

Jhonatan Roger Rodrigues Dias

**INTERFACES ENTRE MATEMÁTICA E
FILOSOFIA NO ENSINO DE LÓGICA:
CAMINHOS INTERDISCIPLINARES PARA A
FORMAÇÃO DO PENSAMENTO
LÓGICO-MATEMÁTICO NO ENSINO MÉDIO**

Vitória

2026

Jhonatan Roger Rodrigues Dias

**INTERFACES ENTRE MATEMÁTICA E FILOSOFIA NO
ENSINO DE LÓGICA: CAMINHOS
INTERDISCIPLINARES PARA A FORMAÇÃO DO
PENSAMENTO LÓGICO-MATEMÁTICO NO ENSINO
MÉDIO**

Dissertação de mestrado apresentada ao
PROFMAT como parte dos requisitos exi-
gidos para a obtenção do título de Mestre em
Matemática

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



PROFMAT

Orientador: Prof^ª. Dr^ª. Rosa Elvira Quispe Ccoyllo

Vitória

2026

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de
Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

R696i Rodrigues Dias, Jhonatan Roger, 1986-
 Interfaces entre matemática e filosofia no ensino de lógica:
 caminhos interdisciplinares para a formação do pensamento lógico
 matemático no ensino médio / Jhonatan Roger Rodrigues Dias.
 - 2026.
 100 p. : il.

 Orientadora: Rosa Elvira Quispe Ccoyllo.
 Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade
 Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas.

 1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Filosofia - Estudo e
 ensino. 3. Lógica. 4. Raciocínio. 5. Interdisciplinaridade na
 educação. 6. Ensino Médio. I. Quispe Ccoyllo, Rosa Elvira. II.
 Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências
 Exatas. III. Título.

CDU: 51



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

“Interfaces entre a Matemática e Filosofia no Ensino de Lógica: Caminhos Interdisciplinares para a formação do pensamento Lógico-Matemático no Ensino Médio”

Jhonatan Roger Rodrigues Dias

Trabalho de Conclusão de Curso do PROFMAT apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Espírito Santo, composto por dissertação e recurso educacional, tipo Bibliográfica, subtipo Artigo em Periódico, intitulado “Contribuições metodológicas e apropriações filosóficas na matemática”, publicado no periódico Cuadernos de Educación y Desarrollo, em 10/09/2025, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 28/05/2026 por:

Profa. Dra. Rosa Elvira Quispe Ccoyllo
Orientadora – UFES

Prof. Dr. Moacir Rosado Filho
Examinador interno – UFES

Prof. Dr. Fidelis Zanetti de Castro
Examinador externo – IFES



Jhonatan Roger Rodrigues Dias

INTERFACES ENTRE MATEMÁTICA E FILOSOFIA NO ENSINO DE LÓGICA: CAMINHOS INTERDISCIPLINARES PARA A FORMAÇÃO DO PENSAMENTO LÓGICO-MATEMÁTICO NO ENSINO MÉDIO

Dissertação de mestrado apresentada ao
PROFMAT como parte dos requisitos exi-
gidos para a obtenção do título de Mestre em
Matemática

Trabalho aprovado. Vitória, 28 de maio de 2026:

**Prof^a. Dr^a. Rosa Elvira Quispe
Ccoyllo**

Universidade Federal do Espírito Santo
Orientador

Prof. Dr. Moacir Rosado Filho

Universidade Federal do Espírito Santo
Membro Interno

Prof. Dr. Fidelis Zanetti de Castro

Instituto Federal do Espírito Santo
Membro Externo

Vitória
2026

Ao João, à Maria e ao Robert, minhas grandes saudades!

Agradecimentos

Primordialmente, agradeço a Deus por todas as graças e bênçãos recebidas ao longo de minha vida, especialmente pela conclusão deste mestrado. Estendo este agradecimento à Maria Santíssima e, na pessoa dela, a todos os intercessores do Céu a quem recorri para alcançar essa dádiva.

Fazendo justa memória, dirijo, com os mais estimáveis e benéficos sentimentos, o agradecimento mais especial aos meus pais, João Dias e Maria Rodrigues. A presença e o processo educacional dessas duas pessoas em minha vida foram imprescindíveis para a constituição de tudo o que sou hoje. Ainda no aspecto familiar, agradeço aos meus irmãos, Cléria Dias e Reginaldo Dias, os quais nunca mediram apoio e incentivo na busca e conquista dos meus objetivos. Lembro também de seus cônjuges e de seus filhos, que cultivam comigo o cuidado e o afeto familiar.

Aos queridos e estimados Fábio Tritapepe, Eliane Martins, Daivid Tomazini, Alice Morelato e Leandro Almeida, meu agradecimento repleto de afeto por estarem sempre próximos e da melhor forma possível em minha vida.

Expresso aos meus afilhados e afilhadas de Batismo e de Crisma minha gratidão por serem uma parte importante da minha família espiritual e possibilitarem a honra de estar com vocês como padrinho.

Faço a devida menção de apreço a Jacqueson Pimentel, Jones dos Santos, José Moraes, Pedro Henrique e Ronaldo Borel, meus amigos padres. As palavras e o direcionamento que recebi deles me ajudaram em muitos momentos delicados, inclusive durante o período do mestrado.

Externo minha sincera gratidão à minha orientadora, Rosa Elvira Quispe Ccoyllo, pela dedicação, paciência e generosidade ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho. Sua orientação segura, suas contribuições valiosas e seu rigor acadêmico foram fundamentais para a construção desta pesquisa.

Com muita estima e contentamento, manifesto singular gratidão às melhores pessoas que conheci no PROFMAT: Bruno Coelho, Ciro Pylro, João Vitor de Lazari, Lucas Angelo Souza, Mariano Lorenzoni e Michael William. Além de muitas horas de estudo, eles compartilharam comigo muitos momentos de descontração que foram de singular importância nessa caminhada.

Por fim, nas pessoas das professoras Mônica Martins e Rayani Moraes, agradeço àqueles amigos e colegas de trabalho que acolheram minhas intempéries e se alegraram com meus êxitos acadêmicos.

“A razão é a fonte das verdades necessárias, e a matemática é sua expressão mais pura.”
(Gottfried Wilhelm Leibniz)

Resumo

Este trabalho investiga as interseções curriculares e metodológicas entre Matemática e Filosofia no ensino de Lógica, com foco na formação do pensamento lógico-matemático no Ensino Médio. Parte-se da compreensão de que o desenvolvimento do raciocínio lógico constitui elemento essencial para a aprendizagem matemática, ao mesmo tempo em que se reconhece a dificuldade recorrente dos estudantes em relação a essa disciplina. Nesse contexto, propõe-se a interdisciplinaridade como estratégia pedagógica, considerando as contribuições históricas e conceituais da Filosofia para a estruturação do pensamento lógico. A pesquisa apresenta um percurso teórico que evidencia a relação entre essas áreas do conhecimento a partir de pensadores como Pitágoras, Platão, Aristóteles, Descartes, Leibniz, Kant e Husserl. Além disso, analisa o panorama do desenvolvimento do raciocínio lógico no Ensino Médio da rede pública do Espírito Santo, com base em documentos como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e avaliações institucionais como o PAEBES e a AMA. Com base nos apontamentos desta pesquisa, propõe-se uma sequência didática interdisciplinar voltada ao ensino de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, estruturada em 15 aulas, com o objetivo de desenvolver habilidades de argumentação e raciocínio lógico. Espera-se que a proposta contribua para a melhoria do ensino de Matemática, promovendo uma aprendizagem mais significativa e crítica.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Filosofia. Raciocínio lógico. Interdisciplinaridade. Ensino Médio.

Abstract

This study investigates the curricular and methodological intersections between Mathematics and Philosophy in the teaching of Logic, focusing on the development of logical-mathematical thinking in High School. It is based on the understanding that the development of logical reasoning is an essential element for mathematical learning, while also recognizing the recurring difficulties students face in this subject. In this context, interdisciplinarity is proposed as a pedagogical strategy, considering the historical and conceptual contributions of Philosophy to the structuring of logical thought. The research presents a theoretical framework that highlights the relationship between these areas of knowledge through thinkers such as Pythagoras, Plato, Aristotle, Descartes, Leibniz, Kant, and Husserl. In addition, it analyzes the development of logical reasoning in public High School education in the state of Espírito Santo, based on documents such as the National Common Curricular Base (BNCC) and institutional assessments such as PAEBES and AMA. Based on the findings of this research, an interdisciplinary didactic sequence is proposed for teaching Arithmetic Progression and Geometric Progression, structured in 15 lessons, aiming to develop argumentation and logical reasoning skills. It is expected that the proposal contributes to improving Mathematics teaching by promoting more meaningful and critical learning.

Keywords: Mathematics Teaching. Philosophy. Logical Reasoning. Interdisciplinarity. High School.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação geométrica de números quadrangulares e oblongos. . . .	19
Figura 2 – Representação dos Números para Pitágoras	20
Figura 3 – Representação geométrica dos números pares e ímpares segundo os pitagóricos	90
Figura 4 – Representação geométrica de um número triangular (10 pontos)	91
Figura 5 – Estrutura do Processo de Conhecimento para Kant.	96

Lista de tabelas

Tabela 1 – Proficiência Média da Rede Estadual – 3º Ano do Ensino Médio – Matemática	55
Tabela 2 – Relação entre Tópicos Curriculares, Habilidades da BNCC e Descritores PAEBES	57
Tabela 3 – Percentual de acerto em avaliações institucionais por descritor	58
Tabela 4 – Percentual de acerto em avaliações institucionais por descritor	60

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
2	INTERFACES ENTRE FILOSOFIA E MATEMÁTICA	17
2.1	Interfaces Históricas entre Matemática e Filosofia	17
2.2	PITÁGORAS	18
2.3	PLATÃO	20
2.4	ARISTÓTELES	26
2.5	RENÉ DESCARTES	35
2.6	LEIBNIZ	39
2.7	IMMANUEL KANT	41
2.8	EDMUND HUSSERL	43
3	PANORAMA DO DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NO ENSINO MÉDIO NA EDUCAÇÃO PÚBLICA NO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO	46
3.1	A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR	47
3.2	DEFINIÇÃO DE RACIOCÍNIO LÓGICO	51
3.3	O PAEBES E A AMA	52
3.4	RESULTADOS DE EDIÇÕES DO PAEBES E DA AMA	53
3.5	A FILOSOFIA NO CURRÍCULO	60
4	UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR PARA O ENSINO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA POR MEIO DA LÓGICA	64
4.1	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	64
5	CONCLUSÃO	82
	REFERÊNCIAS	83
	APÊNDICE A – O MITO DA CAVERNA	87
	APÊNDICE B – QUADRO COMPARATIVO ENTRE PROGRESSÃO ARITMÉTICA E PROGRESSÃO GEOMÉTRICA	89
	ANEXO A – CONCEPÇÃO PITAGÓRICA DOS NÚMEROS	90

ANEXO B – A DEMONSTRAÇÃO CIENTÍFICA EM ARISTÓTELES	92
ANEXO C – O MÉTODO CARTESIANO E SUA RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA	93
ANEXO D – A ESTÉTICA TRANSCENDENTAL EM KANT . . .	95
ANEXO E – SIGNIFICAÇÃO E PREENCHIMENTO INTUITIVO EM HUSSERL	97
ANEXO F – O MÉTODO EM LEIBNIZ	99

1 Introdução

O ensino de Matemática na Educação Básica configura-se como um espaço para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, os alunos precisam pensar de forma lógica para alcançar êxito na resolução de problemas que envolvem números e operações. E, à medida que avançam nas etapas do ensino básico, os indivíduos precisam desenvolver formas mais complexas de raciocinar, uma vez que os conteúdos se tornam mais complexos e refinados. Desta maneira, ao mesmo tempo que o raciocínio lógico se apresenta como uma ferramenta imprescindível para a Matemática, esta, enquanto componente curricular, toma-o como habilidade essencial para a sua aprendizagem.

Neste cenário, frequentemente a Matemática é tida como uma disciplina sobre a qual há bastante dificuldade para compreensão. Esse discurso permeia o ideário do senso comum, fazendo muitas pessoas acreditarem que é muito complicado aprender os conteúdos desta ciência exata. Consequentemente, este fator gera desinteresse pela matéria e compromete o desenvolvimento das suas habilidades e competências. Dentre elas, pensar de maneira lógica é uma alternativa para contornar a falta de interesse e a interdisciplinaridade.

A Filosofia, enquanto uma ciência, dentro de suas áreas de pesquisa, estuda o pensamento humano, suas formas e condições de possibilidade. No tocante à Matemática, a História da Filosofia, desde a Grécia Antiga até a contemporaneidade, registra teorias que enaltecem explicita e especificamente o método matemático como um dos mais seguros para a obtenção do conhecimento verdadeiro. Dentre estes, destaca-se os pensadores universalistas que, entre outras ciências, tinham domínio intelectual e versavam sobre filosofia e matemática. Neste interim, torna-se importante mencionar a redução da carga horária da disciplina de Filosofia no Ensino Médio e seus possíveis impactos no processo de construção crítica do conhecimento e da formação intelectual dos estudantes.

Mesmo que em relação aos conteúdos de ambas se encontrem poucas interseções, no tocante à metodologia da pesquisa e do desenvolvimento do conhecimento, a Filosofia e a Matemática podem perfazer um caminho com pontos comuns. No âmbito do Ensino Médio, esses encontros devem observar as diretrizes dos documentos que parametrizam os currículos, com intuito de que sejam aproveitados na preparação e docência das aulas.

Neste sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enuncia os objetivos, as habilidades e as competências para a docência dos conteúdos curriculares das disciplinas previstas para a educação básica. No que diz respeito à Matemática, a BNCC destaca o desenvolvimento do raciocínio lógico como importante instrumento para a resolução de

problemas. A aptidão de argumentar é evidenciada como expressão da cognição lógica e o seu desempenho contribui para o ensino de Matemática, visando a compreensão dos alunos.

Ainda no tocante às diretrizes, a Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (SEDU) além de elaborar o seu próprio currículo com observância na BNCC, avalia o desenvolvimento dos estudantes com base nas habilidades e competências por meio de avaliações institucionais como o Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES) e a Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA). Elas são elaboradas com base nos chamados descritores, os quais formalizam o texto das habilidades da BNCC para o contexto educacional do Espírito Santo.

Por meio da análise dos resultados de ambas as avaliações, a Secretaria de Educação, juntamente com as Superintendências Regionais de Educação (SRE) e as unidades escolares, pensa estratégias de intervenção para a melhoria da educação básica e a intensificação da aprendizagem. Além disso, fomenta iniciativas como o Programa de Fortalecimento da Aprendizagem (PFA) e a Rotina Pedagógica (RPE) para potencializar o ensino de Matemática.

Com base nesses registros, no preparo das aulas, planos de ensino e sequências didáticas, além da observância das diretrizes curriculares e de suas respectivas nuances, torna-se pertinente considerar a interdisciplinaridade, uma vez que uma disciplina, isoladamente, não deveria ocupar posição central na construção da compreensão do estudante.

Dessa forma, o objetivo geral deste trabalho dissertativo é desenvolver as habilidades de argumentação e de raciocínio lógico a partir uma sequência de aulas sobre Progressão Aritmética e Progressão Geométrica com o apoio de referenciais filosóficos que valorizam o método matemático e a construção do conhecimento. A sequência didática proposta destina-se a professores de Matemática da Rede Estadual do Espírito Santo, para aplicação em turmas do Ensino Médio, em consonância com as orientações dos documentos curriculares da Secretaria de Estado da Educação.

Considerando que, em muitos casos, o professor de Matemática não dispõe de formação filosófica aprofundada nos conteúdos mobilizados pela proposta, são disponibilizados, nos anexos, textos informativos referenciados para subsidiar sua implementação. No que se refere à Matemática, pressupõe-se que o docente detenha conhecimentos acerca de sequências aritméticas e geométricas. Em razão do contexto educacional do Espírito Santo, tomam-se como referência, para os tópicos curriculares e os exercícios, materiais da Rotina Pedagógica Escolar. A metodologia adotada pauta-se na prática docente, mas propõe ir além das aulas expositivas, por meio de abordagens contextualizadas e do desenvolvimento das atividades a partir dos tópicos problematizados ao longo da sequência.

Cada uma das etapas da sequência explicita o tempo necessário para sua reali-

zação, totalizando 15 (quinze) aulas de 50 (cinquenta) minutos. Compete ao professor desempenhar as funções de mediador, orientador, provocador do debate e interventor pedagógico, acompanhando o desenvolvimento e a apropriação dos conteúdos por parte dos discentes. Com essas ações, pretende-se avaliar, com base nas habilidades previstas na BNCC e nos descritores do PAEBES, a progressão do raciocínio lógico enquanto ferramenta fundamental para a aprendizagem da Matemática.

2 Interfaces entre Filosofia e Matemática

2.1 Interfaces Históricas entre Matemática e Filosofia

A Matemática e a Filosofia, embora pertençam a Áreas de Conhecimento distintas da Base Nacional Comum Curricular, mantêm historicamente uma estreita relação referencial. Desde a Idade Antiga, perpassando os Períodos Medieval e Moderno até alcançar a contemporaneidade, é possível encontrar pensadores de grande relevância para a pesquisa e conhecimento acadêmico, os quais apresentaram contribuições para o desenvolvimento de ambas as disciplinas.

Recorrendo à gênese da Matemática enquanto um campo de conhecimento minimamente estruturado na sociedade Grega Antiga, observa-se que, neste evento, há uma relação bem íntima com o pensamento filosófico, sobretudo, do grande discípulo de Sócrates, o Platão (BICUDO, 1998).

Ainda sobre esse aspecto, pode-se acenar que:

É um fato comumente aceito por todos que a Matemática nasce na Grécia, onde ocorreu a transformação de uma Matemática empírica, herdada dos egípcios e dos babilônicos, em uma Matemática dedutiva, formal, tal como encontrada em Os Elementos (III a. C) de Euclides. Essa transformação, certamente um grande momento da história da Matemática, ocorre, segundo a opinião de muitos historiadores, por meio da intervenção de Platão (428/7-2348/7 a. C.). (BICUDO, 1998, p.48).

Esse processo de passagem do caráter empírico para o formal resguarda importância singular para o progresso da dimensão científica da Matemática, pois representa a passagem de uma ferramenta cotidiana para um campo de estudos e conteúdos próprios, arrogando para si o espaço para a pesquisa e o ensino nos moldes da educação considerada formal no contexto vigente.

A História da Filosofia Antiga Grega, sobretudo no Período Socrático, que engloba as contribuições de Platão e Aristóteles, apresenta o homem que se ocupa da Filosofia, enquanto atividade do pensamento e da reflexão, responsável pelo estudo e transmissão de outros conhecimentos, entre eles, aqueles próprios da Matemática (REALE; ANTISERI, 1990). Observa-se, nesse contexto, uma preocupação com a característica da racionalização da Filosofia, a qual abrange as demais ciências que a ela estão atreladas. Dessa forma, longe de assumir um caráter residual ou meramente secundário, a Matemática estabelece com a Filosofia uma estreita relação conceitual, cujo ponto de convergência mais evidente encontra-se na estruturação do raciocínio lógico. Obviamente, há outros pontos de tangência entre a Matemática e a Filosofia, que podem ser evidenciados a partir das teorias de pensadores

consagrados historicamente. Nesse sentido, para melhor visualizar tais teorias, pode-se recorrer, em ordem cronológica, aos seguintes pensadores: Pitágoras, Platão, Aristóteles, René Descartes, Gottfried Leibniz, Immanuel Kant e Edmund Husserl.

2.2 PITÁGORAS

Começando por Pitágoras de Samos (570 a.C. - 495 a.C.), filósofo pré-socrático amplamente reconhecido na Matemática, sobretudo pelo célebre Teorema que leva o seu nome. No âmbito da Filosofia, ele se insere no contexto chamado de “Naturalista”, que tem como questão principal a origem do cosmos, também designada como a *arché*, uma substância originária (REALE; ANTISERI, 1990). Essa problemática, introduzida por outro célebre nome da Matemática, Tales de Mileto, recebeu dele uma resposta de caráter eminentemente físico — a água —, que, por esse motivo, não estabelecia relação explícita com o pensamento matemático.

A resposta pitagórica, desenvolvida sobretudo pelos chamados Pitagóricos (filósofos que aderiram ao pensamento de Pitágoras) apesar de, em seu contexto, assumir um viés de realidade física, revela notável grau de racionalização (REALE; ANTISERI, 1990). Para ele e seus seguidores, a substância originária é o número e os seus respectivos componentes.

Em seguida, foram Pitágoras de Samos e sua escola (que durou vários séculos) que se encarregaram de ulteriormente desenvolver e difundir a Matemática pela Grécia e suas colônias. A escola pitagórica atribuía aos números um poder místico, adotando a aritmética como fundamento de seu sistema filosófico. Quase nada sobrou dos escritos originais dessa fase da matemática grega, chegando até nós apenas referências e comentários feitos por outros matemáticos posteriores. (HEFEZ, 2022, p.51)

Desse modo, todas as coisas seriam constituídas e compostas por números. Eles fazem parte da realidade, estão presentes nela no sentido físico, mas, ao mesmo tempo, os números são princípio de harmonia das coisas. Em outras palavras, a harmonia dos números modela a harmonia das coisas. Essa dedução teórica elaborada pelos pitagóricos permeia de forma sutil a Matemática desenvolvida por eles. Pode-se observar que:

A doutrina pitagórica teve, quanto a esse ponto, a originalidade de propor algo imaterial como princípio de explicação. A ideia pitagórica dos números tinha o objetivo de levar à determinação numérica das relações permanentes em que consiste a vida do universo. Dando aparência metafísica à afirmação de que o número é a essência das coisas, os pitagóricos defenderam a concepção de que assim como os números se compõem da soma de pares e ímpares, as coisas encerram determinações opostas, como as de limitado e ilimitado. (SABOYA, 2015, p.11)

É possível perceber que, apesar desse pensamento constituir uma resposta filosófica, trata-se de fundamentos matemáticos em sua estruturação. Para além de enunciar um

componente que é objeto básico da Matemática, a teoria pitagórica explora operações e propriedades a fim de articular sua argumentação, aproximando-se da Ciência Exata ao desenvolver um raciocínio para aquela Ciência Humana. Não se limita apenas à abstração do conceito de número, mas também o aplica em relação à realidade, descrita a partir de conteúdos que são próprios da Matemática (SABOYA, 2015).

Deve-se considerar também que tal resposta não trata apenas de um princípio enquanto momento originário, mas elucida como presente nos processos reais pelos quais o universo e todas as coisas nele passam. Os pitagóricos, no tocante à harmonia da música e dos sons em geral, por exemplo, perceberam que “[...] a diversidade dos sons produzidos pelos martelos que batem na bigorna depende da diversidade de peso de martelos [...]” (REALE; ANTISERI, 1990, p.41). Nessa ilustração, percebe-se a presença mais explícita do número, dado que os pesos dos objetos são representados por ele. Mas, são várias as situações nas quais os seguidores de Pitágoras põem em evidência as leis numéricas e suas nuances para buscar explicações para a realidade, tais como, as estações do ano, o período de gestação dos animais e outros desenvolvimentos biológicos da vida em geral. (REALE; ANTISERI, 1990).

É importante destacar também que, na teorização sobre o número, evidencia-se, entre outros, os conceitos de paridade, limitação e determinação. Assim como ocorre na contemporaneidade, o trabalho dos pitagóricos ressaltava a classificação dos números em pares e ímpares, dando-lhes a devida caracterização. Além disso, realizavam uma interpretação geométrica no que diz respeito à paridade dos números: os pares eram considerados retangulares e os ímpares quadrados. Isso se dá porque, ao representar a quantidade dos números com elementos – bolas, traços, etc. –, quando se somavam os pares consecutivos a partir do primeiro (o dois) e se organizavam em linhas e colunas, a figura resultante assumia o formato de um retângulo. Analogamente, o mesmo processo feito com os ímpares, ilustraria um quadrado (REALE; ANTISERI, 1990, p.43).

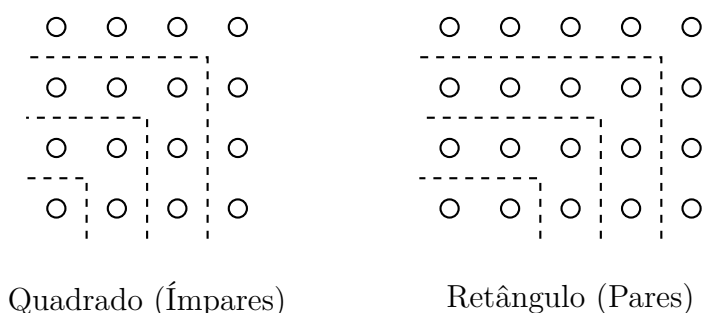
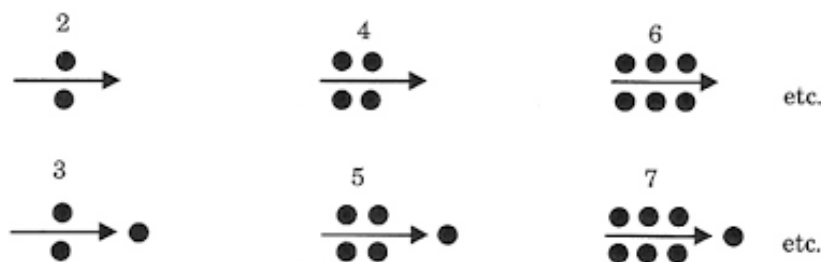


Figura 1 – Representação geométrica de números quadrangulares e oblongos.

