivíduos da pesquisa, na atividade II de aplicação e reaplicação. Que neste caso são as notas gerais: Nota Geral I ($\mathrm{NG_1}$) e Nota Geral II ($\mathrm{NG_2}$).

Os indivíduos foram identificados por letras do alfabeto, de A à Y. Destaca-se que os participantes que não apresentam registro de nota correspondem àqueles que estiveram ausentes em alguma aplicação ou reaplicação da atividade II

O Quadro 5.14 é modelo matemático da Nota Geral I ($\mathrm{NG_1}$) que descreve a construção das notas gerais dos indivíduos da pesquisa refletindo seu desempenho, em relação ao teste diagnóstico, na aplicação da atividade II.

Nota Geral I (NG_1),

Quadro 5.14: Nota Geral I (NG_1) dos indivíduos da pesquisa

INDIVIDUOS	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	NG_1
A	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	0,25	0,25	0	0	1,6	0,3	0,3	2,1
B	1,2	1,2	0,2	1	1	0	1	7	0,15	0,1	0	1,2	1,4	0,2	0,1	2,9
C																
D	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	0,15	0,1	0	0	1,6	0,2	0,1	1,9
E	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	1	0,25	1,2	1,2	1,6	1	0,3	5,3
F																
G	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	0,1	0,25	0	0	1,6	0,1	0,3	2,0
H	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	0	0,15	0,25	0	0	0,0	0,2	0,3	0,4
I	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	1	0,25	1,2	0	1,6	1	0,3	4,1
J	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	0	0,1	1,2	0	1,6	0	0,1	2,9
K	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	1	0,25	1,2	0	1,6	1,0	0,3	4,1
L	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	0,1	0,15	1,2	1,2	1,6	0,1	0,2	4,3
M	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	0	0	1,2	1,2	1,6	0	0,0	4,0
N	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	0	0,25	1,2	0	1,6	0	0,3	3,1
O																
P	1,2	1,2	0,2	1	1	0	1	8	0,15	0,1	0	1,2	1,6	0,2	0,1	3,1
Q	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	0,1	0	0	0	1,6	0,1	0,0	1,7
R	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	0,25	0,1	1,2	0	1,6	0,3	0,1	3,2
S																
T	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	1	0,25	0	0	1,6	1	0,3	2,9
U	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	0	0,1	1,2	0	1,6	0	0,1	2,9
V	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	0	0,1	1,2	0	1,6	0	0,1	2,9
W	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	0	0	0	0	1,6	0	0	1,6
X																
Y	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	0,15	0,10	1,2	0	1,6	0,2	0,1	3,1

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O Quadro 5.15 é modelo matemático da Nota Geral II (NG_2) que descreve a construção das notas gerais dos indivíduos da pesquisa refletindo seu desempenho, em relação ao teste diagnóstico, na reaplicação da atividade II. Nota Geral II (NG_2),

Quadro 5.15: Nota Geral II (NG_2) dos indivíduos da pesquisa

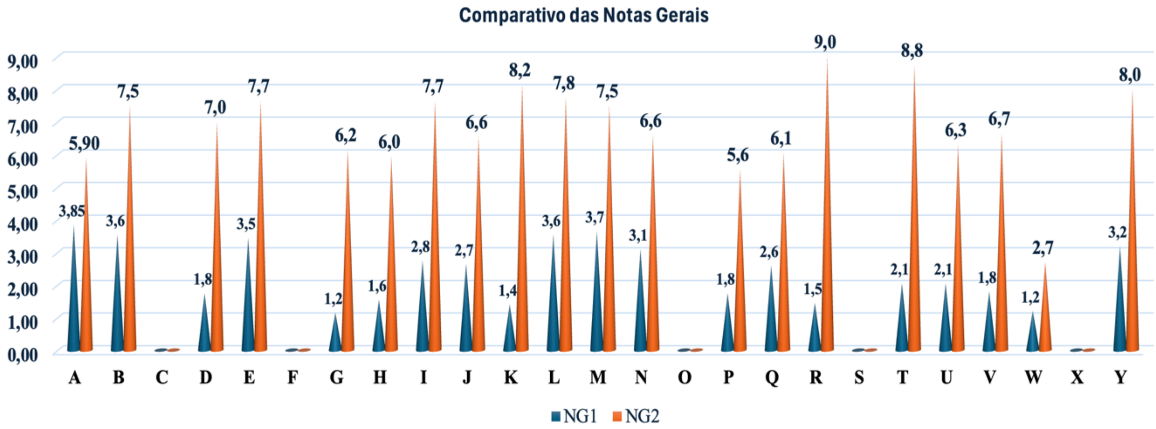
INDIVIDUOS	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	NG_2
A	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	3	3	0	0	1,6	3	3	7,6
B	1,2	1,2	0,2	1	1	0	1	8	0,25	0,25	0	1,2	1,6	0,3	0,3	3,3
C																
D	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	3	3	1,2	1,2	1,6	3,0	3	10,0
E	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	3	3	1,2	1,2	1,6	3,0	3	10,0
F																
G	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	2,75	3	0	0	1,6	2,8	3	7,4
H	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	0,25	0,25	0	0	1,6	0,3	0,3	2,1
I	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	3	3	1,2	1,2	1,6	3,0	3	10,0
J	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	3	2,25	1,2	0	1,6	3,0	2,3	8,1
K	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	3	3	1,2	1,2	1,6	3,0	3	10,0
L	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	3	3	1,2	1,2	1,6	3,0	3	10,0
M	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	2,75	3	1,2	1,2	1,6	2,8	3	9,8
N	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	3	2,50	1,2	0	1,6	3,0	2,5	8,3
O																
P	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	2,75	3	1,2	1,2	1,6	2,8	3	9,8
Q	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	2,75	2,75	0	0	1,6	2,8	2,8	7,1
R	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	2	2,5	1,2	0	1,6	2,0	2,5	7,3
S																
T	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	3	2,5	1,2	0	1,6	3,0	2,5	8,3
U	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	2,75	2,85	1,2	1,2	1,6	2,8	2,9	9,6
V	1,2	1,2	0,2	1	1	1	1	8	2,5	2,75	1,2	1,2	1,6	2,5	2,8	9,3
W	1,2	1,2	0,2	1	1	0	0	8	2	1,5	0	0	1,6	2	1,5	5,1
X																
Y	1,2	1,2	0,2	1	1	1	0	8	3	3	1,2	0	1,6	3	3	8,8

Fonte: Construído pelo autor (2025)

5.5.4 Análise do desempenho do individuo na atividade I

Neste gráfico demostra um comparativo da Nota Geral I (NG_1), que representa o desempenho do individuo na aplicação da atividade I, com a Nota Geral II (NG_2), que representa desempenho do individuo na reaplicação da atividade I

Gráfico 5.1: Comparativo das Notas Gerais (NG_1) e (NG_2)



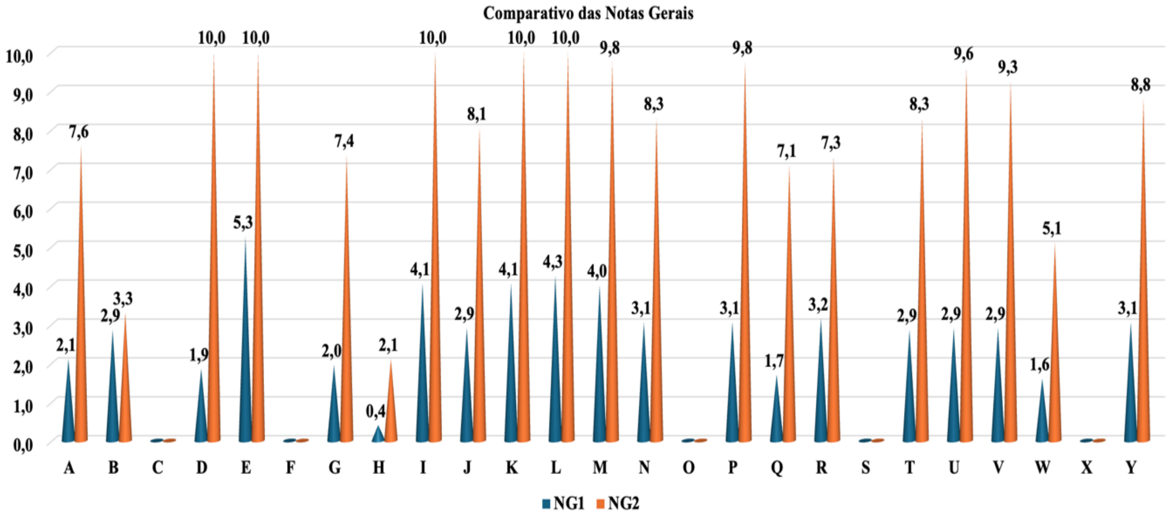
Fonte: Construído pelo autor (2025)

Analisando o gráfico 5.1, com exceção dos indivíduos que não possuem notas, por motivo das ausências, temos os casos dos indivíduos **B, D, E, I, K, L, R, T e Y**, que apresentaram ganhos expressivos, passando de desempenhos baixos ou intermediários para notas elevadas na reaplicação. Esses resultados sugerem que a estratégia de ensino adotada contribuiu de forma efetiva para a construção do conhecimento matemático, especialmente no que se refere à visualização espacial, compreensão conceitual e resolução de problemas. Houve desempenho superior na reaplicação das atividades I, ou seja, (NG_2) é superior a (NG_1) em todos os indivíduos. Esses dados mostram que resultados são promissores e a estratégia de ensino desenvolvida com os indivíduos atingiram as metas e objetivos planejados. De modo geral, os dados revelam que a atividade I cumpriu seu papel diagnóstico e avaliativo, permitindo identificar lacunas iniciais no conhecimento dos alunos e, posteriormente, evidenciar os avanços proporcionados pela intervenção pedagógica. A diferença positiva entre (NG_1) e (NG_2) reforça a eficácia da estratégia de ensino desenvolvida e sua consonância com as habilidades da BNCC e com as demandas cognitivas presentes em avaliações externas, como o ENEM.

5.5.5 Análise do desempenho do individuo na atividade II

Neste gráfico demostra um comparativo das Notas Gerais (NG_1) e (NG_2) obtidas pelos indivíduos da pesquisa, no teste diagnostico Atividade II, na aplicação e na reaplicação dele.

Gráfico 5.2: Comparativo das Notas Gerais (NG_1) e (NG_2)



Fonte: Construído pelo autor (2025)

Ao analisar o gráfico 5.2, observa-se que, com exceção dos indivíduos sem registro de notas em razão de ausências, houve um desempenho superior na reaplicação da Atividade II após a intervenção da estratégia de ensino. Verifica-se que a (NG_2) supera a (NG_1) para todos os participantes avaliados. Esses resultados indicam que os dados são promissores e evidenciam que a estratégia de ensino aplicada, alcançou os objetivos e metas previamente estabelecidos. Indicando evolução consistente na compreensão dos conceitos e na resolução de problemas de geometria espacial.

Destacam-se os resultados expressivos dos participantes D, E, I, K, L, M, P, U, V e Y, que alcançaram notas máximas ou próximas do máximo na reaplicação, partindo de desempenhos iniciais baixos ou intermediários. Esses resultados sugerem que a estratégia de ensino implementada contribuiu de forma efetiva para o desenvolvimento do raciocínio geométrico, da visualização espacial e da aplicação de conceitos matemáticos em contextos variados. Observa-se ainda que alguns participantes, como B e H, apresentaram crescimento mais discreto, o que pode indicar a necessidade de maior acompanhamento pedagógico ou de estratégias complementares.

De modo geral, os resultados da atividade II, com a nota (NG_2), confirmam a eficácia da intervenção pedagógica adotada, evidenciando progressos significativos na aprendizagem dos conteúdos trabalhados. A comparação entre (NG_1) e (NG_2) reforça que as estratégias de ensino, alinhadas à BNCC e apoiadas em situações-problema contextualizadas, favoreceram uma aprendizagem mais significativa e consolidaram os conceitos fundamentais da geometria espacial entre os participantes da pesquisa.

5.5.6. Percentual de crescimento do desempenho do individuo na atividade I

Foi construída uma fórmula com o intuito de expressar o crescimento percentual da nota do individuo da pesquisa. Legenda: C_ε: Crescimento percentual da nota do individuo da pesquisa; V_F: Valor final; V_i: $Valor\ inicial$

No quadro 5.16 assumiremos o valor inicial e valor final e o crescimento percentual da nota geral do individuo da pesquisa da seguinte maneira:

$$\mathrm{V_i} = \mathrm{NG_1}; \mathrm{V_F}: \mathrm{NG_2} \Rightarrow \mathrm{C_\varepsilon} = \frac{\mathrm{NG_2} - \mathrm{NG_1}}{\mathrm{NG_1}} \text{ OU } \mathrm{C_\varepsilon} = (\mathrm{NG_2} - \mathrm{NG_1})/\mathrm{NG_1}$$

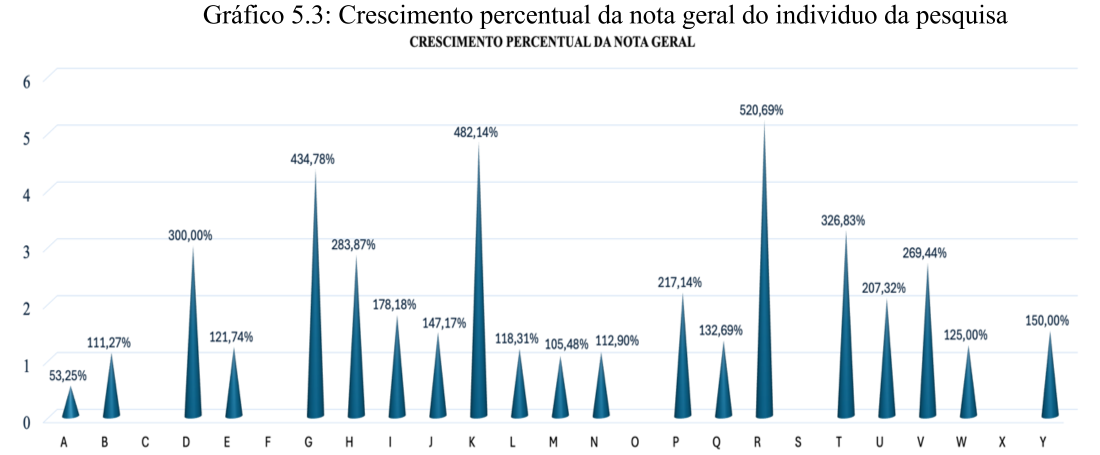
Quadro 5.16: Crescimento percentual da nota geral

INDIVIDUOS	NG_1	NG_2	$(NG_2 - NG_1)$	$(NG_2 - NG_1)/NG_1$
A	3,85	5,90	2,05	0,532467532
B	3,6	7,5	3,95	1,112676056
C				
D	1,8	7,0	5,25	3,00
E	3,5	7,7	4,20	1,217391304
F				
G	1,2	6,2	5,00	4,347826087
H	1,6	6,0	4,40	2,838709677
I	2,8	7,7	4,90	1,781818182
J	2,7	6,6	3,90	1,471698113
K	1,4	8,2	6,75	4,821428571
L	3,6	7,8	4,20	1,183098592
M	3,7	7,5	3,85	1,054794521
N	3,1	6,6	3,50	1,129032258
O				
P	1,8	5,6	3,80	2,171428571
Q	2,6	6,1	3,45	1,326923077
R	1,5	9,0	7,55	5,206896552
S				
T	2,1	8,8	6,70	3,268292683
U	2,1	6,3	4,25	2,073170732
V	1,8	6,7	4,85	2,694444444
W	1,2	2,7	1,50	1,25
X				
Y	3,2	8,0	4,80	1,50

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O Gráfico 5.3 representa o crescimento percentual da nota geral do individuo da pesquisa, com base na tabela 5.16.

