UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

Djinanslley Rebouças da Silva

Contribuições do Geogebra no Estudo de Funções Elementares

Teresina - 2025

Djinanslley Rebouças da Silva

Dissertação de Mestrado:

Contribuições do Geogebra no Estudo de Funções Elementares

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - Profmat, da Universidade Federal do Piauí, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática na modalidade profissional.

Orientador:
Prof. Dr. Isaías Pereira de Jesus.

Teresina - 2025

Universidade Federal do Piauí - UFPI, Centro de Ciências da Natureza - CCN, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Mestrado Profissional em Matemática. Cep 64049-550 - Teresina, PI.

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Biblioteca Comunitária Jornalista Carlos Castello Branco
Divisão de Representação da Informação

S586c Silva, Djinanslley Rebouças da.
Contribuições do geogebra no estudo de funções elementares / Djinanslley Rebouças da Silva. -- 2025.
52 f.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teresina, 2025.
"Orientador: Prof. Dr. Isaías Pereira de Jesus"

1. Ensino de matemática. 2. Matemática. 3. Educação matemática. 4. Tecnologias educacionais. I. Jesus, Isaísas Pereira de. II. Título.

CDD 510.712

Bibliotecária: Milane Batista da Silva – CRB3/1005

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

SBM

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de mestre em matemática intitulada: ***Contribuições do Geogebra no Estudo de Funções Elementares,*** defendida pelo mestrando Djinanslley Rebouças da Silva , em 11 de dezembro de 2025 e aprovada pela banca constituída pelos professores:

:

Isaías Pereira de Jesus
Isaías Pereira de Jesus
Presidente da Banca Examinadora

Roger Peres de Moura
Roger Peres de Moura
Examinador Interno

Pedro Antonio Soares Júnior
Pedro Antônio Soares Júnior
Examinador Externo ao Programa

Pedro Paulo Alves Oliveira
Pedro Paulo Alves Oliveira
Examinador Externo à Instituição

Dedico esta dissertação a Deus, à minha família e à minha noiva Gil.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a Deus por estar sempre comigo, à minha família por acreditar em mim, à minha esposa Gil por me apoiar a não desistir, ao meu orientador Isaías Pereira de Jesus por me auxiliar nesse trabalho, aos professores Roger Peres de Moura, Pedro Paulo Alves Oliveira e Pedro Antonio Soares Junior por suas contribuições a este trabalho, aos meus professores do curso de mestrado pelo conhecimento, aos meus professores da educação básica e superior pela base de conhecimentos que me proporcionaram, ao Profmat pelo curso ofertado em rede nacional, à UFPI pela oferta do curso, à FAPEPI pelo apoio financeiro e a meus amigos que de certa forma contribuíram.

Lista de Figuras

Resumo

O ensino de funções elementares é um desafio para o professor de matemática, dentre os quais destacamos: o esboço do gráfico da função, seus pontos especiais, como intersecção do gráfico com os eixos x e y, além de intervalos de crescimento e decrescimento, interpretação dos coeficientes constantes, assim como outros tipos de estudo de funções. Desse modo, o objetivo deste trabalho é apresentar algumas as contribuições do Geogebra para o ensino de funções elementares. A metodologia foi desenvolvida em forma de pesquisa bibliográfica, como buscas por artigos sobre aplicações do uso do Geogebra no ensino básico de Matemática.

Palavras-chave: Funções Elementares; Geogebra; Tecnologias na Educação Matemática.

Abstract

Teaching elementary functions is a challenge for mathematics teachers, among which we highlight: sketching the graph of the function, its special points, such as the intersection of the graph with the x and y axes, as well as intervals of increase and decrease, interpretation of constant coefficients, and other types of function studies. Therefore, the objective of this work is to present some of the contributions of GeoGebra to the teaching of elementary functions. The methodology was developed in the form of bibliographic research, searching for articles on applications of GeoGebra in basic mathematics education.

Keywords: Elementary Functions; Geogebra; Technologies in Mathematics Education.

Sumário

Introdução

As tecnologias estão presentes das diversas formas possíveis em nosso dia a dia, dentre essas formas, temos as digitais, ou seja, as tecnologias digitais. A todo momento estamos usufruindo dessas tecnologias, quando utilizamos os celulares, tablets, computadores, entre outros aparelhos eletrônicos.

Há muitos anos, os computadores eram ferramentas de difícil acesso, enormes, não tinham tanta capacidade de processamento como os atuais, ou seja, na época, trabalhar com uma ferramenta dessa em sala de aula, era quase que inviável. Com o passar do tempo, esses computadores foram evoluindo, diminuindo seu tamanho, possuindo melhor desempenho e facilitando o acesso.

Com o avanço dessa tecnologia (o computador) vemos a importância de inseri-la em sala de aula, pois há diversos programas (softwares) que podem auxiliar no ensino-aprendizagem de determinado conteúdo, seja de matemática ou de outras disciplinas, dos quais destacamos aqui o GeoGebra. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC:

> O professor pode apresentar imagens de diferentes tecnologias (celular, tablets, computador, dentre outros) destacando características de cada uma delas como tamanho, tipos, bem como diferentes usos do no seu cotidiano, celular para ligações, acessar informações, computador para trabalhar com documentos, produzir conteúdo, dentre outros. Criar um portfólio de tecnologias com imagens de tecnologias; (BNCC, 2022, p. 17).

O GeoGebra é um programa gratuito desenvolvido por Markus Hohenwarter, disponível no site oficial https://www.geogebra.org para computadores, tablets e smartphones. Possui versões 2D (duas dimensões) e 3D (três dimensões) o que o torna um programa muito leve e fácil de se manusear.

O uso do GeoGebra no ensino de funções elementares como, função polinomial do 1° grau (função afim), função polinomial do 2° grau (função quadrática), função exponencial, função logarítmica, é uma ferramenta auxiliar que de uma certa forma enriquece a aula do professor de Matemática e ainda oferece uma melhor ilustração do estudo em questão.

Observa-se a dificuldade dos alunos em identificar o gráfico de uma função elementar, como também em encontrar seus pontos especiais, analisar o comportamento da função e compreender a influência dos coeficientes no gráfico.

O objetivo geral deste trabalho é apresentarmos algumas contribuições do GeoGebra no estudo de funções elementares, tendo como objetivos específicos: utilizar o GeoGebra para construção de gráficos de funções elementares; estudar o comportamento da função; compreender os coeficientes nas funções.

Para melhor compreensão, o trabalho está dividido da seguinte forma:

O capítulo 1 refere-se às tecnologias e a educação, que mostrará o quanto as ferramentas tecnológicas podem contribuir para um melhor ensino-aprendizagem do aluno. No capítulo 2, abordaremos a plataforma GeoGebra, mostrando seus recursos e o passo a passo de como utilizá-la para complemento das aulas de matemática. No capítulo 3 definiremos as funções elementares, seguidas de alguns exemplos, assim como a inserção dessas funções no GeoGebra para análise do comportamento do gráfico ao variar os coeficientes de suas leis de formação. No capítulo 4 veremos como a pesquisa se desenvolveu e onde foram realizadas as buscas por trabalhos relacionados ao tema. No capítulo 5 serão expostos os resultados obtidos em alguns trabalhos encontrados sobre estudo de funções no Geogebra com alunos. Finalmente, no capítulo 6, teremos as considerações finais a respeito da ferramenta auxiliar nas práticas pedagógicas.

Capítulo 1

Tecnologias e a Educação

Esse capítulo é dedicado ao estudo do ensino-aprendizagem de matemática nas escolas e sua interação com as tecnologias presentes no cotidiano.

1.1 Tecnologias

Segundo Brandão (1995), é necessário inserir novas metodologias na sala de aula e sair um pouco do tradicional, nas quais o aluno deixa de ser somente um ouvinte e passa a ser mais participativo das aulas, através de recursos metodológicos que despertem seu interesse. Utilizando a tecnologia digital muito comum que são os computadores, essa ferramenta possibilita um diferencial na aula de qualquer que seja a disciplina desde que o usuário saiba manuseá-la.

> [...] sozinho o computador não pode resolver todos os problemas antigos e complexos que norteiam o processo ensino aprendizagem, mas pode ser um elemento importante na reestruturação da educação escolar para a qual é oportuno que sejam canalizados os resultados da pesquisa didática, as experiências de professores e os recursos que oferece. O abandono de formas e instrumentos tradicionais ainda válidos para a ação didática não pode ser uma constante, quando se analisa a introdução de novas tecnologias na educação (Brandão, 1995, p. 91).

Com o avanço da tecnologia, o ser humano poderá utilizá-la a seu favor de diversas maneiras, como nas escolas para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem.

> As tecnologias são pontes que abrem a sala de aula para o mundo, que representam, medeiam o nosso conhecimento do mundo. São diferentes formas de representação da realidade, de forma mais abstrata ou concreta, mais estática ou dinâmica, mais linear ou paralela, mas todas elas, combinadas, integradas, possibilitam uma melhor apreensão da realidade e o desenvolvimento de todas as potencialidades do educando,

> dos diferentes tipos de inteligência, habilidades e atitudes (Moran, 2006, p. 3).

Na "contemporaneidade" a sociedade está sendo dominada por essas tecnologias atuais e com isso as pessoas estão se "perdendo no mundo", mas o problema não vem das tecnologias e sim de quem está manuseando-as, ou seja, é importante saber utilizá-las moderadamente.

> [...] atualmente, com a intensa comunicação entre as pessoas, é comum a transferência das técnicas de uma cultura para outra, mas é no interior de cada cultura que as técnicas adquirem novos significados e valores. No entanto, as tecnologias e seus produtos não são nem bons nem maus em si mesmos, os problemas não estão na televisão, no computador, na Internet, ou em quaisquer outras mídias, e sim nos processos humanos, que podem empregá-los para a emancipação humana ou para a dominação (Almeida, 2003, p. 2).

Na maioria das vezes que pensamos em tecnologia, já imaginamos computadores e celulares, ou seja, equipamentos eletrônicos, porém, sabe-se que a tecnologia não é somente meios digitais, mas também são meios não eletrônicos, por exemplo, o Ábaco é uma tecnologia muito antiga, existente antes mesmo dos meios eletrônicos, muito utilizado para trabalhar as operações básicas da matemática.

> [...] quando falamos em tecnologias costumamos pensar imediatamente em computadores, vídeo, softwares e Internet. Sem dúvida são as mais visíveis e que influenciam profundamente os rumos da educação. Vamos falar delas a seguir. Mas antes gostaria de lembrar que o conceito de tecnologia é muito mais abrangente. Tecnologias são os meios, os apoios, as ferramentas que utilizamos para que os alunos aprendam. [...] O giz que escreve na lousa é tecnologia de comunicação e uma boa organização da escrita facilita e muito a aprendizagem. A forma de olhar, de gesticular, de falar com os outros isso também é tecnologia. O livro, a revista e o jornal são tecnologias fundamentais para a gestão e para a aprendizagem e ainda não sabemos utilizá-las adequadamente. O gravador, o retroprojetor, a televisão, o vídeo também são tecnologias importantes e também muito mal utilizadas, em geral (Moran, 2003, p. 1).

Conforme Libâneo (2001), com o avanço da tecnologia, iremos chegar ao ponto em que papéis e canetas poucos serão utilizados e serão substituídos por tablets que já possuem caneta digital, que facilita apagar escritas erradas sem deixar borrões, escrever sobre imagens ou PDF´s ao invés de ter que imprimir tais arquivos.

> [...] na vida cotidiana, cada vez maior número de pessoas são atingidas pelas novas tecnologias, pelos novos hábitos de consumo e indução

> de novas necessidades. Pouco a pouco, a população vai precisando se habituar a digitar teclas, ler mensagens no monitor, atender instruções eletrônicas (Libâneo, 2001, p. 16).

Segundo Rêgo (2000), com o uso da plataforma GeoGebra em construção dos gráficos de funções, fica mais claro para o aluno visualizar o movimento que o gráfico faz ao variar os coeficientes, algo que não é tão fácil de se ver utilizando apenas quadro e pincel.

