CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

JEANE ANDRÉA DOS SANTOS ARAÚJO

VIAGEM À PARIS, 1925: REDESCOBERTA DOS ELIPSÓGRAFOS

Belo Horizonte
2025

JEANE ANDRÉA DOS SANTOS ARAÚJO

VIAGEM À PARIS, 1925: REDESCOBERTA DOS ELIPSÓGRAFOS

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientador(a):
Marcela Richele Ferreira
Orientador(a):
Davidson Paulo Azevedo Oliveira

Banca Examinadora:
Izabela Marques de Oliveira

Roberto Capone

Belo Horizonte
2025

A663v

Araújo, Jeane Andréa dos Santos
Viagem à Paris, 1925: redescoberta dos elipsógrafos / Jeane Andréa dos Santos Araújo. – 2025.
140 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Orientadora: Marcela Richele Ferreira.
Coorientador: Davidson Paulo Azevedo Oliveira.
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Matemática – História – Teses. 2. Elipse (Geometria) – Teses. 3. Aparelhos e instrumentos científicos – História – Teses. 4. Geometria – Estudo e ensino – Teses. 5. Ciência – Serviços de informação – Teses. I. Ferreira, Marcela Richele. II. Oliveira, Davidson Paulo Azevedo. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 510

Elaboração da ficha catalográfica pela bibliotecária Jane Marangon Duarte, CRB 6ª 1592 / Cefet/MG

JEANE ANDRÉA DOS SANTOS ARAÚJO

VIAGEM À PARIS, 1925: REDESCOBERTA DOS ELIPSÓGRAFOS

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

APROVADA: 16 de dezembro de 2025.

Jeane A. A. Araújo

Jeane Andréa dos Santos Araújo
Autora

Marcela Ferreira

Marcela Richele Ferreira
Orientadora

Davidson

Davidson Paulo Azevedo Oliveira
Coorientador

Belo Horizonte
2025

“A Geometria existe, como já disse o filósofo, por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.”
Malba Tahan

Dedico esta pesquisa a Deus, cuja presença constante sustentou e orientou, concedendo-me sabedoria, serenidade e perseverança diante dos desafios. Dedico também aos homens bons que fizeram parte da minha trajetória e aos maus, que me ensinaram a escolher caminhos diferentes, a não ser como eles.

AGRADECIMENTOS

"Porque o Senhor concede sabedoria! Da sua boca procedem conhecimento e entendimento."
Provérbio 2:6

A Deus, fonte de sabedoria e força, por ser o único digno de toda honra e glória. A Ele, agradeço pela presença constante, por iluminar meus passos e me conceder serenidade nas dificuldades e alegria nas conquistas.

Aos meus pais, Vitor e Zilá, pela dedicação, carinho e força inabalável em todos os momentos da minha trajetória. O apoio e o exemplo de amor e perseverança de vocês foram fundamentais para que eu chegasse até aqui.

Aos meus filhos, Samuel e João Marcos, pela presença maravilhosa em minha vida, pela alegria que me proporciona diariamente e por serem minha maior fonte de amor e esperança.

Aos meus orientadores, Marcela e Davidson, pela sensatez, competência e paciência, que me permitiram enxergar um caminho claro e promissor entre os “muros” das incertezas acadêmicas. A orientação de vocês foi decisiva para a realização deste trabalho.

Aos amigos, pelo carinho, pela compreensão e pelo apoio constante, mesmo nos momentos em que precisei me afastar para me dedicar à pesquisa. A presença de vocês foi fundamental para manter o equilíbrio e a motivação ao longo deste percurso. Em especial, agradeço ao Lucas, meu ex-aluno que se tornou um irmão do coração; à Laila, companheira de trilhas e de vida; e à Dra. Lilian Goddard, que uniu amizade e cuidado em gestos de acolhimento e incentivo. Obrigada por caminharem comigo.

Aos professores que passaram pela minha vida, deixo minha profunda gratidão por cada ensinamento, incentivo e inspiração para buscar o conhecimento com compromisso e paixão. Ao corpo docente do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Campus Nova Gameleira pelas aulas ministradas e a competência do secretário do curso, Pedro Falci.

À Professora Izabela e ao Professor Capone, por gentilmente aceitarem caminhar comigo neste percurso final, oferecendo seus olhares atentos e rigorosos para dialogar com esta pesquisa. A presença de vocês na banca é, para mim, sinal de reconhecimento e partilha intelectual, algo que fortalece o sentido e o alcance deste trabalho.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)- Código de Financiamento 001, por financiar os meus estudos.

Meu muito obrigada!

RESUMO

Este trabalho investiga a elipse a partir de uma publicação da revista francesa de divulgação científica infantojuvenil *Le Petit Inventeur* (publicada a partir de 1923), que apresenta diversos modelos de elipsógrafos - instrumentos mecânicos destinados à construção de elipses. O estudo examina o contexto técnico, científico e educativo presente na França do início do século XX, período em que a experimentação com dispositivos manuais desempenhava papel central na popularização do conhecimento científico. Foram selecionados três dos dezessete modelos descritos na revista, analisando-se seus princípios geométricos, seu funcionamento e suas potencialidades como recursos didáticos contemporâneos. Para tanto, foram utilizados softwares de modelagem tridimensional e impressão 3D, possibilitando a reconstrução dos instrumentos de forma acessível e manipulável para o ambiente escolar. A pesquisa articula História da Matemática, cultura material e práticas pedagógicas, evidenciando que a compreensão da elipse pode ocorrer tanto por sua formulação geométrica quanto por sua materialização em dispositivos mecânicos que tornam visíveis suas propriedades fundamentais. Como resultado da pesquisa, desenvolveu-se um Recurso Educacional no formato de um Kit didático, composto por uma revista com atividades, contextualizações históricas e orientações para professores, além de dois modelos de elipsógrafos reconstruídos em 3D, acompanhados de propostas de aplicação no no Ensino Médio. A proposta favorece uma aprendizagem investigativa e historicamente fundamentada evidenciando o potencial formativo da integração entre História da Matemática e Educação Matemática.

Palavras-chave: História da Matemática. Elipse. Elipsógrafo. Ensino de Geometria. Divulgação científica.

ABSTRACT

The present work focuses on the study of the conic section known as the ellipse, analyzed through a publication in the French popular science magazine for children and adolescents, *Le Petit Inventeur* (published from 1923 onwards). This magazine contains an article that presents various types of ellipsographs, which are mechanical instruments designed for the construction of ellipses. The analysis of this magazine reveals the technical, scientific, and educational interest present in early 20th-century France, where experimentation using manual devices played a central role in popularizing scientific concepts. In this context, three of the seventeen models of ellipsographs featured in the publication are selected, investigating their geometric principles, their operation, and their potential as contemporary didactic resources. For this purpose, three-dimensional modeling software and 3D printing were utilized, which allowed for the reconstruction of these instruments in an accessible and manipulable way, adapted for a school environment. Based on this process, the work establishes a dialogue between the History of Mathematics, material culture, and pedagogical practices, so that the study of the ellipse is understood both by its geometric formulation and by its materialization in mechanical devices that make its fundamental properties visible. As a result, an Educational Resource was developed in the format of a Kit composed of a didactic-pedagogical magazine containing activities, historical contexts, and guidelines for teachers, in addition to two models of ellipsographs reconstructed in 3D, accompanied by proposals for developing activities in High School. This proposal seeks to promote constructive learning, based on investigation, concrete manipulation, and historical reconstruction, highlighting the formative potential of integrating the History of Mathematics and Mathematics Education.

Keywords: History of Mathematics. Ellipse. Ellipsograph. Geometry Teaching. Scientific Dissemination.

RIASSUNTO[1]

Il presente lavoro ha come tema lo studio della conica denominata ellisse, analizzata a partire da una pubblicazione della rivista francese di divulgazione scientifica per l'infanzia e l'adolescenza *Le Petit Inventeur* (pubblicata a partire dal 1923), nella quale è presente un articolo che illustra diversi tipi di ellissografi, strumenti meccanici destinati alla costruzione delle ellissi. L'analisi di tale rivista rivela l'interesse tecnico, scientifico ed educativo presente in Francia all'inizio del XX secolo, periodo in cui la sperimentazione mediante dispositivi manuali svolgeva un ruolo centrale nella divulgazione dei concetti scientifici. In questo contesto, vengono selezionati tre dei diciassette modelli di ellissografi presentati nella pubblicazione, indagandone i principi geometrici, il funzionamento e le potenzialità come risorse didattiche contemporanee. A tal fine, sono stati utilizzati software di modellazione tridimensionale e la stampa 3D, che hanno consentito la ricostruzione di tali strumenti in forma accessibile e manipolabile, adattata all'ambiente scolastico. A partire da questo processo, il lavoro stabilisce un dialogo tra Storia della Matematica, cultura materiale e pratiche pedagogiche, in modo che lo studio dell'ellisse sia compreso sia attraverso la sua formulazione geometrica sia mediante la sua materializzazione in dispositivi meccanici che rendono visibili le sue proprietà fondamentali. Come risultato, è stata sviluppata una Risorsa Educativa sotto forma di un Kit composto da una rivista didattico-pedagogica contenente attività, contestualizzazioni storiche e indicazioni per gli insegnanti, oltre a due modelli di ellissografi ricostruiti in 3D, accompagnati da proposte per lo sviluppo delle attività nella Scuola Secondaria di Secondo Grado. Tale proposta mira a favorire un apprendimento costruttivo, basato sull'indagine, sulla manipolazione concreta e sulla ricostruzione storica, evidenziando il potenziale formativo dell'integrazione tra Storia della Matematica ed Educazione Matematica.

Parole chiave: Storia della Matematica. Ellisse. Ellissografo. Insegnamento della Geometria. Divulgazione scientifica.

[1] A tradução foi realizada com auxílio de IA.

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.

CEFET/MG – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

PROFMAT – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.

IPHAN – Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional.

SBM – Sociedade Brasileira de Matemática.

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

3D – Tridimensional.

UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais.

ICEX – Instituto de Ciências Exatas (da Universidade Federal de Minas Gerais).

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 ENTRE NÚMEROS E TRILHAS: MINHA TRAJETÓRIA.

Nasci[2] em Belo Horizonte, capital de Minas Gerais, Brasil. Entre morros e sonhos, e desde cedo descobri que os números tinham voz, ritmo e alma. Enquanto outras crianças brincavam com bonecas, eu me encantava com o mistério das operações e das formas, como se houvesse poesia e harmonia nas equações. A Matemática, para mim, nunca foi apenas ciência exata, mas um idioma secreto para decifrar o mundo.

Guardo na memória uma cena que marcou minha infância: 'ainda pequena', subi em uma cadeira para corrigir a lição de casa de matemática, diante da turma do 5º ano do Ensino Fundamental I. Aquele gesto simples despertou em mim um desejo profundo de ensinar, compreender e partilhar o conhecimento. Durante o Ensino Médio, a certeza se firmou: eu seria professora de Matemática formada pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG).

Para realizar esse sonho enfrentei dificuldades, fome, frio, e muitos obstáculos que tentaram me afastar do caminho. Mas, como dizia Cora Coralina,

1 TRA NUMERI E SENTIERI: LA MIA TRAGITTORIA.

Sono[1] nata a Belo Horizonte, capitale di Minas Gerais, Brasile. Tra colline e sogni, ho scoperto fin da piccola che i numeri avevano voce, ritmo e anima. Mentre altri bambini giocavano con le bambole, io rimanevo affascinata dal mistero delle operazioni e delle forme, come se nelle equazioni ci fosse poesia e armonia. Per me, la Matematica non è mai stata soltanto una scienza esatta: è un linguaggio segreto per decifrare il mondo.

Conservo nella memoria una scena che ha segnato la mia infanzia: "ancora piccola", sono salita su una sedia per correggere i compiti di matematica davanti alla classe di quinta elementare. Quel semplice gesto ha risvegliato in me un profondo desiderio di insegnare, comprendere e condividere la conoscenza.

Durante il liceo, la certezza è cresciuta: sarei diventata un'insegnante di Matematica formata presso l'Università Federale di Minas Gerais (UFMG).

Per realizzare il mio sogno ho affrontato difficoltà, fame, freddo e molti ostacoli che cercavano di allontanarsi dall'obiettivo. Ma, come diceva Cora Coralina, «Ciò che conta nella

[2] Nesta seção eu me apresento ao leitor enquanto professora e pesquisadora, portanto, está em uma linguagem mais informal, o que pode parecer não acadêmico para muitos. Além disso, como temos a presença do professor Doutor Roberto Capone, italiano, decidi me apresentar também no idioma Italiano, realizando uma tradução com o auxílio de IA.

"o que vale na vida não é o ponto de partida e sim a caminhada. Caminhando e semeando, no fim terás o que colher." Assim foi. Concluí a licenciatura e Especialização em Matemática no Instituto de Ciências Exatas da UFMG (ICEX/UFMG), convicta de que me tornaria a melhor professora possível sem perder o foco, a doçura, o entusiasmo e o amor pelo que ensino.

vita non è il punto di partenza, ma il cammino. Camminando e seminando, alla fine raccoglierai ciò che hai coltivato.»

È stato così. Ho concluso la Laurea e la Specializzazione in Matematica presso l'Istituto di Scienze Esatte dell'UFMG (ICEX/UFMG), convinta che sarei diventata la migliore insegnante possibile, senza perdere il focus, la dolcezza, l'entusiasmo e l'amore per ciò che insegno.

Iniciei minha carreira docente no Ensino Fundamental, segui para o Ensino Médio e, mais tarde, tornei-me professora universitária na UFMG, ministrando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral para os cursos de Farmácia e Ciências Biológicas. Atuei também em Diamantina, cidade mineira de morros e ruas de pedra, onde o barroco se mistura à história. Suas casas coloniais, o passadiço da Rua da Glória (Figura 1), o Bar do Vagalume e o mercado repleto de aromas do interior mineiro despertaram em mim o encanto pelas histórias, pelas trilhas e, sobretudo, pela vida que pulsa na educação. Cada aluno, cada desafio, cada sala de aula tornaram-se focos de uma grande elipse que compõe a geometria da minha existência docente.

Io ho iniziato la mia carriera didattica nella scuola primaria, proseguito nel liceo e, più tardi, sono diventata docente universitaria alla UFMG, insegnando Calcolo Differenziale e Integrale ai corsi di Farmacia e Scienze Biologiche. Ho lavorato anche come insegnante nella città ispiratrice di Diamantina, in Minas Gerais, le cui colline e strade di pietra conservano gli echi del barocco e della storia. Le sue case coloniche, il passaggio pedonale di Rua da Glória (Figura 1), il Bar do Vagalume e il mercato ricco di aromi dell'entroterra mineiro hanno suscitato in me un incanto per le storie, i sentieri, le cascate e, soprattutto, per la vita che pulsa nell'educazione. Ogni studente, ogni sfida, ogni aula sono diventati i punti focali di una grande ellisse che compone la geometria della mia esistenza docente.

Figura 1 - Rua da Glória, onde fica a Fundação Educacional do Vale do Jequitinhonha (FEVALE).

Fonte: <https://res.cloudinary.com/worldpackers/image/upload/c_limit,f_auto,q_auto,w_1140/ko9wwg4wzoc2rgjud5ow> . Acesso em 2025

Se a Matemática me ensinou a buscar lógica e precisão, a elipse da vida me levou a trilhar com o coração. Após me tornar mãe, fiz uma pequena pausa: as equações da vida ganharam novas incógnitas - o tempo, o amor, o sacrifício e a paciência. Aprendi que a maternidade também é uma forma de cálculo, um exercício de fé, entrega e gratidão. Como está escrito em Salmos 127:3 *"Os filhos são herança do Senhor, uma recompensa que Ele dá"*.

Mais adiante, retornei às salas de aula na rede estadual de ensino. Desde 2012, leciono Matemática na Escola Estadual Três Poderes, para turmas do 3º ano do Ensino Médio. Ao ler o

Figura 1 – Rua da Glória, dove si trova la Fundação Educacional do Vale do Jequitinhonha (FEVALE).

Fonte: <https://res.cloudinary.com/worldpackers/image/upload/c_limit,f_auto,q_auto,w_1140/ko9wwg4wzoc2rgjud5ow> . Accesso nel 2025.

Se la Matematica mi ha insegnato a cercare logica e precisione, l'ellisse della vita mi ha guidato a camminare con il cuore. Dopo essere diventata madre, ho fatto una piccola pausa: le equazioni della vita hanno acquisito nuove incognite come il tempo, l'amore, il sacrificio e la pazienza. Ho imparato che la maternità è anch'essa una forma di calcolo, un esercizio di fede, dedizione e gratitudine. Come scritto in Salmi 127:3, "I figli sono eredità del Signore, una ricompensa che Egli dona."

Successivamente, sono tornata nelle aule della rete statale di istruzione. Dal 2012 insegno livro: O Homem que Calculava, de Malba Tahan[3] (2015), aprendi a ver a história com outro olhar , um olhar que reconhece nos números não apenas fórmulas, mas narrativas de engenhosidade humana, cultura e imaginação. Essa leitura despertou em mim o desejo de compreender os caminhos dos grandes matemáticos e perceber que cada teorema é fruto de um tempo, de um contexto e de um olhar curioso sobre o mundo.

Em 2023, vivi um dos momentos mais marcantes da minha trajetória: a inauguração do Laboratório de Ensino de Matemática Malba Tahan, um espaço de criação, arte e reflexão, dedicado à experimentação e à aprendizagem significativa. Esse laboratório representa, a materialização daquilo em que sempre acreditei: o ensino como caminho vivo e criativo, no qual raciocínio e emoção se entrelaçam, e o aprender se dá pela experimentação, ao traçar retas e curvas, manipular cones e esferas, descobrir formas e cores que traduzem o pensamento matemático.

A História da Matemática sempre esteve presente em minha prática docente. Ao longo da minha trajetória como professora, compreendi que nada se constrói de forma imediata: cada

Matematica presso la Escola Estadual Três Poderes, alle classi del terzo anno del liceo. Leggendo il libro L'uomo che calcolava di Malba Tahan² (2015), ho imparato a guardare la storia con occhi diversi, riconoscendo nei numeri non solo formule, ma narrazioni di ingegno umano, cultura e immaginazione. La lettura di quest'opera ha risvegliato in me il desiderio di comprendere i percorsi dei grandi matematici, di percepire che ogni teorema è frutto di un tempo, di un contesto e di uno sguardo curioso sul mondo.

Nel 2023 ho vissuto uno dei momenti più significativi della mia carriera: l'inaugurazione del Laboratorio di Insegnamento della Matematica Malba Tahan, uno spazio di creazione, arte e riflessione, dedicato alla sperimentazione e all'apprendimento significativo. Questo laboratorio rappresenta la materializzazione di ciò in cui ho sempre creduto: l'insegnamento come percorso vivo e creativo, dove ragione ed emozione si intrecciano e l'apprendere avviene attraverso la sperimentazione, tracciando rette e curve, manipolando coni e sfere, scoprendo forme e colori che traducono il pensiero matematico.

[3] **Malba Tahan** é o pseudônimo literário do escritor, professor e matemático brasileiro Júlio César de Mello e Souza, nascido no Rio de Janeiro, em 1895, e falecido em 1974. Ele é reconhecido por transformar a forma de ensinar e divulgar a Matemática no Brasil, unindo imaginação, narrativa e raciocínio lógico em suas obras. Segundo ele, Malba Tahan seria um escritor muçulmano nascido em Bagdá, que viveu entre 1885 e 1921.

avanço, cada descoberta e cada aprendizado[4] resulta de um processo contínuo de investigação e transformação. Aprendi que ensinar é como esculpir o invisível: o que hoje parece apenas traço, amanhã pode tornar-se forma, ideia, monumento.

Essa percepção ganhou ainda mais sentido quando visitei Ouro Preto, cidade do interior de Minas Gerais, onde as ladeiras parecem subir para o céu[5] e as igrejas, silenciosas, contam histórias em pedra e ouro. Nesse cenário, percebi que a história deixa rastros firmes rumo às descobertas e nos convida a construir um novo olhar sobre o conhecimento, em que a Matemática se entrelaça com a arte, a arquitetura e a vida cotidiana.

Nesse mesmo período, passei a atuar também como docente nas turmas de Engenharia da Faculdade Pitágoras, na região da Pampulha, em Belo Horizonte, ministrando disciplinas como Cálculo Diferencial, Geometria Analítica, Lógica e Matemática Discreta. No trajeto diário a caminho do trabalho, ao contornar a Lagoa da Pampulha, a paisagem se tornava uma metáfora viva da harmonia entre arte e história. A convivência cotidiana com esse espaço, tornou-se fonte de inspiração para o ensino das cônicas. A Igrejinha de São Francisco de Assis

La Storia della Matematica è sempre stata presente nella mia pratica didattica. Nel corso della mia carriera, ho compreso che nulla si costruisce immediatamente: ogni progresso, ogni scoperta e ogni apprendimento derivano da un processo continuo di indagine e trasformazione. Ho imparato che insegnare è come scolpire l'invisibile: ciò che oggi sembra solo un tratto, domani può diventare forma, idea, monumento.

Questa consapevolezza ha acquisito ancora più significato quando ho visitato Ouro Preto, città dell'entroterra di Minas Gerais, dove le strade in salita sembrano toccare il cielo e le chiese, silenziose, raccontano storie di pietra e oro. In questo scenario, ho percepito che la storia lascia tracce solide verso la scoperta e ci invita a costruire un nuovo sguardo sul sapere, dove la Matematica si intreccia con arte, architettura e vita quotidiana.

Nello stesso periodo, ho iniziato a insegnare anche agli studenti di Ingegneria della Faculdade Pitágoras, nella regione della Pampulha a Belo Horizonte, impartendo corsi come Calcolo Differenziale, Geometria Analitica, Logica e Matematica Discreta. Nel tragitto quotidiano verso il lavoro, aggirando la Lagoa da

[4] *Elipse*: figura de linguagem que consiste na **omissão de um termo** facilmente identificado pelo contexto.
[5] *Hipérbole*: figura de linguagem caracterizada pelo **exagero intencional** para intensificar uma ideia ou emoção.

(Figura 2), projetada por Oscar Niemeyer[6] e adornada por Cândido Portinari[7], ergue-se às margens da lagoa como um poema em concreto e cor, revelando em suas abóbadas parabólicas a beleza geométrica que une estética e cálculo.

Figura 2 - Fachada lateral da Igreja de São Francisco de Assis

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

Assim, entre o traço arquitetônico e a curva matemática, compreendi que a Matemática também pode ser contemplada como arte, expressão e poesia. Essa experiência ampliou meus horizontes e reafirmou a convicção de que educar é, antes de tudo, um ato de transformação e de descobertas.

Pampulha, il paesaggio diventava una metafora viva dell'armonia tra arte e storia. La Chiesetta di San Francesco d'Assisi (Figura 2), progettata da Oscar Niemeyer e adornata da Cândido Portinari, si erge sulle rive della laguna come una poesia in cemento e colore, rivelando nelle sue volte paraboliche la bellezza geometrica che unisce estetica e calcolo.

Figura 2 – Facciata laterale della Chiesa di San Francesco d'Assisi

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

Così, tra il tratto architettonico e la curva matematica, ho compreso che la Matematica può essere contemplata anche come arte, espressione e poesia. Questa esperienza ha ampliato i miei orizzonti e ha rafforzato la convinzione che educare è, prima di tutto, un atto di

[6] **Oscar Niemeyer** nasceu no Rio de Janeiro, em 15 de dezembro de 1907, falecendo em 5 de dezembro de 2012. Foi um dos mais importantes arquitetos brasileiros e uma das figuras mais reconhecidas da arquitetura moderna mundial.

[7] **Cândido Portinari** nasceu em Brodowski (SP), em 29 de dezembro de 1903, falecendo no Rio de Janeiro, em 6 de fevereiro de 1962. Foi um dos maiores pintores brasileiros e uma das figuras mais expressivas da arte no século XX.

Figura 3 - Painel “São Francisco” de Cândido Portinari

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2020)

Existe, porém, um amor que corre paralelo aos números: o amor pelas trilhas e pela natureza. Nos momentos em que o cansaço da rotina se faz presente, encontro nos montes o mesmo equilíbrio que busco nas equações. Traçar caminhos entre as pedras, ouvir o som dos rios e contemplar o horizonte me recorda que a vida é uma longa função, cheia de variações e limites, mas também de infinitas possibilidades. Nas trilhas, traço encontros com Deus; nos caminhos da terra, sinto a leveza do céu. Como afirma Malba Tahan: “A matemática deve ser útil, não nos esqueçamos, porém, de que essa ciência é, acima de tudo, uma mensagem de sabedoria e beleza.”

A pandemia trouxe um tempo de pausa, um intervalo necessário para redefinir prioridades. Redescobri o prazer de caminhar, de respirar fundo e de me reconectar com a essência, com a

trasformazione e scoperta.

Figura 3 – Pannello “San Francesco” di Cândido Portinari

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2020)

Esiste, tuttavia, un amore che corre parallelo ai numeri: l’amore per i sentieri e la natura. Nei momenti in cui la stanchezza della routine si fa sentire, trovo nelle colline lo stesso equilibrio che cerco nelle equazioni. Tracciare sentieri tra le pietre, ascoltare il suono dei fiumi e contemplare l’orizzonte mi ricorda che la vita è una lunga funzione, piena di variazioni e limiti, ma anche di infinite possibilità. Sui sentieri, traccio incontri con Dio; nei cammini della terra, sento la leggerezza del cielo. Come afferma Malba Tahan: “La matematica deve essere utile, ma non dimentichiamo che questa scienza è, soprattutto, un messaggio di saggezza e di bellezza.”

La pandemia ha portato un tempo di pausa, un intervallo necessario per ridefinire le priorità.

natureza, com a Matemática e com Deus, que sempre foi minha bússola. Hoje, com meus filhos João Marcos e Samuel Vítor, sigo como mãe, professora, pesquisadora e trilheira.

São vinte e sete anos de docência, tecendo uma trajetória marcada por experiências, desafios e conquistas. Meu trabalho, situado entre o pincel e a natureza, o cálculo e o poema, reflete o que aprendi ao longo da caminhada. Assim como na parábola do Semeador (Mateus 13:3-9), compreendo que cada gesto de ensinar é uma semente lançada — algumas caem à beira do caminho, outras entre espinhos, mas há aquelas que encontram terra fértil e frutificam em aprendizado e transformação.

A Matemática e as trilhas me ensinaram a caminhar com propósito, a reconhecer a beleza nas curvas e a sabedoria nos desvios, onde cada passo se torna uma lição e cada encontro, uma nova descoberta. Sigo, então, firme no meu percurso, com foco, fé, poesia e amor, porque ensinar, trilhar e viver são, para mim, faces de uma mesma e bela equação: uma equação de infinitas variáveis, na qual cada aluno, cada passo e cada amanhecer representam a busca constante pelo equilíbrio entre razão e sensibilidade, conhecimento e sabedoria, corpo e espírito.

Minha pesquisa e minha trajetória profissional refletem dois eixos centrais: a experimentação e

Ho riscoperto il piacere di camminare, respirare profondamente e riconnettermi con l'essenza, con la natura, con la Matematica e con Dio, che è sempre stata la mia bussola. Oggi, con i miei figli João Marcos e Samuel Vítor, continuo come madre, insegnante, ricercatrice e escursionista.

Ventisette anni di docenza, un cammino intessuto di esperienze, sfide e conquiste. Il mio lavoro, sospeso tra il pennello e la natura, tra il calcolo e la poesia, riflette ciò che ho appreso lungo il percorso. Come nella parabola del Seminatore (Matteo 13:3-9), ho compreso che ogni atto d'insegnare è un seme gettato: alcuni cadono lungo la strada, altri tra le spine, ma ve ne sono che trovano terra fertile e fioriscono in conoscenza e trasformazione.

La matematica e i sentieri mi hanno insegnato a camminare con uno scopo, a scorgere la bellezza nelle curve e la sapienza nelle deviazioni, dove ogni passo diventa lezione e ogni incontro, una nuova rivelazione.Procedo quindi con fermezza nel mio percorso, con focus, fede, poesia e amore, perché insegnare, camminare e vivere sono, per me, facce della stessa e bella equazione: un'equazione a infinite variabili, in cui ogni studente, ogni passo e ogni alba rappresentano la costante ricerca dell'equilibrio tra ragione e sensibilità, conoscenza e saggezza, corpo e spirito.

a construção de caminhos para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Entre números, experimentos e desafios da vida, aprendi que ensinar é, acima de tudo, um ato de dedicação, criatividade e amor ao conhecimento. E assim, sigo trilhando entre a sala de aula, a pesquisa, a literatura e as trilhas da vida, lembrando sempre que, "a grandeza da vida está nas pequenas coisas que tocamos e transformamos "(Cora Coralina).

La mia ricerca e il mio percorso professionale riflettono due assi centrali: la sperimentazione e la costruzione di percorsi per l'insegnamento e l'apprendimento della Matematica.

Tra numeri, esperimenti e sfide della vita, ho imparato che insegnare è, soprattutto, un atto di dedizione, creatività e amore per il sapere. E così continuo il mio cammino tra l'aula, la ricerca, la letteratura e i sentieri della vita, ricordando sempre che *«la grandezza della vita sta nelle piccole cose che tocchiamo e trasformiamo»* (Cora Coralina).

1 INTRODUÇÃO

A presente dissertação[8] propõe um estudo historiográfico fundamentado na Historiografia Atualizada, tomando como objeto de análise a revista francesa de divulgação científica infantojuvenil *Le Petit Inventeur,* edição de 1925. O foco recai sobre o estudo da elipse e sua representação por meio de elipsógrafos, instrumentos mecânicos destinados à construção dessa cônica. A pesquisa investiga a elipse tanto sob o ponto de vista histórico e cultural quanto como objeto de investigação matemática e tecnológica.

Este estudo justifica-se pela necessidade de resgatar e analisar fontes primárias que evidenciam o contexto de produção e divulgação de conhecimentos científicos e técnicos no início do século XX. A análise da revista *Le Petit Inventeur* permite compreender práticas, contextos e saberes que dialogam com a concepção de recursos educacionais inovadores, como kits experimentais para laboratórios de Matemática.

A História da Matemática tem se consolidado como um campo essencial para a compreensão e o ensino dessa disciplina, permitindo uma abordagem crítica, contextualizada e significativa do conhecimento matemático. Conforme enfatiza Pereira (2021), a articulação entre trajetória histórica e ensino possibilita que o professor crie oportunidades para que os estudantes reconheçam a Matemática não apenas como um conjunto de verdades abstratas, mas como uma construção histórica vinculada às necessidades práticas e intelectuais de cada época. O estudo histórico da Matemática contribui para compreender os processos de elaboração e transformação dos conceitos, evidenciando a dimensão humana, cultural e social que permeia seu desenvolvimento (Saito, 2015a).

A perspectiva historiográfica atualizada orienta o trabalho pela análise detalhada de fontes primárias, como a própria revista *Le Petit Inventeur*, utilizada para identificar descrições técnicas, propostas pedagógicas e ilustrações dos elipsógrafos, o que possibilita um resgate fiel do conhecimento produzido na França dos anos 1920. O estudo do período entreguerras evidencia a efervescência cultural e científica da época e mostra que a divulgação de instrumentos como o elipsógrafo estava associada ao estímulo da criatividade e da experimentação prática entre jovens e estudantes.

---

[8] A versão final deste trabalho contou com o uso de recursos de Inteligência Artificial para revisão ortográfica.

No início do século XX, a revista francesa *Le Petit Inventeur* divulgou mecanismos e dispositivos mecânicos, como aviões, patins e elipsógrafos, com o objetivo de aproximar o conhecimento científico e técnico de jovens curiosos. Entre os instrumentos de destaque, estão os elipsógrafos, que foram criados para traçar elipses com precisão, expressando a relação entre Matemática, cultura material e inovação tecnológica. A análise dos artigos publicados na revista, como *Les Ellipsographes* (1925), revela o esforço inventivo de desenhistas e técnicos em aperfeiçoar mecanismos de precisão que unissem arte, ciência e tecnologia, evidenciando o potencial didático desses artefatos, que aproximam o saber geométrico da prática construtiva e experimental. O manuseio de artefatos, como o elipsógrafo, favorece as conexões entre ciência, tecnologia e sociedade, além de possibilitar a compreensão do caráter aplicado e inventivo do processo ensino-aprendizado da Matemática. O artigo *Les Ellipsographes* (Apêndice A) revela o interesse técnico-científico do início do século XX por mecanismos capazes de materializar conceitos geométricos.

No artigo, são descritos dezessete modelos distintos de elipsógrafos, entre eles o elipsógrafo de elástico, o aparelho de Pape e Rubor e o modelo de Degen, os quais evidenciam o esforço de inventores e desenhistas em aperfeiçoar mecanismos de precisão que articulam arte, ciência e tecnologia. Instrumentos históricos enriquecem as práticas pedagógicas ao mediar a abstração teórica e a materialidade do fazer matemático, proporcionando experiências concretas e contextualizadas. Esse tipo de análise demonstra como a Matemática se manifesta na cultura material e no cotidiano.

A justificativa amplia-se ainda pela dimensão histórica e cultural: o estudo da História da Matemática e de seus instrumentos possibilita compreender a evolução do conhecimento e o papel da Matemática na construção de saberes em diferentes contextos sociais. Ao reconhecer os instrumentos como mediadores da aprendizagem, o docente amplia sua capacidade de refletir sobre o ensino e adotar práticas mais contextualizadas, criativas e integradoras. Barros (2007) reforça a importância da apropriação social do conhecimento, processo pelo qual saberes científicos e técnicos circulam e são ressignificados por diferentes grupos sociais. Nessa linha, Saito (2002; 2015a) destaca que a História da Matemática, quando incorporada de forma crítica e reflexiva, deve ser compreendida como uma ferramenta que analisa o desenvolvimento do conhecimento, e não apenas como uma sucessão de episódios isolados.

