

1ª edição -2025

RECURSO EDUCACIONAL



A Redescoberta dos Elipsógrafos

Jeane Andréa dos Santos Araújo



The advent of the steam engine
changes. It drastically reduces the
turns, making it possible to travel
of the time it once took. This new
growth, allowing goods.

16 dezembro de 2025



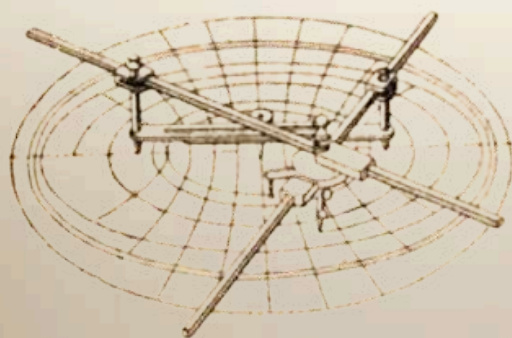
THE
FEAT
THE VINTAGE
DRESS

Elegance and Timeless
Beauty: The Vintage Dress

Quis autem vel eum iure reprehenderit qui de ea voluptate velit esse quam nihil molestiae consequatur, vel illum qui dolorem eum fugiat quo voluptas nulla pariatur.

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROFMAT
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

OS ELIPSÓGRAFOS



Autora: Jeane Andréa dos Santos Araújo
Orientadora: Profa. Dra. Marcela Richele Ferreira
Coorientador: Prof. Dr. Davidson Paulo Azevedo Oliveira



LES ELLIPSOGRAPHE



FICHA TÉCNICA

Título do Recurso Educacional: A Redescoberta dos Elipsógrafos

Programa: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

Instituição: Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET/MG

Dissertação de origem: Volta à Paris, 1925: Redescoberta dos Elipsógrafos

Data da defesa: 16 de dezembro de 2025

Autora: Jeane Andréa dos Santos Araújo

Orientadores:

- Profa. Dra. Marcela Richele Ferreira
- Prof. Dr. Davidson Paulo Azevedo Oliveira

Banca Examinadora:

- Profa. Dra. Izabela Marques de Oliveira
- Prof. Dr. Roberto Capone

Ano de Publicação: 2025

Contato: jeandeia2703@gmail.com

Imagens e Diagramas: autoria própria

Diagramação: Canva



The advent of the steam engine changes it drastically and the trans, making it possible to travel of the time it once took. This new growth, allowing goods.



FEAT
THE VINTAGE
DRESS

Elegance and Timeless
Beauty: The Vintage Dress

get
magna. Pellente
sequat. Etiam.

SUMÁRIO

05 *DO ENSINO PARA A HISTÓRIA: PRAZER, SOU A JEANE ARAÚJO*

06 *INTRODUÇÃO*

07 *A HISTÓRIA MATEMÁTICA CONTADA ATRAVÉS DO ARTIGO DA REVISTA LE PETIT INVENTEUR*

08 *A REVISTA LE PETIT INVENTEUR*

09 *LE PETIT INVENTEUR, 1925*

10 *OS ELIPSÓGRAFOS*

11 *TRADUÇÃO DO ARTIGO: LES ELIPSÓGRAFOS*

16 *INSTRUMENTOS HISTÓRICOS*

18 *ATIVIDADE DE LEITURA E EXPERIMENTAÇÃO*

20 *EXPLORANDO OS ELIPSÓGRAFOS*

22 *ATIVIDADES: EXPLORANDO OS ELIPSÓGRAFOS*

36 *REFLEXÃO SOBRE AS ATIVIDADES*

37 *DICAS PARA OS PROFESSORES*

56 *CONSIDERAÇÕES FINAIS*

57 *BIBLIOGRAFIAS*



DO ENSINO PARA A HISTÓRIA: PRAZER, SOU A JEANE ARAÚJO

Minha trajetória se desenha entre montanhas, salas de aula e trilhas abertas pela curiosidade. Com João Marcos e Samuel Vítor, aprendi que educar é também acompanhar o ritmo de pequenos passos que crescem junto aos nossos. Há 27 anos sou professora.

Desde 2012, atuo na Escola Estadual Três Poderes em Belo Horizonte-MG, onde ensino uma matemática em movimento, aquela que nasce do cotidiano, do gesto atento e do brilho que desperta no olhar de cada estudante.

Realizei um sonho, em 2023, transformei um depósito de livros em um espaço vivo: o Laboratório de Ensino de Matemática Malba Tahan. O gesto de construir, experimentar, tocar e compreender encontra, assim, o seu lugar. Trata-se de um espaço onde objetos, ideias e encantamentos se articulam, constituindo uma ambiência de aprendizagem fundada na experiência, na invenção e na memória.

Minha pesquisa no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT/CEFET-MG), defesa em dezembro de 2025, percorre caminhos que atravessam oceanos e tempos:

Viagem à França, 1925: Redescoberta dos Elipsógrafos.

Uma narrativa que nos faz mergulhar na revista *Le Petit Inventeur* e revelou a força pedagógica dos instrumentos que desenham elipses, artefatos que, ao mesmo tempo, medem o mundo e encantam o olhar.

Entre história e prática, entre passado e reinvenção, encontro o que sempre me moveu:

a matemática que se faz com as mãos, com o corpo, com o brilho atento de quem descobre.

É dessa matéria humana, sensível e rigorosa, que nasce este Recurso Educacional.

Um convite para ver a Matemática não apenas como cálculo, mas como linguagem, cultura, arte, caminho e história.



Queridos estudantes,

convido vocês a percorrer comigo um caminho que atravessa tempos, pessoas e ideias: a história de um artigo de elipsógrafos. Talvez, à primeira vista, esses instrumentos pareçam apenas mecanismos curiosos, feitos de madeira, metal ou até impressos em 3D. Mas, quando olhamos mais de perto, percebemos que eles contam uma história maior, a história de como a matemática se torna concreta, visível e presente no mundo ao nosso redor.

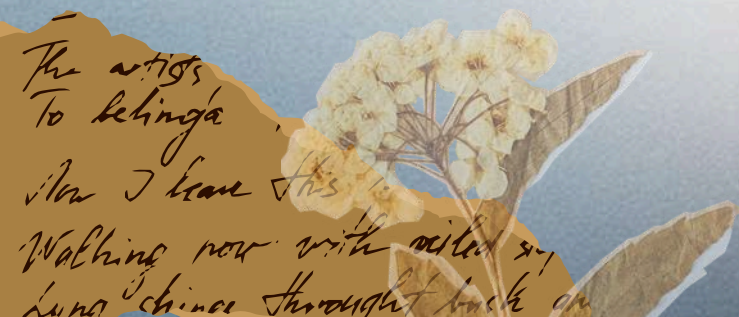
Ao longo deste percurso, a elipse é definida e analisada como uma curva geométrica cuja presença se manifesta em diversos campos do conhecimento, como a astronomia, a arquitetura, o design e o paisagismo. E, para isso, nos apoiaremos em registros históricos, especialmente nos artigos publicados na revista francesa *Le Petit Inventeur*, que nos apresenta instrumentos antigos reinterpretados à luz da cultura material da ciência e da tecnologia.

A proposta aqui não é apenas aprender o que é um elipsógrafo, mas entender por que esses instrumentos existiram, como foram usados e o que eles podem nos ensinar hoje. Vocês verão que a matemática não é apenas cálculo, ela é invenção, criatividade, engenho humano e, acima de tudo, diálogo entre passado e presente.



Está preparado para uma conversa sobre construção, história e matemática em movimento?

Jeane Araújo



language), size (few or many vo
presentation of a global or a limited
vledge), cultural perspective (authori
eological, didactic, utili
ificati

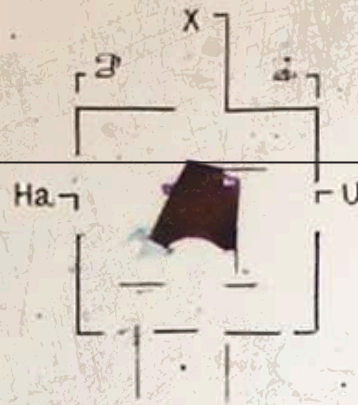
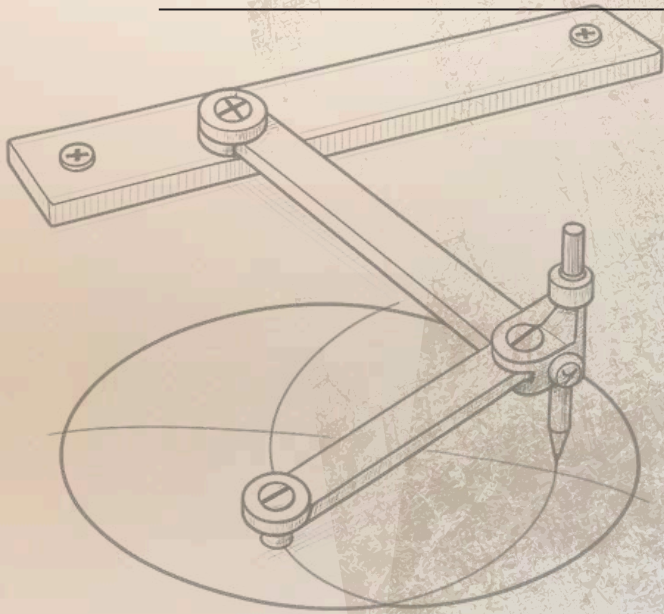
A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: CONTADA ATRAVÉS DE UMA REVISTA FRANCESA

A História da Matemática é um campo de estudo que busca compreender como os conceitos, técnicas e métodos matemáticos foram surgindo, se modificando e sendo apropriados pelas sociedades ao longo do tempo, desde as primeiras civilizações até nós. Quando olhamos para essa trajetória, percebemos que a matemática não nasceu pronta, nem é um conjunto de regras fixas ou frias: ela é um saber construído por pessoas reais, que enfrentaram dúvidas, criaram instrumentos, testaram ideias e dialogaram com as necessidades de seu tempo.

Esse olhar histórico é muito valioso. Ele permite reconhecer que aquilo que estudamos não é algo distante da vida, mas parte de uma experiência humana contínua. Ao compreender que a matemática é fruto de contextos culturais, sociais e tecnológicos e que aproxima o conhecimento da realidade e, ao mesmo tempo, humaniza o processo de aprender.

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

É nesse espírito que apresentamos a proposta desta atividade. Com o objetivo de unir História da Matemática, cultura material e prática experimental para explorar a elipse. Para isso, utilizaremos elipsógrafos, instrumentos mecânicos criados justamente para representar a curva. Ao acompanhar o movimento do instrumento, a elipse deixa de ser apenas fórmula: ela se revela, se constrói diante dos olhos, nasce no gesto que a desenha.



OS ELIPSÓGRAFOS

Edição de *Le Petit Inventeur*,
24 de novembro de 1925

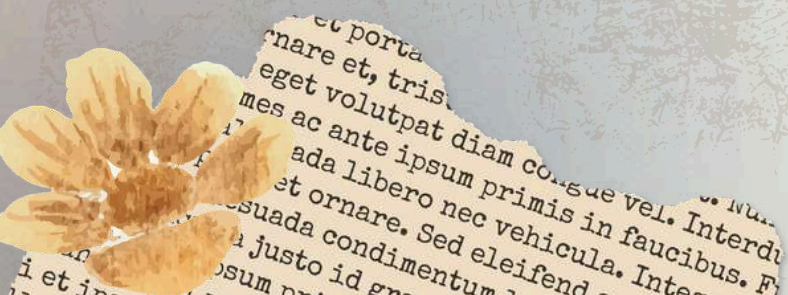
Quando falamos em construir uma elipse, talvez pareça, à primeira vista, algo distante da nossa realidade, como se fosse apenas uma forma estudada na geometria. Mas, ao longo da história, as elipses estiveram presentes em portas, janelas, arcos, molduras e até na ornamentação de prédios antigos. Antes de existirem computadores ou programas de modelagem, era preciso encontrar maneiras práticas de desenhar esse tipo de curva com precisão. É nesse contexto que entra o elipsógrafo de Rubor. Esse instrumento foi muito utilizado em oficinas e ateliês de arquitetura e marcenaria, porque permitia traçar a elipse de forma exata, usando peças articuladas que guiavam o movimento do traçado. Ou seja, a elipse não era apenas observada, ela era construída com as mãos.

Ao observar o funcionamento do elipsógrafo, percebemos algo importante: a matemática não está separada da prática.

Ela aparece nos movimentos das peças, nas articulações, nas relações entre distâncias e ângulos. O instrumento transforma uma ideia abstrata, "o conjunto dos pontos cuja soma das distâncias a dois focos é constante", em um gesto concreto, visível, quase como desenhar com o corpo.

Além disso, o mesmo princípio que orienta o elipsógrafo de Rubor, Engrenagem de La Hire e de elipsógrafos de articulação podem ser encontrado em outros mecanismos usados em máquinas, ferramentas e dispositivos do dia a dia, sistemas de pistões, engrenagens, bielas e transmissões, por exemplo. Isso nos lembra que a matemática é linguagem da técnica, da arte e da invenção.

Assim, ao trabalharmos com esse instrumento, nosso objetivo não é apenas aprender sobre a elipse. Queremos ver a matemática acontecer, compreender como ela se faz presente na história, nas mãos de artesãos, engenheiros, arquitetos, e agora, nas suas mãos também.



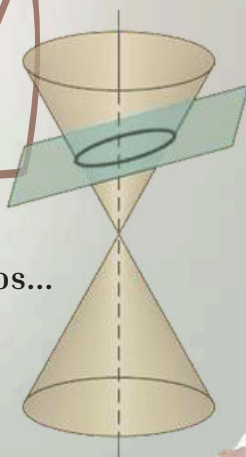
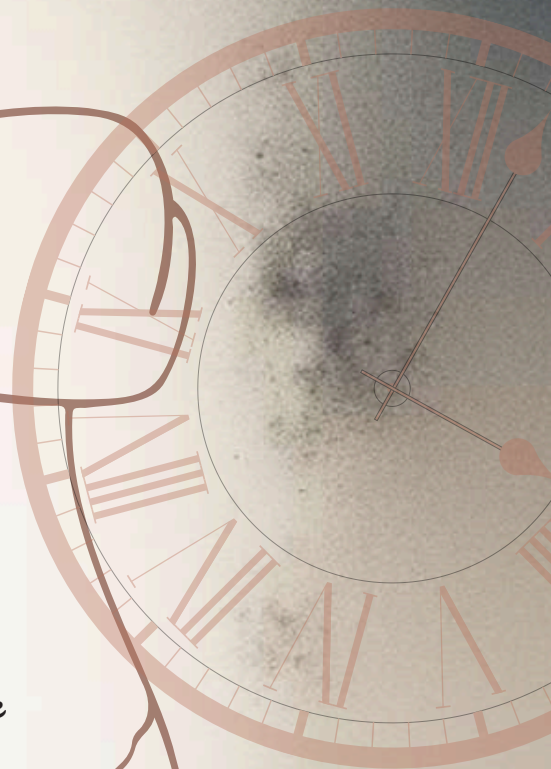
LE PETIT INVENTEUR, 1925

Ao longo da leitura, o convite é simples: olhem, experimentem, construam e reflitam.

Mais do que aprender sobre a elipse, vamos vivenciá-la, para este despertar, temos nas páginas seguintes a tradução do artigo de 24 de novembro de 1925,

Os Ellipsographes,
que traz do passado para o ensino atual os elipsógrafos.

A seguir o artigo da revista com os 17 elipsógrafos...



OS ELIPSÓGRAFOS

TRADUÇÃO DO ARTIGO DE 24 DE NOVEMBRO DE 1925,
REVISTA LE PETIT INVENTEUR

Tradução feita por Jeane A. S. Araújo

Vocês sabem o que é uma elipse: tem-se frequentemente a oportunidade de ver elipses na vida! Todas as vezes que se olha de lado um círculo: não é mais um círculo que se vê, é uma elipse. Vocês certamente se lembram de ter lido, a esse propósito, as luminosas explicações dadas no *Le Petit Inventeur* (O Pequeno Inventor) pelo autor do curso de desenho. Uma elipse é, portanto, uma espécie de circunferência achatada.

Toma o cuidado de manter o barbante sempre bem esticado, o que não deixa de ser difícil, e traça uma elipse (fig. 1). Não é apenas isso, entretanto, e não se deve confundir-la, por exemplo, com uma oval. Para saber o que é, do ponto de vista matemático, uma elipse, olhemos o jardineiro quando ele procede ao traçado de um maciço elipsoidal. Após ter plantado na terra duas estacas, ele prende as duas pontas de uma corda contra a qual apoia um bastão pontiagudo, servindo-lhe para traçar no chão um leve sulco. Se ele tomar a precaução de girar de modo que a corda permaneça sempre bem esticada, o que não tem nada de feitiçaria, ele traçará uma elipse (fig. 1).