A figura abaixo ilustra a representação dos números pares e ímpares para Pitágoras:

Figura 2 – Representação dos Números para Pitágoras



Fonte: [Reale e Antiseri \(1990\)](#)

Os pitagóricos abordaram também os conceitos de limitado e ilimitado a partir dos números: eles, em quantidade, são infinitos e, portanto, ilimitados; mas cada número é finito, representa uma quantidade fixa, em outras palavras, limitado. Essa concepção destaca a síntese dialética entre determinação e indeterminação. Tais conceitos articulam-se também em torno da paridade para enunciar a perfeição dos números, sendo o dez como o mais perfeito. Ele resulta da soma dos quatro primeiros números, e sua representação por meio de pontos (ou pedrinhas) configura um triângulo equilátero (4 pontos ou pedras formando cada lado) ([REALE; ANTISERI, 1990](#)).

A teoria dos números dos pitagóricos mostra uma relação próxima entre o raciocínio filosófico e o conteúdo matemático. À luz da contemporaneidade, pode ser compreendida como um exercício de interdisciplinaridade, no qual percebe-se uma inter-relação daquilo que é abordado, havendo uma linha tênue que separa o que é próprio de cada uma das disciplinas. Há de se ressaltar, contudo, que, no contexto grego, não há uma divisão de componentes curriculares, fator que facilita esse entrelaçar de objetos e temáticas de duas áreas de conhecimento distintas.

2.3 PLATÃO

Platão (427/347 a.C), o grande discípulo de Sócrates, tem como ponto principal de todo o seu pensamento filosófico o chamado Mundo das Ideias. Trata-se de uma realidade inteligível, a partir da qual todas as coisas do mundo sensível são plasmadas. Desta maneira, existem ideias de tudo aquilo que existe, as quais são perfeitas e tudo que está no plano da sensibilidade trata-se de uma cópia imperfeita. A partir desta concepção, evidencia-se um problema de cunho epistemológico: o conhecimento da realidade sensível é limitado, imperfeito e imutável e, portanto, constitui-se inferior, inseguro e meramente aparente ([PLATÃO, 1999](#)). Os sentidos (tato, olfato, paladar, audição e visão), então, não garantem por si só formulações que possam ser enunciadas de maneira universal. Apesar de eles perceberem a realidade que os cerca, tais percepções, sozinhas, não passam de experiências singulares de cada sujeito.

Na filosofia platônica, o conhecimento verdadeiro é o racional, o qual é atividade do pensamento humano e tem como objeto as ideias, uma vez que elas preservam consigo a perfeição. Além disso, elas são universais e, assim, cada uma delas fornece o conhecimento seguro daquilo que ela plasma na realidade. É na ideia que se encontra aquilo que é essencial para cada ente do mundo sensível. Considera-se ainda que, apesar de uma realidade (a ideal) plasmar a outra (a física), não há entre elas nenhuma outra relação, a não ser a geração de cópias imperfeitas daquilo que é unicamente verdadeiro (Reale).

Para essa falta de tangência entre ambas as realidades, Platão descreve um processo de robustecimento do intelecto humano. Nesse ínterim, o homem que deseja obter o verdadeiro conhecimento precisa abster-se daquilo que é puramente sensível e esforçar-se progressivamente para conhecer aquilo que está na realidade ideal. Esse desenvolvimento é ascético, visto que exige o desprendimento máximo de tudo que é exclusivamente empírico para buscar formulações ideais e superiores. Porém, por estarem – o sujeito cognoscente e as ideias cognoscíveis – em mundos acentuadamente distintos, o exercício de compreensão nunca será pleno. Mesmo frente a esta constatação fatídica, o sábio deve persistir na atividade racional para conhecer cada vez as ideias das quais origina-se aquilo que ele deseja apreender.

Vale ainda ressaltar que, essa teorização platônica, ao tratar da realidade sensível, versa não apenas sobre objetos no sentido estrito da palavra, mas todas as nuances que permeiam e habitam o mundo sensível. Há, entre outras, as Ideias de homem, cadeira e árvore; mas também há as Ideias de bem, certo e belo. Nesse ponto, Platão debruçou-se para encontrar um método para a busca desse conhecimento superior e, neste intento, versou amplamente sobre a Matemática e como suas características contribuem neste processo (PLATÃO, 1999).

Alguns especialistas em filosofia platônica acreditam que Platão não foi um matemático, mas um formador de matemáticos. Não existe nenhum conteúdo propriamente matemático que seja de autoria deste filósofo (COSTA, 2006), mas é de grande reconhecimento a sua colaboração para a axiomatização da Matemática.

Os gregos tinham uma forte inclinação para a filosofia e a lógica, tendo isso influenciado fortemente toda a sua cultura e, em particular, o seu modo de fazer matemática. Um importante exemplo disso foi a grande influência que sobre ela exerceu Platão (429-348 a.C.), que, apesar de não ser matemático, nela viu um indispensável treinamento para o filósofo, ressaltando a metodologia axiomático-dedutiva a ser seguida em todos os campos do conhecimento. O domínio da geometria era uma condição necessária aos aspirantes para o ingresso na sua academia (HEFEZ, 2022, p.51).

Nesta consideração, é importante destacar também que, a passagem da Matemática dos egípcios para os helênicos traz consigo uma mudança de perspectiva: da teológica para a racional-filosófica, conforme exposto por Bicudo (1998):

Um dos mais importantes capítulos da história da matemática, embora bem pouco conhecido, é a transformação do primitivo conhecimento matemático empírico dos egípcios e babilônios na ciência matemática grega, dedutiva sistemática, baseada em definições e axiomas (BICUDO, 1998, p.307).

Também nas palavras de Costa (2006):

A participação de Platão na investigação das matemáticas de seu tempo é estabelecida por suas reflexões pessoais, por exemplo, quando afirma que, de todas as ciências, as matemáticas são as ciências que mais se aproximam da dialética, ou melhor, que as matemáticas constituem a melhor preparação para a dialética, consistindo o seu valor em ajudar a alma a caminhar em direção à verdade e a produzir a atitude ideal para o desenvolvimento intelectual. Nesse caso, as matemáticas são interpretadas como paradigma epistemológico pela validade universal de suas proposições e, sobretudo, pelo seu rigor dedutivo. (COSTA, 2006, p.44)

A sociedade egípcia antiga, na qual se considera como uma origem do pensamento matemático, destaca-se o caráter empírico, ou seja, a sua verificação em singularidades cotidianas, mas “com os matemáticos da Grécia, a razão suplanta a empiria como critério de verdade, tornando-se a matemática uma ciência dedutiva” (BICUDO, 1998, p.301). Além disso, os egípcios desse período organizavam-se com determinada centralidade na figura sacerdotal, estrutura da qual decorria a compreensão da regência e determinação divinas dos seres humanos (BICUDO, 1998). Essa forma de teorização prescindia da racionalidade e foi justamente esse modelo de conhecimento que Platão rejeitou. Dessa maneira, pode-se considerar:

Platão enquanto matemático somente no sentido em que ele foi o primeiro que se aplicou à metodologia da matemática; que não parou de conjecturar sobre o objeto do conhecimento matemático; que analisou os métodos praticados e elaborou métodos novos” (COSTA, 2006, p.43).

Percebe-se então que a preocupação de Platão está nas bases metafísicas para a Matemática e esse fato reproduz aquilo que muitos gregos de seu período almejavam: um saber teórico e apreensível pelo pensamento e, em suma, inteligível. O interesse de Platão está nas relações que podem ser universalizadas por serem abstraídas das ideias. Essa vertente tem um caráter educacional, uma vez que Platão visa ensinar o método que serve para a ascensão intelectual (PLATÃO, 1999). Contudo, sua centralidade reside na constatação de que a matemática egípcia antiga não oferece a perfeição pretendida por ele. Verifica-se, inclusive, que “a mudança, pois, da matemática ‘empírica’ para a matemática ‘pura’ está intimamente associada ao caráter idealista, anti-empírico da filosofia eleática e, sobretudo, da filosofia de Platão” (BICUDO, 1998, p.312).

Nesse intento, Platão inovou ao evidenciar a Matemática como um caminho que oferece segurança para a busca do conhecimento racional mais próximo da verdade das Ideias porque, segundo esse filósofo, tal ciência “[...] poderia ser uma dessas que procuramos e conduzem naturalmente à pura inteligência; mas ninguém a utiliza como deveria, embora esteja totalmente apta a elevar até o Ser” (PLATÃO, 1999). Ao tratar do cuidado com o rigor da racionalidade acerca dos saberes desejados sobre cada parte do sensível, ele encontrou na Matemática um método seguro para proceder na ascensão de entendimentos originados da pura sensibilidade até aqueles que se aproximam da racionalidade pura do Mundo das Ideias. Tal afirmação pode ser fundamentada com mais clareza no exposto que segue:

a filosofia platônica busca definir o estatuto de um conhecimento discursivo, racional, articulado de modo a justificar suas proposições, cujos objetos situam-se fora dos limites dessa realidade aparente, sensível. A analogia com o conhecimento de natureza matemática é imediata. [...] Platão parece ter compreendido que através das matemáticas tomamos contato mais facilmente com a realidade inteligível. E é nesse esforço que o procedimento matemático deve ser tomado, ou seja, tentar descrever o conhecimento que deve orientar a conduta humana” (COSTA, 2006, p.45).

Esse encontro não é acidental, haja vista que Platão não se interessava primordialmente pelo caráter empírico do saber, mas pela sua racionalização. E, uma vez que o conhecimento racional não se obtém pelas capacidades da sensibilidade, Platão identifica na Matemática um instrumento viabilizador da ascense intelectual, cuja racionalidade pode ser verificada uma vez que “[...] esta ciência parece ser indispensável, visto que é claro que força o espírito a servir-se da pura inteligência para alcançar a verdade pura [...]”. (PLATÃO, 1999, p.239). Em termos mais práticos, ao enaltecer a potencialidade matemática de desenvolver, demonstrar e enunciar proposições a partir de abstrações mais complexas fundamentadas em saberes já conhecidos e comprovados, notam-se os contornos bem delimitados de um método seguro para o ato de conhecer.

Evidentemente, esta tarefa não está voltada para a descoberta de conhecimentos inéditos no domínio matemático, mas sim para a organização das bases da Ciência Exata, de modo a configurá-la como uma formalização na qual se torne visível a racionalidade que opera sobre os argumentos. Chamar Platão de Matemático é uma substantivação que deriva do entendimento da importância que ele teve ao evidenciar a Matemática como uma ciência que se estabelece em favor da verdade racional por meio de passos seguros, concisos e que se colocam em função das universalizações (BICUDO, 1998). No intento progressivo de alcançar a verdade perfeita contida na Ideia de onde se origina o objeto, a Matemática se apresenta como elemento formal dotado da capacidade de impulsionar a busca para chegar mais próximo o tanto quanto for possível da perfeição ideal e, nos escritos de Platão, as elucubrações da Matemática “parecem ser daquelas que procuramos,

visto que seu estudo é necessário [...] ao filósofo para sair da esfera da transformação e alcançar a essência, sem o que nunca se tornaria aritmético" (PLATÃO, 1999, p.237).

Nos moldes platônicos, o método matemático acumula as funções de verificar a verdade do conhecimento e organizar os conceitos que estão presentes em experiências singulares, a fim de verificar a sua universalização. Desse modo, para ele, a conceituação não se resume à simples atribuição de nomenclaturas às diversas situações cotidianas, mas exige uma progressão ascética, visando aquilo de mais perfeito que o homem pode alcançar (PLATÃO, 1999). Dessa maneira, toma-se que:

Os conceitos não definidos são chamados conceitos primitivos, e todos os outros, conceitos derivados. As proposições aceitas sem demonstração são ditas axiomas, e as demonstradas, teoremas. Assim, resumidamente, uma teoria matemática é constituída de conceitos primitivos e derivados, de axiomas e teoremas (BICUDO, 1998, p.307).

Essa classificação sobre os conceitos ilustra o trabalho platônico de estabelecer bases racionais para cada etapa do método de conhecimento, a fim de que ele se constitua seguramente demonstrável e minuciosamente rigoroso em todas as partes do raciocínio, mesmo as menores, garantindo que nenhum passo seja dado sem o devido alicerce na razão. Desse modo, há uma articulação dos conteúdos considerando as suas estruturas formais e, uma vez classificadas, permitem desencadear raciocínios mais complexos a partir delas.

Nesse comprometimento com a valorização da Matemática enquanto método para o alcance do conhecimento puro, Platão no Livro VII de “A República”, ao narrar a célebre Alegoria da Caverna a partir de um suposto diálogo entre Sócrates e Glauco, evidencia, entre outros, o cálculo e a aritmética como áreas da Matemática que permitem aproximar o intelecto humano do conhecimento que é mais puro. No entendimento platônico:

O cálculo era considerado como o conjunto dos procedimentos destinados a resolver problemas de questões práticas, isto é, a objetivos comerciais ou utilitários. A aritmética era estudada pelo conhecimento em si e não tinha relação com a ação. É esta ciência que Platão indicará como útil na formação dos futuros governantes, constituindo uma etapa do caminho que os levará à verdade e à essência (COSTA, 2006, p.58).

Tem-se então que o cálculo, na visão de Platão, mantinha relação com a sistematização daquilo que era tido como matemática para os egípcios, mas não se restringia ao aspecto meramente empírico, uma vez que se configura como uma atividade do pensamento humano. A aritmética, por sua vez, abstinha-se da dimensão prática e estava essencialmente relacionada com a constante ascensão do intelecto individual, da qual resultaria sujeitos cada vez mais inteligentes, aptos ao governo da cidade (Realce). Assim sendo, a Matemática poderia ser utilizada mesmo por aqueles que não tivessem grande aptidão para ela, já que a abordagem platônica não se centrava sobre o sujeito cognoscente, mas

no método. Ainda em relação a essas duas áreas matemáticas, Platão, ao tratar do cálculo, afirma:

os que nasceram para o cálculo estão naturalmente preparados para compreender todas as ciências, e que os espíritos rudes, quando treinados e exercitados no cálculo, mesmo que não tiram disso nenhuma outra vantagem, ganham, pelo menos, a de adquirir mais acuidade (PLATÃO, 1999, p.239).

Costa (2006), no que diz respeito à aritmética, entende que:

De acordo com a República, a aritmética era considerada a ciência comum, da qual se utilizam todas as artes, todos os modos de pensar, todas as ciências, e também é aquela que é preciso aprender entre as primeiras coisas que qualquer um deve aprender” (COSTA, 2006, p.58).

Depreende-se, então, que ambos – cálculo e aritmética – têm, para Platão, a função de amparar, primordialmente, conhecimentos próprios da Ciência Matemática, mas também de servir como método para outras ciências, garantindo que seus enunciados sejam minimamente formais e racionais, visando àquilo de mais puro e originário que se possa obter pelo intelecto humano. É importante destacar que Platão não faz distinção entre sujeitos, nem estabelece restrições quanto aos campos do saber que possam servir-se do método matemático.

Cabe também registrar que, para Platão, a Matemática possui uma função singular em relação à Dialética, sendo que esta, “na Grécia Antiga [...] era um tipo de debate encarado como um jogo ou exercício em que se colocavam questões e as respostas tinham de ser, na maior parte, ‘sim’ ou ‘não’” (MAUTNER, 2010, p.211). Enquanto arte grega, a dialética tinha como elementos principais a argumentação e o raciocínio para o debate. Neste sentido, visa-se, principalmente, organizar os argumentos de forma que construíssem um posicionamento cuja estruturação dos conteúdos, no que tange à verdade e à validade, fosse suficientemente rigorosa a ponto de tornar a refutação inviável.

A título de clarificação da relação de serviço da Matemática à Dialética, Bicudo (1998) afirma que:

Enquanto as ciências, em particular a matemática, têm ‘hipóteses’ como pontos de partida, e vão dessas, em movimento descendente, à dedução de suas consequências, a dialética, tendo pronta tal estrutura das ciências (especialmente da matemática, que é uma propedêutica a ela) parte, em movimento ascendente para sua caminhada ‘para o alto’, ‘ainda mais alto’, até alcançar, se possível, o fundamento incondicional e perfeitamente seguro a que se aspira. Tal escalada fica facilitada, se feita a partir de uma axiomatização das ciências” (BICUDO, 1998, p.302).

Reforça-se a colocação de que a Matemática traz consigo, enquanto traço metodológico, a capacidade de alcançar níveis mais próximos da inteligência pura que se

obtem a partir das Ideias. Com ela, é possível fazer o movimento ascendente – do sensível ao inteligível – com a destreza e a minuciosidade exigidas a fim de que cada indivíduo contemple, no sentido epistemológico, a verdade acerca de cada um dos objetos e assuntos que lhe despertem o interesse. Esse serviço prestado à dialética é um dos fatores mais importantes para o estabelecimento da Matemática no cenário da Grécia Antiga, uma vez que se considera que “[...] a solução proposta ao problema da origem da matemática dedutiva sistemática grega é ela ter-se dado pelo impacto, na matemática, da filosofia eleática, ou, mais precisamente, de sua dialética” (BICUDO, 1998, p.309). Destarte, a unidade entre o pensamento filosófico grego antigo e a funcionalidade da matemática com suas bases racionais, é um ponto de destaque nos trabalhos e exposições de Platão e tem significativa e inegável relevância para o desenvolvimento científico da sociedade em que ele figurou como homem da ciência.

2.4 ARISTÓTELES

Aristóteles (384-322 a.C.) nasceu em Estagira (na Macedônia, região localizada ao norte da Grécia) e foi discípulo de Platão, o qual apresenta a provocação inicial para uma relação do seu pupilo com a Matemática (REALE; ANTISERI, 1990). A filosofia platônica – na qual os fundamentos incluem o chamado Mundo das Ideias – foi desenvolvida por seu autor e por alguns de seus seguidores, que teorizava os objetos matemáticos por meio de duas concepções: uma os via como entidades que estavam separadas das coisas físicas; outra os considerava como algo imanente aos objetos, mesmo que estes sejam sensíveis e, aqueles, inteligíveis (REALE; ANTISERI, 1990). Tais pensamentos, apesar de derivarem da mesma escola filosófica e manterem relação com o item central, o Mundo das Ideias, opõem-se conceitualmente, haja vista que o primeiro reforça um dualismo mais acentuado ao separar o ente inteligível do elemento físico, enquanto o segundo versa sobre a unidade entre as mesmas dimensões, ou seja, a racional e sensível. A posição aristotélica estrutura-se da seguinte maneira:

os objetos matemáticos não são entidades reais, mas tampouco algo de irreal. Eles existem ‘potencialmente’ nas coisas sensíveis, sendo que a nossa razão os ‘separa’ através da abstração. Assim, eles são entes da razão, que, ‘em ato’, só existem em nossa mente, precisamente em virtude de, nossa capacidade de abstração (ou seja, existem como ‘separados’, somente na e pela mente), enquanto ‘em potência’, existem nas coisas enquanto propriedade intrínseca (REALE; ANTISERI, 1990, p.197).

Para a compreensão mais adequada desse conceito, é preciso esclarecer o significado dos termos “ato” e “potência” na filosofia aristotélica. Para Aristóteles, o ato:

é a própria existência do objeto: está para a potência ‘assim como construir está para saber construir, [...] e assim como o objeto extraído

da matéria e elaborado à perfeição está para a matéria bruta e para o objeto ainda não acabado [...]. Alguns atos são movimentos, outros são ações: são ações os movimentos que tem fim em si mesmos, por exemplo: ver, entender ou pensar, ao passo que aprender, caminhar, construir tem finalidade fora de si mesmos, na coisa que se aprende, no ponto a que se quer chegar, no objeto que se constrói” (ABBAGNANO, 2015, p.103).

Enquanto a potência é:

Em geral o princípio ou a possibilidade de uma mudança qualquer. [...] a) capacidade de realizar mudança em outra coisa ou em si mesmo, que é a potência ativa; b) capacidade de sofrer mudança, causada por outra coisa ou por si mesmo, que é a potência passiva; c) capacidade de mudar ou ser mudado para melhor e não para pior; d) capacidade de resistir a qualquer mudança” (ABBAGNANO, 2015, p.915).

Assim sendo, o ato é o momento pregresso, em que a coisa se sintetiza naquilo que ela é atualmente. O ato é o momento em que o objeto ou o ser se encerra em si mesmo. Já a potência está relacionada ao que o objeto ou o ser pode vir a se tornar. No tempo, o ato precede à potência. Em exemplo, uma semente é, enquanto ato, pura e simplesmente uma semente; mas, potencialmente, ela é uma árvore. A mudança não é algo obrigatório, mas possível. Há apenas um nexo de causalidade entre ato e potência.

Desse modo, para a compreensão aristotélica, os objetos matemáticos, com ênfase nos números, não existem isoladamente, por si só, mas estão presentes, intrinsecamente, na realidade. Enquanto potência, eles residem nas coisas para que possam ser operados de acordo com a interação das propriedades matemáticas e das faculdades do intelecto humano. As quantificações numéricas existentes na realidade, podem ser pensadas e operadas pela razão humana por meio das leis e cálculos da ciência exata. Cada elemento da realidade traz consigo elementos que são objetos próprios do estudo da Matemática, ou seja, cada parte da realidade se apresenta como algo que pode ser pesquisado pela Ciência dos Números.

Enquanto ato, o conteúdo matemático pode ser apreendido pela razão humana. A compreensão da quantificação ou do significado de um símbolo matemático, seja ele a representação de um número, de uma operação, de uma exposição geométrica, de uma expressão algébrica ou de qualquer outro arranjo de conteúdo é fruto da capacidade racional do ser humano de abstrair conhecimento da realidade vigente que lhe é apresentada. Aquilo que, na filosofia de Aristóteles, depreende-se como objeto matemático, apesar de não constituir uma existência independente na esfera da realidade sensível, existe como componente desta realidade, sendo percebido pela capacidade humana de pensar e, conseqüentemente, de operar com o pensamento sobre o que é pensável.

Esse posicionamento propedêutico de Aristóteles permite entender a atividade da Matemática como uma relação entre o ser humano e a realidade que o permeia. O homem,

por meio da razão, pensa os elementos quantificáveis e operacionais que se mostram a ele no cotidiano. O número, as operações matemáticas, as postulações sistematizadas e as propriedades são cognoscíveis e, portanto, aplicáveis para a compreensão do entorno que o rodeia, seja ele estático ou em movimento. A realidade traz elementos que podem ser compreendidos a partir dos números (potência); a capacidade cognoscente dos indivíduos capta esses elementos, categorizando-os e entendendo-os como base para o conhecimento (ato).

Dentro da compreensão da História da Filosofia, uma das principais contribuições de Aristóteles foi o desenvolvimento do Raciocínio Lógico como uma ferramenta filosófica (ROSA, 2011). Contudo, nos escritos de Aristóteles, sobretudo nos “Analíticos Posteriores”, em boa parte das exemplificações de suas teorias e definições, ele utiliza conteúdos matemáticos – principalmente de Geometria – para ilustrar seus enunciados. Dessa maneira, é possível apontar algumas fronteiras entre Filosofia e Matemática na lógica aristotélica. Berti (2010) considera que um impulso para a teorização de Aristóteles são os pontos da filosofia platônica, especialmente no que diz respeito às conceituações próprias da matemática. Assim, toma-se como exemplo, a partir das discussões acerca da Geometria, a análise:

Em suma, a análise funciona apenas em matemática, em que todas as proposições são convertíveis, exprimindo nexos necessários, fazendo que todas as cadeias possam ser percorridas nos dois sentidos: tudo, em suma, está rigidamente concatenando com tudo (BERTI, 2010, p.269).

É possível perceber que Aristóteles ressalta a importância da atividade matemática consistente em separar problemas ou proposições de proporções mais complexas em partes mais simples, visando chegar em princípios que não precisam ser demonstrados (provados). Nesse sentido, destaca-se a precisão dos nexos existentes nos raciocínios propriamente matemáticos, o que permite entender, com base no encadeamento de argumentos que são, ao mesmo tempo, inteligíveis de forma mais simples e já previamente conhecidos.