Integrar história e ensino permite que o estudante perceba a Matemática como um saber dinâmico, em constante diálogo com contextos sociais. Nessa perspectiva, Saito e Dias (2013) afirmam que a História atua como ponte entre conhecimento abstrato e experiência concreta, aproximando o estudante da prática científica e de sua materialidade. A escolha da perspectiva historiográfica atualizada, revela-se essencial para o desenvolvimento de pesquisas que buscam compreender a trajetória dos instrumentos matemáticos e sua aplicação no ensino contemporâneo.

No caso específico da elipse, a relação com a cultura material abre múltiplos caminhos didáticos. O elipsógrafo, instrumento mecânico que permite a construção precisa dessa curva, exemplifica a mediação entre teoria e prática. Sua exploração em sala de aula favorece uma abordagem investigativa e histórica, permitindo compreender a elipse como objeto matemático presente também na arquitetura, na astronomia e nas artes. Um exemplo é a Igreja de Nossa Senhora do Rosário, em Ouro Preto, cuja planta elíptica reflete a integração entre forma geométrica, estética e engenharia (Figura 4), (IPHAN[9], 2020).

Figura 4 - Elipses na Igreja de Nossa Senhora do Rosário (Ouro Preto)

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2023)

[9] **IPHAN** é um órgão federal brasileiro criado em 1937, responsável por proteger, preservar e promover o patrimônio cultural do país, tanto material (como monumentos, sítios arqueológicos, cidades históricas, obras arquitetônicas, objetos) quanto imaterial (como festas populares, saberes tradicionais, modos de fazer, músicas e culinária que compõem a identidade cultural de diferentes grupos).

Dessa forma, torna-se necessário investigar os elipsógrafos não apenas como instrumentos históricos ou tecnológicos, mas como objetos que articulam conceitos matemáticos, cultura material e práticas pedagógicas. A integração entre História da Matemática, cultura material e práticas pedagógicas posiciona o ensino da elipse como um espaço privilegiado de construção de aprendizagens críticas e contextualizadas. O uso de instrumentos históricos, articulado a recursos tecnológicos atuais, contribui para a valorização do patrimônio científico e para a formação de um pensamento matemático mais reflexivo, interdisciplinar e culturalmente situado.

A relevância desta investigação manifesta-se por diferentes dimensões. Do ponto de vista científico, educacional e historiográfico, contribui para o resgate e a análise de instrumentos matemáticos pouco explorados, valorizando a cultura material e as fontes de divulgação científica. A revista, ao difundir práticas experimentais e projetos mecânicos entre jovens entusiastas da técnica, integra-se a uma tradição de popularização da ciência e da invenção no início do século XX. Revisitar seus conteúdos à luz de uma historiografia atualizada permite compreender como a circulação de saberes técnicos aproximou o público da cultura científica e inspirou abordagens contemporâneas de ensino da Matemática.

No âmbito educacional, a pesquisa responde à necessidade de diversificar as práticas de ensino, em especial no estudo das cônicas. A reconstrução e o uso pedagógico de elipsógrafos promovem experiências investigativas que integram história, tecnologia e prática experimental. Essa abordagem estimula o raciocínio geométrico, a criatividade e a visualização de conceitos, fortalecendo conexões interdisciplinares e uma compreensão mais concreta do conhecimento matemático. Diante desse panorama, esta dissertação busca responder à seguinte questão de investigação:

> **Como os elipsógrafos, enquanto instrumentos históricos e tecnológicos divulgados pela revista *Le Petit Inventeur*, podem ser investigados, manipulados e integrados pedagogicamente ao ensino da elipse, articulando História da Matemática, cultura material e práticas didáticas contemporâneas?**

A compreensão da questão proposta permite delinear com maior clareza o objetivo central da pesquisa, ao indicar que a investigação não se limita à descrição histórica ou técnica dos elipsógrafos, mas busca também explorar suas potencialidades pedagógicas. Assim, ao refletir sobre como esses instrumentos podem ser manipulados, reconstruídos e integrados em atividades didáticas, a pesquisa orienta-se para uma análise abrangente que articula História da Matemática, cultura material e práticas educativas contemporâneas, servindo como base para a definição do objetivo geral e dos objetivos específicos do estudo.

Objetivo geral:

Investigar os elipsógrafos enquanto instrumentos históricos e tecnológicos, analisando suas dimensões construtivas, funcionais e didáticas, utilizando a revista *Le Petit Inventeur* como fonte documental e cultural relevante.

A partir do objetivo geral, torna-se possível detalhar ações mais concretas que orientam a investigação. Esses desdobramentos permitem organizar a pesquisa em etapas que consideram diferentes dimensões do estudo:

Objetivos específicos:

- Analisar o contexto histórico, cultural e científico no qual a revista *Le Petit Inventeur* foi produzida, destacando seu papel na difusão de conhecimentos técnicos e matemáticos.
- Identificar as potencialidades didáticas do artigo sobre os elipsógrafos publicado na edição de novembro de 1925, analisando como os instrumentos apresentados articulam Matemática, cultura material e prática educativa.
- Propor o uso de ferramentas digitais, como *softwares* de modelagem 3D e impressão tridimensional, na reconstrução de três instrumentos históricos, explorando suas aplicações pedagógicas no ensino da elipse.

Desse modo, o trabalho estabelece uma ligação entre o percurso histórico da Matemática, os artefatos concretos e as propostas pedagógicas renovadoras, expandindo a visão sobre o conhecimento matemático e fomentando metodologias de ensino mais práticas, investigativas e contextualizadas.

Ao trazer o elipsógrafo para o contexto atual, busca-se não apenas preservar a memória de sua invenção, mas também evidenciar seu potencial para a exploração prática e experimental da Matemática, unindo patrimônio científico e inovação pedagógica.

A dissertação está organizada em quatro capítulos, além desta introdução.

O Capítulo 2 contextualiza historicamente a França do início do século XX e a publicação da revista *Le Petit Inventeur*, destacando seu papel na divulgação científica. Neste capítulo, são analisados os dezessete tipos de elipsógrafos apresentados no artigo publicado em 24 de novembro de 1925. A revista surge como um registro valioso da criatividade técnica da época, articulando conceitos teóricos de geometria com soluções mecânicas inovadoras que aproximam a Matemática da prática e da experimentação.

No Capítulo 3, aprofunda-se o estudo do funcionamento dos diferentes modelos de elipsógrafos utilizados na pesquisa. Inicialmente, apresenta-se o método do jardineiro, que permite o traçado da elipse a partir da relação entre os focos e o comprimento constante de um fio. Em seguida, discute-se o elipsógrafo Engrenagem de La Hire, destacando-se a coordenação do movimento entre rodas dentadas para a geração da curva elíptica. Aborda-se também o elipsógrafo de Rubor, cujo mecanismo articulado assegura precisão no desenho geométrico. Por fim, examina-se o elipsógrafo de engrenagens de pinhões em ângulo, evidenciando sua contribuição para a compreensão da elipse a partir de movimentos rotacionais combinados.

No Capítulo 4, descrevemos um estudo piloto realizado em sala de aula, no qual foram desenvolvidas atividades de construção de elipses com os estudantes. Algumas das propostas presentes na revista *A Redescoberta dos Elipsógrafos* (Apêndice C) foram desenvolvidas utilizando elipsógrafos impressos em 3D permitindo aos alunos explorar, de forma prática, os princípios geométricos envolvidos no traçado da elipse. Esse capítulo apresenta, portanto, a organização das atividades, o contexto de desenvolvimento e as observações decorrentes da experiência pedagógica. O contato direto com o instrumento possibilitou aos estudantes compreender a relação entre os movimentos mecânicos e as propriedades geométricas da elipse, transformando conceitos abstratos em representações concretas e manipuláveis.

O material didático (kit) desenvolvido neste trabalho é um Recurso Educacional elaborado no âmbito do programa de **Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)**[10], com o objetivo de apoiar o ensino da elipse por meio da manipulação de instrumentos históricos e de suas reinterpretações contemporâneas. O kit inclui a revista 'Redescobrindo os Elipsógrafos', com o artigo traduzido, atividades cuidadosamente estruturadas para que os alunos explorem e construam elipses utilizando os elipsógrafos, bem como orientações e dicas para que os professores possam utilizar os instrumentos de forma efetiva em sala de aula (Apêndice C). Os dois modelos de elipsógrafos impressos em 3D, utilizados nas atividades são o Engrenagem La Hire e o Aparelho de Rubor, permitindo a prática dos conceitos estudados por professores e estudantes interessados.

A proposta do kit é articular cultura material, história da Matemática e prática educacional, possibilitando que o estudante veja, manipule e produza a elipse antes de formalizá-la. Assim, o traçado da curva deixa de ser um objeto exclusivamente algébrico e passa a ser compreendido como resultado de um movimento mecânico, inscrito em gestos e objetos concretos. Esse processo favorece a aprendizagem significativa, na medida em que aproxima a Matemática de sua dimensão histórica, técnica e cultural, valorizando o fazer e o pensar de maneira integrada.

Antes de adentrar as discussões centrais deste trabalho, torna-se necessário situar historicamente o material que lhe serve de base documental. A seção a seguir analisa a revista francesa *Le Petit Inventeur* enquanto fonte histórica para o estudo da elipse e dos instrumentos associados à sua construção geométrica. Ao contextualizar a publicação em seu ambiente sociocultural, científico e editorial, busca-se compreender os processos de produção, circulação e apropriação dos saberes geométricos para além dos espaços formais de escolarização. Assim, a análise evidencia o papel de dispositivos mecânicos, como os elipsógrafos, na mediação entre teoria e prática matemática, mostrando a presença da matemática no cotidiano, na cultura material e nas práticas de divulgação científica da época.

---

[10] É um programa de pós-graduação stricto sensu, ofertado por diversas universidades e institutos federais brasileiros, coordenado pela **Sociedade Brasileira de Matemática (SBM)** e apoiado pela **CAPES**. O objetivo do PROFMAT é qualificar professores de Matemática da Educação Básica, oferecendo formação teórica e prática avançada, para que possam aprimorar seu trabalho em sala de aula e desenvolver materiais, metodologias e pesquisas relacionadas ao ensino da Matemática.

2 A ELIPSE NA LITERATURA FRANCESA: CIRCULAÇÃO DE IDEIAS

Este capítulo dedica-se à análise da revista francesa *Le Petit Inventeur*[11], publicada entre 1923 e 1925, como fonte histórica para o estudo da elipse e de seus instrumentos de construção. Ao situar a revista em seu contexto sociocultural e científico, busca-se compreender como saberes geométricos circulavam fora dos tratados acadêmicos formais, alcançando professores, artesãos, inventores, jovens e curiosos da época. Tal abordagem permite reconhecer a relevância dos periódicos ilustrados na divulgação matemática e evidenciar a presença de instrumentos como os elipsógrafos no ensino e na prática cotidiana da Geometria, articulando história, cultura material e educação matemática.

2.1 Contexto Histórico: França do Início do Século XX

O período da França entre guerras (1919–1939) foi marcado por intensas transformações sociais, políticas e tecnológicas. Saída de um conflito devastador, a nação buscava reconstruir-se não apenas em sua infraestrutura física, mas também em seu tecido intelectual e cultural, de acordo com Nye (2006) e Hobsbawm (1995). Nesse cenário, a ciência e a técnica ocuparam papel central na narrativa de progresso, apresentando-se como promessas de um futuro mais racional, seguro e moderno.

As ruas de Paris fervilhavam com novidades: automóveis substituíram as tradicionais carruagens, rádios levavam vozes e músicas a lares antes silenciosos e exposições internacionais exibiam máquinas capazes de despertar o assombro do público, segundo Nascimento (2003). Nesse clima, a divulgação científica assume função estratégica, visando aproximar a população dos avanços tecnológicos, transformar descobertas em histórias acessíveis e alimentar o imaginário coletivo com invenções e experimentos. Tal movimento insere-se na perspectiva da apropriação social do conhecimento, compreendida, conforme Barros (2017), como o processo pelo qual saberes científicos e técnicos são reinterpretados, transformados e incorporados a diferentes contextos culturais e sociais. Nesse sentido, os periódicos ilustrados e de divulgação popular desempenham papel fundamental como mediadores entre o espaço especializado da ciência e o cotidiano, promovendo a circulação de ideias e a formação de uma cultura

[11] Tradução: O Pequeno Inventor.

científica compartilhada. Essa dinâmica de mediação e ressignificação consolidou-se como traço marcante da história cultural e material da ciência popular.

Revistas ilustradas do final do século XIX e início do XX, como a francesa *Le Petit Inventeur*, atuaram como mediadoras entre o saber científico e técnico e o público em geral, especialmente estudantes e jovens interessados. Na historiografia, esses periódicos são compreendidos como produções de caráter híbrido, que combinavam divulgação científica, entretenimento e educação (Kalifa, 2010). Eles combinavam textos claros, ricamente ilustrados com diagramas engenhosos e um tom acessível que misturava informação e entretenimento, cumprindo uma função didática e cultural. Essa estratégia editorial visava à vulgarização científica, tornando os princípios de invenções complexas, como os elipsógrafos, compreensíveis e passíveis de reprodução, incentivando a mentalidade inventiva e a apropriação prática da ciência (Fonseca, 2004). Ao apresentar instrumentos mecânicos, como o elipsógrafo, a revista não apenas instruía sobre princípios geométricos, mas também cultivava o fascínio pela criatividade humana.

Esse esforço editorial refletia um momento peculiar da história francesa, marcado pela tensão entre o desejo de inovação e a preservação de tradições. No campo educacional, a matemática, a física e a mecânica passaram a ser não apenas disciplinas escolares, mas também portas de entrada para um mundo em que engenheiros, inventores e artesãos compartilhavam o mesmo espaço de produção de saber. Segundo Kalifa (2010), a cultura de massa francesa do início do século XX esteve profundamente vinculada à difusão do progresso técnico e à valorização social da ciência. Nesse mesmo sentido, Prost e Vincent (1991) destacam que a popularização das ciências nesse período foi acompanhada por uma intensa circulação de ideias entre a escola, a indústria e os meios de comunicação. Assim, *Le Petit Inventeur* simboliza o espírito da França entre guerras, uma nação que, entre cicatrizes e esperanças, apostava na ciência como arte de reconstruir o futuro.

Em 1925, Paris vivia um período de intensa efervescência cultural e científica. As avenidas iluminadas simbolizavam a reconstrução e a modernização do país após a Primeira Guerra Mundial. A França buscava reafirmar seu protagonismo intelectual e tecnológico, estimulando o desenvolvimento industrial e a popularização das ciências. Nesse contexto, inventores, engenheiros e educadores encontravam-se em oficinas, escolas e cafés para trocar ideias e divulgar suas descobertas. Como observa Kalifa (2010), a cultura de massa do início do século XX francês foi marcada pela difusão do progresso técnico e pelo entusiasmo diante das inovações científicas.

A França de 1919 a 1939 foi marcada por um paradoxo: ao mesmo tempo em que buscava reconstruir-se após a devastação da Primeira Guerra Mundial, vivia um florescimento cultural sem precedentes. Paris consolidou-se como capital intelectual e artística do Ocidente, atraindo escritores, pintores, músicos e cineastas de diversas partes do mundo. Esse cosmopolitismo ficou conhecido como os *Années folles* ("Loucos Anos Vinte"), caracterizado pela efervescência das artes e pelo experimentalismo estético (Berstein; Milza, 2018).

No plano cultural, figuras como Pablo Picasso, Henri Matisse e Marc Chagall redefiniram a pintura; compositores como Maurice Ravel e Igor Stravinsky inovaram no campo musical; enquanto a literatura contava com autores como André Gide e Colette. Os cafés de Montparnasse e Saint-Germain-des-Prés tornaram-se pontos de encontro para intelectuais estrangeiros como Ernest Hemingway, F. Scott Fitzgerald e Man Ray, que dialogavam com a vanguarda francesa (Winock, 2017).

No campo educacional, a Terceira República aprofundou o projeto republicano iniciado no final do século XIX com as reformas de Jules Ferry, que instituíram a escolaridade obrigatória, gratuita e laica. A escola pública era concebida como espaço de formação cívica e moral, voltada para a construção de uma identidade nacional (Bensaude-Vincent, 2003). Os professores, chamados *hussards noirs de la République*, eram vistos como guardiões da República, transmitindo valores de disciplina, patriotismo e racionalidade (Bensaude-Vincent, 2003).

Entretanto, a década de 1930 trouxe novos desafios. A crise econômica de 1929 atingiu a França tardiamente, mas com forte impacto: o desemprego aumentou, as tensões sociais se intensificaram e as disputas ideológicas entre comunistas, socialistas e nacionalistas se acirraram (Bensaude-Vincent, 2003). No campo educacional, houve embates entre defensores da laicidade e partidários do fortalecimento das escolas confessionais. Ao mesmo tempo, novos meios de comunicação, como o cinema sonoro e o rádio, ampliaram o acesso à informação, transformando hábitos culturais e educativos.

Entre a esperança de modernização e o temor de novos conflitos, a França do período entre guerras viveu uma fase de intensa criação cultural e de amplos debates educacionais, cuja memória permanece como um dos momentos mais férteis e contraditórios da história contemporânea do país. Como apontam Ory e Sirinelli (2002), as décadas de 1920 e 1930 foram marcadas pela coexistência entre o entusiasmo modernista e as incertezas políticas que antecederam a Segunda Guerra Mundial. Nesse panorama, o estudo historiográfico encontra-se cada vez mais atento à forma como a educação e a cultura emergem como discursos, e não apenas como dados objetivos. A reflexão atual propõe que a pesquisa histórica analise os fundamentos das questões educativas contemporâneas, buscando entender como as representações culturais e institucionais foram construídas e persistem. Essa abordagem ressoa com a tradição crítica, ao abrir espaço para o entendimento da educação como processo social que marcou uma geração (Julia, 2001; Saito, 2015b; Pereira, 2021).

Neste cenário de instabilidade social e efervescência midiática, a proposta da revista *Le Petit Inventeur* e publicações afins ganha renovada importância: ao fomentar a engenhosidade e a criatividade por meio de projetos práticos e acessíveis, ela não apenas continuava a oferecer oportunidades aos pequenos inventores em um contexto de crise, mas também promovia a *cultura do faça você mesmo* (Faire soi-même- *DIY*), essencial para a inovação e a recuperação econômica. Dessa forma, a revista se posicionava como um contraponto ativo à passividade que as novas mídias poderiam induzir, defendendo uma abordagem educativa baseada na experimentação prática (Rasmussen, 2015; Kalifa, 2010).

2.2 Revista Divulgação Científica: *Le Petit Inventeur*

O surgimento da revista *Le Petit Inventeur*[12], em 1923, deve ser compreendido no contexto histórico da França entre guerras, marcado por profundas transformações sociais, políticas, econômicas e culturais, delineado na seção anterior. Após a Primeira Guerra Mundial (1914-1918), o país enfrentava os desafios da reconstrução, diante de áreas devastadas, perdas humanas significativas e dificuldades econômicas.

Nesse contexto de reconstrução e modernização, *Le Petit Inventeur* funcionava como um veículo de divulgação científica e tecnológica, voltado a jovens curiosos,

[12] Pesquisando sobre elipsógrafos na internet, encontrei o repositório digital francês **Gallica** e, nele, a revista *Le Petit Inventeur* (publicada entre 1923 e 1929), que se revelou uma fonte essencial para estudar os instrumentos e suas aplicações no contexto histórico, sendo nossa principal fonte primária.

inventores amadores e leitores atraídos por ciências, novelas e bricolagem[13]. Publicada semanalmente pela editora Albin Michel, em Paris, a partir de 1923, a revista era escrita em francês, possuía em média dezesseis páginas ilustradas e apresentava conteúdos acessíveis sobre novelas, invenções, instrumentos, projetos e curiosidades. Dialogava, assim, com o entusiasmo social diante das inovações técnicas da época, como a aviação, os automóveis, a eletrificação das cidades e a radiodifusão. Mais do que uma publicação de entretenimento, *Le Petit Inventeur* assumia um papel formativo, aproximando a ciência do cotidiano e contribuindo para a valorização do progresso técnico como horizonte cultural da modernidade.

O artigo de capa da primeira edição (Figura 5), intitulado *L'Avion-Fusée* ("O Avião-Foguete"), evidencia a intenção de aproximar os jovens das inovações tecnológicas emergentes, estimulando tanto o imaginário científico quanto a prática experimental (*Le Petit Inventeur*, 1923).

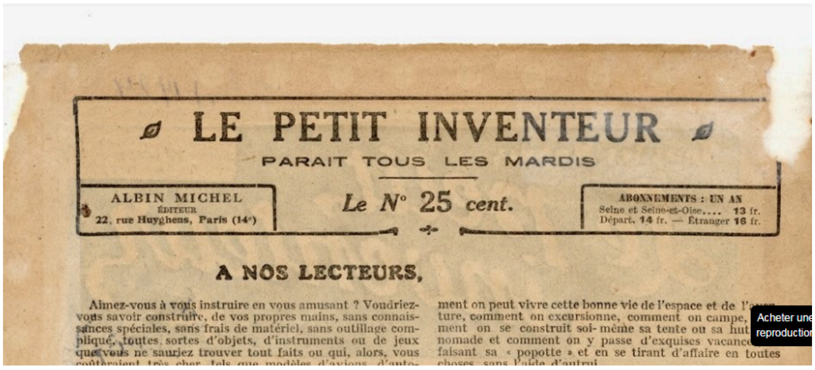
Figura 5 - Capa da 1ª edição da revista *Le Petit Inventeur* de 1923

Fonte: *Le Petit Inventeur*. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Acesso em: 29 maio de 2025.

[13] **Bricolagem** (do francês *bricolage*) é a prática de realizar, por conta própria, pequenas tarefas de montagem, reparo, manutenção ou criação em casa, sem a ajuda de um profissional especializado.

A edição inaugural da revista buscava articular a divulgação do conhecimento científico, estimular um espírito inventivo e oferecer momentos de lazer, ao combinar instrução e entretenimento por meio de uma linguagem acessível ao público leitor. Conforme ilustrado na Figura 6, a contracapa da revista informava a periodicidade de sua publicação, *"Paraît tous les mardis"* ("Publicada todas às terças-feiras"). Destaca-se que essa foi a única edição, entre 1923 e 1925[14], que apresentou um texto explicitamente direcionado ao leitor. Para verificar a recorrência dessa interlocução, realizou-se um exame minucioso das edições subsequentes, observando-se, em cada uma delas, a presença ou ausência de estratégias discursivas que estabelecessem diálogo direto com o leitor.

Figura 6 – Parte da página da revista *Le Petit Inventeur*, 1ª edição



LE PETIT INVENTEUR

PARAIT TOUS LES MARDIS

ALBIN MICHEL
ÉDITEUR
22, rue Huyghens, Paris (14e)

Le N° 25 cent.

ABONNEMENTS : UN AN
Seine et Seine-et-Oise.... 13 fr.
Départ. 14 fr. — Étranger 16 fr.

A NOS LECTEURS,

Aimez-vous à vous instruire en vous amusant ? Voudriez-vous savoir construire, de vos propres mains, sans connaissances spéciales, sans frais de matériel, sans outillage compliqué, toutes sortes d'objets, d'instruments ou de jeux que vous ne sauriez trouver tout faits ou qui, alors, vous

ment on peut vivre cette bonne vie de l'espace et de l'a ture, comment on excursionne, comment on campe, ment on se construit soi-même sa tente ou sa hut nomade et comment on y passe d'exquises vacance faisant sa « popotte » et en se tirant d'affaire en toutes

Fonte: Le Petit Inventeur. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Ano I, edição de 1º de janeiro de 1923, p. 2. Acesso em: 29 de maio de 2025.

Nesta edição, os autores se dirigem diretamente ao público leitor, delineando o espírito e a proposta da publicação no editorial intitulado "Aos Nossos Leitores". Um fragmento do texto é apresentado a seguir:

"AOS NOSSOS LEITORES[15],

> Vocês gostam de instruir-se enquanto se divertem? Gostariam de saber construir, com suas próprias mãos, sem conhecimentos especiais, sem despesas com materiais, sem ferramentas

[14] Período analisado integralmente pela autora.

[15]**Texto no idioma original: À NOS LECTEURS,**

Aimez-vous vous instruire tout en vous amusant ? Souhaitez-vous apprendre à construire, de vos propres mains, sans connaissances particulières, sans dépenses pour les matériaux, sans outils compliqués, tous types d'objets, d'instruments ou de jouets qui seraient normalement coûteux ? Des modèles d'avions, d'automobiles, de bateaux, de machines, de moteurs, ou même des appareils d'électricité ou d'optique, de photographie ou de cinéma ? Seriez-vous heureux de pouvoir décorer et embellir votre maison de vos propres mains, réparer le chauffage ou l'éclairage défectueux, décorer des murs vides, meubler de petits meubles manquants ? [...]

> complicadas, todos os tipos de objetos, instrumentos ou brinquedos que normalmente seriam caros? Modelos de aviões, automóveis, barcos, máquinas, motores, ou até aparelhos de eletricidade ou óptica, fotografia ou cinema? Ficariam contentes em poder decorar e embelezar sua casa com suas próprias mãos, consertar o aquecimento ou a iluminação que funciona mal, decorar paredes vazias, mobiliar pequenos móveis que faltam? [...]" (Le Petit Inventeur, 1923, p.2) (Texto traduzido pela autora)[16]

O editorial de abertura detalha a vasta gama de temas que a revista abordava semanalmente, servindo como as principais seções para os leitores:

1. **Mecânica, Construção e Engenharia Futura:** Incluindo a construção de modelos de aviões, automóveis, barcos, máquinas, motores e o fornecimento de conselhos e indicações para amadores de construção.
2. **Eletricidade, Óptica, Fotografia e Cinema:** Incluindo a construção de aparelhos relacionados a essas áreas e a instalação de um posto de telegrafia sem fio (rádio) a baixo custo.
3. **Bricolagem e Manutenção Doméstica:** Como ornar, embelezar e fazer a manutenção da casa, reparar aquecimento ou iluminação, decorar paredes e mobiliar.
4. **Desportos e Técnica:** Iniciação e aprendizado de técnica, regras e segredos de todos os desportos.
5. **Vida ao Ar Livre e Expedições:** Ensinamentos sobre a vida nômade, acampar, excursionar, construir abrigos e passar férias.
6. **Ciências da Natureza:** Para curiosos que gostam de conhecer a vida ao redor, colecionar animais e plantas, e explorar os segredos do mar.
7. **Ciências e Truques de Laboratório:** Experiências divertidas e fáceis de física ou química, a construção de um pequeno laboratório caseiro e a revelação de truques surpreendentes.
8. **Romances de Aventura:** Grandes histórias de aventura escritas especialmente para os leitores.
9. **Orientação Profissional e Carreira:** Revisão de ofícios, aprendizados e profissões para guiar jovens na escolha do seu futuro.
10. **Jogos:** Ensino de todos os tipos de jogos para casa e para o exterior.

[16] A tradução do texto contou com o auxílio de recursos de IA.

Os principais artigos ou séries apresentados na primeira edição são:

- **L'AVION-FUSÉE (O Avião-Foguete):** Artigo de construção prática, com instrução para construir o modelo, o Avião-Foguete, por conta própria.
- **Aventures d'un Apprenti Parisien (Aventuras de um Aprendiz Parisiense):** O início de um grande romance de aventura, que começa nesta edição e termina no 3ª ano de publicação, revista de nº 97, 20 de janeiro de 1925.

A presença de literatura ocupava espaço central na publicação, com romances de aventura seriados. O primeiro número inaugurou essa tradição com a narrativa 'Aventuras de um Aprendiz Parisiense' (*Aventures d'un Apprenti Parisien)*, de Arnould Galopin[17] (1923), reforçando a interseção entre literatura popular, imaginação juvenil e formação cultural. A seção de guias de carreira oferecia orientação prática voltada ao futuro profissional dos leitores, descrevendo diferentes ofícios e profissões e auxiliando os jovens em suas escolhas diante das incertezas da vida adulta. Na seção de mecânica e construção, a revista destacava-se por propor a confecção de objetos técnicos a partir de materiais tecnológicos, incentivando o aprendizado prático e a autonomia criativa dos leitores. As instruções publicadas orientavam a montagem de modelos de aviões, automóveis, barcos, motores e até dispositivos de eletricidade e óptica.

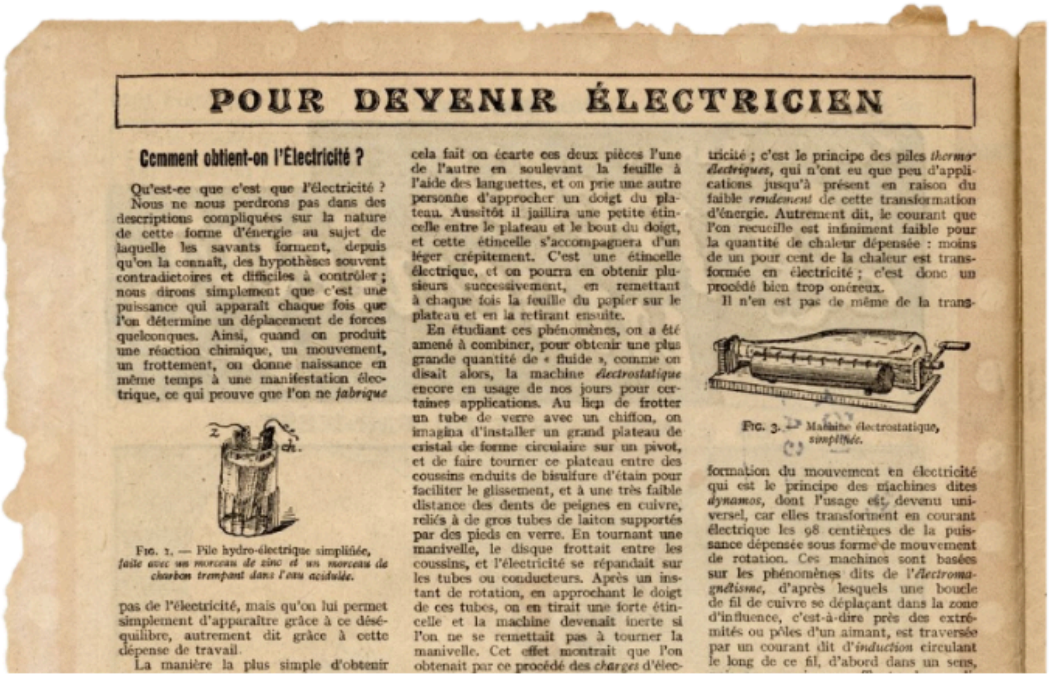
A 2ª edição da revista, de 27 de março de 1923. Nesta edição, destacou o artigo (Figura 7), *Pour devenir électricien* ("Para se tornar um eletricista")[18], assinado por H. de Graffigny, que explicava os princípios fundamentais da eletricidade e apresentava métodos de produção, como fricção, reações químicas em pilhas hidroelétricas e transformação do movimento em eletricidade por máquinas dinâmicas. Além da exposição teórica, o artigo oferecia experiências simples reproduzíveis pelos leitores, evidenciando a proposta pedagógica da revista de unir prática experimental e compreensão conceitual.

---

[17] Arnould Galopin nasceu em 9 de fevereiro de 1863 em Marbeuf (Eure), França, e faleceu em 9 de dezembro de 1934 em Paris. Ele foi um autor prolífico, com mais de cinquenta romances publicados, sendo autor de romances para adultos, juvenis, de ficção científica, policiais e literatura de aventura.

[18] Não temos informações sobre o autor do texto, H. de Graffigny.

Figura 7: Parte da página da revista *Le Petit Inventeur*, 2ª edição



POUR DEVENIR ÉLECTRICIEN

Comment obtient-on l'Électricité ?

Qu'est-ce que c'est que l'électricité ?
Nous ne nous perdrons pas dans des descriptions compliquées sur la nature de cette forme d'énergie au sujet de laquelle les savants forment, depuis qu'on la connaît, des hypothèses souvent contradictoires et difficiles à contrôler ; nous dirons simplement que c'est une puissance qui apparaît chaque fois que l'on détermine un déplacement de forces quelconques. Ainsi, quand on produit une réaction chimique, un mouvement, un frottement, on donne naissance en même temps à une manifestation électrique, ce qui prouve que l'on ne *fabrique* pas de l'électricité, mais qu'on lui permet simplement d'apparaître grâce à ce déséquilibre, autrement dit grâce à cette dépense de travail.

FIG. 1. — Pile hydro-électrique simplifiée, *faite avec un morceau de zinc et un morceau de charbon trempant dans l'eau acidulée.*

La manière la plus simple d'obtenir

cela fait on écarte ces deux pièces l'une de l'autre en soulevant la feuille à l'aide des languettes, et on prie une autre personne d'approcher un doigt du plateau. Aussitôt il jaillira une petite étincelle entre le plateau et le bout du doigt, et cette étincelle s'accompagnera d'un léger crépitement. C'est une étincelle électrique, et on pourra en obtenir plusieurs successivement, en remettant à chaque fois la feuille du papier sur le plateau et en la retirant ensuite.