Por conseguinte, podemos enunciar assim a definição da elipse: **é uma linha curva tal que, se somarmos a distância de cada ponto tomado sobre esta linha a dois pontos interiores, temos sempre o mesmo total.**

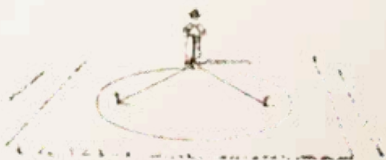


Figura 1 - O jardineiro traçando uma elipse com a sua corda.

Para completar nossa iniciação matemático-geométrica, adicionemos que os ditos dois pontos interiores são os focos, que o eixo maior é a linha reta traçada na elipse passando pelos focos, que o eixo menor é uma outra reta traçada na elipse perpendicularmente ao meio do eixo maior. Os desenhistas têm muito frequentemente elipses a traçar e, como o traçado à mão é longo e difícil de bem suceder, combinaram-se elipsógrafos diversos, muitos elipsógrafos com os quais se podem traçar elipses como se traçam circunferências por meio de um compasso.

Por que muitos? Porque, para dizer toda a verdade, não existe ainda elipsógrafo comparável ao compasso sob as relações diversas da simplicidade de construção, do preço módico de compra, da comodidade de emprego. Eis por que os inventores se empenham tanto em encontrar novas combinações de elipsógrafos!

Entre as combinações que representamos aqui, segundo a obra *Pour le dessinateur*, de J. de Thellesme, encontram-se alguns modelos que um amador pode construir ele mesmo. Isso certamente interessará nossos leitores, mestres em bricolagem. Quem sabe: talvez aperfeiçoando o modelo do qual tenham empreendido a construção, encontrarão o elipsógrafo ideal!



Gallica:
Revista *Le Petit Inventeur*

Les Ellipsographes, 24/11/1925

COMPASSO DE FIO

Com os aparelhos deste gênero, o traçado da curva é feito como aquele da elipse que desenhava, há pouco, nosso jardineiro. Poder-se-ia aliás empregar o método enterrando dois percevejos no papel, que serviriam de fixação a um fio: mas justamente, se é permitido enterrar os ditos percevejos nas bordas de uma folha, é preciso evitar fazer isso no meio de um desenho!

COMPASSO PARA ELIPSE

É um compasso cujas hastes são articuladas com fricção dura e cujas pontas são substituídas por furos nos quais passa um fio cujo comprimento se pode regular o comprimento (fig. 2)

RÉGUA DESLIZANTE

Usa-se como o compasso : mas em vez de fazer girar a articulação para regular a distância entre os focos, faz-se deslizar uma haste na outra (fig. 3).



Figura 2 e 3 – Compasso de fio (em cima) e régua deslizante; (em baixo).

RÉGUA DE CURSOR

Com o dispositivo anterior, mal se pode fazer variar muito a distância entre focos : é para corrigir este defeito que foi construída a régua provida de um cursor que se pode fazer deslizar regulando a distância por um botão serrilhado apertando uma corredeira (fig. 4).



Figura 4 – Régua de cursor.

ELIPSÓGRAFO DE FIO ELÁSTICO

Possui a forma de uma régua cujos cursores suportam as extremidades do fio; o dispositivo compreende, além disso, um terceiro cursor ao qual está fixada uma haste com fenda (fig. 5). Na ponta desta haste está preso um elástico de borracha que puxa o porta-estilete. O traçado é assim obtido pelo simples girar da haste.

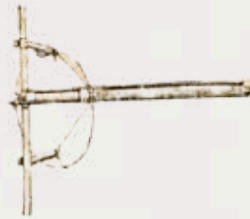


Figura 5 – Elipsógrafo de fio elástico: o fio (disposto horizontalmente) puxa o cursor móvel situado na haste horizontal.

PLATAFORMA

Esta plataforma, composta de duas tábuas (fig. 6), é uma variante da régua deslizante, mas ela tem mais estabilidade, e a fenda pode sem inconveniente ser muito alongada.

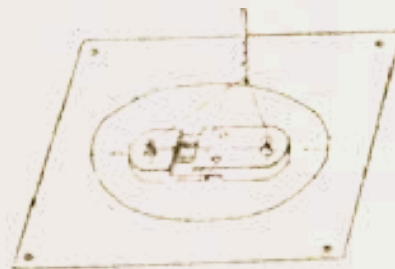


Figura 6 -Aparelho para a plataforma deslizante.

ELIPSÓGRAFO PAPE

Enquanto que com a maioria dos aparelhos de fio deve-se traçar a elipse duas vezes, este dispositivo permite um traçado ininterrupto. Ele consiste em uma régua de cursores, os quais carregam hastes cujas pontas são colocadas nos focos. Mas nesses focos não estão fixadas as duas pontas do fio guia.

Essas pontas estão fixadas ao porta-estilete o qual é suportado pelo duplo paralelogramo articulado de um esquadro giratório.

Um outro esquadro suporte dá ao conjunto uma estabilidade suficiente (fig. 7). Durante a rotação, o contato entre fio e estilete é assegurado por uma mola de elástico de borracha que tende a aproximar as extremidades do duplo paralelogramo.

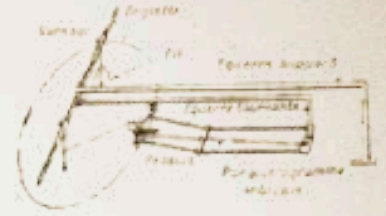


Figura 7 – Aparelho Pape

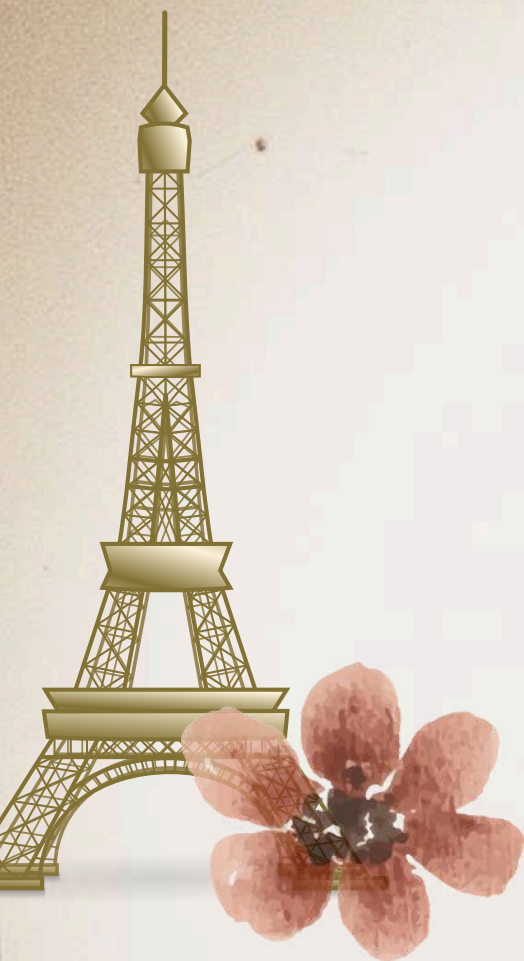
Aparelhos de guias deslizantes

Os elipsógrafos de fio compreendem por vezes guias para o deslizamento das peças de fixação do fio : mas estas guias não atuam durante o traçado. Ao contrário, nos aparelhos cuja descrição segue, é durante o traçado que os cursores circulam nas guias.

APARELHO URQUHART

Ele é construído em madeira (fig. 8), exceto as pontas metálicas que podem ser fixadas por meio de uma espécie de luva deixando-as deslizar sobre a régua cuja extremidade é munida do lápis servindo ao traçado ; a imobilização dessas luvas e, conseqüentemente, das pontas, é obtida com a ajuda de parafusos de pressão de um tipo muito corrente e fácil de se achar em qualquer lugar. Adicionemos que o lápis inserido na ponta da régua e que dá o traçado, deve ser imobilizado solidamente no sentido vertical, e o melhor, para chegar a este resultado, é preciso fazer passar uma pequena cavilha em um furo perpendicular àquele onde penetra o lápis, de maneira que esta cavilha, talhada em forma de cunha com este objetivo, venha esfregar contra o próprio lápis. Do ponto de vista do emprego do aparelho, notaremos o que já se podia pressentir, que a distância entre a ponta do lápis e a ponta metálica mais próxima, determina o comprimento do raio do eixo menor da elipse que se vai traçar,





enquanto a distância entre este lápis e a outra ponta corresponde ao raio do eixo maior.

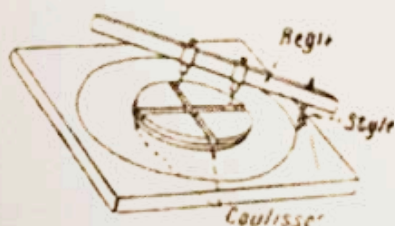


Figura 8 - Aparelho Urquhart

Trata-se de guiar o deslocamento das duas pontas para que a elipse se trace com estes dois raios. Com este objetivo, é necessário um círculo onde as pontas se movem seguindo dois diâmetros deste círculo, cortando-se em ângulo reto. Eis como se chega lá. Em um círculo de madeira, traçam-se estes dois caminhos normais um ao outro, mas dando-lhes a cada um uma forma trapezoidal ou em cauda de andorinha (em seção transversal, bem entendido); cada ponta vem penetrar e permanecer em um pequeno bloco de madeira que apresenta uma seção correspondente, nela formando como uma montagem de encaixe, mas com possibilidade para cada bloco de deslizar no caminho sem dele poder sair.

Na realidade, para a facilidade da escavação desta ranhura, o prato circular de madeira não é feito de uma única peça: ele é constituído de um primeiro prato de um único pedaço, sobre o qual se aplicam quatro quartos de um prato superposto, as bordas dos quatro setores tendo sido talhadas de maneira a formar por sua aproximação as ranhuras de bordas inclinadas. Fixam-se naturalmente de maneira sólida os pedaços do prato superior sobre o prato inferior, e o aparelho está pronto quando se inseriram nas ranhuras os dois pequenos blocos de apoio das agulhas metálicas. Compreende-se como se deve empregar o aparelho, que deverá ser fixado ele mesmo solidamente sobre a superfície onde se quer traçar uma elipse.

APARELHO RUBOR

Recortam-se primeiro quatro esquadros de 45 graus, de modo a poder montá-los para formar uma cruz (fig. 9). Obtém-se facilmente este resultado por meio de quatro pequenas tábuas colocadas nas extremidades dos braços da cruz. Sob cada uma destas tábuas, colocam-se pés constituídos por um pedaço de madeira terminado por uma ponta que permite regular sua altura. Para manter os lados dos esquadros justapostos no prolongamento um do outro, é necessário manter ao centro seu afastamento por meio de quatro calços. Estes serão colocados sobre plaquetas de madeira de maneira que sua parte mediana não toque o plano dos esquadros. Uma haste completa o elipsógrafo. Ela carrega em uma extremidade um lápis, uma pena ou um tira-linhas e, na outra, dois pequenos pés em fio de ferro rígido e de mesma altura. O nível da haste deverá ser ligeiramente inferior ao dos esquadros retangulares.

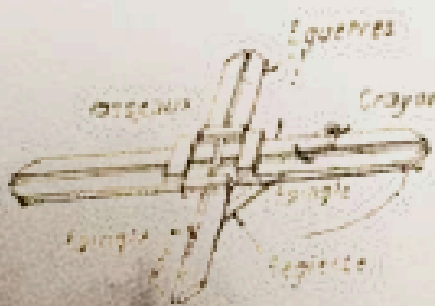


Figura 9 - Aparelho Rubor.

Para traçar uma elipse cujos comprimentos dos eixos sejam conhecidos antecipadamente, espetam-se na haste, a distâncias do lápis respectivamente iguais ao semieixo maior e ao semieixo menor da elipse, dois alfinetes, cujo diâmetro seja sensivelmente igual ao afastamento dos esquadros, de forma a realizar um atrito muito suave. Basta então fazer mover o lápis para obter o traçado. Os calços elevados permitem que os alfinetes passem facilmente.

ELIPSÓGRAFO DEGEN

Duas hastes de corrediça carregam hastes cujo afastamento pode variar para que correspondam aos focos. Sobre cada haste estão articuladas réguas giratórias carregando, cada uma, um cursor (fig. 10). E os cursores são fixados por uma articulação sobre a plaqueta porta-estilete. Nestas condições, basta regular a distância entre focos e fazer coincidir o estilete com um dos pontos da elipse para que, estando os parafusos de regulagem bloqueados, um deslocamento do estilete provoque o traçado de toda ou parte da elipse.

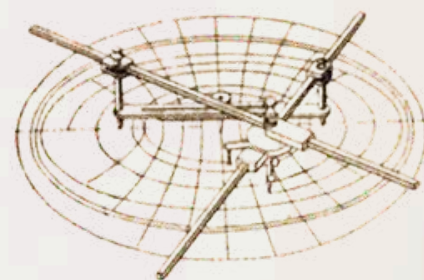


Figura 10 - Aparelho Degen com as curvas que ele permite traçar

ELIPSÓGRAFO COMTE

O aparelho é muito simples, tão simples que se pode fabricá-lo com um esquadro de 45 graus sobre o qual se colam lâminas de madeira bem retilíneas para formar duas guias deslizantes: uma formando a hipotenusa do esquadro, a outra perpendicular sobre o meio da primeira. Nestas guias encaixam-se as pontas rombas de um compasso, do qual uma das hastes carrega uma pequena barra sobre a qual desliza um porta-lápis (fig. 11).

Com velhos compassos em vias de serem descartados, uma lima e um pouco de perícia, pode-se, sem muita dificuldade, ter sucesso na construção do aparelho. Ele permite apenas o traçado de uma metade da elipse, mas, virando o esquadro, pode-se facilmente unir a segunda metade à primeira.

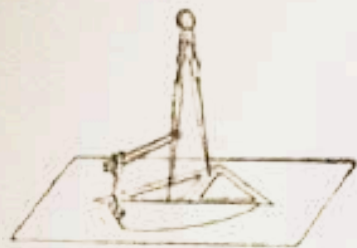


Figura 11 – Elipsógrafo Comte

ELIPSÓGRAFO CARONNET

O aparelho compõe-se de uma haste cilíndrica terminada por uma ponta que repousa sobre o papel. A extremidade livre é mantida com a ajuda de uma bucha articulada sobre uma haste capaz de deslizar em um tubo articulado sobre um pé. Um parafuso de aperto permite imobilizar a haste em seu suporte (fig. 12).



Figura 12 - Elipsógrafo de Caronnet

Sobre a haste desliza, com atrito suave e sem folga, uma luva que carrega uma parte saliente na qual pode deslizar a perna de uma haste acotovelada, cuja extremidade receberá o lápis que traçará a elipse sobre o papel. Nota-se que, no deslocamento da luva, a ponta da perna em V permanece a uma distância constante da haste; ela se desloca, portanto, com o seu braço, seguindo a superfície de um cilindro de revolução em torno deste eixo e, ao deslizar sobre a folha de papel, descreve uma seção oblíqua plana deste cilindro, ou seja, uma elipse.



APARELHO LOVE

O corpo do aparelho tem a forma de um T cuja grande haste carrega uma longa fenda assim como um furo e cujas três extremidades estão fixadas sobre pés (fig. 13). O pé isolado carrega uma ponta ou um cortador que coincide com o eixo maior da elipse a traçar, determinado, por outro lado, por uma agulha central que carrega a pequena haste do T. O furo médio do T carrega uma manivela ligada a uma extremidade da barra porta-lápis que, por sua outra extremidade, desliza na fenda do T. A haste interior da manivela dupla é perfurada por furos igualmente espaçados entre si, de sorte que o eixo de rotação estabelecendo a conexão possa ser colocado mais ou menos longe. Para o uso, alinham-se os índices do T



Figura 13 – Vista e plano do aparelho love.

sobre o eixo maior da elipse a desenhar, coloca-se a manivela em ângulo reto com a haste grande do T e faz-se deslizar o lápis na fenda até que a distância entre o estilete e o centro da haste grande iguale a metade do eixo menor da elipse a desenhar. Fixar então a posição do lápis.

APARELHO NORTON

O braço porta-lápis (fig. 14) desliza em uma corredeira fixada ao braço lateral; este, por sua vez, está fixado em uma corredeira que gira no suporte sob a influência de uma manivela. O eixo passa por um orifício na extremidade do braço longo, o qual é compelido por duas corredeiras fixadas sobre a mesa a deslocar-se exclusivamente na direção do seu próprio eixo. O suporte é montado sobre duas hastas transversais. Nestas condições, se o centro de rotação superior estiver colocado exatamente acima do centro de rotação inferior, a rotação da manivela superior produz o traçado de uma circunferência pelo lápis. Mas quando um dos centros de rotação é deslocado, forma-se uma elipse, cujas dimensões dependem do modo de fixar as peças sobre suas corredeiras de suportes. O eixo menor da elipse é igual ao dobro da distância entre o eixo superior e o estilete; o eixo maior é igual a duas vezes a distância entre o eixo do centro de rotação inferior e o estilete.