Gráfico 5.3: Crescimento percentual da nota geral do individuo da pesquisa



Fonte: Construído pelo autor (2025)

Analisando o gráfico 5.3 que descreve o crescimento percentual da nota do individuo, representado por C_ε na Atividade I, indica uma melhoria no desempenho e uma construção expressiva do conhecimento. Os dados demonstram que os participantes apresentaram evolução ao longo da estratégia de ensino, alcançando objetivos que favoreceram a consolidação dos conhecimentos em geometria espacial. A articulação entre o software GeoGebra e os materiais didáticos manipuláveis possibilitou a criação de ambientes dinâmicos, os quais contribuíram significativamente para o aumento percentual do desempenho dos indivíduos no teste diagnóstico da atividade I.

5.5.7. Percentual de crescimento do desempenho do individuo na atividade II

Para verificar o crescimento das notas em relação aplicação inicial, assumimos a fórmula C_ε, para calcular o crescimento percentual da nota do individuo da pesquisa. Usamos os símbolos C_ε: Crescimento percentual da nota do individuo da pesquisa; V_F: Valor final; V_i: Valor inicial.

No quadro 5.17 assumiremos o valor inicial e valor final e o crescimento percentual da nota geral do individuo da pesquisa da seguinte maneira:

$$V_i = NG_1; V_F: NG_2 \Rightarrow C_\varepsilon = \frac{NG_2 - NG_1}{NG_1} \; OU \; C_\varepsilon = (NG_2 - NG_1)/NG_1$$

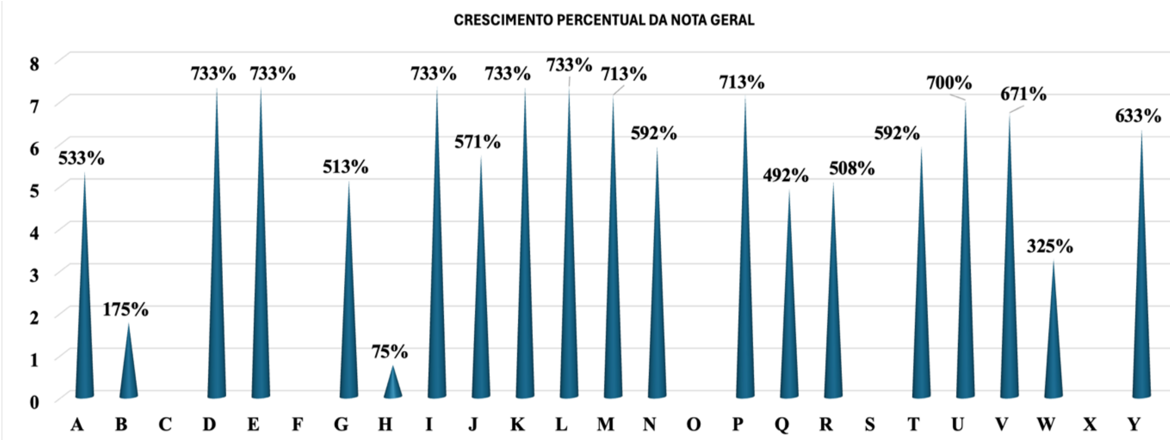
Quadro 5.17: Crescimento percentual da nota geral

INDIDUOS	NG1	NG2	(NG2-NG2)	(NG2-NG2) /NG1
A	1,2	7,6	6,4	5,333333333
B	1,2	3,3	2,1	1,75
C				
D	1,2	10,0	8,8	7,333333333
E	1,2	10,0	8,8	7,333333333
F				
G	1,2	7,4	6,2	5,125
H	1,2	2,1	0,9	0,75
I	1,2	10,0	8,8	7,333333333
J	1,2	8,1	6,9	5,708333333
K	1,2	10,0	8,8	7,333333333
L	1,2	10,0	8,8	7,333333333
M	1,2	9,8	8,6	7,125
N	1,2	8,3	7,1	5,916666667
O				
P	1,2	9,8	8,6	7,125
Q	1,2	7,1	5,9	4,916666667
R	1,2	7,3	6,1	5,083333333
S				
T	1,2	8,3	7,1	5,916666667
U	1,2	9,6	8,4	7
V	1,2	9,3	8,1	6,708333333
W	1,2	5,1	3,9	3,25
X				
Y	1,2	8,8	7,6	6,333333333

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.4 representa o crescimento percentual da nota geral do individuo da pesquisa, com base na tabela 5.17.

Gráfico 5.4: Crescimento percentual da nota geral do individuo da pesquisa



Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.4 evidencia o crescimento percentual da nota do individuo, que representado por C_{ε}, da Atividade II, indicando que houve uma otimização do desempenho e uma construção significativa de conhecimento. Demonstra que os indivíduos conseguiram evoluir ao longo da estratégia de ensino, atingindo metas que contribuíram para a construção consistente de conhecimento da Geometria Espacial. A dicotomia de software Geogebra e materiais didáticos manipuláveis, criaram ambientes dinâmicos propícios a esse aumento percentual significativo do desempenho dos indivíduos nesse teste diagnostico, da atividade II.

5.6 Análise dos questionários

Foi construído dois questionários um objetivo e outro dissertativo, intitulados como: Questionário I e Questionário II. Tem como propósito de obter informações de opinião como uma importante fonte de dados qualitativos e quantitativos, permitindo captar as percepções dos estudantes, após a intervenção com a estratégia de ensino, para analisar a seguinte indagação: *"Em que termos as estratégias de ensino com a utilização do software GeoGebra associado a materiais didáticos manipuláveis, para o ensino da geometria espacial, repercutem na aprendizagem dos alunos do 2º ano do Ensino Médio?"*.

5.6. 1 Análise do questionário I

No questionário I, de cunho objetivo, inicialmente, o questionário buscou levantar os conhecimentos prévios dos alunos em geometria plana e geometria espacial, identificando se tais conteúdos haviam sido estudados no Ensino Fundamental, no Ensino Médio ou de forma insuficiente. Esse levantamento é relevante para contextualizar as respostas subsequentes, uma vez que as dificuldades conceituais em geometria espacial estão frequentemente associadas a lacunas na aprendizagem anterior, especialmente no que se refere à compreensão de figuras planas, áreas e relações geométricas.

Em um segundo momento, o instrumento investigou as contribuições do uso do GeoGebra associado a materiais didáticos manipuláveis para a compreensão dos conceitos e propriedades dos sólidos geométricos. As questões abordaram a capacidade dos alunos de visualizar os objetos em três dimensões, compreender suas planificações e estabelecer relações entre formas planas e sólidos espaciais.

Outro eixo central explorado pelo questionário refere-se à compreensão das fórmulas de área e volume. As respostas permitiram analisar se as estratégias adotadas contribuíram para que os estudantes compreendessem não apenas a aplicação mecânica das fórmulas, mas também sua origem e significado geométrico, aspecto fundamental para uma aprendizagem conceitual e não meramente procedimental.

Por fim, o instrumento analisou a autopercepção dos alunos quanto ao seu desempenho e preparo para resolver problemas de geometria espacial, bem como uma avaliação geral da contribuição do GeoGebra e dos materiais manipuláveis para a aprendizagem. Esses dados forneceram subsídios para compreender se os alunos se sentiram mais confiantes e capazes de aplicar os conhecimentos adquiridos em situações avaliativas.

Dessa forma, o questionário possibilitou uma análise ampla e articulada dos efeitos das estratégias de ensino adotadas, evidenciando suas contribuições para a visualização, compreensão conceitual, motivação e desempenho dos alunos em geometria espacial, em consonância com os objetivos e a pergunta norteadora desta pesquisa.

Em síntese, estamos avaliando com essas atividades a performasse em relação a aprendizagem dos discentes no que diz respeito aos conteúdos estruturantes da geometria espacial; competências do Exame Nacional do Ensino Medio (ENEM), Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), Universidade federal de Santa Maria (UFSM) e Escola Tecnica Efetiva (ETE). Capacidade de articular matemática formal e situações do cotidiano. A utilização de problemas contextualizados como estratégia para atribuição de significado aos conceitos matemáticos. Adicionalmente, considera-se a modelagem matemática como uma abordagem relevante para o ensino de Geometria Espacial, em consonância com as orientações da BNCC (2018) para o Ensino Médio. A metodologia adotada possibilita analisar, de forma sistemática, em que medida as atividades de geometria espacial contribuem para o desenvolvimento das habilidades matemáticas previstas na BNCC (2018), além de oferecer subsídios para reflexões sobre práticas pedagógicas alinhadas às demandas contemporâneas do ensino de matemática no Ensino Médio. Verificando e mostrando se a estratégia de ensino construída atingiu os objetivos e metas traçadas com a interversão.

Trazemos algumas representações com quadros e gráficos, representando os resultados do questionário, mostrando índices de escolhas dos intens das questões. Neste iremos trazer os comandos para a análise ter uma clareza e significado. Vejamos cada questão:

Questão 01 - Você estudou geometria plana no Ensino Fundamental ou no Ensino Médio?

(A) Sim, estudei geometria plana no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, principalmente as figuras planas, perímetros e áreas

(B) Sim, estudei geometria plana, mas apenas no Ensino Fundamental.

(C) Não me lembro se estudei geometria plana no Ensino Fundamental ou no Médio

(D) Não estudei geometria plana no Ensino Fundamental ou no Médio

O Quadro 5.18 representa as frequências obtidas dos itens da questão 01, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

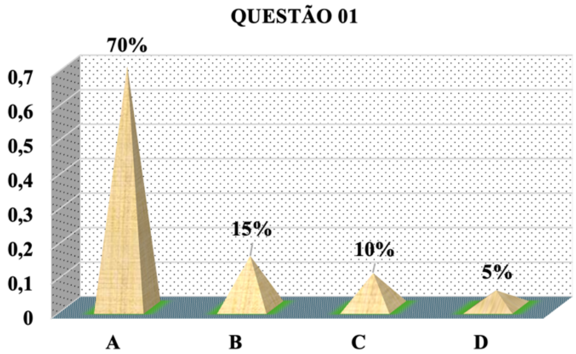
Quadro 5.18: Frequências da questão 01

QUESTÃO 01	F	F_R	F_{RP}
A	14	0,70	70
B	3	0,15	15
C	2	0,10	10
D	1	0,05	5
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025).

O Gráfico 5.5 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 01, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.5: Frequências da questão 01



Fonte: Construído pelo autor (2025).

Analisando o quadro e gráfico temos que 70% dos indivíduos assinalou a alternativa **A** tiveram contato com a geometria plana e espacial no Ensino Fundamental e Médio, onde entra em consonância com os resultados da pesquisa do primeiro diagnostico da pesquisa. Em menor proporção, 15% dos participantes escolheram a alternativa B, afirmando ter estudado Geometria Plana apenas no Ensino Fundamental. Já 10% dos indivíduos declararam não se lembrar se estudaram esse conteúdo em alguma das etapas de ensino (alternativa C), enquanto 5% informaram não ter estudado geometria plana nem no Ensino Fundamental nem no Ensino Médio (alternativa D). Esses resultados indicam que, embora a maioria dos participantes tenha tido contato com a geometria plana ao longo da escolarização, ainda há uma parcela significativa que relata lembranças limitadas ou ausência desse conteúdo, o que pode refletir lacunas no processo de ensino-aprendizagem dessa área da matemática.

Questão 02 - Você estudou geometria espacial no Ensino Fundamental ou no Ensino Médio?

(A) Sim, estudei geometria espacial no Ensino Fundamental e no Ensino Médio principalmente Sólidos geométricos, áreas e volumes

(B) Sim, estudei geometria espacial, mas apenas no Ensino Médio.

(C) Não me lembro se estudei geometria espacial no Ensino Fundamental ou no Médio

(D) Não estudei geometria espacial no Ensino Fundamental ou no Médio

O quadro 5.19 representa as frequências obtidas dos itens da questão 02, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

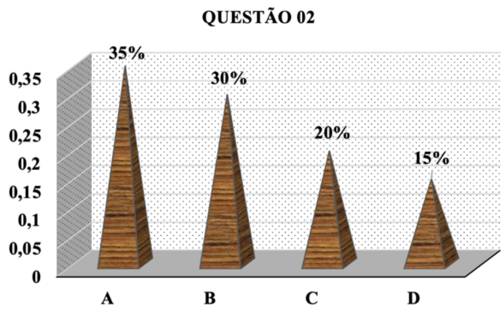
Quadro 5.19: Frequências da questão 02

QUESTÃO 02	F	F_R	F_{RP}
A	7	0,35	35
B	6	0,30	30
C	4	0,20	20
D	3	0,15	15
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.6 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 02, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.6: Frequências da questão 02



Fonte: Construído pelo autor (2025)

Analisando o quadro e gráfico temos que 35% dos indivíduos assinalou a alternativa A tiveram contato com a geometria espacial no Ensino Fundamental e Médio. Em menor proporção, 30% dos participantes escolheram a alternativa B, afirmando ter estudado geometria espacial apenas no Ensino Médio. Já 20% dos indivíduos declararam não se lembrar se estudaram esse conteúdo em alguma das etapas de ensino (alternativa C), enquanto 15%

informaram não ter estudado geometria espacial nem no Ensino Fundamental nem no Ensino Médio (alternativa D). Esses resultados indicam que, embora a maioria dos participantes tenha tido contato com a geometria espacial ao longo da escolarização, ainda há uma parcela significativa que relata lembranças limitadas ou ausência desse conteúdo, o que pode refletir lacunas no processo de ensino-aprendizagem dessa área da matemática.