En étudiant ces phénomènes, on a été amené à combiner, pour obtenir une plus grande quantité de « fluide », comme on disait alors, la machine *électrostatique* encore en usage de nos jours pour certaines applications. Au lieu de frotter un tube de verre avec un chiffon, on imagina d'installer un grand plateau de cristal de forme circulaire sur un pivot, et de faire tourner ce plateau entre des coussins enduits de bisulfure d'étain pour faciliter le glissement, et à une très faible distance des dents de peignes en cuivre, reliés à de gros tubes de laiton supportés par des pieds en verre. En tournant une manivelle, le disque frottait entre les coussins, et l'électricité se répandait sur les tubes ou conducteurs. Après un instant de rotation, en approchant le doigt de ces tubes, on en tirait une forte étincelle et la machine devenait inerte si l'on ne se remettait pas à tourner la manivelle. Cet effet montrait que l'on obtenait par ce procédé des *charges* d'électricité ; c'est le principe des piles *thermo-électriques*, qui n'ont eu que peu d'applications jusqu'à présent en raison du faible *rendement* de cette transformation d'énergie. Autrement dit, le courant que l'on recueille est infiniment faible pour la quantité de chaleur dépensée : moins de un pour cent de la chaleur est transformée en électricité ; c'est donc un procédé bien trop onéreux.

Il n'en est pas de même de la transformation du mouvement en électricité qui est le principe des machines dites *dynamos*, dont l'usage est devenu universel, car elles transforment en courant électrique les 98 centièmes de la puissance dépensée sous forme de mouvement de rotation. Ces machines sont basées sur les phénomènes dits de l'*électromagnétisme*, d'après lesquels une boucle de fil de cuivre se déplaçant dans la zone d'influence, c'est-à-dire près des extrémités ou pôles d'un aimant, est traversée par un courant dit d'*induction* circulant le long de ce fil, d'abord dans un sens,

FIG. 3. — Machine électrostatique, *simplifiée.*

Fonte: Le Petit Inventeur. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Ano I, edição de 27 de março de 1923, p. 2.Acesso em: 29 de maio de 2025.

A 2ª edição continuava a publicação seriada de "*Aventures d'un Apprenti Parisien*", cujo enredo desenvolve perseguições e aventuras envolvendo inovações tecnológicas, reforçando a articulação entre ficção, ciência e técnica. Assim, *Le Petit Inventeur* configurava-se como uma publicação eclética, educativa, lúdica e formativa, cujo projeto editorial mobiliza saberes científicos, técnicos e literários nos quais invenção e criatividade eram instrumentos privilegiados para a formação de sujeitos modernos, autônomos e integrados às transformações sociais e tecnológicas.

Essa vocação editorial se manteve e se consolidou ao longo de suas publicações semanais, confirmando o compromisso da revista com a diversidade de saberes. A edição número 141 da revista, publicada em seu terceiro ano de 24 de novembro de 1925, exemplifica a variedade temática e a intenção de divulgar saberes de *Le Petit Inventeur*. Entre os seis artigos apresentados, destacam-se: experiências de germinação com sementes, que incentivavam o estudo da biologia por meio da experimentação; ***Les Ellipsographes***, dedicado aos elipsógrafos, instrumentos que combinavam precisão técnica e criatividade artesanal para a construção e o entendimento de conceitos geométricos; e a proposta de construção de um trenó à vela (*traîneau à voile*), que introduziu princípios de física e aerodinâmica em atividades lúdicas e experimentais. A edição também trazia uma narrativa de ficção científica, notas sobre inovações e descobertas, além de ilustrações técnicas detalhadas, ressaltando o caráter interdisciplinar da revista e seu papel na democratização do acesso à ciência e à tecnologia. Como mostra o Quadro 1, temos as divisões dos artigos publicados e suas respectivas descrições.

Quadro 1 - As seções da revista da edição de 24 de novembro de 1925

Seção em Francês	Tradução para Português	Descrição do Conteúdo
La question du jour : La T. S. F. et les inventions	**A Questão do Dia: A T.S.F. e as invenções**	Artigo principal sobre a T.S.F. (Télégraphie Sans Fil - Telégrafo Sem Fio, rádio) e como ela impulsionou novas invenções.
Les brevets de la semaine	**As Patentes da Semana**	Listagem das novas patentes registradas na semana, um elemento central para a revista.
Projets d'inventions	**Projetos de Invenções**	Ideias ou planos para futuras invenções, incentivando a criatividade dos leitores.
Ce qui est nouveau dans l'industrie	**O que é Novo na Indústria**	Notícias sobre as novidades e aplicações práticas no setor industrial.
Le carnet de l'inventeur	**O Caderno do Inventor**	Dicas, anotações e informações úteis diretamente para o inventor amador

		ou profissional. Onde foi publicado o artigo: Le Ellipsógraphes
Notre concours du mois	**Nosso Concurso do Mês**	Um concurso ou desafio lançado aos leitores para estimular a invenção.
Les prix de la BnF	**Os Prêmios da BnF (Bibliothèque nationale de France)**	Uma seção dedicada aos prêmios e incentivos oferecidos pela Biblioteca Nacional da França relacionados à inovação (menciona o Sr. L. F. V.)
Consultations gratuites	**Consultas Gratuitas**	Provavelmente uma seção de perguntas e respostas ou de aconselhamento para inventores.
Bourse des brevets	**Bolsa de Patentes**	Uma seção para negociar ou apresentar patentes, conectando inventores a possíveis investidores.

Fonte: Elaborado pela autora (2025), com base na revista *Le Petit Inventeur*. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Acesso em: 29 de maio de 2025.

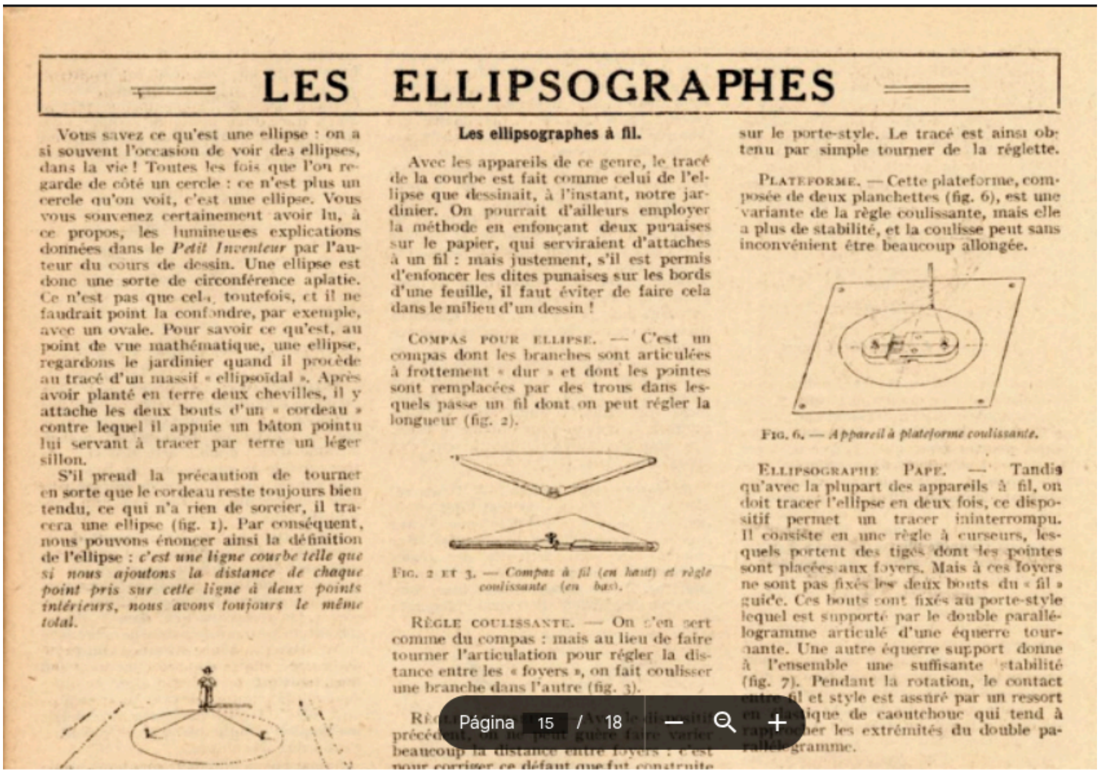
O artigo *Les Ellipsographes*, traduzido integralmente no Apêndice A, evidencia o diálogo entre o conhecimento matemático e a tecnologia disponível à época, revelando a pertinência didática de instrumentos mecânicos no ensino. A presença, nessa mesma edição, de textos voltados à engenharia aeronáutica, às invenções domésticas e à cultura científica ilustra como instrumentos como o elipsógrafo funcionavam como mediadores culturais e didáticos, contribuindo para a popularização dos conceitos geométricos e para a formação de leitores sensíveis à experimentação e à inovação.

Assim, *Le Petit Inventeur* pode ser compreendida como expressão da cultura científica francesa do período entre guerras: um espaço de mediação entre ciência, tecnologia e juventude, no qual instrumentos como os elipsógrafos assumiram funções técnicas e culturais, materializando o ideal de modernidade científica da década de 1920. O foco desta pesquisa está nos elipsógrafos apresentados na revista, cujo detalhamento e análise de cada instrumento serão explorados na próxima seção.

2.3 Artigo de 24 de novembro de 1925

O artigo de 24 de novembro de 1925, apresenta dezessete elipsógrafos diferentes, que representam uma variedade de instrumentos mecânicos históricos e técnicos desenvolvidos para traçar elipses com precisão. A Figura 8 reproduz um fragmento da primeira página do artigo.

Figura 8 - Fragmento do artigo ‘*Les ellipsographes*’



LES ELLIPSOGRAPHES

Vous savez ce qu'est une ellipse : on a si souvent l'occasion de voir des ellipses, dans la vie ! Toutes les fois que l'on regarde de côté un cercle : ce n'est plus un cercle qu'on voit, c'est une ellipse. Vous vous souvenez certainement avoir lu, à ce propos, les lumineuses explications données dans le *Petit Inventeur* par l'auteur du cours de dessin. Une ellipse est donc une sorte de circonférence aplatie. Ce n'est pas que cela, toutefois, et il ne faudrait point la confondre, par exemple, avec un ovale. Pour savoir ce qu'est, au point de vue mathématique, une ellipse, regardons le jardinier quand il procède au tracé d'un massif « ellipsoïdal ». Après avoir planté en terre deux chevilles, il y attache les deux bouts d'un « cordeau » contre lequel il appuie un bâton pointu lui servant à tracer par terre un léger sillon.

S'il prend la précaution de tourner en sorte que le cordeau reste toujours bien tendu, ce qui n'a rien de sorcier, il tracera une ellipse (fig. 1). Par conséquent, nous pouvons énoncer ainsi la définition de l'ellipse : *c'est une ligne courbe telle que si nous ajoutons la distance de chaque point pris sur cette ligne à deux points intérieurs, nous avons toujours le même total.*

Les ellipsographes à fil.

Avec les appareils de ce genre, le tracé de la courbe est fait comme celui de l'ellipse que dessinait, à l'instant, notre jardinier. On pourrait d'ailleurs employer la méthode en enfonçant deux punaises sur le papier, qui serviraient d'attaches à un fil : mais justement, s'il est permis d'enfoncer les dites punaises sur les bords d'une feuille, il faut éviter de faire cela dans le milieu d'un dessin !

COMPAS POUR ELLIPSE. — C'est un compas dont les branches sont articulées à frottement « dur » et dont les pointes sont remplacées par des trous dans lesquels passe un fil dont on peut régler la longueur (fig. 2).

FIG. 2 ET 3. — *Compas à fil (en haut) et règle coulissante (en bas).*

RÈGLE COULISSANTE. — On s'en sert comme du compas : mais au lieu de faire tourner l'articulation pour régler la distance entre les « foyers », on fait coulisser une branche dans l'autre (fig. 3).

RÈ[illegible] — Av[illegible] le dispositif précé[illegible], on ne peut guère faire varier beaucoup la distance entre foyers : c'est pour corriger ce défaut que fut construite

sur le porte-style. Le tracé est ainsi obtenu par simple tourner de la réglette.

PLATEFORME. — Cette plateforme, composée de deux planchettes (fig. 6), est une variante de la règle coulissante, mais elle a plus de stabilité, et la coulisse peut sans inconvénient être beaucoup allongée.

FIG. 6. — *Appareil à plateforme coulissante.*

ELLIPSOGRAPHE PAPE. — Tandis qu'avec la plupart des appareils à fil, on doit tracer l'ellipse en deux fois, ce dispositif permet un tracer ininterrompu. Il consiste en une règle à curseurs, lesquels portent des tiges dont les pointes sont placées aux foyers. Mais à ces foyers ne sont pas fixés les deux bouts du « fil » guide. Ces bouts sont fixés au porte-style lequel est supporté par le double parallélogramme articulé d'une équerre tournante. Une autre équerre support donne à l'ensemble une suffisante stabilité (fig. 7). Pendant la rotation, le contact [illegible] fil et style est assuré par un ressort [illegible]ique de caoutchouc qui tend à [illegible]her les extrémités du double pa[illegible]gramme.

Fonte: Le Petit Inventeur. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. *Le Petit Inventeur*, Ano III, edição de 24 de novembro de 1925, p. 13. Acesso em: 29 de maio de 2025.

Logo na abertura, o autor estabelece um diálogo com o leitor, introduzindo a elipse de maneira didática e comparando-a ao círculo.

> Vocês sabem o que é uma elipse: tem-se frequentemente a oportunidade de ver elipses na vida! Todas as vezes que se olha de lado um círculo : não é mais um círculo que se vê, é uma elipse. Vocês certamente se

> lembram de ter lido, a esse propósito, as luminosas explicações dadas no *Le Petit Inventeur* (O Pequeno Inventor) pelo autor do curso de desenho. Uma elipse é, portanto, uma espécie de circunferência achatada. Não é apenas isso, entretanto, e não se deve confundi-la, por exemplo, com uma oval. Para saber o que é, do ponto de vista matemático, uma elipse, olhemos o jardineiro quando ele procede ao traçado de um maciço elipsoidal. Após ter plantado na terra duas estacas, ele prende as duas pontas de uma corda contra a qual apoia um bastão pontiagudo, servindo-lhe para traçar no chão um leve sulco.
> *Le Petit Inventeur*, 1925, pg. 13. (Tradução[19] livre da autora)

A introdução do artigo, em tom acessível e imaginativo, traduz com clareza o espírito da divulgação científica popular: transformar um conceito matemático em experiência visual e concreta. A explicação do "método do jardineiro" reforça o vínculo entre observação prática e formulação geométrica, característica marcante das publicações do período.

O engenhoso elipsógrafo é um instrumento utilizado para traçar elipses com base em propriedades geométricas, especialmente relacionadas ao movimento dos focos e dos eixos da curva. Seu funcionamento se apoia em mecanismos articulados, barras, alavancas e eixos móveis, que, ao serem movimentados, reproduzem com exatidão o traçado da elipse. Essa característica permitiu sua adoção em diversos campos, como engenharia, arquitetura, artes gráficas e, posteriormente, educação matemática.

Historicamente, o elipsógrafo teve dupla função: por um lado, foi ferramenta prática para profissionais que necessitavam de precisão em projetos construtivos ou artísticos; por outro, assumiu papel pedagógico, por possibilitar que estudantes e professores visualizassem de forma dinâmica o processo de construção da elipse. Ao permitir que a curva fosse desenhada mecanicamente, o instrumento contribuiu para superar as dificuldades associadas ao caráter abstrato das fórmulas algébricas, aproximando o ensino da experiência concreta.

Do ponto de vista cultural, o elipsógrafo faz parte de um conjunto mais amplo de artefatos produzidos em cada época para atender à necessidade humana de desenhar elipses com precisão, evidenciando a conexão entre teoria matemática e tecnologia mecânica. Sua existência demonstra como a matemática, frequentemente percebida como um campo abstrato e distante da realidade, pode se concretizar em instrumentos concretos que traduzem conceitos teóricos em práticas acessíveis. Além disso, a circulação desses

[19] A tradução contou com o auxílio de recursos de Inteligência Artificial.

instrumentos por meio de revistas, escolas e oficinas destaca o papel da cultura material como mediadora fundamental no processo de aprendizagem, revelando a estreita relação entre ciência, tecnologia e sociedade.

O estudo da elipse, enquanto seção cônica, demanda o uso de instrumentos capazes de materializar suas propriedades geométricas por meio de traçados precisos. A literatura técnica da época, exemplificada por *Les Ellipsographes* (1925), evidencia uma diversidade de modelos que variam em complexidade, desde princípios puramente geométricos até mecanismos cinemáticos articulados. No artigo, os dezessete elipsógrafos (ver apêndice A)[20] foram agrupados em três categorias: modelos baseados no Princípio dos Focos (três modelos), modelos de Construção (quatro modelos) e Plataforma, e modelos Mecânicos Articulados e Específicos (dez modelos). A seguir, será feita a descrição detalhada de cada um desses instrumentos, destacando suas características e modo de operação.

2.3.1 Modelos Baseados no Princípio dos Focos (Cordão)

Esses instrumentos reproduzem o método clássico de traçado da elipse, utilizando um fio ou cordão de comprimento constante, de modo que a soma das distâncias aos dois focos permaneça fixa. A precisão do traçado depende diretamente da tensão do fio e da estabilidade dos focos.

Elipsógrafo de Fio

Também conhecido como *método do jardineiro*, esse procedimento consiste na fixação de dois pontos no plano, por meio de percevejos ou pinos, aos quais se prende um fio de comprimento constante. Mantendo o fio sempre esticado, um ponto móvel, geralmente a ponta de um lápis, descreve uma curva elíptica. Ressalta-se, contudo, que, embora seja viável fixar os percevejos nas bordas da folha de papel, deve-se evitar sua colocação na região central do desenho, a fim de não comprometer a representação gráfica da elipse.

Compasso para Elipse

Este modelo adapta a estrutura tradicional do compasso para o traçado elíptico. Caracteriza-se por possuir hastes articuladas com fricção controlada, cujas pontas são

[20] O apêndice A contém a tradução do artigo, *Les Ellipsographes*, de 1925, com as imagens de todos os elipsógrafos de acordo com a revista.

substituídas por furos por onde passa o fio. A variação da largura (comprimento do fio) é regulável, permitindo a definição dos focos. O traçado é realizado pelo lápis/caneta, enquanto o fio é mantido sob tensão.

Elipsógrafo de Elástico

Este modelo constitui uma evolução do princípio do fio, incorporando um mecanismo de tensionamento ativo. É formado por uma régua de cursores que suportam as extremidades do fio e inclui um terceiro cursor fixado a uma régua auxiliar, munida de um elástico que aplica tração constante no porta lápis. O traçado ocorre por meio do giro controlado da régua, e o elástico uniformiza a tensão em relação aos modelos puramente manuais.

Elipsógrafo de Pape

O diferencial do Elipsógrafo Pape está na otimização do processo de traçado. Enquanto a maior parte dos aparelhos baseados em fio exige traçar a elipse em duas etapas (um semieixo de cada vez), o dispositivo Pape permite um traçado contínuo e ininterrupto. Consiste em uma régua de cursores com hastes fixadas nos focos, configurando um mecanismo que possibilita a descrição completa da curva em um único movimento, representando significativa melhoria em eficiência e precisão.

2.3.2 Modelos de Construção e Plataforma

Esses modelos visam otimizar a estabilidade e a usabilidade do traçado, frequentemente por meio de estruturas de apoio ou materiais construtivos específicos.

Régua Deslizante

A Régua Deslizante utiliza o princípio do cordão, substituindo o giro por deslizamento. Esse mecanismo sugere uma base mais estável, permitindo maior controle sobre a tensão do fio e a precisão do ponto traçador.

Régua de Cursor

Apresentada como alternativa à Régua Deslizante, possui como limitação a variação restrita da distância entre os focos, o que limita o operador a traçar elipses dentro de uma gama de excentricidade mais estreita do que outros dispositivos.

Plataforma

A Plataforma constitui uma variante da Régua Deslizante, mas com melhorias significativas na estabilidade. Composta por duas placas robustas (pranchetas ou tabuleiros), minimiza vibrações e desalinhamentos. Essa estabilidade permite esticar a correia (fio) sem inconvenientes, resultando em traçados mais firmes e precisos.

Aparelho Urquhart

Construído predominantemente em madeira, o Aparelho Urquhart destaca-se pela acessibilidade material. Possui pontas metálicas fixadas por meio de buchas deslizantes sobre a régua principal. A extremidade da régua é equipada com um lápis para o traçado, e o controle é obtido pela imobilização das buchas deslizantes e das pontas com um parafuso de pressão comum. Destaca-se pela facilidade de construção e reparo.

2.3.3 Modelos Mecânicos Articulados e Específicos

Esses modelos baseiam-se em sistemas de barras e articulações que forçam o movimento do porta lápis, utilizando princípios cinemáticos que simulam as propriedades da elipse, frequentemente de maneira mais indireta que o método dos focos.

Aparelho Rubor

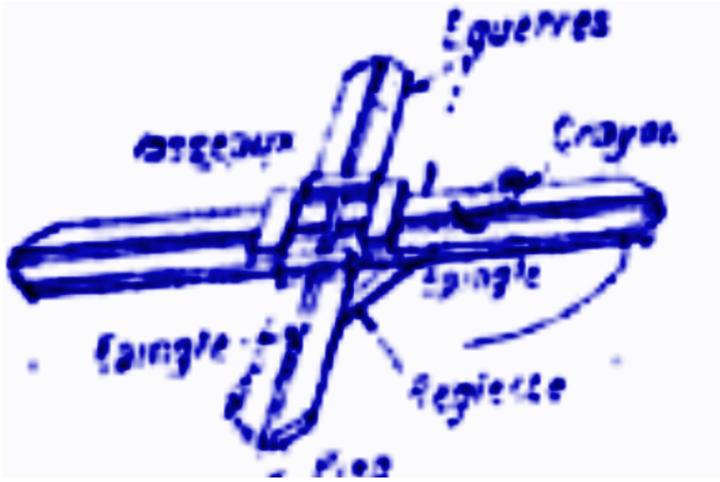
O Aparelho Rubor[21] (Figura 9)[22] adota uma geometria construtiva baseada em esquadros de 45°. Quatro esquadros são unidos para formar uma estrutura em cruz, estabilizada por pequenas placas nas extremidades dos braços. Sob cada placa encontram-se os pontos de apoio. Este arranjo configura um mecanismo baseado em restrições angulares e deslizes, semelhante ao mecanismo de Tusi[23] (Ragep, 2013) ou outros dispositivos articulados, garantindo a correta variação das coordenadas do ponto traçador.

Figura 9: Aparelho Rubor

[21] O aparelho Rubor é conhecido popularmente nos dias atuais como "tramel de Arquimedes".

[22] As figuras dos elipsógrafos foram extraídas da revista *Le Petit Inventeur* e submetidas a tratamento digital para aprimoramento da qualidade visual. Optou-se pela coloração azul por apresentar melhor resolução e maior nitidez dos traços.

[23] O **mecanismo de Tusi**, também chamado de par de Tusi (Tusi couple), é um dispositivo geométrico concebido pelo matemático e astrônomo persa **Nasir al-Din al-Tusi (1201–1274)**. Ele funciona combinando dois movimentos circulares de tal maneira que, quando uma peça gira em torno da outra, o ponto observado descreve um movimento em linha reta. Ou seja, duas rotações coordenadas produzem um deslocamento retilíneo.



Fonte: Le Petit Inventeur. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Acesso em: 29 de maio de 2025.

Elipsógrafo Degen

Este elipsógrafo utiliza barras deslizantes e rotativas. Duas barras carregam hastes com espaçamento variável para corresponder aos focos. Em cada haste, réguas giratórias com cursores articulam-se na placa do porta-lápis. O complexo sistema de articulações e cursores traduz a equação da elipse em um mecanismo cinemático, permitindo grande precisão e ajustes finos.

Elipsógrafo Comte

O Elipsógrafo Comte[24] distingue-se por sua construção extremamente simples, pensada para ser realizada com materiais de fácil acesso, como esquadros de 45° e lâminas de madeira. Seu princípio de funcionamento baseia-se na movimentação coordenada de peças rígidas, de modo que o lápis percorra automaticamente o traçado da elipse.

Elipsógrafo Caronnet

Possui estrutura vertical e cilíndrica, composta por uma haste cuja ponta repousa sobre o papel. A extremidade livre da haste é mantida por bucha articulada em segunda haste, que desliza em tubo articulado fixado a um pé. Um parafuso de fixação estabiliza a

[24] Não há indícios que o Elipsógrafo de Comte tenha ligação com Augusto Comte. Augusto Comte é uma figura central na história do pensamento ocidental, sendo reconhecido como o fundador do Positivismo e um dos pais da Sociologia. Para Comte, a Matemática (e, consequentemente, a Geometria Analítica como parte dela) era o ponto de partida necessário para que todas as outras ciências evoluíssem para o Estágio Positivo (Científico) do pensamento científico.

haste. O mecanismo permite traçar a elipse por meio da variação controlada da inclinação da haste, aproximando-se do princípio do traçado de seção oblíqua de um cilindro.

Aparelho Love

Esse elipsógrafo tem a forma de um grande *T*. A haste principal funciona como suporte, e sobre ela desliza uma luva (bucha) móvel. O porta-lápis é conectado a uma manivela, que, ao ser girada, movimenta o lápis de modo controlado. A luva deslizante possui um um pequeno marcador que indica a posição correta para ajustar o tamanho da elipse. Ao alinhar o índice com a marca correspondente ao eixo maior da elipse, define-se o formato da curva a ser traçada.

Aparelho Norton

Usa um braço porta-lápis que desliza em luvas fixas e giratórias, movido por uma manivela. Ao deslocar os centros de rotação, a ponta traça elipses cuja dimensão depende da fixação das peças.

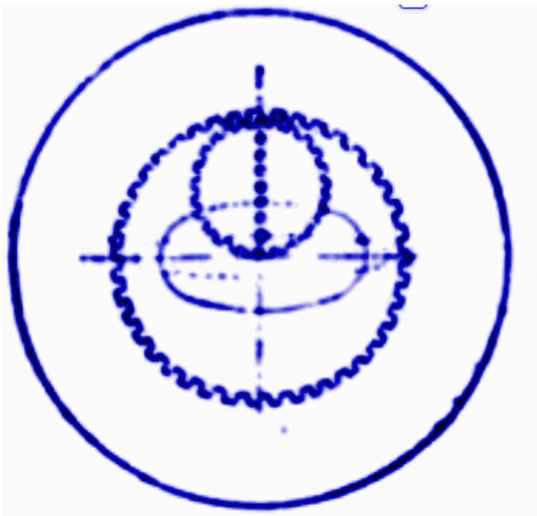
Elipsógrafo de Trem de Engrenagens:

Possui uma roda dentada fixa e um braço giratório com duas rodas dentadas que engrenam nesta. O porta-lápis gira duas vezes enquanto o braço gira uma vez, traçando elipses conforme o ajuste da luva e distância entre as rodas.

Engrenagem de La Hire:

Com duas rodas dentadas, uma dentro da outra, onde a menor roda gira dentro da maior. Um ponto na roda menor traça uma elipse que varia conforme sua posição relativa ao centro, como mostram as Figuras 10.

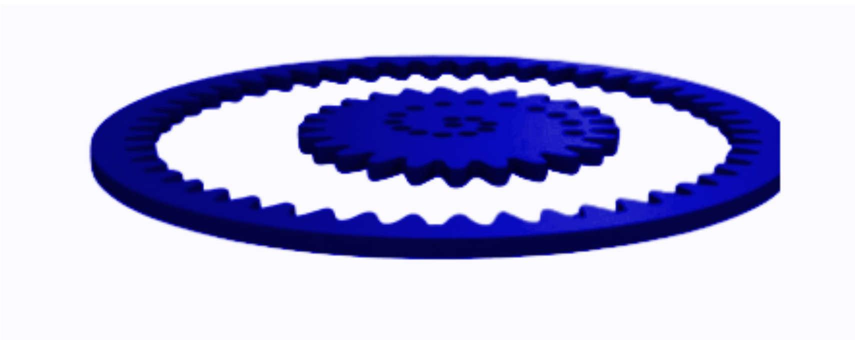
Figuras 10 - Vista superior do Elipsógrafo



Fonte: Le Petit Inventeur. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Acesso em: 29 de maio de 2025.

A Figura 11 apresenta o elipsógrafo em vista lateral, permitindo observar a disposição das engrenagens e compreender o princípio cinemático que rege o traçado da curva. Nessa configuração, os diferentes furos existentes na engrenagem menor possibilitam variações no movimento do porta-lápis, resultando no traçado de elipses distintas, com diferentes proporções entre os eixos.

Figuras 11 - Vista lateral (Impressão 3D) do Elipsógrafo.



Fonte: Arquivo pessoal da autora. (2025)

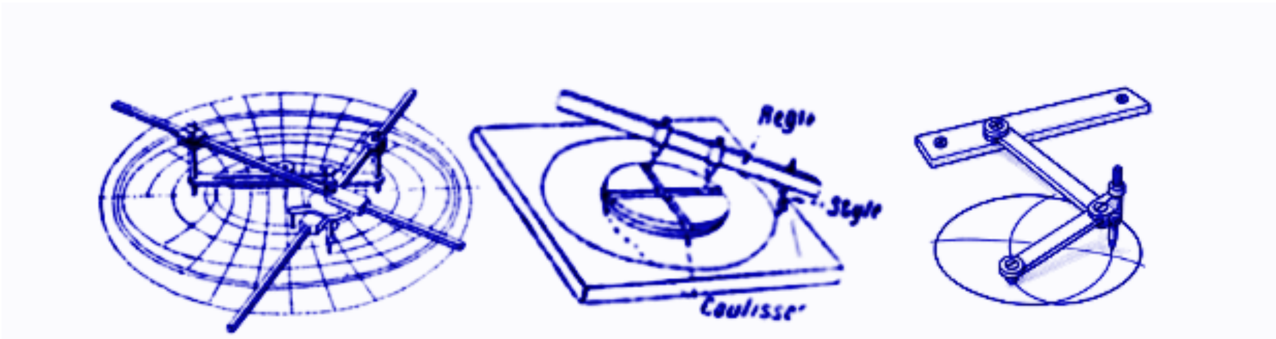
Elipsógrafo Schromm:

Baseia-se no paralelogramo articulado ou reciprocador de *Peaucellier*, transformando movimento circular em reto para traçar elipses suaves e contínuas, com alta precisão e pouca interferência dos guias no traçado.

Elipsógrafo Engrenagens Angulares[25]:

Um eixo vertical sustenta braço horizontal com braço paralelo portando duas engrenagens em ângulo. Essa configuração mantém a orientação do braço paralelo enquanto o aparelho gira, fazendo o traçador deslizar e desenhar elipses variadas conforme ajustes, podendo ser aprimorado com rolamentos ou hastes deslizantes.

Figura 12 - Alguns elipsógrafos do artigo "Le Ellipsographes"



Fonte: Le Petit Inventeur. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Acesso em: 29 de maio de 2025.

Essa multiplicidade de elipsógrafos (Figura 12) evidencia a riqueza de soluções mecânicas desenvolvidas no início do século XX, especialmente na década de 1920, quando a precisão manual e a mecanização elementar eram fundamentais para o desenho técnico, a engenharia e o ensino da geometria. Tais instrumentos refletem a diversidade de estratégias propostas para a produção de figuras geométricas complexas, como a elipse, por meio de mecanismos simples, acessíveis e de fácil operação. Nesse sentido, observa-se que o uso de dispositivos manuais não apenas atendia às demandas técnicas da época, mas também desempenhava papel formativo, permitindo que o estudante compreendesse o conceito geométrico por meio da experiência concreta e do manuseio direto do

[25] Nesta pesquisa, o dispositivo denominado na fonte original como "elipsógrafo de pinhões em ângulo" será referido como **Elipsógrafo com Engrenagens Angulares**, denominação adotada por apresentar maior clareza terminológica e adequação à língua portuguesa.

instrumento, conforme discutido por Saito (2014), ao ressaltar o potencial didático dos objetos e artefatos na constituição do conhecimento matemático.

Nesse sentido, o elipsógrafo pode ser considerado não apenas uma ferramenta de apoio técnico, mas também um documento histórico, que expressa valores didáticos e culturais de sua época. Ao estudá-lo, abre-se a possibilidade de compreender como o ensino da matemática pode se enriquecer com a incorporação de objetos históricos que ampliam a percepção do estudante acerca da construção e da aplicação do conhecimento matemático.

Para compreender o funcionamento de alguns elipsógrafos, é necessário retomar o estudo da elipse, suas definições e propriedades fundamentais. A elipse, mais que uma figura geométrica abstrata, resulta de relações entre pontos, distâncias e movimentos no plano, envolvendo elementos como eixos, focos e formas canônicas. Propriedades como rotação, translação e reflexão (Apêndice B) são essenciais para perceber sua versatilidade e sua construção.

O próximo capítulo trata da fundamentação da elipse, preparando o estudo subsequente de quatro elipsógrafos. Ao compreender sua estrutura conceitual, torna-se possível reconhecer a lógica que orienta o traçado produzido por esses instrumentos, bem como suas implicações no ensino e na prática da Matemática.

3 A MATEMÁTICA DOS ELIPSÓGRAFOS: DO MECÂNICO À ELIPSE

Neste capítulo, analisam-se quatro modelos de elipsógrafos apresentados na revista *Le Petit Inventeur*: o Elipsógrafo de Fio, o Aparelho de Rubor, o Elipsógrafo com Engrenagens Angulares e a Engrenagem de La Hire, considerando seus princípios mecânicos, fundamentos geométricos e implicações didáticas para o ensino da Matemática.

