



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ  
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

**Edivan Sousa Cardoso**

**TRIGOBOT: um aplicativo baseado em design para o ensino de funções trigonométricas no ensino médio.**

**Teresina - 2025**



**Edivan Sousa Cardoso**

**Dissertação de Mestrado:**

**TRIGOBOT: um aplicativo baseado em design para o ensino de  
funções trigonométricas no ensino médio.**

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - Profmat, da Universidade Federal do Piauí, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática na modalidade profissional.

Orientador:

Prof. Dr. Cleidinaldo Aguiar Souza.

**Teresina - 2025**

*Copyright © 2025 by Edivan Sousa Cardoso.*

*Direitos reservados, 2025 por Edivan Sousa Cardoso.*

*Universidade Federal do Piauí - UFPI, Centro de Ciência da Natureza - CCN, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Mestrado Profissional em Matemática. Cep 64049-550 - Teresina, PI.*

Nenhuma parte desta dissertação pode ser reproduzida sem a expressa autorização do autor.

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

Universidade Federal do Piauí  
Sistema de Bibliotecas UFPI - SIBI/UFPI  
Biblioteca Setorial do CCN

C268t	<p>Cardoso, Edivan Sousa.</p> <p>TRIGOBOT: um aplicativo baseado em design para o ensino de funções trigonométricas no ensino médio / Edivan Cardoso. – 2025. 68 f. : il.</p> <p>Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Piauí. Centro de Ciências da Natureza. Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teresina, 2025. “Orientador: Prof. Dr. Cleidinaldo Aguiar Souza. ”</p> <p>1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Robótica Educacional. 3. Funções trigonométricas. 4. Ensino Médio. I. Souza, Cleidinaldo Aguiar. II. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDD 510</p>
-------	---



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ  
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA  
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de mestre em matemática intitulada: "**TRIGOBOT: um aplicativo baseado em design para o ensino de funções trigonométricas no ensino médio**", defendida pelo mestrando Edivan Cardoso Sousa, em 17 de dezembro de 2025 e aprovada pela banca constituída pelos professores:

  
Cleidinaldo Aguiar Souza  
Presidente da Banca examinadora

  
Aurineide Castro Fonseca  
Examinadora Interna

  
Antônio Kelson Vieira da Silva  
Examinador Interno

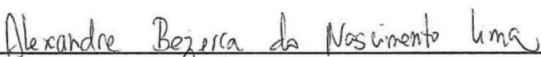
  
Alexandre Bezerra do Nascimento Lima  
Examinador Externo a Instituição

Figura 1

Dedico esta dissertação a Deus, que renova minhas forças a cada dia, à minha esposa, pelo apoio incansável e inspiração, e à minha família, por ser sempre meu porto seguro.

# Agradecimentos

Agradeço, de modo especial, ao professor Cleidinaldo Aguiar Souza, pela orientação atenta, paciência, inspiração, criatividade e incentivo, que foram fundamentais para a realização deste trabalho. À minha mãe e à minha esposa e a toda minha família, deixo minha eterna gratidão pelo apoio, carinho e pela compreensão em todos os momentos de dedicação aos estudos. Agradeço de coração ao meu ex-professor Kelton pelas orientações a cerca de álgebra linear e análise logo no início do curso, e ao professor Amsterdã, cuja paixão pela matemática no ensino médio foi fundamental para despertar meu interesse pela área e que, com generosidade, me deu a mão e oportunidades para que eu pudesse persistir e avançar em minha trajetória.

Sou muito grato também aos amigos Kevin Marçal e Paulo Henrique, pela energia, parceria e amizade durante o mestrado, que proporcionaram uma caminhada mais leve e estimulante. Agradeço aos colegas de curso pela convivência e pelas experiências compartilhadas, bem como aos meus alunos, fonte diária de inspiração para aprimorar e renovar meu compromisso com a educação e com a busca pelo conhecimento.

Agradeço à FAPPEPI pelo apoio financeiro.

*"O aluno só aprende de verdade quando participa ativamente da construção do seu conhecimento, tornando-se protagonista do processo educativo".*

José Manuel Moran.

TRIGOBOT: um aplicativo baseado em design para o ensino de funções trigonométricas no ensino médio

Edivan Sousa Cardoso

2025

# Abstract

This work presents the first two phases of a Design-Based Research (DBR) project dedicated to the development of the Trigobot application, an innovative educational product for meaningful teaching of trigonometric functions in Brazilian high school, aiming to theoretically substantiate the pedagogical potentialities of this technological tool that integrates simulated robotics (CoppeliaSim), Python programming language, and educational gamification. Grounded in the theoretical pillars of Ausubel's meaningful learning theory, technological mediation, and gamification, the research conducted, during the analysis phase, a systematic identification of epistemological, procedural, and affective obstacles in trigonometry teaching through critical literature review, and during the design phase, the complete and iterative development (five refined versions) of the Trigobot application with its multiple synchronized representations (algebraic, graphical, and three-dimensional spatial) and a structured set of gamified didactic activities with progressive complexity. The theoretical findings demonstrate the pedagogical potential of the Trigobot application to establish solid cognitive bridges between abstract mathematical concepts and concrete visual manifestations in robotic movement, promoting meaningful learning, computational thinking, and metacognitive skills, particularly by enabling interactive parameter manipulation with immediate visual feedback and meaningful contextualizations. It is concluded that, although the subsequent phases of empirical implementation and validation with actual students have not yet been conducted—an explicitly acknowledged methodological limitation—this work offers substantive contributions in theoretical, methodological, technological, and pedagogical dimensions to the field of mathematics education, demonstrating the viability of pedagogical innovation with limited resources through free software, and clearly indicating the essential next steps to transform theoretical potentialities into empirically validated knowledge through phases 3 and 4 of Design-Based Research.

**Keywords:** Trigobot application; trigonometric functions; meaningful learning; Design-Based Research; educational robotics; gamification; CoppeliaSim; Python; high school; technological mediation.

# Resumo

Este trabalho apresenta as duas primeiras fases de uma Pesquisa Baseada em Design dedicada ao desenvolvimento do aplicativo Trigobot, um produto educacional inovador para o ensino significativo de funções trigonométricas no ensino médio brasileiro, objetivando fundamentar teoricamente as potencialidades pedagógicas dessa ferramenta tecnológica que integra robótica simulada (CoppeliaSim), linguagem Python e gamificação educacional. A pesquisa, fundamentada nos pilares teóricos da aprendizagem significativa de Ausubel, mediação tecnológica e gamificação, conduziu na fase de análise a identificação sistemática de obstáculos epistemológicos, procedimentais e afetivos no ensino de trigonometria através de revisão crítica de literatura, e na fase de design ao desenvolvimento completo e iterativo (cinco versões refinadas) do aplicativo Trigobot com suas múltiplas representações sincronizadas (algébrica, gráfica e espacial 3D) e conjunto estruturado de atividades didáticas gamificadas com progressão de complexidade. Os resultados teóricos evidenciam o potencial pedagógico do aplicativo Trigobot para estabelecer pontes cognitivas sólidas entre conceitos matemáticos abstratos e manifestações visuais concretas no movimento robótico, promovendo aprendizagem significativa, pensamento computacional e habilidades metacognitivas, particularmente ao permitir manipulação interativa de parâmetros com feedback visual imediato e contextualizações significativas. Conclui-se que, embora as fases subsequentes de implementação empírica e validação com estudantes reais ainda não tenham sido realizadas—limitação metodológica explicitamente reconhecida—o trabalho oferece contribuições substantivas em dimensões teórica, metodológica, tecnológica e pedagógica ao campo da educação matemática, demonstrando viabilidade de inovação pedagógica com recursos limitados através de softwares livres, e indicando claramente os próximos passos essenciais para transformar potencialidades teóricas em conhecimento empiricamente validado através das fases 3 e 4 da DBR (Pesquisa Baseada em Design).

**Palavras-chave:** aplicativo Trigobot; funções trigonométricas; aprendizagem significativa; Pesquisa Baseada em Design; robótica educacional; gamificação; CoppeliaSim; Python; ensino médio; mediação tecnológica.

# Lista de Figuras

1	.....	2
1.1	Interface do aplicativo Trigobot. ....	3
2.1	Tecnologias digitais. ....	10
2.2	A gamificação no ensino. ....	12
2.3	Interface do CoppeliaSim. ....	17
2.4	Simuladores Robóticos. ....	19
3.1	Atividade sugerida 1. ....	27
3.2	Atividade sugerida 2. ....	27
3.3	Atividade sugerida 4. ....	28
4.1	Parâmetros $a$ e $b$ no aplicativo Trigobot. ....	32
4.2	Funções presentes no aplicativo Trigobot. ....	32
4.3	Atividade 4. ....	33
4.4	Escolhendo as funções no Trigobot. ....	34
4.5	Coordenadas da faixa de chegada (verde). ....	35
4.6	Escolha das funções. ....	36
4.7	Inserção de informações no Trigobot. ....	37
4.8	Ativação no CoppeliaSim. ....	37
4.9	Inserção dos parâmetros $a = 1$ e $b = 2$ no Trigobot. ....	38
4.10	Trajetória resultante ( $a = 1, b = 2$ ): colisão com obstáculo. ....	39
4.11	Inserção dos parâmetros $a = 1$ e $b = 8$ no Trigobot. ....	39
4.12	Trajetória resultante ( $a = 1, b = 8$ ). ....	40
4.13	Trajetória resultante ( $a = 0.5, b = 8$ ). ....	41

4.14	Trajectoria resultante ( $a = 0.6, b = 8$ ): sucesso na travessia. . . . .	41
4.16	Atividade avançada. . . . .	43
4.15	Atividade introdutória. . . . .	43
A.1	Sugestão de atividade 01. . . . .	51
A.2	Sugestão de atividade 02. . . . .	52
A.3	Sugestão de atividade 03. . . . .	52
A.4	Sugestão de atividade 04. . . . .	53
A.5	Sugestão de atividade 05. . . . .	53

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>i</b>
<b>Sumário</b>	<b>iii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Contextualização do tema . . . . .	1
1.2 Problema de pesquisa . . . . .	2
1.3 Objetivos . . . . .	4
1.3.1 Objetivo geral . . . . .	4
1.3.2 Objetivos específicos . . . . .	4
1.4 Justificativa . . . . .	5
1.5 Estrutura do trabalho . . . . .	6
<b>2 Revisão Teórica</b>	<b>8</b>
2.1 Obstáculos Epistemológicos e Conceituais no ensino de Funções Trigonométricas . . . . .	8
2.2 Aprendizagem significativa . . . . .	9
2.3 Ensino de Matemática Mediado por Tecnologia . . . . .	10
2.4 Gamificação no Ensino de Matemática . . . . .	12
2.5 Visualizações e Simulações na Educação Matemática . . . . .	13
2.5.1 Intervenções Visuais . . . . .	13
2.5.2 Simulações Interativas e Aprendizagem Conceitual . . . . .	14
2.6 Robótica Educacional no Ensino de Matemática e STEM . . . . .	15
2.6.1 Lego Mindstorms e Desenvolvimento de Pensamento Computacional	15
2.6.2 Percepção e Confiança de Professores em Formação Inicial . . . . .	16

2.7	Simuladores Robóticos na Educação STEM . . . . .	17
2.7.1	CoppeliaSim: Recursos e Potencialidades Pedagógicas . . . . .	17
2.7.2	Vantagens de Simuladores em Contextos com Recursos Limitados . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>20</b>
3.1	Pesquisa Baseada em Design (DBR) . . . . .	20
3.1.1	Origem e Consolidação da DBR . . . . .	20
3.1.2	Fases Características da DBR . . . . .	21
3.1.3	Justificativa para Escolha da DBR . . . . .	21
3.2	Fases Realizadas Nesta Pesquisa . . . . .	22
3.2.1	Delimitação Explícita e Transparente do Escopo . . . . .	22
3.2.2	Fase 1: Análise e Exploração do Problema Educacional . . . . .	23
3.2.3	Fase 2: Design da solução - Aplicativo Trigobot . . . . .	25
3.3	Limitações Metodológicas Reconhecidas . . . . .	29
3.4	Síntese Metodológica e Próximos Passos . . . . .	29
<b>4</b>	<b>O Aplicativo Trigobot</b>	<b>31</b>
4.1	Histórico e desenvolvimento . . . . .	31
4.2	Funcionalidades didáticas . . . . .	31
4.2.1	Uso do aplicativo Trigobot em conjunto com o CoppeliaSim . . . . .	33
4.3	Interface e Operacionalização do Trigobot . . . . .	35
4.3.1	Sequência Operacional . . . . .	35
4.3.2	Exemplificação do Uso do Trigobot . . . . .	38
4.3.3	Possíveis contribuições . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Resultados e Análise Preliminar</b>	<b>44</b>
5.1	Esclarecimento metodológico essencial . . . . .	44
5.2	Análise do artefato desenvolvido: características técnicas e pedagógicas . . . . .	44
5.3	Análise das atividades didáticas desenvolvidas . . . . .	45
5.4	Potencialidades pedagógicas teoricamente fundamentadas . . . . .	45
<b>6</b>	<b>Considerações finais</b>	<b>47</b>

Referências Bibliográficas	48
Apêndices	51
A Atividades sugeridas	51

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contextualização do tema

O ensino de funções trigonométricas no ensino médio brasileiro configura-se, há décadas, como um dos maiores e mais persistentes desafios educacionais da contemporaneidade no campo da educação matemática. As funções seno, cosseno e tangente, apesar de constituírem ferramentas matemáticas absolutamente essenciais e indispensáveis para a compreensão profunda de fenômenos naturais periódicos e para inúmeras aplicações tecnológicas contemporâneas em áreas como física ondulatória, engenharia, computação gráfica, processamento de sinais e modelagem de fenômenos oscilatórios, apresentam uma natureza intrinsecamente abstrata que frequentemente dificulta substancialmente a aprendizagem através de abordagens pedagógicas tradicionais centradas prioritariamente na transmissão verbal de conceitos e na resolução mecânica de exercícios algorítmicos descontextualizados [9].

Pesquisas educacionais nacionais e internacionais documentam sistematicamente que muitos estudantes do ensino médio enfrentam obstáculos cognitivos, afetivos e procedimentais significativos ao tentar estabelecer conexões conceituais robustas e significativas entre as múltiplas representações semióticas das funções trigonométricas: representações algébricas (fórmulas e equações), gráficas (curvas senoidais e cossenoidais), geométricas (círculo trigonométrico e triângulos retângulos) e numéricas (tabelas de valores). Essa fragmentação representacional compromete profundamente tanto a compreensão conceitual quanto o interesse genuíno pela disciplina, resultando em aprendizagem superficial, mecanizada e rapidamente esquecida após as avaliações escolares [9].

Além disso, a dificuldade acentuada em visualizar concretamente as relações matemáticas abstratas de maneira contextualizada e significativa resulta inevitavelmente em uma aprendizagem superficial, marcada predominantemente pela memorização mecânica de fórmulas isoladas e pela ausência preocupante de entendimento conceitual efetivo e duradouro. Esse cenário pedagógico insatisfatório traduz-se empiricamente em baixa

motivação intrínseca, ansiedade matemática elevada e desempenho acadêmico insatisfatório, realidades extremamente comuns nas salas de aula brasileiras, principalmente quando envolvem conteúdos matemáticos percebidos como complexos, abstratos e desconectados da realidade cotidiana dos jovens, como é frequentemente o caso da trigonometria.