Ao enfatizar que a plenitude da análise está no uso feito nos moldes da Matemática, a filosofia aristotélica aponta que essa apropriação tem como elemento facilitador o fato de que, os enunciados em geral das mais variadas questões que são objeto do estudo matemático, ao serem desmembrados em quantas partes forem suficientemente necessárias, até se tornarem explicitamente inteligíveis, mostram-se como uma concatenação de um elenco de argumentos primários e, portanto, necessários. Essa característica configura a análise como um caminho ordenado que oferece a visualização do problema, bem como de sua solução ou demonstração, em partes, as quais guardam entre si uma ligação e, por conseguinte, uma elucidação segura da questão. Em resumo, apresenta, em termos gramaticais, coesão e coerência.

Aristóteles teorizou também sobre outro conceito utilizado na Lógica: a síntese (REALE; ANTISERI, 1990), que se trata da dedução de uma sentença universal, ou seja, válida para todos os casos que se enquadrem em determinado conjunto de características, com base em outras sentenças cuja verdade seja conhecida ou admitida. Esta foi bastante explorada por ele nos Analíticos Posteriores para explicar o conteúdo dos diversos tipos de silogismos categóricos e, conseqüentemente, oferecer as bases para avaliar quais estruturas deles são válidas ou não (ARISTÓTELES, 2010).

Assim, o processo de deduzir uma conclusão a partir de duas premissas, que é realizado nos silogismos, é uma expressão de utilização do exercício da síntese (BERTI, 2010). Ela tem a mesma ênfase que a análise quando relacionada à Matemática em decorrência da exatidão com que ambas desenvolvem o conhecimento na relação dialógica do método com o objeto. Isso pode ser verificado no entendimento de que:

análise e síntese fizeram da matemática, em particular da geométrica, o primeiro exemplo de ciência rigorosa, ou seja, de sistema axiomático-dedutivo, também no sentido moderno do termo, como hoje é reconhecido por todos os estudiosos de lógica e matemática (BERTI, 2010, p.269).

Compreende-se, então, que os processos de análise e síntese, os quais, conforme exposto, viabilizam o estudo e pesquisa matemática, também oferecem uma estruturação científica para a Ciência Matemática, enaltecendo o seu caráter rigoroso na busca por conclusões robustecidas pela verdade. Na realidade, é preciso mencionar que tal característica de rigor também era pretendida para as formulações filosóficas, uma vez que o próprio Aristóteles visava estabelecer regras para funcionamento adequado da apreensão dos raciocínios e juízos filosóficos (MONDIN, 1981). No campo da Filosofia, inclusive, atribui-se ao Estagirita o mérito de organizar, de forma sistemática, um conjunto de regras que prezam a exatidão, configurando-o como uma argumentação dedutiva. Assim, no caso da Matemática, de acordo com a opinião de Aristóteles, a análise e a síntese resguardam essa responsabilidade (REALE; ANTISERI, 1990).

Dessa forma, a conceituação aristotélica permite observar o serviço desses dois instrumentos da Lógica para a Filosofia; ambos encontram, conforme o comentário de (BERTI, 2010), um ambiente mais profícuo de sistematização na Matemática. Nesta, o exercício da síntese pode ser contemplado, por exemplo, na enunciação de um teorema a partir de proposições, de axiomas ou, até mesmo, de outros teoremas anteriormente demonstrados (ARISTÓTELES, 2010). Mais especificamente, pode-se ilustrar o exemplo com o seguinte caso: para a explicação e ensino da noção do que é multiplicação no Ensino Fundamental, recorre-se ao conteúdo de adição, que fora anteriormente ensinado; bem como para explicar divisão, retoma-se a multiplicação e a subtração. Ainda no Ensino Fundamental, mas em série adiante, ao ensinar o cálculo de Mínimo Múltiplo Comum

(MMC) e Máximo Divisor Comum (MDC), recorre-se às operações de multiplicação e divisão.

No curso de Aritmética no Ensino Superior, a demonstração do Lema de Gauss é feita a partir das Propriedades do MDC (HEFEZ, 2022). Na mesma modalidade de ensino, na disciplina de Geometria, os conceitos primitivos de ponto, de reta e de plano são basilares para a demonstração das propriedades dos polígonos, das definições e dos teoremas concernentes a essa área da Matemática (NETO, 2022). Uma exemplificação mais complexa de onde se depreende a síntese filosófica aristotélica encontra-se na demonstração do Teorema do Valor Médio, em que se utilizam o Teorema de Rolle e o Teorema de Fermat, os quais, por sua vez, em suas respectivas demonstrações, carecem da definição de Ponto Crítico (STEWART, 2016). Em cada um desses casos percebe-se a aplicação da noção de síntese para Aristóteles.

Esses exemplos, entre outros, apresentam a análise e a síntese como estrutura do pensamento matemático, entendidas como aplicação da conceituação aristotélica. Deve-se considerar que, para a Filosofia, a argumentação lógica preocupa-se mais com a validade dos argumentos do que com a verdade do conteúdo delas Copi (1978), enquanto para a Matemática, é essencial a verdade dos argumentos. Considerando-se essa diferenciação, considera-se a seguinte exposição:

“[...] mas as proposições por meio das quais se pode chegar à verdade, consistindo em ambos os casos numa dedução, isto é, numa inferência de consequências a partir das premissas: no caso da análise, dedução das consequências de uma hipótese destinada a resolver problemas, no da síntese, dedução de consequências dos princípios destinada a demonstrar teoremas”. (BERTI, 2010, p.268).

Reafirma-se aqui o fato de que tanto a análise, quanto a síntese são valiosas para a compreensão de conteúdos mais elaborados e complexos da Matemática. Embora haja equivalência plena de sentido e contextualização desses conceitos entre as duas ciências em questão, é possível apropriar-se da sistematização filosófica acerca deles para estabelecer o entendimento sobre eles e, conseqüentemente, a partir desse aprendizado, utilizá-los como ferramenta matemática. Vale ressaltar, com base nas elucidações feitas sobre as considerações aristotélicas até este ponto, que Aristóteles mesmo que de maneira indireta e despretensiosa, articulava pontos de fronteira e de colaboração entre essas duas disciplinas, sobre as quais ele versava e que, atualmente, considera-se o protagonismo de sua autoria sobre elas no contexto de seu desenvolvimento.

Essa aproximação de conceitos pertencentes a ciências distintas, além de constituir pontos de tangência entre elas, permite compartilhar caracteres metodológicos. Apesar dos Silogismos Categóricos, enquanto uma organização lógica a partir de sentenças válidas (mas não necessariamente verdadeiras) (COPPI, 1978), não protagonizarem no cenário da

ciência exata, enquanto estrutura e respectivos elementos que a compõem, pode ajudar no Raciocínio Lógico a serviço da Matemática. Em outras palavras, a tarefa filosófica de explicitar os seus conteúdos para que haja nele o rigor científico e a precisão metodológica (MONDIN, 2017) pode ser aplicada em outros campos de estudo para sistematizar ideias e configurar instrumentos próprios capazes de viabilizar a investigação dos objetos a serem estudados. Na leitura dos Analíticos Posteriores verifica-se, inclusive, essa aplicação por parte do seu autor ao tomar como base sentenças matemáticas, com destaque para as geométricas, em algumas de suas exemplificações. Desse modo, ainda explorando essa forma de contribuição singular, há outro termo que é usado nas demonstrações matemáticas que pode ser abstraído dos escritos do Estagirita, que é abordado da seguinte maneira:

O que Aristóteles define aqui [...] é a relação de consequência lógica ou uma implicação: uma dedução é um argumento no qual a conclusão decorre necessariamente das premissas. Em termos modernos, deduções são argumentos válidos. O principal assunto da teoria lógica, tanto da moderna quando da antiga, é justamente essa relação de consequência lógica” (BARNES, 2009, p.62).

A implicação (ou condicional) tanto para a Filosofia, quanto para a Matemática, é um elemento lógico que se configura a partir da combinação de dois ou mais enunciados, em que o primeiro (ou a concatenação lógica entre os primeiros) é precedido da partícula condicional “se” e o último é precedido pela condição coordenativa “então” (COPI, 1978). Gramaticalmente, considerando a função das duas classes de palavras que compõem essa conectiva lógica fundamental, a estrutura dela apresenta uma condição e uma consequência extraída a partir dela. No caso dos Silogismos Categóricos, a primeira parte consiste em dois enunciados chamados “premissas”, que são coordenados implícita ou explicitamente pelo conectivo lógico “e” (conjunção); e a segunda é um enunciado denominado conclusão (ARISTÓTELES, 2010).

Já para a Matemática, a implicação, aplicada no contexto moderno, mas observando os contornos delimitados por Aristóteles na Antiguidade, pode ser visualizada de forma mais explícita no enunciado de propriedades e teoremas (SCHEINERMAN, 2011), entre outras formulações. Ela também pode ser utilizada como uma das etapas para provar determinada sentença. Scheinerman (2011), ao descrever um possível método de prova, enuncia que: “O primeiro passo é converter a afirmação contida na proposição para a forma ‘se-então’”(p.19). Ou seja, em enunciados matemáticos cuja presença dessas palavras que caracterizam a condicional material é implícito, é importante destacá-los para o desenvolvimento da argumentação que desencadeará a sua demonstração. Desse modo, organiza-se em sentenças pelas quais o conteúdo é menos complexo e a verdade é conhecida. Pode-se tomar como exemplo também o Princípio da Indução Matemática: na etapa indutiva, a passagem da Hipótese de Indução para a Tese que se quer alcançar,

visando a generalização da demonstração consiste em uma implicação (SCHEINERMAN, 2011).

O Princípio da Indução Matemática é utilizado em diversas demonstrações da Geometria, da Aritmética e da Álgebra. Assim, a implicação desenvolve um papel fundamental na prática das provas matemáticas. Na Geometria, isso pode ser constatado, por exemplo, para demonstrar as fórmulas do número de diagonais de um polígono convexo e a soma dos ângulos internos de um polígono convexo (MORGADO; CARVALHO, 2013). Na Aritmética, ele é utilizado, entre outros casos, na prova da Relação de Stifel e na demonstração de algumas proposições acerca dos critérios de divisibilidade (HEFEZ, 2022).

Considerando ainda o Princípio da Indução Matemática, a título de reforçar a argumentação deste trabalho e perceber com mais vicissitude traços da formalização aristotélica, é importante salientar também o significado que ele dá para o termo:

Além das deduções, Aristóteles (como os filósofos modernos) reconhece um segundo tipo de argumento: a indução. Uma indução é um argumento que passa ‘dos particulares ao universal’, isto é, infere uma afirmação geral de um certo número de suas instâncias [...]” (BARNES, 2009, p.63).

No estudo do Raciocínio Lógico Filosófico, particular e universal são conceitos estruturantes do processo de argumentação, registrados simbolicamente por meio de termos conjecturados (COPI, 1978), enquanto, no âmbito da Matemática, referem-se ao alcance do enunciado em relação aos elementos (SCHEINERMAN, 2011), ou seja, o particular diz respeito a casos específicos; o universal, por sua vez, refere-se à totalidade dos casos contemplados na sentença genérica. Nos termos do Princípio da Indução Matemática, contempla-se o particular na Etapa Básica que, em geral, testa o primeiro caso, tomando-o como base para o número 0 (zero) ou 1 (um); já o universal verifica-se na Etapa de Indução, em que se mostra que o exposto vale para qualquer outro número (ou qualquer outro objeto matemático) que se enquadre nos pressupostos do que se quer demonstrar. Para provar que a Desigualdade de Bernoulli vale para qualquer número natural, inicialmente, verifica-se a sua verdade para o número 1 (caso particular) e, em seguida, faz-se a generalização para demonstrá-la válida para os outros números naturais (MORGADO; CARVALHO, 2013). Esse exemplo ilustra a aproximação das definições de particular e universal da Filosofia com a aplicação em um caso concreto na Matemática, considerando um instrumento amplamente utilizado por esta última ciência: seu Princípio de Indução.

Há ainda outra definição apresentada pelo filósofo de Estagira que pode ser destacada por ser um elemento explorado como interseção conceitual das duas ciências abordadas até então. Os predicados englobam as conceituações de particular e universal em uma sentença. Além disso, constituem uma estrutura na qual se afirma ou se nega alguma coisa acerca de determinado sujeito, a partir da qual é possível estabelecer um juízo (COPI, 1978).

Predicações com sujeitos universais podem ser diferentes em quantidade: um predicado pode ser afirmado ou negado de todos de um sujeito (‘Todo humano é racional’, ‘Nenhum humano é grego’) ou apenas de alguns dele (‘Alguns cachorros não são ferozes’). Estas distinções tornam complexa uma relação fundamental entre proposições, a de contradição” (BARNES, 2009, p.67).

Ao apresentar sua definição de predicado por meio de exemplos e noções, Aristóteles destaca a capacidade de abstração: os predicados não estão presentes em um sujeito, enquanto algo inerente à sua respectiva existência, tampouco, existem sozinhos, à parte. Assim, eles são empregados pelo indivíduo a partir de seus conhecimentos (ARISTÓTELES, 2010). No caso dos números e das operações que decorrem das relações sobre eles, há também este processo de predicação, que permite estabelecer uma relação entre o pensante e o pensável. Ao analisar as proposições e suas nuances é possível estabelecer, inclusive, uma relação de contradição. Na Filosofia, essa verificação é mais objetiva, uma vez que, estando o foco na validade e não necessariamente na verdade das proposições, esse exercício se realiza a partir dos quantificadores linguísticos (todo, nenhum, algum) (ARISTÓTELES, 2010). Dito de outra forma, existem regras fixadas na lógica silogística para avaliar se a cadência de predicados se configura como uma contradição.

No pensamento lógico matemático, a contradição é amplamente utilizada como uma forma para alcançar demonstrações que não são obtidas de forma mais direta. Nesse caso, em um raciocínio caracterizado como uma implicação, nega-se a conclusão e mantém-se afirmada a primeira proposição; e, ao desenvolver essa estrutura, chega-se ao ponto de enunciar um absurdo (SCHEINERMAN, 2011). Em outros termos, conclui-se que não é possível que a primeira parte do raciocínio seja verdadeira e a segunda assuma valor adverso, sem que isso indique uma impossibilidade mediante algum conhecimento genérico da matemática ou a alguma parte do raciocínio, ou ainda, a algum pressuposto formal específico daquilo que se pretende demonstrar. Em todo caso, mesmo que haja uma tamanha e explícita distinção entre a complexidade da definição e utilização da contradição na Matemática e a objetividade dela nos silogismos filosóficos, há uma proximidade estrutural no que diz respeito a apresentar uma inconsistência irreparável ao relacionar duas partes de uma implicação.

Vale ainda ressaltar que, mesmo que a produção aristotélica evidencie o caráter de formalidade dos argumentos, ele não descarta a atitude de conhecer o conteúdo como algo basilar para a atividade de demonstração. Essa, por sua vez, não se trata de uma abstração generalizada. A formalidade cumpre a função de organizar aquilo que se conhece, partindo de elementos mais simples estruturando-os para formulações cada vez mais complexas. Nos escritos do Órganon, Aristóteles apresenta alguns exemplos de conteúdo matemático, ilustrando esse exercício de síntese e, ao mesmo tempo, evidenciando a articulação de objetos mais elementares para o alcance de conhecimentos mais apurados. Isso pode ser

constatado, entre outros casos, no que segue:

O conhecimento prévio é necessário em dois sentidos. Por vezes é necessário para supor antecipadamente o fato, por vezes é preciso que compreendamos o significado do termo e, por vezes, ambos são necessários. Por exemplo, é preciso que admitamos como fato que ou a afirmação ou a negação de toda proposição é verdadeira e necessário que saibamos o que significa o termo triângulo. E no que diz respeito à unidade, temos tanto que saber o que significa quanto supor que existe. Isso ocorre porque tais verdades não são todas igualmente aparente para nós” (ARISTÓTELES, 2010, p.252).

A partir do exemplo, compreende-se que, para compreender e demonstrar qualquer teorema, propriedade ou proposição acerca do triângulo, é preciso conhecer esse polígono de três lados e as características inerentes à sua existência. Essa etapa é imprescindível para poder afirmar sobre sua classificação quanto aos lados e quanto aos ângulos, a soma dos seus ângulos internos, o cálculo do perímetro e da área, bem como a sua condição de existência a partir dos tamanhos dos lados, entre outras formulações que decorrem da caracterização primordial de um triângulo. Esse fator enaltece a observação da verdade do conteúdo, somando-se à validade pretendida pela estruturação formal cultivada no âmbito filosófico.

No que diz respeito ao exercício de demonstração, Aristóteles evidencia a importância de conhecimentos prévios para a articulação de argumentos que consolidam a validade daquilo que se quer demonstrar (ARISTÓTELES, 2010). Uma conclusão, ou seja, chegar ao final de uma demonstração com êxito logrado, é um passo que decorre de um processo em que é imprescindível conhecer os conteúdos que constituem os passos para organizar e fundamentar a argumentação. Além disso, também é imprescindível saber a verdade das exposições utilizadas. Para validar uma demonstração, é preciso que aquelas informações empregadas para sua fundamentação sejam verdade de acordo com o conhecimento científico e, tal critério de verdade seja reconhecido pelo sujeito pensante (ARISTÓTELES, 2010).

Ainda no tocante à demonstração, Aristóteles faz uma exposição sobre os conceitos de hipótese e tese. A primeira, nas palavras do filósofo, é um princípio imediato e conhecido pelo sujeito, e que, por isso, não precisa ser provado para ser utilizado para a exposição de argumentos. Já a segunda trata-se de uma suposição que, com base no conteúdo da hipótese, busca afirmar ou negar a existência – ou inexistência – de outro princípio (ARISTÓTELES, 2010). Essa conceituação aproxima-se do passo indutivo aplicado em diversas demonstrações matemáticas

2.5 RENÉ DESCARTES

René Descartes (1596/1650) é considerado o pai da Filosofia Moderna no que diz respeito à sua proposição metodológica e, também, quanto às temáticas por ele abordadas; e é reconhecido como grande teórico no campo da Matemática (REALE; ANTISERI, 1990)(Reale, 2007), sendo que nesta última ele é reconhecido por estabelecer um novo ramo: a Geometria Analítica (BOYER, 1974). Enquanto filósofo, fez grandes contribuições no campo da Teoria do Conhecimento, buscando enumerar regras para garantir que um conhecimento seja seguro.

Nesta investida, Descartes afirmou que sua metodologia não poderia apoiar-se essencialmente na Filosofia, usando como argumento seu caráter dialógico, por meio do qual, mais de um pensamento sobre um mesmo assunto poderia ser tomado como válido. No Discurso do Método, ele afirma que:

Da Filosofia nada direi, senão que, vendo que foi cultivada pelos mais excelsos espíritos que viveram desde muitos séculos e que, no entanto, nela não se encontra ainda uma só coisa sobre a qual não se dispute, e por conseguinte que não seja duvidosa, eu não alimentava qualquer presunção de acertar melhor do que os outros; e que, considerando quantas opiniões diversas, sustentadas por homens doutos, pode haver sobre uma e mesma matéria, sem que jamais possa existir mais de uma que seja verdadeira, reputava quase como falso tudo quanto era somente verossímil” (DESCARTES, 1996, p.69/70).

A pluralidade de pensamentos que, mesmo divergindo, são aceitos pela Filosofia acerca dos seus mais diversos objetos de estudos era, para Descartes, um problema que afetava a segurança do método e que, portanto, fazia com que a ciência formalizada pelos gregos na antiguidade não pudesse estabelecer um método para si própria (REALE; ANTISERI, 2007).

De forma geral, Descartes descreve em sua obra “Regras para a direção do espírito” o que ele entendia constituir um método de pesquisa confiável:

Todo o método consiste na ordem e na disposição dos objetos para os quais é necessário dirigir a penetração da mente, a fim de descobrirmos alguma verdade. E observá-lo-emos fielmente, se reduzirmos gradualmente as proposições complicadas e obscuras a proposições mais simples e se, em seguida, a partir da intuição das mais simples de todas, tentarmos elevar-nos pelos mesmos degraus ao conhecimento de todas as outras (DESCARTES, 1996, p.10).

Há aqui uma forma metodológica que preserva algumas semelhanças com o que fora proposto por Platão e Aristóteles. Assim como esses dois filósofos, Descartes também almeja um método que seccionasse as proposições mais complexas em partes com simplicidade para a inteligibilidade dos sujeitos que buscam conhecer. Essa característica, além de

elucidar cada fragmento do conhecimento, serve para que sua relação com as outras porções que constituem um mesmo saber seja feita de forma o mais simples possível, com vistas a alcançar a compreensão e demonstração de enunciados mais complexos.

Com base nesse anseio e tendo feito as considerações de que a Filosofia não consegue oferecer sozinha o método desejado, Descartes busca na Matemática as bases para constituir uma forma de pesquisa mais segura e racional.

Assim sendo, ele registra no Discurso do Método:

Comprazia-me sobretudo com as Matemáticas, por causa da certeza e da evidência de suas razões; mas não notava ainda seu verdadeiro emprego, e, pensando que serviam apenas às artes mecânicas, espantava-me de que, sendo seus fundamentos tão firmes e tão sólidos, não se tivesse edificado sobre eles nada de mais elevado” (DESCARTES, 1996, p.69).

Aponta-se aqui, mesmo que em caráter crítico, que a Matemática anterior a ele, nos moldes em que se constituía para demonstrar seus conhecimentos, apresentava determinada serventia para o seu trabalho de filósofo na busca pela verdade (FRANZON, 2004). Para Descartes, a Matemática tinha potencial não apenas para as dimensões práticas do cotidiano, mas, sobretudo, para a elevação do pensamento. Apesar de ele verificar que, em alguns aspectos, a Geometria e a Aritmética tradicionais, quando tratadas de forma isolada careciam de rigor metodológico e utilidade; mas, ao mesmo tempo, ele considerava que, dentre todas as ciências que ele conhecia, apenas essas duas eras isentas de incertezas e falsidades, e, por isso, serviam tão bem ao exercício da razão (DESCARTES, 1996). Assim, “Descartes ia mais longe em sua álgebra simbólica, e na interpretação geométrica da álgebra do que qualquer de seus predecessores” (BOYER, 1974, p.247).

Ao passo que Descartes aproximou ambas as áreas da Matemática, desenvolvia-se a sua Geometria Analítica e “através do que se chama geometria analítica, [...] Descartes tornou a matemática mais límpida em seus princípios e em seus procedimentos” (REALE; ANTISERI, 2007, p.357). Nesse ponto, considera-se que o objetivo principal de Descartes ao utilizar-se da Matemática não era resolver problemas próprios desta ciência, mas usá-la no estabelecimento de uma metodologia robusta para a busca do conhecimento (FRANZON, 2004).

Neste ponto, é possível constatar que, no pensamento cartesiano, há um ponto de tangência entre Filosofia e Matemática. Mais especificamente, para fazer Filosofia com maior grau de racionalidade e, portanto, de segurança em relação à sua formalização, torna-se necessário utilizar um método que se apoie na Ciência Matemática, pois, segundo Descartes, somente esta ciência seria capaz de superar as falhas que ele temia para o verdadeiro conhecimento,

pois em sua concepção só a matemática apresentava raciocínios rigorosos, e conseqüentemente, quando o espírito estivesse acostumado aos raci-

ocínios matemáticos, estaria preparado à pesquisa de outras verdades, já que em toda parte há somente uma e mesma forma de raciocinar (FRANZON, 2004, p.99).

René Descartes buscava estabelecer critérios que, sendo observados, se configurassem em passos a serem seguidos para alcançar o conhecimento inquestionável, haja vista o rigor conservado na sua constituição por meio de regras que pudessem ser universalizadas (REALE; ANTISERI, 2007). Assim sendo, Descartes chegou a formular diversas regras, mas na conclusão desse esforço, enumerou quatro preceitos como indispensáveis para a verificação do saber confiável. De forma ordenada, no Discurso do Método, obra sobre a qual Descartes versa, principalmente, acerca da Gnosiologia, ele enuncia:

O primeiro era o de jamais acolher alguma coisa como verdadeira que eu não conhecesse evidentemente como tal; isto é, de evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção, e de nada incluir em meus juízos que não se apresentasse tão clara e tão distintamente a meu espírito, que eu não tivesse nenhuma ocasião de pô-lo em dúvida” (DESCARTES, 1996, p.78).

Para a compreensão mais adequada desse primeiro preceito, a Filosofia, por meio da Teoria do Conhecimento, sintetiza-o com base em dois conceitos explícitos: clareza e distinção. O próprio filósofo explica os significados que esses termos assumem na filosofia por ele desenvolvida:

Chamo clara uma percepção que está presente e é aberta à mente atenta; do mesmo modo dizemos que vemos com clareza quando as coisas, presentes ao nosso olho, nos movem forte e abertamente. Chamo distinta aquela percepção que, sendo clara, é tão disjunta e separada de todas as outras que não contém em si nada além do que é claro” (MONDIN, 1981, p.67)

O método pretendido por René Descartes exige, inicialmente, que as seções que compõem determinada sentença de conhecimento se apresentem de forma a não deixar margens de dúvida aos que a analisam. Por clareza, entende-se que as partes que encadeiam um enunciado sejam inteligíveis à percepção do sujeito, sem delongas ou explicações adicionais. Já no que diz respeito à distinção, trata-se de eliminar toda e qualquer confusão de uma formulação com qualquer outra, mesmo que haja determinada similaridade entre elas. A distinção, na concepção cartesiana, exprime-se pelo seu sentido usual de uma sentença (ou conceito) deve diferenciar-se das demais.