Questão 03 - As aulas de geometria espacial com o uso do GeoGebra e materiais manipuláveis ajudaram você a entender melhor os conceitos e propriedades dos sólidos geométricos?

(A) Sim, entendi melhor como cada sólido é formado.

(B) Um pouco, mas ainda tenho dúvidas.

(C) Não percebi muita diferença.

(D) Não, prefiro estudar sem o uso do GeoGebra.

O Quadro 5.20 representa as frequências obtidas dos itens da questão 03, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

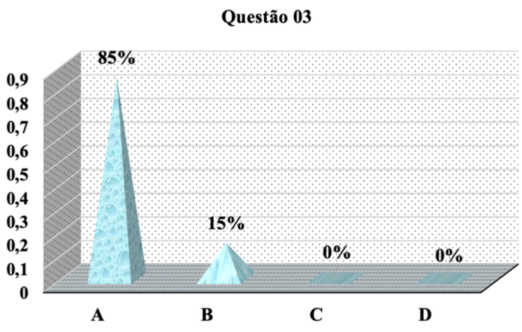
Quadro 5.20: Frequências da questão 03

QUESTÃO 03	F	F_R	F_{RP}
A	17	0,85	85
B	3	0,15	15
C	0	0	0
D	0	1,0	0
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.7 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 03, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.7: Frequências da questão 03



Fonte: Construído pelo autor (2025)

A análise do quadro e do gráfico evidencia que 85% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, indicando que passaram a compreender melhor como cada sólido geométrico é formado após a realização das aulas com essas estratégias didáticas. Esse resultado aponta que a utilização do GeoGebra associada aos materiais manipuláveis favoreceu a visualização, a exploração e a construção dos conceitos, contribuindo de forma significativa para o processo de aprendizagem. Em menor proporção, 15% dos participantes optaram pela alternativa B, afirmando que, embora tenham percebido avanços na compreensão, ainda apresentam algumas dúvidas. Esse dado sugere a necessidade de maior aprofundamento ou de novas intervenções pedagógicas para atender às diferentes necessidades de aprendizagem. De modo geral, os resultados indicam que o uso integrado do GeoGebra e de materiais manipuláveis constitui uma estratégia pedagógica eficaz no ensino da geometria espacial, promovendo uma aprendizagem mais significativa e favorecendo a compreensão dos sólidos geométricos pela maioria dos participantes.

Questão 04 - As estratégias de ensino com o GeoGebra tornaram as aulas de geometria espacial mais motivadoras e interessantes?

(A) Sim, fiquei mais interessado(a) nas aulas, pois pude construir objetos geométricos e movimentá-los.

(B) Às vezes, depende da atividade.

(C) Não mudou meu interesse.

(D) Não, achei as aulas mais confusas.

O quadro 5.21 representa as frequências obtidas dos itens da questão 04, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

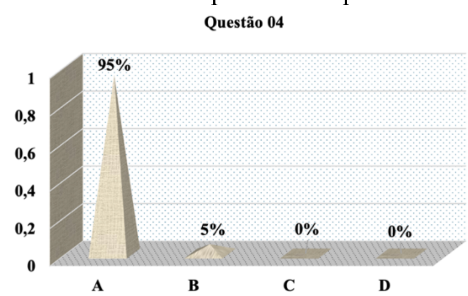
Quadro 5.21: Frequências da questão 04

QUESTÃO 04	F	F_R	F_{RP}
A	19	0,95	95
B	1	0,05	5
C	0	0	0
D	0	0	0
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.8 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 04, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.8: Frequências da questão 04



Fonte: Construído pelo autor (2025)

A análise do quadro e do gráfico revela que 95% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, indicando que se sentiram mais interessados nas aulas, especialmente pela possibilidade de construir e manipular objetos geométricos de forma dinâmica. Esse resultado evidencia que o uso do GeoGebra favoreceu o engajamento dos alunos, tornando as aulas mais interativas e estimulantes, ao permitir a visualização e a exploração ativa dos conteúdos trabalhados. Em menor proporção, 5% dos participantes optaram pela alternativa B, afirmando que o aumento do interesse depende do tipo de atividade proposta. Esse dado sugere que, embora a maioria tenha se sentido motivada, a eficácia da ferramenta também está relacionada à forma como as atividades são planejadas e conduzidas pelo professor. De modo geral, os resultados indicam que as estratégias de ensino com o GeoGebra contribuíram significativamente para tornar as aulas de geometria espacial mais motivadoras e interessantes, reforçando o potencial desse recurso tecnológico como ferramenta pedagógica no ensino da Matemática.

Questão 05 - O uso do GeoGebra associado a materiais manipuláveis facilitou a visualização das figuras em 3D e suas planificações?

(A) Sim, visualizei os sólidos com muito mais clareza e pude tocar com os materiais manipuláveis. onde movimentei as figuras em 3D e suas planificações no GeoGebra.

(B) Ajudou um pouco, mas ainda prefiro os desenhos no papel.

(C) Não fez tanta diferença.

(D) Não, achei difícil usar o programa.

O quadro 5.22 representa as frequências obtidas dos itens da questão 05, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

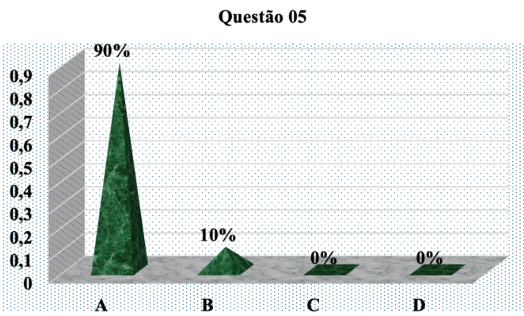
Quadro 5.22: Frequências da questão 05

QUESTÃO 05	F	F_R	F_{RP}
A	18	0,9	90
B	2	0,1	10
C	0	0	0
D	0	0	0
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.9 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 05, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.9: Frequências da questão 05



Fonte: Construído pelo autor (2025)

A análise do quadro e do gráfico indica que 90% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, relatando que passaram a visualizar os sólidos geométricos com muito mais clareza, além de poderem manipulá-los fisicamente e movimentar as figuras em 3D e suas planificações no ambiente do GeoGebra. Esse resultado evidencia que a articulação entre recursos digitais e materiais concretos potencializou a compreensão espacial, favorecendo a visualização e a construção do conhecimento geométrico. Em menor proporção, 10% dos participantes optaram pela alternativa B, afirmando que, embora o uso do GeoGebra e dos materiais manipuláveis tenha ajudado parcialmente, ainda demonstram preferência pelos desenhos realizados no papel. Esse dado reforça a existência de diferentes perfis de aprendizagem e indica a importância de integrar múltiplas estratégias didáticas. De forma geral, os resultados apontam que o uso combinado do GeoGebra e de materiais manipuláveis se mostrou uma estratégia eficaz para o ensino da geometria espacial, especialmente no que se refere à visualização dos sólidos e de suas planificações.

Questão 06 - As atividades com o GeoGebra e materiais manipuláveis ajudaram você a compreender melhor as fórmulas de área e volume?

(A) Sim, pois com o auxílio do Geogebra associado aos materiais manipuláveis e as explicações do professor ficou mais fácil entender área e volume.

(B) Sim, ficou mais fácil entender de onde vêm as fórmulas.

(C) Não percebi diferença.

(D) Não, achei mais difícil relacionar com as fórmulas.

O quadro 5.23 representa as frequências obtidas dos itens da questão 06, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

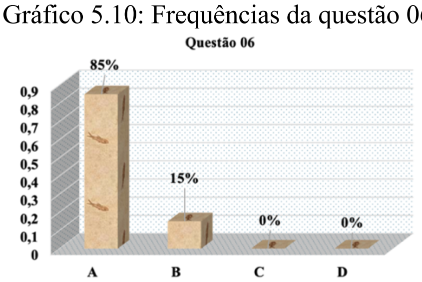
Quadro 5.23: Frequências da questão 06

QUESTÃO 06	F	F_R	F_{RP}
A	17	0,85	85
B	3	0,15	15
C	0	0	0
D	0	0	0
TOTAL	20	1	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.10 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 06, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.10: Frequências da questão 06



Fonte: Construído pelo autor (2025)

A análise do quadro e do gráfico demonstra que 85% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, indicando que o uso do GeoGebra integrado aos materiais manipuláveis, aliado às explicações do professor, facilitou significativamente o entendimento dos conceitos de área e volume. Esse resultado evidencia que a articulação entre recursos tecnológicos, materiais concretos e a mediação docente favoreceu a compreensão dos conteúdos matemáticos, tornando as fórmulas mais significativas para os alunos. Em menor proporção, 15% dos participantes optaram pela alternativa B, afirmando que as atividades facilitaram a compreensão da origem das fórmulas, o que revela um avanço no entendimento conceitual, especialmente no que se refere à construção do conhecimento matemático. De modo geral, os resultados indicam que as estratégias de ensino adotadas foram eficazes para a maioria dos participantes, contribuindo para uma aprendizagem mais consistente e significativa dos conceitos de área e volume.

Questão 07 - O uso do GeoGebra melhorou sua participação nas aulas de geometria espacial?

(A) Sim, participei nas aulas criando objetos Geométricos, tirei dúvidas com o professor.

(B) Um pouco, em algumas atividades.

(C) Não mudou minha participação.

(D) Não, participei menos do que antes.

O quadro 5.24 representa as frequências obtidas dos itens da questão 07, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

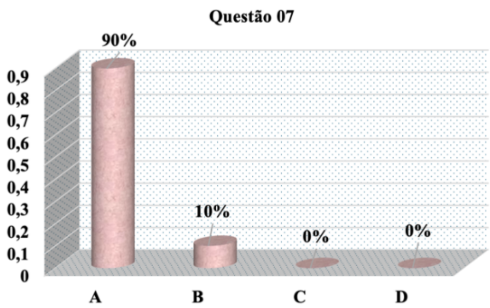
Quadro 5.24: Frequências da questão 07

QUESTÃO 07	F	F_R	F_{RP}
A	18	0,9	90
B	2	0,1	10
C	0	0	0
D	0	0	0
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.11 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 07, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.11: Frequências da questão 07



Fonte: Construído pelo autor (2025)

A análise do quadro e do gráfico evidencia que 90% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, indicando que passaram a participar mais ativamente das aulas, por meio da criação de objetos geométricos e do esclarecimento de dúvidas junto ao professor. Esse resultado demonstra que o GeoGebra favoreceu uma postura mais participativa e investigativa dos alunos, estimulando a interação, o diálogo e o envolvimento com os conteúdos trabalhados. Em menor proporção, 10% dos participantes optaram pela alternativa B, afirmando que houve um aumento parcial da participação, dependendo das atividades propostas. Esse dado sugere que, embora o uso do GeoGebra tenha impactado positivamente a maioria dos alunos, a forma de organização das atividades também influencia o nível de engajamento.

Questão 08 - As estratégias com o material manipuláveis ajudaram a transformar o conteúdo em algo mais concreto e visual, em vez de apenas teórico?

(A) Sim, consegui “ver”, visualizar, manipular o que estava construindo e aprendendo.

(B) Um pouco, mas ainda prefiro exemplos no caderno.

(C) Não senti diferença.

(D) Não, achei o conteúdo mais difícil com o programa.

O quadro 5.25 representa as frequências obtidas dos itens da questão 08, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

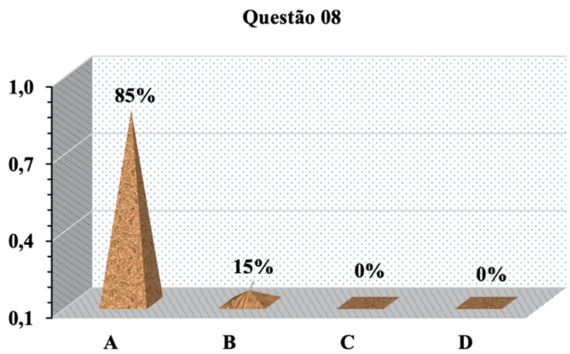
Quadro 5.25: Frequências da questão 08

QUESTÃO 08	F	F_R	F_{RP}
A	17	0,85	85
B	3	0,15	15
C	0	0	0
D	0	0	0
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.12 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 08, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.12: Frequências da questão 08



Fonte: Construído pelo autor (2025)

A análise do quadro e do gráfico revela que 85% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, indicando que conseguiram visualizar, manipular e compreender melhor os objetos que estavam construindo e aprendendo. Esse resultado evidencia que o uso de materiais manipuláveis favoreceu a concretização dos conceitos geométricos, permitindo aos alunos uma aprendizagem mais ativa e significativa. Em menor proporção, 15% dos participantes optaram pela alternativa B, afirmando que, embora tenham percebido avanços, ainda demonstram preferência por exemplos registrados no caderno. Esse dado reforça a diversidade de estilos de aprendizagem entre os alunos e aponta para a importância de combinar diferentes estratégias pedagógicas. De modo geral, os resultados indicam que as estratégias com materiais manipuláveis contribuíram de forma relevante para a visualização e compreensão dos conteúdos, tornando o ensino da geometria espacial mais acessível e significativo para a maioria dos participantes.

Questão 09 - O GeoGebra e os materiais manipuláveis contribuíram para que você resolvesse melhor problemas de geometria espacial, como os de área lateral, área total e volume?

(A) Sim, consegui aplicar melhor as fórmulas nos problemas e entender sua importância.

(B) Um pouco, mas ainda tive dificuldades.

(C) Não mudou meu desempenho.