Há, portanto, uma demanda educacional crescente e urgente por metodologias pedagógicas inovadoras que aproximem significativamente tais conceitos abstratos do contexto vivencial, dos interesses genuínos e das experiências cotidianas dos alunos, tornando-os substancialmente mais acessíveis cognitivamente, mais significativos pessoalmente e mais relevantes pragmaticamente para a vida cotidiana contemporânea e para o desenvolvimento progressivo de competências científicas, tecnológicas e matemáticas essenciais à formação integral, crítica e autônoma do educando do século XXI.

Nesse sentido estratégico, metodologias pedagógicas que promovem intencionalmente a aprendizagem significativa, aliadas criativamente ao uso pedagógico fundamentado de tecnologias digitais interativas, destacam-se proeminentemente no cenário educacional contemporâneo como alternativas promissoras e potencialmente transformadoras. De acordo com a formulação teórica clássica de Novak (1998) [20]:

“A aprendizagem ocorre de modo significativo quando a informação nova é relacionada, de maneira não arbitrária e substantiva, à estrutura cognitiva já existente do aluno. Nesse processo, o conteúdo ganha sentido para o estudante, deixa de ser memorizado mecanicamente e se torna aplicável, transferível e duradouro, possibilitando a resolução de problemas complexos em diversos contextos”.

Nessa perspectiva teórico-pedagógica fundamentada, recursos tecnológicos interativos, simulações computacionais dinâmicas e atividades didáticas gamificadas favorecem substancialmente tanto a experimentação prática ativa quanto a construção colaborativa e autônoma do conhecimento matemático, engajando os estudantes de forma significativamente mais efetiva cognitiva, afetiva e comportamentalmente, e promovendo uma educação matemática qualitativamente mais dinâmica, contextualizada, significativa e estrategicamente alinhada às demandas, possibilidades e desafios educacionais do século XXI [27, 18, 22].

## 1.2 Problema de pesquisa

O aplicativo educacional Trigobot, desenvolvido pelo grupo de pesquisa Interface entre Educação e Robótica para o Ensino de Matemática (IEREM), apresenta-se inovadoramente como um recurso tecnológico-pedagógico diferenciado para o ensino contextualizado e

significativo de funções trigonométricas, ao aliar criativamente a representação gráfica dinâmica e manipulável das funções matemáticas:

$$f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x), \quad g(x) = a \cdot \cos(b \cdot x), \quad h(x) = a \cdot \tan(b \cdot x) \quad (1.1)$$

ao universo contemporâneo, tecnologicamente rico e pedagogicamente potente da robótica educacional simulada e física. Com essa ferramenta tecnológica inovadora e pedagogicamente fundamentada, as trajetórias espaciais de um robô móvel — que podem ser simuladas virtualmente com alta fidelidade no ambiente profissional CoppeliaSim ou executadas fisicamente em robôs reais — são construídas matematicamente e controladas dinamicamente com base rigorosa nos parâmetros específicos das funções trigonométricas ( $a$  para amplitude/escala vertical,  $b$  para frequência angular) inseridos interativamente pelo usuário-estudante, permitindo aos aprendizes observar concretamente, na prática simulada ou física, o impacto direto, imediato e visível das variações paramétricas sobre os gráficos matemáticos das funções e sobre os movimentos espaciais correlatos do robô.

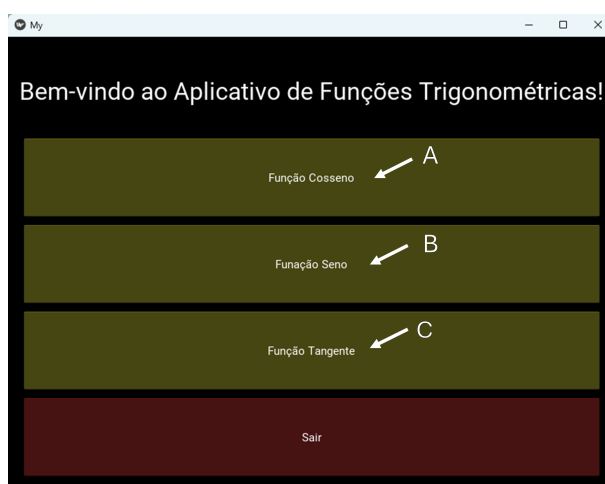


Figura 1.1: Interface do aplicativo Trigobot.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

A proposta pedagógica subjacente do aplicativo Trigobot inclui estrategicamente a adoção consciente e planejada de elementos característicos da gamificação educacional, estratégia pedagógica contemporânea que tem se mostrado empiricamente eficaz na promoção substancial do engajamento discente, da motivação intrínseca e da persistência cognitiva. Conforme argumenta Prensky (2001) [25] em obra seminal sobre aprendizagem baseada em jogos digitais:

“Ao inserir tarefas desafiadoras, objetivos claros e recompensas simbólicas no processo educacional, a gamificação estimula a participação ativa e a aprendizagem autônoma dos estudantes, criando um ambiente motivador onde o erro é ressignificado como oportunidade de aprendizado e o progresso é

continuamente reconhecido e valorizado”.

Diante desse cenário educacional contemporâneo complexo, marcado simultaneamente por desafios persistentes no ensino de trigonometria e por oportunidades tecnológicas inovadoras, o problema norteador central da presente investigação científica formula-se da seguinte maneira:

Como um aplicativo educacional baseado em robótica simulada e fundamentado rigorosamente nos princípios metodológicos e teóricos da Pesquisa Baseada em Design pode contribuir substancialmente para facilitar, promover e consolidar a aprendizagem significativa, profunda e duradoura de funções trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no contexto específico do ensino médio brasileiro?

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo geral

Analisar crítica e fundamentalmente as potencialidades pedagógicas teóricas do aplicativo educacional Trigobot, produto concreto resultante das fases iniciais de análise sistemática e design intencional de uma Pesquisa Baseada em Design (DBR). Para tanto, busca-se compreender como um aplicativo educacional tecnologicamente sofisticado, fundamentado em robótica educacional simulada e enriquecido com elementos de gamificação, pode facilitar, promover e consolidar uma aprendizagem significativa, profunda e transferível de funções trigonométricas (seno, cosseno e tangente).

### 1.3.2 Objetivos específicos

1. Analisar as características técnicas e pedagógicas do Trigobot, enfatizando sua capacidade de representar dinamicamente as funções  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$  e  $\tan(x)$  através de simulações robóticas precisas em CoppeliaSim, identificando os princípios de design que orientaram seu desenvolvimento;
2. Fundamentar teoricamente as potencialidades pedagógicas do Trigobot integrando perspectivas de aprendizagem significativa (Ausubel), mediação tecnológica no ensino de matemática e gamificação educacional, demonstrando como essas perspectivas se complementam;
3. Caracterizar o processo de integração funcional entre Trigobot e CoppeliaSim, explicitando como essa articulação tecnológica viabiliza experimentação matemática interativa, manipulação direta de parâmetros e compreensão contextualizada de conceitos trigonométricos;

4. Analisar o conjunto de atividades didáticas gamificadas desenvolvidas para o Trigobot, evidenciando como elementos lúdicos promovem engajamento cognitivo, motivação intrínseca e desenvolvimento de habilidades matemáticas;
5. Refletir criticamente sobre limitações metodológicas desta pesquisa, particularmente a ausência de implementação em contextos escolares e coleta de dados empíricos sobre eficácia pedagógica, indicando direções para pesquisas futuras.

## 1.4 Justificativa

A importância científica, educacional e social da trigonometria para a formação matemática sólida, para o desenvolvimento de competências científicas e tecnológicas avançadas e para a preparação cidadã dos jovens para os desafios do mundo contemporâneo torna absolutamente imprescindível e urgente o aprimoramento contínuo e fundamentado das metodologias, estratégias e recursos pedagógicos de ensino, de modo que essa aprendizagem matemática transcenda definitivamente o caráter superficial, mecânico, descontextualizado e desmotivador frequentemente observado, documentado e criticado nas práticas pedagógicas tradicionais predominantes nas escolas brasileiras, conforme Costa (2017) [9].

A teoria da aprendizagem significativa, proposta originalmente por David Ausubel [4] e desenvolvida posteriormente por diversos pesquisadores educacionais, oferece um framework teórico robusto e empiricamente validado para compreender os processos cognitivos subjacentes à aprendizagem matemática profunda e para orientar o design de intervenções pedagógicas potencialmente mais eficazes. Segundo Novak (1998) [20], a aprendizagem torna-se genuinamente significativa quando o estudante consegue relacionar de forma não arbitrária e substantiva os novos conhecimentos matemáticos à sua estrutura cognitiva preexistente, incorporando-os de maneira integrada, estável e transferível.

No contexto específico do ensino de funções trigonométricas, essa ancoragem cognitiva pode ser substancialmente facilitada através de representações visuais concretas, manipulações interativas, contextualizações práticas e conexões explícitas com fenômenos naturais observáveis e aplicações tecnológicas contemporâneas relevantes para os interesses dos jovens. O aplicativo Trigobot foi concebido, projetado e desenvolvido precisamente para proporcionar essas experiências de aprendizagem significativas, conectando conceitos matemáticos abstratos a manifestações visuais dinâmicas através do movimento controlado de um robô simulado ou físico.

Moran (2015) [18] enfatiza perspicazmente a importância da integração planejada e intencional de tecnologias digitais no ensino:

“As tecnologias digitais, quando integradas de forma planejada e intencional ao currículo, possibilitam a criação de ambientes de aprendizagem mais flexíveis,

personalizados e significativos, nos quais os estudantes assumem um papel ativo na construção do conhecimento e desenvolvem habilidades essenciais para o mundo contemporâneo, como a resolução de problemas complexos, o pensamento crítico e a colaboração”.

O aplicativo Trigobot apresenta-se estrategicamente como uma proposta pedagógica que alia criativamente tecnologia computacional avançada, interatividade e gamificação educacional fundamentada, oferecendo um ambiente teoricamente propício, estimulante e pedagogicamente estruturado para que os alunos construam ativamente o conhecimento trigonométrico de maneira progressiva, significativa, colaborativa e profundamente contextualizada com aplicações tecnológicas contemporâneas.

Investigar rigorosamente as potencialidades pedagógicas teóricas dessa ferramenta pode contribuir teoricamente para o desenvolvimento, refinamento e disseminação de práticas pedagógicas significativamente eficazes, tecnologicamente enriquecidas e estrategicamente alinhadas às demandas complexas de uma educação matemática contemporânea que valoriza fundamentalmente a autonomia intelectual, a criatividade matemática, o pensamento computacional, a colaboração produtiva e a aplicação prática contextualizada dos saberes matemáticos à resolução de problemas autênticos e relevantes.

Adicionalmente, no contexto específico brasileiro, caracterizado por significativas desigualdades educacionais, recursos pedagógicos frequentemente limitados e dificuldades crônicas no ensino de matemática, conforme Costa (2017) [9], o desenvolvimento de ferramentas educacionais tecnológicas acessíveis (desenvolvidas em linguagem de programação Python), pedagogicamente fundamentadas e cientificamente validadas representa uma contribuição potencialmente valiosa e socialmente relevante para democratização do acesso a experiências de aprendizagem matemática de alta qualidade, conforme Macedo (2023) [13].

## 1.5 Estrutura do trabalho

Este trabalho de pesquisa está organizado sistematicamente em seis capítulos principais que apresentam, desenvolvem e articulam progressivamente os diferentes aspectos conceituais, teóricos, metodológicos e práticos da investigação realizada.

O capítulo 2 (Revisão Teórica) apresenta detalhadamente uma revisão crítica e abrangente da literatura científica relevante, contemplando três pilares teóricos fundamentais que sustentam esta pesquisa: (1) a teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel e seus desdobramentos contemporâneos; (2) o ensino de matemática mediado por tecnologias digitais e a robótica, e suas implicações pedagógicas; e (3) a gamificação educacional no ensino de matemática e seus efeitos sobre engajamento e motivação.

O capítulo 3 (Metodologia) explicita criteriosamente a abordagem metodológica ado-

tada nesta investigação — a Pesquisa Baseada em Design (Design-Based Research - DBR) — descrevendo suas características fundamentais, suas fases constitutivas e justificando sua adequação aos objetivos desta pesquisa.

O capítulo 4 (O Aplicativo Trigobot) apresenta uma descrição técnica detalhada e uma análise pedagógica aprofundada do aplicativo educacional desenvolvido, incluindo minuciosamente suas funcionalidades computacionais, sua interface gráfica, suas características pedagógicas distintivas, seus elementos de gamificação e o processo técnico-organizacional de integração funcional com o simulador robótico profissional CoppeliaSim.

O capítulo 5 (Resultados e Análise Preliminar) esclarece metodológica e transparentemente que, devido à natureza da pesquisa e ao estágio atual de desenvolvimento, não há resultados empíricos tradicionais a serem reportados, uma vez que as fases de implementação prática e avaliação sistemática ainda não foram executadas.

Finalmente, o Capítulo 6 (Considerações Finais) sintetiza os principais achados desta pesquisa, explicita suas contribuições ao campo da educação matemática, reconhece transparentemente suas limitações metodológicas e temporais.

# Capítulo 2

## Revisão Teórica

### 2.1 Obstáculos Epistemológicos e Conceituais no ensino de Funções Trigonométricas

O ensino de funções trigonométricas apresenta desafios pedagógicos específicos, persistentes e bem documentados na literatura nacional e internacional de educação matemática. Esses desafios relacionam-se intimamente à natureza intrinsecamente abstrata dos conceitos trigonométricos, à multiplicidade complexa de representações semióticas envolvidas, e às dificuldades cognitivas genuínas que estudantes enfrentam ao tentar estabelecer conexões significativas, robustas e duradouras entre aspectos algébricos, gráficos e geométricos das funções trigonométricas Conforme Orhani (2024) [21] e Thompson (2007) [28].

Costa (2017) [9], em sua dissertação de mestrado dedicada especificamente ao tema, sistematicamente documentou e categorizou essas dificuldades enfrentadas por estudantes brasileiros diante de funções trigonométricas. A pesquisa desse autor sugere que problemas no ensino-aprendizagem de trigonometria transcendem contextos específicos e representam desafios estruturais genuínos.

Através de análise sistemática, Costa (2017) [9] categorizou os obstáculos no ensino-aprendizagem de funções trigonométricas, identificando três dimensões principais que, embora não mutuamente exclusivas, se complementam de forma interdependente:

1. Obstáculos epistemológicos e conceituais: falta de compreensão profunda do significado fundacional das funções trigonométricas além de definições formais descontextualizadas, com transição difícil de triângulos retângulos concretos para funções periódicas generalizadas, representando barreira cognitiva profunda e frequentemente intransponível;
2. Obstáculos representacionais: fragilidade nas conexões entre representações semióti-

cas complementares — algébricas (fórmulas), gráficas (curvas senoidais), geométricas (círculo trigonométrico) e numéricas (tabelas de valores);

3. Obstáculos afetivos e motivacionais: ansiedade matemática elevada, crenças negativas de incapacidade e percepção da trigonometria como conteúdo abstrato, árido e desconectado da realidade cotidiana.

Esses obstáculos estruturais confirmam desafios persistentes no ensino brasileiro de trigonometria.