> As principais vantagens dos recursos tecnológicos, em particular o uso de computadores, para o desenvolvimento do conceito de funções seriam, além do impacto positivo na motivação dos alunos, sua eficiência como ferramenta de manipulação simbólica, no traçado de gráficos e como instrumento facilitador nas tarefas de resolução de problemas. A utilização de computadores no ensino provocaria, a médio e longo prazo, mudanças curriculares e de atitude profundas uma vez que, com o uso da tecnologia, os professores tenderiam a se concentrar mais nas ideias e conceitos e menos nos algoritmos (Rêgo, 2000, p. 76).

1.2 Educação

O estudo de funções elementares com o auxílio do GeoGebra é importante para um melhor ensino-aprendizagem, pois essa ferramenta proporcionará uma melhor interpretação dos coeficientes das funções em relação ao seu gráfico, pois essa tecnologia contribui nas atividades de matemática como a construção de um gráfico de uma função e seu estudo. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN:

> [...] a Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado; aprender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Recursos didáticos como jogos, livros, vídeos, calculadora, computadores e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base da atividade matemática (Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, 1997, p. 10).

É de suma importância que durante a formação da carreira docente, implemente-se o estudo de novas tecnologias no currículo para que sejam trabalhadas quando esses discentes forem ingressar na carreira.

> A educação em suas relações com a Tecnologia pressupõe uma rediscussão de seus fundamentos em termos de desenvolvimento curricular e formação de professores, assim como a exploração de novas formas de incrementar o processo ensino-aprendizagem (Carvalho; Kruger; Bastos, 2000, p. 15).

Ao passarem fórmulas para os alunos, eles simplesmente agradecem por já ter algo pronto para utilizar sem ao menos terem o interesse de pesquisar ou até mesmo cobrar de onde surge tais fórmulas que servem para resolver determinados problemas na matemática. Interessante seria, se possível, o professor fazer a dedução das fórmulas que utiliza e explicar sua utilidade com resolução de problemas práticos do dia-dia.

> Os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios. (D'ambrósio, 1989, p. 15).

A educação sem tecnologia é não querer um avanço a si mesmo, é estar predestinada a conviver com as mesmas técnicas de ensino, sem se atualizar, sem buscar o interesse dos alunos. De acordo com Leopoldo (2002), "as novas tecnologias surgem com a necessidade de especializações dos saberes, um novo modelo surge na educação, com ela pode-se desenvolver um conjunto de atividades com interesses didático-pedagógicos".

A maneira em que se tenta repassar um conteúdo para os alunos muitas vezes não é a maneira correta, se a maioria não absorve o que está sendo repassado. Assim é necessário procurar por novas metodologias de ensino que despertem o interesse do aluno e facilite seu aprendizado.

No capítulo seguinte abordaremos uma breve história do GeoGebra e o passo a passo de como utilizá-lo.

Capítulo 2

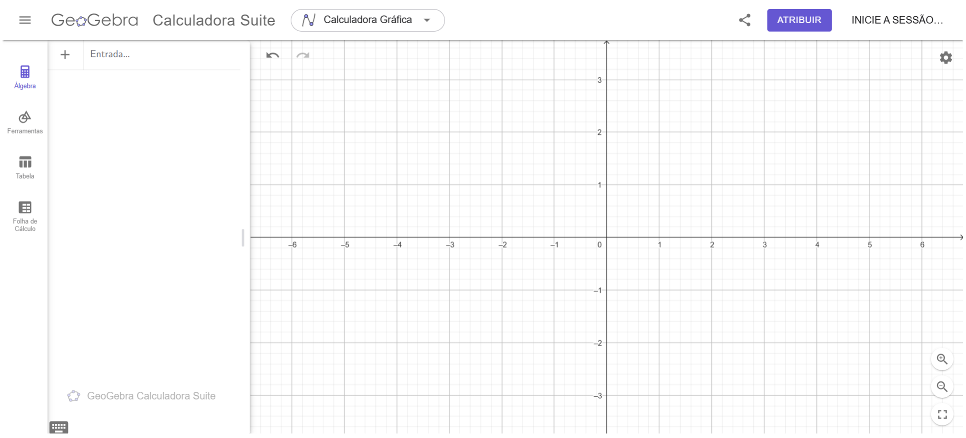
Geogebra

Neste capítulo mostraremos a plataforma GeoGebra, suas principais utilidades, como preparar atividades interativas para aula e analisar de que formas essa ferramenta pode auxiliar o professor no processo de avaliação de ensino aprendizagem.

2.1 História

O GeoGebra é um programa de matemática criado em 2001 por Markus Hohenwarter muito utilizado para trabalhar figuras geométricas planas e espaciais como também gráfico de funções e ainda outras funcionalidades. Na Figura 1 temos uma imagem da tela inicial do GeoGebra.

Figura 1: Tela inicial do GeoGebra 2D.



Fonte: autoria própria.

A versão 2D é muito utilizada para trabalhar a parte de geometria, ou seja, ilustrar ponto, reta e plano, construção de ângulos, construção de figuras planas (triângulos, quadriláteros e outros), semelhança de figuras planas, assim como a parte do estudo do gráfico das funções, fazendo manipulação nos coeficientes constantes e observando o que ocorre no gráfico. Na versão 3D é possível construir figuras espaciais, como também obter a planificação de algumas figuras, por exemplo, a planificação do cubo e ainda a construção de gráficos de funções com mais de uma variável, fazendo manipulação nos coeficientes constantes.

2.2 Usando o Geogebra

Como inserir uma função no GeoGebra?

Para inserir uma função no programa, basta seguir o passo a passo:

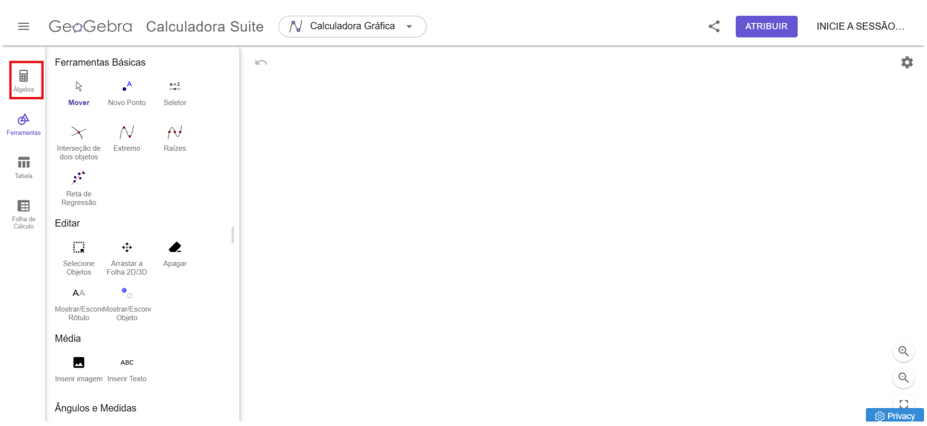
Passo 1: Em seu navegador, acesse o link https://www.geogebra.org/. Depois clique na opção Iniciar calculadora abaixo, no canto esquerdo, para ser direcionado a página da calculadora gráfica, conforme a figura 2.1.

Figura 2.1: Iniciando a calculadora gráfica (GeoGebra).

Fonte: autoria própria.

Passo 2: No canto superior esquerdo, clicar no item Álgebra, para abrir a opção de inserir a lei de formação das funções, vejamos a figura 2.2.

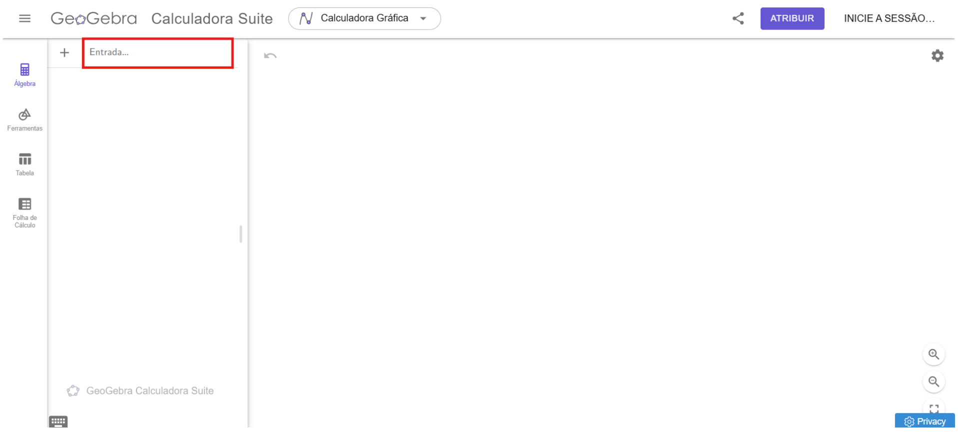
Figura 2.2: Botão de acesso à ferramenta álgebra.



Fonte: autoria própria.

Passo 3: Clicar em Entrada, no canto superior esquerdo da tela, para inserir a lei de formação da função, como mostra a figura 2.3.

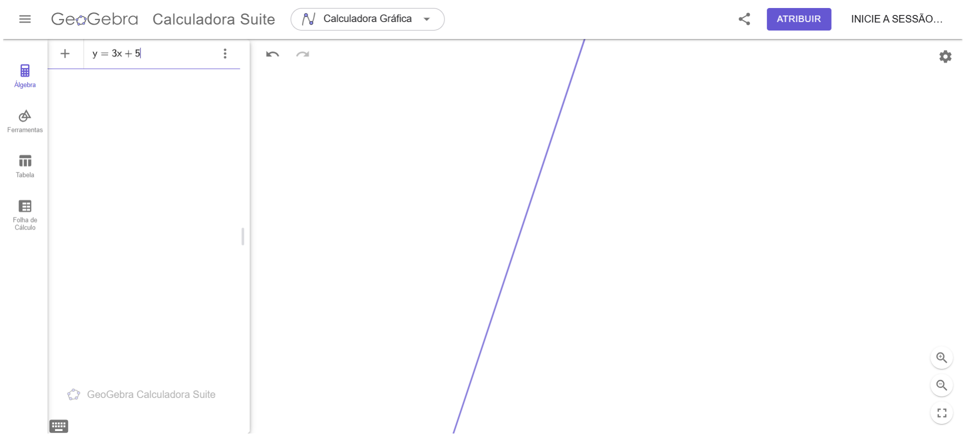
Figura 2.3: Caixa de inserção das funções.



Fonte: autoria própria.

Passo 4: Inserir a função desejada, por exemplo, a função $f(x) = 3x+5$, à medida que for digitando os caracteres, o gráfico irá aparecendo automaticamente, depois é só teclar *enter*. Podemos ver na figura 2.4 o gráfico da função f.

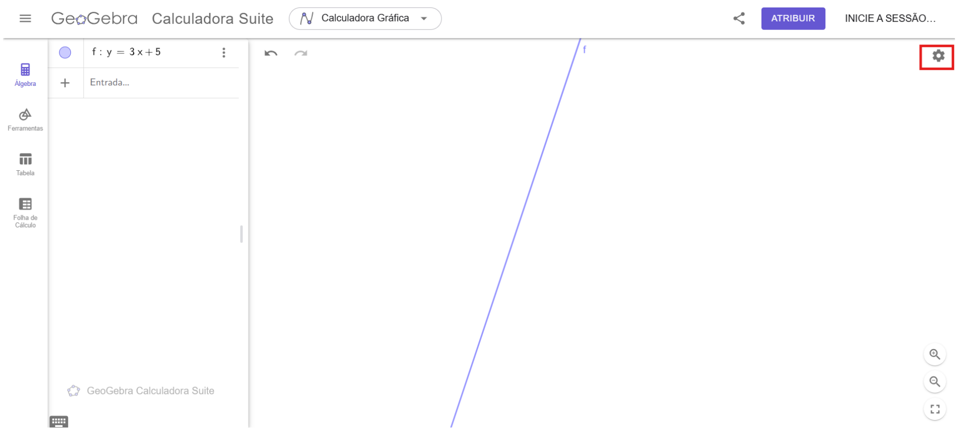
Figura 2.4: Gráfico da função $f(x) = 3x + 5$.