D) Não, me confundiu ainda mais.

O quadro 5.26 representa as frequências obtidas dos itens da questão 09, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

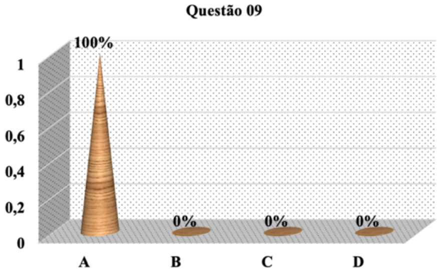
Quadro 5.26: Frequências da questão 09

QUESTÃO 09	F	F_R	F_{RP}
A	20	1	100
B	0	0	0
C	0	0	0
D	0	0	0
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.13 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 09, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.13: Frequências da questão 09



Fonte: Construído pelo autor (2025)

Na questão 09, a análise do quadro e do gráfico evidencia que 100% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, indicando que conseguiram aplicar as fórmulas de forma mais eficiente na resolução dos problemas, além de compreender melhor sua importância. Esse resultado demonstra que a integração entre recursos tecnológicos e materiais concretos favoreceu significativamente o desempenho dos alunos na resolução de problemas, promovendo uma aprendizagem mais significativa e contextualizada. De forma geral, os dados revelam que as estratégias de ensino adotadas foram plenamente eficazes para o grupo pesquisado, contribuindo para o aprimoramento da compreensão conceitual e procedimental da geometria espacial, bem como para o desenvolvimento da autonomia dos alunos na aplicação das fórmulas matemáticas.

Questão 10 - As estratégias com o material manipulável e o GeoGebra melhoraram sua compreensão da relação entre as formas planas e os sólidos geométricos?

(A) Sim, entendi melhor como as bases formam os sólidos.

(B) Um pouco, mas nem sempre consegui perceber isso.

(C) Não percebi diferença.

(D) Não, continuo com dúvidas sobre essa relação.

O quadro 5.27 representa as frequências obtidas dos itens da questão 10, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

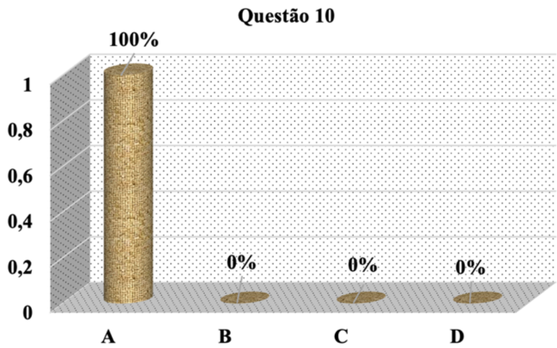
Quadro 5.27: Frequências da questão 10

QUESTÃO 10	F	F_R	F_{RP}
A	20	1	100
B	0	0	0
C	0	0	0
D	0	0	0
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.14 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 10, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.14: Frequências da questão 10



Fonte: Construído pelo autor (2025)

Na questão 10, a análise do quadro e do gráfico demonstra que 100% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, indicando que passaram a compreender melhor como as bases planas dão origem aos sólidos geométricos. Esse resultado evidencia que a combinação entre recursos digitais e materiais concretos favoreceu a visualização e a compreensão das relações entre figuras bidimensionais e tridimensionais, aspecto fundamental no estudo da Geometria Espacial. De modo geral, os dados indicam que as estratégias adotadas foram altamente eficazes para o grupo pesquisado, promovendo uma aprendizagem significativa e consolidando a compreensão conceitual sobre a formação dos sólidos geométricos a partir das formas planas.

Questão 11 - Depois das aulas com o GeoGebra associado aos materiais manipuláveis, você se sente mais preparado(a) para resolver questões de geometria espacial em provas ou avaliações?

(A) Sim, me sinto mais preparado(a) e confiante.

(B) Um pouco, mas ainda preciso praticar.

(C) Não senti diferença.

(D) Não, me sinto menos preparado(a).

O quadro 5.28 representa as frequências obtidas dos itens da questão 11, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

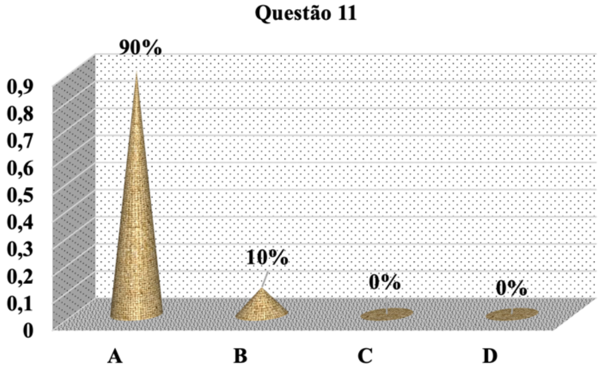
Quadro 5.28: Frequências da questão 11

QUESTÃO 11	F	F_R	F_{RP}
A	18	0,9	90
B	2	0,1	10
C	0	0	0
D	0	0	0
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.15 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 11, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.15: Frequências da questão 11



Fonte: Construído pelo autor (2025)

A questão 11 teve como objetivo verificar se, após as aulas mediadas pelo GeoGebra associado aos materiais manipuláveis, os participantes se sentem mais preparados para resolver questões de geometria espacial em provas ou avaliações. A análise do quadro e do gráfico evidencia que 90% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, indicando que se sentem mais preparados e confiantes para enfrentar avaliações envolvendo conteúdos de geometria espacial. Esse resultado demonstra que as estratégias de ensino adotadas contribuíram para fortalecer a segurança dos alunos em relação ao domínio dos conceitos e procedimentos matemáticos trabalhados. Em menor proporção, 10% dos participantes optaram pela alternativa B, afirmando que, embora tenham percebido avanços, ainda consideram necessário praticar mais. Esse dado reforça a importância da continuidade das atividades e do aprofundamento dos conteúdos para atender às diferentes necessidades de aprendizagem.

Questão 12 - De modo geral, como você avalia a contribuição do GeoGebra e dos materiais manipuláveis para sua aprendizagem em geometria espacial?

(A) Excelente – ajudou muito no meu aprendizado.

(B) Bom – contribuiu de forma positiva.

(C) Regular – ajudou pouco.

(D) Insuficiente – não contribuiu para minha aprendizagem.

O quadro 5.29 representa as frequências obtidas dos itens da questão 12, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

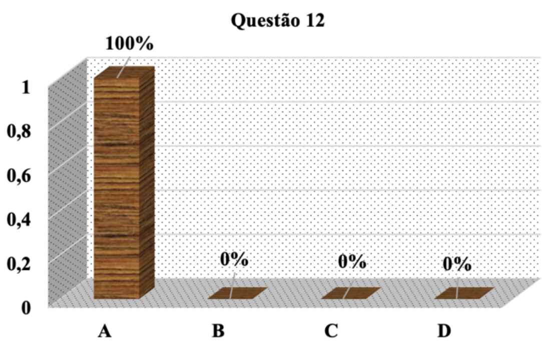
Quadro 5.29: Frequências da questão 12

QUESTÃO 12	F	F_R	F_{RP}
A	20	1	100
B	0	0	0
C	0	0	0
D	0	0	0
TOTAL	20	1,0	100

Fonte: Construído pelo autor (2025)

O gráfico 5.16 representa as frequências percentuais obtidas dos itens da questão 12, conforme as interpretações dos indivíduos da pesquisa.

Gráfico 5.16: Frequências da questão 12



Fonte: Construído pelo autor (2025)

A questão 12 teve como objetivo avaliar, de forma geral, a percepção dos participantes sobre a contribuição do GeoGebra e dos materiais manipuláveis para a aprendizagem em geometria espacial. A análise do quadro e do gráfico evidencia que 100% dos indivíduos assinalaram a alternativa A, classificando a contribuição dessas estratégias como excelente e reconhecendo que elas auxiliaram de maneira significativa no processo de aprendizagem. Esse resultado demonstra um alto nível de aceitação e eficácia das metodologias adotadas, indicando que a integração entre recursos tecnológicos e materiais concretos potencializou a compreensão dos conceitos geométricos. De modo geral, os dados reforçam que o uso do GeoGebra associado aos materiais manipuláveis constituiu uma estratégia pedagógica altamente eficiente, promovendo uma aprendizagem mais significativa, dinâmica e consistente em geometria espacial para o grupo pesquisado.

5.6. 2 Análise do questionário II

No questionário II, de cunho dissertativo, neste iremos trazer os comandos para a análise ter uma clareza e significado. Vejamos as questões:

01. O que você mudaria ou melhoraria nas aulas de geometria espacial com o uso do GeoGebra e materiais manipuláveis para que elas tornassem mais fáceis ou interessantes?

02. Como você se sentiu ao utilizar o GeoGebra nas aulas de matemática, com o tema geometria espacial?

03. De que forma o uso do GeoGebra associado a materiais manipuláveis ajudou (ou não) você a compreender melhor os conteúdos de geometria espacial nas aulas de matemática?

04. Você acha que o uso do GeoGebra associado aos materiais manipuláveis mudou a forma como você aprende matemática, em especial geometria espacial? Explique sua resposta.

05. Que tipo de atividade com o GeoGebra mais ajudou você a aprender a geometria espacial, por exemplo, construções, explorações em 3D, visualização de planificações, ou resolução de problemas? Por quê?

Este teve como finalidade aprofundar a compreensão sobre as percepções, sentimentos e avaliações dos alunos em relação às estratégias de ensino que utilizaram o software GeoGebra associado a materiais didáticos manipuláveis no ensino da geometria espacial, após a intervenção pedagógica. As questões abertas permitiram investigar, inicialmente, sugestões de melhorias e ajustes nas aulas, possibilitando identificar aspectos didáticos e metodológicos que, sob a ótica dos estudantes, poderiam tornar as atividades mais claras, acessíveis e motivadoras. Esse eixo buscou compreender como os alunos avaliam a organização, o ritmo e o tipo de atividade proposta. Outro aspecto explorado refere-se aos sentimentos e atitudes dos alunos diante do uso do GeoGebra, considerando fatores como interesse, motivação, curiosidade, dificuldades iniciais e adaptação ao uso da tecnologia digital. Essa dimensão afetiva mostrou-se relevante para compreender o engajamento dos estudantes durante as aulas de geometria espacial. O questionário também investigou de que maneira o uso articulado do GeoGebra e dos materiais manipuláveis contribuiu para a compreensão dos conteúdos, especialmente no que diz respeito à visualização dos sólidos geométricos, às planificações, às relações entre formas planas e espaciais e à compreensão de conceitos de área e volume. As respostas possibilitaram analisar se as estratégias favoreceram uma aprendizagem mais significativa e menos mecânica. Além disso, buscou-se identificar se os alunos perceberam mudanças em sua forma de aprender matemática, em particular a geometria espacial, a partir da vivência com atividades dinâmicas, exploratórias e visuais. Esse eixo permitiu avaliar a influência das estratégias adotadas na construção de uma postura mais ativa no processo de aprendizagem.

Por fim, o instrumento explorou quais tipos de atividades com o GeoGebra foram considerados mais relevantes para a aprendizagem, tais como construções geométricas, explorações em ambiente tridimensional, visualização de planificações e resolução de problemas, possibilitando identificar aquelas que mais contribuíram para a compreensão dos conteúdos trabalhados. Dessa forma, o questionário II constituiu-se como um importante instrumento de coleta de dados qualitativos, permitindo compreender, sob a perspectiva dos alunos, como as estratégias de ensino com o GeoGebra associado a materiais didáticos manipuláveis repercutiram em sua aprendizagem, motivação e forma de compreender a geometria espacial.

Apresentamos alguns registros dos indivíduos da pesquisa, com objetivo de tecer analises a respeito das respostas ao questionário II em relação as questões levantadas. Adotamos o critério de escolha dos registros dos indivíduos, aqueles que tivesse todo o questionário II preenchido. Dentre eles, os registros dos indivíduos D, G, T, U e W, adequava-se ao que foi solicitado como pré-requisito.

O questionário II, do individuo D, onde ele coloca sua opinião a respeito a questão 01 e 02. Nas figuras 5.6 e 5.7.

Figura 5.6: Questionário II do individuo **D,** questão 01 e 02.

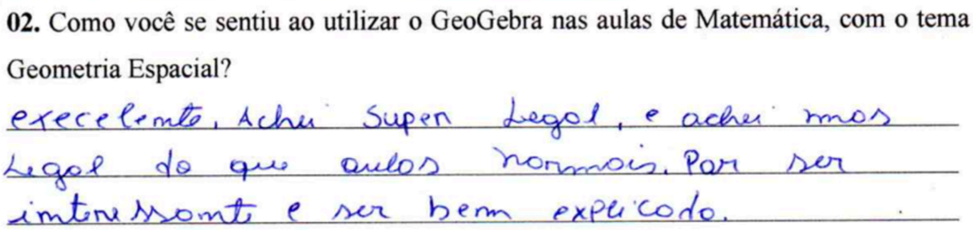
01. O que você mudaria ou melhoraria nas aulas de Geometria Espacial com o uso do GeoGebra e Materiais Manipuláveis para que elas tornassem mais fáceis ou interessantes?

Eu mudaria os caculos, tipo o tamanho de cada figura tipo mudaria Pra ser mas facil de descobrir, não que seja dificil mas que eu mudaria Par eu ter dificul-dade.

Fonte: Dados da pesquisa 2025

Na questão 01, o aluno aponta como possível melhoria a alteração dos cálculos, especialmente no que se refere ao tamanho das figuras, de modo a torná-los mais fáceis de compreender e descobrir. O relato evidencia que, apesar de reconhecer a importância do desafio matemático, o estudante sente dificuldade quando os cálculos se tornam excessivamente complexos. Vejamos a questão 02 na figura 5.7.

Figura 5.:7 Questionário II do individuo **D,** questão 02.