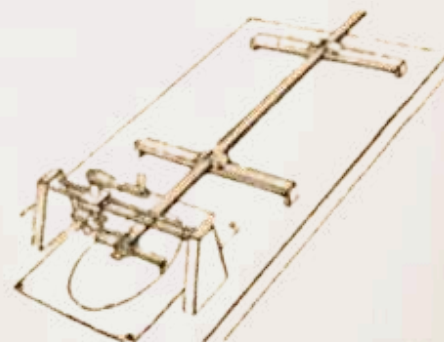


Figura 14 - Aparelho Norton





Elipsógrafos Diversos

ELIPSÓGRAFO DE TREM DE ENGRENAGEM

Uma roda dentada é fixada ao suporte de onde se eleva um braço giratório carregando duas rodas dentadas, uma livre, que engrena com a roda central fixa, a outra que faz girar uma haste cuja fenda sustenta o porta-lápis (fig. 15).

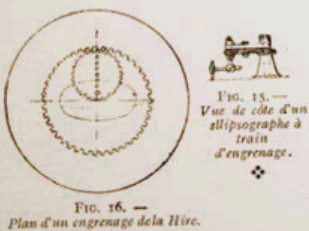


Figura 16 - Plano de uma engrenagem dela Hire

Este porta-lápis faz duas revoluções enquanto o braço só faz uma. A fenda é fixada de sorte que a distância entre o lápis e o eixo da roda dentada terminal (em projeção horizontal) iguale a diferença entre o eixo menor e o eixo maior da elipse a traçar.

ENGRENAGEM LA HIRE

Ele é composto de duas rodas dentadas, uma interiormente, a outra exteriormente, tendo esta última um diâmetro (contado no local dos dentes), o dobro da outra (fig. 16). Se fizermos girar a pequena roda dentro da grande, o centro da pequena roda traçará uma circunferência, mas qualquer outro ponto escolhido sobre esta pequena roda traçará uma elipse. E esta elipse será tanto mais alongada quanto mais longe estiver o ponto traçado do centro da pequena roda. Praticando sobre um raio desta roda uma série de furos, pode-se, portanto, traçar uma série de elipses diferentes.

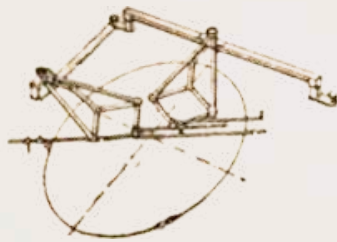


Fig. 17 — Elipsógrafo Schromm.

ELIPSÓGRAFO SCHROMM

Obtém-se uma elipse, com este aparelho, fazendo uma aplicação criteriosa do paralelogramo articulado ou reciprocador de *Peaucellier*, combinação cinemática graças à qual se pode transformar um movimento circular em um movimento rigorosamente retilíneo. O elipsógrafo no qual este princípio é aplicado compõe-se de duas réguas retangulares sobre as quais se pode fixar, em dois pontos convenientemente escolhidos conforme o tamanho e a excentricidade da elipse a traçar, duas corrediças que servirão de pontos de

articulação a dois reciprocadores (fig. 17). Serão, portanto, as extremidades destes dois reciprocadores que descrevem duas retas retangulares. É entre os pontos de cada extremidade assim guiados retilineamente por simples articulações que se fixa um segmento sobre o prolongamento do qual é colocado, a uma distância conveniente, o traçador que descreve a elipse que se deseja desenhar. O movimento do reciprocadores (fig. 17). Serão, portanto, as extremidades destes dois reciprocadores que descrevem duas retas retangulares. É entre os pontos de cada extremidade assim guiados retilineamente por simples articulações que se fixa um segmento sobre o prolongamento do qual é colocado, a uma distância conveniente, o traçador que descreve a elipse que se deseja desenhar. O movimento do aparelho é muito suave e a elipse é traçada de uma só vez, enquanto que, com a maioria dos compassos de elipse, é frequentemente necessário fazer o traçado em quatro vezes, pois as guias obstruem a passagem do lápis nos pontos de intersecção dos eixos com a curva.

Ensaio realizados por um júri de exame deram resultados muito satisfatórios, com erros não ultrapassando uma fração mínima de milímetro para uma elipse com 60 centímetros e 40 centímetros de comprimento para o grande eixo e o pequeno eixo, respectivamente.

As dimensões das elipses que este elipsógrafo permite traçar são muito variáveis, pois basta escolher convenientemente o comprimento do segmento e colocar o traçador no interior ou no exterior deste segmento para modificar à vontade os eixos da curva.



...e et, trisi...
...eget voluptat diam co...eue vel. Interdu...
...r malpsuada libero nec vehicula. Integer con...
...i...driet ornare. Sed eleifend commodo ulla...
...ristique a justo id gravida. Interdum et males...
...san ut nisl vel, luctus egestas argue. Aenean v...
...et ipsum primis in faucibus. Donec et males...
...ntesque molestie, eu tempus nunc molestie...
...aliquet quis. Duis facilis...
...nec purus vitae eros...
...tortor felis, esse...



ELIPSÓGRAFO DE PINHÕES EM ÂNGULO

Um pé suporta um eixo vertical em torno do qual pode girar um braço horizontal que carrega uma pequena árvore paralela sobre a qual estão fixados dois pinhões de ângulo. Sendo o pinhão central móvel, quando se gira o braço horizontal, o braço porta-estilete que gira na extremidade do braço grande traça uma elipse (fig. 18).

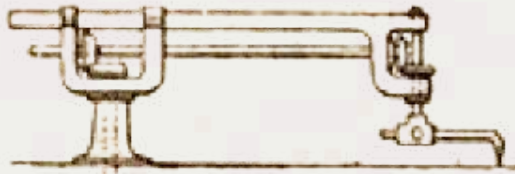


Figura 18 - Ellipsógrafo com engrenagens angulares

O ajuste é efetuado, por um lado, fazendo deslizar mais ou menos o braço porta-estilete; por outro lado, fazendo deslizar o longo braço horizontal cuja haste giratória é montada de maneira a poder deslizar no pinhão de ângulo que comanda sua rotação.

Um conselho para nossos leitores que quiserem tentar construir eles mesmos um elipsógrafo: que limitem sua ambição a aparelhos de fio, bem mais fáceis de realizar do que aqueles de guias deslizantes.

Engenheiro

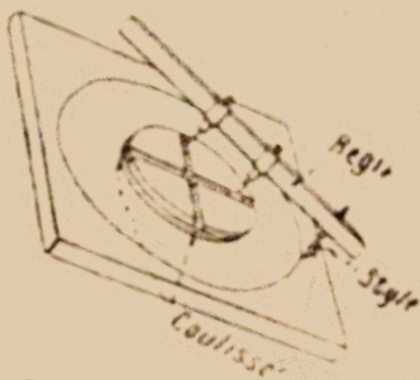


Les Ellipsographes,
24 de novembro de 1925



Instrumentos históricos

Uso de instrumentos históricos no ensino de matemática pode enriquecer significativamente as práticas pedagógicas, especialmente quando buscamos superar abordagens fragmentadas ou excessivamente formais. Ao trazer para a sala de aula objetos que foram utilizados em diferentes períodos da história, convidamos os estudantes a perceberem a matemática como uma construção humana, situada em contextos culturais, sociais e tecnológicos específicos. Esse movimento contribui tanto para a aprendizagem ativa quanto para o desenvolvimento do pensamento crítico.¹



Quando falamos em cultura material, estamos nos referindo justamente a esses artefatos que expressam modos de fazer, pensar e representar o conhecimento ao longo do tempo. No campo da matemática, isso inclui instrumentos de medição, dispositivos geométricos, ábacos, planímetros, pantógrafos e, claro, os elipsógrafos. Trabalhar com esses objetos nos permite compreender não apenas como uma ideia matemática foi formulada, mas por que ela foi necessária e como foi aplicada em práticas científicas, tecnológicas e cotidianas.

É nesse contexto que o elipsógrafo se torna um exemplo privilegiado. Seu funcionamento está diretamente ligado ao princípio geométrico que define a elipse como “o conjunto dos pontos cuja soma das distâncias a dois focos permanece constante”. Ao mover o instrumento e observar a curva surgir, esse conceito deixa de ser uma frase abstrata para se tornar um gesto visível. Em outras palavras, o elipsógrafo transforma uma ideia matemática em experiência, algo que podemos ver, tocar e compreender de forma gradual, concreta e significativa.

¹ SAITO, F.; PEREIRA, A. C. C. “Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos”. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 5, n. 14, p. 109-122, 2018.

Ao explorar dispositivos mecânicos antigos ou reinterpretados, como os elipsógrafos, a utilização de tais referências históricas favorece:

- a contextualização da matemática como ciência humana, situada em culturas e épocas;
- o movimento de aprendizagem ativo, em que o aluno observa, manipula, experimenta e reflete;
- o desenvolvimento de atitudes investigativas, questionadoras e críticas, pois o artefato histórico convida a "como isto funciona?", "por que foi construído?", "que conceito está por trás?".

Assim, a revista *Le Petit Inventeur* deixa de ser apenas uma fonte ilustrativa ou curiosa e passa a constituir-se em recurso pedagógico significativo para o ensino da geometria analítica e das cônicas. Ao articular material histórico, técnica mecânica e investigação matemática, ela cria um ambiente rico para desenvolver nos estudantes não apenas saberes, mas também compreensão e senso crítico.

FEATURING THE VINTAGE DRESS

Elegance and Timeless
Beauty: The Vintage Dress

By Clara P. Winslow - In a world of ever-changing fashion trends, the vintage dress stands as a testament to timeless elegance and enduring style. These exquisite garments, often passed down through generations, carry with them the grace and charm of bygone eras. The grace



The virtual annihilation of the American Pacific Fleet
The virtual annihilation of the American Pacific Fleet
The virtual annihilation of the American Pacific Fleet

The virtual annihilation of the American Pacific Fleet
The virtual annihilation of the American Pacific Fleet
The virtual annihilation of the American Pacific Fleet

ATIVIDADE DE LEITURA E CONSTRUÇÃO EXPERIMENTAL

Objetivo geral:

- Compreender a relação entre matemática, técnica e cultura material a partir de um artigo histórico.
- Valorizar o papel da experimentação e da invenção no desenvolvimento da Matemática.

Objetivo específico:

- Identificar o contexto histórico da publicação francesa *Le Petit Inventeur* (1923–1929).
- Compreender o princípio cinemático da elipse por meio da construção de dispositivos mecânicos (Aparelho de Rubor e Engrenagem de La Hire) e, a partir deles, deduzir algebricamente sua equação canônica e discutir sua equação geral por translação.



AULAS DA HISTÓRIA À ELIPSE

Aula I Pg. 22	História da Matemática
Aula II Pg. 24	Cone de Apolônio
Aula III Pg. 26	Os elementos da elipse
Aula IV Pg. 27	Traço da elipse
Aula V Pg. 28	A representação gráfica da elipse
Aula VI Pg. 29	Posicionamento Inicial do Plano Cartesiano
Aula VII Pg. 30	Análise Geométrica dos Elementos da Elipse
Aula VIII Pg. 31	Dedução da Equação Canônica
Aula IX Pg. 33	Generalizando o que Aprendemos
Aula X Pg. 35	Reflexão em foco: propriedades da elipse a partir do elipsógrafo

Harrington's journey began at the age of 14, when he left his father's merchant shop to work as a young age.

Harrington's journey began at the age of 14, when he left his father's merchant shop to work as a young age.

Harrington's journey began at the age of 14, when he left his father's merchant shop to work as a young age.



FEAR THE VINDICATED

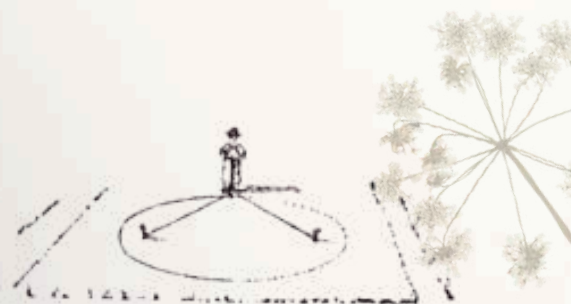
EXPLORANDO OS ELIPSÓGRAFOS

A PROPOSTA DE ATIVIDADE, DESTINADA A ALUNOS DO ENSINO MÉDIO, ARTICULA A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, A CULTURA MATERIAL E A PRÁTICA EXPERIMENTAL NO ESTUDO DA ELIPSE, SENDO DESENVOLVIDA POR MEIO DO USO DE TRÊS MODELOS DE ELIPSÓGRAFOS.

A ATIVIDADE É INSPIRADA NA REVISTA FRANCESA LE PETIT INVENTEUR (1925), PUBLICAÇÃO QUE, NO PERÍODO ENTRE GUERRAS NA FRANÇA, DIFUNDIA INVENÇÕES E EXPERIMENTOS TÉCNICOS, CONSTITUINDO-SE COMO UM IMPORTANTE VEÍCULO DE EDUCAÇÃO E DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA.

ELIPSÓGRAFO DE FIO

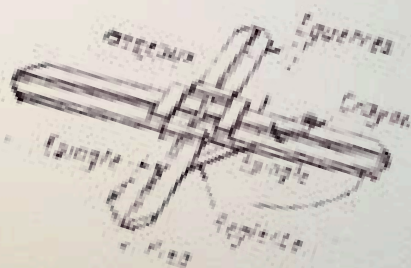
QUANDO UM JARDINEIRO DESEJA DESENHAR UM CANTEIRO EM FORMA DE ELIPSE, ELE COMEÇA FIXANDO DOIS PONTOS NO SOLO, QUE CORRESPONDEM AOS FOCOS. EM SEGUIDA, AMARRA AS EXTREMIDADES DE UM CORDÃO NESSÉS DOIS PONTOS E, MANTENDO O CORDÃO SEMPRE ESTICADO, DESLIZA UM BASTÃO OU ESTACA PARA MARCAR UM LEVE SULCO NA TERRA. SE ELE TIVER O CUIDADO DE MANTER O CORDÃO TENSIONADO DURANTE TODO O MOVIMENTO, IRÁ TRAÇAR NATURALMENTE A FORMA DE UMA ELIPSE..



ELIPSÓGRAFO DE RUBOR

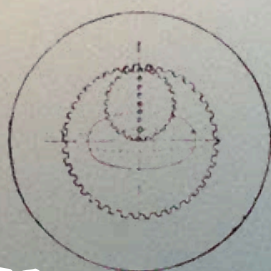
É PRIMEIRO, CORTAMOS QUATRO PEÇAS EM FORMATO DE ESQUADRO, CADA UMA COM UM ÂNGULO DE 45°. DEPOIS, JUNTAMOS ESSAS QUATRO PEÇAS PARA FORMAR UMA CRUZ (COMO MOSTRADO NA FIGURA 9).

NAS PONTAS DESSA CRUZ, COLOCAMOS PEQUENAS PLACAS DE MADEIRA. EMBAIXO DE CADA PLACA, COLOCAMOS UM "PÉ" AJUSTÁVEL, FEITO DE UM PEDAÇO DE MADEIRA COM UMA PONTA, QUE PERMITE LEVANTAR OU ABAIXAR O CONJUNTO. PARA QUE OS LADOS DOS ESQUADROS FIQUEM BEM ALINHADOS E CONTINUEM EM LINHA RETA UNS COM OS OUTROS,



ELIPSÓGRAFO DE LA HIRE

O ELIPSÓGRAFO DE LA HIRE FUNCIONA A PARTIR DE RODAS DENTADAS QUE GIRAM JUNTAS. PRIMEIRO, UMA RODA DENTADA MAIOR É PRESA AO SUPORTE E FICA FIXA NO CENTRO. A PARTIR DELA, SAI UM BRAÇO MÓVEL. NESSE BRAÇO, SÃO COLOCADAS DUAS RODAS DENTADAS MENORES, QUE SE ENCAIXAM NOS DENTES DA RODA CENTRAL., QUANDO GIRAMOS O BRAÇO, AS ENGRENAGENS MENORES RODAM AO MESMO TEMPO EM QUE SE DESLOCAM AO REDOR DA RODA FIXA.



riding the world of
Today, all nations of
Sphere are observing the
promulgation of the
Imperial
In looking back over the epoch-making
so far most of us will find it difficult to realize
short period of one year such glorious
achieved. The very
America and the British Empire. The
of Our army and navy shall
ing the war. Our
shall

ATIVIDADE

EXPLORANDO OS ELIPSÓGRAFOS

Vamos Colocar as Mãos na Massa!

Antes de começarmos a atividade, é importante entender que o estudo será organizado em aulas (1 a 10), tempo estimado de 30 a 50 min por aula.

Cada AULA foi pensada para que você descubra, observe e construa o conhecimento passo a passo, sem pressa e com entendimento.