Para que a primeira regra seja cumprida com máximo zelo, Descartes coloca o próximo preceito nos seguintes moldes: “O segundo, o de dividir cada uma das dificuldades que eu examinasse em tantas parcelas quantas possíveis e quantas necessárias fossem para melhor resolvê-las” (DESCARTES, 1996, p.78). Entende-se que, na compreensão cartesiana, todo conhecimento que não se apresenta imediatamente claro e distinto, pode

ser seccionado em partes que o são, a fim de que a primeira regra seja fielmente observada, e o método proposto por ele seja minuciosamente observado, desde o seu início.

Por conseguinte, ele descreve:

O terceiro, o de conduzir por ordem meus pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para subir, pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos, e supondo mesmo uma ordem entre os que não se precedem naturalmente uns aos outros” (DESCARTES, 1996, p.78).

Sendo as sentenças divididas em partes claras e distintas, elas podem, então, ser organizadas, partindo das mais fáceis de compreender, de forma que a composição das mais simples favoreça ao sujeito a conhecer dados mais complexos, entendendo-os como provenientes de arranjos mais elementares já conhecidos pelo indivíduo. E o preceito conclusivo é: “E o último, o de fazer em toda parte enumerações tão completas e revisões tão gerais, que eu tivesse a certeza de nada omitir” (DESCARTES, 1996, p.79). Tendo seguido criteriosamente os três passos anteriores, é preciso revisar os conteúdos e a sequência metodológica aplicada, a fim de se verificar as possíveis falhas, bem como a possibilidade da inobservância de alguma etapa, seja total ou parcialmente.

Após a exposição dos passos do Método Cartesiano para alcançar o conhecimento seguro, é preciso registrar que, por mais que Descartes criticasse a Matemática tradicional, especialmente a Geometria e Aritmética, afirmando que ambas não apresentavam uma orientação metodológica clara (REALE; ANTISERI, 2007), “as regras do método que queria aplicar universalmente estavam manifestas no raciocínio matemático” (FRANZON, 2004, p104). Isso demonstra que essa parte dos escritos filosóficos de Descartes mantém relação com a Matemática. É possível perceber no desencadear do método passos que servem à resolução de problemas de natureza matemática.

Estipulados os passos do seu método, Descartes enveredou-se em um processo de colocar em dúvida todas as fontes de conhecimento, bem como tudo aquilo que se sintetizava a partir delas, a fim de que seu próprio método partisse de um lugar seguro para lograr êxito em sua tarefa de verificar a verdade e validade do conhecimento. Essa formulação cartesiana é denominada Dúvida Metódica e pode ser entendida como a suspensão de todo e qualquer juízo, a fim de buscar uma verdade concreta, sobre a qual não pairasse qualquer tipo de dúvida (SANTOS, 2018).

Nas palavras de Descartes, sobre a dúvida metódica:

por desejar ocupar-me somente com a pesquisa da verdade, pensei que era necessário agir exatamente ao contrário, e rejeitar como absolutamente falso tudo aquilo que pudesse imaginar a menor dúvida, a fim de ver se, após isso, não restaria algo em meu crédito, que fosse inteiramente indubitável (DESCARTES, 1996, p.91).

A dúvida no pensamento cartesiano não se traduz como ceticismo, uma vez que não consiste em uma ação por si mesma, ou seja, não se resume a duvidar pelo simples fato de desacreditar de todo e qualquer tipo de conhecimento (SANTOS, 2018). Ela possui um caráter sistemático, visando colocar em suspensão qualquer certeza que se pretenda impor como verdade, mas não esteja averiguada pelos passos de seu método (REALE; ANTISERI, 2007). Assim, só pode ser considerado certo aquele conhecimento que ao passar pelas quatro regras do método não apresente nenhuma forma de dúvida, seja quanto ao conteúdo, seja em relação à adequação de cada passo metodológico.

2.6 LEIBNIZ

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), nascido na Alemanha, foi um filósofo racionalista, corrente filosófica na qual desenvolveu sua Teoria do Conhecimento apoiada no conceito de ideias. No campo da Matemática, sua principal contribuição foi o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral. Ele é considerado um dos últimos pensadores universalistas, ou seja, almejava unificar o conhecimento em um sistema único e abrangente (BOYER, 1974), fato que é sintetizado em sua obra “*Characteristica generalis*” (1666).

Leibniz, na obra *Dissertação sobre a Arte Combinatória*, tinha como um de seus objetivos a “[...] intenção de aplicar o método matemático à filosofia [...]” (MONDIN, 2017, p.147), pretendendo alcançar o rigor e a clareza da metodologia matemática para a construção dos raciocínios filosóficos, de modo que esses se tornassem mais confiáveis. Ao buscar nas regras da análise combinatória elementos que servissem à Filosofia, constata-se que:

Nesse trabalho procurou encontrar para a filosofia leis tão certas quanto as matemáticas e [...] por outro lado, no estudo da lógica aristotélica, Leibniz encontrou elementos que o levaram à ideia de uma análise combinatória filosófica, vislumbrando a possibilidade de criar um alfabeto dos pensamentos humanos, com o qual tudo poderia ser descoberto (LEIBNIZ, 2000, p.6).

A intenção de Leibniz, segundo seus escritos sobre a arte combinatória, era de tratar a elaboração do pensamento filosófico tal qual a realização de um cálculo matemático, uma vez que ele considerava essa forma de compreensão como algo inato no homem. Nas palavras do filósofo:

como eu tenho a sorte de melhorar consideravelmente a arte de inventar ou analisar dos matemáticos, eu tenho começado a ter algumas vezes novos pontos de vista, para reduzir todo o raciocínio humano a uma espécie de cálculo, que servirá para descobrir a verdade. [...] este método servirá como em Matemática, para nos aproximar tanto quanto pudermos ao ponto de partida para raciocinar e determinar exatamente o que é o mais provável. (FRANZON, 2015, p.11).

O formalismo da Matemática traz consigo a definição de caminhos para o pensamento que preservam a simplicidade e a clareza necessárias para que, independentemente da quantidade ou da complexidade dos raciocínios, esses sejam compreendidos. A pretensão de Leibniz era buscar contornos no método matemático, para reduzir as possíveis ambiguidades e ser mais preciso na busca pela verdade. Desse modo, entende-se que, para ele: O formalismo da Matemática traz consigo a definição de caminhos para o pensamento que preservam a simplicidade e a clareza necessárias para que, independentemente da quantidade ou da complexidade dos raciocínios, esses sejam compreendidos (FRANZON, 2015). A pretensão de Leibniz era buscar contornos no método matemático, para reduzir as possíveis ambiguidades e ser mais preciso na busca pela verdade. Desse modo, entende-se que, para ele:

O verdadeiro método deve nos fornecer um meio seguro, acessível e significativo, que conduza o espírito, como as linhas traçadas em geometria e as fórmulas das operações que se determina aos aprendizes de Aritmética. Sem isto, nosso espírito não saberia fazer um longo caminho sem se perder” (FRANZON; BRITO, 2016, p.78)

Ao fazer a classificação do conceito de ideias, Leibniz considera que os conhecimentos matemáticos são ideias claras, distintas e inatas. É uma ideia clara porque sua percepção é evidente a partir da experiência da realidade; e é distinta, visto que não se confunde com ideias advindas de outras formas de conhecimento. Além disso, é inata porque não depende da realidade externa, mas existe nos sujeitos (LEIBNIZ, 2000). Desse modo, a Matemática é uma forma genuína para balizar o conhecimento das outras ciências, principalmente o da Filosofia.

Em seus escritos, ele considerava que se algum sujeito que tivesse a “[...] mente precisa e reflexiva se desse ao cuidado de esclarecer e elaborar os seus pensamentos com o estilo dos geômetras analíticos, encontraria um tesouro de verdades importantíssimas e absolutamente demonstrativas” (REALE; ANTISERI, 2007, p.445). Neste ponto, ele traz à tona a propriedade do método matemático de verificar a validade do conhecimento por meio de suas formas de demonstração de enunciados e argumentos.

Leibniz entendia a lógica como um instrumento para argumentar corretamente, que possibilitaria chegar à verdade quando utilizada pela razão humana. Na Matemática, tal lógica expressava-se por meio da linguagem simbólica, que viabilizava as operações formais (BOYER, 1974), que poderiam ser percebidas pelo intelecto. Desse modo, a lógica é uma atividade do raciocínio que os indivíduos são aptos a fazer em decorrência de sua atividade de pensamento. Além disso, ela é uma ferramenta comum às ciências, com destaque para a Filosofia e a Matemática. (LEIBNIZ, 2000) observa que:

Com efeito, a lógica é tão suscetível de demonstrações como a geometria, podendo-se afirmar que lógica dos geômetras, ou as maneiras como

Euclides explicou e estabeleceu ao falar das proposições, constitui uma extensão ou promoção particular da lógica geral (p. 367).

Ao evidenciar o potencial da lógica, tendo em vista que, historicamente, ela exerceu um papel importante para o desenvolvimento da Matemática enquanto ciência. Por esse motivo, Leibniz pretendia a mesma característica de relevância metodológica para que a Filosofia se estabelecesse de uma maneira confiável de conhecer. Dessa forma, é possível entender os conteúdos filosóficos do mesmo modo como se compreende um cálculo matemático. Nesse sentido, na consultoria feita por Marilena Chauí sobre Leibniz, afirma-se que:

“Neste trabalho procurou encontrar para a filosofia leis tão certas quanto as matemáticas e [...] por outro lado, no estudo da lógica aristotélica, Leibniz encontrou elementos que o levaram à ideia de uma análise combinatória filosófica, vislumbrando a possibilidade de criar um alfabeto dos pensamentos humanos, com o qual tudo poderia ser descoberto” (LEIBNIZ, 2000, p.6).

É possível perceber que Leibniz contribuiu para que a Filosofia e a Matemática preservassem pontos em comum. Com ele, essa tangência transparece de forma mais latente, visto que manifestava claramente o desejo de unidade entre as diversas ciências, visando a um saber universal. Com a aplicação do método matemático à Filosofia, Leibniz estruturou sua teoria do conhecimento racionalista, apontando a ciência exata como modelo de caminho seguro para estruturação dos temas filosóficos.

2.7 IMMANUEL KANT

Immanuel Kant (1724/1804) é um filósofo alemão do Período Moderno, vinculado à Escola Crítica. Ocupou-se com diversas áreas da Filosofia, entre elas, a Ética, a Metafísica, a Lógica, a Filosofia da Matemática e a própria Teoria da Matemática. Nesta última, ele estabeleceu o seu criticismo, ponderando as ideias do Racionalismo e do Empirismo para tratar do conhecimento enquanto algo que se estabelece a partir da relação entre o objeto e a pessoa. Para além de meramente descartar toda a teoria de ambas as correntes de pensamento, ele considera a ideia do conhecimento como capacidade do sujeito defendida pelos racionalistas e, também, o dado da experiência sensível, postulado pelos empiristas (REALE; ANTISERI, 2007).

Assim sendo, sua epistemologia é conhecida como uma “Revolução Copernicana do Conhecimento”, uma vez que retira o objeto do centro do ato de conhecer e atribui esse lugar ao sujeito, pois é ele que possui a capacidade de conhecer. Contudo, o objeto não é descartável, porque desperta nos sentidos humanos o interesse pelo conhecimento. Com base nisso, Kant estrutura sua teoria do conhecimento escrevendo sobre os juízos, que relacionam o objeto com o predicado, ou seja, o atributo de um sujeito.

Ele classifica os juízos em analíticos e sintéticos, e considera que “os juízos sintéticos [...] unem o conceito expresso pelo predicado ao conceito do sujeito, constituindo o único tipo de juízo que enriquece o conhecimento” (KANT, 1996, p.8). Os juízos sintéticos podem ser a posteriori ou a priori: para o primeiro é necessária a experiência; para o segundo, ela é prescindível. Desse modo, para Kant, “[...] o verdadeiro núcleo da teoria do conhecimento situar-se-ia no terreno dos juízos sintéticos a priori, os quais, ao mesmo tempo são universais e necessários, enriquecendo e fazendo progredir o conhecimento” (KANT, 1996).

Os juízos sintéticos a priori são próprios da mente humana e podem ser elaborados a partir da capacidade racional dos sujeitos de organizar os dados que seus sentidos captam da experiência com a realidade. Porém, o objeto não produz o conhecimento no homem. Esta é uma habilidade que os indivíduos possuem, a qual se desenvolve como atividade do intelecto humano e que, apesar da realidade externa não ser primordial para o processo de conhecer, pode estimular as faculdades mentais das pessoas (REALE; ANTISERI, 2007).

Vale ressaltar também que, para (KANT, 1996) “[...] é fácil mostrar que no conhecimento humano realmente há tais juízos necessários e em sentido estrito universais e, por conseguinte, puros a priori. Caso queira um exemplo das ciências, basta olhar todas as proposições da matemática” (p. 55). Em outras palavras, ele considera que a Matemática é uma ciência que se desenvolve no intelecto humano a partir da capacidade que o sujeito tem de pensar. A possibilidade de ela ser aprendida como uma disciplina da educação formal é uma consequência do fato de os indivíduos serem capazes de pensá-la e, assim, estabelecerem intelectualmente a relação entre os sujeitos e seus predicados (CORIOLANO, 2022).

Como exemplo, quando uma pessoa faz uma adição entre dois números e alcança um resultado, esse processo não necessita de expressar as quantidades dos números somados por meio de objetos para efetuar a contagem do total; requer, essencialmente, a capacidade a priori que a pessoa tem de saber o que é uma soma e como ela opera sobre as quantidades, que também é conhecimento do ser humano. Isso pode ser verificado nos escritos kantianos na Crítica da Razão Pura, mais especificamente quando o filósofo afirma que:

“Antes de tudo precisa-se observar que proposições matemáticas em sentido próprio são sempre juízos a priori e não empíricos porque trazem consigo a necessidade, que não pode ser tirada da experiência. Se não quer conceder isso, pois bem, então limito minha proposição à matemática pura, cujo conceito já traz consigo que ela não contém conhecimento empírico, mas só conhecimento puro a priori” (KANT, 1996, p.60).

Kant encontrou na Matemática algo que pretendia para a Metafísica: verdades indiscutíveis. Para ele, o fato de os conteúdos matemáticos poderem ser pensados puramente, ou seja, sem a necessidade da experiência, fazia com que tais enunciados não

se restringissem a casos particulares, mas pudessem ser estendidos à universalidade e à necessidade. Com base nessa constatação de Kant, a título de exemplo, verifica-se que o Teorema de Pitágoras é aplicável em todo triângulo retângulo que possa ser construído em qualquer parte do mundo, e não apenas em alguns, pois enquanto conteúdo matemático, mostra-se universal e necessário. Não é a experiência de um triângulo retângulo específico que garante a regra pitagórica, mas as operações do intelecto humano, as quais permitem pensar tal relação.

Pode-se evidenciar ainda que Kant, na pretensão de atribuir um caráter de segurança para a elevação da Metafísica, considerava que a Matemática era uma ciência capaz de contribuir com um método lógico para o pensamento humano, visto a sua característica de independência em relação à experiência sem que isso seja prejuízo para seus conteúdos. O filósofo aponta que:

“A matemática dá-nos um esplêndido exemplo de quão longe conseguimos chegar no conhecimento a priori independentemente da experiência. Na verdade, a Matemática se ocupa com objetos e conhecimentos apenas na medida em que se deixam apresentar na intuição. Mas essa circunstância é facilmente descurada, porque mesmo tal intuição pode ser dada a priori e, portanto, dificilmente é distinguida de um simples conceito puro. Tornado por tal prova do poder da razão, o impulso de ampliação não vê mais limites” (KANT, 1996, p.57).

A Teoria do Conhecimento de Immanuel Kant contribui para a forma de pensar e ensinar a Matemática, considerando-a como uma aptidão do intelecto humano. Nesse sentido, parte-se da concepção de que cada pessoa é capaz de compreender matematicamente os conteúdos, haja vista sua habilidade de estabelecer juízos sintéticos a priori (CORIOLANO, 2022). A inserção de elementos da realidade constitui-se como uma forma de ilustração dos raciocínios que o homem por si só consegue elaborar. Na prática, é possível tratar as proposições matemáticas como juízos, destacando seus sujeitos e predicados e, com o auxílio da experiência, mostrar aos indivíduos que aquilo que eles pensam na matemática pode ser encontrado na realidade.

2.8 EDMUND HUSSERL

Edmund Husserl (1859-1938) foi um filósofo alemão, considerado o fundador da fenomenologia e, em seus estudos, dedicou-se à Lógica e à Matemática. Seu pensamento filosófico é marcado pela desconfiança em relação ao apriorismo idealismo e pelo pensamento acentuado à tendência ao concreto. Dessa maneira, em conformidade com os traços característicos da fenomenologia, Husserl acreditava que aquilo que há de essencial (e, portanto, universal) no objeto só poderia ser apreendido por meio do fenômeno, ou seja, com a realidade fora do sujeito tal como se apresenta (REALE; ANTISERI, 2005). Por este

motivo, cabe à inteligência humana captar o que lhe é externo e traduzi-lo em linguagem capaz de descrever o fenômeno para o entendimento.

Husserl considerava que “[...]o nosso conhecimento começa com a experiência, ou seja, com a experiência de coisas existentes, de fatos. A experiência nos oferece continuamente dados de fato (REALE; ANTISERI, 2005, p.559). Mesmo que cada objeto ofereça uma experiência particular, elas são necessárias para que o intelecto humano possa intuir aquilo que é essencial e universal em cada um dos fenômenos que ele capta. As únicas exceções à dependência da captação empírica seriam a Matemática e a Lógica, uma vez que, segundo Husserl, elas operam sobre a própria essência dos objetos.

No que diz respeito à Matemática Pura, Husserl trabalhou para descrever como a compreendia filosoficamente e avaliava criticamente as teorias dos matemáticos (HUSSERL, 2014). No prefácio de sua obra “Investigações Lógicas”, ele afirma que:

Para além das questões acerca da origem dos conceitos e intelecções fundamentais da matemática, esses esforços diziam também respeito principalmente às difíceis questões da teoria e do método matemáticos. Aquilo que nas exposições da lógica tradicional, ou de qualquer modo reformada, deveria ter de aparecer como facilmente compreensível e transparente, a saber, a essência racional da ciência dedutiva, com a sua unidade formal e método simbólico, apresentava-se-me, no estudo das ciências formais efetivamente existentes, como obscuro e problemático (HUSSERL, 2014, p.13).

É possível perceber que a contribuição de Husserl, ao tentar estabelecer um ponto de encontro entre a Filosofia e a Matemática, consistia em criar uma linguagem que objetivasse a clareza dos conteúdos (HUSSERL, 2014). Essa pretensão representava uma forma de oposição à complexidade de conteúdos que dificultavam a apreensão do conhecimento. Além disso, Husserl se opunha às verdades puramente metafísicas, haja vista que estas eram construídas sem relação com a realidade empírica.

Para ele, o mundo, enquanto realidade existencial, é o âmbito onde acontecem as formações de pensamento acerca dos fenômenos. Sendo assim, cada conhecimento traz consigo marcas contextuais do lugar e do tempo nos quais foi elaborado (REALE; ANTISERI, 2005). Procede disso o fato de que uma ciência não se sustenta se for essencialmente teórica. É preciso considerar que no sujeito há um aparato interior que lhe fornece as bases para apreender a realidade, criando juízos a partir daquilo que se estuda. Não é confiável uma criação de conhecimento que seja fruto de um processo unilateral da inteligência do sujeito (HUSSERL, 2014).

Neste ponto do desenvolvimento metodológico do conhecimento, ele destaca que a “[...] linguagem oferece ao pensador um sistema de signos em larga medida aplicável à expressão dos seus pensamentos, o qual [...] ninguém o possa dispensar [...]” (HUSSERL, 2014, p.17). Pensar cientificamente e, portanto, matematicamente, envolve usar símbolos

adequados para executar o trabalho de pesquisa e a consequente comunicação dos resultados. A constituição de símbolos em cada ciência é importante para a pesquisa e o entendimento mais amplo acerca de cada objeto. Desse modo, a linguagem não é uma conceituação abstrata, mas uma atividade do indivíduo destinada a descrever o fato ou objeto.

Husserl enuncia, então, que “[...] uma lógica orientada para a prática é um postulado inevitável de todas as ciências, e a este fato corresponde também que a lógica se originou historicamente por motivos práticos ligados ao empreendimento científico” (HUSSERL, 2014, p.23). Há aqui o aceno para que a lógica não se resume a formalidades, mas considere as características do contexto e das ciências onde ela se desenvolve. Assim, o conjunto de encadeamentos lógicos deve se atualizar de acordo com as necessidades de cada conhecimento científico e das particularidades da época em que é desenvolvido. Husserl (2014), observa que:

questões mais fundamentais sobre a essência da forma do conhecimento, na sua diferença em relação à matéria do conhecimento, e sobre o sentido da diferença entre as determinações, verdades ou leis formais (puras), por um lado, e materiais, por outro (p.13).

Considerando, então, essa crítica à rigidez da formalidade lógica, Husserl aponta três propriedades que considera mais significativas para as fundamentações do conhecimento. Em primeiro lugar, a fundamentação não pode ser arbitrária, no sentido de que é preciso saber qual conhecimento se quer alcançar para determinar quais serão as bases de conteúdos que serão admitidas. Em segundo, para ele, existem diversas formas de fundamentação, ou seja, há mais de um caminho que pode levar à verdade. Por fim, a terceira propriedade destaca que cada forma de conhecimento tem sua própria forma de fundamentação, que deve observar os seus objetos e suas maneiras de estudo (HUSSERL, 2014).

Com Husserl, a Matemática é destacada por causa de sua ferramenta metodológica de pensar que é a lógica. E, apesar desta característica ter contornos particulares em cada ciência específica, a Matemática apresenta-se como aquela que, historicamente, utilizou-se do raciocínio lógico em várias épocas para desenvolver os mais diversos conteúdos. Assim sendo, a Lógica, que encontra na Matemática um exemplo para sua aplicação, deve ser usada para as outras ciências, juntamente com uma linguagem simbólica, para organizar a pesquisa e o resultado dela.

3 PANORAMA DO DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO NO ENSINO MÉDIO NA EDUCAÇÃO PÚBLICA NO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO

Após apontar as principais contribuições de tangência e interseção de alguns pensadores da Filosofia e da Matemática, o presente capítulo tem por objetivo abordar o raciocínio lógico-matemático no Ensino Médio da Rede Pública de Ensino do Estado do Espírito Santo. Desta maneira, será possível entender a forma de abordagem e de avaliação da disciplina curricular de Matemática no que diz respeito ao desenvolvimento de raciocinar para resolver problemas.

Inicialmente, será abordada a Base Nacional Comum Curricular, documento de suma importância para a elaboração dos currículos da educação básica no Brasil. Ela traz em seu texto orientações gerais para os níveis de ensino e formata o desenvolvimento das capacidades cognitivas almejadas em cada disciplina em torno das habilidades e competências. Esses conceitos norteiam a construção das grades curriculares e orientam as ações para a prática docente.

As habilidades da BNCC, no contexto da educação básica pública do Estado do Espírito Santo, são desdobradas nos chamados descritores. Estes, por sua vez, configuram-se como pilares que devem ser observados na preparação das aulas e na administração de seus respectivos conteúdos. E, a fim de verificar o desempenho dos discentes nas disciplinas do currículo, a Secretaria de Educação do Estado do Espírito Santo (SEDU) utiliza-se de dois instrumentos de elaboração própria: a Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA) e o Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES).

Ambos os instrumentos são materializados por meio de avaliação escrita de múltipla escolha e consideram os descritores para a elaboração dos itens que são verificados. Os resultados deles são auferidos em percentuais de acerto para cada descritor. Assim, é possível uma classificação de desempenho das habilidades específicas dos componentes curriculares. Para o caso específico da Matemática, a análise dos resultados oferece parâmetros de verificação de desenvolvimento do raciocínio lógico, pois este encontra-se implicitamente presente nas habilidades e competências.

3.1 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), elaborada pelo Ministério da Educação (MEC), é um documento que oferece parâmetros para a organização das diversas disciplinas que compõem as etapas da Educação Básica no Brasil. Ela é legalmente amparada pela Constituição Federal de 1988 e pela Lei de Diretrizes e Bases de 1996 (LDB 9394/96), caráter que traz à tona o seu comprometimento em relevar alguns aspectos que são preconizados na lei no que tange à educação. Assim, cabe a ela a definição de direitos e objetivos da aprendizagem.