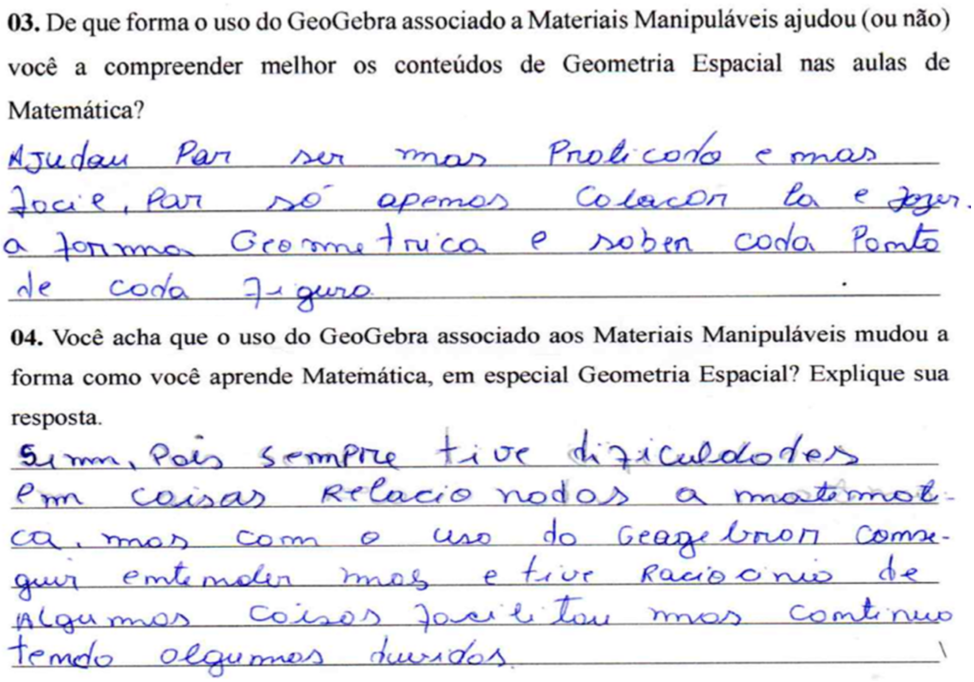
02. Como você se sentiu ao utilizar o GeoGebra nas aulas de Matemática, com o tema Geometria Espacial?

execelente, Achei Super Legal, e achei mas Legal do que aulas normais. Por ser interessante e ser bem explicado.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Na questão 02, o estudante demonstra uma percepção amplamente positiva em relação ao uso do GeoGebra, classificando a experiência como “excelente” e “super legal”, além de considerá-la mais interessante do que as aulas tradicionais. Destaca-se que o recurso tecnológico contribuiu para aulas mais bem explicadas e atrativas, reforçando o engajamento e a motivação do aluno no processo de aprendizagem. Esse depoimento evidencia que o uso de ambientes digitais dinâmicos pode tornar o ensino da geometria espacial mais significativo, favorecendo a participação ativa e o interesse dos estudantes. Vejamos as questões 03 e 04, na figura 5.8.

Figura 5.8: Questionário II do individuo **D,** questão 03 e 04



03. De que forma o uso do GeoGebra associado a Materiais Manipuláveis ajudou (ou não) você a compreender melhor os conteúdos de Geometria Espacial nas aulas de Matemática?

Ajudou Por ser mais Praticado e mais Facil, Por só apenas colocar la e fazer. a forma Geometrica e saber cada Ponto de cada Figura.

04. Você acha que o uso do GeoGebra associado aos Materiais Manipuláveis mudou a forma como você aprende Matemática, em especial Geometria Espacial? Explique sua resposta.

Sim, Pois sempre tive dificuldades em coisas Relacionadas a matemati-ca, mas com o uso do Geogebra conse-gui entender mais e tive Raciocinio de Algumas coisas facilitou mas continuo tendo algumas duvidas.

Fonte: Dados da pesquisa 2025

No caso da questão 03 e 04, o individuo menciona a praticidade da manipulação do software GeoGebra o ajuda a compreender a geometria, desmistificando a matemática, que segundo ele possuía muitas dificuldades. Fica evidente que houve uma evolução na aprendizagem dele, pois ao relatar mesmo afirmando as dificuldades em aprender ele afirma que conseguiu entender. Vejamos a questão 05, na figura 5.9

Figura 5.9: Questionário II do individuo **D,** questão 05

05. Que tipo de atividade com o GeoGebra mais ajudou você a aprender a Geometria Espacial— por exemplo, construções, explorações em 3D, visualização de planificações, ou resolução de problemas? Por quê?

Com toda certza a construçõe par ter sido mas facil tombem, e a Resaluçõe de pablemos eu apenas conseguir fazer por causa dos construções.

Fonte: Dados da pesquisa 2025

No caso da questão 05 as construções no software o ajudam a resolver os problemas, mostrando os indícios que a estratégia de ensino atingiu as metas propostas.

A análise das respostas às questões revela percepções relevantes dos estudantes acerca do uso do GeoGebra associado aos materiais manipuláveis no ensino de geometria espacial. Que essa relação torna o ambiente dinâmico para aprender e ensinar matemática

No questionário II, do individuo G, nele ele coloca sua opinião a respeito a questão 01 e 02.

Figura 5.10: Questionário II do individuo **G,** questão 01 e 02.

01. O que você mudaria ou melhoraria nas aulas de Geometria Espacial com o uso do GeoGebra e Materiais Manipuláveis para que elas tornassem mais fáceis ou interessantes?

- As aulas de geometria Espacial com o uso do geogebra eu tentaria melhora a atenção dos professores com seus alunos que se perdem durantes as explica-ções e aulas praticas.

02. Como você se sentiu ao utilizar o GeoGebra nas aulas de Matemática, com o tema Geometria Espacial?

- Em minha opinhiam foi uma aula de boa experiencia e um bom uso da tecnologia na sala de aula.

Fonte: Dados da pesquisa 2025

Na questão 01, o aluno destaca que as aulas de Geometria Espacial com o uso do GeoGebra e dos materiais manipuláveis foram favorecidas pela atenção dos professores e pela forma como os conteúdos foram explicados. Esse relato evidencia a importância da mediação pedagógica, indicando que o uso da tecnologia, aliado à atuação docente, contribuiu para tornar as aulas mais compreensíveis e acessíveis.

Ao responder à questão 02, o aluno caracteriza a experiência como positiva, ressaltando o “bom uso da tecnologia na sala de aula”. Tal percepção demonstra que a inserção do GeoGebra não foi vista apenas como um recurso adicional, mas como um elemento que qualificou a dinâmica das aulas, tornando-as mais organizadas e produtivas.

No questionário II, do individuo G, nele ele coloca sua opinião a respeito a questão 03, 04 e 05.

Figura 5.11: Questionário II do individuo **G,** questão 03,04 e 05.

03. De que forma o uso do GeoGebra associado a Materiais Manipuláveis ajudou (ou não) você a compreender melhor os conteúdos de Geometria Espacial nas aulas de Matemática?

Com base do que aprendi, tive uma base de geometria Espacial nas aulas e com o uso do geogebra foi uma boa experiencia.

04. Você acha que o uso do GeoGebra associado aos Materiais Manipuláveis mudou a forma como você aprende Matemática, em especial Geometria Espacial? Explique sua resposta.

Com o uso do geogebra nas aulas de matemática muda um poquinho o fato de como aprendi matemática em meus anos passados.

05. Que tipo de atividade com o GeoGebra mais ajudou você a aprender a Geometria Espacial— por exemplo, construções, explorações em 3D, visualização de planificações, ou resolução de problemas? Por quê?

Foi de boa ajuda aprender geometria, aprender a contruir e ter uma explaração em 3D.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Na questão 03, o aluno afirma que o uso do GeoGebra contribuiu para uma melhor compreensão da Geometria Espacial, reforçando que a experiência foi satisfatória. Essa resposta sugere que o ambiente digital favoreceu a assimilação dos conceitos trabalhados, especialmente aqueles que exigem visualização e entendimento espacial.

A questão 04 evidencia que o uso do GeoGebra associado aos materiais manipuláveis provocou uma mudança na forma de aprender matemática, tornando a aprendizagem mais dinâmica e significativa. O aluno destaca que passou a aprender geometria espacial de um modo diferente, indicando uma ruptura com práticas tradicionais centradas apenas na exposição teórica.

Na questão 05, o aluno aponta que as atividades envolvendo construções e explorações em 3D foram as que mais contribuíram para sua aprendizagem. A possibilidade de construir sólidos e explorá-los tridimensionalmente reforça o papel do GeoGebra como ferramenta que potencializa a visualização e a experimentação, elementos essenciais para o entendimento da geometria espacial.

As respostas do individuo indicam uma avaliação positiva da estratégia de ensino que integrou o software GeoGebra aos materiais didáticos manipuláveis no ensino de geometria espacial, destacando aspectos relacionados à metodologia, à experiência em sala de aula e à compreensão dos conteúdos.

De forma geral, as respostas revelam que o uso do GeoGebra associado aos materiais didáticos manipuláveis tornou as aulas mais dinâmicas e bem estruturadas; favorecendo a compreensão dos conceitos geométricos e contribuiu para uma aprendizagem mais ativa. Esse relato destaca o papel das explorações em 3D no desenvolvimento do pensamento espacial e reforça a importância da mediação docente no uso das tecnologias;

No questionário II, do individuo T, nele ele coloca sua opinião a respeito a questão 01.

Figura 5.12: Questionário II do individuo **T,** questão 01 e 02.

01. O que você mudaria ou melhoraria nas aulas de Geometria Espacial com o uso do GeoGebra e Materiais Manipuláveis para que elas tornassem mais fáceis ou interessantes?

Acho que deveriamos ~~fazer~~ ter aulas praticos e teoricas em grupo para que cada um ~~pudesse~~ pudesse compartilha dos conheci mentos aprendidos.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Na questão 01**,** o estudante sugere como melhoria a realização de aulas práticas e dinâmicas**,** bem como o trabalho em grupo, destacando que essas estratégias favorecem a compartilhamento de conhecimentos entre os alunos. Essa fala evidencia a valorização de metodologias ativas, nas quais o aluno assume um papel mais participativo no processo de aprendizagem. Veja a questão 02 na figura 5.13:

Figura 5.13: Questionário II do individuo **T,** questão 01 e 02.

02. Como você se sentiu ao utilizar o GeoGebra nas aulas de Matemática, com o tema Geometria Espacial?

No começo foi algo "estranho", pois nunca havia usado, mais no decorrer da aula consegui desenvolver melhor. Ou seja para mim foi bem contribuente.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Na questão 02, o aluno relata que inicialmente se sentiu "estranho" ao utilizar o GeoGebra, por não estar habituado ao recurso tecnológico. No entanto, afirma que, com o uso contínuo, a ferramenta contribuiu para um melhor desenvolvimento da compreensão dos conteúdos, tornando a aprendizagem mais fácil e significativa. Esse relato revela um processo de adaptação positiva à tecnologia, superando a resistência inicial. Notemos a questões 03.

Figura 5.14: Questionário II do individuo **T,** questão 03

03. De que forma o uso do GeoGebra associado a Materiais Manipuláveis ajudou (ou não) você a compreender melhor os conteúdos de Geometria Espacial nas aulas de Matemática?

Ele me ajudou a compreender melhor o estudo da Geometria Espacial, pois através do geogebra os conceitos são mais claros.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Na questão 03, o aluno afirma que o uso do GeoGebra, associado aos materiais manipuláveis, ajudou a compreender melhor os conteúdos de geometria espacial, destacando que os conceitos se tornaram mais claros. Essa resposta evidencia o papel da visualização e da representação dinâmica no favorecimento da compreensão de conceitos abstratos. Note a questão 04. Na figura 5.15.

Figura 5.15: Questionário II do individuo **T,** questão 04

04. Você acha que o uso do GeoGebra associado aos Materiais Manipuláveis mudou a forma como você aprende Matemática, em especial Geometria Espacial? Explique sua resposta.

Sim, Pois ele abrangiu mais conhecimentos em relações ao uso de novas ferramentas para um melhor raciocinio.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Na questão 04**,** o estudante reconhece que essa estratégia modificou sua forma de aprender Matemática, ao ampliar seus conhecimentos sobre o uso de novas ferramentas tecnológicas**,** contribuindo para um melhor raciocínio matemático. Esse aspecto demonstra que a metodologia adotada impactou não apenas o conteúdo específico, mas também o desenvolvimento cognitivo do aluno. Nesse momento, verificaremos a questão 05 na figura 5.16.

Figura 5.16: Questionário II do individuo **T,** questão 05

05. Que tipo de atividade com o GeoGebra mais ajudou você a aprender a Geometria Espacial— por exemplo, construções, explorações em 3D, visualização de planificações, ou resolução de problemas? Por quê?

A resolução dos Problemas, Pois ~~como~~ quando for estuda para provas irei usa-lo para melhor aprendizado.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Por fim, na questão 05, o aluno aponta a resolução de problemas como a atividade mais significativa no uso do GeoGebra, especialmente por sua relação direta com as avaliações. Essa resposta indica que a ferramenta contribuiu para a aplicação prática do conhecimento**,** fortalecendo a aprendizagem voltada à resolução de situações-problema.

As respostas do aluno indicam uma percepção positiva em relação ao uso do software GeoGebra associado aos materiais didáticos manipuláveis no ensino de geometria espacial.

De modo geral, as respostas revelam que a estratégia de ensino baseada na articulação entre GeoGebra e materiais didáticos manipuláveis favoreceu maior clareza conceitual; participação ativa dos alunos; desenvolvimento do raciocínio matemático; superação de dificuldades iniciais com o uso da tecnologia; aprendizagem significativa em geometria espacial.

No questionário II, do individuo U, nele ele coloca sua opinião a respeito a questão 01 representado na figura 5.17.

Figura 5.17: Questionário II do individuo **U,** questão 01 e 02.

01. O que você mudaria ou melhoraria nas aulas de Geometria Espacial com o uso do GeoGebra e Materiais Manipuláveis para que elas tornassem mais fáceis ou interessantes?

eu melhoraria eu facilitario o geogebra mesmo com o material dando o Passo a Passo alguns sólidos ainda eram Complicados de Construir então e faria o geogebra ficar mais Prática Pra facilitar na Construção.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Na questão 01, o estudante aponta a necessidade de melhorias no uso do GeoGebra aliado aos materiais manipuláveis, especialmente no que se refere à facilitação das construções geométricas. Ele relata que alguns sólidos ainda são difíceis de construir, mesmo com o apoio dos materiais concretos, sugerindo que o GeoGebra poderia ser utilizado de forma mais prática para auxiliar nesse processo. Essa resposta evidencia que, embora a ferramenta seja útil, há espaço para aprimoramentos metodológicos, como maior orientação, tutoriais mais claros ou atividades guiadas, a fim de tornar as aulas mais acessíveis e interessantes. Notemos na questão 02, na figura 5.18.