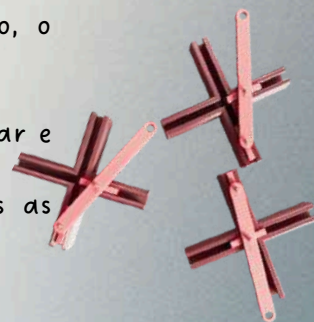
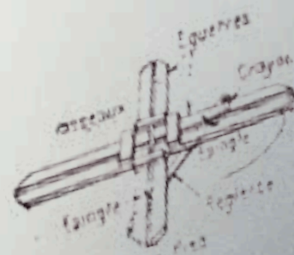
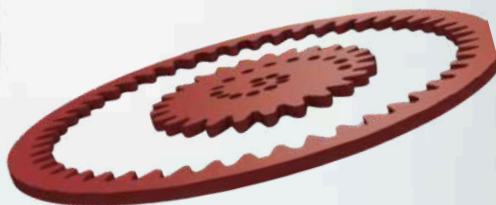
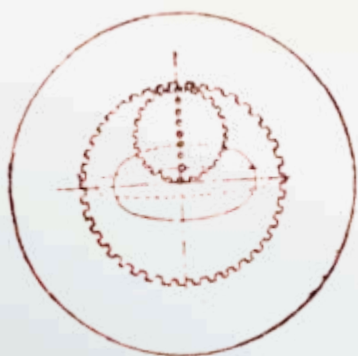
A Matemática que vamos explorar aqui não é apenas feita de números e fórmulas: ela está presente em objetos, movimentos e formas ao nosso redor.

Como vamos trabalhar?

1. Primeiramente, será feita uma contextualização sobre a revista francesa publicada em 1925. Na sequência abordaremos o cone de Apolônio, o conceito de elipse e situações do cotidiano em que essa curva aparece.
2. Depois vamos montar e observar o funcionamento do elipsógrafo.
3. Em seguida vamos experimentar na prática: desenhar, medir, comparar e refletir.
4. Por fim, vamos compartilhar o que descobrimos e construir juntos as conclusões.

Tudo será feito de forma colaborativa.

Você não precisa saber tudo de imediato: o importante é explorar, perguntar, observar e participar.



Então, prepare-se para aprender de um jeito diferente: com entendimento, criatividade e mãos à obra!

AULA 1 - HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

1. Explorando a Matemática e a História: França, Período Entre guerras e Le Petit Inventeur.

Como ponto de partida, propõe-se a contextualização histórica do tema.

Na França do período entre-guerras (entre a Primeira e a Segunda Guerra Mundial), surgiam muitas inovações técnicas, invenções mecânicas e publicações científicas voltadas para o público jovem. Revistas técnicas como a *Le Petit Inventeur* foram criadas para despertar curiosidade, ensinar experimentos e mostrar como ciência e tecnologia podiam ser divertidas e acessíveis. Elas estimulavam a prática manual, a criatividade e a investigação, valores muito próximos do que fazemos hoje ao estudar Matemática de forma ativa.

Destaca-se a possibilidade de acessar a revista *Le Petit Inventeur* diretamente em repositórios digitais, como o Gallica, mantido pela Biblioteca Nacional da França.



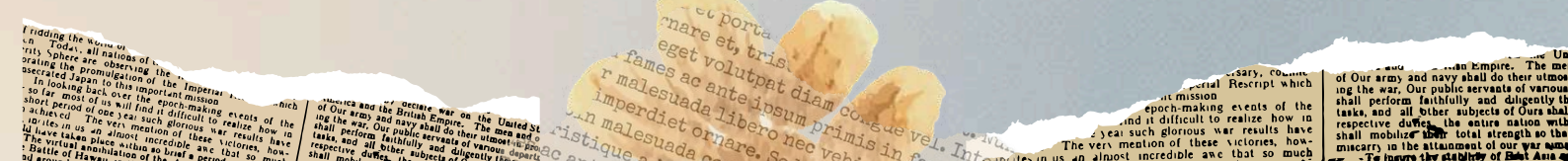
Para facilitar, aqui está o QR Code que leva você diretamente à revista, edição de 24 de novembro de 1925.

2. Leitura Guiada: Artigo de 1925

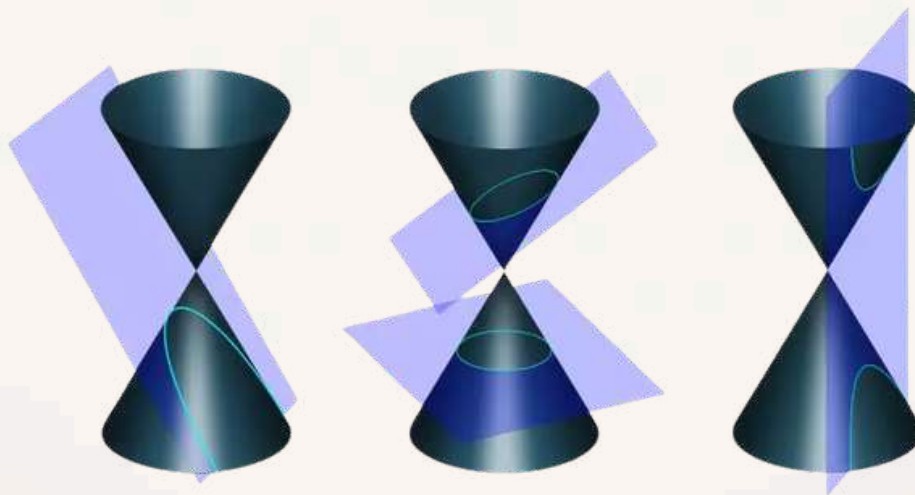
Nesta atividade, será trabalhado um artigo da revista publicado em 1925, no qual são apresentados diversos instrumentos para o desenho de elipses.

Leia a tradução do artigo (páginas 12 a 15) e, durante a leitura, atente-se aos seguintes aspectos:

- A linguagem curiosa e acessível do autor, que aproxima ciência e cotidiano;
- As diferentes formas de construir um elipsógrafo, mostrando que há vários caminhos para a mesma curva;
- A relação entre prática manual e conceito matemático, ou seja, como o movimento das mãos pode revelar a ideia abstrata da elipse.



AULA 11 - CONE DE APOLÔNIO



A sistematização mais rigorosa dessas relações geométricas foi realizada por Apolônio de Perga, no tratado As Cônicas (Kônika), no qual o autor demonstrou que todas as três curvas podem ser obtidas a partir de dois cones, variando apenas a inclinação do plano secante.



AULA 11 - CONE DE APOLÔNIO

Na Aula 11, o trabalho será desenvolvido com um quebra-cabeça constituído por cinco peças, confeccionadas em filamento PLA por meio de impressão 3D: uma peça central em formato de coluna e outras quatro peças que, quando corretamente encaixadas, formam um cone.

Atividades:

1. Monte o quebra-cabeça atentamente, observando a forma como cada peça se conecta.
2. Após a montagem, analise a figura obtida e identifique as seções cônicas presentes na estrutura.
3. Sabendo que o cone montado tem diâmetro 11 cm e altura aproximadamente 14 cm, que tal calcular o volume da caixa para guardar o cone? E quanto de papelão seria necessário para montar a caixa?



et porta
nare et, tris
egret volutbat diam cose que vel. Interdu
r malesuada libero nec vehicula. Integ
imperdiet ornare. Sed eleifend comm
in malesuada condimentum leo alicu
ristique a justo id gravida. Inter
mes ac ante ipsum primis in faucibus
msan ut nisl vel, luctus egetas augu
lentesque varius molestie nunc
America and the British Empire). The
ing the war, Our public servants of various
shall perform faithfully and diligently t
tasks, and all other subjects of Ours sh
respective duties, the entire nation wil
shall mobilize their total strength so th
miscarry in the attainment of our war
- To insure the stability of East Asia
berie to world peace in the far-ri
formulated by our Great Illustris

of Our army and navy shall do their utmo
ing the war, Our public servants of vario
shall perform faithfully and diligently t
tasks, and all other subjects of Ours sh
respective duties, the entire nation wil
shall mobilize their total strength so th
miscarry in the attainment of our war
- To insure the stability of East Asia
berie to world peace in the far-ri
formulated by our Great Illustris

AULA III - ELEMENTOS DA ELIPSE

Construindo um Jardim Elíptico

Lembre-se de termos lido na revista sobre o método do jardineiro?

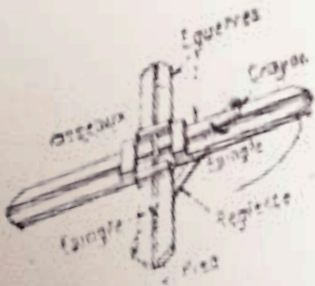
Agora imagine que um jardineiro foi contratado para fazer um jardim em forma de uma elipse, mas não possui instrumentos de desenho técnico, como compassos ou elipsógrafos. O jardineiro quer que o jardim tenha 4 metros de comprimento e 3 metros de largura.

Ele tem 2 estacas, 1 pedaço de barbante de 8 metros, 1 lápis, Fita métrica e um balde de cal para marcar o chão.

1. Crie um método para ajudar o jardineiro a fazer a marcação do jardim.
2. Faça o desenho da elipse no jardim com os materiais que o jardineiro possui.
3. Escreva na elipse desenhada os seus elementos.
4. Determine a equação da elipse.



AULA IV - TRAÇO DA ELIPSE

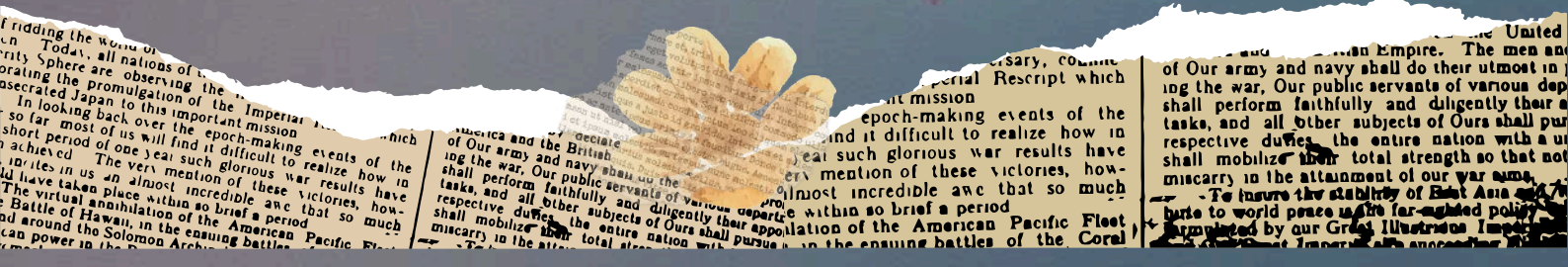


Neste momento, inicia-se a etapa prática da atividade, dedicada ao desenho de elipses. Para isso, os alunos receberão dois elipsógrafos impressos em 3D, sendo o primeiro deles o Elipsógrafo de Rubor.

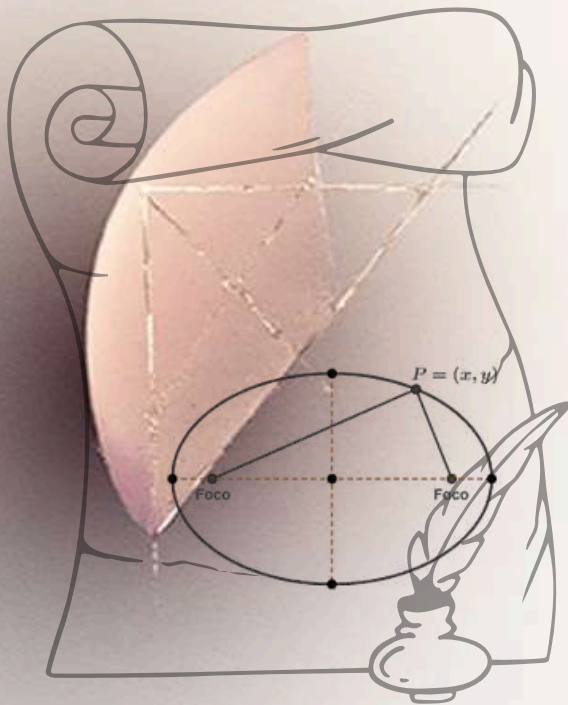
1. Utilize-o e trace uma elipse. Movimente o instrumento lentamente, mostre que o traçado é resultado de dois movimentos retilíneos perpendiculares combinados, e não de uma rotação.

2. O que aconteceria se um dos pinos não pudesse se mover?

3. Como você imagina que a combinação desses movimentos resulta no desenho de uma elipse?



AULA V - A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA ELIPSE



Atividades práticas

Materiais: Papel A4, régua e o elipsógrafo Rubor e a engrenagem de La Hire.

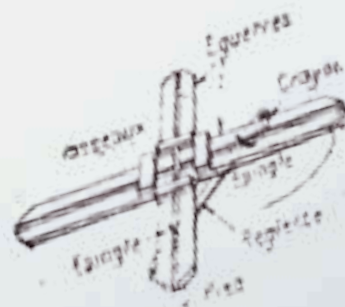
1.

Cada grupo deve construir uma elipse usando o elipsógrafo Rubor, garantindo que o traçado seja suave e completo. A ideia é movimentar o instrumento com calma, observando como o traço vai se formando.

Lembrem-se: o objetivo é que o traçado seja contínuo, suave e completo, sem interrupções.

2.

Veja se os traçados dos seus colegas são iguais?



3.

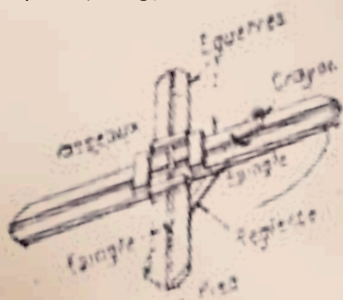
O que muda quando o tamanho do braço ou a distância entre os pinos é alterada?



Aula VI - Posicionamento Inicial do Plano Cartesiano

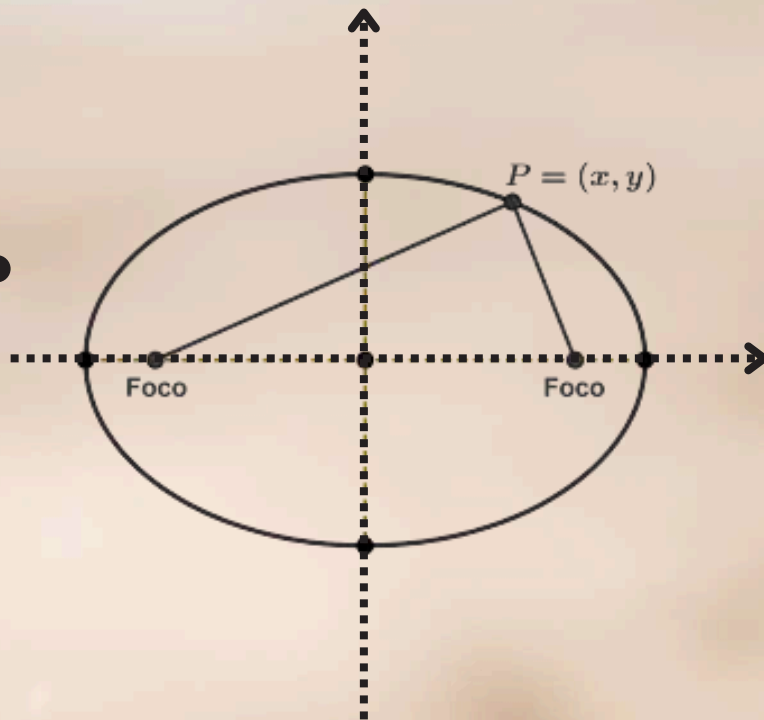
1.

No traço da elipse construída, na aula V, desenhe um sistema de eixos cartesianos (x e y) de forma livre.



2.

Considerando que a escolha dos eixos é arbitrária, a equação da elipse se mantém inalterada quando se muda o sistema de eixos?