Fonte: autoria própria.

Passo 5: Para mostrar os eixos coordenados e a malha quadriculada, basta clicar na engrenagem localizada no canto superior direito, como ilustra a figura 2.5.

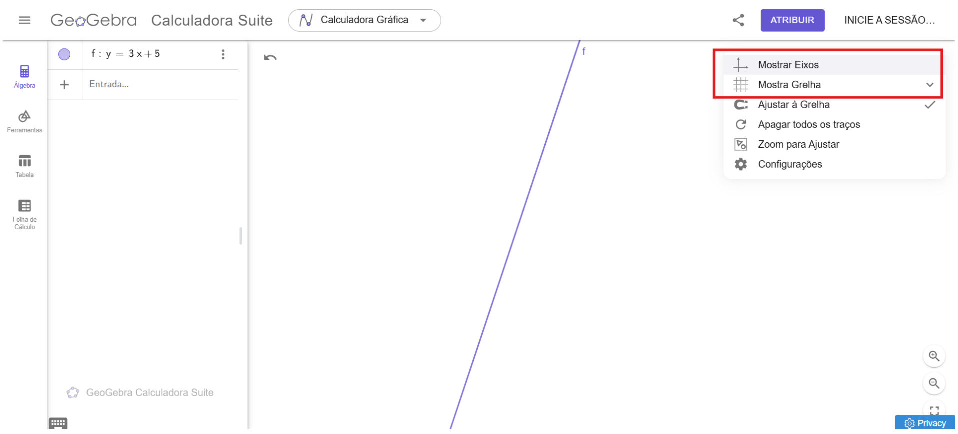
Figura 2.5: Ferramenta de opções de visualização.



Fonte: autoria própria.

Passo 6: Depois, clicar em Mostrar Eixos e Mostra Grelha, em seguida escolhendo o tipo de grelha que deseja, de acordo com a figura 2.6.

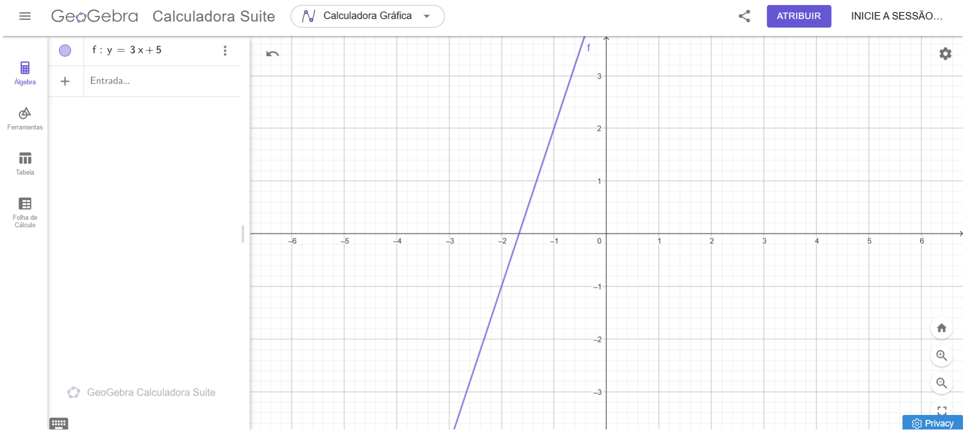
Figura 2.6: Opção de mostrar os eixos e grelha.



Fonte: autoria própria.

Passo 7: Na figura 2.7, a grelha utilizada abaixo foi Linhas Principal e Secundária da Grelha.

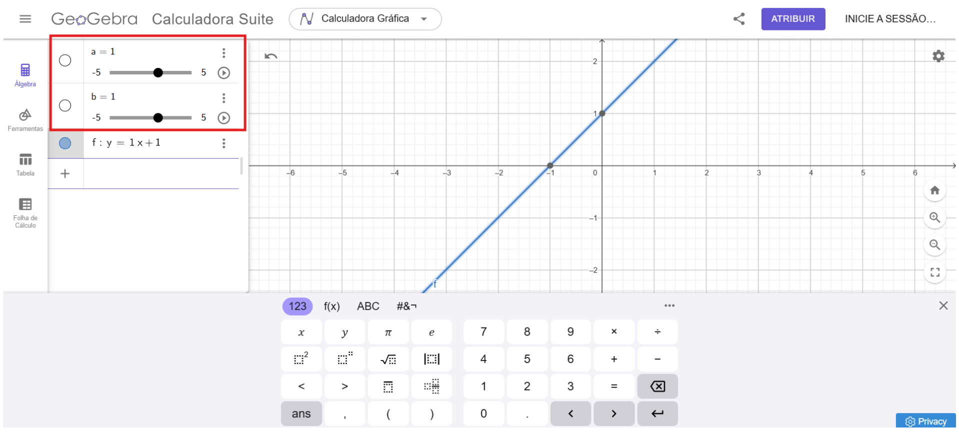
Figura 2.7: Grelha quadriculada.



Fonte: autoria própria.

Passo 8: Para manipulação de coeficientes constantes em funções, basta inserir a função com os coeficientes, por exemplo, $f(x) = ax + b$, e variar os valores de a e b arrastando a bolinha preta manualmente para direita ou esquerda, ou clicar no player para variação automática, conforme a figura 2.8.

Figura 2.8: Controles de variação dos coeficientes.



Fonte: autoria própria.

No capítulo a seguir, veremos as definições de algumas funções elementares e o que ocorre com o gráfico de algumas funções elementares ao variarmos os coeficientes no programa GeoGebra.

Capítulo 3

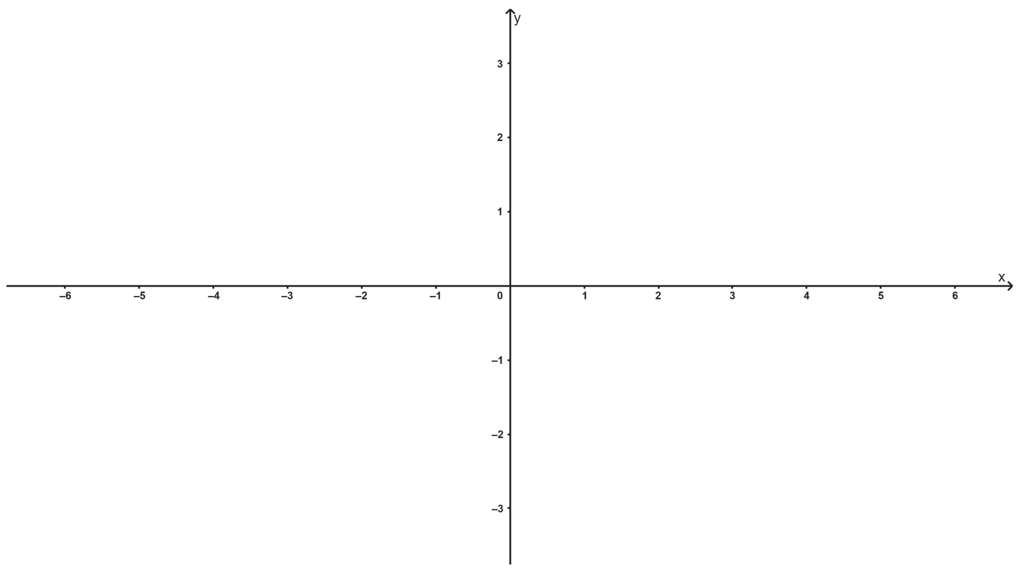
Funções Elementares e Aplicações do Geogebra

Neste capítulo iremos abordar o estudo de funções elementares vistas no ensino básico e, posteriormente, apresentaremos os obstáculos de aprendizagem desse conteúdo para os alunos. Finalmente, nesse tópico, apresentaremos aplicações do GeoGebra como ferramenta auxiliar no estudo das funções.

3.1 Plano Cartesiano

De acordo com Lima (2014), "Um sistema de coordenadas (cartesianas) no plano π consiste num par de eixos perpendiculares OX e OY contidos nesse plano, com a mesma origem O. OX chama-se o eixo das abcissas e OY é o eixo das ordenadas. O sistema é indicado com a notação OXY."Na figura 3.1 temos o plano cartesiano.

Figura 3.1: Plano cartesiano.



Fonte: autoria própria.

Cada ponto do plano possui duas coordenadas, a primeira é chamada de abscissa, representada por x, que são valores da reta OX, e a segunda é chamada de ordenada, representada por y, que são valores do eixo OY. Assim todo ponto do plano é da forma (x, y).

No eixo OX, à direita da origem os valores são positivos e à esquerda da origem os valores são negativos. No eixo OY, acima da origem os valores são postivos e abaixo da origem os valores são negativos.

As retas OX e OY dividem o plano em 4 regiões, denominadas de quadrantes, numeradas em sentido anti-horário da seguinte forma:

a) 1° quadrante, quando $x > 0$ e $y > 0$;

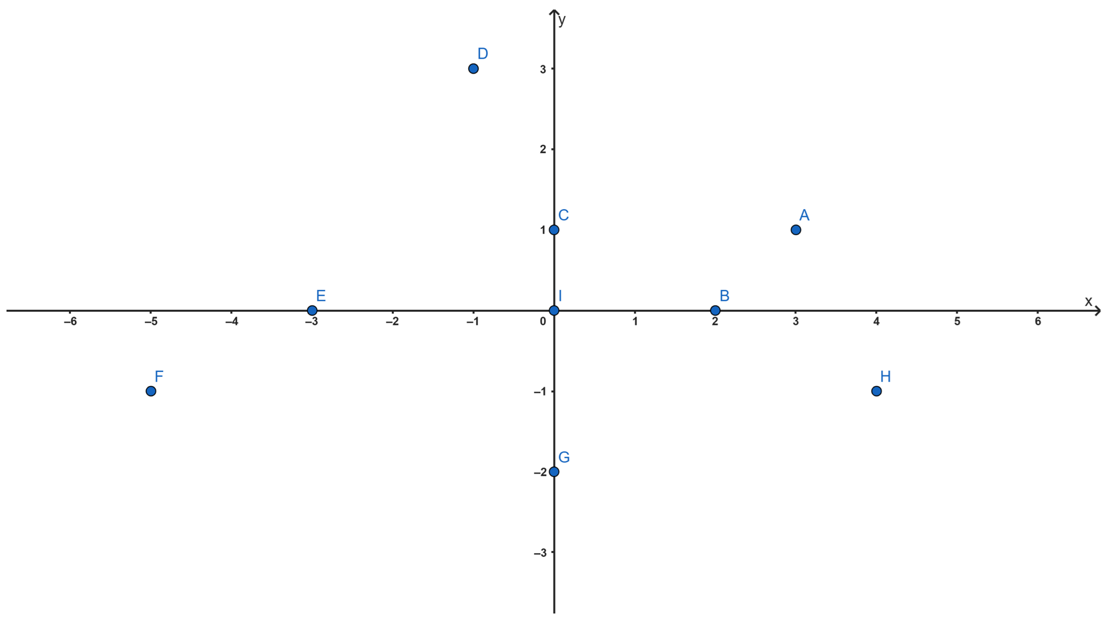
b) 2° quadrante, quando $x < 0$ e $y > 0$;

c) 3° quadrante, quando $x < 0$ e $y < 0$;

d) 4° quadrante, quando $x > 0$ e $y < 0$.

Na figura 3.2 temos os pontos $A = (3, 1)$, $B = (2, 0)$, $C = (0, 1)$, $D = (-1, 3)$, $E = (-3, 0)$, $F = (-5, -1)$, $G = (0, -2)$, $H = (4, -1)$ e $I = (0, 0)$ inseridos no plano cartesiano.

Figura 3.2: Plano cartesiano contendo os pontos A, B, C, D, E, F, G, H e I.