## 2.2 Aprendizagem significativa

A aprendizagem significativa é um conceito central e fundamental na teoria educacional contemporânea, constituindo-se como um dos arcabouços teóricos mais influentes e amplamente adotados para a compreensão dos processos cognitivos subjacentes ao aprendizado em contextos formais de educação. David Ausubel (1983) [4], psicólogo educacional americano de destaque, propõe rigorosamente que a aprendizagem significativa é o processo mediante o qual o conhecimento novo é incorporado de forma substancial e não arbitrária aos conhecimentos prévios do aluno, permitindo a construção de saberes duradouros, transferíveis e aplicáveis a múltiplas situações e contextos.

Nesse processo cognitivo complexo e multifacetado, o estudante não apenas memoriza informações desconectadas e descontextualizadas, mas estabelece ativamente relações lógicas, contextuais, conceituais e procedimentais que conferem profundo sentido, significância pessoal e relevância pragmática ao que está aprendendo, possibilitando a transferência genuína e duradoura do conhecimento para novas situações, problemas e contextos não previamente ensinados, conforme Moreira (2002,2012) [16, 17].

Ausubel (1983) [4] destaca com precisão que:

“A essência do processo de aprendizagem significativa reside na incorporação não arbitrária de novos conhecimentos à estrutura cognitiva do aprendiz. Isso significa que o material aprendido se relaciona de forma lógica e não aleatória com aspectos relevantes já existentes na estrutura cognitiva, resultando em um conhecimento mais estável, integrado e passível de ser aplicado em múltiplos contextos”.

Segundo Moreira e Masini (2002) [16], para que a aprendizagem seja genuinamente significativa, três condições prévias são absolutamente essenciais e indispensáveis: primeiro, a existência de conceitos prévios relevantes (denominados subsunçores) na estrutura cognitiva do aluno, conhecimentos anteriormente aprendidos que funcionarão como âncoras

cognitivas para a nova informação; segundo, a predisposição autêntica do estudante para aprender de forma significativa, envolvendo motivação genuína, interesse pessoal e atitude ativa de engajamento; terceiro, a apresentação de material potencialmente significativo, ou seja, conteúdo que possa ser relacionado de maneira não arbitrária e substantiva aos conhecimentos anteriores do aprendiz.

No ensino específico da matemática, a aprendizagem significativa desempenha um papel absolutamente fundamental e irrenunciável para superar as dificuldades consideráveis relacionadas à abstração conceitual, à complexidade procedural dos conteúdos e à transferência do conhecimento para novos contextos.

A aprendizagem significativa, por sua vez, permite que o aluno compreenda a matemática como uma ciência coerente e internamente estruturada, baseada em princípios fundamentais, teoremas geradores e conexões conceituais profundas, favorecendo não apenas a retenção duradoura, mas também a aplicabilidade pragmática e a ressignificação contínua do conhecimento em novos contextos cognitivos, conforme Novak (1998) [20] e Moreira (2012) [17].

Diversos estudos científicos e pesquisas empíricas demonstram consistentemente que a valorização consciente e sistemática dos saberes prévios dos alunos e o uso de estratégias didáticas que conectam conceitos matemáticos abstratos a situações concretas, observáveis e do cotidiano dos aprendizes são práticas pedagógicas que potencializam significativamente esse tipo de aprendizagem profunda e duradoura. Quando os professores criam ambientes de aprendizagem que estabelecem pontes entre o conhecimento matemático formal e as experiências vividas pelos alunos, aumenta-se substancialmente a probabilidade de que a aprendizagem ocorra de forma significativa e transferível, conforme teorizam Ausubel (1983) [4] e Moreira (2012) [17].

## 2.3 Ensino de Matemática Mediado por Tecnologia



Figura 2.1: Tecnologias digitais.

Fonte: Autor.

O ensino de matemática mediado por tecnologias digitais, conforme a figura 2.1, representa uma transformação qualitativa nas possibilidades pedagógicas disponíveis para educadores matemáticos, transcendendo significativamente a mera utilização instrumental de computadores como ferramentas de cálculo ou exibição de conteúdos. Silva (2013) [27] argumenta que:

“O ensino de matemática mediado por tecnologias digitais amplia consideravelmente as possibilidades pedagógicas e facilita significativamente a compreensão de conceitos abstratos e complexos, permitindo representações visuais dinâmicas, manipulações interativas e experimentações que seriam impraticáveis ou impossíveis utilizando-se apenas recursos tradicionais”.

A mediação tecnológica no ensino de matemática não funciona como simples substituição de práticas pedagógicas tradicionais, mas sim como qualitativa transformação dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem matemática. Moran (2015) [18] enfatiza com clareza que:

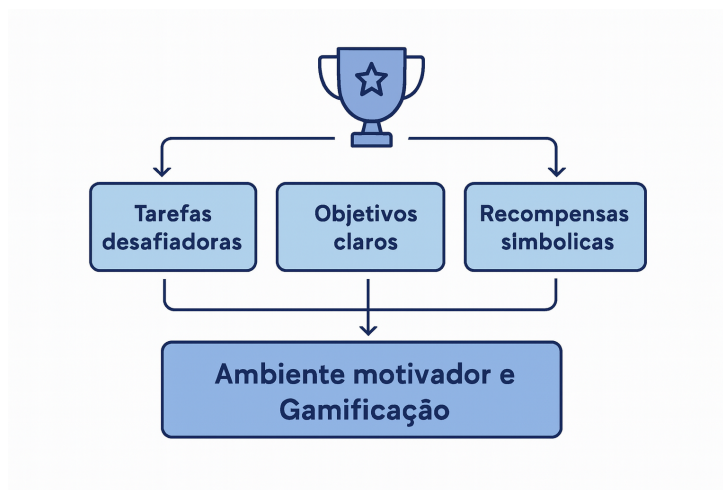
“As tecnologias digitais, quando integradas de forma planejada e intencional ao currículo escolar, possibilitam a criação de ambientes de aprendizagem significativamente mais flexíveis, personalizados e significativos, nos quais os estudantes assumem papéis cada vez mais ativos e protagonistas na construção colaborativa do conhecimento e desenvolvem habilidades cada vez mais essenciais para o mundo contemporâneo e para a vida profissional futura, como a resolução criativa de problemas complexos, o pensamento crítico e analítico, a comunicação efetiva e a colaboração produtiva”.

Oliveira (2021) [22] aprofunda essa discussão ao destacar que a mediação tecnológica no ensino de matemática transcende categoricamente a simples utilização de dispositivos eletrônicos como ferramentas auxiliares descontextualizadas; ela promove uma transformação qualitativa, profunda e abrangente no processo integral de ensino-aprendizagem matemático.

As tecnologias digitais, quando pedagogicamente bem utilizadas, possibilitam: (1) representações visuais dinâmicas de conceitos abstratos, tornando tangível o intangível; (2) manipulação interativa de parâmetros e variáveis, permitindo experimentação matemática ilimitada; (3) feedback imediato sobre as ações realizadas, acelerando ciclos de aprendizagem; (4) visualização de múltiplas perspectivas simultaneamente; (5) conexões com contextos autênticos e aplicações do mundo real; (6) democratização do acesso a ferramentas sofisticadas.

## 2.4 Gamificação no Ensino de Matemática

A gamificação educacional constitui-se, conforme Prensky (2001) [25], Alves (2022) [3] e Nacke (2017) [19], como uma estratégia pedagógica contemporânea fundamentada na incorporação estratégica e intencional de elementos, mecânicas e dinâmicas características de jogos digitais e analógicos em contextos educacionais formais, buscando aumentar o engajamento cognitivo, a motivação intrínseca, a persistência na resolução de problemas e o desenvolvimento de habilidades diversas, conforme a figura 2.2



c

Figura 2.2: A gamificação no ensino.  
Fonte: Autor.

Prensky (2001) [25] argumenta em obra seminal que:

“Ao inserir deliberadamente tarefas desafiadoras progressivas, objetivos claramente definidos e recompensas simbólicas significativas no processo educacional, a gamificação estimula substancialmente a participação ativa, o engajamento profundo e a aprendizagem autônoma genuína dos estudantes, criando um ambiente educacional psicologicamente mais confortável e motivador onde o erro é ressignificado construtivamente como oportunidade valiosa de aprendizado e onde o progresso alcançado é continuamente reconhecido, valorizado e celebrado”.

No contexto específico do ensino de matemática, a gamificação bem concebida pode transformar radicalmente as percepções, atitudes e emoções dos estudantes em relação à disciplina. Alves et al. (2022) [3] destacam que:

“A gamificação bem planejada e implementada de forma intencional e fundamentada no ensino de matemática pode transformar radicalmente a percepção dos estudantes sobre a disciplina, convertendo percepções iniciais negativas

de uma matéria árida e desconectada em percepções de um campo matemático dinâmico, relevante e conectado a seus interesses pessoais e ao mundo contemporâneo”.

Elementos característicos da gamificação incluem: progressão por níveis de complexidade crescente, desafios contextualizados e significativos, feedback visual imediato e informativo, recompensas simbólicas reconhecidas e valorizadas, narrativas envolventes que conferem contexto e significado, múltiplas tentativas sem penalização excessiva, competição amigável e colaboração [19].

Nacke e Deterding (2017) [19] enfatizam que:

“A gamificação, quando implementada com rigor pedagogicamente fundamentado, cria condições ideais para a promoção de aprendizagem significativa e para o desenvolvimento de competências matemáticas sólidas e duradouras”, ao proporcionar ambientes onde “o erro é encarado como parte natural, valiosa e necessária do processo de aprendizagem e onde o progresso alcançado é continuamente visível, reconhecido e recompensado”.

## 2.5 Visualizações e Simulações na Educação Matemática

### 2.5.1 Intervenções Visuais

A importância de representações visuais dinâmicas para a aprendizagem matemática tem sido consistentemente documentada na literatura científica contemporânea. Schoenherr, Strohmaier e Schukajlow (2024) [26] conduziram uma meta-análise abrangente sobre intervenções baseadas em visualizações na educação matemática, examinando sistematicamente múltiplos estudos primários para identificar padrões de eficácia e mecanismos cognitivos subjacentes.

Os resultados dessa meta-análise conclusivamente demonstram que o uso sistemático de representações visuais melhora significativamente a compreensão conceitual, a retenção de informações a longo prazo e a capacidade de resolver problemas complexos e contextualizados. Particularmente relevante para o contexto desta pesquisa é o achado de que visualizações dinâmicas e interativas—nas quais estudantes podem manipular parâmetros de funções trigonométricas e observar mudanças em tempo real no comportamento dos seus gráficos—produzem ganhos de aprendizagem substancialmente maiores comparados a visualizações estáticas.

Esses resultados reforçam a necessidade urgente de integrar ferramentas que promovam visualizações interativas e manipuláveis nos processos de ensino-aprendizagem de

conteúdos matemáticos abstratos como funções trigonométricas, onde a conexão entre representação simbólica e manifestação gráfica frequentemente permanece opaca para muitos estudantes utilizando abordagens tradicionais.

### 2.5.2 Simulações Interativas e Aprendizagem Conceitual

No contexto específico de simulações educacionais em larga escala, Perkins(2020) [23] analisa o impacto das simulações interativas PhET (Tecnologia Educacional em Física) no ensino de ciências e matemática, documentando tanto os princípios de design que tornam essas ferramentas eficazes quanto os mecanismos cognitivos pelos quais contribuem para aprendizagem profunda.

A autora destaca que simulações bem projetadas transformam radicalmente a aprendizagem STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática), ao proporcionar experiências exploratórias seguras, permitindo que estudantes testem hipóteses de forma iterativa, observem relações causais de maneira imediata e desenvolvam intuições conceituais robustas através da experimentação virtual sem custos, riscos ou consequências negativas de erros.

Essas ferramentas são particularmente valiosas para conceitos abstratos e fenômenos não diretamente observáveis ou de difícil acesso, como é frequentemente o caso em trigonometria e outras áreas da matemática avançada. A possibilidade de variar parâmetros continuamente e observar mudanças instantâneas nas representações gráficas e nas trajetórias espaciais facilita a construção de modelos mentais coerentes e significativos.

Martinez et al. (2021) [15] demonstram empiricamente, em contexto de ensino de ciências, que a utilização combinada de screencasts explicativos e simulações interativas melhora substancialmente a compreensão conceitual de estudantes sobre comportamento de gases. Embora focado em conteúdos científicos, esse estudo fornece evidências robustas sobre os mecanismos cognitivos pelos quais visualizações e simulações promovem aprendizagem profunda, princípios esses que podem ser produtivamente transferidos e adaptados para o ensino de funções trigonométricas através de ferramentas como o aplicativo Trigobot.

## 2.6 Robótica Educacional no Ensino de Matemática e STEM

### 2.6.1 Lego Mindstorms e Desenvolvimento de Pensamento Computacional

A robótica educacional tem emergido como uma abordagem pedagógica promissora, inovadora e significativamente transformadora para o ensino de conceitos matemáticos complexos, promovendo simultaneamente aprendizagem ativa, desenvolvimento sistemático de pensamento computacional e engajamento cognitivo sustentado dos estudantes. Afari e Khine(2017) [1] investigaram sistematicamente o impacto educacional do uso de kits robóticos Lego Mindstorms como ferramenta pedagógica estruturada.

Seus achados conclusivos demonstram que a robótica educacional favorece significativamente a compreensão de conceitos fundamentais em STEM(Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática), aumenta substancialmente a motivação intrínseca dos aprendizes e desenvolve simultaneamente múltiplas habilidades de valor transversal: resolução criativa de problemas, trabalho colaborativo autêntico, persistência e resiliência diante de desafios complexos e iteração refinada baseada em feedback.

Particularmente relevante é o achado de que a robótica, quando bem integrada curricularmente, promove compreensão mais profunda não apenas de conceitos técnicos específicos, mas também de princípios abstratos de programação, lógica computacional e modelagem matemática.

Fanchamps et al.(2021) [11] aprofundam essa discussão ao examinar especificamente como a programação estruturada de robôs Lego influencia o desenvolvimento tanto do pensamento algorítmico quanto da autoeficácia dos estudantes em dois tipos distintos de contextos instrucionais. Os resultados desse estudo, baseados em avaliação rigorosa pré e pós-intervenção, evidenciam que atividades educacionais bem estruturadas com robótica não apenas promovem competências técnicas específicas e habilidades algorítmicas mensuráveis.

Mais significativamente, fortalecem profundamente crenças positivas dos estudantes sobre suas próprias capacidades matemáticas, competências tecnológicas e potencial para sucesso em disciplinas STEM—aspecto fundamental e frequentemente negligenciado para aprendizagem continuada, persistente e autodirecionada. O impacto na autoeficácia é particularmente pronunciado em populações historicamente subrepresentadas em STEM, sugerindo potencial para redução de disparidades educacionais. Zhang et al.(2024) [30] apresentam análise abrangente e integrada sobre o impacto global da robótica na educação STEM, destacando especificamente como essas ferramentas facilitam avanços cognitivos simultâneos e promovem integração genuína entre disciplinas tradicionalmente fragmenta-

das. Os autores argumentam que a robótica educacional promove integração natural e autêntica entre matemática, ciências, engenharia e tecnologia, criando contextos educacionais autênticos e significativos nos quais estudantes mobilizam e articulam conhecimentos de múltiplas disciplinas para resolver problemas complexos e genuinamente relevantes.