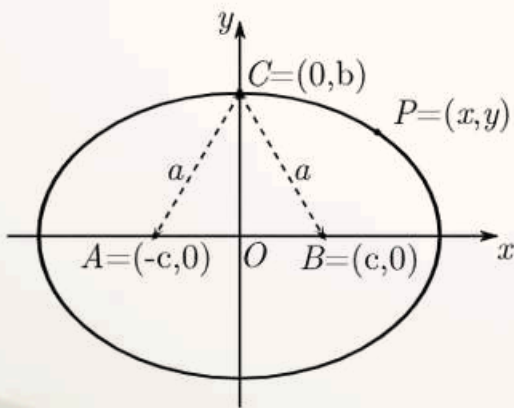


AULA VII - ANÁLISE GEOMÉTRICA DOS ELEMENTOS DA ELIPSE

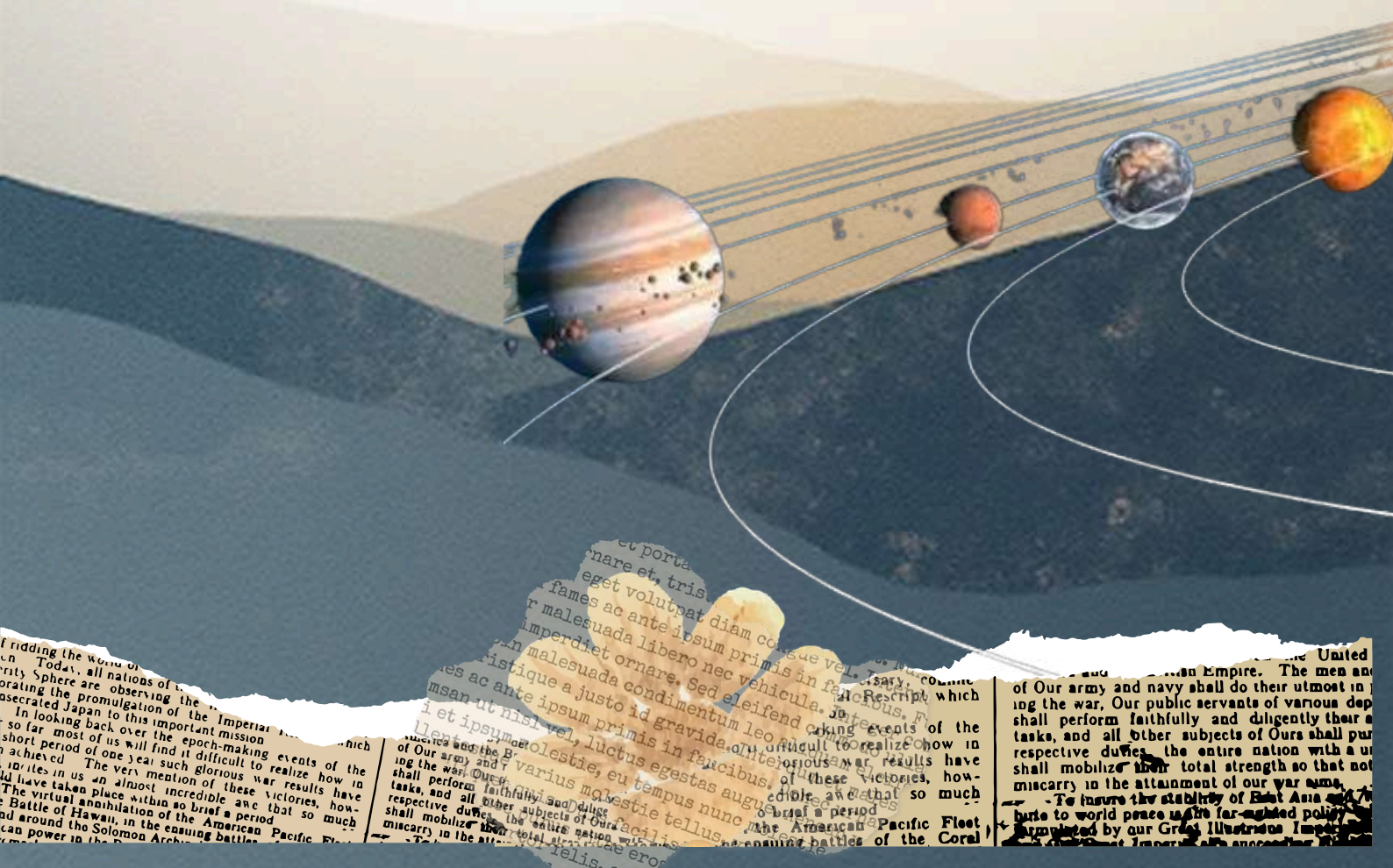
1. Relacione a construção da elipse com a definição.

2. Identifique e marque no desenho:

- as coordenadas do centro da elipse.
- o eixo maior e o eixo menor.
- os vértices e os focos.



$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$



[Fragmented text from a document, partially obscured by a torn paper effect. Visible words include: "riding the world of", "Today, all nations of", "erity Sphere are observing the", "operating the promulgation of the", "osacrated Japan to this important mission", "In looking back over the epoch-making events of the", "so far most of us will find it difficult to realize how in", "achieved. The very mention of these victories have", "The virtual annihilation of the American Pacific", "nd around the Solomon Archipelago in the ensuing battles", "United", "The men and", "ing the war, Our public servants of various dep", "shall perform faithfully and diligently their", "tasks, and all other subjects of Ours shall pur", "pective duties, the entire nation with a un", "shall mobilize their total strength so that not", "miscarry in the attainment of our war aims.", "To insure the stability of East Asia and", "hate to world peace is the far-sighted policy", "pursued by our Great Illustrious Imper", "of the Pacific Fleet", "the American", "the ensuing battles of the Coral"]

AULA VIII - DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO CANÔNICA

6. Explore o traçado da elipse deslocada do centro (0,0) no plano.
7. Retome o traçado inicial (onde o centro não estava na origem).
8. Translação da elipse: Quando o centro está em um ponto (x_0, y_0) , a equação fica:

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

9. Explícite que, ao expandir essa equação, obtêm-se a forma geral da elipse:
 $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

AULA IX - GENERALIZANDO O QUE APRENDEMOS

Agora que vocês já experimentaram o movimento da elipse com o Rubor e observaram como ela se forma no plano, chegou o momento de dar um passo adiante: vamos relacionar a representação gráfica com a algébrica.

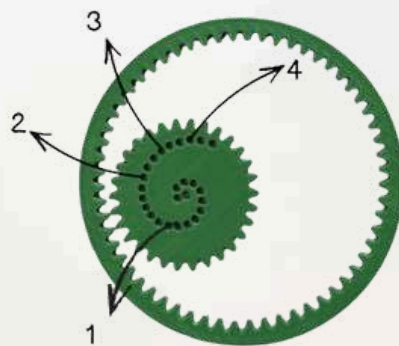
Nesta etapa, cada grupo irá construir uma nova elipse e, a partir dela, chegar à equação geral da elipse no plano cartesiano. Ou seja, vamos sair do traço e chegar à expressão algébrica, usando o elipsógrafo Engrenagem de La Hire.

Vamos juntos, com calma:

Atividades complementares com o Elipsógrafo de La Hire:

1. Comparação entre pontos de fixação do lápis

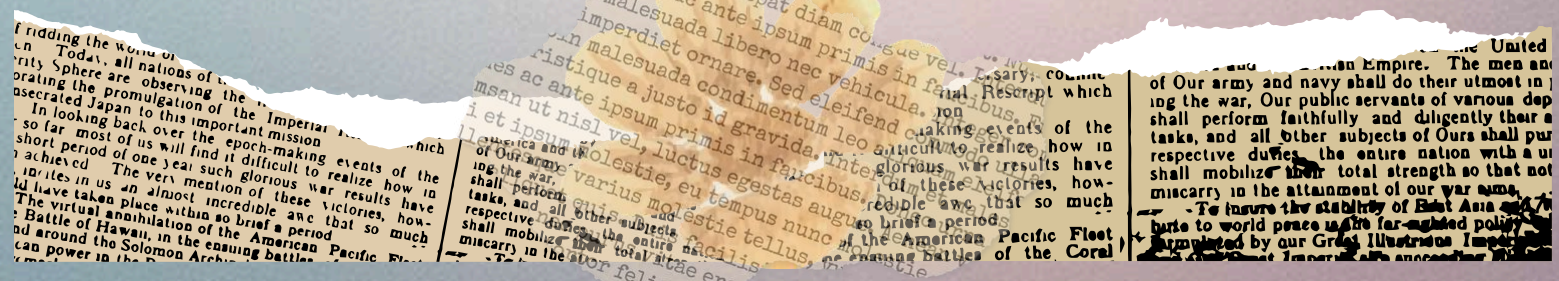
a) Desenhe elipses utilizando diferentes pontos de fixação do lápis no elipsógrafo (orifícios 1, 2, 3 e 4).



- b) Observe como o tamanho e a forma da elipse variam conforme o ponto escolhido.
- c) Registre as diferenças e semelhanças em uma tabela, indicando eixo maior, eixo menor e orientação da elipse.
- d) Discuta: por que a posição do lápis altera a curva resultante?

2. Exploração de múltiplas elipses

- a) Em uma mesma folha, desenhe várias elipses com centros diferentes.
- b) Observe se é possível criar padrões ou composições interessantes utilizando apenas elipses.
- c) Reflita: como a sobreposição de elipses pode gerar formas complexas ou artísticas?



AULA IX - GENERALIZANDO O QUE APRENDEMOS

3. Predição antes do desenho

- Para cada orifício do elipsógrafo, escreva uma previsão sobre a forma da elipse antes de realizá-la.
- Após o desenho, compare o resultado obtido com a previsão inicial.

4. Medição e relação entre os eixos

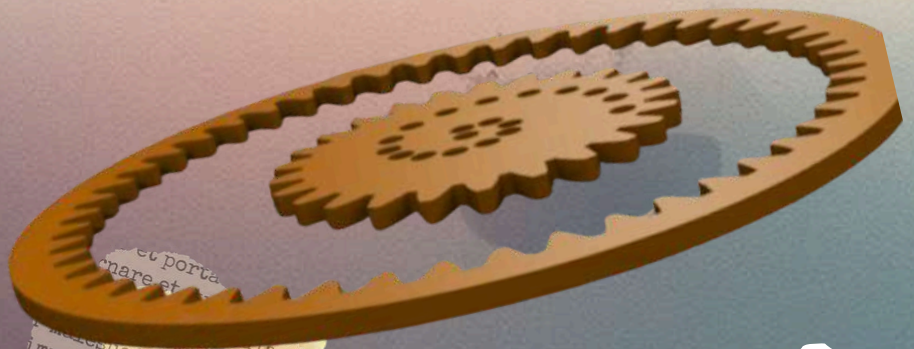
- Após traçar uma elipse, meça o eixo maior e o eixo menor.
- Calcule a excentricidade aproximada da elipse.
- Discuta como o mecanismo do elipsógrafo estabelece a relação entre o eixo maior e o eixo menor.

5. Conexão com a representação algébrica

- Com base nas medidas obtidas, tente escrever a equação canônica da elipse.
- Observe de que maneira a experiência prática contribui para a compreensão da representação algébrica.

6. Exploração artística e criativa

- Experimente desenhar elipses de diferentes tamanhos e posições, criando composições visuais ou padrões repetitivos.
- Refleta sobre a relação entre matemática e arte, reconhecendo a estética presente nas curvas matemáticas.



Aula X - Reflexão em foco: propriedades da elipse a partir do elipsógrafo

Agora, antes de encerrarmos, quero que você tire um momento para olhar para o que fez hoje.

Respire um pouco, observe seu desenho, lembre-se do movimento das peças, do traço que se formou.

No seu caderno, responda com suas próprias palavras:

1. O que eu aprendi sobre a elipse?

(pode ser algo sobre a forma, o movimento, o desenho, ou a equação, o que fez sentido para você).

2. O que eu aprendi sobre história e invenção?

(pense nos elipsógrafos, em quem o criou, no tempo em que foi usado, e por que alguém precisou inventá-lo).

3. Que relações percebo entre o passado e o presente da Matemática?

(como um instrumento antigo ainda nos ajuda a pensar hoje? O que isso diz sobre aprender matemática fazendo?)

**Escreva com sinceridade, não é teste, é reflexão.
É o momento de transformar o que fizemos em conhecimento.**



REFLEXÃO

Onde o Gesto se Transforma em Linguagem

Ao chegarmos ao final desta jornada, olhem novamente para a equação que vocês encontraram:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0.$$

Talvez, no início, essa sequência de letras e números parecesse um código indecifrável ou apenas "mais uma fórmula" para decorar. Mas, depois de hoje, ela carrega uma história. Vocês não apenas calcularam a elipse; vocês viram a curva nascer do movimento real do elipsógrafo Rubor.

Cada símbolo ali representa um gesto que vocês realizaram:

- A simetria que vocês observaram no traço;
- O centro e os eixos que vocês mediram com precisão;
- O percurso da mão que deu vida à forma.

Ou seja: antes de chegar à álgebra, vocês viveram a geometria.

Lembrem-se de que a Matemática se expressa de várias formas. O gráfico que vocês desenharam e a equação que vocês expandiram são faces da mesma moeda: são linguagens poderosas que registram, no papel, a experiência que vocês tiveram com o objeto.

Quando manipulamos esses símbolos, não estamos apenas fazendo contas; estamos traduzindo o movimento, a arte e a cultura em uma gramática universal.

**SE OLHAREM PARA O QUE FIZERAM, PERCEBERÃO ALGO IMPORTANTE:
A MATEMÁTICA NÃO É ALGO QUE EXISTE SÓ NO QUADRO: ELA
APARECE QUANDO PENSAMOS, EXPERIMENTAMOS E CRIAMOS.**

**HOJE, VOCÊS FIZERAM MATEMÁTICA COM O MOVIMENTO, COM O
OLHAR, COM O DIÁLOGO, COM A HISTÓRIA E COM AS MÃOS.**

GUARDEM ISSO.

PORQUE É ASSIM QUE NASCE O APRENDER DE VERDADE.

PENSE NISSO!!

DICAS PARA OS PROFESSORES

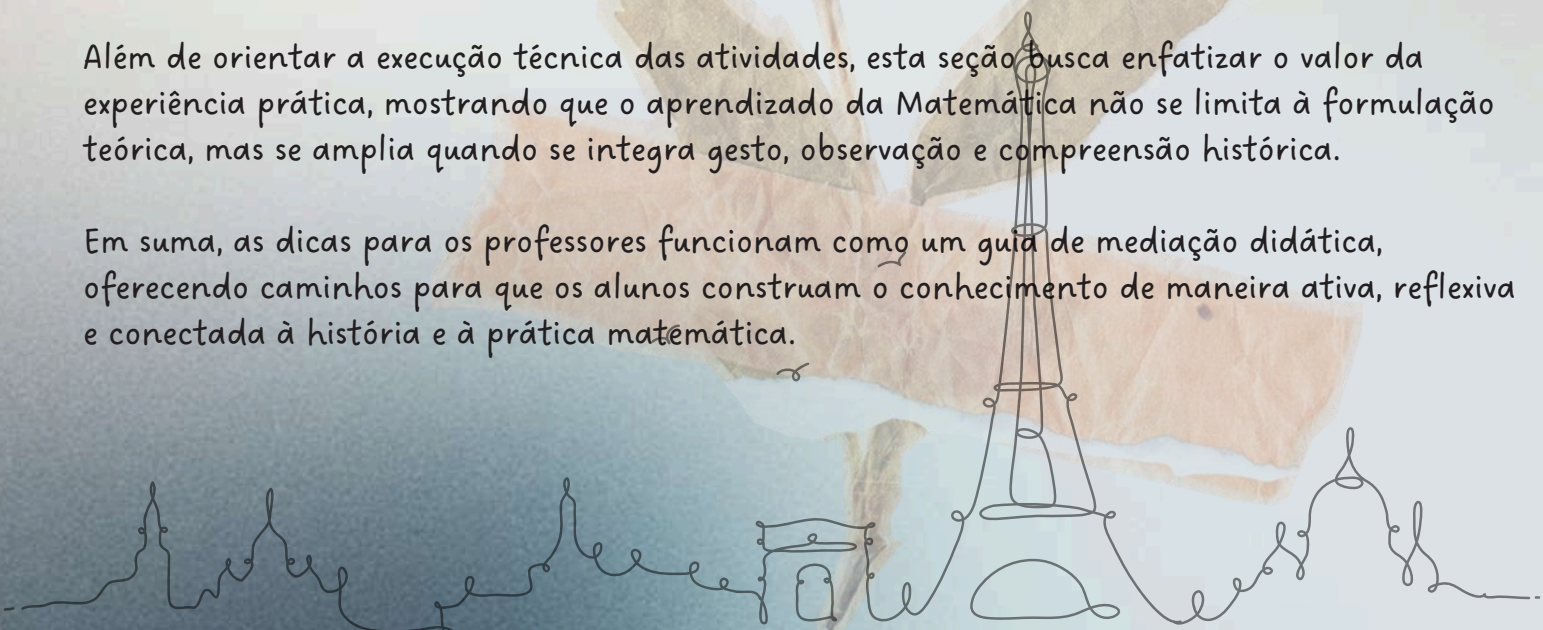
Esta seção foi elaborada com o objetivo de apoiar o professor na condução das atividades propostas, proporcionando orientações práticas e sugestões de abordagem que conectam experiência, observação e reflexão. O foco está em facilitar a mediação do aprendizado, mostrando aos alunos como os conceitos de Geometria Analítica, História da Matemática e cultura material podem ser explorados de maneira integrada.