3.1 Elipsógrafo de Fio: O Método do Jardineiro

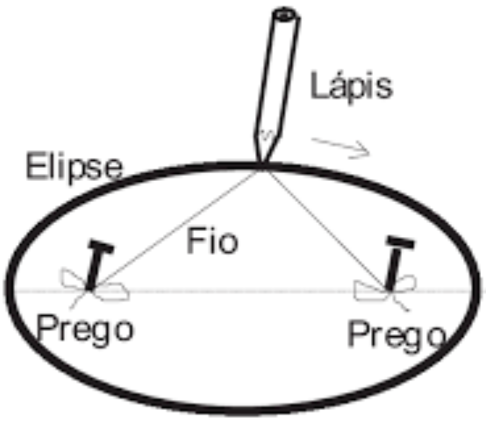
O primeiro elipsógrafo do artigo é denominado Elipsógrafo de Fio (Figura 13) constitui um dos procedimentos mais tradicionais e intuitivos para a construção de elipses, sendo amplamente utilizado tanto em práticas artesanais quanto em atividades de ensino. O princípio fundamental desse método está diretamente relacionado à definição geométrica da elipse enquanto lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias a dois focos é constante.

Figura 13 - Método do Jardineiro

Fonte: <https://encurtador.com.br/qKmI>. Acesso em: 17 de nov. 2025

Assim, ao fixar-se um fio de comprimento inalterado às extremidades que representam os focos e tensioná-lo por meio de um lápis ou estilete, obtém-se um mecanismo simples capaz de materializar essa propriedade fundamental, conforme a Figura 14.

Figura 14 - Construção da elipse com o método do jardineiro.



Fonte: <https://encurtador.com.br/Jyoq>. Acesso em 17. Nov. 2025

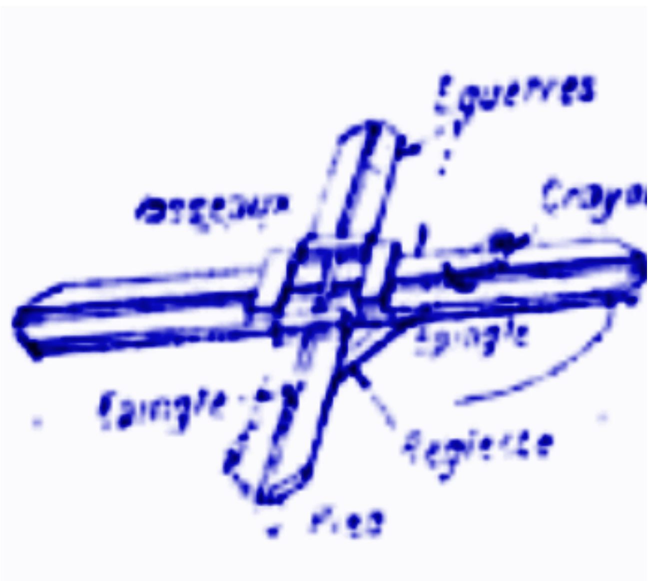
Do ponto de vista pedagógico, o método do jardineiro oferece uma oportunidade privilegiada para articular conceitos geométricos e experimentação prática a partir da definição de elipse. Sua simplicidade permite que os estudantes visualizem, de maneira concreta, a relação entre os focos, o eixo maior e a excentricidade, além de favorecer a compreensão de que, ao manter o fio tensionado durante o movimento, o lápis é obrigado a permanecer em posições cuja soma das distâncias aos dois focos é constante, assegurando assim o traçado da elipse. O ato de deslocar o lápis mantendo o fio esticado transforma a definição em movimento, evidenciando a continuidade da curva, sua simetria e sua forma fechada.

Além disso, relatos históricos registram o uso desse procedimento desde a Antiguidade, reforçando sua relevância como técnica de construção e como precursor de elipsógrafos mecânicos mais complexos (Boyer, 1996). Portanto, o método do jardineiro, apesar de sua estrutura simples, cumpre papel significativo na articulação entre teoria e prática, constituindo-se como um recurso didático eficaz para o estudo da elipse e como ponto de partida para a análise comparativa com outros modelos de elipsógrafos examinados no capítulo.

3.2 Elipsógrafo de Rubor: História e funcionamento

O elipsógrafo Aparelho Rubor (Figura 15), também conhecido como compasso elíptico, é um mecanismo mais simples utilizado para a construção de elipses. Embora o nome popularmente atribuído seja ‘Tramel de Arquimedes’, é importante notar que esta atribuição é, em grande parte, anacrônica, ou seja, um erro de perspectiva histórica.

Figura 15 - Aparelho Rubor



Fonte: Le Petit Inventeur. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Acesso em: 29 de maio de 2025.

O princípio geométrico subjacente ao Aparelho de Rubor era conhecido desde a Antiguidade, mas a máquina em sua forma construtiva e moderna é datada mais precisamente do início da Era Moderna. No século XX, ele ressurgiu em revistas técnicas e manuais de "faça você mesmo" (como a revista francesa *Le Petit Inventeur*), sendo apresentado como um fascinante exemplo de como a geometria complexa pode ser traduzida em um mecanismo simples.

O Aparelho Rubor baseia-se em transformar um movimento retilíneo em um movimento curvilíneo, permitindo o traçado preciso de uma elipse. A seguir, observe os principais componentes do elipsógrafo que tornam esse mecanismo possível:

Placa-Base: Uma superfície fixa que contém duas ranhuras (ou sulcos) que se cruzam em ângulo reto (90 graus).
Braço Rígido (Biela): Uma haste que contém dois pinos e uma extremidade para fixação do traçador (lápis ou caneta).
Pinos Deslizantes (Deslizadores): Dois pontos fixos no braço rígido, separados por uma distância. Cada pino é forçado a deslizar em apenas uma das ranhuras perpendiculares:

- Um pino desliza apenas na ranhura do eixo horizontal.
- O outro pino desliza apenas na ranhura do eixo vertical.

Ponta Traçadora: Um terceiro ponto na extremidade do braço rígido (no qual se fixa o lápis).

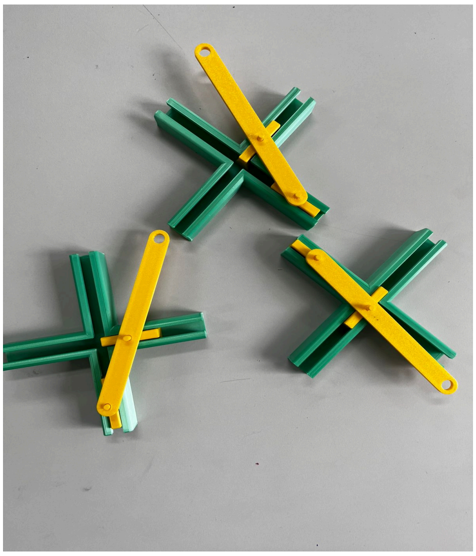
Ao mover o braço rígido, os dois pinos deslizam em suas respectivas ranhuras, obrigando a ponta traçadora a se mover em um caminho específico. A posição da ponta traçadora (P) é determinada pela soma de dois movimentos simples e ortogonais (perpendiculares). Se os dois pinos estiverem nas ranhuras e o braço se mover, o lugar geométrico de qualquer ponto fixo neste braço (o ponto onde o lápis está) será sempre uma elipse. O comprimento do braço e as posições dos pinos em relação à ponta traçadora definem os semi-eixos maior (a) e menor (b) da elipse.

Ele se baseia em duas hastes que deslizam em trilhos ortogonais, de forma que a extremidade livre descreve uma elipse, como mostra a Figura[26] 16.

---

[26] A revista não fornece dados sobre as dimensões originais do aparelho, o que limita a precisão da reconstrução, para a impressão baseou-se apenas nas imagens disponíveis no artigo.

Figura 16 - Aparelho Rubor adaptado e fabricado na impressora 3D



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025).

O elipsógrafo é um mecanismo geométrico que combina dois movimentos retilíneos, um na direção horizontal e outro na vertical, de modo coordenado. Cada um desses movimentos varia de forma periódica e dependente de um mesmo parâmetro, normalmente representado por um ângulo θ.

Do ponto de vista matemático, o dispositivo funciona porque a posição do ponto móvel é determinada simultaneamente pelos dois movimentos, que podem ser descritos por:

$x(\theta) = acos\theta$ e $y(\theta) = bsen\theta$, em que:

- a é a medida do semi eixo maior,
- b é a medida do semi eixo menor,
- θ é o parâmetro que varia continuamente conforme o mecanismo se move, com $\theta \in [0, 2\pi]$.

Essas duas equações representam exatamente as **equações paramétricas da elipse**, pois garantem que o ponto $(x(\theta), y(\theta))$, satisfaz a equação cartesiana:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 .$$

Assim, quando o elipsógrafo coordena os deslocamentos retilíneos horizontal e vertical de acordo com as funções $cos\theta$ e $sen\theta$, ele produz um movimento composto cujo traçado é necessariamente uma elipse. Em outras palavras, o mecanismo traduz fisicamente o comportamento matemático das funções seno e cosseno, tornando visível a curva descrita por elas.

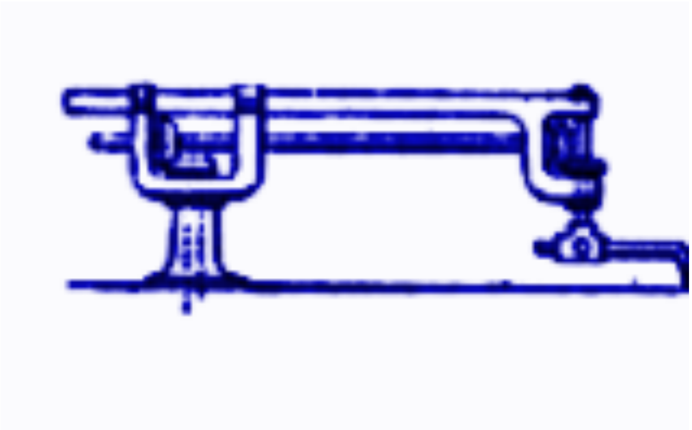
O Aparelho Rubor tem essas equações porque ele materializa mecanicamente as equações paramétricas da elipse, convertendo o movimento circular (ângulo θ) em um traçado elíptico no plano cartesiano. No aparelho, as hastes e articulações estão dispostas de modo que um braço realiza o movimento proporcional $a\,cos(\theta)$ (no eixo x) e o outro realiza o movimento proporcional $asen(\theta)$ (no eixo y). O ponto de interseção dessas hastes, onde se prende o lápis, percorre uma elipse perfeita.

Dessa forma, o Aparelho Rubor evidencia como os princípios matemáticos podem ser materializados em sistemas mecânicos de notável precisão. Seu funcionamento sintetiza a harmonia entre o raciocínio geométrico e o engenho técnico, demonstrando que a invenção e a ciência caminham lado a lado na construção do conhecimento. Assim, esse elipsógrafo realiza diretamente a parametrização da elipse, sem a composição de movimentos circulares complexos, como ocorre com os elipsógrafos de trem de engrenagem e elipsógrafo com engrenagens angulares.

3.3 Elipsógrafo com Engrenagens Angulares

A Geometria Analítica oferece uma descrição formal e precisa da elipse, utilizando equações que definem e relacionam seus elementos fundamentais, como eixos e focos. Nesta seção, o foco da nossa abordagem será como o mecanismo articulado elipsógrafo com engrenagens angulares reproduz essa curva a partir de seu funcionamento, conforme a Figura 17.

Figura 17 - Elipsógrafo com engrenagens angulares



Fonte: Le Petit Inventeur. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Acesso em: 29 out. 2025.

O elipsógrafo com engrenagens angulares é bem próximo ao modelo Pantógrafo de Wythes, concebido por William W. Wythes[27] em 1858. Destaca-se como um dispositivo mecânico capaz de transformar movimentos rotacionais em trajetórias planas complexas, em especial a elipse. Projetado para traçar curvas com precisão, esse instrumento funciona como uma verdadeira "máquina geométrica", na qual engrenagens, correntes e articulações convertem deslocamentos circulares e translações em curvas elípticas ajustáveis. Tal característica estabelece uma conexão direta entre a abstração matemática e sua materialização prática, uma vez que o modelo físico serve para a parametrização da elipse.

Essa correspondência entre a abstração matemática e a materialização prática evidencia o potencial pedagógico e científico do aparelho. Segundo a descrição apresentada em *Le Petit Inventeur* (1925), o dispositivo utiliza engrenagens, discos dentados e correntes que convertem rotações em trajetórias elípticas. Atualmente conhecido e aprimorado como Pantógrafo de Wythes, o aparelho permite ajustar mecanicamente os valores dos semi eixos a e b da elipse por meio da posição dos pivôs e das hastes articuladas, conforme a Figura 18.

Figura 18 – Estrutura mecânica do Pantógrafo de Wythes

[27] O Pantógrafo de Wythes, patenteado por William W. Wythes em 1858, cuja relevância histórica e didática exemplifica a relação entre matemática, ciência e tecnologia. Patente n. 21,365, 1858. United States Patent Office.

Fonte: Googleusercontent (2025).

O Elipsógrafo com Engrenagens Angulares utiliza um sistema de engrenagens acopladas e braços articulados, que transforma o movimento circular de um disco dentado principal em uma trajetória elíptica descrita por um ponto de escrita.

O mecanismo é composto pelos seguintes elementos principais:

Disco dentado vertical: responsável pelo movimento circular inicial, localizado próximo ao eixo de rotação principal;

Ponto de pivô móvel: define a proporção entre os semi-eixos a e b, sendo posicionado ao longo do eixo maior ou menor conforme o ajuste desejado;

Ponto de escrita: registra a curva gerada, situado na extremidade da haste articulada, cujo movimento descreve a elipse.

Engrenagens e correntes: garantem a transmissão precisa do movimento, mantendo a relação correta entre rotações e deslocamentos do ponto traçador.

O ponto de escrita move-se no plano de forma que suas coordenadas satisfazem a equação canônica da elipse, de acordo com a Figura[28] 19.

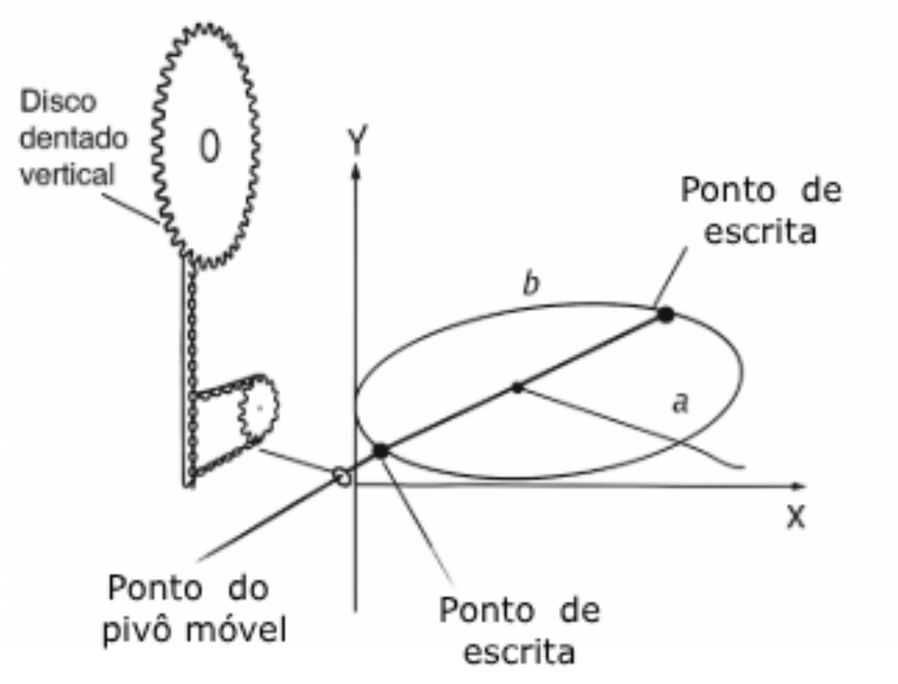
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, onde a e b correspondem, respectivamente, ao semieixo maior e ao semi-eixo menor da elipse. E sua forma paramétrica, usando o parâmetro θ é:

$x(\theta) = a\,cos\,\theta$ e

$y(\theta) = b\,sen\,\theta$, com $\theta \in [0,\ 2\pi]$.

O movimento rotacional do disco maior aciona o disco menor, enquanto o braço articulado transmite o deslocamento. Essa composição de movimentos circulares e lineares gera a curva elíptica.

Figura 19 - Esquema do elipsógrafo, mostrando os principais componentes



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025).

[28] A Figura 19 foi elaborada utilizando o software AutoCAD, ferramenta de desenho assistido por computador (CAD – *Computer-Aided Design*), desenvolvida pela Autodesk.

De maneira mais geral, o movimento do ponto de escrita pode ser interpretado como soma vetorial de dois movimentos circulares (Iezzi, 2013):

$$P(\theta) = (R\,cos\,\theta + d\,cos\,(k\theta),\, R\,sen\,\theta + d\,sen\,(k\theta)),$$

em que R representa o raio do disco principal, d é a distância do pivô ao ponto de escrita e k é a razão entre as rotações dos discos acoplados. Para configurações específicas de R, d e k a trajetória $P(\theta)$ pode assumir a forma de uma elipse, além de epicicloidais e espirais.

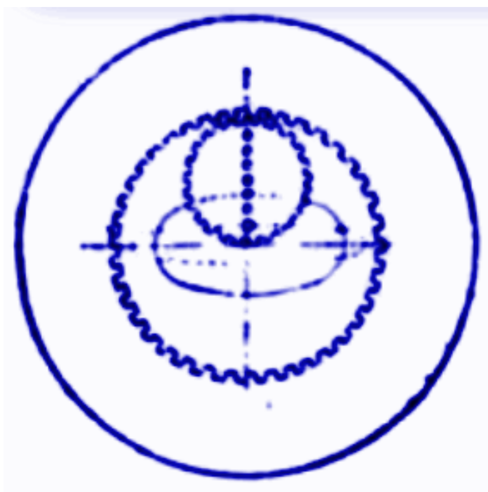
Assim, o Elipsógrafo com Engrenagens Angulares representa uma síntese entre Geometria Analítica e Mecânica Aplicada, demonstrando, de maneira concreta, como relações matemáticas abstratas podem ser materializadas por movimentos coordenados.

Esse tipo de instrumento favorece uma aprendizagem investigativa, em que o aluno atua simultaneamente como observador e experimentador, integrando teoria, prática e história da Matemática.

3.4 Engrenagem de La Hire: Funcionamento

O Elipsógrafo de La Hire[29] (Figura 20) é um instrumento que utiliza um conjunto de rodas dentadas fixadas a um suporte, no qual um braço giratório sustenta duas rodas que engrenam com uma roda central fixa. Esse sistema engrenado faz com que o braço suporte um porta-lápis que realiza duas revoluções enquanto o braço principal gira uma vez.

Figura 20 - Engrenagem de La Hire



[29] **Philippe de La Hire** (1640–1718) foi um matemático, astrônomo e engenheiro francês, reconhecido por suas contribuições à Geometria, à Astronomia e à Geometria Descritiva no contexto científico do século XVII, sendo também conhecido pela criação do **elipsógrafo de La Hire**, instrumento mecânico destinado à construção geométrica da elipse.

Fonte: Le Petit Inventeur. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/. Acesso em: 29 out. 2025.

O porta-lápis está fixado de modo que a distância entre ele e uma das rodas dentadas corresponde à diferença entre os comprimentos dos eixos menor e maior da elipse a ser traçada. Esse mecanismo permite a conversão do movimento rotativo das engrenagens em um traçado preciso de elipses, combinando coordenadas geométricas com o movimento mecânico do trem de engrenagens.

A precisão e o controle do desenho dependem do ajuste correto das engrenagens, tornando esse tipo de elipsógrafo eficiente para desenhar elipses com diferentes proporções dos eixos. A engrenagem de La Hire funciona por meio de um mecanismo que utiliza um conjunto de rodas dentadas (engrenagens) fixadas a um suporte.

Um braço giratório sustenta duas rodas que engrenam com uma roda central fixa, criando um sistema em que o movimento rotativo do braço é convertido em um movimento que permite traçar uma elipse. O porta-lápis, fixado ao braço, realiza um número de revoluções diferente do braço principal, de modo que seu traçado segue a curva elíptica definida pela relação entre os diâmetros e posições das engrenagens. O ajuste preciso das engrenagens e da distância do porta-lápis é fundamental para definir os eixos da elipse a ser desenhada.

Esse tipo de mecanismo combina habilidades mecânicas e matemáticas para transformar um movimento circular em um traçado elíptico preciso, e pode ser aperfeiçoado com mecanismos adicionais como rolamentos para maior suavidade no desempenho.

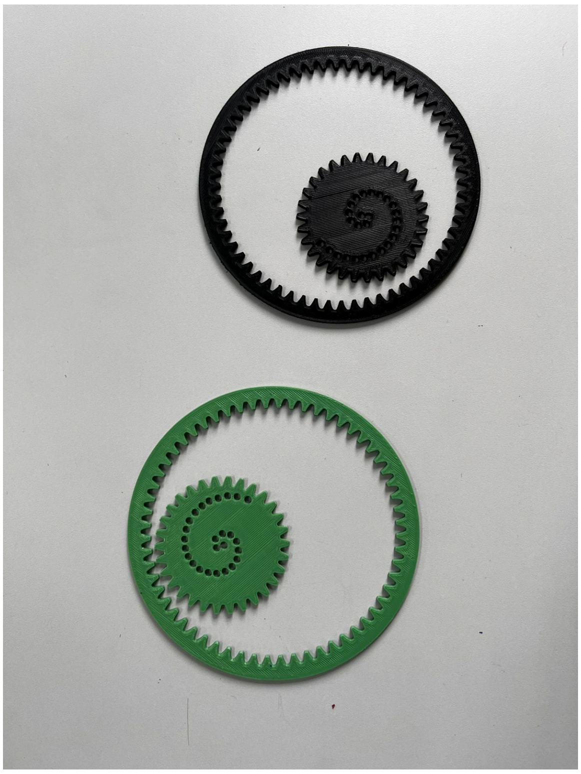
No Engrenagem de La Hire[30], a elipse é produzida por meio do movimento coordenado de engrenagens que transferem a rotação de um eixo principal para um ponto excêntrico, isto é, um ponto que não coincide com o centro da roda dentada. Essa excentricidade corresponde à distância entre o centro da engrenagem e o ponto onde o lápis

[30] A principal diferença entre o modelo descrito na revista *Le Petit Inventeur* e o elipsógrafo do tipo Engrenagem de La Hire fabricado para esta pesquisa está na disposição dos orifícios para o encaixe do lápis. No modelo da revista, os buracos presentes na engrenagem menor são alinhados radialmente, enquanto, no modelo construído, esses orifícios foram dispostos em forma de espiral. Essa alteração modifica as possibilidades de variação do ponto de escrita, permitindo um número maior de configurações de excentricidade e, portanto, diferentes elipses. Ainda assim, o princípio geométrico do mecanismo é mantido, resultando em traçados que preservam a característica elíptica da curva produzida.

é fixado, e é justamente ela que determina a forma da elipse traçada. Do ponto de vista matemático, a excentricidade de uma elipse é definida por $e = \frac{c}{a}$, onde a representa a medida do semi-eixo maior e c corresponde à distância do centro da elipse a um de seus focos. Os focos são dois pontos fixos situados no interior da elipse, sobre o eixo maior, que possuem a propriedade geométrica de que a soma das distâncias de qualquer ponto da curva a esses dois pontos é constante. Assim, ao aumentar a distância excêntrica no mecanismo, obtêm-se elipses mais alongadas (maior valor de e); ao reduzi-la, a elipse aproxima-se gradualmente de uma circunferência (menor valor de e).

Desse modo, a engrenagem de La Hire evidencia, de maneira visual e manipulável, como a variação de parâmetros geométricos se traduz diretamente na forma da curva, articulando princípios mecânicos e propriedades conceituais fundamentais da elipse.

Figura 21 - Elipsógrafo de La Hire adaptado



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025).

Esse modelo geral (Figura 21) explica a forma do movimento, cuja precisão é possível graças ao engrenamento rigoroso e ao controle das rotações relativas das rodas dentadas. Os parâmetros do elipsógrafo em trem de engrenagens estão diretamente relacionados às características geométricas da elipse produzida, principalmente aos comprimentos dos eixos maior e menor. Considere os parâmetros:

R: raio da engrenagem fixa central,

r: raio da engrenagem móvel,

***θ*:** ângulo de rotação da engrenagem fixa,

***d*:** distância do ponto traçador ao centro da engrenagem móvel.

As equações paramétricas que descrevem o movimento do ponto traçador são:

$$x(\theta) = (R + r)cos(\theta) - d\,cos(R + r\theta)$$
$$y(\theta) = (R + r)sen(\theta) - d\,sen(R + r\theta)$$

Essas equações expressam a combinação da rotação da engrenagem fixa com a rotação adicional da engrenagem móvel, resultando no traçado de uma elipse pelo ponto traçador. O ajuste dos parâmetros R, r e d permite variar as dimensões da elipse desenhada.

- A medida do eixo maior a da elipse corresponde aproximadamente à soma dos termos envolvendo $(R + r)$ e d, que definem os extremos do traçado no eixo horizontal.
- A medida do eixo menor b da elipse está relacionada à diferença entre esses termos, que condiciona o estreitamento na direção vertical.

Mais formalmente, ajustando os parâmetros R, r e d temos o comprimento do eixo maior é proporcional a $(R + r) + d$ e o comprimento do eixo menor é proporcional a $|(R + r) - d|$. Assim, ao alterar o valor de d, a distância do ponto traçador ao centro da engrenagem móvel, ou o tamanho relativo das engrenagens R e r, é possível modificar a excentricidade e a proporção dos eixos da elipse desenhada.

Essa relação permite o ajuste mecânico fino para obter elipses com diferentes características geométricas, tornando o elipsógrafo um instrumento versátil e preciso para traçados elípticos.

3.5 Comparação Entre os Modelos de Elipsógrafos

As análises comparativas entre os modelos são feitas sob a perspectiva da Geometria Analítica e da Mecânica moderna, utilizando conceitos como equações paramétricas, semi-eixos e razões de giro. Embora esses instrumentos tenham sido construídos entre os séculos XVI e XIX, seus criadores provavelmente não possuíam a formalização matemática atual, baseando-se mais na Geometria Sintética e na Mecânica descritiva. A aplicação de notações e conceitos modernos funcionam aqui como ferramenta interpretativa, permitindo comparar os mecanismos e validar suas propriedades geométricas, sem reproduzir a visão original de seus inventores.

Os quatro modelos de elipsógrafos, o Elipsógrafo de Fio, o Aparelho de Rubor, o elipsógrafo de engrenagens angulares e o Elipsógrafo de La Hire representam diferentes momentos e níveis de sofisticação na evolução dos instrumentos destinados ao traçado preciso de curvas elípticas. Cada dispositivo incorpora, à sua maneira, uma tradução mecânica dos princípios matemáticos que definem a elipse, variando quanto à complexidade construtiva, à precisão obtida e ao tipo de movimento gerado.

O Elipsógrafo de Fio constitui o modelo mais simples entre os analisados, baseando-se diretamente na definição geométrica da elipse como o conjunto dos pontos cuja soma das distâncias aos focos permanece constante. Ao utilizar um fio preso nos focos e tensionado por um lápis, transforma-se a propriedade fundamental da elipse em um movimento manual contínuo. A curva obtida reflete fielmente a condição que a caracteriza, porém sua precisão depende da estabilidade do fio e da habilidade de quem realiza o traçado. Apesar de sua simplicidade, o método é extremamente eficaz para fins didáticos, pois evidencia de forma concreta a relação entre os elementos fundamentais da elipse.

Os elipsógrafos mecânicos, como o Aparelho de Rubor, possuem um ponto de desenho que descreve a elipse de forma direta, com base em equações paramétricas dependentes de um único parâmetro angular. O Aparelho de Rubor utiliza o princípio da barra de trammel (ou compasso de marceneiro), no qual dois pontos deslizam em eixos perpendiculares, forçando um terceiro ponto a traçar a elipse com precisão.

Já os elipsógrafos com engrenagens angulares, como o elipsógrafo engrenagem de La Hire, apresentam movimentos mais elaborados, resultantes da combinação de rotações e translações controladas pela relação entre o número de dentes e os diâmetros das engrenagens. Nesses mecanismos, a posição da ponta de escrita é determinada por uma parametrização composta. A Engrenagem de La Hire, em particular, utiliza a relação de transmissão entre múltiplas engrenagens para gerar as razões angulares que permitem o traçado de elipses ou de outras curvas complexas.

O modelo analítico de mecanismos de engrenagens evidencia como a interação de dois ou mais movimentos circulares, cujas razões angulares são dependentes, pode gerar elipses. De acordo com Courant e Robbins (1996), a composição de funções trigonométricas, especialmente na forma paramétrica, é fundamental para descrever as propriedades geométricas como eixos, focos e excentricidades. A Engrenagem de La Hire e o Elipsógrafo com Engrenagens Angulares representam uma realização prática dessa composição funcional, aplicando conceitos matemáticos diretamente em mecanismos de desenho.

A variação de parâmetros mecânicos, como o posicionamento dos pivôs, a proporção das engrenagens e a distância excêntrica, corresponde à variação dos parâmetros matemáticos a e b, determinando a forma final da curva gerada. Desse modo, esses dispositivos funcionam como modelos físicos de expressões matemáticas, permitindo visualizar como ajustes concretos resultam em transformações geométricas.

Por fim, a comparação entre os modelos destaca a sofisticação do sistema de Wythes, cuja complexidade estrutural permite não apenas o traçado de elipses, mas também de curvas epicicloidais e espirais. Desse modo, o estudo dos elipsógrafos, em suas diversas versões, evidencia seu valor histórico, pedagógico e científico, consolidando-os como exemplos notáveis da transição entre a matemática teórica e sua aplicação tecnológica.

4 A ELIPSE EM MOVIMENTO: CULTURA MATERIAL E ENSINO

A presente etapa da pesquisa corresponde à fase de intervenção didática, realizada sob a forma de atividades piloto, com o objetivo de explorar o potencial pedagógico dos elipsógrafos reconstruídos em 3D e do material didático elaborado. As ações buscaram articular os fundamentos históricos, matemáticos e tecnológicos discutidos nos capítulos anteriores à prática educativa em contexto real de ensino.

A intervenção, caracterizada como atividade didática piloto, foi realizada em outubro de 2025, no Laboratório de Ensino de Matemática Malba Tahan (Figura 22), em uma escola de Belo Horizonte (MG). Essa ação proporcionou um ambiente de aprendizagem colaborativo, que favoreceu a observação, a manipulação de instrumentos e a reflexão sobre o processo de construção da elipse.

Figura 22 - Laboratório de Ensino de Matemática Malba Tahan

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

Com o propósito de adaptar o material didático e os procedimentos metodológicos à realidade escolar, a atividade foi realizada com um grupo de dez estudantes do Ensino Médio, oito alunos do 3º ano e duas alunas do 2º ano, com idades entre 17 e 18 anos. Os participantes foram convidados a integrar o estudo piloto, razão pela qual pertencem a turmas distintas. Todos já haviam tido contato prévio com a elipse em aulas de Física, sobretudo em temas relacionados ao movimento orbital e lei de reflexão; contudo, não possuíam a definição matemática formal da curva.

Para a execução das atividades, os alunos foram organizados em três grupos, sendo dois grupos de três integrantes e um grupo composto por quatro participantes, de modo a favorecer o trabalho colaborativo e a exploração prática dos dispositivos estudados. Foram 8 atividades pilotos em 6 encontros, com duração variada de 1hora/aula a 2 horas/aula, considerando que 1hora/aula equivale a 50 min.

A seguir, apresenta-se o Quadro 2 que sistematiza o tempo de desenvolvimento das atividades e os objetivos previstos para cada aula. As aulas propostas na revista ***A Redescoberta dos Elipsógrafos*** constituem parte do recurso pedagógico que fundamenta as atividades didáticas, em consonância com as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio, especialmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento geométrico, à compreensão de representações matemáticas e à articulação entre teoria e prática. Ressalta-se que, no âmbito do projeto piloto, as aulas VII e VIII não foram realizadas, e estão detalhadas no Apêndice C.

Quadro 2 - Atividades Práticas no Laboratório de Ensino de Matemática

ATIVIDADES PILOTO DA HISTÓRIA À ELIPSE				
Encontro	**Data**	**Duração**	**Aula**	**Objetivo**
1	27/10	1hora/aula 2 horas/aula	**1º momento:** Bate papo com os alunos sobre a importância da pesquisa na História da Matemática. **2º momento:** Aula I - Revista *Le Petit Inventeur*	Compreender a importância da pesquisa histórica para a construção e compreensão dos conceitos matemáticos. Levar o estudante a reconhecer a Matemática como um conhecimento produzido historicamente, por meio da leitura e discussão de narrativas historiográficas, compreendendo-a como parte da cultura humana e não como um saber pronto e descontextualizado.
2	28/10	1 hora/aula	Aula II - Cone de Apolônio	Compreender como as curvas cônicas (elipse, parábola e hipérbole) surgem a partir da interseção de um plano com um cone, retomando o papel de Apolônio de Perga na sistematização dessas formas e utilizando um quebra-cabeça geométrico como recurso para

ATIVIDADES PILOTO DA HISTÓRIA À ELIPSE				
				reconstruir, de maneira investigativa, essa história.
3	28/10	2 horas/aula	Aula III - Os elementos da Elipse (Construção de um jardim elíptico)	Construir a elipse por meio do uso de barbante e pinos, de modo que os estudantes identifiquem e compreendam, de forma visual e manipulativa, seus elementos fundamentais (focos, eixos e excentricidade) como resultado da própria definição geométrica.
4	29/10	2 horas/aula	Aula IV, V e VI	Explorar a construção da elipse utilizando o aparelho de Rubor, impresso em 3D, para que os estudantes compreendam a geração do traçado elíptico como resultado de um movimento mecânico vinculado a uma definição geométrica, articulando conceito e materialidade.
5	30/10	1hora/aula	Aula IX	Utilizar o elipsógrafo de Engrenagem de La Hire para gerar o traçado da elipse, permitindo aos estudantes relacionar o mecanismo físico à definição geométrica e aos elementos constitutivos da curva.
6	30/10	1 hora/aula	Aula X	Promover a reflexão consciente sobre o processo de construção da elipse e sobre o papel histórico dos instrumentos matemáticos, levando o estudante a reconhecer o aprender como experiência situada, articulando gesto, conceito e memória histórica.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Cada encontro proposto nesta atividade possui um objetivo específico, articulado ao objetivo geral: investigar os elipsógrafos como instrumentos históricos e tecnológicos, analisando suas dimensões construtivas, funcionais e didáticas, tomando a revista *Le Petit Inventeur* como fonte documental e cultural relevante.