Esse potencial integrador é crucial para superar a fragmentação curricular tradicional que caracteriza muitos sistemas educacionais contemporâneos, onde disciplinas são ensinadas isoladamente sem conexões explícitas ou oportunidades de aplicação integrada. A robótica oferece veículo natural para essa integração interdisciplinar. Dessa forma, a integração da robótica educacional ao ensino de funções trigonométricas revela-se uma estratégia pedagógica com função promissora, articulando de maneira sinérgica dois desafios fundamentais da educação matemática contemporânea: a abstração conceitual às funções periódicas e a necessidade de elevação do engajamento discente.

## 2.6.2 Percepção e Confiança de Professores em Formação Inicial

De La Hoz et al. (2024) [10] investigam especificamente as percepções de professores em formação inicial sobre robótica educacional no ensino de ciências e matemática, focalizando três dimensões inter-relacionadas: (1) percepções discentes sobre eficácia pedagógica; (2) autoconfiança profissional docente; e (3) concepções pedagógicas dos futuros professores.

Os resultados principais revelam que experiências práticas bem planejadas e mediadas com robótica educacional:

1. Aumentaram o benefício da autoeficácia docente;
2. Modificaram profundamente as concepções pedagógicas, transitando de visões tradicionais para construtivistas;
3. tornaram os docentes significativamente mais propensos a adotar metodologias ativas e tecnológicas em suas práticas profissionais futuras.

Esta evidência empírica é particularmente relevante para o Trigobot por três motivos:

**Disseminação e escalabilidade:** Professores familiarizados com tecnologias educacionais durante a formação atuam como agentes multiplicadores em suas instituições;

**Sustentabilidade:** A elevação da autoeficácia garante continuidade das práticas inovadoras ao longo da carreira docente;

**Alinhamento metodológico:** Corroborar a Pesquisa Baseada em Design (DBR) do Trigobot, validando prototipagem iterativa focada no desenvolvimento profissional.

No contexto brasileiro, onde a formação docente em tecnologias permanece desafiadora, o estudo sinaliza que experiências autênticas com robótica se reconfiguram baseadas

em epistêmicas e pedagógicas fundamentais, posicionando professores como protagonistas da inovação educacional.

## 2.7 Simuladores Robóticos na Educação STEM

### 2.7.1 CoppeliaSim: Recursos e Potencialidades Pedagógicas

Homa(2019) [12] dedica atenção específica e aprofundada ao papel dos simuladores robóticos profissionais na educação STEM, argumentando convincentemente que essas ferramentas digitais oferecem alternativas pedagogicamente ricas, economicamente viáveis e amplamente acessíveis aos robôs físicos, especialmente em contextos educacionais com recursos financeiros limitados ou restrições espaciais significativas, contexto onde estão inseridas grande parte das escolas públicas brasileiras.

Simuladores robóticos como o CoppeliaSim, conforme a figura 2.3, software profissional originalmente desenvolvido para pesquisa em robótica, quando adaptados pedagogicamente, permitem experimentação ilimitada e iterativa sem custos incrementais, eliminam custos recorrentes de manutenção e reposição de componentes físicos danificados, possibilitam a modelagem de cenários impossíveis, perigosos ou impraticáveis no mundo real, e facilitam a transição gradual e pedagógica posterior para robótica física quando recursos institucionais estiverem disponíveis.

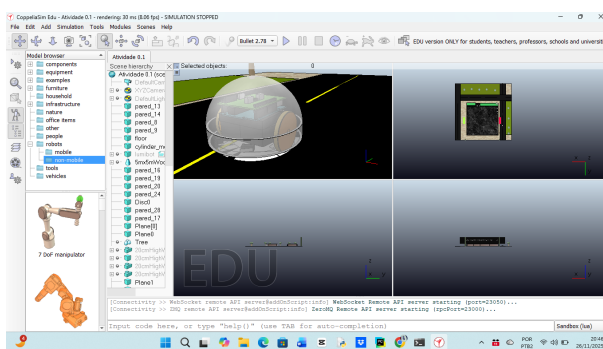


Figura 2.3: Interface do CoppeliaSim.

Fonte: CoppeliaSim.

A fidelidade realística dos simuladores contemporâneos, combinada com capacidades de visualização tridimensional sofisticadas, permite que estudantes desenvolvam compreensões profundas de princípios robóticos e matemáticos transferíveis posteriormente para contextos físicos.

Macedo e Souza(2023) [13] apresentam proposta pedagógica inovadora e estruturada utilizando o robô virtual Lumibot integrado ao simulador CoppeliaSim para o ensino contextualizado de funções polinomiais do segundo grau. A pesquisa demonstra empiricamente

que estudantes que utilizaram sistematicamente o sistema robótico simulado desenvolveram compreensão conceitual significativamente mais profunda sobre características essenciais de parábolas—vértices, eixo de simetria, raízes, concavidade—e sobre o comportamento gráfico de funções quadráticas comparados a estudantes que receberam instrução tradicional baseada em exposição verbal e exercícios algorítmicos descontextualizados.

Os autores atribuem esses ganhos educacionais superiores à possibilidade única de visualização dinâmica e manipulação interativa de parâmetros, à experimentação ativa contínua, e particularmente à conexão estabelecida entre representações algébricas abstratas, gráficas e geométricas, e manifestações concretas no movimento espacial do robô virtual.

Em trabalho subsequente, Macedo e Souza(2024) [14] estendem e aprofundam essa abordagem pedagógica para o ensino contextualizado de funções exponenciais, propondo sequência didática estruturada e progressiva que explora as potencialidades singulares do sistema Lumibot-CoppeliaSim para promover compreensão robusta de crescimento exponencial, decaimento, comportamento assintótico e aplicações autênticas em fenômenos naturais e tecnológicos.

Esses estudos fornecem evidências empíricas robustas, metodologicamente rigorosas e pedagogicamente relevantes sobre a viabilidade real e a eficácia educacional genuína de sistemas robóticos simulados para o ensino-aprendizagem de diferentes famílias de funções matemáticas, fundamentando tanto teoricamente quanto empiricamente o desenvolvimento orientado do aplicativo Trigobot especificamente para funções trigonométricas.

### **2.7.2 Vantagens de Simuladores em Contextos com Recursos Limitados**

Considerando o contexto específico do Brasil e de muitos países em desenvolvimento, onde recursos financeiros para educação são frequentemente limitados e distribuição desigual entre escolas é realidade estrutural, os simuladores robóticos oferecem vantagens pedagógicas e econômicas decisivas. Não apenas reduzem drasticamente custos de implementação e manutenção, mas também, conforme a figura 2.4, eliminam barreiras de acesso geográfico e econômico, permitindo que escolas em contextos desfavorecidos ofereçam experiências educacionais ricas tecnologicamente.



Figura 2.4: Simuladores Robóticos.  
Fonte: Autor.

Adicionalmente, simuladores como o CoppeliaSim funcionam em computadores com especificações modestas, reduzindo necessidade de infraestrutura tecnológica avançada como pré-requisito para implementação.

# Capítulo 3

## Metodologia

### 3.1 Pesquisa Baseada em Design (DBR)

#### 3.1.1 Origem e Consolidação da DBR

A Pesquisa Baseada em Design (Design-Based Research - DBR) emergiu no início dos anos 1990 como resposta às limitações percebidas de metodologias investigativas tradicionais em educação—pesquisas experimentais que frequentemente testam intervenções artificiais descontextualizadas, e pesquisas etnográficas que descrevem práticas existentes sem necessariamente produzir inovações, conforme Anderson e Shattuck (2012) [2] e Collins (2016) [8].

Anderson e Shattuck [2] documentam que, após mais de uma década de desenvolvimento, refinamento e aplicação sistemática, a DBR se consolida como abordagem metodológica legítima, rigorosa e cientificamente reconhecida para enfrentar problemas educacionais complexos. Essa declaração caracteriza-se por cinco dimensões distintivas fundamentais que orientam a condução rigorosa de pesquisas no âmbito da Design-Based Research.

A primeira dimensão refere-se à orientação pragmática, pela qual a DBR mantém foco permanente na resolução de problemas educacionais autênticos e socialmente relevantes, garantindo que o esforço investigativo se vincule a questões concretas enfrentadas por educadores e instituições. A fundamentação teórica constitui a segunda dimensão crucial, estabelecendo que todas as decisões de design sejam teoricamente fundamentadas em literatura consolidada, evitando o empirismo descontextualizado e garantindo rigor científico nas escolhas metodológicas.

A terceira dimensão diz respeito à natureza interventiva inerente ao DBR, por qual pesquisadores não apenas observaram e descreveram especificações educacionais, mas desenvolveram, implementaram e avaliaram intervenções inovadoras em contextos

autênticos. A iteratividade sistemática caracteriza a quarta dimensão, especificando que o processo investigativo se estrutura em ciclos múltiplos e sucessivos de design, teste, análise e refinamento contínuo, permitindo aprimoramento progressivo e articulado das soluções propostas.

Por fim, a quinta dimensão enfatiza a colaboração essencial entre pesquisadores e praticantes, estabelecendo que a DBR requer parceria genuína e contínua com educadores em contextos reais, apoiando que a transformação educacional significativa e substantiva alcançada depende da integração sinérgica de conhecimento acadêmico com experiência prática situada.

### **3.1.2 Fases Características da DBR**

Bakker(2018) [5] sistematiza a Pesquisa Baseada em Design como processo iterativo estruturado em quatro fases principais, não orientada sequenciais, mas cíclicas e recursivas que se alimentam mutuamente em retroalimentação contínua.

Na Fase 1 de Análise e Exploração, ocorre a identificação e caracterização aprofundada do problema educacional, seguida de análise sistemática de literatura relevante, investigação detalhada do contexto educacional específico, e formulação de objetivos educacionais claros e mensuráveis que orientam as etapas posteriores.

A Fase 2 de Design e Construção envolve o desenvolvimento de solução inovadora, seja ela artesãos educacionais, sequência didática ou ferramenta tecnológica, fundamentando-se teoricamente em literatura consolidada e princípios pedagógicos explícitos que garantem rigor científico nas decisões de design.

Na Fase 3 de Avaliação e Teste, a solução desenvolvida é renovada em contextos educacionais autênticos, permitindo a coleta sistemática e rigorosa de dados empíricos tanto quantitativos quanto qualitativos, seguida de análise aprofundada de sua eficácia pedagógica real e impacto nas aprendizagens.

Por fim, a Fase 4 de Reflexão e Refinamento articula-se em torno da análise crítica dos dados encontrados, identificação de princípios generalizáveis de design que transcendem o contexto específico, refinamento iterativo da solução baseada em evidências empíricas sólidas, e articulação reflexiva de contribuições teóricas substantivas ao campo educacional

### **3.1.3 Justificativa para Escolha da DBR**

A escolha da Pesquisa Baseada em Design como abordagem metodológica estruturante desta investigação justifica-se por múltiplas razões convergentes e complementares:

Adequação ao objetivo da pesquisa: O objetivo central desta investigação—desenvolver aplicativo educacional inovador, teoricamente fundamentado e pedagogicamente relevante

para ensino de trigonometria—alinha-se perfeitamente com a natureza interventiva e orientada ao design da DBR.

**Integração teoria-prática:** A DBR permite articular rigorosamente fundamentação teórica consolidada (aprendizagem significativa, mediação tecnológica, gamificação) com desenvolvimento de solução prática concreta, superando dicotomia frequentemente observada entre pesquisa básica e pesquisa aplicada.

**Potencial para geração de conhecimento generalizável:** Além de produzir artefato educacional específico (o aplicativo Trigobot), a DBR possibilita identificação e articulação de princípios de design generalizáveis, transferíveis e aplicáveis a outros contextos e conteúdos matemáticos, contribuindo para avanço teórico do campo.

**Flexibilidade metodológica:** A natureza iterativa e adaptativa da DBR permite ajustes, refinamentos e mudanças de rota fundamentadas conforme o projeto avança, respondendo flexivelmente a desafios emergentes e oportunidades não antecipadas.

Collins, Joseph e Bielaczyc(2016) [8] enfatizam que a DBR posiciona-se produtivamente entre pesquisa experimental controlada e pesquisa etnográfica puramente observacional, oferecendo alternativa epistemologicamente coerente que valoriza simultaneamente rigor científico e relevância pragmática, produzindo conhecimentos que são tanto teoricamente sofisticados quanto praticamente úteis e viáveis.

## 3.2 Fases Realizadas Nesta Pesquisa

### 3.2.1 Delimitação Explícita e Transparente do Escopo

É absolutamente fundamental e imperativo esclarecer que apenas as duas primeiras fases da metodologia DBR foram completadas até o momento da redação desta dissertação: a fase de análise e exploração do problema educacional, e a fase de design e construção de soluções. As fases subsequentes—implementação prática sistemática, avaliação empírica rigorosa e reflexão aprofundada—ainda não foram executadas.

Consequentemente, não há dados empíricos sobre aprendizagem discente, não há medidas de desempenho academicamente validadas, não há comparações controladas entre grupos experimentais e de controle, e não há evidências empiricamente fundamentadas sobre eficácia pedagógica real da intervenção proposta. Todas as discussões sobre potencialidades educacionais do aplicativo Trigobot fundamentam-se exclusivamente em análise teórica rigorosa, não em validação empírica.

Essa limitação metodológica significativa é reconhecida honesta e transparentemente, condicionando diretamente o escopo, a natureza, a força epistemológica e o alcance das contribuições científicas desta pesquisa.

### 3.2.2 Fase 1: Análise e Exploração do Problema Educacional

A primeira fase desta pesquisa dedicou-se à identificação, caracterização e compreensão aprofundada dos obstáculos e desafios no ensino-aprendizagem de funções trigonométricas no contexto específico do ensino médio brasileiro.

Foi realizada uma revisão abrangente, sistemática e criteriosa da literatura nacional e internacional sobre o ensino de trigonometria, o uso de ferramentas digitais e da robótica no ensino, identificando convergências, lacunas e oportunidades para inovação pedagógica. A revisão abrangeu múltiplas fontes complementares que forneceram fundamentação teórica e contextualizada para a pesquisa.

Inicialmente, foram consultadas produções científicas sobre dificuldades de aprendizagem em trigonometria, fornecendo compreensão contextualizada de desafios específicos em contexto nacional e perspectivas situadas sobre obstáculos enfrentados por estudantes brasileiros e em contextos internacionais. Concomitantemente, foram analisados artigos em periódicos científicos nacionais e internacionais sobre ensino de trigonometria, permitindo acesso a investigações recentes e perspectivas diversas sobre estratégias pedagógicas e pesquisas empíricas no campo.

A fundamentação teórica foi complementada pela revisão de literatura sobre teorias de aprendizagem relevantes, abrangendo aprendizagem significativa, construtivismo piagetiano [24] e socioconstrutivismo vygotskyano [29], garantindo que as escolhas pedagógicas sejam fundamentadas em marcos teóricos consolidados. Paralelamente, foram desenvolvidos trabalhos sobre tecnologias educacionais, particularmente sobre robótica educacional e simuladores, estabelecendo estado da arte em integração de tecnologia na educação. Adicionalmente, foram consultadas literatura sobre visualizações na educação matemática e sobre gamificação educacional, identificando contribuições e limitações de abordagens anteriores.

A análise sistemática da literatura permitiu identificar três categorias principais de obstáculos no ensino-aprendizagem de funções trigonométricas - Obstáculos epistemológicos e conceituais, obstáculos procedimentais e obstáculos afetivos - que fundamentaram a concepção do Trigobot.