Com o objetivo de garantir políticas educacionais e a qualidade da educação de base, a BNCC não determina um currículo único e imutável, haja vista as diferenças socioculturais e autonomia que cada unidade da federação tem para articular o desenvolvimento da educação básica. Desse modo, a BNCC, além de apresentar suas considerações iniciais, estabelecimento de valores e questões gerais de embasamento e fundamentação, estrutura-se a partir de habilidades e competências que compreende como essenciais a serem desenvolvidas no processo educacional.

Por habilidades, entende-se as práticas cognitivas e socioemocionais que devem ser desenvolvidas no processo educacional. Elas se relacionam com os mais diversos objetos de conhecimento, sejam eles conteúdos, processos ou conceitos, objetivando clarificar o que os estudantes precisam aprender durante seu processo formativo na Educação Básica (Brasil, 2017a). Cada habilidade prevista para o Ensino Médio possui um código alfanumérico de nove ou dez dígitos, pelo qual identifica-se a etapa de ensino, a série correspondente, o componente curricular ou área de conhecimento e à competência com a qual tal habilidade se relaciona. Além disso, a descrição da habilidade estrutura-se, de maneira padronizada, da seguinte forma e ordem: 1º) verbo, que indica as do processo cognitivo em questão; 2º) complemento do verbo, que aponta para o objeto de conhecimento a ser abordado, e; 3º) os modificadores, que versam sobre as especificações da aprendizagem.

Na compreensão da BNCC, competência é “[...] a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (Brasil, 2017a, p.8). Elas se dividem em gerais e específicas. São dez competências gerais previstas pela BNCC, as quais devem ser observadas por todos os componentes curriculares, uma vez que objetivam o tratamento didático e a construção de conhecimento no processo de aprendizagem. As competências específicas são formuladas com base nas particularidades e nuances de cada componente curricular e, portanto, dizem respeito a cada um deles. Cada competência traduz-se por um conjunto de habilidades.

O texto da Base Nacional Comum Curricular estrutura a disciplina de Matemática

para o Ensino Médio em torno de cinco competências específicas, as quais contemplam-se por meio de quarenta e cinco habilidades, distribuídas entre as séries desta etapa de ensino. Os principais verbos que figuram nessas habilidades são: identificar, elaborar, investigar, interpretar e resolver. Eles articulam os conteúdos próprios da matemática visando estimular o raciocínio dos estudantes, a fim de que seja alcançado o desenvolvimento cognitivo no que diz respeito a tal componente curricular. A BNCC, ao descrever seus objetivos pedagógicos e de aprendizagem da Matemática, enuncia que:

Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados (Brasil, 2017a, p.93).

Desse modo, as habilidades constituem, então, um instrumento que versa para a ação dos atores do ambiente escolar, em prol de um processo educacional que viabilize o desenvolvimento intelectual dos alunos. Esse processo, constitui-se de passos progressivos, uma vez que o raciocínio matemático é composto por etapas, cada uma delas preservando sua importância e seu grau de complexidade, até alcançar a conclusão dos problemas mais simples e prosseguir para questões mais complexas e que dependem daqueles mais simples para serem compreendidas.

Além disso, reconhecendo que o desenvolvimento do raciocínio é algo que pode começar com a Matemática, mas que não se restringe a ela e considerando a amplitude do cenário educacional, o texto da BNCC traz à luz o seguinte:

Assim, para o desenvolvimento de competências que envolvem o raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática. Embora todas as habilidades pressuponham a mobilização do raciocínio, nem todas se restringem ao seu desenvolvimento. Assim, por exemplo, a identificação de regularidades e padrões exige, além de raciocínio, a representação e a comunicação para expressar as generalizações, bem como a construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado (Brasil, 2017a, p.93).

Entende-se, então, a partir desse fragmento, a importância da argumentação e da justificação para a compreensão dos conteúdos matemáticos. Embora que, em algumas explicações que envolvam números, a argumentação seja mais implícita, ela faz-se presente e é fundamental para o bom desenvolvimento das operações e regras que compõem a resolução de um problema. Fazer um cálculo ou uma demonstração, nesta perspectiva, traduz-se como uma sistematização de argumentos, que fundamentam a utilização de operações e propriedades.

Por exemplo, ao resolver um exercício que trate de uma situação que envolva elementos de uma determinada sequência da qual deseja-se conhecer um valor numérico correspondente à uma posição específica, torna-se necessário uma argumentação, mesmo que apenas mental, para explicar se a resolução a ser feita conduz-se como um Progressão Aritmética ou como uma Progressão Geométrica. Essa estrutura argumentativa considerará se a razão entre os termos se relaciona com ele por meio da adição ou da multiplicação. E também o uso da fórmula para encontrar o n ésimo termo pressupõe uma argumentação mais simples, no sentido de entender por que determinado valor é a razão, bem como os outros termos que figuram no desenvolvimento do cálculo.

Ainda no que diz respeito à argumentação, tem-se na BNCC que:

Com relação à competência de argumentar, seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas, além dos aspectos já citados anteriormente em relação às competências de raciocinar e representar (Brasil, 2017a, p.93).

A argumentação é uma forma de organizar o raciocínio matemático, a fim de que ele seja, ao mesmo tempo, compreensível e fundamentado. Essa característica, além de servir ao processo de demonstração, visa alcançar a verdade que, na linguagem matemática, nomeia-se como resposta correta. Para tanto, o exercício do raciocínio e da argumentação pauta-se em justificativas, ou seja, os conhecimentos utilizados para a resolução de um determinado problema devem ser, minimamente, fundamentados para sustentar o que se conclui a partir dos argumentos apresentados.

Entre as competências específicas para a área de Matemática e suas Tecnologias, a quinta apresenta contornos bem definidos e estruturados para perceber o estímulo do raciocínio lógico no Ensino Médio. Como exposto anteriormente, o texto da BNCC apresenta cinco competências específicas para a Matemática e suas Tecnologias. A quinta competência é definida da seguinte forma:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (Brasil, 2017a, p.106).

Depreende-se dela que, as propriedades e os conceitos matemáticos precisam ser aprendidos pelos alunos, a fim de que eles consigam perceber e desenvolver padrões de raciocínios para lidar com questões conceituais e concretas. Além disso, esse exercício visa que os discentes progridam na atividade de pensamento, no sentido de conseguir elaborar situações mais complexas a partir de raciocínios análogos aos abstraídos em etapas anteriores do processo. Considera-se também que esta atividade mental deve integrar-se

com contextos concretos, com o intuito de que o intelecto seja capaz de analisar contextos e resolver com raciocínios os problemas que deles advém.

Ainda acerca do caput da quinta competência, a Base Nacional Comum Curricular destaca que:

O desenvolvimento dessa competência específica pressupõe um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos que podem emergir de experiências empíricas. Os estudantes deverão ser capazes de fazer induções por meio de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais (Brasil, 2017a, p.106).

Reforça-se aqui o caráter que a experiência tem para contribuir com o raciocínio dos indivíduos, especialmente enquanto uma habilidade sistematizada pela Matemática enquanto ciência e componente curricular. Apesar de, nas concepções filosóficas abordadas no primeiro capítulo desse trabalho destacarem o caráter intelectual dos métodos matemáticos e o texto da BNCC evidenciar verbos que trazem ações do pensamento, nota-se também a importância das operações e propriedades matemáticas se articularem com situações vivenciais. Essa característica, em um primeiro momento, parece servir de justificativa para o questionamento da dimensão praxiológica da Matemática, traz consigo o intuito de que aquele que aprende o raciocínio matemático seja capaz de aplicá-lo para além das questões escolares e puramente conceituais.

De acordo com a BNCC, o contato com a Matemática não pode ser meramente teórico, mas deve buscar correspondência com o cotidiano dos sujeitos aprendizes, a fim de que eles desenvolvam as capacidades trabalhadas em sala de aula. Ademais, o ensino das habilidades de Matemática não visa apenas a solução de problemas que são sugeridos no ambiente escolar, mas versa também para que o indivíduo saiba interagir com seu contexto por meio de tais capacidades. Implicitamente, esse trabalho reforça no aluno a capacidade de raciocinar e argumentar, que pode ser entendida conforme o trecho a seguir:

Assim, ao formular conjecturas, mediante suas investigações, eles deverão buscar contraexemplos para refutá-las e, quando necessário, procurar argumentos para validá-las. Essa validação não precisa ser feita apenas com argumentos empíricos, mas deve incluir também argumentos mais “formais”, sem que haja necessidade de chegarem à demonstração de diversas proposições (Brasil, 2017a, p.106).

Há neste enxerto uma forma sutil de enunciar um ponto comum entre a Matemática e a Filosofia: a capacidade de argumentar. Enquanto na primeira, o argumento é feito primordialmente por números e símbolos, na segunda, usa-se palavras, que são signos que os alunos, muitas vezes, estão mais familiarizados e, portanto, conseguem proceder melhor com eles. Dessa forma, há uma sinalização de que para o aluno fazer a argumentação

própria dos raciocínios matemáticos é necessário que ele adquira proximidade com a respectiva linguagem.

3.2 DEFINIÇÃO DE RACIOCÍNIO LÓGICO

Para efeito de definição, parte-se da compreensão de que a Lógica, enquanto área da Filosofia e da Matemática, ocupa-se com o raciocínio, a fim de parametrizar e verificar as condições para que ele chegue à verdade, tanto no que diz respeito à suas estruturas, quanto no que tange à validade das informações utilizadas por ele. Além disso, o raciocínio lógico configura-se como uma forma de pensamento no qual se realizam inferências para alcançar conclusões (COPI, 1978). Com base nessa definição, é possível encontrar nas diversas competências e suas respectivas habilidades a presença implícita do desenvolvimento da lógica na administração dos mais diversos conteúdos da Matemática.

Contudo, a fim de evitar equívocos acerca da compreensão sobre a conceituação de raciocínio lógico-matemático, é importante ressaltar que ele não se restringe à lógica formal ou silogística, enquanto análise de proposições, mas estende-se à capacidade de pensar dos indivíduos. Na Matemática, o raciocínio lógico tem como uma de suas principais expressões a capacidade de resolver problemas (DANTE, 1998). Assim sendo, mediante um exercício de matemática, as ações de identificar, elaborar, investigar, interpretar e compreender, entre outras, mostram-se como maneiras de desenvolver o raciocínio de forma lógica.

Evidenciando o viés pedagógico, Piaget destaca esse caráter de capacidade do sujeito. Para ele, a situação problema é o estímulo para que o indivíduo possa pensar para resolver (PIAGET, 1977). No caso da disciplina de matemática, ao interiorizar a linguagem própria e os seus respectivos símbolos, o sujeito pode fazer as operações do pensamento para percorrer os passos necessários para resolver as questões propostas a ele. Assim, para além da tentativa de obter uma resposta correta, o pensar lógico na matemática versa sobre o entendimento e o uso das operações precisas para a construção de um possível caminho de solução.

Desta forma, pode-se observar que o texto das habilidades e competências da BNCC do componente curricular de Matemática orienta-se no sentido de estimular e exercitar o desenvolvimento do raciocínio. Isso pode ser percebido no seguinte fragmento:

Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático. (Brasil, 2017a, p.523).

Assim, nas ações de ensino da matemática que são pautadas nas orientações da

BNCC objetiva-se a promoção do pensamento lógico em vista do seu desenvolvimento nos sujeitos. Com isso, entende-se o raciocínio lógico como uma ferramenta imprescindível para aprender matemática e saber utilizá-la para resolver problemas.

3.3 O PAEBES E A AMA

O Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES) constitui-se de provas objetivas que visam “aplicar instrumentos que avaliam, de forma sistemática e em larga escala, a aprendizagem dos estudantes [...]” ([Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, 2025](#), p.16). As avaliações contemplam, entre outras disciplinas, a Matemática. São avaliados os discentes do quinto e do nono ano do Ensino Fundamental e da terceira série do Ensino Médio. Para a avaliação destes últimos, aborda-se o conteúdo da disciplina de Matemática que está distribuído nos três anos da etapa final da educação básica. Os itens do caderno de questões de Matemática são elaborados de acordo com os descritores “[...] que representam operações mentais mobilizadas para a realização de tarefas e resolução de problemas, [...] garantindo a correspondência entre a questão e as habilidades avaliadas” ([Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, 2025](#), p.68).

Assim como as habilidades da BNCC, os chamados descritores do PAEBES iniciam com um verbo que indica a capacidade cognitiva a ser desenvolvida em sala de aula e avaliada pelas avaliações institucionais. Em sequência, o texto do descritor apresenta o objeto de aprendizagem, ou seja, o(s) conteúdo(s) de Matemática abordado. Além disso, cada um deles possui um código para sua identificação.

Na elaboração das avaliações do PAEBES os descritores são utilizados para orientar a elaboração das questões, a fim de que elas sirvam para verificar o aprendizado dos alunos nas unidades escolares de educação pública do Estado do Espírito Santo ([Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, 2025](#)). Deste modo, para que o aluno resolva o problema proposto pela questão, ele precisa colocar em prática uma capacidade preconizada pelos parâmetros educacionais respectivos à etapa de ensino em curso.

Ademais, como os descritores constituem a base para a elaboração das provas do PAEBES, eles também são utilizados na formatação dos resultados de cada edição do programa. Os relatórios apresentam o percentual de acertos por descritor. Assim, é possível acompanhar o nível de desenvolvimento de cada habilidade e de seus respectivos conteúdos. O filtro de resultados é feito por unidade escolar, por Superintendência Regional de Educação e pela totalidade do Estado do Espírito Santo.

Existe também o padrão de proficiências em faixas percentuais para os descritores: abaixo do básico (menor do que vinte e cinco por cento), básico (entre vinte e cinco por cento e menor do que cinquenta por cento), proficiente (entre cinquenta por cento e menor do que

setenta e cinco por cento) e avançado (entre setenta e cinco por cento e cem por cento). Por meio desta classificação é possível verificar as fragilidades e potenciais dos alunos de cada escola em relação aos variados conteúdos de Matemática e, assim, elaborar estratégias de ensino para o fortalecimento da aprendizagem daqueles que são mais deficitários.

A Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA) é um instrumento utilizado para verificar o aprendizado dos conteúdos de Língua Portuguesa e Matemática nos ensinos fundamental e médio da rede pública estadual do Espírito Santo. A AMA é uma avaliação de edição trimestral. A cada uma delas atribui-se o valor de 10 (dez) pontos, os quais compõe a nota do trimestre letivo no qual foi aplicada.

A AMA possui estrutura semelhante à da prova do PAEBES, haja vista o seu caráter preparatório. Assim, para a elaboração dos seus itens deve-se considerar os descritores do PAEBES relativos à etapa de ensino em que seus conteúdos e habilidades foram abordados. Isso permite que a cada edição da AMA seja elaborado o relatório de desenvolvimento por descritor, análogo ao que acontece com o PAEBES. Desse modo, de posse dos resultados da AMA indicam as habilidades que cada escola precisa fortalecer para a realização do PAEBES.

Em ambas as avaliações se têm por objetivo analisar o desenvolvimento das competências gerais e específicas da Base Nacional Comum Curricular, uma vez que os descritores traduzem para o cenário educacional do Espírito Santo aquilo que é previsto pelos parâmetros nacionais.

3.4 RESULTADOS DE EDIÇÕES DO PAEBES E DA AMA

A partir das considerações sobre o Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo e da Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem, torna-se oportuno fazer uma análise dos resultados das últimas edições com o intuito de verificar o desenvolvimento do raciocínio lógico com base nos percentuais e conceitos classificatórios atribuídos a eles.

O PAEBES é aplicado para a Rede Pública de Educação desde o ano 2000. "A pontuação no Paebes varia de 0 a 500 pontos e é organizada em escalas de proficiência, estruturadas em níveis crescentes que descrevem as competências e habilidades adquiridas pelos estudantes" ([Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, 2025](#), p.64). Os resultados e relatórios do PAEBES são pontuados de acordo com indicadores, dentre eles, a proficiência média, o padrão de desempenho e percentual de acerto por descritor.

Com base na proficiência média, que apresenta o nível médio de conhecimento dos alunos em cada uma das disciplinas avaliadas, são estabelecidos quatro padrões de desempenho, a saber: abaixo do básico, básico, proficiente e avançado ([Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, 2025](#)). Para cada etapa de ensino e cada uma

das disciplinas aplica-se níveis de proficiência diferentes. Assim sendo, para a 3ª série do Ensino Médio na disciplina de Matemática, toma-se a seguinte classificação: de 0 (zero) até 275 (duzentos e setenta e cinco) pontos é abaixo do básico; entre 276 (duzentos e setenta e seis) e 325 (trezentos e vinte e cinco) pontos é básico; entre 326 (trezentos e vinte e seis) e 375 (trezentos e setenta e cinco) pontos é proficiente; e acima de 376 (trezentos e setenta e seis) pontos é avançado.

Esses padrões de desempenho são utilizados nos relatórios para classificar tanto desempenhos individuais, ou seja, de cada estudante, quanto as estâncias coletivas, como as escolas, as superintendências e o Estado. Conforme [Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo \(2025\)](#), o padrão abaixo do básico revela carência de aprendizagem do componente curricular e necessidade de ações de recuperação; o padrão básico mostra a necessidade de reforçar o desenvolvimento inicial já existente; o padrão proficiente é o adequado, sendo oportuno o aprofundamento das aprendizagens e; o padrão avançado é o desejado, pois mostra um desenvolvimento superior ao esperado àquela etapa de ensino para a referida disciplina.

Considerando essa classificação, apresenta-se, a seguir, uma tabela que compila a proficiência média e o padrão de desempenho em Matemática da 3ª série do Ensino Médio da Rede Estadual do Espírito Santo, a partir de 2010.

Tabela 1 – Proficiência Média da Rede Estadual – 3º Ano do Ensino Médio – Matemática

Ano da Edição	Pontos	Padrão de Desempenho
2011	279,9	BÁSICO
2012	281,1	BÁSICO
2013	285,3	BÁSICO
2014	278,2	BÁSICO
2015	285,4	BÁSICO
2016	279,9	BÁSICO
2017	289,5	BÁSICO
2018	288,9	BÁSICO
2019	290,5	BÁSICO
2020*	-	-
2021	261,4	ABAIXO DO BÁSICO
2022	273,52	ABAIXO DO BÁSICO
2023	275,92	BÁSICO
2024	283,81	BÁSICO
2025	276,25	BÁSICO

Fonte: Elaborado pelo autor com base em dados do PAEBES.

* Não houve aplicação da avaliação em 2020 em virtude da suspensão das atividades presenciais decorrente da pandemia da Covid-19.

A análise da série histórica mostra que, entre 2011 e 2019, a proficiência média da 3ª série do Ensino Médio da Rede Estadual do Espírito Santo manteve-se no padrão Básico, apresentando oscilações moderadas e leve tendência de crescimento até 2019, ano em que se registra a maior pontuação do intervalo (290,5 pontos). Há certa estabilidade no desempenho, porém não se observa avanço para patamares superiores de proficiência, o que sugere que a rede permanece concentrada em um nível pouco plausível de aprendizagem no que tange à Matemática.

Após suspensão das aulas presenciais em 2020 por causa da pandemia da Covid-19, há uma queda significativa em 2021, quando a média atinge 261,4 pontos, menor desempenho no período analisado, enquadrando-se no padrão Abaixo do Básico. Essa queda expressiva aconteceu por causa do contexto pandêmico ([Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo, 2025](#)) e afetou diretamente os processos de ensino e aprendizagem, especialmente no que se refere à consolidação de habilidades matemáticas mais complexas.

Nos anos seguintes, verifica-se uma recuperação gradual dos resultados, com o retorno ao padrão Básico a partir de 2023. Entretanto, mesmo com essa retomada, os

índices não superam, de forma absoluta, os níveis mais elevados observados no período antes da pandemia. A permanência majoritária no nível básico revela, portanto, um desafio estrutural: avançar da estabilidade para a elevação real dos níveis de proficiência.

Conforme exposto, outro indicador utilizado para os relatórios do PAEBES é o percentual de acerto por descritor. Tendo em vista que as habilidades da Base Nacional Comum Curricular e os descritores do PAEBES são correspondentes, mas possuem estrutura textual e tipos de códigos diferentes, ambos serão apresentados para melhor compreensão dos resultados e das análises subsequentes. Em alguns casos, determinada habilidade tem dois ou mais descritores correspondentes. Vale ressaltar que, dada a amplitude do conteúdo de Matemática para o Ensino Médio e, conseqüentemente, a grande quantidade de descritores e habilidades que dizem respeito a ele, torna-se necessário eleger alguns conteúdos do currículo para fazer a análise.

Assim sendo, serão tomados como principais, os tópicos curriculares sobre Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, haja vista sua abordagem sobre leis de formação, regularidade, estabelecimentos de padrões, análise de crescimento e decrecimento lineares e exponenciais em sequências, os quais são elementos fundamentais para o bom desenvolvimento do raciocínio lógico (Brasil, 2017a). Além disso, eles se relacionam com outros conteúdos próprios da disciplina de Matemática como, por exemplo, na modelagem de um problema de juros compostos.

E, dada a relação destes com o plano cartesiano, serão apreciados os objetos de aprendizagem da Função Afim e da Função Exponencial. Dessa maneira, inicialmente serão apresentadas as habilidades da BNCC e, em seguida, os descritores do PAEBES.

Dada a correspondência entre habilidades e descritores, seguem os percentuais de desempenho em nível estadual em cada um deles. Na tabela a seguir, foram considerados os resultados das três últimas edições (2023 a 2025) do PAEBES.

De maneira geral, percebe-se que nas três edições do PAEBES o Ensino Médio da Rede Pública do Estado do Espírito Santo teve o desempenho classificado como “abaixo do básico” e “básico” em todos os descritores avaliados. Em todos eles, menos do que 50% (cinquenta por cento) dos alunos apresentaram as capacidades abordadas nas avaliações.

Com base nas avaliações do PAEBES, verifica-se que menos da metade dos alunos avaliados conseguem utilizar propriedades de progressões, sejam elas aritméticas ou geométricas, para a resolução de problemas. Isso denota uma deficiência, em boa parte dos discentes, em desenvolver o raciocínio com base em formulações de padrões, fator que prejudica a visualização do desenvolvimento de uma sequência a partir de uma razão numérica. Ainda de acordo com o texto da BNCC, a dificuldade está em identificar uma sequência e seu tipo.

Essa deficiência na identificação dificulta que o aluno saiba aplicar corretamente as

Tabela 2 – Relação entre Tópicos Curriculares, Habilidades da BNCC e Descritores PAEBES

Tópico Curricular	Habilidade da BNCC	Descritores PAEBES
Progressão Aritmética	EM13MAT507 – Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.	D096_M – Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.
Progressão Geométrica	EM13MAT508 – Identificar e associar Progressões Geométricas (PG) a Funções Exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.	D097_M – Utilizar propriedades de progressões geométricas na resolução de problemas.
Função Afim	EM13MAT401 – Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.	D071_M – Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos. D078_M – Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico. D086_M – Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.
Função Exponencial	EM13MAT304 - Resolver e elaborar problemas com Funções Exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.	D074_M – Corresponder as representações algébrica e gráfica de uma função exponencial. D088_M – Utilizar função exponencial na resolução de problemas.

Fonte: Elaborado pelo autor com base em [Espírito Santo \(2024\)](#) e [Brasil \(2017a\)](#)

fórmulas do respectivo conteúdo. Além disso, está implícita a dificuldade de que os alunos têm de apropriar-se internamente dos elementos de uma fórmula para poder utilizá-la corretamente ([PIAGET, 1977](#)). Em uma expressão matemática, cada variável possui um significado e este relaciona-se com elementos de um problema. No caso de uma progressão, por exemplo, mediante uma situação hipotética com nuances de contextos reais narrada

Tabela 3 – Percentual de acerto em avaliações institucionais por descritor

CÓDIGO	DESCRIÇÃO	PERCENTUAL (%)		
		PAEBES 2023	PAEBES 2024	PAEBES 2025
D096_M	Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.	41,18	31,44	36
D097_M	Utilizar propriedades de progressões geométricas na resolução de problemas.	30,77	37,50	21
D071_M	Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.	23,08	30,91	29
D074_M	Corresponder as representações algébrica e gráfica de uma função exponencial.	13,64	14,29	7
D078_M	Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico.	25,00	31,03	5
D086_M	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.	37,50	46,43	31
D088_M	Utilizar função exponencial na resolução de problemas.	21,05	27,27	20

Fonte: Elaborado pelo autor com base em [Espírito Santo \(2024\)](#).

em um problema, é preciso saber os conceitos de razão, primeiro termo e enésimo termo para que se possa utilizar as fórmulas pertencentes a tal conteúdo.