Com isso, busca-se adequar o material didático e os procedimentos metodológicos à realidade dos alunos, qualificando a prática pedagógica e fortalecendo o caráter formativo da pesquisa. A seguir, apresentamos como se desenvolveram cada um dos encontros.

4.1 Encontro 1 - Conectando a História das revistas de 1923 à 1925

Antes dos alunos colocarem as mãos na massa, receberam algumas instruções, descritas no quadro 3.

Quadro 3 - Preparação para as aulas do Projeto Piloto

Conversa inicial com os alunos sobre o Projeto Piloto no Laboratório.
Antes de começarmos a atividade, é importante entender que nosso estudo será organizado em aulas (1 a 10), tempo estimado de 50 min por aula. Cada AULA foi pensada para que você descubra, observe e construa conhecimentos passo a passo, sem pressa e com entendimento. A Matemática que vamos explorar aqui não é apenas feita de números e fórmulas: ela está presente em objetos, movimentos e formas ao nosso redor. Como vamos trabalhar? ● Primeiro, vamos conversar sobre o que é uma revista francesa de 1925, o cone de Apolônio, elipses e onde ela aparece no nosso cotidiano. ● Depois, vamos montar e observar o funcionamento do elipsógrafo. ● Em seguida, vamos experimentar na prática: desenhar, medir, comparar e refletir. ● Por fim, vamos compartilhar o que descobrimos e construir juntos as conclusões. Tudo será feito de forma colaborativa. Você não precisa saber tudo de imediato: o importante é explorar, perguntar, observar e participar. Então, prepare-se para aprender de um jeito diferente: com entendimento, criatividade e mãos à obra!

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A primeira etapa do estudo piloto teve como objetivo estabelecer a conexão entre História da Matemática e Geometria Analítica, utilizando fontes primárias e artefatos históricos como recursos de aprendizagem. Para isso, foi apresentado aos estudantes o artigo traduzido na revista: *A Redescoberta dos Elipsógrafos* (Apêndice C) e em anexo apêndice A, como estratégia para contextualizar historicamente esses dispositivos e sua presença na cultura científica no início do século XX, especialmente no período entre guerras (1923–1930), marcado pelo entusiasmo tecnológico e pela valorização da experimentação manual.

A atividade piloto propôs articular a dimensão histórica com o estudo teórico da geometria da elipse, promovendo uma experiência interdisciplinar no Laboratório de Ensino de Matemática Malba Tahan.

A partir da leitura do artigo traduzido, os alunos foram convidados a reconstruir a trajetória da elipse como objeto científico e cultural, compreendendo como a divulgação científica contribuiu para a popularização de saberes geométricos. A experiência buscou desenvolver um olhar crítico sobre a construção do conhecimento matemático, explorando a relação entre teoria, prática e mediação técnica. A atividade foi estruturada em três momentos interligados, conduzidos no laboratório, como mostra o Quadro 4.

Quadro 4 - Aula I do projeto piloto

AULA I - Revista *Le Petit Inventeur*
1º momento - Explorando a Matemática e a História na França no Período Entre guerras. (20 min) **2º momento -** Leitura Guiada: Artigo de 1925. (40 min) 

3º momento - Debate e Reflexão (40min) Após a leitura, algumas perguntas para refletir e registrar suas ideias, de forma oral ou escrita: ● Quais curiosidades o artigo desperta sobre a prática da Matemática na época? ● Por que esse tipo de publicação existia em 1925? ● O que você aprendeu com o artigo? ● Você sabe o que é uma elipse? ● Você sabia que é possível desenhar uma elipse com estes instrumentos? ● Quais tipos de elipsógrafos existem no artigo? ● Por que você acha que esse tipo de publicação existia há exatos cem anos, ou seja, no ano de 1925? ● O que permanece atual nessa relação entre “mão, mente e máquina"?

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

O Momento inicial consistiu em uma contextualização histórico-cultural sobre a França no período entre guerras. O objetivo foi apresentar um panorama da nação pós-Primeira Guerra Mundial e de situar o surgimento da revista *Le Petit Inventeur* nesse cenário. A discussão destacou três eixos fundamentais, conforme mostra o Quadro 5.

Quadro 5 - Eixos fundamentais do surgimento da revista francesa

Eixos Fundamentais	Panorama
Necessidade de reconstrução:	o papel da tecnologia e da engenharia como pilares para a recuperação econômica e industrial francesa.
Crise de 1929 e tensões sociais:	análise de como o aumento do desemprego e as disputas ideológicas da década de 1930 criaram um ambiente onde a inovação e o domínio técnico eram vistos como símbolo de ascensão social e de força nacional (Berstein, 1991).

O "Pequeno Inventor":	reflexão sobre a função social de um periódico que buscava "dar oportunidades aos pequenos inventores", promovendo a cultura do "*Faire soi-même*" ou bricolage, essencial para a autonomia e a inovação técnica no período.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

O segundo momento envolveu a realização de uma visita guiada ao repositório digital da *Gallica*, biblioteca digital da Biblioteca Nacional da França (BNF). No telão da sala foi transmitido a revista (Apêndice C), além disso, nas páginas iniciais da atividade, tem um *QR code* com o endereço eletrônico do repositório, para facilitar o acesso dos estudantes a essa fonte histórica direta.

Os estudantes foram orientados a navegar na *Gallica* para localizar e explorar a revista *Le Petit Inventeur*. Em seguida, discutiu-se a relevância dos repositórios digitais enquanto fontes primárias para a pesquisa em História da Matemática, destacando seu papel na preservação, acesso e difusão de documentos históricos. E depois analisar o contexto editorial e iconográfico da revista, identificando o público-alvo, o formato de diagramação e o uso de imagens (diagramas, invenções, desenhos).

De acordo com Saito (2015a), atividades que articulam a análise de instrumentos, documentos e fontes históricas contribuem para desenvolver nos estudantes uma postura crítica diante da materialidade produzida em diferentes contextos culturais. Inspirada nessa perspectiva, esta imersão prática teve como objetivo estimular a leitura crítica de fontes históricas e promover a articulação entre a materialidade da imprensa ilustrada, como diagramas e títulos, e o contexto sociotécnico da época, favorecendo a compreensão do valor documental e educacional dos arquivos históricos. A fase central da experiência consistiu na leitura guiada em português (tradução da revista) e análise do artigo "Os Elipsógrafos", publicado em 1925. A leitura concentrou-se na análise da linguagem e da retórica de divulgação científica utilizadas no texto, destacando os seguintes aspectos.

A análise da fonte permitiu identificar o conceito de elipse de forma acessível ao público por meio do método do "jardineiro", no qual o traçado com cordão materializa a definição geométrica da curva. Observou-se também que a diagramação da revista desempenhava papel fundamental nesse processo, ao combinar explicações textuais claras, diagramas engenhosos e um tom convidativo que articulava informação e entretenimento, facilitando a apropriação do saber técnico pelos leitores.

A primeira experiência didática piloto promoveu o ensino da elipse, ao articular o diálogo entre história, tecnologia e prática pedagógica. A triangulação entre o panorama histórico da França entre guerras, a exploração do repositório *Gallica* e a análise da fonte primária permitiu aos estudantes transcender a simples descrição dos fatos, desenvolvendo competências de interpretação histórica e epistemológica.

A atividade possibilitou compreender a imprensa técnico-científica popular como um veículo de cultura e de formação da mentalidade inventiva, reforçando o potencial das fontes históricas e da cultura material como recursos didáticos no ensino contemporâneo da Matemática.

4.2 Encontro 2 - Classificação das Seções Cônicas

Após a discussão teórica sobre o papel da revista *Le Petit Inventeur* em divulgar princípios geométricos de forma prática, a atividade com o quebra-cabeça em 3D[31] foi proposta como uma etapa de materialização do conhecimento. Assim, o segundo encontro foi dedicado à materialização das seções cônicas com o uso de um quebra-cabeça 3D do Cone de Apolônio. O recurso é composto por cinco peças impressas em filamento PLA, sendo uma peça central que simula o eixo do cone (ou o cone em si) e quatro peças secantes que, quando montadas, formavam o sólido (Figura 23).

Figura 23 - Quebra cabeça feito na impressora 3D: o cone de Apolônio

[31] Link para o molde do Cone de Apolônio: https://cults3d.com/pt/modelo-3d/ferramentas/cono-de-apolonio-curvas-conicas/designs-similares

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

A atividade, realizada em 1 hora/aula, como mostra o Quadro 6, teve como objetivo aproximar os estudantes das cônicas, permitindo que visualizassem e manipulassem cortes reais no cone.

Quadro 6 - Aula II do projeto piloto

AULA II - Cone de Apolônio
Etapa 1 – Montagem do quebra-cabeça O quebra-cabeça foi entregue aos grupos com as seguintes instruções: 1. Montar atentamente as peças, observando o modo como cada seção se conecta à peça central. 2. Analisar a forma final obtida, identificando o cone e seus elementos estruturais. 3. Reconhecer, nas peças individuais, os diferentes tipos de cortes que originam as cônicas.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A reação inicial dos alunos foi de curiosidade e, em alguns casos, de hesitação perante o objeto tridimensional. O manuseio do quebra-cabeça exigiu uma atenção e um raciocínio espacial, percepção de volumes e coordenação fina, habilidades pouco mobilizadas na geometria plana tradicional.

Montagem e Raciocínio Espacial: Os estudantes perceberam que o desafio não estava apenas em encaixar as peças, mas em compreender a lógica geométrica do cone e para isto, era necessário alinhar corretamente as faces secantes, localizar o papel da peça central, visualizar cada peça como um corte real em um sólido, e não como uma forma plana. Essa etapa provocou debates espontâneos sobre orientação, ângulo e inclinação, conceitos essenciais para a compreensão das cônicas.

A Revelação do Cone: Uma vez montadas as cinco peças (quatro secantes + a base/eixo), o objeto final, o cone, conforme idealizado por Apolônio, foi revelado. O uso da peça central (coluna/eixo) como referência ajudou a fixar a ideia de que a variação do corte (o plano secante) é que define as diferentes curvas.

Análise das Secções Cônicas: Com o cone montado, cada peça secante foi analisada individualmente, como mostra o Quadro 7.

Quadro 7 - Condições de cortes das seções cônicas

Seção Cônica	Condição Geométrica (Ângulos)	Condição de Corte
Círculo	O plano é perpendicular ao eixo do cone .	Intercepta apenas uma folha e todas as geratrizes; curva fechada
Elipse	O plano é oblíquo ao eixo e intercepta apenas uma folha do cone.	Intercepta todas as geratrizes em uma única folha. É uma curva fechada.
Parábola	O plano é paralelo a uma das geratrizes do cone.	Intercepta uma folha e é uma curva aberta, estendendo-se ao infinito.
Hipérbole	O plano é paralelo ao eixo do cone.	Intercepta duas folhas do cone em uma curva distinta e aberta.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

A atividade com o quebra-cabeça 3D do Cone de Apolônio funcionou como um poderoso artefato mediador, preenchendo a lacuna entre a História da Matemática, cultura material e visualização geométrica, conforme descreve Saito e Fossa (2012):

> Ao trabalhar com instrumentos, modelos e materiais concretos, o estudante pode perceber que a Matemática não é apenas um conjunto de símbolos e definições abstratas, mas uma prática cultural produzida historicamente. Os artefatos matemáticos tornam visíveis as formas pelas quais determinados conceitos foram materializados, permitindo compreender que o conhecimento matemático se constrói em meio a contextos, técnicas e necessidades específicas de cada época. (Saito; Fossa, 2012, p. 45)

A atividade introdutória destinada à compreensão dos fundamentos das seções cônicas, realizada por meio do *Quebra-Cabeça do Cone de Apolônio*, configurou-se como um recurso didático lúdico que permitiu visualizar de maneira concreta, como diferentes cortes efetuados em um cone resultam nas distintas curvas cônicas. Essa etapa inicial proporcionou a construção de uma estratégia didática para a posterior exploração e manuseio dos diversos modelos de elipsógrafos nos encontros subsequentes.

Os alunos relataram que a manipulação do objeto tornou o conceito de seção cônica imediatamente mais intuitivo do que a simples observação de diagramas em 2D. O quebra-cabeça geométrico, composto por peças que precisam ser ajustadas para revelar a o cone completo, mostrou-se um recurso especialmente eficaz, pois exigia experimentação, tentativa e erro, coordenação espacial e tomada de decisões. Essa atividade manual favoreceu a percepção da elipse não apenas como uma figura estática, mas como um resultado material da interação entre movimentos, superfícies e vinculações geométricas.

A experiência reforçou a compreensão conceitual ao unificar as cônicas a partir de um mesmo processo geométrico, aproximando-se do modo como os estudantes puderam construir a elipse com as próprias mãos. Além disso, evidenciou a relevância do "fazer" e do "tocar" no processo de aprendizagem, ecoando a mentalidade de invenção, exploração e bricolagem defendida pela revista *Le Petit Inventeur*.

4.3 Encontro 3 - Construindo um Jardim Elíptico

Ao concluir essa atividade de construção de um Jardim Elíptico, os alunos estavam preparados para compreender que a elipse não é apenas um objeto algébrico, mas o resultado de um movimento, de uma interseção e de uma estrutura mecânica, ideia que seria explorada no Encontro 3, com a construção de um "jardim elíptico" e o uso dos diferentes elipsógrafos.

4.3.1 Traçado com Barbante e Estacas

A atividade prática iniciou-se com os alunos reunidos ao redor de uma mesa, onde estavam dispostos os materiais: dois pinos, um pedaço de barbante e uma placa de isopor (Figura 24). Após a leitura da Aula III – Os Elementos da Elipse, os estudantes foram convidados a refletir sobre como um jardineiro poderia demarcar um jardim elíptico utilizando apenas esses recursos.

A proposta se inspirava diretamente no trecho da revista de 1925 que descrevia o jardineiro instalando duas estacas no solo, amarrando as pontas de um cordão e traçando a curva mantendo o barbante estendido, veja o Quadro 8.

Quadro 8 - Aula III do projeto piloto

AULA III - Construindo um Jardim Elíptico
Imagine um jardineiro contratado para construir um jardim em forma de elipse (Figura 24). Ele possui: – 2 estacas, – 1 barbante de 8 metros, – 1 lápis, – 1 fita métrica, – 1 balde de cal.

Atividades:

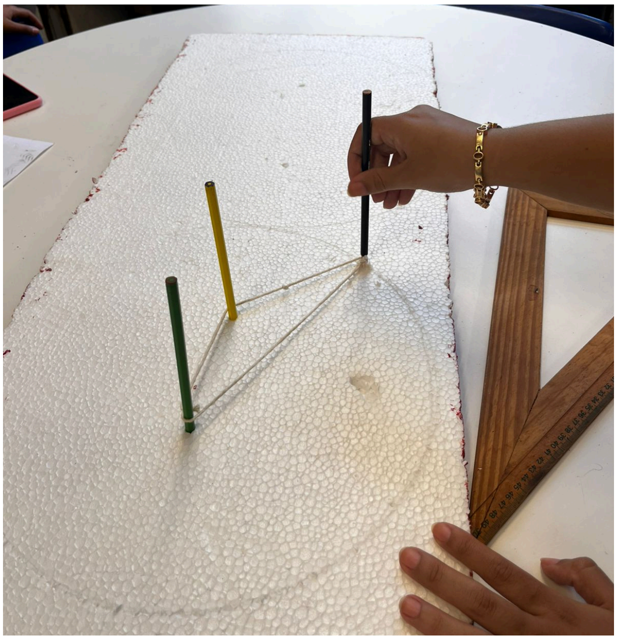
1. Criar um método para a marcação do jardim elíptico.
2. Desenhar a elipse com os materiais disponíveis.
3. Indicar na figura os elementos da elipse.
4. Determinar a equação da elipse.

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Após momentos de observação, tentativa e discussão coletiva, uma das alunas sugeriu que as estacas fossem fixadas no isopor e que as pontas do barbante fossem presas a elas, de modo que o lápis se movimentasse mantendo o barbante esticado. A estratégia se mostrou eficiente: ao deslizar o lápis mantendo a tensão constante, o grupo conseguiu traçar a curva elíptica no isopor, compreendendo, pela prática, a relação entre a definição da elipse e o papel dos focos em sua construção, como mostra a Figura 24.

Embora os estudantes já reconhecessem a elipse como forma geométrica, não dominavam sua definição matemática formal; foi esse processo de experimentação que permitiu aproximá-los da estrutura conceitual que fundamenta a curva.

Figura 24 - Traçando a elipse com barbante



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

Durante a construção, os estudantes começaram a reconhecer intuitivamente que: os focos são pontos fixos fundamentais, a soma das distâncias $\overline{|PF_1|} + \overline{|PF_2|}$ deve permanecer constante, a direção em que a curva se alonga depende da posição dos focos, a tensão do barbante garante o traçado da elipse.

A retomada após o traçado, permitiu o desenvolvimento conceitual da elipse, identificando na figura: os focos, o eixo maior, o eixo menor, o centro da elipse, e a forma da curva. Assim, os estudantes puderam aprender de forma concreta a definição da elipse, percebendo a coerência entre gesto, materialidade e conceito matemático.

O método aplicado pelos estudantes reproduz o procedimento descrito no artigo da revista *Le petit Inventeur*, que traz um parágrafo[32] de como o jardineiro em 1925 traçava um jardim elíptico:

> Para saber o que é, do ponto de vista matemático, uma elipse, olhemos o jardineiro quando ele procede ao traçado de um maciço elipsoidal. Após ter plantado na terra duas estacas, ele prende as duas pontas de uma corda contra a

[32] O texto original em francês: Pour savoir ce qu'est, du point de vue mathématique, une ellipse, observons le jardinier lorsqu'il procède au tracé d'un massif en forme d'ellipse. Après avoir planté en terre deux piquets, il attache aux deux l'extrémité d'une ficelle contre laquelle il appuie un bâton pointu pour tracer un léger sillon. S'il prend la précaution de tourner en veillant à ce que la ficelle reste toujours tendue, rien de plus simple : il obtiendra une ellipse.

> qual apoia um bastão pontiagudo, servindo-lhe para traçar no chão um leve sulco. *(Le Petit Inventeur*, 24 de nov. 1925). Tradução feita pela autora.

Essa conexão histórica reforçou a ideia de que práticas mecânicas simples foram fundamentais para a compreensão geométrica antes da formalização algébrica. Conforme argumenta Saito (2013), o trabalho com artefatos e objetos históricos permite compreender a Matemática como uma prática cultural situada, na qual os conceitos são produzidos e corporificados por meio de técnicas, instrumentos e gestos. De modo convergente, Pereira (2021) destaca que processos de manipulação de instrumentos matemáticos e experimentação favorecem a construção de significados, pois aproximam o estudante da gênese concreta dos conceitos, deslocando a aprendizagem de um plano puramente abstrato para um plano experiencial e investigativo.

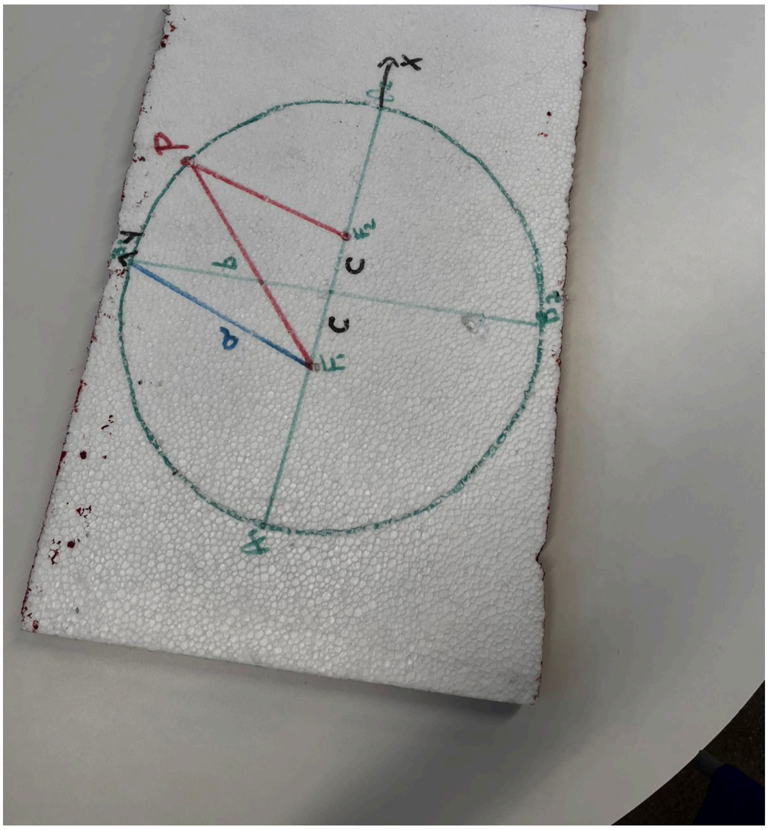
Desse modo, a atividade com o elipsógrafo do jardineiro e o quebra-cabeça reforça a importância da cultura material na aprendizagem matemática, ao tornar visível e palpável aquilo que, muitas vezes, aparece apenas como formulação simbólica.

4.3.2 Do Traçado à Representação Algébrica da Elipse

Com a elipse já desenhada no isopor, a atividade avançou para a conexão entre representação geométrica e representação algébrica. Os estudantes mediram o eixo maior como sendo $(2a)$, o eixo menor $(2b)$, e localizaram os focos pelo Teorema de Pitágoras.

A partir daí, puderam determinar a equação canônica da elipse, como mostra a Figura 25, relacionando diretamente o resultado do movimento mecânico com sua descrição analítica no plano cartesiano. Os estudantes repetiram o traçado variando a distância entre as estacas e percebendo que focos mais próximos geram elipses mais arredondadas, focos mais afastados geram elipses mais alongadas. Essa experimentação permitiu compreender empiricamente a excentricidade, sem a necessidade de recorrer à fórmula, mas percebendo-a como uma propriedade da forma.

Figura 25 - No isopor os elementos da elipse



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

A atividade permitiu consolidar a compreensão de que a elipse não emerge apenas como um objeto algébrico abstrato, mas como o resultado direto de um procedimento mecânico, dependente de condições geométricas específicas que orientam seu traçado. Ao visualizar o movimento orientado pelo barbante, os estudantes perceberam que a expressão analítica da elipse constitui uma formalização desse movimento, traduzindo em linguagem matemática aquilo que foi construído manualmente.

Conforme discute Saito (2014), instrumentos e dispositivos revelam que o conhecimento matemático também possui dimensões históricas, gestuais e corporais. Nesse sentido, o traçado com barbante funcionou como elemento mediador entre a elipse vivida no movimento realizado com as mãos, a elipse vista no desenho formado no isopor e a elipse descrita matematicamente por meio da equação. Essa articulação evidenciou o potencial didático da materialidade na construção do conceito.

A atividade, portanto, promoveu um ambiente de experimentação, reflexão e colaboração entre os estudantes, reforçando o potencial pedagógico do uso de instrumentos matemáticos históricos no ensino da Matemática. Ao integrar movimento, visualização e simbolização, a atividade mostrou que aprender Matemática pode ser um processo envolvente e significativo, no qual teoria e prática se iluminam mutuamente.

4.4 Encontro 4 - O Elipsógrafo de Rubor como Cultura Material

No quarto encontro, cada grupo recebeu um Aparelho de Rubor[33], reproduzido por impressão 3D, iniciando com um momento de exploração livre para observar o funcionamento do mecanismo e testar os movimentos possíveis do lápis sobre o papel. Em paralelo, projetou-se novamente no telão a versão didática da revista (Apêndice C), para que os estudantes retomassem as instruções propostas nas Aulas IV, V e VI. Essa fase, teve duração de duas horas/aula, de acordo com o Quadro 9.

A proposta das aulas tinha como objetivo permitir que os estudantes percebessem que o traçado de uma elipse com o aparelho de Rubor não é resultado de uma rotação circular, mas da combinação de dois movimentos retilíneos perpendiculares, coordenados pela geometria do mecanismo. Ao manipular o instrumento lentamente, os alunos puderam observar como os pinos deslizavam simultaneamente em direções ortogonais, obrigando o ponto traçador a descrever a curva desejada. Ao longo da prática, surgiram questionamentos sobre o que aconteceria caso um dos pinos fosse bloqueado, ou como pequenas alterações no tamanho do braço ou na distância entre os pinos modificaram a forma da curva. Esses questionamentos foram essenciais para que os estudantes associassem a dinâmica mecânica do instrumento aos princípios matemáticos estudados anteriormente, percebendo que a elipse resulta da soma coordenada de movimentos lineares.

Quadro 9 - Aula IV, V e VI do projeto piloto

AULA IV, V e VI - Aparelho Rubor

[33] O link contém os códigos para a impressão 3D do aparelho de Rubor. Acessem em: https://drive.google.com/drive/folders/1m_-sNGuvC6KVpwZvIlB2o2fhYCZ47ORj?usp=drive_link

1. Agora vamos colocar a mão na massa e desenhar elipses.
2. Para isso, vocês receberão dois elipsógrafos impressos em 3D, primeiro o Elipsógrafo de Rubor.
3. Utilize-o e trace uma elipse Movimente o instrumento lentamente, mostre que o traçado é resultado de dois movimentos retilíneos perpendiculares combinados, e não de uma rotação.
4. O que aconteceria se um dos pinos não pudesse se mover?
5. Como você imagina que a soma desses movimentos resulta em uma elipse?
6. Cada grupo deve construir uma elipse usando o elipsógrafo Rubor, garantindo que o traçado seja suave e completo. A ideia é movimentar o instrumento com calma, observando como o traço vai se formando.

Lembrem-se: o objetivo é que o traçado seja contínuo, suave e completo, sem interrupções.

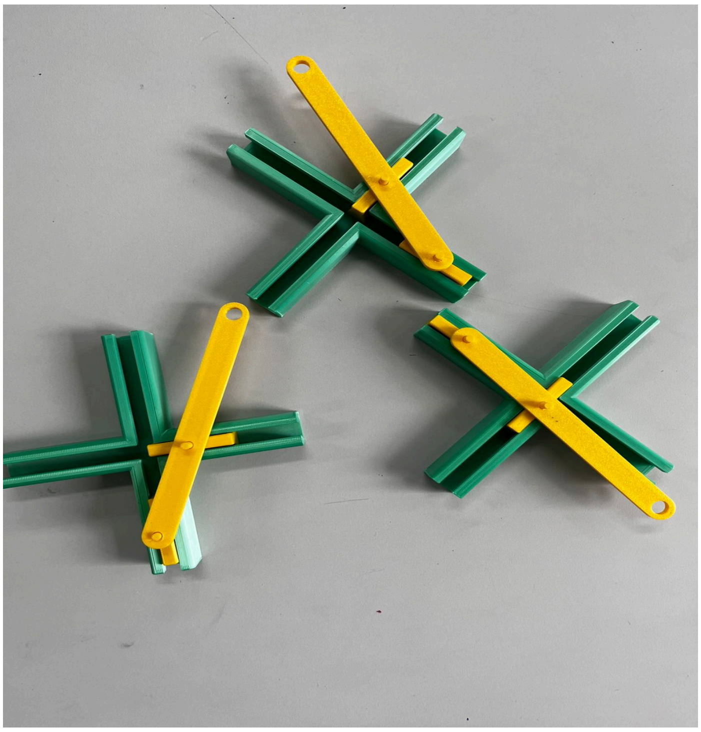
7. O que muda quando o tamanho do braço ou a distância entre os pinos é alterada?
8. Sobre o traçado da elipse, desenhe um sistema de eixos cartesianos (x e y) de forma livre.
9. Como a posição dos eixos é arbitrária a equação da elipse será a mesma?

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

4.4.1 Deslizando com o Aparelho Rubor, o primeiro contato

Os primeiros traçados não resultaram em elipses visualmente precisas, o que levou os alunos a repetirem o processo diversas vezes, ajustando a posição do instrumento e a pressão sobre o papel até obterem uma forma que consideravam satisfatória. Esse processo evidenciou que a construção da elipse exige coordenação fina e regularidade no movimento, aproximando o estudante da percepção de que a curva não é um desenho espontâneo, mas a expressão rigorosa de um mecanismo geométrico (Figura 26).

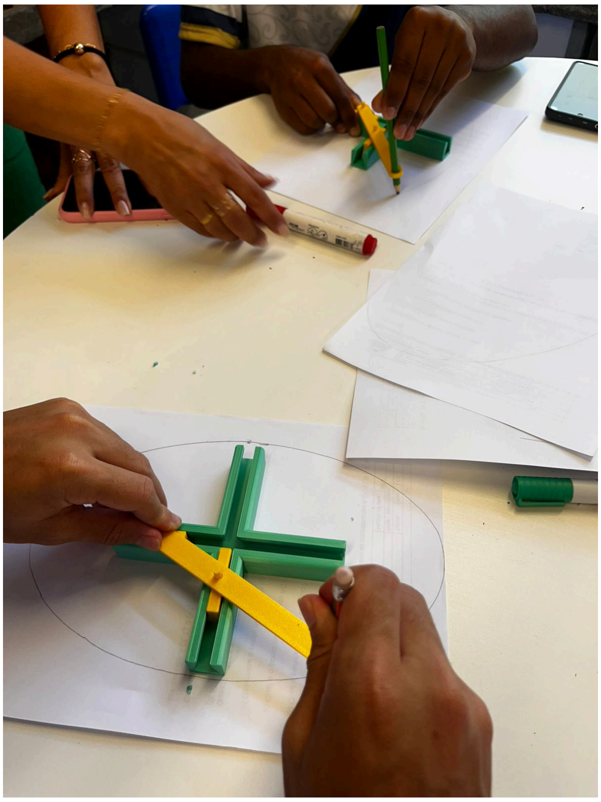
Figura 26 - Aparelho de Rubor adaptado impresso em 3D



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

A articulação entre o aparelho, o texto da revista e o traçado geométrico não se restringe ao uso instrumental, mas integra o que Saito (2014) denomina de dimensão da cultura material no ensino da Matemática. Segundo o autor, “os objetos, instrumentos e artefatos não são neutros; eles carregam modos de ver, conceber e produzir conhecimento matemático” (Saito, 2014, p.45). Assim, o elipsógrafo não foi apenas um recurso para desenhar curvas, mas um mediador que permitiu aos estudantes estabelecer relações entre prática, representação gráfica (Figura 27) e formalização conceitual. A leitura da revista proporcionou o reconhecimento histórico e cultural do instrumento, situando-o como parte de uma tradição pedagógica recreativa e experimental. Dessa maneira, o traçado das elipses deixou de constituir-se apenas como um procedimento técnico, tornando-se uma experiência que integra objeto, gesto, narrativa histórica e construção conceitual no contexto didático.

Figura 27 – Traçado da elipse utilizando o aparelho de Rubor em sala de aula



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

4.4.2 Deslizando até a Equação da Elipse

Com as elipses já construídas, iniciou-se uma nova etapa voltada à articulação entre a representação geométrica e sua expressão algébrica. Os estudantes foram orientados a identificar o eixo maior, o eixo menor e a posição exata dos focos na curva traçada. Em seguida, propôs-se inicialmente que os estudantes desenhassem, de maneira livre, um sistema de eixos cartesianos sobre a elipse.

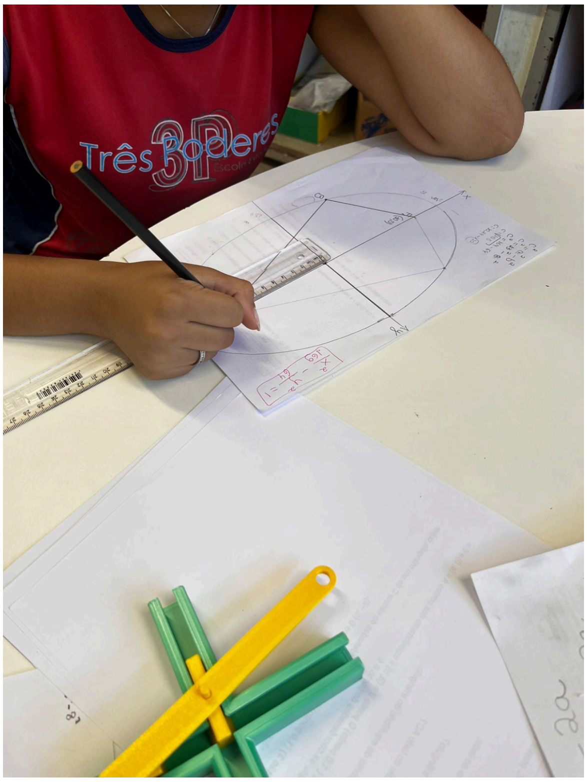
No decorrer da atividade, observou-se que os estudantes produziram desenhos com eixos de diferentes posições e escalas. Embora inicialmente a discussão tenha se concentrado apenas na localização dos eixos, tornou-se evidente que a escolha das escalas também influencia diretamente a forma algébrica da curva. Essa diversidade de produções permitiu problematizar que não é somente a posição dos eixos que determina equações distintas para uma mesma elipse, mas também a relação entre as unidades adotadas em cada direção. O objetivo dessa ação preliminar era justamente evidenciar que a escolha do sistema de referência, tanto em termos de orientação quanto de escala, é, em princípio, arbitrária. Assim, ao posicionar a elipse no plano, compreende-se que a equação que a representa depende da maneira como a curva se relaciona com o sistema coordenado escolhido pelos estudantes.