As dicas contemplam todas as etapas da atividade, desde a leitura de artigos históricos até a construção manual de elipses e sua tradução para equações matemáticas. Em cada momento, os professores são orientados a:

- Estimular a curiosidade e o questionamento dos alunos;
- Promover a observação atenta e o diálogo sobre o movimento e o traçado dos instrumentos;
- Conectar experiências práticas à representação algébrica, mostrando como a elipse construída manualmente se traduz em equação;
- Relacionar os instrumentos históricos com contextos culturais, sociais e tecnológicos, enriquecendo a compreensão histórica da matemática;
- Propor momentos de reflexão individual e coletiva, incentivando os estudantes a registrar suas aprendizagens e percepções.

Além de orientar a execução técnica das atividades, esta seção busca enfatizar o valor da experiência prática, mostrando que o aprendizado da Matemática não se limita à formulação teórica, mas se amplia quando se integra gesto, observação e compreensão histórica.

Em suma, as dicas para os professores funcionam como um guia de mediação didática, oferecendo caminhos para que os alunos construam o conhecimento de maneira ativa, reflexiva e conectada à história e à prática matemática.



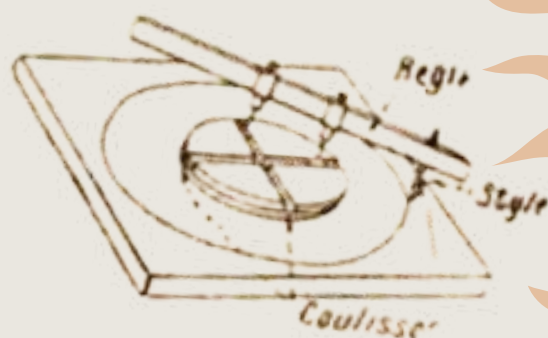
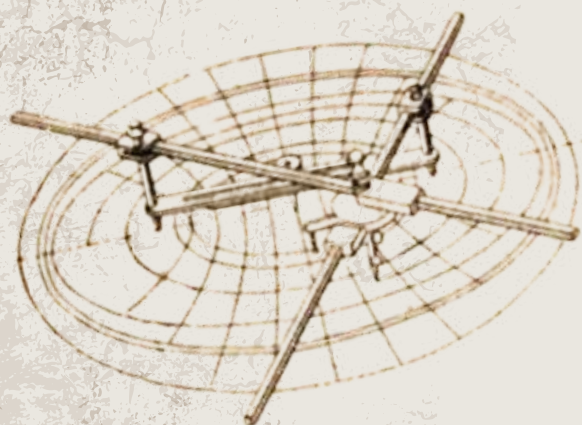
Após a leitura do artigo:

LES ELLIPSOGRAPHES

Após a leitura do artigo da *Le Petit Inventeur*, é importante conduzir um momento de diálogo para que os estudantes possam compreender o contexto histórico, expressar percepções e relacionar o conteúdo ao que acabaram de vivenciar na atividade prática.

Este momento pode ser oral ou escrito, coletivo ou em pequenos grupos.

O essencial é criar espaço para escuta, para o pensamento lento e para o reconhecimento de que o conhecimento matemático também se constrói por meio da curiosidade e da invenção.



AULA 1 - HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Proposta de Conversa e Reflexão

Convide os estudantes a refletirem sobre as perguntas abaixo. Não é necessário que todos respondam a todas; o objetivo é abrir caminhos de interpretação e diálogo.

1. Que curiosidades o artigo desperta sobre a prática da Matemática na época?

Incentive os alunos a observar linguagem, desenhos, modos de explicar e o público a que se destinava.

2. Por que você acha que esse tipo de publicação existia em 1925?

Ajude-os a perceber que revistas de divulgação científica buscavam aproximar ciência e prática manual, incentivando o “faça você mesmo”.

3. O que você aprendeu com o artigo?

Aqui o foco é na construção de sentido pessoal, não na resposta correta.

4. Você sabia que é possível desenhar uma elipse com instrumentos como o Elipsógrafo de Rubor ou o mecanismo de engrenagens?

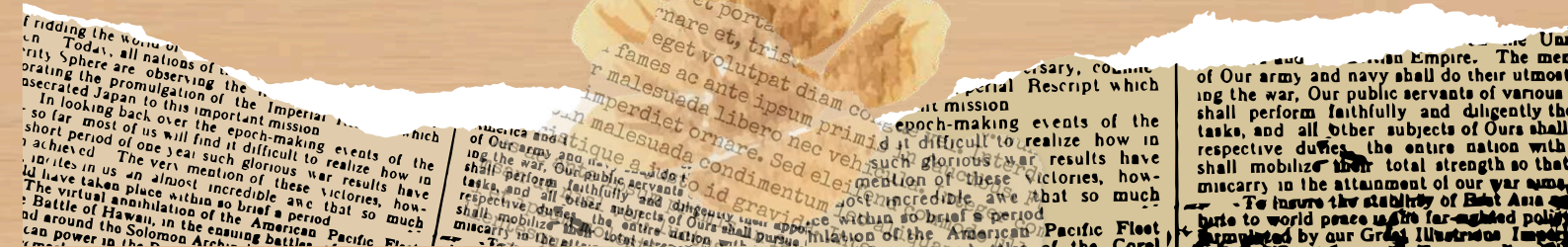
Conecte a experiência prática com a história dos instrumentos.

5. Quais tipos de elipsógrafos aparecem no artigo?

Permita que observem diferenças: deslizamento, articulação, rotação, engrenagem.

6. O que permanece atual na relação entre “mão, mente e máquina”?

Mostre que experimentar e pensar fazendo é algo que atravessa séculos — e permanece vivo na sala de aula.



AULA II - CONE DE APOLÔNIO



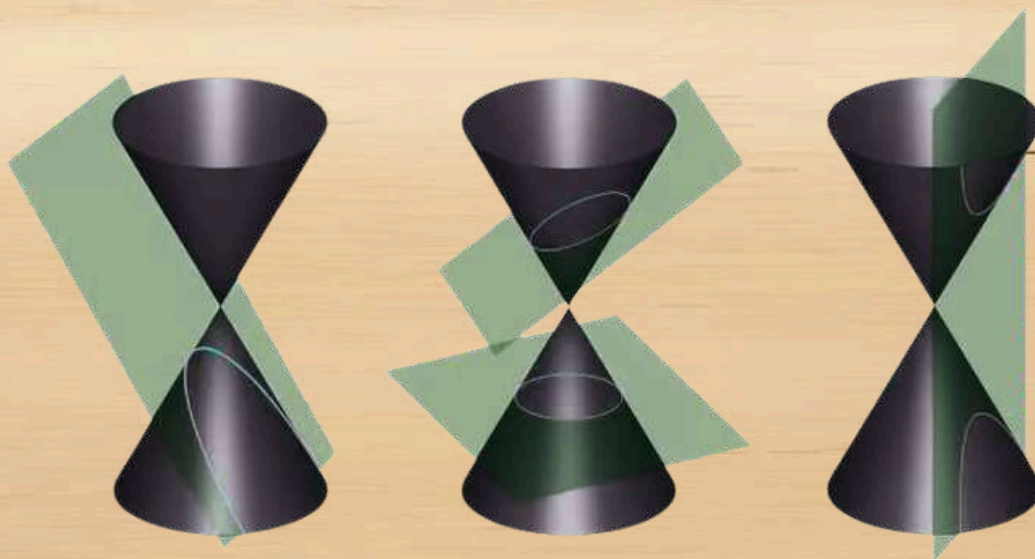
Na Aula II, os alunos realizam a exploração das seções cônicas por meio do uso de material manipulável, o quebra-cabeça do Cone de Apolônio. Ele é composto por cinco peças confeccionadas em filamento PLA por meio de impressão 3D: uma peça central em formato de coluna e quatro peças laterais que, quando corretamente encaixadas, formam um cone. Recomenda-se que o professor acompanhe atentamente o processo de montagem, incentivando os alunos a observar como cada peça se conecta e contribui para a constituição do sólido geométrico.

Após a montagem, o professor deve orientar a análise da figura obtida, estimulando a identificação das seções cônicas presentes na estrutura. Nesse momento, é oportuno explorar diferentes possibilidades de cortes no cone, relacionando-os às curvas resultante, em especial à elipse, de modo a articular a visualização espacial com os conceitos geométricos trabalhados.

LINK PARA IMPRESSÃO 3D
DO CONE DE APOLÔNIO:



AULA II - CONE DE APOLÔNIO



Professor você pode introduzir brevemente a questão, **Quem foi Apolônio?**, contextualizando historicamente o estudo das seções cônicas.

Apolônio de Perga foi um matemático da Grécia Antiga que viveu aproximadamente entre 262 a.C. e 190 a.C., sendo reconhecido por sistematizar e aprofundar o estudo dessas curvas.

Em sua obra mais importante, intitulada *As Cônicas*, Apolônio demonstrou que curvas como a circunferência, a elipse, a parábola e a hipérbole podem ser obtidas a partir de um mesmo cone, variando apenas a inclinação do plano que o intercepta.

Essa concepção foi fundamental para a compreensão das seções cônicas, pois evidenciou que curvas aparentemente distintas possuem uma origem geométrica comum. Ao retomar essas ideias em sala de aula, torna-se possível destacar como a geometria desenvolvida na Antiguidade permanece presente na matemática escolar e em diversas aplicações científicas contemporâneas.

AULA III: ELEMENTOS DA ELIPSE

Esta etapa da atividade é ideal para estimular o pensamento geométrico pela ação. O foco é que os estudantes percebam como a forma da elipse emerge do movimento e antes mesmo de aparecer na equação.

1. Comece valorizando o problema

Explique aos alunos que o jardineiro não tem compasso, nem instrumentos sofisticados.

Ele precisa criar a forma da elipse com o que possui.

“Hoje nós vamos fazer como quem aprende pela prática: mãos na massa, olhos atentos e mente aberta.”

Mostre os materiais (ou seus equivalentes em sala) e deixe-os manusear antes de começar.

2. Promova o raciocínio em voz alta

Antes de ensinar o método, pergunte aos alunos:

- Se fossem vocês, onde colocariam o barbante?
- Como garantir que a forma seja suave?
- Por que duas estacas? Para que serviriam?

Deixe surgir hipóteses, não corrija imediatamente.

Este é o momento da descoberta guiada.

3. Condução da construção da elipse (método dos focos)

Oriente o desenvolvimento da atividade intervindo apenas após a circulação inicial das ideias entre os alunos, de modo a favorecer a construção coletiva do conhecimento. Quando necessário, o professor pode retomar a propriedade fundamental da elipse, destacando que a soma das distâncias de qualquer ponto da curva aos dois focos é constante.

Nesse contexto, o uso do barbante representa, de forma concreta, essa soma constante.



riding the world of... Today, all nations of... Sphere are observing the... the promulgation of the... In looking back over the Imperial... short period of one year such glorious events of the... achieved. The very mention of these victories, how... have taken place within so brief a period... Battle of Hawaii, in the ensuing... and around the Solomons...

... port...
... nare et, tris...
... fames ac ante ipsum primis...
... malesuada libero nec ve...
... imperdiet ornare. Sed ele...
... malesuada, condimentum...
... bistique a i...
... of Our army and navy shall do their utmost...
... ing the war, Our public servants of various...
... shall perform faithfully and diligently their...
... tasks, and all other subjects of Ours shall...
... respective duties. The entire nation with...
... shall mobilize their total strength so that...
... miscarry in the attainment of our war...
... To insure the stability of East Asia...
... burde to world peace in the far-sighted policy...
... promulgated by our Great Illustration I...

... the United...
... Empire. The men...
... of Our army and navy shall do their utmost...
... ing the war, Our public servants of various...
... shall perform faithfully and diligently their...
... tasks, and all other subjects of Ours shall...
... respective duties. The entire nation with...
... shall mobilize their total strength so that...
... miscarry in the attainment of our war...
... To insure the stability of East Asia...
... burde to world peace in the far-sighted policy...
... promulgated by our Great Illustration I...

Dicas Didáticas - item 3

- Peça que dois estudantes fixem as estacas no chão (ou na folha).
- Passe o barbante ao redor das estacas e estique com o lápis.
- Oriente o movimento lento e contínuo ao traçar a curva.

Aqui, valorize a coordenação do grupo:
um guia o lápis, outro segura o barbante, outro observa o formato.

4. Nomeando os elementos

Depois da construção, peça que os estudantes anotem:

- os focos (estacas),
- o centro (meio do segmento entre os focos),
- os eixos (maior e menor).

Dica para registro: Use cores diferentes ou giz branco e colorido.

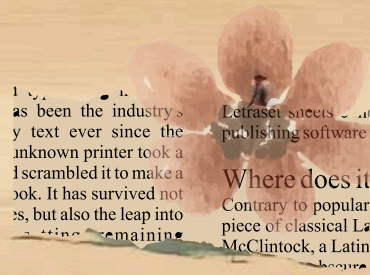
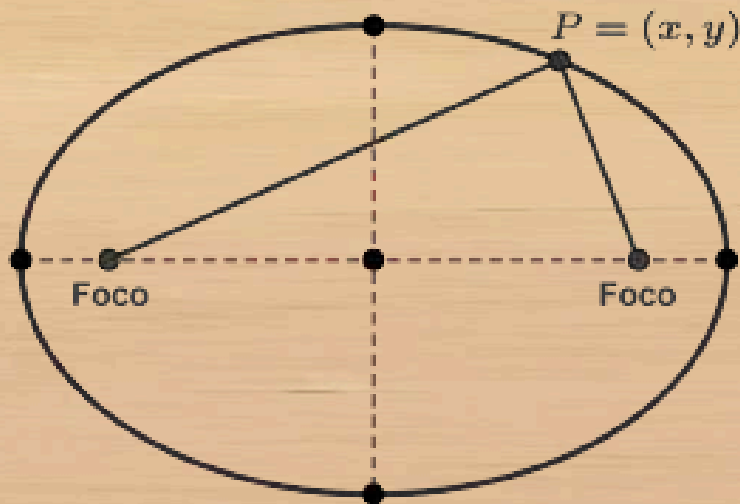
5. Agora sim, a Matemática aparece naturalmente

Quando a forma estiver pronta, retome o problema:

- Se o comprimento total é 4 m, o que isso representa na elipse?
- E a largura de 3 m?

Ajude-os a perceber que

- a = medida do semi-eixo maior = 2 m
- b = medida do semi-eixo menor = 1,5 m



malesuada
Maecenas
felis. Pell
pontitione ve
arcu. nec vix
magna vel ante
neque. Aliquam erat
Pellentesque habitant
malesuada fames ac
vitae sollicitudin posu
scelerisque nunc mass
vel. ultricies vel
consectetur eget. a

In in nunc. Clo
per. conubia
ullamcorper
dapibus com
dis parturien
faucibus condimentum odio. Sed a
Etiam at. ligula et tellus ullam

sum
eget.
olor
titione
ies.
gna
est.
tisque
estas.
rc
ne.
itae.
enatis
non pede.
igna. Integer

enismod. purus ipsum
a nisl eget sapien. Donec ut
consequat. consequat. Etiam eget dui. Aliquam

AULA IV - TRAÇO DA ELIPSE

Nesta etapa, o objetivo é fazer os estudantes perceberem a elipse como resultado de movimentos mecânicos, e não apenas como uma equação.

O foco está na observação, na experimentação e na discussão coletiva.

1. Apresentação dos Instrumentos

Explique aos alunos que eles receberão dois elipsógrafos impressos em 3D:

- Elipsógrafo de Rubor – baseado no movimento de dois pinos deslizantes em ranhuras perpendiculares.
- Elipsógrafo de La Hire – utiliza engrenagens acopladas que criam um movimento contínuo e suave.

2. Deixe os alunos pegarem, girarem, olharem de perto.

Esse momento de toque e curiosidade é fundamental para gerar envolvimento.

3. Orientação da Produção da Elipse

Peça que cada grupo escolha um dos instrumentos e diga algo como:

“Agora vamos tentar observar como a forma aparece enquanto o instrumento se move.”

Instrua a traçar a elipse lentamente, mostrando que:

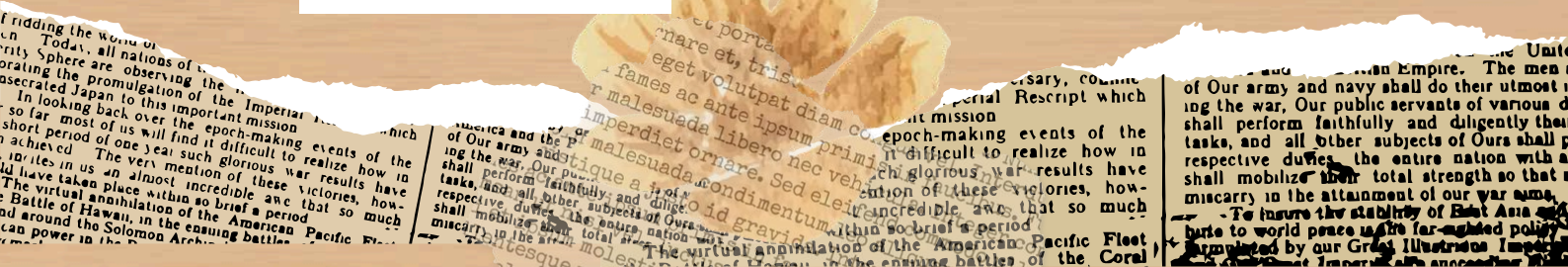
- No Elipsógrafo de Rubor, o traçado acontece porque cada pino só pode se mover em uma direção (horizontal ou vertical).
- A combinação desses dois movimentos retilíneos cria a curva suave.