Figura 5.18: Questionário II do individuo **U,** questão 01 e 02.

02. Como você se sentiu ao utilizar o GeoGebra nas aulas de Matemática, com o tema Geometria Espacial?

no começo eu tive algumas duvidas, mas depois que fui construindo as figuras e observando as fórmulas tive um desenvolvimento melhor. no assunto.

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na questão 02, o estudante descreve sua experiência emocional e cognitiva com o uso do GeoGebra. Inicialmente, relata ter tido dúvidas, o que indica um momento de adaptação à ferramenta e aos conteúdos de geometria espacial. No entanto, à medida que passou a construir as figuras e observar as fórmulas, percebeu uma melhora significativa em seu desenvolvimento e compreensão. Esse relato demonstra um processo progressivo de aprendizagem, no qual a prática e a exploração contribuíram para o fortalecimento do entendimento conceitual e da confiança do aluno. Percebamos a questão 03 na figura 5.19.

Figura 5.19: Questionário II do individuo **U,** questão 03.

03. De que forma o uso do GeoGebra associado a Materiais Manipuláveis ajudou (ou não) você a compreender melhor os conteúdos de Geometria Espacial nas aulas de Matemática?

O GeoGebra me ajudou a compreender melhor as figuras e os sólidos geometricos. Como o GeoGebra eu construiu os sólidos tive um entendimento .

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na questão 03, o aluno afirma que o GeoGebra ajudou a compreender melhor as figuras e os sólidos geométricos, ressaltando que, ao construí-los no ambiente digital, passou a ter um entendimento mais claro de suas propriedades. Essa compreensão do discente mostra que com a visualização e a manipulação digital dos sólidos, o ajudou a desenvolver a compreensão dos sólidos geométricos evidenciando o papel do software como um mediador importante no desenvolvimento do pensamento espacial. Analisemos a questão 04 da figura 5.20

Figura 5.20: Questionário II do individuo **U,** questão 04.

04. Você acha que o uso do GeoGebra associado aos Materiais Manipuláveis mudou a forma como você aprende Matemática, em especial Geometria Espacial? Explique sua resposta.

sim, montar os sólidos passo a passo fez
com que eu entendesse mais rapidamente
do que trabalhar com esse assunto apenas no
papel. Montar os sólidos, ver as fórmulas e
observar a planificação me fez ter um aprendizado
muito melhor e as aulas ficaram muito dinâmicas
deixando a matemática interessante

Fonte: dados da pesquisa (2025)

A questão 04 revela que o uso do GeoGebra associado aos materiais manipuláveis promoveu uma mudança significativa na forma de aprender matemática. O aluno destaca que passou a entender os sólidos mais rapidamente e que recursos como a planificação facilitaram a compreensão das estruturas geométricas. Além disso, ele menciona que as aulas se tornaram mais dinâmicas e interessantes, o que contribuiu para maior engajamento. Notemos a questão 05. Na figura 5.21

Figura 5.21: Questionário II do individuo **U,** questão 05.

05. Que tipo de atividade com o GeoGebra mais ajudou você a aprender a Geometria Espacial— por exemplo, construções, explorações em 3D, visualização de planificações, ou resolução de problemas? Por quê?

Construções. Porque construir me ajuda a
raciocinar melhor o conteúdo entender como
os sólidos são feitos

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na questão 05, o aluno indica que as atividades de construção foram as que mais auxiliaram sua aprendizagem. Segundo ele, construir os sólidos geométricos no GeoGebra ajudou a visualizar melhor como essas figuras são formadas, reforçando a importância das atividades exploratórias e construtivas no processo de ensino-aprendizagem da geometria espacial. Nesse relato fica evidente que o fazer, o construir, onde o discente é o ser ativo na construção do conhecimento corrobora para uma aprendizagem consistente. O software GeoGebra dá essa oportunidade a quem o utiliza com as orientações corretas dos professores ou tutores nas realizações das tarefas propostas contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

No questionário II, do individuo W, nele ele coloca sua opinião a respeito a questão 01 e 02.

Figura 5.22: Questionário II do individuo **W,** questão 01 e 02.

01. O que você mudaria ou melhoraria nas aulas de Geometria Espacial com o uso do GeoGebra e Materiais Manipuláveis para que elas tornassem mais fáceis ou interessantes?

Acho que seria legal mais tempo na sala de informática com passo a passo projetado no quadro pra todo mundo acompanhar junto.

02. Como você se sentiu ao utilizar o GeoGebra nas aulas de Matemática, com o tema Geometria Espacial?

Eu me senti confiante, porque consegui visualizar melhor as figuras em 3D e entender o que o professor estava explicando. O Geogebra deixou a aula mais interessante e tirou um pouco do medo que eu tinha Geometria espacial. Em vez de ficar só imaginando o sólido, eu podia girar, aproximar e ver cada parte, o que facilitou bastante na hora de responder as atividades

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Ao responder à questão 01, o aluno sugere que as aulas poderiam dispor de mais tempo no laboratório de informática e que os conteúdos fossem desenvolvidos passo a passo, permitindo que todos acompanhassem o processo. Esse apontamento revela que, embora a estratégia seja considerada eficaz, o tempo pedagógico e a mediação docente são fatores determinantes para potencializar a aprendizagem com tecnologias digitais.

Na questão 02, o aluno afirma ter se sentido confiante ao utilizar o GeoGebra, destacando a possibilidade de visualizar figuras em 3D e compreender conceitos que antes eram apenas abstratos. A resposta evidencia que o software contribuiu para superar dificuldades relacionadas à imaginação espacial, permitindo observar o sólido por diferentes ângulos, girá-lo e analisá-lo em suas partes constituintes. Isso indica uma ampliação da compreensão conceitual da geometria espacial. Verificaremos a questões 03 na figura 5.23.

Figura 5.23: Questionário II do individuo **W,** questão 03.

03. De que forma o uso do GeoGebra associado a Materiais Manipuláveis ajudou (ou não) você a compreender melhor os conteúdos de Geometria Espacial nas aulas de Matemática?

Ajudou porque, primeiro eu podia tocar e montar as figuras com os materiais manipuláveis, entendendo o formato real do sólido, e depois via a mesma figura no Geogebra em 3D, com medidas exatas. Essa combinação fez eu perceber melhor a relação entre área, volume, aresta etc.. às vezes quando eu errava algo eu conseguia enxergar onde estava o errado olhando para o modelo físico e para a construção no programa.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

A questão 03 mostra que o aluno percebe claramente a complementaridade entre os materiais manipuláveis e o GeoGebra. Inicialmente, o contato físico com os sólidos favoreceu a compreensão da forma real; em seguida, a representação digital em 3D possibilitou medições, comparações e verificações mais precisas. Essa articulação evidencia um processo de aprendizagem que transita do concreto ao abstrato, fortalecendo a construção do conhecimento matemático. Agora veja a questão 04 representada na figura 5.24.

Figura 5.24: Questionário II do individuo **W,** questão 04.

04. Você acha que o uso do GeoGebra associado aos Materiais Manipuláveis mudou a forma como você aprende Matemática, em especial Geometria Espacial? Explique sua resposta.

Sim, mudou bastante. Antes eu aprendia mais decorando fórmulas sem entender direito de onde elas vinham. Com o GeoGebra e os materiais manipuláveis, eu consegui a entender visualmente o conteúdo e relacionar as fórmulas com as figuras. isso deixou a matemática menos abstrata e mais próxima da realidade.
hoje eu sinto que aprendo mais "vendo e fazendo" o que apenas copiando do quadro.

Fonte: Dados da pesquisa (2025)

Na questão 04, o aluno relata uma mudança significativa em sua forma de aprender, afirmando que passou a compreender melhor os conteúdos ao relacionar fórmulas, figuras e medidas. O uso combinado do GeoGebra e dos materiais manipuláveis proporcionou uma aprendizagem mais ativa, na qual o estudante deixa de ser apenas receptor e passa a experimentar, explorar e validar conceitos matemáticos. Note a questão 05 na figura 5.25.

Figura 5.25: Questionário II do individuo **W,** questão 05.

05. Que tipo de atividade com o GeoGebra mais ajudou você a aprender a Geometria Espacial— por exemplo, construções, explorações em 3D, visualização de planificações, ou resolução de problemas? Por quê?

As explorações em 3D e as visualizações de planificações foram as que mais ajudaram a girar o sólido no geogebra, mudar o ponto de vista e ver as medidas em tempo real.

Fonte: dados da pesquisa (2025)

Na questão 05, o aluno destaca que as explorações em 3D e a visualização de planificações foram os aspectos que mais contribuíram para sua aprendizagem. A possibilidade de observar sólidos “por dentro”, visualizar medidas em tempo real e compreender a relação entre o sólido e sua planificação reforça o papel do GeoGebra como um mediador semiótico, facilitando a compreensão das propriedades geométricas. Contribuições específicas do GeoGebra.

Percepção do aluno sobre o uso do GeoGebra e materiais manipuláveis em análises das respostas evidencia uma percepção amplamente positiva do aluno em relação à utilização do software GeoGebra associado aos materiais manipuláveis no ensino de geometria espacial, destacando ganhos cognitivos, motivacionais e didáticos.

Esses resultados reforçam a pertinência da estratégia adotada e indicam que a integração entre tecnologias digitais e recursos concretos favorecem a visualização espacial, reduzem dificuldades relacionadas à abstração tornam as aulas mais interativas e significativas promovendo uma aprendizagem mais ativa e investigativa constituindo um caminho promissor para o ensino da geometria espacial no Ensino Médio;

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do percurso metodológico desenvolvido, foi possível constatar com a pesquisa, que o objetivo geral foi atingido. A articulação do software GeoGebra associado a materiais didáticos manipuláveis como estratégia de ensino da geometria espacial, dinamiza as aulas de matemática e traz resultados positivos para a aprendizagem dos alunos do 2º ano do Ensino Médio.

A pesquisa mostrou que nossos objetivos específicos também foram alcançados. Foi evidenciado que houve melhoria da aprendizagem da matemática com a inserção das TICs nas aulas e o software GeoGebra contribuíram para a compreensão dos conceitos e para a construção dos sólidos geométricos nas aulas de matemática. Mostrou a importância da relação da área, volume e materiais didáticos manipuláveis, com o auxílio do software GeoGebra, desenvolvendo competências e contribuindo para construção de um pensamento crítico.

A integração entre recursos tecnológicos digitais e materiais concretos favoreceu significativamente a compreensão conceitual dos conteúdos de geometria espacial, especialmente no que se refere à visualização, construção, planificação e cálculo de áreas e volumes de sólidos geométricos.

Os resultados observados ao longo da intervenção evidenciaram que a dicotomia entre o concreto e o virtual se mostrou um elemento central para a aprendizagem significativa dos indivíduos da pesquisa. O contato inicial com os sólidos geométricos físicos, seguido de sua reprodução e manipulação no ambiente dinâmico do GeoGebra, possibilitou aos discentes estabelecer relações entre diferentes representações semióticas, promovendo avanços na abstração geométrica e no raciocínio espacial. Tal dinâmica corroborou pressupostos teóricos de autores como Lorenzato (2010), Onuchic e Allevato (2012) e as orientações da BNCC (2018), ao valorizar conhecimentos prévios, a experimentação, a visualização e o uso pedagógico das tecnologias digitais.

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola publica, mas tivemos alguns problemas a implementar a pesquisa, pois fizemos visitas a escolas que não tinham laboratórios de informática e outras que tinham laboratórios, mas os computadores estavam danificados. Fizemos visita a uma escola que possuía ebook, porém os alunos não estavam cadastrados no órgão e tivemos de fazer um cadastro com seus respectivos e-mails, logo podemos desenvolver nossa pesquisa.

A estratégia de ensino proposta, materializada no ebook com roteiros ilustrados e uso de QR Codes, mostrou-se adequada ao contexto escolar investigado, inclusive diante das limitações estruturais, como a baixa capacidade de memória dos Chromebooks e as restrições legais quanto ao uso de celulares. A utilização do GeoGebra em sua versão online e o uso controlado dos dispositivos móveis evidenciaram que, mesmo em cenários com recursos limitados, é possível planejar e executar práticas pedagógicas inovadoras, desde que fundamentadas teoricamente e alinhadas às normativas vigentes.

Outro aspecto relevante observado foi o aumento do engajamento, da autonomia e da criatividade dos alunos durante as atividades. A liberdade para explorar novas construções, aliada ao suporte do professor-pesquisador, contribuiu para um ambiente de aprendizagem colaborativo, dinâmico e motivador. As manifestações dos discentes, bem como o desempenho nas reaplicações das atividades diagnósticas e nos questionários qualitativos, indicaram indícios consistentes de evolução no entendimento dos conceitos trabalhados.

Por fim, constatou-se que a estratégia de ensino da geometria espacial por meio do software GeoGebra associado a materiais didáticos manipuláveis constitui uma alternativa metodológica viável e eficaz para o ensino de matemática na educação básica. A pesquisa reafirma a importância de práticas pedagógicas que integrem tecnologias digitais às metodologias tradicionais, não como substituição, mas como complemento, potencializando o processo de ensino e aprendizagem. Espera-se que este estudo possa contribuir para futuras pesquisas e para a prática docente, incentivando professores a explorarem novas possibilidades didáticas que dialoguem com a realidade dos alunos e com as demandas contemporâneas da educação matemática.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, Elaine Vasquez Ferreira; VILAÇA, Márcio Luiz Corrêa. Tics e interdisciplinaridade: contribuições para práticas educacionais. **Tecnologia, Sociedade e Educação na Era Digital.** Duque de Caxias – RJ, 2016. Disponível em: http://www.pgcl.uenf.br/arquivos/tecnologia,sociedadeeeducacaonaeradigital_011120181554.pdf Acesso em 30 mar. 2023.

BICUDO, M. A. V. et al. **Educação Matemática: pesquisa em movimento.** ed. 4. São Paulo: Cortez, 2012.