Os obstáculos epistemológicos e conceituais caracterizam-se primeiramente pela dificuldade acentuada na abstração conceitual, manifestada na compreensão limitada do significado profundo das funções trigonométricas além das definições formais memorizadas. Complementarmente, existe fragilidade significativa nas conexões entre representações múltiplas, evidenciada pela dificuldade para transitar flexivelmente entre representações algébricas como fórmulas, representações gráficas como curvas oscilantes, e representações geométricas como o círculo trigonométrico. Além disso, constata-se compreensão limitada do papel dos parâmetros, já que os estudantes frequentemente não compreendem como variações em amplitude e frequência afetam sistematicamente o comportamento das

funções.

No âmbito dos obstáculos procedimentais, observa-se foco excessivo em memorização mecânica de fórmulas descontextualizadas em detrimento da compreensão conceitual profunda, resultando em conhecimento frágil e facilmente esquecido. Complementarmente, existe dificuldade persistente em aplicar conhecimentos trigonométricos para resolver problemas autênticos contextualizados, revelando desconexão entre aprendizagem formal e aplicabilidade prática. Além disso, a instrução tradicional muitas vezes oferece ausência de oportunidades para experimentação ativa, manipulação interativa e exploração autodirigida, proporcionando significativamente o envolvimento cognitivo ativo.

Os obstáculos afetivos e motivacionais manifestam-se através da ansiedade matemática elevada e das opiniões negativas sobre capacidades próprias em matemática, especificamente documentadas entre meninas e minorias étnicas. Igualmente importante, existe percepção generalizada de trigonometria como conteúdo abstrato, árido, desconectado da realidade e sem aplicabilidade prática aparente para a vida cotidiana. Consequentemente, observa-se baixo engajamento cognitivo e motivação intrínseca reduzida, impactando níveis tanto de participação quanto de aprendizagem.

Por outro lado, foi realizada análise detalhada da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [6], documento normativo oficial que estabelece diretrizes curriculares nacionais para a educação básica brasileira e orientações políticas educacionais nacionais. A análise focou especificamente em competências gerais da educação básica relacionada a matemática e tecnologia, identificando expectativas transversais sobre desenvolvimento de pensamento lógico e uso crítico de tecnologias. Posteriormente, foram examinadas competências específicas da área de Matemática e suas Tecnologias no ensino médio, analisando marcos referenciais para aprendizagem matemática avançada. A análise incorporou especificamente habilidades relacionadas ao estudo de funções trigonométricas conforme prescrito pela BNCC, garantindo alinhamento com expectativas curriculares oficiais. Por fim, foram identificadas discussões curriculares em pensamento computacional, resolução de problemas contextualizados e uso crítico de tecnologias digitais.

Essa análise sistemática garantiu que o desenvolvimento do aplicativo Trigobot fosse estritamente alinhado com as expectativas curriculares oficiais, promovendo competências e habilidades valorizadas nacionalmente e contribuindo para a conquista de objetivos educacionais definidos pela BNCC.

A partir da análise de literatura e documentos curriculares, foram identificadas oportunidades concretas para inovação pedagógica que fundamentaram a concepção do Trigobot. Experiências bem-sucedidas com robótica simulada no ensino de matemática, como o proposto por Macedo (2023,2024) [13, 14], sugeriram soluções e potencial de abordagem semelhante para trigonometria, revelando que simuladores robóticos profissionais poderiam ser adaptados para contextos educacionais com resultados significativos.

Concomitantemente, análises sobre visualizações na educação matemática demonstram eficácia de visualizações manipuláveis e interativas, ressaltando a necessidade urgente de ferramentas que permitam exploração ativa e controle discente sobre artefatos visuais em tempo real, conforme Schoenherr (2024) [26]. Além disso, de acordo com Prensky (2001) [25] e Nacke (2017) [19], a gamificação educacional indica potencial significativo para aumento de engajamento cognitivo e motivação intrínseca através da incorporação de elementos lúdicos estruturados em contextos pedagógicos.

Por fim, a perspectiva teórica de "humanos-com-mídias" proposta por Borba (2005) [7] sugere que a integração de múltiplas representações mediadas tecnologicamente pode reorganizar e transformar fundamentalmente o pensamento matemático, permitindo acesso a dimensões conceituais que permaneceriam inacessíveis por meio de abordagens exclusivamente analógicas ou tradicionais.

### 3.2.3 Fase 2: Design da solução - Aplicativo Trigobot

O design do aplicativo Trigobot se fundamentou explicitamente em três pilares teóricos complementares e integrados que garantem coerência pedagógica entre fundamentação teórica e implementação concreta.

O primeiro pilar, fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1983) [4], orienta a arquitetura do Trigobot por meio de organizadores prévios concretos, materializados no movimento observável do robô Lumi, que facilita a ancoragem de conceitos trigonométricos abstratos em representações sensoriais acessíveis. Promove integração substantiva entre novos conhecimentos e estruturas cognitivas preexistentes, valorizando compreensão conceitual profunda e diferenciação progressiva das relações entre parâmetros  $a$  (amplitude) e  $b$  (frequência) criteriosamente fundamentadas.

O segundo pilar, fundamentado em perspectivas sobre mediação tecnológica, robótica e múltiplas representações, reconhece a tecnologia não como ferramenta neutra passiva, mas como participante ativa na reorganização do pensamento matemático, orientando a integração de múltiplas representações algébricas, gráficas e espaço-robóticas de forma simultânea e sincronizada. Esse pilar também foi permitido para experimentação ativa discente, manipulação interativa de intervenções com observação imediata de consequências, e facilitação de visualização dinâmica de conceitos abstratos através de manifestações concretas e espacialmente representadas.

O terceiro pilar, fundamentado em gamificação educacional contemporânea, orienta a incorporação de estrutura de aprendizagem progressiva de níveis com aumento gradual de complexidade, com feedback visual imediato e contextualização de desafios e promoção de autonomia do discente.

A seleção da linguagem Python para o desenvolvimento do aplicativo pautou-se

na convergência de critérios técnicos e pedagógicos fundamentais. Em primeiro lugar, a disponibilidade de bibliotecas matemáticas como NumPy e SciPy é crucial, pois estas oferecem funções trigonométricas robustas, precisas e computacionalmente eficientes. Paralelamente, o ecossistema de bibliotecas gráficas, notadamente o Matplotlib para a geração de gráficos matemáticos de alta qualidade e o Tkinter para a construção de interfaces intuitivas, fornece o suporte visual necessário à aplicação. Além disso, a sintaxe clara e legível da linguagem favorece a manutenção do código, simplificando futuras modificações e a correção de erros. Por fim, o fato de ser um software livre e gratuito elimina custos de licenciamento, o que facilita a promoção de sua disseminação e utilização em contextos educacionais com restrições orçamentárias.

No que tange ao ambiente de simulação robótica, optou-se pelo CoppeliaSim, devido a um conjunto específico de características. Trata-se de um software profissional amplamente utilizado tanto na pesquisa quanto na indústria, oferecendo fidelidade realista e recursos sofisticados. A existência de uma versão educacional gratuita remove barreiras financeiras ao acesso, alinhando-se aos objetivos do projeto. Do ponto de vista técnico, sua API programável permite a comunicação via soquetes de rede ou API remota, o que facilita a integração com a aplicação externa desenvolvida em Python. A visualização tridimensional de alta qualidade fornecida pelo simulador promove a introspecção e a compreensão espacial dos conceitos envolvidos. Além disso, a escolha é respaldada por experiências prévias bem-sucedidas, como os trabalhos de Macedo e Souza(2024) [14], que revelam a orientação pedagógica da integração entre Python e CoppeliaSim para o ensino de funções.

## **Desenvolvimento de Atividades Didáticas Gamificadas**

Paralelamente ao desenvolvimento técnico do aplicativo Trigobot, foi elaborado um conjunto estruturado de atividades didáticas gamificadas, organizadas em progressão hierárquica de complexidade conceitual e processual. Tal estruturação pedagógica distribuiu-se em três níveis diferenciados: introdutório, intermediário e avançado.

Nível Introdutório: Caracteriza-se pela manipulação do robô virtual para entrada e saída de região delimitada com única entrada e saída, priorizando familiarização com a interface e compreensão inicial da relação função-trajetória. Observe a figura 3.1.



Figura 3.1: Atividade sugerida 1.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

Nível Intermediário: Mantém idêntico objetivo conceitual (transposição regional), porém incorpora um obstáculo central (apontado pela seta vermelha na figura 3.2) posicionado estrategicamente, exigindo ajustes paramétricos iniciais para resolução de conflito espacial trajectorial.



Figura 3.2: Atividade sugerida 2.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

Nível Avançado: Apresenta configuração complexa com múltiplos obstáculos desejados sequencialmente, exigindo planejamento estratégico, experimentação iterativa e otimização

paramétrica para conquista do objetivo, conforme a figura 3.3.



Figura 3.3: Atividade sugerida 4.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

A arquitetura das atividades didáticas do Trigobot incorpora de maneira estruturada diversos elementos constitutivos da gamificação educacional, configurando um ecossistema pedagógico que integra progressão hierárquica, superação de obstáculos e sinalização espacial.

Elementos Estruturantes da Gamificação:

1. Organização em Níveis Hierárquicos : Estrutura sequencial progressiva (introdutório → intermediário → avançado) que regula a zona de desenvolvimento proximal, garantindo a transição gradual da familiarização para o domínio complexo processual.
2. Obstáculos dentro do cenário;
3. Sinalização Espacial: Painel informativo, faixa de largada (vermelha) e faixa de chegada (verde).

Esta configuração gamificada, teoricamente, não apenas potencializa o engajamento afetivo discente, mas estrutura cognitivamente os processos de experimentação, falha construtiva e refinamento paramétrico, alinhando-se aos princípios fundamentais da aprendizagem ativa mediada por tecnologia/robótica. Esta organização progressiva assegura a transição controlada da familiarização superficial para o domínio procedimental avançado, alinhando o desenvolvimento cognitivo à maturação metacognitiva (capacidade de monitorar, controlar e refletir) do discente no contexto do ensino de funções trigonométricas.

### 3.3 Limitações Metodológicas Reconhecidas

A limitação metodológica mais significativa e fundamental desta pesquisa consiste na ausência de implementação prática e validação empírica. Todas as discussões sobre potencialidades educacionais do aplicativo Trigobot fundamentam-se exclusivamente em análise teórica, inferências fundamentadas e extrapolações plausíveis a partir de literatura consolidada, não em evidências empíricas diretas coletadas através de implementação controlada com estudantes.

Conseqüentemente:

- Não há confirmação empírica de que o aplicativo Trigobot efetivamente promove aprendizagem significativa;
- Não há dados sobre engajamento discente real ao utilizar a ferramenta;
- Não há evidências sobre usabilidade em contexto autêntico de sala de aula;
- Não há identificação de dificuldades práticas que estudantes possam encontrar;

### 3.4 Síntese Metodológica e Próximos Passos

Esta pesquisa completou rigorosamente as duas primeiras fases da Pesquisa Baseada em Design: análise aprofundada do problema educacional identificou obstáculos específicos no ensino-aprendizagem de funções trigonométricas; design e construção produziram solução inovadora teoricamente fundamentada (Trigobot) e conjunto estruturado de atividades didáticas gamificadas.

Os próximos passos essenciais e prioritários para dar continuidade à investigação incluem:

1. Implementação piloto: Testar aplicativo em contexto controlado com pequeno grupo de estudantes, identificando problemas técnicos, dificuldades de usabilidade e barreiras de compreensão;
2. Refinamento baseado em feedback: Modificar aplicativo e atividades didáticas com base em observações da implementação piloto;
3. Implementação em larga escala: Aplicar intervenção em múltiplas turmas de ensino médio, com design quase-experimental incluindo grupo de controle;
4. Coleta sistemática de dados: Utilizar instrumentos múltiplos (testes de desempenho pré e pós-intervenção, questionários de atitudes, entrevistas semiestruturadas, observação de engajamento comportamental, análise de produtos de aprendizagem);

5. Análise rigorosa de dados: Aplicar métodos estatísticos apropriados para dados quantitativos e análise qualitativa sistemática para dados qualitativos;
6. Reflexão teórica: Articular princípios generalizáveis de design emergentes da análise de dados empíricos, contribuindo para teoria de design de ferramentas educacionais baseadas em robótica simulada;
7. Disseminação de resultados: Publicar achados em periódicos científicos e apresentar em conferências acadêmicas, contribuindo para avanço do conhecimento no campo da educação matemática.

Essas etapas futuras são absolutamente essenciais para validar empiricamente as potencialidades teóricas do aplicativo Trigobot, transformando hipóteses fundamentadas em conhecimento empiricamente validado, e consolidando contribuições científicas ao campo da educação matemática contemporânea.

# Capítulo 4

## O Aplicativo Trigobot

### 4.1 Histórico e desenvolvimento

O aplicativo Trigobot representa o resultado concreto, funcional e tangível da aplicação rigorosa das duas primeiras fases de uma Pesquisa Baseada em Design (DBR) focada no desenvolvimento de soluções inovadoras para o ensino de funções trigonométricas. Esse aplicativo foi desenvolvido pelo grupo de pesquisa Interface entre Educação e Robótica no Ensino de Matemática (IEREM), do qual eu faço parte, a partir da identificação sistemática de dificuldades persistentes e recorrentes no ensino-aprendizagem de trigonometria no ensino médio brasileiro.

Durante a fase de análise dessa pesquisa, foram identificados os principais obstáculos epistemológicos, cognitivos, afetivos e estruturais que dificultam a aprendizagem de funções trigonométricas: a abstração conceitual elevada dos conteúdos, a dificuldade em estabelecer conexões entre múltiplas representações semióticas, a ausência de contextualizações significativas e a percepção generalizada de irrelevância prática [9].

Na fase de design, procedeu-se ao desenvolvimento sistemático de uma solução inovadora que articulasse os três pilares teóricos identificados (aprendizagem significativa, mediação tecnológica/robótica e gamificação) com potencial prático para superar essas dificuldades educacionais.

### 4.2 Funcionalidades didáticas

O aplicativo Trigobot foi desenvolvido integralmente em linguagem Python, escolha estratégica justificada por múltiplos fatores. A linguagem Python é amplamente adotada em contextos educacionais contemporâneos, possui sintaxe relativamente clara e intuitiva, oferece bibliotecas robustas e sofisticadas para comunicação com simuladores robóticos, e sua crescente adoção no ensino médio brasileiro a torna uma escolha pedagogicamente

estratégica para futuras adaptações e extensões do aplicativo.

A arquitetura técnica do aplicativo Trigobot foi organizada cuidadosamente em três módulos principais e funcionalmente interdependentes:

1. Módulo de interface gráfica: responsável pela interação intuitiva e amigável com o usuário-estudante, permitindo inserção clara de parâmetros ( $a$  e  $b$ ), conforme 4.1, em funções do tipo  $f(x) = a \cdot \cos(b \cdot x)$  (em A),  $g(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$  (em B) e  $h(x) = a \cdot \tan(b \cdot x)$  (em C), conforme 4.2;

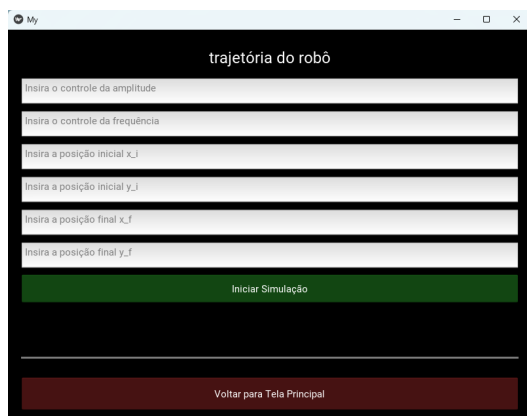


Figura 4.1: Parâmetros  $a$  e  $b$  no aplicativo Trigobot.

Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

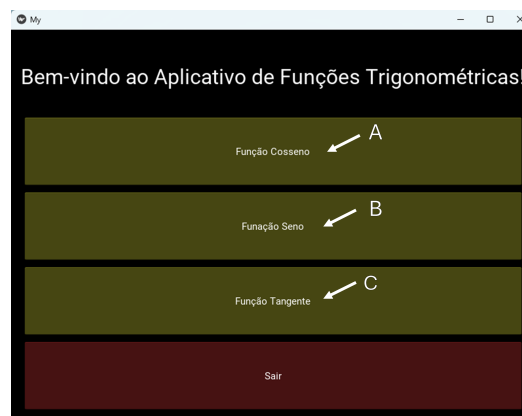


Figura 4.2: Funções presentes no aplicativo Trigobot.

Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

2. Módulo de processamento matemático: que converte os parâmetros inseridos pelo usuário em trajetórias matemáticas precisas e corretas, aplicando rigorosamente as fórmulas definidoras das funções seno, cosseno e tangente, com precisão computacional apropriada;
3. Módulo de comunicação: que estabelece conexão robusta e confiável com o simulador CoppeliaSim e transmite comandos de controle robótico baseados nas trajetórias calculadas, permitindo a visualização imediata das consequências das variações paramétricas no movimento do robô.

A interface gráfica foi deliberadamente projetada seguindo rigorosamente princípios reconhecidos de design instrucional e usabilidade pedagógica, buscando minimizar deliberadamente obstáculos tecnológicos desnecessários que pudessem desviar a atenção cognitiva e afetiva dos estudantes dos conceitos matemáticos centrais. Elementos visuais claros e intuitivos, campos de entrada explicitamente rotulados e semanticamente apropriados, botões com ícones reconhecíveis, e mensagens de orientação contextuais tornam o aplicativo acessível e utilizável mesmo para estudantes sem experiência prévia em programação ou robótica [27, 18, 22].

Uma funcionalidade pedagógica absolutamente central e distintiva do aplicativo Trigobot é a possibilidade de manipulação interativa em tempo real dos parâmetros matemáticos  $a$  (amplitude/escala vertical) e  $b$  (frequência angular) das funções trigonométricas  $f(x) = a \cdot \sin(bx)$ ,  $g(x) = a \cdot \cos(bx)$  e  $h(x) = a \cdot \tan(bx)$ , com visualização imediata, contínua e dinâmica dos efeitos dessas manipulações sobre as trajetórias executadas pelo robô virtual Lumi no ambiente simulado do CoppeliaSim.

Essa característica materializa concretamente o princípio pedagógico fundamental de aprendizagem por experimentação direta e ativa, permitindo que estudantes formulem espontaneamente hipóteses sobre relações entre parâmetros matemáticos e trajetórias espaciais, testem essas hipóteses modificando interativamente os valores dos parâmetros, e refinem continuamente suas compreensões conceituais com base no feedback visual imediato recebido [20, 27, 4, 17, 22].

#### 4.2.1 Uso do aplicativo Trigobot em conjunto com o CoppeliaSim

O uso do aplicativo Trigobot foi concebido para articular a exploração de funções trigonométricas com a simulação robótica no ambiente CoppeliaSim, conforme 4.3, permitindo ao estudante visualizar, em um cenário virtual, o comportamento de um robô(A) cuja trajetória é determinada pela função escolhida e pelos parâmetros definidos. Nessa perspectiva, cada atividade proposta associa explicitamente uma função matemática a uma tarefa de navegação no cenário simulado, em que o robô(A) deve deslocar-se de uma marcação inicial vermelha(B) até uma marcação final verde(C), desviando de obstáculos posicionados ao longo do percurso, conforme 4.3.



Figura 4.3: Atividade 4.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

O fluxo de uso do aplicativo inicia-se com a seleção do tipo de função trigonométrica a ser trabalhada, conforme 4.4. Na interface do Trigobot, o estudante escolhe, por exemplo, uma dentre as função cosseno (em A), seno (em B) e tangente (em C), e em seguida insere os valores dos parâmetros  $a$  e  $b$ , de acordo com 4.4 que caracterizam a função na forma geral  $f(x) = a \cdot \sin(bx)$ ,  $g(x) = a \cdot \cos(bx)$  ou  $h(x) = a \cdot \tan(bx)$ . Esses parâmetros controlam aspectos essenciais da função, como amplitude e frequência, e, no contexto do cenário virtual, determinam o padrão da trajetória que o robô deverá seguir no plano de simulação.

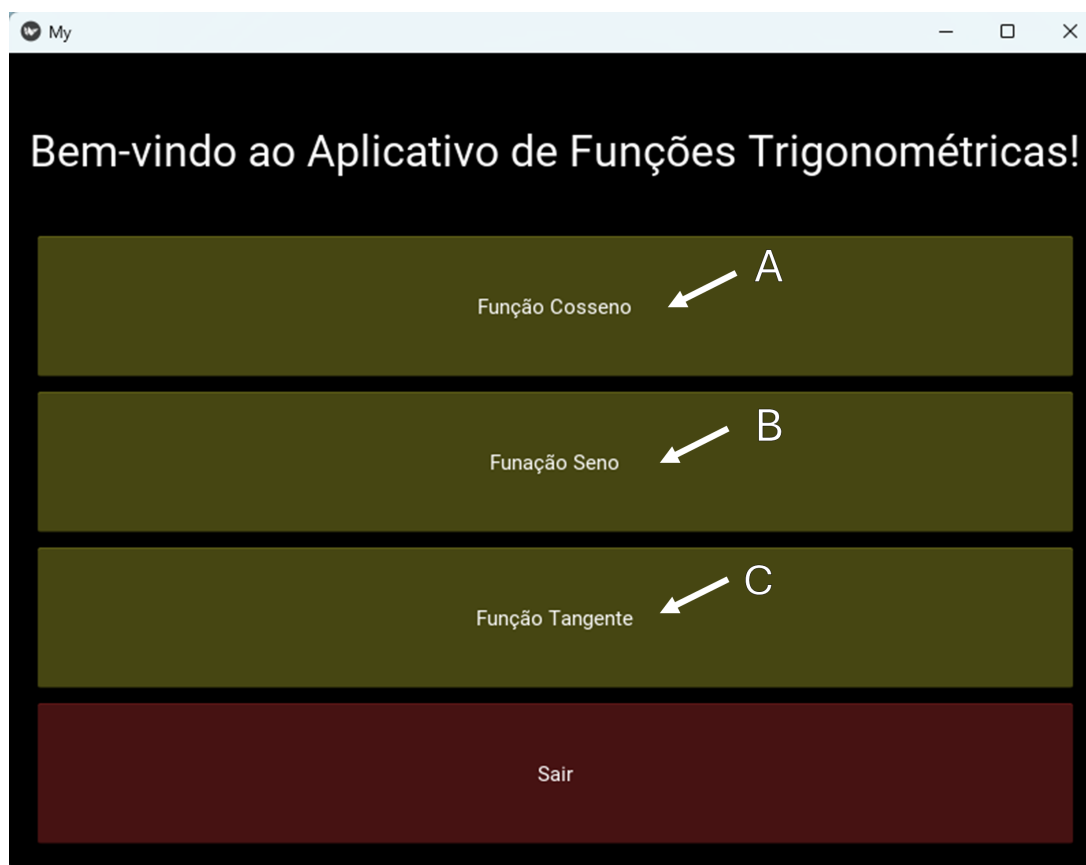


Figura 4.4: Escolhendo as funções no Trigobot.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

Uma vez selecionada a função e especificados os parâmetros, e para que o aplicativo Trigobot estabeleça a comunicação com o CoppeliaSim, deve-se acessar uma das atividades no aplicativo CoppeliaSim, iniciar o ambiente de simulação por lá e executar as instruções no aplicativo Trigobot. Com a simulação em execução no CoppeliaSim e o processo iniciado no Trigobot, o robô passa a se deslocar no cenário virtual de acordo com a função trigonométrica e os parâmetros definidos pelos estudantes. A trajetória calculada pelo aplicativo é enviada continuamente ao simulador, que atualiza a posição do robô em tempo real, permitindo que o usuário observe visualmente a relação entre a expressão matemática e o movimento no espaço. O objetivo de cada atividade consiste em fazer com que o robô saia da região demarcada em vermelho (ponto de partida) e alcance a região demarcada em

verde (ponto de chegada), evitando a colisão com os objetos que compõem os obstáculos do cenário 4.3.

## 4.3 Interface e Operacionalização do Trigobot

O Trigobot integra funções trigonométricas à simulação robótica, controlando a trajetória do robô Lumi no ambiente CoppeliaSim. A interface permite manipulação parametrizada de seno, cosseno e tangente, promovendo compreensão aplicada de trigonometria.

### 4.3.1 Sequência Operacional

Para a utilização do aplicativo, será necessário também o programa CoppeliaSim instalado no computador. A utilização seguirá os seguintes passos:

Passo 1: Abra uma das atividades disponibilizadas. Ela será aberta no CoppeliaSim. Será necessário as coordenadas do robô (coordenadas iniciais) e da faixa de chegada (coordenadas finais). Para obtê-las, clique sobre o objeto desejado. As coordenadas estão destacadas pelo retângulo vermelho na figura 4.5



Figura 4.5: Coordenadas da faixa de chegada (verde).

Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

#### Passo 2: Seleção da Função Trigonométrica

Escolha na interface principal do Trigobot, conforme a figura 4.6, uma função entre cosseno (em A), seno (em B) e tangente (em C). Essa função será usada como trajeto para o robô no ambiente simulado.

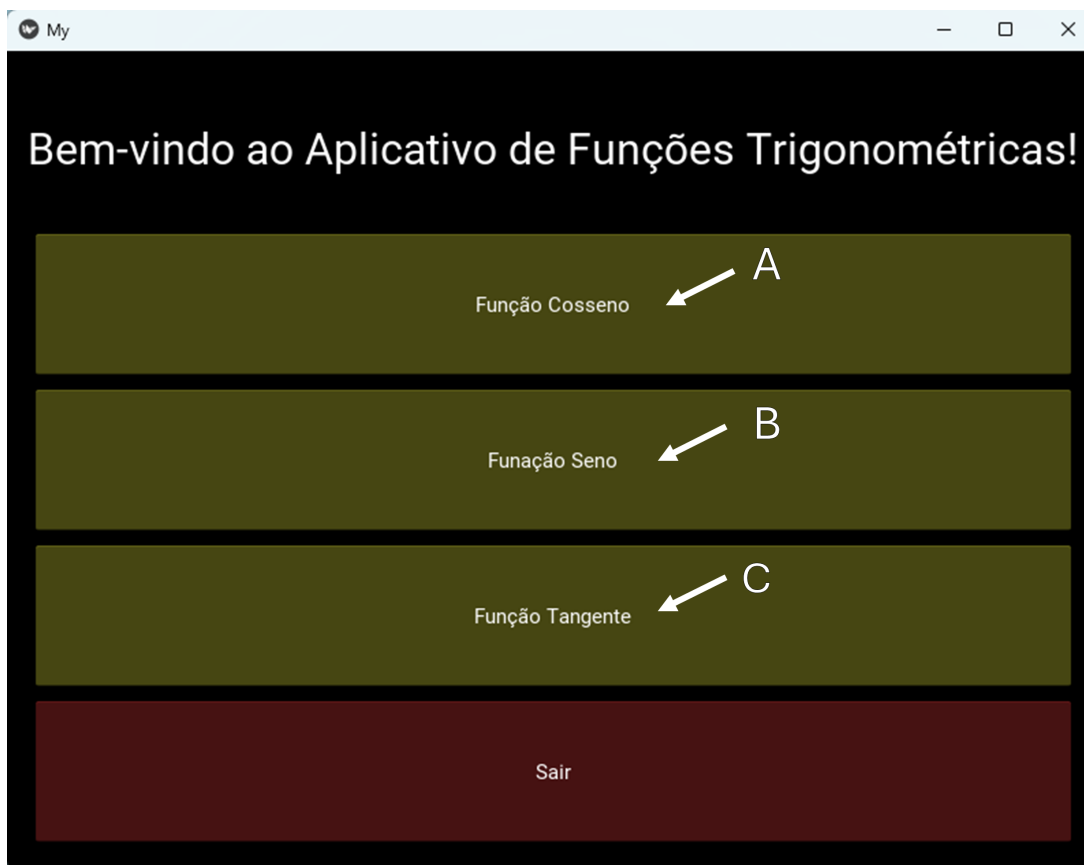


Figura 4.6: Escolha das funções.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

### Passo 3: Parametrização e Coordenadas

No Trigobot, após a escolha da função, preencha os espaços vazios, conforme a figura 4.7, com o/as:

- Controle de amplitude (parâmetro  $a$  - relacionado com a amplitude);
- Controle da frequência (parâmetro  $b$  - relacionado com a frequência);
- Coordenadas iniciais  $(x_0, y_0)$  do robô Lumi;
- Coordenadas finais  $(x_f, y_f)$  da faixa de chegada (verde - objetivo final).

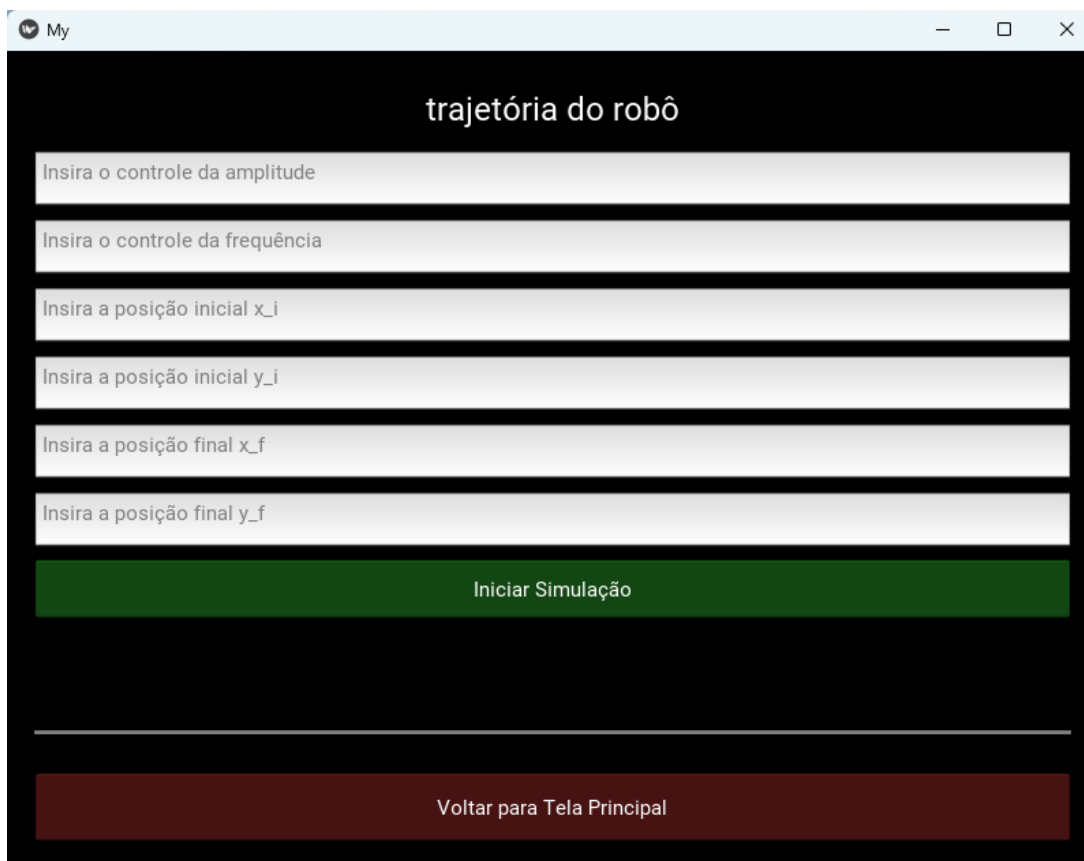


Figura 4.7: Inserção de informações no Trigobot.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

#### Passo 4: Inicialização da Simulação

No CoppeliaSim, clique no botão *Start* (iniciar), destacado na figura 4.8 e ative robô.