Reforce a ideia:

Não há rotação contínua, é a coordenação entre dois movimentos independentes que geram a elipse.



Para facilitar, aqui está o QR Code da pasta que contém os códigos para a impressão 3D do Elipsógrafos de Rubor.



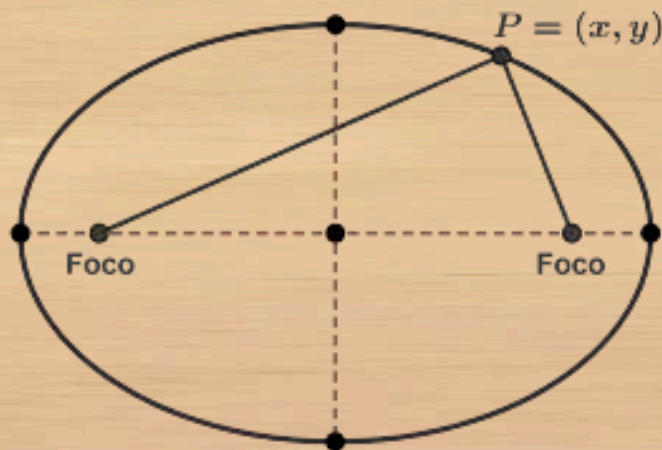
4. Perguntas para estimular reflexão durante o uso.

Em determinado momento, interrompa brevemente a atividade e proponha aos grupos algumas questões investigativas, como: o que aconteceria se um dos pinos não pudesse se mover? A expectativa é que os alunos percebam que, nessa situação, a curva deixaria de ser uma elipse, resultando em um segmento de reta ou em um arco incompleto.

Outra questão que pode ser levantada é: como a combinação desses movimentos dá origem a uma curva tão suave?

A condução da discussão deve incentivar os alunos a refletirem sobre a ideia de que movimentos simples, quando combinados, podem gerar formas complexas. Ressalte que essas perguntas não precisam ser respondidas de imediato; elas têm a função de abrir espaço para a investigação e a reflexão. Essa etapa da atividade reforça a compreensão de que a Matemática não se inicia pela fórmula, mas pela ação, pelo movimento, pela curiosidade e pela busca de entender como os fenômenos se organizam.

**O elipsógrafo é o elo entre:
o gesto,
o traçado,
e a ideia matemática.**



malesuada
Maecenas
felis. Pell
pontitione ve
arcu. nec vix
magna vel ante au
neque. Aliquam erat
Pellentesque habitant
malesuada fames ac
vitae sollicitudin posu
scelerisque nunc mass
vel. ultricies vel
consectetur eget. a

In in nunc. Clo
per. conubia
ullamcorper
dapibus com
dis parturien montes. nasce
faucibus condimentum odio. Sed a
Etiam at. ligula et tellus ullam

sum
eget.
olor
titor
ies.
gna
est.
tigue
estas.
re
ne.
itae.
enatis
non pede.
igna. Integer

enismod. purus ipsum
a nisl eget sapien. Donec ut
consequat. consequat. Etiam eget dui. Aliquam

PARTE IV - TRAÇO DA ELIPSE

1. Sobre o traçado ser contínuo e suave:

Sugestões de abordagens:

"Quando movemos o elipsógrafo devagar, o desenho fica regular, sem quebras."

"Se a gente acelera ou força o movimento, a curva fica torta ou com falhas."

"Percebi que a elipse aparece aos poucos, não é um desenho que se faz de uma vez."

2. Comparando com os colegas:

Sugestões de abordagens:

"As elipses não ficaram todas exatamente iguais, mas o formato geral é semelhante."

"Alguns grupos fizeram elipses mais alongadas, outros mais arredondadas."

"Mesmo usando o mesmo modelo, pequenas diferenças na movimentação geraram curvas diferentes."

3. O que muda quando alteramos o tamanho do braço ou a distância entre os pinos:

Sugestões de abordagens:

"Quando aumentamos a distância entre os pinos, a elipse fica mais alongada (mais 'aberta')."

"Se os pinos ficam mais próximos, a elipse se torna mais arredondada."

"O braço maior permite um traçado maior, então o tamanho da elipse aumenta."

"Percebi que pequenas mudanças na estrutura do instrumento alteram bastante o formato final."



AULA V - A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA ELIPSE

Nesta atividade, o objetivo é conectar a experiência prática da elipse com a representação algébrica e explorar a ideia de translação no plano cartesiano.

Sugestões de engajamento:

1. Preparando a atividade

- Peça aos alunos que desenhem, de forma livre, um sistema de eixos x e y no papel ou no quadro.
- Deixe claro que a posição do centro da elipse em relação aos eixos é arbitrária: o centro não precisa coincidir com a origem.

2. Traçando a elipse

- Oriente que eles utilizem o traçado do elipsógrafo ou desenhem a elipse no plano.
- Durante o desenho, pergunte:
 - “O que muda na forma da elipse se mudarmos o ponto de interseção dos eixos?”
 - “A elipse fica diferente se o centro estiver em outro lugar?”

3. Reflexão sobre a equação

- Mostre aos alunos que a elipse não perde sua 'identidade' quando muda de lugar. Mesmo que ela se desloque pelo papel, a equação apenas se reorganiza através da translação para descrever exatamente a mesma forma em sua nova posição.
- Introduza a ideia de equação canônica transladada:
- Mostre que a forma da equação permanece a mesma, apenas os valores de x_0 e y_0 , as coordenadas do centro da elipse, mudam.

4. Perguntas para discussão

Use estas questões para estimular reflexão oral ou escrita:

1. “A equação da elipse mudou quando o centro foi deslocado?”
2. “Como o traçado da elipse se relaciona com a posição dos eixos?”
3. “Por que é importante entender que o centro da elipse pode estar em qualquer ponto?”

5. Sugestões de condução

- Valorize a experimentação: alunos podem traçar várias elipses com centros diferentes.
- Use cores diferentes para cada traçado, mostrando visualmente como a equação muda apenas pelo deslocamento do centro.
- Relacione a prática à teoria de forma curta e acessível, sem sobrecarregar com fórmulas logo de início.

AULA VI - POSICIONAMENTO INICIAL DO PLANO CARTESIANO

Nesta fase, os estudantes devem relacionar a experiência prática com a geometria analítica. O foco é explorar como o traçado mecânico se traduz em elementos geométricos.

1. Relacionar o traçado à definição da elipse

- Lembre os alunos da definição que a revista traz:

“Elipse é uma curva onde a soma das distâncias de cada um de seus pontos a dois pontos internos fixos permanece constante. Mudar de posição na curva não altera esse valor total”

- Pergunte:
 - “Como o movimento do elipsógrafo reproduz essa soma constante?”
 - “O que cada pino representa nessa definição?”
- Estimule a observação: a curva não surge de uma fórmula, mas do movimento guiado pelos focos (ou pinos).

2. Identificação e marcação no desenho

Peça aos alunos que marquem e registrem os principais elementos:

- Coordenadas do centro: ponto médio entre os dois focos ou entre os extremos do eixo maior.
- Eixo maior e eixo menor: desenhar linhas que cruzam o centro, correspondendo à maior e menor extensão da elipse.
- Vértices: pontos extremos do eixo maior e menor.
- Focos: posições dos pinos do elipsógrafo ou pontos que determinam a soma constante de distâncias.

Dica: Use cores diferentes ou símbolos para diferenciar cada elemento, facilitando visualização e registro.

3. Relacionar os componentes do Rubor aos semi-eixos

Oriente a discussão:

- O comprimento do braço do Rubor e a distância entre os pinos controlam a largura e a altura da elipse?
- Ajude os alunos a perceber:
 - Um braço maior → semi-eixo maior (a)
 - Pinos mais afastados → semi-eixo menor (b)
- Mostre que o mecanismo físico se traduz diretamente nos parâmetros da equação da elipse.

4. Perguntas de reflexão

- “Se aumentarmos a distância entre os pinos, como muda a elipse?”
- “Se alterarmos o comprimento do braço, qual eixo é afetado?”
- “Como a construção prática confirma a definição teórica da elipse?”

AULA VII - ANÁLISE GEOMÉTRICA DOS ELEMENTOS DA ELIPSE

O objetivo desta atividade é mostrar como a elipse construída com o elipsógrafo se traduz em uma equação matemática, reforçando a relação entre experiência prática e representação algébrica.

1. Redesenhar o plano cartesiano

- Peça aos alunos que redesenhem o plano de forma que o centro da elipse coincida com a origem (0,0).
- Explique que, ao centralizar a elipse, fica mais fácil identificar os semi-eixos e escrever a equação canônica.

2. Considerar um ponto qualquer P(x, y)

- Oriente os alunos a marcar qualquer ponto P(x, y) sobre a elipse.
- Essa etapa é importante para visualizar a relação entre o movimento do pino e as coordenadas.

3. Relacionar x e y aos deslocamentos do Rubor

- Mostre que cada coordenada do ponto é resultado do deslocamento de um pino:
 - Pino horizontal → x
 - Pino vertical → y
- Pergunte: “Como a posição do ponto depende da combinação desses dois movimentos retilíneos?”
- O objetivo é que percebam que o traçado da curva é uma soma de movimentos controlados.

4. Usar o Teorema de Pitágoras para conectar a geometria e os semi-eixos

- Explique que os semi-eixos a e b determinam as distâncias máximas do ponto P ao centro:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- Mostre que essa equação surge naturalmente do movimento do pino e da proporção entre deslocamentos horizontal e vertical.
- Se necessário, faça uma demonstração rápida com triângulos retângulos ou segmentos perpendiculares que liguem ponto, eixo e centro.



of riding the world of
 cn. Today, all nations of
 orts Sphere are observing the
 orating the promulgation of the
 aserated Japan to this important mission
 In looking back over the epoch-making events of the
 short period of one year such glorious war results have
 achieved. The very mention of these victories, how-
 ever, has taken place within so brief a period
 The virtual annihilation of the Ameri-
 and around the world.

et porta
 nare et, tris
 eget voluptat diam congue vel. Interd
 fames ac ante ipsum primis in faucibus, Inter
 r malesuada libero nec vehicula. Inter
 imperdiet ornare. Sed eleifend congue, Res
 an malesuada condimentum leo aliquet
 ristique a justo id gravida. Inter
 es ac ante ipsum primis in faucibus, Inter
 msan ut nisl vel, luctus egetas augue
 i et ipsum molestie, eu tempus nunc augue
 lentesque varius molestie tellus, Inter
 liquet
 America and the British Empire.
 ing the war, Our public servants of various dep
 shall perform faithfully and diligently their appo
 tasks, and all other subjects of various depart
 respective duties, and diligently their appo
 shall mobilize the entire Pacific Fleet

United
 The men an
 of Our army and navy shall do their utmost in j
 ing the war, Our public servants of various dep
 shall perform faithfully and diligently their a
 tasks, and all other subjects of Ours shall per
 respective duties, the entire nation with a u
 shall mobilize their total strength so that not
 miscarry in the attainment of our war aims.
 To insure the stability of East Asia and
 burts to world peace is the far-sighted policy

AULA VIII - DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO CANÔNICA

O objetivo desta etapa é mostrar aos alunos que a posição da elipse no plano é arbitrária e que podemos descrever a mesma curva com diferentes coordenadas do centro, conectando prática e álgebra.

Professor, quando o aluno compreende a definição da elipse e entende como ela se organiza no espaço, a necessidade de decorar fórmulas desaparece. A equação deixa de ser um peso e passa a ser o rastro lógico da sua construção.

1. Retomar o traçado inicial

Peça aos alunos que observem novamente o traçado da elipse que fizeram antes de centralizar no plano.

Pergunte: “Como a posição do centro afetou o desenho?”

Incentive-os a notar que a forma da elipse não mudou, apenas sua localização no plano.

2. Introduzir a translação

Explique que, se o centro da elipse estiver em (x_0, y_0) , a equação canônica transladada é:

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

Mostre como essa forma mantém o mesmo formato, apenas desloca a curva no plano.

3. Explorar com os alunos

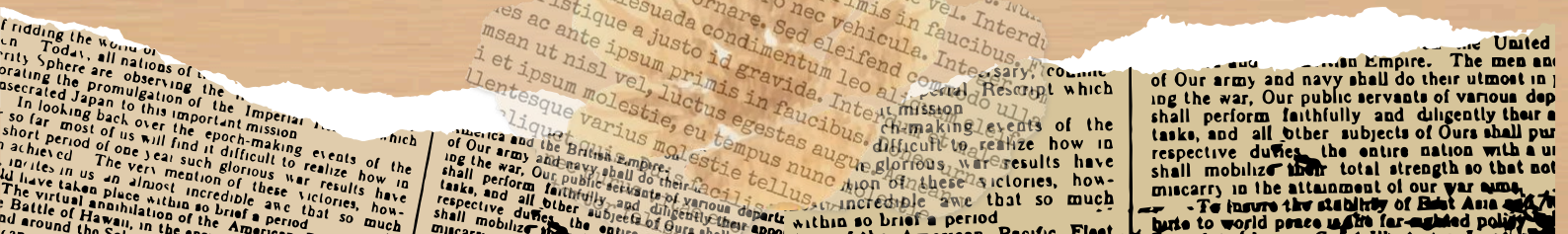
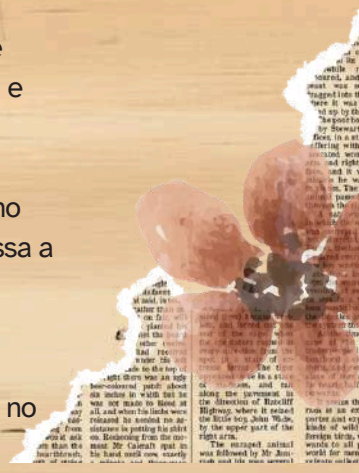
Proponha que redesenhem a elipse em diferentes posições, mudando x_0 e y_0 .

Pergunte:

“Como mudam as coordenadas dos vértices e focos?”

“O tamanho da elipse mudou?”

Destaque que só a posição mudou, não a forma nem os eixos.



4. Conectar à forma geral da elipse

Explique que, ao expandir a equação transladada, obtemos a forma geral da elipse (sem rotação):

$$AX^2 + BXY + CY^2 + DX + EY + F = 0$$

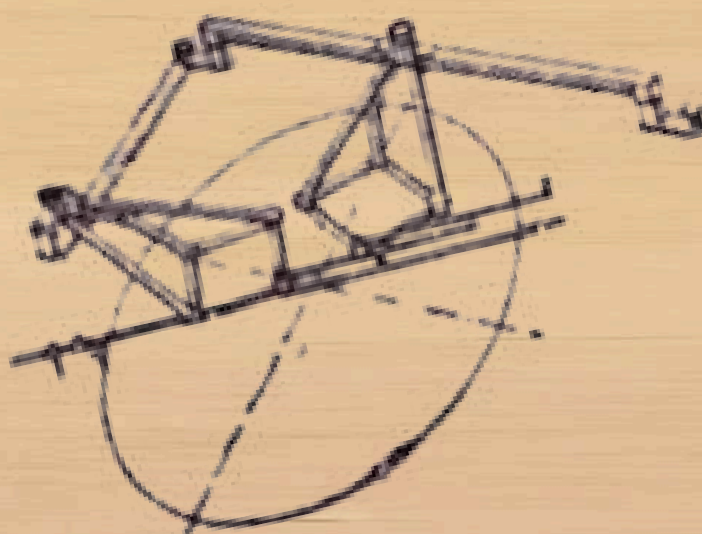
Mostre que essa é apenas uma forma diferente de escrever a mesma curva, útil para identificar elementos algébricos quando o centro não está na origem.

5. Dicas de condução

Use cores ou marcadores para destacar centro, vértices e focos nos diferentes desenhos.

Incentive que cada grupo observe a relação entre a equação e o traçado físico do elipsógrafo.

Reforce a ideia: a forma da elipse é a mesma, a equação apenas se ajusta ao plano onde ela está localizada.



literature
source.
sections
Finibus B
Extremes o
written in 45
on the theor
during the Re
Lorem Ipsum
amet.", com
1.10.32.