BITTENCOURT, Dênia Falcão de. **Resolução e transformação de conflitos no âmbito da EAD**. Ponta Grossa: NUTEAD/UEPG, 2015.
BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática Elementar**: Geometria Espacial. V.10, ed.9 São Paulo: Atual, 2013.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. 3. ed. rev.
GeoGebra. Software de matemática livre. Disponível em:https://www.geogebra.org". Acesso em: 2 set. 2025

HAYDT, Regina Célia Cazaux. ***Curso de didática geral***. São Paulo: Ática, 1995.

LIMA, M. F; ARAÚJO J. F. S. A utilização das tecnologias de informação e comunicação como recurso didático-pedagógico no processo de ensino-aprendizagem. **Revista Educação Pública**, v. 21, nº 23. 2023.

LORENZATO, Sérgio (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. 140 p. (Coleção Formação de Professores).

MORAN, J. M.; MARCOS T. M.; BEHRENS M. A. **Novas tecnologias e mediações pedagógicas.** Campinas, SP. Papirus, 2007.

MUNIZ NETO, A. C. **Geometria.** Rio de janeiro: SBM (sociedade brasileira de matemática). ed. 2. 2022

OLIVEIRA JUNIOR, A. V. Sólidos Geométricos: uma estratégia de ensino com o auxílio do GeoGebra e materiais manipuláveis. **In: IV Semana Acadêmica de Matemática de Castanhal - IV SAMATC** (Anais) / Roberta Modesto Braga; Renato Germano (Orgs.) – Belém: Pará, 2026. e.1. p. 321-330.

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. ***In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M, C. Educação matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2012. e. 4. p. 232-253.

SILVA; CARLESSO; GHISLENI. **Tecnologias Digitais na Educação: Contribuições para o processo de aprendizagem.** Revista Estudos Aplicados em Educação - REAe, v. 7 nº. 14. 2023.

SOFFNER, R. K.; CHAVES, E. O. C. Tecnologia, ambientes de aprendizagem e Educação Não-Formal. **Revista de Ciências da Educação** UNISAL - Americana/SP, ano XII, n. 22, 2010, p. 493-512.

SOFFNER, R. Tecnologia e educação: um diálogo freire – Papert. **Revista Tópicos Educacionais**, vol. 19, núm. 1, enero-junio, 2013, pp. 147-162 Universidade Federal de Pernambuco.

SOUZA, Carlos Eduardo; GRAVINA, Maria Alice. Geometria com animações interativas. **Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, jul. 2009.

SUTHERLAND, R. **Ensino eficaz de matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2009.

TEIXEIRA, E. **As três metodologias:** acadêmica, da ciência e da pesquisa. Petropólis, RJ: Vozes, ed. 11, 2014.

TRINDADE, Luciano Henrique; FEITOSA, Wilian Ramalho. Tecnologias digitais: motivações de sua aplicação na educação brasileira. Revista Educação Pública, 2024.

UFPA

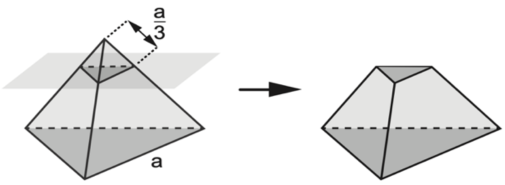
Universidade Federal da Pará – UFPA/ Campus de Bragança
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

APÊNDICE I: TESTES DIAGNÓSTICOS PARA OS INDIVÍDUOS DA PESQUISA; ATIVIDADE I

Atividade 01. Turma: M2MNM02 (2º Ano do Ensino Médio)

Aluno:____

01. (ENEM 2019) As luminárias para um laboratório de matemática serão fabricadas em forma de sólidos geométricos. Uma delas terá a forma de um tetraedro truncado. Esse sólido é gerado a partir de secções paralelas a cada uma das faces de um tetraedro regular. Para essa luminária, as secções serão feitas de maneira que, em cada corte, um terço das arestas seccionadas serão removidas. Uma dessas secções está indicada na figura. Essa luminária terá por faces



(A) 4 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

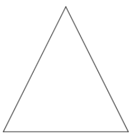
(B) 2 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros.

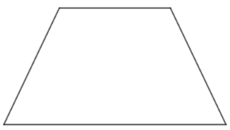
(C) 4 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.

(D) 3 quadriláteros e 4 triângulos isósceles.

(E) 3 hexágonos regulares e 4 triângulos equiláteros

02. (ENEM 2014) Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda à parte da superfície lateral a ser revestida. **Qual deverá ser a forma do adesivo?**

A) 

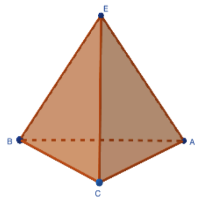
B) 

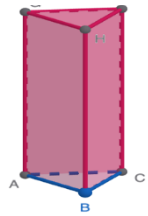
C) 

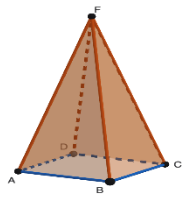
D) 

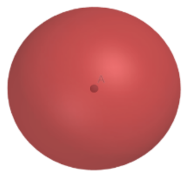
E) 

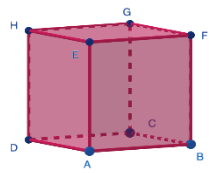
03. Associe os sólidos geométricos com seus respectivos nomes.

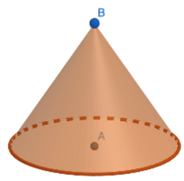
( ) Prisma Triangular 1: 

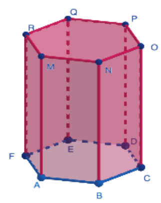
( ) Prisma hexagonal 2: 

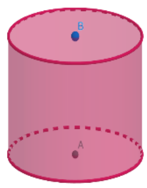
( ) Cubo 3: 

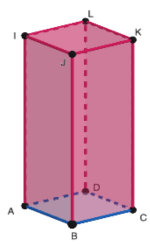
( ) Paralelepípedo 4: 

( ) Pirâmide triangular 5: 

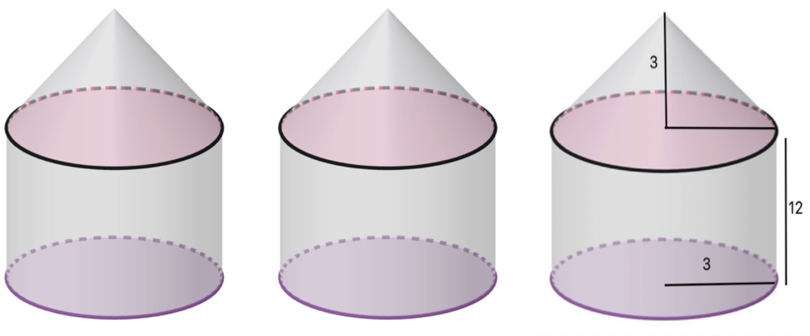
( ) Pirâmide quadrangular 6: 

( ) Cilindro 7 

( ) Cone 8 

( ) Esfera 9: 

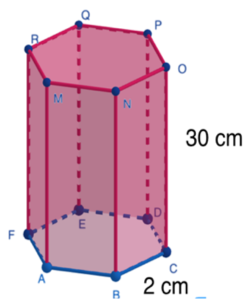
04. (Enem 2016-adaptada) Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio, e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m³. Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π. O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é:____

____

05. Dado o prisma responda os itens abaixo:



a) Qual a área da base desse prisma?

b) Qual área lateral desse prisma?

c) Qual a área total desse prisma?

d) Qual o volume desse prisma?

Legenda

UFSM- Universidade federal de Santa Maria

ENEM- Exame Nacional do Ensino Medio

ETE - Escola Tecnica Efetiva

SARESP - Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

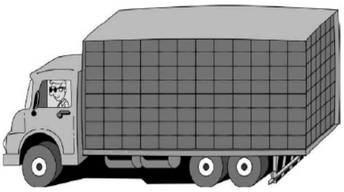
Universidade Federal da Pará – UFPA/ Campus de Bragança
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

APÊNDICE II: TESTES DIAGNÓSTICOS PARA OS INDIVÍDUOS DA PESQUISA; Atividade II.

Atividade 02. Turma: M2MNM02 (2º Ano do Ensino Médio)

Aluno:____

01. (ETE-2019) Um caminhão está carregado de caixas de garrafas de água mineral, contendo 24 garrafas em cada uma. As caixas, todas de mesmo tamanho, formam uma pilha com a forma de um bloco retangular. São 12 caixas no comprimento, 6 caixas na largura e 8 na altura.



Qual o total de caixas transportado por esse caminhão?

A) 26 caixas

B) 50 caixas

C) 216 caixas

D) 576 caixas

02. (Enem 2015) Uma fábrica que trabalha com matéria-prima de fibra de vidro possui diversos modelos e tamanhos de caixa-d'água. Um desses modelos e um prisma reto com base quadrada. Com o objetivo de modificar a capacidade de armazenamento de água, está sendo construído um novo modelo, com as medidas das arestas da base duplicadas, sem a alteração da altura, mantendo a forma. Em relação ao antigo modelo, o volume do novo modelo e

A) Oito vezes maior.

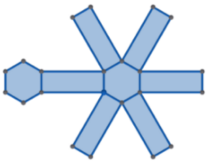
B) Quatro vezes maior.

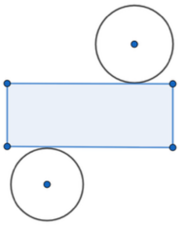
C) Duas vezes maior.

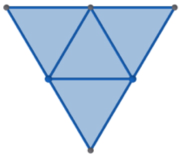
D) A metade.

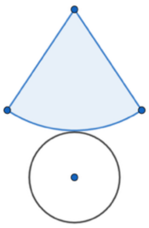
E) A quarta parte.

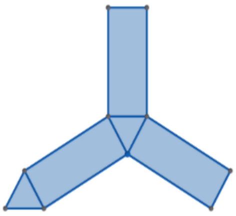
03. Associe cada solido espacial com sua respectiva planificação.

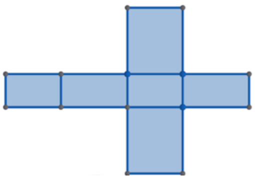
( ) 

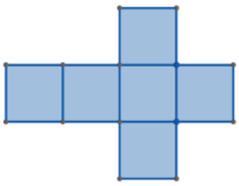
( ) 

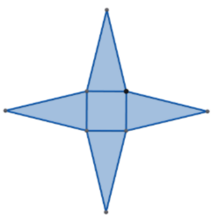
( ) 

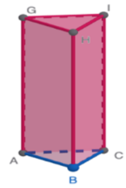
( ) 

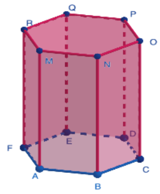
( ) 

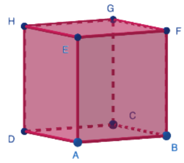
( ) 

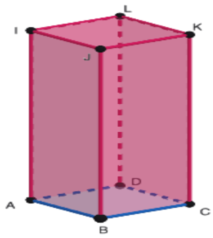
( ) 

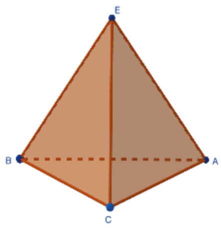
( ) 

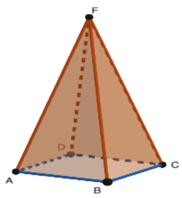
1: 

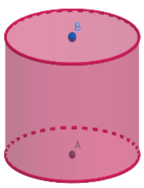
2: 

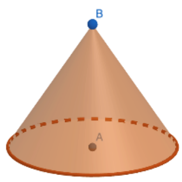
3: 

4: 

5: 

6: 

7: 

8: 

04. (SARESP-2010-adaptada) Um aquário possui o formato de um bloco retangular, cujas dimensões da base são 50 cm e 20 cm, e a água contida em seu interior está atingindo um nível de altura 15 cm (Figura 1). Mergulhando, a seguir, 5 cubos coloridas de metal, de volumes iguais, o nível de água do aquário atinge uma altura de 25 cm (Figura 2). Calcule o volume, em cm^3, ocupado por cada cubo.

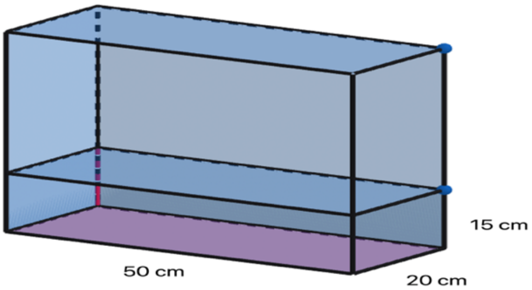


Figura 1

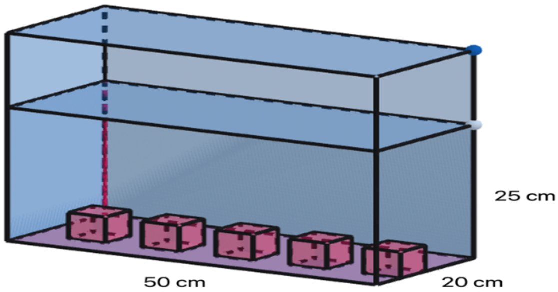
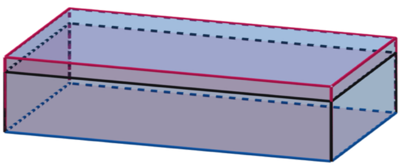


Figura 2

---

05. (UFSM-Adaptada) Uma caixa de sapatos (com tampa) é confe cciona da com papelão e tem as medidas, em centímetros,conforme a figura.



Sabendo-se que à área total da caixa são acrescentados 2% para fazer as dobras de fixação, o total de papelão empregado na confecção da caixa, em cm^2, é:

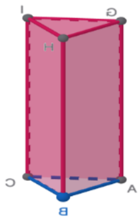
UFPA

Universidade Federal da Pará – UFPA/ Campus de Bragança
Sociedade Brasileira de Matemática – SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT

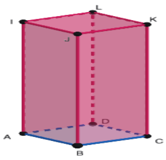
APÊNDICE III: EXERCÍCIO I PARA OS INDIVÍDUOS DA PESQUISA.