Além disso, deve-se identificar qual dessas variáveis é pedida como solução do problema e quais são dadas para serem substituídas na fórmula adequada para solucionar o problema. Com isso, percebe-se que antes da realização das operações básicas da matemática, exige-se um raciocínio de interpretação, para o qual é imprescindível a capacidade lógica de pensar o tipo de relação existente em uma sequência e o padrão de sua progressão. Com base no pensamento de Piaget e nos dados percentuais abordados na tabela, possivelmente há uma dificuldade do sujeito (aluno) analisar o objeto (problema de matemática) e operar com o raciocínio lógico sobre ele uma vez que não internalizou os símbolos e processos matemáticos de forma ideal para usá-los com propriedade na solução

de situações-problema.

Os percentuais são ainda menores quando trata-se dos conteúdos de Função Afim e Função Exponencial. Elas são abordadas aqui porque, em algumas questões trata-se da representação gráfica de uma sequência ou da compreensão de que as fórmulas de termo geral de uma progressão aritmética ou de uma progressão geométrica.

Excetuando o descritor acerca da progressão aritmética, todos os demais apresentaram o mesmo desempenho: acréscimo de 2023 para 2024 e queda de 2024 para 2025. Esse comportamento, somado o fato dos percentuais não ultrapassarem o nível básico de proficiência apontam que as estratégias de ensino, recomposição de aprendizagens e fortalecimentos das fragilidades - propostas pela SEDU e pelas Superintendências e executadas pelas escolas - ainda não podem ser consolidadas como eficazes para o desempenho em Matemática.

Por sua vez, a Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem "[...] é uma avaliação formativa, com o propósito de verificar o desenvolvimento das habilidades prioritárias definidas nas Rotinas Pedagógicas Escolares (RPEs) e contribuir para a preparação dos estudantes do Ensino Fundamental e Médio para as avaliações externas Saeb e Paebs"(ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria da Educação, 2023). Ela é aplicada desde 2023 e seus resultados são compilados e disponibilizados pela SEDU a partir de 2024.

A seguir, tem-se os resultados da AMA para os mesmos descritores que foram abordados para o PAEBES.

Pela tabela é possível perceber que os resultados da Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem mostram aumento em todos os descritores analisados, indicando um significativo desenvolvimento no período em questão. Contudo, ao comparar com os resultados obtidos nas edições periodicamente correspondentes do PAEBES, nota-se um movimento contrário: os índices caem em todos os descritores e aumenta consideravelmente as distâncias entre os percentuais.

Assim sendo, é preciso destacar que, apesar de o PAEBES e a AMA terem os mesmos parâmetros curriculares e os mesmos descritores que norteiam sua elaboração, eles são aplicados de formas distintas, tanto no que diz respeito à quantidade de edições anuais, quanto na objetividade para a preparação dos alunos. A AMA é aplicada três vezes ao ano (uma edição em cada trimestre letivo), pela própria equipe pedagógica da unidade escolar. Já o PAEBES é de única edição anual, com supervisão de coordenador externo. Além disso, as Rotinas Pedagógicas Escolares oferecem exercícios que preservam semelhança estrutural com as questões abordadas pela AMA e, algumas edições desta avaliação são disponibilizadas previamente para que os professores possam preparar os alunos. Por sua vez, o PAEBES não têm disponibilização prévia e nem a garantia de semelhança na estrutura das questões.

Tabela 4 – Percentual de acerto em avaliações institucionais por descritor

CÓDIGO	DESCRIÇÃO	PERCENTUAL POR AVALIAÇÃO (%)	
		AMA 2024	AMA 2025
D096_M	Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.	43	55
D097_M	Utilizar propriedades de progressões geométricas na resolução de problemas.	43	51
D071_M	Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.	44	48
D074_M	Corresponder as representações algébrica e gráfica de uma função exponencial.	28	38
D078_M	Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico.	21	27
D086_M	Reconhecer expressão algébrica que representa uma função a partir de uma tabela.	37	41
D088_M	Utilizar função exponencial na resolução de problemas.	43	55

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.5 A FILOSOFIA NO CURRÍCULO

Historicamente, a disciplina de Filosofia tem ocupado um lugar instável no currículo do Ensino Médio do Brasil (SILVA, 2024). A Lei de Diretrizes de Bases (LDB 9394/96) não traz em seu texto original a previsão da Filosofia como componente obrigatório (Brasil, 1996). A inclusão do texto do artigo 35 acontece por meio da Lei 11.684/2008, enunciando, de forma clara e precisa, que "[...] serão incluídas a Filosofia e a Sociologia como disciplinas obrigatórias em todas as séries do ensino médio [...]" (Brasil, 2008). A partir da Reforma do Ensino Médio com a Lei 13.415/2017, tem-se garantida a obrigatoriedade da disciplina no currículo, deixando a cargo de cada rede de ensino a deliberação de sua respectiva carga horária (Brasil, 2017b). Esta mesma lei exige a inserção dos itinerários formativos e demais disciplinas da parte diversificada. Desta maneira, ela permanece como componente curricular conforme o texto da BNCC, mas com o pressuposto de observar as particularidades dos variados contextos de cada unidade da federação.

Com isso, na grade curricular do Estado do Espírito Santo para o Ensino Médio Regular, há redução: a Filosofia, que anteriormente ocupava uma aula semanal em cada

série do Ensino Médio, deixa de ser ofertada como componente curricular para a terceira série e permanece com uma aula em cada uma das outras duas séries ([Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo \(SEDU\), 2020](#)). Isso representa uma diminuição de 33% das horas aulas durante o Ensino Médio.

Esta redução, para além da subtração de um terço das horas destinadas à Filosofia, implica na supressão de conteúdos essenciais à formação dos indivíduos e, consequentemente na abordagem das capacidades inerentes à esta disciplina. Diferentemente da Matemática, no Estado do Espírito Santo não existem avaliações institucionais - como a AMA e o PAEBES - para verificar o desempenho dos alunos na disciplina de Filosofia. Contudo, é possível elencar alguns prejuízos relativos ao desempenho de capacidades dos alunos.

Primeiramente, conforme [Oliveira \(2024\)](#) pode-se apontar que esta redução compromete significativamente o ensino de História da Filosofia. Consequentemente, restringe-se os pontos de reflexão e fontes históricas de bases filosóficas que instrumentalizam o exercício do pensamento e a capacidade de argumentar ([OLIVEIRA, 2024](#)). Além disso, certas temáticas essenciais à reflexão e à formação dos indivíduos são suprimidas ou tratadas de forma superficial. Assim, no caso específico da disciplina de Filosofia, não se trata apenas de suprimir tópicos curriculares, mas primordialmente de destinar menos atenção ao desenvolvimento da competência de pensar de forma autônoma e investigativa ([SILVA, 2024](#)).

Em consonância com esta visão, [Oliveira \(2024\)](#) aponta que a retirada parcial da Filosofia do currículo “[...] não prioriza o estímulo a uma visão crítica e contextualizada da realidade, e nem se pauta no domínio conceitual e na elaboração e aplicação de interpretações sobre as relações, processos e as múltiplas dimensões da existência humana” ([SILVA, 2024, p.9](#)). Desta maneira, no ambiente educacional, podem-se restringir as oportunidades para os sujeitos discentes de pensar e repensar os conteúdos, atividades, projetos e propostas pedagógicas em uma perspectiva própria, visando alcançar respostas para os questionamentos pessoais acerca da função do conhecimento.

O principal conteúdo fronteiro entre a Filosofia e a Matemática é a Lógica Formal ([COPI, 1978](#)). Neste tópico, a disciplina de Filosofia pode ajudar a compreender o significado de cada conectivo lógico, indo além de símbolos, contextualizando-os por meio da linguagem. O estudo da Lógica Formal é previsto na grade curricular elaborada pela SEDU para a disciplina de Filosofia no terceiro trimestre letivo para a primeira série do Ensino Médio ([Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo \(SEDU\), 2026](#)). O estudo da Lógica Formal, mesmo no ambiente das aulas de Filosofia, pode ajudar na compreensão dos enunciados de problemas matemáticos e no estabelecimento do caminho para a resolução deles ([COPI, 1978](#)). Isso favorece a compreensão das regras e processos específicos que são necessários para resolver os cálculos e outras questões matemáticas. Em termos de exemplo, pode-se considerar no âmbito da Análise Combinatória e da

Probabilidade, dentre outras áreas da Matemática, a associação de termos da linguagem (as conjunções "e" e "ou") a operações aritméticas (multiplicação e adição, respectivamente).

Além disso, faz parte do mesmo bloco de estudos do respectivo período de ensino reflexões acerca da importância das ciências e a teoria do conhecimento, os quais permitem a reflexão sobre os tipos e métodos de conhecimento. Nesse cenário, torna-se oportuno pensar a Matemática enquanto campo do saber.

As orientações do mesmo trimestre letivo trazem como uma das suas expectativas de aprendizagem:

Compreender a importância de um método rigoroso da ciência e analisar como as elaborações científicas são construídas, incluindo a noção de que teorias são passíveis de falseamento, desenvolvendo assim no estudante, a capacidade de questionar e debater assuntos científicos que interferem no cotidiano ([Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo \(SEDU\), 2026](#), p.15).

Ao direcionar essa expectativa de aprendizagem para a Matemática, pode-se destacar sua metodologia de pesquisa e alcance de resultados como algo que parte do intelecto humano e que, portanto, seu aprendizado é possível aos sujeitos no processo educativo. Esse trabalho objetiva desmitificar a ideia de que os conteúdos Matemáticos são difíceis de serem apreendidos por uma quantidade significativa de pessoas. O saber científico, nesta perspectiva, amplia a sua dimensão de pertencimento, não sendo apenas de domínio de seus especialistas, mas também de conhecimentos dos atores do ambiente escolar. Assim, há a possibilidade de serem usados nas realidades contextuais mais facilmente.

Ainda neste aspecto, tem-se outra expectativa:

Entender que a construção do saber científico é um processo complexo, com limitações e dificuldades, mas que permite a participação ativa de todos os indivíduos, bem como discutir criticamente vantagens e desvantagens do progresso científico ([Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo \(SEDU\), 2026](#), p.15).

A Filosofia tem aqui o potencial de versar sobre a Matemática apontando o caráter participativo. Nesta perspectiva, a realização de cálculos e o uso de propriedades e teoremas são entendidos no campo do "aprender a fazer", um dos pilares fundamentais da educação ([DELORS, 2010](#)). Trata-se de uma possibilidade perceber as potencialidades e fragilidades dos alunos acerca dos tópicos curriculares a partir do diálogo, visando uma apropriação mais efetiva do conhecimento matemático.

A utilização de conteúdos da Filosofia e da Lógica Matemática no ensino de Matemática revela-se fundamental quando compreendemos que o conhecimento matemático não se resume à aplicação mecânica de procedimentos, mas envolve reflexão, fundamentação

e rigor conceitual. Na obra *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, Isaac Newton demonstra que a matematização da natureza exige não apenas cálculo, mas estrutura lógica, clareza conceitual e encadeamento rigoroso de proposições (NEWTON, 2010). A organização axiomática, a formulação de definições precisas e a dedução de leis universais evidenciam que o pensamento matemático está intrinsecamente ligado à lógica e à reflexão filosófica. A expressão "Filosofia Natural" no contexto em que a obra foi escrita diz respeito à ciência que hoje é chamada de Física. Ela era concebida como uma parte da Filosofia e, portanto, a articulação dos princípios matemáticos se faz com uma metodologia de pesquisa filosófica.

Com base neste trabalho de Newton, é possível apontar a contribuição da Filosofia no ensino da Matemática compreendida à luz das três características da reflexão filosófica sistematizadas por Dermeval Saviani: radicalidade, rigor e de conjunto (SAVIANI, 2011). A radicalidade implica buscar os fundamentos dos conceitos matemáticos, questionando seus pressupostos e significados; o rigor exige coerência interna, precisão argumentativa e validade lógica — elementos centrais tanto na lógica matemática quanto na demonstração formal; e ser de conjunto permite situar o conhecimento matemático no conjunto mais amplo da cultura e da produção científica, compreendendo suas aplicações, limites e implicações sociais.

Assim, trabalhar conteúdos de Filosofia e Lógica Matemática no ensino de Matemática contribui para que o estudante compreenda não apenas o “aprender a conhecer”, mas o “aprender a fazer” (DELORS, 2010), desenvolvendo a capacidade de argumentar, justificar, demonstrar e analisar criticamente procedimentos (Brasil, 2017a). Tal perspectiva aproxima a sala de aula do célebre modelo newtoniano de construção do conhecimento científico, no qual a matemática opera como linguagem estruturadora da realidade (NEWTON, 2010), e se articula com a concepção savianiana de educação como prática reflexiva fundamentada.

4 UMA PROPOSTA INTERDISCIPLINAR PARA O ENSINO DE PROGRESSÕES ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA POR MEIO DA LÓGICA

Após abordar as contribuições que alguns teóricos da Filosofia ofertaram para a Matemática e, também, evidenciar o desempenho auferido por avaliações institucionais nos conteúdos de Progressões Aritmética e Progressões Geométricas nas escolas da Rede Estadual do Espírito Santo, é oportuno sugerir uma sequência de aula para a prática interdisciplinar que contemple os apontamentos dos capítulos anteriores. Desta maneira, neste capítulo, foi organizada uma proposta de sequência didática, que foi elaborada com base na Rotina Pedagógica da Secretaria de Educação do Estado do Espírito Santo.

O caráter de interdisciplinaridade desta sequência observa um conteúdo eminentemente matemático, haja vista a pretensão de que ela seja utilizada nas aulas do respectivo componente curricular. No que diz respeito a Filosofia, sua contribuição está na forma de dar contornos a metodologia de trabalho, observando as teorias filosóficas que foram apresentadas anteriormente, adaptando-as, de maneira pedagógica, ao ensino de Matemática. Desta maneira, a estrutura escolhida e proposta visa oferecer orientações, organizadas em etapas, para a preparação das aulas.

Por se tratar de uma sequência produzida a partir e para a realidade do Ensino Médio da Rede Pública do Estado do Espírito Santo, os conteúdos e os exercícios sugeridos encontram-se na Rotina Pedagógica produzida pela respectiva Secretaria de Educação. Contudo, haja vista as particularidades de cada localidade para o processo educacional, os professores de Matemática que desejarem fazer proveito das etapas propostas a seguir podem utilizar outros materiais que contemplem os tópicos curriculares abordados.

4.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Componente Curricular: Matemática

Componente Curricular de Interdisciplinaridade: Filosofia

Tópicos Curriculares:

- Progressão Aritmética (PA): termo geral de uma PA, soma dos termos de uma PA, relação com função do primeiro grau e plano cartesiano.

- Progressão Geométrica (PG): termo geral de uma PG, soma dos termos de uma PG, relação com função exponencial e plano cartesiano.

Habilidades da BNCC contempladas:

- EM13MAT507 Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.
- EM13MAT508 Identificar e associar Progressões Geométricas (PG) a Funções Exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Descritores do PAEBES contemplados:

- D096_M Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.
- D097_M Utilizar propriedades de progressões geométricas na resolução de problemas.

Tempo total previsto: 15 aulas de 50 minutos

Orientações para a sequência de aulas – Progressão Aritmética

Etapa 1:

Objetivos da Primeira Etapa:

- Compreender o conceito de sequência;
- Abordar a compreensão do conceito de número na teoria de Pitágoras como exemplo inicial para a compreensão da ideia de sequência e de soma de seus termos (ANEXO A);
- Identificar a regularidade em uma sequência, seja ela apresentada por uma sequência de figuras ou números que recursivamente aumentam/diminuem em um valor constante, ou seja, uma Progressão Aritmética.

Público-alvo: alunos do Ensino Médio.

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos.

1. Introdução (20 minutos)

- Separar os alunos em grupos e entregar para cada grupo 25 fichas em forma de círculo
- Pedir aos alunos que separem, inicialmente, um círculo. Em seguida, separem mais três e, com esses círculos criem uma forma geométrica que utilizem todos

os círculos. Repetir o processo acrescentando, sequencialmente, mais cinco, mais sete e mais nove círculos.

- Estimular os alunos a perceberem a regularidade das quantidades que eles foram separando e da forma geométrica que eles reproduziram a cada soma.

2. Interdisciplinaridade com a Filosofia (20 minutos)

- Apresentar a teoria Pitagórica acerca dos conceitos de números pares e ímpares, destacando-os enquanto duas sequências de razão igual a 2.
- Retomar a representação gráfica das quantidades de cada número com pontos e, em seguida, evidenciando que a soma de ímpares consecutivos leva à formação de um quadrado.
- Mostrar que cada termo da sequência ocupa uma posição e a respectiva notação do termo de uma progressão aritmética.

3. Formalização Matemática (10 minutos)

- Explicar, a partir do exemplo sugerido, o que é a razão de uma sequência.

4. Aplicação em exemplos propostos (20 minutos)

- Resolver, junto aos alunos, exercícios nos quais seja calculado o valor da razão de uma sequência e seus termos iniciais.

5. Exercícios (20 minutos)

- Propor exercícios análogos aos realizados nos exemplos para que os alunos resolvam.
- Auxiliar os alunos com dificuldade e verificar os passos da realização das atividades.

6. Revisão e conclusão (10 minutos)

- Revisar o conteúdo abordado.
- Relembrar os conceitos específicos que foram trabalhados.

7. Avaliação

- Participação dos alunos na aula.
- Verificação da compreensão e do comprometimento dos alunos por meio da realização dos exercícios propostos.

8. Material didático para a utilização

- Quadro branco e pincel (ou recurso digital para exposição do conteúdo);

- Calculadoras
- Fichas redondas de papel cartão ou cartolina (25 para cada grupo)

Etapa 2

Objetivos da Segunda Etapa:

- Identificar a regularidade que permite a dedução do Termo Geral de uma Progressão Aritmética.
- Resolver problemas envolvendo Progressões Aritméticas utilizando a fórmula $a_n = a_1 + (n - 1)r$ para o cálculo do seu termo geral.
- Associar os termos de uma progressão aritmética (PA) aos valores de uma função afim de mesmo domínio que a progressão.
- Apresentar e usar a teoria platônica de passar de conteúdos mais simples para aqueles que são mais complexos (APÊNDICE [A](#)).

Público-alvo: alunos do Ensino Médio.

Tempo previsto: 3 aulas de 50 minutos.

1. Investigação Inicial (20 minutos)

- Organizar os alunos em grupos e apresentar diferentes progressões aritméticas.
- Solicitar que determinem alguns termos próximos da sequência e, posteriormente, termos mais distantes, como o 20º, 50º ou 100º termo.
- Estimular os alunos a discutir estratégias para encontrar esses termos sem precisar escrever todos os elementos da sequência.
- Registrar no quadro as hipóteses levantadas pelos grupos.

2. Interdisciplinaridade com a Filosofia (20 minutos)

- Apresentar, resumidamente, o Mito da Caverna de Platão, destacando a ideia de ascensão do conhecimento.
- Relacionar a busca dos alunos por estratégias mais eficientes à passagem de um conhecimento mais simples para outro mais elaborado.
- Destacar que a fórmula do termo geral representa um novo nível de compreensão da Progressão Aritmética, permitindo enxergar qualquer termo sem a necessidade de construir toda a sequência.

3. Construção da Fórmula do Termo Geral (20 minutos)

- Retomar uma das sequências analisadas pelos grupos.
- Solicitar que os alunos observem quantas vezes a razão é adicionada para chegar a cada termo.
- Conduzir a turma à percepção de que o número de adições corresponde à posição do termo menos uma unidade.
- Formalizar, juntamente com os alunos, a expressão do termo geral da Progressão Aritmética.

4. Aplicação em exemplos propostos (15 minutos)

- Resolver, junto aos alunos, exemplos envolvendo o cálculo de termos específicos de uma Progressão Aritmética utilizando a fórmula construída.
- Comparar o método da fórmula com a estratégia de escrever sucessivamente os termos da sequência.

5. Exercícios (20 minutos)

- Propor exercícios análogos aos realizados nos exemplos para que os alunos resolvam.
- Auxiliar os alunos com dificuldade e verificar os passos da realização das atividades.

6. Investigação no Plano Cartesiano (20 minutos)

- Solicitar aos grupos que organizem os dados de uma Progressão Aritmética em uma tabela contendo posição do termo e valor correspondente.
- Pedir que representem os pares ordenados obtidos em um sistema cartesiano.
- Estimular a observação do alinhamento dos pontos e discutir o que isso revela sobre a relação entre posição e valor do termo.

7. Formalização da Relação com a Função Afim (20 minutos)

- Retomar os gráficos produzidos pelos grupos.
- Evidenciar que os pontos pertencem a uma reta.
- Relacionar a razão da Progressão Aritmética à taxa de variação da função afim.
- Mostrar que o termo geral da Progressão Aritmética pode ser interpretado como uma função do primeiro grau definida sobre os números naturais.

8. Revisão e conclusão (15 minutos)

- Revisar as descobertas realizadas pelos grupos ao longo da etapa.

- Retomar a construção da fórmula do termo geral.
- Reforçar a relação entre Progressão Aritmética, função afim e a ideia platônica de ascensão do conhecimento.

Etapa 3

Objetivos da Terceira Etapa:

- Identificar a regularidade que permite a dedução da fórmula para cálculo da Soma dos Termos de uma Progressão Aritmética finita.
- Fazer o uso da análise e da síntese aristotélicas (ANEXO B) para explicar sobre soma de termos de uma progressão aritmética.
- Resolver problemas envolvendo Progressões Aritméticas utilizando a fórmula $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$ para o cálculo da soma dos seus termos.

Público-alvo: alunos do Ensino Médio.

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos.

1. Investigação Inicial (20 minutos)

- Organizar os alunos em grupos e apresentar algumas Progressões Aritméticas finitas, como as apresentadas nos conjuntos a seguir:
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
 $\{5, 8, 11, 14, 17\}$
- Solicitar que os grupos calculem a soma dos termos de cada sequência.
- Após os cálculos, pedir que observem possíveis padrões envolvendo o primeiro termo, o último termo e a quantidade de termos.
- Registrar as observações levantadas pelos grupos.

2. Interdisciplinaridade com a Filosofia (15 minutos)

- Apresentar brevemente a concepção aristotélica segundo a qual o conhecimento é construído pela análise das partes que compõem um determinado objeto de estudo.
- Relacionar essa ideia à investigação realizada pelos alunos, destacando que a soma da Progressão Aritmética pode ser compreendida a partir da observação de elementos já conhecidos: primeiro termo, último termo, razão e número de termos.

- Ressaltar que compreender um problema exige, muitas vezes, decompor aquilo que parece complexo em partes mais simples.

3. Construção da Fórmula da Soma (25 minutos)

- Retomar uma das sequências analisadas pelos grupos.
- Solicitar que os alunos escrevam a sequência na ordem direta e, logo abaixo, na ordem inversa.
- Pedir que realizem a soma termo a termo das duas representações.
- Estimular a observação de que todas as somas obtidas possuem o mesmo valor.
- Conduzir os alunos à percepção de que o resultado corresponde ao produto entre a quantidade de termos e a soma do primeiro com o último termo.
- Formalizar, juntamente com a turma, a expressão para o cálculo da soma dos termos de uma Progressão Aritmética finita.

4. Aplicação em exemplos propostos (15 minutos)

- Resolver, junto aos alunos, exemplos envolvendo o cálculo da soma dos termos de Progressões Aritméticas finitas.
- Comparar os resultados obtidos pela fórmula com aqueles encontrados pela soma direta dos termos.

5. Exercícios (15 minutos)

- Propor exercícios análogos aos realizados nos exemplos para que os alunos resolvam.
- Auxiliar os alunos com dificuldade e verificar os passos da realização das atividades.

6. Investigação Geométrica (15 minutos)

- Retomar a atividade realizada na primeira etapa envolvendo a soma dos números ímpares consecutivos.
- Solicitar que os grupos representem graficamente a soma dos números ímpares por meio da construção sucessiva de quadrados.
- Discutir como uma soma numérica pode ser interpretada geometricamente.

7. Desafio em grupo (15 minutos)

- Utilizando fichas ou representações gráficas, desafiar os grupos a representar a soma dos números pares consecutivos.

- Solicitar que expliquem por que essa soma pode ser organizada na forma de um retângulo.
- Incentivar os grupos a apresentarem suas conclusões para a turma.

8. Revisão e conclusão (10 minutos)

- Revisar as descobertas realizadas pelos grupos ao longo da etapa.
- Retomar o processo de construção da fórmula da soma dos termos de uma Progressão Aritmética.
- Reforçar a relação entre a análise aristotélica e a decomposição de problemas matemáticos em elementos mais simples.

Orientações para a sequência de aulas - Progressão Geométrica

Etapas 1:

Objetivos da Primeira Etapa

- Identificar a regularidade existente em sequências numéricas ou de figuras, em que, por recursão, cada termo a partir do segundo é obtido pelo produto do anterior por um fator constante.
- Utilizar o método cartesiano (ANEXO C) para distinguir uma progressão aritmética de uma progressão geométrica.