Após a construção, discutiu-se coletivamente a pergunta: se alteramos a posição dos eixos, a equação da elipse permanece a mesma? Esse questionamento permitiu mostrar que, quando a elipse está centralizada na origem, sua equação assume a forma canônica, mas que, ao deslocarmos ou transladarmos o sistema, ou, equivalentemente, ao deslocarmos a própria elipse, surgem novos termos na equação que expressam essa mudança de posição.

Em seguida, os estudantes receberam o desafio de representar a mesma elipse em um plano cartesiano deslocado do centro. Essa atividade teve como finalidade introduzir, de maneira concreta, a ideia de translação no plano cartesiano, evidenciando que a forma da elipse permanece a mesma, mas os valores que expressam sua posição no sistema de coordenadas se modificam. Assim, a compreensão da equação deixa de ser apenas um formato algébrico e passa a se relacionar diretamente com o gesto de deslocar, observar, comparar e interpretar o desenho.

Durante a atividade, observou-se que nem todos os estudantes conseguiam estabelecer a correspondência entre o traçado geométrico e sua formalização algébrica, sobretudo no caso da elipse transladada (Figura 28). Essa lacuna reforçou a necessidade de integrar visualização, propriedades métricas e linguagem algébrica em momentos sucessivos da intervenção.

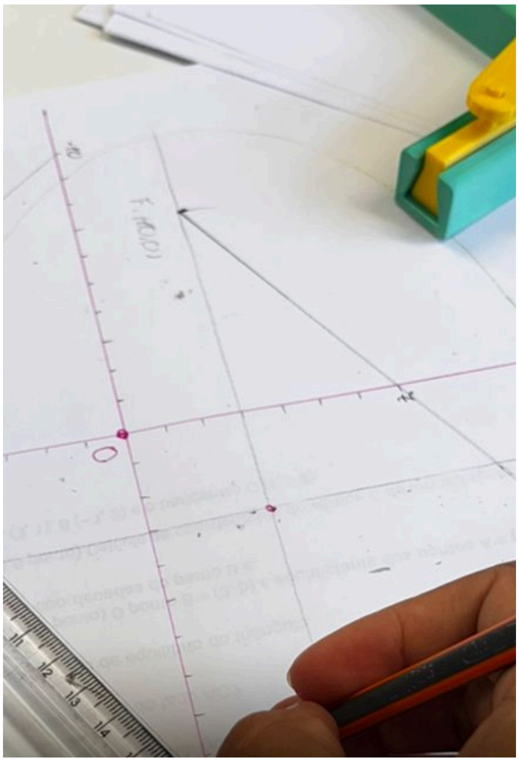
Figura 28 - Do Geométrico para o Algébrico



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

Para superar essas dificuldades, foi proposto a marcação do centro e dos eixos da elipse diretamente no papel, utilizando régua e esquadro, de modo que os estudantes identificassem o eixo maior, o eixo menor e o ponto médio entre eles. Em seguida, sobre esse traçado, foi inserido um plano cartesiano construído manualmente, alinhando o centro da elipse ao par de coordenadas (h, k). Essa etapa permitiu evidenciar que a translação corresponde ao deslocamento do centro da elipse em relação à origem, conduzindo à compreensão da forma algébrica $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$, como mostra a Figura 29.

Figura 29 – Eixos coordenados no traçado da elipse com Aparelho de Rubor



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

Nesse momento, surgiram dúvidas quanto à identificação do ponto médio e à visualização dos eixos após a translação. Para esclarecer, foi traçado um triângulo no plano cartesiano e realizada sua translação uma unidade à direita, permitindo aos estudantes observar a alteração coordenada de cada vértice. Em seguida, repetiu-se o procedimento com uma circunferência, deslocando o centro e acompanhando o reposicionamento dos pontos.

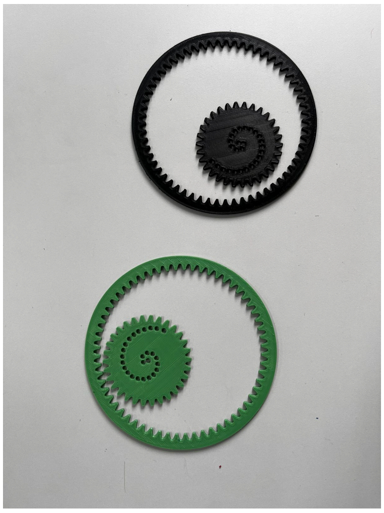
Assim, a atividade consolidou o conceito por meio da experiência direta, levando os estudantes a uma compreensão menos abstrata e mais significativa da elipse. Conforme argumenta Pereira (2022), envolver o corpo, o gesto e o movimento na construção de objetos geométricos favorece a emergência do conceito em sua dimensão prática e inteligível. Saito e Fossa (2012) também afirmam que o uso de instrumentos e artefatos concretos evidencia a Matemática como uma prática cultural, produzida historicamente através de técnicas e dispositivos. Dessa forma, o traçado da elipse deixou de ser apenas uma formalização algébrica e passou a ser uma experiência observável, articulando manipulação, visualização e sistematização conceitual.

A atividade foi concluída com a localização aproximada dos focos, utilizando o Teorema de Pitágoras, $c^2 = a^2 + b^2$, o que reforçou a articulação entre propriedades geométricas e sua expressão analítica. Observou-se que cada grupo obteve uma equação distinta, uma vez que as graduações adotadas e a posição dos eixos variaram conforme a construção manual realizada. Esse resultado mostrou, de forma significativa, que a equação da elipse depende diretamente das escolhas feitas no processo de construção, aproximando os estudantes da compreensão de que a forma algébrica não é um dado pronto, mas uma expressão derivada de relações geométricas concretas.

4.5 Encontro 5 - Movimento, Engrenagens e Traço: Em Construção

Após a primeira atividade com o dispositivo *Rubor*, em que os estudantes puderam observar a formação da elipse por meio de movimentos retilíneos coordenados, iniciou-se uma nova etapa da intervenção, agora com o Elipsógrafo de La Hire[34] (Figura 30). O objetivo desta aula foi aprofundar o processo investigativo, estabelecendo conexões entre o movimento mecânico, o traçado produzido e sua posterior representação algébrica no plano cartesiano. A atividade foi realizada com o mesmo grupo de estudantes, em encontro posterior, retomando elementos já introduzidos e criando condições para um avanço conceitual significativo.

Figura 30 - Elipsógrafo de La Hire



[34] Link para o molde do Elipsógrafo La Hire. Acesse em: http://thingiverse.com/thing:929724

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

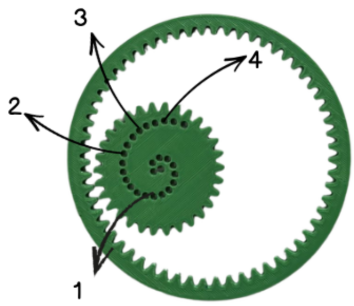
4.5.1 Movimentando o trem[35], o Elipsógrafo de La Hire

A Aula IX do recurso educacional piloto concentrou-se na construção da elipse por meio do elipsógrafo de La Hire. Nessa atividade, os discentes manipularam o dispositivo, discutiam a relação entre o deslocamento e a forma resultante, identificando, de modo intuitivo, a correspondência entre movimentos rotacionais combinados e a produção de uma curva elíptica. Essa articulação entre ação prática, visualização geométrica e formalização matemática favoreceu uma compreensão mais profunda da elipse, distanciando-se de abordagens exclusivamente simbólicas ou procedimentais, de acordo com o Quadro 10.

Quadro 10 - Aula IX do projeto piloto

AULA IX **Traçando com o Engrenagem de La Hire**
Atividades complementares com o Elipsógrafo 1. Comparação entre furos - Desenhar elipses utilizando diferentes pontos de fixação do lápis no elipsógrafo, furos 1, 2, 3 e 4, como mostra a Figura 31. **Figura 31 : Os furos 1, 2, 3 e 4 utilizados na Aula Piloto**

[35] Em Minas Gerais, *"trem"* não é apenas o veículo que circula sobre trilhos. Trata-se de uma palavra-coringa, empregada para designar praticamente qualquer objeto, situação ou acontecimento. Longe de representar uma "bagunça" linguística, esse uso expressa cultura, história e uma estratégia comunicativa própria do falar mineiro, marcada pela economia de palavras e pela força do contexto. Essa ampliação semântica é frequentemente associada à influência do francês *train*, termo relacionado à ideia de conduzir, levar ou carregar algo, o que contribuiu para sua ressignificação no uso cotidiano em Minas Gerais, consolidando-se como um dos traços mais emblemáticos da identidade linguística regional.



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

- Observar como o tamanho e a forma da elipse mudam conforme o ponto escolhido.
- Registrar as diferenças e semelhanças em uma tabela, indicando eixo maior, eixo menor e orientação.
- Discutir: por que a posição do lápis altera a curva resultante?

2. Exploração de múltiplas elipses

   - Sobre o mesmo papel, desenhe várias elipses diferentes.
   - Observar se é possível criar padrões ou composições interessantes usando apenas elipses.

   Predição antes do desenho

   - Para cada furo do elipsógrafo, escreva uma previsão sobre a forma da elipse antes de traçá-la.
   - Depois de desenhar, compare o resultado com a previsão.
   - Registrar observações sobre acertos e surpresas, discutindo possíveis causas das diferenças.

3. Medindo e relacionando eixos

   - Depois de traçar uma elipse, meça o eixo maior e o eixo menor.
   - Calcular a excentricidade aproximada da elipse.
   - Discutir como o mecanismo do elipsógrafo gera essa relação entre eixo maior e eixo menor.

4. Conexão com a representação matemática

   - Com base nas medidas obtidas, escreva a equação canônica da elipse no papel.
   - Observe como a experiência prática auxilia a compreensão da representação algébrica.

5. Exploração artística e criativa

   - Experimente desenhar elipses de diferentes tamanhos e posições para criar composições visuais ou padrões repetitivos.

- Reflita sobre a relação entre matemática e arte, percebendo a beleza das curvas matemáticas.

6. Registro e reflexão final

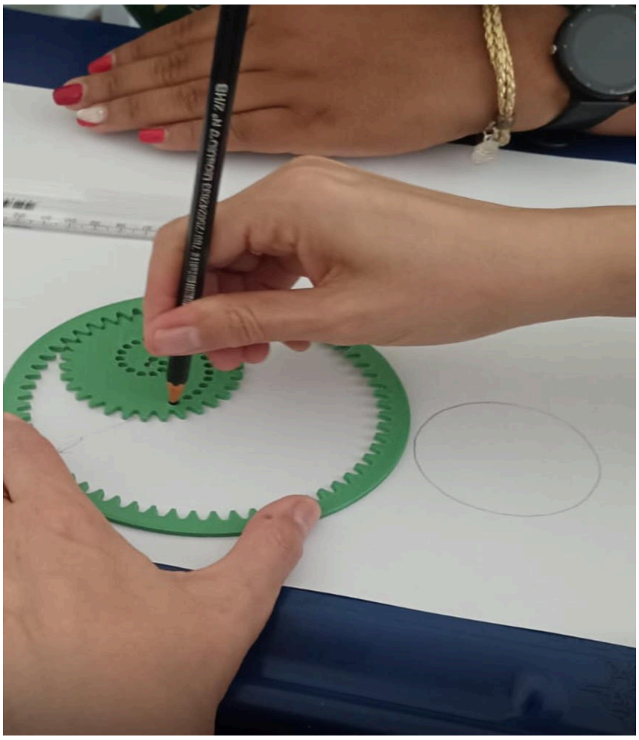
Escrever uma síntese sobre:

- Como a posição do lápis influencia o desenho?
- Qual a relação entre o movimento das engrenagens e a forma da curva?

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Durante o manuseio, cada estudante teve a oportunidade de explorar diferentes pontos de fixação do lápis no elipsógrafo, variando as perfurações da peça e observando as alterações na forma da curva (Figura 32). Perceberam que o deslocamento do ponto traçador modifica proporcionalmente o comprimento dos eixos e a excentricidade da elipse. Essa análise empírica evidenciou, de forma imediata, que a posição do lápis na engrenagem menor influencia diretamente a geometria da curva, mostrando como pequenas alterações no dispositivo se refletem na forma produzida.

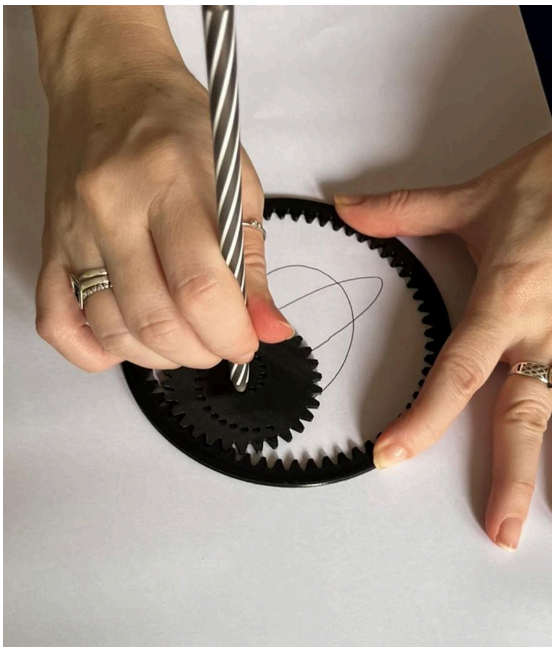
Figura 32 - Traçado com o elipsógrafo de La Hire



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

Ao longo da aula, incentivou-se que os estudantes traçassem diversas elipses na mesma folha de papel, o que lhes permitiu identificar padrões, simetrias e diferentes composições visuais, como mostra a Figura 33. Essa experimentação ampliou a compreensão de que a elipse, além de um objeto matemático, é também uma curva esteticamente rica, com amplo potencial para explorações artísticas e geométricas.

Figura 33 - O Elipsógrafo de La Hire e a excentricidade



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

A atividade incluiu ainda momentos de predição: antes de traçar determinadas elipses, os estudantes eram convidados a prever como seria a forma resultante com base no ponto de fixação escolhido. Posteriormente, compararam o resultado real com a previsão feita, discutindo acertos, surpresas e possíveis causas para diferenças entre expectativa e observação. Essa dinâmica promoveu um processo reflexivo e investigativo, estimulando o desenvolvimento de autonomia intelectual e capacidade de inferência geométrica.

A análise das curvas levou os estudantes a refletir sobre a relação entre forma e movimento, compreendendo que a excentricidade não é apenas um conceito que aparece em uma fórmula, mas uma propriedade geométrica observável. A Figura 34 ilustra esse momento de descoberta, quando perceberam que a posição do ponto traçador determinava as proporções da curva.

Ao transitar da observação geométrica para a linguagem algébrica, os estudantes utilizaram o Teorema de Pitágoras na análise das distâncias entre o ponto traçador e os eixos, tomando como referência o centro escolhido pelos próprios grupos. A partir dessas relações métricas, os estudantes puderam expressar a condição geométrica observada em forma de equação, conduzindo gradualmente à estrutura: $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$. Nesse momento, a generalização para a forma algébrica contou com uma recomposição de conteúdos já trabalhados anteriormente, como manipulação algébrica, identificação de termos e produtos notáveis, preservando a coerência interna entre construção, interpretação e formalização.

4.5.2 Do Movimento à Representação algébrica da Elipse

Esse momento foi especialmente significativo, pois permitiu que os estudantes percebessem como uma curva produzida materialmente pode se transformar em uma expressão matemática abstrata. A manipulação do elipsógrafo, enquanto instrumento histórico reativado em contexto escolar, favoreceu uma aproximação concreta do conceito, evidenciando que o conhecimento matemático não emerge apenas de definições formais, mas também de práticas materiais. Essa compreensão está alinhada ao que afirmam Saito e Pereira (2021) ao defender que o uso de instrumentos antigos ou reconstruídos em sala de aula possibilita ao estudante reconhecer a matemática como uma produção histórica, vinculada a modos específicos de fazer, ver e representar.

Assim, ao partir do traçado mecânico para a dedução da equação, os estudantes experienciaram um movimento conceitual em que a forma geométrica, o gesto de construção e a linguagem analítica se integram. O conceito de elipse deixou de ser apenas uma fórmula a ser memorizada e passou a ser entendido como uma relação que se revela no movimento do instrumento, no desenho produzido e, por fim, na expressão simbólica que o representa.

4.6 Encontro 6 - Sistematizando o Percurso e Refletindo Sobre a Aprendizagem

O sexto encontro teve como propósito promover um momento de sistematização e metacognição, convidando os estudantes a retomarem e ressignificarem o percurso realizado ao longo das experiências com os elipsógrafos. Após diversas atividades práticas, discussões e análises teóricas, tornou-se fundamental favorecer um espaço de pausa e reflexão, no qual pudessem revisitar suas próprias produções e perceber o processo de aprendizagem vivenciado ao longo das aulas.

Ao final da última atividade prática, foi solicitado que observassem atentamente os desenhos produzidos, retomando mentalmente os movimentos realizados, os mecanismos utilizados e a forma como a curva se constituía sobre o papel. A Figura 34 registra esse momento de concentração e foco, no qual cada estudante foi convidado a refletir individualmente, respondendo em seus cadernos a três questões orientadoras, de acordo com Quadro 11.

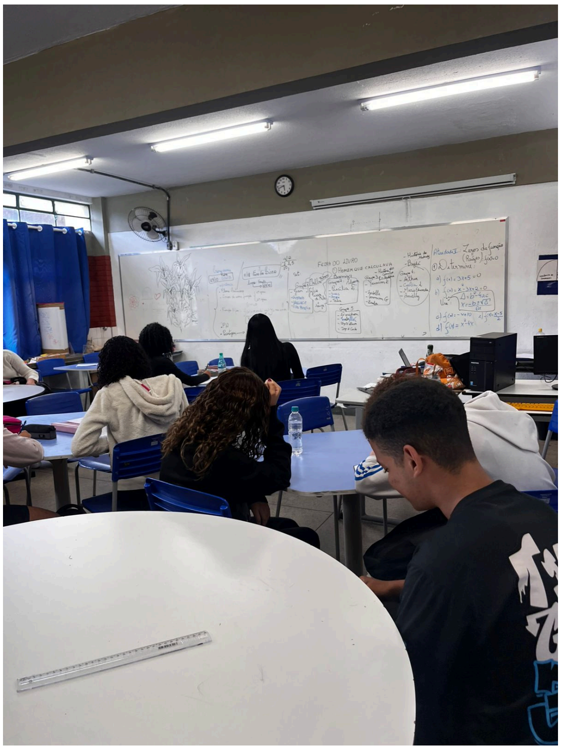
Quadro 11 - Aula X do projeto piloto

Aula X - Reflexão em foco: propriedades da elipse a partir dos elipsógrafos
No seu caderno, responda com suas próprias palavras: 1. O que eu aprendi sobre a elipse? (Pode ser algo sobre a forma, o movimento, o desenho, ou a equação, o que fez sentido para você.) 2. O que eu aprendi sobre história e invenção? 3. Que relações percebo entre o passado e o presente da Matemática? (Como um instrumento antigo ainda nos ajuda a pensar hoje? O que isso diz sobre aprender matemática fazendo?

Fonte: Elaborado pela autora (2025)

Ao final da atividade prática, solicitou-se que observassem atentamente os desenhos produzidos, lembrando-se dos movimentos realizados e dos mecanismos envolvidos no traçado da curva.

Figura 34 - Reflexão e Foco na Aula 10



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2025)

Esse gesto de pausa e reflexão buscou favorecer a internalização dos conceitos trabalhados (Figura 34), por meio de três questões orientadoras registradas em seus cadernos:

A primeira questão buscou compreender o que haviam aprendido sobre a elipse, seja em relação à sua forma geométrica, à dinâmica do movimento gerado pelo instrumento, ao processo de traçado ou à construção da equação correspondente. Esse convite à síntese permitiu que cada estudante articulasse, com suas próprias palavras, os elementos conceituais que fizeram sentido ao longo da atividade, reconhecendo avanços na compreensão da elipse como objeto matemático e como curva produzida por um mecanismo.

A segunda questão direcionou a atenção para a dimensão histórica e inventiva da atividade. Os estudantes foram incentivados a refletir sobre quem criou o elipsógrafo de Rubor, em que contexto esse instrumento foi utilizado e por que teria sido necessário inventá-lo. Essa perspectiva histórica permitiu reconhecer que a construção de instrumentos matemáticos não emerge do acaso, mas de necessidades concretas e de contextos sócio técnicos específicos, reforçando o entendimento de que a Matemática é também uma prática histórica e cultural.

Por fim, a terceira questão buscou estabelecer relações entre o passado e o presente da Matemática, estimulando os estudantes a refletir sobre como um instrumento antigo pode ainda hoje auxiliar na compreensão de conceitos geométricos e o que isso revela sobre o papel do fazer matemático. Essa aproximação entre tempos históricos distintos reforçou a percepção de que a Matemática, embora conte com formalizações abstratas, é construída por meio de práticas, gestos e instrumentos que atravessam gerações.

Essa etapa final reforçou a dimensão interpretativa da atividade, permitindo aos estudantes reconhecer o conceito não apenas como resultado técnico, mas como construção histórica, situada e dotada de sentido.

4.7 Desafios e Conquistas na Aula Prática com os Elipsógrafos

A tríade de artefatos, a leitura mediada do artigo da revista, a manipulação do quebra-cabeça 3D do cone de Apolônio e a compreensão do funcionamento do elipsógrafo, proporcionou uma experiência didática rica, marcada por momentos de dificuldade conceitual e, sobretudo, por significativos avanços na aprendizagem.

A articulação entre o instrumento, a revista e a teoria revelou-se um ponto central do processo formativo. E por meio da mediação docente, estabeleceu-se um diálogo entre objeto e texto: o aparelho passou a ser compreendido dentro de um contexto cultural e histórico, enquanto a revista passou a ser lida como documento que expressa um projeto formativo voltado à construção de um "espírito inventivo".

Conforme argumenta Saito (2014), os instrumentos matemáticos integram uma cultura material que envolve modos específicos de fazer e pensar, situados historicamente. Assim, o elipsógrafo não atua apenas como recurso didático, mas como mediador de práticas, significados e formas de raciocínio.

O uso do cone desmontável permitiu aos estudantes compreender que as cônicas derivam de um mesmo sólido e se diferenciam conforme o ângulo de corte.

No que se refere ao uso dos elipsógrafos, emergiu um dos desafios conceituais mais complexos da atividade. Embora o gesto de traçar a curva fosse relativamente simples, perceber como o mecanismo materializa a definição formal da elipse, especialmente a propriedade de que a soma das distâncias aos focos é constante, demandou a articulação simultânea entre compreensão mecânica e geométrica. A descrição presente na *Le Petit Inventeur* (1925), que apresentava o instrumento como dispositivo capaz de "descrever uma secção oblíqua de um cone", exigia que os estudantes transitassem entre linguagem técnica histórica e formulação geométrica moderna. Foi necessário mediar essa leitura, destacando que os artefatos carregam tradições próprias de uso e significação, como ressalta Saito (2002), e que sua compreensão implica reconhecer o entrelaçamento entre prática, técnica e conceito.

Ao mesmo tempo, a manipulação do elipsógrafo possibilitou, conforme aponta Pereira (2020), uma aprendizagem ancorada na ação e na experimentação material. A geometria deixou de ser apenas um conteúdo abstrato para tornar-se um processo que envolve gesto, prática e observação. Os estudantes puderam acompanhar a formação da curva no movimento do instrumento, o que reforçou a compreensão das propriedades métricas e da lógica que sustenta a equação da elipse.

Apesar das dificuldades encontradas, especialmente a passagem da forma geométrica para a expressão algébrica, a atividade revelou conquistas significativas. A partir da mediação docente, os estudantes passaram a ler a *Le Petit Inventeur* não apenas como um manual técnico, mas como documento situado em um contexto histórico específico, vinculado ao projeto francês de democratização da técnica no período entre guerras. Assim, os estudantes identificaram no artigo de 1925 tanto orientações práticas quanto uma intencionalidade pedagógica voltada ao estímulo da criatividade e do engenho manual.

Do ponto de vista geométrico, o manuseio do cone 3D favoreceu a fixação da noção de secções cônicas. A ação de desmembrar e remontar o sólido permitiu compreender as curvas como resultados de cortes específicos. A experiência com os elipsógrafos, por sua vez, reforçou a articulação entre história, tecnologia e matemática: os estudantes puderam observar na prática como mecanismos mecânicos traduzem propriedades matemáticas abstratas, evidenciando o potencial dos artefatos como mediadores cognitivos e culturais.

Os desafios para a realização da atividade permitiram que a experiência evidenciasse acertos significativos no sentido de estimular a curiosidade e promover uma aprendizagem construtiva e contextualizada. Conforme argumenta Saito (2015b), o contato com instrumentos históricos permite que o estudante se envolva ativamente no processo de produção do conhecimento, pois "os objetos e artefatos didáticos mobilizam formas particulares de pensar, ver e questionar a Matemática, favorecendo a emergência de significados que não se reduzem ao discurso abstrato". Nesse sentido, o elipsógrafo não apenas serviu para traçar uma curva, mas funcionou como mediador cognitivo e cultural, ativando a investigação e a construção de sentido na interação entre o aluno, o objeto e a ideia matemática. Assim, o maior acerto pedagógico da experiência foi integrar, de forma coerente, a história da matemática, cultura material e prática experimental.

Os estudantes puderam reconhecer a relevância histórica da *Le Petit Inventeur* no contexto francês do pós-guerra, compreender as cônicas a partir da construção da elipse por meio de mecanismos históricos reconstituídos e transitar entre gesto, forma, representação gráfica e linguagem algébrica, articulando diferentes modos de produção e interpretação do conhecimento matemático.

Essa integração pode favorecer não apenas a aprendizagem do conteúdo geométrico, mas também a construção de um olhar mais amplo sobre a Matemática como prática humana, histórica, situada e culturalmente produzida. A experiência alcançou acertos significativos ao estimular a curiosidade e promover uma aprendizagem construtiva e contextualizada:

Contextualização e Leitura Crítica da Fonte: Após a mediação em sala, os estudantes passaram a ler a *Le Petit Inventeur* não apenas como um manual de montagem de instrumentos, mas como um documento histórico situado em um contexto sociocultural específico. Compreenderam o papel da imprensa ilustrada na França do período Entre Guerras na popularização da ciência e na formação de uma mentalidade técnica voltada à invenção cotidiana. Como observa Bensaude-Vincent (2003), a vulgarização científica não se limita à simplificação de conteúdos, mas constitui um movimento cultural que "produz valores, modos de ver e de agir no mundo técnico”, configurando a ciência como prática social partilhada. Assim, os alunos identificaram no artigo de 1925 não apenas instruções mecânicas para a construção do elipsógrafo, mas uma intencionalidade pedagógica orientada a estimular a criatividade, o engenho manual e a autonomia inventiva, características marcantes do projeto moderno de democratização da técnica.

Materialização e Fixação Geométrica (O Cone 3D): O manuseio do quebra-cabeça 3D foi crucial para a fixação do conceito de secções cônicas. Os alunos passaram a identificar visualmente as curvas como resultados de cortes específicos em um único sólido, superando a necessidade de memorizar definições abstratas.

4.8 Experiência Piloto: Avaliação e Reformulação Metodológica

A experiência piloto confirmou seu valor pedagógico, evidenciando como a manipulação de artefatos históricos e seus modelos (como o cone impresso em 3D) atuou como um poderoso mediador do conhecimento. Esse conjunto de objetos permitiu transformar o conceito geométrico clássico em um saber vivo, palpável e conectado tanto à cultura técnica da França de 1925 quanto às abordagens atuais do ensino da Matemática.

No entanto, a intervenção também expôs a necessidade de ajustes metodológicos, reforçando o papel essencial da atividade piloto no aperfeiçoamento do produto final desta dissertação. A partir da observação das dificuldades e acertos dos alunos, foram identificados pontos importantes para a reformulação e otimização do processo de aprendizagem.

Uma das primeiras necessidades identificadas diz respeito à sequência de introdução da elipse. A atividade inicial mostrou que a ligação entre a construção mecânica e a definição formal não se estabeleceu de maneira imediata. Assim, recomenda-se que os alunos compreendam primeiro a elipse como lugar geométrico definido por distâncias, principalmente a soma constante das distâncias aos focos para, na sequência, introduzir o sistema cartesiano. Essa reorganização metodológica acompanha o próprio desenvolvimento histórico das cônicas, que surgiu da observação geométrica antes de assumir uma forma analítica.

O manuseio do quebra-cabeça possibilitou visualizar, de forma direta, como elipse, parábola e hipérbole derivam de um mesmo sólido. A desmontagem e remontagem do cone, juntamente com a observação das diferentes inclinações dos planos secantes, permitiu aos estudantes internalizar a concepção unificadora atribuída a Apolônio. Essa aprendizagem pela ação confirma a perspectiva de Pereira (2021), para quem o conceito matemático se fortalece quando emerge da interação entre gesto, objeto e reflexão. Do mesmo modo, Saito (2014) ressalta que objetos históricos não são meros acessórios ilustrativos: eles carregam modos específicos de pensar e, por isso, constituem uma dimensão da cultura material do ensino, mediando significados. Assim, o quebra-cabeça não apenas reforçou o conteúdo, mas atuou como mediador conceitual, revelando que as cônicas são variações estruturais de um mesmo objeto geométrico.

Outro ponto de reformulação refere-se ao reforço da ligação entre o cone e as curvas produzidas. Embora o uso do cone tridimensional tenha sido eficaz, a sequência pode ser reorganizada para que a identificação das curvas ocorra imediatamente após a leitura e discussão sobre Apolônio. Essa mudança busca fortalecer a articulação entre a dimensão histórica e a construção conceitual, evitando que os artefatos concretos sejam interpretados apenas como ilustrações posteriores.

No âmbito dos instrumentos, observou-se que o Aparelho de Rubor exigia maior estabilidade. Em alguns momentos, o dispositivo deslizou sobre o papel, dificultando o traçado contínuo da curva. Para evitar o problema, recomenda-se o uso de uma base rígida, com sistema de fixação por pinos. Essa adequação técnica tem o objetivo de garantir maior controle, precisão e segurança no traçado. Observou-se também a necessidade de imprimir um aparelho com braço maior e com múltiplas posições para inserção do lápis, pois o modelo originalmente produzido permitia traçar apenas uma única elipse.

Além disso, verificou-se a necessidade de uma explanação inicial mais detalhada sobre o mecanismo do aparelho. Alguns estudantes demonstraram dificuldade em relacionar o movimento articulado das hastes com a forma da curva produzida. Como argumenta Pereira (2018), a visualização guiada do funcionamento pode favorecer a construção do significado antes mesmo do registro formal. Assim, recomenda-se incluir uma etapa exploratória prévia, em que o estudante movimente o aparelho sem intenção imediata de produzir a curva, permitindo observar o padrão cinético que caracteriza o gesto matemático envolvido.

De modo semelhante, recomenda-se ampliar o tempo de exploração autônoma dos instrumentos. A prática mostrou que a familiaridade com o aparelho é determinante para que o conceito apareça com clareza. O gesto, o movimento e a manipulação precisam participar ativamente da formação conceitual, conforme defendem Pereira (2022) e Saito (2014). A aprendizagem, assim, deixa de ser apenas discursiva e passa a se enraizar na prática.

Em termos epistemológicos, recomenda-se explicitar de modo mais direto a articulação entre o instrumento e a definição geométrica da elipse. Após o traçado, é pertinente promover discussões em que cada aluno possa apresentar sua interpretação, relacionando o funcionamento do mecanismo às propriedades fundamentais da curva — especialmente a soma constante das distâncias aos focos, a determinação dos eixos e a variação da excentricidade. Essa abordagem torna mais evidente a passagem do fazer ao conceituar.

Essa reformulação, orientada tanto pelo olhar do estudante quanto pela experiência acumulada em sala de aula, busca promover um aprimoramento metodológico da atividade, de modo que a sequência das atividades reflita um movimento lógico-histórico mais acessível ao estudante. Em termos pedagógicos, isso implica que a construção do conhecimento acompanhe a própria gênese conceitual: parte-se de uma definição geométrica concreta e sensível da curva, a introdução do conceito de lugar geométrico, antes da formalização realizada no plano cartesiano.

A reformulação metodológica, iniciando pelo uso do elipsógrafo, passando pelo concreto (a construção manual da curva) e culminando no analítico (interpretação e dedução da equação), buscou-se acompanhar o movimento de formação do conceito no próprio processo de fazer e compreender. Essa abordagem aproxima-se do que Saito e Dias (2013) denominam uma conexão entre História da Matemática e ensino, na qual o documento histórico não é apenas ilustrativo, mas um mediador epistemológico que articula interpretação, ação e problematização. Da mesma forma, dialoga com Saito (2014), ao compreender que instrumentos e gestos pertencem à cultura material da matemática e, portanto, são constitutivos da produção conceitual. Nesse sentido, o trabalho também se vincula à perspectiva de Barros (2017), ao compreender o campo da História como um espaço de práticas interpretativas, no qual a leitura, a contextualização e a atribuição de sentidos às fontes são tão fundamentais quanto o próprio conteúdo narrado. Assim, o uso da *Le Petit Inventeur*, dos elipsógrafos e da formalização analítica possibilitou que o conceito fosse reconstruído historicamente em sala de aula, emergindo como resultado de uma experiência interpretativa e construtiva.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação da revista *Le Petit Inventeur* permitiu compreender o papel desse periódico na disseminação de saberes geométricos, vinculando-os ao fazer manual e aos dispositivos mecânicos. Essa abordagem reforça que a História da Matemática não se limita a narrativas biográficas e cronológicas, mas envolve a análise da cultura material e das formas de circulação do conhecimento. Nesse contexto, destaca-se o papel do periódico *Le Petit Inventeur*, que, na década de 1920, divulgou modelos de elipsógrafos voltados ao ensino. Essa iniciativa demonstra que o ensino da Matemática, quando mediado por instrumentos e práticas experimentais, pode ser compreendido como um processo cultural que integra saberes variados (Pereira, 2018). A implementação de aulas práticas baseadas na observação e no manuseio desses aparelhos reforça a interdisciplinaridade, promovendo o diálogo entre história e geometria.