Fonte: autoria própria.

Temos que o ponto A está no primeiro quadrante, o ponto D está no segundo quadrante, o ponto F está no terceiro quadrante e o ponto H está no quarto quadrante. Os demais pontos não pertencem a nenhum dos quadrantes, por estarem no limite entre dois ou mais quadrantes.

3.2 Funções Elementares

Algumas das definições a seguir podem ser encontradas em Muniz (2022).

3.2.1 Função Constante

Definição: Dados conjuntos não vazios X e Y, subconjuntos de $\mathbb{R}$, e fixado um elemento $c \in Y$, a **função constante** c de X em Y é a função $f : X \to Y$ tal que $f(x) = c$ para todo $x \in X$.

Exemplos:

1º) $f(x) = 2$ em que $c = 2$;

2º) $f(x) = -1$ em que $c = -1$;

3º) $f(x) = -\frac{3}{5}$ em que $c = -\frac{3}{5}$.

O gráfico da função constante é uma reta paralela ao eixo x do plano cartesiano.

3.2.2 Função Afim

Definição: Uma **função afim** é uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = ax + b$ para todo x real, onde a e b são números reais dados, com $a \neq 0$.

Exemplos:

1º) $f(x) = 3x + 2$ em que $a = 3$ e $b = 2$;

2º) $f(x) = -2x + 1$ em que $a = -2$ e $b = 1$;

3º) $f(x) = x$ em que $a = 1$ e $b = 0$.

O gráfico da função afim é uma reta.

3.2.3 Função de Proporcionalidade Inversa

Definição: A **função de proporcionalidade inversa** é a função $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^*$ dada por $f(x) = \frac{a}{x}$, para todo $x \in \mathbb{R}^*$, onde a é um número real.

3.2.4 Função Quadrática

Definição: Uma **função quadrática** ou de segundo grau é uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo x real, onde a, b e c são números reais dados, com $a \neq 0$.

Exemplos:

1º) $f(x) = x^2 + 4x - 3$ em que $a = 1$, $b = 4$, $c = -3$;

2º) $f(x) = -2x^2 + 5x$ em que $a = -2$, $b = 5$, $c = 0$;

3º) $f(x) = -3x^2$ em que $a = -3$, $b = 0$, $c = 0$.

O gráfico da função quadrática é uma parábola de concavidade para cima se a é positivo e para baixo se a é negativo.

3.2.5 Função Exponencial

Definição: A **função exponencial** é uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, tal que $f(x) = a^x$ para todo x real, onde a é número real positivo e $a \neq 1$.

Exemplos:

1°) $f(x) = 2^x$ em que $a = 2$;

2°) $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ em que $a = \frac{1}{2}$;

3°) $f(x) = (\sqrt{5})^x$ em que $a = \sqrt{5}$.

3.2.6 Função Logarítmica

Definição: A **função logarítmica** é uma função $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \log_a x$, para todo x real, onde a é número real positivo e $a \neq 1$.

Exemplos:

1°) $f(x) = \log_3 x$ em que $a = 3$;

2°) $f(x) = \log_{\frac{2}{3}} x$ em que $a = \frac{2}{3}$;

3°) $f(x) = \log_\pi x$ em que $a = \pi$.

3.3 Aplicações do GeoGebra

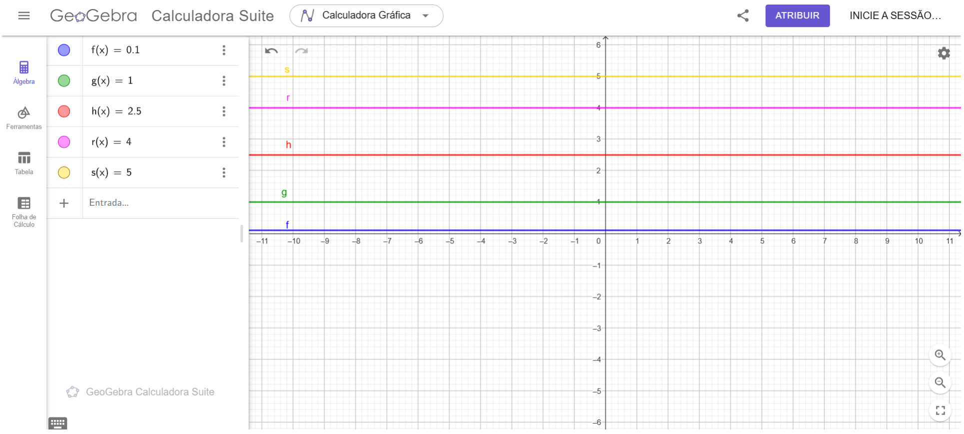
A partir de agora, iremos aplicar no GeoGebra as funções definidas na seção anterior, para entendermos o que ocorre com o gráfico ao variarmos os coeficientes da lei de formação das funções.

3.3.1 Função Constante

Uma função constante $f(x) = c$, sendo c número real é uma reta paralela ao eixo x. Se c é positivo, a reta fica acima do eixo x, se c é zero, a reta é coincidente com eixo x e se c é negativo, a reta fica abaixo do eixo x.

Sendo c positivo, na figura 3.3 vemos que à medida que c aumenta, o gráfico da função vai se distanciando do eixo x, ou seja, vai subindo e à medida que c diminui, o gráfico se aproxima do eixo x, vai descendo.

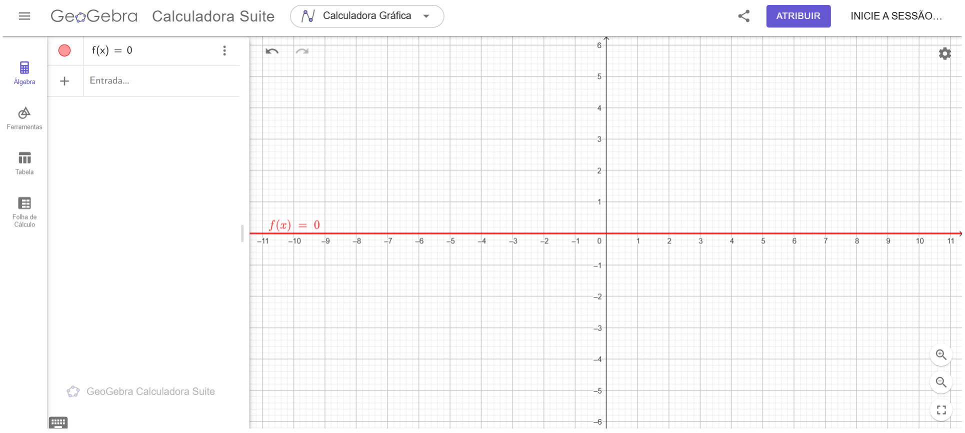
Figura 3.3: Gráfico da função $f(x) = c$, com $c > 0$.



Fonte: autoria própria.

Na figura 3.4 vemos que quando $c = 0$, o gráfico da função é propriamente o eixo x.

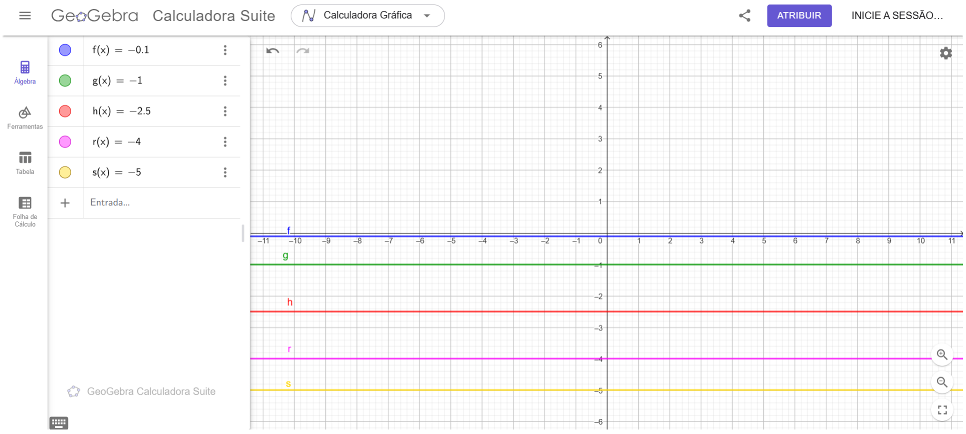
Figura 3.4: Gráfico da função $f(x) = c$, com $c = 0$.



Fonte: autoria própria.

Se c é negativo, quanto maior for o c, mais próximo do eixo x o gráfico da função estará, isto é, ele subirá mais. Quanto menor for o c, mais distante do eixo x o gráfico estará, ou seja, ele descerá mais, veja a figura 3.5.

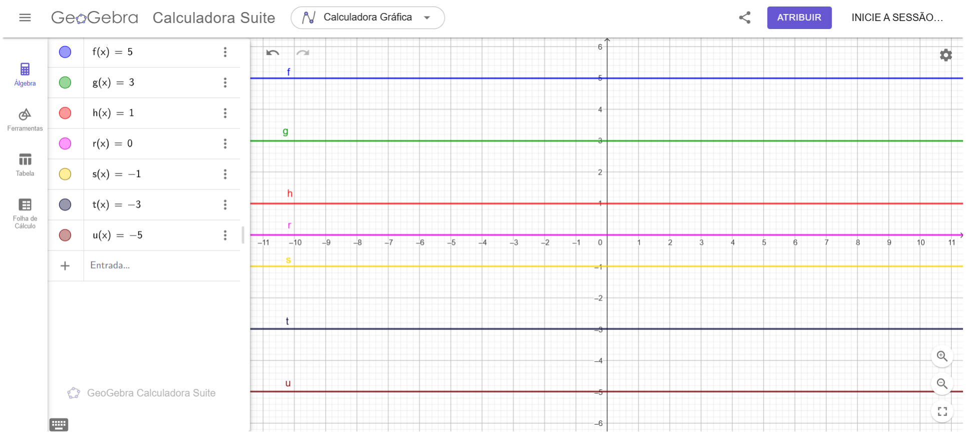
Figura 3.5: Gráfico da função $f(x) = c$, com $c < 0$.



Fonte: autoria própria.

Abaixo, na figura 3.6, vemos uma ilustração do gráfico da função constante com alguns valores reais de c.

Figura 3.6: Gráfico da função $f(x) = c$, com variação no c.



Fonte: autoria própria.

3.3.2 Função Afim

Em uma função afim $f(x) = ax + b$, sendo a, b números reais, com $a \neq 0$, é necessário que o aluno compreenda o real significado dos coeficientes a e b; o primeiro é denominado por coeficiente angular e o segundo como coeficiente linear, sendo o gráfico dessa função uma reta. O estudo desses coeficientes no GeoGebra complementa a ideia que o professor quer transmitir para o aluno, que é a influência desses coeficientes constantes no gráfico da função. Vejamos a manipulação do coeficiente a dessa função.

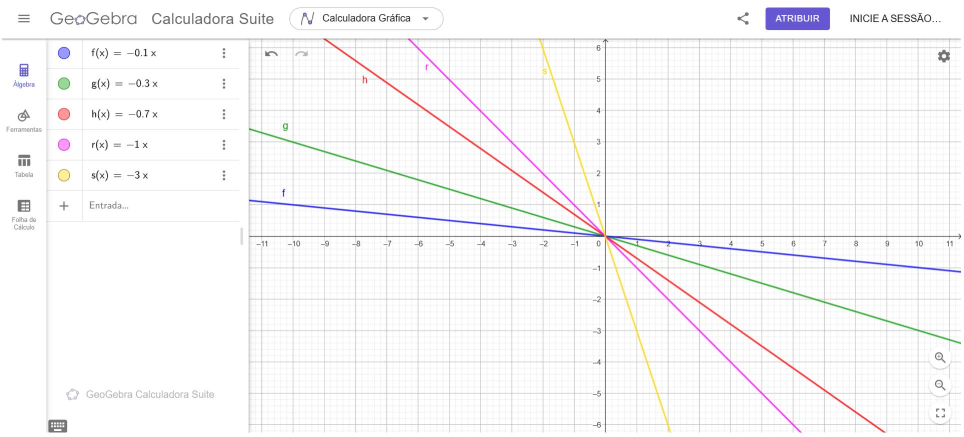
Se a é positivo (Figura 3.7), quanto maior o valor, maior é a inclinação da reta com o eixo x, ou seja, mais essa reta tende a se tornar vertical (eixo do y) e quanto menor o valor, menor será a inclinação com o eixo x e mais ela tende a se tornar horizontal (eixo do x). Em particular, quando $a = 1$ e $b = 0$, temos a função identidade, função que associa cada elemento x do domínio a ele mesmo no contradomínio.