Exemplos de Problemas com Sólidos Geométricos; Turma: M2MM02 (2º Ano do Ensino Médio) Aluno:____

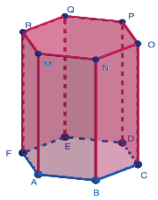
01) Construa um prisma triangular, com base um triangulo equilátero de lado 2 cm e altura 5 cm. Em seguida calcule a área da base, a área lateral, área total e o volume



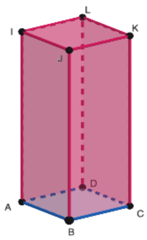
02) Construa um Cubo, com a aresta 4 cm. Em seguida calcule a área da base, a área lateral, área total e o volume



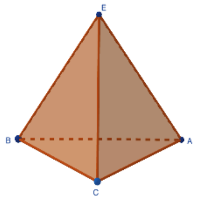
03) Construa um prisma hexagonal, com base um hexágono regular de lado 2 cm e altura 6 cm. Em seguida calcule a área da base, a área lateral, área total e o volume.



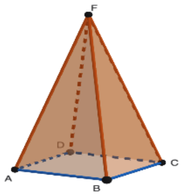
4) Construa um paralelepípedo, com base 3 cm x 5 cm e altura 6 cm. Em seguida calcule a área da base, a área lateral, área total e o volume.



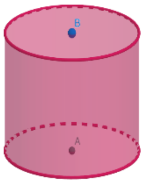
5) Construa um tetraedro com aresta 5 cm e altura 4,081cm. Em seguida calcule área da base, área lateral, área total e volume.



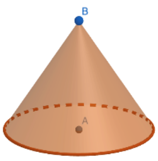
6) Construa uma pirâmide quadrangular com aresta da base 4 cm, e altura 8 cm. Em seguida calcule área da base, área lateral, área total e volume.



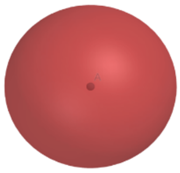
7) Construa um cilindro quadrangular de altura 5cm e raio 2cm. Em seguida calcule área da base, área lateral, área total e volume.



8) Construa um cone de altura 4cm e raio 3 cm e geratriz 5 cm. Em seguida calcule área da base, área lateral, área total e volume.



9) Construa uma esfera de raio 5 cm. Em seguida calcule área total e volume.



Universidade Federal da Pará – UFPA/ Campus de Bragança
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

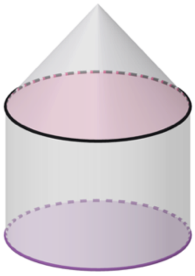
APÊNDICE IV: EXERCÍCIO II, PARA OS INDIVÍDUOS DA PESQUISA.

Exercício II

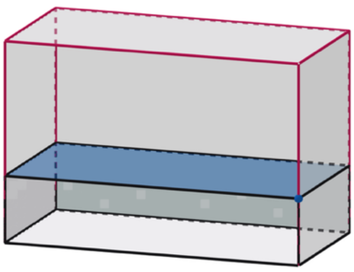
Turma: M2MM02 (2º Ano do Ensino Médio)

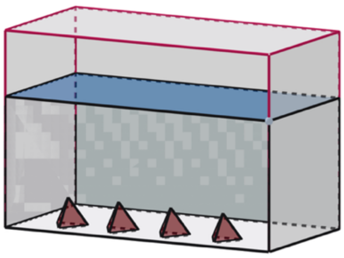
Aluno:____

1. (Enem 2016-adaptada) Um reservatório de água é composto por um cilindro reto de 3 m de altura e raio da base de 2 m, sobre o qual há um cone com a mesma base. Calcule o volume total do reservatório e determine quantas viagens um caminhão de 15 m³ deve fazer para transportá-lo. *(Use $\pi = 3$)*

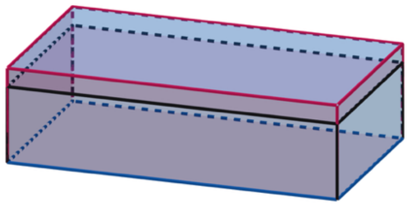


02) (SARES- adaptada) Um aquário tem base de 40 cm por 30 cm e está com água até 20 cm de altura. Ao colocar 4 tetraedros de mesmo volume, o nível sobe para 32cm. Calcule o volume de cada tetraedros.

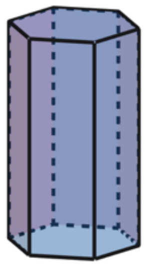




03) (UFSM - adaptada) Uma **caixa retangular com tampa** mede 30 cm de comprimento, 20 cm de largura e 10 cm de altura. Sabendo que serão acrescentados **3% para as dobras**, determine o total de papelão utilizado na confecção da caixa.



04) Um **prisma de base hexagonal regular** tem lado da base de 4 cm e altura de 10 cm.



a) Calcule a área da base.

c) Determine a área total.

d) Calcule o volume do prisma.

UFPA

Universidade Federal da Pará – UFPA/ Campus de Bragança
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

APÊNDICE V: EXERCÍCIO III, PARA OS INDIVÍDUOS DA PESQUISA.

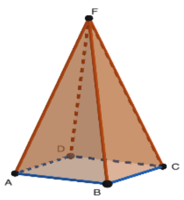
Exercício III

Turma: M2MM02 (2º Ano do Ensino Médio)

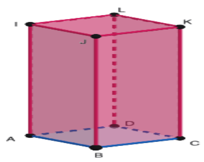
Aluno:____

01. Com base nos materiais manipuláveis, verifique as medidas fazendo as anotações, construa no GeoGebra os sólidos geométricos, calcule área da base, área lateral, área total e volume

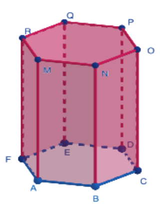
A)



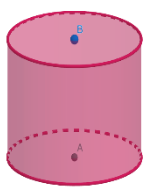
B)



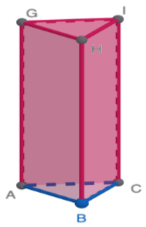
C)



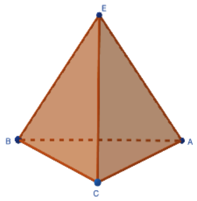
D)



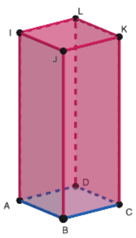
E)



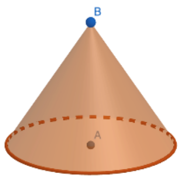
G)



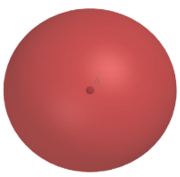
I)



F)



H)



UFPA

Universidade Federal da Pará – UFPA/ Campus de Bragança
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

APÊNDICE VI: QUESTIONÁRIOS I, PARA OS INDIVÍDUOS DA PESQUISA.

Questionário I; Turma: M2MNM02 (2º Ano do Ensino Médio)

Aluno:____

Prezado Aluno (a), este documento tem o proposito de obter informações de opinião, após a intervenção com a estratégia de ensino, para analisar a seguinte indagação: **"Em que termos as estratégias de ensino com a utilização do software GeoGebra associado a materiais manipuláveis, para o ensino da geometria espacial, repercutem na aprendizagem dos alunos do 2º ano do Ensino Médio?".** Todas as informações serão mantidas em sigilo, ou seja, sua identidade será preservada.

01. Você estudou geometria plana no Ensino Fundamental ou no Ensino Médio? (EX.: se você estudou áreas e perímetros de quadrado, retângulo, triângulo etc.)

(A) Sim, estudei geometria plana no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, principalmente as figuras planas, perímetros e áreas

(B) Sim, estudei geometria plana, mas apenas no Ensino Fundamental.

(C) Não me lembro se estudei geometria plana no Ensino Fundamental ou no Médio

(D) Não estudei geometria plana no Ensino Fundamental ou no Médio

02. Você estudou geometria espacial no Ensino Fundamental ou no Ensino Médio? (EX.: Se você estudou áreas e volumes do cubo, paralelepípedo, cilindro, cone etc.)

(A) Sim, estudei geometria espacial no Ensino Fundamental e no Ensino Médio principalmente Sólidos Geométricos, Áreas e Volumes

(B) Sim, estudei geometria espacial, mas apenas no Ensino Médio.

(C) Não me lembro se estudei geometria espacial no Ensino Fundamental ou no Médio

(D) Não estudei geometria espacial no Ensino Fundamental ou no Médio

03. As aulas de geometria espacial com o uso do GeoGebra e materiais manipuláveis ajudaram você a entender melhor os conceitos e propriedades dos sólidos geométricos?

(A) Sim, entendi melhor como cada sólido é formado.

(B) Um pouco, mas ainda tenho dúvidas.

(C) Não percebi muita diferença.

(D) Não, prefiro estudar sem o uso do GeoGebra.

04. As estratégias de ensino com o GeoGebra tornaram as aulas de geometria espacial mais motivadoras e interessantes?

(A) Sim, fiquei mais interessado(a) nas aulas, pois pude construir objetos geométricos e movimentá-los.

(B) Às vezes, depende da atividade.

(C) Não mudou meu interesse.

(D) Não, achei as aulas mais confusas.

05. O uso do GeoGebra associado a materiais manipuláveis facilitou a visualização das figuras em 3D e suas planificações?

(A) Sim, visualizei os sólidos com muito mais clareza e pude tocar com os materiais manipuláveis. onde movimentei as figuras em 3D e suas planificações no GeoGebra.

(B) Ajudou um pouco, mas ainda prefiro os desenhos no papel.

(C) Não fez tanta diferença.

(D) Não, achei difícil usar o programa.

06. As atividades com o GeoGebra e materiais manipuláveis ajudaram você a compreender melhor as fórmulas de área e volume?

(A) Sim, pois com o auxílio do Geogebra associado aos materiais manipuláveis e as explicações do professor ficou mais fácil entender área e volume.

(B) Sim, ficou mais fácil entender de onde vêm as fórmulas.

(C) Não percebi diferença.

(D) Não, achei mais difícil relacionar com as fórmulas.

07. O uso do GeoGebra melhorou sua participação nas aulas de geometria espacial (por exemplo, fazendo você interagir mais, tirar dúvidas, explorar figuras)?

(A) Sim, participei nas aulas criando objetos geométricos, tirei dúvidas com o professor.

(B) Um pouco, em algumas atividades.

(C) Não mudou minha participação.

(D) Não, participei menos do que antes.

08. As estratégias com o material manipuláveis ajudaram a transformar o conteúdo em algo mais concreto e visual, em vez de apenas teórico?

(A) Sim, consegui "ver", visualizar, manipular o que estava construindo e aprendendo.

(B) Um pouco, mas ainda prefiro exemplos no caderno.

(C) Não senti diferença.

(D) Não, achei o conteúdo mais difícil com o programa.

09. O GeoGebra e os materiais manipuláveis contribuíram para que você resolvesse melhor problemas de geometria espacial, como os de área lateral, área total e volume?

(A) Sim, consegui aplicar melhor as fórmulas nos problemas e entender sua importância.

(B) Um pouco, mas ainda tive dificuldades.

(C) Não mudou meu desempenho.

(D) Não, me confundiu ainda mais.

10. As estratégias com o material manipulável e o GeoGebra melhoraram sua compreensão da relação entre as formas planas e os sólidos geométricos?

(A) Sim, entendi melhor como as bases formam os sólidos.

(B) Um pouco, mas nem sempre consegui perceber isso.

(C) Não percebi diferença.

(D) Não, continuo com dúvidas sobre essa relação.

11. Depois das aulas com o GeoGebra associado aos materiais manipuláveis, você se sente mais preparado(a) para resolver questões de geometria espacial em provas ou avaliações?

(A) Sim, me sinto mais preparado(a) e confiante.

(B) Um pouco, mas ainda preciso praticar.

(C) Não senti diferença.

(D) Não, me sinto menos preparado(a).

12. De modo geral, como você avalia a contribuição do GeoGebra e dos materiais manipuláveis para sua aprendizagem em geometria espacial?

(A) Excelente – ajudou muito no meu aprendizado.

(B) Bom – contribuiu de forma positiva.

(C) Regular – ajudou pouco.

(D) Insuficiente – não contribuiu para minha aprendizagem.

Universidade Federal da Pará – UFPA/ Campus de Bragança
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

APÊNDICE VII: QUESTIONÁRIOS II, PARA OS INDIVÍDUOS DA PESQUISA.

Questionário II; Turma: M2MNM02 (2º Ano do Ensino Médio)
Aluno:____

Prezado Aluno (a), este documento tem o proposito de obter informações de opinião, após a intervenção com a estratégia de ensino, para analisar a seguinte indagação: **"Em que termos as estratégias de ensino com a utilização do software Geogebra associado a materiais Didáticos manipuláveis, para o ensino da geometria espacial, repercutem na aprendizagem dos alunos do 2º ano do Ensino Médio?".** Todas as informações serão mantidas em sigilo, ou seja, sua identidade será preservada.

01. O que você mudaria ou melhoraria nas aulas de geometria espacial com o uso do GeoGebra e materiais manipuláveis para que elas tornassem mais fáceis ou interessantes?

02. Como você se sentiu ao utilizar o GeoGebra nas aulas de matemática, com o tema geometria espacial?

03. De que forma o uso do GeoGebra associado a materiais manipuláveis ajudou (ou não) você a compreender melhor os conteúdos de geometria espacial nas aulas de matemática?

04. Você acha que o uso do GeoGebra associado aos materiais manipuláveis mudou a forma como você aprender matemática, em especial geometria espacial? Explique sua resposta.

05. Que tipo de atividade com o GeoGebra mais ajudou você a aprender a geometria espacial— por exemplo, construções, explorações em 3D, visualização de planificações, ou resolução de problemas? Por quê?

UFPA

Universidade Federal da Pará – UFPA/ Campus de Bragança
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

APÊNDICE VIII: FREQUÊNCIA DOS INDIVÍDUOS DA PESQUISA.

Frequência dos alunos na Estratégia de Ensino dos Sólidos Geométricos por meio do GeoGebra associados a Materiais Manipuláveis**.** Turma: M2MNM02 (2º Ano do Ensino Médio). Data:____/___/2025

1. --
2. --
3. --
4. --
5. --
6. --
7. --
8. --
9. --
10. --
11. --
12. --
13. --
14. --
15. --
16. --
17. --
18. --
19. --
20. --
21. --
22. --
23. --
24. --
25. --
26. --
27. --
28. --
29. --
30. --

UFPA

Universidade Federal da Pará – UFPA/ Campus de Bragança
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

APÊNDICE IX: EBOOK