A pesquisa evidenciou que a abordagem da História da Matemática por meio da cultura material pode oferecer um caminho promissor para o ensino, pois desloca a compreensão do conceito matemático de uma perspectiva estritamente abstrata para uma dimensão humana, técnica e histórica. Os instrumentos matemáticos históricos utilizados, especialmente os elipsógrafos, funcionam como artefatos mediadores que materializam no gesto e no movimento a lógica geométrica envolvida na formação da curva. Ao serem manipulados pelos estudantes, tais objetos tornam-se elementos que articulam teoria e prática, revelando que a matemática não é um conjunto de regras arbitrárias, mas uma construção situada, fruto das necessidades e contextos de cada época. Nesse sentido, tanto os instrumentos históricos quanto os modelos reconstruídos em impressão tridimensional fortalecem o vínculo entre o conhecimento conceitual e a prática inventiva, valorizando a dimensão aplicada e social do saber matemático.

A análise historiográfica do periódico francês *Le Petit Inventeur* (1925) mostrou-se uma estratégia pertinente para compreender os modos de circulação da cultura técnica nas primeiras décadas do século XX. Sua publicação sobre os elipsógrafos evidenciou o papel ativo da imprensa popular na divulgação científica, não apenas informando, mas também estimulando práticas de experimentação e construção manual. Inserida no contexto de reconstrução cultural e tecnológica da França entre guerras, a revista assumia uma intencionalidade didática, promovendo a mentalidade inventiva e o fazer técnico como partes da formação do cidadão. Ressalte-se, contudo, que não foi possível, por questões de tempo, cotejar sistematicamente seu conteúdo com outros periódicos de divulgação científica franceses do período, embora se saiba que havia um conjunto amplo dessas publicações.

A intervenção pedagógica realizada no Laboratório de Ensino de Matemática Malba Tahan confirmou a relevância da cultura material como estratégia didática. A experiência com o quebra-cabeça tridimensional do cone de Apolônio e a manipulação dos modelos de elipsógrafos, tanto o Aparelho de Rubor quanto a Engrenagem de La Hire, possibilitaram que os estudantes desenvolvessem uma compreensão mais intuitiva das propriedades da elipse e da relação entre movimento e forma. A atividade piloto cumpriu também o papel de testar o potencial da modelagem e da impressão 3D na reconstrução dos artefatos, demonstrando a viabilidade de elaboração de um kit educacional acessível, replicável e alinhado às demandas contemporâneas da cultura maker e do ensino exploratório.

A valorização da cultura material como estratégia pedagógica se consolida quando o elipsógrafo é introduzido em sala de aula. Esses artefatos aproximam os alunos da história da ciência e da matemática, despertando o interesse pelo caráter histórico, técnico e cultural do conhecimento científico. O contato direto com instrumentos históricos estimula o pensamento crítico, a curiosidade e a autonomia intelectual, competências fundamentais para a formação de um sujeito reflexivo e criativo (Saito; Pereira, 2021).

A análise do elipsógrafo, especialmente do modelo Aparelho de Rubor, evidencia sua relevância como instrumento didático capaz de articular teoria e prática no ensino da Matemática. Ao possibilitar a construção concreta da elipse, o aparelho favorece a transposição de conceitos abstratos para representações visuais e manipuláveis, promovendo uma aprendizagem significativa (Saito, 2014). A experiência prática com o instrumento permite que os estudantes traduzam a linguagem algébrica em linguagem geométrica, e vice-versa, aprofundando a compreensão das propriedades da curva e de sua equação canônica.

A vivência em sala de aula foi determinante para o aperfeiçoamento da atividade didática. A observação atenta dos processos de aprendizagem permitiu ajustar o percurso metodológico, iniciando-se pelo conceito de lugar geométrico e pela construção da elipse com barbante e estacas sobre um isopor, para somente depois avançar à representação coordenada. Esse deslocamento reorganiza o ensino segundo uma lógica histórico-conceitual mais coerente com a gênese do objeto matemático, garantindo que a compreensão da curva seja construída antes de sua formalização analítica.

Os resultados da pesquisa foram satisfatórios, pois o uso desses instrumentos históricos no estudo da elipse potencializa a compreensão de conceitos geométricos complexos, ao mesmo tempo em que promove uma aprendizagem concreta e contextualizada. O ensino baseado em instrumentos históricos revela que o conhecimento matemático é parte de um processo humano de invenção e difusão, situado em contextos sociais específicos, e não um saber fixo e desvinculado da cultura.

Dessa forma, a pesquisa responde afirmativamente à questão central que a orientou: como os elipsógrafos, enquanto instrumentos históricos e tecnológicos divulgados pela revista *Le Petit Inventeur*, podem ser investigados, manipulados e integrados pedagogicamente ao ensino da elipse? Os resultados indicam que essa integração se concretiza quando se articula a análise histórica da fonte primária, a reconstrução material dos aparelhos por meio de tecnologias contemporâneas e a vivência didática baseada na exploração e na investigação. Nessa perspectiva, os elipsógrafos deixam de ser objetos restritos ao acervo museológico e passam a atuar como mediadores entre o legado da geometria clássica e suas aplicações modernas, permitindo ao estudante compreender a matemática como um saber vivo, situado e culturalmente significado. Para pesquisas futuras, pretende-se avançar na direção de envolver os próprios estudantes no processo de reconstrução dos elipsógrafos, ampliando o caráter formativo, investigativo e autônomo dessa abordagem.

O recurso educacional desenvolvido é composto por dois elipsógrafos modelados em 3D, o Aparelho de Rubor e a Engrenagem de La Hire, acompanhados por uma revista didática. A revista reforça o caráter inovador e formativo da proposta ao oferecer orientações claras para a construção de elipses, atividades investigativas e sugestões pedagógicas para professores. O kit amplia as possibilidades de exploração dos conceitos de elipses por meio da manipulação concreta e da análise dos instrumentos. Essa materialidade torna o estudo da elipse mais acessível e construtivo, ao mesmo tempo em que aproxima estudantes e docentes de práticas experimentais que historicamente contribuíram para o desenvolvimento da matemática.

A elaboração do Recurso Educacional resultante deste estudo, uma revista didática estruturada em torno da construção manual e do uso dos elipsógrafos do Jardineiro, de Rubor e da Engrenagem de La Hire, articulou três dimensões fundamentais:

(i) o resgate histórico e cultural do instrumento, tal como apresentado na revista francesa;

(ii) a construção material e o manuseio dos aparelhos, evidenciando o movimento como gerador da curva; e

(iii) a sistematização algébrica dos conceitos de elipse, excentricidade e translação, estabelecendo conexões entre gesto, figura e formalização.

Esse processo extrapolou a simples elaboração de materiais didáticos, configurou-se como uma ação de formação investigativa. Planejar, aplicar e reformular a atividade piloto demandou um olhar atento às reações dos estudantes, deslocando o ensino da Matemática de um modelo transmissivo para uma prática investigativa. Nesse percurso, a sala de aula tornou-se espaço de criação, e o docente, pesquisador da própria prática. Tal reformulação metodológica, decorrente da observação e análise da aplicação em sala de aula, reafirma que a integração entre artefatos históricos, atividades exploratórias e momentos de discussão coletiva favorece a constituição de um ambiente de aprendizagem mais significativo, crítico e reflexivo.

A partir dessa experiência, projetam-se investigações futuras voltadas ao estudo de outros instrumentos históricos presentes em diferentes edições de *Le Petit Inventeur*, bem como ao desenvolvimento de novos modelos de elipsógrafos em impressão 3D, a partir do artigo traduzido e explorado nesta pesquisa. Pretende-se também envolver os próprios estudantes no processo de reconstrução dos instrumentos, de modo a retomar o espírito original da revista, o princípio do faça você mesmo, e potencializar a autonomia, a criatividade e a dimensão investigativa no ensino de Matemática. Espera-se, assim, ampliar o repertório pedagógico disponível e fortalecer a integração entre teoria, prática e patrimônio cultural científico.

Em síntese, a pesquisa indica que os elipsógrafos não são meras curiosidades técnicas do passado, mas pontes pedagógicas que articulam o legado geométrico de Apolônio, a cultura inventiva da modernidade e as possibilidades educativas contemporâneas; ao privilegiar a construção passo a passo. Da exploração do lugar geométrico, pela montagem e manipulação dos artefatos, até a formalização algébrica, e ao apoiar-se em um referencial teórico consistente, o estudo reforça a pertinência de abordagens que concebem o conhecimento matemático como produção humana, dinâmica, histórica e social. Fundamentado em referências que interligam História da Matemática, cultura material e práticas pedagógicas, o trabalho reafirma a importância de projetar atividades que façam do estudante o protagonista de seu próprio saber, estimulando uma matemática de caráter mais experimental, articulada ao fazer e ao fazer bem feito, promovendo a construção de conhecimentos efetivamente significativos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROS, J. D'A. ***O campo da História: especialidades e abordagens***. 4. ed. Petrópolis: Vozes, 2017.

BENSAUDE-VINCENT, B. **A história da vulgarização científica: da questão da difusão à questão da apropriação**. In: MASSARANI, L.; MOREIRA, I. C.; BRITO, M. F. (orgs.). *Ciência e público: caminhos da divulgação científica no Brasil*. Rio de Janeiro: Casa da Ciência/UFRJ, 2003. p. 15–28.

BERNSTEIN, S.; MILZA, P. ***História do mundo de 1900 até os dias atuais: do século XX ao século XXI.*** Paris: Hatier, 2018.

BIBLIOTHÈQUE NATIONALE DE FRANCE. ***Le Petit inventeur.*** Paris: Albin Michel, 1923. Disponível em: http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb32836551c. Acesso em: 15 set. 2025.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C**.** ***História da Matemática***. 3. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. ***Base Nacional Comum Curricular*** *(BNCC)*. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 20 nov. 2025.

COURANT, R.; ROBBINS, H**.** ***O que é matemática?: uma abordagem elementar de métodos e conceitos*****. 2.** ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

FONSECA, M. R. **As "Conferências Populares da Glória": a divulgação do saber científico.** *História, Ciências, Saúde – Manguinhos*, Rio de Janeiro, v. 11, n. 2, p. 411-432, 2004.

HOBSBAWM, E. J. ***A era dos extremos: o breve século XX, 1914-1991.*** Trad. Marcos Penchel. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar, 7**: geometria analítica. 6. ed. São Paulo: Atual, 2013.

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico.** ***Revista Brasileira de História da Educação***, Campinas, n. 1, p. 9-43, 2001.

KALIFA, D**.** ***La culture de masse en France: 1860–1930***. Paris: Fayard, 2010.

MENDES, I. A. **História no ensino da matemática: trajetórias de uma epistemologia didática**. *Rematec*, v. 8, n. 12, p. 66-85, 2013.

NASCIMENTO, F**. Paris pós-guerra**. *Letras*, Curitiba, n. 59, p. 61-76, 2003.

NICOLLETTI, K; FIGUEIREDO, M. A. **As seções cônicas e suas propriedades geométricas.** *Revista Brasileira de Educação Matemática*, v. 22, n. 58, 2017.

NYE, M. J**. *Technology and modern culture***. New York: Routledge, 2006.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. **Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos.** *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, Fortaleza: UECE, v. 5, n. 14, p. 109-122, 2018.

PEREIRA, J**. *Cultura material e ensino de matemática: interfaces históricas e didáticas*.** São Paulo: Livraria da Física, 2021.

PEREIRA, J. ***Historiografia da Educação Matemática e Cultura Material Escolar: entre artefatos, práticas e narrativas*.** Belo Horizonte: CEFET-MG, 2022.

PÉRGOLA, M.; MASCHIETTO, M. **Modelo mecânico: ligações Peaucellier e Delaunay.** *Projeto Alice*, v. 4, n. 11, 2003.

PROST, A; VINCENT, G (org.). **História da vida privada: da Primeira Guerra aos nossos dias**. São Paulo: Companhia das Letras, 1991.

RAGEP, F. J. ***Naṣīr al-Dīn al-Ṭūsī's Memoir on Astronomy (al-Tadhkira fī ʿilm al-hayʾa)*.** New York: Springer, 1993.

RASMUSSEN, A. ***La science populaire dans la France de l'entre-deux-guerres*.** Paris: CNRS Éditions, 2015.

SAITO, F. ***Da História da Matemática para a sala de aula*.** Campinas: Autores Associados, 2013.

SAITO, F. ***História da matemática e suas (re)construções contextuais***. São Paulo: Livraria da Física, 2015a.

SAITO, F. **Historiografia da Educação Matemática: desafios e perspectivas.** São Paulo: Livraria da Física, 2015b.

SAITO, F. **História da Matemática e Ensino: reflexões historiográficas e propostas metodológicas.** São Paulo: Livraria da Física, 2002.

SAITO, F. **Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática.** *Rematec*, Belém (PA), v. 9, n. 16, p. 25-47, 2014.

SAITO, F.; DIAS, M. S. **Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI.** *Ciência & Educação (Bauru)*, Bauru (SP): UNESP, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SAITO, F.; FOSSA, J. A. ***História da Matemática: uma visão crítica, reflexiva e interdisciplinar*.** São Paulo: Livraria da Física, 2012.

SAITO, F.; PEREIRA, A. C. C. ***A elaboração de atividades com um antigo instrumento matemático na interface entre história e ensino*.** São Paulo: LF Editorial, 2021.

SILVA, A.; SANTOS, R. **A construção histórica da terminologia das cônicas.** *Cadernos de História da Matemática*, v. 7, n. 2, 2016.

ORY, P; SIRINELLI, J. **Os intelectuais na França: do caso Dreyfus aos anos 1960**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.

VENTURI, J. J. ***Álgebra Vetorial e Geometria Analítica***. 9. ed. São Paulo: LTC, 2013.

APÊNDICE A – Tradução do artigo "Le Ellipsographes", revista: Le Petit Inventeur, 24 de novembro de 1925.

Os Elipsógrafos

Tradução realizada pela autora, 2025.

Vocês sabem o que é uma elipse: tem-se frequentemente a oportunidade de ver elipses na vida! Todas as vezes que se olha de lado um círculo : não é mais um círculo que se vê, é uma elipse. Vocês certamente se lembram de ter lido, a esse propósito, as luminosas explicações dadas no *Le Petit Inventeur* (O Pequeno Inventor) pelo autor do curso de desenho. Uma elipse é, portanto, uma espécie de circunferência achatada. Não é apenas isso, entretanto, e não se deve confundi-la, por exemplo, com uma oval. Para saber o que é, do ponto de vista matemático, uma elipse, olhemos o jardineiro quando ele procede ao traçado de um maciço elipsoidal. Após ter plantado na terra duas estacas, ele prende as duas pontas de uma corda contra a qual apoia um bastão pontiagudo, servindo-lhe para traçar no chão um leve sulco. Se ele tomar a precaução de girar de modo que a corda permaneça sempre bem esticada, o que não tem nada de feitiçaria, ele traçará uma elipse (Figura 1). Por conseguinte, podemos enunciar assim a definição da elipse: **é uma linha curva tal que, se somarmos a distância de cada ponto tomado sobre esta linha a dois pontos interiores, temos sempre o mesmo total.**

Figura 1- O jardineiro traçando uma elipse com a sua corda.

Para completar nossa iniciação matemático-geométrica, adicionemos que os ditos dois pontos interiores são os focos, que o eixo maior é a linha reta traçada na elipse passando pelos focos, que o eixo menor é uma outra reta traçada na elipse perpendicularmente ao meio do eixo maior. Os desenhistas têm muito frequentemente elipses a traçar e, como o traçado à mão é longo e difícil de bem suceder, combinaram-se elipsógrafos diversos, muitos elipsógrafos com os quais se podem traçar elipses como se traçam circunferências por meio de um compasso. Por que muitos? Porque, para dizer toda a verdade, não existe ainda elipsógrafo comparável ao compasso sob as relações diversas da simplicidade de construção, do preço módico de compra, da comodidade de emprego. Eis por que os inventores se empenham tanto em encontrar novas combinações de elipsógrafos! Entre as combinações que representamos aqui, segundo a obra *Pour le dessinateur*, de J. de Thellesme, encontram-se alguns modelos que um amador pode construir ele mesmo. Isso certamente interessará nossos leitores, mestres em bricolagem. Quem sabe : talvez aperfeiçoando o modelo do qual tenham empreendido a construção, encontrarão o elipsógrafo ideal!

COMPASSO DE FIO

Com os aparelhos deste gênero, o traçado da curva é feito como aquele da elipse que desenhava, há pouco, nosso jardineiro. Poder-se-ia aliás empregar o método enterrando dois percevejos no papel, que serviriam de fixação a um fio: mas justamente, se é permitido enterrar os ditos percevejos nas bordas de uma folha, é preciso evitar fazer isso no meio de um desenho!

COMPASSO PARA ELIPSE

É um compasso cujas hastes são articuladas com fricção dura e cujas pontas são substituídas por furos nos quais passa um fio cujo comprimento se pode regular o comprimento (fig. 2)

RÉGUA DESLIZANTE

Usa-se como o compasso : mas em vez de fazer girar a articulação para regular a distância entre os focos, faz-se deslizar uma haste na outra (fig. 3).

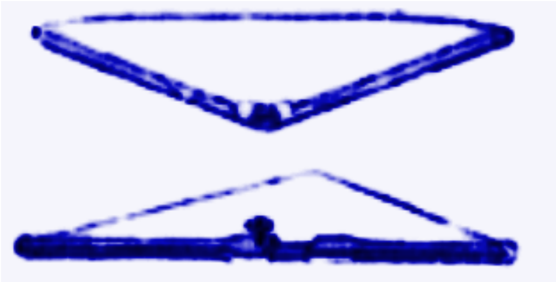


Fig. 2 e 3 — Compasso de fio (em cima) e régua deslizante (embaixo).

RÉGUA DE CURSOR

Com o dispositivo anterior, mal se pode fazer variar muito a distância entre focos : é para corrigir este defeito que foi construída a régua provida de um cursor que se pode fazer deslizar regulando a distância por um botão serrilhado apertando uma corrediça (fig. 4).

Figura 4 – *Régua de cursor.*

ELIPSÓGRAFO ELÁSTICO

Possui a forma de uma régua cujos cursores suportam as extremidades do fio;

o dispositivo compreende, além disso, um terceiro cursor ao qual está fixada uma haste com fenda (fig. 5). Na ponta desta haste está preso um elástico de borracha que puxa o porta-estilete. O traçado é assim obtido pelo simples girar da haste.

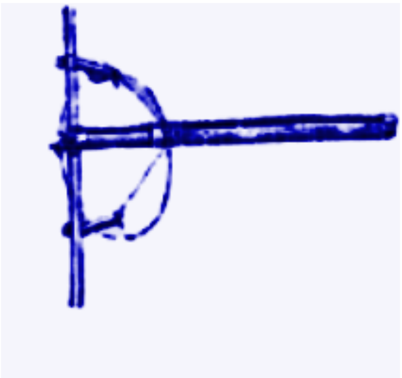
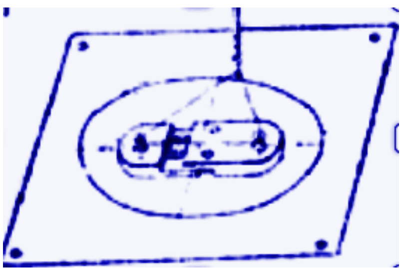


Figura 5 – Elipsógrafo de fio elástico: o fio (disposto horizontalmente) puxa o cursor móvel situado na haste horizontal.

PLATAFORMA

Esta plataforma, composta de duas tábuas (fig. 6), é uma variante da régua deslizante, mas ela tem mais estabilidade, e a fenda pode sem inconveniente ser muito alongada.

Figura 6 -*Aparelho de plataforma deslizante.*



ELIPSÓGRAFO DE PAPE

Enquanto que com a maioria dos aparelhos de fio deve-se traçar a elipse duas vezes, este dispositivo permite um traçado ininterrupto. Ele consiste em uma régua de cursores, os quais carregam hastes cujas pontas são colocadas nos focos. Mas nesses focos não estão fixadas as duas pontas do fio guia. Essas pontas estão fixadas ao porta-estilete o qual é suportado pelo duplo paralelogramo articulado de um esquadro giratório. Um outro esquadro suporte dá ao conjunto uma estabilidade suficiente (fig. 7). Durante a rotação, o contato entre fio e estilete é assegurado por uma mola de elástico de borracha que tende a aproximar as extremidades do duplo paralelogramo.

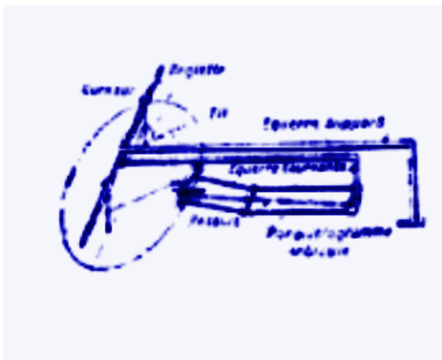


Figura 7 – *Elipsógrafo Pape*

Aparelhos de guias deslizantes

Os elipsógrafos de fio compreendem por vezes guias para o deslizamento das peças de fixação do fio : mas estas guias não atuam durante o traçado. Ao contrário, nos aparelhos cuja descrição segue, é durante o traçado que os cursores circulam nas guias.

APARELHO URQUHART

Ele é construído em madeira (fig. 8), exceto as pontas metálicas que podem ser fixadas por meio de uma espécie de luva deixando-as deslizar sobre a régua cuja extremidade é munida do lápis servindo ao traçado ; a imobilização dessas luvas e, consequentemente, das pontas, é obtida com a ajuda de parafusos de pressão de um tipo muito corrente e fácil de se achar em qualquer lugar. Adicionemos que o lápis inserido na ponta da régua e que dá o traçado, deve ser imobilizado solidamente no sentido vertical, e o melhor, para chegar a este resultado, é preciso fazer passar uma pequena cavilha em um furo perpendicular àquele onde penetra o lápis, de maneira que esta cavilha, talhada em forma de cunha com este objetivo, venha esfregar contra o próprio lápis. Do ponto de vista do emprego do aparelho, notaremos o que já se podia pressentir, que a distância entre a ponta do lápis e a ponta metálica mais próxima determina o comprimento do raio do eixo menor da elipse que se vai traçar, enquanto a distância entre este lápis e a outra ponta corresponde ao raio do eixo maior.

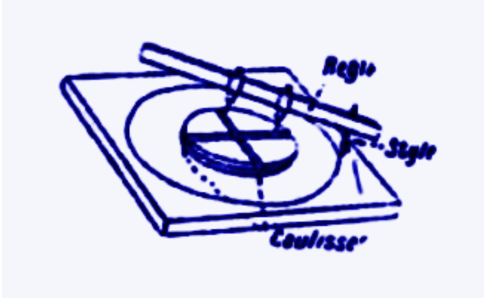


Figura 8 - Aparelho Urquhart

Trata-se de guiar o deslocamento das duas pontas para que a elipse se trace com estes dois raios. Com este objetivo, é necessário um círculo onde as pontas se movem seguindo dois diâmetros deste círculo, cortando-se em ângulo reto. Eis como se chega lá. Em um círculo de madeira, traçam-se estes dois caminhos normais um ao outro, mas dando-lhes a cada um uma forma trapezoidal ou em cauda de andorinha (em seção transversal, bem entendido); cada ponta vem penetrar e permanecer em um pequeno bloco de madeira que apresenta uma seção correspondente, nela formando como uma montagem de encaixe, mas com possibilidade para cada bloco de deslizar no caminho sem dele poder sair. Na realidade, para a facilidade da escavação desta ranhura, o prato circular de madeira não é feito de uma única peça: ele é constituído de um primeiro prato de um único pedaço, sobre o qual se aplicam quatro quartos de um prato superposto, as bordas dos quatro setores tendo sido talhadas de maneira a formar por sua aproximação as ranhuras de bordas inclinadas. Fixam-se naturalmente de maneira sólida os pedaços do prato superior sobre o prato inferior, e o aparelho está pronto quando se inseriram nas ranhuras os dois pequenos blocos de apoio das agulhas metálicas. Compreende-se como se deve empregar o aparelho, que deverá ser fixado ele mesmo solidamente sobre a superfície onde se quer traçar uma elipse.

APARELHO RUBOR: Recortam-se primeiro quatro esquadros de 45 graus, de modo a poder montá-los para formar uma cruz (fig. 9). Obtém-se facilmente este resultado por meio de quatro pequenas tábuas colocadas nas extremidades dos braços da cruz. Sob cada uma destas tábuas, colocam-se pés constituídos por um pedaço de madeira terminado por uma ponta que permite regular sua altura. Para manter os lados dos esquadros justapostos no prolongamento um do outro, é necessário manter ao centro seu afastamento por meio de quatro calços. Estes serão colocados sobre plaquetas de madeira de maneira que sua parte mediana não toque o plano dos esquadros. Uma haste completa o elipsógrafo. Ela carrega em uma extremidade um lápis, uma pena ou um tira-linhas e, na outra, dois pequenos pés em fio de ferro rígido e de mesma altura. O nível da haste deverá ser ligeiramente inferior ao dos esquadros retangulares.

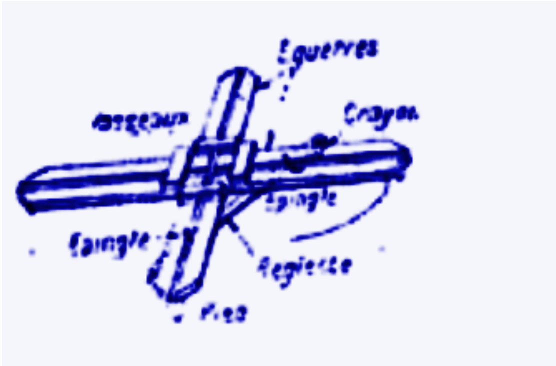


Figura 9 – *Aparelho Rubor*

Para traçar uma elipse cujos comprimentos dos eixos sejam conhecidos antecipadamente, espetam-se na haste, a distâncias do lápis respectivamente iguais ao semieixo maior e ao semieixo menor da elipse, dois alfinetes, cujo diâmetro seja sensivelmente igual ao afastamento dos esquadros, de forma a realizar um atrito muito suave. Basta então fazer mover o lápis para obter o traçado. Os calços elevados permitem que os alfinetes passem facilmente.

ELIPSÓGRAFO DEGEN

Duas hastes de corrediça carregam hastes cujo afastamento pode variar para que correspondam aos focos. Sobre cada haste estão articuladas réguas giratórias carregando, cada uma, um cursor (fig. 10).

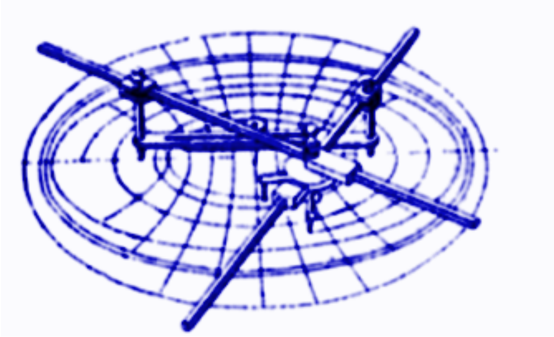


Figura 10 – *Aparelho Degen com as curvas que ele permite traçar*

E os cursores são fixados por uma articulação sobre a plaqueta porta-estilete. Nestas condições, basta regular a distância entre focos e fazer coincidir o estilete com um dos pontos da elipse para que, estando os parafusos de regulagem bloqueados, um deslocamento do estilete provoque o traçado de toda ou parte da elipse.

ELIPSÓGRAFO COMTE: O aparelho é muito simples, tão simples que se pode fabricá-lo com um esquadro de 45º sobre o qual se colam lâminas de madeira bem retilíneas para formar duas guias deslizantes: uma formando a hipotenusa do esquadro, a outra perpendicular sobre o meio da primeira. Nestas guias encaixam-se as pontas rombas de um compasso, do qual uma das hastes carrega uma pequena barra sobre a qual desliza um porta-lápis (fig. 11).

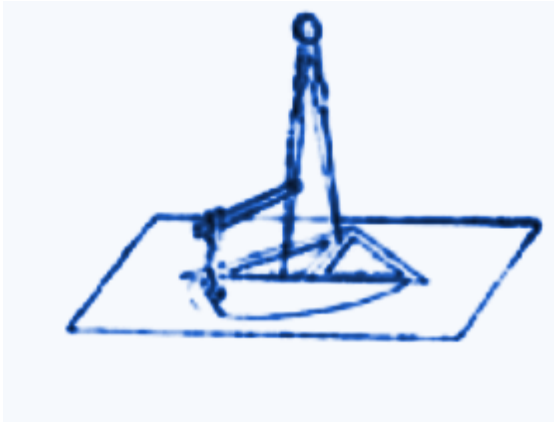


Figura 11 – *Elipsógrafo Comte*

Com velhos compassos em vias de serem descartados, uma lima e um pouco de perícia, pode-se, sem muita dificuldade, ter sucesso na construção do aparelho. Ele permite apenas o traçado de uma metade da elipse, mas, virando o esquadro, pode-se facilmente unir a segunda metade à primeira.

ELIPSÓGRAFO CARONNET: O aparelho compõe-se de uma haste cilíndrica terminada por uma ponta que repousa sobre o papel. A extremidade livre é mantida com a ajuda de uma bucha articulada sobre uma haste capaz de deslizar em um tubo articulado sobre um pé. Um parafuso de aperto permite imobilizar a haste em seu suporte (fig. 12).

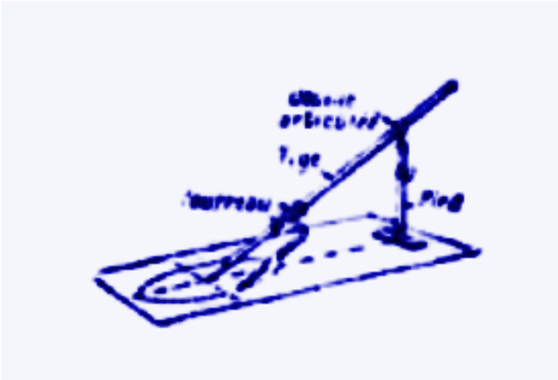


Figura 12 - Elipsógrafo Caronnet

Sobre a haste desliza, com atrito suave e sem folga, uma luva que carrega uma parte saliente na qual pode deslizar a perna de uma haste acotovelada, cuja extremidade receberá o lápis que traçará a elipse sobre o papel. Nota-se que, no deslocamento da luva, a ponta da perna em V permanece a uma distância constante da haste ; ela se desloca, portanto, com o seu braço, seguindo a superfície de um cilindro de revolução em torno deste eixo e, ao deslizar sobre a folha de papel, descreve uma seção oblíqua plana deste cilindro, ou seja, uma elipse.

Figura 13 – *Vista e plano do aparelho love*

APARELHO LOVE: O corpo do aparelho tem a forma de um T cuja grande haste carrega uma longa fenda assim como um furo e cujas três extremidades estão fixadas sobre pés (fig. 13). O pé isolado carrega uma ponta ou um cortador que coincide com o eixo maior da elipse a traçar, determinado, por outro lado, por uma agulha central que carrega a pequena haste do T.

O furo médio do T carrega uma manivela ligada a uma extremidade da barra porta-lápis que, por sua outra extremidade, desliza na fenda do T . A haste interior da manivela dupla é perfurada por furos igualmente espaçados entre si, de sorte que o eixo de rotação estabelecendo a conexão possa ser colocado mais ou menos longe. Para o uso, alinham-se os índices do T sobre o eixo maior da elipse a desenhar, coloca-se a manivela em ângulo reto com a haste grande do T e faz-se deslizar o lápis na fenda até que a distância entre o estilete e o centro da haste grande iguale a metade do eixo menor da elipse a desenhar. Fixar então a posição do lápis.

APARELHO NORTON: O braço porta-lápis (fig. 14) desliza em uma corrediça fixada ao braço lateral; este, por sua vez, está fixado em uma corrediça que gira no suporte sob a influência de uma manivela. O eixo passa por um orifício na extremidade do braço longo, o qual é compelido por duas corrediças fixadas sobre a mesa a deslocar-se exclusivamente na direção do seu próprio eixo. O suporte é montado sobre duas hastes transversais. Nestas condições, se o centro de rotação superior estiver colocado exatamente acima do centro de rotação inferior, a rotação da manivela superior produz o traçado de uma circunferência pelo lápis. Mas quando um dos centros de rotação é deslocado, forma-se uma elipse, cujas dimensões dependem do modo de fixar as peças sobre suas corrediças de suportes. O eixo menor da elipse é igual ao dobro da distância entre o eixo superior e o estilete; o eixo maior é igual a duas vezes a distância entre o eixo do centro de rotação inferior e o estilete.