What is I
Lorem In
the
L

of riding the world of
Today, all nations of
the world are observing the
the promulgation of the
the Imperial
Japan to this important mission
so far most of us will find it difficult to realize how in
short period of one year such glorious war results have
achieved. The very mention of these victories, how-
ever, has taken place within so brief a period
The virtual annihilation of the Ameri-
can Battle of Hawaii, in the period
around the

et porta
nare et, tris.
eget volutpat diam con-
fames ac ante ipsum primis in faucibus, Interdum
r malesuada libero nec vehicula. Interdum
imperdiet ornare. Sed eleifend congue, ultrices
an malesuada condimentum leo aliquet ultrices
istique a justo id gravida. Interdum congue, ultrices
es ac ante ipsum primis in faucibus, Interdum
msan ut nisl vel, luctus egestas augue, imperdiet
i et ipsum molestie, eu tempus nunc augue, imperdiet
lentesque varius molestie tellus, imperdiet
liquet ultrices, imperdiet
merica and the British Empire. The men an
ing the war, Our public servants of various dep
shall perform faithfully and diligently their app
tasks, and all other subjects of Ours shall per
pective duties, the entire nation with a un
shall mobilize their total strength so that not
miscarry in the attainment of our war aims.

of Our army and navy shall do their utmost in
ing the war, Our public servants of various dep
shall perform faithfully and diligently their a
tasks, and all other subjects of Ours shall per
pective duties, the entire nation with a un
shall mobilize their total strength so that not
miscarry in the attainment of our war aims.
To insure the stability of East Asia and
tribute to world peace is the far-sighted policy

AULA IX - GENERALIZANDO O QUE APRENDEMOS

Nesta fase, o objetivo é levar os alunos da prática manual à representação algébrica, reforçando a conexão entre movimento, traçado e equação.

1. Introdução à atividade

- Explique que cada grupo irá construir uma nova elipse usando o elipsógrafo Engrenagem La Hire.

Enfatize: “Vamos com calma, observando como a curva se forma antes de escrever qualquer equação.”

2. Escolha do centro da elipse

- Cada grupo escolhe um ponto (x_0, y_0) que será o centro da elipse.
- Este ponto pode ser marcado livremente no papel.
- Dica: Incentive os alunos a pensar em como a posição do centro afetará os vértices e os focos.

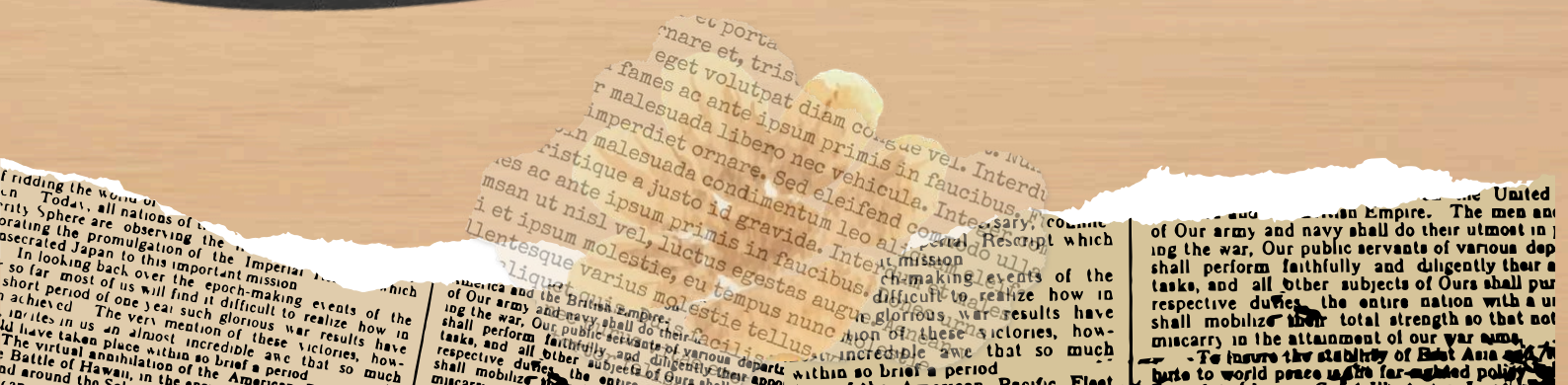
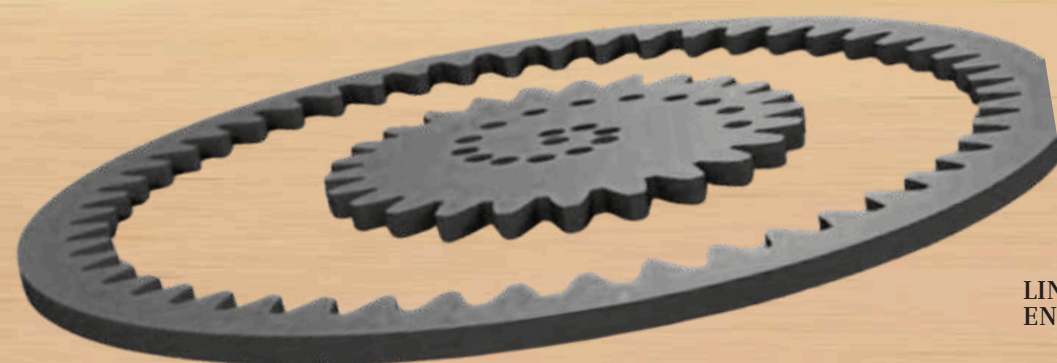
3. Determinação dos semi-eixos

- Meça os comprimentos dos semi-eixos a e b com base no traçado do Elipsógrafo Rubor:
 - a = medida do semi-eixo maior (sobre o eixo horizontal)
 - b = medida do semi-eixo menor (sobre o eixo vertical)

Reforce que esses valores controlam a forma da elipse.



LINK PARA IMPRESSÃO 3D ELIPSÓGRAFO
ENGRENAGEM DE LA HIRE

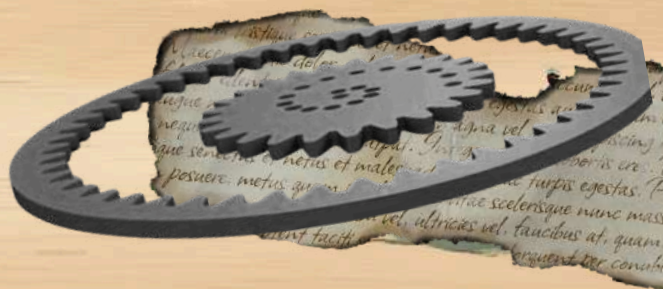


4. Escrevendo a equação canônica transladada

- Oriente os alunos a registrar a equação canônica com o centro (x_0, y_0) :

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

Mostre que essa é a tradução algébrica do traço físico.



5. Expansão para a forma geral

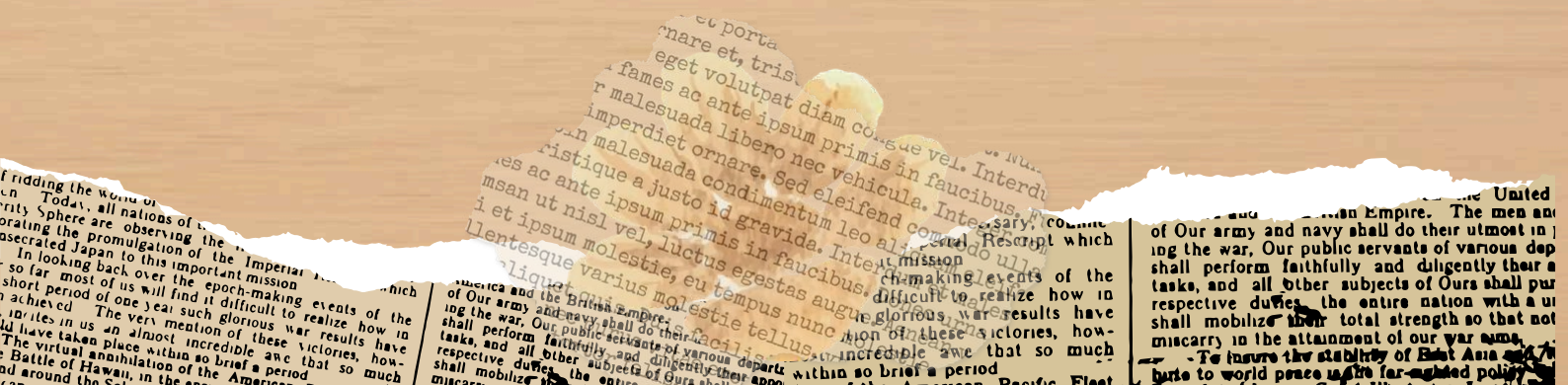
- Explique que, ao expandir a equação, obtemos a forma geral da elipse sem rotação:

Enfatize que a equação geral é apenas uma outra forma de registrar a mesma curva, agora útil para análise algébrica e resolução de problemas.

6. Sugestões para condução

- Incentive trabalho em grupo e observação mútua: cada grupo pode comparar como diferentes centros e semi-eixos alteram a equação.
- Faça perguntas de reflexão:
 - “Como a posição do centro alterou os valores de D e E na equação expandida?”
 - “O tamanho dos semi-eixos afetou os coeficientes A e C?”

Reforce a conexão entre experiência prática e álgebra, mostrando que a matemática nasce da observação e do movimento.



AULA X - REFLEXÃO EM FOCO: PROPRIEDADES DA ELIPSE A PARTIR DO ELIPSÓGRAFO

1. Convidando os alunos à pausa

- Peça que respirem fundo e olhem para o desenho que construíram.
- Sugira que recordem o movimento das peças do elipsógrafo e como o traço foi se formando.

Diga algo como: “Olhem para o que vocês criaram com as próprias mãos. Pensem no movimento, na curva, nos pinos e no barbante, tudo se combinou para formar essa elipse.”

2. Registro no caderno

Oriente os alunos a escreverem respostas pessoais, com base no que mais chamou atenção:

O que eu aprendi sobre a elipse?

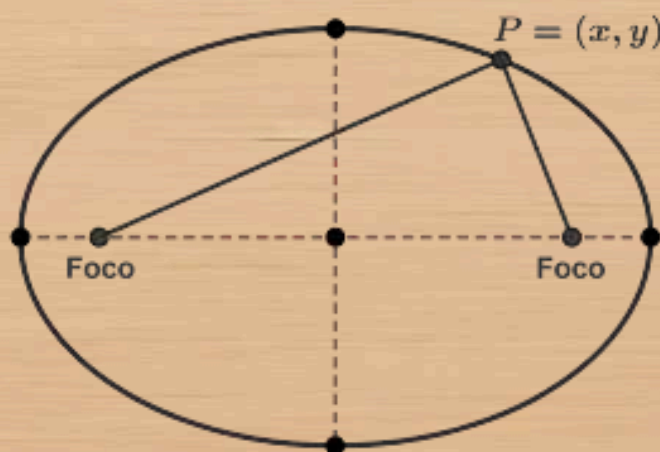
- Pode incluir reflexões sobre a forma, o movimento das peças, o traçado, ou a equação.
- Incentive a expressão pessoal: “Escreva o que fez sentido para você, sem se preocupar com respostas certas ou erradas.”

O que eu aprendi sobre história e invenção?

- Reflitam sobre o Elipsógrafo Rubor, quem o inventou, em qual época foi usado, e por que alguém precisou criar esse instrumento.
- Estimule a percepção de que a matemática é também fruto da criatividade e da história humana.

3. Dicas de condução

- Valorize a diversidade de respostas e experiências.
- Pergunte em roda: “Alguém quer compartilhar o que mais chamou atenção hoje?”
- Mostre que observar e refletir sobre o que foi feito é tão importante quanto construir a elipse ou escrever a equação.



Maecenas
felis. Pell
porttitor, ve
arcu. nec vix
magna vel ante a
neque. Aliquam erat
Pellentesque habitant
malesuada fames ac
vitae sollicitudin posu
scelerisque nunc mass
vel. ultricies vel
consectetur eget. a

In in nunc. Clo

per. conubia

ullamcorper

dapibus com

dis parturien

faucibus condimentum odio. Sed a

Etiam at ligula et tellus ullam

n socu

montes. nasce

Etiam at ligula et tellus ullam

Etiam at ligula et tellus ullam

eget.

olor

titor

ies.

gna

est

tique

estas.

rc

re.

stae.

enatis

non pede.

igna. Integer

crismod. purus ipsum

a nisl eget sapien. Donec ut

consequat. consequat. Etiam eaet dui. Aliquam

consequat. consequat. Etiam eaet dui. Aliquam

consequat. consequat. Etiam eaet dui. Aliquam

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade trouxe a História da Matemática e a Geometria Analítica para muito mais perto das suas mãos. Em vez de apenas observar fórmulas, vocês puderam experimentar, construir e compreender a elipse de forma concreta.

Na primeira parte, fizemos uma introdução e sensibilização. Conversamos sobre os instrumentos históricos e sobre como eles aparecem em publicações da época, como a revista francesa *Le Petit Inventeur*, do período entre-guerras. Aqui, o objetivo foi perceber que a elipse não é só uma definição abstrata: ela também é um objeto histórico, tecnológico e prático, que conecta teoria e experiência.

Na segunda parte, entramos na construção prática das elipses: Com o cone de Apolônio, vimos as cônicas e com o elipsógrafo do jardineiro, os elementos da elipse.

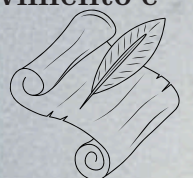
Com o Elipsógrafo de Rubor, vocês observaram como dois pinos deslizando em ranhuras perpendiculares permitem traçar a curva com precisão.

Com o elipsógrafo de La Hire, exploramos como o movimento das engrenagens transforma rotações e deslocamentos em um traçado elíptico uniforme.

Em ambas as experiências, vocês puderam traçar a elipse em papel A4, e depois traçar um plano cartesiano, ligando o movimento físico à representação formal da curva. Esse processo mostra como a matemática se constrói tanto na prática quanto na teoria:

o gesto das mãos revela e reforça o conceito geométrico da elipse.

Ao final, o que aprendemos é que matemática é mais do que fórmulas, é também movimento, observação, invenção e história. Cada instrumento que manipulamos nos ajudou a perceber a relação entre criação manual e descrição analítica, permitindo que vocês explorassem livremente como a curva nasce do movimento e se traduz no sistema de coordenadas.



REFERÊNCIAS

1. DA RIVA, C. *Cultura material e ensino de Matemática: instrumentos históricos e aprendizagem ativa*. Rio de Janeiro: Educa, 2020.
2. ERLINGO, A. *História da Matemática: conceitos, práticas e aplicações*. São Paulo: Editora Acadêmica, 2018.
3. IRONGOOBER. *Gear Ellipsograph*. Thingiverse, 2015. Disponível em: <https://www.thingiverse.com/>. Acesso em: 26 out. 2025.
4. *LE PETIT INVENTEUR*. *Le Petit Inventeur: revue des inventions et des expériences techniques*. Paris: Librairie des Sciences et Arts, 1925. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/>. Acesso em: 26 out. 2025.
5. SAITO, H.; PEREIRA, J. *Uso de instrumentos históricos no ensino de Matemática: práticas significativas e desenvolvimento do pensamento crítico*. *Revista de Educação Matemática*, v. 18, n. 2, p. 45-60, 2021.



AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, fonte de sabedoria e força, por iluminar meus passos em cada desafio e conquista.

Aos meus orientadores, Marcela e Davidson, pela competência, sensatez e paciência ao longo desta trajetória acadêmica.

Ao corpo docente do CEFET-MG, Campus Nova Gameleira, e ao Pedro Falci, secretário do programa, expressei meus agradecimentos pelos ensinamentos compartilhados e pelo compromisso com a educação.

À Professora Izabela e ao Professor Capone, pela generosidade em compor a banca e pelas contribuições qualificadas a esta revista.

Aos alunos da Escola Estadual Três Poderes, que gentilmente participaram do projeto piloto, possibilitando o aprimoramento das atividades propostas nesta revista.

Por fim, agradeço à CAPES (Código de Financiamento 001) pelo apoio que tornou possível a realização deste trabalho.

Meu muito obrigada!



VIAGEM À PARIS, 1925: REDESCOBERTA DOS ELIPSÓGRAFOS

“A Geometria existe, como já disse o filósofo, por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.”

Malba Tahan

The advent of the...
changes. It drastically...
turns, making it possible to...
of the time it once took. This new...
growth, allowing goods.



FEAT
THE VINTAGE
DRESS

Elegance and Timeless
Beauty: The Vintage Dress



...get...
...or magna. Pellente
...nsequat. Etiam...



PROFMAT



CEFET-MG

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROFMAT/2025**

The advent of the steam engine changes. It drastically alters the way we live, making it possible to do things in less time than it once took. This new growth, allowing goods



DO NOT
FEAR
THE VINTAGE
DRESS

Elegance and Timeless
Beauty: The Vintage Dress

...eget
...or magna. Pellente
...nsequat. Etiam.