Público-alvo: alunos do Ensino Médio.

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos.

1. Investigação Inicial (20 minutos)

- Organizar os alunos em grupos e entregar uma tabela contendo diferentes sequências numéricas, sem informar previamente sua classificação.
- Incluir exemplos de Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas, tais como:
2, 4, 8, 16, 32
3, 6, 12, 24, 48
5, 8, 11, 14, 17
10, 15, 20, 25, 30
- Solicitar que os grupos identifiquem padrões e proponham critérios para organizar as sequências em categorias.
- Registrar as hipóteses apresentadas pelos alunos.

2. Interdisciplinaridade com a Filosofia (15 minutos)

- Apresentar o primeiro princípio do método cartesiano, que consiste em distinguir claramente os elementos de um problema antes de formular conclusões.
- Relacionar esse procedimento ao trabalho realizado pelos grupos ao comparar diferentes sequências.
- Discutir quais características permitem diferenciar uma Progressão Aritmética de uma Progressão Geométrica.

3. Construção dos Conceitos (15 minutos)

- Retomar as sequências analisadas pelos grupos.
- Solicitar que observem o que acontece entre um termo e o seguinte em cada caso.
- Conduzir os alunos à percepção de que algumas sequências crescem por adição constante, enquanto outras crescem por multiplicação constante.
- Formalizar os conceitos de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.
- Apresentar o conceito de razão geométrica.

4. Aplicação em exemplos propostos (20 minutos)

- Resolver, juntamente com os alunos, exemplos envolvendo a identificação da razão geométrica e a determinação de termos de uma Progressão Geométrica.
- Comparar os procedimentos utilizados em Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas.

5. Exercícios (15 minutos)

- Propor exercícios análogos aos realizados nos exemplos para que os alunos resolvam.
- Auxiliar os alunos com dificuldade e verificar os passos da realização das atividades.

6. Investigação de Situações Reais (15 minutos)

- Apresentar situações cotidianas que envolvam crescimento por multiplicação, como reprodução de bactérias, compartilhamentos em redes sociais ou rendimento percentual de investimentos.
- Solicitar que os grupos identifiquem qual seria a razão geométrica em cada situação.
- Discutir por que esses fenômenos não podem ser representados adequadamente por uma Progressão Aritmética.

7. Produção de Exemplos pelos Alunos (10 minutos)

- Solicitar que cada grupo elabore uma situação ou sequência que represente uma Progressão Geométrica.
- Orientar que indiquem os primeiros termos, a razão e a regra de formação da sequência.

8. Plenária e Socialização (10 minutos)

- Promover a apresentação dos exemplos construídos pelos grupos.
- Discutir coletivamente se as sequências apresentadas satisfazem as características de uma Progressão Geométrica.
- Retomar os critérios utilizados para distinguir Progressões Aritméticas de Progressões Geométricas.

Etapa 2

Objetivos da Segunda Etapa:

- Identificar a regularidade que permite a dedução do Termo Geral de Uma Progressão Geométrica.
- Corresponder os termos de uma Progressão Geométrica à expressão de uma função exponencial.
- Desenvolver, conforme a concepção kantiana (ANEXO D), a relação entre os alunos e problemas do cotidiano que envolvam razões geométricas, evidenciando a capacidades dos discentes para resolverem os problemas propostos.
- Resolver problemas envolvendo Progressões Geométricas utilizando a fórmula $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ para o cálculo do seus termos.

Público-alvo: alunos do Ensino Médio.

Tempo previsto: 3 aulas de 50 minutos.

1. Situação-Problema e Investigação Inicial (20 minutos)

- Organizar os alunos em grupos e apresentar situações envolvendo crescimento geométrico.
- Exemplos:
 - Uma bactéria divide-se em duas a cada hora.
 - Uma mensagem é compartilhada por duas pessoas e cada uma a compartilha com mais duas.

– Um investimento dobra de valor em determinados intervalos de tempo.

- Solicitar que os grupos determinem os primeiros termos das sequências geradas.
- Pedir que encontrem termos mais distantes, como o 10º ou o 20º termo, registrando as estratégias utilizadas.
- Promover uma discussão sobre as dificuldades encontradas ao calcular termos muito distantes.

2. Interdisciplinaridade com a Filosofia (15 minutos)

- Apresentar, de forma introdutória, aspectos da teoria do conhecimento de Immanuel Kant, destacando que o conhecimento não é produzido apenas pelos objetos observados nem apenas pelas ideias do sujeito, mas pela interação entre aquilo que é percebido e as estruturas racionais que organizam essa percepção.
- Explicar que, segundo Kant, o sujeito desempenha um papel ativo na construção do conhecimento, pois utiliza conceitos, relações e formas de pensamento para compreender os fenômenos que observa.
- Relacionar essa perspectiva às estratégias utilizadas pelos grupos na resolução dos problemas propostos, mostrando que os alunos não receberam imediatamente uma fórmula pronta, mas precisaram observar padrões, formular hipóteses e buscar regularidades para encontrar soluções.
- Destacar que esse processo se aproxima da concepção kantiana de atividade racional, uma vez que os estudantes mobilizam conhecimentos prévios e capacidades de raciocínio para interpretar uma situação e produzir novos conhecimentos matemáticos.
- Evidenciar que o conhecimento matemático não consiste apenas na memorização de regras e fórmulas, mas na capacidade de compreender relações, identificar estruturas e construir métodos para resolver situações novas.
- Retomar as tentativas realizadas pelos alunos durante a atividade inicial como exemplos concretos da atuação do sujeito na construção do conhecimento, ressaltando que a descoberta da regularidade presente na Progressão Geométrica resulta de um processo de investigação racional semelhante ao descrito por Kant.

3. Construção do Termo Geral da Progressão Geométrica (20 minutos)

- Retomar uma das sequências analisadas na atividade inicial.
- Solicitar que os alunos observem quantas vezes a razão geométrica aparece multiplicando o primeiro termo até chegar a cada posição.

- Registrar as regularidades encontradas para os primeiros termos.
- Conduzir os estudantes à percepção da relação entre a posição do termo e o expoente da razão.
- Formalizar, juntamente com a turma, a expressão do termo geral da Progressão Geométrica.

4. Aplicação em exemplos propostos (15 minutos)

- Resolver, junto aos alunos, exemplos envolvendo o cálculo de termos específicos de uma Progressão Geométrica.
- Comparar o uso da fórmula com o procedimento de calcular sucessivamente todos os termos da sequência.

5. Exercícios (20 minutos)

- Propor exercícios análogos aos realizados nos exemplos para que os alunos resolvam.
- Auxiliar os alunos com dificuldade e verificar os passos da realização das atividades.

6. Investigação no Plano Cartesiano (25 minutos)

- Solicitar que os grupos construam uma tabela contendo a posição dos termos e os respectivos valores de uma Progressão Geométrica.
- Pedir que representem os pares ordenados obtidos em um sistema cartesiano.
- Incentivar a observação do comportamento dos pontos representados.
- Comparar o gráfico obtido com aquele produzido anteriormente para uma Progressão Aritmética.
- Discutir as diferenças observadas entre os dois tipos de crescimento.

7. Formalização da Relação com a Função Exponencial (15 minutos)

- Retomar os gráficos produzidos pelos grupos.
- Evidenciar que os pontos descrevem o comportamento característico de uma função exponencial.
- Relacionar a expressão do termo geral da Progressão Geométrica à expressão algébrica da função exponencial.
- Destacar que a Progressão Geométrica pode ser interpretada como uma função exponencial definida sobre os números naturais.

8. Exercícios de Consolidação (10 minutos)

- Propor situações-problema que exijam a identificação do termo geral e a interpretação da Progressão Geométrica como função exponencial.

9. Revisão e conclusão (10 minutos)

- Revisar as descobertas realizadas pelos grupos.
- Retomar a construção do termo geral da Progressão Geométrica.
- Reforçar a relação entre Progressão Geométrica, função exponencial e a concepção kantiana do papel ativo do sujeito na construção do conhecimento.

Etapa 3

Objetivos da Terceira Etapa:

- Resolver problemas envolvendo soma dos termos de Progressões Geométricas utilizando a fórmula $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$, $q \neq 1$.
- Aplicar a concepção de Husserl (ANEXO E) de que a prática reforça o exercício do pensamento lógico.

Público-alvo: alunos do Ensino Médio.

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos.

1. Introdução e contextualização filosófica (15 minutos)

- Apresentar situações do cotidiano que envolvam crescimento geométrico acumulado, como compartilhamento de informações em redes sociais, multiplicação de organismos ou sistemas de pontuação.
- Questionar os alunos sobre como seria possível calcular rapidamente a quantidade total acumulada em situações desse tipo.
- Introduzir aspectos da concepção fenomenológica de Edmund Husserl, destacando que o conhecimento se constrói a partir da reflexão sobre as experiências vividas e da análise consciente dos fenômenos observados.
- Explicar que a atividade proposta permitirá aos alunos vivenciar uma situação prática e, posteriormente, refletir sobre ela para compreender um conceito matemático.

2. Prática com embasamento em teoria filosófica (30 minutos)

- Organizar os alunos em grupos para a realização de um jogo de perguntas e respostas.

- Estabelecer que o grupo receberá 10 pontos pelo primeiro acerto e que, a cada novo acerto, sua pontuação será o dobro da obtida anteriormente.
- Para cada acerto, entregar apenas uma ficha ou marcador, registrando separadamente a quantidade de pontos correspondente àquela rodada.
- Solicitar que os grupos registrem a sequência de pontuações obtidas ao longo da atividade.
- Durante o jogo, incentivar os alunos a observarem atentamente a evolução da pontuação e a identificarem possíveis regularidades.
- Ao término da atividade, pedir que cada grupo tente determinar sua pontuação total e discutir estratégias para realizar esse cálculo de maneira eficiente.
- Conduzir os estudantes à percepção de que a sequência de pontuações constitui uma Progressão Geométrica.
- Formalizar, juntamente com a turma, a utilização da fórmula da soma dos termos de uma Progressão Geométrica para determinar a pontuação total obtida.

3. Plenária e reflexão fenomenológica (15 minutos)

- Promover a discussão entre os grupos sobre as estratégias utilizadas para calcular a pontuação total.
- Solicitar que os alunos relatem quais aspectos da experiência do jogo os ajudaram a perceber a regularidade existente.
- Comparar os diferentes métodos utilizados pelos grupos para resolver o problema.
- Relacionar os relatos dos estudantes à concepção husserliana de que a reflexão sobre uma experiência concreta contribui para a construção do conhecimento.
- Destacar que a compreensão da Progressão Geométrica surgiu da observação, da descrição e da análise de uma situação vivenciada pelos próprios alunos.

4. Exercícios (20 minutos)

- Propor exercícios análogos aos realizados nos exemplos para que os alunos resolvam.
- Auxiliar os alunos com dificuldade e verificar os passos da realização das atividades.
- Incentivar os alunos a identificarem as regularidades presentes em cada situação antes de aplicarem a fórmula.

5. Revisão e conclusão (20 minutos)

- Revisar o conteúdo abordado.
- Retomar a identificação de Progressões Geométricas em situações práticas.
- Relembrar a construção e a aplicação da fórmula da soma dos termos de uma Progressão Geométrica.
- Reforçar a ideia de que a observação e a reflexão sobre experiências concretas podem contribuir para a compreensão de conceitos matemáticos, conforme a perspectiva fenomenológica de Husserl.

6. Avaliação

- Participação dos alunos na aula.
- Verificação da compreensão e do comprometimento dos alunos por meio da realização dos exercícios propostos.
- Participação no jogo de perguntas e respostas.
- Capacidade de identificar a regularidade presente na sequência de pontuações e relacioná-la ao conceito de Progressão Geométrica.
- Participação nas discussões realizadas durante a plenária.

7. Material didático para a utilização

- Quadro branco e pincel.
- Marcadores para a pontuação dos alunos.
- Questões elaboradas previamente para o desenvolvimento do jogo.
- Calculadoras.

Etapa 4

Objetivos da Quarta Etapa:

- Estabelecer um quadro comparativo entre as fórmulas – com seus respectivos termos – das progressões aritméticas e geométricas.
- Utilizar a concepção de Leibniz (ANEXO F) segundo a qual o pensamento pode ser organizado por procedimentos inspirados nas operações da aritmética e da álgebra, permitindo compreender conteúdos complexos a partir da análise de elementos mais simples e, posteriormente, perceber o todo pela articulação dessas partes.

- Oferecer ferramentas para diferenciação e identificação de uma sequência.

Público-alvo: alunos do Ensino Médio.

Tempo previsto: 1 aula de 50 minutos.

1. Retomada investigativa dos conhecimentos construídos (10 minutos)

- Solicitar que os alunos relembrem, oralmente, os principais conceitos estudados ao longo da sequência didática.
- Registrar no quadro palavras-chave mencionadas pelos estudantes, como razão, termo geral, soma dos termos, função afim, função exponencial, Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.
- Questionar os alunos sobre quais características permitem diferenciar uma Progressão Aritmética de uma Progressão Geométrica.
- Destacar que a compreensão de um conteúdo complexo pode ser facilitada quando seus elementos são analisados separadamente.

2. Interdisciplinaridade com a Filosofia e atividade de sistematização (20 minutos)

- Apresentar aspectos da concepção de Leibniz acerca da organização racional do conhecimento.
- Explicar que, segundo Leibniz, problemas complexos podem ser compreendidos por meio da decomposição em elementos mais simples e pela posterior articulação desses elementos.
- Relacionar essa concepção ao estudo das progressões, destacando que diversos conceitos foram aprendidos ao longo das etapas anteriores e que agora serão organizados em um sistema coerente.
- Entregar para cada aluno a atividade Quadro Comparativo de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica (Apêndice B).
- Orientar que os estudantes preencham o quadro identificando, separadamente, características como:
 - Termo geral;
 - Símbolos comuns;
 - Soma dos termos;
 - Símbolo da razão;
 - Soma dos termos;
 - Relação com funções;

- Exemplo;
- Ideia central.

- Incentivar os alunos a perceberem que cada item representa uma parte do conhecimento construído ao longo da sequência didática.

3. Plenária e construção coletiva da síntese (10 minutos)

- Realizar o preenchimento coletivo do quadro comparativo no quadro branco ou em recurso digital.
- Promover a discussão das respostas apresentadas pelos alunos.
- Esclarecer dúvidas e corrigir possíveis equívocos conceituais.
- Destacar como a comparação entre os elementos permite identificar com maior clareza as diferenças e semelhanças entre Progressões Aritméticas e Geométricas.

4. Síntese final e conclusão (10 minutos)

- Revisar os conteúdos abordados ao longo de toda a sequência didática.
- Retomar os principais conceitos construídos em cada etapa.
- Evidenciar que o quadro comparativo representa uma síntese do percurso realizado pelos estudantes.
- Relacionar essa síntese à concepção de Leibniz, destacando que a compreensão do todo foi alcançada por meio da organização e articulação das partes estudadas anteriormente.
- Reforçar os critérios que permitem identificar e diferenciar Progressões Aritméticas e Geométricas em diferentes situações.

5. Avaliação

- Participação dos alunos na aula.
- Verificação da compreensão e do comprometimento dos alunos durante as discussões propostas.
- Realização da atividade do Quadro Comparativo das Progressões.
- Capacidade de identificar semelhanças e diferenças entre Progressões Aritméticas e Geométricas.
- Capacidade de relacionar os diversos conceitos estudados ao longo da sequência didática.

6. Material didático para a utilização

- Quadro branco e pincel.
- Folha de atividade do Quadro Comparativo para cada aluno.
- Recurso digital para projeção e preenchimento coletivo do quadro comparativo (opcional).

5 Conclusão

O presente trabalho dissertativo teve como principal objetivo evidenciar a contribuição que a Filosofia pode oferecer para Matemática no que diz respeito ao desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, observando teorias pontuais de pensadores que são consagrados como referenciais para ambas as ciências. Nesse ínterim, foi destacada a interação entre as respectivas disciplinas no Ensino Médio, observando os parâmetros educacionais, bem como o desenvolvimento auferido por meio de avaliações institucionais.

Neste intento, foi possível verificar que os registros da História da Filosofia, em períodos distintos, destacam a importância do método matemático com suas nuances, assim como sua relevância para a obtenção do conhecimento confiável. Este aspecto evidencia que a interdisciplinaridade ultrapassa as coincidências de conteúdos e se potencializa nos encontros metodológicos.

A partir desta constatação, ao analisar as habilidades da BNCC e os descritores do PAEBES escolhidos em decorrência das capacidades lógicas pretendidas, pode-se verificar o desenvolvimento insatisfatório nas avaliações externas. Este fator reclama a revisão metodológica da abordagem dos conteúdos e, por isso, foi sugerida uma sequência de aulas que contemplem teorias filosóficas tratadas nos escritos iniciais desta dissertação.

Os apontamentos deste trabalho servem para a Educação Matemática enquanto uma forma de diversificar as estratégias de abordagem de conteúdos acerca dos quais há maior dificuldade de aprendizado. Em uma dimensão prática, pode ajudar professores de Matemática a tratarem a preparação e docência de aulas de uma maneira alternativa, na qual seja buscada a contribuição de outra ciência.

Por fim, conclui-se que a Filosofia e a Matemática, ao serem pensadas em conjunto, a exemplo dos trabalhos dos pensadores universalistas, constituem uma orientação metodológica de inestimável valor para o desenvolvimento do raciocínio lógico e para a compreensão do conhecimento matemático.

Referências

ABBAGNANO, N. *Dicionário de Filosofia*. São Paulo: Martins Fontes, 2015. Citado na página 27.

ARISTÓTELES. *Órganon: Categorias; Da interpretação; Analíticos anteriores; Analíticos posteriores; Tópicos; Refutações sofísticas*. 2. ed. Bauru: Edipro, 2010. (Série Clássicos Edipro). Citado 4 vezes nas páginas 29, 31, 33 e 34.

BARNES, J. (Ed.). *Aristóteles*. Aparecida, SP: Ideias & Letras, 2009. (Coleção Companions & Companions). Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 33.

BERTI, E. *Novos Estudos Aristotélicos. Epistemologia, Lógica e Dialética: Volume I*. São Paulo: Edições Loyola, 2010. ISBN 9788515020843. Citado 3 vezes nas páginas 28, 29 e 30.

BICUDO, I. Platão e a matemática. *Letras Clássicas*, n. 2, p. 301–315, 1998. Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual de Rio Claro. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/lp/article/view/75949>>. Citado 7 vezes nas páginas 17, 21, 22, 23, 24, 25 e 26.

BOYER, C. B. *História da matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1974. Citado 4 vezes nas páginas 35, 36, 39 e 40.

Brasil. *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional*. 1996. *Diário Oficial da União: seção 1*, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Acesso em: 13 fev. 2026. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm>. Citado na página 60.

Brasil. *Lei nº 11.648, de 31 de março de 2008. Dispõe sobre o reconhecimento formal das centrais sindicais, assegura-lhes prerrogativas, e dá outras providências*. 2008. *Diário Oficial da União: seção 1*, Brasília, DF, 31 mar. 2008. Acesso em: 13 fev. 2026. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2008/Lei/L11648.htm>. Citado na página 60.

Brasil. *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília: Ministério da Educação, 2017. Documento homologado pela Portaria n. 1.570, de 21 de dezembro de 2017. Citado 8 vezes nas páginas 47, 48, 49, 50, 51, 56, 57 e 63.

Brasil. *Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Altera as Leis nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494, de 20 de junho de 2007, que regulamenta o Fundeb, e dá outras providências*. 2017. *Diário Oficial da União: seção 1*, Brasília, DF, 17 fev. 2017. Acesso em: 13 fev. 2026. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/113415.htm>. Citado na página 60.

COPI, I. M. *Introdução à lógica*. 2. ed. São Paulo: Mestre Jou, 1978. Citado 5 vezes nas páginas 30, 31, 32, 51 e 61.

- CORIOLOANO, E. V. O conhecimento matemático na crítica da razão pura e a interpretação de jaakko hintikka do método transcendental. *Studia Kantiana*, v. 20, n. 2, p. 137–151, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 43.
- COSTA, J. d. *O papel da Matemática no pensamento filosófico de Platão*. 67 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Filosofia) — Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2006. Citado 5 vezes nas páginas 21, 22, 23, 24 e 25.
- DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de matemática*. São Paulo: Ática, 1998. Citado na página 51.
- DELORS, J. *Educação: um tesouro a descobrir: relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI*. 10. ed. São Paulo; Brasília, DF: Cortez; UNESCO, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 63.
- DESCARTES, R. *Discurso do Método; As Paixões da Alma; Meditações; Objeções e Respostas*. São Paulo: Nova Cultural, 1996. (Os Pensadores). ISBN 8535107126. Citado 5 vezes nas páginas 35, 36, 37, 38 e 93.
- ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria da Educação. *Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA)*. 2023. Disponível em: <<https://sedu.es.gov.br/avaliacao-de-monitoramento-da-aprendizagem-ama>>. Citado na página 59.
- Espírito Santo. *Sistema de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES)*. 2024. Dados disponíveis em: SEGES. Disponível em: <<https://link-do-site-aqui.com.br>>. Acesso em: 28 jan. 2026. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 58.
- FRANZON, C. R. P. *O método cartesiano e a matemática*. Monografia (Especialização em Matemática), 2004. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 38.
- FRANZON, C. R. P. *A característica universal de Leibniz: contextos, trajetórias e implicações*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.
- FRANZON, C. R. P.; BRITO, A. d. J. A simbologia da linguagem universal na ótica de leibniz: projetos sobre a característica universal. *REMATEC*, v. 11, n. 22, p. 73–84, 2016. Publicado em 16 dez. 2016. Citado na página 40.
- HEFEZ, A. *Aritmética*. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2022. (Coleção PROFMAT). Citado 4 vezes nas páginas 18, 21, 30 e 32.
- HUSSERL, E. *Investigações Lógicas: Prolegômenos à Lógica Pura. Volume 1*. 1ª. ed. Rio de Janeiro: Forense, 2014. 202 p. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.
- KANT, I. *Crítica da Razão Pura*. edição da coleção os pensadores. São Paulo: Nova Cultural, 1996. Coleção Os Pensadores. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 43.
- LEIBNIZ, G. W. *Novos ensaios sobre o entendimento humano*. São Paulo: Editora Nova Cultural, 2000. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 41.
- MAUTNER, T. (Ed.). *Dicionário de Filosofia*. Lisboa: Edições 70, 2010. ISBN 9789724415857. Citado na página 25.

- MONDIN, B. *Curso de filosofia*. São Paulo: Paulus, 1981. (Coleção Filosofia; 2). Citado 2 vezes nas páginas 29 e 37.
- MONDIN, B. *Introdução à filosofia: problemas, sistemas, autores*. 21. ed. São Paulo: Paulus, 2017. (Coleção Filosofia). Citado 2 vezes nas páginas 31 e 39.
- MORGADO, A. C. d. O.; CARVALHO, P. C. P. *Matemática Discreta*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. (Coleção PROFMAT). Material utilizado no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). ISBN 978-85-8337-010-7. Citado na página 32.
- NETO, A. C. M. *Geometria*. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2022. Citado na página 30.
- NEWTON, I. *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010. Citado na página 63.
- OLIVEIRA, R. d. Reforma e reforma da reforma do ensino médio: da formação para o mercado ao mercado da formação. *Trabalho Necessário*, v. 22, n. 48, p. 1–26, 2024. Citado na página 61.
- PIAGET, J. *Psicologia da Inteligência*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1977. Tradução de *La psychologie de l'intelligence*. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 57.
- PLATÃO. *A República*. São Paulo: Nova Cultural, 1999. (Os Pensadores). ISBN 8513009091. Citado 6 vezes nas páginas 20, 21, 22, 23, 24 e 25.
- REALE, G.; ANTISERI, D. *História da filosofia: Antiguidade e Idade Média*. São Paulo: Paulus, 1990. v. 1. (Coleção Filosofia, v. 1). Citado 7 vezes nas páginas 17, 18, 19, 20, 26, 29 e 35.
- REALE, G.; ANTISERI, D. *História da Filosofia: do Humanismo a Descartes*. São Paulo: Paulus Editora, 2005. v. 3. Coleção História da Filosofia. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.
- REALE, G.; ANTISERI, D. *História da Filosofia, Volume 2*. São Paulo: Paulus, 2007. Volume 2 da coleção de História da Filosofia. Citado 8 vezes nas páginas 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41 e 42.
- ROSA, L. C. M. da. A teoria analítica da ciência e a dialética aristotélica. *Seara Filosófica*, n. 4, p. 91–119, 2011. Disponível em: <<https://www.researchgate.net/publication/280218503>>. Citado na página 28.
- SABOYA, M. C. L. Pitágoras: todas as coisas são números. *Educação, Gestão e Sociedade: revista da Faculdade Eça de Queirós*, v. 5, n. 19, p. 1–14, ago. 2015. Disponível em: <www.faceq.edu.br/regs>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.
- SANTOS, E. M. d. *A dúvida metódica na filosofia cartesiana*. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Filosofia), Amargosa, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- SAVIANI, D. *Educação: do senso comum à consciência filosófica*. 17. ed. Campinas: Autores Associados, 2011. Citado na página 63.