Figura 3.7: Gráfico da função $f(x) = ax + b$, sendo $a > 0$ e $b = 0$.

Fonte: autoria própria.

Caso a seja negativo (Figura 3.8), à medida que a cresce, maior será a inclinação e a reta tenderá a se tornar horizontal (contrário do caso a positivo). À medida que a decresce, menor será a inclinação e a reta tenderá a se tornar vertical (contrário do caso a positivo).

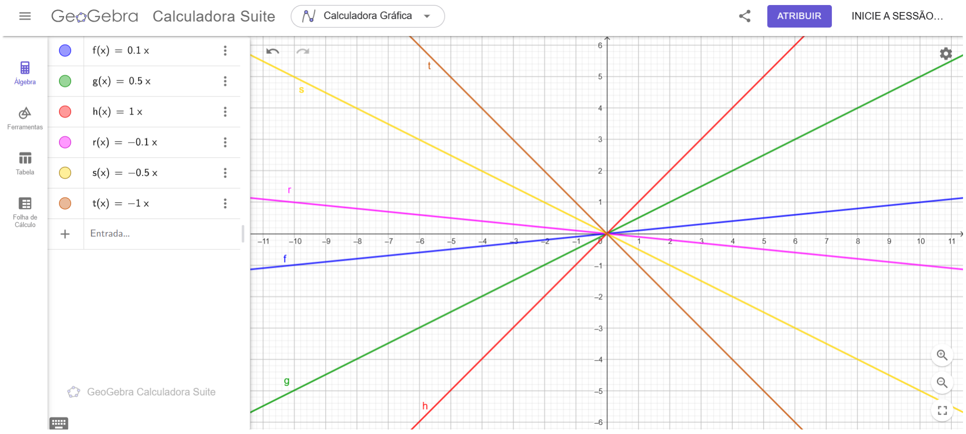
Figura 3.8: Gráfico da função $f(x) = ax + b$, sendo $a < 0$ e $b = 0$.



Fonte: autoria própria.

Na figura 3.9, temos a ilustração do gráfico da função afim com variação no coeficiente a.

Figura 3.9: Gráfico da função $f(x) = ax + b$, com variação no coeficiente a.



Fonte: autoria própria.

Agora manipulando o coeficiente b da função, o gráfico intersecta o eixo y no ponto $(0, b)$.

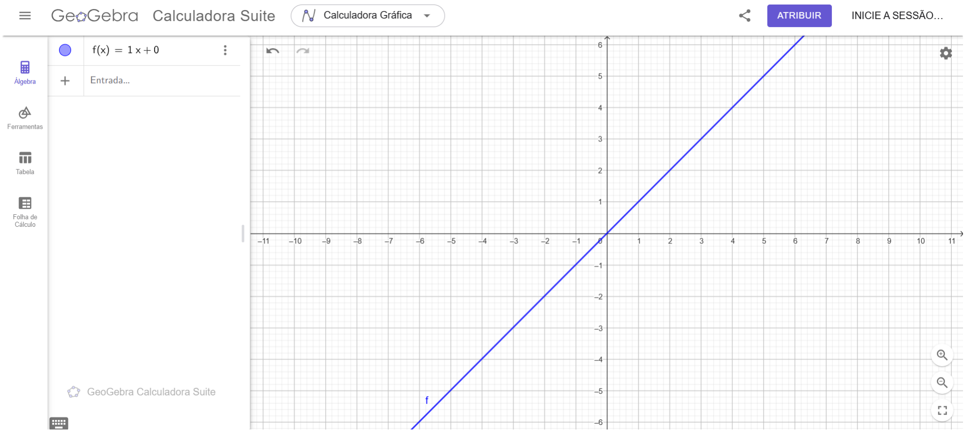
Caso b seja positivo, essa intersecção ocorre na parte superior ao eixo x e, quanto maior o valor de b, mais o gráfico subirá e quanto menor, mais ele descerá (Figura 3.10).

Figura 3.10: Gráfico da função $f(x) = ax + b$, com $b > 0$ e $a > 0$.

Fonte: autoria própria.

Observemos na Figura 3.11 que se b é zero, a intersecção ocorre na origem, no ponto $(0, 0)$.

Figura 3.11: Gráfico da função $f(x) = ax + b$, com $b = 0$ e $a = 1$.



Fonte: autoria própria.

Quando b é negativo, a intersecção ocorre na parte inferior ao eixo x e quanto maior o valor de b, mais o gráfico subirá e quanto menor, mais ele descerá (Figura 3.12).

Figura 3.12: Gráfico da função $f(x) = ax + b$, com $b < 0$ e $a > 0$.

Fonte: autoria própria.

Vejamos na figura 3.13 o gráfico da função afim com variação no coeficiente b.

Figura 3.13: Gráfico da função $f(x) = ax + b$, com variação no coeficiente b, sendo $a > 0$.

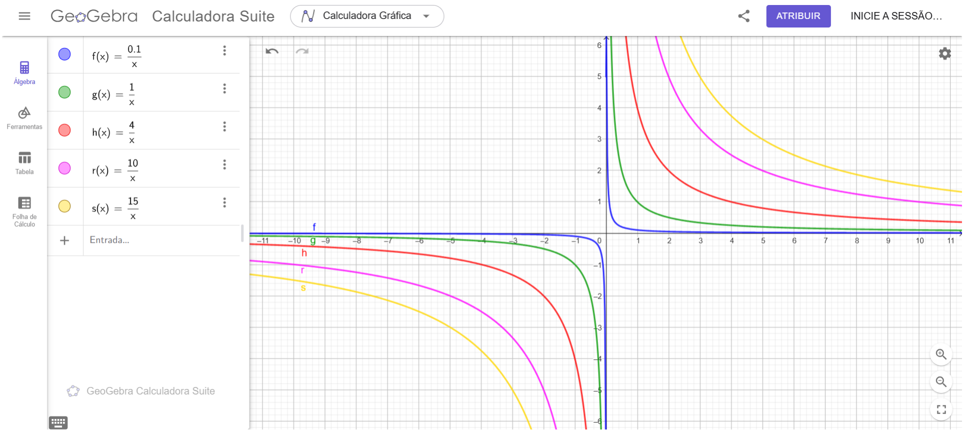
Fonte: autoria própria.

3.3.3 Função de Proporcionalidade Inversa

O gráfico da função de proporcionalidade inversa $f(x) = \frac{a}{x}$ é uma hipérbole, essa função é muito interessante de ser estudada para vermos como se comporta o gráfico ao variarmos o numerador.

Sendo a positivo, vemos que a hipérbole está no 1° e 3° quadrante do plano cartesiano e quando aumenta o valor de a, mais suave será a curva e quanto menor o valor, mais fechada será a curva (Figura 3.14).

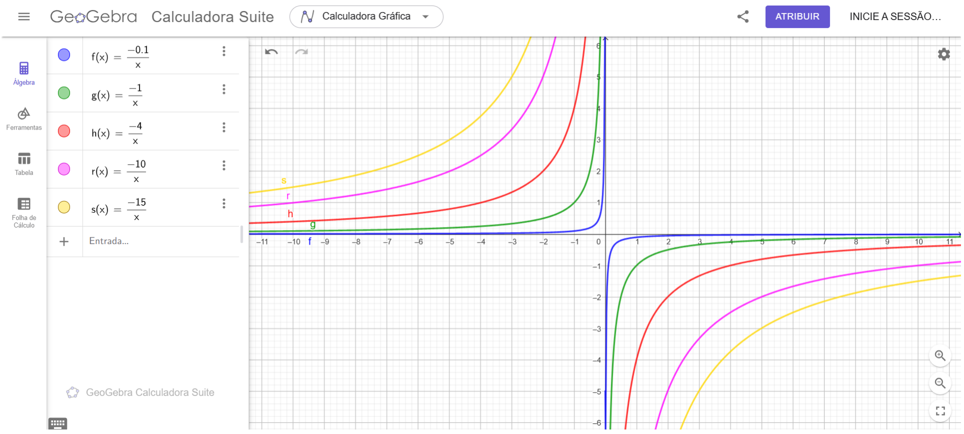
Figura 3.14: Gráfico da função $f(x) = \frac{a}{x}$, com $a > 0$.



Fonte: autoria própria.

Se a é negativo, vemos que a hipérbole está no 2° e 4° quadrante do plano cartesiano e quando aumenta o valor de a, mais fechada será a curva e quanto menor o valor, mais suave será a curva (Figura 3.15), ou seja, o contrário do caso a positivo.

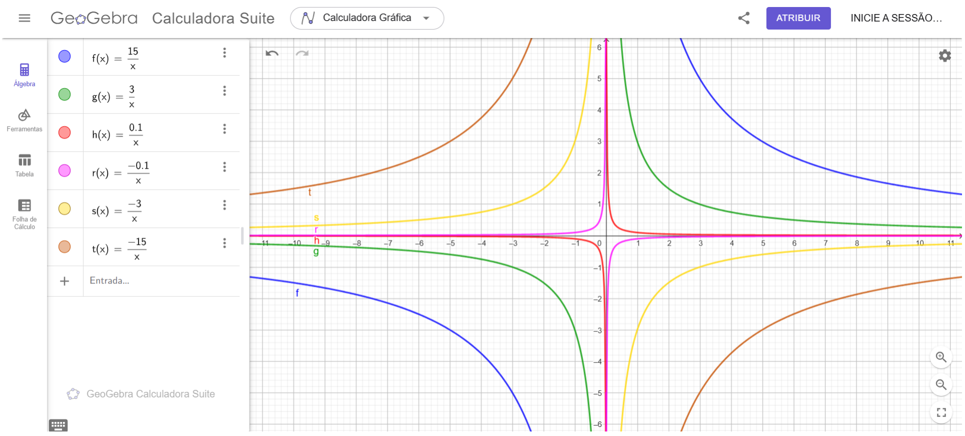
Figura 3.15: Gráfico da função $f(x) = \frac{a}{x}$, com $a < 0$.



Fonte: autoria própria.

Na Figura 3.16, temos o gráfico da função de proporcionalidade inversa com variação no coeficiente a.

Figura 3.16: Gráfico da função $f(x) = \frac{a}{x}$, com variação em a.



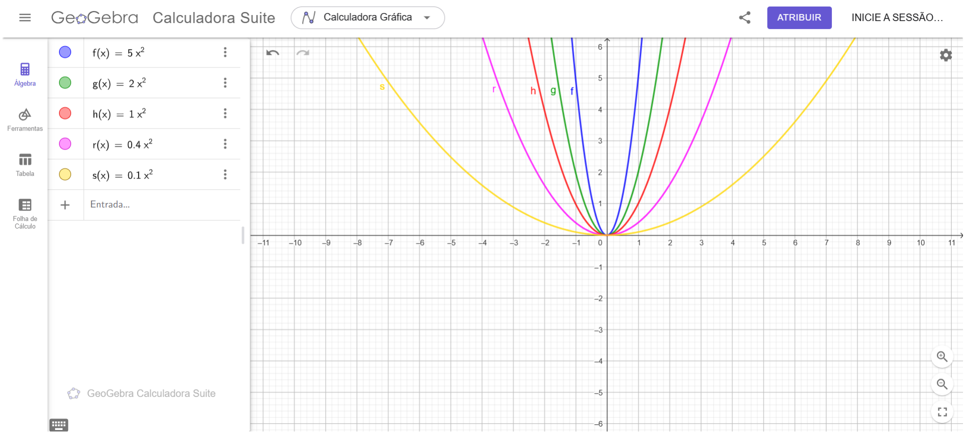
Fonte: autoria própria.