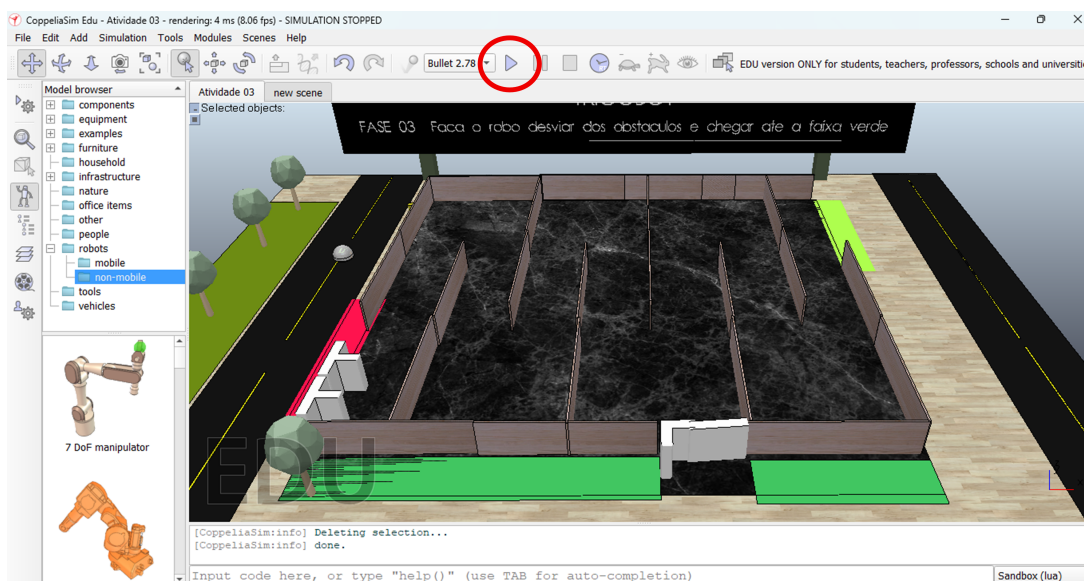


Figura 4.8: Ativação no CoppeliaSim.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

### Passo 5: Execução e Monitoramento

Por último, no Trigobot, clique no botão Iniciar Simulação, destacado na figura 4.7, e acompanhe o andamento da simulação no CoppeliaSim. O robô seguirá a trajetória definida pelo gráfico da função trigonométrica escolhida.

Para novas tentativas, encerre a simulação clicando no botão *Stop Simulation*, localizado próximo do botão *Start* no Coppelia sim, conforme a figura 4.8.

### 4.3.2 Exemplificação do Uso do Trigobot

A sequência a seguir demonstra a funcionalidade do Trigobot com a função cosseno. Na Figura 4.6, seleciona-se a função cosseno ( $f(x) = a \cdot \cos(b \cdot x)$ ). Inicialmente, inserem-se  $a = 1$  e  $b = 2$  (Figura 4.9), resultando na trajetória mostrada na Figura 4.10.



Figura 4.9: Inserção dos parâmetros  $a = 1$  e  $b = 2$  no Trigobot.

Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

Observe na figura 4.10 que  $f(x) = 1 \cdot \cos(2 \cdot x)$  gera oscilações insuficientes para superar os obstáculos, conforme evidenciado pela trajetória tracejada em amarelo.



Figura 4.10: Trajetória resultante ( $a = 1$ ,  $b = 2$ ): colisão com obstáculo.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

Na segunda interação, ajustam-se  $a = 1$  (controle da amplitude) e  $b = 8$  (controle da frequência) na Figura 4.11, isto é, utiliza-se a função  $f(x) = 1 \cdot \cos(8 \cdot x)$ , produzindo a trajetória da Figura 4.12.



Figura 4.11: Inserção dos parâmetros  $a = 1$  e  $b = 8$  no Trigobot.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.



Figura 4.12: Trajetória resultante ( $a = 1, b = 8$ ).

Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

Verifica-se que houve uma pequena melhora no trajeto, mas o robô Lumi ainda não conseguiu ultrapassar os obstáculos e atingir a faixa verde. Dessa forma, são necessárias novas tentativas. Observe que o gráfico da função utilizada na figura 4.12 está alongado verticalmente demais e esse alongamento vertical tem a ver com amplitude. Após alguns erros e acertos, é esperado que o discente, com o auxílio do professor, entenda que uma tentativa razoável seria diminuir o valor de  $a$  (controle de amplitude). Utilizaremos, portanto  $a = 0.5$  e  $b = 8$  ( $b$  não foi alterado), isto é, vamos utilizar o gráfico da função  $f(x) = 0.5 \cdot \cos(8 \cdot x)$  como trajetória para o robô Lumi. O resultado dessa alteração pode ser vista na figura 4.13.

O resultado para  $a = 0.5$  e  $b = 8$  quase foi suficiente para cumprir a tarefa, porém houve uma colisão no meio do trajeto, como mostra a figura 4.13.

Uma possível maneira de corrigir esse resultado consiste em realizar um pequeno aumento no controle de amplitude  $a$ , isto é, tornar o gráfico levemente mais alongado verticalmente o suficiente para impedir a colisão. Podemos testar  $a = 0.6$  e  $b = 8$  ( $f(x) = 0.6 \cdot \cos(8 \cdot x)$ ) para verificar se a alteração foi suficiente. Verifique o resultado dessa alteração na figura 4.14.

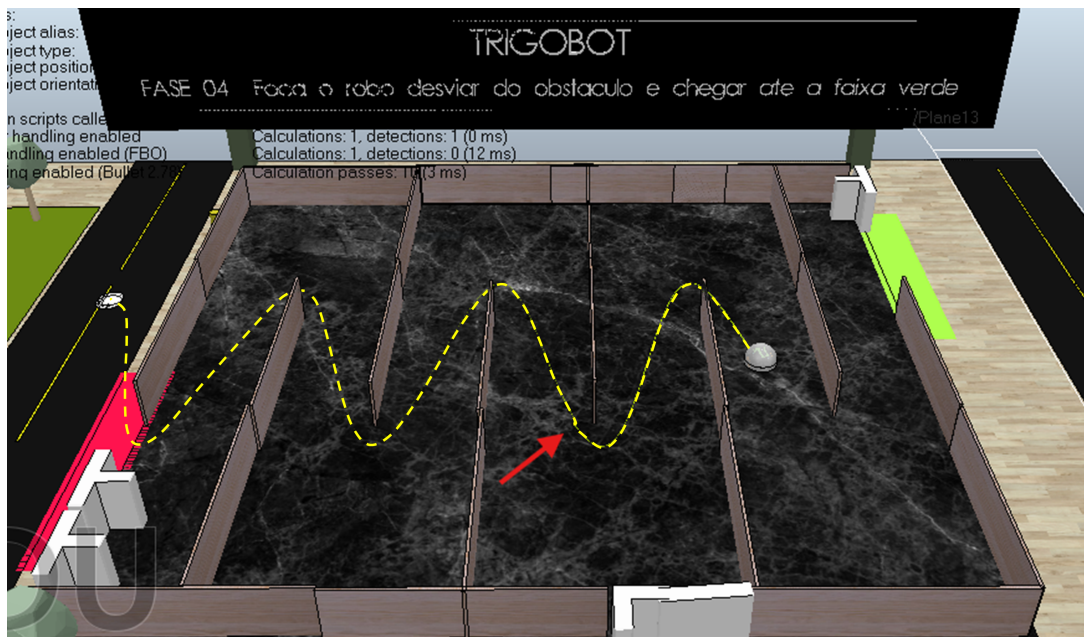


Figura 4.13: Trajetória resultante ( $a = 0.5$ ,  $b = 8$ ).  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

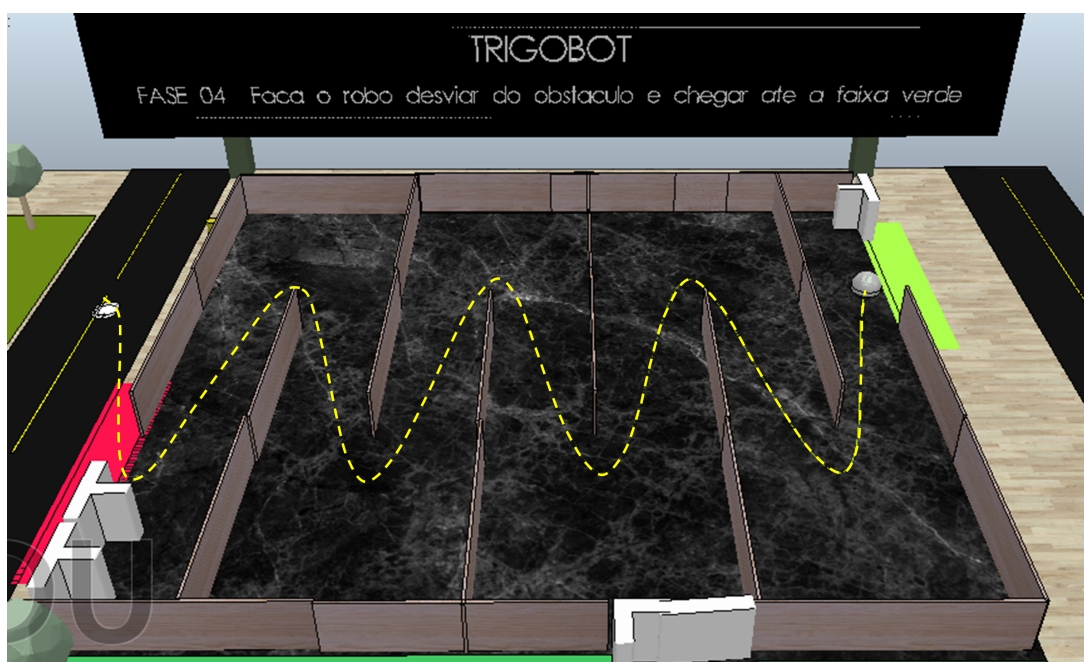


Figura 4.14: Trajetória resultante ( $a = 0.6$ ,  $b = 8$ ): sucesso na travessia.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

Como podemos observar na figura 4.14, o robô Lumi conseguiu desviar de todos os obstáculos e alcançar a marcação de chegada (verde).

Essa exemplificação demonstra como os ajustes finos de  $b$  (controle de frequência) e de  $a$  (controle de amplitude) permitem superar obstáculos, evidenciando o caráter metacognitivo da manipulação parametrizada.

### 4.3.3 Possíveis contribuições

Do ponto de vista pedagógico, esse processo de uso do Trigobot em conjunto com o CoppeliaSim favorece uma aprendizagem ativa, na medida em que o estudante precisa escolher e ajustar os parâmetros  $a$  e  $b$  de forma intencional para atingir a meta proposta na atividade. Ao testar diferentes combinações de valores, observar o comportamento do robô e analisar se a trajetória gerada permite chegar ao objetivo sem colisões, o aluno engaja-se em um ciclo de experimentação, análise e ajuste que reforça a compreensão dos efeitos de amplitude e frequência na forma da função trigonométrica.

Em síntese, o uso do aplicativo Trigobot articula a manipulação simbólica de funções trigonométricas com a visualização dinâmica da trajetória de um robô em cenário virtual, apoiado pelo CoppeliaSim. A sequência de ações — selecionar o tipo de função, inserir os parâmetros  $a$  e  $b$ , abrir o cenário virtual, iniciar a simulação no CoppeliaSim, acionar o processo no Trigobot e acompanhar o deslocamento do robô da marcação vermelha até a marcação verde, desviando de objetos — constitui um procedimento estruturado que integra conteúdos matemáticos, raciocínio lógico, interpretação gráfica e tomada de decisão em ambiente interativo.

As atividades propostas, por outro lado, foram organizadas em diferentes níveis de complexidade, permitindo que o estudante transitasse gradualmente por situações introdutórias, voltadas à familiarização com o ambiente e com as interrupções da função, para desafios progressivamente mais exigentes. Nos níveis iniciais, o foco recai sobre a compreensão básica da relação entre a expressão trigonométrica e a trajetória do robô, enquanto níveis intermediários e introduzem obstáculos adicionais, metas mais precisas e necessidade de ajustes finos dos parâmetros, incentivando o desenvolvimento de estratégias, a análise crítica dos resultados e a autonomia na resolução avançada de problemas.

Na figura 4.15, a intenção é que o aluno tenha o primeiro contato com a proposta, onde o objetivo se resume a atingir o segundo lado do cenário fazendo uso de tentativas para encontrar uma função que cumpra a tarefa, e isso tendo com únicos obstáculos as limitações no espaçamento de entrada (marcação vermelha) e saída (marcação verde). Já na atividade 4.16, o aluno encontra uma série de obstáculos da entrada até a saída do cenário.



Figura 4.16: Atividade avançada.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.



Figura 4.15: Atividade introdutória.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

# Capítulo 5

## Resultados e Análise Preliminar

### 5.1 Esclarecimento metodológico essencial

É fundamental esclarecer que este capítulo não apresenta resultados empíricos no sentido tradicional e convencional do termo em pesquisas educacionais empíricas. Conforme explicitado detalhadamente e reiteradamente no Capítulo 3 (Metodologia), esta pesquisa concluiu as duas primeiras fases da Pesquisa Baseada em Design — análise sistemática do problema educacional e design da solução educacional — mas não executou as fases subsequentes de implementação prática em ciclos iterativos com estudantes em contextos escolares e coleta sistemática e rigorosa de dados sobre eficácia pedagógica.

O que este capítulo apresenta, portanto, são: (1) análises teóricas minuciosas do artefato educacional desenvolvido, descrevendo suas características técnicas e pedagógicas distintivas e analisando teoricamente suas potencialidades pedagógicas baseadas em fundamentos teóricos consolidados; (2) reflexões teóricas fundamentadas sobre como e por que o aplicativo Trigobot pode teoricamente promover aprendizagem significativa, baseadas rigorosamente nos fundamentos teóricos desta pesquisa; (3) indicações específicas para pesquisas futuras que permitirão validar empiricamente as hipóteses pedagógicas aqui formuladas teoricamente.