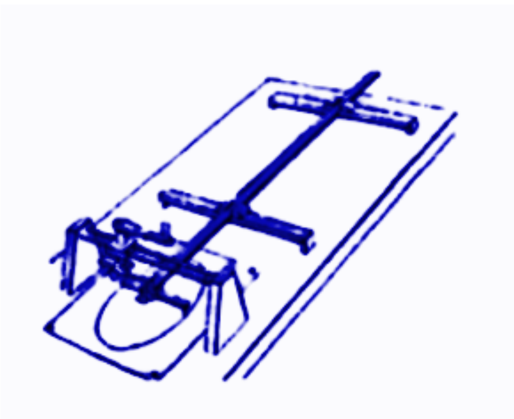


Figura 14 - Aparelho Norton

Elipsógrafos diversos

ELIPSÓGRAFO DE TREM DE ENGRENAGENS:

Uma roda dentada é fixada ao suporte de onde se eleva um braço giratório carregando duas rodas dentadas, uma, livre, que engrena com a roda central fixa, a outra que faz girar uma haste cuja fenda sustenta o porta-lápis (fig. 15).

Figura 16 - Plano de uma engrenagem dela Hire

Este porta-lápis faz duas revoluções enquanto o braço só faz uma. A fenda é fixada de sorte que a distância entre o lápis e o eixo da roda dentada terminal (em projeção horizontal) iguale a diferença entre o eixo menor e o eixo maior da elipse a traçar.

ENGRENAGEM LA HIRE: Ele é composto de duas rodas dentadas, uma interiormente, a outra exteriormente, tendo esta última um diâmetro (contado no local dos dentes), o dobro da outra (fig. 16). Se fizermos girar a pequena roda dentro da grande, o centro da pequena roda traçará uma circunferência, mas qualquer outro ponto escolhido sobre esta pequena roda traçará uma elipse. E esta elipse será tanto mais alongada quanto mais longe estiver o ponto traçado do centro da pequena roda. Praticando sobre um raio desta roda uma série de furos, pode-se, portanto, traçar uma série de elipses diferentes.

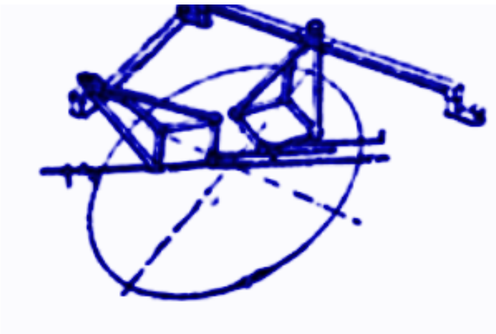


Fig. 17 — Elipsógrafo Schromm

ELIPSÓGRAFO SCHROMM:

Obtém-se uma elipse, com este aparelho, fazendo uma aplicação criteriosa do paralelogramo articulado ou *reciprocador de Peaucellier*, combinação cinemática graças à qual se pode transformar um movimento circular em um movimento rigorosamente retilíneo. O elipsógrafo no qual este princípio é aplicado compõe-se de duas réguas retangulares sobre as quais se pode fixar, em dois pontos convenientemente escolhidos conforme o tamanho e a excentricidade da elipse a traçar, duas corrediças que servirão de pontos de articulação a dois reciprocadores (fig. 17). Serão, portanto, as extremidades destes dois reciprocadores que descrevem duas retas retangulares. É entre os pontos de cada extremidade assim guiados retilineamente por simples articulações que se fixa um segmento sobre o prolongamento do qual é colocado, a uma distância conveniente, o traçador que descreve a elipse que se deseja desenhar. O movimento do aparelho é muito suave e a elipse é traçada de uma só vez, enquanto que, com a maioria dos compassos de elipse, é frequentemente necessário fazer o traçado em quatro vezes, pois as guias obstruem a passagem do lápis nos pontos de intersecção dos eixos com a curva. Ensaios realizados por um júri de exame deram resultados muito satisfatórios, com erros não ultrapassando uma fração mínima de milímetro para uma elipse com 60 centímetros e 40 centímetros de comprimento para o grande eixo e o pequeno eixo, respectivamente.

As dimensões das elipses que este elipsógrafo permite traçar são muito variáveis, pois basta escolher convenientemente o comprimento do segmento e colocar o traçador no interior ou no exterior deste segmento para modificar à vontade os eixos da curva.

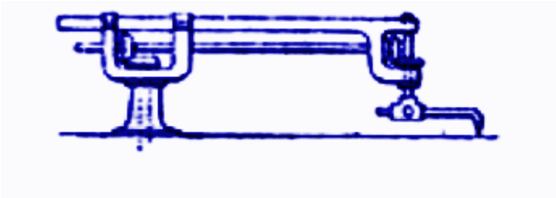


Figura 18 - Ellipsógrafo com engrenagens angulares

ELIPSÓGRAFO DE PINHÕES EM ÂNGULO

Um pé suporta um eixo vertical em torno do qual pode girar um braço horizontal que carrega uma pequena árvore paralela sobre a qual estão fixados dois pinhões de ângulo. Sendo o pinhão central móvel, quando se gira o braço horizontal, o braço porta-estilete que gira na extremidade do braço grande traça uma elipse (fig. 18).

O ajuste é efetuado, por um lado, fazendo deslizar mais ou menos o braço porta-estilete; por outro lado, fazendo deslizar o longo braço horizontal cuja haste giratória é montada de maneira a poder deslizar no pinhão de ângulo que comanda sua rotação

Um conselho para nossos leitores que quiserem tentar construir eles mesmos um elipsógrafo: que limitem sua ambição a aparelhos de fio, bem mais fáceis de realizar do que aqueles de guias deslizantes.

Engenheiro

Referência Bibliográfica:

BIBLIOTHÈQUE NATIONALE DE FRANCE. ***Le Petit inventeur.*** Paris: Albin Michel, 1925. Disponível em: http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb32836551c. Acesso em: 15 set. 2025.

APÊNDICE B – Propriedade de Reflexão da Elipse

Uma Ponte entre a Geometria e a Óptica para a Educação Básica

1 Introdução

A elipse é uma das curvas cônicas que apresentam propriedades geométricas singulares, possuindo relevância em diferentes áreas da ciência, especialmente na óptica. Este apêndice explora a teoria subjacente à propriedade de reflexão da elipse, um tema que possibilita conectar conceitos de Geometria Analítica a fenômenos físicos. De acordo com essa propriedade, raios luminosos ou sonoros emitidos a partir de um dos focos da elipse, ao refletirem na curva, convergem para o outro foco. Tal comportamento evidencia a relação entre o ângulo de incidência e o ângulo de reflexão, princípio fundamental da lei da reflexão. O estudo desta propriedade permite a introdução de atividades interdisciplinares no ensino básico, particularmente no ensino médio, favorecendo uma aprendizagem significativa e alinhada a programas de mestrado que enfatizam práticas pedagógicas inovadoras.

O estudo da elipse constitui um componente curricular essencial no ensino médio. Todavia, frequentemente, esse estudo limita-se à descrição de equações e à identificação dos elementos geométricos, como focos, vértices e eixos. A exploração da propriedade de reflexão da elipse oferece uma oportunidade para transcender a abordagem puramente algébrica ou geométrica, inserindo o conceito em contextos físicos e aplicados.

A elipse é definida como o lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias a dois pontos fixos, denominados focos (F_1 e F_2), é constante. A propriedade de reflexão, derivada dessa definição, apresenta aplicações notáveis, como em equipamentos médicos, por exemplo, para procedimentos de litotripsia, e na arquitetura, como ocorre nas chamadas “galerias sussurrantes”. Compreender essa propriedade requer a assimilação da lei da reflexão, constituindo um elo entre Geometria Analítica e Física, além de oferecer um caminho pedagógico para atividades práticas e significativas.

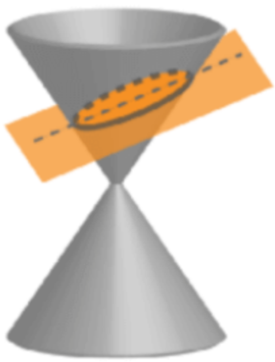
A Matemática e a Física compartilham uma longa tradição de diálogo, sobretudo quando se trata da descrição dos fenômenos naturais por meio da linguagem geométrica. Entre as figuras planas que despertaram o interesse dos matemáticos antigos, a elipse ocupa um lugar de destaque. Mais do que uma simples curva, ela sintetiza relações harmônicas entre distâncias e reflete, literalmente, leis da natureza.

No contexto educacional, compreender a propriedade de reflexão da elipse permite estabelecer pontes entre o estudo das cônicas na Geometria Analítica e os princípios da Óptica Geométrica. Essa conexão interdisciplinar favorece um ensino que valoriza tanto a história da ciência quanto a experimentação, despertando o interesse dos alunos e estimulando a curiosidade científica.

2 - Raízes Históricas da Elipse e da Óptica

O conceito de elipse surge nas obras de Apolônio de Perga (c. 262–190 a.EC.), particularmente em *Cônicas*, tratado que sistematizou as propriedades dessas curvas resultantes da interseção de um cone com um plano (Figura 1).

Figura 1 - Cone de Apolônio de Perga



Fonte: neurochispas, 2025

Embora Apolônio às tenha estudado sob uma perspectiva puramente geométrica, suas descobertas forneceram a base teórica para aplicações posteriores em astronomia e óptica (HEATH, 1896).

Euclides, em seu tratado *Óptica* (século III AEC.), introduziu uma abordagem geométrica para a visão, tratando os raios luminosos como linhas retas que obedecem à lei da reflexão. Posteriormente, Ptolomeu (século II EC.) investigou experimentalmente as propriedades de espelhos côncavos e convexos em seu *Livro da Óptica*, antecipando a relação entre formas geométricas e o comportamento da luz.

O legado islâmico, durante o período medieval, a óptica foi profundamente transformada por Ibn al-Haytham (965–1040), também conhecido como *Alhazen*. Em seu *Kitāb al-Manāẓir* (*Livro da Óptica*), o autor propôs uma teoria física da luz e analisou matematicamente a reflexão em superfícies curvas, formulando o célebre *Problema de Alhazen*, precursor dos estudos modernos sobre espelhos esféricos e elípticos (Sabra, 1989).

No século XVI, Giambattista della Porta (1535–1615) foi um dos primeiros a relacionar explicitamente a forma elíptica com a propriedade reflexiva da luz. Em *De Refractione Optices* (1593), ele descreveu experiências com espelhos elípticos, nos quais os raios emitidos por um foco convergem no outro após a reflexão.

Posteriormente, Johannes Kepler (1611) estudou as órbitas elípticas dos planetas e investigou o comportamento dos raios luminosos em lentes e espelhos, fortalecendo o vínculo entre a elipse e a natureza. René Descartes (1637) e Isaac Newton (1704) consolidaram a óptica geométrica, aplicando a lei da reflexão a superfícies diversas, inclusive elípticas.

Nos séculos XIX e XX, as propriedades reflexivas das superfícies elípticas foram incorporadas em instrumentos ópticos e acústicos, como microfones parabólicos e salas elípticas ("whispering galleries"). Atualmente, estudos em óptica computacional e engenharia óptica retomam essas propriedades em simulações e dispositivos que exploram a eficiência geométrica da elipse (Ferreira; Gomes, 2022).

3 A matemática por detrás da teoria do ângulo de incidência na reflexão.

Em contextos de Geometria Analítica, conceitos como vetor, normal, reta tangente e produto escalar são pilares essenciais, especialmente ao se analisar o comportamento de curvas e superfícies (como a elipse) em um ponto específico.

3.1 Elementos Fundamentais da Geometria Analíticia Aplicada

3.1.1 Vetor

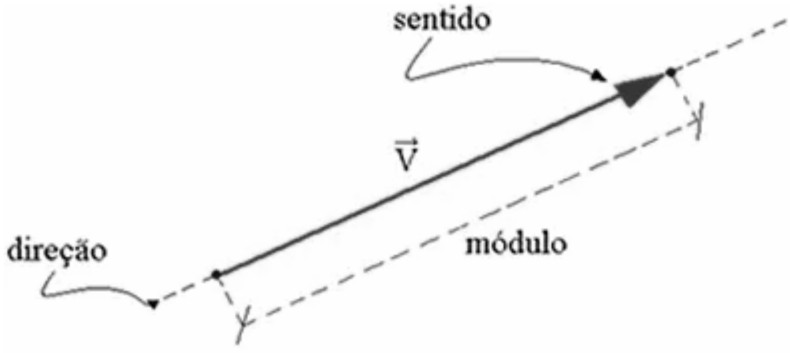
Definição: Um vetor é, em sua essência, um objeto matemático definido por módulo (intensidade ou comprimento), direção e sentido.

O módulo de um vetor $\vec{v} = (a, b)$ em R^2 é dado por: $|\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Propriedades importantes de módulo do vetor $\vec{v}$:

1. $|\vec{v}| \geq 0$.
2. $|\vec{v}| = 0 \Leftrightarrow \vec{v} = 0$, neste caso, $\vec{v}$ é o vetor nulo.
3. $|k\vec{v}| = |k| \cdot |\vec{v}|$.
4. $|\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$ (Desigualdade triangular)

Em espaços euclidianos (R^2 ou R^3), ele é comumente representado por um segmento de reta orientado, cuja magnitude e orientação descrevem a grandeza vetorial.



Fonte: <https://encurtador.com.br/Tcvyh>

Os vetores são utilizados para representar grandezas físicas que não podem ser descritas apenas por valores numéricos (escalares), como força, velocidade e aceleração.

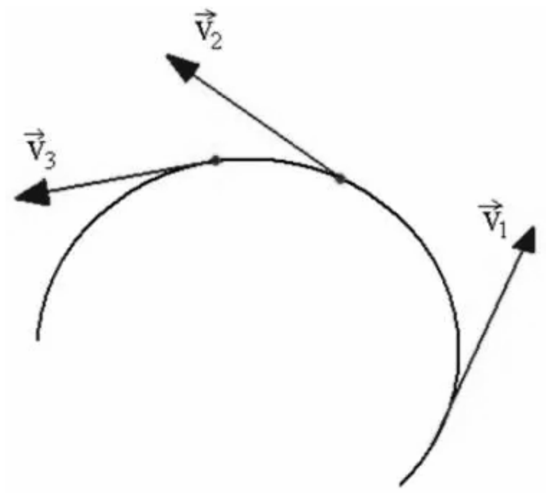
No estudo de curvas e superfícies, sua função é central para a definição de direções significativas: o vetor tangente, que indica a direção do movimento ou da curva, e o vetor normal, que determina a direção perpendicular a um ponto da curva ou superfície.

3.1.2 Reta Tangente

Definição: A reta tangente a uma curva em um ponto específico é a reta que toca a curva nesse ponto e possui a mesma direção que o vetor tangente à curva naquele ponto.

Formalmente, se uma curva é parametrizada por $r(t)$, o vetor tangente $r'(t)$ define a direção da reta tangente em t_0.

Figura 2 - Vetores tangentes à curva



Fonte: <https://l1nk.dev/KP7Aw>

Os 3 vetores representados na Figura 2, são vetores tangentes à curva dada. A reta tangente é utilizada para aproximar localmente a curva, estudar seu comportamento em torno de um ponto e servir como referência para cálculos de inclinação, derivadas e outras propriedades da curva.

3.1.3 Vetor Normal

Definição: O vetor normal a uma curva ou superfície em um ponto é perpendicular ao vetor tangente (ou ao plano tangente, no caso de superfícies).

Dado um vetor $\vec{v}$, dizemos que um vetor $\vec{n}$ é a normal de $\vec{v}$ se:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$$

Ou seja, o produto escalar entre os dois vetores é igual a zero, o que indica que o ângulo entre eles é de 90°.

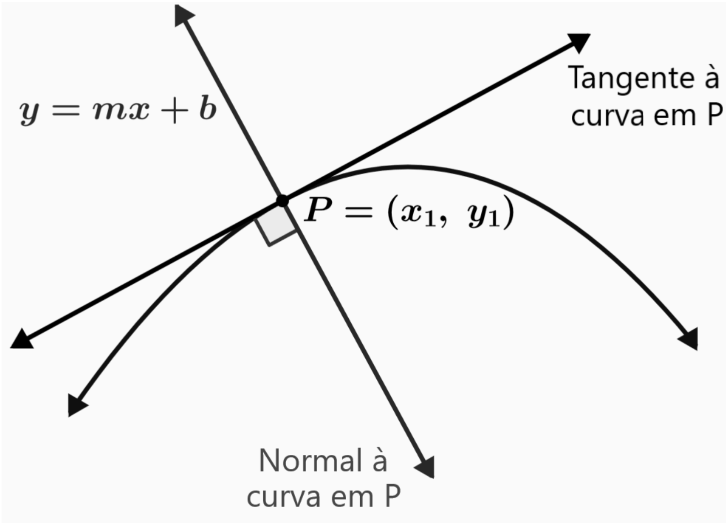
Exemplo no plano ($\mathbb{R}^2$): Se temos $\vec{v} = (a, b)$ então, um vetor normal a $\vec{v}$ pode ser, por exemplo:

$$\vec{n} = (-\, b, a) \; ou \; \vec{n} = (b, -\, a),$$

ambos são perpendiculares a $\vec{v}$.

Em duas dimensões, ele aponta na direção ortogonal à tangente, como mostra a Figura 3:

Figura 3: Reta tangente à curva e a normal no ponto P



Fonte: <https://l1nq.com/3M0Gk>. 17. Nov. 2025.

Vetores normais são essenciais para cálculos de curvatura, análise de forças perpendiculares em física, reflexão de raios de luz e outros fenômenos aplicados. Na elipse, por exemplo, o vetor normal permite compreender a geometria local da curva e sua interação com propriedades físicas, como a reflexão.

3.1.4 Produto Escalar

Definição: O produto escalar de dois vetores A e B em R é definido da seguinte forma:

$$A \,.\, B \;=\; ||A||\,.\,||B||\; cos\theta\,,$$

onde $||A||\ e\ ||B||$ são os módulos dos vetores e é o ângulo θ é o ângulo entre $A\ e\ B$.

O produto escalar permite determinar ângulos entre vetores, projetar vetores em uma determinada direção e calcular componentes de força ou velocidade ao longo de direções específicas, isto é, $cos\theta \;=\; \frac{A.B}{||A||\,.||B||}$.

Considere dois vetores no espaço bidimensional, $A\ =\ (a_1,\ a_2)$ e $B\ =\ (b_1,\ b_2)$, o produto escalar entre eles é definido por:

$$A \cdot B \;=\; a_1b_1 + a_2b_2$$

Essa forma algébrica expressa a mesma relação geométrica descrita por

$$A\,.\,B \;=\; ||A||\,.\,||B||\,cos\theta\,,$$

onde θ representa o ângulo entre os vetores .

Uma das propriedades mais relevantes do produto escalar é a condição de ortogonalidade.

Propriedade: Quando dois vetores são perpendiculares, o ângulo entre eles é de 90°, e portanto $cos(90\circ) \;=\; 0$, e, portanto,

$$A{\cdot}B \;=\; 0$$

Essa propriedade é fundamental no estudo da normalidade em curvas e superfícies, pois permite demonstrar que o vetor tangente (T) é perpendicular ao vetor normal (N, isto é:

$$T{\cdot}N \;=\; 0$$

Assim, o produto escalar constitui uma ferramenta algébrica e geométrica indispensável para a verificação de perpendicularidade, análise de direções e compreensão das propriedades diferenciais locais das curvas, como a elipse.

4 Ângulo de Incidência na Reflexão

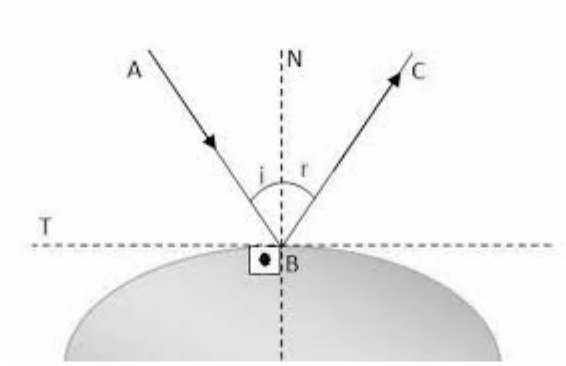
A reflexão da luz (ou de ondas em geral) em uma superfície obedece a uma lei fundamental: a Lei da Reflexão. Para que a propriedade da elipse de reflexão se sustente, essa lei deve ser aplicada localmente em cada ponto da curva.

4.1 A Lei da Reflexão

A Lei da Reflexão é estabelecida por dois princípios:

1. O raio incidente, a reta normal à superfície no ponto de incidência, e o raio refletido estão no mesmo plano (Figura 4).
2. O ângulo de incidência (θ_i) é igual ao ângulo de reflexão (θ_r), isto é, $\theta_i = \theta_r$

Figura 4 - Ângulos de incidência (θ_i) e de reflexão (θ_r)



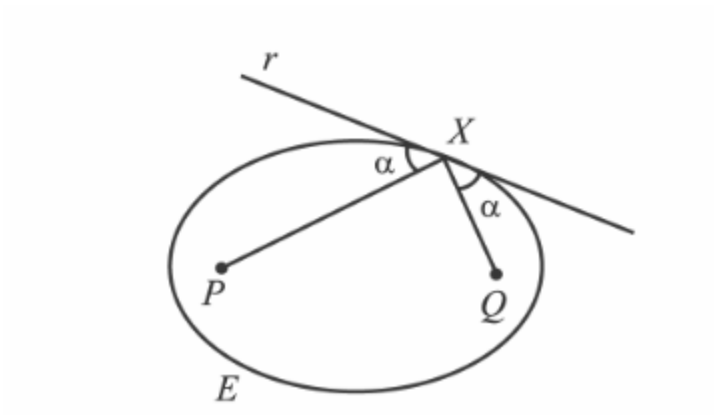
https://encurtador.com.br/kw9rZ

O ângulo de incidência é o ângulo formado entre o raio que chega (incidente) e a reta normal (N) à superfície no ponto de incidência (P). A reta normal é perpendicular à reta tangente (T) à superfície nesse ponto. O ângulo de reflexão é o ângulo formado entre o raio que parte (refletido) e a reta normal.

4.2 O Foco Geométrico da Elipse

A propriedade de reflexão da elipse afirma que o raio que incide em um ponto X da elipse, proveniente de um foco P, é refletido de modo a passar pelo outro foco Q (Figura 5).

Figura 5 - Propriedade de reflexão



<https://rpm.org.br/cdrpm/36/5.htm>

Geometricamente, para que a Lei da Reflexão ($\theta_1 = \theta_2 = \alpha$) seja satisfeita, a reta tangente (r) no ponto X deve bissectar o ângulo formado pelos segmentos PX e XQ. A demonstração formal exige o uso do cálculo diferencial para determinar a reta tangente em X e, consequentemente, a normal, ou a aplicação de princípios variacionais (como o Princípio de Fermat[2], que minimiza o tempo de percurso), mas o núcleo da questão é que:

- O segmento PX representa o raio incidente (ou sua direção).
- O segmento QX representa o raio refletido (ou sua direção).
- A reta normal no ponto X é a bissetriz externa do ângulo $\angle PXQ$. Equivalentemente, a reta tangente (r) é a bissetriz interna desse mesmo ângulo.

Essa configuração geométrica assegura que os ângulos formados pela normal com os dois segmentos focais são iguais, validando a lei da reflexão.

5 Implicações Pedagógicas para a Educação Básica

O estudo da propriedade de reflexão da elipse, com o foco na relação $\theta_1 = \theta_2 = \alpha$, oferece um terreno fértil para a interdisciplinaridade e para a promoção do raciocínio espacial e analítico no ensino médio.

5.1 Abordagem Interdisciplinar (Matemática e Física)

- **Matemática (Ensino Médio):** Introduzir o conceito de elipse não apenas por sua equação canônica ($\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$), mas também através da sua definição por focos e suas propriedades tangenciais/normais. Isso reforça a ideia de que a geometria analítica é uma ferramenta para modelar o espaço e suas propriedades.
- **Física (Ensino Médio):** A propriedade da elipse serve como uma demonstração prática da Lei da Reflexão. A discussão pode começar com a reflexão em superfícies planas (reflexão especular) e evoluir para superfícies curvas, onde o conceito de reta normal local é crucial.
- **Modelagem e Experimentação:** Utilização de modelos físicos de elipses (construídas com barbante e alfinetes) e fontes de luz (lasers) para demonstrar a convergência dos raios. Isso torna o conceito de "foco" algo palpável e funcional.
- **Geometria Dinâmica:** Uso de *softwares* como GeoGebra para construir a elipse, seus focos, a reta tangente e a normal em um ponto móvel. O aluno pode, dinamicamente, verificar a igualdade dos ângulos $\theta_1 = \theta_2$ e a propriedade bissetriz da normal.

- **Resolução de Problemas Contextualizados:** Apresentar a elipse em suas aplicações (litotripsia, galerias sussurrantes), desafiando os alunos a explicar o fenômeno utilizando a lei da reflexão e a definição de foco.

5.2 Aplicação Matemática da Propriedade de Reflexão:

Considere a elipse de equação: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Mostre que se os ângulos de incidência e reflexão em relação à tangente são iguais, confirmando propriedade de reflexão da elipse, dado um ponto sobre a elipse, $P = (\frac{3}{2}, \sqrt{3})$. Interprete o resultado em termos de uma aplicação prática (como um espelho elíptico).

Resolução:

Da equação $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, temos $a = 3$ e $b = 2$, então:

$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$. Logo, os focos são $F_1(-\sqrt{5}, 0)$ e $F_2(\sqrt{5}, 0)$.

Encontre a tangente à elipse no ponto P dado. A equação da tangente é:

$$\frac{x_0 x}{2} + \frac{y_0 y}{4} = 1,$$

substitua, $x_0 = \frac{3}{2}$ e $y_0 = \sqrt{3}$, temos $\frac{\frac{3}{2}x}{2} + \frac{\sqrt{3}y}{4} = 1 \Rightarrow \frac{x}{6} + \frac{\sqrt{3}y}{4} = 1$. Multiplique a equação por 12, assim a equação tangente a elipse no ponto, $P = (\frac{3}{2}, \sqrt{3})$ é $2x + 3\sqrt{3}y = 12$, a equação reduzida da reta tangente t é:

$$y = -\frac{2}{3\sqrt{3}}x + \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

1. Determine o coeficiente angular da reta tangente: $m_t = -\frac{2}{3\sqrt{3}}$.
2. Monte os vetores:
   - Vetor do foco até o ponto:

   $$u_1 = F_1P = (x_p - x_{F_1}, y_p - y_{F_1}) = (\frac{3}{2} + \sqrt{5}, \sqrt{3})$$

- Vetor do ponto até o outro foco:

$$u_2 = PF_2 = (x_{F_2} - x_{p!}, y_{F_2} - y_P) = (\sqrt{5} - \frac{3}{2}, -\sqrt{3})$$

- Vetor tangente:

$$t = (1, m_t) = (1, -\frac{2}{3\sqrt{3}})$$

3. Vetores usados (direções no ponto P). No ponto P tomemos os vetores :

- vetor incidente (direção do foco F1 para P ou, equivalente, do ponto P para F_1; usaremos vetor do ponto P para o foco):

$u_1 = F_1P = (\frac{3}{2} + \sqrt{5}, \sqrt{3})$, vetor refletido $u_2 = PF_2 = (\sqrt{5} - \frac{3}{2}, -\sqrt{3})$ e $t = (1, -\frac{2}{3\sqrt{3}})$

4. **Vamos calcular** θ_1 e θ_2 usando a fórmula do ângulo entre vetores: O cosseno do ângulo é dado por: $cos\theta = \frac{a.b}{|a|.|b|}$, sendo assim, $cos\theta_1 = \frac{u_1.t}{|u_1|.|t|}$ e $cos\theta_2 = \frac{u_2.t}{|u_2|.|t|}$, sendo que
   - θ_1 é o ângulo entre u_1 e t e θ_2 é o ângulo entre u_2 e t.

5. **Cálculos da norma** (arredondados às cifras significativas que interessam):

- $||u_1|| \approx 4,1180339887$
- $||u_2|| \approx 1,8819660113$
- $||t|| \approx 1,0715167512$

6. Produtos escalares (valores numéricos)

   Sejam dois vetores no plano: $\vec{u} = (u_1, u_2)$ e $\vec{v} = (v_1, v_2)$, o produto escalar entre eles é dado por: $\vec{u}.\vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2$.

Dados $u_1 = (\frac{3}{2} + \sqrt{5}, \sqrt{3})$, $u_2 = (\sqrt{5} - \frac{3}{2}, -\sqrt{3})$ e $t = (1, -\frac{2}{3\sqrt{3}})$, calcular o valor aproximado de:

- $u1 \cdot t \approx -3,0694013108$
- $u2 \cdot t \approx 1,4027346442$

7. Calcular θ_1 e θ_2 :

- $cos\theta_1 = \frac{u_1 \cdot t}{||u_1|| \cdot |t|} \approx -\ 0,6956083436$

- $cos\theta_2 = \frac{u_2 \cdot t}{||u_2|| \cdot |t|} \approx 0,6956083436$

Observe que $cos\theta_1$ e $cos\theta_2$ têm mesma magnitude e sinais opostos: $cos\theta_1 \approx -0{,}6956083$ e $cos\theta_2 \approx +0{,}6956083$.

Isso significa que os ângulos θ_1 e θ_2 obtidos pela fórmula acima são suplementares, ou seja, $\theta_1 \approx 134{,}08°$ e $\theta_2 \approx 45{,}92°$ com $\theta_1 + \theta_2 \approx 180°$. Isto ocorre porque um vetor está "de um lado" da tangente e o outro está do lado oposto.

Interpretação dos sinais e valor dos ângulos:

Mas a lei da reflexão compara os ângulos formados entre cada raio e a tangente no mesmo lado, isto é, com o módulo (o ângulo agudo). Para verificar a igualdade de incidência/reflexão comumente usada na óptica, tomamos os valores absolutos do cosseno (ou o complemento em relação a 180°. Temos que $|cos\theta_1| = |cos\theta_2| \approx 0,6956083$.

E, portanto, os ângulos agudos (o que interessa para a reflexão) são iguais:

$\varphi = arccos(|cos\theta_1|) = arccos(|cos\theta_1|) \approx 45,92°$.

Logo, os ângulos de incidência e reflexão (em valor absoluto) são iguais, confirmando a propriedade de reflexão da elipse.

Considerações Finais

A propriedade de reflexão da elipse transcende o âmbito puramente geométrico, revelando-se como um princípio interdisciplinar que integra conceitos de geometria, cálculo e óptica. Sua abordagem no contexto educacional possibilita ao estudante compreender como a Matemática se manifesta em fenômenos físicos e tecnológicos concretos, favorecendo a construção de um conhecimento mais articulado e significativo. Quando explorada de forma didática e experimental, por meio de instrumentos, simulações digitais ou atividades investigativas, essa propriedade contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da percepção espacial, além de promover a conexão entre teoria e prática. Assim, incorporar a reflexão da elipse ao ensino básico, a partir de perspectivas inovadoras e alinhadas à formação docente em nível de mestrado profissional, representa um caminho promissor para fortalecer a educação matemática, tornando-a mais contextualizada, integrada e capaz de despertar o interesse e a curiosidade científica dos estudantes.

Do ponto de vista pedagógico, essa aplicação da reflexão da elipse na área médica constitui um exemplo de contextualização interdisciplinar extremamente rica, permitindo integrar conteúdos de Geometria Analítica, Óptica Geométrica, Física Moderna e Biologia. Ao propor atividades baseadas nesse fenômeno, o professor pode estimular nos estudantes a capacidade de observar relações entre a Matemática e as ciências aplicadas, promovendo o pensamento crítico, a resolução de problemas e a compreensão da utilidade prática dos conceitos matemáticos. Tais atividades podem incluir a modelagem geométrica da elipse, o uso de softwares como o GeoGebra e a elaboração de situações-problema investigativas que aproximem a abstração matemática da realidade científica e tecnológica. Dessa forma, a reflexão da elipse, quando abordada com intencionalidade pedagógica e recursos inovadores, torna-se não apenas um conteúdo teórico, mas uma poderosa ferramenta de ensino que conecta a Matemática à vida, à ciência e à tecnologia.

Referências Bibliográficas

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. São Paulo: Ática, 2019.

FERMAT, Pierre de. **Oeuvres de Fermat**. Paris: Gauthier-Villars, 1891. v. 2.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física: óptica e física moderna**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

JÚNIOR, Nelson M. P.; LIMA, Anderson C. A propriedade de reflexão da elipse e suas aplicações em contextos interdisciplinares. **Revista Brasileira de Ensino de Matemática**, v. 13, n. 2, p. 45–60, 2022.

LAY, David C. **Álgebra linear e suas aplicações**. 5. ed. São Paulo: LTC, 2016.

LIMA, Elon Lages. **Geometria analítica e álgebra linear**. 10. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2017.

PAIVA, Manoel J. **Matemática: ensino médio**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2019.

SILVA, Carlos E. da; FERREIRA, Maria L. **Interdisciplinaridade e ensino de matemática: da teoria à prática pedagógica**. Curitiba: Appris, 2020.

STEWART, James. **Cálculo: volume 1**. 9. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2021.

APÊNDICE C – RECURSO EDUCACIONAL

O **Recurso Educacional** é constituído por um kit didático que reúne a **revista A Redescoberta dos Elipsógrafos** e dois elipsógrafos mecânicos: o Aparelho de Rubor e o Elipsógrafo de La Hire, além de um quebra-cabeça do Cone de Apolônio de Perga.

Figura: kit didático

Fonte: Arquivo pessoal, 2025.

O kit configura-se como um recurso educacional integrado, que valoriza o patrimônio histórico-científico e amplia as possibilidades metodológicas no ensino da Matemática.

A seguir, o link da revista "A Redescoberta *dos Elipsógrafos"*:
https://drive.google.com/file/d/1UoJVUq9tQyzKu-EV4PCBKyPKfUyAZzm5/view?usp=drive_link