3.3.4 Função Quadrática

Para o estudo de uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais com a diferente de zero (pois se a fosse zero, teríamos uma função afim $f(x) = bx + c$), é necessário conhecer os coeficientes a,b e c e entender suas influências no gráfico, que é uma parábola.

Quando a é positivo, a parábola tem concavidade voltada para cima, ela se torna mais aberta quando a é muito pequeno e se torna mais fechada quando a é muito grande. Isso ocorre devido a quanto menor for esse a, mais ele se aproxima de zero e o gráfico tende a se tornar uma reta (Figura 3.17).

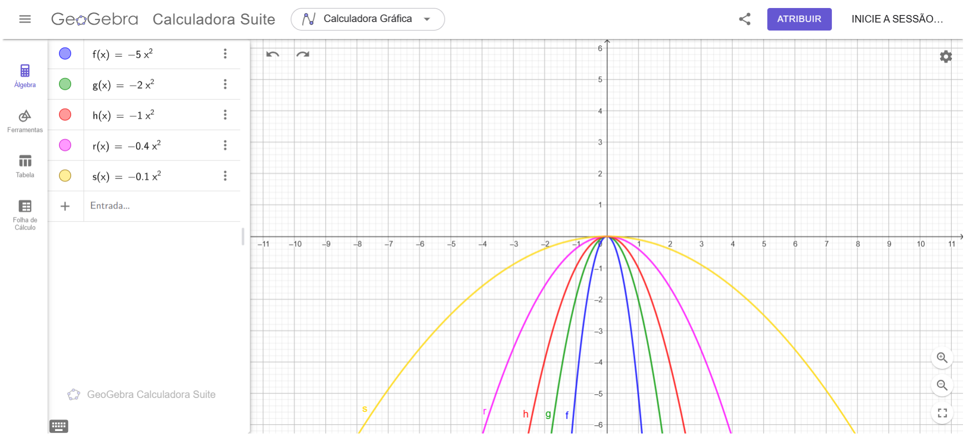
Figura 3.17: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$ e $b = c = 0$.



Fonte: autoria própria.

Caso a seja negativo, ocorre o contrário do caso a positivo, ou seja, a parábola tem concavidade voltada para baixo, se torna mais aberta quando a se aproxima de zero e se torna mais fechada quando a se distancia de zero (Figura 3.18).

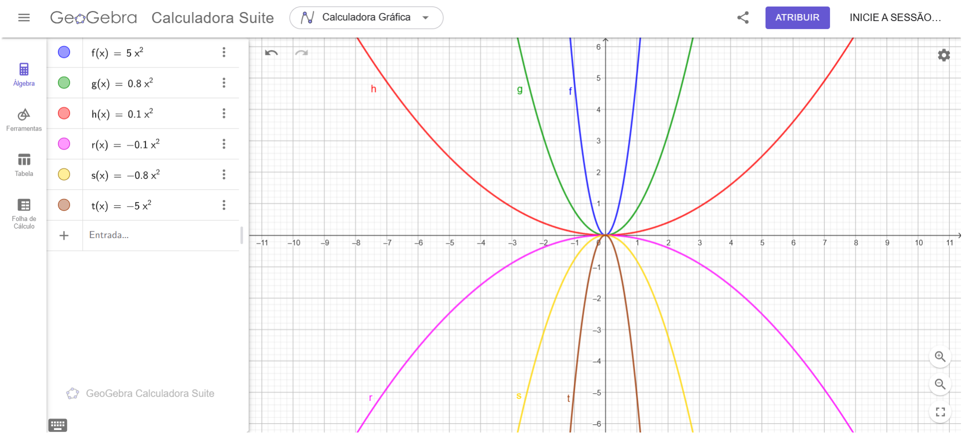
Figura 3.18: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a < 0$ e $b = c = 0$.



Fonte: autoria própria.

Observemos a figura 3.19 com o gráfico da função quadrática em variação no coeficiente a.

Figura 3.19: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com variação no a.



Fonte: autoria própria.

No estudo do coeficiente b, o movimento do gráfico não depende somente de b, mas sim também de a, então se a e b são positivos, quanto maior o valor de b, mais o gráfico se desloca em curva para esquerda e quanto menor o valor de b, mais o gráfico se desloca em curva para direita (Figura 3.20).

Figura 3.20: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

Fonte: autoria própria.

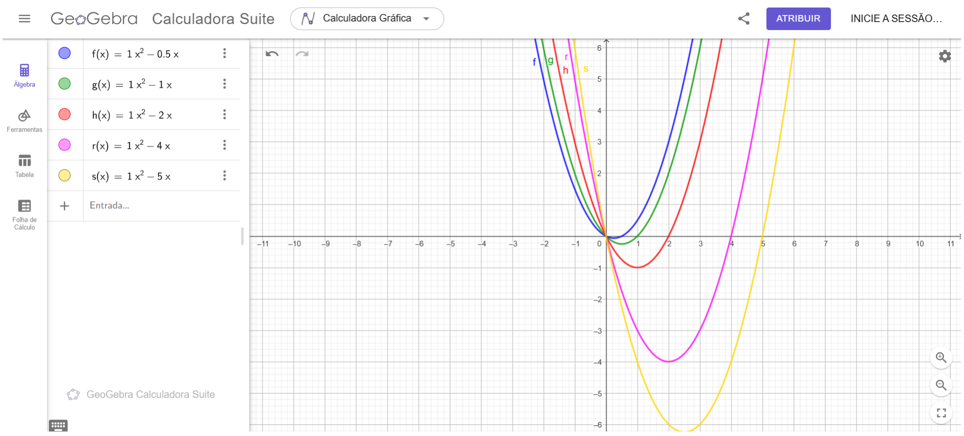
Quando a é negativo e b é positivo, ocorre o contrário do caso anterior, vejamos na figura 3.21.

Figura 3.21: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a < 0$, $b > 0$ e $c = 0$.

Fonte: autoria própria.

Sendo a positivo e b negativo, o gráfico se desloca em curva para esquerda e direita, quando b aumenta e diminui, respectivamente (Figura 3.22).

Figura 3.22: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$, $b < 0$ e $c = 0$.



Fonte: autoria própria.

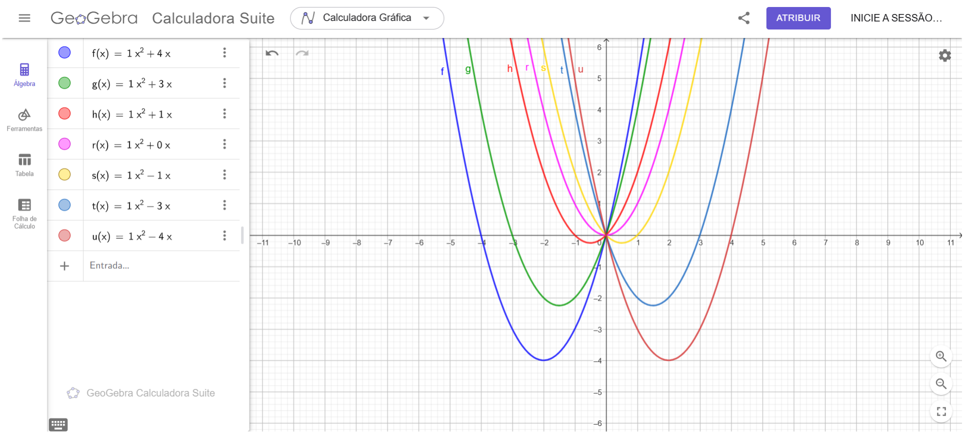
Se a e b são negativos, ocorre o contrário do caso anterior, vejamos na figura 3.23.

Figura 3.23: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a < 0$, $b < 0$ e $c = 0$.

Fonte: autoria própria.

Vejamos nas figuras 3.24 e 3.25 o gráfico da função quadrática quando variamos o coeficiente b.

Figura 3.24: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$, $c = 0$ e variação no b.



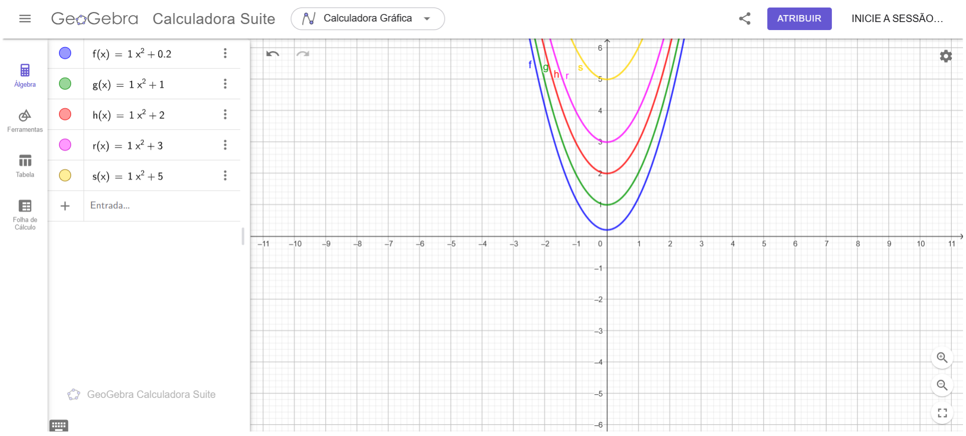
Fonte: autoria própria.

Figura 3.25: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a < 0$, $c = 0$ e variação no b.

Fonte: autoria própria.

O coeficiente c é a ordenada do ponto $(0, c)$ de intersecção do gráfico da função com o eixo y, assim observa-se que quando c é positivo a intersecção ocorre acima do eixo x, à medida que c aumenta, o gráfico sobe, e à medida que c diminui, o gráfico desce (Figura 3.26).

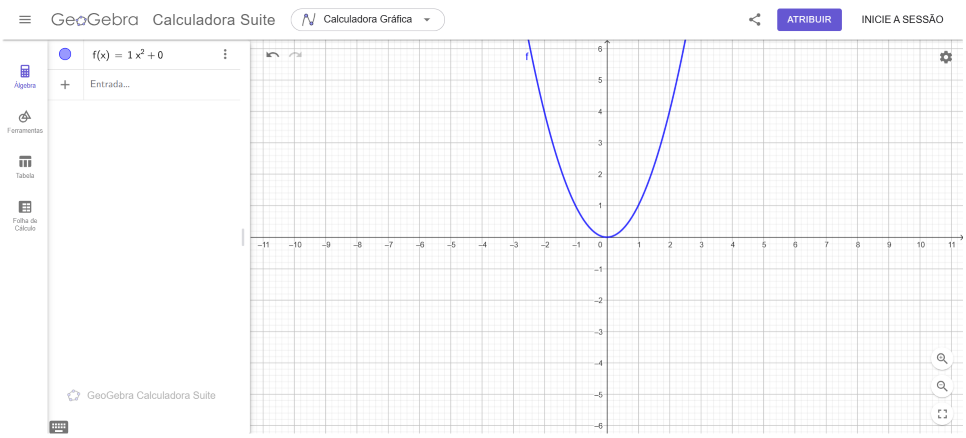
Figura 3.26: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$, $b = 0$ e $c > 0$.



Fonte: autoria própria.

Vejamos na figura 3.27 que quando c é zero a interseção é na origem $(0, 0)$.