SCHEINERMAN, E. *Matemática discreta: uma introdução*. São Paulo: Cengage Learning, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 33.

Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo (SEDU). *Portaria nº 150-R, de 11 de dezembro de 2020. Dispõe sobre as diretrizes para as organizações curriculares na rede escolar pública estadual para o ano letivo de 2021*. 2020. *Diário Oficial do Estado do Espírito Santo* e documento disponibilizado pela SEDU. Acesso em: 13 fev. 2026. Disponível em: <[https://sedu.es.gov.br/Media/sedu/pdf%20e%20Arquivos/PORTARIA%20N%C2%BA%20150-R%20-%20Organiza%C3%A7%C3%B5es%20Curriculares%202021%20\(1\).pdf](https://sedu.es.gov.br/Media/sedu/pdf%20e%20Arquivos/PORTARIA%20N%C2%BA%20150-R%20-%20Organiza%C3%A7%C3%B5es%20Curriculares%202021%20(1).pdf)>. Citado na página 61.

Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo (SEDU). *EM_D_FIL_26_23_01_26: Documento Curricular – Ensino Médio – Filosofia*. 2026. Documento curricular disponibilizado pela Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo (SEDU). Acesso em: 13 fev. 2026. Disponível em: <https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/wp-content/uploads/2026/01/EM_D_FIL_26_23_01_26.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 62.

Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (Ed.). *PAEBES – 25 anos: Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo*. Vitória: SEDU, 2025. E-book comemorativo organizado pela Gerência de Avaliação (GEA). ISBN 978-85-8054-757-3. Citado 4 vezes nas páginas 52, 53, 54 e 55.

SILVA, G. L. d. Desafios e perspectivas do ensino de filosofia frente à reforma do novo ensino médio proposta pela lei 13.415/2017. In: *Anais do Evento Acadêmico*. [S.l.: s.n.], 2024. ISSN 2358-8829. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 61.

STEWART, J. *Cálculo*. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016. v. 1. Citado na página 30.

APÊNDICE A – O MITO DA CAVERNA

No Livro VII da obra “A República”, Platão registra o célebre Mito da Caverna. Trata-se de um diálogo entre Sócrates e Glauco, que tem por objetivo abordar sobre os tipos de conhecimento dos seres humanos. Nas palavras de Sócrates, o respectivo mito resume-se assim: Imagina os homens encerrados em morada subterrânea e cavernosa que dá entrada livre à luz em toda extensão. Aí, desde a infância, têm os homens o pescoço e as pernas presos de modo que permanecem imóveis e só veem os objetos que lhes estão diante. Presos pelas cadeias, não podem voltar o rosto. Atrás deles, a certa distância e altura, um fogo cuja luz os alumia; entre o fogo e os cativos imagina um caminho escarpado, ao longo do qual um pequeno muro parecido com os tabiques que os pelotiqueiros põem entre si e os espectadores para ocultar-lhes as molas dos bonecos maravilhosos que lhes exibem. (PLATÃO, 1997, p.225). E o mesmo interlocutor conclui a história com o seguinte fragmento: Imaginemos um destes cativos desatado, obrigado a levantar-se de repente, a volver a cabeça, a andar, a olhar firmemente para a luz. Não poderia fazer tudo isso sem grande pena; a luz, sobre ser-lhe dolorosa, o deslumbraria, impedindo-lhe de discernir os objetos cuja sombra antes via. Que te parece agora que ele responderia a quem lhe dissesse que até então só havia visto fantasmas, porém que agora, mais perto da realidade e voltado para objetos mais reais, via com mais perfeição? Supõe agora que, apontando-lhe alguém as figuras que lhe desfilavam ante os olhos, o obrigasse a dizer o que eram. Não te parece que, na sua grande confusão, se persuadiria de que o que antes via era mais real e verdadeiro que os objetos ora contemplados? (PLATÃO, 1997. p.226). Considerando o dualismo presente na filosofia platônica, que põe em extremos o conhecimento sensível e o conhecimento inteligível (REALE), verifica-se que os diversos elementos expostos na alegoria da caverna trazem consigo significados que podem ser interpretados em sentido epistemológico. Começando pela própria caverna que representa o mundo sensível, junto às correntes, que simbolizam a prisão da ignorância e limitação do pensamento. Os prisioneiros são signos dos homens que satisfazem com o conhecimento inferior, que se fundamenta na opinião (doxa). As sombras na parede são a representação das aparências ou imagens empobrecidas dos objetos da realidade, que por sua vez, são cópias imperfeitas das ideias. Tais projeções resultam de um uma fogueira, que é uma luz ínfima comparada ao Sol, que traz a grande e verdadeira iluminação (PLATÃO). Sair da caverna significa deixar de ser prisioneiro; em sentido metafórico, trata-se de um processo educacional que encaminha o sujeito para a luz do conhecimento (GUIMARÃES). Voltar para a caverna para levar a verdade para os demais prisioneiros constitui-se um compromisso pedagógico, visando possibilitar aos outros a passagem da opinião e da crença para o raciocínio e o conhecimento das ideias. No âmbito da obra, Platão visa a educação como um meio de

cuidar do intelecto, a fim de que os sujeitos aprimorem sua capacidade cognitiva.

APÊNDICE B – Quadro Comparativo entre Progressão Aritmética e Progressão Geométrica

QUADRO COMPARATIVO ENTRE PROGRESSÃO ARITMÉTICA E PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

ELEMENTOS COMPARATIVOS	PROGRESSÃO ARITMÉTICA	PROGRESSÃO GEOMÉTRICA
Termo geral		
Símbolos comuns		
Soma dos termos		
Símbolo da razão		
Operação com a razão		
Relação com funções		
Exemplo		
Ideia central		

Instrução: Complete o quadro comparativo utilizando os conhecimentos construídos ao longo das aulas sobre Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas.

ANEXO A – Concepção Pitagórica dos Números

Os elementos de que os números derivam Todas as coisas derivam dos números. Entretanto, os números não são o *primum absolutum*, mas eles mesmos derivam de outros “elementos”. Com efeito, os números são uma quantidade (indeterminada) que pouco a pouco se determina ou se delimita: 2, 3, 4, 5, 6... ao infinito. Assim, dois elementos constituem o número: um indeterminado ou ilimitado e outro determinante ou limitante. Desse modo, o número nasce “do acordo entre dois elementos limitantes e ilimitados” e, por seu turno, gera todas as outras coisas.

Mas, precisamente porque são gerados por um elemento indeterminado e um elemento determinante, os números manifestam certa prevalência de um ou outro desses dois elementos: nos números pares predomina o indeterminado (e, assim, os números pares são menos perfeitos para os pitagóricos), ao passo que nos números ímpares prevalece o elemento limitante (e, por isso, eles são mais perfeitos). Com efeito, se representarmos um número com pontos dispostos geometricamente — basta pensar no uso arcaico de pequenos seixos para indicar o número e realizar operações, de onde derivou a expressão “fazer cálculos”, bem como o termo “calcular”, do latim *calculus*, que quer dizer “pequeno seixo” — podemos notar que o número par deixa um campo vazio para a flecha que passa pelo meio, não encontrando limite, o que mostra o seu defeito (de ser ilimitado), ao passo que os números ímpares, ao contrário, apresentam sempre mais uma unidade, que os delimita e determina.

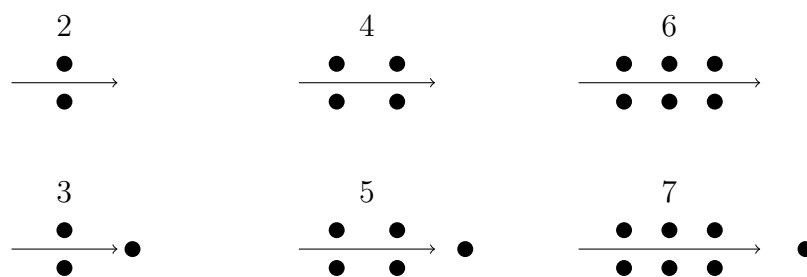


Figura 3 – Representação geométrica dos números pares e ímpares segundo os pitagóricos

Além disso, os pitagóricos consideravam o número ímpar como “masculino” e o par como “feminino”.

Por fim, também consideravam os números pares como “retangulares” e os números ímpares como “quadrados”. Com efeito, dispendo-se em torno do número 1 as unidades que constituem os números ímpares, obtêm-se quadrados, ao passo que, dispendo-se de

modo análogo, as unidades que constituem os números pares, obtêm-se retângulos [...].

O “um” dos pitagóricos não é par nem ímpar: é um “parímpar”. Tanto é verdade que dele procedem todos os números, tanto pares como ímpares: agregado a um par, gera um ímpar; agregado a um ímpar, gera um par. O zero, porém, era desconhecido dos pitagóricos e da matemática antiga.

O número perfeito foi identificado como o 10, representado visualmente como um triângulo perfeito formado pelos primeiros quatro números e tendo o número 4 em cada lado (a *tetraktys*):

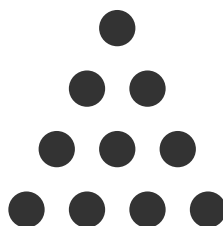


Figura 4 – Representação geométrica de um número triangular (10 pontos)

A representação mostra que o 10 é igual a $1+2+3+4$. Mas, não é só isso: nas décadas estão contidos igualmente os pares (2, 4, 6 e 8) e os ímpares (3, 5, 7 e 9), sem que predomine uma parte.

Texto retirado de: REALE, Giovanni; ANTISERI, Dario. *História da Filosofia Antiga*. São Paulo: Paulus, 2003.

ANEXO B – A Demonstração Científica em Aristóteles

Por exemplo, não se pode conhecer de modo geométrico sem que seja o caso que a diagonal é incomensurável (71b 25), ou que o triângulo tenha três lados (71a 11). É necessário que tais proposições sejam verdadeiras.

Ademais, esses princípios são primeiros e imediatos, pois as demonstrações não devem constituir uma cadeia infinita. A demonstração deve partir necessariamente de princípios que sejam o caso, anteriores à conclusão e, por isso, mais cognoscíveis que ela.

Tomemos um exemplo emblemático utilizado por Aristóteles nos Analíticos para elucidar esse ponto: como demonstrar que o triângulo isósceles possui a soma de seus ângulos internos igual a dois ângulos retos? Se a demonstração deve partir de itens verdadeiros e de princípios universais mais cognoscíveis que a conclusão, qual seria o princípio do silogismo?

O universal “ter dois ângulos retos”, atribuído necessariamente ao sujeito “triângulo”, fornece a premissa maior: todo triângulo tem dois ângulos retos. A própria definição de triângulo pode ser entendida como um universal, pois a compreensão de que a figura geométrica de três lados é um triângulo é anterior e mais cognoscível que a compreensão de que o isósceles tem três lados. O triângulo não tem três lados porque é isósceles; ao contrário, o isósceles, por ter três lados, é compreendido como sendo um triângulo.

Assim, partindo da premissa maior — todo triângulo tem dois ângulos retos — e da premissa menor — o isósceles é um triângulo —, concluímos que o isósceles tem a soma de seus ângulos internos igual a dois ângulos retos.

Resumindo, a demonstração de que o triângulo isósceles possui a soma de seus ângulos internos equivalente a dois ângulos retos deve partir da compreensão universal de que “ter dois ângulos retos” é atributo necessário do triângulo, conceito mais geral que contém a essência das espécies particulares de triângulo. Dessa maneira, ao compreender que todo triângulo tem dois ângulos retos e que o isósceles é um triângulo, concluímos necessariamente que o isósceles tem dois ângulos retos. Trata-se, nesse caso, de conhecimento científico propriamente dito, isto é, de uma demonstração causal — do porquê o isósceles tem dois ângulos retos — não podendo ser de outro modo.

Texto retirado de: BARBOSA, Alexandre Guedes. Conhecimento “sem mais” e a questão do princípio da ciência nos Segundos Analíticos de Aristóteles. *Revista Dialectus - Revista de Filosofia*, n. 23, p. 54–65, 2021.

ANEXO C – O Método Cartesiano e sua Relação com a Matemática

Opondo-se ao empirismo, Descartes rejeitava qualquer forma de saber cuja origem fossem os sentidos, pois via nessas a fonte do erro e do engano. Em decorrência disso, a filosofia cartesiana enunciou a dúvida como um momento fundamental para a obtenção do conhecimento verdadeiro. É preciso destacar, contudo, que não se trata de duvidar como expressão de ceticismo absoluto, mas como um elemento metodológico para submeter toda e qualquer sentença de conhecimento ao crivo da razão, a fim de que nela não resida nenhuma forma de incerteza.

Além disso, com pensamento análogo ao de Platão, Descartes observava um desperdício do verdadeiro potencial da Matemática na maneira como tradicionalmente se desenvolviam a Aritmética e a Geometria, visto que, nas considerações cartesianas, elas não possuíam uma orientação metodológica que preservasse clareza satisfatória (REALE, 2007). A partir disso, buscou integrar essas duas áreas de pesquisa matemática, constituindo assim um modo próprio de fazer Matemática: a Geometria Analítica.

Nesse intento, René Descartes estabeleceu quatro regras para que, por meio delas, possa-se verificar a segurança do conhecimento e a validade do raciocínio. Segundo ele, deve-se seguir sequencialmente os seguintes princípios:

O primeiro era o de jamais acolher alguma coisa como verdadeira que eu não conhecesse evidentemente como tal; isto é, de evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção, e de nada incluir em meus juízos que não se apresentasse tão clara e tão distintamente a meu espírito, que eu não tivesse nenhuma ocasião de pô-lo em dúvida.

O segundo, o de dividir cada uma das dificuldades que eu examinasse em tantas parcelas quantas possíveis e quantas necessárias fossem para melhor resolvê-las.

O terceiro, o de conduzir por ordem meus pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para subir, pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos, e supondo mesmo uma ordem entre os que não se precedem naturalmente uns aos outros.

E o último, o de fazer em toda parte enumerações tão completas e revisões tão gerais, que eu tivesse a certeza de nada omitir (DESCARTES, 1996, p.78).

O método cartesiano impõe, como crivos primordiais, a clareza e a distinção. Por claro, entende-se aquele conhecimento que se apresenta sem nenhum resquício de dúvida quanto ao que enuncia e, portanto, apto para apreensão; enquanto por distinto significa

que, ao estar disjunto de outras partes cognoscíveis, evidencia-se a impossibilidade de confusão, sendo percebido claramente (MONDIN, 1981).

Para que a clareza e a distinção sejam garantidas, o segundo princípio propõe a divisão do raciocínio em tantas quantas forem as partes necessárias, a fim de que não paire a sombra da dúvida em nenhuma parte do saber avaliado.

Por conseguinte, o método requer o aumento progressivo e gradual da complexidade dos raciocínios que compõem a argumentação em questão. Considera-se que os enunciados mais difíceis sejam decompostos em sentenças mais simples.

Cumpridos os passos já descritos, cabe rever criteriosamente cada um deles para que não haja a possibilidade, por descuido ou desatenção, do mínimo erro que venha a comprometer crucialmente a verdade do conteúdo analisado.

Contemplados esses passos, nota-se semelhança do encadeamento deles com o método matemático de demonstração de proposições e teoremas. Na ciência dos números, aceita-se somente aquilo que é comprovado com tal rigor, de maneira que seja preservada a clareza e erradicada a confusão. E, se para isso for necessário dividir o trabalho em etapas, faz-se em quantas forem satisfatoriamente necessárias para que não haja complicação intelectual.

Texto retirado de: GOUVEA, Ciro Pylro; DIAS, Jhonatan Roger Rodrigues. Contribuições metodológicas e apropriações filosóficas na matemática. Cuadernos de Educación y Desarrollo, v. 17, n. 9, p. 1–15, 2025. DOI: 10.55905/cuadv17n9-029.

ANEXO D – A Estética Transcendental em Kant

Kant parte da verificação de que a matemática e a geometria são constituídas por conhecimentos universais de caráter intuitivo; para certificar-se de que isso é possível é necessário explicar a origem de tal universalidade e de tal intuitividade. Elas nascem do fato de que a mente do homem é dotada de duas formas *a priori* que têm precisamente as características da universalidade e da intuitividade: são as formas de espaço e de tempo, que são sobrepostos a todos os conhecimentos da matemática e da geometria.

Vejamos como Kant explica este processo de superposição e como justifica a aprioridade das duas formas.

A sensação é uma intuição, isto é, consiste na percepção imediata do objeto como ele aparece, e dá-se do modo seguinte: fora existe a coisa, o objeto, que estimula os sentidos. Os sentidos externos recebem os estímulos sob a forma de espaço, de modo que toda sensação externa aparece extensa.

Os sentidos internos recebem os estímulos sob a forma de tempo, pelo que toda sensação ocupa um lugar no tempo: a síntese dos dados sensoriais (matéria) sob a forma de espaço e de tempo dá como resultado o *fenômeno*.

Kant sustenta que a intuição sensitiva é a única forma de intuição da qual o homem é dotado. Deus tem uma intuição intelectual, mas o homem não: a mente humana não está em contato com o objeto mediante o intelecto, mas mediante os sentidos.

Pode-se notar uma consequência importantíssima da concepção kantiana do conhecimento: ele é colocado entre dois termos, em si desconhecidos e incognoscíveis: o sujeito em si e o objeto em si. Não podemos conhecer nem o objeto nem o sujeito como eles são em si mesmos; nós os conhecemos unicamente revestidos das condições transcendentais do conhecimento. A realidade conhecida em si mesma é a única função do pensamento, independentemente do sujeito que o produz e do objeto ao qual ela se refere.

Percebemos o *fenômeno*, isto é, a coisa em relação a nós, entrada em nós e não mais em si; a coisa em si não é cognoscível, mas só pensável, isto é, *númeno*.

Texto retirado de: MONDIN, B. Curso de filosofia. São Paulo: Paulus, 1981. (Coleção Filosofia; 2).

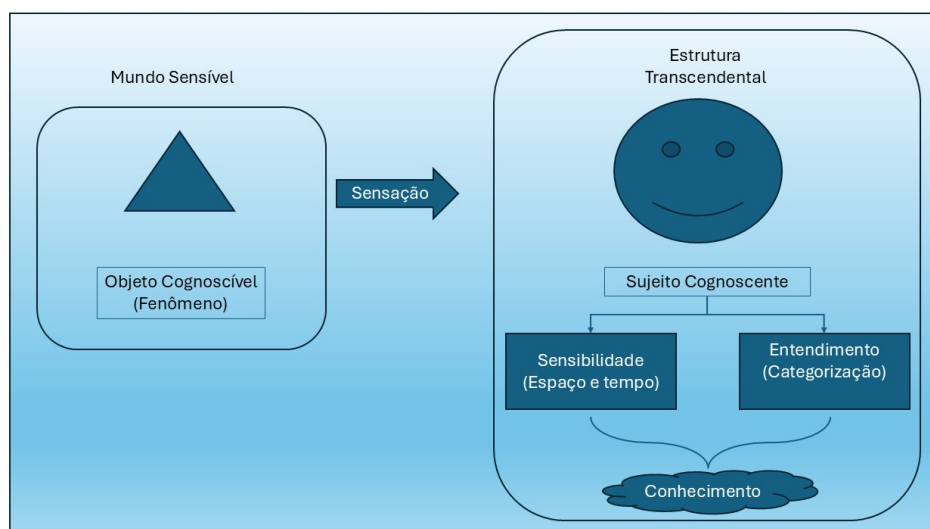


Figura 5 – Estrutura do Processo de Conhecimento para Kant.

ANEXO E – Significação e Preenchimento Intuitivo em Husserl

Husserl tem o cuidado de distinguir o processo de expressão segundo diferentes elementos constitutivos do ato cognoscitivo: a) o ato psíquico que intenciona significar um objeto; b) o ato que preenche a referência objetiva e o significado; c) o objeto a ser significado; e d) o conteúdo da intenção, que pode apresentar-se como conteúdo vazio e simbólico, ou como conteúdo intuitivamente preenchido por um objeto real ou ideal.

A esfera do significado encontra sua plenitude nos atos intuitivos, de modo que o objeto não pode receber significado apenas por meio de uma intenção vazia e incompleta. A objetividade do sentido das expressões linguísticas possui, além de um caráter semântico, uma dimensão epistemológica relevante. O objeto é significado conforme aparece nas vivências intuitivas e é representado na intuição ou na percepção; assim, a intenção inicialmente incompleta alcança sua plenitude quando encontra satisfação na objetividade correspondente.

O significado, tanto em sua dimensão meramente intencional quanto em sua dimensão impletiva, possui como satisfação um conteúdo ideal, que não está submetido às vivências de indivíduos particulares ou a objetos empíricos determinados. Por isso, apresenta caráter intersubjetivo, fundamentado em sua objetividade formal e na possibilidade de ter como instâncias diversos objetos possíveis. O significado do conceito de “vermelho”, por exemplo, pode realizar-se em diferentes instâncias objetais, como um vestido vermelho, uma folha de papel vermelha ou uma lâmpada vermelha. Dessa forma, encontra-se assegurada tanto a significação das expressões referentes a objetos sensíveis quanto o significado das proposições da matemática e da lógica.

Husserl analisa ainda como os sentidos das expressões e as significações puras se relacionam com os objetos a que se referem, distinguindo diferentes tipos de expressões. No campo dos nomes, podem existir nomes equívocos, com vários sentidos; nomes multívocos, com vários sentidos e objetos; conceitos ou nomes plurivalentes, que designam classes e podem realizar-se em múltiplas instâncias; e nomes unívocos, cuja significação é única e determinada. Há também expressões cuja significação depende da circunstância empírica imediata, denominadas expressões essencialmente ocasionais. Nessas expressões, o objeto e o sentido são determinados pela situação concreta de uso, sem que se perca, contudo, o caráter ideal do significado.

As expressões compostas cuja significação e objeto são determinados independentemente de circunstâncias empíricas são chamadas por Husserl de expressões objetivas,

em contraste com aquelas dependentes do contexto imediato, consideradas expressões subjetivas.

Texto retirado de: MADALOSSO, Yuri José Victor. Evidência e significação nas Investigações Lógicas: o papel do conceito de evidência na semântica e na epistemologia de Husserl. *Intuitio*, Porto Alegre, v. 9, n. 1, p. 1–15, 2016.

ANEXO F – O Método em Leibniz

A questão sobre o método foi também para Leibniz uma obsessão. Suas reflexões sobre o tema conduziram-no, aliás, a uma profunda discordância com o modelo cartesiano de método. Em sua filosofia, o tratamento da questão assume duas formas distintas. Por um lado, o autor buscou estabelecer, ao modo cartesiano, mas de maneira crítica a este, um conjunto de máximas cuja observação serviria de orientação na busca da verdade. No entanto, esse pode ser entendido como um “sentido fraco” da noção leibniziana de método.

Como o autor declara em diferentes pontos de sua obra, o “verdadeiro método” consistiria mais propriamente em uma linguagem ou escritura capaz de algoritmizar, ao modo das notações aritméticas e algébricas, o pensamento humano não apenas em filosofia, mas também nas ciências naturais e em todas as áreas do conhecimento.

Em seu diagnóstico, a defasagem do modo de proceder dos filósofos em comparação com aquele dos matemáticos estaria mais diretamente atrelada às imperfeições das linguagens ordinárias, as quais, segundo Descartes, seriam um instrumento altamente adequado ao pensamento filosófico. Para Leibniz, em contrapartida, mesmo seguindo regras bem estabelecidas, as especulações levadas a cabo com essas linguagens estariam sempre sujeitas às imperfeições que lhes são inerentes, tais como a vagueza, a ambiguidade e, especialmente, a possibilidade de esconder contradições.

Ademais, se comparadas às figuras geométricas, a alguns diagramas e às notações aritméticas e algébricas, essas linguagens mostram uma série de outras imperfeições, as quais dificultariam ou até mesmo impossibilitariam o trabalho filosófico.

Desse modo, a abordagem metodológica de Leibniz, nesse “sentido forte”, dirige-se mais diretamente a aspectos semióticos do pensamento em geral e identifica na falta de um sistema de signos eficiente o fator determinante para o insucesso da metafísica. Assim, o estabelecimento de um método se aproxima ou se identifica com o desenvolvimento de um sistema semiótico capaz de levar a cabo as operações filosóficas com o mesmo grau de segurança das operações da aritmética e da álgebra.

Texto retirado de: FORTES, Fabrício. *Da intuição de ideias à manipulação simbólica: Descartes e Leibniz sobre o método da filosofia*. Intuitio, Porto Alegre, v. 14, n. 1, p. 1–12, jan./jun. 2021. DOI: 10.15448/1983-4012.2021.1.39455.