### 5.2 Análise do artefato desenvolvido: características técnicas e pedagógicas

O aplicativo educacional Trigobot, resultado concreto e funcional da fase de design desta Pesquisa Baseada em Design, constitui-se como um aplicativo educacional desenvolvido integralmente em linguagem de programação Python que integra conceitualmente funções trigonométricas complexas com robótica educacional simulada..

Do ponto de vista técnico, o aplicativo Trigobot foi desenvolvido com funcionalidades robustas que permitem manipulação precisa de parâmetros, comunicação confiável com simuladores robóticos profissionais, e visualização em tempo real de resultados das experimentações matemáticas dos estudantes. A interface gráfica foi cuidadosamente projetada para minimizar obstáculos tecnológicos e permitir que o foco cognitivo dos aprendizes permaneça centrado nos conceitos matemáticos essenciais.

Do ponto de vista pedagógico, o aplicativo foi concebido com o propósito de facilitar experimentação ativa, formulação e testagem de hipóteses matemáticas, e construção de compreensões conceituais robustas através da observação dinâmica do impacto das variações paramétricas no comportamento do robô. Essas características pedagógicas alinham-se solidamente com princípios teóricos consolidados sobre aprendizagem significativa, mediação tecnológica e gamificação educacional.

### **5.3 Análise das atividades didáticas desenvolvidas**

Paralelamente ao desenvolvimento técnico do aplicativo, foi elaborado um conjunto estruturado de atividades didáticas que exploram sistematicamente as potencialidades pedagógicas do aplicativo Trigobot para o ensino contextualizado de funções trigonométricas. Essas atividades foram concebidas fundamentando-se rigorosamente nos princípios teóricos da aprendizagem significativa, da mediação tecnológica e da gamificação educacional.

As atividades organizam-se em três níveis progressivos de complexidade bem definidos: nível introdutório (manipulação livre e observação), nível intermediário (desafios estruturados específicos), e nível avançado (aplicações complexas de modelagem matemática). Cada nível foi cuidadosamente projetado para promover engajamento progressivo, compreensão conceitual crescente, e desenvolvimento de habilidades metacognitivas avançadas.

### **5.4 Potencialidades pedagógicas teoricamente fundamentadas**

Embora não haja dados empíricos que permitam afirmar com certeza absoluta que o aplicativo Trigobot efetivamente promove aprendizagem significativa de funções trigonométricas, é absolutamente possível realizar análises teóricas rigorosas sobre suas potencialidades pedagógicas, fundamentando-se nos princípios consolidados e empiricamente testados da aprendizagem significativa, da mediação tecnológica e da gamificação educacional que orientaram deliberadamente seu desenvolvimento.

Do ponto de vista da teoria da aprendizagem significativa, o aplicativo Trigobot apresenta múltiplas características que teoricamente favorecem a incorporação substantiva

de novos conhecimentos sobre funções trigonométricas às estruturas cognitivas preexistentes dos estudantes. A visualização das trajetórias do robô oferece representações visuais concretas das funções trigonométricas antes que suas propriedades algébricas sejam formalizadas, facilitando a ancoragem dos conceitos matemáticos em conhecimentos intuitivos e observáveis.

O aplicativo educacional Trigobot fornece conexões entre múltiplas representações do conhecimento trigonométrico (algébrica, gráfica e geométrica), reconhecidamente crucial para aprendizagem matemática significativa. Discentes podem observar como alterações nos parâmetros algébricos afetam as características geométricas das trajetórias, construindo pontes cognitivas entre diferentes formas de representar os mesmos conceitos matemáticos fundamentais.

A ferramenta apresentada também propõe uma aprendizagem ativa e construtiva, na qual os estudantes não são receptores passivos de informações, mas sim construtores ativos de seus próprios conhecimentos através da experimentação sistemática, formulação de hipóteses, testagem e reflexão crítica.

Do ponto de vista da mediação tecnológica, a ferramenta proposta exemplifica como recursos digitais podem ampliar substancialmente as possibilidades pedagógicas disponíveis para o ensino de matemática. As tecnologias digitais possibilitam transformações qualitativas nos processos de ensino-aprendizagem, criando experiências educacionais que simplesmente não seriam viáveis sem mediação tecnológica.

Do ponto de vista da gamificação educacional, as atividades desenvolvidas incorporam elementos lúdicos e motivacionais que, teoricamente, podem aumentar significativamente o engajamento, a persistência e a motivação intrínseca dos estudantes.

É crucial reiterar que todas as potencialidades pedagógicas discutidas constituem-se como hipóteses teóricas fundamentadas, não como conclusões empiricamente validadas. Embora essas hipóteses fundamentem-se solidamente em teorias educacionais consolidadas, somente investigações empíricas futuras poderão determinar se o aplicativo Trigobot efetivamente promove os tipos de aprendizagem aqui teorizados quando implementado em contextos escolares autênticos com estudantes reais.

# Capítulo 6

## Considerações finais

Esta pesquisa completou rigorosamente as duas primeiras fases da Pesquisa Baseada em Design (DBR), identificando sistematicamente obstáculos epistemológicos, procedimentais e afetivos no ensino de funções trigonométricas e desenvolvendo o aplicativo Trigobot com múltiplas representações sincronizadas (algébrica, gráfica e espacial 3D) e atividades gamificadas progressivas. Fundamentado nos pilares da aprendizagem significativa de Ausubel, mediação tecnológica/robótica e gamificação, o Trigobot promove teoricamente pontes cognitivas entre conceitos abstratos e movimento robótico concreto no CoppeliaSim, utilizando manipulação interativa de funções trigonométricas com feedback visual imediato.

Embora as fases de implementação empírica e validação com estudantes permaneçam pendentes — limitação metodológica explicitamente reconhecida —, esta dissertação oferece contribuições substantivas em dimensões teórica, metodológica, tecnológica e pedagógica à educação matemática, demonstrando viabilidade de inovação com softwares livres (Python/CoppeliaSim) e indicando próximos passos claros para transformar potencialidades teóricas em conhecimento empiricamente validado pelas fases 3 e 4 da DBR.

# Referências Bibliográficas

- [1] AFARI, Ernest; KHINE, Myint Swe. Robotics as an educational tool: Impact of lego mindstorms. *International Journal of Information and Education Technology*, v. 7, n. 6, p. 437–442, 2017.
- [2] ANDERSON, Terry; SHATTUCK, Julie. Design-based research: A decade of progress in education research?. *Educational Researcher*, v. 41, n. 1, p. 16–25, 2012.
- [3] ALVES, R. et al. Gamificação no ensino de matemática: análises e resultados. *Revista de Educação Matemática*, 2022.
- [4] AUSUBEL, D. P. *A Teoria da Aprendizagem Significativa*. 1983.
- [5] BAKKER, Arthur. Design research in education. In: *Design research in education: A practical guide for early career researchers*, v. 1, p. 3–22, 2018.
- [6] BRASIL, S. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. 2018.
- [7] BORBA, Marcelo C.; VILLARREAL, Mónica E. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. Boston, MA: Springer US, 2005.
- [8] COLLINS, Allan; JOSEPH, Diana; BIELACZYK, Katerine. Design research: Theoretical and methodological issues. In: *Design-based research*. Psychology Press, 2016. p. 15–42.
- [9] COSTA, F. A. O ensino de funções trigonométricas com o uso da modelagem matemática sob a perspectiva da teoria da aprendizagem significativa. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.
- [10] DE LA HOZ, Alejandro; et al. Educational robotics for science and mathematics teaching: Analysis of pre-service teachers' perceptions and self-confidence. *Heliyon*, v. 10, n. 21, 2024.
- [11] FANCHAMPS, Nardie LJA et al. The influence of SRA programming on algorithmic thinking and self-efficacy using Lego robotics in two types of instruction. *International Journal of Technology and Design Education*, v. 31, n. 2, p. 203–222, 2021.

- [12] HOMA, Agostinho Iaqchan Ryokiti. Robotics Simulators in STEM education. *Acta Scientiae*, v. 21, n. 5, p. 178–191, 2019.
- [13] MACEDO, Cássio Lima; SOUZA, Cleidinaldo Aguiar. Função polinomial do segundo grau com o Lumibot-CoppeliaSim. *Revista do Professor de Matemática Online*, v. 11, n. 02, p. 295–314, 2023.
- [14] MACEDO, Cássio Lima; SOUZA, Cleidinaldo Aguiar. Proposição de atividades com o uso do Lumibot-Coppeliasim para a aprendizagem do conceito de função exponencial. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, v. 11, n. 31, p. 1–21, 2024.
- [15] MARTINEZ, Brianna L. et al. Improving conceptual understanding of gas behavior through the use of screencasts and simulations. *International Journal of STEM Education*, v. 8, n. 1, p. 5, 2021.
- [16] MOREIRA, M. A.; MASINI, E. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. 2002.
- [17] MOREIRA, M. A. S. *Aprendizagem significativa: fundamentos e aplicações*. 2012.
- [18] MORAN, J. M. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. São Paulo: Papirus, 2015.
- [19] NACKE, L.; DETERDING, S. *The Gamification of Learning: Retention and Engagement*. 2017.
- [20] NOVAK, J. D. *Aprendizagem significativa: a teoria para a educação*. São Paulo: Cortez, 1998.
- [21] ORHANI, Senad. Addressing students' challenges in acquiring trigonometric function concepts: A didactic approach to education for sustainable development. *Journal of Education for Sustainable Development Studies*, v. 1, n. 2, p. 160–172, 2024.
- [22] OLIVEIRA, M. *O ensino da matemática com uso de tecnologias*. 2021.
- [23] PERKINS, Kathy. Transforming STEM learning at scale: PhET interactive simulations. *Childhood Education*, v. 96, n. 4, p. 42–49, 2020.
- [24] PIAGET, Jean. Part I: Cognitive Development in Children–Piaget Development and Learning. *Journal of research in science teaching*, v. 40, 2003.
- [25] PRENSKY, M. *Digital Game-Based Learning*. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [26] SCHOENHERR, Johanna; STROHMAIER, Anselm R.; SCHUKAJLOW, Stanislaw. Learning with visualizations helps: A meta-analysis of visualization interventions in mathematics education. *Educational Research Review*, v. 45, p. 100639, 2024.

- [27] SILVA, M. A. S. Ensino de matemática mediado por tecnologias digitais. *Revista Educação e Tecnologia*, v. 8, n. 3, p. 45–59, 2013.
- [28] THOMPSON, Kevin A. Students' understanding of trigonometry enhanced through the use of a real world problem: Improving the instructional sequence. Illinois State University, 2007.
- [29] VYGOTSKY, Lev Semenovich; COLE, Michael. Mind in society: Development of higher psychological processes. Harvard university press, 1978.
- [30] ZHANG, Deyu et al. The impact of robotics on STEM education: Facilitating cognitive and interdisciplinary advancements. *Applied and Computational Engineering*, v. 69, p. 7–12, 2024.

# Apêndice A

## Atividades sugeridas



Figura A.1: Sugestão de atividade 01.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

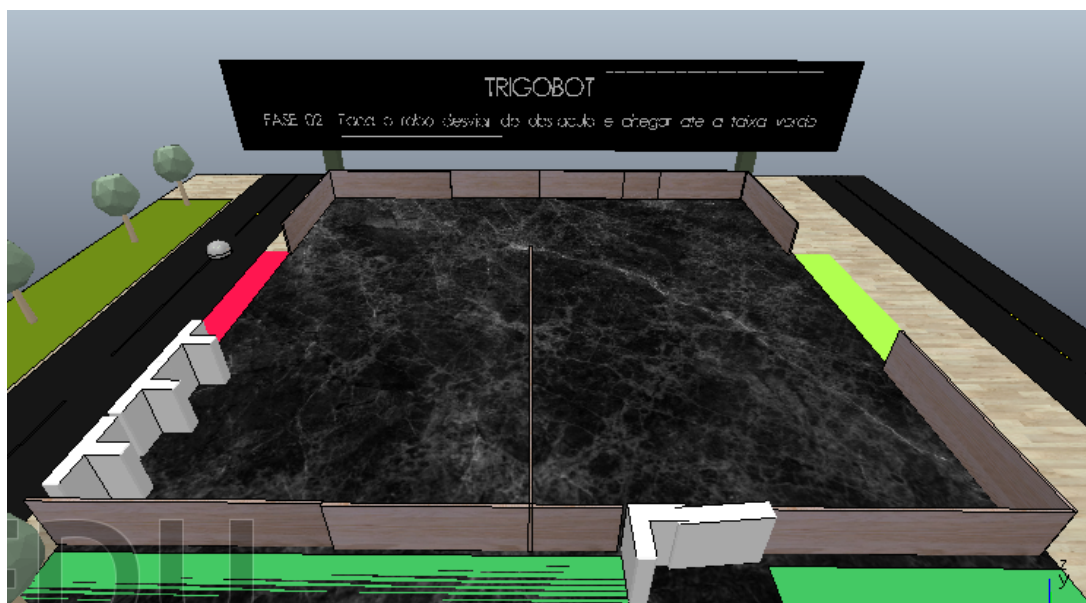


Figura A.2: Sujestão de atividade 02.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.



Figura A.3: Sujestão de atividade 03.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.



Figura A.4: Sujestão de atividade 04.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.

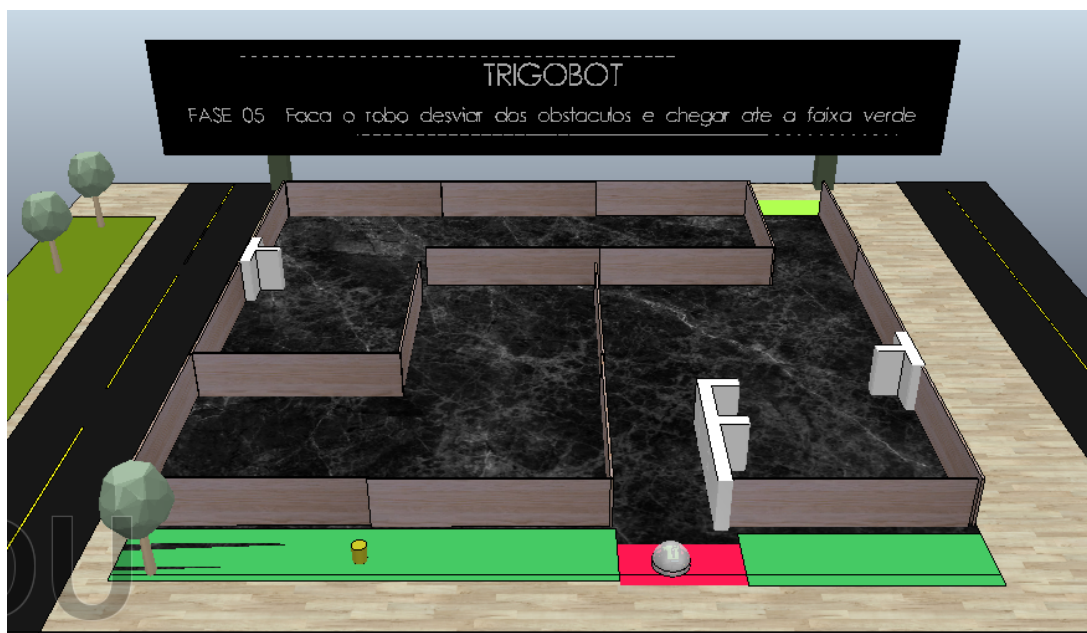


Figura A.5: Sujestão de atividade 05.  
Fonte: Grupo de pesquisa IEREM.