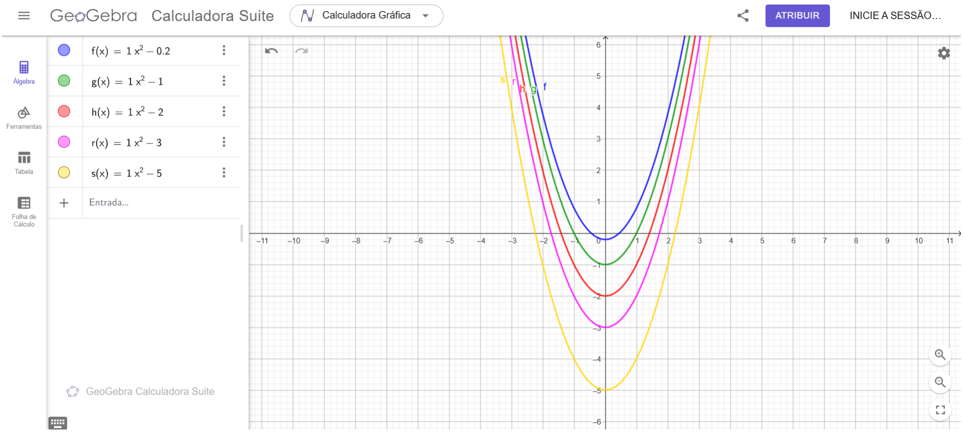
Figura 3.27: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$ e $b = c = 0$.



Fonte: autoria própria.

Quando c é negativo a intersecção é abaixo do eixo x, quanto maior o valor de c, mais acima o gráfico estará e quanto menor o valor de c, mais abaixo o gráfico estará (Figura 3.28).

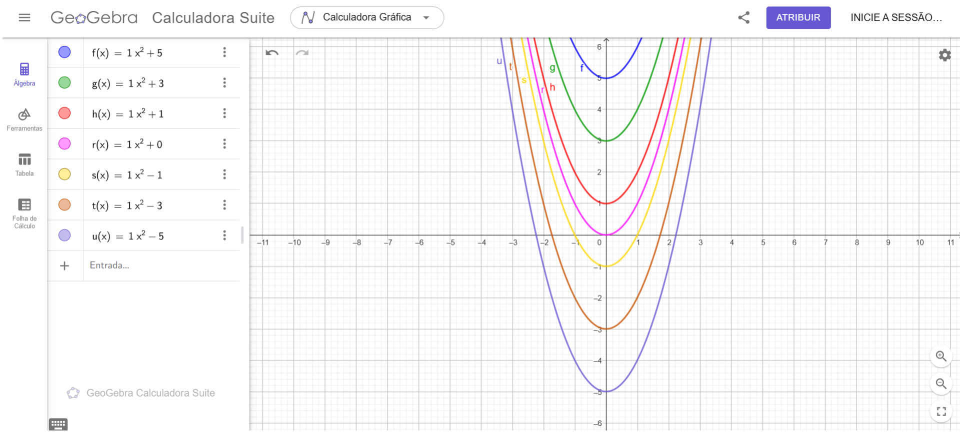
Figura 3.28: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$, $b = 0$ e $c < 0$.



Fonte: autoria própria.

Na figura 3.29, temos o gráfico da função quadrática com variação no coeficiente c e ainda é possível observar que esse coeficiente é responsável pelo deslocamento vertical da parábola.

Figura 3.29: Gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$, $b = 0$ e variação no c.



Fonte: autoria própria.

3.3.5 Função Exponencial

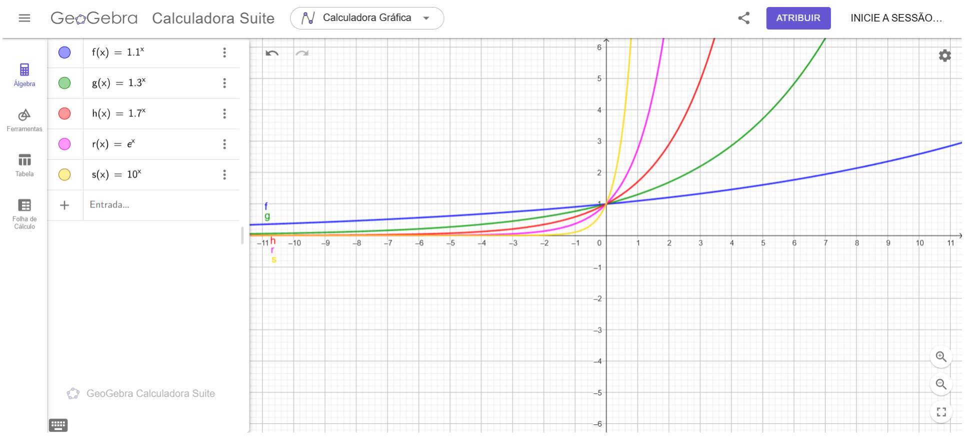
No estudo do coeficiente a da função exponencial $f(x) = a^x$, onde a é um número real positivo e diferente de 1 (pois se a fosse 1, teríamos uma reta $y = 1$ paralela ao eixo x, que é uma função constante), podemos observar que quando $0 < a < 1$, $f(x) = a^x$ é decrescente, além disso notemos que o gráfico dessa função tende a se tornar uma reta quando o valor de a é bem próximo de 1 (Figura 3.30).

Figura 3.30: Gráfico da função $f(x) = a^x$, com $0 < a < 1$.

Fonte: autoria própria.

Quando $1 < a$, temos que $f(x) = a^x$ é crescente, e assim o gráfico dessa função é uma reflexão em relação ao eixo y do caso $0 < a < 1$. Em especial, quando $a = 2,718281\ldots$ ($e = 2,718182\ldots$, ou seja, número de Euler), denominamos $f(x) = a^x$ como função exponencial natural ou função exponencial de Euler como mostra a figura 3.31.

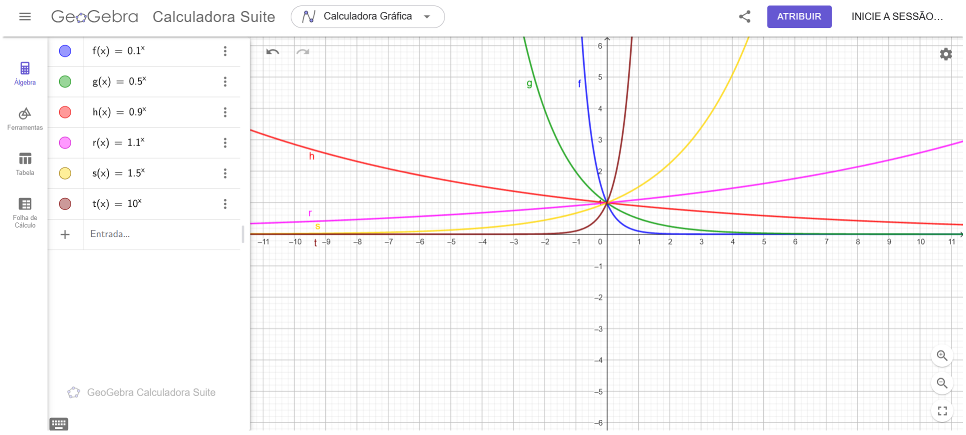
Figura 3.31: Gráfico da função $f(x) = a^x$, com $1 < a$.



Fonte: autoria própria.

Na figura 3.32, podemos ver o gráfico da função exponencial $f(x) = a^x$ com variação no coeficiente a, observamos que para cada valor de a no intervalo $(0, 1)$, o valor escolhido possui correspondente no intervalo $(1, +\infty)$ de tal modo que os gráficos são simétricos em relação ao eixo y.

Figura 3.32: Gráfico da função $f(x) = a^x$, com variação no a.

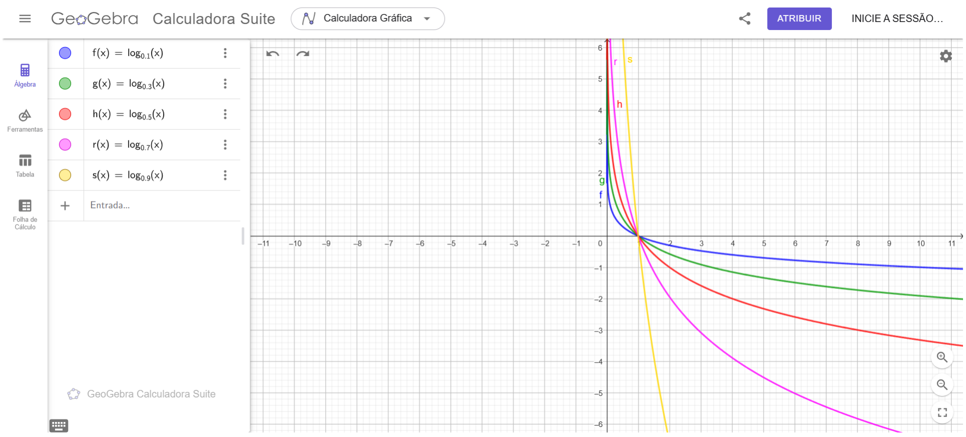


Fonte: autoria própria.

3.3.6 Função Logarítmica

Analisando a função logarítmica $f(x) = \log_a x$, em que a é um número real positivo e diferente de 1, observamos que quando $0 < a < 1$, $f(x) = \log_a x$ é decrescente e à medida que a se aproxima de 0, isto é, essa função decresce de forma lenta e quando a se aproxima de 1, a mesma decresce de forma mais rápida (Figura 3.33).

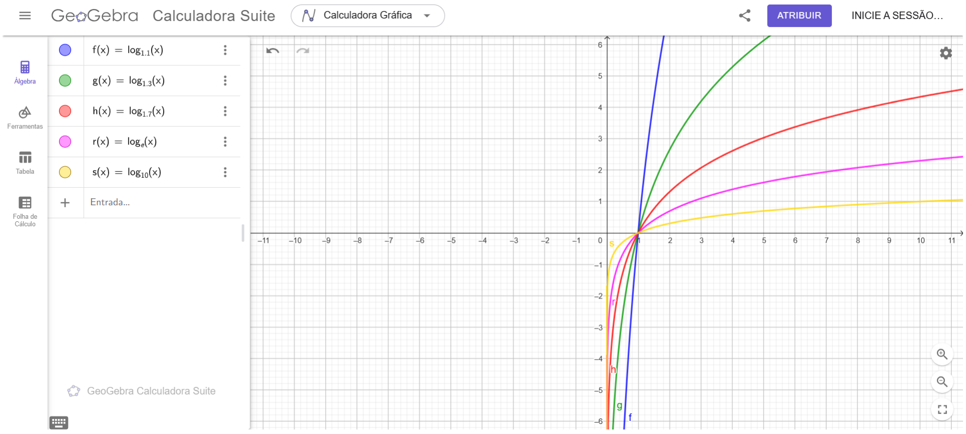
Figura 3.33: Gráfico da função $f(x) = \log_a x$, com $0 < a < 1$.



Fonte: autoria própria.

Quando $1 < a$, temos que $f(x) = \log_a x$ é crescente e o gráfico desta função é uma reflexão em relação ao eixo x do caso $0 < a < 1$. Em particular, quando $a = e$, a função $f(x) = \log_a x$ é chamada de função logaritmo natural ou função logaritmo neperiano como mostra a figura 3.34.

Figura 3.34: Gráfico da função $f(x) = \log_a x$, com $1 < a$.



Fonte: autoria própria.

Na figura abaixo, temos os gráficos da função logarítmica refletidos em relação ao eixo x de acordo com os valores da base em cada intervalo definido.

Figura 3.35: Gráfico da função $f(x) = \log_a x$, com variação no a.

Fonte: autoria própria.

No capítulo a seguir veremos como foi realizado a metodologia deste trabalho.

Capítulo 4

Percurso Metodológico

Primeiramente foi feito uma análise de possíveis temas que os alunos possuem déficit de aprendizagem para ser utilizado nesse trabalho de conclusão de curso, dos quais chegamos à conclusão de escolhermos o tema "Contribuições do GeoGebra no Estudo de Funções Elementares".

O tema foi escolhido por ter como foco facilitar o ensino das funções elementares, tendo como base a construção dos gráficos dessas funções, comportamento do gráfico ao variar um coeficiente da lei de formação da função e compreensão da relação do coeficiente com o gráfico, tudo isso utilizando o GeoGebra.

Esse trabalho foi desenvolvido em forma de pesquisa bibliográfica, como pesquisas por trabalhos científicos sobre aplicações do uso do GeoGebra no ensino de Matemática, mais especificamente no estudo de funções elementares, o quanto essa ferramenta contribuiu para esses tipos de estudos. Segundo Gil (2019, p. 28), "a pesquisa bibliográfica é elaborada com base em material já publicado".

A primeira parte do projeto, foi coletar referências bibliográficas com base nos fundamentos teóricos que grandes autores falam, e em seguida foi feita a busca por artigos, monografias e outros trabalhos científicos relacionados ao tema em sites como Google acadêmico e repositório do Profmat.

Na segunda parte, foram realizadas buscas sobre as tecnologias no ensino da matemática, como elas contribuem para esse ensino. Em seguida, foram apresentadas breve definições das funções elementares e alguns exemplos.

Durante o uso da plataforma Geogebra, realizamos ligeiramente um passo a passo de como utilizá-la. Logo após, foram inseridas as funções na plataforma a fim de observar os gráficos e realizar as variações nos coeficientes com o intuito de verificar o que ocorre com esses gráficos.

Por fim, realizou-se buscas por aplicações do GeoGebra, especificamente no estudo de funções elementares. Segundo Mendes; Silveira; Galvão (2008, p. 759) "Esse método tem a finalidade de reunir e sintetizar resultados de pesquisas sobre um delimitado tema ou questão, de maneira sistemática e ordenada, contribuindo para o aprofundamento do conhecimento do tema investigado.”

De posse dos dados obtidos na pesquisa bibliográfica relacionado ao tema, realizou-se uma análise geral desses dados obtidos de modo a verificar o quanto essa ferramenta contribui no estudo das funções elementares com o auxílio do GeoGebra, dos quais escolhemos 5 para expor neste trabalho que veremos no capítulo a seguir.

Capítulo 5

Resultados

Após a busca por artigos e outros trabalhos relacionados ao uso do GeoGebra no ensino de funções elementares, foi realizada uma revisão com o objetivo de avaliar a eficácia da estratégia metodológica. Como resultado, foram destacados cinco desses trabalhos revisados, que se mostraram mais relevantes: Silva (2024), Sanches (2013), Jesus (2018), Lima (2019) e Alves (2022).

Silva (2024), em sua pesquisa com alunos do ensino médio sobre o uso do GeoGebra no ensino de função quadrática, afirma que obteve bons resultados em sua pesquisa, onde os alunos passaram a compreender o conteúdo de forma mais fácil, como a forma de representar a função através de gráficos.

> Conclui-se que o objetivo em questão foi alcançado, pois a prática possibilitou aos alunos entender o conteúdo de função quadrática e a sua representação gráfica, que constituem as principais dificuldades apresentadas no segmento. Além de alinhar teoria, tecnologia e prática, o GeoGebra proporcionou economia de tempo e de material, dinamismo e estímulo da criatividade dos educandos, que se mantiveram engajados e comprometidos durante todo o processo (Silva, 2024, p.70).

De acordo com Sanches (2013), o programa GeoGebra contribuiu positivamente para o ensino de função afim, mais especificamente em se tratando do estudo dos coeficientes numéricos, como a relação que eles têm com o gráfico da função e identificar quando a função é crescente ou decrescente. Houve também alguns alunos que não conseguiram se adequar ao programa, sentiram dificuldades de manuseá-lo.

> As atividades no laboratório de informática foram realizadas no decorrer das aulas seguintes, foram bem proveitosas, com alunos mais interessados, concentrados, aprenderam a utilizar o software Geogebra e muitos baixaram em seus computadores pessoais, em casa. Mas ainda observou-se alunos com dificuldades com o programa, necessitando assim de um acompanhamento maior do professor. Analisando o comportamento dos

> alunos, quanto ao interesse nas aulas do laboratório, e com depoimentos posteriores, serviram de indicativos de que as mídias tecnológicas fazem efeito positivo na aprendizagem dos mesmos (Sanches, 2013, p. 14).

Em um trabalho cujo propósito foi realizar uma pesquisa com alunos utilizando o GeoGebra no ensino de função quadrática, os resultados foram positivos, o programa contribuiu muito no ensino dessa função, quanto a interpretação do gráfico e a relação com os coeficientes.

> Diante do exposto queríamos saber: como a utilização do software GeoGebra pode potencializar a exploração da função do 2º grau? A partir da análise dos resultados, concluímos que: a) A utilização do software permite maior manipulação e observação do objeto matemático (função do 2º grau) por parte dos alunos; b) A precisão dos gráficos e a rapidez na sua construção otimiza o tempo de aula permitindo tempo maior para discussões entre alunos e entre alunos e professor; c) A partir das condições dadas no item b), foi possível analisar o comportamento da função em seus aspectos gráficos, permitindo assim a exploração de conceitos desta função d) Portanto, os resultados observados nos permitem concluir que a utilização do software GeoGebra potencializou a exploração da função do 2º grau, visto que houve aprendizado, como foi possível observar a partir das construções dos mapas conceituais. Isso não ocorreria ou ocorreria muito pouco em uma aula expositiva, que o aluno é apenas um receptor e muitas vezes é "obrigado" a decorar resultados prontos. (Jesus, 2018, p. 87).

No trabalho de Lima (2019), ele observou em sua pesquisa com alunos, que os mesmos apresentavam dificuldade em conceitos básicos da Matemática, mas que essa dificuldade surgia pela falta de exemplificação que pudesse esclarecer o que o professor tenta transmitir ao aluno. Nas atividades da pesquisa os alunos desempenharam-se bem como ele afirma:

> Em relação ao desenvolvimento das atividades trabalhadas observa-se que os alunos compreenderam conceitos matemáticos que até então não tinham sido alcançados. Durante toda à prática desta pesquisa notou-se que grande parte dos alunos pesquisados possuíam dificuldades na aprendizagem de conceitos básicos da matemática, principalmente pela falta de exemplificação ou até mesmo uma falha de comunicação entre o aluno e professor. É de suma importância ressaltar que mostrar a matemática através de representações facilitam bastante a aprendizagem do educando. (Lima, 2019, p. 3).

O uso do GeoGebra é fundamental no ensino de Matemática, ou seja, é possível fazer alterações nos coeficientes das funções e de imediato ver o que ocorre no gráfico dessa função, o que facilita o aprendizado do aluno. Segundo Alves (2022):

> Usando o software Geogebra como recurso na aprendizagem, foi possível que os discentes vivenciassem a construção gráfica de uma mesma função de várias formas. Por meio recurso dinâmico do geogebra, os alunos exploraram o gráfico representado na tela do computador, alterando os coeficientes de uma função, e então extraíram todas as conclusões possíveis, por exemplo: verificar o que acontece com o gráfico quando o coeficiente -a- é positivo, negativo ou nulo como também a relação entre o coeficiente b e o local onde o gráfico intercepta o eixo y. Segundo relatos dos alunos, o cálculo algébrico é importante, mas com o aplicativo a solução de problema fica visível, concreto e fácil de encontrar. (Alves, 2022, p. 13).

Desse modo, pode-se observar vários depoimentos de autores que realizaram aplicação da ferramenta GeoGebra no ensino de funções elementares e que essa inserção trouxe uma melhoria no ensino, como enriquecendo à aula do professor e melhorando o ensino-aprendizagem.

Capítulo 6

Considerações Finais

Cada vez mais as tecnologias digitais estão avançando e precisamos usufruir delas de forma consciente o máximo que podermos para que possamos despertar o interesse dos alunos em estudar determinados conteúdos de forma mais dinâmica e bem intuitiva quando eles mesmos manuseiam a ferramenta abordada.

Portanto, pode-se verificar que o programa GeoGebra realmente contribui no ensino de funções elementares. Uma vez implementado na sala de aula, pode enriquecer muito o processo de ensino aprendizagem. Além do que, através da plataforma GeoGebra, é possível fazer a construção de gráficos de funções elementares de forma prática e com melhor visualização destes, não deixando de lado o método comum com caneta e papel.

Diante do exposto, espera-se que esse recurso metodológico se expanda mais ainda para a sala de aula, de forma que se enriqueça as aulas e facilite a compreensão dos alunos e que essa tecnologia possa abranger todos sem exclusão cada vez mais.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, M. E. B.. **Prática e formação de professores na integração de mídias. Prática pedagógica e formação de professores com projetos**: articulação entre conhecimento, tecnologias e mídias, 2003.

ALVES, A. P. C.. **Software GEOGEBRA, uma alternativa para o ensino e aprendizagem de função do 1° grau**. Amazonlivejournal. v. 4. n. 1. p. 1-15, 2022

BRANDÃO, E. J. R.. **Os computadores em sala de aula: em busca de uma informática de vulto humano. In: URCAMP, (Org.). Projeto-Político-Pedagógico**: da intenção a decisão, Pelotas: EDIURCAMP, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. **Computação na Educação Básica: complemento à Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2022. Disponível em: `https://www.gov.br/mec/pt-br/escolas-conectadas/BNCCComputaoCompletodiagramado.pdf`. Acesso em: 23/12/2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, DF, 1997.

CARVALHO, M. G.; BASTOS, J. A. S. L.; KRUGER, E. L. A.. **Apropriação do conhecimento tecnológico**. CEEFET-PR, 2000.

D'AMBROSIO, B. S.. **Como ensinar matemática hoje?**. Temas e Debates. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano II, n. 2, Brasília. 1989.

GIL, A. C.. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

JESUS, D. N.. **O Uso do Software Geogebra para o Ensino de Função do 2º Grau**: o Caso da 1ª Série do Ensino Médio de uma Escola Federal. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade do Vale Do Taquari – UNIVATES. 2018.

LEOPOLDO, Luís Paulo. **Novas Tecnologias na Educação: Reflexões sobre a prática**. Formação docente e novas tecnologias. LEOPOLDO, Luís Paulo Mercado (org.).- Maceió: Edufal, 2002. Cap. 1 Leopoldo, Luís Paulo/ Formação docente e novas tecnologias. 2002.

LIBÂNEO, J. C.. **Adeus Professor, adeus professora? Novas exigências educacionais e profissão docente**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

LIMA, R. G. Z.. **O uso do geogebra no ensino de funções do primeiro e segundo grau**. Anais VI CONEDU... Campina Grande: Realize Editora, 2019. Disponível em: https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/61772. Acesso em: 24/12/2025.

LIMA, R. G. Z.. **O Uso do Geogebra no Ensino de Funções do Primeiro e Segundo Grau**. 2019. Disponivel em: `https://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uenp_mat_artigo_maria_isabel_sanches.pdf`. Acesso em: 24/12/2025.

MENDES, K. D. S.; SILVEIRA, R. C. C. P.; GALVÃO, C. M.. **Revisão integrativa**: método de pesquisa para a incorporação de evidências na saúde e na enfermagem. Texto & Contexto Enferm, Florianópolis, v. 17, n. 4, p. 758-764, 2008.

MORAN, J. M.. **As mídias na educação**. p. 3, 2006.

MORAN, J. M.. **Gestão inovadora da escola com tecnologias**. In: VIEIRA, Alexandre (Org.). Gestão educacional e tecnologia. São Paulo: Avercamp, 2003.

MUNIZ, A. C.. **Fundamentos de Cálculo** – 2° ed. – Rio de Janeiro, RJ: SBM – Sociedade Brasileira de Matemática, 2022.

RÊGO, R. G.. **Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, 2000.

SANCHES, M. I.. **O Uso do Geogebra na Função Afim**. p. 14. 2013. Disponível em: `https://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uenp_mat_artigo_maria_isabel_sanches.pdf`. Acesso em: 24/12/2025.

SILVA, A. C. C.. **Contribuições do uso do GeoGebra para o estudo de Funções Quadráticas no Ensino Médio**. Dissertação (Profmat) – Universidade Federal do Piauí – UFPI, 2024, p.70.